UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ADMINISTRATIVAS

ESCUELA DE SISTEMAS DE INFORMACION Y AUDITORIA

# Optimización del Condicional Value at Risk:

## Aplicación a las Compañías de Seguros en Chile

**Seminario para optar al título de**

**Ingeniero en Información y Control de Gestión**

**Autor: Ricardo García Pereira**

**Director: Rafael Romero Meza**

**Primavera 2005**

## DEDICATORIA

*Quisiera dedicar este trabajo, símbolo de una etapa muy importante en mi carrera profesional a mi madre Margarita, a mi padre Ricardo y a mi abuelita Ximena, quienes me formaron, apoyaron, y han sido pilar fundamental en mi vida... gracias por todo el cariño que he han demostrado. Además no puedo dejar de agradecerle a Dios por su inmenso amor y por como ha bendecido mi vida.*

*Ri*cardo García Pereira

# INDICE

## RESUMEN

En el presente trabajo se desarrollará una Metodología práctica para optimizar el *Condicional Value at Risk (CVaR)*, que es el valor esperado de las pérdidas condicional a que estas superan el monto indicado por el *Value at Risk (VaR)* para un periodo de tiempo y nivel de confianza preestablecidos.

Esta metodología se aplicará al portafolio de inversión que mantienen las Compañías de Seguros en Chile en forma agregada, a las cuales se les exige por norma de carácter general impuesta por la Superintendecia de Valores y Seguros, contar con un sistema de avaluación de riesgo de mercado de su cartera de inversión que estime la máxima pérdida probable de ésta. Esta exigencia nace con el propósito de exigirles un patrimonio de riesgo adicional asociado a esta máxima pérdida probable.

Así mediante una notable formulación matemática desarrollada por Rockafellar y Uryasev (2000) en [3], se efectuará una aplicación práctica para minimizar el *Condicional Value at Risk* (*CVaR*), y gracias a la formulación y a las propiedades que posee el modelo empleado obtendremos simultáneamente el *Value at Risk (VaR)* del portafolio de inversión de las compañías de seguros.

La aplicación se desarrollará en base a *programación lineal estocástica*, para lo cual emplearemos un algoritmo de programación capaz de hacer uso de características matemáticas especiales del portafolio de inversión, esta técnica

también será combinada con métodos basados en simulaciones o generación de escenarios para modelar la incertidumbre de los valores futuros que tomaran los instrumentos financieros en que se invierte.

Simultáneamente expondremos los resultados obtenidos por nuestra aplicación, determinando distintos portafolios óptimos sujetos a las restricciones de inversión, los compararemos con los portafolios óptimos obtenidos sin imponerle tales restricciones y también con el portafolio actual que mantienen las compañías aseguradoras a la fecha de calculo, esto dentro de un esquema riesgo- retorno promedio donde el riesgo es cuantificado por el *Condicional Value at Risk* y el *Value at Risk*.

De esta manera determinaremos las fronteras eficientes y comprobamos nuestra hipótesis de que las restricciones impuestas por la normativa generan portafolios óptimos menos eficientes. Ya que estos podrían obtener un retorno promedio mayor para el mismo nivel de riesgo, si no estuviesen sujetos a tales límites de inversión.

# I – INTRODUCCION.

## 1.1 Justificación del Tema.

El propósito de esta aplicación metodológica del *Condicional Value at Risk* es promover prácticas de inversión más eficientes, ya que esta metodología ofrece una forma conveniente de calcular las pérdidas de valor de distintos instrumentos financieros que componen un portafolio de inversión, para un horizonte de tiempo determinado y para un nivel de confianza preestablecido. Con la posibilidad además de capturar aquellas regulaciones que afectan a sus inversiones

También puede ser aplicada por cualquier Institución Financiera que deseé evaluar el riesgo de mercado (pérdidas producto de la volatilidad de los precios) al cual están expuestas sus inversiones.

Como ejemplos de algunos de los instrumentos o eventos que pueden ser evaluados, tenemos:

- Derivados lineales y no lineales, como por ejemplo futuros y opciones respectivamente.

- Riesgo de mercado, de crédito y operacional.

- Eventos de alguna corporación que ésta expuesta a riesgos financieros.

Sin embargo aunque el *Value at Risk* tiene un rol dentro del modelo de optimización de portafolios cubierto en este estudio, el énfasis estará sobre el *Condicional Value at Risk*, el cual ha demostrado poseer mejores cualidades que el *VaR* al ser una medida de riesgo coherente y que posee cualidades matemáticas superiores.

## 1.2 Objetivo del Trabajo.

Una de las motivaciones de este estudio es instar a aquellas Instituciones Financieras que necesitan llevar una constante gestión o Administración del riesgo de sus inversiones, como lo son: bancos, administradoras de fondos de pensiones, administradoras de fondos mutuos y compañías de seguros; y a las entidades reguladoras que las norman. A que efectúen el proceso de gestión de riesgos de sus carteras mediante la determinación del *Condicional Value at Risk* más que sobre el *Value at Risk,* gracias a la práctica aplicación  metodológica desarrollada en éste seminario.

## 1.3 Identificación de los riesgos.

Primeramente comenzaremos definiendo que por riesgo entendemos la existencia de alguna probabilidad de caer en pérdidas, donde las pérdidas serían la obtención de una rentabilidad menor a la que se espera. De esta manera el riesgo financiero se ve reflejado en la pérdida de valor económico de los activos producto de la variabilidad que experimentan los retornos, así el valor económico de una cartera de inversión se ve influenciado por distintos factores de riesgo como son: tasas de interés, tipos de cambio, precios de acciones, opciones sobre activos subyacentes, etc.

Por lo tanto resulta imprescindible la identificación, medición y la gestión de los riesgos financieros que se enfrenta. A continuación detallaremos algunos de los riesgos financieros más comunes.

1- Riesgo de tipo de interés. El que a su vez esta compuesto por:

a) Riesgo de Mercado. El cual origina pérdidas de capital en el valor de mercado de los activos producto de variaciones en la tasa de interés. La mayor o menor variación en los precios de los activos ante variaciones de tasas dependerá de las características propias de los activos.

b) Riesgo de Reinversión. Este se produce cuando la reinversión el propio activo o de sus flujos de caja debe realizarse a unas tipos inferiores a los previstos.

2 - Riesgo de Crédito. El cual se genera ante la incapacidad de cumplimiento de las obligaciones por parte del emisor de esta. Dentro de este tipo encontramos el riesgo soberano el cual hace referencia a la cesación de pago de las obligaciones de un país.

3- Riesgo de Iliquidez. Señala la incapacidad de poseer flujo de caja necesario para hacer frente a las obligaciones de corto plazo, o dicho de otra manera, la falta de *capital de trabajo* suficiente. Además se entiende como la incapacidad de vender un activo a su precio original.

4- Riesgo Legal. Hace referencia a todos los aspectos normativos que puedan influir directa o indirectamente en los resultados de una compañía. Dentro de este encontramos el riesgo impositivo el cual se generaría ente la posibilidad de que desaparezcan determinadas ventajas fiscales producto de estos riesgos legales.

## 1.4 Evolución de la gestión de Riesgos.

La capacidad de contar con un sistema que evalúe el riesgo de mercado de la cartera de inversión, ha sido una necesidad constante para los inversionistas institucionales. Es por esto que han florecido a través del tiempo herramientas para evaluar y administrar la volatilidad que enfrentan los portafolios de inversión.

De esta forma en los 70's se empleaba el análisis *Gap* para medir la exposición al riesgo de tasa de interés, determinado por la diferencia entre activos y pasivos para distintos tramos de madurez.

En los años 80's se comenzó a emplear la *duración* (renta fija) como herramientas para medir la exposición al riesgo de tasa de interés. La cual mide la sensibilidad o elasticidad precio de un instrumento producto de un cambio en la tasa de interés, es decir, cuánto se podría perder si las tasas suben un tanto por ciento. Esta medida es un poco mejor a la anterior ya que toma en cuenta la madurez y cupón específicos de cada activo. Por otra parte, los *Betas* (renta variable) miden la sensibilidad de un instrumento financiero ante variaciones del mercado en su conjunto, representado por un índice.

Y es así como en los 90's se comienza a utilizar el *VaR* para medir el riesgo, mediante el uso de volatilidades y correlaciones de los factores de riesgo, los cuales toman en cuenta las características específicas de cada instrumento. Esta herramienta por su parte evalúa la mayor pérdida que se puede esperar con cierta probabilidad.

# II – VALUE AT RISK

## 2.1 Introducción.

Sin lugar a dudas que desde su nacimiento en Estados Unidos en la década de los 80's, el *VaR* se ha convertido en una medida de riesgo muy popular la cual ha alcanzado gran estatus dentro de la "Industria Financiera" y específicamente dentro del campo de la administración de riesgos. Más aún, desde que cada tarde el Banco J.P Morgan quien introdujo esta metodología, comenzó a calcular la máxima perdida probable en que incurrirían las próximas 24 horas.

Producto de la popularidad del *VaR* el Comité de Basilea propuso esta medida de riesgo para regulación bancaria, y seguidamente dentro del ámbito nacional esta medida fue incorporada por la entidad reguladora de las Compañías de Seguros como parte de la normativa institucional[1].

## 2.2 Metodología *Value at Risk*.

Como ya hemos definido anteriormente el *Value at Risk* calcula la máxima pérdida probable que un portafolio de inversión le puede generar a una compañía de seguros, con un nivel de confianza exigido y un periodo de tiempo predeterminado.

[1] Norma de carácter general Nº 148, emitida por la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS)

Y más específicamente el $VaR$ representa un quantil de la distribución de pérdidas y ganancias, el que comúnmente se selecciona como el 95% o 99% de la distribución.

Por lo tanto si queremos determinar el $VaR$ de una cartera, para un horizonte de tiempo establecido y exigiendo un nivel de confianza del 95%. Debemos multiplicar 1.645 veces por la desviación estándar respecto al retorno de la cartera.

$$VaR = 1.645 * \sqrt{E(t) * Cov * E(t)^T} \quad (1)$$

Donde:

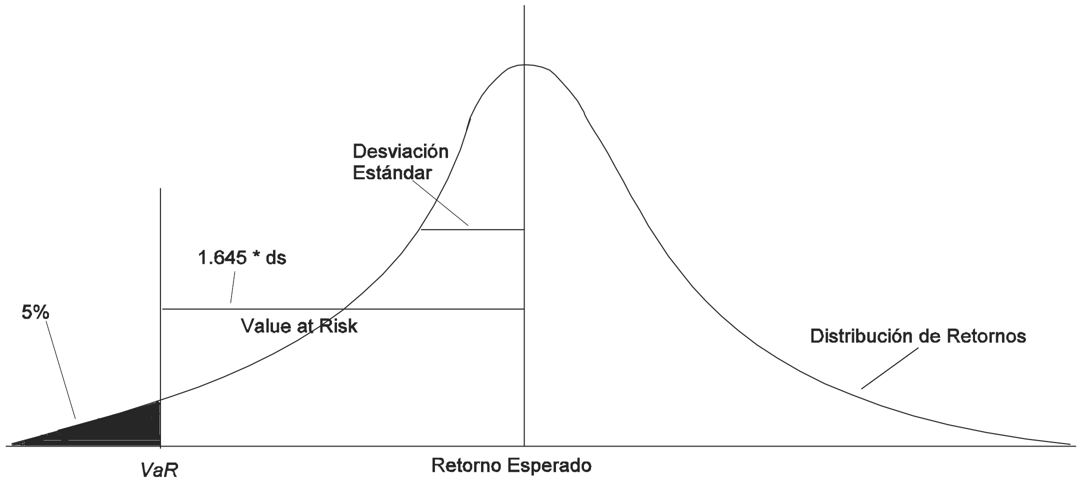
$E(t)$ : Vector de exposiciones.

$Cov$ : Matriz de Covarianzas.

$E(t)^T$ : Vector de exposiciones transpuesto.

Figura 1

Representación Grafica del Value at Risk




## 2.3 Metodologías de estimación.

Existen distintas metodologías para estimar la distribución de los retornos de los instrumentos, esta es esencial para poder determinar el *VaR* así como el *CVaR*.

### 2.3.1 Metodología no Paramétrica.

Estas técnicas de estimación adquieren su carácter de no paramétrico ante la ausencia de supuestos en torno a la función de distribución subyacente a los factores de riesgo.

#### 2.3.1.1 Simulación Histórica.

En términos generales este método intenta cuantificar las rentabilidades hipotéticas que se hubieran obtenido en el pasado al haber mantenido el portafolio de inversión actual. Es decir, consiste en aplicar el vector de ponderaciones de inversión actual a una serie representativa de retornos históricos, de manera de generar una secuencia de valores históricos del portafolio que puedan ser representados por un histograma, y así poder definir una cierta distribución de probabilidades.

Dentro de las ventajas de este método es que no hace ningún supuesto acerca de las correlaciones de los instrumentos. Tampoco asume explícitamente la forma de la distribución de probabilidades de los precios de los instrumentos. Por otro lado, al basarse en información histórica para estimar las pérdidas futuras puede incorporar "colas anchas", "asimetrías" y "correlaciones dinámicas" si es que la muestra histórica tuviese tales características.

Entre las desventajas encontramos la necesidad de disponer de una gran cantidad de información histórica en las series de los instrumentos, por que de lo contrario podríamos obtener cálculos poco fiables.

2.3.1.2 Método MonteCarlo.

Esta técnica consiste en la generación de escenarios futuros en base a la función de distribución de las variables. Por lo tanto, nos permite simular todos los escenarios posibles de los valores que tomen los retornos de los distintos vértices de riesgo, en base a su función de distribución. Para esto es necesario asumir que los escenarios seguirán alguna distribución particular, ya sea normal, t-student, etc. y de esta manera poder generar los retorno mediante algún algoritmo generador de variables o algún proceso estocástico.

Por ejemplo podemos asumir que las series se distribuyen siguiendo un proceso de camino aleatorio con una distribución lognormal en la serie (normal en rendimientos).

$$P_t = P_{t-1} e^{\sigma \varepsilon \sqrt{t}} \qquad (2)$$

Donde:

$p_{t-1}$ : Valor que toma la serie en el periodo anterior.

$\sigma$ : Desviación estándar diaria estimada de la serie.

$t$ : Número de días al que se simula la serie.

$\varepsilon$ : Variable aleatoria normal estandarizada.

Dentro de las ventajas de este método es que posee un mejor tratamiento de instrumentos no lineales (por ejemplo, opciones), además de poseer mayor facilidad y flexibilidad en el análisis de sensibilidades.

Como inconveniente encontramos la necesidad de contar con un gran soporte computacional, la dificultad de valoración en tiempo real y la necesidad de preestablecer modelos de comportamiento de los precios de los activos. Además, aunque este método debiese ser más exacto al tratar de generar la entera distribución de probabilidades de los valores que toma la cartera, sigue basándose en los retornos históricos para determinar la volatilidad y las correlaciones.

### 2.3.2 Método Paramétrico.

El cual estima el *VaR* a través de la utilización de parámetros tales como la volatilidad, la correlación, etc. de los vértices de riesgo, asumiendo que los retornos se distribuyen en forma normal. Además las exposiciones del portafolio en cada vértice de riesgo están explicadas de forma lineal.

