

UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MECANICA

SIMULACION BIDIMENSIONAL DE LA CONVECCION NATURAL EN CAVIDADES  
CUADRADAS CON PAREDES HORIZONTALES PERFECTAMENTE  
CONDUCTORAS A ALTO NUMERO DE RAYLEIGH

SERGIO EDUARDO COURTIN VEGA

2006

**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**

SIMULACIÓN BIDIMENSIONAL DE LA CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES  
CUADRADAS CON PAREDES HORIZONTALES PERFECTAMENTE  
CONDUCTORAS A ALTO NÚMERO DE RAYLEIGH

SERGIO EDUARDO COURTIN VEGA

**COMISION EXAMINADORA**

**CALIFICACIONES**

	NOTA (Nº)	(Letras)	FIRMA
PROFESOR GUÍA			
SR. RAMÓN L. FREDERICK GONZÁLEZ :	.....	.....	.....
PROFESOR CO-GUIA			
SR. CARLOS GHERARDELLI DEZEREGA :	.....	.....	.....
PROFESOR INTEGRANTE			
SR. JUAN CARLOS ELICER CORTÉS :	.....	.....	.....
NOTA FINAL :	.....	.....	.....

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE**  
**INGENIERO CIVIL MECÁNICO**

SANTIAGO DE CHILE  
OCTUBRE 2006

# Resumen

En la presente memoria se describe la dinámica del flujo y la transferencia de calor de un fluido contenido en un espacio cerrado cuadrado con temperaturas diferentes en las dos paredes verticales. Se considera la condición de borde térmica de paredes horizontales perfectamente conductoras. Este caso se acerca más a la realidad física que el de una cavidad con paredes horizontales adiabáticas, cuando el fluido confinado es aire. A pesar de esto, la condición de borde propuesta ha sido menos usada que la adiabática en estudios de simulación numérica.

El problema se estudia por medio de la resolución directa de las ecuaciones de *Navier-Stokes*, continuidad y energía, para un amplio rango de números de *Rayleigh* (entre  $10^4$  y  $10^{10}$ ). Para la resolución se usa un código basado en el método **SIMPLER**, el cual entrega soluciones suficientemente precisas a altos números de *Rayleigh*, como revelan las diversas validaciones efectuadas.

Esta condición genera inestabilidades de flujo a números de *Rayleigh* levemente superiores a  $10^6$ . Por esta razón, en esos casos se generan regímenes dependientes del tiempo, para los cuales se estudia la dinámica del flujo y la transferencia de calor, tanto en el régimen transiente inicial como en el estado final estadísticamente permanente. Mientras el régimen final en el caso  $Ra=10^6$  es permanente, para  $Ra=10^7$  es periódico, como lo revelan las curvas de evolución de número de *Nusselt*. A números de *Rayleigh* superiores el régimen es totalmente aperiódico.

Se obtienen y correlacionan los promedios temporales de los números de *Nusselt* en las paredes verticales y en el plano medio vertical de la cavidad. Este último es netamente superior a los números de *Nusselt* de pared, representando el calor total movido por la cavidad con la condición de borde usada. Para los dos números de *Rayleigh* más altos se realiza un análisis de las frecuencias de oscilación importantes en los números de *Nusselt* y en la temperatura local.

# Nomenclatura

- $Q$ : Flujo de calor.
- $U$ : Velocidad en el eje  $x$ .
- $V$ : Velocidad en el eje  $y$ .
- $Nu$ : Número de *Nusselt*.
- $Pr$ : Número de *Prandtl*.
- $Ra$ : Número de *Rayleigh*.
- $S$ : Razón de aspecto.
- $T_H$ : Temperatura pared caliente.
- $T_C$ : Temperatura pared fría.
- $g$ : Aceleración de gravedad.
- $\Theta$ : Temperatura adimensional.
- $H$ : Altura de la cavidad.
- $L$ : Largo de la cavidad.
- $\beta$ : Coeficiente de expansión térmica del aire.
- $\alpha$ : Difusividad térmica.
- $\rho$ : Densidad.

# Agradecimientos

Deseo expresar mi mas profundo agradecimiento a mi profesor guía don Ramón Frederick G. por todo el apoyo y tiempo que me dedicó durante la realización de este trabajo y al Departamento de Ingeniería Mecánica por darme una gran formación.

A mi familia que me esperó pacientemente, en especial a mi tía Eliana Courtin Lyon, quien me acogió en su hogar durante estos largo años de estudio y a mis padres que siempre me apoyaron en mis locas ideas.

A mis compañeros mecánicos, Rodrigo, Cristián (siii pohhhh), Natalia, Armando, Ricardo, Canek, Pablo, David, Mugui Mugui y Sandro con quienes pasamos largas noches de estudio y fundamos la *familia mecánica* (Leo, te debo un pendrive), a mis amigos del Centro de Estudiantes de Ingeniería, Daniela, Andrés, Milenko, Pancho y Marcelo, con quienes formamos la directiva CEI más desastrosa de todos los tiempos. A mis amigos, Paco, Olatín, Mauro, Camila y Vale, quienes hicieron más llevadero mi tiempo en la universidad. A todos los que me apoyaron con una raya y me permitieron estar en el CEIMEC y luego en el CEI.

A los profesores Roberto Corvalán P., Ramón Frederick G. y Rodrigo Pascual J. por confiar en mi y apoyarme en mi doctorado.

A tío Willy por alimentarme sanamente y a precios módicos durante esas largas noches de estudio.

A Pepe (Guille) y Jeanette, por soportar mi mal genio. A Soledad, Raquel, Gladys y Ricardo, por su gran disposición.

Finalmente agradezco a todos los que hicieron de éstos los mejores años de mi vida.

A Natalia, sin ella todo habría sido imposible

# Índice general

<b>1. Introducción y Objetivos</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	3
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.4. Resultados Esperados . . . . .	5
1.5. Alcances . . . . .	5
<b>2. Análisis Bibliográfico</b>	<b>6</b>
<b>3. Metodología</b>	<b>9</b>
3.1. Formulación del Problema de Convección Natural Bidimensional . . . . .	9
3.2. Metodología . . . . .	11
<b>4. Resultados y Discusión</b>	<b>16</b>
4.1. Validación para $Ra=10^4$ , Caso Adiabático . . . . .	17
4.2. Validación para $Ra=10^8$ , Caso Adiabático . . . . .	18
4.3. Simulación del Problema con Paredes Conductoras a Altos Números de <i>Rayleigh</i> . . . . .	21
4.4. Descripción de los Ensayos . . . . .	21
4.5. Descripción del Período Transiente Inicial . . . . .	22
4.6. Detalles de los Casos Corridos . . . . .	22
4.6.1. $Ra=10^6$ . . . . .	22
4.6.2. $Ra=10^7$ . . . . .	31
4.6.3. $Ra=10^8$ . . . . .	33
4.6.4. $Ra=10^9$ . . . . .	41
4.6.5. $Ra=10^{10}$ . . . . .	56
4.7. Resumen de Resultados . . . . .	60
<b>5. Conclusiones</b>	<b>63</b>

# Capítulo 1

## Introducción y Objetivos

### 1.1. Introducción

Desde mediados de los años 60 han estado en estudio los problemas de convección natural en recintos cerrados (cavidades).

El problema más básico de éstos es el de convección natural bidimensional de un fluido confinado en un recinto rectangular vertical, con dos paredes verticales a temperaturas impuestas distintas (diferencialmente calentadas,  $DC$ ) y las dos paredes horizontales adiabáticas. En ese problema el gradiente de temperatura es perpendicular a la dirección de la gravedad.

Como el aire tiene una conductividad térmica muy baja, cualquier material de las paredes será altamente conductivo respecto a este fluido. En consecuencia, la condición adiabática es muy difícil de cumplir si el fluido es aire. Una condición más realista es la de paredes perfectamente conductoras. Esta condición implica un perfil lineal de temperatura en las paredes horizontales, que va desde la temperatura de la pared caliente hasta la de la fría.

El problema de convección en una cavidad cuadrada con paredes horizontales perfectamente conductoras ha sido menos tratado que el de paredes adiabáticas. Existen sin embargo algunos datos experimentales y de simulaciones numéricas [3], [4] que pueden usarse para validar soluciones.

Para ambos tipos de condiciones de borde térmicas, la imposición de temperaturas diferentes ( $T_H > T_C$ ) a dos paredes verticales (fuentes térmicas, o paredes activas) causa una fuerza de empuje por diferencia de densidades: Cerca de la pared caliente la temperatura del fluido es cercana a  $T_C$ , y es mayor que la temperatura media del fluido  $T_0 = (T_H + T_C)/2$ , por lo tanto la densidad del fluido cerca de esta pared es inferior a la del resto de la cavidad. Por lo tanto se genera un flujo ascendente en la vecindad de la pared caliente, al mismo tiempo que esta pared cede calor al fluido que asciende.

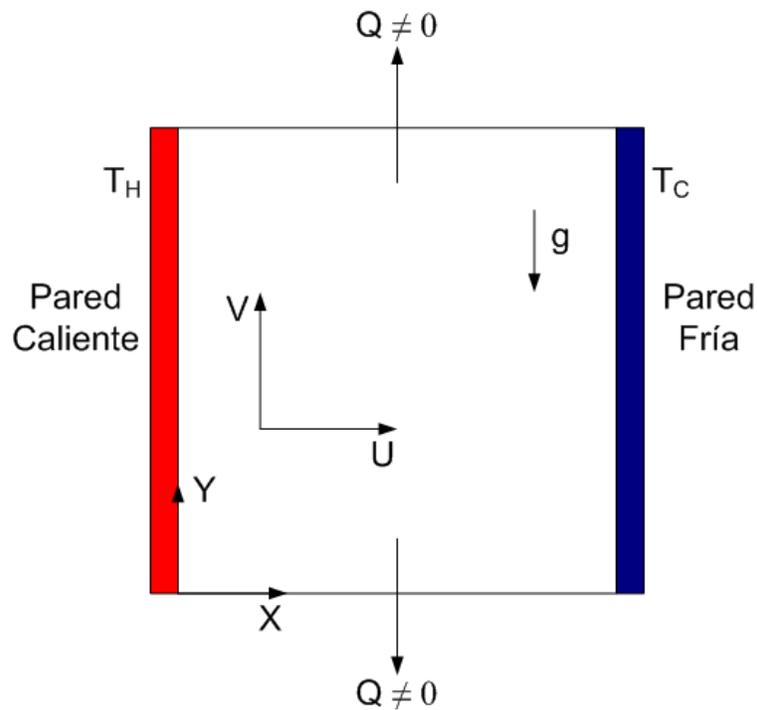


Figura 1.1: Esquema del problema a estudiar

La fuerza de empuje negativa que experimenta el fluido cerca de la pared fría causa su descenso frente a ésta. Por inercia se desarrollan velocidades horizontales de flujo hacia la pared fría en el borde superior y hacia la pared caliente en el inferior, que generan una circulación cerrada.

Si las paredes horizontales son adiabáticas tienen una condición de flujo impuesto nulo, por lo tanto su temperatura es dependiente y no entrega fuerzas de empuje al fluido. Mediante la circulación cerrada, el calor cedido por la pared caliente al fluido es entregado por éste a la pared fría.

En el caso de paredes conductoras, hay también flujos de calor a través de las paredes horizontales. El flujo de calor en dirección horizontal variará con la distancia a la pared caliente.

Las características del flujo y de la distribución de temperatura que resultan de esta situación dependen principalmente de las propiedades físicas del fluido, de la diferencia de temperatura entre las paredes que generan empuje ( $\Delta T = T_H - T_C$ ), y de las dimensiones (altura  $H$  y ancho  $L$ ) del recinto. Estos efectos se resumen en tres grupos adimensionales independientes:

Número de *Rayleigh*, (parámetro de régimen):

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} \quad (1.1)$$

Número de *Prandtl*, (parámetro del fluido):

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.2)$$

Razón de aspecto:

$$S = \frac{H}{L} \quad (1.3)$$

A éstos se agrega el grupo adimensional dependiente, llamado número de *Nusselt*, que representa la transferencia de calor entre las paredes caliente y fría, en términos adimensionales. El número de *Nusselt* local en cualquier punto de la cavidad es:

$$Nu = \frac{qL}{\Delta Tk} \quad (1.4)$$

El flujo local de calor en dirección horizontal es:

$$q = \rho cuT - k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.5)$$

Al evaluar el flujo de calor en las paredes se considera que la velocidad es nula:

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.6)$$

## 1.2. Motivación

El problema descrito tiene una gran cantidad de aplicaciones que se dan en diversos ámbitos. Flujos en cámaras frigoríficas, en espacios habitables, (donde las ventanas y los dispositivos de calefacción son las fuentes térmicas), colectores solares planos y sistemas de enfriamiento de componentes electrónicos son las aplicaciones más nombradas. Estas aplicaciones exigen considerar fluidos de diferentes número de *Prandtl* y espacios de diferente razón de aspecto ( $S > 1$  ó  $S < 1$ ), y altos números de *Rayleigh*.

Además, el hecho de que este problema haya sido poco estudiado en la literatura especializada con condiciones de borde térmicas como las propuestas aquí, indica que la descripción dinámica de los modos de flujo y la transferencia de calor en el caso de altos números de *Rayleigh* es todavía desconocida. Los resultados experimentales disponibles se refieren únicamente a promedios temporales de los números de *Nusselt* en las paredes, pero no dan detalles del modo de flujo. Dado que los números de *Nusselt* reportados en esos estudios son valores promediados en el tiempo, no se tiene indicación del carácter oscilatorio del flujo, que

se producirá para números de *Rayleigh* por sobre  $10^6$ .

Las características del régimen dependiente del tiempo para el caso de paredes horizontales adiabáticas han sido descritas en varias publicaciones previas. Tal descripción no está disponible en el caso de las paredes horizontales perfectamente conductoras.

Como se ha dicho, el problema a estudiar pertenece a la amplia gama de problemas convectivos naturales de incidencia en prácticamente todos los aspectos de la vida humana. La búsqueda de condiciones de confort vía climatización en espacios habitables, oficinas, salas de clases, edificios públicos, depende principalmente de los flujos naturales generados por diversas fuentes calientes y frías, y de la ubicación de éstas. Se trata en general de problemas con escalas espaciales relativamente grandes, en tanto que las escalas temporales que influyen pueden ser pequeñas (caso de inicio de los flujos) o grandes (en régimen permanente o estadísticamente permanente). La necesidad de evaluar las fluctuaciones que estos flujos y sus temperaturas asociadas exhiban es de vital importancia.

El desarrollo de algoritmos computacionales válidos y robustos para situaciones que comprometen sistemas a escala humana es de gran importancia en la actualidad. Esto implica considerar números de *Rayleigh* elevados. Las complicaciones asociadas a estos parámetros incluyen la no linealidad de las ecuaciones gobernantes, y su dependencia del tiempo, factores que determinan la posible aparición de regímenes caóticos.

De la amplia gama de aplicaciones de estos fenómenos (por ejemplo, promoción del aumento de la transferencia de calor desde sistemas que disipan energía, conservación de temperatura en recintos habitables, frigoríficos, etc.) es posible abordar problemas concretos de aplicación si se tienen las herramientas idóneas, no bastando actualmente los análisis térmicos basados en balances globales de materia, energía y cantidad de movimiento.

Por lo anterior es necesario desarrollar algoritmos nuevos, basados en los primeros principios, que resuelvan las situaciones complejas que se pretende abordar con confiabilidad y precisión. Aún más allá se hace necesario tener acceso al comportamiento oscilante verdadero de estos flujos, que resulta no descrito adecuadamente por las aproximaciones usuales de los modelos de turbulencia, que no discriminan la dinámica de escala fina de los escurrimientos.

Por esta razón se desarrolla en este estudio una simulación numérica detallada de una clase de fenómenos relacionados con las temáticas anteriores. En el presente estudio se incorporan mejoras a los esquemas numéricos usados en trabajos previos, con la perspectiva de obtener siempre soluciones progresivamente más precisas, más confiables, y por lo tanto, de mayor potencial de aplicación.

### 1.3. Objetivos

**Generales:**

Determinar los modos de flujo y transferencia de calor para la convección natural bidimensional en una cavidad cuadrada diferencialmente calentada con paredes horizontales perfectamente conductoras, a altos números de *Rayleigh*. Dado que en el rango de *Rayleigh* a estudiar se obtendrán regímenes dependientes del tiempo, se buscará describir tanto la dinámica temporal de las variables significativas tales como temperaturas, velocidades y números de *Nusselt*, así como su comportamiento estadísticamente permanente en base a promedios temporales de esas variables.

**Específicos:**

Realizar simulaciones numéricas del fenómeno para tres números de *Rayleigh*.

- De las simulaciones, obtener las evoluciones temporales de *Nusselt* y de otras variables como temperaturas en ubicaciones específicas.
- En base a las evoluciones temporales obtener frecuencias características de la oscilación de estas variables mediante la transformada rápida de *Fourier*.
- A partir de las evoluciones obtener promedios temporales de variables como los números de *Nusselt* para caracterizar el régimen estadísticamente permanente.
- En base a toda la evidencia anterior caracterizar el fenómeno convectivo tanto en el período transiente inicial como en el régimen final.

### 1.4. Resultados Esperados

- Caracterización del régimen de flujo y transferencia de calor en cavidades rectangulares con paredes verticales diferencialmente calentadas y con paredes horizontales perfectamente conductoras. Esta caracterización consiste en determinar la evolución temporal de los números de *Nusselt* significativos para el transporte de calor (curvas *Nu* versus tiempo), y obtener promedios temporales.
- Caracterizar los campos de temperatura y velocidad instantáneos y promedio mediante diagramas de isothermas y de vectores de velocidad.
- Obtener series de tiempo de velocidades y temperaturas en puntos escogidos de la cavidad.
- Determinar las principales frecuencias de oscilación de estas variables.

### 1.5. Alcances

Aunque los fenómenos a estudiar son tridimensionales, su descripción para altos números de *Rayleigh* es computacionalmente muy costosa. Se ha optado por la solución bidimensional que es factible con los que se dispone.

## Capítulo 2

# Análisis Bibliográfico

En la fluidodinámica computacional (CFD) el problema básico de la convección natural de aire ( $Pr=0.71$ ) en una cavidad cuadrada ( $S=1$ ) ha tenido por muchos años un lugar central ya que se trata del más simple problema de convección no lineal con acoplamiento entre las ecuaciones de *Navier-Stokes* y energía.

La no-linealidad proviene de los términos de inercia y convectivos en esas ecuaciones. **De Vahl-Davis** [1] produjo en 1983 una solución de referencia (*Benchmark*) para el caso adiabático, que ha sido usada por muchos investigadores para validar sus algoritmos de resolución de este sistema de ecuaciones. Esta solución consiste en un conjunto de valores de parámetros globales (número de *Nusselt* y velocidades máximas) así como en un conjunto de campos de flujo y temperatura, que representan la solución en todo detalle y que se presentaron gráficamente en forma de curvas de nivel. Otra solución benchmark para el caso adiabático, en un rango mas amplio de número de *Rayleigh* fue presentada por **Tric** et al. en el 2000 [2], la cual abarca los casos bidimensionales y tridimensionales en un rango más amplio de número de *Rayleigh*, que alcanza hasta  $10^8$  en el caso 2D.

**G. De Vahl-Davis** describe un método computacional para obtener una solución precisa de las ecuaciones que describen la convección natural de dos dimensiones en una cavidad cuadrada con paredes laterales diferencialmente calentadas. Se usaron aproximaciones de diferencias centrales de segundo orden. El refinamiento de malla y la extrapolación condujeron a las soluciones para  $10^3 < Ra < 10^6$ . Se consideró el problema de un flujo de dos dimensiones de un líquido de *Boussinesq* de *Prandtl* número 0.71 en una cavidad cuadrada de lado  $L$ . Las dos componentes de la velocidad son cero en los bordes. Se aíslan las paredes horizontales, y los lados verticales están en las temperaturas  $T_h$  y  $T_c$ . Las soluciones de este problema, velocidades, temperaturas y tasas de transferencia de calor, se obtuvieron para números de *Rayleigh* de  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$ .

**E. Tric, G. Labrosse, M. Betruni** [2] dan soluciones aproximadas a las ecuaciones que gobiernan la convección natural del aire en una cavidad cúbica, conducidas térmicamente sobre dos caras verticales opuestas, para números de *Rayleigh* sobre  $10^7$  y con las cuatro paredes restantes adiabáticas. Estas soluciones se obtienen con el algoritmo pseudo-spectral de *Chebyshev*, basado en el método de la proyección-difusión.

Las soluciones obtenidas tienen errores globales relativos inferiores a 0.03-0.05 % en el error global relativo para el número correspondiente de *Rayleigh* en el rango ( $10^3$ ,  $10^7$ ). Esto indica claramente una evolución no monótona de la estructura del flujo como aumento del *Ra*. Los autores entregan también una solución *benchmark* 2D para una cavidad cuadrada con paredes horizontales adiabáticas hasta  $Ra=10^8$ .

Cuando se dispone de una solución confiable (*Benchmark*) para el problema básico se puede validar los algoritmos para realizar investigaciones numéricas de diversos problemas relacionados, entre los que se cuentan: cavidades de alta razón de aspecto ( $S>1$ ) y cavidades de baja razón de aspecto ( $S<1$ ).

Las simulaciones del caso perfectamente conductor son menores en número. La referencia más reciente es un benchmark experimental desarrollado por **Leong** et al. [3], el cual usa una cavidad cúbica con dos paredes activas y el resto de las paredes perfectamente conductoras. Resultados numéricos de simulación del caso bidimensional fueron presentados por **Raithby** y **Wong** en 1981 [5], para bajos números de *Rayleigh*.

Se sabe además que hasta números de *Rayleigh* levemente superiores a  $10^6$ , se obtiene un régimen final estacionario. A mayores *Ra*, el régimen es dependiente del tiempo, con oscilaciones de las variables velocidad, temperatura y número de *Nusselt*. Es necesario entonces para describir completamente el fenómeno, conocer no sólo los promedios temporales de esas variables, sino también sus modos de oscilación.

Los trabajos de carácter numérico en el problema de cavidades paralelepípedas con paredes laterales y superiores perfectamente conductoras son menos abundantes que los que usan paredes adiabáticas. Los estudios abarcan razones de aspecto de 1 a 4, pero nos restringiremos en este caso a la razón unitaria (cavidad cuadrada).

