



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SISTEMA DE PRONÓSTICO PARA EL ESTADO-DE-SALUD  
DE ACUMULADORES DE ENERGÍA BASADO EN FILTRO DE  
PARTÍCULAS Y CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DE  
FENÓMENOS DE REGENERACIÓN

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN  
CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MENCIÓN ELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

BENJAMÍN EDMUNDO OLIVARES RUBIO

PROFESOR GUÍA:  
MARCOS ORCHARD CONCHA

PROFESOR CO-GUIA:  
JORGE SILVA SÁNCHEZ

MIEMBRO DE LA COMISION:  
JUAN YUZ EISSMANN

SANTIAGO DE CHILE  
SEPTIEMBRE 2012

El acelerado avance tecnológico experimentado por diversos dispositivos almacenadores de energía en los últimos años ha incrementado en forma exponencial el número de estudios relacionados con el logro de un mayor nivel de autonomía y una extensión significativa de la vida útil. Dicha situación se ve reflejada en la proliferación de esquemas de supervisión que procuran suministrar información certera y precisa a los sistemas de administración de baterías (BMS, por sus siglas en inglés). Es en este contexto que el presente trabajo de Tesis establece las bases para el diseño e implementación de un sistema de estimación y pronóstico basado en filtros de partículas para el análisis del estado-de-salud (SOH, por sus siglas en inglés) y estimación de la vida útil remanente (RUL, por sus siglas en inglés) de dispositivos de almacenamiento de energía, y más particularmente baterías de Ion-Litio.

El esquema propuesto considera dos etapas en su implementación. La primera de dichas etapas se centra en la estimación del SOH y la adecuada detección de fenómenos de auto-recarga en baterías, mediante un módulo de detección que está constituido por un test de hipótesis (con una tasa de falsas alarmas de 1%). Para ello, se hace uso de métodos de estimación Bayesiana sub-óptimos (específicamente filtros de partículas) debido a su demostrada capacidad para incorporar información en modelos dinámicos no-lineales, con problemas de observabilidad, y fuentes de incertidumbre no-Gaussiana. En efecto, a diferencia de otros esquemas utilizados en el estado del arte, los filtros de partículas han demostrado ser capaces de detectar los fenómenos de auto-recarga presente en acumuladores de Ion-Litio y aislar eficazmente las alteraciones que estos fenómenos producen en la tendencia de degradación; mejorando por ende la precisión y exactitud de los algoritmos de predicción de RUL. La segunda etapa está abocada directamente a la caracterización de la incertidumbre en el pronóstico de la vida útil del acumulador a través del algoritmo de regularización, basado en las distribuciones de Epanechnikov y en un filtro de partículas. Sumado a esto, además se muestra un modelo (“modelo #3”) el cual logra, mediante el uso de cadenas de Markov, la caracterización futura de los fenómenos de auto-recarga.

Con el propósito de establecer el valor óptimo en los parámetros de diseño del algoritmo de estimación y pronóstico se considera un caso de degradación simplificado e hipotético, donde existe una solución óptima (en el sentido de mínimo error cuadrático); la cual es analizada y comparada con la solución obtenida por el método propuesto. Como resultado, se definen los valores más apropiados para el número de partículas y realizaciones del filtro a utilizar en una implementación más general, así como la cantidad de realizaciones de la cadena de Markov que minimiza el sesgo del estimador del RUL.

La validación del esquema propuesto se efectúa (mediante medidas de desempeño *ad-hoc*) con datos experimentales de pruebas de degradación acelerada en baterías de Ion-Li obtenidos del centro de pronóstico Nasa Ames Prognostic Center of Excellence. Los resultados reportados en este documento, muestran que la implementación del sistema de estimación y pronóstico del estado-de-salud en acumuladores de energía permite (i) un filtrado altamente exacto y preciso del proceso de degradación, debido a la detección en línea de los fenómenos de regeneración; y (ii) presenta claras mejoras en el pronóstico del fin de la vida útil del acumulador -en términos de exactitud y precisión- debido a tener mejores condiciones iniciales al momento de predecir y a la caracterización futura de los fenómenos de auto-recarga.

The accelerated technological progress experienced in recent years by diverse energy storage devices (ESDs) has contributed to the exponential increase in the number of studies that focus on the achievement of higher levels of autonomy and a significant extension of the useful life. This situation is reflected in the proliferation of monitoring schemes that aim at providing accurate and precise information to battery management systems (BMS). It is in this context that this thesis work establishes the foundations for the design and implementation of a particle-filtering-based estimation and prognosis system for the analysis of the state-of-health (SOH) and estimation of the remaining useful life (RUL) in energy storage devices, particularly lithium-ion batteries.

The proposed framework considers two phases for its implementation. The first of these phases is focused on the SOH estimation and adequate detection of self-recharge phenomena in batteries, through a detection module that performs a hypothesis test (1% false alarm rate). For this purpose, Bayesian suboptimal estimation methods (specifically particle filters) are used, given its demonstrated ability to incorporate information in nonlinear dynamic models with observability problems, and non-Gaussian uncertainty sources. Indeed, and differently to other schemes presented in the state-of-the-art, particle filters (PF) have proved capable of detecting self-charge phenomena in lithium-ion batteries, effectively isolating the changes that these phenomena generate in the degradation trend; thus improving the precision and accuracy of RUL prognostic algorithms. The second phase is bound directly to the characterization of uncertainty sources in battery useful life prognosis through a regularization algorithm, based on Epanechnikov kernels and particle filters. In addition, a model is proposed ("model # 3") to achieve, through the use of Markov chains, the characterization of future self-recharge phenomena.

In order to determine the optimal value for the design parameters for the estimation and prognosis algorithm an hypothetical and simplified degradation model is considered, where the optimal solution (in the mean-square error sense) can be found analytically with the purpose of comparing and analyzing the performance of the proposed approach in a controlled scenario. As a result, the most appropriate values for the number of particles in the filter and realizations of the Markov chain are defined, ensuring an appropriate implementation and the minimization of the RUL estimator bias in a more general case.

The proposed scheme is validated through experimental data from an accelerated degradation test performed on Li-ion batteries at the NASA Ames Prognostic Center of Excellence, and using a set of *ad-hoc* performance measures to quantify the precision and accuracy of the RUL estimates. Obtained results show that the implementation of the ESDs state-of-health estimation and prognostic system allows: (i) highly accurate and precise filtering of degradation process, due to the online detection of regeneration phenomena, and (ii) clear improvements on battery end-of-life prognosis –both in terms of accuracy and precision of the estimate– due to having better initial conditions for long-term predictions and the statistical characterization of future self-recharge phenomena.

# Índice General

RESUMEN.....	I
ABSTRACT.....	II
ÍNDICE GENERAL.....	III
ÍNDICE DE TABLAS.....	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VI
LISTA DE ACRÓNIMOS.....	1
CAPÍTULO I	
INTRODUCCIÓN.....	2
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	2
1.2 OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICOS .....	3
1.3 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS.....	4
CAPÍTULO II	
FUNDAMENTOS GENERALES.....	4
2.1 ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DEL ESTADO-DE-SALUD EN DISPOSITIVOS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA .....	4
2.2 INFERENCIA BAYESIANA E INTEGRACIÓN DE MONTE CARLO .....	7
2.2.1 INFERENCIA BAYESIANA .....	8
2.2.2 FILTRO DE KALMAN .....	11
2.2.3 MÉTODOS SECUENCIALES DE MONTE CARLO: FILTROS DE PARTÍCULAS.....	13
2.2.3.1 MUESTREO DE IMPORTANCIA (IS) .....	14
2.2.3.2 MUESTREO Y REMUESTREO SECUENCIAL DE IMPORTANCIA .....	16
2.2.3.3 ESQUEMA DE PRONÓSTICO BASADO EN FILTRO DE PARTÍCULAS PARA SISTEMAS DINÁMICOS NO-LINEALES .....	19
A. <i>Generación de Predicciones a Largo Plazo: Primera Aproximación</i> .....	20
B. <i>Generación de Predicciones a Largo Plazo: Segunda Aproximación</i> .....	21
2.3 MODELACIÓN DE EVENTOS ALEATORIOS MEDIANTE EL USO DE CADENAS DE MARKOV ...	23
CAPÍTULO III	
MODELACIÓN DEL FENÓMENO DE AUTO-RECARGA EN MÓDULO DE PRONÓSTICO DEL SOH EN ESDS.....	25
3.1 MÓDULO DE PRONÓSTICO DEL SOH BASADO EN LA LITERATURA: “MODELO #1” .....	25
3.2 MÓDULO DE DETECCIÓN DE LOS FENÓMENOS DE AUTO-RECARGA: “MODELO #2” .....	28
3.3 CARACTERIZACIÓN FUTURA DE LOS FENÓMENOS DE AUTO-RECARGA: “MODELO #3” ..	32
CAPÍTULO IV	
MÓDULO DE PRONÓSTICO DEL SOH BASADO EN FILTRO DE PARTÍCULAS PARA ESD CON CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DEL FENÓMENO DE REGENERACIÓN DEL SOH.....	35
4.1 MODELO SIMPLIFICADO DE DEGRADACIÓN Y SOLUCIÓN ANALÍTICA PARA EL PRONÓSTICO DEL SOH EN ESDS .....	35

4.2 MÓDULO DE PRONÓSTICO BASADO EN FILTRO DE PARTÍCULAS PARA EL SOH EN ESDs:	
PROBLEMAS DE IMPLEMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DESEMPEÑO.....	42
(i) <i>Número de Partículas</i> .....	42
(ii) <i>Cantidad de Realizaciones del Filtro</i> .....	43
(iii) <i>Cantidad de Realizaciones de la Cadena de Markov</i> .....	44
CAPÍTULO V	
VALIDACIÓN DEL MÓDULO DE PRONÓSTICO BASADO EN FILTRO DE PARTÍCULAS DEL SOH EN PRUEBA EXPERIMENTAL DE DEGRADACIÓN.....	46
CAPÍTULO VI	
MEDIDAS DE DESEMPEÑO DE PRONÓSTICO Y EVALUACIÓN DE LAS APROXIMACIONES PROPUESTAS PARA EL MONITOREO DE LA DEGRADACIÓN DEL SOH.....	51
6.1 MEDIDA DE EXACTITUD DE PRONÓSTICO .....	52
6.2 DESVIACIÓN ESTÁNDAR MÓVIL (DSTD) .....	54
6.3 MEDIDA DE EXACTITUD DE PRONÓSTICO (PENALIZADA) .....	56
6.4 MEDIDA DE DESEMPEÑO $\alpha$ -CRÍTICO .....	57
CAPÍTULO VII	
CONCLUSIONES.....	60
REFERENCIAS.....	62

# Índice de tablas

Tabla 4.1: Efecto del número de partículas en el valor del $JITP_{\alpha\%}$ .....	43
Tabla 4.2: Efecto del número de realizaciones del filtro de partículas en el valor esperado del EOL.....	44
Tabla 4.3: Efecto del número de realizaciones de la cadena de Markov en el valor esperado del EOL.....	45
Tabla 6.1: Evaluación de la medida $Error_{\alpha_{crit}}$ para los modelos #1, #2 y #3 con los dos conjuntos de datos de validación.....	59

# Índice de figuras

Figura 3.1: Influencia de la eficiencia de Coulomb sobre la capacidad disponible en ciclos de carga/descarga [55].....	26
Figura 3.2: Ejemplo del conjunto de datos que muestran los resultados de una prueba experimental de degradación acelerada en baterías de Ion-Li (NASA Ames Prognostics Center of Excellence).....	27
Figura 3.3: Caracterización estadística de la cantidad adicionada al SOH producto del efecto del fenómeno de regeneración.....	29
Figura 3.4: Caracterización estadística del parámetro $\omega_{32}(k)$ asociado al factor de amortiguación del fenómeno de regeneración.....	29
Figura 3.5: Umbral de detección del fenómeno de regeneración basado en PF.....	30
Figura 3.6: Ilustración del desempeño del módulo de detección en línea de regeneraciones basado en PF y los valores que toma el sistema de entrada externo $U(k)$ .....	31
Figura 3.7: Umbral de identificación de ausencia del fenómeno de regeneración.....	33
Figura 3.8: Cadena de Markov de primer orden de dos estados usada para la caracterización futura de los fenómenos de regeneración.....	34
Figura 4.1: Datos generados por un modelo simplificado de degradación del SOH.....	37
Figura 4.2: Árbol binario representando la probabilidad de los sucesos de auto-recarga en los ESDs.....	38
Figura 4.3: Función de densidad de probabilidad del EOL (modelo de degradación simplificado).....	40
Figura 4.4: <i>Just-in-Time Point</i> (JITP) del 5% de una distribución de probabilidad de falla.....	41
Figura 4.5: Comparación de la desviación estándar del valor esperado del $JITP_{\alpha\%}$ .....	43
Figura 4.6: Desempeño del valor esperado del EOL en términos de la desviación estándar en función del número de realizaciones del algoritmo de pronóstico del SOH basado en filtro de partículas.....	44
Figura 4.7: Desempeño del valor esperado del EOL en términos de la desviación estándar en función del número de realizaciones de la cadena de Markov emulando el comportamiento de los fenómenos de auto-recarga.....	45

Figura 5.1: Predicción del EOL basado en el “modelo #1” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua).....	47
Figura 5.2: Predicción del EOL basado en el “modelo #1” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua).....	48
Figura 5.3: Predicción del EOL basado en el “modelo #2” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua).....	49
Figura 5.4: Predicción del EOL basado en el “modelo #2” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua).....	49
Figura 5.5: Predicción del EOL basado en el “modelo #3” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción de los fenómenos de regeneración basado en PF (línea gruesa discontinua).....	50
Figura 5.6: Predicción del EOL basado en el “modelo #3” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción de los fenómenos de regeneración basado en PF (línea gruesa discontinua).....	50
Figura 6.1: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud propuesta en: <i>a)</i> “modelo #1”, <i>b)</i> “modelo #2”, y <i>c)</i> “modelo #3” .....	53
Figura 6.2: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud propuesta en: <i>a)</i> “modelo #1”, <i>b)</i> “modelo #2”, y <i>c)</i> “modelo #3” .....	54
Figura 6.3: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño DSTD propuesta en: <i>a)</i> “modelo #1”, <i>b)</i> “modelo #2”, y <i>c)</i> “modelo #3” .....	55
Figura 6.4: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño DSTD propuesta en: <i>a)</i> “modelo #1”, <i>b)</i> “modelo #2”, y <i>c)</i> “modelo #3” .....	55
Figura 6.5: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud penalizada propuesta en: <i>a)</i> “modelo #1”, <i>b)</i> “modelo #2”, y <i>c)</i> “modelo #3” .....	56

Figura 6.6: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud penalizada propuesta en: *a)* “modelo #1”, *b)* “modelo #2”, y *c)* “modelo #3” .....57

Figura 6.7: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño  $\alpha$ -crítico propuesta en: *a)* “modelo #1”, *b)* “modelo #2”, y *c)* “modelo #3” .....58

Figura 6.8: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño  $\alpha$ -crítico propuesta en: *a)* “modelo #1”, *b)* “modelo #2”, y *c)* “modelo #3” .....59

# Lista de Acrónimos

BMS	Sistema de Administración de Baterías ( <i>Battery Management System</i> )
c.r.a	Con respecto a
DSTD	Desviación Estándar Móvil ( <i>Dynamical Standard Deviation</i> )
EKF	Filtro Extendido de Kalman ( <i>Extended Kalman Filter</i> )
EIS	Espectroscopía de Impedancia Electroquímica ( <i>Electrochemical impedance spectroscopy</i> )
EOL	Fin de Vida Útil ( <i>End-of-Life</i> )
ESD	Dispositivo Almacenador de Energía ( <i>Energy Storage Device</i> )
i.i.d	Independiente e Idénticamente Distribuido
KF	Filtro de Kalman ( <i>Kalman Filter</i> )
MCMC	<i>Markov Chain Monte Carlo</i>
PDF	Función de Densidad de Probabilidad ( <i>Probability Density Function</i> )
PF	Filtro de Partículas ( <i>Particle Filter</i> )
RUL	Vida Útil Remanente ( <i>Remaining Useful Life</i> )
SIR	Remuestreo Secuencial de Importancia ( <i>Sequential Importance Resampling</i> )
SIS	Muestreo Secuencial de Importancia ( <i>Sequential Importance Sampling</i> )
SMC	Métodos secuenciales de Monte Carlo ( <i>Sequential Monte Carlo methods</i> )
SOL	Estado-de-Vida ( <i>State-of-Life</i> )
STD	Desviación Estándar ( <i>Standard Deviation</i> )
UAVs	Vehículos Aéreos no Tripulados ( <i>Unmanned Aerial Vehicles</i> ),
UKF	Filtro Unscented de Kalman ( <i>Unscented Kalman Filter</i> )
VA	Variable Aleatoria

# Capítulo I

## Introducción

### 1.1 Descripción del Problema

Los dispositivos almacenadores de energía (ESDs, del inglés *Energy Storage Devices*), y en particular las baterías de Ion-Li, han jugado un rol significativo en el desarrollo de nuevos y más eficientes sistemas de comunicación, transporte y sistemas móviles. Ellos no sólo representan un medio para el manejo de energía (el cual tiene como objetivo asegurar la disponibilidad de recursos energéticos para demandas variantes en el tiempo, incluso cuando el sistema está aislado), sino también son una importante restricción práctica en términos del nivel de autonomía máxima que cualquiera de estos sistemas puede alcanzar.

En años recientes, la criticidad de este rol ha aumentado como resultado de un crecimiento exponencial de la industria de los teléfonos móviles, computadores personales, vehículos terrestres autónomos y vehículos aéreos no tripulados (UAVs, del inglés *Unmanned Aerial Vehicles*), vehículos híbridos y eléctricos, entre otros sistemas eléctricos. Independiente de la finalidad principal del desarrollo de estas tecnologías, es un hecho que los usuarios finales esperan obtener al menos tres características principales de los dispositivos de almacenamiento de energía: (i) los ESDs deben proporcionar un nivel razonable de autonomía para el sistema (estado-de-carga [1], SOC del inglés *State-of-Charge*), (ii) los ESDs deben requerir un breve período de tiempo para acumular la cantidad necesaria de energía para garantizar autonomía, y (iii) los ESDs deben permitir ser re-utilizados para un gran número de ciclos de operación (es decir, el usuario final espera que los ESDs tengan un ciclo de vida extendido).

El problema radica en el hecho que breves períodos de carga y perfiles de uso agresivos en general afectan al estado-de-salud (SOH, del inglés *State-of-Health*) [2], y por lo tanto la vida útil remanente (RUL, del inglés *Remaining Useful Life*) [3] de los acumuladores. Este hecho ha motivado investigaciones no sólo en nuevas configuraciones y perfiles de carga óptimos, sino también el desarrollo de nuevas combinaciones de elementos químicos que puedan asegurar ESDs recargables con una mayor cantidad de ciclos de vida; por ejemplo, baterías de Ion-Li [4].

Los enfoques tradicionales para la administración de la salud de las baterías se han concentrado principalmente en abordar el tema del SOC con atención limitada al SOH [1]. En muchos sistemas más simples, como en el caso de las baterías para teléfonos móviles o computadores personales, esto es suficiente para aproximar el RUL de la batería con precisión en una escala de meses de operación donde los reemplazos de los acumuladores son asequibles y fácil de obtener. En sistemas más complejos (como en el caso de los vehículos híbridos y eléctricos), sin embargo, es crítico determinar cuando el ESD se aproxima al fin de su vida útil (EOL, del inglés *End-of-Life*) con una precisión de unos pocos ciclos de operación. Esta tarea sólo puede llevarse a cabo a través de la implementación de algoritmos precisos de pronóstico [3] para determinar el número de ciclos remanentes de recarga, que permitan la incorporación de las

medidas en tiempo real del proceso y de las variables ambientales (por ejemplo, perfil del consumo de energía y temperatura).