## 2.4 Deficiencias del *Value at Risk*.

Sin embargo, *Value at Risk* es inestable y difícil de trabajar numéricamente cuando las pérdidas no están "normalmente distribuidas", lo cual en la practica es el caso más frecuente, ya que las distribuciones tienden a exhibir "colas anchas" y "discontinuidad empírica" [4]. Por lo que ha mostrado ser coherente sólo cuando está basado en la desviación estándar de distribuciones normales de los retornos de los activos, ya que bajo una distribución normal el *VaR* es proporcional a la desviación estándar de los retornos de los instrumentos, como muestra la formulación anterior.

Por otro lado, el *VaR* posee características matemáticas indeseables tales como falta de *subaditividad* y *convexidad* [1], [2].

- ✓ Así, cuando los retornos no se distribuyen normales, la falta de *subaditividad* produce que el *VaR* asociado a un portafolio que combina dos instrumentos sea mayor que la suma de los riesgos (*VaR*) de los portafolios individuales.

Primeramente definiremos *subaditividad* con el siguiente ejemplo: Sea $\rho(A)$ la medida de riesgo asociado con el portafolio $A$, entonces diremos que $\rho$ es *subaditiva* si dados los portafolios $A$ y $B$, se tiene que

$$\rho(A+B) \leq \rho(A) + \rho(B) \qquad (3)$$

Por lo que la combinación de dos portafolios debería tener asociado un riesgo menor producto de la diversificación.

Sin embargo esto no es satisfecho por el *VaR*. Y producto del mal comportamiento del *VaR* como medida de riesgo, nos conduciría a subdividir las inversiones o portafolio para reducir el riesgo [5]. Contradiciendo rotundamente la teoría de la diversificación.

- ✓ Al no cumplir la convexidad, la minimización del *VaR* no nos asegura haber obtenido el portafolio óptimo que minimice la función objetivo (pérdidas).

Por otra parte, una deficiencia muy importante del *VaR* es que éste no proporciona una indicación sobre la magnitud de las pérdidas que podrían experimentarse más allá del monto indicado por su medida, ya que simplemente proporciona un límite menor para las pérdidas en la cola de la distribución de retornos.

En este contexto ha surgido una medida alternativa que cuantifica las pérdidas que podrían ser halladas en la cola de la distribución de pérdidas, llamada *Condicional Value at Risk (CVaR)*, el cual puede ser empleado como una herramienta dentro de modelos de optimización de portafolios de inversión, la cual tiene propiedades superiores al *VaR* en muchos aspectos.

*CVaR* mantiene la consistencia con *VaR* en el limitado escenario donde el cálculo de éste último es tratable (cuando las pérdidas se distribuyen normalmente), donde trabajar con *CVaR*, *VaR* o mínima varianza de Markowitz producen los mismos resultados [3], es decir conducen al mismo *portafolio óptimo*. Además en la práctica la minimización del *VaR* produce un portafolio óptimo cercano a la minimización del *CVaR*, ya que por definición la pérdida calculada en función del *CVaR* es menor o igual a la pérdida obtenida con el *VaR*.

# III – CONDITIONAL VALUE AT RISK

## 3.1 Introducción.

*Conditional Value at Risk* (*CVaR*) también conocido como "Mean Excess Loss", "Mean Shortfall", o "Tail VaR", es una metodología que puede ser empleada para optimizar portafolios de inversión así como reducir el riesgo de caer en grandes pérdidas.

En el marco de una definición analítica podemos decir que, con respecto a un nivel de probabilidad específico $\beta$, el cual podría tomar valores comúnmente empleados tales como 0.90, 0.95, 0.99. El $\beta - VaR$ de un portafolio de inversión es el menor monto $\alpha$ tal que con probabilidad $\beta$, la pérdida no excederá $\alpha$.

Sin embargo, el $\beta - CVaR$ del portafolio de inversión es la esperanza condicional de que las pérdidas superarán aquel monto $\alpha$. Por lo tanto por definición sabemos que el $\beta - VaR$ de un portafolio nunca será mayor que su $\beta - CVaR$. Por consiguiente portafolios con un bajo *CVaR* deberían tener un bajo $VaR$ también.

Una de las bondades de la aplicación *CVaR* que será mostrada, es que puede ser empleada dentro de un análisis riesgo versus retorno. Así, si queremos imponer un retorno específico al portafolio de inversión, con ésta metodología podemos calcular el portafolio óptimo que minimice el *CVaR* y simultáneamente cumpla con el retorno mínimo exigido.

De la misma manera podemos imponer restricciones al valor que alcance el *CVaR*, como también podemos establecer límites en cuanto a la conformación del portafolio óptimo, por ejemplo, modelar las restricciones de inversión impuestas por las entidades reguladoras y que recaen sobre las AFP y Compañías de Seguros. O por último imponer restricciones con respecto al nivel de probabilidad $\beta$ exigido. Y así, obtener el máximo retorno posible dado aquellas restricciones.

Dado todo lo anterior, *CVaR* ha mostrado ser estable con respecto a la elección del nivel de confianza, por lo que podemos modelar el riesgo medido por el *CVaR* a distintos niveles de confianza, y de esta manera obtener la función de distribución del CVaR.

Pero sin duda lo más importante es el hecho que el *CVaR* puede ser expresado por una notable formula de minimización que abre la puerta a técnicas computacionales para tratar el riesgo con mayor efectividad que antes. Esta formula puede ser empleada si los problemas a resolver presentan la característica de convexidad.

Además en este y muchos otros problemas de optimización bajo incertidumbre u optimización estocástica involucran distribuciones de pérdidas discontinuas, en los cuales las probabilidades discretas provienen de la generación finitos escenarios de variables aleatorias.

### 3.2 Metodología *Condicional Value at Risk.*

Sea una función de pérdidas aleatorias $f(\mathbf{x},\mathbf{y})$ relacionada con el vector de decisión $\mathbf{x}$, el que será interpretado como un portafolio de inversión particular que es seleccionado de un subconjunto $X$ sobre $\Re^n$ el cual representa el conjunto de todos los portafolios de inversión factibles (que pueden estar sujetos a varias restricciones)[2]. Además $f(\mathbf{x},\mathbf{y})$ está relacionada con el vector aleatorio $\mathbf{y}$ el cual interpreta la incertidumbre, por ejemplo parámetros de mercado que pueden afectar la función de pérdidas.

Por lo tanto, para cada vector $\mathbf{x}$ la función de pérdidas $f(\mathbf{x},\mathbf{y})$ es una variable aleatoria que tiene una distribución en $\Re$ que está además influida por la incertidumbre $\mathbf{y}$.

[2] Por ejemplo las restricciones impuestas por la Normativa de la SAFP respecto de los límites de inversión de los Fondos de Pensiones sobre los activos financieros. (D. L. Nº 3500). Información disponible en http://www.safp.cl

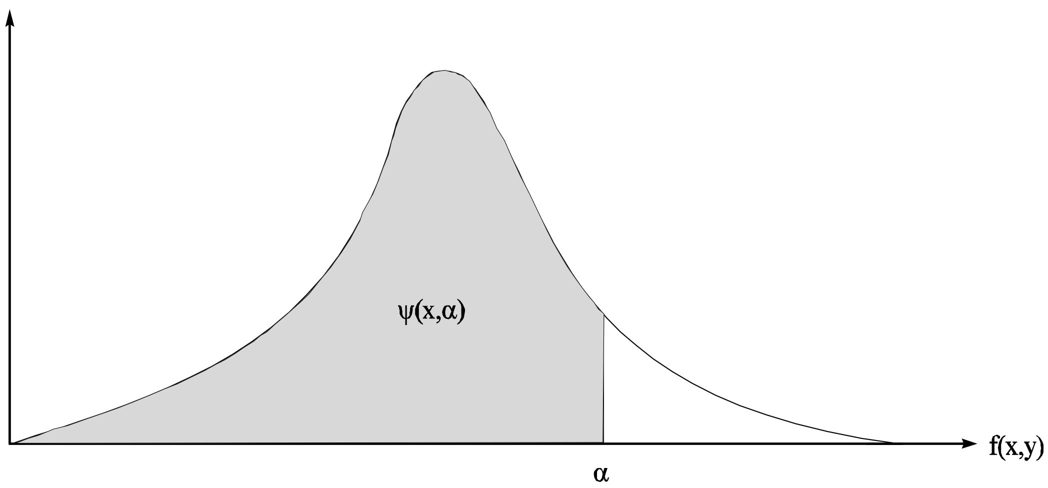
Luego, $\mathbf{y}$ tiene una distribución de probabilidad subyacente en el espacio $\Re^m$, y asumiremos por conveniencia que tiene una densidad $p(\mathbf{y})$. La cual no necesitará de una expresión analítica para la implementación de la metodología, ya que sólo es necesario tener un código algorítmico el cual pueda generar muestras aleatorias de $p(\mathbf{y})$.

Entonces, la probabilidad de que la función de pérdidas $\mathrm{f}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ no exceda un valor umbral α está dado por:

$$\psi(\mathbf{x},\alpha) = \int_{\mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \leq \alpha} p(\mathbf{y})\, d(\mathbf{y}) \qquad ó \qquad \psi(\mathbf{x},\alpha) = P\{\, \mathbf{y} : f(\mathbf{x},\mathbf{y}) \leq \alpha \,\} \tag{4}$$

Expresión que representa una función de $\alpha$ para $\mathbf{x}$ fijos, así $\psi(\mathbf{x},\alpha)$ es la función de probabilidad de la pérdida relacionada con el vector de decisión $\mathbf{x}$, la cual puede ser representada por el área sombreada de la siguiente figura.

Figura 2




Probabilidad de que la pérdida f(x,y) no exceda α

Así $\psi(\mathbf{x},\alpha)$ determina completamente el comportamiento de la variable aleatoria $f(\mathbf{x},\mathbf{y})$ y es fundamental para definir *VaR* y *CVaR*. Además, $\psi(\mathbf{x},\alpha)$ es no-decreciente con respecto a $\alpha$ y por simplicidad supondremos que es completamente continua. Debido a las complicaciones matemáticas que traería el no hacer tales supuestos.

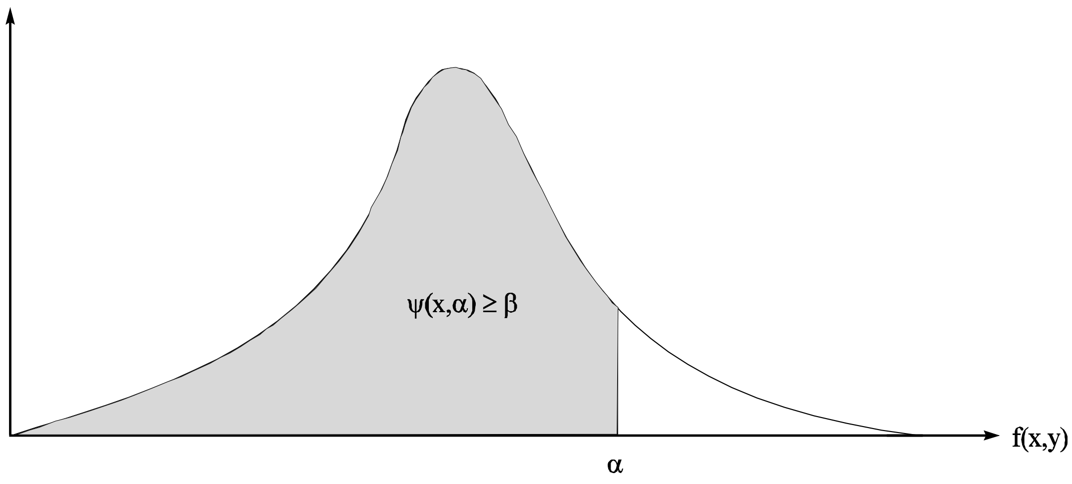
Por lo tanto los valores $\beta$ - *VaR* y $\beta$ - *CVaR* para la variable aleatoria de pérdida asociada con el vector de decisión $\mathbf{x}$, y dado algún nivel de probabilidad específico $\beta$ perteneciente al rango (0,1) serán denotados por $\alpha_\beta(\mathbf{x})$ y $\phi_\beta(\mathbf{x})$ respectivamente.

Y estarán dados por:

$$\alpha_{\beta}(\mathbf{x}) = \min\{\alpha \in \Re : \psi(\mathbf{x},\alpha) \geq \beta\} \tag{5}$$

El cual se perfila como el punto que minimiza las pérdidas, consistente del valor α tal que la probabilidad de superar aquella pérdida es igual o superior a $\beta$, es decir $\psi(\mathbf{x},\alpha) \geq \beta$, y queda graficado en la siguiente figura.

Figura 3

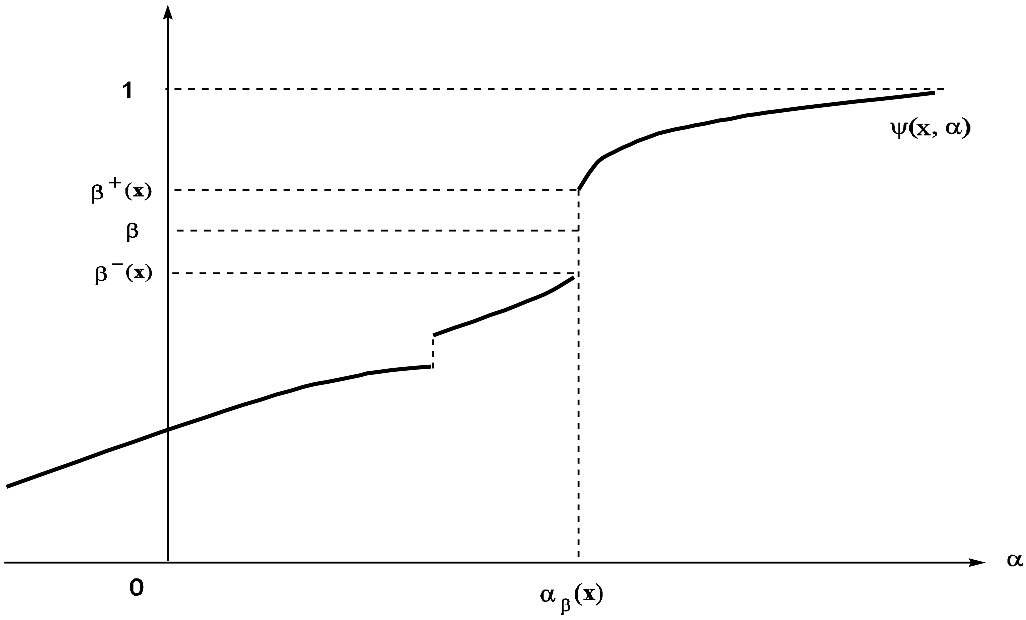



Probabilidad mayor o igual que β, para un mínimo α

Todo esto siguiendo con el supuesto de continuidad de $\psi(\mathbf{x},\alpha)$ y que además es no-decreciente con respecto a $\alpha$. Entonces, cuando $\psi(\mathbf{x},\alpha)$ es continua y estrictamente incremental $\alpha_{\beta}(\mathbf{x})$ es simplemente el único $\alpha$ que satisface $\psi(\mathbf{x},\alpha) = \beta$. De lo contrario, esta ecuación puede no tener soluciones o tener un completo rango de soluciones.

El caso de sin soluciones corresponde al desfase vertical de $\psi(\mathbf{x},\alpha)$, con $\alpha$ localizado en un intervalo de niveles de confianza que retornan el mismo *VaR*.