Diferentes estudios han probado que el problema bidimensional con paredes horizontales adiabáticas es más estable que el de paredes conductoras. En el primer caso la transición a régimen impermanente ocurre aproximadamente a  $Ra=1.8\times 10^8$ . (**Le Quéré** y **Behnia**, 1998). En este caso el número de *Nusselt* medio sobre la pared caliente alcanza el valor de 30.22.

Resultados bidimensionales para el caso perfectamente conductor a números de *Rayleigh* moderados fueron presentados por **Raithby** y **Wong** (1981) [4]. Excluyendo el caso  $Ra=10^3$ , en que los números de *Nusselt* y los campos de temperatura y velocidad son iguales a los del caso de paredes adiabáticas, se evaluaron los números de *Nusselt* para *Ra* entre  $10^4$  y  $3\times 10^5$ .

**Henkes** y **Le Quéré** [5] publicaron un estudio de simulación numérica en dos y tres dimensiones usando aire como fluido de trabajo. El interés estaba en determinar la frontera entre el régimen permanente y el régimen dependiente del tiempo. En el caso bidimensional, bajo la condición de paredes horizontales perfectamente conductoras la inestabilidad aparece para números de *Rayleigh* entre  $1.8\times 10^8$  y  $2.3\times 10^6$ . Para obtener un caso netamente dependiente del tiempo, estos autores corrieron soluciones bidimensionales hasta

$Ra=10^8$ . Este  $Ra$  es tan alto que las soluciones pueden describirse como caóticas o levemente turbulentas.

El estudio se centra en el comportamiento en tiempos largos desde el inicio (régimen asintótico), y no en los transientes iniciales que se producen al imponer las temperaturas en las paredes a un fluido inicialmente en reposo y a temperatura uniforme. El estado asintótico a  $Ra=10^8$  es no periódico. El número de *Nusselt* en la pared, promediado espacial y temporalmente, da un valor de 23.9 a este número de *Rayleigh*.

Cabe notar que los números de *Nusselt* en las paredes caliente y fría son inferiores en el caso perfectamente conductor respecto al adiabático. Esto es a pesar de que las superficies superior e inferior presentan zonas de temperatura caliente y fría en el primer caso. Una explicación de este efecto se observa en la memoria desarrollada por **Gonzalo Figueroa** en 2001 [9]. Además de la pared caliente, el fluido recibe aporte de calor de las paredes superior e inferior hasta la mitad de la distancia entre las paredes activas ( $X=0.5$ ). De ahí en adelante, una parte del calor es transferida hacia el exterior a través de esas mismas paredes. El resultado de esto es que el número de *Nusselt* medio en el plano  $X=0.5$  es superior al de las paredes. El perfil de *Nusselt* medio según  $X$  presenta una forma de campana con máximo en  $X=0.5$ .

Dada la necesidad de aportar datos experimentales al estudio de este problema, los autores **Leong, Hollands y Brunger** [3] desarrollaron una solución *benchmark* experimental para generar datos de número de *Nusselt* en cavidades cúbicas. Utilizando aire como fluido de prueba, se realizó la determinación experimental de números de *Nusselt* en una cavidad cúbica con dos paredes a temperaturas diferentes y el resto de las paredes perfectamente conductoras. El rango de número de *Rayleigh* abarcó desde  $10^4$  a  $10^8$ . Se considera que los valores producidos pueden ser útiles para validar simulaciones de este problema en casos tridimensionales, y con algunas reservas, también para validar simulaciones bidimensionales.

**Pepper y Hollands** (2002) [7] reportan un estudio comparativo de los números de *Nusselt* experimentales con una serie de simulaciones numéricas. Se obtuvo un acuerdo relativamente importante, aunque aparecieron significativas diferencias en algunas simulaciones.

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Formulación del Problema de Convección Natural Bidimensional

Una cavidad paralelepípeda de lados basales  $L$  y altura  $H$  (Figura 1.1) contiene aire ( $Pr=0.71$ ). Se considerarán cavidades cuadradas ( $L=H$ ). La fuente caliente está a temperatura  $T_H$ , La pared fría está a  $T_C$ . Se supone que no se alcanza estado estacionario para ciertos valores del número de *Rayleigh* en los casos considerados. Las ecuaciones adimensionales de continuidad (3.1), momentum (3.2-3.3) y energía (3.4) para flujo laminar, transiente, de un fluido incompresible con la aproximación de *Boussinesq* y con disipación viscosa despreciable, son respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + RaPr\Theta \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \quad (3.4)$$

$Ra = g \beta \Delta T L^3 / \nu \alpha$  es el número de *Rayleigh* basado en  $L$ , que es la distancia entre las paredes activas.  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica del aire.

Las ecuaciones se han hecho adimensionales partiendo de las dimensionales, usando el lado de la cavidad  $L$ , las propiedades físicas del aire tales la difusividad térmica  $\alpha$ , la densidad  $\rho$  y la diferencia total de temperatura aplicada a las paredes verticales  $\Delta T = T_H - T_C$  como magnitudes de referencia.

Como condiciones de borde dinámicas, las velocidades adimensionales  $U, V$  según las coordenadas  $X, Y$  respectivamente son cero en las paredes.

La temperatura adimensional se define como  $\Theta = (T - T_0) / \Delta T$ , en que  $T_0$  es el promedio de las temperaturas de las paredes caliente y fría. Con esta definición las condiciones de borde térmicas son:

- Paredes verticales:

$$\Theta(X = 0, Y, t) = 0,5 \quad (3.5)$$

$$\Theta(X = 1, Y, t) = -0,5 \quad (3.6)$$

- Paredes horizontales:

$$\Theta(X, Y = 0, t) = 0,5 - X \quad (3.7)$$

$$\Theta(X, Y = 1, t) = 0,5 - X \quad (3.8)$$

Con estas expresiones la distribución de temperatura en las paredes horizontales queda expresada como una función lineal con valores de 0.5 en  $X=0$  y -0.5 en  $X=1$ .

La condición inicial es la de flujo en reposo y a temperatura uniforme en  $t=0$ , es decir :  $U=V=\Theta=0$ ,  $0 \leq X \leq 1$ ,  $0 \leq Y \leq 1$ ,  $t=0$ .

El número de *Nusselt* horizontal en cualquier parte de la cavidad se puede expresar en términos de las variables adimensionales de la forma:

$$Nu = U\theta - \frac{\partial\theta}{\partial X} \quad (3.9)$$

Y en las paredes:

$$Nu = -\frac{\partial\theta}{\partial X} \quad (3.10)$$

Los promedios espaciales del número de *Nusselt* se pueden evaluar como:

$$\overline{Nu} = \int_1^0 Nu dY \quad (3.11)$$

Se pueden obtener promedios de *Nusselt* en la pared caliente, en la fría y en cualquier plano vertical caracterizado por un valor de la coordenada  $X$ .

También se pueden obtener números de *Nusselt* locales verticales, por la expresión:

$$Nu = V\theta - \frac{\partial\theta}{\partial Y} \quad (3.12)$$

Este sistema de ecuaciones, no lineal y dependiente del tiempo, es capaz, según los valores de los parámetros independientes, de describir la dinámica de desarrollo del flujo desde el inicio, y también describir el estado final, el cual será permanente a números de *Rayleigh* bajos (hasta  $10^6$ ) e impermanente a mayores  $Ra$ .

### 3.2. Metodología

La simulación del flujo y la transferencia de calor se efectúan por resolución directa del sistema de ecuaciones de *Navier-Stokes*, energía y continuidad, formulado en el capítulo anterior. Para este efecto se utiliza el algoritmo **SIMPLER** (*Patankar*) que ha sido usado en estudios anteriores.

Para limitar el número de variables independientes se usará un número de Prandtl fijo, de 0.71 correspondiente a aire. Se fija también la razón de aspecto (1.0).

Se disponía de un código computacional para realizar las simulaciones. Este está preparado para el caso de paredes adiabáticas. El código usa mallas de paso variable, que se afina cerca de las paredes.

Se realizaron ensayos a bajo número de *Rayleigh* para familiarizarse con el uso del programa principal y programas anexos.

Para empezar: se corrió  $Ra=10^4$ , con los dos tipos de condiciones de borde. Luego se corrió el caso  $Ra=10^6$ , con paredes horizontales perfectamente conductoras. Este es el caso límite del régimen permanente, más allá del cual las soluciones que se obtienen tendrán carácter impermanente.

La metodología consiste en la resolución del sistema de ecuaciones anterior por un método numérico. El método elegido es el de volúmenes de control finitos.

En este método se obtienen ecuaciones discretizadas por medio de una integración de las ecuaciones diferenciales sobre cada uno de los volúmenes de control definidos dentro de la región de análisis. Las ecuaciones discretizadas se resuelven como un sistema de ecuaciones algebraicas para obtener los campos de temperatura y de velocidad.

La no linealidad de las ecuaciones (en sus términos de inercia y convectivos) y el acoplamiento de los campos de velocidad y presión han determinado que se hayan creado diversos esquemas numéricos para la resolución del sistema. En este estudio utilizaremos una variante del método **SIMPLER** de *Patankar*, que se puede esquematizar de la siguiente manera (Figura 3.1):

#### RESUMEN DEL ALGORITMO SIMPLER:

1. Estimar un campo de velocidades
2. Calcular los coeficientes de la ecuación discretizada de momentum y calcular las “pseudo velocidades”  $u_s, v_s$  de las ecuaciones de momentum sin campo de presión, substituyendo los valores de velocidades en los puntos vecinos.
3. Calcular los coeficientes de la ecuación de presión y resolver ésta para obtener un campo de presión,  $p$ .
4. Considerando este campo de presión como imperfecto,  $p^*$ , resolver las ecuaciones de momentum para obtener velocidades imperfectas  $u^*, v^*$  y  $w^*$ .
5. Calcular el término de fuente de masa en cada volumen de control (en base a las velocidades recién calculadas) y resolver la ecuación de corrección de presión ( $p'$ )
6. Corregir el campo de velocidades mediante las correcciones de presión, sin corregir la presión.
7. Resolver la ecuación de discretización para la temperatura.
8. Volver al punto 2 y repetir hasta que se obtenga una solución convergida.

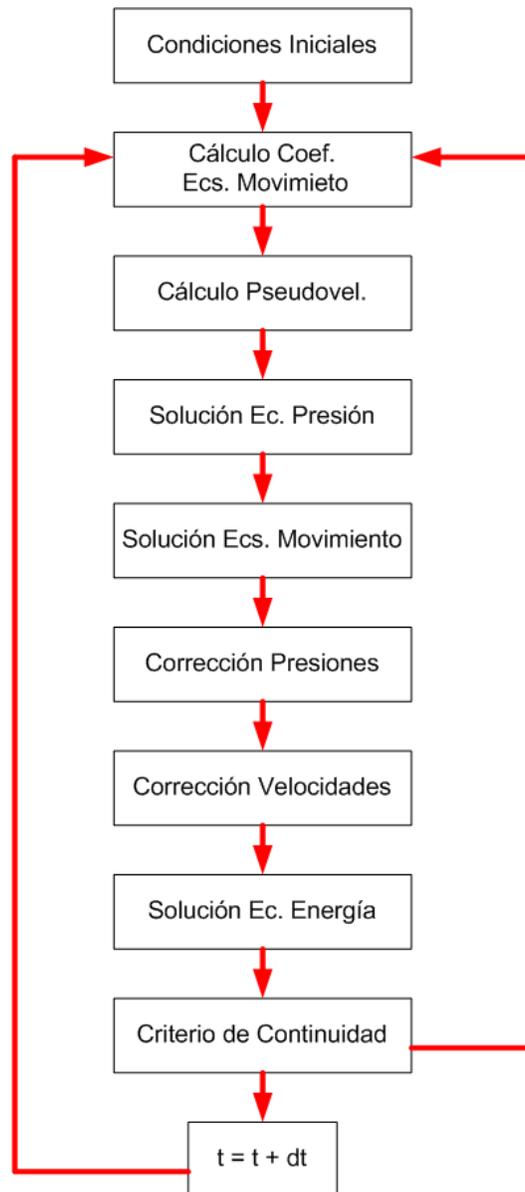


Figura 3.1: Esquema del algoritmo a ocupar

La lógica de este procedimiento está en que las ecuaciones pueden resolverse con un campo de presión dado o estimado. Si este no se puede estimar, se lo construye a través de las “*pseudo velocidades*”. Estas se calculan a partir de las ecuaciones de momentum sin campo de presión, (por lo cual no son velocidades en sentido estricto) formando coeficientes de discretización con las velocidades supuestas inicialmente.

Cómo se obtiene el campo de presión: De la ecuación de continuidad, se obtiene la ecuación de presión. La ecuación de continuidad se integra sobre el volumen de control principal. Las velocidades que entran y salen de las caras se expresan como suma de las pseudo velocidades más el término que contiene el gradiente

de presión. De esto se obtiene una ecuación para la presión en la forma canónica, con un término fuente que representa el balance neto de los flujos de masa en las caras del  $VC$ , calculado en base a pseudo velocidades.

Luego se resuelven las ecuaciones de momentum con el campo de presión generado, obteniendo velocidades imperfectas. Para mejorarlas, se corrigen las velocidades mediante una corrección de presión.

La corrección de presión se obtiene usando nuevamente la ecuación de continuidad. Esta ecuación se integra sobre un volumen de control principal, en el cual las velocidades están en las caras. La integración entrega las diferencias entre los flujos (velocidades por áreas) que entran y salen del volumen de control. Las velocidades se sustituyen despejándolas de las fórmulas para corrección de velocidad quedando una ecuación para correcciones de presión en la forma canónica, con un término que expresa el residuo de la continuidad en función de las velocidades anteriores. Esta es la ecuación de corrección de presión, que debe resolverse. Finalmente se corrigen las velocidades usando las correcciones de presión.

El método así definido se aplica para una iteración general. Se realizan varias iteraciones generales en cada instante de tiempo, hasta que el residuo de continuidad alcance una cota prefijada. Alcanzada esta cota, se puede pasar al siguiente instante de tiempo. De esta manera se puede describir la evolución temporal del fenómeno.

Lo que se ha descrito hasta aquí es el método **SIMPLER** *Standard*. Diversas consideraciones indican que el método no es suficientemente confiable debido a que permite su uso sin criterios de pasos espaciales y temporales que concuerden.

Respecto a memorias anteriores, se han realizado importantes modificaciones al código, que le dan una alta precisión, a costo de aumentar el tiempo de ejecución de las corridas.

La modificación más importante radica en el algoritmo de corrección de velocidades.

En la implementación convencional de **SIMPLER** las velocidades en cada nodo se corrigen añadiendo a los valores no corregidos el gradiente de presión multiplicado por los recíprocos de los coeficientes totales de velocidad para el punto considerado.

El procedimiento aquí usado se basa en el algoritmo **SIMPLEX** propuesto por *G.D. Raithby y G.E. Schneider* (*Elliptic Systems: Finite difference method II*, Chapter 7 del libro “*Handbook of Numerical Heat Transfer*”, 1988).

Partiendo de las ecuaciones de movimiento discretizadas se las multiplica por un factor  $d$ , incógnita, que será el nuevo multiplicador de las correcciones de presión. Esto genera una ecuación adicional que se resuelve después de obtener las correcciones de presión.

Con los factores  $d$  encontrados después de resolver esta ecuación se corrigen las velocidades.

El resultado de esta adición al algoritmo es que es posible controlar los pasos de tiempo, permitiendo sólo el uso de pasos de tiempo que estén en concordancia con los pasos espaciales, normalmente muy finos, y con las variables del escurrimiento, especialmente las velocidades. Con esto se obtienen cotas superiores a los pasos de tiempo a utilizar, que son normalmente muy finos. Si no se respetan estas cotas, el código diverge. Estas propiedades mejoran la precisión de la solución, que se visualiza especialmente a través de un mejor cumplimiento de la ecuación de continuidad, pero elevan su costo medido en tiempo computacional.

La otra modificación que se implementó consiste en elevar considerablemente la exigencia de precisión en la ecuación de la energía. Se ha observado en otros estudios que la precisión en el algoritmo de temperatura es crucial para lograr una buena predicción de transientes en flujos que evolucionan desde el reposo. El residuo del algoritmo de temperatura se fijó en  $10^{-17}$ . Con esto se logra satisfacer mejor esta ecuación y el sistema conserva energía en mayor medida que en estudios anteriores. Además, en sistemas convectivo naturales una mayor precisión en el campo de temperatura genera una mayor precisión en el campo de velocidades, ya que ambos campos están acoplados en el sistema de ecuaciones a través del término de empuje.

## Capítulo 4

# Resultados y Discusión

Se ha adaptado un programa existente para la resolución del sistema de ecuaciones. Se prepararon dos versiones: una para paredes horizontales conductoras y otra para paredes adiabáticas.

Se simuló el desarrollo del fenómeno a  $Ra=10^4$  para ambos casos, desde  $t=0$ , pasando por el transiente inicial y llegando hasta el régimen permanente. Las curvas de evolución de los números de *Nusselt* promediados sobre las paredes izquierda y derecha, y en el plano vertical medio, se muestran en las Figuras 4.1 y 4.2:

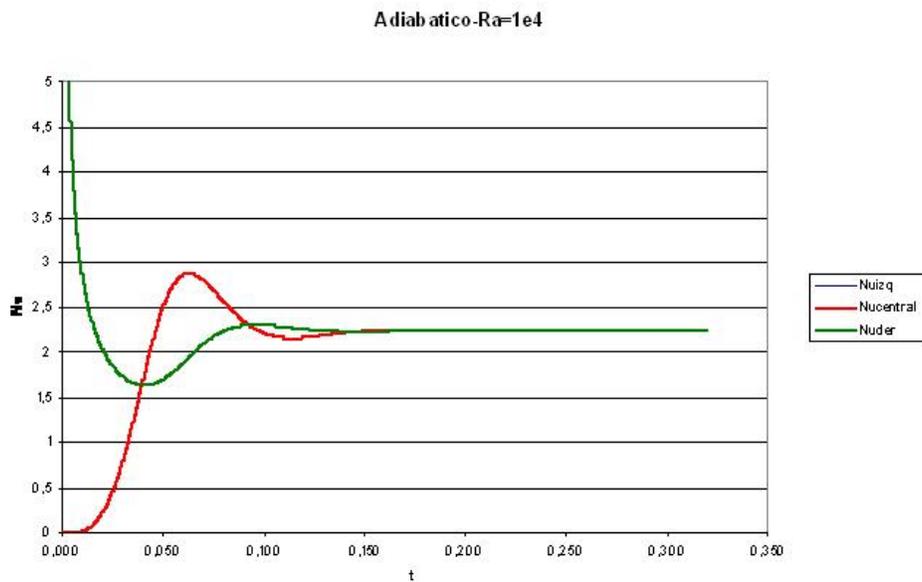


Figura 4.1: Comportamiento del número de *Nusselt* para un problema con paredes horizontales adiabáticas y  $Ra=10^4$

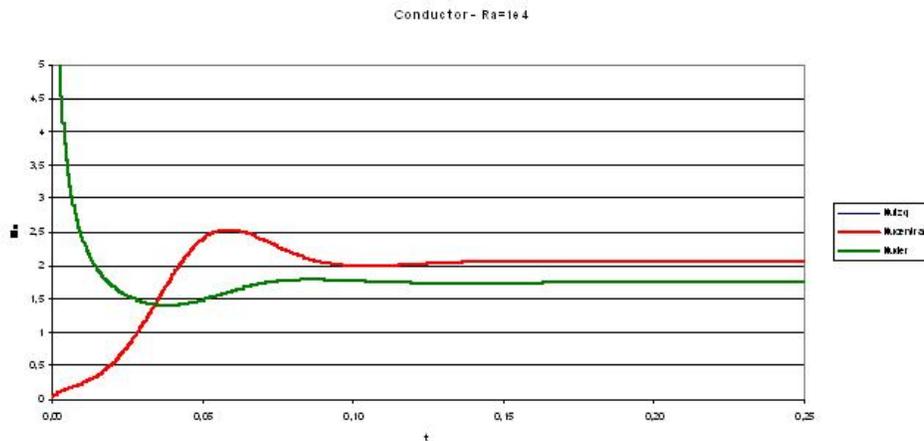


Figura 4.2: Comportamiento del número de *Nusselt* para un problema con paredes horizontales perfectamente conductoras y  $Ra=10^4$

Las curvas muestran que a partir del reposo y temperatura uniforme, el número de *Nusselt* en las paredes es muy alto inicialmente y empieza a decrecer en el tiempo, al engrosar la capa de gradiente térmico adyacente a la pared. El *Nusselt* central, que es nulo inicialmente, asciende hasta llegar a un *peak* que representa la máxima intensidad de mezclado. Luego los *Nusselt* se acercan hasta el régimen permanente. En éste, tanto los *Nusselt* de pared como en el plano vertical medio son todos iguales en el caso adiabático. En el caso perfectamente conductor, sin embargo, los *Nu* de pared finales son inferiores al central.

Una comparación de los números de *Nusselt* de pared para el caso perfectamente conductor con los resultados de *Raithby* y *Wong* [4] arroja los siguientes resultados:

Tabla 1. Comparación de los *Nusselt* de pared, caso conductor con *Raithby* y *Wong*

$Ra$	Referencia	Este Trabajo	Diferencia %
$10^4$	1.75	1.748	-0.11
$10^5$	3.4	3.3597	1.17
$10^6$	-	6.60227	-

#### 4.1. Validación para $Ra=10^4$ , Caso Adiabático

Tabla 2. *Nusselt* en el estado estacionario

Pared Izquierda	Centro	Pared Derecha
2.243781	2.240585	2.243801

- Diferencia entre los dos *Nusselt* de pared:  $8,9 \times 10^{-4} \%$ .
- Diferencia entre *Nusselt* de pared y centro: 0.14 %.

- Comparación con *Tric*: Este autor da iguales valores para los *Nusselt* de pared y centro: 2.245.

Las diferencias de la solución con respecto a este *benchmark* son de 0.054 % y 0.196 % para la pared y centro respectivamente.

## 4.2. Validación para $Ra=10^8$ , Caso Adiabático

Se corrió el caso  $Ra=10^8$  con condiciones adiabáticas en las paredes horizontales. La curva de Números de *Nusselt* versus tiempo (Figura 4.3) muestra el estado final, que es permanente. Hay un leve ruido en los valores de *Nusselt*, que es mas acentuado en el *Nusselt* de pared izquierda. Sin embargo, este no es de significación ya que la fluctuación es de muy pequeña magnitud frente al valor medio de *Nusselt*.