Los algoritmos de pronósticos en línea – y más específicamente los basados en métodos secuenciales de Monte Carlo (SCM) (también conocido como Filtros de Partículas, PF) – son especialmente apropiados para solucionar el problema antes mencionado, dada su capacidad para combinar información disponible de mediciones de sistemas y modelos analíticos/empíricos [3], [5]. Algunos ESDs (por ejemplo, baterías de Ion-Li y plomo-ácido), sin embargo, sufren repentinos fenómenos de regeneración (o auto-recarga) [1], [5] que al no ser adecuadamente aislados y caracterizados, afectan directamente la precisión y exactitud de este tipo de algoritmos, producto que estos fenómenos alteran las condiciones iniciales en la etapa de predicción del SOH. Esto es un hecho de que sólo se ha mencionado brevemente y estudiado en el actual estado del arte [1], [5].

Cabe mencionar que a lo largo del desarrollo del documento la noción de exactitud se asocia a la “proximidad en la concordancia entre un resultado y el valor de referencia aceptado” [6]; lo que relaciona la exactitud con el sesgo (diferencia entre la estimación y el dato medido). Por otra parte, la noción de precisión es definida como “el grado de concordancia entre ensayos independientes obtenidos bajo unas condiciones estipuladas” [3], [7], la cual queda representada por la (co)varianza obtenida de los resultados del algoritmo.

## 1.2 Objetivo General y Específicos

Este trabajo tiene por objetivo general entregar una solución simultánea a los problemas mencionados del SOH y la estimación del RUL en ESDs, enfocados particularmente en la detección de los fenómenos de regeneración en baterías de Ion-Li a través de la implementación de un módulo de pronóstico y detección basado en filtro de partículas [3], [5]. Esta aproximación considera el uso de modelos de espacio-estado de naturaleza estocásticos para la caracterización del proceso de degradación de baterías; mayormente por su habilidad efectiva de combinar el conocimiento empírico y fenomenológico en la representación de fenómenos dinámicos no-lineales, así como su capacidad de permitir la implementación de algoritmos Bayesianos para la estimación de parámetros no observados del modelo en presencia de fuentes de incertidumbre no-Gaussianas (permitiendo, por ejemplo, la caracterización estadística de los fenómenos de auto-recarga dentro de la estructura del modelo del ciclo de vida del ESD).

Asimismo se consideran como objetivos específicos, los siguientes aspectos: (i) proporcionar un esquema que permita la estimación del SOH mientras que simultáneamente detecta y aísla el efecto de la auto-recarga en las condiciones iniciales de los modelos predictivos (lo que mejora el desempeño de los módulos de pronóstico); (ii) considerar la caracterización futura de los fenómenos de regeneración, mediante el uso de cadenas de Markov, cuantificando su efecto en las estimaciones del SOH y predicciones del RUL en el módulo de pronóstico basado en PF; (iii) presentar las directrices para definir el número de partículas y realizaciones en el uso del esquema de pronóstico basado en PF para caracterizar adecuadamente la función de densidad de probabilidad (PDF, del inglés *Probability Density Function*) del RUL en la base de los resultados analíticos para un modelo de degradación simplificado; y (iv) proponer una nueva

medida *ad-hoc* de evaluación de desempeño en el pronóstico del SOH que incorpore el concepto de “riesgo” dentro del análisis de los resultados de predicción, lo que permita comparar diferentes aproximaciones.

## 1.3 Organización de la Tesis

El documento está organizado como sigue. El Capítulo II presenta un marco teórico del problema de estimación y pronóstico de fallas basados en filtro de partículas del estado de salud (SOH) en ESDs. El Capítulo III se enfoca en los aspectos de modelación que son requeridos para incorporar el fenómeno de auto-recarga en el marco de pronóstico. El Capítulo IV muestra la implementación de una aproximación propuesta para un sistema hipotético y simplificado de degradación donde la solución óptima (en el sentido mínimo error cuadrático medio) puede ser encontrada analíticamente, con el propósito de comparar y analizar el desempeño de la aproximación propuesta en un escenario controlado. El Capítulo V muestra los resultados obtenidos del módulo de pronóstico propuesto para el SOH cuando es usado para estimar el RUL de baterías de Ion-li que exhibe fenómenos de auto-recarga en las pruebas de degradación acelerada. En el Capítulo VI se exhibe el análisis de los resultados obtenidos, basado en medidas *ad-hoc* de evaluación de desempeño, generando una retroalimentación constructiva respecto a las aproximaciones propuestas. Finalmente, en el Capítulo VII se presentan las principales conclusiones de esta investigación.

# Capítulo II

## Fundamentos Generales

### 2.1 Estimación y Predicción del Estado-de-Salud en Dispositivos de Almacenamiento de Energía

Una de las más importantes consultas asociadas al problema de monitoreo de los ESDs es determinar en qué tipo de proceso de degradación se está trabajando, y cuantos ciclos más de operación pueden ser soportados por el acumulador de energía. Esos conceptos son generalmente encapsulados en los términos de estado-de-salud (SOH) y estado-de-vida (SOL, del inglés *State-of-Life*) [1]. Mientras el SOH es asociado predominantemente a temas de diagnóstico, el SOL es principal motivo de preocupación de algoritmos de pronóstico (puesto que implica predecir la evolución del SOH en el tiempo) [1]. Así, un buen algoritmo de pronóstico del SOH debiera permitir predecir la capacidad remanente para futuros ciclos de operación con adecuada exactitud (es decir, una medida entre el tiempo de falla real y el valor esperado del RUL) y precisión (es decir, una medida de la incertidumbre asociada a la predicción) [3], [5].

Los procesos de degradación en los acumuladores de energía son complejos y fuertemente influenciados por condiciones de temperatura y operación durante los ciclos de carga/descarga [8]-[10]. Mientras el SOH de los ESDs puede ser caracterizado por varios indicadores (como la resistencia/impedancia interna o conductancia, ciclo de vida, tasa de degradación de la capacidad del ESD, tasa de auto-descarga, y características de calidad de energía asociadas a los ciclos de carga/descarga [11]-[12]), la mayor parte de las soluciones comerciales disponibles son limitadas a monitorear voltaje en bornes, o aplicar técnicas como *Coulomb Counting* y mediciones de impedancia interna [1]-[2], [13]. Por un lado, *Coulomb Counting* [1] es un método que mide el flujo de carga desde/hacia el acumulador, estimando su capacidad a través de la integración de la corriente durante cada ciclo de carga/descarga. Esta aproximación, sin embargo, requiere absoluto conocimiento acerca el perfil de uso futuro para predecir la evolución del SOH en una manera exacta, sin mencionar que todas las mediciones deben ser calibradas respecto a un punto de referencia, lo que dificulta la aplicación de este método para distintos perfiles que impliquen cambios en los puntos de operación. Alternativamente, la medición de impedancia interna en los ESDs [1], [3] puede ser usada para caracterizar cambios en la resistencia interna del acumulador de energía como una función de la degradación del SOH; pero como la resistencia interna depende directamente de la temperatura, se hace muy complejo estimar confiablemente el SOH (y por lo tanto, la predicción de su evolución en el tiempo). Un buen ejemplo de este tipo de aproximaciones en el monitoreo es el análisis *electrochemical impedance spectroscopy* (EIS); EIS es un método no invasivo usado masivamente en pruebas de laboratorio para observar la capacidad de degradación de las baterías [14]-[15], que es de difícil implementación en aplicaciones comerciales porque esto implica instrumentación adicional y un conjunto de pruebas específicas [16]-[17].

En el área de estimación del SOH, investigaciones previas han explorado el uso de modelos electro-químicos en acumuladores de energía, ya sea la construcción de circuitos equivalentes, o el estudio de la relación entre la degradación de la batería y características muy específicas (estado-de-carga, profundidad de descarga, o edad del acumulador) [18]-[19]. El análisis de los procesos de degradación, sin embargo, también requieren de la incorporación de modelos predictivos para la implementación de un esquema capaz de filtrar (análisis del estado actual) y pronosticar (análisis del comportamiento futuro) el SOH. Estos modelos predictivos deben permitir la rápida adaptación de parámetros para minimizar el efecto de medidas inexactas y condiciones iniciales erróneas, así como incorporar cambios en las condiciones ambientales y de operación en predicciones a largo plazo [1], [5], [12]. En este sentido, [1] presenta la implementación de un modelo de regresión para el pronóstico del SOH, usando *relevance vector machine* (RVM) para generar una curva de predicción que incorpora información de medidas de EIS para un acumulador. RVM presenta una clara ventaja sobre otras técnicas de regresión ocupadas para el mismo propósito, como *support vector machine* (SVM) [18], [20], ya que RVM permite implementar un marco Bayesiano, y así proveer información estadística de la salida del algoritmo, el RUL del ESD. En esta misma dirección, [21] genera resultados de pronóstico del SOH ocupando los métodos de aprendizaje antes mencionado SVM y RVM, proponiendo una mejora en el proceso de estimación del SOH al hacer un procesamiento de los datos de descarga de voltaje en el acumulador, utilizando un método llamado *sample entropy* (SampEN) el cual evalúa computacionalmente la predictibilidad de una serie de datos en el tiempo, cuantificando la regularidad de la secuencia.

Considerando otros enfoques en la etapa de estimación del SOH, también se cuenta con métodos capaces de trabajar con modelos empíricos y/o sólo con información de los parámetros de la batería. En la actualidad, los métodos más utilizados en este enfoque son lógica difusa, redes neuronales, métodos de regresión, y EKF. Por ejemplo, en [22] se utiliza lógica difusa para generar modelos complejos y no-lineales a partir del análisis de los datos obtenidos de las técnicas de impedancia espectroscópica y/o *Coulomb Counting*, sin la necesidad de modelos matemáticos explícitos, estimando directamente el SOC y el SOH. Sin embargo, los resultados muestran poca adaptabilidad en la predicción de los parámetros de la batería cuando los datos disponibles son escasos y presentan una señal muy ruidosa [5], [23]. Por otra parte, las redes neuronales permiten modelar empíricamente la batería, por lo que es necesario tener datos de entrenamiento o prueba para generar modelos (en este caso) no-lineales y poder así ajustar sus parámetros. Luego, con el modelo generado es posible realizar tanto estimaciones como predicciones del SOH, sin embargo sus desventajas están relacionadas con el sobre-ajuste del modelo a los datos de entrenamiento y a otorgar óptimos locales como resultados [10], [18]. Existen además una cantidad de investigaciones que buscan generar estimaciones y predicciones del SOH a través de métodos distintos de regresión como [24]-[25], el cual combinan las mediciones de resistencia interna en función del SOH, [26] el cual ocupa el método de aprendizaje *distributed active learning* para realizar regresiones en los problemas de predicción de RUL, y [27] el cual modela el acumulador a través de un circuito equivalente y mediante un observador adaptativo estima los parámetros relevantes del modelo para la determinación del SOH. El problema de estos métodos, al igual que el método de redes neuronales, es la existencia de un sobre-ajuste a los datos disponibles, no considerando la representación de cambios futuros en el proceso que puede presentar el acumulador.

Debido a que los procesos de degradación en acumuladores son no-lineales y sujetos a incertidumbre es natural implementar una técnica de estimación sub-óptima Bayesiana como lo es el filtro extendido de Kalman (EKF) [28]-[29]. Este enfoque intenta aproximar la matriz de error de covarianza asociada a la estimación de estado, usando una versión linealizada de los sistemas dinámicos que representan la degradación del ESD. El problema surge cuando se trata de propagar esta estimación en el tiempo en  $m$ -pasos y consecuentemente los errores de aproximación son demasiado importantes para no ser considerados.

En este sentido, los métodos secuenciales de Monte Carlo (SMC) –también llamado Filtros de Partículas– han probado ser útiles cuando se trata de representar incertidumbre en los procesos de degradación [3], [5], [30]. En [31], por ejemplo, el concepto de estimación bayesiana se aplica para integrar el diagnóstico y pronóstico en el estado-de-salud del acumulador. El concepto utiliza RVM para identificar el modelo, mientras PF es usado para la adaptación de los parámetros del modelo, estimación de ruido, y caracterización de puntos de operación del ciclo de vida de los acumuladores in la forma de función de densidad de probabilidad (PDF, del inglés *Probability Density Function*). Un enfoque similar es encontrando en [31], donde *Bayesian Monte Carlo* es usado para actualizar los parámetros de un modelo empírico, y así representar la predicción del proceso de degradación vía PDF.

Las deficiencias de estos enfoques están relacionados con el hecho que los modelos puros empíricos no pueden combinar la información que es proporcionada por el conocimiento acerca del proceso fenomenológico y las mediciones de los datos en tiempo real, bajo los supuestos de fuentes de incertidumbre no-Gaussianas y considerando la existencia de fenómenos no-lineales.

Sin embargo, esos objetivos pueden ser alcanzados si se utilizan modelos de espacio-estado estocásticos no-lineales.

Los fenómenos de regeneración o auto-recarga en los ESDs han sido mencionados brevemente en la literatura [1], [5]. Específicamente en el caso de las baterías de Ion-Li, estos fenómenos han sido representados como una auto-recarga en los registros del acumulador, donde ciertas condiciones de operación facilitan un repentino (y temporal) incremento en la capacidad disponible en el ESD en el ciclo siguiente. Estas condiciones han sido modeladas como un proceso exponencial [1], [5], y aunque los autores en [1] reconocen el significativo efecto que este fenómeno tiene en la exactitud y precisión en los algoritmos de pronóstico basados en métodos Bayesianos, sólo [5] provee una solución basada en filtro de partículas sensible al riesgo que muestra algún grado de mejora. En este sentido, especialmente considerando la importante contribución de los algoritmos Bayesianos, y en particular el algoritmo de filtro de partículas, para la implementación de marcos de pronóstico, se considera necesario presentar un resumen de los principales aspectos asociados a la inferencia Bayesiana y a la formulación de módulos predictivos basados en métodos secuenciales de Monte Carlo, como sigue a continuación.

## 2.2 Inferencia Bayesiana e Integración de Monte Carlo

Distintas disciplinas científicas involucran el uso de un conjunto de observaciones para estimar cantidades desconocidas. En el caso particular de este trabajo de investigación, las observaciones corresponden a la tasa de degradación de la capacidad [Ahr] del ESD, y la variable que se pretende estimar es el estado-de-salud (SOH) del acumulador. Desde el punto de vista Bayesiano, el conocimiento disponible del sistema en estudio se puede utilizar para formular distribuciones *a priori* de la evolución de las cantidades desconocidas, y funciones de verosimilitud para relacionar éstas con las observaciones. En este contexto, la inferencia sobre las variables latentes del sistema se basa en la distribución *a posteriori* obtenida mediante el Teorema de Bayes. Adicionalmente, para realizar estimaciones en línea es necesario actualizar esta distribución *a posteriori* en forma secuencial cada vez que nuevas observaciones son recibidas.

Si las relaciones que definen los procesos de observación y transición de estado están dadas por un modelo de espacio-estado lineal y Gaussiano, es posible derivar una expresión analítica óptima para la evolución de las distribuciones *a posteriori*; esta expresión es el bien conocido filtro de Kalman [32]. Sin embargo, los procesos reales son en general bastante complejos como para ser descritos por este tipo de relaciones, puesto que generalmente involucran no-linealidades, ruidos multiplicativos, no Gaussianos, y alta dimensionalidad; en donde consecuentemente la sucesión de densidades *a posteriori* a estimar son integrales multidimensionales con argumentos no-lineales que no tienen forma explícita para el caso general. Este problema es conocido por distintos nombres dependiendo del área en que se presente, entre los que se encuentran filtrado Bayesiano, filtrado óptimo no-lineal, filtrado estocástico, e inferencia en línea [33]-[36].

Entre las técnicas utilizadas para resolver el problema del filtrado Bayesiano, una que ha captado la atención de la comunidad científica por su facilidad de implementación, y su amplio

campo de aplicación es el filtro de partículas. Estos métodos son capaces de aproximar una secuencia de medidas de probabilidad de dimensión creciente mediante un conjunto de muestras ponderadas del espacio de estado, las que evolucionan en base al conocimiento previo del sistema y a las observaciones obtenidas del proceso. PF ha mostrado ser una alternativa superior al filtro extendido de Kalman (EKF, del inglés *Extended Kalman Filter*) y al filtro *unscented* de Kalman (UKF, del inglés *Unscented Kalman Filter*) para sistemas no-lineales y no-Gaussianos, en el sentido de que con suficientes muestras, aproximan la estimación óptima del problema Bayesiano, de forma más exacta [3], [36]-[37]. Una ventaja de PF es que sus propiedades de convergencia no dependen de la naturaleza del modelo subyacente del esquema de estimación, pudiendo incorporar no-linealidades y procesos de innovación de diversas distribuciones. Las aplicaciones de PF están presentes en múltiples disciplinas, como seguimiento de trayectorias [37], detección de fallas [3], pronóstico de eventos catastróficos [38], econometría [39], y en particular, en el desarrollo de este documento en la determinación de la vida útil de los ESDs.

En lo que sigue de este capítulo se presenta el problema de estimación de estado desde el punto de vista Bayesiano y su solución óptima, para luego presentar una estructura basada en PF que aproxima dicha solución. Los fundamentos teóricos entregados en esta etapa, permiten la implementación de un algoritmo de filtrado que tiene como finalidad entregar las condiciones iniciales al módulo de pronóstico del SOH.

## 2.2.1 Inferencia Bayesiana

El filtrado Bayesiano está definido como el proceso de usar observaciones ruidosas para estimar la densidad de probabilidad *a posteriori* del estado de un sistema dinámico no-lineal y no necesariamente Gaussiano [36], [40]. Además, dependiendo del conjunto de observaciones que se utilicen para la estimación, surgen también los conceptos de predicción y suavizado [41]. En vista de que la gran mayoría de los sistemas de interés considera observaciones secuenciales, en lo que sigue de este trabajo se pondrá énfasis en los sistemas de tiempo discreto.

El enfoque Bayesiano asume que la evolución de los estados del sistema en el tiempo puede ser descrita por un por un proceso de Markov, es decir:

$$x_0 \sim p_{x_0}(x) \quad (2.1)$$

$$x_{k+1} | x_k \sim p_{x_{k+1}|x_k}(x | x_k) \quad (2.2)$$

$$y_k | x_k \sim p_{y_k|x_k}(y | x_k) \quad (2.3)$$

donde al instante  $k$ ,  $x_k \in X$  es el estado del sistema, e  $y_k \in Y$  es el proceso observado.

Un caso particular de esta estructura son los sistemas factibles de ser representados a través de un conjunto de ecuaciones de diferencia no-lineales de evolución de estado y observación, respectivamente:

$$x_{k+1} = f_k(x_k, \omega_k) \quad (2.4)$$

$$y_k = h_k(x_k, v_k), \quad (2.5)$$

donde

$$f_k(\cdot) : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_w} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$$

$$h_k(\cdot) : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_v} \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$$

son funciones no-lineales,  $\{\omega_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  y  $\{v_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  son secuencias de variables aleatorias (VA) independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d), llamadas ruido de proceso y ruido de observación respectivamente,  $n_x, n_y, n_w,$  y  $n_v$  son respectivamente las dimensiones de  $x_k, y_k, \omega_k,$  y  $v_k$ .

