



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**SEDIMENTACIÓN DE UNA ESFERA SÓLIDA EN FLUIDOS
ESTRATIFICADOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

JOSÉ MAURICIO MUÑOZ MORALES

PROFESOR GUÍA
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
CHRISTIAN IHLE BASCUÑAN
YARKO NIÑO CAMPOS

SANTIAGO DE CHILE
JULIO 2007

*Padres son los que te crían,
yo tuve dos grandiosos padres
mis queridos abuelos. Gracias.*

AGRADECIMIENTOS

Por fin se ha terminado este proceso llamado Trabajo de Título. Existe un sin número de personas a las que me gustaría agradecer y mientras avanzo en la escritura, vienen a mi cabeza otros nombres tan importantes como los que ya tengo en mente, por lo mismo, espero no ser descortés e incluirlos a todos de alguna u otra forma.

Mis queridos abuelos, que sería sin ellos, sólo yo sé cuanta falta en estos momentos me hacen, quisiera tomarlos de la mano, decirles tantas cosas, decirles que los quiero demasiado y entregarles en sus manos esta memoria, como un signo de agradecimiento y misión cumplida. Gracias por sus enseñanzas, por sus retos, por sus alegrías, por su preocupación, por su cariño entregado incondicionalmente, gracias por hacerme sentir como un hijo más de ustedes.

Mi tía, una profesora de la vida, tu sistema de enseñanza me ha formado, me ha entregado herramientas más que suficientes para enfrentar la vida, no tengo idea como devolverte todo lo entregado hacia mí pero encontraré algún modo de hacerlo. Gracias por ser una segunda madre para mí.

Mi padre, mis tíos (as), mi primo, mi hermano, etc. gracias por despejar mi mente en momentos de máximo trabajo, sin su alegría las cosas hubiesen sido realmente complicadas.

Gracias a mi Profesor Guía Aldo Tamburrino por aceptarme como su alumno memorista, espero haber cumplido en parte su deseo inicial con el presente trabajo de título.

A las personas de todos los laboratorios habidos y por haber de la escuela de “Ingeniería” de Beaucheff. Gracias por su ayuda en los momentos más inesperados.

Gracias a Patricia Silva, Mónica Gallegos y Jessica Valenzuela por su buena disposición y simpatía.

A mis amigos y amigos, Eugenio, Cristóbal, Pareja, Campos, Lalo, Ivanka, Carola, Renée, etc. Gracias por sus buenas y malas influencias, ambas necesarias para vivir.

A la Empresa donde trabajo JRI S.A. gracias por darme reiterados permisos con la finalidad de terminar mi memoria.

Gracias también a Vicky, por su ayuda, paciencia y cariño, tienes un lugar privilegiado dentro de mí.

“SEDIMENTACIÓN DE UNA ESFERA SÓLIDA EN FLUIDOS ESTRATIFICADOS”

De acuerdo a recopilación de antecedentes, existe un sin número de trabajos experimentales relacionados con sedimentación de esferas a través de fluidos inmiscibles, no obstante, la situación con fluidos miscibles es diametralmente opuesta. Con tal de aminorar esta diferencia y ser un real aporte a la ciencia se estudiará uno de los fenómenos presentes en la Sedimentación de una Esfera Sólida en Fluidos Miscibles Estratificados.

El presente Trabajo de Título tiene como objetivo principal determinar una relación funcional que permita predecir la altura de elevación del fluido inferior por sobre la interfaz de dos fluidos miscibles debido al paso de una esfera sólida por ésta región. Este trabajo consta de investigación, experimentación y procesamiento de resultados obtenidos.

Durante la elaboración de este trabajo se realizó experimentación enfocada a la determinación de la velocidad de sedimentación de partículas individuales, determinación de viscosidad cinemática y determinación de la altura de elevación del fluido inferior sobre la interfaz existente entre ambos fluidos miscibles.

El resultado obtenido corresponde a la siguiente relación funcional que permite predecir la altura de elevación ya mencionada:

$$\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1 \right) \cdot d^3}}{v_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 3,8424^{-1} \cdot m + \frac{24,776}{3,8424} - \frac{4,0505}{m^2}$$

La relación anterior se puede interpretar como una igualdad entre la razón de la energía cinética de la partícula y el trabajo de la fuerza viscosa al elevarse el fluido inferior por sobre la interfaz (lado izquierdo) y el cuociente entre la fuerza boyante y la viscosa actuando sobre la partícula al momento de desplazarse a través de un fluido (lado derecho). Esta relación predice los resultados experimentales obtenidos con un 0,28% de error.

TABLA DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS	1
1.0 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	2
CAPÍTULO 2: REVISIÓN DE ANTECEDENTES	6
2.0 REVISIÓN DE ANTECEDENTES	7
2.1 PASO DE UNA ESFERA SÓLIDA A TRAVÉS DE UNA INTERFAZ DE FLUIDOS INMISCIBLES	8
2.1.1 FENÓMENOS PRESENTES	8
2.1.2 TEORÍA	10
2.2 PASO DE UNA ESFERA SÓLIDA A TRAVÉS DE UNA INTERFAZ DE FLUIDOS MISCIBLES	12
2.3 MÉTODOS EXPERIMENTALES.....	14
2.3.1 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR MARU ET AL., 1971.....	14
2.3.2 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR SRDIC – MITROVIC ET AL., 1999	15
2.3.3 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR MOHAMED Y LONGMIRE, 2003	16
2.4 ELEVACIÓN FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ DEBIDO A PASO DE ESFERA POR ESTA REGIÓN	17
2.5 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA PARA DETERMINAR SU VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	20
2.5.1 CORRECCIÓN DE LADENBURG	22
2.6 ANÁLISIS DIMENSIONAL. TEOREMA DE BUCKINGHAM - II	23
CAPÍTULO 3: ESTUDIO EXPERIMENTAL	26
3.0 ESTUDIO EXPERIMENTAL	27
3.1 DISEÑO Y DESCRIPCIÓN DE INSTALACIÓN EXPERIMENTAL PRINCIPAL. SALTO FLUIDO INFERIOR SOBRE LA INTERFAZ.....	27
3.1.1 GENERALIDADES.....	27
3.1.2 SISTEMA DE INYECCIÓN DE FLUIDO MÁS PESADO.....	28
3.1.3 SISTEMA DE LANZAMIENTO DE ESFERAS	29
3.1.4 SISTEMA DE RECUPERACIÓN DE ESFERAS.....	30
3.1.5 SISTEMA DE ILUMINACIÓN	31
3.1.6 SISTEMA DE REGISTRO.....	32
3.2 DISEÑO Y DESCRIPCIÓN DE INSTALACIÓN EXPERIMENTAL SECUNDARIA. VISCOSIDAD DE FLUIDOS	32
3.3 MÉTODO EXPERIMENTAL	34
3.3.1 GENERALIDADES.....	34
3.3.2 METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS. SALTO FLUIDO INFERIOR SOBRE LA INTERFAZ.....	36
3.3.3 METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA DETERMINACIÓN DE LA VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS EMPLEADOS	37
3.3.4 METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	41
3.4 PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS Y ESFERAS EMPLEADAS	42
3.4.1 CARACTERÍSTICAS DE FLUIDOS EMPLEADOS.....	42
3.4.2 CARACTERÍSTICAS ESFERAS EMPLEADAS.....	44

3.5	CONDICIONES EXPERIMENTALES.....	45
3.5.1	CONDICIONES EXPERIMENTALES DETERMINACIÓN VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	45
3.5.2	CONDICIONES EXPERIMENTALES DETERMINACIÓN VISCOSIDAD.....	46
3.5.3	CONDICIONES EXPERIMENTALES ELEVACIÓN SOBRE INTERFAZ.....	46
CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS		47
4.0	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	48
4.1	GENERALIDADES.....	48
4.2	RESULTADOS VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EN FLUIDO SUPERIOR.....	48
4.3	RESULTADOS DETERMINACIÓN VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS EMPLEADOS EN LAS EXPERIENCIAS PRINCIPALES.....	54
4.4	RESULTADOS ELEVACIÓN FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ.....	61
4.4.1	RESULTADOS OBTENIDOS	61
4.4.2	ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS	66
4.4.2.1	ANÁLISIS DE ERRORES DE ALTURAS DE ELEVACIÓN DE FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ.....	66
4.4.2.2	RELACIÓN FUNCIONAL PARA ALTURA DE ELEVACIÓN DEL FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ	70
4.4.3	SECUENCIA DE IMÁGENES DE LAS EXPERIENCIAS REALIZADAS	82
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES		87
5.0	CONCLUSIONES.....	88
5.1	EXPERIMENTACIÓN FUTURA	89

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1:	Características de las esferas empleadas por Maru et al.	15
Tabla 2.2:	Características de los fluidos empleados por Maru et al.	15
Tabla 2.3:	Características de los fluidos empleados en la experimentación de Mohamed y Longmire (Mohamed y Longmire, 2003)	16
Tabla 3.1:	Nomenclatura toma de datos determinación viscosidad cinemática	38
Tabla 3.2:	Nomenclatura toma de datos determinación velocidad de sedimentación	41
Tabla 3.3:	Densidad del agua en función de la temperatura	42
Tabla 3.4:	Viscosidad dinámica glicerina en función de la concentración y temperatura	43
Tabla 3.5:	Densidad glicerina en función de la concentración	44
Tabla 3.6:	Propiedades física esferas	44
Tabla 3.7:	Condiciones experimentales determinación velocidad sedimentación	45
Tabla 3.8:	Condiciones experimentales determinación viscosidad	46
Tabla 3.9:	Condiciones experimentales elevación de fluido inferior sobre interfaz	46
Tabla 4.1:	Velocidad sedimentación P1, $d_p = 10$ [mm]	49
Tabla 4.2:	Velocidad sedimentación P2, $d_p = 10$ [mm]	49
Tabla 4.3:	Velocidad sedimentación P3, $d_p = 10$ [mm]	50
Tabla 4.4:	Velocidad sedimentación P4, $d_p = 10$ [mm]	50
Tabla 4.5:	Velocidad sedimentación P5, $d_p = 10$ [mm]	51
Tabla 4.6:	Velocidad sedimentación P6, $d_p = 10$ [mm]	51
Tabla 4.7:	Velocidad sedimentación P7, $d_p = 10$ [mm]	52
Tabla 4.8:	Determinación velocidad de sedimentación en forma teórica	53
Tabla 4.9:	Viscosidad cinemática del agua	54
Tabla 4.10:	Viscosidad cinemática solución glicerina al 50%	55
Tabla 4.11:	Viscosidad cinemática solución glicerina al 60%	56
Tabla 4.12:	Viscosidad cinemática solución glicerina al 70%	57
Tabla 4.13:	Viscosidad cinemática solución glicerina al 80%	58
Tabla 4.14:	Viscosidad cinemática solución glicerina al 85%	59
Tabla 4.15:	Resumen resultados viscosidades cinemáticas y dinámicas	60
Tabla 4.16:	Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 85%	61
Tabla 4.17:	Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 80%	62
Tabla 4.18:	Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 70%	63
Tabla 4.19:	Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 60%	64
Tabla 4.20:	Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 50%	65
Tabla 4.21:	Error asociado a $h_{promedio}$	69
Tabla 4.22:	Matriz dimensiones variables involucradas	70
Tabla 4.24:	Resumen de pendientes producto del ajuste	74
Tabla 4.25:	Pendiente versus razón de concentraciones asociadas	76

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Esquema de los modos “film draining mode” y “tailing mode”(Ihle, Christian 2005)	4
Figura 2.1: Esfera en equilibrio en la interfaz entre aceite mineral y glicerina(Maru et. al, 1971).....	8
Figura 2.2: Perfil de densidad vertical típico de fluidos miscibles (Srdic – Mitrovic et al., 1999)...	12
Figura 2.3: Mediciones de velocidad versus distancia viajada.	13
Figura 2.4: Trayectoria curva bola de billar.....	18
Figura 2.5: Evolución del salto de fluido sobre la superficie libre.....	18
Figura 2.6: Vista del interior de la cavidad de aire	19
Figura 3.1: Instalación experimental principal.....	27
Figura 3.2: Sistema de inyección de fluido más pesado	29
Figura 3.3: Sistema de lanzamientos de esferas.....	30
Figura 3.4: Sistema de extracción de esferas	31
Figura 3.5: Sistema de iluminación. Vista en planta del interior de la caja de acrílico.	32
Figura 3.6: Instalación experimental secundaria.....	33
Figura 3.7: Interfaz mal definida.....	35
Figura 3.8: Diferencias entre configuraciones de coloración.....	36
Figura 3.9: Esquema simplificado del sistema de medición de viscosidad.....	39
Figura 3.10:Viscosidad dinámica glicerina versus concentración	44
Figura 4.1: Gráfica experiencias velocidad experimental de sedimentación	52
Figura 4.2: Viscosidad cinemática solución glicerina al 50%	55
Figura 4.3: Viscosidad cinemática solución glicerina al 60%	56
Figura 4.4: Viscosidad cinemática solución glicerina al 70%	57
Figura 4.5: Viscosidad cinemática solución glicerina al 80%	58
Figura 4.6: Viscosidad cinemática solución glicerina al 85%	59
Figura 4.7: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $d_p = 10$ [mm], $C = 85\%$	66
Figura 4.8: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $d_p = 10$ [mm], $C = 80\%$	67
Figura 4.9: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $d_p = 10$ [mm], $C = 70\%$	67
Figura 4.10: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $d_p = 10$ [mm], $C = 60\%$	68
Figura 4.11: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $d_p = 10$ [mm], $C = 50\%$	68
Figura 4.12: Gráfica de parámetros adimensionales	74
Figura 4.13: Ajuste a valores de parámetros adimensionales en análisis.....	75
Figura 4.14: Pendiente versus razón de concentraciones.....	76
Figura 4.15: Función pendiente versus razón de viscosidades cinemáticas ajustada.....	77
Figura 4.16: Valores ajustados versus valores experimentales de $h_{promedio} * w_{s1} * v_1^{-1}$	78
Figura 4.17: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=85\%$	82
Figura 4.18: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=80\%$	83
Figura 4.19: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=70\%$	84
Figura 4.20: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=60\%$	85
Figura 4.21: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=50\%$	86

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.0 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

El hombre desde tiempos remotos ha sentido la necesidad de entender los diversos fenómenos que acontecen en el entorno que lo rodea. Esta necesidad, o a veces también llamada curiosidad, no siempre ha podido ser saldada, debido a que el nivel de las herramientas disponibles no siempre ha estado a la par con el nivel de los desafíos planteados. Sin embargo, en ésta época, el nivel de las herramientas, tanto teóricas como tecnológicas, permiten enfrentarse a un sin número de problemas, logrando con esto, satisfacer lo que se ha denominado “curiosidad” del hombre. Uno de estos desafíos es el tema que se trata en este trabajo y que corresponde a la determinación de una relación funcional que permita predecir la elevación del fluido inferior sobre una interfaz de fluidos miscibles debido al paso de una esfera sólida a través de ésta región. Cabe mencionar que el estudio que se encuentra en proceso busca entregar una base sólida tanto para la ejecución de las experiencias a desarrollar aquí como para futuras investigaciones.

A continuación se dará una breve descripción del trabajo en estudio con tal de interiorizar al lector en el tema.

El paso de una esfera sólida a través de una interfaz fluido – fluido y los fenómenos físicos que afloran debido a ésta interacción, es posible encontrarlos en diversas disciplinas. En procesos metalúrgicos, la transferencia de material de desecho del metal a la escoria (slag), es acelerado por el gas que burbujea a través de la interfaz existente. Este gas puede inyectarse desde el exterior o producirse por una reacción química dentro de la fase del metal. La refinación del plomo y el poling del cobre son ejemplos de estos procesos (Maru et. al 1971). Además, la sedimentación y dispersión de partículas sólidas o líquidas a través de medios estratificados, están ligadas también con problemas medio ambientales, especialmente la distribución de contaminación en la baja atmósfera y superficie del océano. Aquellos sólidos aerotransportados o partículas líquidas con diámetro d_p más pequeño que $20 \mu\text{m}$ llamados aerosoles, representan un grave problema de contaminación en la atmósfera, idéntica situación sucede con partículas sólidas de $d_p > 20 \mu\text{m}$ llamadas polvo o material particulado (PM), que permiten a agencias reguladoras del medio ambiente, estimar la calidad del aire a través de una medida de su concentración . Una gran cantidad de fenómenos atmosféricos tales como los episodios de contaminación a escala local, el invierno nuclear que resulta de explosiones nucleares y hasta cierto punto los cambios climáticos, son atribuidos a estas partículas suspendidas (Sdric – Mitrovic et. al, 1998). Partículas sólidas (o ‘marine snow’) en la superficie del océano tienen relación importante con la distribución de

biomasa, tasas de producción primaria, ciclo bioquímico y la adaptación de células de fitoplancton a ambientes de poca luminosidad (Lande & Word 1987). Las partículas sólidas en el medio ambiente, posteriormente, sedimentan con el tiempo y las bajas tasas de sedimentación son la clave para la evaluación de los impactos medio ambientales, sin embargo, no existen estudios experimentales detallados que profundicen sobre los mecanismos responsables para tales tasas de sedimentación.

El último punto mencionado en el párrafo anterior tiene directa relación con que los estudios reportados sobre la sedimentación de partículas rígidas a través de fluidos miscibles estratificados son virtualmente inexistente, sin embargo, la literatura acerca de la penetración de partículas a través de interfaces fluido – fluido entre dos líquidos inmiscibles es voluminosa. Hartland 1968, Maru et al. 1971, Shah et al. 1972, Srdic – Mitrovic et al. 1999 (trabajo relacionado con fluidos miscibles) y Jenny et al. 2003 y 2004 son algunos de los investigadores que, con su trabajo, han permitido extender el conocimiento de la interacción esfera sólida e interfaz de un fluido estratificado. Diversos han sido los trabajos publicados, permitiendo tener hoy en día una base, no sólo para comprender el fenómeno sino que también para poder realizar aportes en zonas que aún no han sido investigadas y que son de real interés. A continuación se realiza un pequeño esbozo de los fenómenos más relevantes para el presente trabajo y que han sido reportados por los autores ya mencionados, con tal de proporcionar al lector un escenario más claro para la comprensión futura de lo que se desea lograr.

Cuando una esfera pasa de una capa de fluido 1 a una capa de fluido 2 (fluidos inmiscibles), dos modos de interacción son posibles y han sido bautizados como film draining mode (modo drenaje de película) y tailing mode (modo de cola) (Hartland 1968; Shopov and Minev, 1992). En el primer caso (film draining mode), una delgada película del fluido superior cubre el perímetro de la esfera cuando se encuentra en pleno avance a través del fluido inferior, mientras que en el “tailing mode” no se observa una capa de fluido superior junto al frente de ataque de la esfera, pero sí se visualiza una conexión entre la esfera y el fluido superior en forma de cola (cónica) que posteriormente termina en ruptura volviendo el fluido a su lugar de origen mediante la gestación de un proceso que se ha denominado ‘rosca’. La Figura 1.1 que se presenta a continuación permite visualizar en forma esquemática los modos mencionados.

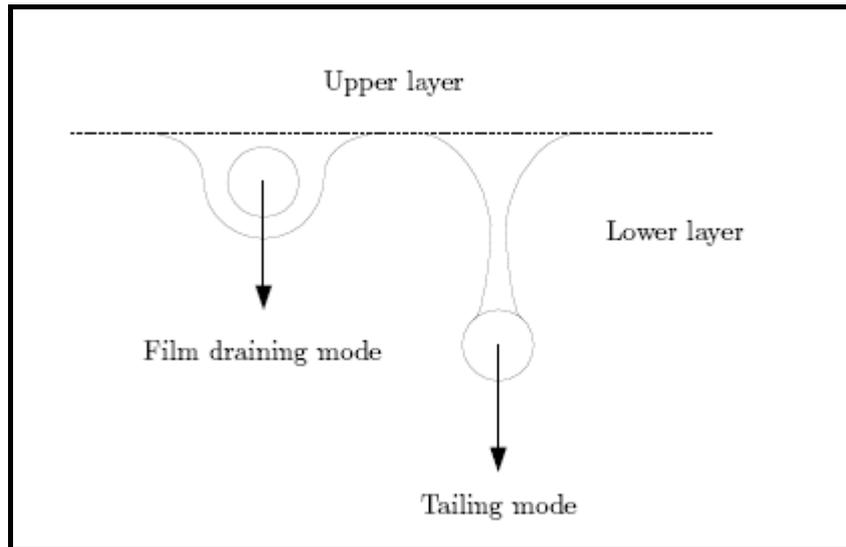


Figura 1.1: Esquema de los modos “film draining mode” y “tailing mode”¹
(Ihle, Christian 2005)

La mayoría de las investigaciones sobre el movimiento de las partículas cerca o a través de interfaces ha sido realizada en forma teórica o numérica para bajos números de Reynolds y a través de fluidos inmiscibles de diferentes propiedades físicas, donde la tensión superficial juega un rol importante en su dinámica (en el capítulo 2 se presenta un mayor detalle de las investigaciones realizadas). Esto contrasta con las situaciones encontradas en flujos medio ambientales, donde las capas de fluidos son miscibles (de aquí que los efectos de tensión interfacial son irrelevantes), la estratificación cambia a escalas más grandes que el diámetro de las partículas (fluido puede ser tratado como una estratificación continua), y las propiedades físicas, excepto la densidad, no varían significativamente de una capa a otra. Es por esta razón que el trabajo que aquí se está llevando a cabo, tiene la finalidad de acrecentar el conocimiento respecto del tema de sedimentación de una esfera sólida a través de una interfaz de fluidos miscibles.

Ahora que se posee un plano general de los sucesos que acontecen en el fenómeno en estudio, es posible mencionar cuales son las aspiraciones que se persiguen con el presente estudio denominado “Sedimentación de una esfera sólida en fluidos estratificados”. Los objetivos son:

¹ Nota: La línea punteada representa la interfaz entre ambos fluidos. Las líneas curvas representan la incorporación de líquido desde la capa superior hacia la inferior.

- Diseño y construcción de una instalación experimental principal empleada en la determinación de la elevación del fluido inferior sobre la interfaz.
- Búsqueda de un sistema de visualización que permita obtener un buen nivel de captación de los fenómenos que acontecen en la zona cercana a la interfaz entre ambos fluidos.
- Determinación de la velocidad de sedimentación, a través del fluido superior, de las esferas empleadas en la experimentación. Parámetro fundamental para poder tener un régimen controlado al momento de ingresar en la interfaz de ambos fluidos y para análisis posterior de los resultados obtenidos.
- Diseño de una instalación experimental secundaria que permita determinar el valor de la viscosidad de los fluidos empleados en las experiencias. Conjunto de experiencias que buscan validar información bibliográfica disponible.
- Determinación de una relación funcional, mediante el análisis dimensional, que permita determinar la distancia a la cual se eleva el fluido inferior por sobre la interfaz de fluidos miscibles, debido al paso de una esfera sólida a través de ésta región.
- Extender el conocimiento de los fenómenos que acontecen debido al paso de una esfera sólida a través de una interfaz de fluidos miscibles con tal de llenar en parte el vacío existente en la actualidad.

La memoria esta formada por 5 capítulos. En el capítulo 2 se presentan los antecedentes bibliográficos necesarios para poder iniciar el presente estudio, abarcando los aspectos más importantes concernientes a la sedimentación de esferas sólidas a través de una interfaz de fluidos miscibles. En el capítulo 3 se describen las instalaciones experimentales diseñadas y se presenta la metodología usada en las experiencias. En el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos en las experiencias y se desarrolla un análisis de los datos obtenidos. Finalmente, en el capítulo 5, se sintetizan las conclusiones y comentarios considerando todos los puntos anteriores.

CAPÍTULO 2
REVISIÓN DE ANTECEDENTES

2.0 REVISIÓN DE ANTECEDENTES

Los estudios experimentales reportados sobre la penetración de partículas a través de la interfaz de dos fluidos miscibles son virtualmente inexistente. El trabajo de Srdic – Mitrovic et al. realizado el año 1999 es uno de ellos y será empleado como base para el presente trabajo. Por otro lado, los estudios reportados para el caso del paso de una esfera sólida a través de una interfaz de fluidos inmiscibles son realmente voluminosos, donde es posible encontrar los trabajos de Hartland 1968, Maru et al. 1971, Shah et al. 1972 y Jenny et al. 2003 y 2004, como autores cuyo aporte es realmente útil para el tema a desarrollar. Aunque se trata en sus respectivos trabajos de fluidos que incorporan el efecto de tensión interfacial, una buena cantidad de información es útil para el desarrollo del presente trabajo, como por ejemplo, las características de la instalación experimental empleadas en la ejecución de sus experimentos, y que son la base de las dimensiones de la diseñada en el presente trabajo, y algunos fenómenos que se presentan debido a la interacción esfera – interfaz. La revisión de antecedentes que aquí se presenta esta enfocada a tratar de entregar una base sólida para lograr los objetivos planteados en el capítulo 1 y para posibles futuras investigaciones. La exposición de dicha información se presenta del siguiente modo:

- Separación entre los trabajos enfocados a fluidos miscibles e inmiscibles
- Antecedentes de métodos experimentales empleados
- Antecedentes para comprender fenómeno de elevación de fluido inferior por sobre interfaz debido al paso de una esfera sólida a través de una interfaz fluido – fluido, y
- Exposición de materias que son necesarias para el desarrollo del presente trabajo de memoria.

A continuación se presenta dicha información.

2.1 PASO DE UNA ESFERA SÓLIDA A TRAVÉS DE UNA INTERFAZ DE FLUIDOS INMISCIBLES

2.1.1 FENÓMENOS PRESENTES

Los estudios relacionados con el paso de una esfera sólida a través de una interfaz de fluidos inmiscibles han reportado que dos casos distinguibles pueden ocurrir cuando la partícula llega a la interfaz, siendo estos los siguientes:

- a. Si las fuerzas gravitacionales son balanceadas con la tensión superficial, la partícula logrará el equilibrio en esta zona. (Maru et al., 1971). La Figura 2.1 permite visualizar el fenómeno aquí descrito.

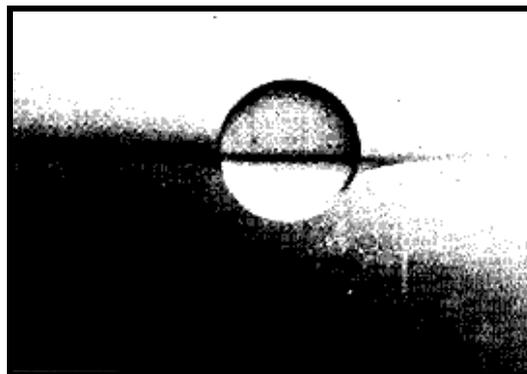


Figura 2.1: Esfera en equilibrio en la interfaz entre aceite mineral y glicerina (Maru et. al, 1971)

- b. Cuando las fuerzas gravitacionales son superiores a las fuerzas de tensión interfacial, la partícula se abrirá camino a través de la interfaz y viajará en el fluido inferior con o sin una cola de fluido superior. (Maru et. al., 1971 y Shah et al., 1972).