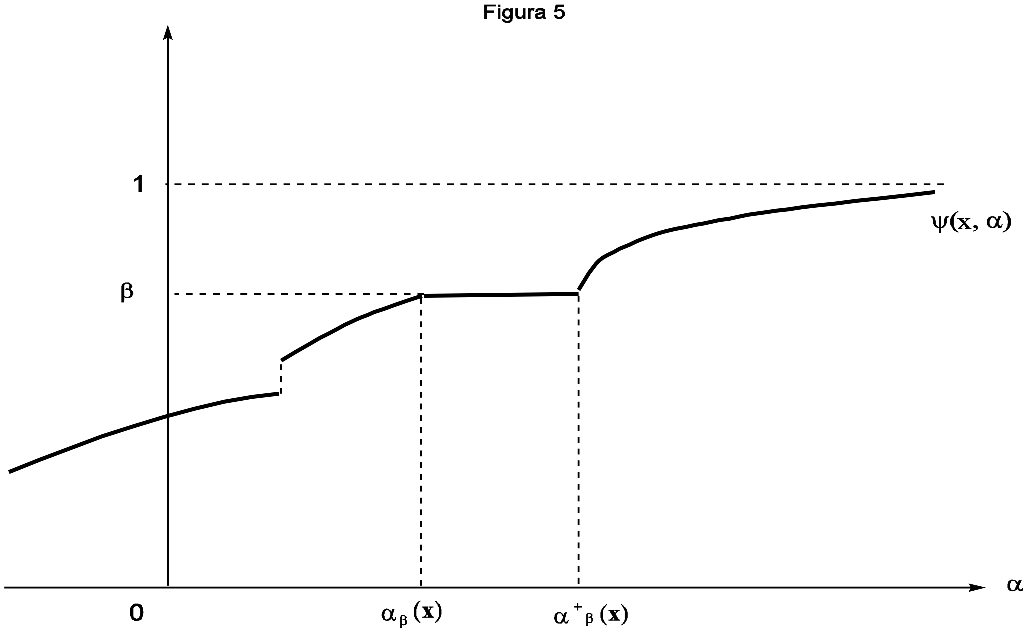
Figura 4




Ecuación $\psi(\mathbf{x}, \alpha) = \beta$ no tiene solucion en $\alpha$

El caso de un completo rango de soluciones corresponde en cambio a un segmento constante de soluciones en el gráfico. Aquí ocurre una discontinuidad en el comportamiento del *VaR*, donde un "salto" en el *VaR* ocurrirá si se demanda un nivel de confianza levemente mayor.

Figura 5




Ecuación $\psi(\mathbf{x}, \alpha) = \beta$ tiene muchas soluciones en $\alpha$

Estos ejemplos revelan el fenómeno que ocurre con distribuciones discretas asociadas con finitos escenarios.

Tal grado de inestabilidad hace que el *VaR* a veces sea una penosa medida de riesgo y nos incita a tener un cuidado especial cuando trabajamos con éste, más aún si estamos evaluando problemas reales donde están en juego grandes sumas de dinero. Como es el caso de las Compañías de Seguros, caso que analizaremos en éste estudio.

Aunque el portafolio $\mathbf{x}$ permanezca constante en el gráfico anterior, el ejemplo muestra que la mala conducta en la dependencia de *VaR* sobre $\alpha$ puede afectar su dependencia también sobre $\mathbf{x}$, lo que dificulta el trabajo exitoso en problemas de optimización del *VaR* sobre $\mathbf{x}$.

Este y los otros problemas mencionados anteriormente motivan a implementar una mejor medida de riesgo para resolver problemas mediante aplicaciones practicas.

Tal medida superior es el *Condicional Value at Risk*, el cual se formula como:

$$\phi_\beta(\mathbf{x}) = (1-\beta)^{-1} \int_{f(\mathbf{x},\mathbf{y}) \geq \alpha_\beta(\mathbf{x})} \mathrm{f}(\mathbf{x},\mathbf{y})\, p(\mathbf{y})\, d\mathbf{y} \tag{6}$$

Esta expresión muestra que la probabilidad que las pérdidas superen el *VaR*, es decir que $f(\mathbf{x},\mathbf{y}) \geq \alpha_{\beta}(\mathbf{x})$, es igual a $(1-\beta)$.

Por lo tanto, el *Condicional Value at Risk* $\phi_{\beta}(\mathbf{x})$ se perfila como la expectativa condicional de que la pérdida asociada con el vector de decisión $\mathbf{x}$, sea mayor al *Value at Risk* $\alpha_{\beta}(\mathbf{x})$. Y en términos más específicos refleja el valor promedio de la "$\alpha$ - *cola*" de la distribución de pérdidas. Donde la función en cuestión es una función de distribución definida por:

$$\psi_{\beta}(\mathbf{x},\alpha) = \begin{cases} 0 & para \quad \alpha \prec \alpha_{\beta}(\mathbf{x}), \\ [\psi(\mathbf{x},\alpha) - \beta]/[1-\beta] & para \quad \alpha \geq \alpha_{\beta}(\mathbf{x}), \end{cases} \tag{7}$$

La cual también es no decreciente y continua, con $\psi(\mathbf{x},\alpha) \to 1$ cuando $\alpha \to \infty$. Así, la "$\alpha$ - *cola*" de la distribución referida en (6) esta bien definida en (7).

Pero sin duda la clave de ésta aplicación es una caracterización del *Value at Risk* $\alpha_{\beta}(\mathbf{x})$ y *Conditional Value at Risk* $\phi_{\beta}(\mathbf{x})$ en términos de la función $F_{\beta}$ sobre el espacio $X \times \Re$. Esta función está definida por:

$$F_{\beta}(\mathbf{x},\alpha) = \alpha + (1-\beta)^{-1} \int_{\mathbf{y}\in\Re^{m}} [\mathrm{f}(\mathbf{x},\mathbf{y})-\alpha]^{+} p(\mathbf{y})\, d(\mathbf{y}) \qquad (8)$$

Donde $[a]^{+} = a$ cuando $a > 0$, pero $[a]^{+} = 0$ cuando $a \leq 0$.

Esta expresión tiene características especiales provenientes de los supuestos hechos anteriormente. Además en [3] se puede encontrar el detalle de algunas propiedades de $F$ que son necesarias para la implementación de algún algoritmo de programación, las cuales se mencionan a continuación.

- ✓ ***"$F_{\beta}(\mathbf{x},\alpha)$ es convexa y continuamente diferenciable con respecto a $\mathbf{x}$ y con respecto a $\alpha$ ".***

Cabe mencionar que otra característica de ésta función es que en aplicaciones numéricas o en ejemplos aplicados a problemas reales, la convexidad conjunta de $F_{\beta}(\mathbf{x},\alpha)$ con respecto a $\mathbf{x}$ y $\alpha$ , es una cualidad más valiosa que la convexidad de $\phi_{\beta}(\mathbf{x})$ con respecto a $\mathbf{x}$, que entrega la formulación del $CVaR$ por si solo.

Dado lo anterior y gracias a nuestra valiosa formula $F_{\beta}$ podemos obtener $\beta - CVaR$ de la pérdida relacionada con algún $\mathbf{x}\in X$, ósea con algún portafolio de inversión perteneciente al conjunto de todos los portafolio disponibles. Mediante el siguiente proceso de minimización.

$$\phi_{\beta}(\mathbf{x}) = \min_{\alpha \in \Re} F_{\beta}(\mathbf{x}, \alpha) \tag{9}$$

Entonces la riqueza de la formula descrita anteriormente es apreciable debido a que funciones convexas continuamente diferenciable son especialmente fácil de minimizar numéricamente lo cual nos permite asegurar encontrar un mínimo *CVaR*. Lo que es un punto clave en nuestro planteamiento, ya que nos permitirá resolver $F_{\beta}(\mathbf{x}, \alpha)$ en el marco de un problema de programación lineal estocástica, sujeto a varias restricciones.

Sin embargo, para poder ejecutar ésta aplicación mediante la formulación de $F_{\beta}(\mathbf{x}, \alpha)$, es necesario que el lado izquierdo de la igualdad en la expresión (8) sea aproximada.

Para tal efecto existen varias formas, una de ellas, y la cual vamos a utilizar es generar escenarios provenientes de la distribución de probabilidades de $\mathbf{y}$, de acuerdo a su densidad $p(\mathbf{y})$. Las cuales nos servirán para generar una colección de vectores $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \cdots\cdots, \mathbf{y}_q$ de "*q*" escenarios, y así obtener una aproximación de la función $F_\beta(\mathbf{x},\alpha)$ de la siguiente forma:

$$\tilde{F}_\beta(\mathbf{x},\alpha) = \alpha + \frac{1}{q(1-\beta)}\sum_{K=1}^{q}[\mathrm{f}(\mathbf{x},\mathbf{y})-\alpha]^{+} \tag{10}$$

La cual es convexa y lineal con respecto a $\alpha$, además esta expresión puede fácilmente ser minimizada en el contexto de un problema de programación lineal.

- ✓ ***"Minimizar el β-CVaR es equivalente a minimizar $F_\beta(\mathbf{x},\alpha)$ con respecto a** $(x, \alpha) \in X \times \Re$ **"**:*

Es decir:

$$\min_{x\in X}\phi_\beta(\mathbf{x}) = \min_{(x,\alpha)\in X\times\Re} F_\beta(\mathbf{x},\alpha) \tag{11}$$

Lo cual comúnmente genera un par $(\mathbf{x}^*, \alpha^*)$, que no necesariamente es único, tal que el $\mathbf{x}^*$ obtenido es el portafolio optimo que minimiza el $\beta$-*CVaR* y $\alpha^*$ proporciona el valor correspondiente al $\beta$-*VaR*.

Además, como mencionamos anteriormente $F_\beta(\mathbf{x}, \alpha)$ es convexa con respecto a $(\mathbf{x}, \alpha)$, y la función *CVaR* $\phi_\beta(\mathbf{x})$ es convexa con respecto a $\mathbf{x}$, ambas cuando $\mathrm{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ es convexa con respecto a $\mathbf{x}$. Además, si las restricciones son tales que $X$ es un conjunto convexo, la minimización a resolver es un caso de programación convexa.

Entonces, la convexidad de $\mathrm{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ con respecto a $\mathbf{x}$ produce convexidad de la expresión $\widetilde{F}_\beta(\mathbf{x}, \alpha)$, la cual será aproximada de la forma señalada anteriormente. Lo que permitirá minimizar ésta función dentro del marco de lo que es llamado *programación lineal estocástica*, debido a la "expectativa" presente en la determinación de $\widetilde{F}_\beta(\mathbf{x}, \alpha)$.

## IV – EL MERCADO DE LAS COMPAÑÍAS DE SEGUROS

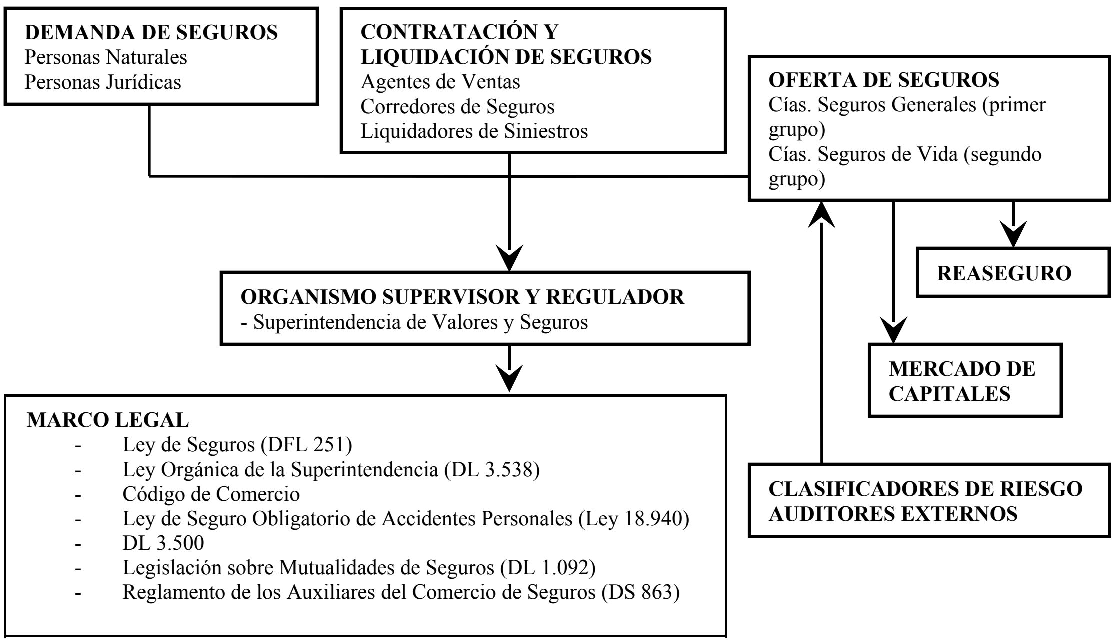
A continuación se detallarán los principales aspectos referentes al mercado asegurador, la estructura del marcado de seguros, los principales agentes que intervienen, los activos en que invierten las compañías y la normativa legal aplicable por la entidad reguladora, de manera de entender el comportamiento y estrategias de inversión adoptadas por las compañías para enfrentar los riesgos del negocio asegurador.

Primeramente definiremos a grandes rasgos lo qué constituye un seguro. Un seguro se formaliza mediante la emisión de una *póliza de seguro* la cual es el documento justificativo del contrato que establece los derechos y obligaciones del asegurador y el asegurado. Los modelos de pólizas y cláusulas con los cuales las compañías se basan para hacer sus contratos deben previamente estar incorporados en el Registro de Pólizas de la Superintendencia de Valores y Seguros. Esta última se reserva el derecho de prohibir un modelo, cuando este no cumpla con los requisitos de legalidad y claridad en su redacción, o con disposiciones mínimas.

Así, mediante éste contrato el segurador se obliga en el caso de ocurrir un evento estipulado en la póliza (por ejemplo, un siniestro, el cumplimiento de un plazo, etc.), a indemnizar al asegurado o a sus beneficiarios de acuerdo a las condiciones establecidas en el seguro. Por otro lado el asegurado se obliga al pago de una prima la cual es fijada libremente por la aseguradora, como asimismo las comisiones por intermediación son convenidas libremente entre aseguradora y corredora de seguros, lo que también se encuentra establecido en la póliza.

## 4.1 Componentes del Mercado Asegurador.

En la siguiente figura se puede apreciar los distintos agentes que intervienen en el mercado asegurador, cada uno de estos cumple una función particular, y la interacción de estos actores crea una dinámica de funcionamiento que permite la realización de esta actividad.



### 4.1.1 Demanda de Seguros.

Cualquier persona natural o jurídica puede contratar seguros libremente en Chile como en el extranjero, sujetándose a la legislación sobre cambios internacionales. Se exceptúan de la posibilidad de contratar en el extranjero los seguros obligatorios establecidos por ley y aquellos contemplados en el D. L. 3.500 de 1980, que incluye seguros de invalidez y sobrevivencia, y rentas vitalicias profesionales.

### 4.1.2 Contratación y Liquidación de Seguros.

Estos pueden ser contratados directamente con la compañía aseguradora, por medio de sus agentes de ventas quienes comercializan por cuenta de una compañía o por corredores de seguros quienes son independientes de las aseguradoras y su función es asesorar a las personas que deseen asegurarse.

### 4.1.3 Oferta de Seguros.

La venta de Seguros en Chile es realizada por las compañías de seguros generales (las cuales conforman el primer grupo), o por las compañías de seguros de vida (las que conforman el segundo grupo). La primera de estas cubre el riesgo de pérdida o deterioro en las cosas o en el patrimonio, y tienen cobertura ante situaciones tales como robo, incendios, terremotos, daños a vehículos, etc.