Además de la distribución *a posteriori*  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ , es de interés estimar recursivamente cantidades relacionadas a ésta, tales como la densidad de filtrado  $p(x_k | y_{1:k})$ , la densidad de predicción  $p(x_\tau | y_{1:k}), \tau > k$ , y las esperanzas:

$$I(\phi) \triangleq E_{p(x_{0:k} | y_{1:k})}[\phi(x_{0:k})] = \int_{\mathcal{X}^{(k+1)}} \phi(x_{0:k}) p(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}, \quad (2.6)$$

para alguna función de interés  $\phi : \mathcal{X}^{(k+1)} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\phi}$ , integrable c.r.a  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ . Estas esperanzas permiten representar –al menos– todos los momentos del proceso  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  mediante el uso de determinadas funciones  $\phi(\cdot)$ .

Con el fin de resolver el problema de estimación de estas cantidades, considérese que la ecuación de transición de estado (2.2) define la densidad *a priori* del proceso  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ , mientras que la ecuación de observación (2.3) define la función de verosimilitud, esto es:

$$p(x_{1:k}) = p(x_1) \prod_{j=1}^k p(x_j | x_{j-1}), \quad (2.7)$$

y

$$p(y_{1:k} | x_{1:k}) = \prod_{j=1}^k p(y_j | x_j). \quad (2.8)$$

En el contexto Bayesiano, la inferencia  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  dado un conjunto de observaciones  $\{y_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ , se puede expresar mediante la distribución *a posteriori*

$$p(x_{1:k} | y_{1:k}) = \frac{p(y_{1:k} | x_{1:k})p(x_{1:k})}{p(y_{1:k})}, \quad (2.9)$$

donde:

$$p(y_{1:k}) = \int_{\mathcal{X}^k} p(x_{1:k}, y_{1:k}) dx_{1:k}. \quad (2.10)$$

En aplicaciones que consideran la disponibilidad de observaciones en forma secuencial, es de interés contar con una relación recursiva para la densidad *a posteriori* (2.9), esta relación puede ser obtenida mediante el Teorema de Bayes de la forma:

$$\begin{aligned} p(x_{1:k} | y_{1:k}) &= p(y_{1:k} | x_{1:k}) \frac{p(x_{1:k})}{p(y_{1:k})} \\ &= p(y_{1:k-1} | x_{1:k}) \frac{p(x_{1:k})p(y_k | x_k)}{p(y_{1:k-1})p(y_k | y_{1:k-1})} \\ &= p(x_{1:k} | y_{1:k-1}) \frac{p(y_k | x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1})} \\ &= p(x_{1:k-1} | y_{1:k-1}) \frac{p(x_k | x_{k-1})p(y_k | x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1})}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde:

$$p(y_k | y_{1:k-1}) = \int_{\mathcal{X}^2} p(y_k | x_k)p(x_k | x_{k-1})p(x_{k-1} | y_{1:k-1})dx_{k-1}. \quad (2.12)$$

Otro resultado importante es la forma recursiva para la densidad marginal  $p(x_k | y_{1:k})$ , pues en general interesa estimar el estado actual y no todo el camino recorrido por éste. Esta relación es derivada mediante dos etapas, predicción y actualización. La primera de éstas consiste en estimar  $p(x_{0:k} | y_{1:k-1})$  suponiendo  $p(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$  conocida, lo cual es posible considerando la densidad de transición de estado  $p(x_t | x_{t-1})$  dada por (2.4), y la relación de Chapman-Kolmogorov. De esta forma es posible expresar  $p(x_k | y_{1:k-1})$  como:

$$p(x_k | y_{1:k-1}) = \int_{\mathcal{X}} p(x_k | x_{k-1})p(x_{k-1} | y_{1:k-1})dx_{k-1}. \quad (2.13)$$

Notar que en (2.13) se asumió que  $p(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k-1}) = p(x_k | x_{k-1})$ , ya que (2.4) y las estadísticas de  $\{\omega_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  definen en forma única a  $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  como un proceso de Markov de primer orden.

Por otro lado, la etapa de actualización consiste en incorporar la información recibida para mejorar la estimación de  $x_k$  realizada en la etapa de predicción. En este sentido, evaluando la densidad de observación  $p(y|x_k)$  –obtenida de (2.4)– en la muestra  $y_k$ , y utilizando el Teorema de Bayes, se tiene:

$$\begin{aligned}
 p(x_k | y_{1:k}) &= p(y_{1:k} | x_k) \frac{p(x_k)}{p(y_{1:k})} \\
 &= p(y_k | x_k) p(y_{1:k-1} | x_k) \frac{p(x_k)}{p(y_k | y_{1:k-1}) p(y_{1:k-1})} \\
 &= p(y_k | x_k) \frac{p(x_k | y_{1:k-1})}{p(y_k | y_{1:k-1})}.
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Las relaciones (2.11) y (2.12) representan la base para la solución óptima de estimación Bayesiana. Sin embargo, debido a la complejidad de la constante de normalización  $p(y_k | y_{1:k-1})$ , las densidades  $p(y_{1:k} | x_{1:k})$  y  $p(x_{1:k})$ , e  $I(\phi)$ , la propagación recursiva de la densidad *a posteriori*, es en general sólo una solución conceptual y muchas veces no puede ser calculada en forma explícita. Soluciones analíticas como el filtro de Kalman existirán en casos restringidos, básicamente imponiendo Gaussianidad y linealidad, mientras que en los casos en que la solución óptima no es deducible, es posible implementar métodos aproximados como el filtro de Kalman extendido, el filtro *unscented* de Kalman, métodos basados en grilla, y los métodos secuencias de Monte Carlo. En lo que sigue de este capítulo se revisa el filtro de Kalman y la obtención de la solución óptima (en el sentido del mínimo error cuadrático medio); y los conceptos del filtro de partículas en la estimación de parámetros y su aplicabilidad en métodos de pronóstico.

## 2.2.2 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman (KF) es un enfoque recursivo para estimar el estado de un sistema utilizando observaciones en línea y un modelo dinámico del sistema. Para sistemas lineales y Gaussianos, el filtro de Kalman es óptimo; i.e., ningún otro filtro entrega mejores estimaciones en el sentido del mínimo error cuadrático medio [32].

KF asume que la densidad *a posteriori* del estado es Gaussiana en todo instante. Suponiendo que  $p(x_{k-1} | y_{1:k-1})$  es Gaussiana, es posible probar que  $p(x_k | y_{1:k})$  también lo es si el sistema en (2.4) cumple con [36]-[37]:

- $\omega_{k-1}$  y  $v_k$  son extraídos de una densidad Gaussiana de parámetros conocidos.
- $f_{k-1}(x_{k-1}, \omega_{k-1})$  es una función lineal conocida de  $x_{k-1}$  y de  $\omega_{k-1}$ .
- $h_k(y_k, v_k)$  es una función lineal conocida de  $y_k$  y de  $v_k$ .

Esto es, suponer que (2.4) se puede escribir de la forma:

$$\mathbf{x}_k = F_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{y}_k = H_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.16)$$

donde  $\forall k$ ,  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m$  e  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^n$  son respectivamente el estado y las mediciones del sistema,  $F_k \in \mathbb{R}^{m \times m}$  y  $H_k \in \mathbb{R}^{n \times m}$  son matrices variantes en el tiempo, y las perturbaciones  $\boldsymbol{\omega}_k \sim N(0, Q_k)$  y  $\mathbf{v}_k \sim N(0, R_k)$  son secuencias i.i.d.

En el contexto Bayesiano, el modelo (2.15)-(2.16) puede expresarse de la forma:

$$\mathbf{x}_k \sim N(F_{k-1}\mathbf{x}_{k-1}, Q_{k-1}) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{y}_k \sim N(H_k\mathbf{x}_k, R_k). \quad (2.18)$$

Utilizando las densidades en (2.17)-(2.18) y las relaciones (2.13)-(2.14), el algoritmo del KF puede ser visto de la siguiente forma:

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k-1}) = N(F_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1}, P_{k|k-1}) \quad (2.19)$$

$$p(\mathbf{x}_k | \mathbf{y}_{1:k}) = N(H_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k}, P_{k|k}), \quad (2.20)$$

donde las medias y covarianzas apropiadas son calculadas en forma recursiva como en (2.21) y (2.24) [42].

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = F_{k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} \quad (2.21)$$

$$P_{k|k-1} = Q_{k-1} + F_{k-1}P_{k-1|k-1}F_{k-1}^T \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + G_k(\mathbf{y}_k - H_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (2.23)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - G_k S_k G_k^T, \quad (2.24)$$

donde

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \quad (2.25)$$

es la covarianza de la innovación  $\mathbf{v}_k = \mathbf{y}_k - H_k\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ , y

$$G_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (2.26)$$

es la ganancia de Kalman.

El filtro de Kalman calcula recursivamente la media y covarianza de la distribución  $p(x_k | y_{1:k})$ , lo cual bajo los supuestos de Gaussianidad en las fuentes de incertidumbre es suficiente para conocer completamente esta distribución. Si los restrictivos supuestos anteriores se cumplen, el filtro de Kalman entrega la solución óptima para el problema de estimación de estado; sin embargo, en general la densidad *a posteriori* no es necesariamente Gaussiana por lo que sólo se obtiene una solución sub-óptima. En los casos en que los sistemas en estudio involucran no linealidades, una alternativa para resolver el problema de estimación de estado es el filtro extendido de Kalman (EKF) y filtro *unscented* de Kalman (UKF). A pesar de que EKF y UKF han mostrado un desempeño adecuado para sistemas no lineales, aún siguen considerando que los ruidos de evolución de estado y observación son aditivos y Gaussianos, por lo que en el contexto de estimación de estado en sistemas que involucran distribuciones asimétricas, se debe recurrir a técnicas alternativas, como filtro de partículas, que mostrado tener mejores resultados respecto a los métodos antes mencionado [3], [36].

## 2.2.3 Métodos Secuenciales de Monte Carlo: Filtros de Partículas

Métodos convencionales de Monte Carlo como *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) han sido extensamente usados para aproximar integrales y densidades de probabilidad. Sin embargo, su uso en el problema de inferencia Bayesiana no es directo, ya que éste involucra una secuencia de densidades de probabilidad variantes en el tiempo, mientras que MCMC asume que la densidad objetivo es invariante. Por esta razón, es necesario contar con una versión secuencial de los métodos de Monte Carlo que permita incorporar las observaciones para mejorar las estimaciones realizadas en forma recursiva.

Una herramienta que enfrenta este problema es filtro de partículas (PF), una técnica numérica para aproximar integrales multidimensionales c.r.a una secuencia de medidas de probabilidad [43]. Suponiendo que la secuencia de densidades que se desea aproximar es  $\{\pi_k(x_{0:k})\}_{k \geq 1}$ , donde  $\forall k \pi_k(x_{0:k})$  está definida en un espacio medible  $(\mathcal{X}^{k+1}, \sum_{k+1})$  y puede ser evaluada punto a punto salvo una constante de normalización, la implementación del filtro de partículas consiste en generar una colección de  $N \gg 1$  muestras aleatorias ponderadas  $\{w_k^{(i)}, x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1, \dots, N}$ ,  $w_k^{(i)} \geq 0, \forall i, k$ ; que permitan aproximar  $\pi_k(x_{0:k}), \forall k$  por la distribución empírica:

$$\pi_k^N(x_{0:k}) = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x_{0:k}) \quad (2.27)$$

donde  $\delta_\alpha(\cdot)$  es el delta de Dirac centrada en  $\alpha$ .

Para resolver el problema de aproximación de esperanzas en el contexto de inferencia Bayesiana, se debe considerar que la distribución objetivo  $\pi_t(x_{0:k}) = p(x_{0:k} | y_{1:k})$  es la PDF *a posteriori* de  $x_{0:k}$  y reemplazar la distribución empírica (2.27) en (2.6). Con esta sustitución, las esperanzas pueden ser aproximadas mediante [44]:

$$\begin{aligned}
\int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \pi_k(x_{0:k}) dx_{0:k} &\approx \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \pi_k^N(x_{0:k}) dx_{0:k} \\
&= \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi_k(x_{0:k}) \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x_{0:k}) dx_{0:k} \\
&= \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \phi_k(x_{0:k}^{(i)})
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Con estas relaciones, el problema de inferencia Bayesiana se reduce a la selección secuencial de las muestras y sus respectivos pesos tal que la sumatoria en (2.28) converja a la integral en (2.6). El algoritmo basado en PF más básico que resuelve este problema es el remuestreo secuencial de importancia (SIR, del inglés *Sequential Importance Resampling*).

Además, una ventaja importante de los enfoques basados en PF, es su alta flexibilidad de implementación permitiendo la incorporación de diversas técnicas para mejorar su funcionamiento en problemas específicos, por ejemplo, lazos de corrección externa [3], [38].

### 2.2.3.1 Muestreo de Importancia (IS)

El problema de aproximar la integral (2.6) puede ser resuelto mediante algoritmos de Monte Carlo, es decir, generando  $N$  caminos  $x_{0:t}^{(i)}$ ,  $i=1, \dots, N$  y ajustando sus pesos tal que su promedio tienda a la integral para  $N \rightarrow \infty$ . Una forma directa de resolver este problema es extraer las  $N$  muestras según  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$  y realizar una estimación de Monte Carlo de  $I(\phi)$  con pesos uniformes de la forma:

$$\hat{I}(\phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}), \quad x_{0:k}^{(i)} \sim p(x_{0:k} | y_{1:k}). \tag{2.29}$$

Sin embargo, existe una gran cantidad de casos en que la distribución  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$  no es conocida, o bien no es posible extraer muestras de ella [44].

Para evitar la extracción de muestras directamente de  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ , es posible suponer que existe una densidad  $q(x_{0:k} | y_{1:k})$  llamada densidad o función de importancia, de la cual es posible muestrear y evaluar puntualmente salvo una constante de normalización. Considerando esta nueva densidad,  $I(\phi)$  se puede escribir como [45]:

$$\begin{aligned} I(\phi) &= \int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi(x_{0:k}) p(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k} \\ &= \frac{\int_{\mathcal{X}^{k+1}} \phi(x_{0:k}) w(x_{0:k}) q(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}}{\int_{\mathcal{X}^{k+1}} w(x_{0:k}) q(x_{0:k} | y_{1:k}) dx_{0:k}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde el concepto de los pesos de importancia se inspira de la razón  $w(x_{0:k})$  que está dado por (derivada de Radon-Nikodym):

$$w(x_{0:k}) = \frac{p(x_{0:k} | y_{1:k})}{q(x_{0:k} | y_{1:k})}. \quad (2.31)$$

Claramente, para que estos pesos estén bien definidos es necesario que  $p(\cdot | y_{1:k})$  sea absolutamente continua con respecto a  $q(\cdot | y_{1:k})$ . Notar además que el denominador de (2.30) permite que  $q(x_{0:k} | y_{1:k})$  no sea necesariamente una PDF.

Consecuentemente, mediante la obtención de  $N$  muestras extraídas según  $q(x_{0:k} | y_{1:k})$  es posible construir una aproximación de Monte Carlo de  $I(\phi)$  basado en (2.30), es decir:

$$\begin{aligned} \hat{I}(\phi) &= \frac{\sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}) w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{i=1}^N w(x_{0:k}^{(i)})} \\ &= \sum_{i=1}^N \phi(x_{0:k}^{(i)}) \bar{w}(x_{0:k}^{(i)}), \end{aligned} \quad (2.32)$$

donde los pesos de importancia normalizados están dados por:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) = \frac{w(x_{0:k}^{(i)})}{\sum_{j=1}^N w(x_{0:k}^{(j)})}. \quad (2.33)$$

Notar que para  $N$  finito, el estimador  $\hat{I}[\phi(x_{0:k})]$  es sesgado, pues es una razón de dos estimadores. Sin embargo, bajo ciertos supuestos la ley de los grandes números garantiza la consistencia asintótica de  $\hat{I}[\phi(x_{0:k})]$ , es decir,

$$\hat{I}[\phi(x_{0:k})] \xrightarrow{c.s.} I[\phi(x_{0:k})]. \quad (2.34)$$

Además, el teorema central del límite garantiza convergencia independiente de la dimensión del integrando. Para una explicación detallada referirse a [45].

El método de muestreo de importancia es ampliamente usado en los métodos de Monte Carlo para reducir la varianza de estimación. La idea detrás de esta aplicación es aprovechar el hecho de que ciertos valores tienen un mayor impacto en la estimación que otros. En este caso, IS enfatiza la utilización de estos valores, lo cual –debido al uso de distribuciones no representativas del proceso– puede llevar a estimaciones sesgadas a no ser que se ponderen correctamente las estimaciones obtenidas según sus pesos de importancia. Si bien el método de muestreo de importancia representa un enfoque simple para aproximar integrales definidas invariantes, no es adecuado dentro del contexto de estimación recursiva, ya que cada vez que se desee estimar  $\pi(x_{0:k} | y_{1:k})$  se necesita de todo el conjunto de valores  $y_{1:k}$ , haciendo el procedimiento computacionalmente ineficiente debido a la alta dimensionalidad de la densidad objetivo. Además, el uso de IS en el contexto de estimación recursiva ha dejado de manifiesto que la varianza de los pesos de las estimaciones explotan si no se incluyen rutinas de remuestreo [46]. En resumen, cada vez que una observación  $y_{1:k}$  es recibida, interesa simplemente recalculer los pesos y las muestras representativas de la densidad de filtrado de forma secuencial y sin degeneración de los pesos. En la siguiente subsección se presenta una alternativa de estimación recursiva basada en IS.

### 2.2.3.2 Muestreo y Remuestreo Secuencial de Importancia

Para evitar la necesidad de una gran cantidad de recursos computacionales en la estimación de la densidad *a posteriori*  $p(x_{0:k} | y_{1:k})$ , es posible derivar una relación recursiva, en la que en el instante  $k$  se conservan las muestras anteriores del estado  $\{x_{0:k-1}^{(i)}; i = 1, \dots, N\}$ , y sólo se extraen las muestras  $\{x_k^{(i)}; i = 1, \dots, N\}$  en base a la observación recibida  $y_k$ , y a la estimación anterior de la densidad de filtrado  $p(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$ . Adicionalmente, para solucionar el problema de la degeneración de pesos es posible introducir un paso de remuestreo de la población de partículas, el que asegura una varianza mínima de los pesos, permitiendo que la densidad empírica  $\pi^N(x^{(i)})$  sea representativa de  $p(x_{0:t} | y_{1:k})$ .

Para asegurar que las muestras  $\{x_{0:k-1}^{(i)}; i=1, \dots, N\}$  pueden ser conservadas para la estimación de  $\{x_{0:k}^{(i)}; i=1, \dots, N\}$ , se debe disponer de una función de importancia  $q(x_{0:k} | y_{1:k})$  que admita a la función de importancia en el instante anterior  $q(x_{0:k-1} | y_{1:k-1})$  como distribución marginal, es decir:

$$q(x_{0:k} | y_{1:k}) = q(x_{0:k-1} | y_{1:k-1}) q(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k}), \quad (2.35)$$

es decir, el muestreo de  $x_{0:k-1}$  desde  $q(x_k | x_{0:k-1}, y_{1:k})$  no depende de  $y_k$ , lo cual es bastante sencillo de obtener.

Con este supuesto para la función de importancia, es posible obtener una muestra  $x_{0:k}^{(i)}$  sin alterar la muestra anterior correspondiente  $x_{0:k-1}^{(i)}$ , esto es:

$$x_{0:k}^{(i)} = [x_{0:k-1}^{(i)}, x_k^{(i)}], \quad (2.36)$$

con

$$x_k^{(i)} \sim q(x_k | x_{0:k-1}^{(i)}). \quad (2.37)$$

También se necesita una relación recursiva para los pesos de importancia, la cual considerando (2.31) y (2.35), está dada por:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) \propto \bar{w}(x_{0:k-1}^{(i)}) \frac{p(y_k | x_{0:k}^{(i)}) p(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}{q(x_k^{(i)} | x_{0:k-1}^{(i)}, y_{1:k})} \quad (2.38)$$

La Expresión (2.38) es de gran importancia en la aplicación de los métodos secuenciales de Monte Carlo. Ya que no sólo proporciona un marco teórico para encontrar una función óptima de importancia de acuerdo con un criterio de minimización predefinido, sino que también sienta las bases para la implementación del SMC más básico, el muestreo secuencial de importancia secuencial (SIS, del inglés *Sequential Importance Sampling*).