En el último caso descrito (caso b), Hartland 1968 y Shopov y Minev en 1992, han reportado dos modos, en el cual la esfera, puede pasar a través de la interfaz de fluidos inmiscibles, bautizándolos como “film draining mode” y “tailing mode” (las características de cada uno de ellos fueron presentadas en el capítulo anterior del presente escrito). Si bien aún no existe un criterio disponible que permita predecir cual modo prevalece durante el paso de la partícula, las simulaciones numéricas de Geller et al. (1986) han identificado los parámetros que gobiernan estos procesos para fluidos

inmiscibles y rangos de números de Reynolds bajos. Los estudios numéricos realizados fueron terminados antes de que se completara la total penetración de la partícula desde una capa a la otra, debido a las restricciones computacionales existentes.

Por otro lado, el mecanismo responsable de la separación del fluido superior adherido a la esfera (modo “tailing mode”), aún no es comprendido del todo. Un posible mecanismo es la ruptura de la película alrededor de la partícula y su retroceso hacia la capa de fluido superior. Otro posible mecanismo es la degeneración de la estela de fluido debido a inestabilidades de la cola cilíndrica. Maru et al. (1971) han reportado observaciones de las inestabilidades de tales colas, las cuales guían la formación de gotas durante el rompimiento de la cola, después que la partícula penetra alrededor de 120 diámetros dentro de la capa de fluido inferior. Durante el proceso de ruptura, las partículas pueden continuar encapsuladas por una delgada película de fluido superior, incluso después que la conexión entre la partícula y el flujo superior haya sido perdida. Observaciones de Maru et al. (1971) muestran que el volumen de fluido transportado por la esfera es directamente proporcional al diámetro de la partícula e inversamente proporcional a la tensión interfacial y la viscosidad del líquido superior. La distancia desde la interfaz al punto de rompimiento de la columna de fluido es inversamente proporcional a la tensión interfacial. De aquí es posible sugerir una investigación futura evaluando, mediante una relación dependiente de los parámetros que gobiernan el fenómeno, la distancia a la cual se produce la separación entre el fluido superior y la esfera sólida para dos fluidos miscibles, con tal de contrarrestar el resultado entregado por Maru et al. (1971), cuyo trabajo y análisis es realizado con fluidos inmiscibles.

Existen varios otros estudios relacionados con la penetración de partículas a través de interfaces de fluidos inmiscibles. Thornham & Wilson (1983) han considerado teóricamente, la sedimentación de un cuerpo poroso a través de una interfaz de densidad de dos fluidos inmiscibles y demostraron que la interfaz alejada de la partícula permanecía inalterada. Este análisis, sin embargo, desprecia el arrastre hidrodinámico y asume que el peso del cuerpo está en balance con la fuerza boyante. Otro aspecto relacionado es la generación de ondas internas por el movimiento de la partícula a través de la interfaz de densidad (Mowbray & Rarity 1967; Lighthill 1996). La energía radiada por estas ondas ejerce un arrastre adicional sobre el cuerpo como fue mostrado por Warren (1960).

Otro tópico relacionado con el movimiento de cuerpos en fluidos es el drift (deriva), el cual es definido como la deformación del material de la interfaz inicialmente perpendicular al movimiento. Estudios acerca de ‘drift’ fueron iniciados por Darwin (1953), quien considero el movimiento de un cuerpo sólido a través de un ideal,

homogéneo e incomprensible fluido, mostrando que bajo ciertas condiciones, el ‘drift’ del volumen encerrado entre la posición inicial y final es igual al volumen correspondiente a la adición hidrodinámica de masa. Aunque el concepto de ‘drift’ fue inmediatamente extendido por Lighthill (1956), al parecer ha sido olvidado por muchos años. El interés de este tópico, sin embargo, ha sido resucitado recientemente y las condiciones para la igualdad entre ‘drift’ y la adición de masa han sido rigurosamente delineadas (Yih 1985; Benjamín 1986; Eames, Belcher & Hunt 1994; Eames, Hunt & Belcher 1996; Eames & Hunt 1997).

2.1.2 TEORÍA

La diferencia entre bajos y elevados números de Reynolds de choque contra la interfaz reside sobre las características del flujo inducido por la caída de la esfera. Definiendo el número de Reynolds como $Re = U * d / \nu$, con U la velocidad terminal de la esfera en la capa de fluido superior, d su diámetro y ν la viscosidad cinemática del fluido superior, varios regímenes dinámicos pueden ser encontrados. En particular, para $Re \approx 205$ (dependiendo débilmente de la proporción entre la esfera y la capa de fluido superior, ρ_s / ρ_1) una transición puede ser encontrada desde un flujo axisimétrico hacia uno simétrico planar (Jenny et al., 2003). Para Re mayores o iguales a 270 la simetría planar es perdida y una serie de loops cerrados son observados, y para valores más altos del número de Reynolds, un desarrollo completo de la turbulencia puede ser encontrado (Jenny et al., 2004; Veldhuis et al., 2005). De aquí reside la importancia de que la esfera alcance la velocidad de sedimentación en el fluido superior con tal de tener el conocimiento previo del comportamiento y régimen antes de penetrar la interfaz que separe los fluidos. Esto se consigue realizando mediciones de la velocidad con tal de determinar la altura de la columna de agua suficiente para lograr dicho objetivo. En un punto posterior del presente capítulo se expondrá la teoría ligada a la velocidad de sedimentación, para en un próximo capítulo presentar la metodología empleada y los resultados obtenidos.

Por otra parte, y por medio de la realización de un análisis dimensional, es posible determinar los parámetros adimensionales que gobiernan el fenómeno en estudio (paso de una esfera sólida a través de una interfaz de fluidos inmiscibles). Para la esfera, los parámetros dimensionales relevantes son su diámetro y la densidad, ρ_s y d , respectivamente. Se está suponiendo que no existe influencia importante de la superficie rugosa. Para cada capa de líquido las cantidades físicas relevantes son su densidad y la viscosidad cinemática, ρ_j y ν_j , respectivamente, con $j = 1$ representando la capa superior

y $j = 2$ la inferior, recalando que la esfera desciende en este caso. Los parámetros en común para el sistema son la tensión interfacial entre ambos fluidos (σ_{12}) y la aceleración de gravedad, g . Considerando que la masa, longitud y tiempo son las dimensiones fundamentales, el Teorema de Buckingham - Π entrega un total de 5 grupos adimensionales que pueden ser contruidos. Basados en los parámetros adimensionales usados por Jenny et al. (2004) en el caso de la libre caída de esferas dentro de un medio homogéneo, los siguientes números adimensionales son definidos:

$$\Pi_1^j \equiv r_j = \rho_s / \rho_j$$

$$\Pi_2^j \equiv G_j = \frac{\sqrt{|\rho_s / \rho_j - 1| \cdot g \cdot d^3}}{\nu_j}$$

Con j tomando valores de 1 y 2. El grupo adimensional G_j es comúnmente nombrado como número de Galileo, y representa la proporción entre los efectos boyantes y viscosos. Un tercer grupo adimensional puede ser construido representando una proporción entre los efectos gravitacionales y la tensión interfacial:

$$\Pi_3 \equiv Bo = \frac{d^2 \cdot g \cdot \rho_1}{\sigma_{12}} \left| \frac{\Pi_1^1}{\Pi_1^2} - 1 \right| = \frac{d^2 |\rho_2 - \rho_1| \cdot g}{\sigma_{12}}$$

La última definición presentada fue primeramente propuesta por Bashforth y Adams (1883), y es comúnmente denominada como número de Bond. Es relevante mencionar que aunque no exista una dependencia explícita de una velocidad característica en los parámetros adimensionales aquí mostrados, la condición de equilibrio dinámico antes de la influencia de la interfaz debe ser considerado antes de ejecutar algún tipo de experimentos con tal de tener un régimen conocido.

Es necesario mencionar, antes de finalizar la exposición del presente punto, que dado que los parámetros adimensionales expuestos juegan un rol relevante en el fenómeno en estudio, sería interesante experimentar con diversas condiciones de entrada de la partícula a la interfaz tales como, el ángulo de impacto o la rotación de las esferas, o simplemente estudiar los fenómenos hasta aquí expuestos en fluidos que tienen la capacidad de mezclarse, es decir, fluidos miscibles.

2.2 PASO DE UNA ESFERA SÓLIDA A TRAVÉS DE UNA INTERFAZ DE FLUIDOS MISCIBLES

Uno de los pocos trabajos experimentales realizados con fluidos miscibles es adjudicado a Srdic – Mitrovic et al., 1999 y será empleado como una base para el presente trabajo en desarrollo. Por esta razón lo que se expone de aquí en adelante tiene relación directa con este trabajo.

Al tratar con fluidos miscibles, las propiedades físicas no cambian significativamente desde una capa a otra, exceptuando la densidad (aunque esto depende exclusivamente de las condiciones experimentales). Es por esta razón que el fluido se puede tratar como una estratificación continua. La Figura 2.2 presenta un típico perfil de densidad vertical correspondiente a fluidos miscibles

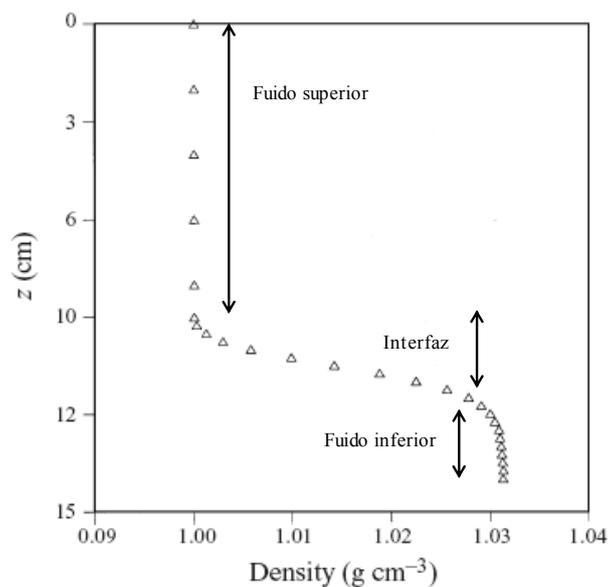


Figura 2.2: Perfil de densidad vertical típico de fluidos miscibles
(Srdic – Mitrovic et al., 1999)

En la distribución de densidades presentadas en la Figura 2.2, se encontró que la velocidad de las partículas es aproximadamente constante en prácticamente toda la capa de fluido superior, pero experimenta un significativo decrecimiento cuando la partícula desciende a través de la interfaz. Una interesante observación es la existencia de la velocidad mínima U_{\min} en la capa estratificada, la cual es a menudo localizada en la parte baja de esta zona. La Figura 2.3 presenta las mediciones de velocidad, para distintos tamaños de partículas, versus la distancia viajada.

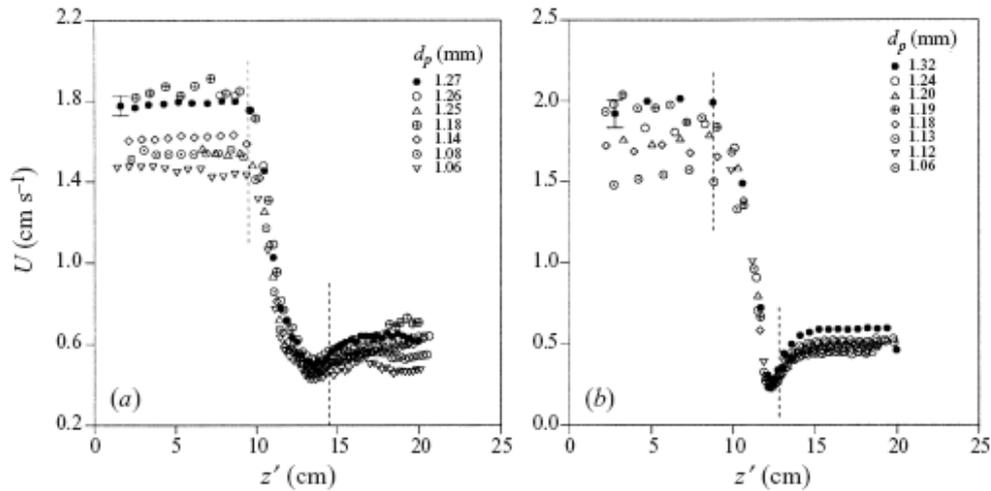


Figura 2.3: Mediciones de velocidad versus distancia viajada.

Dentro de la interfaz, la velocidad mínima de la partícula puede ser tan baja como el 10% de la velocidad de sedimentación local. Una causa de la desaceleración de la partícula en la interfaz se debe al arrastre de fluido desde la capa superior. Las fuerzas boyantez que involucran esta acción imponen una fuerza hacia arriba adicional sobre la partícula, causando una desaceleración significativa. Esta desaceleración es mayor mientras más grande es el cambio de densidad entre ambas capas, sin embargo, la permanencia en el tiempo de esta baja velocidad es mucho menor. Posteriormente a este proceso, la partícula comienza un proceso de aceleración con tal de alcanzar la velocidad de sedimentación en la capa de fluido inferior. Este proceso se logra debido a que las fuerzas adicionales experimentadas comienzan a decrecer a medida que aumenta la penetración de la esfera. Una vez que la esfera se encuentra en el fluido inferior, las observaciones indicaron que la cola adherida a la partícula es completamente separada de ésta y la más probable explicación de a este echo es la ruptura de la delgada capa alrededor de la partícula y no posibles inestabilidades de la cola como fuese mencionado anteriormente.

Finalmente, es de interés comentar que fue encontrado que la estratificación tiene un impacto significativo en la sedimentación de las partículas en el rango aproximado del número de Reynolds de $1,5 < Re_1 < 15$. Sobre este rango, las partículas tienden a arrastrar una delgada capa de fluido de la capa superior dentro de la región estratificada, además se incrementa el arrastre y la desaceleración en la capa estratificada. En el rango del número de Froude densimétrico (razón entre la fuerza de inercia y de boyantez) investigado, $3 < Fr_1 < 10$, el coeficiente de arrastre fue encontrado un orden de magnitud mas grande que en el caso de un fluido homogéneo. La contribución de las ondas internas al arrastre fu pequeña comparado con el arrastre dentro de la zona

estratificada, pero la actividad de las ondas internas fue detectada una vez que el fluido superior arrastrado por la partícula se separó de esta.

2.3 MÉTODOS EXPERIMENTALES

La principal característica que debe satisfacer una instalación experimental es que su dimensión vertical permita a las esferas alcanzar la velocidad de sedimentación en el fluido superior a emplear, con tal de tener un régimen controlado antes del ingreso a la interfaz. Además, se busca aminorar o en lo posible descartar, el efecto de borde de las paredes, en caso de no contar con tal condición, se debe recurrir a la corrección propuesta por Ladenburg (en un punto posterior del presente capítulo se expondrá la corrección mencionada). Para alcanzar la velocidad de sedimentación en el fluido superior se debe poseer una altura de fluido suficiente que permita lograr dicho objetivo la cual debe ser determinada a través de experimentación. Misma situación ocurre cuando se desea disminuir o descartar el efecto de pared sobre el movimiento de la esfera, pues se debe tratar que la dimensión horizontal de la instalación experimental sea muy por sobre el tamaño de la esfera a ensayar. Las dos razones anteriormente mencionadas han sido tomadas en cuenta por los investigadores que han tratado el tema en estudio, sin embargo, cada uno ha tomado su propia decisión en cuanto a fluidos, material de esferas, tamaño de esferas, etc. a emplear en sus experimentos. A continuación se expone algunas de las características más relevantes de un par de instalaciones experimentales empleadas por investigadores del tema en estudio.

2.3.1 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR MARU ET AL., 1971

Un sistema consistente de cyclohexanol en la parte superior y glicerina al 62,5 % empleada en la parte inferior fue usado en la mayor parte de los experimentos llevados a cabo. Aceite mineral con agua fue seleccionado como otro sistema con tal de variar los parámetros del sistema.

Un tanque de vidrio cilíndrico de 15 cm x 45 cm fue empleado para estudiar el paso de la esfera. El tanque cilíndrico fue llenado con el fluido superior hasta una altura de 8 cm y 30 cm del fluido inferior. Estos fluidos se vierten sin mayor cuidado dentro del estanque dado que no se pueden mezclar entre ellos.

Las propiedades físicas, tanto de los fluidos como de las esferas empleadas, son presentadas a continuación en la Tabla 2.1 y 2.2.

Tabla 2.1: Características de las esferas empleadas por Maru et al.

Esferas rígidas	Densidad (g/cc)
Nylon	1,16
Plexigas	1,19
Teflón	2,23
Vidrio	2,54
Aluminio	2,76

Tabla 2.2: Características de los fluidos empleados por Maru et al.

Sistema A		Densidad (g/cc)	Viscosidad (cP)	S.T. (dyn/cm) ²
Fluido superior	Cyclohexanol	0,978	27,2	2,0
Fluido inferior	Glicerina (62,5%)	1,154	11,8	
Sistema B				
Fluido superior	Aceite mineral	0,842	19,1	40,4
Fluido inferior	Agua	0,996	0,99	

2.3.2 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR SRDIC – MITROVIC ET AL., 1999

Los experimentos fueron llevados a cabo en un tanque transparente de dimensiones 30 x 60 x 60 cm. Los fluidos a emplear fueron preparados de tal forma que primero se introdujo el fluido menos denso en el tanque para posteriormente incorporar lentamente un fluido de mayor densidad bajo el fluido introducido previamente. La razón de este procedimiento se debe a que los fluidos empleados en las experiencias tiene la facultad de mezclarse entre ellos. El fluido menos denso fue alcohol etílico con una mezcla de agua de aproximadamente 25 cm de espesor. La capa de fluido inferior fue una solución de agua con sal de aproximadamente el mismo espesor que el empleado con la capa superior. La proporción de las densidades del fluido inferior y el superior fueron variadas en el rango 1,025 a 1,065. Típicas viscosidades dinámicas del fluido superior e inferior fueron $1,17 \times 10^{-3}$ y $1,19 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, respectivamente, y de aquí que los cambios de viscosidad a través de las capas de fluido pueden ser considerados como despreciables.

Partículas esféricas de poliestireno en el rango de densidad de 1,025 a 1,049 g/cm³ y diámetros comprendidos entre 0,25 a 1,80 mm fueron usados para la experimentación.

² Nota: S.T. corresponde al valor de la tensión interfacial existente entre ambos fluidos.

2.3.3 INSTALACIÓN Y METODOLOGÍA EXPERIMENTAL EMPLEADA POR MOHAMED Y LONGMIRE, 2003

Un largo tanque transparente de vidrio de 40 cm de sección cuadrada y 30 cm de altura fue usado en la experimentación. El tanque fue primero llenado con una mezcla de agua destilada y glicerina hasta una altura de 13 cm. Posteriormente, aceite siliconado fue vertido desde la parte superior de la mezcla de agua con glicerina hasta alcanzar una altura de 10 cm. Dos tipos de aceite silicona, Dow Corning 200® con viscosidades de 20 y 50 cs, fueron usados.

En los experimentos realizados por Mohamed y Longmire, se emplearon gotas cuyos diámetros variaron de 1,01 a 1,05 cm asumiendo su forma como esférica. Las gotas alcanzaron su velocidad terminal, U_t , de 13,2 y 9,8 cm/s en los fluidos de 20 y 50 cs Dow Corning, respectivamente, con incertidumbre de 0,4 cm/s antes de aproximarse a la interfaz líquido – líquido. La Tabla 2.3 presenta las características de los fluidos empleados en la experimentación.

Tabla 2.3: Características de los fluidos empleados en la experimentación de Mohamed y Longmire (Mohamed y Longmire, 2003)

Combination 1			
	Units	20 cs	Water/glycerin
Density, ρ	g/cm ³	0.949	1.128±0.001
Kinematic viscosity, ν	cm ² /s	0.20	0.056±0.001
Dynamic viscosity, μ	g/cm.s	0.19	0.063±0.001
Refractive index, n		1.400	1.400±0.0004
Volume ratio			0.55/0.45
Interfacial tension, σ	mN/m		29.1
Combination 2			
	Units	50 cs	Water/glycerin
Density, ρ	g/cm ³	0.960	1.131±0.001
Kinematic viscosity, ν	cm ² /s	0.50	0.059±0.001
Dynamic viscosity, μ	g/cm.s	0.48	0.067±0.001
Refractive index, n		1.401	1.401±0.0004
Volume ratio			0.54/0.46
Interfacial tension, σ	mN/m		29.5

Una razón para el uso de un tanque relativamente largo fue para asegurar que el efecto de pared fuese despreciable, especialmente en la interfaz líquido – líquido.

Al comienzo del presente capítulo y fin del anterior, se mencionó el estudio en este trabajo de un fenómeno aquí denominado elevación de fluido inferior sobre la interfaz debido al paso de una esfera sólida en esta región, fenómeno que no ha sido reportado por los autores mencionados. A continuación se presenta una investigación realizada por Truscott y Techet en el año 2006 y que tiene relación directa con el fenómeno enunciado.

2.4 ELEVACIÓN FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ DEBIDO A PASO DE ESFERA POR ESTA REGIÓN

Un objeto esférico impactando la superficie libre genera dos cosas: un salto del fluido sobre la interfaz y una cavidad de aire bajo la superficie. En el caso de una esfera rotando, la combinación del momento angular con un movimiento hacia delante hace que la esfera se mueva a través de una trayectoria curva, similar a la curva de lanzamiento de una bola en baseball. En ejemplo es la hidrodinámica de una bola de billar (diámetro 5,7 cm) impactando la superficie libre con una velocidad vertical descendente de 7,5 m/s y una velocidad angular de 232 rad/s es revelada a través de imágenes de video de alta velocidad. La trayectoria curva de la esfera es mostrada en la Figura 2.4. La Figura 2.5 revela la evolución del salto del fluido sobre la interfaz y como la esfera imparte momento dentro del fluido. Al principio, en el impacto, la transferencia de momento forma un chorro justo sobre la superficie libre hasta que el crecimiento vertical deja atrás la extensión radial que forma el salto del fluido sobre la interfaz (ver Figura 2.5 (a)). El salto eventualmente colapsa internamente, formando una bóveda. El giro de la esfera, provoca que la cavidad colapse de forma asimétrica (ver Figura 2.5 (b)), en contraste con el caso de impacto de una esfera sin giro en la superficie libre donde el colapso es en forma simétrica con respecto a su eje. Una vista panorámica de la superficie (Figura 2.6) muestra una porción de fluido (cuña) siendo separada del lado izquierdo de la pared y a lo largo de todo el ecuador de la esfera. Cuando la esfera se mueve a través del fluido, la cuña se estira y viaja hacia el lado derecho de la cavidad (ver Figura 2.6). Eventualmente la cuña impacta el lado opuesto de la cavidad. La fuerza del impacto hace que el aire sea expulsado de la cavidad.



Figura 2.4: Trayectoria curva bola de billar

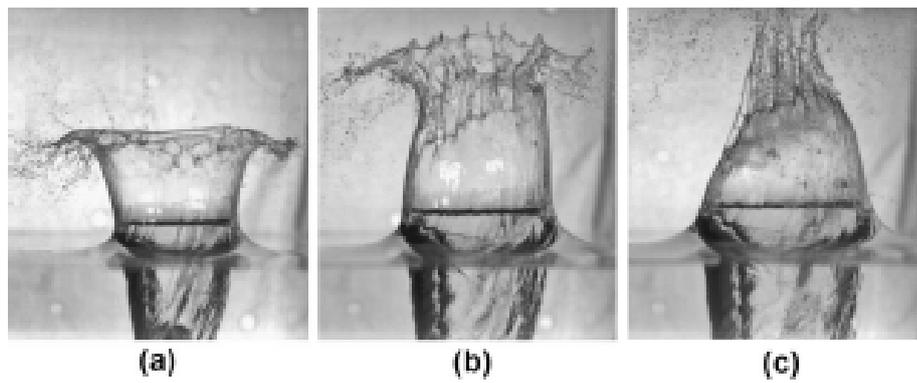


Figura 2.5: Evolución del salto de fluido sobre la superficie libre

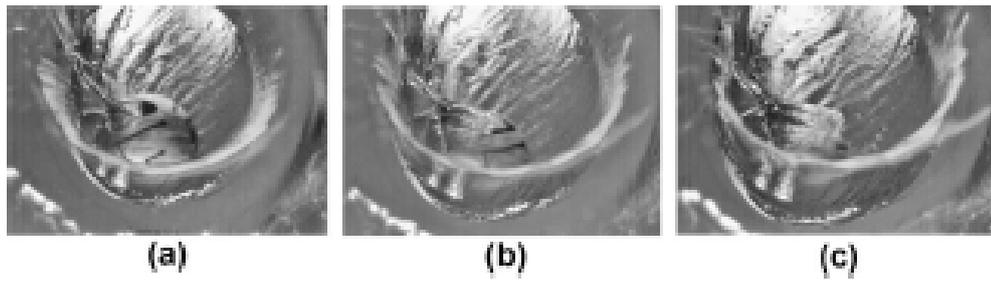


Figura 2.6: Vista del interior de la cavidad de aire

Como fue mencionado durante el transcurso de los puntos anteriores, la velocidad de sedimentación juega un rol fundamental al momento de escoger las dimensiones de la instalación experimental, es por esta razón que a continuación se expone la teoría involucrada en su determinación. Este desarrollo a mostrar a continuación será empleado posteriormente, con tal de determinar la altura de fluido superior en los experimentos a llevar a cabo en el presente trabajo, y permitir tener una seguridad de que la velocidad de sedimentación ha sido alcanzada.

2.5 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA PARA DETERMINAR SU VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.

Una partícula cayendo debido a la acción de la gravedad experimentará una aceleración inicial hasta que la fuerza de fricción debida al fluido equilibrará este efecto y la partícula alcanzará un régimen de caída con una velocidad constante conocida como la velocidad de sedimentación, u_p . Esta velocidad puede ser calculada mediante un balance de fuerzas practicado sobre una partícula individual, la ecuación de movimiento de la partícula es:

$$\rho_s \cdot V \cdot \frac{du_{pi}}{dt} = \rho_s \cdot V \cdot g_i + \int_S \tau_{ij} \cdot n_j \cdot dS \quad (1)$$

donde ρ_s es la densidad de la partícula y V su volumen. g_i es la componente de la aceleración de gravedad en la dirección i . τ_{ij} es el tensor de esfuerzos actuando sobre la superficie S de la partícula, el que debe satisfacer la ecuación de Navier – Stokes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (2)$$

n_j es un vector unitario normal a la superficie de la partícula.