Mientras que las compañías de seguros de vida cubren los riesgos que puedan enfrentar las personas y garantizan a estas al término de un plazo o al cumplirse lo estipulado, un capital, una renta o una póliza saldada para el asegurado o sus beneficiarios. Entre los beneficios que ofrecen encontramos las rentas vitalicias, los seguros de vida tradicional y seguros de AFP.

### 4.1.4 Organismo Supervisor y Regulador.

La Superintendecia de Valores y Seguros como institución autónoma, con personalidad jurídica, patrimonio propio, y que se relaciona con el gobierno a través del ministerio de hacienda. Cual cumple las funciones de supervisar, normar, sancionar, desarrollar y promocionar los mercados. Así, la normativa legal que rige la actividad aseguradora y reaseguradora cumple la función de velar por la transparencia del mercado y fundamentalmente proteger los derechos de los asegurados.

4.1.5 Marco Legal.

La regulación del mercado asegurador se basa principalmente en el control de la capacidad de solvencia de las compañías, la cual se basa en tres pilares básicos de control:

1- La constitución de reservas técnicas suficientes para los riesgos técnicos de los seguros contratados, además del reaseguro de los riesgos aceptados.

2- La mantención de un patrimonio de riesgo mínimo destinado a hacer frente o solventar la obligación de las aseguradoras con respecto a las variaciones de siniestralidad por sobre las esperadas. Este patrimonio mínimo se constituye en base a la relación de endeudamiento (Deuda/Patrimonio) o *leverage* máximo permitido y al margen de solvencia.

3- La obligación de invertir tanto las reservas técnicas como el patrimonio de riesgo, de acuerdo a un régimen de inversiones que acota los niveles de riesgo los cuales se expone la compañía.

A continuación se detallan algunos aspectos más importantes de la normativa legal que rige a las compañías de seguros, y fundamentalmente se hace referencia a las restricciones de inversión que enfrentan las aseguradoras, las cuales serán incluidas en nuestro modelo de optimización para mostrar el efecto que éstas producen en la eficiencia del portafolio de inversión.

**a- Características del Negocio.**

- ✓ Toda compañía de seguros y reaseguros debe constituirse como una Sociedad Anónima establecida en Chile con dicho objeto exclusivo y debe ser autorizada por la Superintendencia para ejercer.

  Las aseguradoras deben poseer un capital mínimo de UF 90.000 (USD 2.667.730) y de UF 120.000 (USD 3.556.973) las reaseguradoras.

- ✓ Las compañías no pueden realizar en forma conjunta el negocio de seguros generales y seguros de vida. Así como también solo pueden reasegurar riesgos del grupo en el cual operan.

- ✓ Las aseguradoras sólo pueden reasegurar los riesgos del grupo en el cual se encuentran autorizadas para operar.

- ✓ Los riesgos de accidentes personales y los de salud pueden cubrirse indistintamente por compañías de seguros generales o de vida.

- ✓ Los riesgos de crédito que signifiquen una pérdida o deterioro en el patrimonio del asegurado producto del no pago de una obligación en dinero, debe asegurarse en una compañía de seguro general que tenga por objeto exclusivo cubrir este tipo de riesgo.

b- **Exigencias de Solvencia.** El *Patrimonio de riesgo* que toda entidad aseguradora debe mantener permanentemente, es el mayor resultante de comparar el patrimonio necesario para mantener las relaciones de endeudamiento, el margen de solvencia y el capital mínimo mencionado en el punto anterior, letra a. Donde:

i. **Margen de Solvencia**. Considera el comportamiento técnico de la entidad fiscalizada, el cual se determina conforme al mayor monto de exigencia de patrimonio en base a formulas y parámetros establecidos por la entidad reguladora, sobre factores como el volumen de prima directa y la carga promedio de siniestralidad.

ii. **Limites de endeudamiento.** El límite de endeudamiento total no puede ser superior a 5 veces el patrimonio de las compañías de seguros generales, ni por sobre 15 veces el patrimonio de las compañías aseguradoras de vida.

Además las deudas con terceros que no generen *reservas técnicas* de seguros no podrán exceder de una vez el patrimonio.

**c- Reservas Técnicas.** Las compañías aseguradoras y reaseguradoras deberán constituir conforme a ciertos procedimientos, a tablas de mortalidad, tasas de interés técnico y otros aspectos determinados por la Superintendecia, las reservas técnicas que se detallan a continuación.

i. Reserva Riesgo en curso: para hacer frente a obligaciones de una compañía con sus asegurados, originadas por primas de contratos de seguros de corto plazo.

ii. Reserva Matemática: para hacer frente a obligaciones de una compañía de seguros generales con sus asegurados, originadas por primas de contratos de seguros de plazo mayor a un año.

iii. Reserva de Siniestros: para enfrentar obligaciones por siniestros ocurridos, pendientes de pago, y por los ocurridos y no reportados.

iv. Reserva adicional a la de riesgo en curso: para hacer frente a obligaciones por riesgos cuya siniestralidad es poco conocida, altamente fluctuante, cíclica o catastrófica, que sea necesaria formar para el normal funcionamiento de la actividad aseguradora o reaseguradora, o la que puede exigir la Superintendecia por riesgo de mercado de inversiones.

v. Riesgo de descalce, por los riesgos originados en el descalce de plazo, tasa de interés, moneda e instrumento de inversión, entre los activos y pasivos de la compañía.

vi. Reserva de valor del fondo, en la parte que corresponda a las obligaciones generadas por las cuentas de inversión en los seguros del segundo grupo que las contemplen.

d- **Diversificación de la inversión.** La inversión en los distintos tipos de instrumentos o activos financieros representativos de reservas técnicas y patrimonio de riesgo, estará sujeta a los siguientes límites máximos.

Cabe mencionar que sólo haremos referencia a los límites de inversión por tipo de Instrumentos Financieros, debido a las complicaciones y limitaciones de alcance que traería implementar los otros tipos de límites de inversión, los cuales utilizan datos técnicos de los activos (por ejemplo: clasificaciones de riesgo, series, suscripciones, etc.). Además por tal motivo, sólo algunos de los límites señalados a continuación serán formulados en nuestro modelo de optimización estocástica.

En la siguiente tabla se detallan los límites de inversión por instrumento financiero, que afecta a las compañías de seguros. Estos fueron extraídos de la Ley sobre compañías de seguros DFL Nº 251, de 1931.

| Tabla 1 | |
|---|---|
| **Limites de Inversión por Tipo de Instrumentos** | |
| **Porcentaje de inversión** | **Instrumentos** |
| 5% del total | Bonos, pagarés y otros títulos de deuda o crédito, emitidos por empresas públicas o privadas. Que no se encuentren inscritos en el Registro de Valores de la Superintendencia, o que estando inscritos, no cuenten con clasificación de riesgo conforme a la ley Nº 18.045, o esta sea inferior a BBB o N-3, según corresponda. |
| Entre 3% y 5% del total según establezca la SVS | Participación en convenios de créditos en los que concurran dos o más bancos o instituciones financieras, conforme a las normas de carácter general que dicte la Superintendencia, debiendo contemplarse en éstas el riesgo de crédito del deudor. |
| 30% del total, para las compañías del segundo grupo. | Mutuos hipotecarios endosables, de los señalados en el Título V del D.F.L. Nº 251 de 1931. |
| 30% del patrimonio de riesgo, para las compañías del primer grupo. | Mutuos hipotecarios endosables, de los señalados en el Título V del D.F.L. Nº 251 de 1931. |
| 40% del total | Acciones de sociedades anónimas abiertas y acciones de empresas concesionarias de obras de infraestructura de uso público, Cuotas de fondos mutuos y Cuotas de fondos de inversión cuyos activos se encuentren invertidos en valores nacionales. |
| 5% del total | Acciones de sociedades anónimas abiertas y acciones de empresas concesionarias de obras de infraestructura de uso público. Que no cumplan el requisito de presencia bursátil que establezca, por norma de carácter general, la Superintendencia |
| 10% del total | Cuotas de fondos de inversión, cuyos activos se encuentren invertidos en valores o activos nacionales. |
| | Títulos de deuda o crédito, emitidos o garantizados hasta su total extinción por Estados o Bancos Centrales Extranjeros. Depósitos, bonos, pagarés y |

| | |
|---|---|
| 20% del total | otros títulos de deuda o crédito, emitidos por instituciones financieras, empresas o corporaciones extranjeras o internacionales. Acciones de sociedades o corporaciones constituidas fuera del país. Cuotas de fondos mutuos o de inversión constituidos fuera del país. Cuotas de fondos mutuos o de inversión constituidos en el país, cuyos activos estén invertidos en valores extranjeros. Bienes raíces no habitacionales situados en el exterior |
| 5% del total | Títulos de deuda o crédito, emitidos o garantizados hasta su total extinción por Estados o Bancos Centrales Extranjeros. Depósitos, bonos, pagarés y otros títulos de deuda o crédito, emitidos por instituciones financieras, empresas o corporaciones extranjeras o internacionales. Que presenten clasificación de riesgo internacional, inferior a BBB o N-3. |
| 10% del total | Acciones de sociedades o corporaciones constituidas fuera del país. Cuotas de fondos mutuos o de inversión constituidos fuera del país. Cuotas de fondos mutuos o de inversión constituidos en el país, cuyos activos estén invertidos en valores extranjeros |
| 3% del total | Bienes raíces no habitacionales situados en el exterior. |
| 20% del total, para compañías del segundo grupo. | Bienes raíces no habitacionales, cuya tasación comercial sea practicada al menos cada dos años, según norma de carácter general que dicte la Superintendencia |
| 30% sólo del patrimonio de riesgo, para compañías del primer grupo | Bienes raíces no habitacionales, cuya tasación comercial sea practicada al menos cada dos años, según norma de carácter general que dicte la Superintendencia |

## 4.2 Determinación de Riesgo de Mercado.

Debido a la normativa de calce, las compañías de seguros de vida deben tratar de igualar las duraciones de sus activos con la de sus pasivos, lo que genera rotación de los activos de su cartera y la deja expuesta al riesgo de reinversión y a fluctuaciones de precios de la cartera destinada a la venta.

Por otro lado las compañías de seguros generales manejan inversiones de mayor liquidez ya que continuamente deben hacer frente a pagos de siniestros, por lo que se ven afectadas al riesgo de revalorización de su cartera producto de fluctuaciones del mercado

Por lo tanto, basándonos en la Norma de Carácter General Nº 148 la cual imparte instrucciones a las compañías aseguradoras y reaseguradoras para determinar "La máxima pérdida probable (*VaR)*" a la que puede estar afecta su cartera de inversiones producto de la volatilidad de los precios, determinaremos los activos a considerar en nuestro trabajo de optimización del *CVaR* según los siguientes criterios:

1- Compañías de Seguros Generales.

Todos los activos financieros nacional o extranjero y bienes raíces de su propiedad, excepto los expresados en moneda nacional o UF con un vencimiento menor a un año. En el caso que registren reservas técnicas de plazo mayor a cinco años, podrán excluir adicionalmente la cartera de instrumentos de renta fija que presenten un plazo de vencimiento promedio igual o inferior al plazo promedio de las reservas técnicas de largo plazo, con tope máximo el monto equivalente al total de las reservas técnicas de largo plazo.

2- Compañías de Seguros de Vida.

Todos los activos financieros nacional o extranjero y bienes raíces de su propiedad, excepto los expresados en moneda nacional o UF con un vencimiento menor a un año. Podrán excluir del cálculo, activos según:

a) Seguros de rentas vitalicias: instrumentos de renta fija y los bienes raíces dados en leasing, cuyos flujos se encuentren calzando flujos de pasivos conforme a la circular Nº 1512. Con monto máximo el total de reserva técnica financiera de pólizas (circular 1512) más la reserva técnica de pólizas de renta vitalicia que no estén sujetas a calce.

b) Seguros de vida con cuentas de inversión: las compañías que registren reservas conforme a la norma de carácter general Nº 132. Podrán excluir los activos financieros nacional o extranjero y bienes raíces de su propiedad, excepto los expresados en moneda nacional o UF con un vencimiento menor a un año, Sin embargo, este cálculo no formará parte del *CVaR* de la compañía.

Por lo tanto, en términos generales nuestra estimación del *Condicional Value at Risk (CVaR)* recaerá sólo sobre una parte de la cartera de inversión. Específicamente sobre el portafolio que restante de calzar el pasivo de las compañías aseguradoras con respecto a sus asegurados (seguros por pagar), ya que la porción sujeta a calce ya se encontraría cubierta por el *patrimonio de riesgo*.

Es así como encontramos que gran parte del total de la inversión de las compañías de seguros es en renta fija, ya que esta tiene por objeto generar el calce con las obligaciones esperadas por concepto de seguros. En caso de producirse descalce, la Superintendecia les exige a las compañías destinar parte del patrimonio como respaldo, y este es el denominado *patrimonio de riesgo*. Por lo tanto, las compañías siempre tendrán incentivos a buscar el calce de sus pasivos, ya que el *patrimonio de riesgo* tiene un efecto negativo sobre la rentabilidad al disminuir la capacidad en estas de poder endeudarse.

De esta manera determinamos que la cartera a evaluar esta compuesta principalmente por instrumentos de renta variable los cuales no están designados para calce y por instrumentos de renta fija de corto y mediano plazo. Se excluyen los instrumentos de renta fija de largo plazo los cuales son destinados para el calce de pasivos, y los de plazo menor a un año.

# V – APLICACIÓN CVAR A LAS COMPAÑÍAS DE SEGUROS

## 5.1 Introducción.

En este estudio se optimizará el *CVaR* del portafolio agregado que mantenían las compañías de seguros al 31 de marzo del 2003. Además se analizará la eficiencia de este portafolio al ubicarlo dentro de la frontera eficiente la cual contiene al conjunto de portafolios óptimos que generan el mayor retorno posible para un nivel de *VaR* específico. De esta manera estaremos en condiciones de analizar las causantes de una hipotética pérdida de eficiencia en el portafolio de inversión producto de las restricciones que impone la Superintendencia.

La metodología estará basada en un modelo el cual define factores de riesgos propios a las características de cada instrumento financiero. Cada factor de riesgo será definido por el valor de un índice o instrumento financiero particular al que llamaremos "*vértice de riesgo*", el cual representa a un conjunto de activos financieros con similares características de riesgo.

Por lo tanto para evaluar el riesgo de la cartera de inversión, nos centraremos en medir las volatilidades y correlaciones asociadas a estos vértices de riesgo. Los cuales serán asignados según la naturaleza de los instrumentos financiero, ya sean estos: renta variable, renta fija, nacionales, extranjeros, etc.