La elección de la función de importancia es crítica para el desempeño del esquema de filtro de partículas y por lo tanto, debe ser considerado como un parámetro de diseño del filtro. Un caso importante es cuando se considera la densidad *a priori* del estado como la función de importancia, es decir,  $q(x_{0:k} | y_{1:k}) = p(x_k | x_{k-1})$ . Con esta relación, la recursión para los pesos de importancia se puede expresar como:

$$\bar{w}(x_{0:k}^{(i)}) \propto \bar{w}(x_{0:k-1}^{(i)}) p(y_k | x_{0:k}^{(i)}), \quad (2.39)$$

lo que implica que los pesos pueden ser ajustados en forma recursiva directamente de la obtención de nuevas mediciones evaluadas en la función de verosimilitud.

Este enfoque, conocido como muestreo secuencial de importancia resuelve el problema de estimación recursiva de manera mucho más eficiente que IS. Sin embargo, es bien sabido [46] que la distribución de los pesos de importancia en SIS se vuelve cada vez más disímil hasta el punto en que sólo una partícula tiene peso no nulo, lo cual no permite una representación acabada de la distribución *a posteriori*.

Para resolver este problema, el enfoque SIR considera la estructura anterior para generar muestras recursivamente y ponderarlas de acuerdo a su verosimilitud, incorporando además un paso de remuestreo. En este paso se remueven las partículas con bajo peso –y por ende baja verosimilitud– para (i) generar nuevas partículas en una región donde la densidad objetivo es alta, y (ii) evitar el esfuerzo computacional perdido en la actualización de partículas que no son significativas para el esquema de estimación.

La pregunta de cuándo es el mejor instante para ejecutar el remuestreo puede ser abordada considerando el criterio del tamaño efectivo de muestras (ESS) introducido por [47] y definido por [48] como:

$$\begin{aligned} ESS &= \frac{N}{1 + \text{var}_{p(\cdot|y_{1:k})} [w(x_{0:k})]} \\ &= \frac{N}{\mathbb{E}_{p(\cdot|y_{1:k})} [w(x_{0:k})^2]} \leq N. \end{aligned} \quad (2.40)$$

ESS no puede ser calculado, sin embargo, una estimación  $\widehat{ESS}$  dada por [49] es:

$$\widehat{ESS} = \frac{\left( \sum_{i=1}^N w(x_{0:k}^{(i)}) \right)^2}{\sum_{j=1}^N \left( w(x_{0:k}^{(j)}) \right)^2} \quad (2.41)$$

Básicamente, cuando  $\widehat{ESS}$  cae bajo cierto umbral, la rutina de remuestreo es ejecutada [49]. Uno de los métodos más usados es el enfoque multinomial [43], El cual consiste en extraer muestras (con reemplazo) del conjunto  $\{x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$ , en donde cada muestra es elegida con probabilidad proporcional a su peso.

Una forma de obtener las nuevas muestras  $\{\tilde{x}_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$  del conjunto de partículas  $\{x_{0:k}^{(i)}\}_{i=1,\dots,N}$  acorde a sus pesos es mediante:

$$\tilde{x}_{0:k}^{(i)} = \text{Inv}(u_i), \quad i = 1, \dots, N \quad (2.42)$$

donde las muestras  $\{u_i\}_{i=1,\dots,N}$  son uniformemente distribuidas  $[0, 1]$ , e  $\text{Inv}(u) = x$  es la inversa de la distribución empírica acumulada de  $x_k$ ,

$$\Pi_k^N = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^N \bar{w}^{(i)} \delta_{x_{0:k}^{(i)}}(x) dx, \quad (2.43)$$

es decir,

$$\text{Inv}(u) \triangleq x_{0:k}^{(i)} \Leftrightarrow u \in \left[ \sum_{j=1}^{i-1} w(x_{0:k}^{(j)}), \sum_{j=1}^i w(x_{0:k}^{(j)}) \right]. \quad (2.44)$$

Cabe destacar que en este esquema de remuestreo, los nuevos pesos serán uniformes, ya que las muestras fueron extraídas según la estimación de la propia estimación de la densidad *a posteriori* del estado.

Si bien el remuestreo es una herramienta fundamental para evitar la degeneración de las partículas, la aplicación de SIR conlleva consecuencias teóricas y prácticas [50]. Teóricamente, esta rutina de remuestreo remueve la independencia estadística de las muestras, por lo que importantes resultados de los algoritmos de Monte Carlo ya no se cumplen. Sin embargo, [51] establece el teorema central del límite para  $\hat{I}(\phi)$  cuando SIR es aplicado en cada iteración. Por otro lado, desde el punto de vista práctico, el remuestreo – además de demandar recursos computacionales adicionales– no permite la propagación de las partículas en paralelo, pues al ocupar SIR, todas las partículas deben ser combinadas.

### 2.2.3.3 Esquema de Pronóstico basado en Filtro de Partículas para Sistemas Dinámicos No-lineales

Los esquemas de pronóstico de fallas pueden ser entendidos como el resultado del procedimiento donde se generan predicciones a largo plazo -describiendo la evolución en el tiempo de un indicador de falla o evento crítico- que se generan con el propósito de estimar la vida útil remanente (RUL) de un componente o sistema, a partir de las condiciones iniciales entregadas en la etapa estimación.

La predicción de eventos críticos requiere de la existencia de al menos una característica que proporcione la medida de severidad de la condición estudiada. Si existen muchas características, siempre es posible combinarlas para generar una señal única. De esta manera se puede describir la evolución en el tiempo de la dimensión de falla, la cual se asocia a la variable observada de degradación del componente analizado, a través de ecuaciones de estado no-lineales.

Para ilustrar lo anterior, se considera la predicción condicional de la PDF de los estados  $\hat{p}(x_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)})$  la cual describe la distribución de los estados en los instantes futuros  $k + \tau$ , ( $\tau = 1, \dots, m$ ) cuando la partícula  $\hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)}$  es usada como condición inicial. Asumiendo que los pesos actuales  $\{w_k^{(i)}\}_{i=1 \dots N}$  son una buena representación de la PDF de los estados en el instante  $k$ , entonces es posible aproximar la predicción de la PDF en el tiempo  $k + \tau$ , usando la ley de probabilidades totales y el peso de las partículas en el instante  $k + \tau - 1$ , como muestra en la ecuación (2.45):

$$\hat{p}(x_{k+\tau} | \hat{x}_{1:k+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{k+\tau-1}^{(i)} \cdot \hat{p}(x_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)}); \tau = 1, \dots, m \quad (2.45)$$

Para evaluar (2.45), los pesos de cada partícula deberían ser modificados (en cada instante de predicción) para tener en cuenta el hecho de que las no-linealidades y el ruido del proceso podrían cambiar la forma de la PDF de los estados con el tiempo. Sin embargo, puesto que para el procedimiento de actualización de los pesos es necesaria la adquisición de nuevas mediciones, parte del problema de predicción es buscar aproximaciones confiables en los esquemas de pronóstico que no dependan de nuevos datos.

Para superar la mayor parte de estas dificultades, esta subsección presenta dos aproximaciones que han sido desarrolladas y probadas posteriormente [3], para abordar el problema de pronóstico de fallas. La primera aproximación está relacionada con la generación de predicciones a  $m$ -pasos del valor esperado de la PDF de los estados, ocupando como condiciones iniciales la información de cada partícula en el instante  $k$  previo a la etapa de predicción. Por otro lado, una segunda aproximación es usada en la generación de predicciones a  $m$ -pasos, y en la definición de umbrales críticos para la estimación de la PDF del RUL, implementando una corrección de la aproximación anterior, incluyendo en el procedimiento de propagación de partículas la existencia de fuentes de incertidumbre. Una descripción en detalle de ambas aproximaciones es presentada a continuación.

### A. Generación de Predicciones a Largo Plazo: Primera Aproximación

Los algoritmos basados en PF usados en los esquemas de pronóstico deben considerar un procedimiento que sea capaz de proyectar la población de partículas en el tiempo (a  $m$ -pasos) ante la ausencia de nuevas observaciones. Una primera aproximación para representar la evolución en el tiempo de las partículas es actualizar sucesivamente el valor esperado de los estados a través del modelo (2.4) para cada instante futuro, considerando como condición inicial de cada partícula la estimación de los estados en el instante  $k$ .

$$\hat{x}_{k+\tau}^{(i)} = E \left[ f_{k+\tau}(\hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)}, w_{k+\tau}) \right] \quad (2.46)$$

En este sentido, esta aproximación es bastante simple en términos de esfuerzo computacional para reconstruir la PDF de los estados en predicciones a largo plazo. El problema se encuentra en los supuestos de este enfoque, donde (2.46) es considerado suficiente para extender las trayectorias  $\hat{x}_{k+\tau}^{(i)}$ , mientras el peso de las partículas propagadas no sufran cambios, además de no considerar la existencia de otras fuentes de incertidumbre que puedan aparecer en las aplicaciones prácticas, tales como imprecisiones del modelo o incluso en las hipótesis mal formuladas para el proceso.

## B. Generación de Predicciones a Largo Plazo: Segunda Aproximación

Considerando lo mencionado en el punto anterior, se presenta un segundo enfoque de pronóstico basado en el algoritmo de filtro de partículas regularizado [3], que en lugar de recalculer los pesos de las partículas, propone una representación de la incertidumbre en los instantes futuros mediante una aproximación discreta (2.47) que pueda representar la evolución de la distribución de los estados en el tiempo, analizando el comportamiento de la dimensión de falla del componente analizado, lo cual es especialmente útil si el horizonte de tiempo de predicción es amplio.

$$\hat{p}(\hat{x}_{k+\tau} | \hat{x}_{1:k+\tau-1}) \approx \sum_{i=1}^N w_{k+\tau-1}^{(i)} K_h \left( \hat{x}_{k+\tau} - E \left[ \hat{x}_{k+\tau}^{(i)} | \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)} \right] \right), \quad (2.47)$$

con

$$K_h = \frac{1}{h^{n_x}} K\left(\frac{x}{h}\right), \quad h_{opt} = A \cdot N^{-\frac{1}{n_x+4}}, \quad A = \left( 8c_{n_x}^{-1} \cdot (n_x + 4) \cdot (2\sqrt{\pi})^{n_x} \right)^{\frac{1}{n_x+4}}, \quad (2.48)$$

$$K(x) = \begin{cases} \frac{n_x + 2}{2c_{n_x}} (1 - \|x\|^2) & \text{si } \|x\| < 1 \\ 0 & \sim \end{cases} \quad (2.49)$$

donde  $K(\cdot)$  es una función de distribución, cual corresponde a la PDF de una fuente de incertidumbre, como una distribución Gaussiana o una versión de la distribución de Epanechnikov [3]; y  $c_{n_x}$  es el volumen de una esfera unitaria en  $\mathbb{R}^{n_x}$ .

En este sentido, este método propone una solución asequible computacionalmente para representar la incertidumbre en la reconstrucción de la PDF de los estados. El procedimiento para lograr esta tarea consiste en generar una nueva población de partículas (de igual ponderación) en

el instante de tiempo  $k + \tau, (\tau = 1, \dots, m)$ . Así, la información acerca de la distribución del estado para los instantes futuros está dada sólo por la posición de las partículas, independientemente del valor de los pesos. La aplicación de esta metodología, basada en el supuesto que los ruidos del proceso no estén correlacionados (matriz de covarianza  $\hat{S}_{k+\tau}$  diagonal para los ruidos del proceso  $\omega(k)$ ), asegura que la población remuestreada sea representativa de (2.45), evitando la pérdida de la diversidad entre las partículas.

En consecuencia, teniendo en cuenta lo anterior, el algoritmo de regularización [3] cuando es aplicado para generar predicciones a largo plazo es como sigue:

- Aplicar el procedimiento de Remuestreo de la transformada inversa modificado  $i = 1, \dots, N$ ,  $w_{k+\tau}^{(i)} = N^{-1}$
- Calcular  $\hat{S}_{k+\tau}$ , matriz de covarianza empírica de  $\left\{ E \left[ x_{k+\tau}^{(i)} \mid \hat{x}_{k+\tau-1}^{(i)} \right], w_{k+\tau}^{(i)} \right\}_{i=1}^N$
- Calcular  $\hat{D}_{k+\tau}$  tal que  $\hat{D}_{k+\tau} \hat{D}_{k+\tau}^T = \hat{S}_{k+\tau}$
- Para  $i = 1, \dots, N$ , obtener  $\varepsilon^i \sim K$ , de la distribución de Epanechnikov y asignar  $\hat{x}_{k+\tau}^{(i)*} = \hat{x}_{k+\tau}^{(i)} + h_{k+\tau}^{opt} \hat{D}_{k+\tau} \varepsilon^i$ , donde  $h_{k+\tau}^{opt}$  es calculado en (2.48)

Es importante notar que la suposición de que los ruidos del proceso no estén correlacionados sólo se incluye por el bien de reducir el esfuerzo computacional del procedimiento de remuestreo. De hecho, no hay restricciones teóricas para la aplicación de esta metodología en la presencia de ruido de proceso correlacionado.

El pronóstico de falla en ESDs, en este caso caracterizado por la PDF del EOL depende tanto de las predicciones a largo plazo como del conocimiento empírico acerca de las condiciones críticas del sistema. Este conocimiento crítico es usualmente incorporado en la forma de umbrales para indicadores de falla. Por lo tanto, la probabilidad de falla en cualquier instante futuro  $k=eol$  está dado por:

$$\Pr \{ EOL = eol \} = \sum_{i=1}^N \Pr ( Failure \mid X = \hat{x}_{eol}^{(i)} ) \cdot w_{eol}^{(i)}. \quad (2.50)$$

La probabilidad condicional de evento crítico en (2.50) puede ser definida vía la determinación de la zona de riesgo [3], o usando la data histórica o el conocimiento del proceso de los operadores. El caso más simple es donde el concepto de “falla” implica el momento cuando la característica de falla cruza un umbral dado. Y en particular, para efectos de este estudio, se considera el fin de la vida útil del acumulador cuando ha sufrido la pérdida del 25% de su capacidad nominal [Ahr].

Hasta aquí se ha mencionado la importancia de incorporar incertidumbre en la etapa de predicción de la condición de falla del acumulador, donde también se hace alusión a posibles eventos que aumentan el error en las predicciones al no ser considerados en la modelación. El no tener conocimiento fenomenológico de estos procesos es posible tratarlos de una como un proceso estocástico considerando para este fin herramientas como las cadenas de Markov,

producto que su esquema es lo suficientemente general para permitir representar numerosas situaciones, además de permitir estudiarlas en detalle.

## 2.3 Modelación de Eventos Aleatorios mediante el uso de Cadenas de Markov

Este capítulo ha desarrollado los fundamentos teóricos en el contexto de estimación y predicción de variables de estado en base a PF, considerando fundamental para esto contar con un modelo representativo del sistema, el cual producto de que el proceso de degradación del estado-de-salud de los ESDs presenta no-linealidades y fuentes de incertidumbre no-Gaussianas se privilegia el uso de modelos de espacio-estado estocásticos para la caracterización del proceso antes mencionado. La ventaja de estos modelos es que posibilitan asociar un estado a la degradación del SOH y poder caracterizar así su evolución mediante la combinación de inferencia Bayesiana y cadenas de Markov.

Las cadenas de Markov son los modelos matemáticos más simples para representar los fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo. Su básica, y a la vez completa, estructura hace que sea posible describir el comportamiento de estos fenómenos en muchas aplicaciones. Esto hace que las cadenas de Markov sean las primeras –y más importantes- herramientas de modelación para procesos aleatorios. En efecto, la totalidad del estudio matemático de los procesos aleatorios puede considerarse como una generalización, de una u otra manera, de la teoría de las cadenas de Markov [53].

Esta subsección presenta las propiedades de las cadenas de Markov en tiempo discreto que son necesarias en el desarrollo del trabajo de tesis para la representación de los fenómenos de regeneración en el proceso de degradación en los ESDs.

La propiedad característica de las cadenas de Markov es que *no tienen memoria* de donde se ha estado en el pasado. Esto significa que sólo el estado actual del proceso estocástico  $(X_k)_{k \geq 0}$  determina el estado siguiente (primer orden):

$$\Pr\{X_{k+1} = s_{k+1} \mid X_0 = s_0, X_1 = s_1, \dots, X_k = s_k\} = \Pr\{X_{k+1} = s_{k+1} \mid X_k = s_k\}, \quad (2.51)$$

con  $k \in \mathbb{Z}^+ = \{0, 1, 2, \dots\}$  y  $s_k \in S$  estados de un conjunto finito y numerable.

En este sentido, las probabilidades de transición  $P_{(i,j)}$  entre los estados de una cadena de Markov pueden ser representadas por una matriz estocástica  $P = (P_{(i,j)} : i, j \in S)$  donde la suma de cada fila  $(P_{(i,j)} : j \in S)$  resulta 1.

Otra propiedad interesante de las cadenas de Markov, se centra en el caso en que la probabilidad de evolucionar del estado  $i$  en el instante  $k$  al estado  $j$  en el instante  $k+m$  es independiente de  $k$  (propiedad de homogeneidad). Esta condición equivale a imponer que la matriz de probabilidad de estado es constante e independiente de  $k$ .

$$P_{k+1}^k = P \quad \forall k \quad (2.52)$$

La evolución del sistema queda ahora definida solamente por  $\Pr\{X_0 = s_0\}$ , probabilidad inicial del sistema, y por la matriz de probabilidades de transición  $P$ .

En este caso las leyes de probabilidades *a priori* del estado del sistema en el período  $k$  se determinan en función de las potencias de  $P$  según:

$$\Pr\{X_k = s_k\} = \Pr\{X_0 = s_0\}(P)^k \quad \forall k \quad (2.53)$$

A partir de (2.53), el estudio de evolución del sistema se limita a las potencias sucesivas de  $P$  y el comportamiento de largo plazo del sistema queda definido por  $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k$ . Por lo que es de interés analizar en qué situación existe un comportamiento estacionario de largo plazo en la evolución de un sistema modelado como una cadena de Markov finita y homogénea.

Se entiende como comportamiento estacionario de largo plazo la existencia del  $\lim_{k \rightarrow \infty} \Pr\{X_k = s_k\}$ . Si independiente de  $\Pr\{X_0 = s_0\}$  se cumple que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Pr\{X_k = s_k\} = \pi \quad (2.54)$$

donde  $\pi$  es un vector de probabilidades estacionarias para una cadena de Markov finita y homogénea con matriz de transición  $P$ .

Las probabilidades estacionarias representan el comportamiento de largo plazo del sistema, en el sentido que después de “mucho” tiempo de evolución la probabilidad de encontrar el sistema en algún estado particular  $j$  tiende a ser independiente del número de transiciones que se han producido y del estado inicial, y converge a un valor constante  $\pi_j$ .

## Capítulo III

# Modelación del Fenómeno de Auto-recarga en Módulo de Pronóstico del SOH en ESDs

Varias características son, directa o indirectamente, asociadas al estado-de-salud de los ESDs, por ejemplo el perfil de uso y las condiciones ambientales [54]. Esta investigación está enfocada en el estudio de una de las características más críticas que afecta el SOH, la pérdida o degradación de la capacidad del acumulador. Esto se ve reflejado en la disminución del *ciclo de vida* de los ESDs, parámetro importante a considerar producto del gran uso de baterías recargables en los últimos tiempos, el cual representa el número de veces que una batería puede ser recargada antes que su capacidad disminuya bajo los límites aceptables, típicamente considerados alrededor del 80-70% de la capacidad nominal.