La comparación con los resultados de *Tric* [2] se observa en la siguiente Tabla:

Tabla 3. *Nusselt* caso  $Ra=10^8$ , Caso Adiabático

	$Nu_{izq}$	$Nu_{central}$	$Nu_{der}$
Este trabajo	30.1821873	30.191364	30.1713716
<i>Tric</i>	30.225	30.225	30.225
$\Delta \% \text{Tric}$	-0.14164681	-0.11128551	-0.17743044
$\Delta \% \text{izq-der}$	0.03584723		

Se aprecia que hay una diferencia entre los números de *Nusselt* en la pared izquierda y derecha, la cual no excede del 0.036 %. Por otra parte la diferencia porcentual con los resultados de *Tric*, aunque mayor, es inferior a 0.18 %.

Se adjunta también el diagrama de isotermas correspondiente al estado final a este número de *Rayleigh* (Figura 4.4). La temperatura está completamente estratificada en un núcleo central. El choque de las corrientes frías y calientes generadas en las paredes verticales con las horizontales, causa una separación del flujo de estas paredes. Esta descripción concuerda bien con lo reportado en la literatura [8].

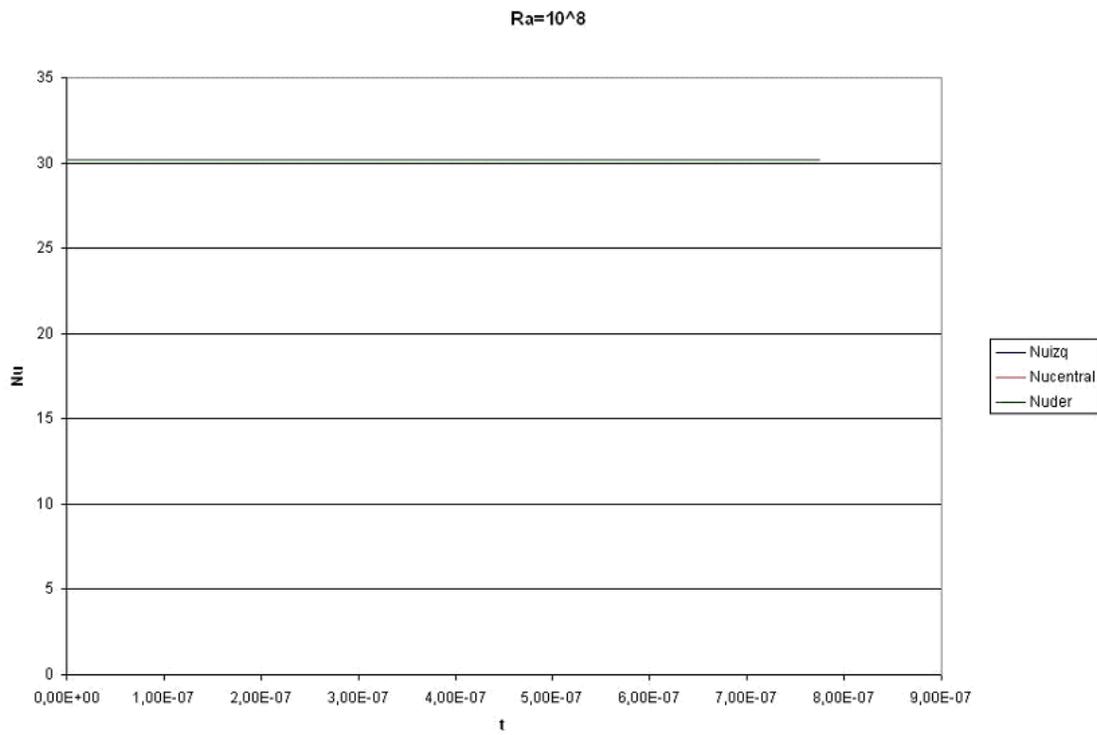


Figura 4.3: Comportamiento del número de *Nusselt* para un problema con paredes adiabáticas y  $Ra=10^8$

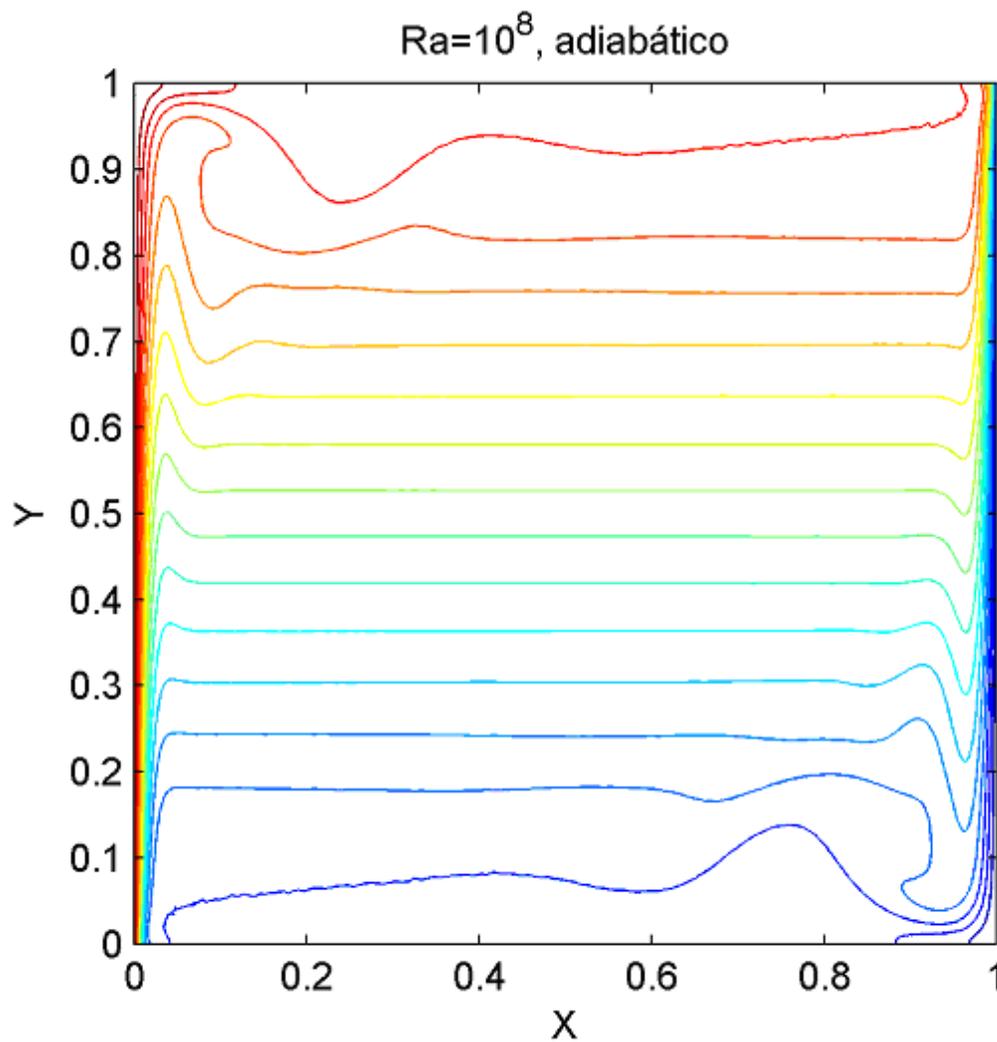


Figura 4.4: Isotermas en el estado final, caso  $Ra=10^8$  conductor

La figura 4.5 muestra el perfil de Número de *Nusselt* local en la pared caliente versus la coordenada vertical  $Y$ , paralela a esta pared. En la zona inferior ( $Y=0$ ) en que el fluido frío choca con la pared caliente, se producen altos valores de *Nusselt* local. Estos van decreciendo hacia arriba, a medida que el fluido, al circular paralelo a la pared caliente, aumenta su temperatura. La curva corresponde al estado final representado en el diagrama de isoterma.

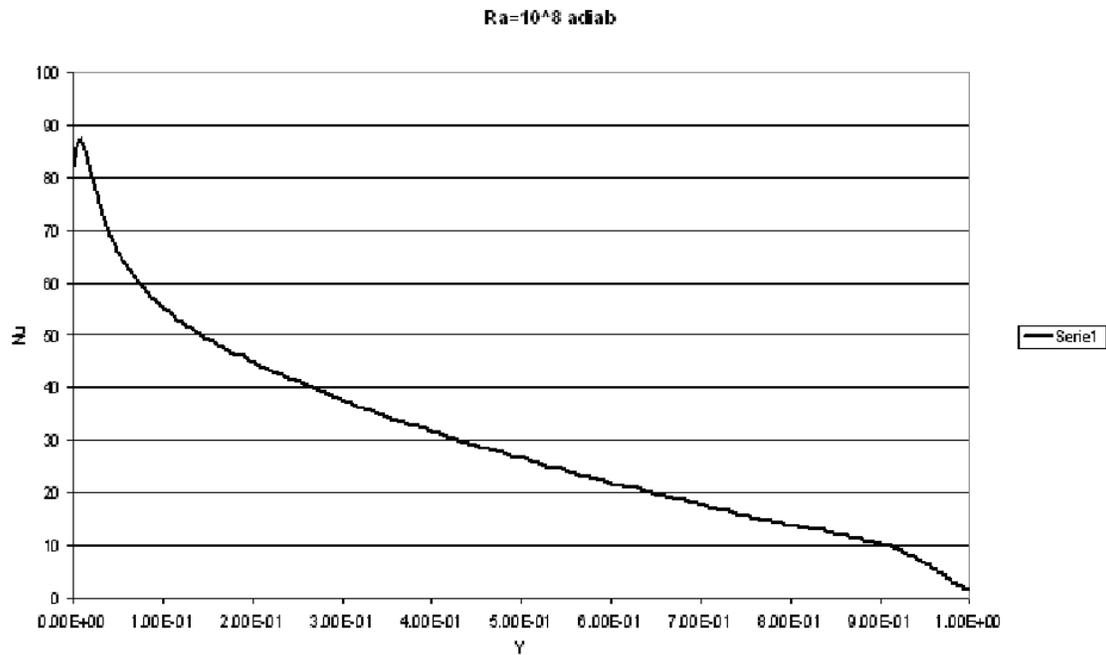


Figura 4.5: Comportamiento del número de *Nusselt* para un problema con paredes adiabáticas y  $Ra=10^8$

### 4.3. Simulación del Problema con Paredes Conductoras a Altos Números de *Rayleigh*

Luego de validar el código a usar se corrieron los casos de convección natural con paredes horizontales perfectamente conductoras para cuatro números de *Rayleigh*:  $10^6$ ,  $10^8$ ,  $10^9$  y  $10^{10}$ . Se espera obtener un régimen final permanente para  $Ra=10^6$ , e impermanente para los otros números de *Rayleigh*. Para los menores  $Ra$  se usó una malla de  $122 \times 122$  nodos, en tanto que para  $Ra=10^9$  y  $10^{10}$  se usó una malla más fina de  $302 \times 302$  nodos. Para el  $Ra$  intermedio ( $10^8$ ) se eligió una malla de  $252 \times 252$ .

Dada la gran duración de los transientes se decidió correr el caso  $Ra=10^{10}$  a partir de una solución que haya alcanzado el estado estadísticamente permanente para  $Ra=10^9$ . De este modo se evita el enorme costo de crear la solución a partir del estado de reposo.

### 4.4. Descripción de los Ensayos

El pequeño paso de tiempo usado permite obtener una descripción precisa de las evoluciones temporales del fenómeno.

## 4.5. Descripción del Período Transiente Inicial

Para los números de *Rayleigh* analizados desde el estado de reposo el proceso transiente inicial tiene las mismas características, y es muy similar al descrito por **Patterson-Imberger** (“*Unsteady natural convection in a rectangular cavity*”, J. Fluid Mech. Vol. 100, pp.65-86, 1980) para el caso de paredes horizontales adiabáticas a bajos números de *Rayleigh*.

A partir de un campo de temperatura uniforme, la imposición de temperaturas caliente y fría a las paredes izquierda y derecha, genera capas de conducción en el fluido adyacente a éstas. Estas capas aumentan de espesor en el tiempo. Dentro de estas capas se generan velocidades verticales ascendentes y descendentes en las capas caliente y fría respectivamente, las que alcanzan valores muy altos, mayores a mayor número de *Rayleigh*.

Los números de *Nusselt* de pared, que son muy altos al inicio, disminuyen progresivamente al aumentar el espesor de las capas conductivas.

## 4.6. Detalles de los Casos Corridos

### 4.6.1. $Ra=10^6$

El caso  $Ra=10^6$  es uno en que el régimen final es permanente. Se corrió con una malla de  $122 \times 122$  nodos y con un paso de tiempo de  $10^{-8}$ .

Los diagramas de isotermas muestran el desarrollo del flujo desde el estado inicial de reposo a la temperatura uniforme.

Inicialmente se desarrollan capas caliente y fría en las superficies activas. A diferencia del caso adiabático, estas capas incluyen los sectores de las paredes horizontales en los cuales el perfil lineal de temperatura tiene zonas frías y calientes.

La creación y engrosamiento de estas capas de temperatura se refleja en las curvas de evolución de Número de *Nusselt* y de las velocidades máximas en los ejes. Se muestran la velocidad vertical máxima en el eje horizontal,  $V_{max}$  (la cual se da muy cerca de la pared caliente) y la velocidad horizontal máxima en el eje vertical,  $U_{max}$  (la cual aparece muy cerca de la pared superior).

Durante la creación de las capas caliente y fría la velocidad vertical aumenta de manera prácticamente lineal con el tiempo. La creación de esta velocidad se debe a la diferencia de temperatura entre el fluido adyacente a la pared y el que ocupa el resto de la cavidad. Esta diferencia de temperatura causa fuertes diferencias de densidad, las cuales generan el flujo ascendente sobre la pared caliente y descendente sobre la

fría. El fin de este aumento en  $t=0.004$  aproximadamente denota el término de la dominancia de la conducción. En ese momento el número de *Nusselt* de pared deja de disminuir, y comienza a aumentar. Mucho más rápidamente comienza el aumento del *Nusselt* central, asociado a la aparición de la convección.

El mecanismo que desencadena la convección es la descarga hacia el interior de la cavidad, de los flujos que se formaron sobre las paredes verticales durante la dominancia de la conducción. La secuencia de isothermas muestra el desarrollo de este proceso de descarga, que tiende a producir una estratificación de temperatura (con temperaturas altas arriba y bajas abajo). El régimen permanente en un caso estacionario se alcanzará cuando la estratificación se haya completado. En los casos que dan un régimen final impermanente, el estado final (o estadísticamente permanente) se alcanzará también cuando la capa de fluido esté térmicamente estratificada.

El proceso de estratificación se refleja también en la evolución temporal del número de *Nusselt* (Figura 4.6). Sucesivas descargas de fluido desde las capas límites en las paredes verticales causan máximos y mínimos en el número de *Nusselt* central. Estos máximos y mínimos, que aparecen con un período aproximadamente constante, se amortiguan a medida que progresa la estratificación, se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 4. *Nusselts* caso  $Ra=10^8$ , Caso Adiabático

Tiempo	Valor máximo/mínimo de $Nu_{central}$
6.6677e-3	14.0580
1.0686e-2	12.5190
1.5468e-2	4.69735
2.4026e-2	10.61248
3.0344e-2	6.61305
3.7154e-2	9.29817
4.3652e-2	7.49032
5.0329e-2	8.66097
5.6973e-2	7.9511
6.41e-2	8.35121
7.141e-2	8.1956
8.1354e-2	8.2417

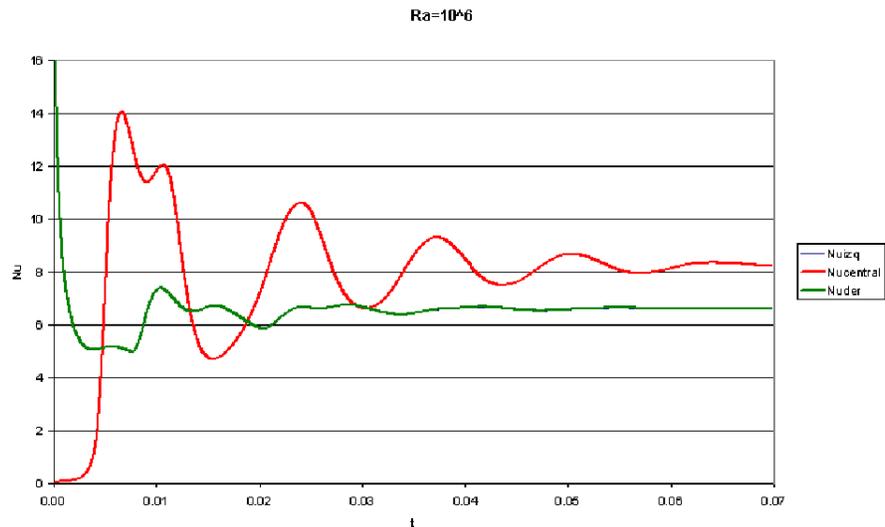


Figura 4.6: Comportamiento del número de *Nusselt* para el caso  $Ra=10^6$  conductor

A partir de  $t=0.004$  aproximadamente, tiempo de aparición de la convección, el *Nusselt* central alcanza valores más altos que el de pared. Esto se debe a que el fluido recibe calor tanto de la pared izquierda (fuente caliente) así como de las zonas calientes constituidas por las mitades izquierdas de las paredes horizontales, que actúan como fuentes térmicas adicionales. Igualmente el fluido entrega calor a la pared vertical derecha y a las zonas frías (derechas) de las paredes horizontales. El calor total movido por el proceso, es, por lo tanto, el que se determina a nivel del plano vertical medio.

Los diagramas de isotermas en tiempos sucesivos revelan una total simetría de los campos de flujo y de temperatura.

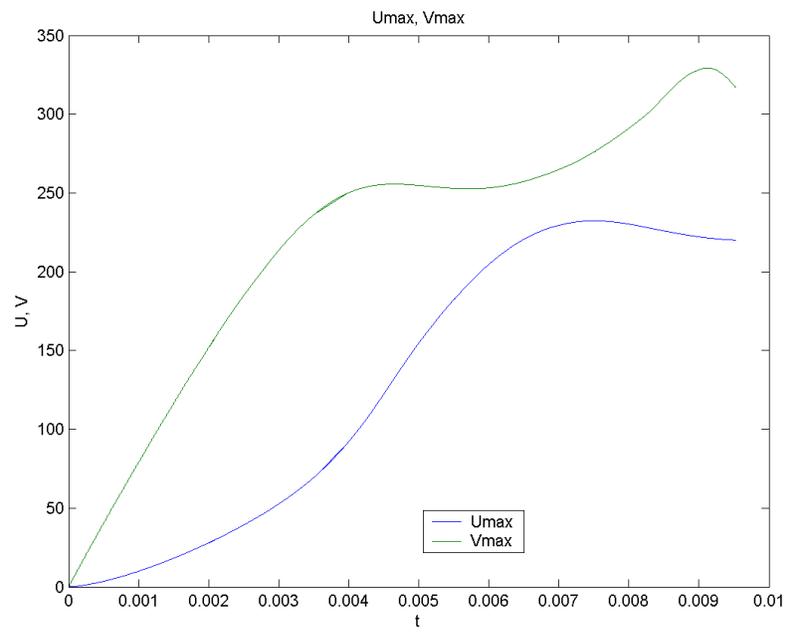


Figura 4.7: Comportamiento de las velocidades máximas para el caso  $Ra=10^6$  conductor