Con el objeto de obtener la fuerza resultante sobre la partícula, la integral debe llevarse a cabo sobre la superficie de ella. La integral $\int_S \tau_{ij} \cdot n_j \cdot dS$ sujeta a la Ec. 2 es tremendamente difícil de llevar a cabo, pero se puede evitar si se sabe de antemano qué fuerzas son las que se generarán. Dichas fuerzas son las siguientes:

$$\int_S \tau_{ij} \cdot n_j \cdot dS = B_i + D_i + A_i + L_i \quad (3)$$

donde B_i denota la fuerza debido al empuje del fluido.

$$B_i = -\rho \cdot V \cdot g_i \quad (4)$$

D_i corresponde a la fuerza de arrastre.

$$D_i = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot A_P \cdot u_{Pi}^2 \quad (5)$$

A_i corresponde a la masa agregada. Corresponde a la fuerza requerida para acelerar el fluido que está alrededor de la partícula a medida que ésta se desplaza y está dada por:

$$A_i = -\rho \cdot c_m \cdot V \cdot \frac{du_{Pi}}{dt} \quad (6)$$

El coeficiente de masa agregada, c_m , toma el valor 0,5 para el caso de una esfera.

L_i corresponde a la fuerza de sustentación hidrodinámica, que surge de la distribución de velocidades del fluido. L_i puede ligarse a la diferencia de presión dinámica que se genera alrededor de la partícula. Esta fuerza es posible despreciarla ya que el tamaño de la partícula es mucho más pequeño que cualquier longitud característica del flujo. Por otro lado, en la integral de la Ec. 3 se han despreciado dos términos: el correspondiente a la fuerza de Basset y el asociado al efecto Magnus. La fuerza de Basset corresponde a una fuerza de origen viscoso que considera la historia del movimiento del fluido. La fuerza de Magnus corresponde a una fuerza de sustentación que se origina debido a la rotación de la partícula, la que al rotar hace que se desplace la capa límite, generándose una fuerza normal a la dirección del flujo principal. Unificando toda la información proporcionada, la Ec. 1 queda de la siguiente forma:

$$\rho_s \cdot V \cdot \frac{du_{Pi}}{dt} = \rho_s \cdot V \cdot g_i - \rho \cdot V \cdot g_i - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot A_P \cdot u_{Pi}^2 - \rho \cdot c_m \cdot V \cdot \frac{du_{Pi}}{dt} \quad (7)$$

Reordenando términos, la Ec. 7 queda de la siguiente forma:

$$(\rho_s \cdot V - \rho \cdot c_m \cdot V) \cdot \frac{du_{Pi}}{dt} = (\rho_s - \rho) \cdot V \cdot g_i - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot A_P \cdot u_{Pi}^2 \quad (8)$$

La condición que permite determinar la velocidad de sedimentación de una partícula en un medio fluido es cuando $\frac{du_{Pi}}{dt} = 0$, obteniéndose:

$$u_p = \left(\frac{4 \cdot g \cdot (\rho_p - \rho) \cdot d_p}{3 \cdot C_D \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Por medio de experimentos se ha determinado que C_D es una función del número de Reynolds de la partícula, Re :

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + Re^{1/2}} + 0,4 \quad (10)$$

El desarrollo de las Ecs. 1 a 9 son atribuidas al Profesor Aldo Tamburrino Tavantzis y se pueden encontrar en los apuntes del curso Transporte Hidráulico de Sólidos, mientras que la ecuación 10 se atribuye a White, 1991.

2.5.1 CORRECCIÓN DE LADENBURG

La teoría expuesta anteriormente para la determinación de la velocidad de sedimentación considera que la partícula desciende a través de un medio infinito logrando con esto que los efectos debido a los límites (o paredes) no afecten a la dinámica del cuerpo. Ladenburg³ investigó la influencia de los efectos debido al tamaño finito del recipiente en la dinámica de los cuerpos introduciendo la siguiente corrección a la expresión de la velocidad límite:

$$u_p = V_s \cdot \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R} \right) \quad (11)$$

donde R es el radio interno del recipiente que contiene al fluido, r es el radio de la esfera, V_s corresponde a la velocidad de sedimentación determinada en forma experimental y u_p se determina a través de la combinación de las Ecs. 9 y 10.

Cabe mencionar que la Ec. 11 es válida para una partícula esférica descendiendo a través de un cilindro y régimen dentro del rango de Stokes ($C_D = 24/Re$), condiciones que no se presentan en las experiencias a desarrollar, sin embargo, se tomará como un valor que permite discriminar cuán cercano se está al determinado teóricamente.

³ La corrección de Ladenburg es posible encontrarla en la referencia 10 indicada en la bibliografía.

Otro tópico de real interés para el desarrollo del presente trabajo tiene relación con la obtención de una familia de grupos adimensionales que reflejen los distintos tipos de comportamientos observables en el sistema. Ya fue expuesto en el punto 2.1.2 la importancia dentro de los estudios que han sido llevados a cabo. Misma importancia se atribuye en el presente trabajo dado que será parte fundamental del procedimiento general. Es por esta razón que a continuación se presenta la teoría empleada en el análisis dimensional o Teorema de Buckingham - II.

2.6 ANÁLISIS DIMENSIONAL. TEOREMA DE BUCKINGHAM - II

Consiste en reducir al mínimo al número de variables que pueden intervenir en un problema, formando con las mismas una serie de grupos adimensionales independientes. En este método las ecuaciones racionales se pueden hacer adimensionales con un cierto número de términos independientes; las variables se acomodan en una ecuación dimensional única, de forma que la combinación de variables para formar grupos o términos adimensionales, proporciona un número de grupos independientes siempre menor que el de variables originales.

El proceso se puede iniciar identificando sólo aquellas variables que son significativas del problema; después se agrupan en una ecuación funcional y se determinan sus dimensiones. Para un correcto procedimiento el Teorema de Buckingham entrega los pasos adecuados.

El Teorema de Buckingham establece que en un problema físico en el que se tienen n variables linealmente independientes, que incluye m dimensiones, las variables se pueden agrupar en $(n-m)$ parámetros adimensionales, linealmente independientes.

Algunas de las variables que pueden intervenir en un determinado fenómeno son:

- F : Fuerza
- L : Longitud
- u : Velocidad
- ρ : Densidad
- η : Viscosidad dinámica
- G : Gravedad
- C_s : Velocidad del sonido
- σ : Tensión superficial o interfacial
- k_f : conductividad térmica del fluido
- c_f : calor específico a presión constante

Por otro lado, las dimensiones son:

- L : longitud
- M : masa
- t : Tiempo
- T : Temperatura

Las fuerzas F pueden ser:

- F_{inercia} (debida a un gradiente de presiones)
- $F_{\text{elástica}}$
- F_{gravedad}
- $F_{\text{viscosidad}}$ (rozamiento)
- $F_{\text{capilaridad}}$ (tensión superficial)

Si A_1, A_2, \dots, A_n son las variables consideradas, como presión, velocidad, viscosidad, etc, que se supone son esenciales a la hora de resolver un problema, se puede suponer que vienen relacionadas mediante una relación funcional de la forma:

$$F(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$$

y si $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$ representan los parámetros adimensionales que agrupan a las variables, A_1, A_2, \dots, A_n , que incluyen, entre todas ellas, las m dimensiones, el Teorema de Buckingham establece la existencia de una ecuación, función de estos parámetros, de la forma:

$$f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}) = 0$$

El método que permite obtener los parámetros adimensionales π consiste en seleccionar m de las n variables A_i , las cuales pueden tener diferentes dimensiones, pero deben ser linealmente independientes, de forma que contengan entre todas ellas las m dimensiones, pudiéndose emplear como variables repetitivas al combinarlas con las variables A restantes, formándose así cada parámetro adimensional π . Por ejemplo, se puede suponer que A_1, A_2 y A_3 contienen las dimensiones (M, L, t), masa, longitud y tiempo, no necesariamente en cada una de ellas, pero sí en forma colectiva.

El primer parámetro π_1 adimensional es: $\pi_1 = A_1^{x_1} \cdot A_2^{x_2} \cdot A_3^{x_3} \cdot A_4^{x_4}$

El segundo parámetro π_2 adimensional es: $\pi_2 = A_1^{y_1} \cdot A_2^{y_2} \cdot A_3^{y_3} \cdot A_5^{y_5}$

Y así sucesivamente hasta el parámetro: $\pi_{n-m} = A_1^{z_1} \cdot A_2^{z_2} \cdot A_3^{z_3} \cdot A_n^{z_n}$

Los exponentes de estas ecuaciones se tienen que examinar de tal manera que cada parámetro π resulte adimensional; se sustituyen las dimensiones de las variables A_i y los exponentes de M, L, t, \dots se igualan a cero por separado, formándose un sistema de ecuaciones (tres para el ejemplo propuesto), con tres incógnitas para cada parámetro π , pudiéndose determinar los exponentes x, y, z , y por lo tanto, los parámetros π correspondientes.

CAPÍTULO 3
ESTUDIO EXPERIMENTAL

3.0 ESTUDIO EXPERIMENTAL

En el presente capítulo se describe el diseño de la instalación experimental principal (creada para las experiencias del salto del fluido superior sobre la interfaz) y la secundaria (creada para la determinación de la viscosidad de los fluidos a emplear en las experiencias con tal de validar la información bibliográfica disponible), los elementos que la componen, el sistema que permite registrar los experimentos, la metodología empleada en su ejecución y las condiciones experimentales.

3.1 DISEÑO Y DESCRIPCIÓN DE INSTALACIÓN EXPERIMENTAL PRINCIPAL. SALTO FLUIDO INFERIOR SOBRE LA INTERFAZ.

3.1.1 GENERALIDADES

Con el fin de cumplir con los objetivos planteados en el presente trabajo, se dispuso de una instalación experimental (Figura 3.1), la cual se diseñó considerando las funcionalidades que debe cumplir según los requerimientos de los diferentes sistemas que deben instalarse en ella y las condiciones propias que deben satisfacerse en una experimentación (condiciones presentadas en capítulo 2: velocidad de sedimentación y efectos de pared).

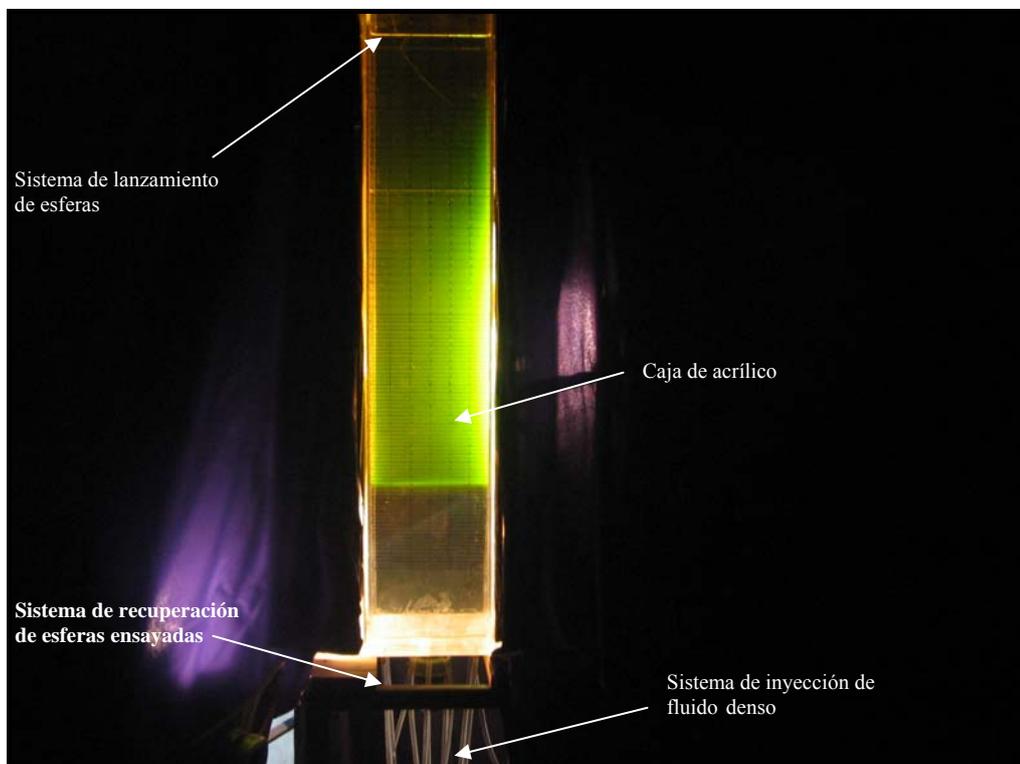


Figura 3.1: Instalación experimental principal

La instalación experimental esta conformada por una caja de acrílico transparente de sección transversal cuadrada de 15 cm y una altura aproximada de 100 cm. La caja de acrílico está cubierta exteriormente por una estructura de acero negro de espesor pequeño, que posee una rendija controlable en su abertura, a lo largo de la dimensión vertical con tal de permitir el paso controlado de la iluminación. Esencialmente lo que se busca es formar un plano en el interior de la caja de acrílico, de cierto espesor (cercano a dos a tres diámetros de la partícula ensayada), perpendicular al lente de la cámara y que abarque toda la dimensión vertical de la caja de acrílico. Este plano actúa como un sistema de control de las posibles irregularidades de movimiento de la caída de la esfera a través de los fluidos, en otras palabras, saber si la caída de la esfera fue centrada o desviada con respecto al eje de la caja de acrílico.

En la parte inferior de la caja de acrílico se encuentra tanto el sistema diseñado para permitir la inyección controlada del fluido denso empleado en la experimentación como un sistema de extracción de las esferas utilizadas. En la parte superior de la caja de acrílico se encuentra un sistema diseñado para el lanzamiento de las esferas.

A continuación se describe en forma mas detallada el resto de los sistemas mencionados en este punto.

3.1.2 SISTEMA DE INYECCIÓN DE FLUIDO MÁS PESADO

La caja de acrílico tiene en su parte inferior un sistema, que permite la inyección del fluido denso a emplear en las experiencias, compuesto por un conjunto de 12 mangueras que se conectan en la parte superior de un estanque de muy pequeño diámetro y a su vez este posee una manguera en su parte inferior, de idénticas características a las ya mencionadas, que se conecta al sistema de carga. El sistema de carga esta compuesto por un estanque de 15 litros. Este estanque de carga posee una salida en su parte inferior a 15 cm del fondo y que se conecta a la manguera ubicada en la parte inferior del estanque de pequeño diámetro. La Figura 3.2 presenta el sistema de inyección de fluido más pesado.

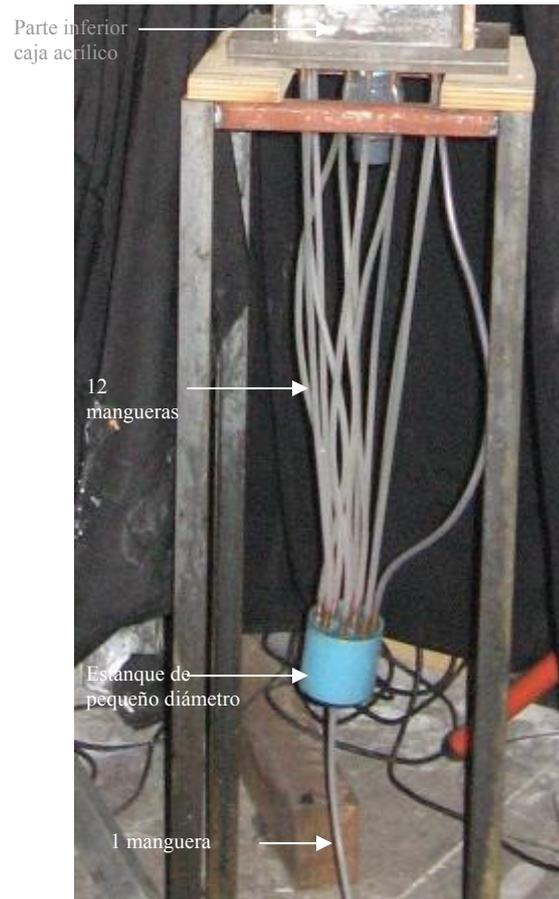


Figura 3.2: Sistema de inyección de fluido más pesado

3.1.3 SISTEMA DE LANZAMIENTO DE ESFERAS

El sistema de lanzamiento de esferas empleadas en la realización de una experiencia fue evolucionando con el tiempo. Inicialmente no se contaba con ningún aparato que permitiese la realización de esta acción, por lo tanto eran soltadas simplemente con la mano, sin embargo, esto no aseguraba que la caída de la esfera fuese a través del eje central de la caja de acrílico y plano iluminado implicando no poder controlar el efecto de pared. Lo anterior, llevo a diseñar un sistema de lanzamiento que asegurara la caída en la dirección y lugar deseado. El sistema consta de una especie de pinza y un gancho. Estas dos piezas, ubicadas en la parte superior de la caja de acrílico se presentan en la Figura 3.3.



Figura 3.3: Sistema de lanzamientos de esferas

3.1.4 SISTEMA DE RECUPERACIÓN DE ESFERAS

El sistema de recuperación de esferas, empleadas en la realización de una experiencia, fue evolucionando con el tiempo. Inicialmente el sistema era realmente rústico dado que el fondo de la caja de acrílico no poseía ningún “orificio” que permitiese su extracción, por lo que se debía, esperar al término de toda la rutina de experimentos para vaciar la caja de acrílico de los fluidos y posteriormente rescatarlas por la parte superior de ésta.

Actualmente el sistema está compuesto de una válvula de bola ubicada en la parte central inferior de la caja de acrílico y para ayudar en la guía de las esferas hasta este punto, el fondo interno de la caja de acrílico, con un radio de 6 cm medido desde el centro, fue rebajado un par de milímetros con una pequeña pendiente hacia el centro (forma cónica). La Figura 3.4 presenta el sistema de extracción de esferas.

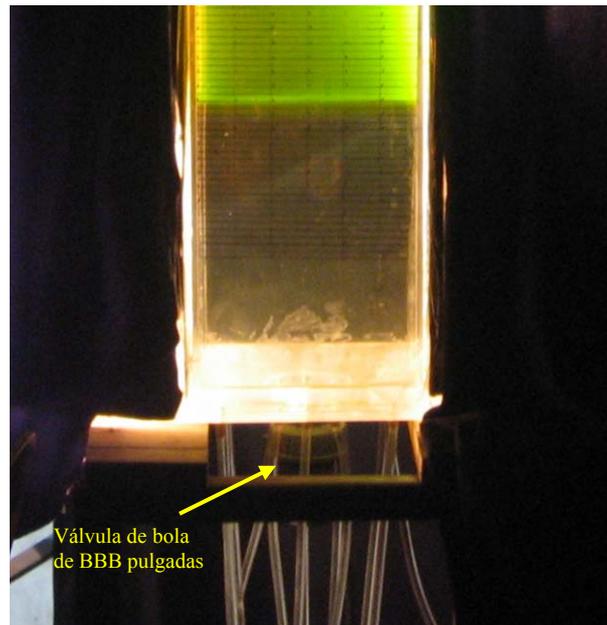


Figura 3.4: Sistema de extracción de esferas

3.1.5 SISTEMA DE ILUMINACIÓN

El sistema de iluminación está conformado por un par de focos halógenos de idénticas características. Cada uno se ubica en las caras laterales de la caja de acrílico y tienen la finalidad de crear un plano de iluminación, perpendicular al lente de la cámara, con la ayuda de las rendijas que proporcionan la cubierta de acero negro de la caja de acrílico. La potencia de cada foco es 500 Kw. La Figura 3.5 presenta una vista del interior de la caja de acrílico desde su parte superior donde es posible visualizar las rendijas que permiten la formación del plano deseado. Si bien esta figura presenta una formación de plano distorsionado, esto fue remendado al momento de realizar las experiencias.

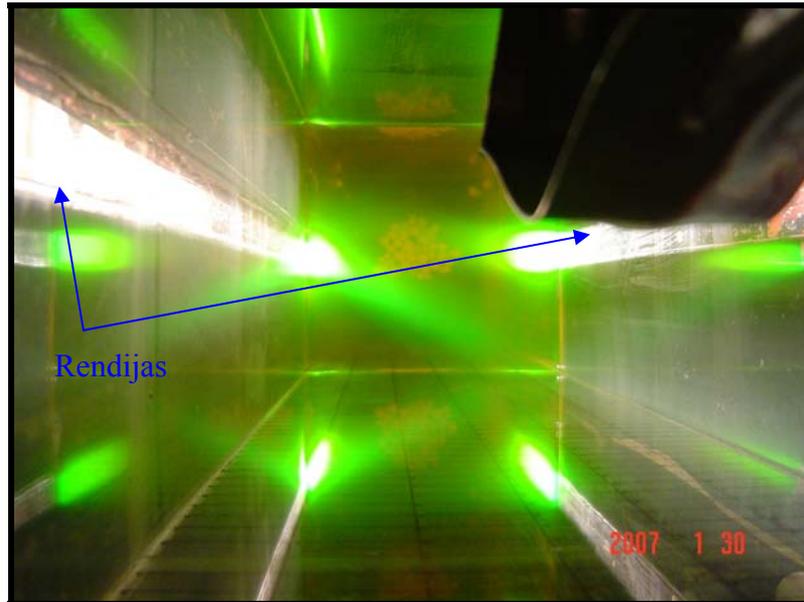


Figura 3.5: Sistema de iluminación. Vista en planta del interior de la caja de acrílico.

3.1.6 SISTEMA DE REGISTRO

El sistema de registro empleado es una cámara de video velocidad variable modelo VFC – 300. Algunas de las características del equipo mencionado son: máximo frame: 300, máximo tamaño de imagen: 512 x 512 píxeles. Las experiencias fueron llevadas a cabo con 90 frames y tamaño de 512 x 512 píxeles.

3.2 DISEÑO Y DESCRIPCIÓN DE INSTALACIÓN EXPERIMENTAL SECUNDARIA. VISCOSIDAD DE FLUIDOS.

Con el fin de cumplir con el objetivo principal del presente trabajo, es decir, determinación de la elevación del fluido inferior sobre la interfaz de fluidos miscibles debido al paso de una esfera sólida a través de ésta región, se diseñó una instalación experimental para determinar la viscosidad de los fluidos utilizados. El valor resultante de esta experimentación buscará validar la información bibliográfica que será presentada en un punto posterior del presente trabajo.

La instalación consta de una caja de acrílico de dimensiones 11 x 11 x 60 cm. en cuya base posee un orificio (centrado) desde donde se conecta un tubo de cobre de diámetro interno de 0,32 cm y largo de 100 cm. La caja de acrílico fue graduada cada 0,2 cm desde la base y hasta una altura de 11 cm aproximadamente con tal de poder registrar el

descenso del elemento fluido en el tiempo. Las dimensiones fueron escogidas con tal de asegurar un régimen laminar y poder ligar el factor de fricción, en la tubería, en forma directa con el Reynolds. La Figura 3.6 presenta la instalación descrita.



Figura 3.6: Instalación experimental secundaria

3.3 MÉTODO EXPERIMENTAL

3.3.1 GENERALIDADES

La metodología empleada en la realización de las experiencias para determinar la elevación del fluido inferior sobre la interfaz ha sufrido una evolución constante en el transcurso del desarrollo del presente trabajo. Las primeras experiencias presentaban grandes dificultades en la gestación de una interfaz bien definida. Las causas son las siguientes:

1.- La velocidad de ingreso del fluido denso empleado en las experiencias era demasiado alta, produciendo una mezcla localizada con el fluido de menor densidad que se encontraba en el interior de la caja de acrílico. Esta acción provocaba que la interfaz tuviese un espesor no despreciable, de al menos un par de centímetros, entorpeciendo cualquier medición que se deseara realizar en esta zona. Además, las propiedades físicas de esta zona son desconocidas pues la mezcla no era posible cuantificarla.

2.- La existencia de burbujas en el sistema de inyección de fluido denso penetraban por el fondo de la caja de acrílico al mismo tiempo que lo hacía el fluido, produciendo esto el mismo efecto mencionado en el punto anterior.

3.- La ubicación del sistema de iluminación, con respecto a la caja de acrílico, juega un rol importante que tuvo que ser complementado, en el transcurso del presente trabajo, con una cubierta de acero negro cuya utilidad ya fue mencionada.

Con los puntos mencionados, el resultado que se conseguía es el que se presenta en la Figura 3.7.

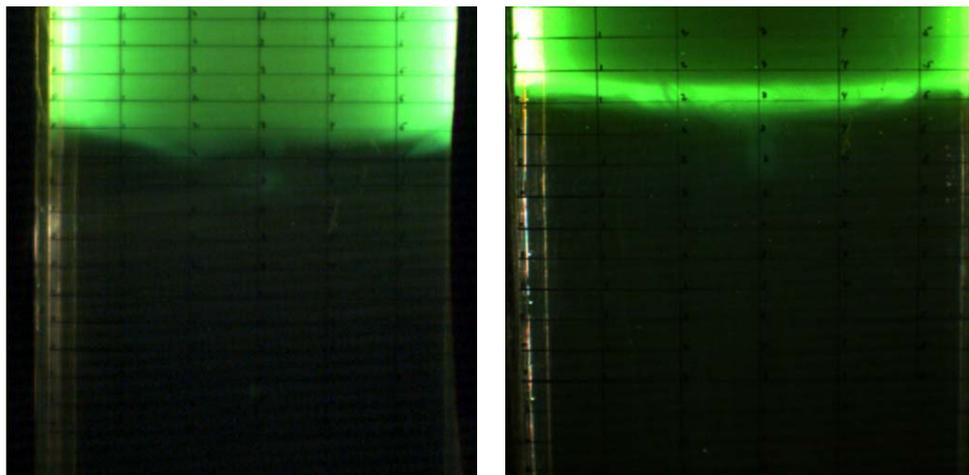


Figura 3.7: Interfaz mal definida

Un punto que aún no se ha tratado tiene relación con los fluidos a emplear en las experiencias. En la parte media superior de la caja de acrílico se empleará agua mientras que en la parte media inferior se usará una solución de glicerina, que es soluble en agua. Ambos fluidos son transparentes, y para poder visualizar de mejor modo los fenómenos de interés, se empleó fluoresceína como colorante. De aquí radica el color verde observado en la Figura 3.7. Este colorante fue empleado tanto en el fluido superior como inferior con tal de obtener la mejor visualización del fenómeno. El colorante empleado en la parte inferior permitía visualizar la elevación del fluido más denso sobre la interfaz (sin mayor complejidad en la disposición de la iluminación) debido al paso de la esfera por esta zona, sin embargo, esto escondía la formación y evolución de la cola detrás de la esfera mientras esta se encontraba en plena penetración en el fluido inferior, efecto que si es posible visualizarlo cuando el fluido coloreado era el superior, sin embargo, esta última combinación debía ser acompañada de una buena iluminación (ver punto 3.1.5). Las diferencias entre ambas configuraciones son presentadas a través de la Figura 3.8.