La modelación del *ciclo de vida* del acumulador puede abordarse de una gran cantidad de maneras [1], [4]-[5]. En lo que sigue de este capítulo se presentan tres diferentes enfoques para abordar esta tarea con el propósito de cuantificar el efecto de considerar en la etapa de estimación y predicción los fenómenos de auto-recarga en los acumuladores de energía. El primer enfoque, “modelo #1”, captura las propuestas basadas en PF presentadas en la literatura [1], [5] para abordar el tema de estimación del SOH y predicción del EOL. El segundo enfoque, “modelo #2”, adiciona al “modelo #1” un módulo de detección de los fenómenos de auto-recarga (con una tasa de falsas alarmas de 1%) lo cual permite detectar y aislar estos eventos, generando una caracterización estadística de ellos. Finalmente, el tercer enfoque presentado, “modelo #3”, incorpora en la etapa de pronóstico del SOH la caracterización futura de los fenómenos de regeneración en los ESDs, mediante el uso de cadenas de Markov.

### 3.1 Módulo de Pronóstico del SOH basado en la literatura: “Modelo #1”

Los modelos usados para el *ciclo de vida* en acumuladores usualmente consideran un término específico que tiene como objetivo incorporar parte de la fenomenología que es presentada en el proceso de degradación de los ESDs. Este término es la eficiencia de *Coulomb*,  $\eta_c$ , el cual representa una medida de cuanta energía útil se espera para un ciclo de descarga en progreso, en comparación con la capacidad exhibida por el ESD durante el ciclo de descarga previo [4]. Este término es sensible a diferentes factores, especialmente la profundidad de descarga en cada ciclo y la temperatura en que los ESDs son operados o almacenados. La Figura 3.1 muestra el efecto de degradación de la capacidad del acumulador para diferentes valores de la eficiencia de *Coulomb*. Notar como incluso un pequeño factor de ineficiencia del 0.5% ( $\eta_c = 0.995$ ) reduce la capacidad a un 60% en 100 ciclos de carga/descarga [55]-[56].

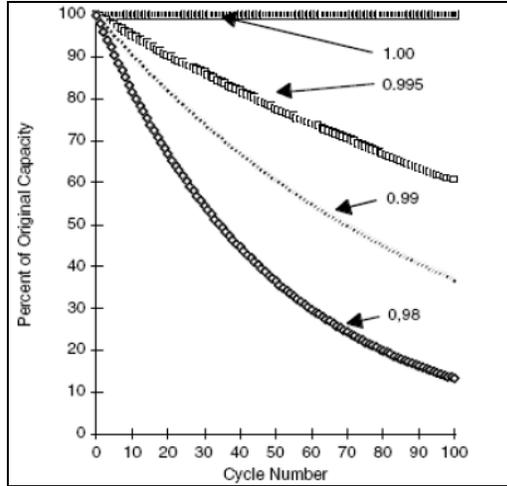


Figura 3.1: Influencia de la eficiencia de Coulomb sobre la capacidad disponible en ciclos de carga/descarga [55]-[56].

Las ecuaciones (3.1)-(3.2), inspiradas en el trabajo presentado [1], muestran cómo este término puede ser incluido en un modelo dinámico no-lineal que puede ser usado para propósitos de estimación del SOH, en lo sucesivo denotado como “modelo #1”:

### Modelo de transición de Estado

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \eta_c x_1(k) + x_2(k)x_1(k) + \omega_1(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \omega_2(k) \end{cases} \quad (3.1)$$

### Ecuación de observación

$$y(k) = x_1(k) + v(k), \quad (3.2)$$

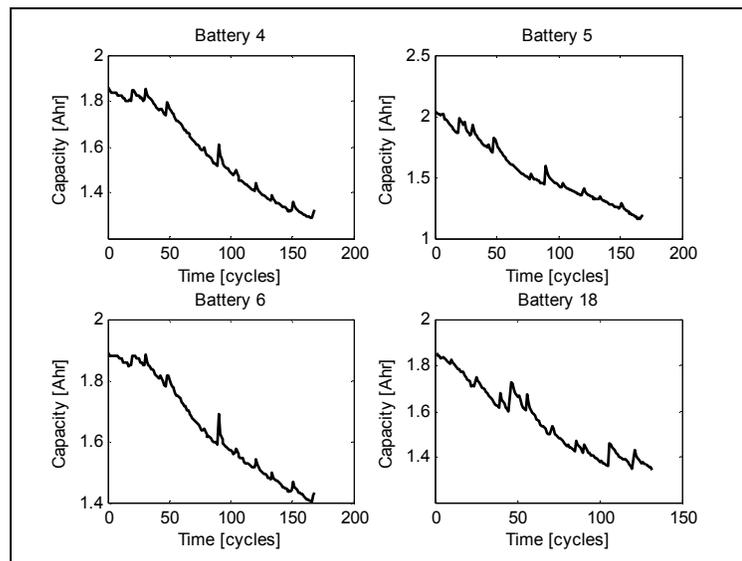
donde  $k$  es el índice del ciclo de operación;  $x_1$  es un estado representando el SOH de la batería;  $x_2$  es un estado asociado a un parámetro desconocido del modelo que es requerido para explicar las diferencias menores respecto al comportamiento esperado de degradación (los cuales son específicos para el monitoreo del ESD);  $y(k)$  es la medida del SOH;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $v$  son ruidos Gaussianos con media cero.

Para determinar el cálculo de las varianzas  $\sigma_{\omega_1}^2$ ,  $\sigma_{\omega_2}^2$  y  $\sigma_v^2$  de las fuentes de incertidumbre del modelo #1 se considera un procesamiento estadístico de los datos de entrenamiento del conjunto de datos de degradación de las baterías [57], donde se filtra la señal utilizando filtros wavelets [58] para luego obtener la varianza del error de cada señal filtrada y así obtener el valor esperado de la varianza de la fuente de incertidumbre  $v(k)$ . Para este fin, se ocupa la extensión del *software* Matlab® Wavelet Toolbox™.

Para el cálculo de las varianzas de los estados se procede a hacer un ajuste empírico respecto al comportamiento observado del modelo.

Cabe mencionar que el modelo presentado en [1] además de capturar, mediante el factor de eficiencia de *Coulomb*, el efecto de los ciclos de carga y descarga, incluye otros términos no considerados para efectos del “modelo #1”.

Aunque el “modelo #1” permite la implementación de técnicas de filtrado Bayesiano para monitorear el proceso de degradación en los ESD, esto resulta inadecuado cuando se trata de detectar y aislar el efecto a largo plazo del fenómeno de regeneración (auto-recarga) de la capacidad en los ESD. Los fenómenos de auto-recarga son caracterizados por ser repentinos, momentáneos, y ocasionalmente considerables en la regeneración de la capacidad de los ESD (ver Figura 3.2) que tiende a decaer, en el tiempo, de una manera más rápida que la típica degradación del SOH. Estos sucesos, relacionados con aspectos fisico-químicos del acumulador son formados en el período de descanso, donde se produce una disipación de los productos, originados por la reacción electroquímica, acumulados en los electrodos aumentando así la capacidad disponible para el próximo ciclo de la batería [59]. Este efecto se encuentra fuertemente correlacionado con las condiciones de temperatura y carga durante los ciclos de operación [59], además de ser particularmente importantes en el caso de las baterías de Ion-Li porque en ellos a menudo alteran la tendencia de la curva de predicción del SOH, así afectando el desempeño de los módulos de pronóstico basados en algoritmos Bayesianos para estimar las condiciones iniciales de sus modelos predictivos; ver Figura 2 que representa los resultados de una prueba experimental de degradación acelerada en baterías de Ion-Li, disponible en el centro de investigación Nasa Ames Prognostic Center of Excellence [57].



**Figura 3.2: Ejemplo del conjunto de datos que muestran los resultados de una prueba experimental de degradación acelerada en baterías de Ion-Li (NASA Ames Prognostics Center of Excellence)**

## 3.2 Módulo de Detección de los Fenómenos de Auto-Recarga: “Modelo #2”

En relación a las limitantes del “modelo #1”, un segundo modelo en variables de estado (3.3)-(3.4), en lo sucesivo denotado como “modelo #2”, es propuesto para resolver el problema de detección y aislación de los fenómenos de regeneración, y así mejorar la calidad de los módulos de pronóstico en la supervisión del proceso de degradación de los ESDs. Dado que los modelos basados en la estructura físico-química de los ESDs pueden resultar ser muy complejos y ofrecer pocas aplicaciones de adaptación en tiempo real, el “modelo #2” sugiere una representación empírica del fenómeno de auto-recarga que es usado para cuantificar el efecto en el *ciclo de vida* del acumulador:

### Modelo de transición de Estado

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \eta_c x_1(k) + x_2(k)x_1(k) + \omega_1(k) \\ x_2(k+1) = x_2(k) + \omega_2(k) \\ x_3(k+1) = \delta(U(k))\omega_{31}(k) + \delta(1-U(k))(x_3(k)\omega_{32}(k)) + \delta(2-U(k))(x_3(k) + \omega_{31}(k)) \end{cases} \quad (3.3)$$

### Ecuación de Observación

$$y(k) = x_1(k) + (\delta(1-U(k)) + \delta(2-U(k))) \cdot x_3(k) + v(k), \quad (3.4)$$

donde  $x_3$  es un estado adicional del SOH asociado al fenómeno de regeneración;  $U$  es una entrada externa asociada con la aparición del fenómeno de regeneración, esto es definido en la ecuación (3.5);  $y(k)$  es la medida de SOH;  $\omega_{31}$  y  $\omega_{32}$  son ruidos no-Gaussianos usados para representar fuentes de incertidumbre dentro de los parámetros de estimación;  $\delta(\cdot)$  es la delta de Kronecker.

El procedimiento para determinar las distribuciones más adecuadas de las fuentes de incertidumbre del estado  $x_3$  del “modelo #2” considera el aislamiento y análisis estadístico de 68 fenómenos de auto-recarga que ocurren durante la prueba experimental de degradación acelerada en baterías de Ion-Li en “Nasa Ames Prognostic Center of Excellence” (las pruebas se realizaron a temperatura ambiente 23[°C], usando corriente constante a 2[A] en el proceso de descarga, y asumiendo que la batería es degradada cuando la capacidad cae por debajo del 75% del valor nominal 2[Ahr]) [57]. El análisis estadístico tiene como objetivo determinar las distribuciones para  $\omega_{31}(k)$  y  $\omega_{32}(k)$  tal que permitan ser utilizadas para caracterizar las fuentes de incertidumbre de la magnitud y la típica tasa de amortiguación del fenómeno de regeneración, respectivamente. Esto se logra con la ayuda del software STAT::FIT® (versión estudiante) el cual ajusta distribuciones empíricas con distribuciones teóricas considerando como prueba de bondad de ajuste el test Kolmogorov-Smirnov por ser no-paramétrico y tener un buen desempeño evaluando funciones de probabilidad continuas no-Gaussianas [60]. En este sentido, se encontró que la distribución más adecuada para el kernel del ruido  $\omega_{31}(k)$  (el cual caracteriza la típica

cantidad de SOH que es adicionada en los eventos sucesivos del fenómeno de regeneración) es log-normal (ver Figura 3.3). Análogamente, para el caso de la variable aleatoria positiva  $\omega_{32}(k)$  (el cual ayuda a caracterizar la típica tasa de amortiguación del fenómeno de auto-recarga) la distribución más adecuada resulta ser la uniforme en el rango  $[0.75, 0.85]$  (ver Figura 3.4). Los parámetros de ambas distribuciones,  $\omega_{31}(k)$  y  $\omega_{32}(k)$ , fueron también determinados por el estudio estadístico.

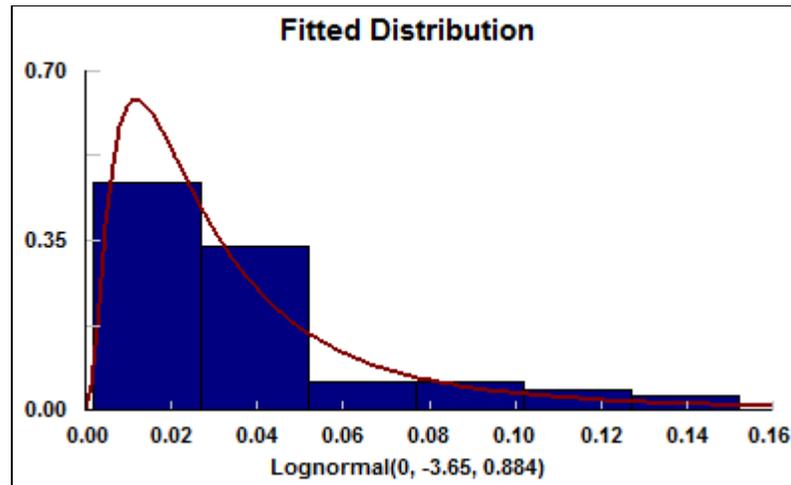


Figura 3.3: Caracterización estadística de la cantidad adicionada al SOH producto del efecto del fenómeno de regeneración.

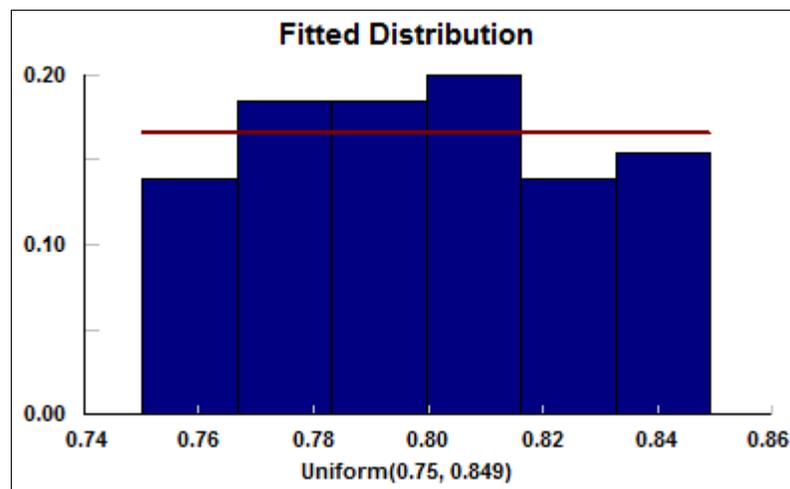


Figura 3.4: Caracterización estadística del parámetro  $\omega_{32}(k)$  asociado al factor de amortiguación del fenómeno de regeneración.

El sistema externo de la entrada  $U$  es definido como la salida de un módulo de detección en línea basado en PF [3], [59] con desempeño de un test de hipótesis (1% de tasa de falsas alarmas) para la medida  $y(k)$ , considerando *a priori* la predicción a un paso de la función de densidad de probabilidad (PDF) del sistema de salida que caracteriza la hipótesis nula (que representa que un fenómeno de auto-recarga no existe o está cayendo en el tiempo). Este módulo

de detección basado en PF básicamente determina un umbral variante en el tiempo para el test de hipótesis que depende directamente de la posición de las partículas asociadas a la distribución empírica *a priori* del estado. El umbral es calculado como el mayor escalar  $T(k)$  tal que la suma de los pesos  $w_k^{(i)}$ , de todas las partículas cumpla la inecuación  $x_1^{(i)}(k) \geq T(k)$ , y sea mayor que la tasa deseada de falsas alarmas  $\alpha$ . La Figura 3.5 ilustra lo mencionado anteriormente, donde la determinación del umbral variante en el tiempo se genera a partir de la función de densidad de probabilidad (PDF) *a priori* de la salida  $y(k)$  en predicción a un paso.

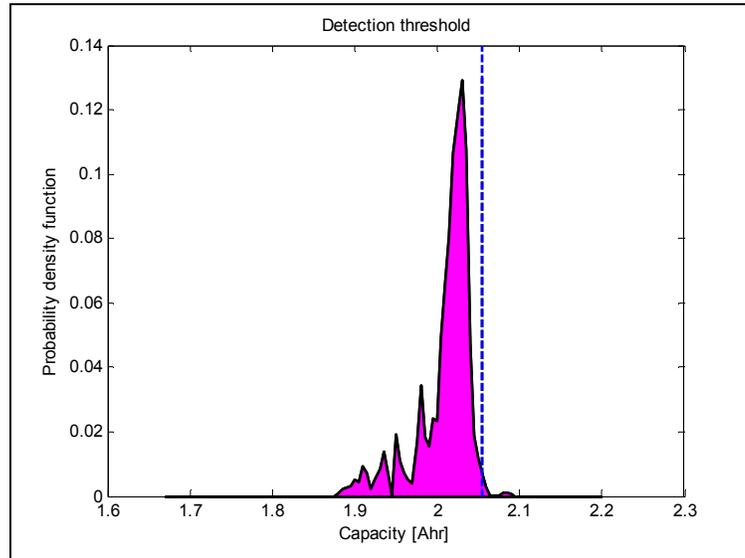
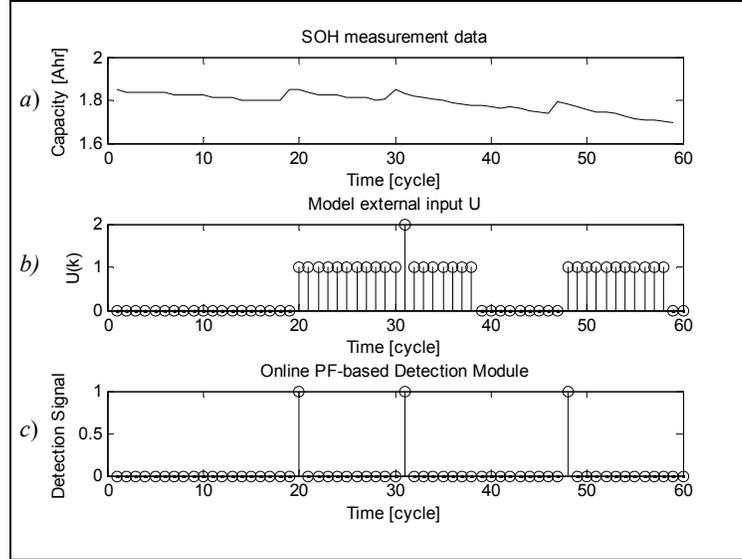


Figura 3.5: Umbral de detección del fenómeno de regeneración basado en PF

Por un lado, si la hipótesis nula es aceptada, entonces  $U(k)=0$ . De otra manera, si la hipótesis nula es rechazada en el ciclo  $k$  (es decir, la medida  $y(k)$  es mayor que el umbral de detección para un estadístico de confianza de un 99% de predicción a un paso de la PDF [3]), entonces  $U(k)=1$ . Una vez que  $U(k)$  es establecido en uno, este puede volver a cero sólo después que la hipótesis “ $x_3 = 0$ ” es aceptada. Esto último implica que cuando  $U(k)=1$ , o un fenómeno de regeneración ha sido detectado o el último que fue detectado en la actualidad se encuentra cayendo. Además si el test de hipótesis para  $y(k)$  rechaza la hipótesis nula y  $U(k-1)=1$ , entonces  $U(k)=2$ . Esto se hace para indicar que al menos dos fenómenos de regeneración han ocurrido dentro de pocos ciclos de operación.

$$U(k) = \begin{cases} 0 & \text{si no existe auto-recarga} \\ 1 & \text{si fenómeno de auto-recarga es detectado en el ciclo } k \\ & \text{o fenómeno de auto-recarga está cayendo} \\ 2 & \text{si fenómeno adicional de auto-recarga fue} \\ & \text{detectado antes que el último caiga} \end{cases} \quad (3.5)$$

La Figura 3.6 ilustra el comportamiento del módulo en línea de detección de los eventos de auto-recarga en base a PF. La Figura 3.6a) presenta los datos observados del proceso de degradación del SOH. Por su parte, las Figuras 3.6b) y 3.6c) muestran los valores que toma la entrada externa  $U(k)$  y el módulo de detección, respectivamente.