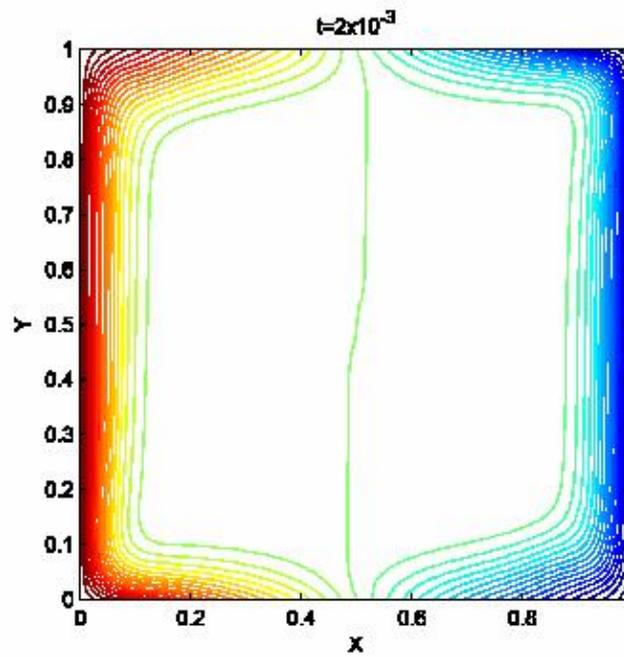
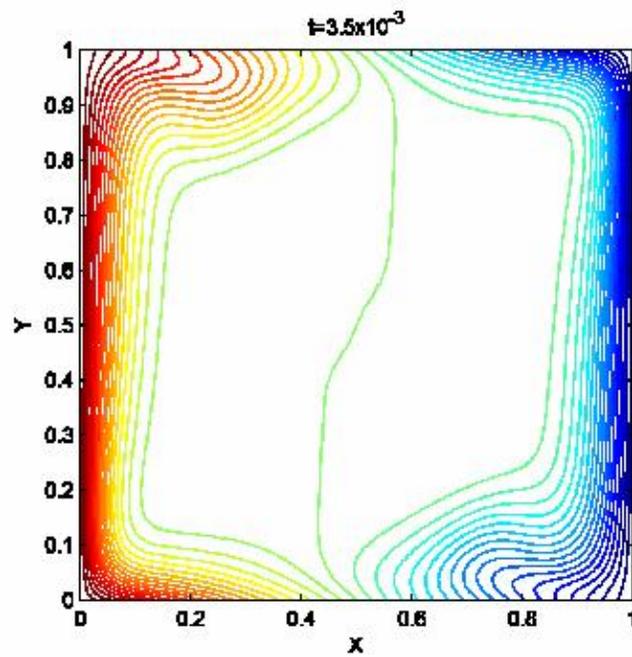
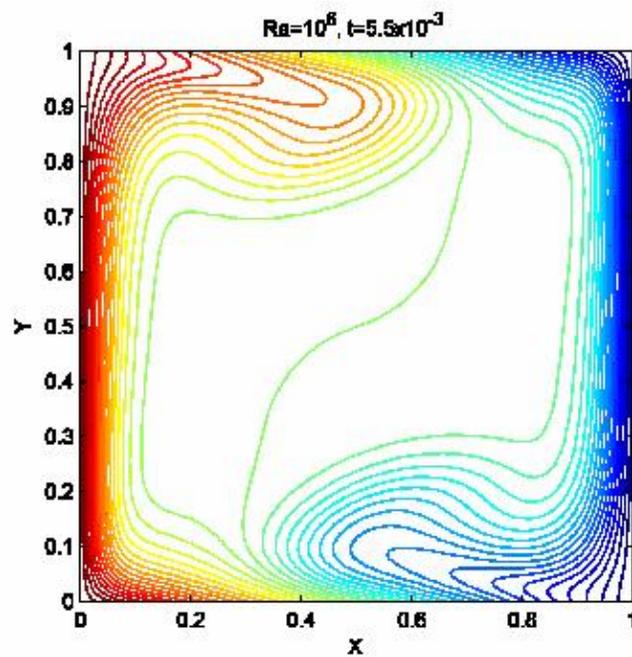
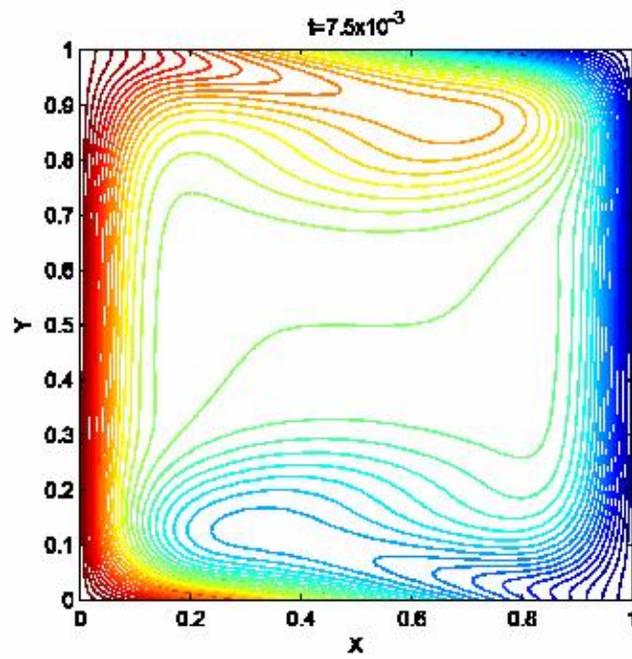
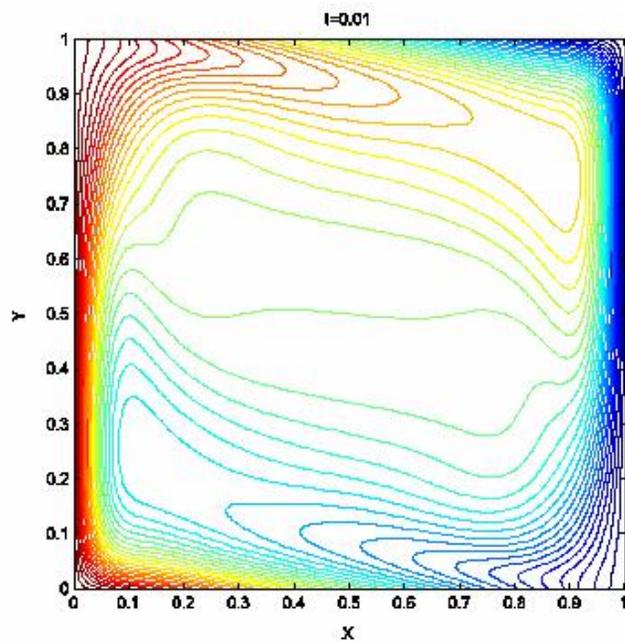


Figura 4.8: Isothermas caso  $Ra=10^6$ , creación de capas caliente y fría

Figura 4.9: Isothermas caso  $Ra=10^6$ , inicio de la descargaFigura 4.10: Isothermas caso  $Ra=10^6$ , avance de la descarga

Figura 4.11: Isotermas caso  $Ra=10^6$ Figura 4.12: Isotermas caso  $Ra=10^6$ , estratificación incipiente

El estado final de este caso es permanente. Las curvas finales de número de *Nusselt* (Figura 4.14) muestran un valor final constante de cada número de *Nusselt*. Los *Nusselt* en las paredes verticales son prácticamente iguales, con una diferencia de 0.025 %, que no alcanza a apreciarse en el gráfico. Sin embargo el *Nusselt* central es bastante mayor, lo que indica una fuerte transferencia de calor a través de las paredes horizontales.

El diagrama de isotermas final (Figura 4.13) muestra un núcleo estratificado, con capas calientes y frías bastante gruesas y un flujo caliente y uno frío generados por las paredes activas. Estos flujos se descargan diagonalmente en la cavidad.

La curva de número de *Nusselt* local en la pared vertical versus la coordenada  $Y$  (Figura 4.15) muestra que el perfil de número de *Nusselt*, a diferencia del caso adiabático, es bajo en la vecindad de  $Y=0$ , creciendo rápidamente con la coordenada  $Y$  a medida que se aleja de la pared horizontal. El valor bajo en la esquina explica el menor valor de los *Nusselt* de pared respecto al caso conductor y se debe a que en ésta, las temperaturas locales de las paredes vertical y horizontal que se intersectan en la esquina  $Y=0$ , son aproximadamente iguales. El rápido ascenso de *Nusselt* local con  $Y$  se debe a que la pared recibe el flujo frío proveniente de la pared opuesta. Más arriba el *Nusselt* local decrece, debido a que la pared calienta el flujo ascendente, lo que produce una disminución del gradiente térmico horizontal adyacente a la pared.

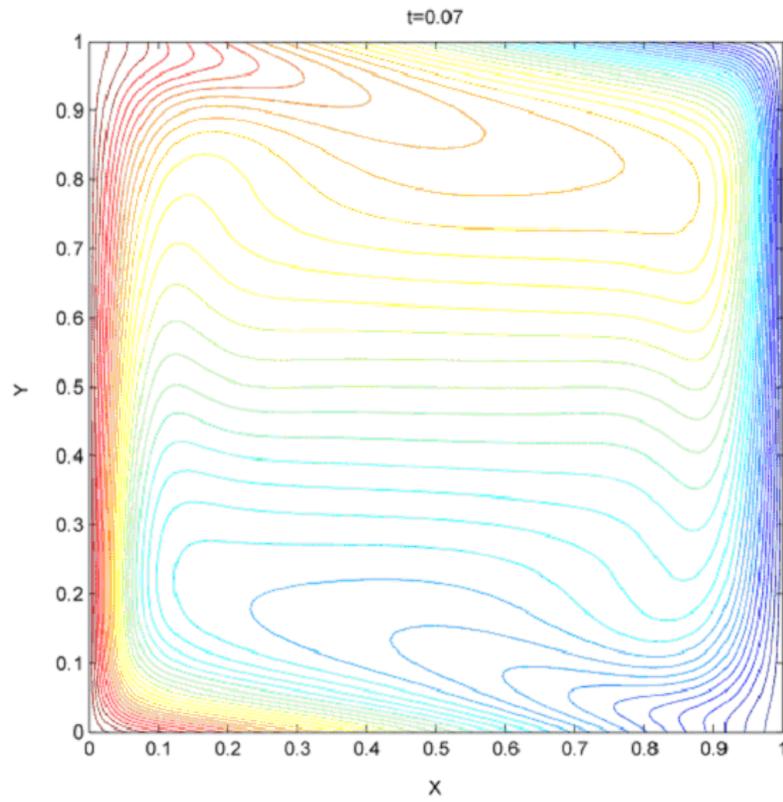


Figura 4.13: Diagrama de isothermas final, caso  $Ra=10^6$  conductor

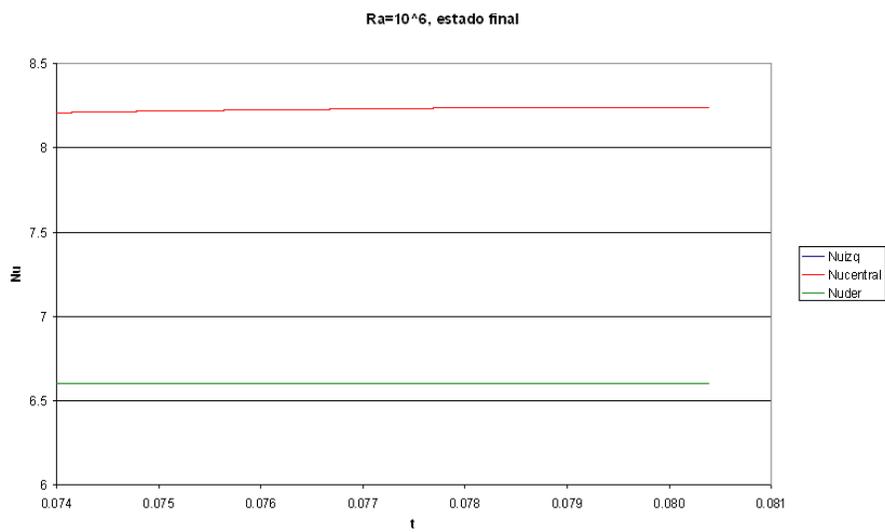


Figura 4.14: Diferencia entre los *Nusselt* de pared y central, caso  $Ra=10^6$  conductor

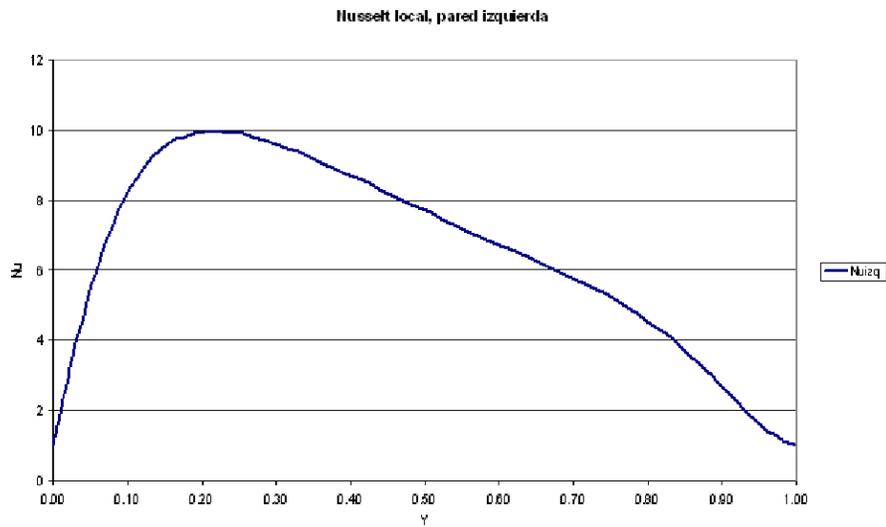


Figura 4.15: Perfil de *Nusselt* local en la pared izquierda, caso  $Ra=10^6$  conductor

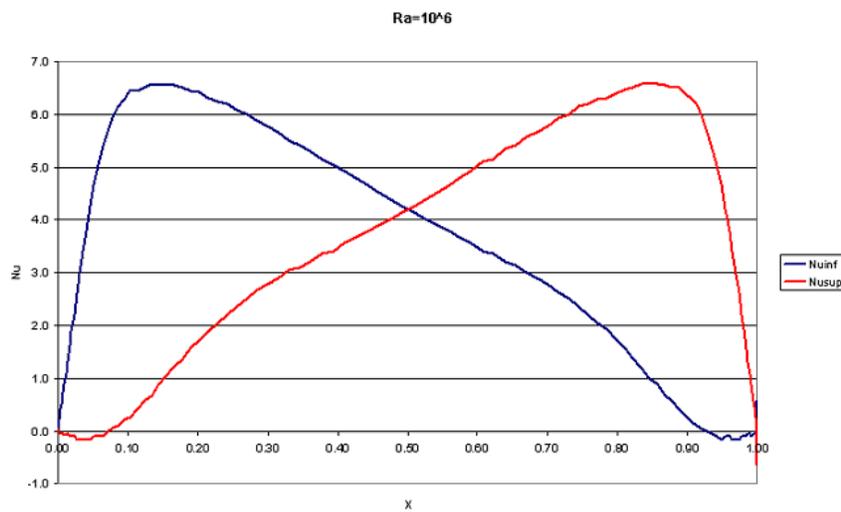


Figura 4.16: Distribución final de número de *Nusselt* local en las paredes inferior y superior, caso  $Ra=10^6$  conductor

La figura 4.16 muestra la distribución final de número de *Nusselt* local en las paredes inferior y superior. El *Nusselt* de la pared inferior es cero en  $X=0$ , debido a que en esa posición las temperaturas de las paredes vertical y horizontal son iguales. Al crecer  $X$ , la pared transfiere calor al fluido frío que viene de la pared en  $X=1$ . A mayores valores de  $X$ , la pared horizontal toma temperaturas mas bajas debido al perfil lineal impuesto, disminuye la diferencia de temperatura pared-fluido y por lo tanto el número de *Nusselt* cae. En

la pared superior el *Nusselt* es cercano a cero en  $X=0$  ya que en esa pared hay contacto de fluido caliente con la zona caliente de la pared superior, y crece al pasar a mayores valores de  $X$ , en que la temperatura de la pared es menor.

Como revela la figura 4.16 los flujos de calor a través de las paredes verticales son hacia arriba. Luego, los flujos en las paredes inferior y superior representan aportes y sustracciones de calor a la cavidad, respectivamente. El calor neto recibido por la cavidad a través de las paredes horizontales se puede ver en la figura siguiente. Este es la diferencia entre los números de *Nusselt* inferior y superior para cada valor de  $X$ . Se puede ver que la cavidad recibe calor hasta  $X=0.5$  y entrega la misma cantidad de calor entre  $X=0.5$  y  $X=1$ . Esto explica el hecho de que el máximo flujo de calor en dirección horizontal se observa en el plano vertical central.

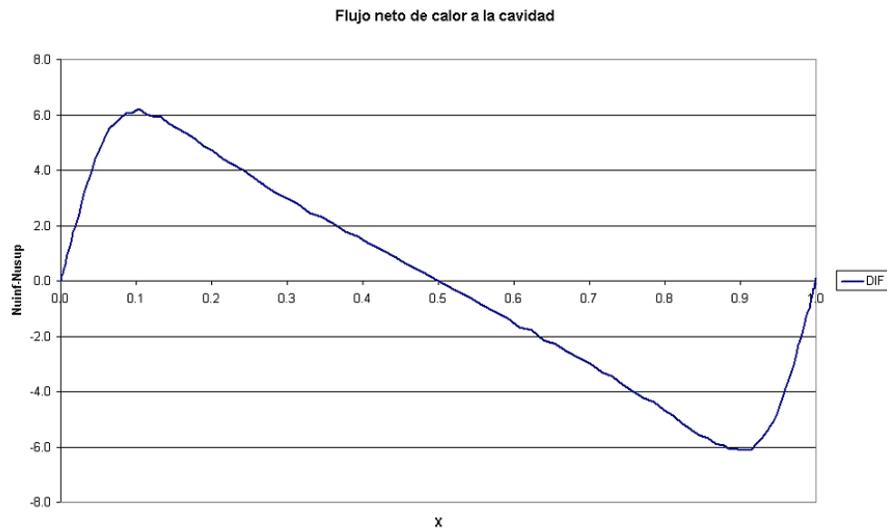


Figura 4.17: Flujo neto de calor a la cavidad

#### 4.6.2. $Ra=10^7$

El caso  $Ra=10^7$  se corrió usando como condición inicial los campos de velocidad, temperatura y presión obtenidos para el régimen final del caso  $Ra=10^8$ . De esta manera no se tuvo acceso al régimen transiente inicial para  $10^7$ . La Figura 4.18 muestra la evolución temporal de los números de *Nusselt*, una vez que el efecto del estado inicial ha sido suprimido. Se observa que el régimen final es dependiente del tiempo, con oscilaciones de gran amplitud en el *Nusselt* central. A diferencia de  $Ra=10^6$ , en que el régimen final era permanente, en este caso los dos números de *Nusselt* de pared no toman valores iguales en cada instante de tiempo, sin embargo oscilan de una manera aproximadamente sinusoidal durante todo el intervalo. Las oscilaciones de los dos *Nusselt* de pared no están en fase.

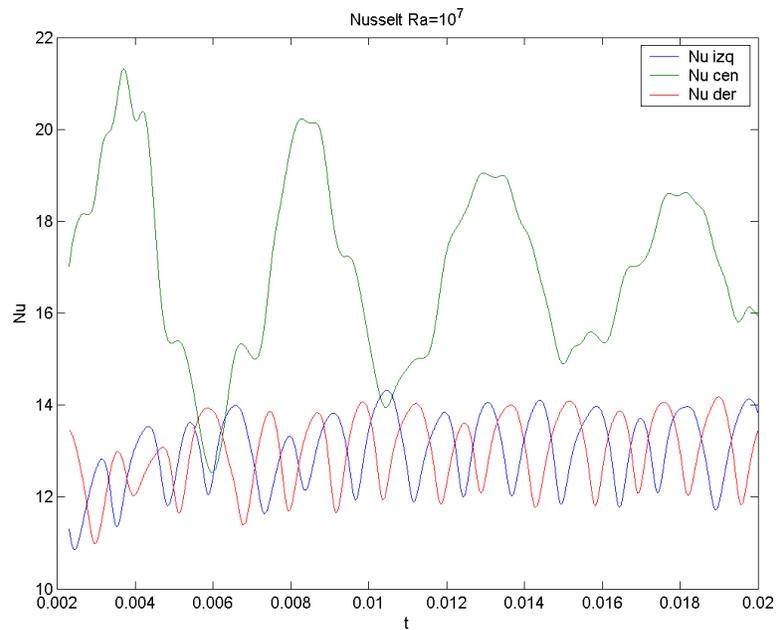


Figura 4.18: Evolución Número de *Nusselt*, caso  $Ra=10^7$  conductor

Se trata en este caso de un régimen laminar fluctuante, en el cual a simple vista es posible identificar las frecuencias de oscilación principales. Adimensionalmente éstas son, para el *Nusselt* central, de 214.3 y para los *Nusselt* de pared, de 785.7.

Los promedios temporales de los *Nusselt* de pared izquierda y derecha (tomados desde  $t=0.01$ ) son de 13.23 y 13.16 respectivamente, con una diferencia porcentual de 0.56 %. El *Nusselt* central toma un valor de 16.75. A partir de este  $Ra$ , en el cual los números de *Nusselt* deben ser promediados de la serie de tiempo, solo es posible indicar dos cifras decimales a lo más.

El campo promedio de temperatura mostrado en la figura 4.19 muestra una completa estratificación en el núcleo y también una completa simetría respecto al eje vertical. Se aprecia una considerable reducción de los espesores de las capas límite térmicas caliente y fría en las paredes verticales con respecto al  $Ra=10^6$ .

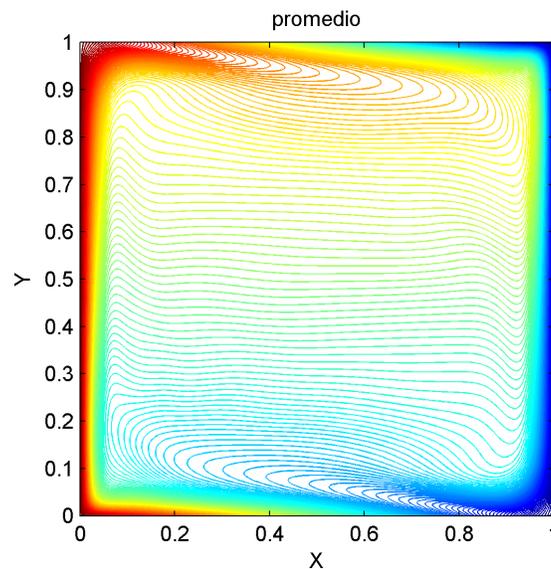


Figura 4.19: Campo promedio de temperatura, caso  $Ra=10^7$  conductor

Son claramente visibles los chorros de fluido que descargan las paredes activas sobre la cavidad. La semejanza de este campo promedio con el campo final estacionario obtenido para  $Ra=10^6$  indica que, a pesar de que el régimen es impermanente, es completamente laminar.

#### 4.6.3. $Ra=10^8$

Para este caso se realizó la simulación del transiente inicial. El fenómeno para este  $Ra$  es similar al anterior, excepto que el inicio de la convección marcado por un término del descenso del *Nusselt* de pared y aumento rápido del *Nusselt* central, ocurre a tiempos mas cortos. ( $t=0.0004$ ).

Los diagramas de isotermas muestran además que en este  $Ra$ , las capas caliente y fría formadas sobre la superficies activas tienen un espesor menor que en el caso precedente. La figura 4.27, para  $t=0.0007$  indica un instante en que la descarga de flujo en la cavidad ya ha comenzado.