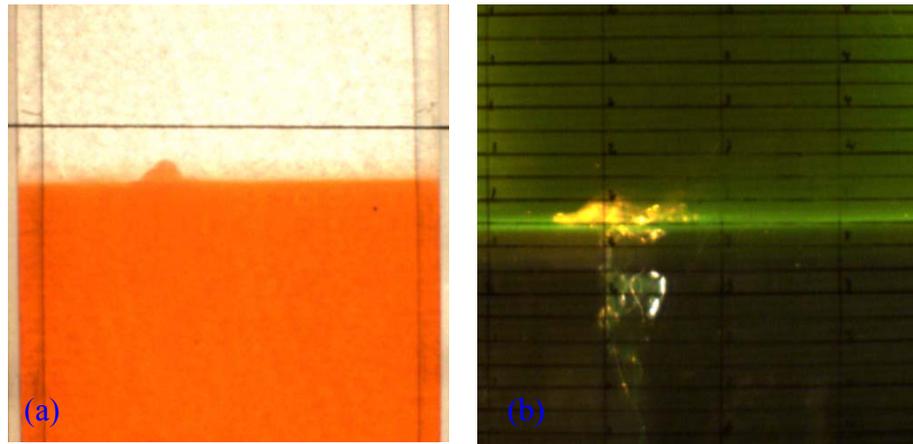


Figura 3.8: Diferencias entre configuraciones de coloración

Si bien en ambos casos presentados el colorante es fluoresceína (tiñe verde), la diferencia entre ambas fotografías de la Figura 3.8 se debe al sistema de iluminación empleado. En el caso (a), el colorante está empleado en el fluido inferior y la caja de acrílico se encuentra envuelta en papel mantequilla, mientras que los focos empleados en la iluminación se encuentra en la parte trasera de al caja de acrílico y de frente al lente de la cámara. En el caso (b), el colorante esta empleado en el fluido superior y la caja de acrílico se encuentra cubierta por la protección de acero negro ya mencionada, mientras que los focos empleados en la iluminación se encuentran en las paredes laterales de la caja de acrílico dejando pasar la luz únicamente por las rendijas de cubierta.

3.3.2 METODOLOGÍA EMPLEADA EN EL DESARROLLO DE LAS EXPERIENCIAS. SALTO FLUIDO INFERIOR SOBRE LA INTERFAZ.

A continuación se describe la metodología empleada en la ejecución de cada una de las experiencias realizadas.

1.- Inyección del fluido inferior, solución de glicerina (concentraciones de glicerina a definir en un punto posterior del presente capítulo), con tal de cubrir por completo el sistema de inyección de fluido denso, pero sin acumulación en el interior de la caja de acrílico.

2.- Introducción del fluido superior, agua coloreada con fluoresceína, en el interior de la caja de acrílico.

3.- Reanudar la inyección de fluido denso por la parte inferior de la caja de acrílico controlando la velocidad de entrada mediante el control de altura del sistema de carga.

4.- Una vez alcanzados las alturas deseadas de los fluidos incorporados dentro de la caja de acrílico, se procede al acto continuo de colocación de la iluminación, comienzo de la grabación y lanzamiento de la esfera a ensayar.

Estos cuatro pasos, permiten lograr una interfaz bien definida, eliminación de la generación de burbujas dentro del sistema de inyección de fluido denso y un nivel de grabación aceptable para registrar las experiencias.

En el punto 4 de la explicación de la metodología empleada en el desarrollo de las experiencias, se mencionó la frase: altura deseada de los fluidos”. Dicha altura tiene directa relación con que la velocidad de sedimentación en la capa de fluido superior sea alcanzada. La metodología empleada para la determinación de dicha velocidad es a continuación descrita.

3.3.3 METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA DETERMINACIÓN DE LA VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS EMPLEADOS

A continuación se describe la metodología empleada en la ejecución de cada una de las experiencias llevadas a cabo.

1.- La instalación debió ser probada o calibrada con un elemento de viscosidad cinemática conocida, como es el caso del agua (10^{-6} cm²/s a 20°C), con tal de verificar el supuesto de régimen laminar impuesto en las ecuaciones de Euler que rigen el problema. Para esto se introdujo el agua en el interior de la caja de acrílico y se construyó la curva descenso de nivel en el tiempo. Con los datos obtenidos y las ecuaciones mencionadas se procedió a determinar el valor del parámetro en búsqueda. Una vez realizada la verificación se procedió a determinar la viscosidad cinemática del elemento fluido glicerina.

2.- Se determinará la viscosidad cinemática de aquellas concentraciones de glicerina ensayadas en las experiencias realizadas para la determinación de la elevación del fluido inferior sobre la interfaz. La modificación de la concentración de la glicerina se consigue por medio de la siguiente expresión:

$$\left(V_{\text{agua}} + V_{\text{inicial glicerina}} \right) \cdot C_{\text{mezcla final}} = V_{\text{inicial glicerina}} \cdot C_{\text{inicial glicerina}}$$

3.- Registrar el descenso del nivel del fluido introducido en la caja de acrílico en función del tiempo. La nomenclatura empleada se presenta en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Nomenclatura toma de datos determinación viscosidad cinemática

Tiempo [seg]	H [m]	$U_{\text{caja acrílico}}$ [m/s]	v [m ² /s]	$u_{\text{tubería}}$ [m/s]	Re
T0	H0	0		0	
T1	H1	$(H1-H0)/(T1-T0)$	$v1$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v1$
T2	H2	$(H2-H1)/(T2-T1)$	$v2$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v2$
T3	H3	$(H3-H2)/(T3-T2)$	$v3$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v3$
T4	H4	$(H4-H3)/(T4-T3)$	$v4$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v4$
T5	H5	$(H5-H4)/(T5-T4)$	$v5$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v5$
T6	H6	$(H6-H5)/(T6-T5)$	$v6$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v6$
T7	H7	$(H7-H6)/(T7-T6)$	$v7$	$U_{\text{caja acrílico}} \cdot A_{\text{caja acrílico}} / a_{\text{tubería}}$	$u_{\text{tubería}} \cdot D / v7$

Como ya fue mencionado, la determinación de la viscosidad cinemática del fluido se realiza a través de la aplicación de la ecuación de Euler al sistema. Un esquema simplificado del sistema se presenta en la Figura 3.9 para posteriormente presentar un breve desarrollo de la ecuación que permite determinar el valor del parámetro ya mencionado.

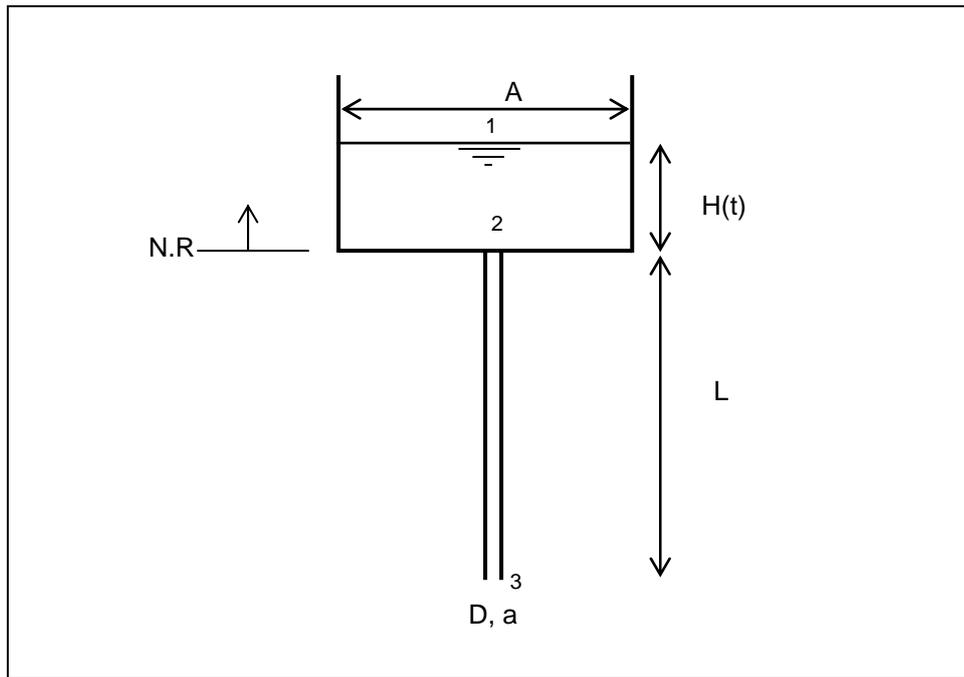


Figura 3.9: Esquema simplificado del sistema de medición de viscosidad

Aplicando la ecuación de Euler entre los puntos 1 y 2 se obtiene:

$$\frac{H}{g} \frac{dU}{dt} + B_2 - B_1 + \Lambda_{f1-2} = 0 \quad (1)$$

Aplicando la ecuación de Euler entre los puntos 2 y 3 se obtiene:

$$\frac{L}{g} \frac{du}{dt} + B_3 - B_2 + \Lambda_{f2-3} = 0 \quad (2)$$

Estableciendo la ecuación de continuidad en torno al punto 2 se obtiene:

$$U \cdot A = u \cdot a \quad (3)$$

Donde H corresponde a la altura de fluido dentro de la caja de acrílico, variable en el tiempo $H=H(t)$ U es la velocidad de descenso del fluido en la caja de acrílico, B_i es el Bernoulli referido al punto i , Λ_{fi-j} es la pérdida friccional en el tramo $i-j$, L es el largo del tubo de cobre, A es el área transversal de la caja de acrílico, a es el área del tubo y u es la velocidad del fluido en el tubo de cobre.

Sumando las ecuaciones 1 y 2 y despreciando las pérdidas friccionales en la caja de acrílico por sobre las producidas en la tubería, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{H}{g} \frac{dU}{dt} + \frac{L}{g} \frac{du}{dt} + B_3 - B_1 + \Lambda_{f2-3} = 0 \quad (4)$$

$$B_3 = \alpha \frac{u^2}{2 \cdot g} - L \quad \text{y} \quad B_1 = H(t) \quad (\text{Altura de velocidad en } B_1 \text{ despreciable en relación}$$

a velocidad en tubería. α es el coeficiente de coriolis cuyo valor corresponde a 2 en tubería para régimen laminar) (5)

$$\Lambda_{f2-3} = f \frac{u^2 \cdot L}{2 \cdot g \cdot D} = \frac{32 \cdot \nu \cdot u \cdot L}{g \cdot D^2} \quad (\text{Para determinar el factor de fricción “}f\text{” se esta}$$

suponiendo la hipótesis de régimen laminar, es decir, $f = 64/R_e$ si $R_e < 2000$) (6)

Mezclando las ecuaciones 3, 4, 5 y 6 se obtiene:

$$\left(\frac{H}{g} + \frac{L}{g} \frac{A}{a} \right) \frac{dU}{dt} - (L + H) + \frac{U^2 \cdot A^2}{g \cdot a^2} + \frac{32 \cdot \nu \cdot U \cdot A \cdot L}{g \cdot D^2} = 0 \quad (7)$$

De donde es fácil darse cuenta que el valor de la viscosidad cinemática corresponde a:

$$\nu = \left[L + H - \frac{U^2 \cdot A^2}{g \cdot a^2} - \left(\frac{H}{g} + \frac{L}{g} \frac{A}{a} \right) \cdot U \cdot \frac{dU}{dH} \right] \cdot \frac{g \cdot D^2 \cdot a}{32 \cdot U \cdot A \cdot L} \quad (8)$$

Finalmente, aplicando el método de diferencias finitas para la resolución de la ecuación VIII, se obtiene:

$$\nu_i = \left[L + H_i - \frac{U_i^2 \cdot A^2}{g \cdot a^2} - \left(\frac{H_i}{g} + \frac{L}{g} \frac{A}{a} \right) \cdot U_i \cdot \frac{U_i - U_{i-1}}{H_i - H_{i-1}} \right] \cdot \frac{g \cdot D^2 \cdot a}{32 \cdot U_i \cdot A \cdot L} \quad (9)$$

Por lo tanto, para obtener la viscosidad cinemática es necesario registrar el descenso de la superficie libre en función del tiempo. El valor de las dimensiones relevantes del problema es presentado en el punto 3.2 del presente informe.

3.3.4 METODOLOGÍA EMPLEADA EN LA DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

La metodología empleada consta de dos grandes ítems, el primero es la grabación de la experiencia mientras que el segundo corresponde al procesamiento de los videos generados. A continuación se describe los pasos involucrados.

1.- Introducir el fluido superior, que será empleado en las experiencias finales, en toda la capacidad de la caja de acrílico.

2.- Dejar caer las esferas (una a la vez) a emplear en las experiencias futuras y registrar su caída desde la superficie libre hasta la llegada al fondo de la caja de acrílico. Esto permite determinar tanto la máxima columna de fluido superior (por medio de la esfera de mayor tamaño) a emplear en las experiencias que determinarán la elevación del fluido inferior sobre la interfaz como la velocidad de sedimentación asociada a la partícula.

3.- Procesar el video obtenido, midiendo de este la distancia recorrida versus tiempo en llegar a esa distancia. La nomenclatura empleada se describe en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Nomenclatura toma de datos determinación velocidad de sedimentación

Velocidad del video: cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia recorrida	Velocidad experimental
cps	[]	[s]	[m]	[m/s]
	F1	$T1 = F1/cps$	D1	$V1 = D1/T1$
	F2	$T2 = F2/cps$	D2	$V2 = D2/T2$
	F3	$T3 = F3/cps$	D3	$V3 = D3/T3$
	F4	$T4 = F4/cps$	D4	$V4 = D4/T4$
	F4	$T5 = F5/cps$	D5	$V5 = D5/T5$
	F6	$T6 = F6/cps$	D6	$V6 = D6/T6$

3.4 PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS FLUIDOS Y ESFERAS EMPLEADAS.

3.4.1 CARACTERÍSTICAS DE FLUIDOS EMPLEADOS

Para poder realizar el análisis dimensional es necesario determinar o conocer el valor de cada una de las propiedades físicas, viscosidad y densidad específicamente, de los fluidos empleados en la experimentación.

Ya fue mencionado que se trabajara básicamente con dos fluidos, agua y glicerina. Esta última tiene la facultad de ser soluble en agua, permitiendo con esto dos cosas: que la interfaz no presente efecto de tensión interfacial y segundo que es posible generar rangos amplios de viscosidad controlados por la concentración de la glicerina.

La determinación de la viscosidad del agua se logra utilizando la siguiente expresión teórica, la cual es función de la temperatura a la cual se encuentra dicho elemento fluido. Esta expresión es:

$$\frac{1}{\mu} = \left[2,1482 \cdot \left[(T - 8,435) + \sqrt{8078,4 + (T - 8,435)^2} \right] - 120 \right] \cdot 10 \quad (\text{WASP})$$

T es la temperatura y se ingresa en °C. μ es la viscosidad dinámica y se expresa en $[\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$.

La densidad del agua es posible obtenerla a través de la Tabla 3.3 que a continuación se presenta.

Tabla 3.3: Densidad del agua en función de la temperatura

Temperatura [°C]	Densidad [kg/m ³]
0	999,9
5	1000
10	999,7
15	999,1
20	998,2
25	997,1
30	995,7
35	994,1
40	992,2

La viscosidad dinámica de la glicerina es función de dos variables, su temperatura y concentración. Para poder determinar su valor se empleará la metodología descrita en el punto 3.3.3 del presente trabajo de título, sin embargo, dado que las condiciones experimentales difieren entre éstas experiencias y las enfocadas a la determinación de la elevación del fluido inferior sobre la interfaz se procederá del siguiente modo:

Se determinará la viscosidad cinemática de las soluciones de glicerina por medio de la experimentación, para las condiciones propias de éstas pruebas, y se procederá a cotejar este resultado con la información de la Tabla 3.4, que a continuación se presenta, si se ambos valores coinciden se tomará como válida la información de la tabla mencionada para cualquiera de las condiciones allí descritas. La Tabla 3.4 presenta el valor de esta propiedad en función de la concentración y temperatura.

Tabla 3.4: Viscosidad dinámica glicerina en función de la concentración y temperatura

Concentración/ Temperatura	0	10	20	30	40	50	60	70
0	1,792	1,308	1,005	0,8007	0,656	0,5494	0,4688	0,461
10	2,44	1,74	1,31	1,03	0,826	0,68	0,575	0,5
20	3,44	2,41	1,76	1,35	1,07	0,879	0,731	0,635
30	5,14	3,49	2,5	1,87	1,46	1,16	0,956	0,816
40	8,25	5,37	3,72	2,72	2,07	1,62	1,3	1,09
50	14,6	9,01	6	4,21	3,1	2,37	1,86	1,53
60	29,9	17,4	10,8	7,19	5,08	3,76	2,85	2,29
65	45,7	25,3	15,2	9,85	6,8	4,89	3,66	2,91
67	55,5	29,9	17,7	11,3	7,73	5,5	4,09	3,23
70	76	38,8	22,5	14,1	9,4	6,61	4,86	3,78
75	132	65,2	35,5	21,2	13,6	9,25	6,61	5,01
80	255	116	60,1	33,9	20,8	13,6	9,42	6,94
85	540	223	109	58	33,5	21,2	14,2	10
90	1310	498	219	109	60	35,5	22,5	15,5
91	1500	592	259	127	68,1	39,8	25,1	17,1
92	1950	729	310	147	78,3	44,8	28	19
93	2400	860	367	172	89	51,5	31,6	21,2
94	2930	1040	437	202	105	58,4	35,4	23,6
95	3600	1270	523	237	121	67	39,9	26,4
96	4600	1580	624	281	142	77,8	45,4	29,7
97	5770	1950	765	340	166	88,9	51,9	33,6
98	7370	2460	939	409	196	104	59,8	38,5
99	9420	3090	1150	500	235	122	69,1	43,6
100	12070	3900	1410	612	284	142	81,3	50,6

La densidad de la glicerina fue determinada, para ciertas concentraciones (las ensayadas en la determinación de la elevación del fluido inferior sobre la interfaz), en las dependencias del laboratorio de calidad del agua, con tal de realizar posteriormente un ajuste con los datos obtenidos. Los resultados son presentados en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Densidad glicerina en función de la concentración

Concentración Glicerina	Peso probeta	Peso probeta+ glicerina	Peso glicerina	Volumen glicerina	Densidad glicerina
[%]	[gr]	[gr]	[gr]	[ml]	[gr/ml]
50	20,900	49,30	28,400	25	1,136
60	21,100	50,243	29,143	25	1,166
70	18,302	48,057	29,755	25	1,190
80	32,132	92,767	60,635	50	1,213
85	31,701	92,673	60,972	50	1,219
100	-	-	-	-	*1,250

*: Dato entregado por proveedor (Drogería Michelson)

La Figura 3.10 presenta en forma gráfica los datos presentados en la Tabla 3.4 y el ajuste realizado.

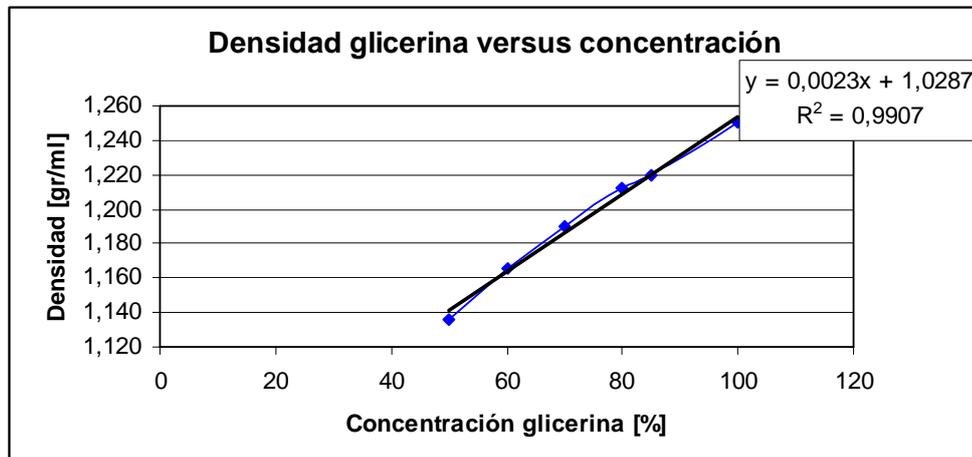


Figura 3.10: Viscosidad dinámica glicerina versus concentración

3.4.2 CARACTERÍSTICAS ESFERAS EMPLEADAS

Las propiedades físicas de las esferas empleadas en las experiencias son presentadas a continuación en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6: Propiedades física esferas

Dímetros	Material	Densidad
[mm]		[gr/ml]
6	Plástico	1,536
8		
10		

3.5 CONDICIONES EXPERIMENTALES

Los experimentos a realizar están enfocados a lograr los objetivos planteados por el presente estudio. Básicamente son tres los tópicos que necesitan de experimentación:

- 1.- Determinación de velocidad de sedimentación en fluido superior.
- 2.- Determinación viscosidad cinemática elevación de los fluidos empleados en las experiencias.
- 3.- Determinación elevación fluido superior sobre interfaz debido al paso de una esfera sólida a través de esta región.

A continuación se describen las condiciones experimentales de cada uno de los puntos presentados anteriormente.

3.5.1 CONDICIONES EXPERIMENTALES DETERMINACIÓN VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

Las experiencias realizadas para la determinación de la velocidad de sedimentación fueron llevadas a cabo durante un par de horas en forma continuada. Las condiciones experimentales presentes en dicha acción son las que se presentan en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7: Condiciones experimentales determinación velocidad sedimentación

Díámetro esfera	Densidad partículas	Fluido a emplear	Temperatura fluido	Densidad Fluido	Viscosidad dinámica
[mm]	[gr/ml]		°C	[gr/ml]	[kg · m · s ⁻¹]
10	1,536	Agua	20	0,9982	1,05 · 10 ⁻³
8	1,536	Agua	20	0,9982	1,05 · 10 ⁻³
6	1,536	Agua	20	0,9982	1,05 · 10 ⁻³

3.5.2 CONDICIONES EXPERIMENTALES DETERMINACIÓN VISCOSIDAD

Fueron llevadas a cabo 5 experiencias, cada una de ellas a diferentes concentraciones de glicerina (mismas concentraciones de las experiencias realizadas para determinar la elevación del fluido inferior sobre interfaz). Las condiciones experimentales son las siguientes:

Tabla 3.8: Condiciones experimentales determinación viscosidad

Concentración	Densidad glicerina	Temperatura glicerina
[%]	[m3]	[°C]
0 (agua)	999,7	10
50	1139	9
60	1168	9
70	1193	9
80	1215	8
85	1222	12

3.5.3 CONDICIONES EXPERIMENTALES ELEVACIÓN SOBRE INTERFAZ

Fueron llevadas a cabo 5 experiencias, cada una de ellas a diferentes concentraciones de glicerina. El fluido superior empleado en cada una de las experiencias fue siempre agua a una temperatura de 20 °C, densidad de 998,2 [Kg/m³] y viscosidad dinámica de 1,005*10⁻³ [kg·m⁻¹·s⁻¹].

Cada experiencia abarcó un día completo de trabajo. Las condiciones experimentales presentes en el registro de los experimentos mencionados son:

Tabla 3.9: Condiciones experimentales elevación de fluido inferior sobre interfaz

Experiencia	Diámetro esferas	Concentración glicerina	Temperatura fluido	Densidad fluido	Viscosidad fluido
[N°]	[mm]	[%]	[°C]	[gr/ml]	[kg · m ⁻¹ · s ⁻¹ · 10 ³]
1	6, 8, 10	50	20	1,136	6 ⁴
2	6, 8, 10	60	20	1,166	10,8
3	6, 8, 10	70	20	1,190	22,5
4	6, 8	80	20	1,213	60,1
5	6, 8, 10	85	20	1,219	109

⁴ Nota: EL valor aquí incluido corresponde al presentado en la Tabla 3.4 para las condiciones de las experiencias, valor que debe ser corroborado a través de las experiencias debidamente diseñadas para su determinación.

CAPÍTULO 4
PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.0 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 GENERALIDADES

En capítulos anteriores se ha mencionado cuales son los tres grandes tópicos que deben ser determinados a través de experimentación. A continuación se hará un breve recuerdo de ellos.

1.- Determinación de velocidad de sedimentación en fluido superior.

2.- Determinación viscosidad cinemática elevación de los fluidos empleados en las experiencias.

3.- Determinación elevación fluido superior sobre interfaz debido al paso de una esfera sólida a través de esta región.

A continuación se procede a presentar los resultados obtenidos para cada punto y el respectivo análisis de los resultados.

4.2 RESULTADOS VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EN FLUIDO SUPERIOR

Las condiciones experimentales son las presentadas en la Tabla 3.6 del capítulo 3. Se realizó un total de 26 experiencias. A continuación se presentan los resultados obtenidos para dichas experiencias. Es necesario comentar que se realizó una selección del total de experiencias para su posterior análisis. Lo anterior se debe exclusivamente a lanzamientos fallidos de las esferas (tendencia a moverse hacia las paredes). Dichos resultados son presentados primeramente a través de tablas para luego unificarlos en un gráfico.