**Figura 3.6: Ilustración del desempeño del módulo de detección en línea de regeneraciones basado en PF y los valores que toma el sistema de entrada externo  $U(k)$ .**

Una vez detectado el fenómeno de regeneración, para aceptar la hipótesis nula (ausencia del fenómeno), se genera un indicador de confianza en línea, el cual representa el comportamiento temporal de los fenómenos de auto-recarga registrados en el proceso de degradación del SOH. El indicador se genera a través del cálculo de (3.6):

$$Error\_abs(k) = \left| \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \hat{x}_1^{(i)}(k) - y(k) \right|, \quad (3.6)$$

donde  $y(k)$  representa el valor observado del SOH; y,  $\sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \hat{x}_1^{(i)}(k)$  representa el valor estimado *a posteriori* del estado asociado al SOH. La Figura 3.7 ilustra el comportamiento del indicador de confianza y el criterio de aceptación (determinado empíricamente a través del análisis estadístico del conjunto de datos de las pruebas de degradación acelerada [57]) de la hipótesis nula.

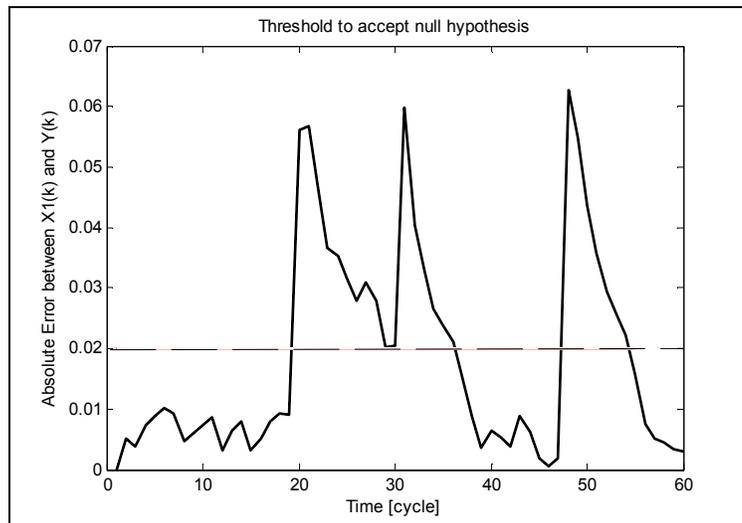


Figura 3.7: Umbral de identificación de ausencia del fenómeno de regeneración.

El “modelo #2” no sólo permite la implementación de técnicas Bayesianas sub-óptimas dentro de un módulo de pronóstico en tiempo real, sino que también permite incluir explícitamente la caracterización estadística de los fenómenos de auto-recarga, a través del módulo de detección definido por (3.5). Para abordar esta tarea los algoritmos de pronósticos basados en filtro de partículas son especialmente adecuados, dado que permiten la inclusión de perfiles de carga determinísticos y probabilísticos en modelos predictivos [62].

Sin embargo, aunque el “modelo #2” solucione el problema de detección y aislación de los fenómenos de regeneración, obteniendo como resultado mejores condiciones iniciales en la etapa de predicción del SOH, no considera el efecto de éstos fenómenos en instantes futuros. Este problema es abordado por el “modelo #3”, el cual se detalla en la siguiente sección.

### 3.3 Caracterización Futura de los Fenómenos de Auto-Recarga: “Modelo #3”

El “modelo #3”, en la etapa de estimación, se construye de la misma manera que el modelo anterior, lo que significa que considera en la etapa de filtrado un módulo de detección de los eventos de regeneración. No obstante, en la etapa de predicción, el “modelo #3” se enfoca en la incorporación de los fenómenos de auto-recarga en el módulo de pronóstico del SOH. Esto se logra mediante la caracterización estadística de los eventos de regeneración, esta caracterización es producto del análisis de los fenómenos registrados en el conjunto de datos de las pruebas de degradación acelerada [57] (información *a priori*), en combinación con los eventos registrados en el acumulador actual (datos del proceso de degradación en la etapa de filtrado) que está siendo estudiado por el módulo de pronóstico. Las principales características observadas en los fenómenos de regeneración son representadas por: (i) cantidad de SOH adicionada cuando se presenta un fenómeno; (ii) tasa de amortiguación, cual representa la velocidad de desaparición del fenómeno de auto-recarga; y (iii) frecuencia de aparición de los sucesos de regeneración.

Para obtener el valor de estos parámetros al momento de generar las trayectorias de predicción, se considera en la etapa de filtraje el cálculo de su media móvil con ponderación exponencial (EWMA) [63] para efectuar su actualización a medida que se van observando los datos de degradación de la batería ciclo a ciclo.

Para la característica (i), se considera como valor inicial el valor esperado de la distribución de  $\omega_{31}$  definida *a priori*; ver Figura 3.5.

$$\bar{\omega}_{31}(k) = \alpha \cdot \bar{\omega}_{31}(k-1) + (1-\alpha)\omega_{31}(k-1) \quad (3.7)$$

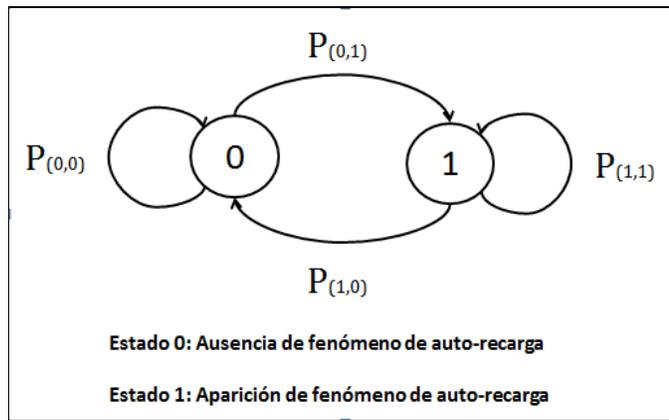
donde  $\omega_{31}$  representa la cantidad de SOH adicionada al acumulador. Análogamente, para la característica (ii), se calcula con el mismo procedimiento, considerando como valor inicial el valor esperado de la distribución de  $\omega_{32}$  definida *a priori*; ver Figura 3.4.

$$\bar{\omega}_{32}(k) = \alpha \cdot \bar{\omega}_{32}(k-1) + (1-\alpha)\omega_{32}(k-1) \quad (3.8)$$

donde  $\omega_{32}$  representa la tasa de amortiguación del fenómeno de regeneración. En ambos casos  $\alpha$  es el factor de olvido, usualmente con valores 0.97-0.99.

La caracterización de la frecuencia de aparición del fenómeno de auto-recarga se logra mediante la utilización de una cadena de Markov. La cadena de Markov captura la componente aleatoria de este fenómeno, donde no se tiene conocimiento fenomenológico de las causas de estos eventos. Las propiedades de la cadena para la finalidad antes mencionada considera ser de primer orden y de dos estados  $s_k \in S$  con  $S = \{0,1\}$  (se entiende por estado nulo la ausencia del fenómeno de auto-recarga, y el estado 1 la aparición de un fenómeno) con ley de evolución determinado por la matriz estocástica  $P$ , donde  $k \in \mathbb{Z}^+ = \{0,1,2,\dots\}$  representan los ciclos futuros de operación del acumulador; ver Figura 3.8.

$$P = \begin{bmatrix} P_{(0,0)} & P_{(0,1)} \\ P_{(1,0)} & P_{(1,1)} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$



**Figura 3.8:** Cadena de Markov de primer orden de dos estados usada para la caracterización futura de los fenómenos de regeneración.

Las probabilidades de transición  $P(i, j): i, j \in S$  son estimadas *a priori* del análisis del conjunto de datos de las baterías de degradación acelerada, disponible en el centro de investigación NASA Ames Prognostic Center of Excellence [57]. Y al igual que para las características (i) y (ii), el cálculo de las probabilidades de transición para los ciclos de operación futura es mediante EWMA.

$$\bar{P}_{(i,j)} = \alpha \cdot \bar{P}_{(i,j)} + (1-\alpha) \cdot P_{(i,j)} \quad \forall i, j \in S \quad (3.10)$$

Como resultado, la implementación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF permite comparar los diferentes enfoques presentados en este capítulo. Proporcionando, en cualquier ciclo de operación, la distribución empírica de probabilidad del EOL, así como la estimación del avance del proceso de degradación del SOH de estos tres modelos. Esta información es necesaria en el módulo de pronóstico, ya que establece el efecto de considerar distintas condiciones iniciales en los algoritmos de predicción, además de caracterizar los fenómenos de auto-recarga en las predicciones a largo plazo, evaluando así el desempeño de las tres rutinas, considerando su precisión y exactitud en los resultados obtenidos. Sin embargo, primero es crítico determinar cuántas realizaciones del filtro, cuántas partículas, y cuántas realizaciones de la cadena de Markov son requeridas para lograr un determinado nivel de desempeño para una aplicación específica de pronóstico. En este sentido, el siguiente capítulo se centra en un sistema de degradación simplificada e hipotética donde la solución óptima (en el sentido de error cuadrático medio (MSE, del inglés *Mean-Square-Error*)) puede ser encontrada analíticamente, ayudando a clarificar estas materias de una manera apropiada.

# Capítulo IV

## Módulo de Pronóstico del SOH basado en Filtro de Partículas para ESD con Caracterización Estadística del Fenómeno de Regeneración del SOH

Este capítulo provee un análisis de los principales aspectos que deben ser considerados en el diseño de un módulo de pronóstico basado en filtro de partículas para el SOH incluyendo la caracterización estadística del fenómeno de auto-recarga en ESDs (en especial, baterías de Ion-Li) utilizando cadenas de Markov. Particularmente, la solución entregada por la aproximación propuesta basada en PF es comparada –en términos de exactitud del valor esperado del EOL y el *Just-in-Time Point* (JITP, [64]) – con la solución óptima (en el sentido de mínimo error cuadrático medio) *a priori* del problema de predicción para un proceso de degradación hipotético representado por un sistema dinámico lineal en el tiempo.

### 4.1 Modelo Simplificado de Degradación y Solución Analítica para el Pronóstico del SOH en ESDs

La solución analítica para el problema de degradación del SOH en los ESDs puede llegar a ser muy complejo de obtener, debido al hecho que el proceso es no-lineal y no Gaussiano. En este sentido, la utilización de un escenario simplificado, donde la degradación es descrita por un sistema dinámico lineal y Gaussiano, ofrece la oportunidad de comparar el desempeño de aproximaciones sub-óptimas; así como los valores más apropiados para el diseño de parámetros del filtro de partículas. Independiente de lo que se ha indicado anteriormente, la versión simplificada del proceso de degradación aún incluye partes de la fenomenología del proceso, como la incorporación del concepto de eficiencia de *Coulomb*  $\eta_c$ , como se ve en (4.1)-(4.2):

#### Modelo de transición de Estado

$$\begin{cases} x_1(k+1) = \alpha_1 x_1(k) + \omega_1(k) \\ x_2(k+1) = \alpha_2 x_2(k) + \beta U(k) + \omega_2(k) \end{cases} \quad (4.1)$$

#### Ecuación de Observación

$$y(k) = x_1(k) + x_2(k) + v(k), \quad (4.2)$$

donde  $k$  es el índice del ciclo de operación;  $x_1$  es un estado que representa el SOH de la batería;  $x_2$  es un estado adicional asociado a los fenómenos de regeneración del SOH;  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , y  $\beta$  son parámetros del modelo;  $U$  es una entrada externa ( $U(k) = 1$  si un fenómeno de regeneración es detectado en el ciclo  $k$ , o  $U(k) = 0$  de lo contrario);  $y(k)$  es la medida del SOH;  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son ruidos independientes gaussianos con media cero y con varianzas  $R_{ww1}$  y  $R_{ww2}$ , respectivamente. En este caso en particular,  $\alpha_1 = \eta_c$ .

La caracterización estadística de los fenómenos de auto-recarga son implementados a través de una cadena de Markov de primer orden de dos estados [53] (siendo el estado nulo asociado a la ausencia de la regeneración de capacidad,  $U(k)=0$ ) y las probabilidades de transición son estimadas a partir del análisis del conjunto de datos de las baterías de degradación acelerada, disponible en el repositorio de datos de la NASA Ames Prognostic Center of Excellence [57], el cual registra 68 fenómenos de regeneración detectados. Los resultados del modelo simplificado capturan dos elementos claves que pueden ser identificados en el proceso de degradación en baterías: (i) efectivamente, la tendencia a largo plazo de la curva de degradación puede ser aproximada a groso modo por una función exponencial decreciente (ver Figura 3.2), y (ii) en efecto, la aparición del fenómeno de regeneración tiene componentes aleatorios, siendo más frecuente cuando la operación de la batería se encuentra a temperaturas altas. Existen, sin embargo, costos asociados a la utilización de un modelo simplificado linealizado: (i) la estructura asume que la magnitud de los efectos de regeneración es constante ( $\beta$ , parámetro fijado en el modelo) e independiente del número de eventos detectados previamente, y (ii) las tasas de amortiguación para el término asociado a la degradación a largo plazo como a los eventos de regeneración son fijados e independientes de la temperatura.

La Figura 4.1 muestra una realización del modelo definido por (4.1)-(4.2). Esos datos son usados para comparar el desempeño del marco de pronóstico del SOH propuesto basado en PF para dispositivos de almacenamiento de energía versus la solución óptima (en el sentido de mínimo error cuadrático medio), la cual es obtenida analíticamente usando las ecuaciones de predicción *a priori* del filtro de Kalman. En esta dirección, es importante mencionar que los datos simulados consideran una degradación constante y más rápida (comparada con las pruebas de degradación experimental) para proporcionar los medios para comparar el rendimiento del algoritmo en una ventana de predicción de 60-80 ciclos de operación, rango que se considera razonable para los propósitos de pronóstico [5].

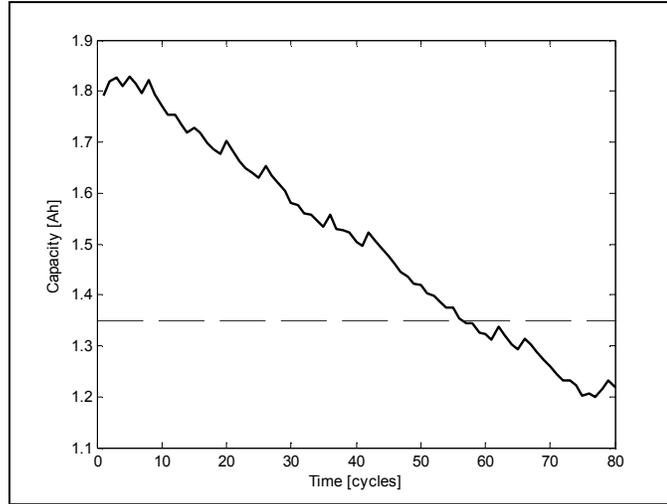


Figura 4.1: Datos generados por un modelo simplificado de degradación del SOH

Las ecuaciones del filtro de Kalman formulan que la predicción óptima a un paso para un estado en un sistema dinámico lineal está dado por una variable aleatoria Gaussiana con valores esperados dado por (4.3) y matriz de covarianza definido por (4.4):

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \quad (4.3)$$

$$P(k+1) = AP(k)A^T + R_{ww}, \quad (4.4)$$

donde  $\hat{x}(k)$  representa el valor esperado del estado,  $A$  y  $B$  son matrices que definen las ecuaciones de estado de un sistema lineal,  $P(k)$  es el estado de la matriz de covarianza en el ciclo  $k$  de descarga, y  $R_{ww}$  es el ruido del proceso de la matriz de covarianza. En el caso particular del modelo (4.1)-(4.2), es posible obtener una expresión cerrada para las predicciones del estado en un ciclo  $k$  de operación, dada las condiciones iniciales, por la iteración de las ecuaciones (4.3) y (4.4). Esta información es suficiente para calcular la PDF del estimador EOL para el sistema simulado. Particularmente, para el estado  $x_1$ , resulta que:

$$x_1(k) \sim N(\mu_{x_1}(k), \sigma_{x_1}^2(k)) \quad (4.5)$$

$$\mu_{x_1}(k) = \alpha_1 \mu_{x_1}(k-1) = \alpha_1^k \mu_{x_1}(0) \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x_1}^2(k) &= \alpha_1^2 \sigma_{x_1}^2(k-1) + R_{ww1} \\ &= \alpha_1^{2k} \sigma_{x_1}^2(0) + R_{ww1} \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_1^{2i}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde las condiciones iniciales para el estado  $x_1$  son asumidas constantes y definidas por:

$$\mu_{x_1}(0) = \mu_{x_1 0} \text{ y } \sigma_{x_1}^2(0) = \sigma_{x_1 0}^2.$$

En el caso del segundo estado,  $x_2$  del sistema de degradación simplificado. La ocurrencia futura de los fenómenos de regeneración considera las probabilidades estacionarias de la cadena de Markov que caracteriza las transiciones del estado nulo (ausencia de regeneración del SOH) al otro estado de la cadena que representa la aparición de un fenómeno de regeneración. En efecto, para cada instante en la transición de estado, dos posibles escenarios pueden tomar lugar y por lo tanto, la evolución futura del estado  $x_2$  puede ser descrita usando un árbol binario. La Figura 4.2 representa esta situación explicada anteriormente, indicando los posibles caminos que el estado  $x_2$  puede seguir cuando se analizan las predicciones de tres pasos hacia adelante, condicionado a la aparición de futuros fenómenos de auto-recarga.

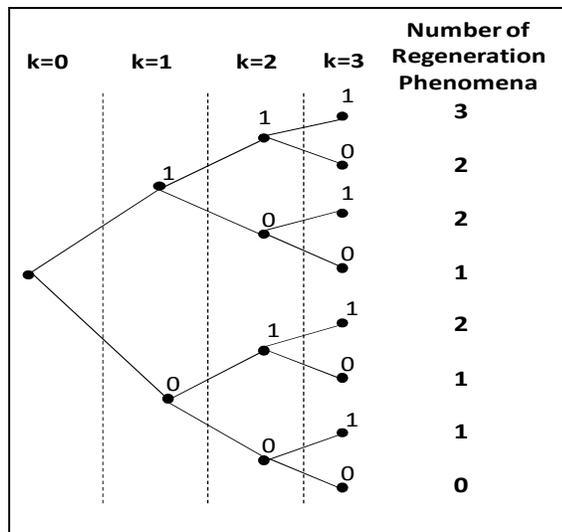


Figura 4.2: Árbol binario representando la probabilidad de los sucesos de auto-recarga en los ESDs

En este sentido, la distribución para predecir el estado  $x_2$  resulta una mezcla de Gaussianas (4.8):

$$x_2(k) \sim \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} N(\mu_{x_2}^{(j)}(k), \sigma_{x_2}^2(k)), \quad (4.8)$$

donde  $k$  es el ciclo de predicción. Los pesos  $\omega_{j,k}$  son calculados recursivamente como sigue:

$$\omega_{j,k} \triangleq \begin{cases} \omega_{j/2,k-1} \cdot \pi_1 & \text{si } j \text{ es par} \\ \omega_{(j+1)/2,k-1} \cdot \pi_0 & \text{si } j \text{ es impar} \end{cases} \quad (4.9)$$

En (4.9),  $\pi_0$  y  $\pi_1$  representan, respectivamente, las probabilidades estacionarias para los estados de la cadena de Markov asociados a la ausencia de regeneraciones del SOH o la ocurrencia del fenómeno antes mencionado (los valores de las probabilidades fueron calculados empíricamente del test de degradación acelerada). En consecuencia, los pesos asociados a los valores pares del índice  $j$  en (4.8) intentan incorporar la probabilidad de un fenómeno de regeneración adicional que ocurre en el tiempo de predicción de interés. La condición inicial para los pesos en la recursión está dada por  $\omega_{1,0} = 1$ .