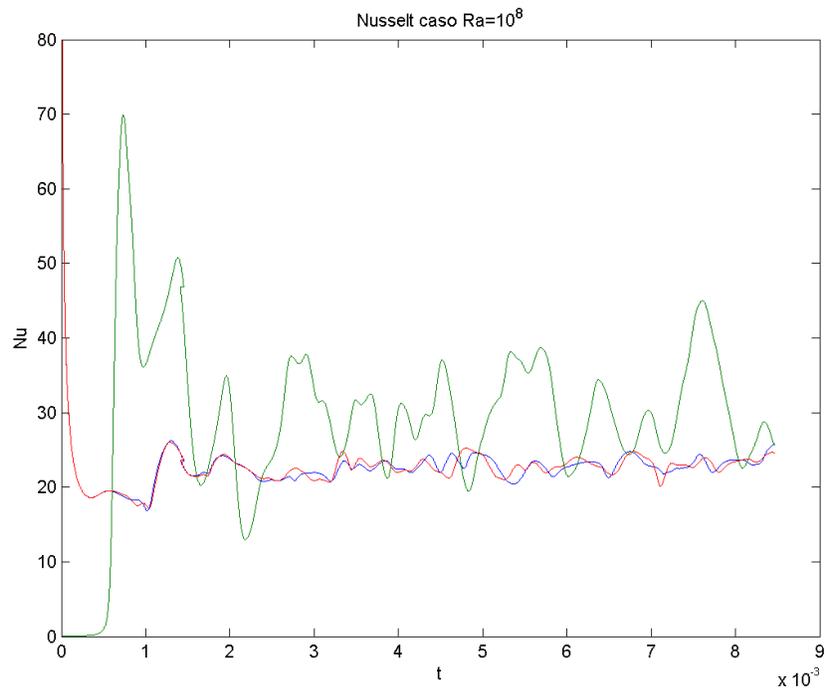


Figura 4.20: Comportamiento del número de *Nusselt* para el caso  $Ra=10^8$

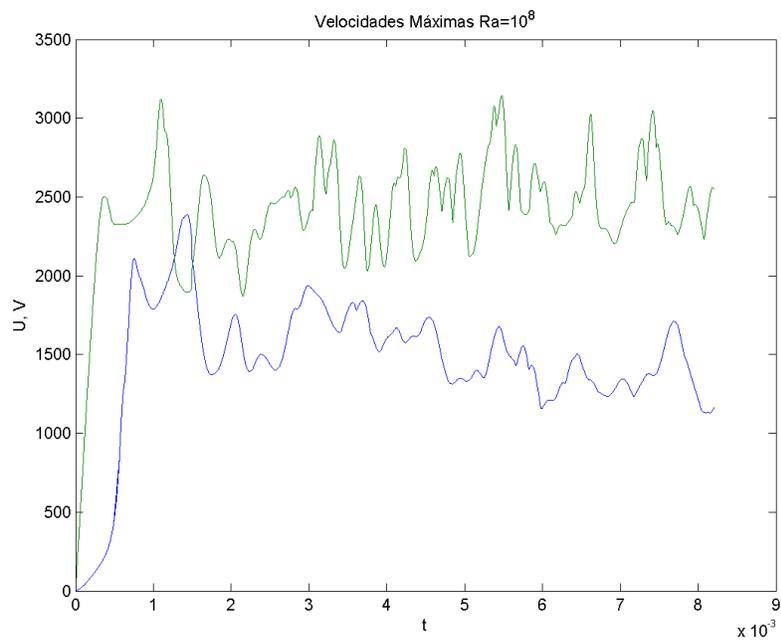


Figura 4.21: Comportamiento de las velocidades máximas para el caso  $Ra=10^8$

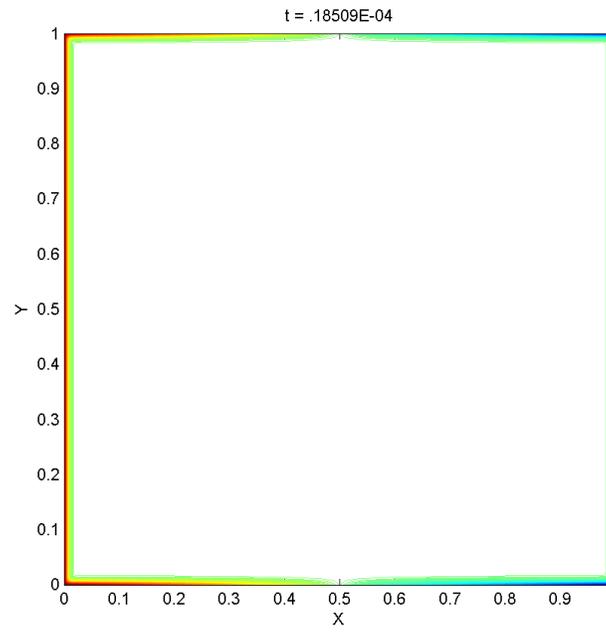


Figura 4.22: Isotermas caso  $Ra=10^8$

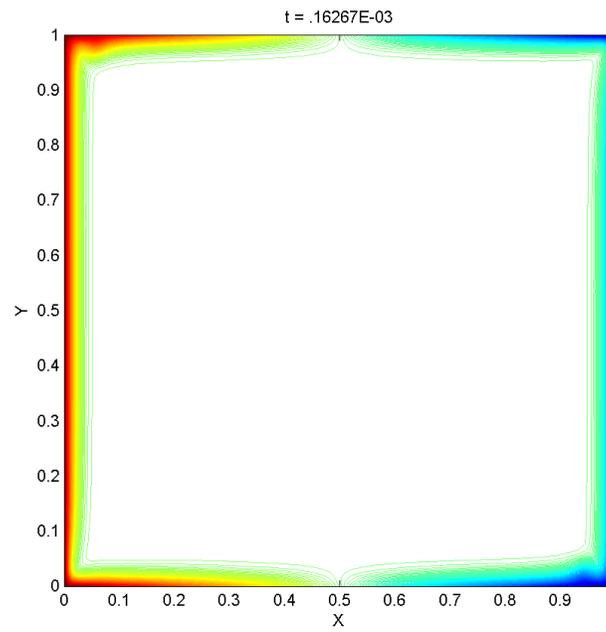


Figura 4.23: Isotermas caso  $Ra=10^8$

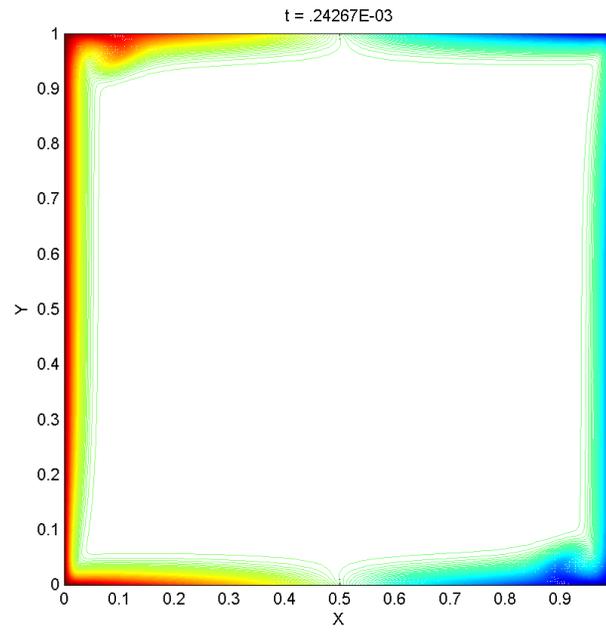


Figura 4.24: Isothermas caso  $Ra=10^8$

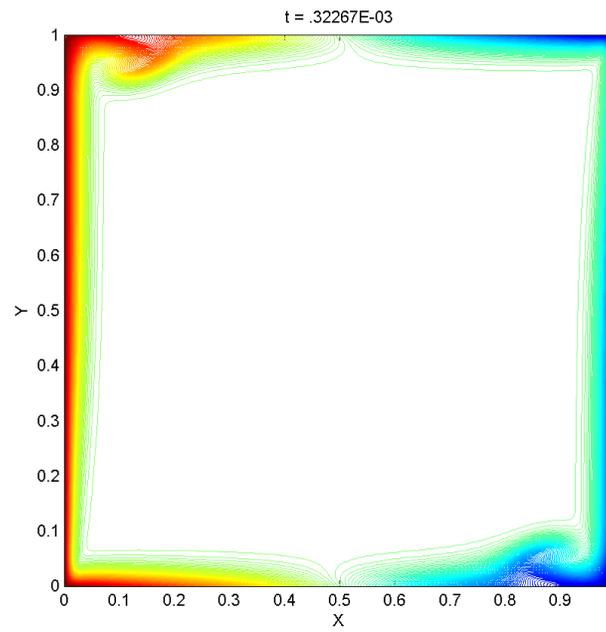


Figura 4.25: Isothermas caso  $Ra=10^8$

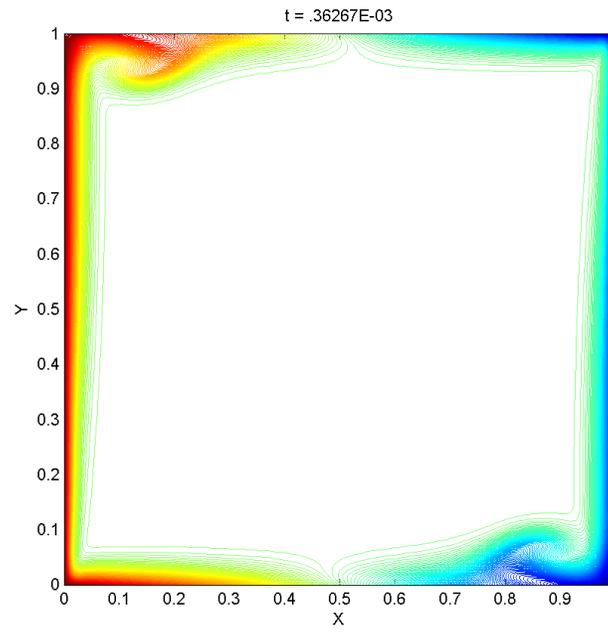


Figura 4.26: Isothermas caso  $Ra=10^8$

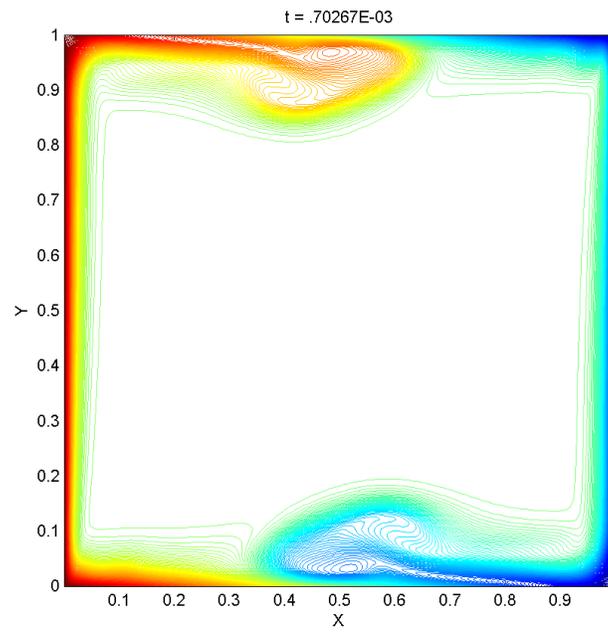


Figura 4.27: Isothermas caso  $Ra=10^8$

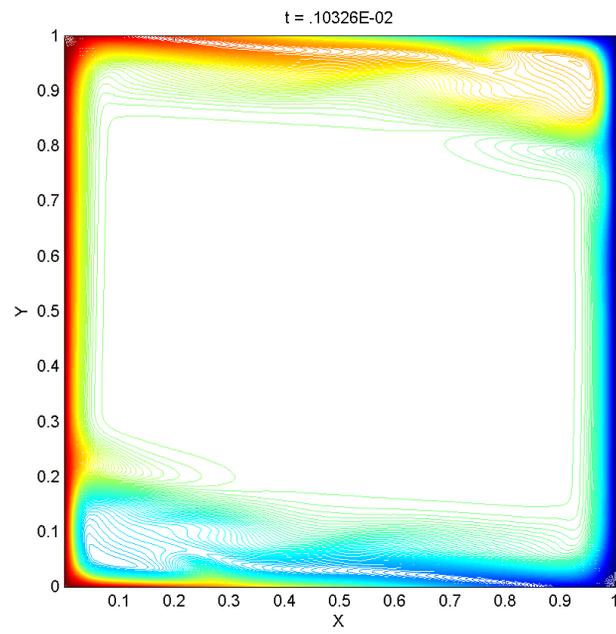


Figura 4.28: Isothermas caso  $Ra=10^8$

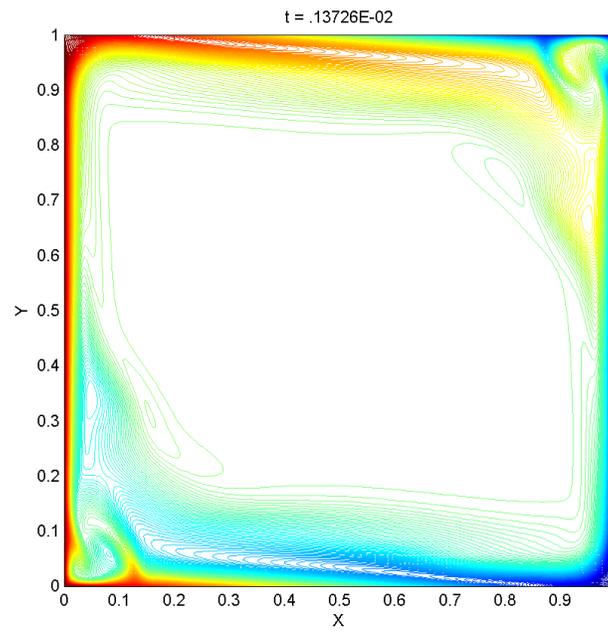


Figura 4.29: Isothermas caso  $Ra=10^8$

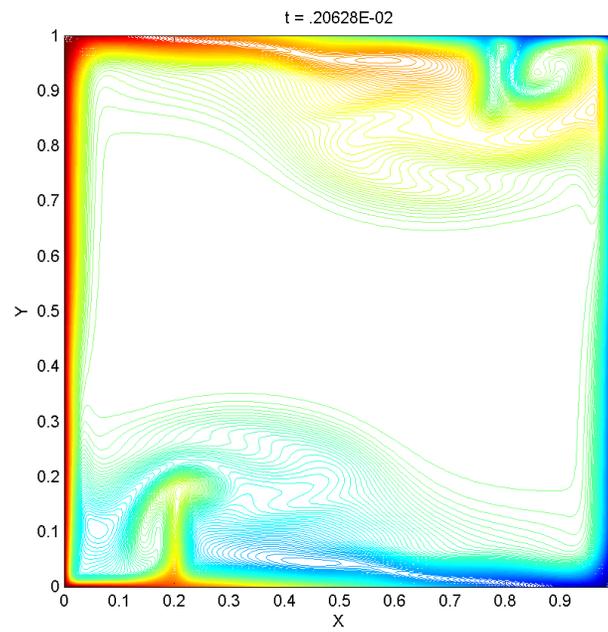


Figura 4.30: Isotermas caso  $Ra=10^8$

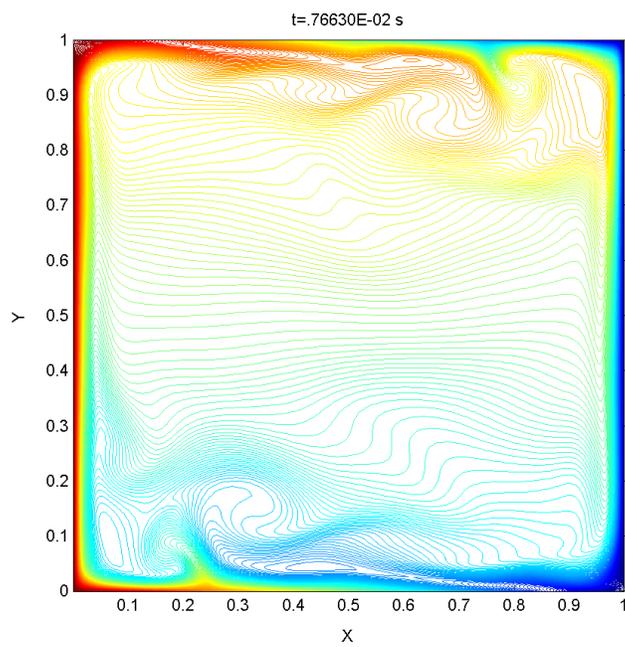


Figura 4.31: Isotermas caso  $Ra=10^8$

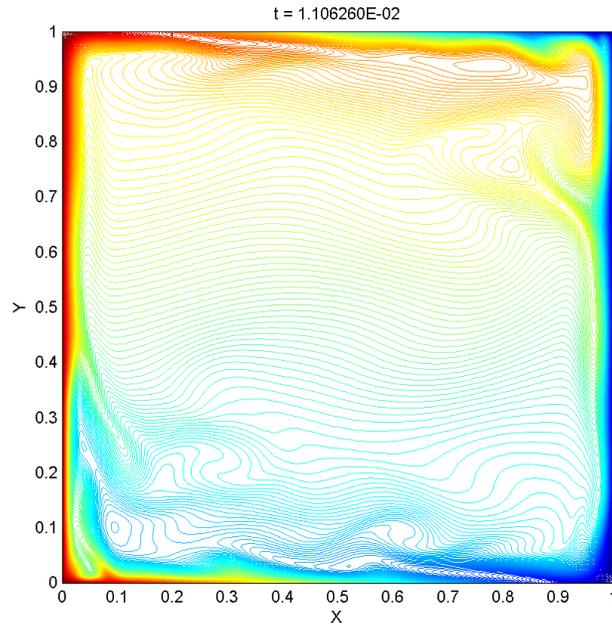


Figura 4.32: Isotermas caso  $Ra=10^8$ , estado final

Los diagramas de isothermas para este caso muestran una mayor complejidad que para  $Ra=10^6$ . Es notorio el menor espesor de las capas caliente y fría adheridas a las paredes verticales. Estas capas se prolongan en las secciones caliente y fría de las paredes horizontales inmediatamente adyacentes. No se produce en este caso una separación de las capas límite de las paredes cuando el flujo alcanza el vértice de la cavidad, como se mostró en el caso adiabático. En cambio, la capa caliente al avanzar paralela a la superficie horizontal, muestra señales de desprendimiento al alcanzar la zona fría de ésta, produciéndose plumas térmicas en esa zona.

El flujo, aunque tiende a producir una clara estratificación de temperatura en el núcleo, muestra diversos modos secundarios de circulación, de sentido e intensidad variable, en las zonas fría derecha y caliente izquierda de las paredes horizontales superior e inferior respectivamente, que se superponen a la circulación general.

Las progresiones de *Nusselt* versus tiempo (Figura 4.20) y de velocidades máximas versus tiempo (Figura 4.21) no muestran el aspecto regular de oscilación amortiguada que caracteriza el caso  $Ra=10^6$ , ni las oscilación de amplitud fija que caracteriza la caso  $10^7$ . Es evidente en este caso una oscilación aperiódica, con muchas frecuencias superpuestas, y cada oscilación de estas variables no guarda relación con la oscilación permanente. En lugar de ello, se producen oscilaciones de gran amplitud en el *Nusselt* central, que no muestran tendencia al amortiguamiento. Esto se relaciona con la interacción de los flujos descritos en el párrafo precedente con las capas límite de las paredes verticales. Aun cuando inicialmente estas capas muestran un engrosamiento regular en la dirección aguas abajo, a tiempos posteriores las circulaciones secundarias

producen zonas de menor espesor a distintas alturas de la capa límite de temperatura, lo cual incide en una evolución temporal altamente irregular de los números de *Nusselt*.

El régimen final en el caso  $Ra=10^8$  se caracteriza por oscilaciones en los tres números de *Nusselt* (pared izquierda, pared derecha y centro). Por lo tanto, se trata de un régimen impermanente, a diferencia de lo que ocurre con  $Ra=10^6$ . Las oscilaciones en el *Nusselt* central son de mucha mayor amplitud que las de los *Nusselt* de pared. Sus frecuencias ya no son obtenibles por simple inspección como en el caso  $Ra=10^7$ .

En el intervalo de tiempo entre  $3 \times 10^3$  y  $8 \times 10^{-3}$  es posible obtener promedios temporales de los números de *Nusselt* en esas ubicaciones. Estos son 24.047, 31.066 y 23.914 para los *Nusselt* de pared izquierda, centro y pared derecha respectivamente.

Los promedios temporales de la izquierda y derecha difieren en un 0.55 % entre sí. En comparación con el resultado de *Janssen y Henkes* [8] (23.9) las diferencias porcentuales son bastante bajas (0.62 % y 0.06 % respectivamente). Esto da una medida de la precisión del código utilizado, la cual puede calificarse como buena. El valor medio de *Nusselt* central no se encuentra reportado en la literatura.

#### 4.6.4. $Ra=10^9$

De los resultados se observa el desarrollo del proceso convectivo a partir de un fenómeno conductivo, el cual deja de ser dominante en tiempos que disminuyen con aumentos del número de Rayleigh, siendo de  $t=0.00011$  para  $Ra=10^9$ . La señal de comienzo del régimen convectivo es la descarga de flujo horizontalmente, en el instante en que simultáneamente la velocidad vertical deja de aumentar y el *Nusselt* de pared deja de disminuir.

Los diagramas de temperatura muestran que los espesores de las capas de alta y baja temperatura son aún menores que los del caso  $Ra=10^8$ . El progresivo afinamiento de las mallas entre los tres casos analizados permite describir este efecto sin dificultades.

