

**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

# Versiones casi seguras de teoremas de convergencia en distribución. Aplicaciones a modelos discretos.

Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Matemático

Por:

**Cristian David Alday Espinoza**

Profesor guía: Raúl Gouet Bañares

**Santiago de Chile - Abril 2007**

Tesis con restricción de acceso en línea, según petición de su autor.

Miembros de la Comisión: Jorge Amaya Arraigada y Nancy Lacourly Ventre



<b>Resumen .</b>	<b>1</b>
<b>Texto con restricción . .</b>	<b>3</b>



---

# Resumen

Consideremos una sucesión  $(X_n)$  de variables aleatorias no negativas, independientes e idénticamente distribuidas con distribución común  $F$ , posiblemente discontinua.

Sea  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$  para la sucesión de los máximos parciales, por convención escribiremos  $M_0 = 1$ .

Diremos que la observación que representa la variable  $X_n$  es un record superior si  $X_n > M_{n-1}$ .

El proceso de conteo del número de records corresponde a un modelo discreto que presenta algunas características que dificultan un enfoque clásico en la obtención de convergencia asintótica como lo es la dependencia de las indicadoras de records.

Para algunos de los modelos discretos como el anterior, se han obtenido recientes resultados de convergencia asintótica.

En particular, para el proceso de conteo de records de v.a. discretas se han obtenido Leyes de los Grandes Números y Teoremas Centrales del Límite a partir de técnicas de martingalas a tiempo discreto.

El objetivo de esta memoria es utilizar la instrumentaria martingalista que se ha obtenido en los teoremas asintóticos ya estudiados, para obtener versiones casi seguras de éstos.

Este trabajo de título presenta resultados asintóticos de algunos modelos discretos particulares como records,  $\delta$ -records y Urnas de Polya. Se presenta además la

problemática de la dependencia de las indicadoras de records y las extensiones de los teoremas clásicos de versiones casi seguras de los teoremas de convergencia en distribución, mostrando un enfoque para variables dependientes.

Por último se obtiene una versión casi segura de un Teorema Central del Límite para el proceso de conteo de records que utiliza una martingala previsible. A partir de este resultado se obtienen explícitamente las versiones casi seguras para algunas distribuciones y se analizan los alcances y restricciones de este resultado.

# Texto con restricción

Tesis con restricción de acceso en línea, según petición de su autor.