El correspondiente valor esperado y varianza del estado están dados por:

$$\mu_{x_2}^{(j)}(k) \triangleq \begin{cases} \mu_{x_2}^{(j)}(k-1) \cdot \alpha_2 + \beta & \text{si } j \text{ es par} \\ \mu_{x_2}^{(j+1)/2}(k-1) \cdot \alpha_2 & \text{si } j \text{ es impar} \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{x_2}^2(k) &= \alpha_2^2 \sigma_{x_2}^2(k-1) + R_{ww2} \\ &= \alpha_2^{2k} \sigma_{x_2}^2(0) + R_{ww2} \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_2^{2i}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde la condición inicial del estado distribuye como una función de densidad de probabilidad Gaussiana con valor esperado  $\mu_{x_2}^{(1)}(0) = 0$  y varianza  $\sigma_{x_2}^2(0) = \sigma_{x_2,0}^2$ .

Dado que el pronóstico del SOH depende del momento donde el valor predicho de la variable observada  $y(k)$  cruza un determinado umbral para la condición de falla en la capacidad del ESD, esto también es necesario determinar para la solución analítica en la predicción *a priori* del sistema de salida  $y(k)$ . Lo cual puede ser obtenido usando (4.12)-(4.13)

$$f_{Y(k)}(y(k)) = f_{X_1(k)}(x_1(k)) * f_{X_2(k)}(x_2(k)), \quad (4.12)$$

$$f_{Y(k)}(y(k)) = N(\mu_{x_1}(k), \sigma_{x_1}^2(k)) * \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} N(\mu_{x_2}^{(j)}(k), \sigma_{x_2}^2(k)). \quad (4.13)$$

Como consecuencia de la convolución de los estados  $x_1$  y  $x_2$ , la variable de salida también distribuye como una mezcla de Gaussianas caracterizada por:

$$y(k) \sim \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} N(\mu_y^{(j)}(k), \sigma_y^2(k)), \quad (4.14)$$

$$\mu_y^{(j)}(k) = \mu_{x_1}(k) + \mu_{x_2}^{(j)}(k), \quad (4.15)$$

$$\sigma_y^2(k) = \sigma_{x_1}^2(k) + \sigma_{x_2}^2(k). \quad (4.16)$$

En este punto es importante notar que los dos momentos de la mezcla de Gaussianas (4.15)-(4.16) pueden ser aproximados respectivamente por (4.17)-(4.18) [65]:

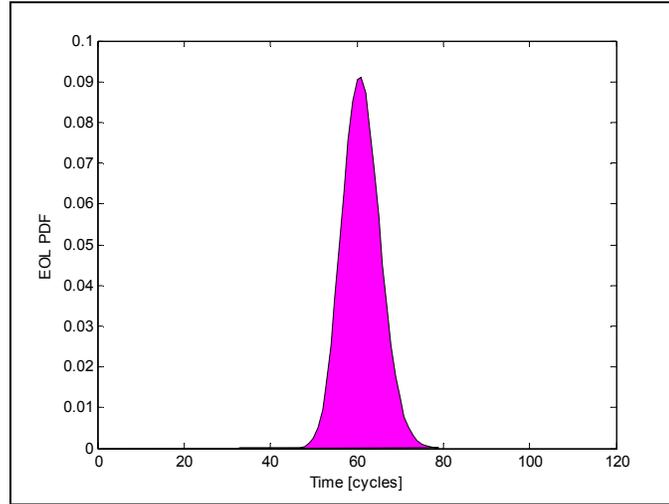
$$\mu_y^{eq}(k) = \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} \mu_y^{(j)}(k), \quad (4.17)$$

$$\sigma_y^{2\ eq}(k) = \sum_{j=1}^{2^k} \omega_{j,k} (\sigma_y^2(k) + (\mu_y^{(j)}(k))^2) - (\mu_y^{eq}(k))^2. \quad (4.18)$$

Este hecho, facilita el cálculo computacional de los primeros dos momentos de la PDF de la salida  $y(k)$ . Ahora, si el umbral de falla del SOH es fijado como un valor constante del 75% de la tasa de pérdida de la capacidad, entonces queda caracterizada completamente la PDF del EOL (4.19), dada las condiciones iniciales.

$$\Pr\{EOL = eol\} = \int_{-\infty}^{SOH\ threshold} f_{Y(eol)}(y(eol)) d(y(eol)). \quad (4.19)$$

La Figura 4.3 ilustra el resultado de la PDF del EOL dadas las condiciones iniciales en  $k=0$ .



**Figura 4.3: Función de densidad de probabilidad del EOL (modelo de degradación simplificado)**

Aunque el valor esperado del EOL, como en (4.20), es una de las más comunes medidas de desempeño usadas para evaluar la exactitud de los algoritmos de pronóstico [5], se debe hacer notar que una decisión basada en ese valor no considera el hecho que la probabilidad de falla antes del valor esperado del EOL puede estar ciclos antes con una probabilidad del 50% (algunos obviamente indeseables). Es en este sentido, que el valor *Just-in-Time Point* (JITP) (4.21) incorpora el concepto de “riesgo” específicamente en el ciclo de operación donde la probabilidad de falla del proceso de degradación busca un umbral específico. La Figura 4.4 muestra una distribución de probabilidad de falla, en la cual se calcula el *Just-in-Time Point* (JITP) cuando ha pasado en el tiempo, el 5% del área de la PDF. Notar que el 95% de los instantes de EOL no han ocurrido.

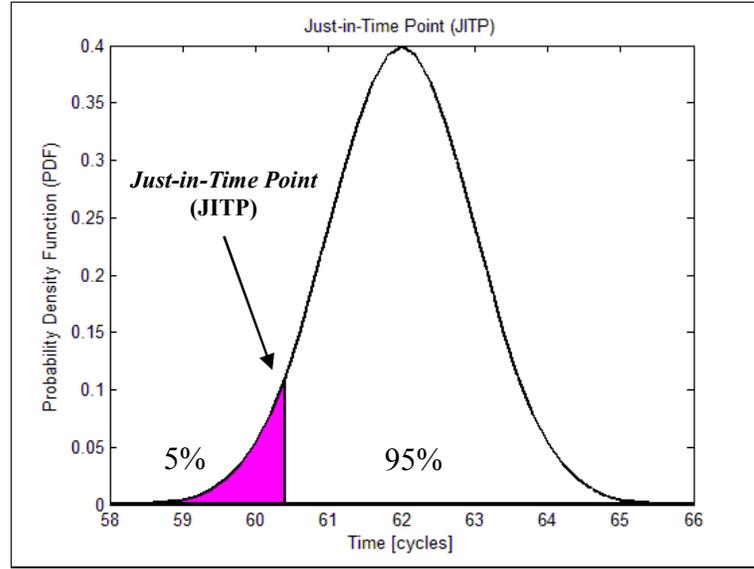


Figura 4.4: *Just-in-Time Point* (JITP) del 5% de una distribución de probabilidad de falla.

$$\hat{EOL} \triangleq E\{k \mid E\{y(k)\} = SOH \text{ threshold}\}, \quad (4.20)$$

$$JITP_{\alpha\%} = \arg \min_k \left( \Pr\{EOL \leq eol\} \geq \alpha\% \right). \quad (4.21)$$

Ambas medidas serán usadas para comparar el desempeño de la aproximación propuesta basada en PF para el pronóstico del SOH con respecto a la distribución óptima calculada de (4.19), como sigue en la siguiente sección.

## 4.2 Módulo de Pronóstico basado en Filtro de Partículas para el SOH en ESDs: Problemas de Implementación y Análisis de Desempeño

La formulación de las aproximaciones de pronóstico basados en PF han sido ampliamente cubiertos en la literatura ([3], [5], [38], [66]-[67]). Sin embargo, hay problemas específicos asociados en la implementación de esos esquemas que dependen fuertemente del número de estados del sistema dinámico y del tipo de no-linealidades mostrados por ellos. Por esta razón, es importante determinar los mejores parámetros del algoritmo que deben de ser usados en aplicaciones de pronóstico orientadas al monitoreo del SOH en ESDs. Más específicamente, centrarse en (i) el número de partículas que necesita ser considerado para representar la PDF de los estados en cada realización del modelo predictivo estocástico, (ii) el número de realizaciones del algoritmo de filtrado que son requeridos para asegurar los estándares dados en términos de exactitud de la predicción del EOL, y (iii) el número de realizaciones de la cadena de Markov representando los fenómenos de regeneración en la etapa de predicción permitiendo una disminución del sesgo del estimador EOL.

Para este propósito, se efectuaron varios experimentos por el algoritmo de pronóstico del SOH en base a PF basado en el modelo de degradación simplificado (10)-(11) en ambiente de simulación MATLAB® R2009b. Cada experimento considera una combinación entre el número de partículas usadas en la implementación del algoritmo de pronóstico basado en PF (10 partículas como mínimo, 70 partículas máximo), el número de realizaciones del filtro (1 a 70 realizaciones), y el número de realizaciones de la cadena de Markov (1 a 100 realizaciones). Los resultados obtenidos son comparados con la solución analítica en términos del valor del  $JITP_{\alpha\%}$  y el valor esperado del EOL. Desde este punto de vista, el valor del  $JITP_{\alpha\%}$  es crítico para definir el número de partículas que son necesarias para representar la incertidumbre del sistema, ya que esto provee información acerca de las colas de las distribuciones. Por otra parte, la exactitud del valor esperado del EOL (el cual es condicional de la ocurrencia de los fenómenos de regeneración del SOH) mayormente depende del número de realizaciones del modelo predictivo estocástico que son usados para caracterizar estadísticamente la operación futura y del número de realizaciones de la cadena de Markov, el cual permite cuantificar el efecto de aparición de estos fenómenos de auto-recarga.

### (i) Número de Partículas

El experimento para determinar el número de partículas en el diseño del filtro, se basa en el comportamiento, para un rango de 10 a 70 partículas, de los valores del estimador JITP (5% y 10%) evaluando su desempeño a través de la desviación estándar (STD, del inglés *Standard deviation*) como ilustra la Figura 4.5. En ella se aprecia que a partir de 50 partículas la mejora en relación a la STD de los valores del estimador JITP es cada vez más insignificante, adicionado a que el aumento del número de partículas tiene un efecto directo en el costo computacional de ejecución del algoritmo de pronóstico, no justificando el uso de un número mayor de partículas para el desarrollo de este problema en particular.

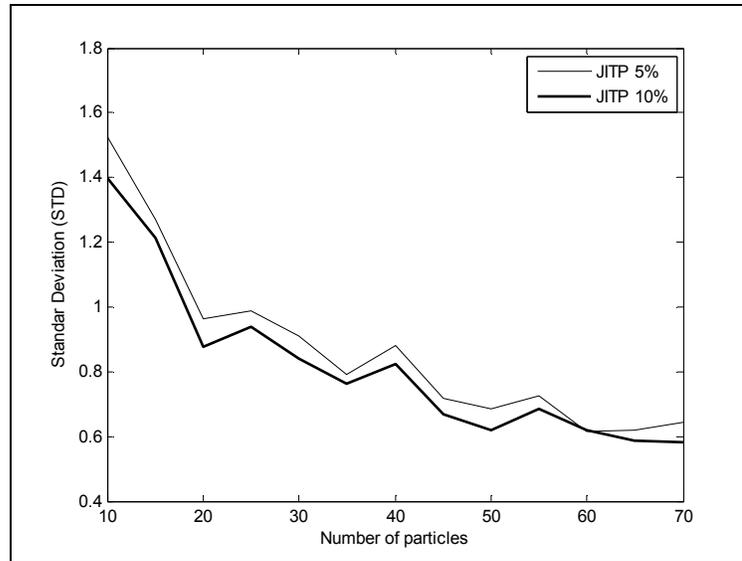


Figura 4.5: Desempeño del valor esperado en relación a la desviación estándar del  $JITP_{\alpha\%}$ .

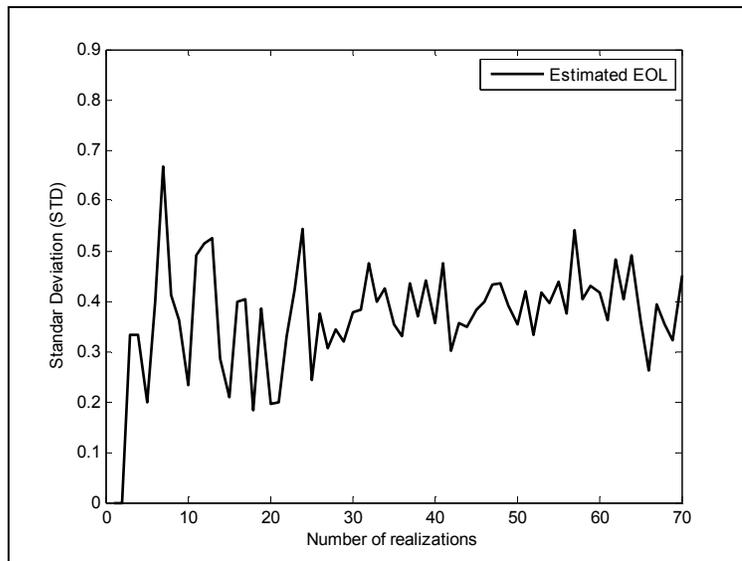
En comparación a los resultados teóricos, la tabla 4.1 muestra los resultados específicos del valor del estimador JITP a un 5% y 10% usando 50 partículas. Donde se vislumbra que para la rutina de pronóstico del SOH basado en PF la diferencia es casi despreciable (1 ciclo de operación) en términos del valor esperado del estimador JITP con dos  $\alpha\%$  diferentes.

Tabla 4.1: Efecto del número de partículas en el valor del  $JITP_{\alpha\%}$

$JITP_{\alpha\%}$	Solución Analítica	Pronóstico del SOH basado en PF
$\alpha = 5$	Ciclo 53	Ciclo 52
$\alpha = 10$	Ciclo 54	Ciclo 53

## (ii) Cantidad de Realizaciones del Filtro

Luego, con el fin de disminuir del sesgo del estimador EOL se varía el número de realizaciones del filtro. En busca del mínimo valor aceptable en términos del comportamiento de la desviación estándar (STD) del valor esperado del EOL. Los resultado, como muestra la Figura 4.6, indican una estabilización de la STD sobre 40 realizaciones del filtro de partículas. Cabe mencionar que el valor inicial nulo de la desviación estándar se debe a que en la primera realización existe un solo valor, lo que impide su cálculo.



**Figura 4.6: Desempeño del valor esperado del EOL en términos de la desviación estándar en función del número de realizaciones del algoritmo de pronóstico del SOH basado en filtro de partículas.**

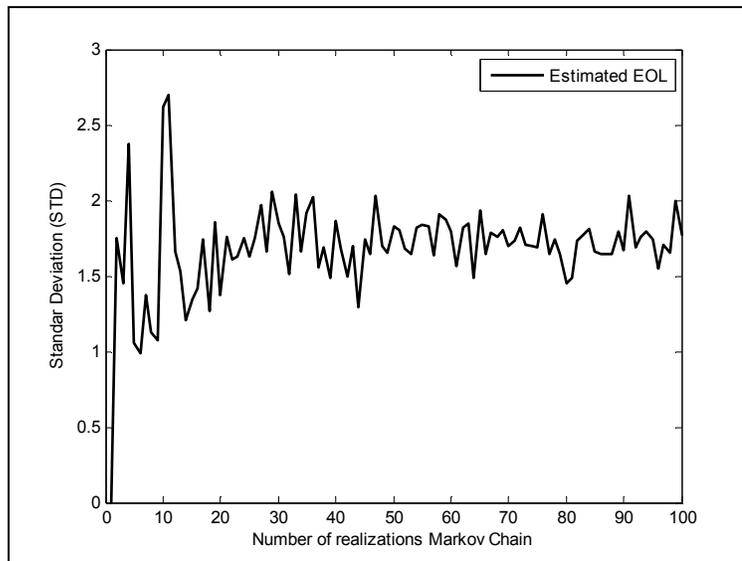
Análogamente a la determinación del número de partículas, se hace una comparación de los resultados empíricos del estimador EOL en base a las realizaciones del filtro de partículas con los resultados obtenidos de la solución analítica. Y se determina que para un marco de pronóstico del SOH en base a PF usar 40 realizaciones en el algoritmo de filtrado, caracteriza correctamente el valor esperado del EOL del modelo predictivo estocástico, donde difiere por solo fracciones de ciclo con respecto a los resultados teóricos dada una secuencia de la cadena de Markov; ver Tabla 4.2.

**Tabla 4.2: Efecto del número de realizaciones del filtro de partículas en el valor esperado del EOL.**

$\hat{EOL}$	Solución Analítica	Pronóstico SOH basado en PF
40 realizaciones	Ciclo 59	Ciclo 58,95

### **(iii) Cantidad de Realizaciones de la Cadena de Markov**

Respecto a los resultados obtenidos en las simulaciones para determinar el número de realizaciones de la cadena de Markov, con el propósito de modelar la aparición de los fenómenos de regeneración (ver Figura 4.7), se aprecia que antes de las primeras 50 realizaciones existe una oscilación considerable en el comportamiento del indicador STD del valor esperado del EOL. Por lo que se concluye que a partir de 50 realizaciones de la cadena de Markov el estimador EOL tiende a mostrar una mejora en la estabilización de la señal. Cabe mencionar que al tener solo una realización de la cadena de Markov el indicador STD es cero, ya que no se puede calcular.



**Figura 4.7:** Desempeño del valor esperado del EOL en términos de la desviación estándar en función del número de realizaciones de la cadena de Markov emulando el comportamiento de los fenómenos de auto-recarga.

Por otro lado, en relación al valor esperado obtenido en la solución analítica, se considera que a partir de 50 realizaciones de la cadena de Markov se obtienen resultados donde las diferencias son casi despreciables; ver Tabla 4.3.

**Tabla 4.3:** Efecto del número de realizaciones de la cadena de Markov en el valor esperado del EOL.

$\hat{EOL}$	Solución Analítica	Pronóstico SOH basado en PF
50 realizaciones	Ciclo 62	Ciclo 61,52

Los parámetros determinados en este capítulo, específicamente, (i) el número mínimo de partículas a considerar en la configuración del marco de pronóstico del SOH basado en PF, (ii) el número de realizaciones del filtro de partículas, y (iii) el número de realizaciones de la cadena de Markov modelando el efecto que tendrán las apariciones de los fenómenos de auto-recarga en el valor esperado del EOL. Han probado, empíricamente, ser adecuados para la implementación del módulo de pronóstico del SOH en base a PF si se asume un modelo de degradación simplificado, entregando un importante punto de referencia para la implementación de un esquema de pronóstico propuesto en el estudio de un conjunto de datos de un experimento de prueba real de degradación acelerada; particularmente cuando la consideración de las no-linealidades en el actual proceso de degradación hace imposible replicar un estudio similar. Este punto de referencia no solo ayuda para la confianza en el efecto de las técnicas de estimación sub-óptima en términos de exactitud y precisión de los resultados de pronóstico, sino también en los requerimientos de dimensión computacional asociada a la implementación de la solución de pronóstico propuesta.