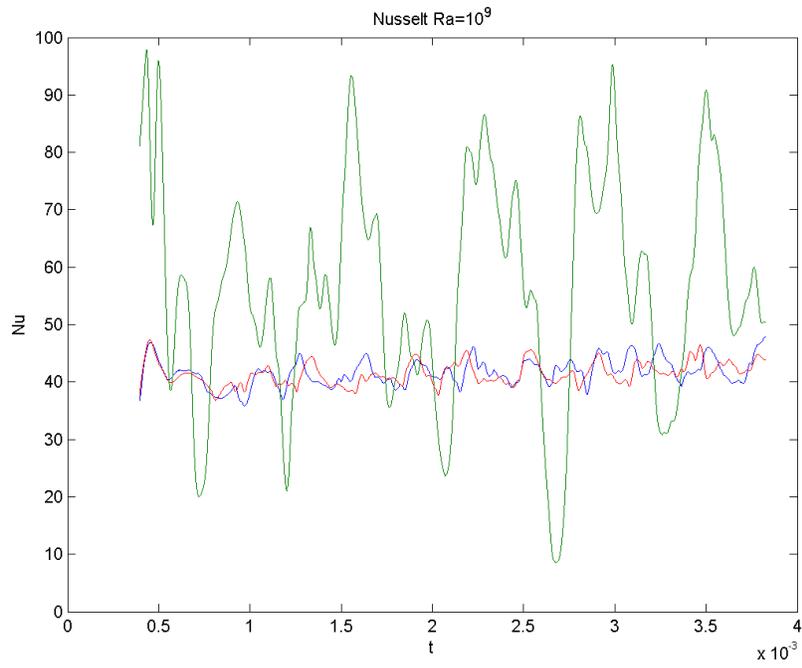


Figura 4.33: Comportamiento del número de *Nusselt* para el caso  $Ra=10^9$

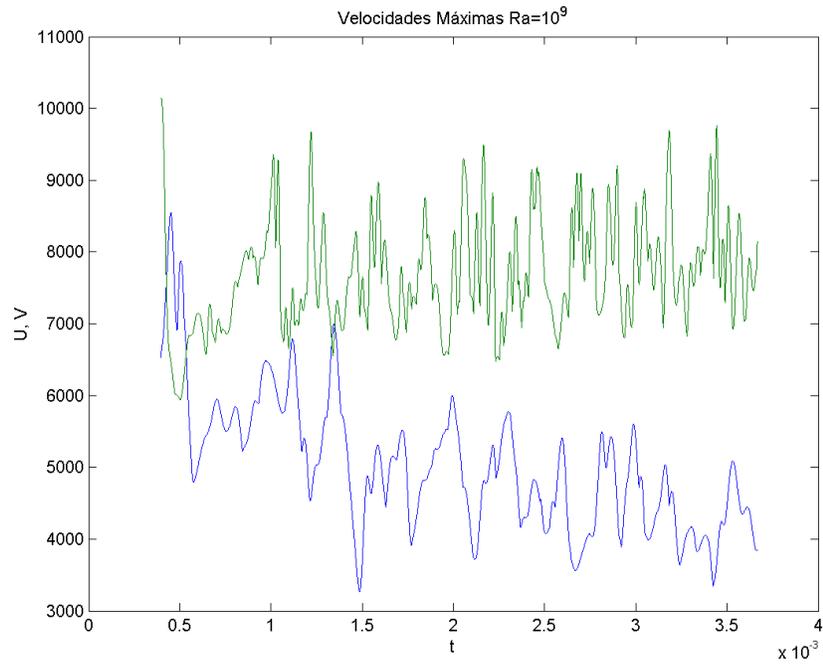


Figura 4.34: Comportamiento de las velocidades máximas para el caso  $Ra=10^9$

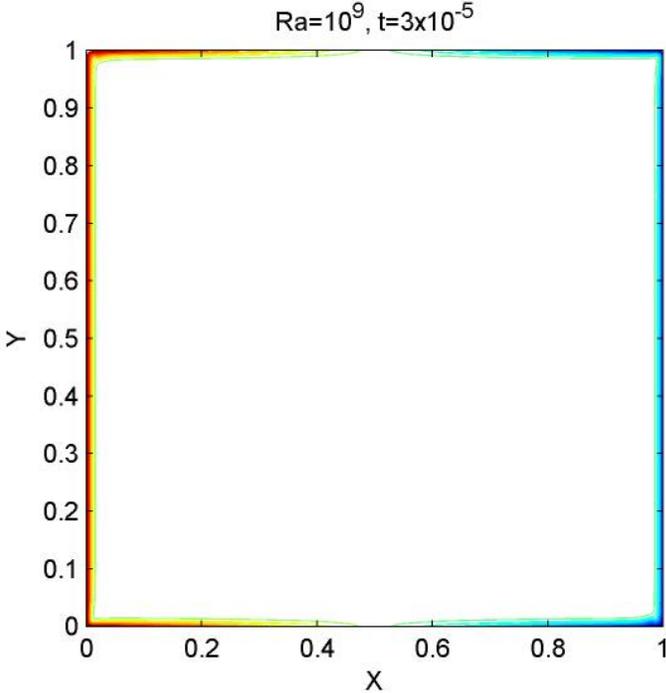


Figura 4.35: Isothermas caso  $Ra=10^9$

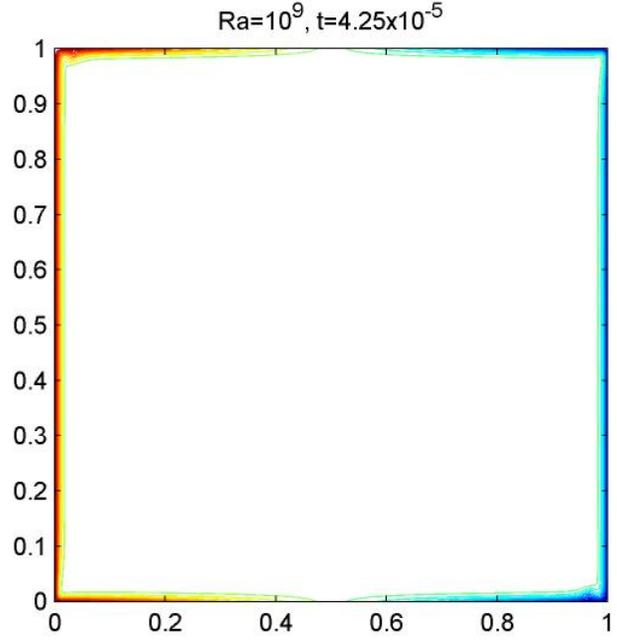


Figura 4.36: Isothermas caso  $Ra=10^9$

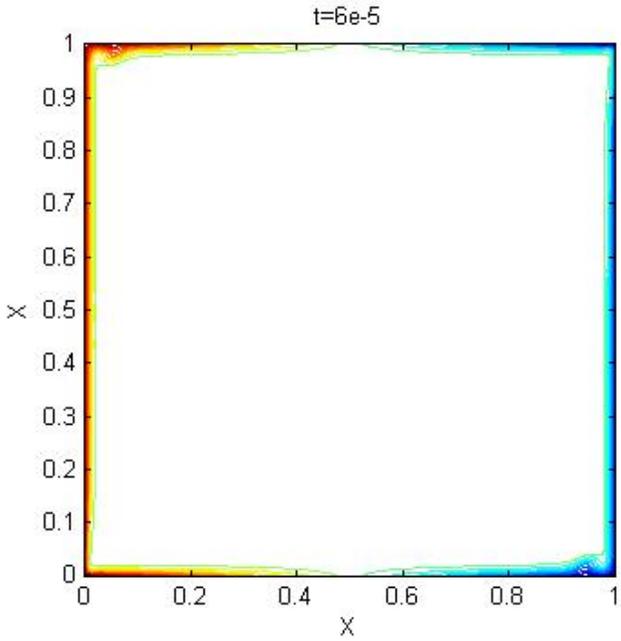


Figura 4.37: Isotermas caso  $Ra=10^9$

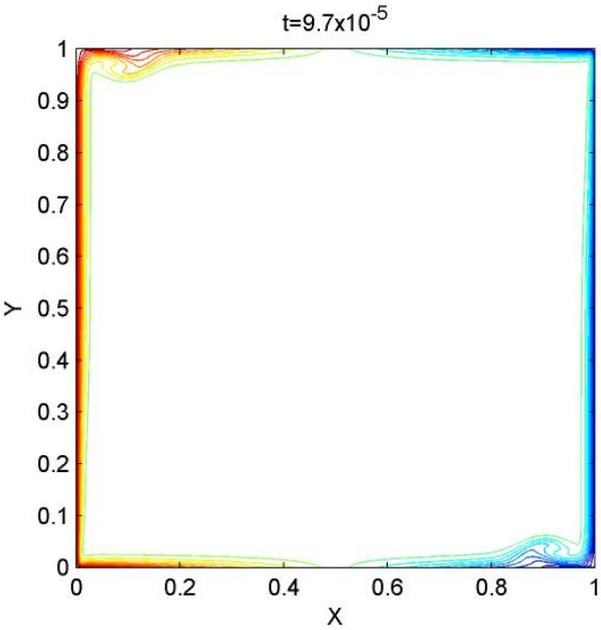
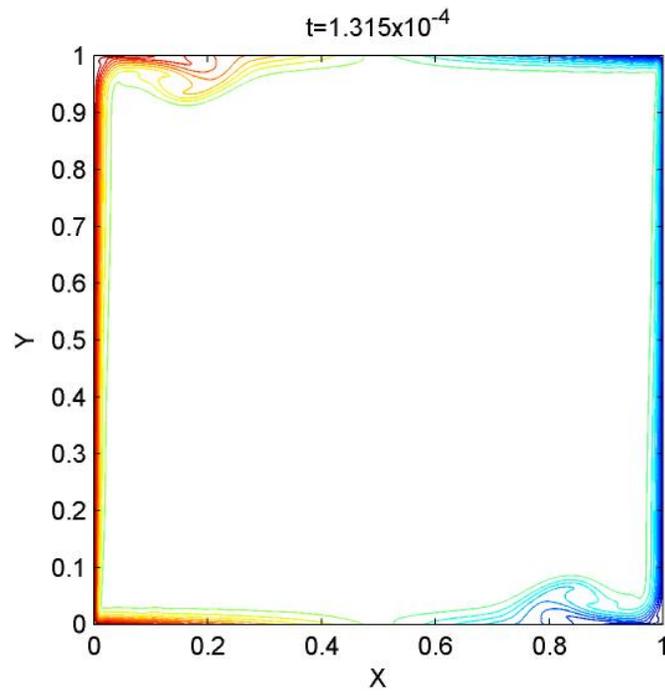
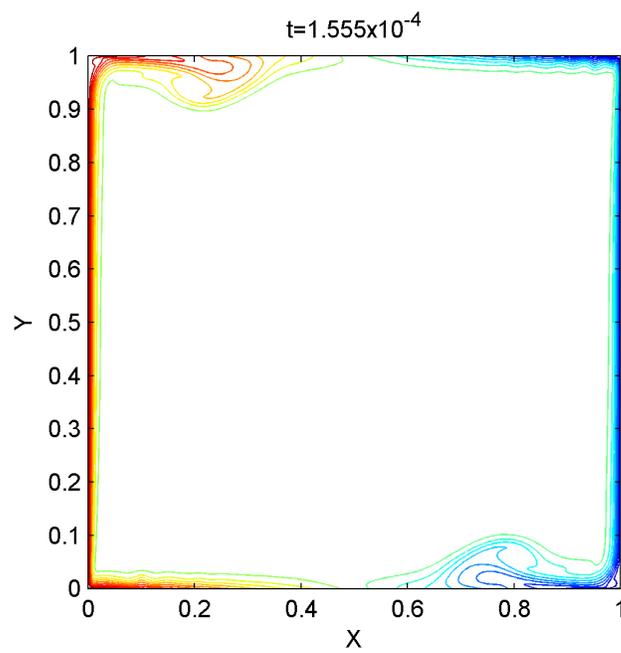
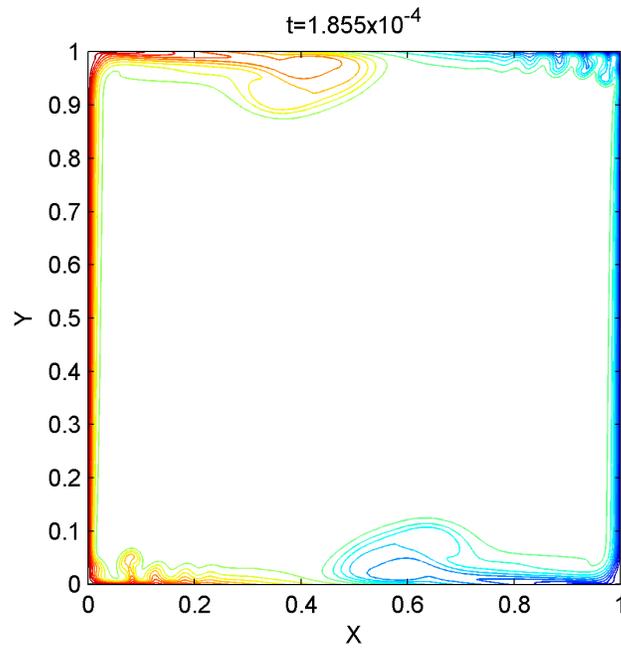
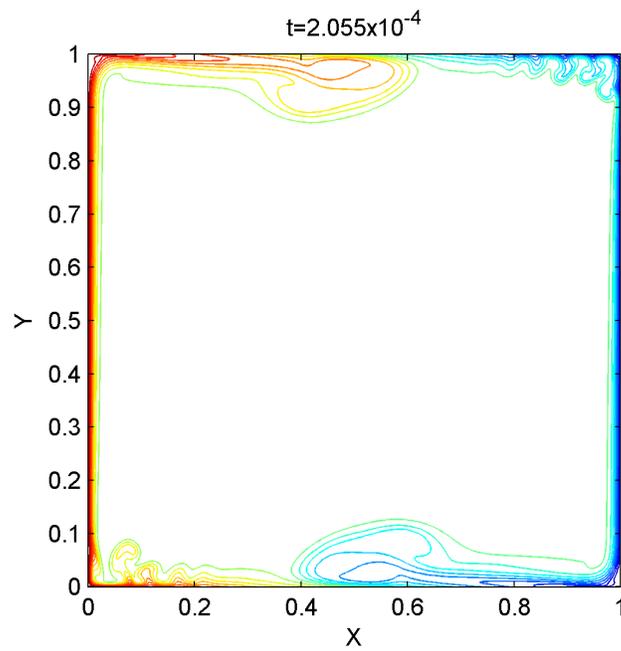