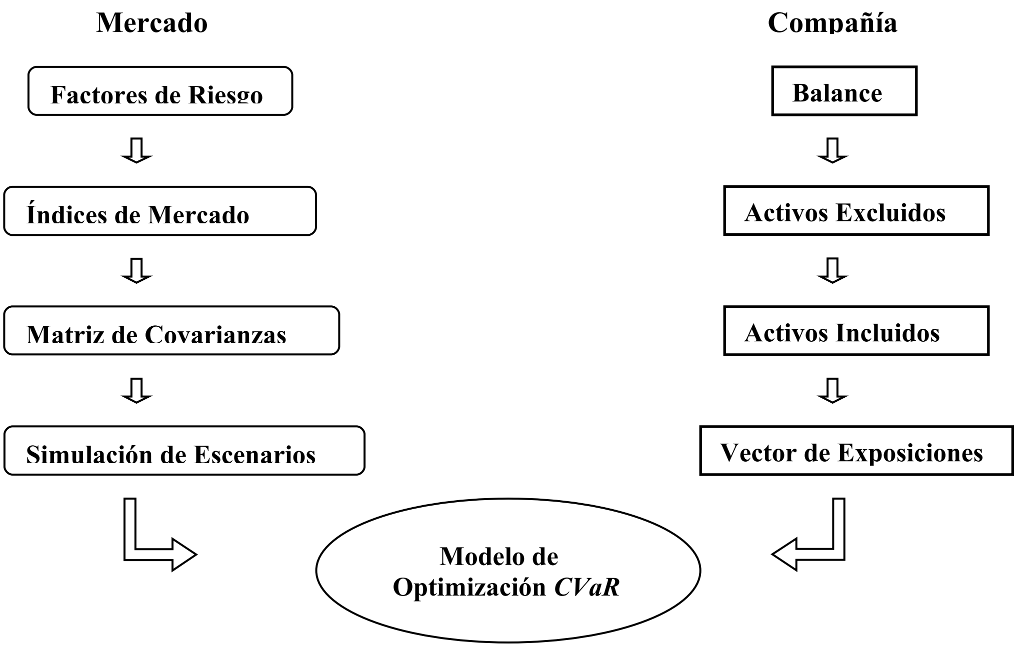
En el Anexo 1 se detallan los índices e instrumentos financieros asociados a cada factor de riesgo, los cuales son utilizados en este estudio basándonos en la Norma de Carácter General Nº 148.

Por lo tanto, la justificación de utilizar vértices de riesgo que representen las fluctuaciones de precios de un conjunto de activos, nace del hecho que es muy difícil y costoso obtener las series de precios históricos de cada activo en que se invierte.

Debido a la amplia gama de éstos dentro del portafolio de inversiones de las compañías de seguros, seguido de la falta de liquidez de ciertos instrumentos en el mercado, y además de lo poco rentable que sería implementarlo para cada uno de los activos de la cartera.

## 5.2 Desarrollo de la Metodología *CVaR* en las Cías. de Seguros.

Le metodología empleada en este trabajo de optimización del *CVaR* del portafolio del marcado de las compañías de seguros el cual debe estar afecto obligatoriamente al calculo del *VaR* según la normativa NCG Nº 148 puede ser esquematizada de la siguiente forma.




En nuestra aplicación el portafolio en que invierten las compañías de seguros, representado por el vector $\mathbf{x} = (x_1, \ldots\ldots, x_n)$ estará compuesto por distintos *vértices de riesgo*, tal que $x_j$ representa la posición o porcentaje invertido en el vértice $j$, siendo cada una de las posiciones no negativas (o de dicho de otra forma, no puedo tener posiciones cortas), y siendo la suma de éstas posiciones igual a uno.

$$x_j \geq 0 \quad para\ j = 1, \ldots n \qquad \text{con} \qquad \sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \tag{12}$$

La siguiente tabla muestra el portafolio a optimizar el cual representa la cartera que poseen las compañías de seguros, y que esta compuesto por los distintos *vértices de riesgo* representados por índices e instrumentos financieros. Los cuales serán empleados para modelar el riesgo de mercado al cual está afecta la cartera de inversión.

**Tabla 2**

| | Vértice de Riesgo | Índice |
|---|---|---|
| $X_1$ | **PRC1** | PRC 4 años |
| $X_2$ | **PRC2** | PRC 8 años |
| $X_3$ | **PRC3** | PRC 12 años (interpolado) |
| $X_4$ | **PRC4** | PRC 16 años (interpolado) |
| $X_5$ | **PRC5** | PRC 20 años |
| $X_6$ | **PRD1** | Lehman Government 1-3 index |
| $X_7$ | **HIPOT1** | Letras de crédito hipotecario 1-5 años |
| $X_8$ | **HIPOT2** | Letras de crédito hipotecario 6-10 años |
| $X_9$ | **HIPOT3** | Letras de crédito hipotecario10 años |
| $X_{10}$ | **Bonos USA1** | Lehman Intermediate Government Bond Index |
| $X_{11}$ | **Bonos USA2** | Lehman Long Government Bond Index |
| $X_{12}$ | **Bonos No USA países desarrollados** | Solomon BROS World Government Bond Index |
| $X_{13}$ | **Bonos países emergentes** | Lehman Emerging Debt Index |
| $X_{14}$ | **Acciones Nacionales** | IPSA |
| $X_{15}$ | **Acciones extranjeras USA** | S&P500 |
| $X_{16}$ | **Acciones Extranjeras Desarrollados** | MSCI EAFE Gross Dividends Reinvested |
| $X_{17}$ | **Acciones Extranjeras Emergentes** | MSCI Emerging Markets Free |

Los datos para obtener el vector de exposiciones actual fueron obtenidos de la información agregada que entrega la Superintendencia del ramo respecto a los activos financieros en que invierten las compañías de seguros[3]. En el Anexo 2 se detalla esta información y los supuestos necesarios para determinar la exposición actual en los distintos tipos de instrumentos financieros.

| Tabla 3 | | |
|---|---|---|
| | **Vértice de Riesgo** | **Composición** |
| $X_1$ | **PRC1** | 25,9183% |
| $X_2$ | **PRC2** | 1,2683% |
| $X_3$ | **PRC3** | 0,2757% |
| $X_4$ | **PRC4** | 0,0827% |
| $X_5$ | **PRC5** | 0,0276% |
| $X_6$ | **PRD1** | 0,0000% |
| $X_7$ | **HIPOT1** | 21,8075% |
| $X_8$ | **HIPOT2** | 0,7520% |
| $X_9$ | **HIPOT3** | 0,0000% |
| $X_{10}$ | **Bonos USA1** | 5,7591% |
| $X_{11}$ | **Bonos USA2** | 0,6274% |
| $X_{12}$ | **Bonos No USA países desarrollados** | 3,2630% |
| $X_{13}$ | **Bonos países emergentes** | 1,8566% |
| $X_{14}$ | **Acciones Nacionales** | 24,5294% |
| $X_{15}$ | **Acciones extranjeras USA** | 8,5090% |
| $X_{16}$ | **Acciones Extranjeras Desarrollados** | 3,1368% |
| $X_{17}$ | **Acciones Extranjeras Emergentes** | 2,1866% |

Dentro de nuestro modelo, el vector aleatorio $\mathbf{y} = (y_1, \ldots\ldots, y_n)$ representa el retorno del portafolio de inversión, denotando $y_j$ el retorno sobre el vértice $j$. Además $\mathbf{y} = (y_1, \ldots\ldots, y_n)$ proviene o se genera a partir de la distribución conjunta

[3] Información obtenida del sitio Web de la superintendencia http://www.svs.cl .

de los retornos de cada uno de los vértices empleados, la cual tiene densidad $p(\mathbf{y})$ y además es independiente del vector $\mathbf{x}$ .

Con objeto de modelar la distribución de retornos que enfrenta la cartera de inversión, se generaron miles de escenarios del vector $\mathbf{y} = (y_1, \ldots\ldots, y_n)$ para así poder aproximar nuestra función $\widetilde{F}_\beta(\mathbf{x},\alpha)$.

En el Anexo 3 se muestran estadísticas como la media y a la matriz de covarianzas de los retornos diarios de los *vértices de riesgo*, resultados los cuales son el "input" para modelar la distribución multivariada y para posteriormente generar $\mathbf{y} = (y_1, \ldots\ldots, y_n)$.

Este proceso fue realizado utilizando el Software Matlab 6.5 (como se muestra en el Anexo 4), y empleando un algoritmo generador de vectores aleatorios que utiliza una distribución normal multivariada.

Por otro lado el retorno sobre el portafolio $\mathbf{x}$ es la suma de los retornos de los activos individuales componentes del portafolio ponderado por la participación de cada activo $x_j$. En consecuencia, si queremos minimizar las pérdidas que enfrenta el portafolio necesitamos definir una función de pérdidas, que será denotada como la expresión negativa de lo mencionado al comienzo:

$$\mathrm{f}(x, y) = -[x_1 y_1 + \cdots\cdots + x_2 y_2] \quad = \quad -\mathbf{x}^T \mathbf{y} \tag{13}$$

Así, nuestra función objetivo $\widetilde{F}_\beta(\mathbf{x},\alpha)$ capaz de resolver *β-VaR y β-CVaR*, la cual será aproximada mediante un conjunto de escenarios $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \cdots\cdots, \mathbf{y}_q$ generados desde una función de distribución conjunta, quedará determinada ahora por:

$$\widetilde{F}_\beta(\mathbf{x},\alpha) \quad = \quad \alpha \quad + \quad \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{K=1}^{q} [-\mathbf{x}^T \mathbf{y}_k \; - \; \alpha]^+ \tag{14}$$

Mediante la utilización de variables auxiliares podemos reducir el problema de minimizar nuestra función aproximada $\tilde{F}_\beta$ sobre $X \times \Re$ a un problema de *programación convexa*. Entonces, introduciremos a nuestro modelo las variables auxiliares reales $u_k$ para $k = 1,\ldots r$, así, nuestro objetivo será equivalente a minimizar la expresión lineal.

$$\alpha + \frac{1}{q(1-\beta)} \sum_{k=1}^{q} u_k \tag{15}$$

Sujeto a la restricción (12) y las siguientes restricciones:

$$u_k \geq 0 \quad \text{y} \quad \mathbf{x}^T \mathbf{y}_k + \alpha + u_k \geq 0 \quad \text{para} \quad k = 1, \ldots r \tag{16}$$

Así, con ésta técnica y gracias a los arreglos mencionados recientemente podremos minimizar $\tilde{F}_{\beta}(\mathbf{x}, \alpha)$ sobre $X \times \Re$ para resolver el mínimo $\beta - CVaR$ y además obtener el $\beta - VaR$ del portafolio $\mathbf{x}^*$.

Además, si denotamos $\mu(\mathbf{x})$ y $\sigma^2(\mathbf{x})$ como la media y la varianza de la pérdida relacionada con el portafolio $\mathbf{x}$, y denotamos también $\mathbf{m}$ y $\mathbf{V}$ como la media y la varianza del vector de retornos $\mathbf{y}$. Podemos entonces definir la media y la varianza del portafolio $\mathbf{x}$ como:

$$\mu(\mathbf{x}) = -\mathbf{x}^T \mathbf{m} \qquad y \qquad \sigma^2(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{V} \mathbf{x} \tag{17}$$

Claramente podemos apreciar que $\mu(\mathbf{x})$ es una función lineal de $\mathbf{x}$, sin embargo $\sigma^2(\mathbf{x})$ es una función cuadrática de $\mathbf{x}$.

Lo anterior nos sugiere que fácilmente podríamos introducir en nuestro modelo de optimización lineal estocástica exigencias con respecto a un valor de retorno mínimo que alcance el portafolio, ya que tales restricciones sobre el retorno promedio del portafolio cumplirían el requisito de linealidad.

$$\mu(\mathbf{x}) \leq -\text{Retorno mínimo exigido} \tag{15}$$

Introduciendo este tipo de restricciones en el modelo de optimización podremos determinar el *CVaR* del portafolio para cada nivel de retorno mínimo exigido. De esta forma podremos modelar distintos puntos de la frontera eficiente dentro de un marco Media-CVaR del portafolio.

## 5.3 Resultados de la Aplicación en las Cías. de Seguros.

Los cálculos producto de nuestro modelo de *programación lineal*, fueron realizados utilizando un servidor para resolver problemas de programación lineal llamado MOSEK *lineal programming solver*. Este servidor requiere que los problemas a resolver sean planteados empleando un lenguaje de programación llamado AMPL, el cual es utilizado también por otro software de prestigio en el ámbito de programación lineal como CPLEX.

Los cálculos fueron realizados en un computador Mobile AMD Sempron 2800 de 1.7 GHz. Y el modelo fue ejecutado en la interfase Web de MOSEK, la cual esta disponible en:

http://www-neos.mcs.anl.gov/neos/solvers/lp:MOSEK/AMPL.html.

Este software requiere de tres archivos para trabajar, cada uno de estos se muestran en el Anexo 5.

- Un archivo ".mod" el cual contiene el planteamiento del problema a optimizar escrito en lenguaje AMPL.

- Archivo ".dat" el que contiene los datos requeridos por el modelo, entre estos, las simulaciones de los parámetros.

- Archivo ".txt" el que contiene los comandos con los cuales trabaja Mosek para resolver el modelo.

A continuación se detallan los resultados de distintos portafolios óptimos, con sus correspondientes *VaR* y *CVaR* para distintos niveles de confianza y distintas cantidades de escenarios simulados, estos resultados fueron determinados sobre retornos diarios, por lo tanto los cálculos de las metodologías corresponden a *VaR* y *CVaR* diarios.

Las siguientes tres tablas muestran los resultados del modelo de optimización de portafolio para distintos niveles de confianza y distintas cantidades de escenarios, de manera de observar la convergencia de las estimaciones del modelo. Estos primeros resultados provienen del modelo de optimización el cual no tiene incluidas las restricciones de inversión que impone la normativa de la Superintendencia.