Tabla 4.1: Velocidad sedimentación P1, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	7	0,156	0,02	0,129
	12	0,267	0,05	0,188
	19	0,422	0,09	0,213
	21	0,467	0,1	0,214
	27	0,600	0,14	0,233
	33	0,733	0,18	0,245
	39	0,867	0,22	0,254
	43	0,956	0,25	0,262
	50	1,111	0,3	0,270
	58	1,289	0,36	0,279
	67	1,489	0,43	0,289
	71	1,578	0,46	0,292
	75	1,667	0,49	0,294
	80	1,778	0,53	0,298
85	1,889	0,57	0,302	
88	1,956	0,59	0,302	

Tabla 4.2: Velocidad sedimentación P2, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	8	0,178	0,04	0,225
	12	0,267	0,06	0,225
	17	0,378	0,09	0,238
	20	0,444	0,11	0,248
	25	0,556	0,14	0,252
	28	0,622	0,16	0,257
	32	0,711	0,19	0,267
	39	0,867	0,24	0,277
	42	0,933	0,26	0,279
	46	1,022	0,29	0,284
	50	1,111	0,32	0,288
	55	1,222	0,36	0,295
	60	1,333	0,4	0,300
	67	1,489	0,45	0,302
	72	1,600	0,49	0,306
	77	1,711	0,53	0,310
81	1,800	0,56	0,311	
85	1,889	0,59	0,312	

Tabla 4.3: Velocidad sedimentación P3, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	11	0,244	0,04	0,164
	15	0,333	0,06	0,180
	22	0,489	0,1	0,205
	25	0,556	0,12	0,216
	31	0,689	0,16	0,232
	35	0,778	0,2	0,257
	42	0,933	0,25	0,268
	50	1,111	0,31	0,279
	58	1,289	0,36	0,279
	62	1,378	0,39	0,283
	71	1,578	0,46	0,292
	75	1,667	0,49	0,294
	80	1,778	0,53	0,298
85	1,889	0,57	0,302	
88	1,956	0,59	0,302	

Tabla 4.4: Velocidad sedimentación P4, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	10	0,222	0,03	0,135
	15	0,333	0,06	0,180
	22	0,489	0,1	0,205
	25	0,556	0,12	0,216
	33	0,733	0,17	0,232
	37	0,822	0,2	0,243
	41	0,911	0,23	0,252
	48	1,067	0,28	0,263
	56	1,244	0,34	0,273
	65	1,444	0,41	0,284
	70	1,556	0,45	0,289
	75	1,667	0,49	0,294
	80	1,778	0,53	0,298
85	1,889	0,57	0,302	
88	1,956	0,59	0,302	

Tabla 4.5: Velocidad sedimentación P5, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	9	0,200	0,03	0,150
	16	0,356	0,07	0,197
	23	0,511	0,11	0,215
	29	0,644	0,15	0,233
	34	0,756	0,18	0,238
	38	0,844	0,21	0,249
	42	0,933	0,24	0,257
	50	1,111	0,3	0,270
	54	1,200	0,33	0,275
	59	1,311	0,37	0,282
	67	1,489	0,43	0,289
	76	1,689	0,5	0,296
	81	1,800	0,54	0,300
85	1,889	0,57	0,302	

Tabla 4.6: Velocidad sedimentación P6, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	10	0,222	0,04	0,180
	19	0,422	0,09	0,213
	24	0,533	0,12	0,225
	27	0,600	0,14	0,233
	30	0,667	0,16	0,240
	34	0,756	0,19	0,251
	37	0,822	0,21	0,255
	44	0,978	0,26	0,266
	48	1,067	0,29	0,272
	52	1,156	0,32	0,277
	60	1,333	0,38	0,285
	65	1,444	0,42	0,291
	69	1,533	0,45	0,293
	74	1,644	0,49	0,298
	82	1,822	0,55	0,302
84	1,867	0,565	0,303	

Tabla 4.7: Velocidad sedimentación P7, $d_p = 10$ [mm]

Cuadros por segundo	Frame desde video	Tiempo	Distancia	Velocidad experimental
45	[]	[seg]	[m]	[m/s]
	0	0	0	0
	8	0,178	0,02	0,113
	15	0,333	0,06	0,180
	20	0,444	0,09	0,203
	26	0,578	0,13	0,225
	32	0,711	0,17	0,239
	36	0,800	0,2	0,250
	43	0,956	0,25	0,262
	47	1,044	0,28	0,268
	51	1,133	0,31	0,274
	58	1,289	0,36	0,279
	63	1,400	0,4	0,286
	70	1,556	0,46	0,296
	75	1,667	0,5	0,300
	83	1,844	0,55	0,298

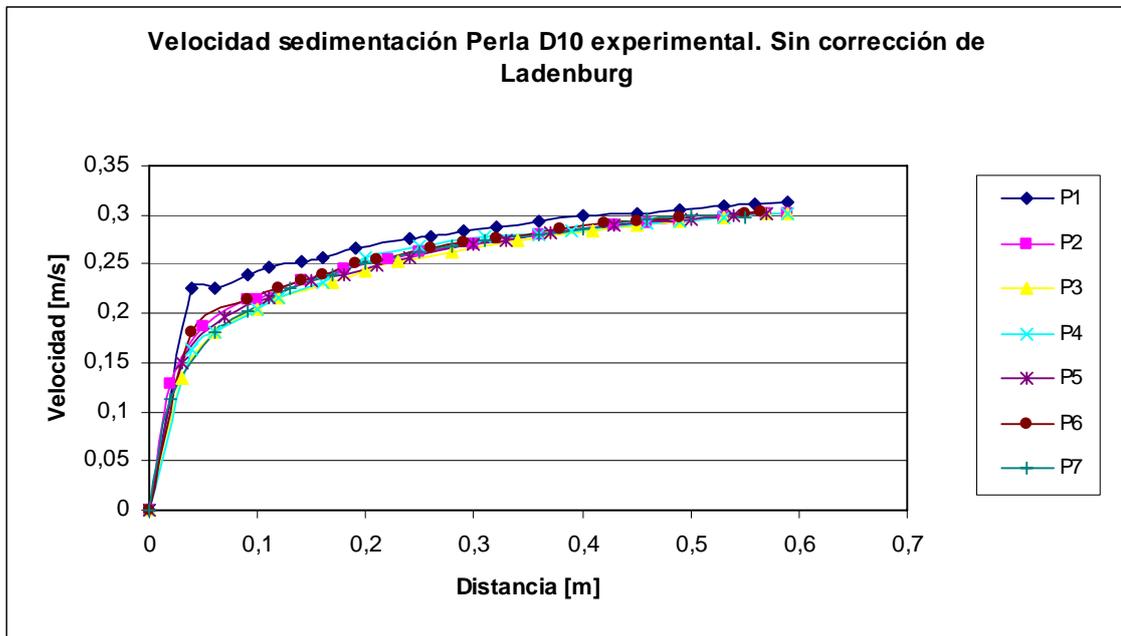


Figura 4.1: Gráfica experiencias velocidad experimental de sedimentación⁵

⁵ La distancia graficada en la Figura 4.1 tiene su origen en la superficie libre de la caja de acrílico y crecimiento en dirección de descenso de la partícula.

Los resultados de los experimentos presentados entregan que para una partícula de 10 mm de diámetro y una densidad de 1,536 gr/ml la velocidad de sedimentación es aproximadamente 0,301 m/s (valor a emplear en futuros análisis) y que se logra en una altura de agua de 57 cm (aprox.). Para el caso de una partícula de 8 mm de diámetro la velocidad de sedimentación experimental resulta ser 0,26 [m/s] mientras que para 6 mm de diámetro es 0,234 m/s, la densidad de ambas partículas es idéntica a la de 10 mm ya mencionada (los resultados experimentales correspondientes a 8 y 6 mm son presentadas en Anexo A).

Si se recuerda la expresión presentada en el punto 2.5, que permite estimar en forma teórica la velocidad de sedimentación (Ecs. 9 y 10), es posible realizar una comparación entre los valores obtenidos experimentalmente y el teórico. Este cotejo se presenta en la Tabla 4.8.

Tabla 4.8: Determinación velocidad de sedimentación en forma teórica

Densidad partícula	1536	1536	1536	[Kg/m ³]
Diámetro partícula	0,01	0,008	0,006	[m]
Viscosidad dinámica fluido	0,00100487	0,00100487	0,00100487	[kg/(m·s)]
Densidad fluido	998,2	998,2	998,2	[Kg/m ³]
Gravedad	9,8	9,8	9,8	[m/s ²]
Coefficiente de arraste	0,503	0,525	0,559	[]
Velocidad sedimentación teórica	0,374	0,328	0,275	[m/s]
Reynolds final	3715,148	2603,999	1637,892	[]

Como es posible observar de la Tabla 4.8, la velocidad de sedimentación en forma teórica es de 0,374 m/s para el caso de la partícula de 10 mm de diámetro, valor que es superior en un 7% del obtenido experimentalmente y que considera la corrección de Landeburg (0,364 m/s aprox). Esta diferencia se puede aminorar y/o aminorar realizando un análisis de error a la determinación de la velocidad de sedimentación a través de los videos registrados. Para efectos de determinar el valor de algún parámetro adimensional dependiente de esta variable, se empleará el valor teórico presentado. Mismo efecto sucede para el caso de las partículas de 8 y 6 mm donde sus velocidades experimentales corregidas con la expresión de Landeburg resultan ser 0,302 m/s y 0,271 m/s, respectivamente. Además, los números de Reynolds asociados a las partículas se encuentran sobre el valor 500, indicando que el tipo de flujo experimentado es turbulento, confirmando que en el movimiento de la partícula a través del fluido superior, la esfera no se encuentra dentro del rango de Stokes (es decir, $C_D \neq 24/R_e$).

4.3 RESULTADOS DETERMINACIÓN VISCOSIDAD DE LOS FLUIDOS EMPLEADOS EN LAS EXPERIENCIAS PRINCIPALES.

Las condiciones experimentales son las presentadas en la Tabla 3.8 del capítulo 3. Como se menciona en el punto 3.3.3 la instalación debió ser calibrada con agua (viscosidad cinemática conocida) con tal de verificar el supuesto impuesto en las ecuaciones de Euler. Una vez realizado este paso, se procedió a realizar la determinación de la viscosidad cinemática de la solución de glicerina para cada una de las concentraciones propuestas. Los resultados son presentados a través de tablas y gráficos y son los siguientes:

Tabla 4.9: Viscosidad cinemática del agua

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	v [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,108	0		0	0
14,47	0,106	0,00014	1,650E-06	0,2233	550,34
25,95	0,104	0,00017	1,241E-06	0,2815	693,67
38,9	0,102	0,00015	1,387E-06	0,2496	614,93
50,57	0,1	0,00017	1,216E-06	0,2769	682,38
62,75	0,098	0,00016	1,249E-06	0,2653	653,81
75,15	0,096	0,00016	1,252E-06	0,2606	642,21
88,47	0,094	0,00015	1,329E-06	0,2426	597,85
101,5	0,092	0,00015	1,274E-06	0,2480	611,16
114,75	0,09	0,00015	1,272E-06	0,2439	601,01
127,75	0,088	0,00015	1,220E-06	0,2486	612,57
140,71	0,086	0,00015	1,190E-06	0,2494	614,46
156,15	0,084	0,00013	1,412E-06	0,2093	515,76
169,47	0,082	0,00015	1,179E-06	0,2426	597,85
186,29	0,08	0,00012	1,484E-06	0,1921	473,45
199,63	0,078	0,00015	1,131E-06	0,2423	596,96
217,34	0,076	0,00011	1,500E-06	0,1825	449,65
230,9	0,074	0,00015	1,100E-06	0,2383	587,27
244,47	0,072	0,00015	1,069E-06	0,2382	586,84
261,75	0,07	0,00012	1,360E-06	0,1870	460,84
280,53	0,068	0,00011	1,456E-06	0,1721	424,04
		Promedio	1,299E-06		

El resultado de la Tabla 4.9 permite visualizar que la viscosidad dinámica del agua, para las condiciones experimentales descritas en punto 3.5.2 es de $1,298 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, valor que es totalmente coincidente con el entregado en la Tabla 3.4. Cabe mencionar que la instalación debió ser mínimamente modificada (doblar tubo de cobre en forma de “U”) con tal de cumplir con la condición de régimen laminar impuesto en las ecuaciones de Euler. Esta modificación no debió ser mantenida para el resto de las

experiencias propuestas (experiencias desarrolladas con tubo de cobre en forma recta) dado que cumplía la condición mencionada.

Tabla 4.10: Viscosidad cinemática solución glicerina al 50%

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	ν [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,108	0		0	0
7,82	0,106	0,00026	7,91E-06	0,413	160,94
16	0,104	0,00024	8,22E-06	0,395	153,86
24,04	0,102	0,00025	8,07E-06	0,402	156,54
31,9	0,1	0,00025	7,87E-06	0,411	160,12
40,26	0,098	0,00024	8,36E-06	0,387	150,55
47,26	0,096	0,00029	6,96E-06	0,462	179,79
56,5	0,094	0,00022	9,22E-06	0,350	136,21
65,04	0,092	0,00023	8,51E-06	0,378	147,37
73,26	0,09	0,00024	8,16E-06	0,393	153,11
81,92	0,088	0,00023	8,59E-06	0,373	145,33
90,11	0,086	0,00024	8,10E-06	0,395	153,67
98,5	0,084	0,00024	8,29E-06	0,385	150,01
106,1	0,082	0,00026	7,47E-06	0,425	165,60
114,82	0,08	0,00023	8,59E-06	0,371	144,33
123,55	0,078	0,00023	8,58E-06	0,370	144,17
132,07	0,076	0,00023	8,36E-06	0,379	147,72
140,69	0,074	0,00023	8,44E-06	0,375	146,01
		Promedio	8,22E-06		

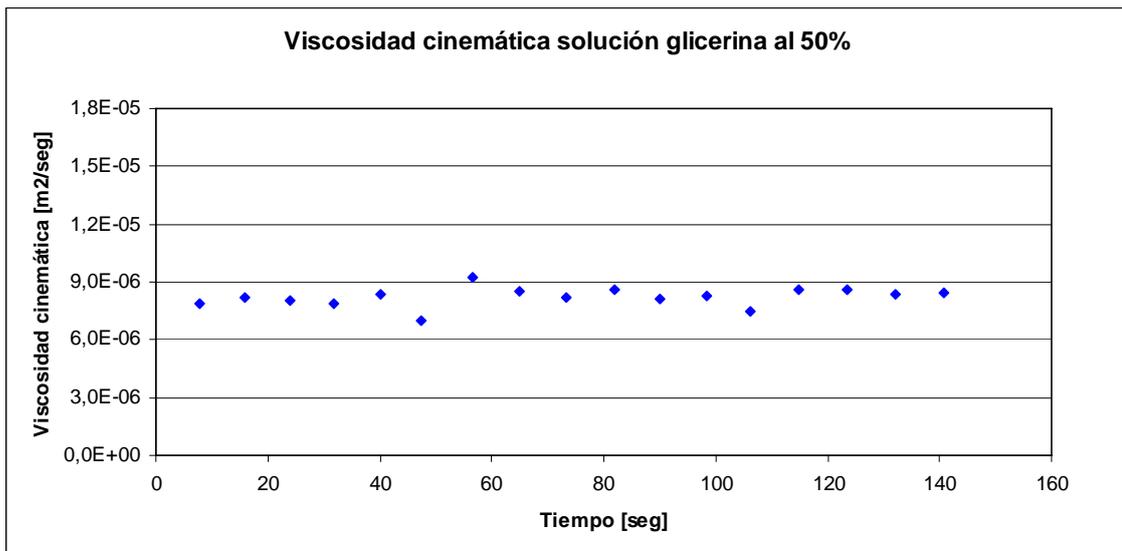


Figura 4.2: Viscosidad cinemática solución glicerina al 50%

Tabla 4.11: Viscosidad cinemática solución glicerina al 60%

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	ν [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,108	0		0	0
15,82	0,106	0,00013	1,61E-05	0,204	40,949
31,46	0,104	0,00013	1,59E-05	0,207	41,420
45,4	0,102	0,00014	1,41E-05	0,232	46,471
59,67	0,1	0,00014	1,44E-05	0,226	45,396
75,67	0,098	0,00013	1,62E-05	0,202	40,488
91,96	0,096	0,00012	1,64E-05	0,198	39,767
108,25	0,094	0,00012	1,64E-05	0,198	39,767
127,75	0,092	0,00010	1,96E-05	0,166	33,221
141,06	0,09	0,00015	1,33E-05	0,243	48,671
156,96	0,088	0,00013	1,59E-05	0,203	40,743
171,72	0,086	0,00014	1,47E-05	0,219	43,889
188,65	0,084	0,00012	1,69E-05	0,191	38,264
203,59	0,082	0,00013	1,49E-05	0,216	43,361
219,4	0,08	0,00013	1,57E-05	0,204	40,975
236,4	0,078	0,00012	1,69E-05	0,190	38,106
252,74	0,076	0,00012	1,62E-05	0,198	39,646
269,94	0,074	0,00012	1,70E-05	0,188	37,663
286,59	0,072	0,00012	1,64E-05	0,194	38,907
302,72	0,07	0,00012	1,59E-05	0,200	40,162
319,15	0,068	0,00012	1,62E-05	0,197	39,428
		Promedio	1,60E-05		

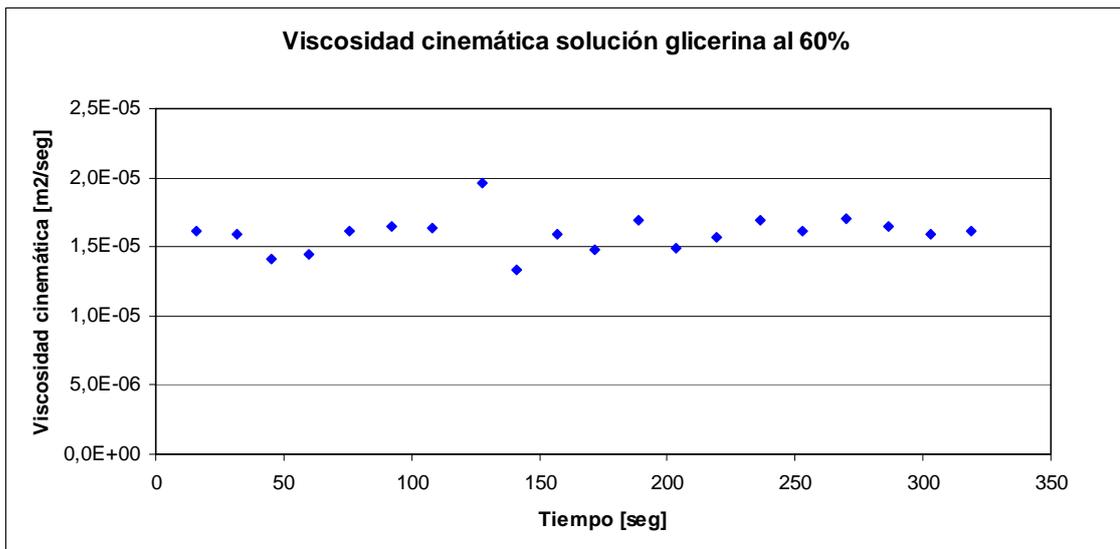


Figura 4.3: Viscosidad cinemática solución glicerina al 60%

Tabla 4.12: Viscosidad cinemática solución glicerina al 70%

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	ν [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,1085	0		0	0
48,92	0,106	5,11E-05	4,00E-05	0,0826	6,99
77,91	0,104	6,90E-05	2,95E-05	0,1115	9,44
116	0,102	5,25E-05	3,88E-05	0,0848	7,19
147,48	0,1	6,35E-05	3,20E-05	0,1027	8,70
184,48	0,098	5,41E-05	3,75E-05	0,0873	7,40
223,43	0,096	5,13E-05	3,94E-05	0,0830	7,03
261,06	0,094	5,31E-05	3,80E-05	0,0859	7,27
308,24	0,092	4,24E-05	4,76E-05	0,0685	5,80
344,91	0,09	5,45E-05	3,69E-05	0,0881	7,47
384,06	0,088	5,11E-05	3,93E-05	0,0826	6,99
414,06	0,086	6,67E-05	3,01E-05	0,1077	9,12
458,22	0,084	4,53E-05	4,42E-05	0,0732	6,20
		Promedio	3,78E-05		

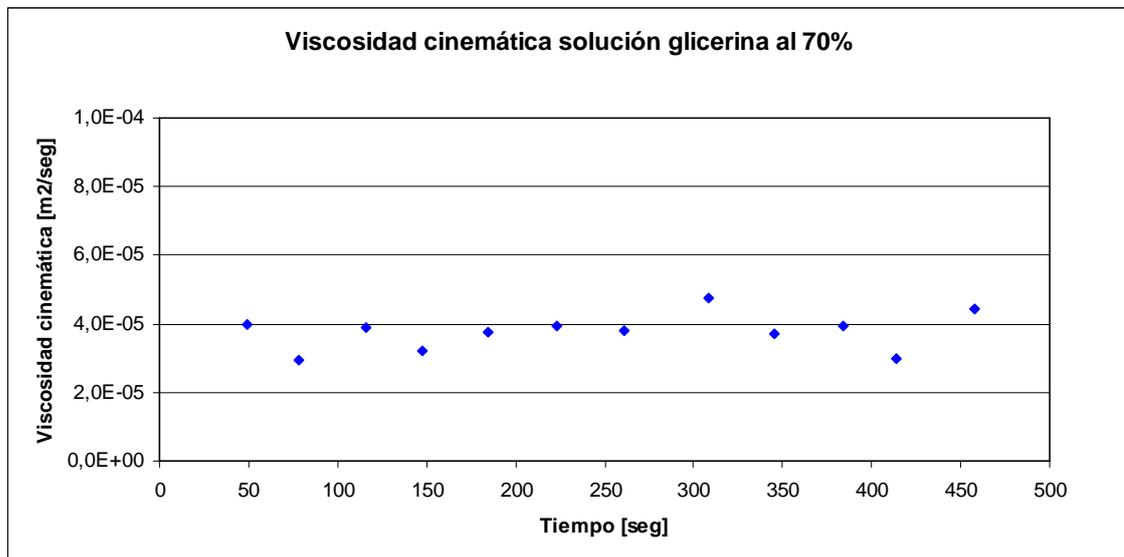


Figura 4.4: Viscosidad cinemática solución glicerina al 70%

Tabla 4.13: Viscosidad cinemática solución glicerina al 80%

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	ν [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,108	0		0	0
127	0,106	1,5748E-05	1,30E-04	0,0254	0,722
229,78	0,104	1,9459E-05	1,05E-04	0,0314	0,893
339,18	0,102	1,8282E-05	1,11E-04	0,0295	0,839
439,68	0,1	1,99E-05	1,02E-04	0,0322	0,913
638,68	0,098	1,005E-05	2,02E-04	0,0162	0,461
749,04	0,096	1,8123E-05	1,12E-04	0,0293	0,831
862,68	0,094	1,7599E-05	1,15E-04	0,0284	0,807
963	0,092	1,9936E-05	1,01E-04	0,0322	0,914
1067,94	0,09	1,9059E-05	1,06E-04	0,0308	0,874
1167,89	0,088	2,001E-05	1,00E-04	0,0323	0,918
1273,86	0,086	1,8873E-05	1,06E-04	0,0305	0,866
1392,87	0,084	1,6805E-05	1,19E-04	0,0272	0,771
1496,72	0,082	1,9259E-05	1,04E-04	0,0311	0,883
1583,5	0,08	2,3047E-05	8,66E-05	0,0372	1,057
1693,18	0,078	1,8235E-05	1,09E-04	0,0295	0,836
1800,94	0,076	1,856E-05	1,07E-04	0,0300	0,851
1919,22	0,074	1,6909E-05	1,17E-04	0,0273	0,776
2015,37	0,072	2,0801E-05	9,52E-05	0,0336	0,954
		Promedio	1,13E-04		

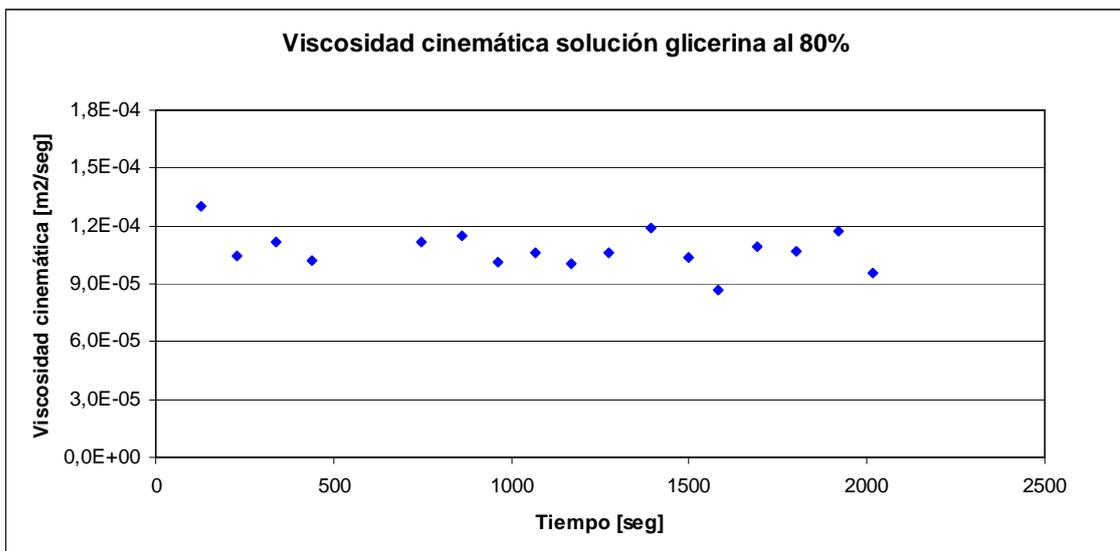


Figura 4.5: Viscosidad cinemática solución glicerina al 80%

Tabla 4.14: Viscosidad cinemática solución glicerina al 85%

Tiempo [seg]	H [m]	U [m/s]	v [m ² /s]	u [m/s]	Reynolds
0	0,108	0		0	0
145,8	0,106	1,3717E-05	1,49E-04	0,0222	0,445
324,09	0,104	1,1218E-05	1,82E-04	0,0181	0,364
481,6	0,102	1,2698E-05	1,60E-04	0,0205	0,412
637,19	0,1	1,2854E-05	1,58E-04	0,0208	0,417
791	0,098	1,3003E-05	1,56E-04	0,0210	0,422
942,14	0,096	1,3233E-05	1,53E-04	0,0214	0,430
1096,6	0,094	1,2948E-05	1,56E-04	0,0209	0,420
1251,19	0,092	1,2937E-05	1,56E-04	0,0209	0,420
1418,19	0,09	1,1976E-05	1,68E-04	0,0194	0,389
1567,26	0,088	1,3417E-05	1,50E-04	0,0217	0,436
1725,13	0,086	1,2669E-05	1,58E-04	0,0205	0,411
1883,06	0,084	1,2664E-05	1,58E-04	0,0205	0,411
2049,22	0,082	1,2037E-05	1,66E-04	0,0195	0,391
2207,56	0,08	1,2631E-05	1,58E-04	0,0204	0,410
		Promedio	1,59E-04		

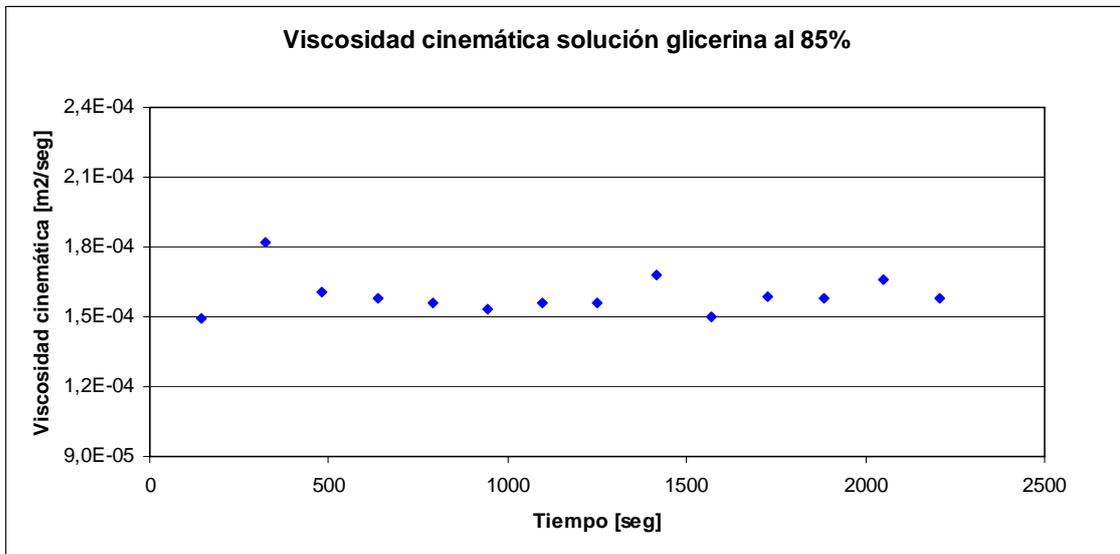


Figura 4.6: Viscosidad cinemática solución glicerina al 85%

La Tabla 4.15 que a continuación se presenta, consiste en un resumen de los resultados hasta aquí obtenidos.