Figura 4.38: Isotermas caso  $Ra=10^9$

Figura 4.39: Isotermas caso  $Ra=10^9$ Figura 4.40: Isotermas caso  $Ra=10^9$

Figura 4.41: Isothermas caso  $Ra=10^9$ Figura 4.42: Isothermas caso  $Ra=10^9$

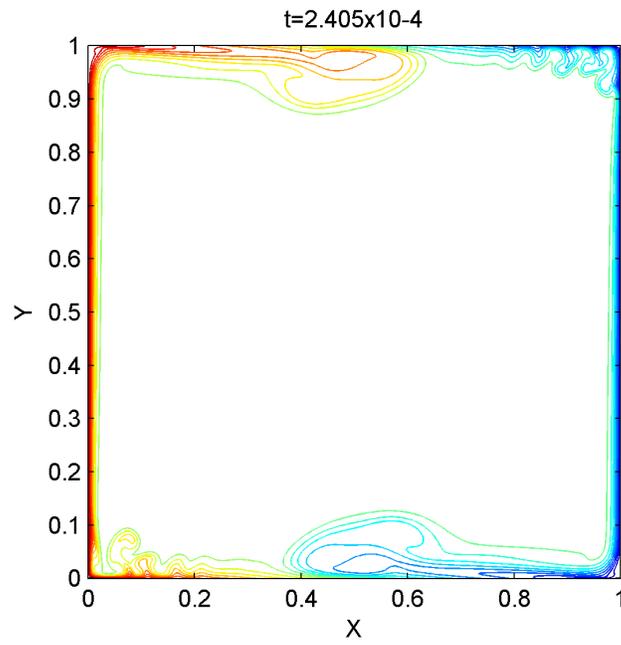


Figura 4.43: Isothermas caso  $Ra=10^9$

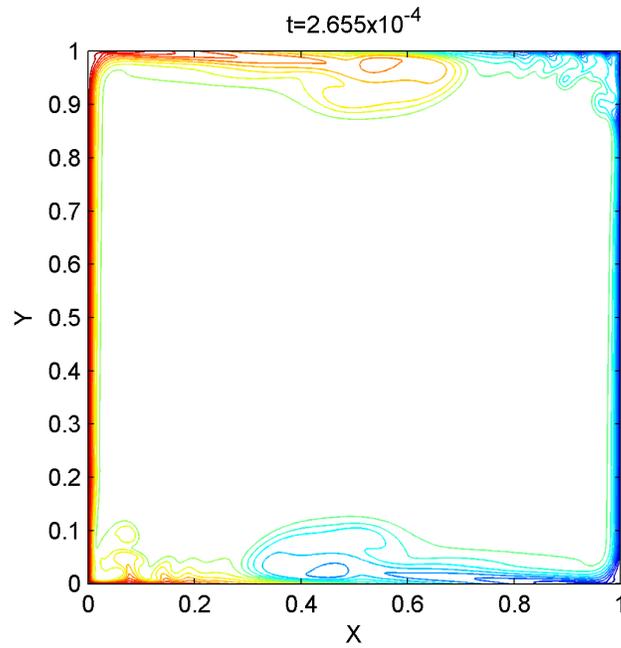


Figura 4.44: Isothermas caso  $Ra=10^9$

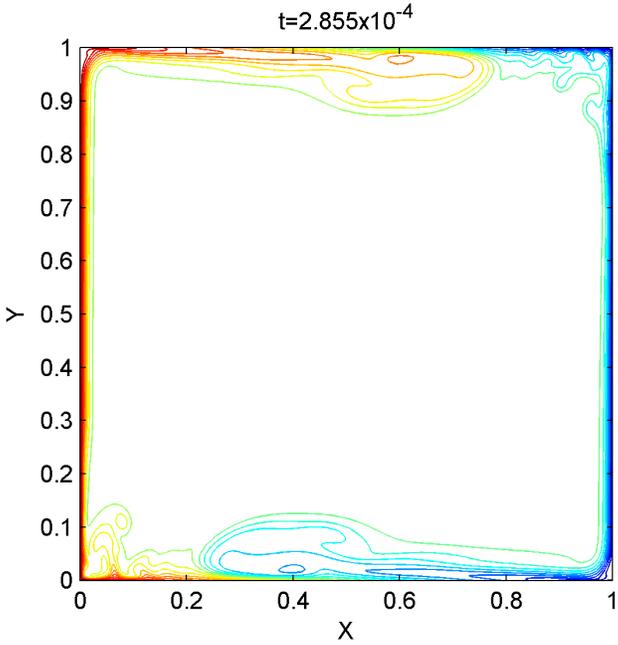


Figura 4.45: Isothermas caso  $Ra=10^9$

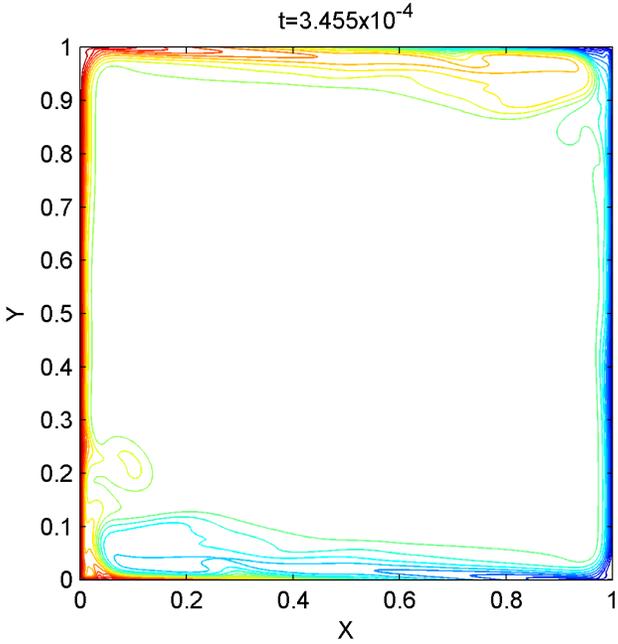


Figura 4.46: Isothermas caso  $Ra=10^9$

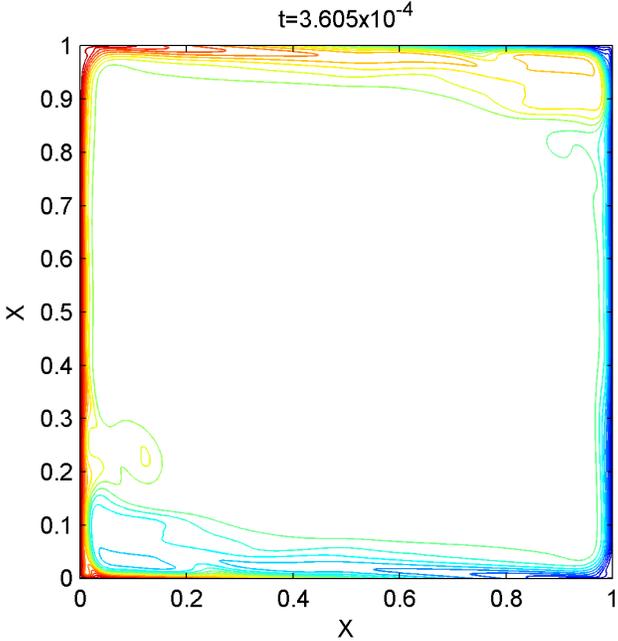


Figura 4.47: Isothermas caso  $Ra=10^9$

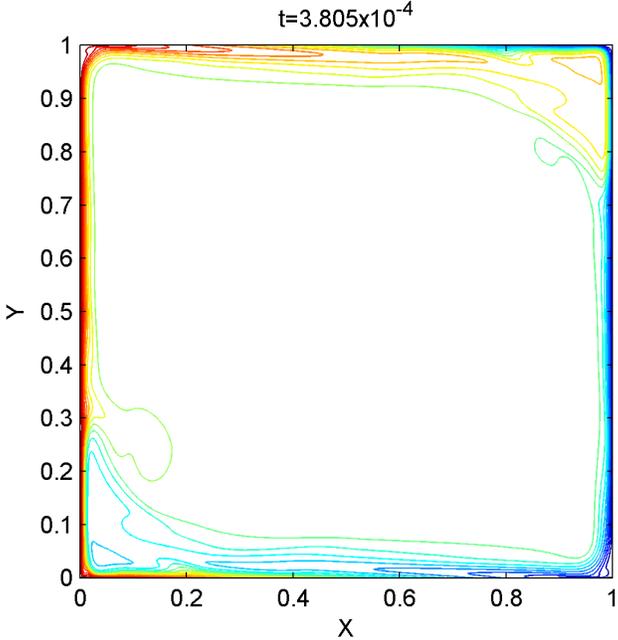


Figura 4.48: Isothermas caso  $Ra=10^9$

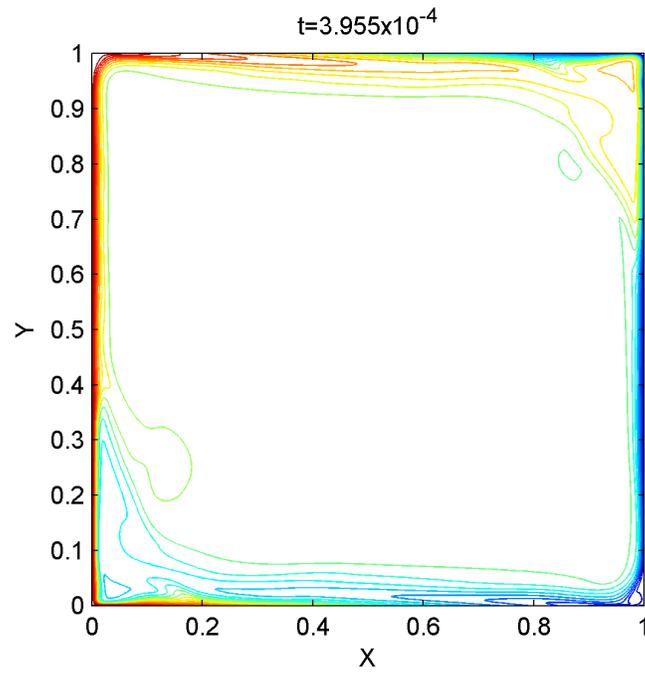


Figura 4.49: Isotermas caso  $Ra=10^9$

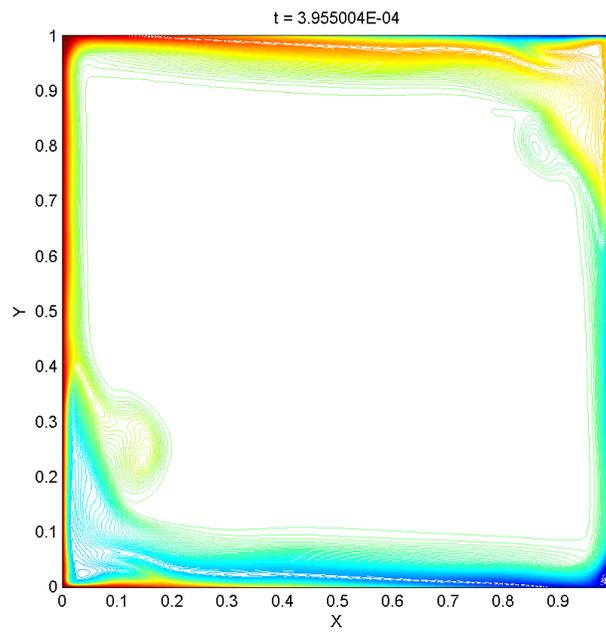


Figura 4.50: Isotermas caso  $Ra=10^9$

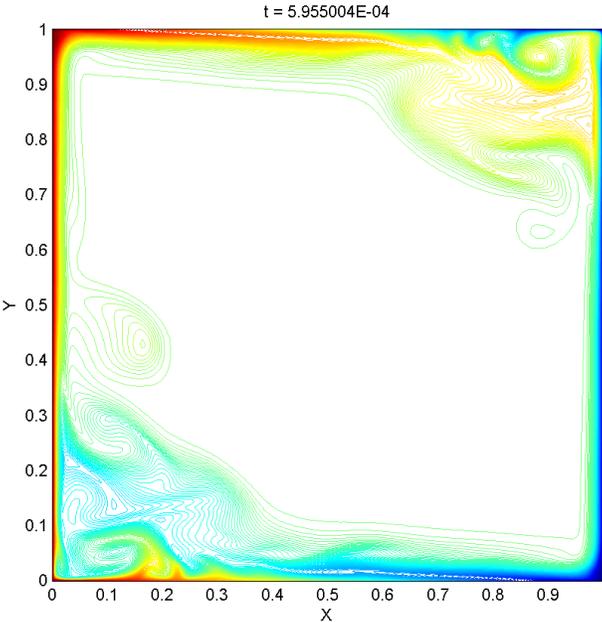


Figura 4.51: Isothermas caso  $Ra=10^9$

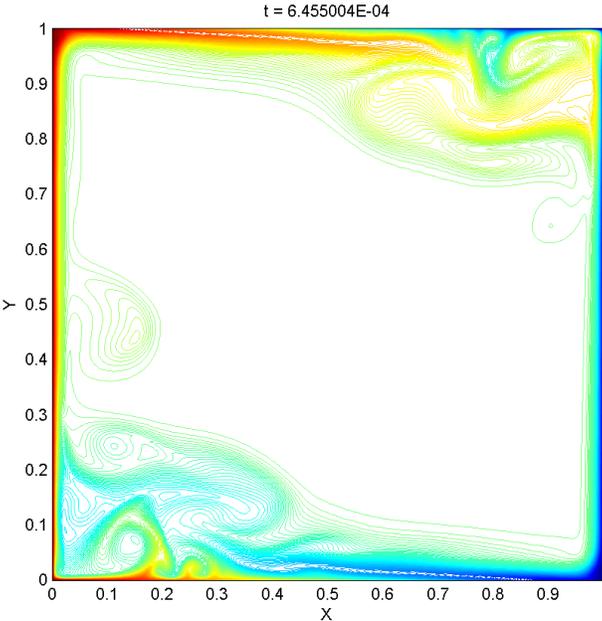


Figura 4.52: Isothermas caso  $Ra=10^9$

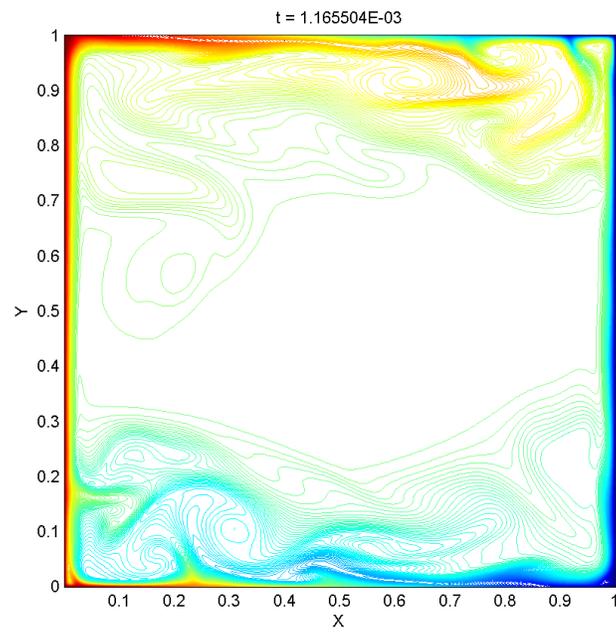


Figura 4.53: Isotermas caso  $Ra=10^9$

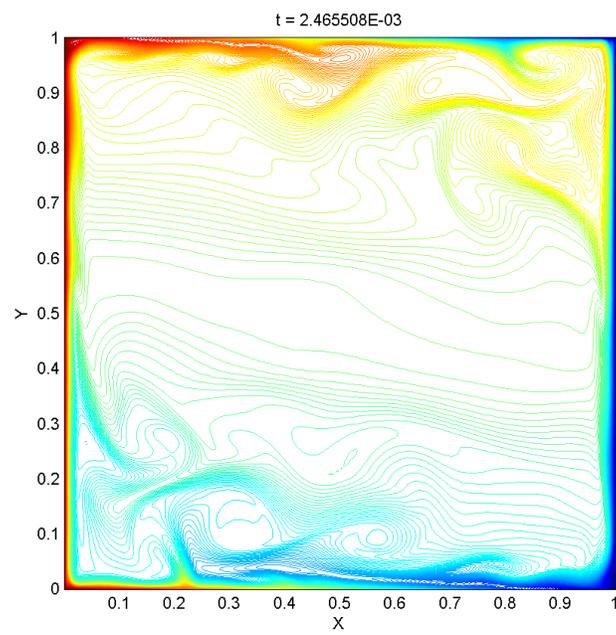
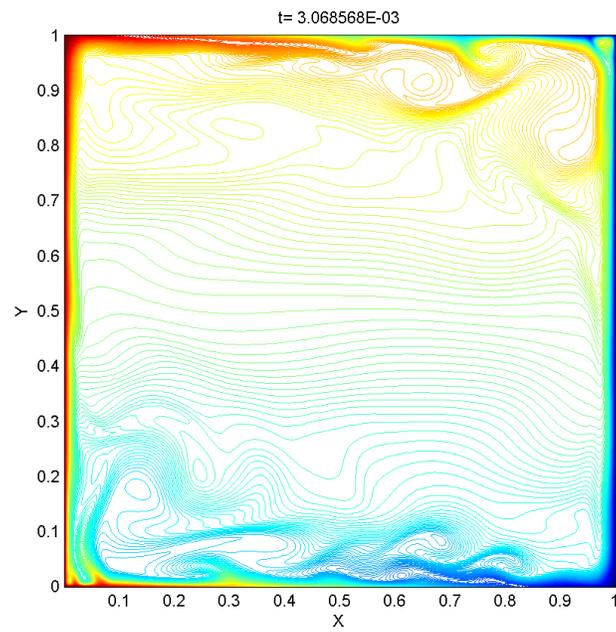
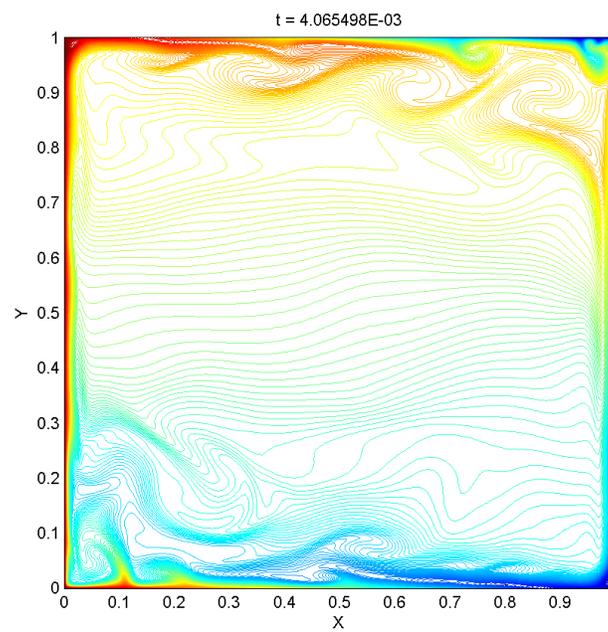


Figura 4.54: Isotermas caso  $Ra=10^9$

Figura 4.55: Isotermas caso  $Ra=10^9$ Figura 4.56: Isotermas caso  $Ra=10^9$ 

Los diagramas de isotermas muestran una mayor complejidad de las circulaciones secundarias al acercarse

al estado estratificado. Con esto, las características de *Nusselt* versus tiempo presentan una fuerte oscilación, que no se amortigua, especialmente en el *Nusselt* central. Los *Nusselt* de pared también oscilan fuertemente, de manera aperiódica, y constantemente cruzan sus valores (a veces es mayor el de la izquierda, otras el de la derecha).

Para este Número de *Rayleigh* se realizó un análisis de frecuencias. En el *Nusselt* central es posible estimar una frecuencia principal a partir de la curva de evolución temporal de esta variable, contando el número de períodos de oscilación y el tiempo adimensional transcurrido en estos períodos. Es así como para este número se encontraron dos frecuencias principales: 1881.95 y 3763.89. Ambas se pueden visualizar en la figura 4.57:

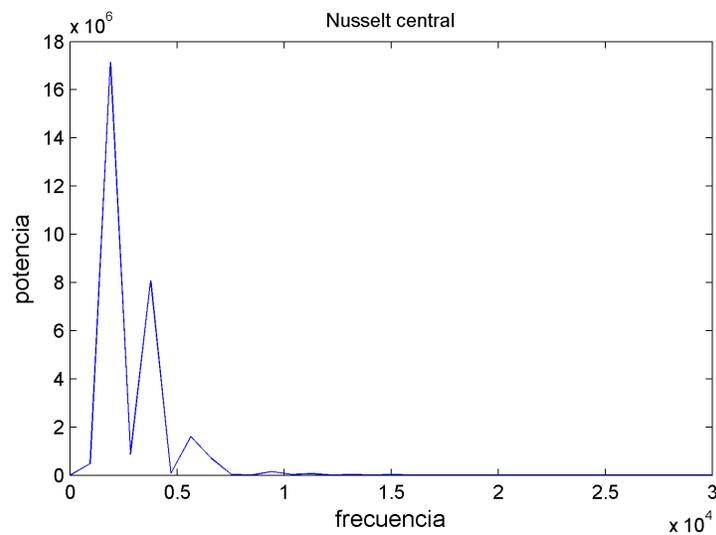


Figura 4.57: Espectro de frecuencia *Nusselt* central, caso  $Ra=10^9$

Para el *Nusselt* de la pared izquierda, se observan varias frecuencias, de las cuales es posible destacar las siguientes: 1881.95, 3764 y 13174. Esta última frecuencia no aparece en los *Nusselt* centrales, y por lo tanto se infiere que es una frecuencia propia de los movimientos de capa límite cerca de la pared izquierda:

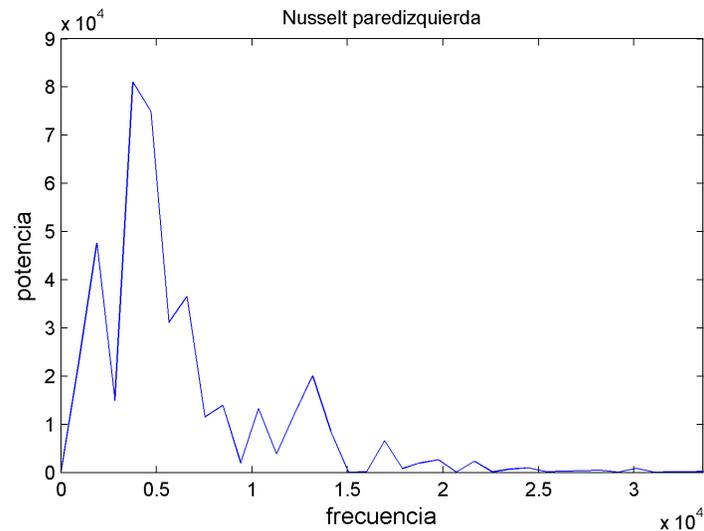


Figura 4.58: Espectro de frecuencia *Nusselt* pared izquierda, caso  $Ra=10^9$

Finalmente, para determinar el carácter del régimen se obtuvo el espectro de frecuencia de la temperatura en el punto  $X=1.096 \times 10^{-6}$ ,  $Y=0.0005996$ , cercano a la esquina inferior izquierda, el que se muestra en la figura 4.59:

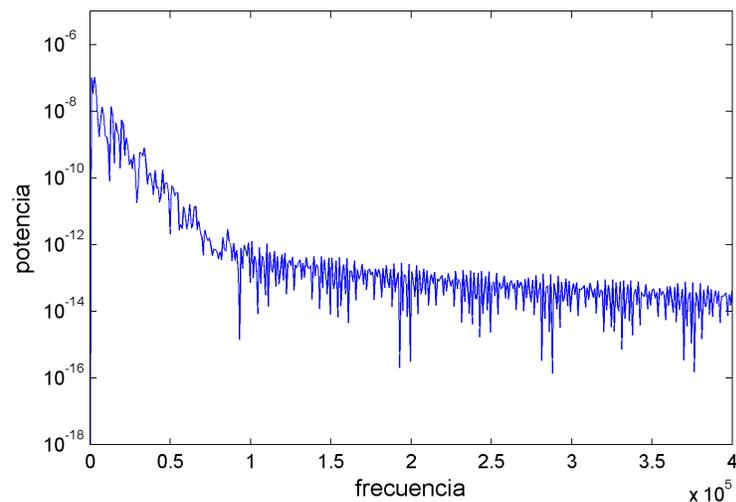


Figura 4.59: Espectro de frecuencia esquina inferior izquierda, caso  $Ra=10^9$

Esta ubicación corresponde a la zona de múltiples loops que se observa cerca de la parte inferior de la pared izquierda, donde el fluido choca con ésta. El espectro obtenido es continuo, y es típico del comportamiento caótico, tal como ha sido observado por otros autores. Tal comportamiento existe al menos en la zona observada, que se caracteriza por un alto grado de mezclado.

#### 4.6.5. $Ra=10^{10}$

La simulación de este caso se realizó a partir de campos iniciales producidos para  $Ra=10^9$ . Se usaron campos completos para  $Ra=10^9$ , en  $t=3.676 \times 10^{-3}$  como condición inicial para el caso  $10^{10}$ . En este instante el campo de temperatura para el *Rayleigh* inferior presentaba un grado de estratificación avanzado.

La curva de *Nusselt* en función del tiempo para este caso, se construye atribuyendo un tiempo inicial cero, ya que no se simuló el transiente inicial en su integridad. En los primeros instantes se observa un rápido aumento de los *Nusselt* de pared y central, adaptándose a las nuevas condiciones. Mientras los *Nusselt* de pared tienden a estabilizarse rápidamente, el *Nusselt* central pasa por un elevado *peak* y experimentará fuertes oscilaciones antes de lograr un régimen estadísticamente permanente (Fig. 4.60).

El crecimiento de los *Nusselt* de pared, como en los casos anteriores, está asociado a una nueva reducción del espesor de la capa de temperatura adyacente a las paredes verticales, debido al aumento de número de *Rayleigh*.

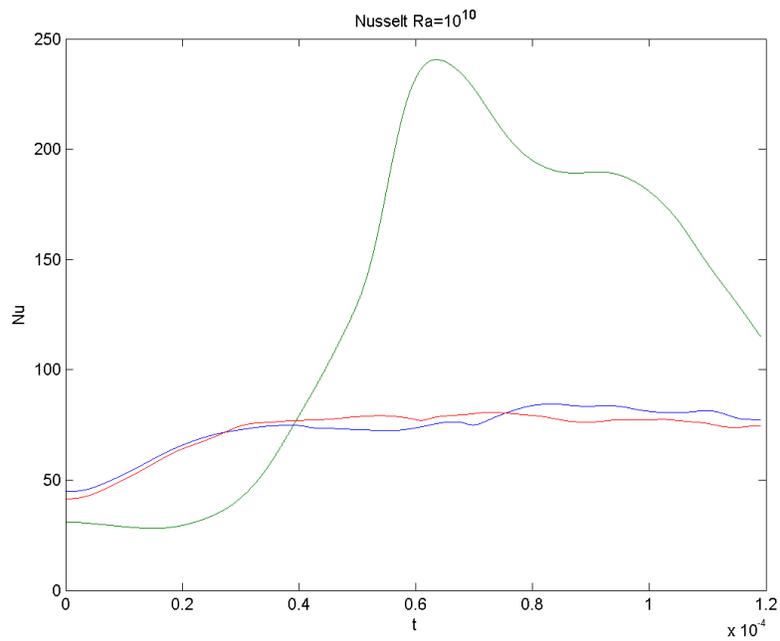


Figura 4.60: Comportamiento del número de *Nusselt* para el caso  $Ra=10^{10}$

La figura 4.61 muestra la evolución de los números de Nusselt desde  $t=1 \times 10^{-4}$  hasta  $1 \times 10^{-3}$ . En este intervalo se puede considerar que el régimen es estadísticamente permanente. Se observan oscilaciones aperiódicas de los *Nusselt* de pared, las cuales no están en fase. El comportamiento del *Nusselt* central consiste en oscilaciones de amplitud variable, aunque grande. Las oscilaciones no se asemejan unas a otras, de lo cual podemos inferir un comportamiento aparentemente caótico.

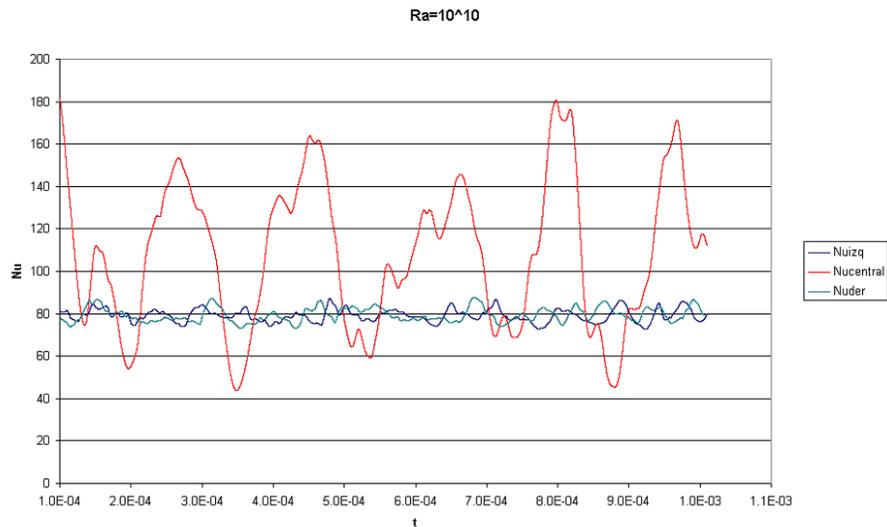


Figura 4.61: Comportamiento del número de *Nusselt* para el caso  $Ra=10^{10}$

La figura 4.62 muestra los perfiles de temperatura en el fluido en la vecindad de la pared caliente. Estos perfiles corresponden a promedios temporales en el intervalo  $8 \times 10^{-4} < t < 1 \times 10^{-3}$ . Se puede observar que las temperaturas cerca de las paredes horizontales superior e inferior ( $T_1$  y  $T_3$  respectivamente) presentan bajos gradientes horizontales, lo cual está determinado por su proximidad a las paredes horizontales, en las cuales la temperatura varía linealmente con la posición  $X$ . La curva  $T_2$ , que representa el perfil de temperatura en  $Y=0.5$ , en cambio, muestra un fuerte gradiente de temperatura. Este gradiente es bien resuelto por la malla usada, de  $302 \times 302$  nodos.

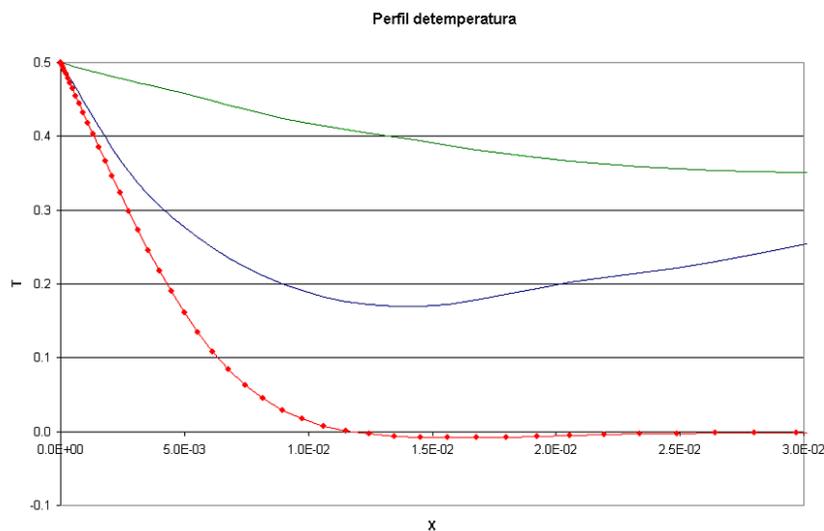


Figura 4.62: Perfiles de temperatura para el caso  $Ra=10^{10}$

La distribución del promedio temporal del número de *Nusselt* local en la pared caliente se muestra en la figura 4.63. Aún cuando este *Nusselt* es nulo en  $Y=0$ , experimenta un rápido ascenso provocado por el fluido frío que se acerca a la pared caliente.