**Tabla 4.1**

| **Beta** | **0.90** | **0.90** | **0.90** | **0.90** |
|---|---|---|---|---|
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | **0,00513323** | **0,00787982** | **0,00699942** | **0,00640952** |
| **CVaR** | **0,00869542** | **0,01709401** | **0,01692608** | **0,01811605** |
| **PRC1** | 0,02033280 | 0,17667600 | 0,19774000 | 0,10206100 |
| **PRC2** | 0,15549000 | 0,01443530 | 0,11221700 | 0,08011210 |
| **PRC3** | 0,03942900 | 0,11543600 | 0,05841390 | 0,06561510 |
| **PRC4** | 0,04236980 | 0,04504430 | 0,04026060 | 0,04976750 |
| **PRC5** | 0,03374360 | 0,15292100 | 0,07644060 | 0,11854000 |
| **PRD1** | 0,01849220 | 0,01127230 | 0,01136010 | 0,00943617 |
| **HIPOT1** | 0,42151800 | 0,02913730 | 0,01606270 | 0,02038540 |
| **HIPOT2** | 0,04210410 | 0,03457390 | 0,14194000 | 0,11446300 |
| **HIPOT3** | 0,00733321 | 0,05252220 | 0,02061370 | 0,05274690 |
| **Bono USA 1** | 0,00917629 | 0,01006750 | 0,01708460 | 0,01201610 |
| **Bono USA 2** | 0,06978850 | 0,05916060 | 0,02282130 | 0,09127370 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00000000 | 0,01281190 | 0,01475750 | 0,01393960 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,01681330 | 0,01710460 | 0,16398800 | 0,06602160 |
| **Acciones Nacionales** | 0,11158400 | 0,04358030 | 0,02030560 | 0,05872470 |
| **Acciones USA** | 0,00000000 | 0,17318300 | 0,02165950 | 0,08495220 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00336000 | 0,01802570 | 0,04823300 | 0,04521590 |
| **Acciones países Emergentes** | 0,00846550 | 0,03404920 | 0,01610150 | 0,01472970 |

| Tabla 4.2 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Beta** | **0.95** | **0.95** | **0.95** | **0.95** |
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | **0,00802435** | **0,01235370** | **0,01066210** | **0,01179860** |
| **CVaR** | **0,01105608** | **0,02452221** | **0,02542960** | **0,02777801** |
| **PRC1** | 0,00258204 | 0,13258600 | 0,23745100 | 0,06184230 |
| **PRC2** | 0,17943800 | 0,01408040 | 0,05683140 | 0,05021790 |
| **PRC3** | 0,04658870 | 0,18257400 | 0,04418560 | 0,07230970 |
| **PRC4** | 0,03742350 | 0,07231960 | 0,06198910 | 0,11668500 |
| **PRC5** | 0,01227080 | 0,17385200 | 0,05806090 | 0,19834300 |
| **PRD1** | 0,02401670 | 0,01535750 | 0,01392490 | 0,01358970 |
| **HIPOT1** | 0,53618700 | 0,01571850 | 0,01765040 | 0,02257000 |
| **HIPOT2** | 0,01115840 | 0,03538580 | 0,12597000 | 0,05986990 |
| **HIPOT3** | 0,01305070 | 0,03121020 | 0,02381590 | 0,03705520 |
| **Bono USA 1** | 0,00576633 | 0,00996613 | 0,01998270 | 0,01729230 |
| **Bono USA 2** | 0,02897030 | 0,03159250 | 0,01829790 | 0,03205530 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00000000 | 0,01562690 | 0,01736280 | 0,02006120 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,01612430 | 0,02106120 | 0,21486800 | 0,08715290 |
| **Acciones Nacionales** | 0,06478670 | 0,03576920 | 0,01930720 | 0,04992650 |
| **Acciones USA** | 0,00270784 | 0,16032500 | 0,02335360 | 0,09911640 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00750321 | 0,02229290 | 0,02723640 | 0,03813920 |
| **Acciones países Emergentes** | 0,01142510 | 0,03028290 | 0,01971180 | 0,02377400 |

| Tabla 4.3 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Beta** | **0.99** | **0.99** | **0.99** | **0.99** |
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | **0,01304950** | **0,02918050** | **0,02918050** | **0,04576750** |
| **CVaR** | **0,01590588** | **0,04729452** | **0,04729452** | **0,05447501** |
| **PRC1** | 0,00745368 | 0,05659560 | 0,05659560 | 0,05623340 |
| **PRC2** | 0,29025200 | 0,02168770 | 0,02168770 | 0,05639680 |
| **PRC3** | 0,10582700 | 0,37278900 | 0,37278900 | 0,06050150 |
| **PRC4** | 0,06658020 | 0,09488360 | 0,09488360 | 0,09568450 |
| **PRC5** | 0,02336060 | 0,04789590 | 0,04789590 | 0,07335810 |
| **PRD1** | 0,03210380 | 0,02891370 | 0,02891370 | 0,04609500 |
| **HIPOT1** | 0,30308000 | 0,01644340 | 0,01644340 | 0,05661560 |
| **HIPOT2** | 0,01668960 | 0,04764040 | 0,04764040 | 0,05931490 |
| **HIPOT3** | 0,01755230 | 0,03271610 | 0,03271610 | 0,05218730 |
| **Bono USA 1** | 0,01635640 | 0,01415810 | 0,01415810 | 0,04981740 |
| **Bono USA 2** | 0,03431810 | 0,03211920 | 0,03211920 | 0,05634740 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00319290 | 0,03336350 | 0,03336350 | 0,05399560 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,02129830 | 0,02608140 | 0,02608140 | 0,06109080 |
| **Acciones Nacionales** | 0,03161030 | 0,03983220 | 0,03983220 | 0,05965190 |
| **Acciones USA** | 0,00682197 | 0,05542580 | 0,05542580 | 0,05625950 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00411779 | 0,03663820 | 0,03663820 | 0,05414860 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Acciones países Emergentes** | 0,01938490 | 0,04281600 | 0,04281600 | 0,05230170 |

Las siguientes tres tablas muestran los resultados del modelo de optimización de portafolio para distintos niveles de confianza y distintas cantidades de escenarios. Estos resultados provienen del modelo de optimización el cual tiene incluidas las restricciones de inversión que provienen de la Ley sobre compañías de seguros DFL Nº 251.

| **Tabla 5.1** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Beta** | **0.90** | **0.90** | **0.90** | **0.90** |
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | 0,00464556 | 0,00773358 | 0,00703701 | 0,00658663 |
| **CVaR** | 0,00904198 | 0,01745164 | 0,01727412 | 0,01831779 |
| **PRC1** | 0,03981860 | 0,19965300 | 0,22575500 | 0,12011000 |
| **PRC2** | 0,16834800 | 0,01524810 | 0,12225500 | 0,10372200 |
| **PRC3** | 0,04462540 | 0,12061500 | 0,07084380 | 0,06620420 |
| **PRC4** | 0,04217290 | 0,04740050 | 0,04273090 | 0,05133160 |
| **PRC5** | 0,04918360 | 0,15820500 | 0,09124780 | 0,12943000 |
| **PRD1** | 0,01439890 | 0,01294550 | 0,00968496 | 0,00910850 |
| **HIPOT1** | 0,28790700 | 0,04067300 | 0,01495370 | 0,02137870 |
| **HIPOT2** | 0,00794127 | 0,04306320 | 0,17113600 | 0,13011600 |
| **HIPOT3** | 0,00415170 | 0,07206030 | 0,03258840 | 0,06605560 |
| **Bono USA 1** | 0,00676403 | 0,00845254 | 0,01416180 | 0,01097500 |
| **Bono USA 2** | 0,15056700 | 0,04620100 | 0,01344540 | 0,05126610 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00000000 | 0,01366410 | 0,01009660 | 0,01321810 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,01680080 | 0,01873680 | 0,10365900 | 0,02897950 |
| **Acciones Nacionales** | 0,15585100 | 0,10308200 | 0,02848960 | 0,11165100 |
| **Acciones USA** | 0,00000000 | 0,06750000 | 0,01698160 | 0,04812180 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00175921 | 0,01553760 | 0,01948410 | 0,02512930 |
| **Acciones países Emergentes** | 0,00971058 | 0,01696240 | 0,01248610 | 0,01320170 |

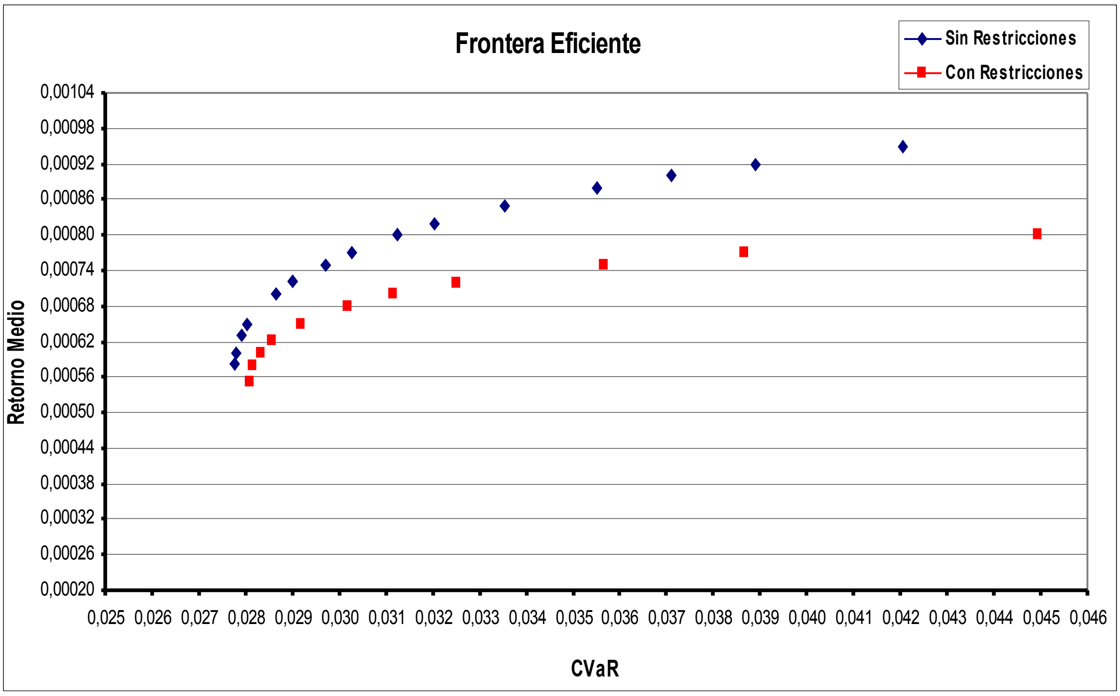
| Tabla 5.2 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Beta** | **0.95** | **0.95** | **0.95** | **0.95** |
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | 0,00857326 | 0,01287630 | 0,01044150 | 0,01194270 |
| **CVaR** | 0,01167185 | 0,02500863 | 0,02610689 | 0,02809042 |
| **PRC1** | 0,00155852 | 0,17314900 | 0,28685400 | 0,09428990 |
| **PRC2** | 0,27354600 | 0,01653950 | 0,06950460 | 0,05423640 |
| **PRC3** | 0,09729970 | 0,19604900 | 0,05872410 | 0,08996080 |
| **PRC4** | 0,05801510 | 0,08143710 | 0,06913410 | 0,11698300 |
| **PRC5** | 0,01649360 | 0,18712300 | 0,08761750 | 0,21331700 |
| **PRD1** | 0,02963340 | 0,01748920 | 0,01188380 | 0,01189370 |
| **HIPOT1** | 0,28055200 | 0,01903200 | 0,01728770 | 0,02522740 |
| **HIPOT2** | 0,00837533 | 0,03806970 | 0,16288000 | 0,08770030 |
| **HIPOT3** | 0,01107240 | 0,03367940 | 0,02210120 | 0,04135080 |
| **Bono USA 1** | 0,01660490 | 0,01150080 | 0,01437690 | 0,01556160 |
| **Bono USA 2** | 0,04039560 | 0,03120350 | 0,01251080 | 0,02737840 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00000000 | 0,01821100 | 0,01326710 | 0,01785010 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,01302820 | 0,02159560 | 0,09528200 | 0,03308870 |
| **Acciones Nacionales** | 0,12856900 | 0,05492180 | 0,02589590 | 0,07693450 |
| **Acciones USA** | 0,00277658 | 0,05389910 | 0,01696270 | 0,04577500 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00767741 | 0,02035720 | 0,01928970 | 0,02787410 |
| **Acciones países Emergentes** | 0,01440190 | 0,02574370 | 0,01642700 | 0,02057830 |

| Tabla 5.3 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Beta** | **0.99** | **0.99** | **0.99** | **0.99** |
| **Escenarios** | **1000** | **5000** | **10000** | **20000** |
| **VaR** | 0,01354800 | 0,02864620 | 0,03842520 | 0,03406950 |
| **CVaR** | 0,01591992 | 0,04844844 | 0,06475274 | 0,06310667 |
| **PRC1** | 0,00747236 | 0,05535640 | 0,16558000 | 0,04852390 |
| **PRC2** | 0,30051300 | 0,02335870 | 0,08086410 | 0,05010410 |
| **PRC3** | 0,12446400 | 0,38585000 | 0,05111870 | 0,05977220 |
| **PRC4** | 0,06595410 | 0,14814100 | 0,19522800 | 0,33385800 |
| **PRC5** | 0,02492430 | 0,04710810 | 0,06274490 | 0,10018100 |
| **PRD1** | 0,03424550 | 0,02157040 | 0,02838330 | 0,01743320 |
| **HIPOT1** | 0,26520300 | 0,01385350 | 0,04363800 | 0,04936100 |
| **HIPOT2** | 0,01671760 | 0,04639120 | 0,09234130 | 0,05228840 |
| **HIPOT3** | 0,01807890 | 0,03326980 | 0,05631790 | 0,04832570 |
| **Bono USA 1** | 0,01783620 | 0,01591630 | 0,03540620 | 0,02112620 |
| **Bono USA 2** | 0,03774060 | 0,03039710 | 0,00572197 | 0,02717410 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0,00342134 | 0,02924870 | 0,02853540 | 0,03019430 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0,02117040 | 0,01906530 | 0,01474810 | 0,03159060 |
| **Acciones Nacionales** | 0,03293540 | 0,04667100 | 0,05216690 | 0,05758610 |
| **Acciones USA** | 0,00721942 | 0,04406540 | 0,03950480 | 0,02412360 |
| **Acciones países Desarrollados** | 0,00117581 | 0,02008050 | 0,03384000 | 0,02322040 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Acciones países Emergentes** | 0,02092810 | 0,01965630 | 0,01386020 | 0,02513760 |

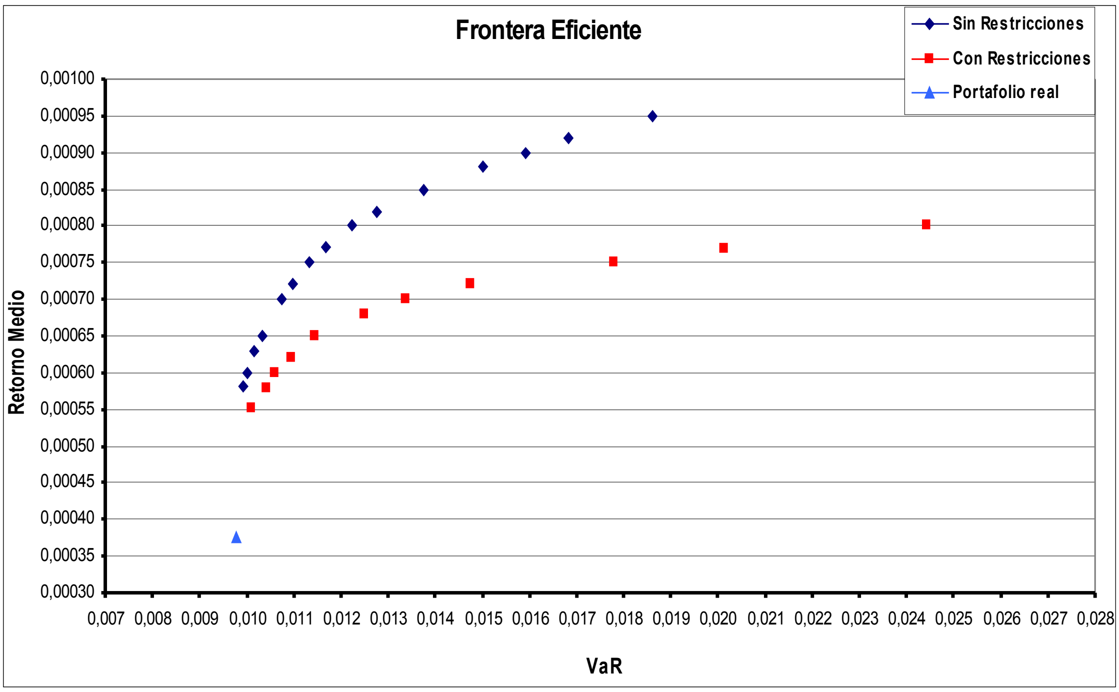
Además en nuestro modelo incluimos restricciones en cuanto al retorno promedio mínimo exigido al portafolio de inversión, de esta manera obtuvimos un conjunto de portafolios óptimos los cuales nos entregan el mínimo *CVaR* para un determinado retorno promedio, así formamos la "Frontera Eficiente" de portafolios óptimos, donde el riesgo es medido por el *CVaR*.

El grafico Nº 1 muestra dos fronteras eficientes, una de ellas esta formada por portafolios óptimos que están sujeto a las restricciones de inversión que impone la Normativa y la otra por portafolios no sujetos a tales límites de inversión.