Tabla 4.15: Resumen resultados viscosidades cinemáticas y dinámicas

Concentración	Temperatura ensayo	Viscosidad cinemática experimental	Densidad	Viscosidad dinámica experimental
[%]	[°C]	[m ² /s]	[Kg/m ³]	[Kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹ ·10 ³]
0 (agua)	10	1,299E-06	999,7	1,298
50	9	8,217E-06	1139	9,359
60	9	1,596E-05	1168	18,641
70	9	3,778E-05	1193	45,071
80	8	1,127E-04	1215	136,931
85	12	1,593E-04	1222	194,665

Al cotejar los resultados de viscosidad dinámica expuestos en la Tabla 4.15 y los valores de la Tabla 3.4 para las condiciones de la experimentación llevada a cabo, se visualiza que son coincidentes entre ellos, por lo tanto, a través de esta experimentación se ha podido validar la información rescatada desde Internet. Esto último quiere decir que el valor de la viscosidad dinámica a emplear en los análisis futuros será el de la información bibliográfica (Tabla 3.4) para las condiciones en que sean realizadas las experiencias que determinarán la elevación del fluido inferior sobre la interfaz y que se exponen en la Tabla 3.9.

Es necesario mencionar que no se realizó un desarrollo para determinar el error asociado a la viscosidad cinemática obtenida por medio del método descrito en reiteradas ocasiones. La razón del porque radica en que lo se buscaba con estas experiencias era validar la información bibliográfica dado que las condiciones experimentales no serían necesariamente las mismas entre las existentes al momento de determinar la elevación del fluido inferior sobre la interfaz y las referentes a estas experiencias.

4.4 RESULTADOS ELEVACIÓN FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ

Las condiciones experimentales son las presentadas en la Tabla 3.9. Los resultados obtenidos a través de las experiencias son expuestos a continuación del siguiente modo: (a) tablas con los valores y observaciones de la elevación del fluido inferior para $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina $C = 50, 60, 70, 80$ y 85% (el resto de los resultados son presentados en Anexo B), (b) análisis de los resultados obtenidos y (c) presentación de algunos videos a través de imágenes que permitan visualizar la evolución del fenómeno para las condiciones experimentales propuestas

4.4.1 RESULTADOS OBTENIDOS

Tabla 4.16: Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 85%

Video	Altura sobre interfaz	Observaciones
[N°]	[cm]	
V1	2,2	Entrada con pequeña inclinación
V2	2,3	Salto en dirección vertical inclinada
V3		Se elimina por entrada con velocidad a superficie libre
V4	1,7	Entrada a interfaz con ángulo y a 9 cm aproximadamente de pared izquierda
V5	1,8	Entrada perpendicular a interfaz pero cercana a pared delantera
V6	2,2	Entrada por eje central y perpendicular a interfaz
V7	2,4	Entrada perpendicular a interfaz pero cercana a pared trasera
V8	2,2	Entrada con leve inclinación y a 11 cm de pared derecha
V9	1,8	Entrada casi centrada y perpendicular a interfaz
V10	1,8	Entrada desviada en un diámetro de eje central pero perpendicular a interfaz
V11	2,0	Entrada con inclinación
V12	2,1	Entrada con leve inclinación
V13	1,3	Entrada con inclinación
V14	2,3	Entrada con leve inclinación
V15	1,3	Entrada con leve inclinación y cercana a centro
V16	2,0	Entrada prácticamente centrada y perpendicular a interfaz
V17	1,8	Entrada centrada y perpendicular a interfaz
V18	2,0	Entrada con leve inclinación y un poco cercana hacia pared frontal
V19	2,0	Entrada casi centrada y perpendicular a interfaz
V20	1,9	Entrada con leve inclinación y 9 cm de pared derecha
V21	2,0	Entrada perpendicular a interfaz y cercana a eje central
Promedio	1,955	

Tabla 4.17: Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 80%

Video	Altura sobre interfaz	Observaciones
[Nº]	[cm]	
V1	2,750	Entrada con leve inclinación y a un diámetro del eje central
V2	2,000	Entrada perpendicular y a 11 cm de pared izquierda
V3	1,600	Entrada con leve inclinación y a 10 cm de la pared izquierda y cercana a pared frontal
V4	1,500	Entrada casi perpendicular y a 10 cm de la pared derecha
V5	2,000	Entrada casi perpendicular y a un diámetro del eje central
V6	1,000	Entrada con mínima inclinación y por eje central
V7	1,480	Entrada casi perpendicular y a 10 cm de pared izquierda
V8	1,400	Entrada casi perpendicular y a un diámetro del eje central
V9	1,600	Entrada con leve inclinación y a 11 cm de pared izquierda
V10	1,500	Entrada con leve inclinación y a 11 cm de pared izquierda
V11		MAL GRABADO
V12	1,750	Entrada con inclinación y a un diámetro de eje central
V13		MAL GRABADO
V14		MAL GRABADO
V15	1,450	Entrada perpendicular y a 10 cm de pared derecha
V16	1,750	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V17	2,800	Entrada perpendicular pero a 12 cm de pared izquierda
V18	1,650	Entrada con mínima inclinación y por eje central
V19	2,050	Entrada perpendicular pero a 10 cm de pared izquierda
V20	1,600	Entrada perpendicular y a 0,5 diámetros de eje central. Cercanía a pared frontal
V21	2,050	Entrada con inclinación y a 9 cm de pared izquierda
V22	1,200	Entrada con inclinación y casi por eje central. Cercanía a pared trasera
V23	1,750	Entrada perpendicular pero a 10 cm de pared izquierda. Cercanía a pared trasera
V24	1,650	Entrada con leve inclinación y a 11 cm de pared izquierda. Cercanía a pared frontal
V25	1,850	Entrada con inclinación y a 11 cm de pared izquierda. Cercanía a pared frontal
V26	1,680	Entrada perpendicular pero a 11 cm de pared derecha. Cercanía a pared trasera
V27	1,600	Entrada perpendicular pero a 1,3 diámetro de eje central
V28		MAL GRABADO
V29	1,550	Entrada perpendicular y a 1,5 diámetros de eje central
V30	1,600	Entrada con inclinación y a un diámetro de eje central. Cercanía a pared trasera
V31	1,540	Entrada con leve inclinación y a 9 cm de pared izquierda
V32	1,650	Entrada con leve inclinación y a 12 cm de pared izquierda
V33	2,100	Entrada con clara inclinación y casi por eje central
Promedio	1,728	

Tabla 4.18: Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 70%

Video	Altura sobre interfaz	Observaciones
[N°]	[cm]	
V1	1,1	Entrada casi perpendicular y a 11 cm de pared izquierda
V2	0,9	Entrada a interfaz con leve inclinación y a un diámetro de eje central. El salto no es completamente en dirección vertical, cubre dos direcciones
V3	1,1	Entrada a interfaz perpendicular pero a 1,5 diámetros de eje central
V4	1,6	Entrada casi perpendicular a interfaz pero con inestabilidades previas en su movimiento y 11 cm de pared izquierda
V5	0,9	Entrada casi perpendicular a interfaz y a un diámetro de eje central
V6	0,9	Entrada casi perpendicular pero cercana a pared trasera
V7	0,8	Entrada a interfaz con leve inclinación y cercana a pared trasera
V8	1,4	Entrada a interfaz con leve inclinación. Inestabilidades previas a llegada a interfaz y entrada cercana a eje central. Cercanía a pared frontal
V9	1,0	Entrada perpendicular a interfaz y a un diámetro de eje central
V10	1,6	Entrada con leve inclinación y a 10 cm de pared izquierda
V11	1,0	Entrada perpendicular a interfaz y a un diámetro de eje central
V12	1,0	Entrada por eje central y perpendicular a interfaz pero hacia pared trasera
V13	1,1	Entrada con leve inclinación y a diámetro de eje central
V14	1,0	Entrada por eje central y perpendicular a interfaz
V15	1,6	Entrada perpendicular a interfaz y a 10 cm de pared izquierda
V16	1,5	Entrada perpendicular a interfaz y a un diámetro de eje central
V17	1,6	Entrada perpendicular a interfaz pero a 10 cm de pared izquierda
V18	1,0	Entrada perpendicular a interfaz y por eje central pero hacia pared trasera
V19	1,4	Entrada perpendicular a interfaz pero a un diámetro de eje central
V20	1,2	Entrada perpendicular a interfaz y a 1,5 diámetro de eje central pero cercana a pared trasera
V21	1,1	Entrada perpendicular a interfaz pero a 10 cm de pared izquierda
V22	1,5	Entrada con leve inclinación y a 10 cm de pared izquierda pero hacia pared delantera
V23	1,2	Entrada casi perpendicular y casi por eje central
V24	1,0	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V25	1,0	Entrada por eje central pero con leve inclinación
V26	1,1	Entrada con inclinación y a 10 cm de pared izquierda
V27	1,1	Entrada con leve inclinación y casi por eje central
V28	1,1	Entrada con mínima inclinación y casi por eje central
Promedio	1,171	

Tabla 4.19: Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 60%

Video	Altura sobre interfaz	Observaciones
[Nº]	[cm]	
V1		Interfaz mal definida. Resolución de grabación no permite análisis. Se procede a vaciar y llenar nuevamente caja de acrílico
V2		
V3		
V4		
V5		
V6		
V7		
V8	0,6	Entrada con leve inclinación y a 10 cm de pared izquierda
V9	0,7	Entrada perpendicular y a 11 cm de pared izquierda
V10	0,8	Entrada con leve inclinación y a un diámetro de eje central
V11	0,6	Entrada con leve inclinación y a 1 diámetro de eje central
V12	1,5	Entrada perpendicular y a 11 cm de pared izquierda
V13	0,7	Entrada perpendicular y por eje central
V14	0,5	Entrada perpendicular y casi por eje central
V15	0,6	Entrada perpendicular y por eje central
V16	0,7	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V17	0,6	Entrada perpendicular pero a 10 cm de pared izquierda
V18	0,5	Entrada perpendicular pero a 10 cm de pared derecha
V19	0,6	Entrada con leve inclinación y por eje central
V20	0,65	Entrada con leve inclinación y a 11 cm de pared derecha
V21	0,5	Entrada perpendicular y por eje central
V22	0,65	Entrada con leve inclinación y por eje central
V23	0,7	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V24	0,5	Entrada con leve inclinación y casi por eje central
V25	0,6	Entrada con mínima inclinación. Casi por eje central. Cercana a pared trasera
V26	0,5	Entrada con leve inclinación y a 10 cm de pared izquierda. Cercanía a pared frontal
Promedio	0,658	

Tabla 4.20: Altura sobre interfaz de fluido inferior. Partícula $d_p = 10$ [mm] y concentración glicerina = 50%

Video	Altura sobre interfaz	Observaciones
[N°]	[cm]	
V1	0,2	Entrada con inclinación y a 0,5 diámetro de eje central
V2	0,2	Entrada con inclinación pero por eje central y cercana a pared frontal
V3	0,15	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V4	0,25	Entrada perpendicular y a un diámetro de eje central
V5	0,3	Entrada con inclinación y a 10 cm de pared derecha
V6	0,2	Entrada con inclinación y a un diámetro de eje central
V7	0,25	Entrada con inclinación y a 10 cm de pared derecha
V8	0,2	Entrada casi perpendicular pero a 8 cm de pared derecha
V9	0,35	Entrada casi perpendicular pero a 1,5 diámetro de eje central
V10	0,25	Entrada casi perpendicular y por eje central
V11		Entrada por pared trasera. Se pierde visual
V12	0,3	Entrada casi perpendicular. Cercanía a pared frontal. A un diámetro de eje central
V13	0,2	Entrada perpendicular y a 1,5 diámetro de eje central
V14	0,4	Entrada con leve inclinación y a 0,5 diámetro de eje central
V15		Entrada perpendicular y por eje central. NO DISTINGUIBLE
Promedio	0,25	

4.4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS

4.4.2.1 ANÁLISIS DE ERRORES DE ALTURAS DE ELEVACIÓN DE FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ

Las tablas 4.16 a 4.20 presentan los valores de las alturas de elevación del fluido inferior sobre la interfaz para cada una de las diferencias de concentración ensayadas (resultados sólo para partículas de diámetro igual a 10 [mm]). A continuación las Figuras 4.7 a 4.11 permiten visualizar mediante una gráfica dichos valores, donde se expone también, el promedio aritmético de los resultados (se presenta las gráficas asociadas a $dp = 10$ [mm] y $C = 50, 60, 70, 80$ y 85% , el resto se encuentra en Anexo C).

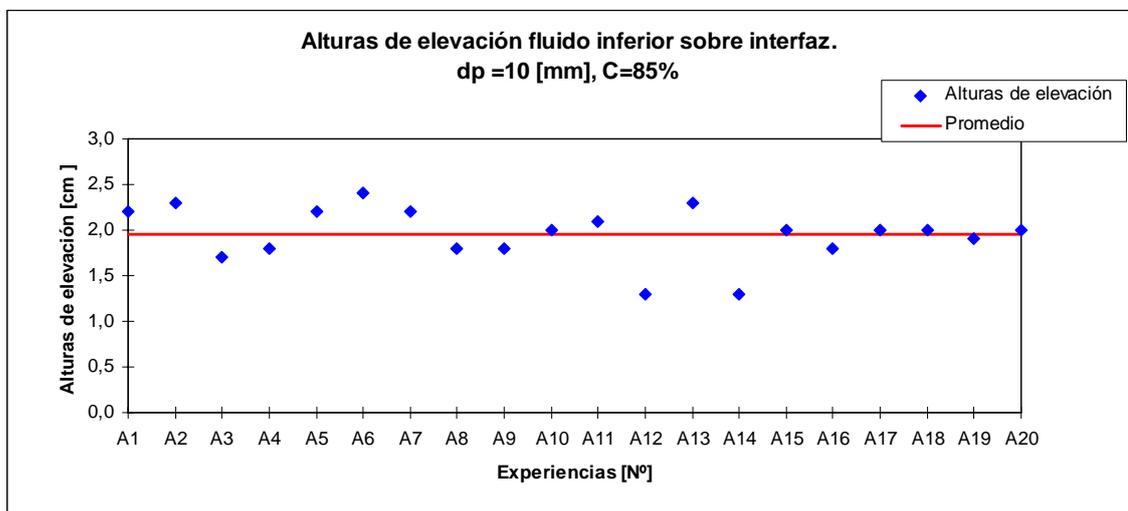


Figura 4.7: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz. $dp = 10$ [mm],
 $C = 85\%$

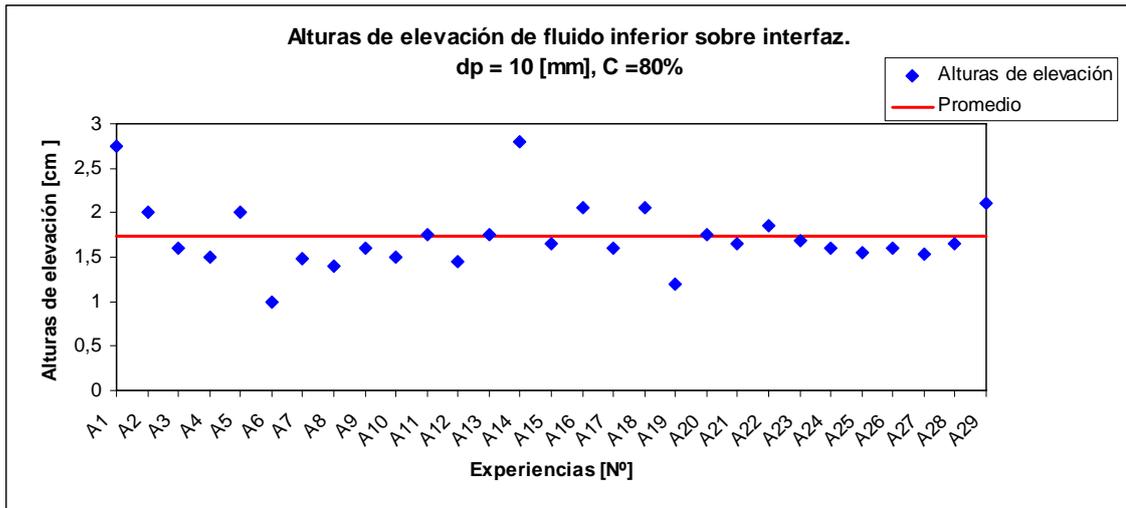


Figura 4.8: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $dp = 10$ [mm],
 $C = 80\%$

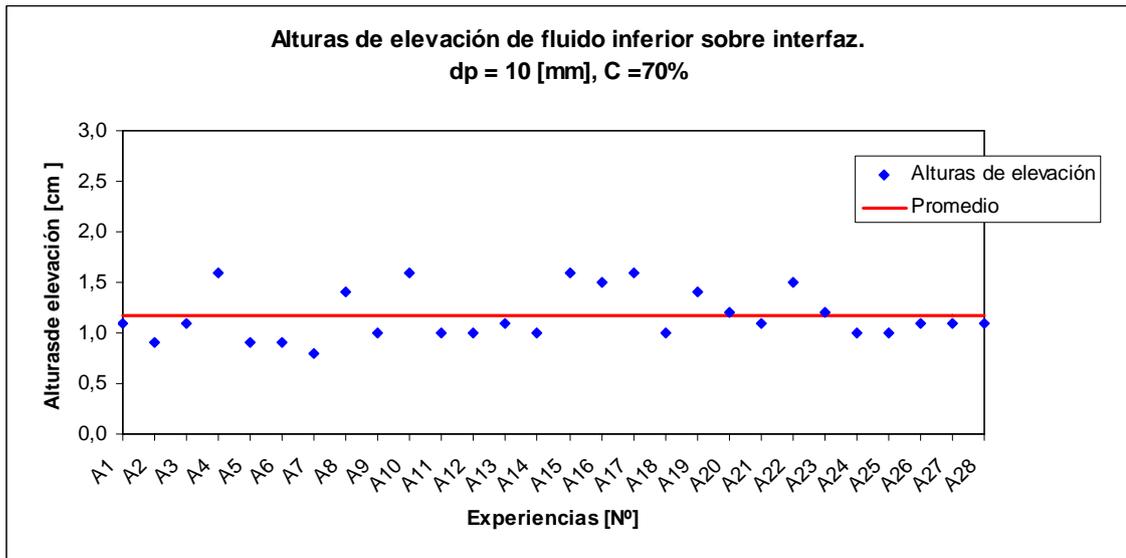


Figura 4.9: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz. $dp = 10$ [mm],
 $C = 70\%$

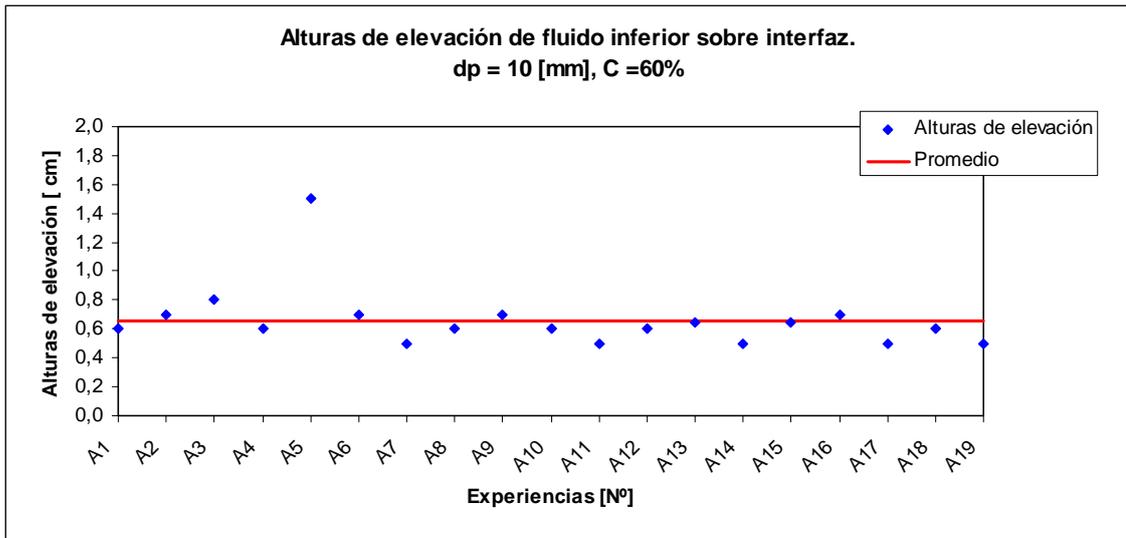


Figura 4.10: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $dp = 10$ [mm], $C = 60\%$

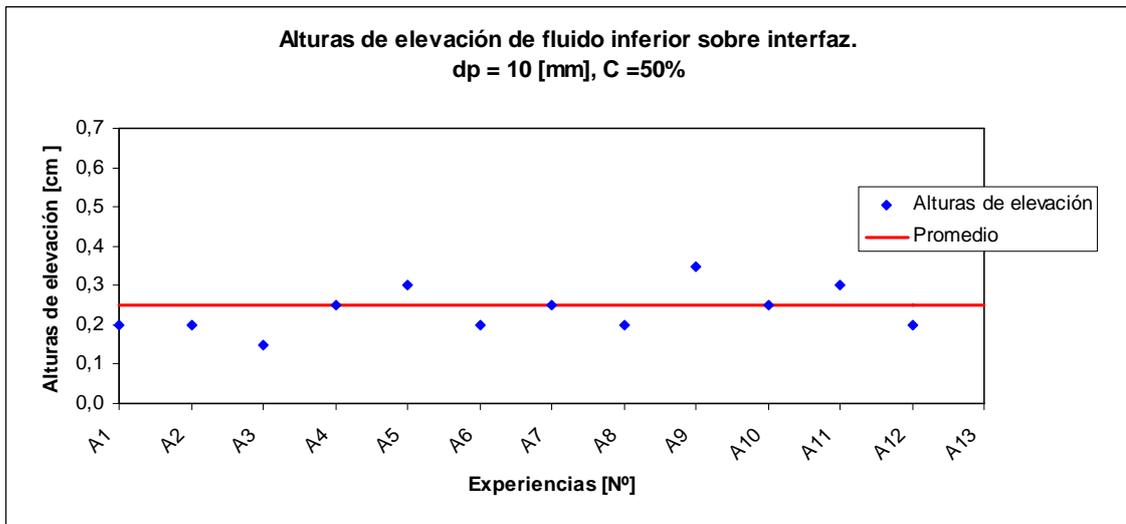


Figura 4.11: Alturas de elevación de fluido inferior sobre interfaz $dp = 10$ [mm], $C = 50\%$

Por medio de la siguiente expresión $\sigma_{promedio} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (h_i - h_{promedio})^2}{n \cdot (n-1)}}$ es posible

determinar el error asociado al valor de $h_{promedio}$ presentados en las tablas y gráficas anteriores, valor que será empleado en el análisis posterior para determinar la relación funcional, por medio de parámetros adimensionales, que permite describir y/o obtener la elevación del fluido inferior sobre la interfaz. h_i corresponde al valor i -ésimo de altura de elevación obtenido y n es el total de valores de h_i con que se calcula el promedio. La Tabla 4.21 presenta la información prometida.

Tabla 4.21. Error asociado a $h_{promedio}$

dp = 10 [mm]		
Concentración	$h_{promedio}$	Error asociado a $h_{promedio}$
[%]	[]	[cm]
85	1,955	0,066
80	1,728	0,070
70	1,171	0,047
60	0,658	0,051
50	0,250	0,020

dp = 8 [mm]		
Concentración	$h_{promedio}$	Error asociado a $h_{promedio}$
[%]	[]	[cm]
85	1,494	0,034
80	1,468	0,038
70	0,995	0,075
60	0,565	0,040
50	0,142	0,010

dp = 6 [mm]		
Concentración	$h_{promedio}$	Error asociado a $h_{promedio}$
[%]	[]	[cm]
85	1,107	0,030
70	0,940	0,049
60	0,399	0,020
50	0,103	0,009

4.4.2.2 RELACIÓN FUNCIONAL PARA ALTURA DE ELEVACIÓN DEL FLUIDO INFERIOR SOBRE INTERFAZ

Como primer paso del procedimiento para determinar la relación funcional que permita predecir la altura de elevación del fluido inferior sobre la interfaz es identificar las variables que gobiernan dicho fenómeno o en otras palabras cual o cuales adimensionales, bajo algún fundamento físico, describen de buena manera el problema. En función de lo anterior, es posible presentar la Tabla 4.22 que corresponde a la matriz de las variables presentes.