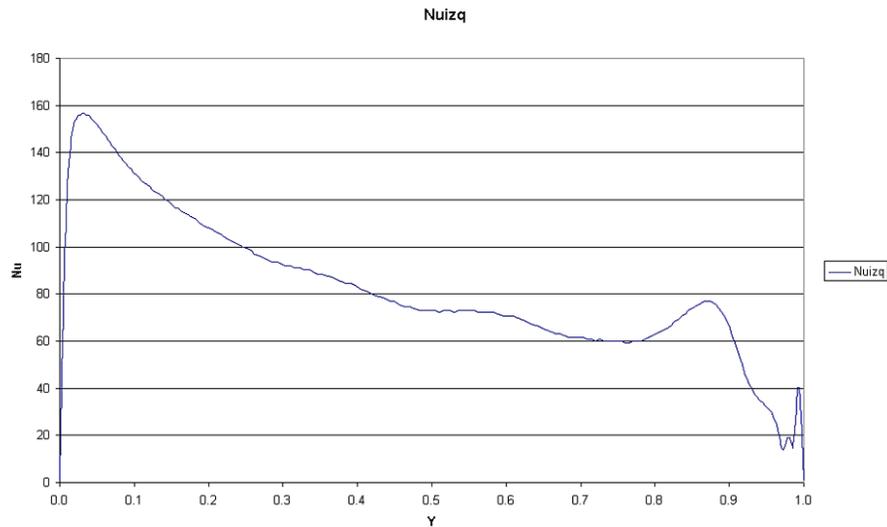


Figura 4.63: Distribución del promedio temporal del número de *Nusselt* local en la pared caliente

La figura 4.64 muestra el flujo neto de calor hacia o desde la cavidad a través de las paredes horizontales. Se observa que la cavidad gana calor a través de estas paredes hasta  $X=0.5$ , y lo pierde para  $X > 0.5$ .

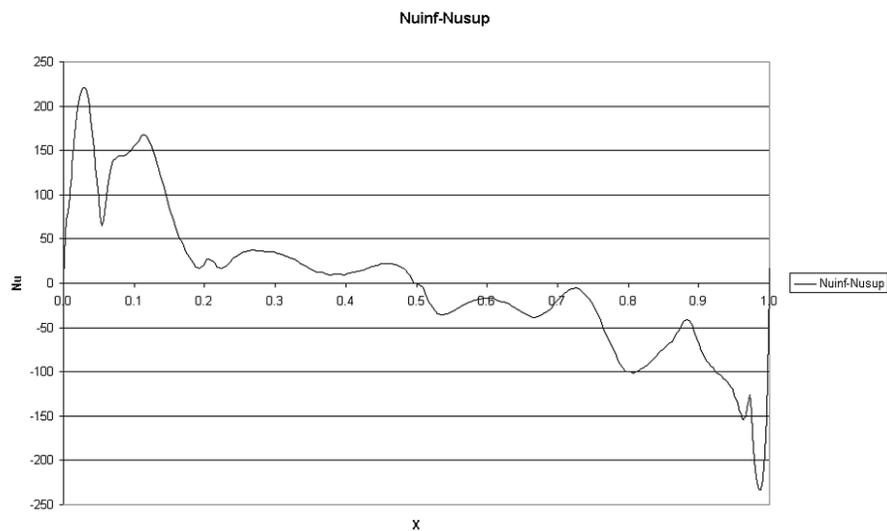


Figura 4.64: Flujo neto de calor hacia o desde la cavidad a través de las paredes horizontales

Las isothermas instantáneas para  $t=8 \times 10^{-4}$  se muestran en la figura 4.65. En ellas es posible advertir la inestabilidad del flujo paralelo a las paredes horizontales. En el campo promediado en el tiempo, sin embargo, estas inestabilidades no son observables y el núcleo se presenta mucho más estratificado, figura 4.66.

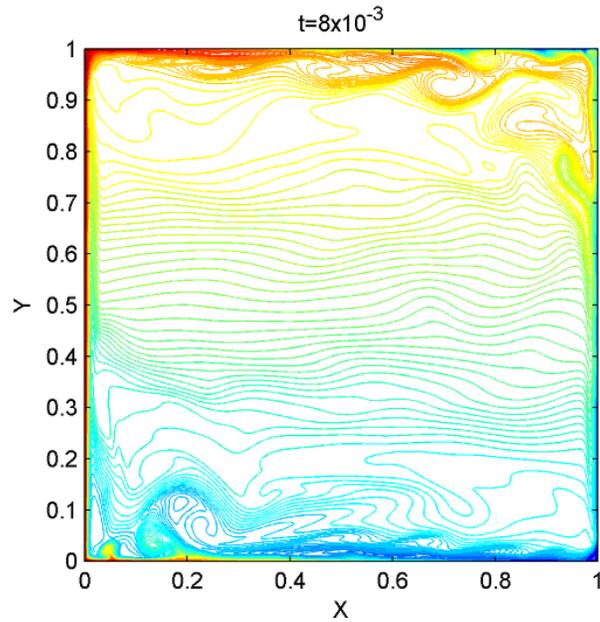


Figura 4.65: Isothermas instantáneas para el caso  $Ra=10^{10}$

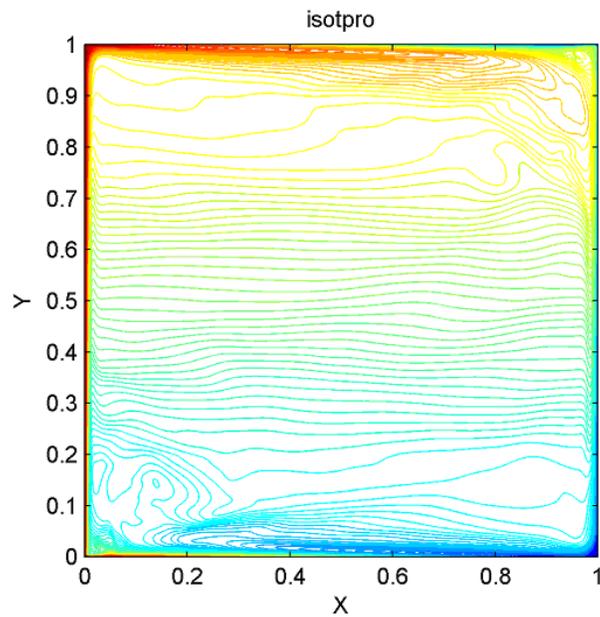


Figura 4.66: Isothermas promedio para el caso  $Ra=10^{10}$

Finalmente en la figura 4.67 se representa la distribución de frecuencias de la temperatura del punto  $X=1.096 \times 10^{-6}$ ,  $Y=0.0005996$ , cercano a la esquina inferior izquierda, donde el fenómeno muestra una cantidad de vórtices superpuestos, visibles tanto en los campos instantáneos como medios de temperatura. Las frecuencias de las oscilaciones de la temperatura en ese punto muestran un espectro continuo, característico de los regímenes caóticos. Este tipo de régimen se observó ya en el caso  $Ra=10^9$ .

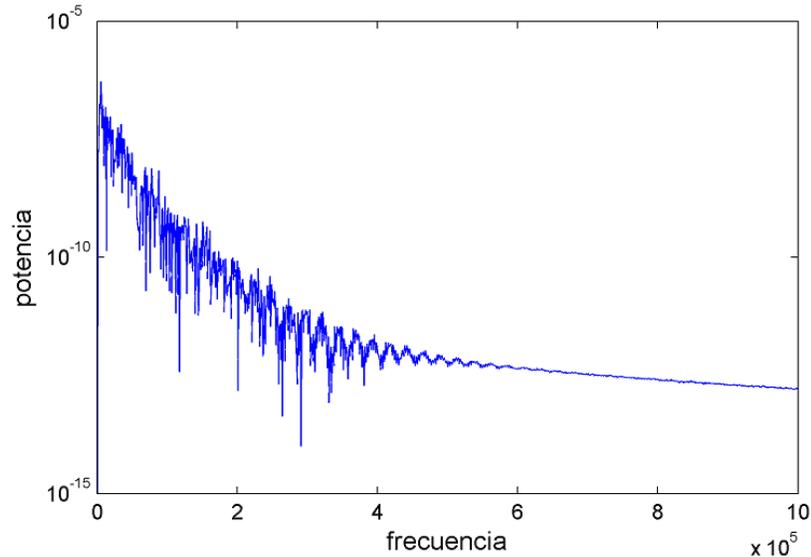


Figura 4.67: Distribución de frecuencias en  $(X=1.096 \times 10^{-6}, Y=0.0005996)$

Para este número de *Rayleigh* los promedios temporales de los números de *Nusselt* promediados en la pared izquierda, plano central y pared derecha son respectivamente de 79.18, 108.13 y 79.45. A pesar de normalmente es necesario hacer corridas muy extensas a números de *Rayleigh* tan altos para obtener promedios temporales confiables, los valores presentados se estiman bastante precisos, dado que los números de *Nusselt* en las paredes izquierda y derecha difieren sólo en un 0.35 %.

## 4.7. Resumen de Resultados

Se incluye a continuación una tabla de los números de *Nusselt* izquierdo, central y derecho, y las velocidades máximas en los ejes.  $U_{max}$  representa la velocidad máxima horizontal en el eje  $X=0.5$  y  $V_{max}$ , la velocidad máxima vertical en el eje  $Y=0.5$ .

El régimen final a partir de  $Ra=10^7$  se caracteriza por oscilaciones en los tres números de *Nusselt*. Por lo tanto, se trata de un régimen impermanente, a diferencia de lo que ocurre con  $Ra=10^6$ . Las oscilaciones en el *Nusselt* central son de mucha mayor amplitud que las de los *Nusselt* de pared.

Es posible obtener promedios temporales de los números de *Nusselt* en esas ubicaciones. Los promedios

temporales de la izquierda y derecha difieren en un 0.58 % entre sí como máximo.

Con el total de casos corridos se puede construir la siguiente tabla, en la cual se incluyen los promedios de velocidades máximas en los ejes. Todos los valores a partir de  $Ra=10^7$  son promedios temporales:

Tabla 5. Resumen de Resultados

$Ra$	$U_{max}$	$V_{max}$	$Nu_{izq}$	$Nu_{central}$	$Nu_{der}$
$10^5$	55.699	81.286	3.358	4.118	3.359
$10^6$	124.271	256.319	6.602	8.241	6.601
$10^7$	460.31	861.77	13.23	16.75	13.16
$10^8$	1358.32	2592.63	24.05	31.07	23.91
$10^9$	4501.25	7839.38	43.20	56.98	42.98
$10^{10}$	13210.74	24335.95	79.18	108.13	79.45

Se observa que el número de *Nusselt* central es superior a los de pared, como quedó explicado anteriormente. Dado que esta diferencia se debe al flujo a través de las paredes horizontales, el número de *Nusselt* central se puede considerar representativo del calor total movido por la cavidad como resultado de las condiciones de temperatura impuestas en sus paredes horizontales y verticales.

En el rango  $10^5 \leq Ra \leq 10^{10}$ , las expresiones correspondientes para los números de *Nusselt* son:

- $Nu_c=0.1605 Ra^{0.2824}$
- $Nu_{izq}=0.1513 Ra^{0.2734}$
- $Nu_{der}=0.151 Ra^{0.2734}$

El valor de  $R^2$  en los tres casos es de 0.999.

Para el caso  $Ra=10^8$ , que está documentado por *Janssen* y *Henkes* [8] (23.9) las diferencias porcentuales con el resultado del presente trabajo son bastante bajas, no excediendo el 0.62 %. Esto da una medida de la precisión del código utilizado, la cual puede calificarse como buena. El valor medio de *Nusselt* central no se encuentra reportado en la literatura.

Tampoco se encuentran en la literatura resultados, bi o tridimensionales, de números de *Nusselt* de pared o centrales para números de *Rayleigh* superiores a  $10^8$  con la condición de paredes perfectamente conductoras.

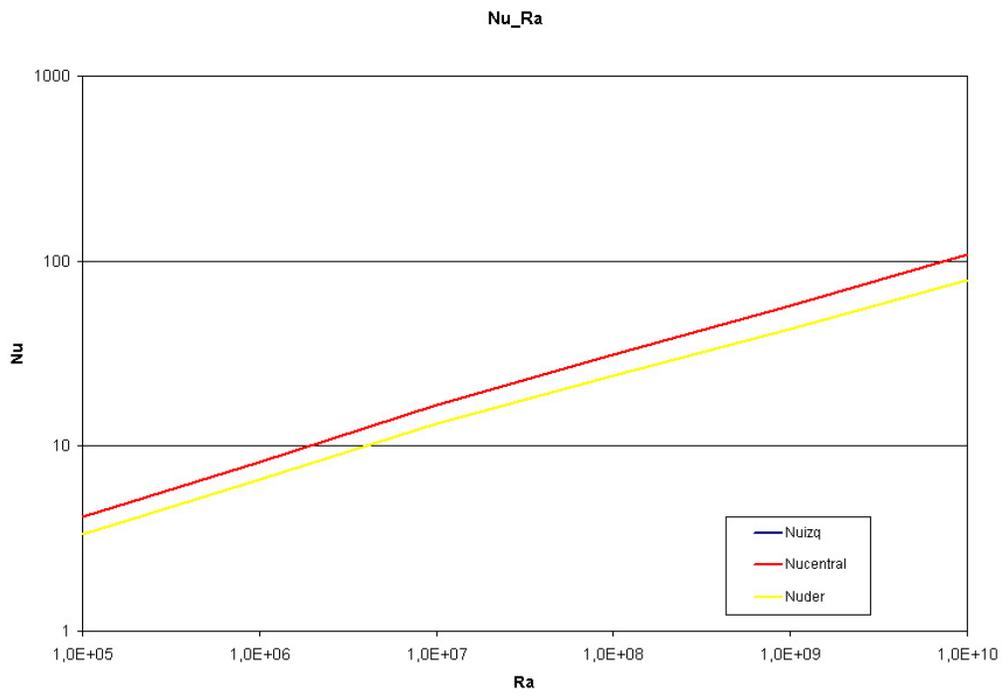


Figura 4.68: Correlaciones  $Nu-Ra$

## Capítulo 5

# Conclusiones

Se ha logrado efectuar la simulación de todos los casos propuestos. Todas las técnicas numéricas se han implementado con éxito, desde la simulación directa del sistema de *Navier Stokes* y energía en un problema dependiente del tiempo, hasta el tratamiento de datos para graficación y la implementación del análisis de *Fourier* para detectar frecuencias de oscilación. Las características del fenómeno en un amplio rango de números de *Rayleigh* ( $10^4$ -  $10^{10}$ ) han sido descritas con suficiente detalle.

La evolución temporal de la convección natural en un espacio cuadrado con paredes perfectamente conductoras se caracteriza por un crecimiento inicial de las capas límite de velocidad y temperatura adyacentes a las paredes activas. Luego de un inicio netamente conductivo, la generación de un gradiente horizontal de temperatura sobre estas paredes genera fuerzas de empuje que permiten la generación de una velocidad vertical en la vecindad de las paredes activas. El crecimiento de la capa de gradiente de temperatura hace crecer la velocidad vertical y provoca la activación del fenómeno convectivo, al descargarse el fluido levantado por esas capas hacia la cavidad. Se tiende a la supresión del fenómeno conductivo, lo que se observa al comenzar el aumento de los *Nusselt* de pared. Las capas límite generadas en las paredes activas se prolongan hacia las paredes horizontales adyacentes. Las capas disminuyen su espesor a medida que aumenta el número de *Rayleigh*.

El comportamiento del flujo luego de la primera descarga consiste en sucesivos períodos de “vaciamiento” de la capa límite (descarga) seguidos por períodos de reconstitución de la capa límite. Estos originan un comportamiento oscilatorio, llamado “régimen de ondas internas”, durante el cual todo el fluido llega a participar del movimiento. Este tipo de movimiento ha sido estimado similar al fenómeno que genera oleaje en lagos. Cuando el efecto de las paredes ha alcanzado toda la región, la distribución de temperatura, que era inicialmente uniforme, presenta una estratificación vertical.

A bajos números de *Rayleigh* las principales variables (tales como número de *Nusselt*) experimentan grandes oscilaciones iniciales que se amortiguan en el tiempo, produciendo el régimen final permanente. En consecuencia, se constata un amortiguamiento en el tiempo de las ondas internas, lo que conduce a su

desaparición. Tal amortiguamiento no se observa a números de *Rayleigh* elevados, por sobre  $10^6$ . En el régimen final en estos casos, los números de *Nusselt* en el plano vertical medio presentan grandes oscilaciones. Los números de *Nusselt* de pared, hasta  $Ra=10^6$  se mantienen iguales en cada instante, durante el período transiente y en el régimen final. No obstante, para  $Ra \geq 10^7$ , los dos *Nusselt* de pared oscilan con relativa independencia, elevándose el de una pared respecto al de la otra, y viceversa, en diversas etapas del desarrollo temporal del fenómeno. Para  $Ra=10^7$  se observan oscilaciones aproximadamente sinusoidales en los *Nusselt* de pared, estando desfasadas las oscilaciones en la pared fría y caliente. Los promedios temporales de estos *Nusselt*, sin embargo, se mantienen iguales, detectándose diferencias del orden de 0.5 %.

Para los números de *Rayleigh* más bajos, incluyendo  $10^6$ , la interacción de la capa de flujo caliente con la zona fría de la pared superior es típicamente laminar, con sólo un leve desplazamiento hacia abajo de esta capa. A altos  $Ra$  la interacción es más compleja. Se generan plumas de fluido descendente al interactuar el flujo caliente con la zona fría, lo que indica un comportamiento local similar al de *Rayleigh-Bénard*. Estas plumas unidas al choque del fluido caliente con la pared fría producen una gran cantidad de circulaciones menores (de escala espacial menor que la del movimiento global). Lo mismo ocurre en la parte inferior de la pared caliente, al chocar con ella el fluido proveniente de la pared fría. Adicionalmente, los diagramas de temperatura cerca de las paredes horizontales superior e inferior presentan un tipo de inestabilidad que podríamos asimilar a la de *Kelvin-Helmholtz*. Todo esto parece ser la causa principal de la condición impermanente del régimen final a altos números de *Rayleigh*.

En el caso  $Ra=10^7$  el campo de temperatura promediado temporalmente es similar al del caso  $Ra=10^6$ , excepto por el menor espesor de las capas límites de temperatura que se observan para el *Rayleigh* mayor. Las oscilaciones de temperatura en este caso denotan un régimen periódico.

El análisis de frecuencias de oscilación de las principales variables (números de *Nusselt* centrales y de pared) permite detectar algunas frecuencias dominantes, que se pueden validar por comparación con las frecuencias observadas de las series temporales correspondientes. El análisis de frecuencias ha podido ser realizado con mayor claridad para  $Ra=10^9$ . Se detectan frecuencias principales en el *Nusselt* en el plano central. Esta misma frecuencia se detecta en el *Nusselt* de pared, aunque acompañada por una frecuencia más alta, que al no aparecer en el centro se considera representativa de los movimientos de pared. Los espectros de frecuencia de temperatura en la zona inferior izquierda, así como la no predictibilidad de los números de *Nusselt* en un instante dado a partir de instantes precedentes, nos inducen a postular que se ha obtenido un régimen caótico, al menos para los dos números de *Rayleigh* más altos.

El presente estudio se ha realizado con códigos generados en el Departamento de Ingeniería Mecánica, logrando una alta precisión en la simulación numérica, lo que permite describir el fenómeno con certeza. Cabe destacar que no existen análisis previos de este fenómeno en la literatura, para el caso de altos números de *Rayleigh*.

# Bibliografía

- [1] G. De Vahl-Davis, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, 1983, pp. 249-264.
- [2] E. Tric, G. Labrosse, M. Betruni, A first Incursion Into the 3D Structure of Natural Convection of Air in a Differentially Heated Cubic Cavity, From Accurate Numerical Solutions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, Vol. 43, pp. 4043-4056.
- [3] W. H. Leong, K.G.T. Hollands, A.P. Brunger, Experimental Nusselt Numbers for a Cubical-Cavity Benchmark Problem in Natural Convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, 1999, pp. 1979-1989
- [4] G.D. Raithby, H.H. Wong, Heat Transfer by natural convection across vertical air layers, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 4, 1981, pp. 447-457.
- [5] R.A.W.M. Henkes, P. Le Quéré, Three dimensional transition of natural convection flows, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 319, pp. 281-303, 1996.
- [6] P. Le Quéré, M. Behnia, From onset of unsteadiness to chaos in a differentially heated square cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 359, pp. 81-107, 1998.
- [7] D.W. Pepper, K.G.T. Hollands, Summary of benchmark numerical studies for 3-D natural convection in an air-filled enclosure, *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 42, pp. 1-11, 2002.
- [8] R.J.A. Janssen, R.A.W.M. Henkes, Instabilities in three dimensional differentially heated cavities with adiabatic horizontal walls, *Physics of Fluids*, 8 (1), 1996, pp. 62-74.
- [9] Gonzalo Figueroa. Simulación de la convección natural en una cavidad cúbica con dos paredes verticales contrapuestas a temperaturas distintas y el resto de las paredes perfectamente conductoras. Memoria para optar al título de Ingeniero Mecánico, Universidad de Chile, 2001.
- [10] G.D. Raithby y G.E. Schneider, Elliptic Systems: Finite difference method II, Chapter 7 del libro "Handbook of Numerical Heat transfer", 1988.
- [11] J.C. Patterson, J. Imberger, Unsteady natural convection in a rectangular cavity, *J. Fluid Mech.* Vol. 100, pp.65-86, 1980.