De igual manera se determino el conjunto de portafolios óptimos los cuales nos entregan el *VaR* mínimo para un retorno promedio exigido formando la frontera eficiente, además se contrastan los resultados obtenidos con el portafolio real que mantenían las compañías de seguros al 31 de marzo del 2003.

El grafico Nº 2 muestra las dos fronteras eficientes, una formada por portafolios óptimos que están sujeto a las restricciones de inversión y otra formada por portafolios no sujetos a tales límites de inversión, así como el punto correspondiente al portafolio real mantenido por las compañías a la fecha de calculo.



# VI – CONCLUSIONES.

## 6.1 Análisis de los Resultados.

Claramente en el gráfico número uno se puede observar la pérdida de eficiencia de los portafolios óptimos que están sujetos a las restricciones de inversión, ya que para cada nivel de retorno promedio los portafolios sujetos a los límites de inversión obtienen un *CVaR* mayor, o dicho de otra manera, para un nivel de riesgo especifico cuantificado por el *CVaR* observamos que los portafolios no sujetos a tales restricciones consiguen un mayor retorno promedio.

Así, en base al desarrollo de esta metodología y los resultados expuestos por nuestra aplicación podemos dar respuesta a la hipótesis donde señalábamos que la pérdida de eficiencia es producto de la normativa la cual impone límites a las inversiones. Por lo tanto, nos alentamos a confirmar el hecho que esta pérdida de eficiencia se explica por la rigidez que producen los límites exigidos a la inversión, la que produce falta de flexibilidad al momento de gestionar las inversiones.

Por otro lado observamos en el gráfico dos la ineficiencia del portafolio real que mantenían las compañías de seguros al 31 de marzo de 1997, ya que este portafolio esta muy por debajo de los portafolios eficientes, dentro de un marco riesgo-retorno, donde el riesgo es medido por el *VaR*. Por lo tanto, dado que las compañías de seguros manejaban activos por alrededor de 14.500 millones de dólares a la fecha de calculo, el *VaR* del portafolio correspondería a US$ 141,6171 millones diarios.

De esta manera se puede apreciar que el portafolio real a la fecha de cálculo posee un retorno promedio de casi la mitad del retorno que consiguen los portafolios óptimos de nuestra aplicación, soportando el mismo monto de *VaR* antes mencionado, inclusive menor que aquellos portafolios que están sujetos a los límites de inversión.

## 6.2 Conclusiones Generales.

Como ya se ha mencionado el *Value at Risk* es una herramienta popular en la medición del riesgo de mercado su estimación y medición no esta exenta de dificultades. Y si bien la metodología expuesta en este trabajo no es la "panacea", la motivación ha sido mostrar una aplicación práctica para modelar el riesgo con una herramienta más eficiente como es el *condicional value at risk*, además de llevar a la practica un modelo de optimización que puede ser fácilmente empleado por los administradores del riesgo.

Por otro lado alentamos a la autoridad Normativa a que pueda revisar la composición de los límites de inversión y verificar si realmente cumplen eficientemente los objetivos para la cual fueron creados, ya que la pérdida de eficiencia en las inversiones producto de estos límites de inversiones, nos impulsa a cuestionar si requieren una actualización en sus porcentajes.

Respecto a los vértices de riesgo, creemos que debe haber una redefinición de los vértices en UF y en Dólares, ya que estos por si solos no explican mucho más que decirnos el monto expuesto en una determinada moneda, pero no nos dicen mucho en cuanto a los distintos instrumentos en que se invierte. Por lo que sería más recomendable definir todos los vértices de riesgo en una sola moneda, así como se ha efectuado en este seminario, de manera de poder evaluar la inversión en un vértice de riesgo capturada por una moneda común.

# ANEXOS

## ANEXO 1

La siguiente tabla muestra los instrumentos financieros representativos de los vértices de riesgo definidos en la Norma de Carácter General Nº 148.

| Vértice de Riesgo | Activo que Representa | Madurez (en años) | Índice | Moneda |
|---|---|---|---|---|
| PRC1 | PRC y otros papeles estatales | 1-4 | PRC 4 años | UF |
| | Bonos empresa pública y privada, y bancarios. | 1-4 | | |
| | Bonos reconocimiento y otros bonos cero cupón | 1-2,5 | | |
| | Leasing | 1-4 | | |
| | BCP y BCU | 1-3 | | |
| | Otros IRF | 1-4 | | |
| PRC2 | PRC y otros papeles estatales | 4-8 | PRC 8 años | UF |
| | Bonos empresa pública y privada, y bancarios. | 4-8 | | |
| | Bonos reconocimiento y otros bonos cero cupón | 2,5-4 | | |
| | Leasing | 4-8 | | |
| | BCP y BCU | 3-5 | | |
| | Otros IRF | 4-8 | | |
| PRC3 | PRC y otros papeles estatales | 8-12 | PRC 12 años (interpolado) | UF |
| | Bonos empresa pública y privada, y bancarios. | 8-12 | | |
| | Bonos reconocimiento y otros bonos cero cupón | 4-5,5 | | |
| | Leasing | 8-12 | | |
| | BCU | 3-7 | | |
| | Otros IRF | 8-12 | | |
| PRC4 | PRC y otros papeles estatales | 12-16 | PRC 16 años (interpolado) | UF |
| | Bonos empresa pública y privada, y bancarios. | 12-16 | | |
| | Bonos reconocimiento y otros bonos cero cupón | 5,5-7 | | |
| | Leasing | 12-16 | | |
| | BCU | 7-9 | | |
| | Otros IRF | 12-16 | | |
| PRC5 | PRC y otros papeles estatales | 16+ | PRC 20 años | UF |
| | Bonos empresa pública y privada, y bancarios. | 16+ | | |
| | Bonos reconocimiento y otros bonos cero cupón | 7+ | | |
| | Leasing | 16+ | | |
| | BCU | 9+ | | |
| | Otros IRF | 16+ | | |
| PRD1 | PRD, BCD2 y BCD5 | 1-5 | Lehman Government 1-3 index | US$ |
| HIPOT1 | Letras Hipotecarias, Mutuos Hipotecarios. | 1-5 | Letras de crédito | UF |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | hipotecario 1-5 años | |
| HIPOT2 | Letras Hipotecarias, Mutuos Hipotecarios. | 5-10 | Letras de crédito hipotecario 6-10 años | UF |
| HIPOT3 | Letras Hipotecarias, Mutuos Hipotecarios. | 10+ | Letras de crédito hipotecario10 años | UF |
| Bonos USA1 | Bonos de emisores norteamericanos denominados en cualquier moneda. | 1-10 | Lehman Intermediate Government Bond Index | US$ |
| Bonos USA2 | Bonos de emisores norteamericanos denominados en cualquier moneda. | 10+ | Lehman Long Government Bond Index | US$ |
| Bonos No USA países desarrollados | Bonos de emisores extranjeros de países desarrollados, de monedas distintas al US$ | Todas | Solomon BROS World Government Bond Index | US$ |
| Bonos países emergentes | Bonos de emisores extranjeros de países emergentes denominados en monedas distintas al US$ | Todas | Lehman Emerging Debt Index | US$ |
| Acciones Nacionales | Acciones de emisores nacionales transadas en Chile | Todas | IPSA | $ |
| Acciones extranjeras USA | Acciones de emisores norteamericanos emitidas en USA | Todas | S&P500 | US$ |
| Acciones Extranjeras Desarrollados | Acciones de extranjeros emitidas en cualquier moneda, en países que se encuentren dentro del índice MSCI | Clasificación de riesgo sobre BBB | MSCI EAFE Gross Dividends Reinvested | US$ |
| Acciones Extranjeras Emergentes | Acciones de extranjeros emitidas en cualquier moneda, en países que **no** se encuentren dentro del índice MSCI | Clasificación de riesgo sobre BBB | MSCI Emerging Markets Free | US$ |

Cabe destacar que existen algunas diferencias entre los vértices empleados en esta aplicación y los que estipula la norma de la SVS. La principal de estas es que todos los índices empleados en este trabajo fueron traducidos a pesos, utilizando los valores de cierre del tipo de cambio dólar y de la UF correspondientes al mismo día de valoración de los índices empleados.

El objetivo de traducir todos los índices en pesos es poder obtener una medida de riesgo homogénea, de la cual podamos identificar cuales tipos de instrumentos específicos son los que tienen una mayor o menor exposición de riesgo en pesos. Conforme a esto se eliminaron los vértices UF y tipo de cambio dólar, ya que estos por si sólo no nos entregan mayor información que la exposición general en esas monedas.

De esta manera con el objeto de obtener rentabilidades en pesos, los índices denominados en UF fueron traducidos a pesos de la siguiente manera:

$$\text{Indice en Pesos}_t\ (\$) = \text{Indice en UF}_t * \text{valor UF}_t\ (\frac{\$}{UF})$$

$$\text{Rentabilidad en Pesos}_t = \frac{\text{Indice en Pesos}_t\,(\$)}{\text{Indice en Pesos}_{t-1}\,(\$)} - 1$$

Además los índices denominados en dólar fueron traducidos a pesos de la siguiente manera:

$$\text{Indice en Pesos}_t\ (\$) = \text{Indice en Dólar}_t\,(\text{USD}) * \text{valor del Dólar}_t\ (\frac{\$}{\text{USD}})$$

$$\text{Rentabilidad en Pesos}_t = \frac{\text{Indice en Pesos}_t\,(\$)}{\text{Indice en Pesos}_{t-1}\,(\$)} - 1$$

# ANEXO 2

La siguiente tabla muestra un desglose general respecto a las inversiones que mantienen las compañías de seguros en forma agregada.

| Instrumentos | Cifras es millones de US$ |
|---|---|
| Títulos de deuda emitidos y garantizados por el Estado y Banco Central | 2.389,8 |
| Títulos de deuda emitidos por el Sistema Bancario y Financiero | 3.840,5 |
| Títulos de deuda emitidos por Sociedades inscritas en la SVS | 3.072,4 |
| Mutuos Hipotecarios Endosables | 1.316,6 |
| **Total Renta Fija** | **10.619,2** |
| | |
| Acciones de Sociedades Anónimas abiertas | 307,2 |
| Acciones de Sociedades Anónimas cerradas | 20,3 |
| **Total Acciones** | **327,6** |
| Cuotas de Fondos de Inversión | 123,5 |
| Cuotas de Fondos Mutuos | 57,7 |
| **Total Cuotas de Fondos** | **181,1** |
| **Total Renta Variable** | **508,7** |
| | |
| Títulos emitidos o garantizados por Estados y Bancos Centrales Extranjeros | 77,2 |
| Títulos de Crédito emitidos por Entidades Bancarias Internacionales | 0 |
| Títulos de Crédito emitidos o garantizados por Entidades Bancarias Extranjeras | 0 |
| Bonos emitidos por Sociedades o Corporaciones Extranjeras | 50,3 |
| Acciones emitidas por Sociedades o Corporaciones Extranjeras | 6,4 |
| Cuotas de Fondos de Inversión y Fondos Mutuos Internacional | 101,5 |
| Cuotas de Fondos constituidos fuera del país | 27,4 |
| Otras inversiones en el Extranjero | 1,5 |
| **Total Inversión en el Extranjero** | **264,3** |
| | |
| **Avance a tenedores de pólizas** | **57,2** |
| **Caja Bancos** | **58,1** |
| **Otras Inversiones Financieras** | **71,8** |
| | |
| **Total Inversiones Financieras** | **11.579,3** |

En base a esta información se hace casi imposible asignar directamente los porcentajes de inversión a los respectivos vértices de riesgo debido a la falta de detalle en cada uno de los ítems, además no existe un desglose respecto al porcentaje del portafolio el cual es utilizado como calce de pasivos. Por lo que se hace necesario la utilización de supuestos para asignar las distintas ponderaciones dentro de los instrumentos de renta fija y renta variable.

Por lo tanto conforme a otros estudios realizados sobre el tema en [7], se asumirá que un 5% de la Renta Fija local estará afecta al cálculo del *CVaR*.

# ANEXO 3

A continuación se detallan las estadísticas básicas referentes a los índices financieros que representa a cada vértice de riesgo. Las series de datos empleada comienzan en junio de 1997 y terminan en marzo del 2003. Estos datos fueron obtenidos de los sitios Web de Bloomberg, Banco Central, Bolsa de Comercio de Santiago y Bolsa de Comercio Electrónica como lo indica la norma.

| Vértice de Riesgo | Retorno Medio |
|---|---|
| PRC1 | 0,0005242202 |
| PRC2 | 0,0005374176 |
| PRC3 | 0,0007233278 |
| PRC4 | 0,0007755109 |
| PRC5 | 0,0005712548 |
| PRD1 | 0,0006839592 |
| HIPOT1 | 0,0004739944 |
| HIPOT2 | 0,0005633842 |
| HIPOT3 | 0,0005538184 |
| Bonos USA1 | 0,0007195783 |
| Bonos USA2 | 0,0008405755 |
| Bonos No USA países desarrollados | 0,0006367256 |
| Bonos países emergentes | 0,0009953166 |
| Acciones Nacionales | -0,0000456725 |
| Acciones extranjeras USA | 0,0004875044 |
| Acciones Extranjeras Desarrollados | 0,0001954545 |
| Acciones Extranjeras Emergentes | -0,0000064368 |