Tabla 4.22: Matriz dimensiones variables involucradas

Unidad/Variable	h	d	ρ_1	ρ_2	v_1	v_2	ρ_P	w_{s1}	σ	g
M	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
L	1	1	-3	-3	2	2	-3	1	0	1
t	0	0	0	0	-1	-1	0	-1	-2	-2

Con la matriz presentada en la Tabla 4.22 y siguiendo el procedimiento descrito en el punto 2.6 del presente trabajo, se determinó el siguiente grupo de parámetros adimensionales:

$$\pi_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2}; \pi_2 = \frac{\rho_2}{\rho_P}; \pi_3 = \frac{d \cdot w_{s1}}{v_1}; \pi_4 = \frac{d \cdot w_{s1}}{v_2}; \pi_5 = \frac{\sigma}{d \cdot \rho_P \cdot w_{s1}^2}; \pi_6 = \frac{w_{s1}^2}{g \cdot d}; \pi_7 = \frac{h_{promedio}}{d}$$

De donde es posible construir la relación funcional que liga las variables que describen el fenómeno con la variable a investigar en el problema. Esta relación funcional es:

$$f\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}; \frac{\rho_2}{\rho_P}; \frac{d \cdot w_{s1}}{v_1}; \frac{d \cdot w_{s2}}{v_2}; \frac{\sigma}{d \cdot \rho_P \cdot w_{s1}^2}; \frac{w_{s1}^2}{g \cdot d}; \frac{h_{promedio}}{d}\right) = 0$$

Los adimensionales interesantes de analizar son π_3 , π_5 y π_6 , el resto tienen interpretación directa. El parámetro adimensional π_3 es el número de Reynolds expresando una relación entre la inercia y la fuerza de origen viscoso. π_5 es el inverso del número de Weber y representa el cociente entre la inercia y la fuerza debido a la tensión interfacial, este parámetro ha sido incluido en el presente análisis simplemente para apoyo a futuros posibles trabajos que incluyan el efecto de la tensión superficial. π_6 es el número de Froude al cuadrado cuyo significado expresa una relación entre la inercia y las fuerzas de origen gravitacional. Estos números adimensionales permiten construir aquellos descritos en el punto 2.1.2, desarrollados por Jenny et. al (2004), y que fueron la base de sus cálculos y conclusiones referentes al tema estudiado. Para lo anterior es necesario modificar la definición del número de Froude hasta aquí

presentado, dado que debe ser incorporado el efecto de la boyancia actuante al momento de descender la partícula. El número de Froude queda definido para análisis posteriores como:

$$F_r = \frac{w_{sj}}{\sqrt{g'_j \cdot d}} = \frac{w_{sj}}{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_j} - 1 \right) \cdot d}} \quad (\text{Froude densimétrico})$$

con j tomando valores de 1, 2 (fluido superior e inferior respectivamente).

Con la definición del número de Froude ya presentado, se realiza a continuación el procedimiento para obtener el número de Galileo.

Si se realiza el cociente entre el número de Reynolds y el número de Froude densimétrico es posible obtener el adimensional deseado:

$$\frac{R_e}{F_r} = \frac{\frac{w_{sj} \cdot d}{\nu_j}}{\frac{w_{sj}}{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_j} - 1 \right) \cdot d}}} = \frac{w_{sj} \cdot d \cdot \sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_j} - 1 \right) \cdot d}}{\nu_j \cdot w_{sj}} = \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_j} - 1 \right) \cdot d^3}}{\nu_j} = Ga_j$$

El número de Galileo representa el cociente entre la fuerza boyante y la viscosa actuando sobre la partícula al momento de desplazarse a través de un fluido. Como es posible observar del procedimiento de deducción, las fuerzas inerciales son eliminadas, razón por la cual, se empleará el número de Galileo referido al fluido inferior (índice j = 2) para el futuro análisis. La razón de la elección se justifica en que en la zona donde se centra el análisis del presente trabajo, la partícula no ha alcanzado un régimen constante de movimiento a través del fluido más denso, no siendo este el caso en el fluido superior, donde la partícula alcanza la velocidad terminal ingresando con un régimen controlado a la interfaz, en otras palabras, la velocidad de sedimentación en la capa inferior no juega un rol principal en el fenómeno en estudio. Para una mayor comprensión se presenta una secuencia del fenómeno a través de los siguientes puntos:

- 1.- Movimiento de la esfera a través del fluido superior hasta alcanzar su velocidad terminal de sedimentación. Punto garantizado por la altura de la columna de fluido.
- 2.- Entrada a interfaz con velocidad terminal de sedimentación y transferencia de momentum de la partícula a esta zona.
- 3.- Movimiento de esfera a través del fluido inferior con correspondiente incorporación del fluido superior en la capa ya mencionada y elevación de fluido inferior sobre interfaz.

El procedimiento que a continuación se llevará a cabo, tiene por finalidad determinar la relación funcional que describa el comportamiento del fenómeno en estudio con toda la información hasta este momento presentada. Para lo anterior se graficará los siguientes parámetros: en el eje horizontal se expondrá los valores del número de Galileo en el fluido inferior, mientras que en el eje vertical se graficará los valores de la división entre los adimensionales π_3 y el inverso de π_7 ($h_{\text{promedio}} * w_s * v^{-1}$), este último parámetro se puede interpretar como la razón entre la energía cinética de la partícula y el trabajo de la fuerza viscosa al elevarse el fluido inferior por sobre la interfaz. Los valores de las coordenadas ya mencionadas a graficar se presentan en la Tabla 4.23:

Tabla 4.23: Valores de parámetros adimensionales

Concentración glicerina	Diámetro partícula [mm]	hpromedio [cm]	Velocidad sedimentación fluido superior [m/s]	Viscosidad cinemática fluido superior [m ² /s]	Reynolds	hpromedio·ws·v ⁻¹	Ga ²
85%	10	1,955	0,301	1,007E-06	2990	5844,73	17,85
	8	1,494	0,260		2066	3858,42	12,77
	6	1,107	0,234		1395	2573,19	8,30
80%	10	1,728	0,301		2990	5164,85	32,60
	8	1,468	0,260		2066	3791,30	23,33
70%	10	1,171	0,301		2990	3502,14	89,28
	8	0,995	0,260		2066	2568,82	63,88
	6	0,940	0,234		1395	2183,75	41,49
60%	10	0,658	0,301		2990	1966,86	190,39
	8	0,565	0,260		2066	1459,62	136,23
	6	0,399	0,234		1395	927,22	88,48
50%	10	0,250	0,301		2990	747,41	351,71
	8	0,142	0,260	2066	366,82	251,66	
	6	0,103	0,234	1395	239,06	163,46	

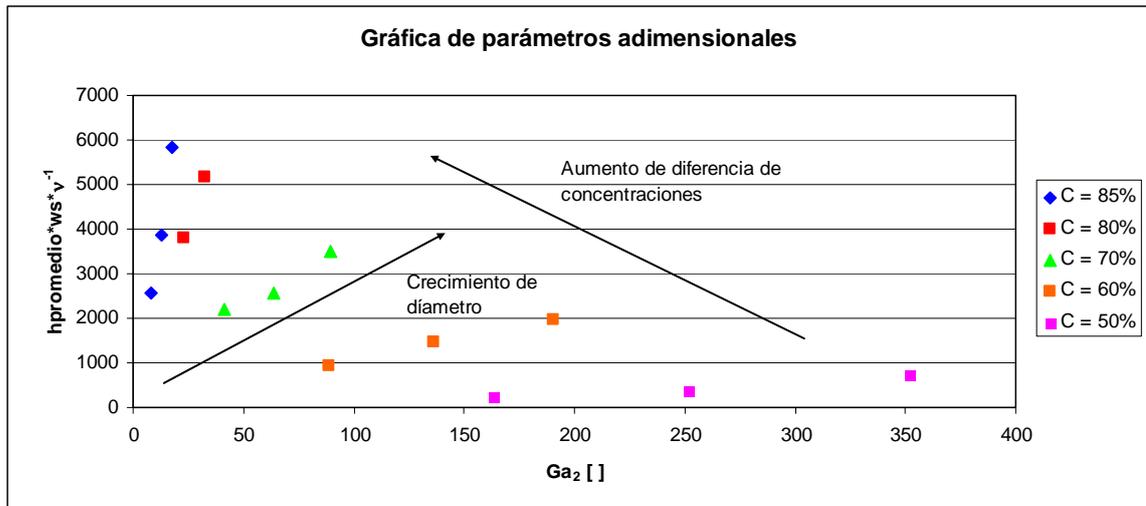


Figura 4.12: Gráfica de parámetros adimensionales

La Figura 4.12 permite concluir que el conjunto de datos para cada concentración se alinea sobre una recta, en otras palabras la dependencia de $h_{promedio} \cdot w_s \cdot v^{-1}$ con el número de Galileo inferior es lineal y la pendiente de esta relación es función de la diferencia de concentraciones que a su vez se relaciona con la viscosidad cinemática de los fluidos involucrados. A continuación la Figura 4.13 presenta las rectas ajustadas, mientras que la Tabla 4.24 presenta el resumen de las pendientes encontradas.

Tabla 4.24: Resumen de pendientes producto del ajuste

Pendiente	Concentración solución glicerina
317,71	85%
159,8	80%
41,195	70%
10,463	60%
1,8445	50%

Gráfica de parámetros adimensionales

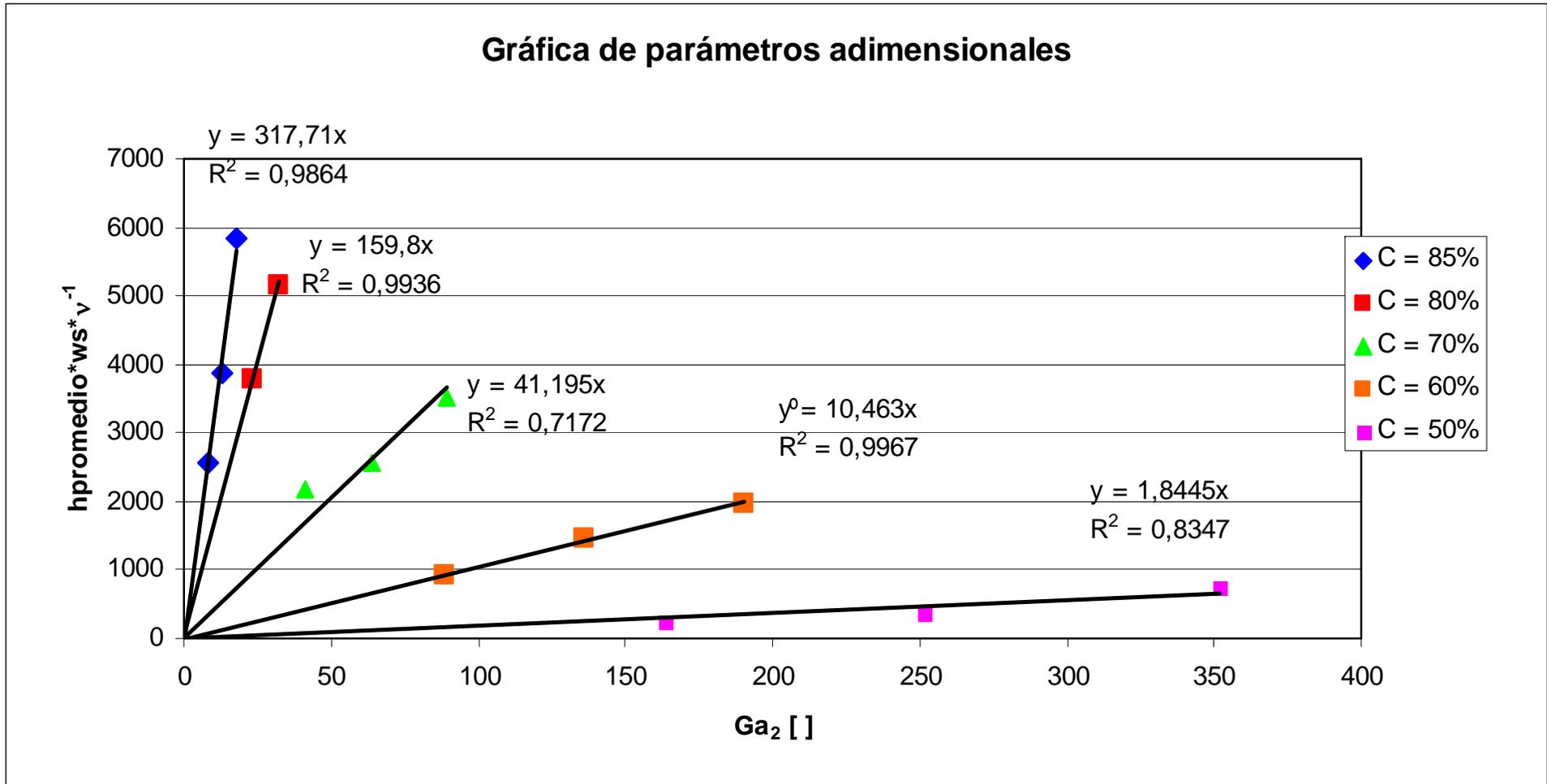


Figura 4.13: Ajuste a valores de parámetros adimensionales en análisis

Con la información presentada en la Tabla 4.24 (extraída de la Figura 4.13), se tiene hasta ahora lo siguiente:

$$\frac{h_{promedio} \cdot W_{s1}}{V_1} = m(C) \cdot G_{a2}$$

donde la pendiente de la expresión ($m(C)$ = pendiente como una función de la concentración de la solución de glicerina) anterior debe ser determinada para finalizar con la búsqueda de la relación funcional. La Figura 4.12 indica que la pendiente es función de la diferencias de concentraciones entre ambos fluidos, parámetro que se relaciona en forma directa con la razón de viscosidades cinemáticas entre ellos. La Tabla 4.25 presenta los valores de las pendientes y la razón de viscosidades cinemáticas asociadas, información que se grafica en la Figura 4.14.

Tabla 4.25: Pendiente versus razón de concentraciones asociadas

Pendiente (m)	ν_2/ν_1
317,71	88,81
159,80	49,21
41,195	18,78
10,463	9,200
1,8445	5,246

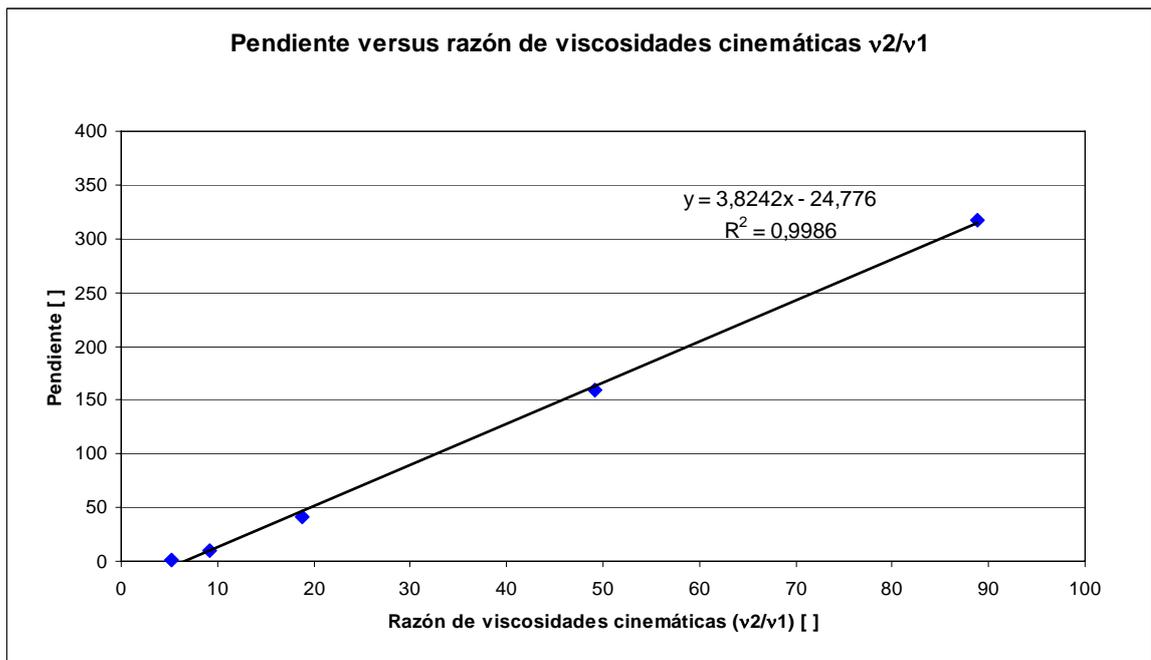


Figura 4.14: Pendiente versus razón de concentraciones

Claramente la relación existente entre los valores presentados en la Figura 4.14 es lineal, intersectando esta función al eje x en el valor 6,48 aprox. Si bien no existen datos menores a la diferencia de concentraciones de 40% para poder predecir el comportamiento del fenómeno en esta zona, es fácil intuir que debe tener una tendencia asintótica hacia el eje vertical. Esto último no sólo está basado en la intuición sino que también sobre la base de las observaciones al momento de la realización de las experiencias. Con lo anterior, lo que se busca encontrar es la siguiente función:

$$\frac{v_2}{v_1} = \alpha \cdot m + \beta + \frac{\gamma}{m^2}$$

La función anterior, se ajusta a la recta presentada en la Figura 4.14 a medida que el valor de la pendiente (m) crece y se comporta como una curva asintótica al eje horizontal, mientras “m” se hace pequeño. Por lo tanto, es necesario ajustar el siguiente parámetro (valor de γ) de la ecuación que a continuación se presenta:

$$\frac{v_2}{v_1} = 3,8424^{-1} \cdot m + \frac{24,776}{3,8424} + \frac{\gamma}{m^2}$$

El valor de γ se determinará de forma tal que el error asociado a las pendientes que permiten predecir la razón de las viscosidades cinemáticas con una diferencia de un valor menor o igual al 10% sea mínimo. Con este criterio, el valor de γ es: -4,0505. La función ajustada se presenta en la Figura 4.15:

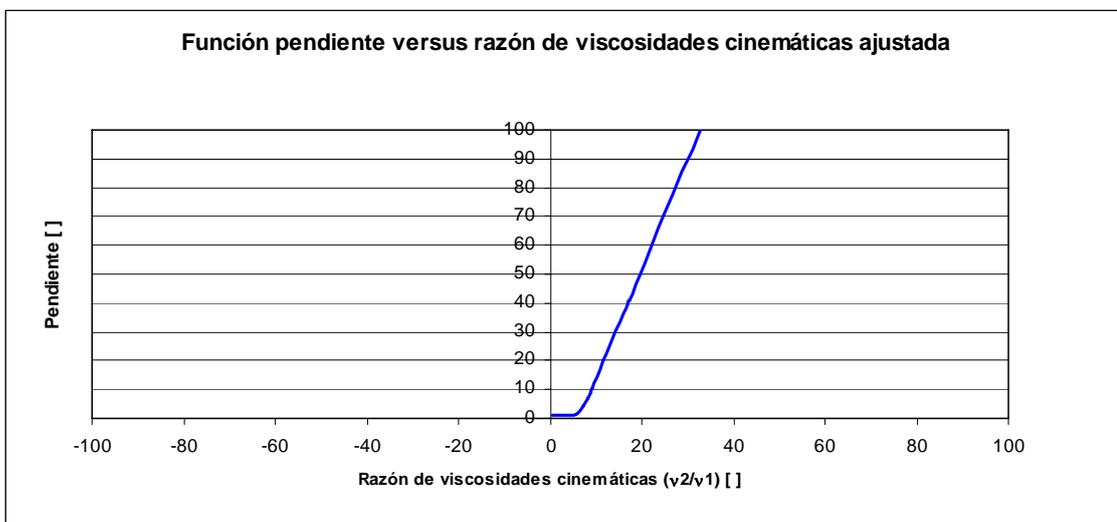


Figura 4.15: Función pendiente versus razón de viscosidades cinemáticas ajustada

Por lo tanto, la relación funcional ajustada queda dada por la siguiente expresión:

$$\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{v_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 3,8424^{-1} \cdot m + \frac{24,776}{3,8424} - \frac{4,0505}{m^2}$$

La Figura 4.16 muestra en el gráfico el valor de $\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1}$ ajustado por la relación funcional presentado versus el valor asociado a los resultados obtenidos mediante la experimentación.

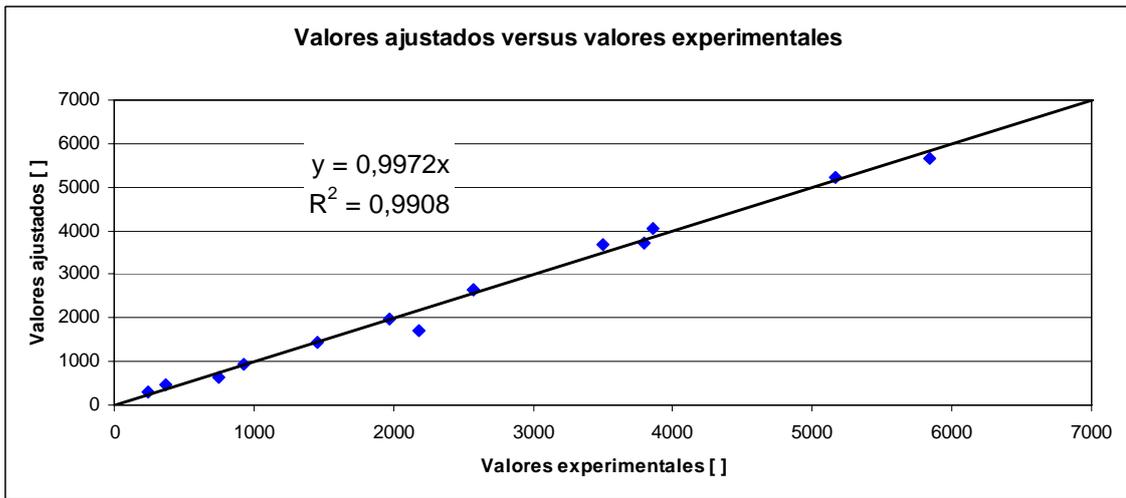


Figura 4.16: Valores ajustados versus valores experimentales de $h_{promedio} \cdot w_{s1} \cdot v_1^{-1}$

La relación funcional ajustada presenta un valor de correlación de 0,9908 y un error de 0,28% sobre la estimación del fenómeno en estudio.

Es necesario realizar un análisis de comportamiento de la relación funcional encontrada bajo ciertos casos de interés. Uno de estos es cuando v_1 tiende a cero, en esta ocasión,

el cociente $\frac{v_2}{v_1}$ tiende a la ecuación de la recta, es decir, $\frac{v_2}{v_1} = 3,8424^{-1} \cdot m + \frac{24,776}{3,8424}$,

por lo tanto, la ecuación que permite determinar el valor de la pendiente (m) queda dada por:

$$m = 3,8424 \cdot \frac{v_2}{v_1} - 24,776, \text{ y por ende la ecuación que ajusta la elevación del fluido}$$

inferior sobre la interfaz queda dado por:

$$\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{v_2} = \left(3,8424 \cdot \frac{v_2}{v_1} - 24,776\right) \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{v_2}$$

$$h_{promedio} \cdot w_{s1} = (3,8424 \cdot v_2 - 24,776 \cdot v_1) \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{v_2}$$

De donde $h_{promedio}$ queda dada por (cuando v_1 es cero):

$$h_{promedio} = 3,8424 \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{w_{s1}}$$

Este análisis entrega como resultado que la elevación del fluido inferior sobre la interfaz posee un valor finito aunque el fluido superior no presente resistencia alguna ante el movimiento de algún elemento a través de él. Este resultado es coherente debido a que la elevación debe ser necesariamente distinta de cero y de infinito, dada la existencia de distintas viscosidades entre ambos fluidos.

Otro caso de interés es determinar el comportamiento de la relación funcional cuando v_2 tiende a cero, es decir, cuando el fluido inferior no opone resistencia al movimiento de la partícula a través de él. Siguiendo un análisis similar al realizado para el caso anterior se obtiene lo siguiente:

Si v_2 tiende a cero por la derecha, $\frac{v_2}{v_1}$ tiende a: $\frac{v_2}{v_1} = -\frac{4,0505}{m^2}$ y la relación funcional

queda determinada por la siguiente expresión:

$$\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{v_2} ; h_{promedio} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{\frac{v_2}{v_1} \cdot w_{s1}}$$

$$h_{promedio} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{-\frac{4,0505}{m^2} \cdot w_{s1}} = -m^3 \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_2} - 1\right) \cdot d^3}}{4,0505 \cdot w_{s1}}$$

De la Figura 4.15 se deduce que cuando el cociente $\frac{v_2}{v_1}$ tiende a cero el valor de m es pequeño (menor que 1) pero positivo, por lo tanto, este análisis no es válido realizarlo dado que el ajuste propio de la función entrega un valor infinito positivo para la pendiente. Esto puede deberse a la poca cantidad de puntos obtenidos a través de la experimentación en esta zona.

El último caso a analizar es cuando la densidad de la partícula es igual a la densidad del fluido inferior. En este caso, la predicción del valor de la altura de elevación del fluido inferior sobre la interfaz que entrega la relación funcional es cero. Este resultado podría proporcionar dudas debido a que la partícula posee una velocidad distinta de cero (inercia $\neq 0$) al momento de enfrentarse con la interfaz fluido – fluido penetrando hacia el fluido inferior. Sin embargo, su dirección de movimiento es cambiada de descendente a ascendente (igual densidad entre fluido inferior y partícula), repitiéndose este proceso hasta conseguir el equilibrio en la interfaz. Si se remite al punto 2.4 donde se explica la secuencia de gestación del fenómeno en estudio a través de un ejemplo del impacto de una bola de billar en la superficie libre del agua, se explica que ésta acción genera dos cosas: un salto del fluido inferior sobre la interfaz y una cavidad del fluido superior bajo la interfaz., sin embargo, es posible que no se genere salto alguno debido a la no ruptura de la cavidad formada tras la esfera producto de que el cambio de dirección en el movimiento de la esfera se provocaría antes de éste acontecimiento (salto sobre interfaz), esto puede ser posible pues de la secuencia del fenómeno observada a través de los videos grabados durante una gran distancia de penetración de la esfera sólo se experimenta incorporación del fluido superior hacia el inferior sin la gestación inmediata del salto del fluido inferior sobre la interfaz. La posible explicación aquí presentada es preliminar y tiene algunos fundamentos basados en la observación de las experiencias, sin embargo, se recomienda confirmar dicha conclusión a través de experimentación.

Otro modo de analizar el comportamiento de la predicción de la relación funcional obtenida es comparando algunas notas de interés tomadas al momento de la ejecución de las experiencias con el resultado de la expresión encontrada:

1.- Si las condiciones experimentales, es decir, propiedades físicas de ambos fluidos, se mantienen constantes y lo que cambia es el tamaño de las esferas a ensayar, es posible observar que la altura del salto del fluido inferior sobre la interfaz es directamente proporcional al tamaño de la esfera que atraviesa dicha región. Esta observación experimental, que puede ser corroborada a través de los videos grabados incluidos en el Anexo D (se incluye también programa VFC 300 que debe ser instalado para visualizar el formato de los videos anexados) , está en plena concordancia con la predicción de la relación funcional ajustada a los valores, dado que posee una dependencia con el diámetro al cubo (la expresión para determinar la velocidad de sedimentación para el caso de régimen turbulento es dependiente de la raíz del diámetro de la partícula).

2.- Si las condiciones experimentales, es decir, tamaño de esfera a ensayar y propiedades físicas del fluido superior se mantienen constantes, la altura del salto del fluido inferior sobre la interfaz disminuye a medida que la concentración de glicerina en la capa de fluido de abajo también lo hace. Esta observación experimental, que puede ser corroborada a través de los videos grabados incluidos en Anexo D, está en plena concordancia con la función ajustada, basta con observar las Figuras 4.12 y 4.13 del presente trabajo de título.

4.4.3 SECUENCIA DE IMÁGENES DE LAS EXPERIENCIAS REALIZADAS

A continuación se presenta una selección de imágenes que permiten visualizar la evolución del salto del fluido inferior sobre la interfaz. Se presenta un set de figuras por cada experiencia propuesta.

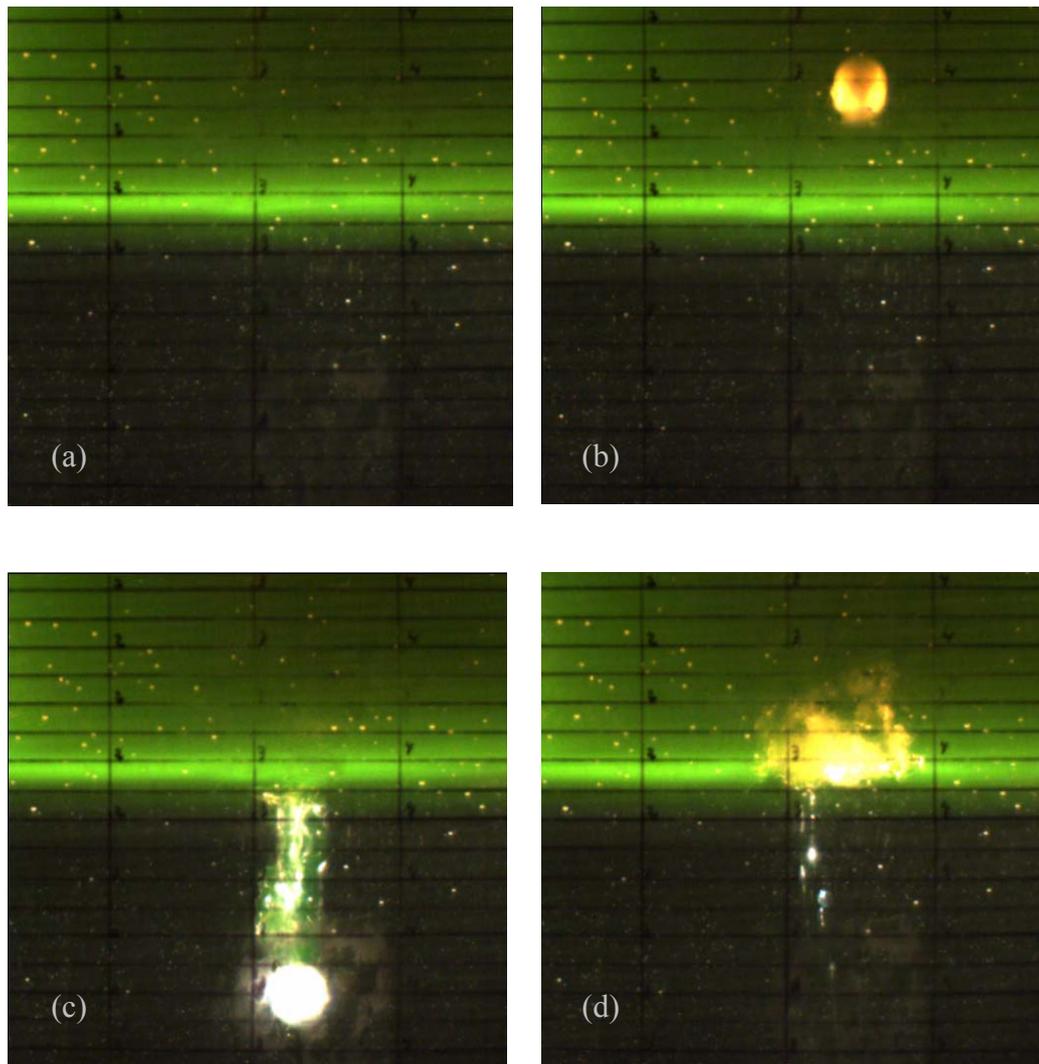


Figura 4.17: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=85\%$

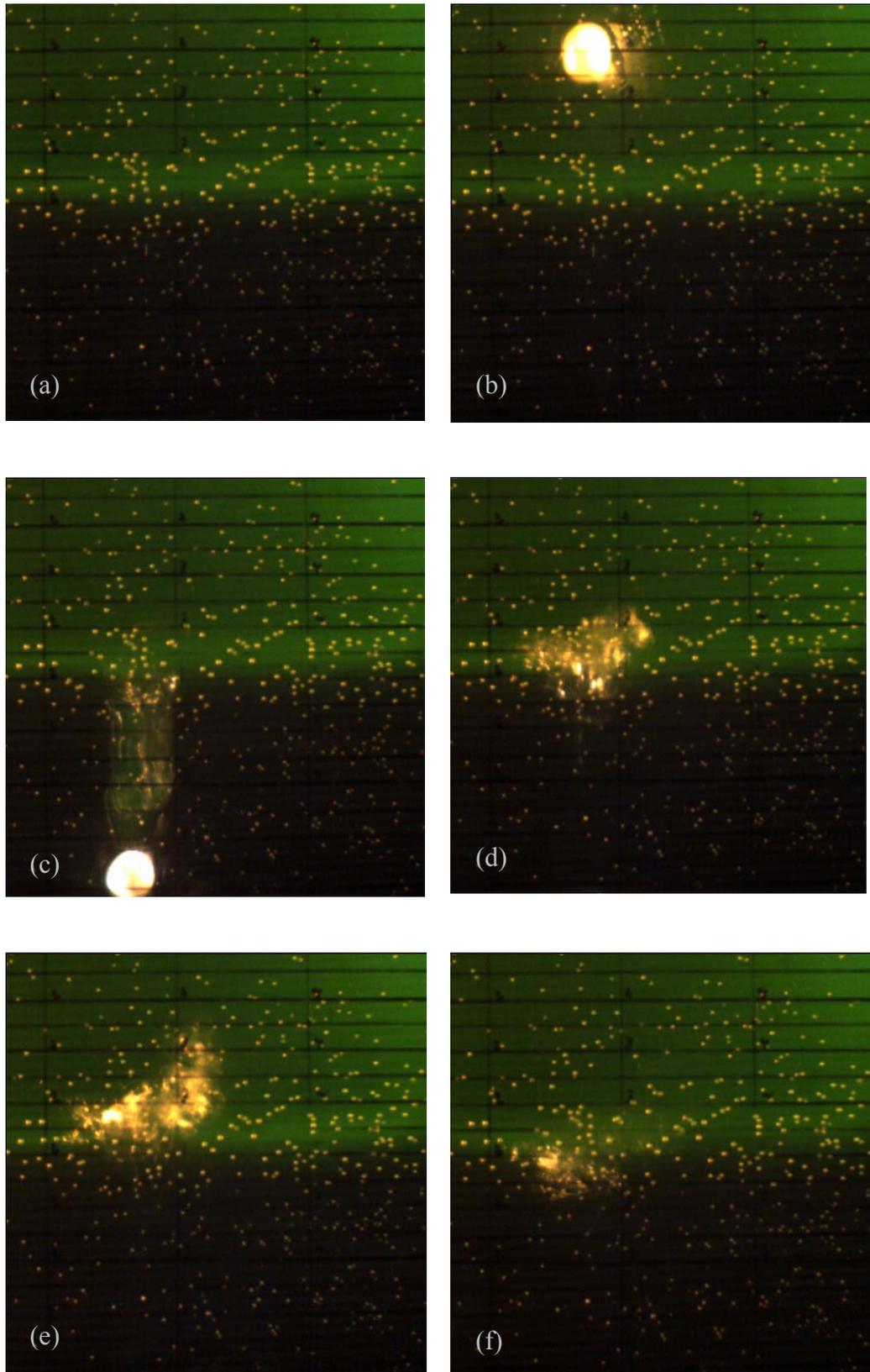


Figura 4.18: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C = 80\%$

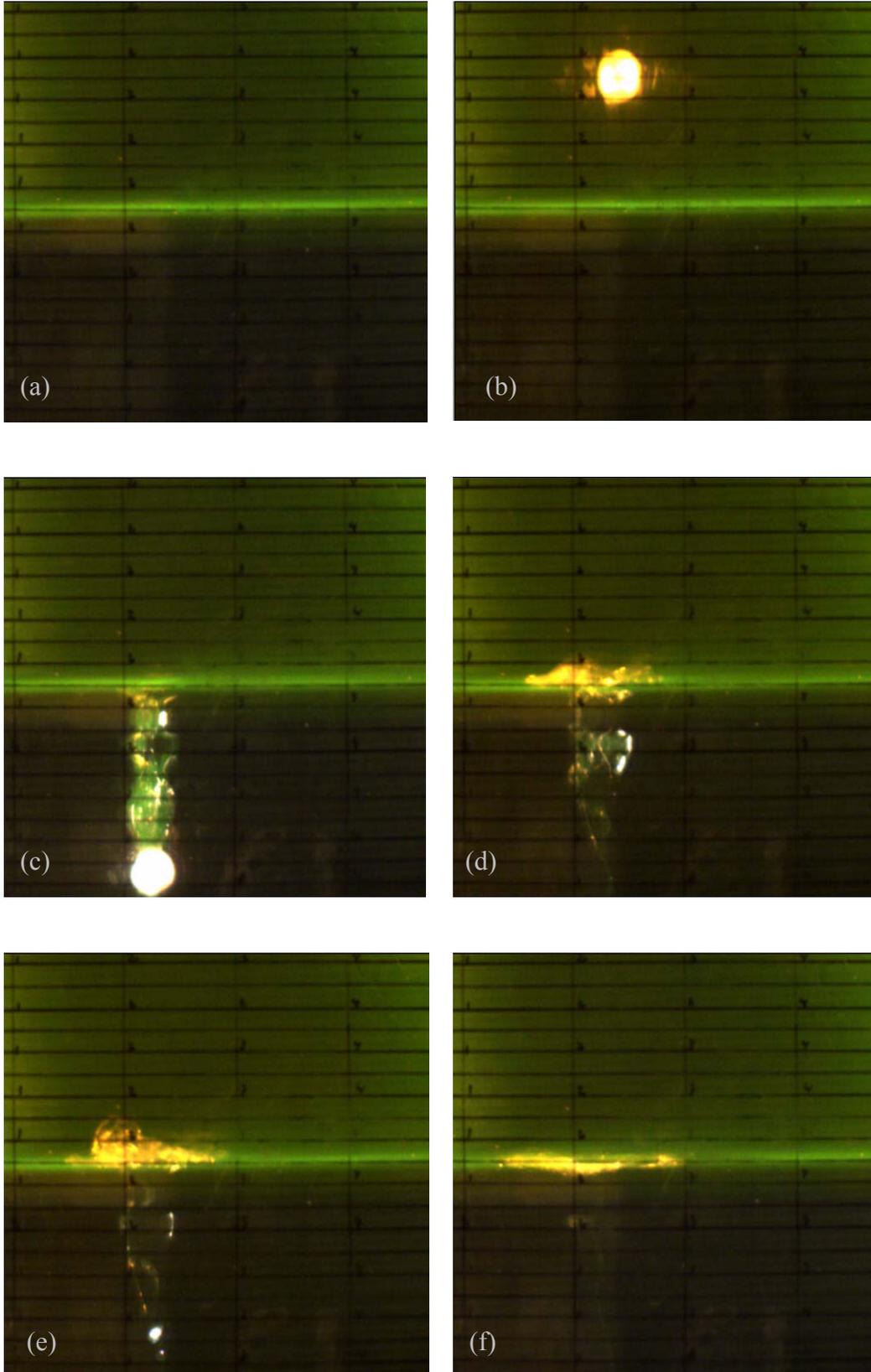


Figura 4.19: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C = 70\%$

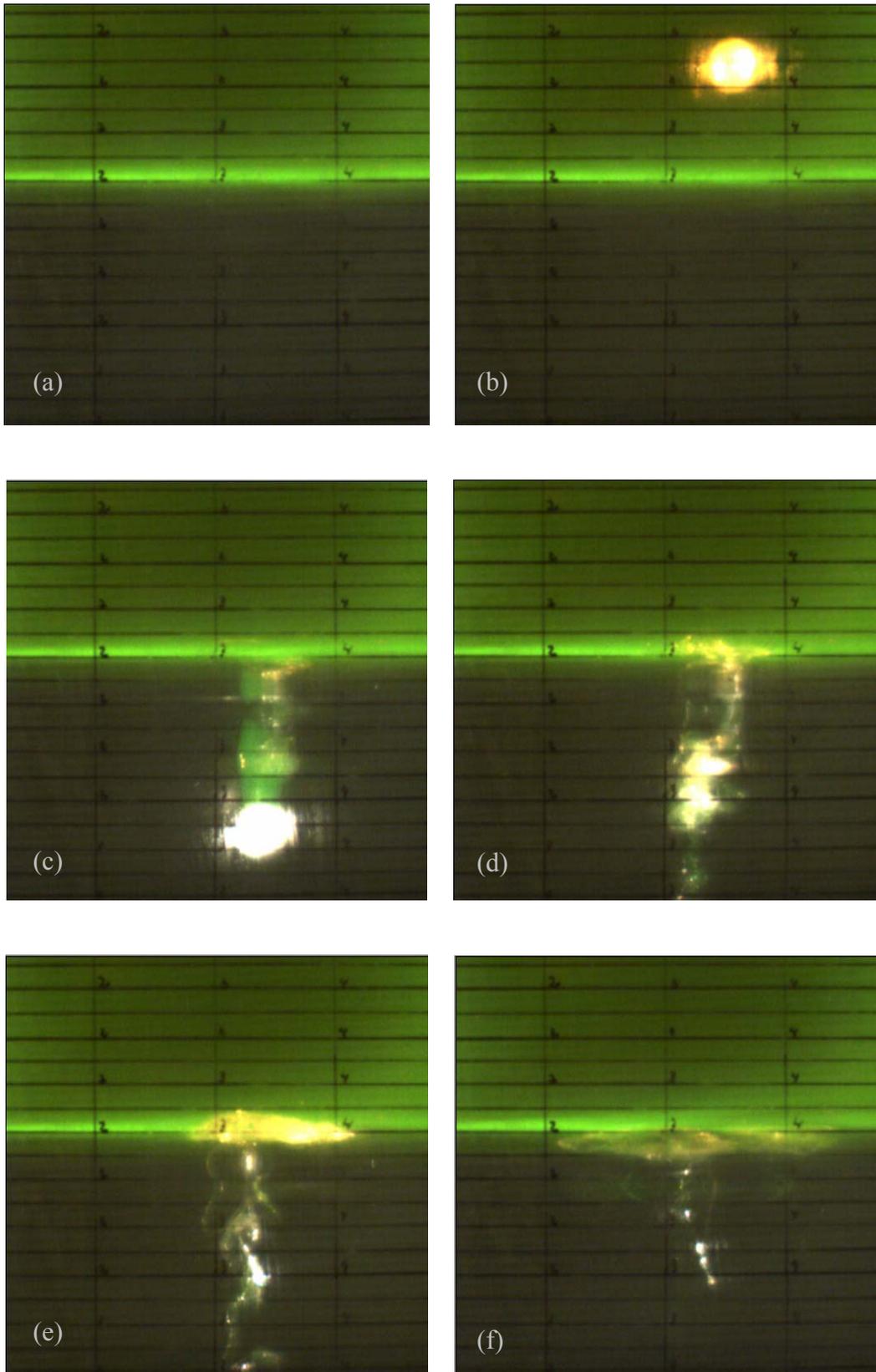


Figura 4.20: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C=60\%$

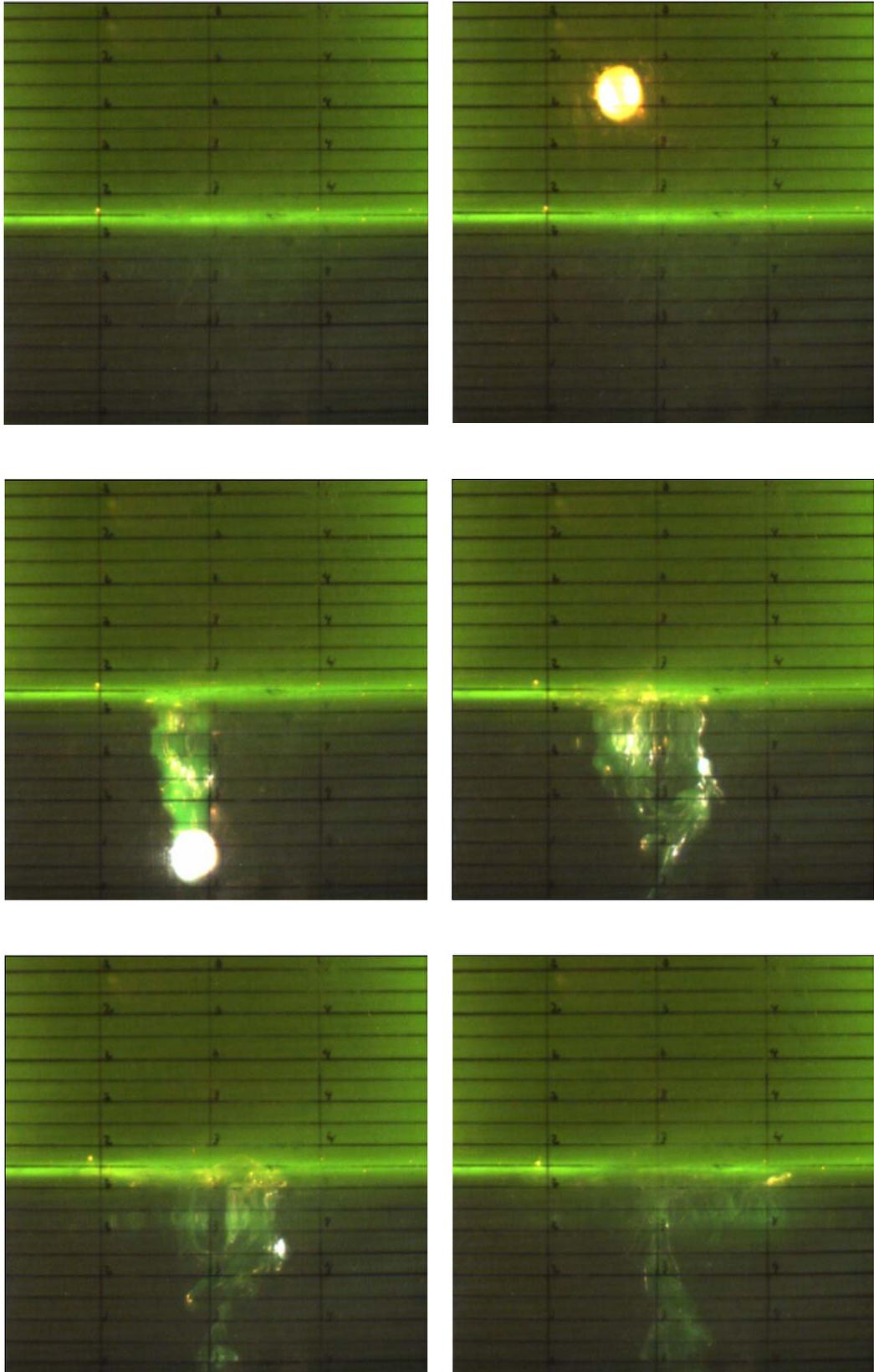


Figura 4.21: Evolución salto fluido inferior sobre interfaz. $d_p = 10$ [mm], $C = 50\%$

CAPÍTULO 5
CONCLUSIONES

5.0 CONCLUSIONES

Estudios experimentales de sedimentación de esferas sólidas a través de fluidos inmiscibles han sido realizados en forma numerosa, no pudiendo decir lo mismo para el caso de fluidos miscibles, donde los trabajos de laboratorios reportados son prácticamente inexistentes. El presente trabajo de título experimental fue llevado a cabo con el fin máximo de aportar en el conocimiento de los fenómenos que acontecen en torno a la interfaz de fluidos miscibles, específicamente se determinó una relación funcional que permita predecir la elevación de fluido inferior sobre la interfaz debido al paso de una esfera sólida a través de ésta región.

El desarrollo de experimentos tales como determinación de la velocidad de sedimentación, en el fluido superior, de las partículas empleadas y determinación de la viscosidad de los fluidos utilizados, debieron ser llevadas a cabo, con tal de determinar el valor de estos parámetros relevantes para el análisis de los resultados de la altura de elevación del fluido inferior sobre la interfaz. El primer conjunto de experimentos entregó que el tipo de flujo asociado a las partículas es turbulento ($Re > 500$), es decir, efectos viscosos son despreciables ante la inercia, mientras que aquellas experiencias asociadas a la determinación de la viscosidad, permitieron validar la información obtenida a través de la recopilación bibliográfica.

De las experiencias llevadas a cabo con el fin de obtener el valor de la elevación del fluido superior sobre la interfaz bajo las condiciones expuestas en la Tabla 3.9, complementadas con las mencionadas en el párrafo anterior, y la ejecución posterior de un análisis adimensional, se obtuvo la relación funcional que permite determinar la altura promedio del fenómeno en estudio. Esta función queda dada por:

$$\frac{h_{promedio} \cdot w_{s1}}{v_1} = m \cdot \frac{\sqrt{g \cdot \left(\frac{\rho_p}{\rho_2} - 1 \right) \cdot d^3}}{v_2}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 3,8424^{-1} \cdot m + \frac{24,776}{3,8424} - \frac{4,0505}{m^2}$$

La relación anterior se puede interpretar como una igualdad entre la razón de la energía cinética de la partícula y el trabajo de la fuerza viscosa al elevarse el fluido inferior por sobre la interfaz (lado izquierdo) y el cociente entre la fuerza boyante y la viscosa actuando sobre la partícula al momento de desplazarse a través de un fluido (lado

derecho). Esta relación predice los resultados experimentales obtenidos con un 0,28% de error.

Al realizar un análisis de comportamiento de la relación funcional encontrada, para algunos casos límite de interés, se observa que predice de forma aceptable el fenómeno registrado a través de videos. Es así como para el caso de tener un fluido ideal en la parte superior se asegura la existencia de un valor finito distinto de cero del salto del fluido inferior sobre la interfaz, mientras que para el caso de que el fluido más pesado sea ideal, no es posible realizar un análisis concluyente debido a la poca cantidad de experimentos realizados en la zona de concentración de glicerina menor o igual a 50%.

5.1 EXPERIMENTACIÓN FUTURA

La primera idea de experimentación que puede ser llevada a cabo se deduce de lo expuesto a través de los resultados obtenidos en el presente trabajo y tiene relación directa con realizar experimentos en la zona no abordada, es decir, para concentraciones de la solución de glicerina menores a 50%. Con esto se busca poder una certeza mayor del supuesto de tendencia de la función ajustada en esta zona. Se recomienda empleo de alguna herramienta computacional para la determinación de las alturas de elevación, como por ejemplo Matlab, dado la estrechez de las diferencias en sus valores dentro de este rango.

Otra experiencia que puede ser llevada a cabo es el estudio del mismo fenómeno analizado en el presente trabajo de título pero con fluidos inmiscibles. La finalidad de este set experimental es poder contrarrestar los resultados aquí obtenidos y tener registro del mismo fenómeno en fluidos inmiscibles.

También se recomienda realizar el símil de las experiencias llevadas a cabo con fluidos inmiscibles que determinaban la separación de la estela tras la esfera cuando esta se encuentra en pleno movimiento a través del fluido inferior. Lo anterior permitirá determinar cual es el verdadero efecto de la tensión interfacial existente entre los fluidos empleados. En el conjunto de experiencias realizadas se pudo observar que: si las condiciones experimentales, es decir, tamaño de esfera a ensayar y propiedades físicas del fluido superior se mantienen constantes, la distancia a la que se separa la estela tras la esfera cuando esta se encuentra en pleno movimiento a través del fluido superior, aumenta a medida que la concentración de la glicerina (fluido inferior) disminuye y si el tamaño de la esfera se varía dejando constante el valor del resto de los parámetros, la distancia de separación aumenta a medida que el tamaño de la esfera también lo hace.

Para finalizar con la exposición de posibles experiencias futuras se plantea el desafío de determinar una relación funcional que permita predecir la cantidad de volumen superior incorporado al fluido inferior debido al paso de una esfera sólida a través de fluidos estratificados. Esto se podría determinar a través de la implementación de algún instrumento que registre la variación de densidades en la interfaz debido al paso de una partícula a través de esta zona. Se debe tener presente que este problema es en 3-D.

BIBLIOGRAFÍA

1. **HARTLAND, S. 1968.** The profile of the draining film between a rigid sphere and a deformable fluid – liquid interface. Department of Chemical Engineering, University of Nottingham, Nottingham, England.
2. **IHLE, CHRISTIAN 2005.** CI71U – Final Project. The entrainment effect of a non – axisymmetrically settling solid sphere on a sharp liquid – liquid interface: an experimental setup.
3. **JENNY, MATHIEU “et al” 2003.** Nonvertical ascension or fall of a sphere in a Newtonian fluid. American Institute of Physics.
4. **MARU, H. C. “et al” 1971.** Behavior of a rigid sphere at a liquid – liquid interface. Department of Chemical Engineering, Illinois Institute of Technology, Chicago, U.S.A.
5. **MOHAMED-KASSIN, Z. y LONGMIRE, E. 2003.** Drop impact on a liquid – liquid interface. Department of Aerospace Engineering and Mechanics, University of Minnesota, Minneapolis.
6. **PARTÍCULAS Y MEDIO AMBIENTE, 2003.** CI41B Ingeniería Ambiental. [Consulta: 09 febrero 2007].
7. **SHAH, S. T. “et al” 1971.** Pasaje of a liquid through a liquid – liquid interface. Department of Chemical Engineering, Illinois Institute of Technology, Chicago, U.S.A.
8. **SRDIC – MITROVIC, A. N. “et al” 1998.** Gravitational settling of particles through density interfaces. Environmental Fluid Dynamics Program, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Arizona State University, U.S.A. Department of Power and Energy Engineering, Faculty of Engineering and Technology, Egypt.
9. **TRUSCOTT, T. T y TECHET, A. H. 2006.** Cavity formation in the wake of a spinning sphere impacting the free surface. [Consulta: 21 Marzo 2007].
10. **VISCOSÍMETRO DE STOKES, 2006.** Departamento Física de Materiales – Facultad Ciencias Físicas – UCM, Madrid. [Consulta: 10 Enero 2007].

ANEXOS