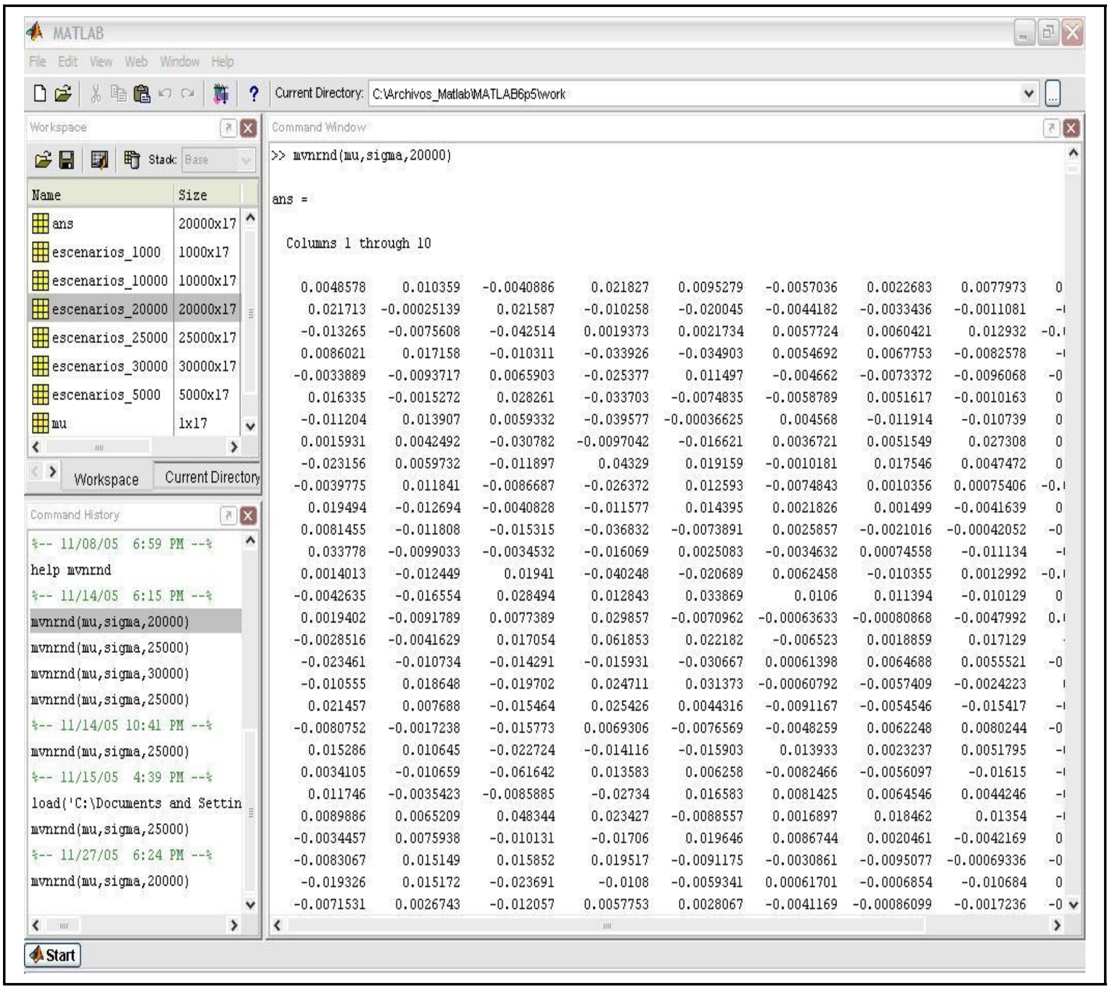
| | PRC1 | PRC2 | PRC3 | PRC4 | PRC5 | PRD1 | HIPOT1 | HIPOT2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **PRC1** | **0.000168** | 0.000015 | -0.000009 | 0.000029 | 0.000003 | 0.000005 | 0.000010 | 0.000003 |
| **PRC2** | 0.000015 | **0.000119** | 0.000005 | 0.000012 | 0.000015 | 0.000000 | 0.000002 | 0.000007 |
| **PRC3** | -0.000009 | 0.000005 | **0.000428** | 0.000071 | -0.000002 | -0.000001 | 0.000008 | 0.000000 |
| **PRC4** | 0.000029 | 0.000012 | 0.000071 | **0.000656** | 0.000069 | -0.000006 | 0.000007 | -0.000003 |
| **PRC5** | 0.000003 | 0.000015 | -0.000002 | 0.000069 | **0.000275** | -0.000002 | 0.000002 | -0.000003 |
| **PRD1** | 0.000005 | 0.000000 | -0.000001 | -0.000006 | -0.000002 | **0.000025** | 0.000000 | 0.000000 |
| **HIPOT1** | 0.000010 | 0.000002 | 0.000008 | 0.000007 | 0.000002 | 0.000000 | **0.000047** | 0.000012 |
| **HIPOT2** | 0.000003 | 0.000007 | 0.000000 | -0.000003 | -0.000003 | 0.000000 | 0.000012 | **0.000140** |
| **HIPOT3** | -0.000007 | 0.000016 | 0.000016 | 0.000001 | 0.000001 | 0.000000 | 0.000004 | 0.000036 |
| **Bono USA 1** | 0.000005 | 0.000000 | -0.000001 | -0.000006 | -0.000003 | 0.000026 | 0.000001 | 0.000000 |
| **Bono USA 2** | 0.000007 | 0.000003 | -0.000001 | -0.000007 | -0.000005 | 0.000030 | 0.000001 | 0.000000 |
| **Bonos no USA Países Desarrollados** | 0.000007 | -0.000001 | 0.000000 | -0.000002 | -0.000002 | 0.000027 | 0.000000 | 0.000000 |
| **Bonos Países Emergentes** | 0.000008 | 0.000002 | 0.000000 | -0.000003 | -0.000005 | 0.000009 | 0.000002 | 0.000002 |
| **Acciones Nacionales** | -0.000001 | 0.000002 | 0.000001 | -0.000007 | -0.000012 | -0.000012 | 0.000002 | -0.000001 |
| **Acciones USA** | 0.000006 | -0.000004 | -0.000005 | -0.000010 | -0.000004 | 0.000007 | 0.000000 | -0.000002 |
| **Acciones países Desarrollados** | -0.000004 | 0.000004 | -0.000002 | -0.000013 | -0.000007 | 0.000009 | -0.000001 | 0.000000 |
| **Acciones países Emergentes** | -0.000001 | -0.000001 | 0.000005 | -0.000008 | -0.000008 | 0.000004 | 0.000001 | 0.000001 |

| HIPOT3 |
|---|
| -0.000007 |
| 0.000016 |
| 0.000016 |
| 0.000001 |
| 0.000001 |
| 0.000000 |
| 0.000004 |
| 0.000036 |
| **0.000122** |
| 0.000000 |
| -0.000001 |
| -0.000001 |
| 0.000008 |
| 0.000000 |
| -0.000001 |
| 0.000002 |
| -0.000002 |

| Bono USA 1 | Bono USA 2 | Bonos no USA Países Desarrollados | Bonos Países Emergentes | Acciones Nacionales | Acciones USA | Acciones países Desarrollados | Acciones países Emergentes |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.000005 | 0.000007 | 0.000007 | 0.000008 | -0.000001 | 0.000006 | -0.000004 | -0.000001 |
| 0.000000 | 0.000003 | -0.000001 | 0.000002 | -0.000004 | -0.000004 | 0.000004 | -0.000001 |
| -0.000001 | -0.000001 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000001 | -0.000005 | -0.000002 | 0.000005 |
| -0.000006 | -0.000007 | -0.000002 | -0.000003 | -0.000007 | -0.000010 | -0.000013 | -0.000008 |
| -0.000003 | -0.000005 | -0.000002 | -0.000005 | -0.000012 | -0.000004 | -0.000007 | -0.000008 |
| 0.000026 | 0.000030 | 0.000027 | 0.000009 | -0.000012 | 0.000007 | 0.000009 | 0.000004 |
| 0.000001 | 0.000001 | 0.000000 | 0.000002 | 0.000002 | 0.000000 | -0.000001 | 0.000001 |
| 0.000000 | 0.000000 | 0.000000 | 0.000002 | -0.000001 | -0.000002 | 0.000000 | 0.000001 |
| 0.000000 | -0.000001 | -0.000001 | 0.000008 | 0.000000 | -0.000001 | 0.000002 | -0.000002 |
| **0.000028** | 0.000036 | 0.000029 | 0.000009 | -0.000013 | 0.000004 | 0.000007 | 0.000002 |
| 0.000036 | **0.000063** | 0.000035 | 0.000009 | -0.000018 | -0.000003 | 0.000000 | -0.000004 |
| 0.000029 | 0.000035 | **0.000043** | 0.000007 | -0.000017 | 0.000000 | 0.000013 | 0.000001 |
| 0.000009 | 0.000009 | 0.000007 | **0.000185** | 0.000071 | 0.000060 | 0.000036 | 0.000080 |
| -0.000013 | -0.000018 | -0.000017 | 0.000071 | **0.000151** | 0.000062 | 0.000040 | 0.000068 |
| 0.000004 | -0.000003 | 0.000000 | 0.000060 | 0.000062 | **0.000184** | 0.000063 | 0.000065 |
| 0.000007 | 0.000000 | 0.000013 | 0.000036 | 0.000040 | 0.000063 | **0.000126** | 0.000080 |
| 0.000002 | -0.000004 | 0.000001 | 0.000080 | 0.000068 | 0.000065 | 0.000080 | **0.000145** |

# ANEXO 4

En la siguiente imagen se muestra la interfaz correspondientes al software Matlab 6.5, en el momento preciso en que se generaros los datos necesarios para nuestro modelo de optimización estocástica.




# ANEXO 5

Las siguientes imágenes muestran la interfaz de cada uno de los tres archivos necesarios para la implementación el modelo en el servidor del Software Mosek. Además se puede apreciar la programación de nuestro modelo de optimización en lenguaje AMPL.

modelos_condicional_var - Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

```
#Modelo CVaR
#Parametros

param N >=0, integer;          # Número de Activos
param Q >=0, integer;          # Número de Simulaciones
param Betha >= 0, <= 1;        # Betha elegido
param R;                       # Retorno


#Conjunto posibles

set SIMULACIONES := 1..Q;
set ACTIVOS := 1..N;


#PARAMETROS DEL MODELO

param Y { (k,j) in {SIMULACIONES,ACTIVOS} };    # Datos simulados
param m { j in ACTIVOS };                        # Media retorno


#VARIABLES DE DECISION

var X { i in ACTIVOS} >= 0, <= 1; # Portafolio Óptimo
var alpha; # Alpha
var U {k in SIMULACIONES} >= 0; # Variable Auxiliar


#FUNCION OBJETIVO DEL MODELO

minimize w:   alpha + (1/(Q*(1-Betha)))*(sum{ k in SIMULACIONES} U[k]);


#Restricciones

subject to restriccion1 :  (sum{i in ACTIVOS} (X[i])) == 1;
subject to restriccion2 {k in SIMULACIONES}: (sum{i in ACTIVOS} X[i]*Y[k,i]) + alpha + U[k] >= 0;

subject to restriccion3 : X[7] + X[8] + X[9] <= 0.3;
subject to restriccion4 : X[14] <= 0.4;
subject to restriccion5 : X[6] + X[10] + X[11] + X[12] + X[13] + X[15] + X[16] + X[17] <= 0.2;
subject to restriccion6 : X[15] + X[16] + X[17] <= 0.1;

subject to restriccion7 : -1*(sum{i in ACTIVOS} X[i]*m[i]) <= -R;
```

20000 datos modelo - Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

```
param N := 17; # Número de Activos
param Q := 20000; # Número de Simulaciones
param Betha := 0.95; # Betha
param R:= 0.00077;  # Retorno

#Media
param m :=
1       0.000524
2       0.000537
3       0.000723
4       0.000776
5       0.000571
6       0.000684
7       0.000474
8       0.000563
9       0.000554
10      0.000720
11      0.000841
12      0.000637
13      0.000995
14      -0.000046
15      0.000488
16      0.000195
17      -0.000006;


#datos simulados
param Y :     1             2             3             4             5             6             7             8             9
1             -0.0050827    -0.013367     0.0056017     0.022636      -0.0092312    0.0018667     -0.0028069    -0.028404     -0.01043
2             -0.021064     -0.0037392    0.032912      0.00024848    0.0037391     0.0059339     0.0023066     -0.01244      0.008003
3             0.0021485     -0.0015601    -0.016731     0.019948      -0.011024     -0.0021249    0.0064283     0.01519       0.016446
4             0.0042527     0.0017478     0.015389      0.017769      0.0088788     0.0040891     -0.0025907    -0.00358      -0.01446
5             -0.014336     -0.0019788    -0.0020149    0.0054274     0.016037      -0.0060637    -0.0048014    0.0028832     0.026136
6             0.01596       0.00069933    -0.014817     0.0073605     -0.032378     -0.0072742    0.0036481     0.0012624     0.000418
7             0.015937      0.011642      -0.011552     0.024681      -0.0084907    0.0064845     -0.00034491   -0.01267      -0.00489
8             0.36217       0.0087721     -0.014176     -0.0038224    0.015295      -0.0051982    0.0060633     -0.0011296    0.004392
9             0.0047662     0.0027048     -0.0068406    -0.037697     -0.0053068    0.00030567    -0.0020954    -0.015482     -0.01068
10            0.0027876     -0.0014402    -0.009416     0.00030072    -0.0035309    -0.0025023    0.0088683     -0.00848      -0.00641
11            -0.001896     -0.00819      -0.057535     0.045985      -0.023984     -0.0037125    0.0090928     0.006122      0.016179
12            0.0099313     0.010357      -0.023624     -0.0049246    -0.015861     0.0023937     -0.0017861    0.020836      0.01383
13            -0.0071015    -0.0029557    0.02693       0.016807      -0.0066982    -0.0033016    0.010256      0.0080834     0.009815
14            0.028821      -0.013274     -0.023781     -0.0076747    0.015326      -0.00057379   0.0074917     0.013439      0.013753
15            -0.0012439    0.011558      -0.010641     0.01863       0.011345      0.0033714     -0.0054972    0.018094      0.01584
16            0.0020007     0.0028532     0.0057733     0.016119      0.013717      -0.0020541    0.0026429     0.0018058     0.008173
17            0.014351      -0.01167      0.016408      0.010739      -0.014712     -0.0012454    -0.00077445   0.0083215     -0.00099
18            0.0012924     -0.0051001    -0.017847     -0.0092454    0.01008       0.0003865     -0.0037226    0.0088882     -0.01622
19            -0.00071575   0.0072756     -0.021894     -0.020339     -0.0034676    -0.0019094    0.014718      0.0080699     -0.00500
20            -0.010264     -0.039441     -0.041884     -0.055967     -0.019563     0.0027694     0.00076598    0.0097004     -0.00522
21            0.00434       -0.018955     -0.01412      0.026868      -0.00092055   0.0042084     0.012174      -0.00097192   0.008752
22            -0.016795     -0.007647     0.024936      -0.0047497    0.0041788     0.0045464     0.0081233     0.011126      0.020394
23            0.0097827     -0.006695     -0.025081     0.00083462    0.0071841     -0.0058781    0.0020704     0.0016273     -0.02331
```

comandos_var - Bloc de notas

Archivo Edición Formato Ver Ayuda

```
solve;
display X;
display alpha;
```

# BIBLIOGRAFÍA.

**- Paper, Documentos de trabajo y Publicaciones:**


[1] Artzner, P. "Application of Coherent Risk Measures to Capital Requirements in Insurance", North American Actuarial Journal, pág.11-25 (1999).

[2] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Health, D. "Coherent Measures of Risk", Mathematical Finance 9, pág.203-228 (1999).

[3] Rockafellar, R.T., Uryasev, S. "Optimization of Conditional Value-at-Risk", Journal of Risk 2, pág.24-41 (2000).

[4] Rockafellar, R.T., Uryasev, S. "Conditional Value-at-Risk for general loss distributions", Journal of Banking & Finance 26, pág.1443-1471 (2002).

[5] Romero, R., Laengle, S. "Implementación del Value at Risk Condicional (CVaR): El caso de las AFP en Chile, (2005).

[6] Uryasev, S. "Conditional Value at Risk: Optimization Algorithms and Applications", (2000).

[7] Uryasev, S., Krokhmal, P., Palmquist, J. "Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints", (2001).

[8] Uryasev, S., Andersson, F. “Credit Risk Optimization with Conditional Value-at-Risk Criterion”, (1999).

**- Leyes y Normas:**

[9] Superintendencia de Valores y Seguros. “Norma de Carácter General Nº 132”, (2002).

[10] Superintendencia de Valores y Seguros. “Norma de Carácter General Nº 148”, (2002).

[11] Superintendencia de Valores y Seguros. “Norma de Carácter General Nº 149”, (2002).

[12] Superintendencia de Valores y Seguros. “Norma de Carácter General Nº 155”, (2003).

[13] Superintendencia de Valores y Seguros. “Norma de Carácter General Nº 174”, (2004).

[14] Superintendencia de Valores y Seguros. “Circular Nº 1512”, (2001).

[15] Ley de Seguros. “Decreto con fuerza de Ley Nº 251”.

**- Tesis:**

[16] Santibáñez, Rodrigo. “Value at Risk en el Mercado Asegurador”, (2004). Tesis para optar al grado de Magíster en Finanzas.

[17] Álvarez, Kim y Relmucao. “VaR como herramienta de gestión de riesgo en compañías de seguros de vida”, (2004). Tesis para optar al título de Ingeniero en Información y Control de Gestión.