## Capítulo V

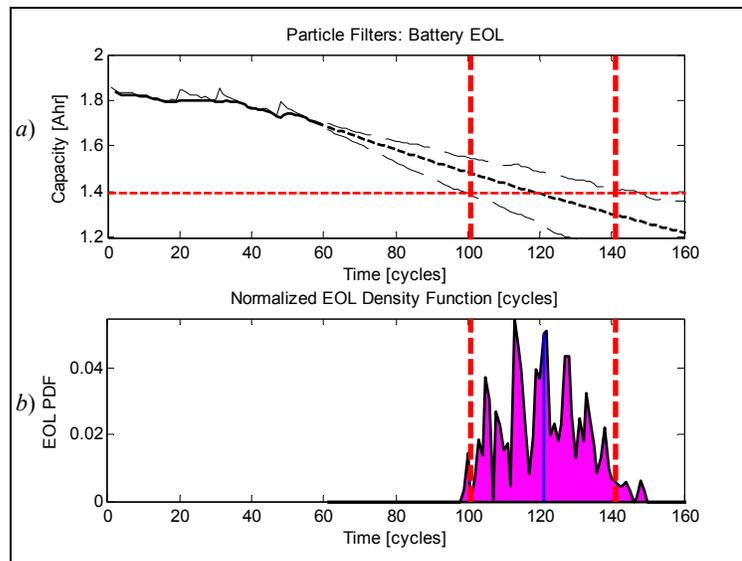
# Validación del Módulo de Pronóstico basado en Filtro de Partículas del SOH en Prueba Experimental de Degradación

En este capítulo se presenta la implementación de un módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando los enfoques mostrados en el Capítulo III (“modelo #1”, “modelo #2”, y “modelo #3”) cuantificando el efecto –y mejoras en los resultados– de cada aproximación en el problema de estimación del SOH y predicción del EOL en los ESDs.

Los aportes de esta investigación se encuentran relacionados principalmente en los resultados del “modelo #2” y “modelo #3”, los cuales se comparan con los resultados disponibles en la literatura ([1], [5]), el cual se basan en (3.1)-(3.2) (“modelo #1”). Las ecuaciones (3.3)-(3.5) (“modelo #2”) representan la evolución de los estados para describir el proceso de degradación, en conjunto con un módulo de detección basado en PF [62] para detectar e incorporar el efecto de los fenómenos de regeneración en la capacidad del acumulador, mejorando así las condiciones iniciales de las predicciones a largo plazo. La formulación del “modelo #3” se basa en las ecuaciones de estado del “modelo #2” (3.3)-(3.5), incluyendo el módulo de detección, sin embargo, incorpora mediante el uso de cadenas de Markov las eventuales apariciones de los fenómenos de auto-recarga en la predicción a largo plazo, a partir del instante  $k_{pred}$ , ciclo donde se ejecuta el algoritmo de pronóstico.

La configuración del algoritmo de estimación y pronóstico del SOH basado en PF se determina de acuerdo a lo presentado en el Capítulo IV, donde se determinó que: (i) 50 partículas, (ii) 40 realizaciones del filtro no-lineal, y (iii) 50 realizaciones de la cadena de Markov; son los parámetros más apropiados a considerar en el diseño del filtro. Los datos considerados para la validación del módulo propuesto son el resultado de pruebas experimentales de degradación acelerada en baterías de Ion-Li de NASA Ames Prognostic Center of Excellence [57]. Específicamente, 8 conjuntos de datos son considerados en este análisis para la determinación del conocimiento *a priori* y 2 para el propósito de validación. Cada registro de datos contiene información en dos diferentes perfiles de operación, uno para carga de la batería y otro para descarga, ambos a temperatura ambiente (23°C). La capacidad nominal registrada de las baterías es 2 [Ahr]. La carga se lleva a cabo mediante corriente constante (CC) a 1.5 [A] hasta que el voltaje de la batería alcanza los 4.2 [V] entonces se continua en modo de voltaje constante hasta que la corriente de carga disminuye a 20 [mA]. El perfil de descarga fue llevado a cabo a corriente constante (CC) a 2[A] hasta que el voltaje de la batería cae a 2.5 [V]. El criterio considerado en este caso para el *end-of-life* (EOL) es definido como el momento en el cual la capacidad de la batería cae por debajo del 25% de la capacidad nominal. Las figuras presentadas en esta sección ilustran los resultados de validación usando 2 conjuntos de datos en particular, similares resultados pueden ser obtenidos (en términos de exactitud y precisión del estimador EOL) independientes de los datos ocupados para este propósito.

El filtro de partículas es usado para entregar una versión muestreada de las PDFs de los estados en las etapas de filtrado y predicción. Además, se utiliza para encontrar el instante donde cada trayectoria de las partículas alcanza el umbral de falla, con esto es posible de generar una caracterización estadística del EOL del sistema sometido en degradación, como se muestra en (2.50) y en (4.19). Dado que cada trayectoria de partícula depende fuertemente de los estados del modelo que describe el proceso de degradación, es entendible que el fenómeno de regeneración de la capacidad del acumulador podría tener un efecto mayor en el marco de pronóstico basado en el “modelo #1” que en los modelos propuestos (“modelo #2” y “modelo #3”). Este hecho se ilustra en las Figuras 5.1 y 5.2, donde se presentan los resultados obtenidos para un marco de pronóstico del SOH basado en PF usando el “modelo #1” para describir el proceso de degradación de dos conjuntos de datos. Las Figuras 5.1a) y 5.2a) representan, simultáneamente, las medidas de los datos del SOH (línea fina continua) para una prueba de degradación actual –considerando 60 observaciones para cada conjunto–, la estimación basada en PF (línea gruesa continua), y la predicción basada en PF comenzando en el ciclo 61 de descarga (línea gruesa discontinua). Esta predicción incluye el valor esperado, como también los límites superior e inferior del intervalo de confianza del 95% para la predicción del SOH, como función del tiempo. La Figura 5.1b) y 5.2b) muestra el valor calculado de la PDF del EOL, como también el intervalo de confianza del 95% (líneas discontinuas verticales) y el valor esperado de la PDF del EOL (línea oscura vertical).



**Figure 5.1: Predicción del EOL basado en el “modelo #1” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua)**

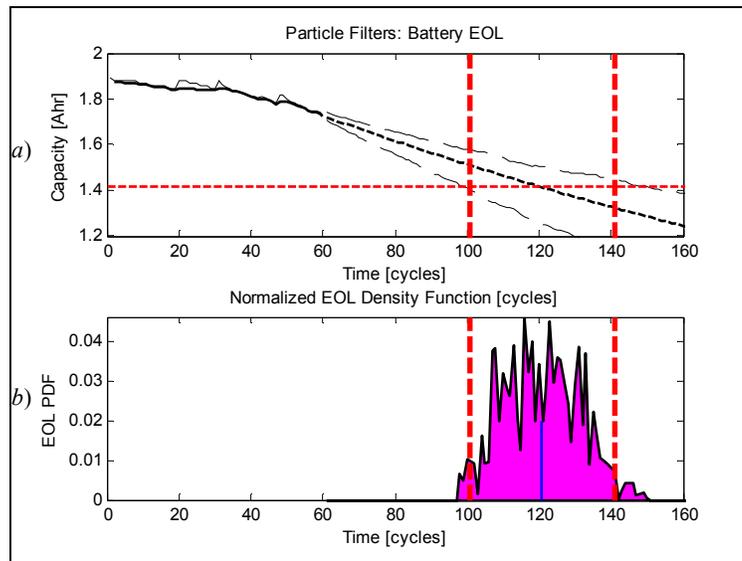


Figure 5.2: Predicción del EOL basado en el “modelo #1” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua)

En las Figuras 5.1a) y 5.2a) se puede notar del efecto de los fenómenos de auto-recarga (ciclos de operación 20, 31 y 48 en el primer conjunto de datos de validación y en los ciclos 20, 31, 43, y 48 en el segundo conjunto de datos de validación) en el filtrado y en la fase de pronóstico del algoritmo. En efecto, es extremadamente difícil incorporar estos eventos dentro de la estimación de estados, lo que afecta en gran medida la exactitud del EOL y también las condiciones iniciales para la predicción de la degradación del SOH. Como una consecuencia, la PDF del EOL (Figuras 5.1b) y 5.2b)) evidencia una mayor dispersión y varianza que en el caso de una aproximación basado en el “modelo #2” y “modelo #3”, y por lo tanto un intervalo de confianza mayor para el EOL de los ESD.

Por otro lado, las Figuras 5.3a) y 5.4a) muestran el resultado de un esquema de pronóstico basado en el “modelo #2”, donde se considera un módulo de diagnóstico basado en PF para la detección del fenómeno de regeneración (el cual es usado para determinar el valor de una señal de entrada externa  $U(k)$  en (3.3)-(3.5)). Es importante notar que el módulo de detección no sufre falsos positivos (diseño original propuesto de una tasa de 1% de falsos positivos). Además, se puede observar el cálculo de la PFD del EOL en las Figuras 5.3b) y 5.4b), en ellas se puede notar que la predicción de la varianza en la PDF del EOL y el intervalo de confianza de un 95% son más pequeños que en el caso de la aproximación clásica representada en las Figuras 5.1b) y 5.2b). Por lo tanto, la exactitud en la predicción muestra mejores resultados que cuando se usa el “modelo #2”.

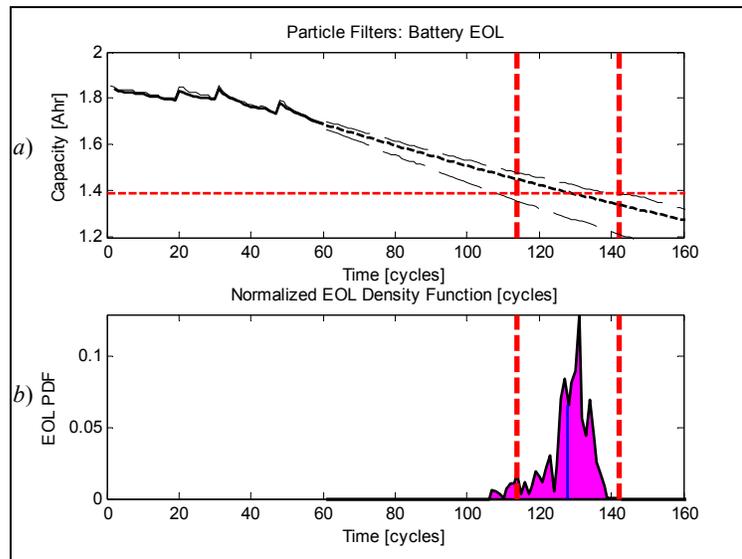


Figure 5.3: Predicción del EOL basado en el “modelo #2” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua)

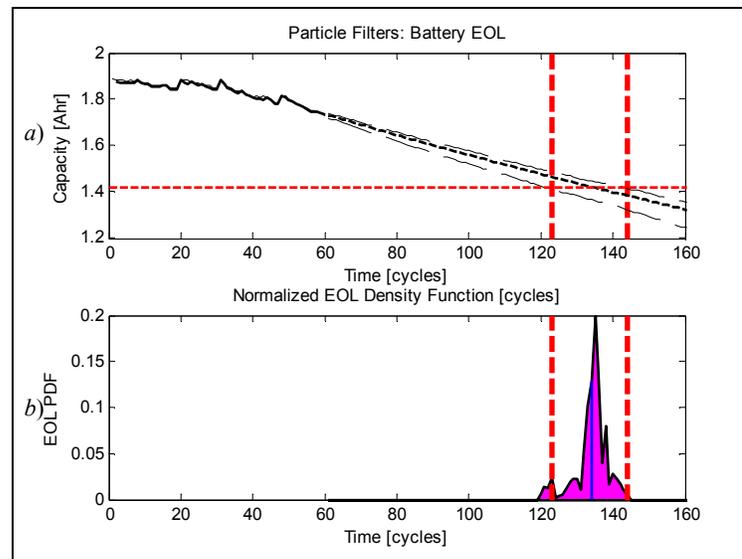


Figure 5.4: Predicción del EOL basado en el “modelo #2” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción basado en PF (línea gruesa discontinua)

En las Figuras 5.5a) y 5.6a) se aprecia el efecto de la incorporación de los fenómenos de regeneración, mediante su modelación con cadenas de Markov, en la predicción de la degradación de la capacidad de la batería. Los resultados de la PDF del EOL del “modelo #3”, (ver las Figuras 5.5b) y 5.6b), muestran mayor exactitud en el valor esperado del EOL en relación a los resultados obtenidos por el “modelo #2”. Por otro lado, se puede apreciar un leve aumento en la varianza de la PDF del EOL en relación a lo ilustrado en las Figuras 5.3b) y 5.4b). Esto se debe a que al considerar los fenómenos de regeneración en el pronóstico del SOH existe una

mayor perturbación en la propagación de partículas lo cual lleva a tener una mayor dispersión de la PDF, y por ende, un mayor intervalo de confianza. Sin embargo, este aumento sigue siendo considerablemente menor a los resultados presentados en las Figuras 5.1b) y 5.2b), los cuales se basan a lo descrito en la literatura ([1], [5]).

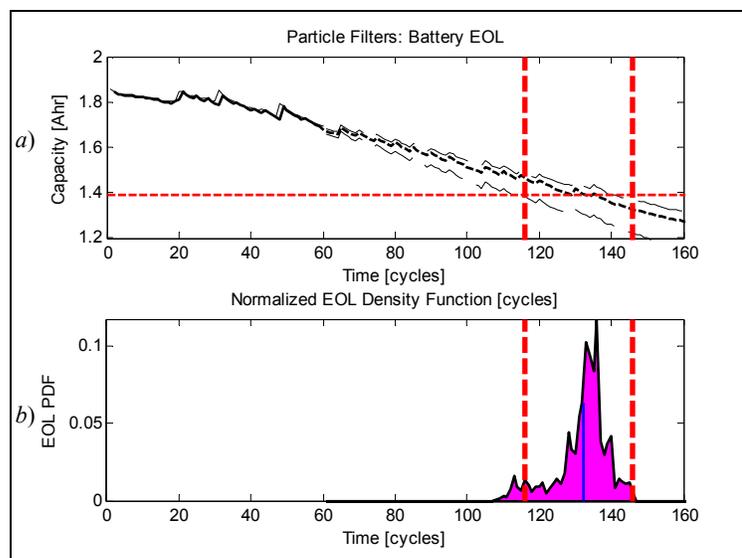


Figure 5.5: Predicción del EOL basado en el “modelo #3” para el primer conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción de los fenómenos de regeneración basado en PF (línea gruesa discontinua)

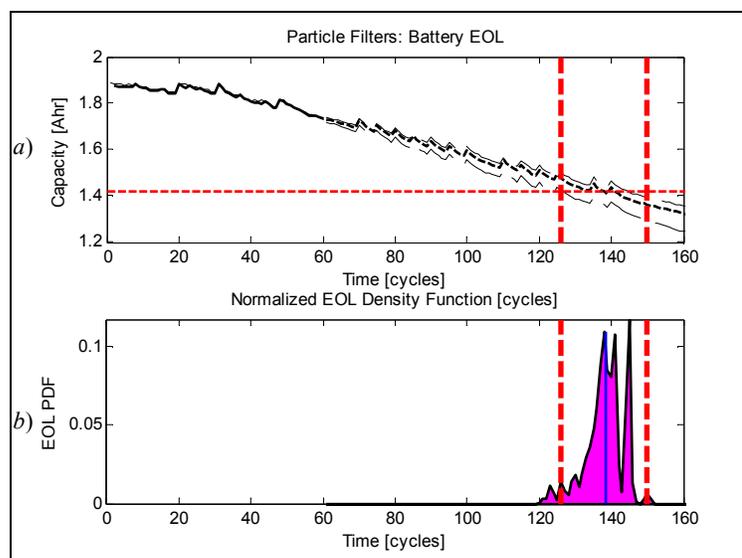


Figure 5.6: Predicción del EOL basado en el “modelo #3” para el segundo conjunto de datos de validación. Datos medidos (línea fina continua), Estimación del PF (línea gruesa continua), y Predicción de los fenómenos de regeneración basado en PF (línea gruesa discontinua)

Desde un punto de vista de implementación, es importante mencionar que la complejidad del algoritmo permite el cálculo de la PDF del EOL en aproximadamente 2,84 [s], usando ambiente MATLAB® R2009b y un procesador AMD Athlon II P320 Dual Core 2.10 Ghz (memoria instalada (RAM): 4 GB), según los parámetros seleccionados en la configuración del

algoritmo de pronóstico del SOH en el Capítulo IV. De acuerdo a esta información, este algoritmo podría ser fácilmente embebido como parte de una solución más integral para sistemas de administración de baterías (BMS, por sus siglas en inglés), entregando mayor exactitud y precisión en la estimación del RUL en ESDs. En este sentido, cabe señalar que la prevención de la sobreestimación del RUL de la batería tiene un impacto directo en la logística (ya que es posible saber con exactitud cuándo hay que cambiar la batería), orientados a los negocios de reciclaje de acumuladores, y a los procedimientos de certificación de la batería para utilizar los vehículos eléctricos.

A pesar que la evidencia visual puede ser un buen indicador para apreciar las mejoras del uso de los modelos propuestos dentro del módulo de pronóstico del SOH basado en PF, es necesario definir apropiadamente medidas de desempeño para cuantificar y evaluar las mejoras de una manera más rigurosa. El siguiente capítulo se centra en ese tema en específico, el cual es de una importancia primordial para una interpretación correcta de los resultados obtenidos.

## Capítulo VI

# Medidas de Desempeño de Pronóstico y Evaluación de las Aproximaciones Propuestas para el Monitoreo de la Degradación del SOH

Esta ampliamente aceptado en la comunidad de *Prognostic and Health Management* (PHM) que la calidad de las predicciones en los módulos de pronóstico están directamente relacionadas con la exactitud y precisión de las estimaciones del EOL/RUL (términos asociados al sesgo y volatilidad del estimador, respectivamente) [38], [62], [66]-[67]. Aunque algunos autores han propuesto medidas de desempeño de pronósticos ([5], [68]), esos indicadores no son necesariamente representativos de los aspectos más importantes a ser considerados en una aplicación específica como el pronóstico de SOH para ESDs. Esto se debe a que no hay una medida convencional que capture las necesidades mínimas de desempeño de un algoritmo de pronóstico, como tampoco hay una estandarización sobre esos aspectos.

El error clásico que presentan las típicas medidas de exactitud y precisión es que asumen que el riesgo asociado a los problemas de exactitud es equivalente para el caso donde el EOL es sobreestimado o subestimado. Esto claramente no cierto en el caso de problemas de pronóstico de fallas, donde se desea que el sistema falle después de lo predicho, evitando costos asociados a tiempos de mantención o eventos catastróficos. Además, existen métricas como error cuadrático medio (ECM) y MAPE (del inglés, *Mean Absolute Percentage Error*) que asumen que el sistema es invariante en el tiempo (lo cual no es necesariamente cierto) y no capturan el riesgo asociado a los problemas de exactitud a medida que disminuye la vida útil remanente. Aunque es posible considerar una versión ponderada de esas medidas, no es sencillo definir los pesos como una función del riesgo.

Este capítulo tiene como objetivo llenar este vacío, proponiendo medidas de desempeño *ad-hoc* que pueden ayudar a analizar los resultados obtenidos de los conjuntos de datos de validación de las baterías sometidas a las pruebas de degradación acelerada, para identificar las principales mejoras asociadas al uso del “modelo #2” y “modelo 3” dentro de la implementación del marco de pronóstico del SOH basado en el PF para el monitoreo de degradación en ESDs.

## 6.1 Medida de Exactitud de Pronóstico

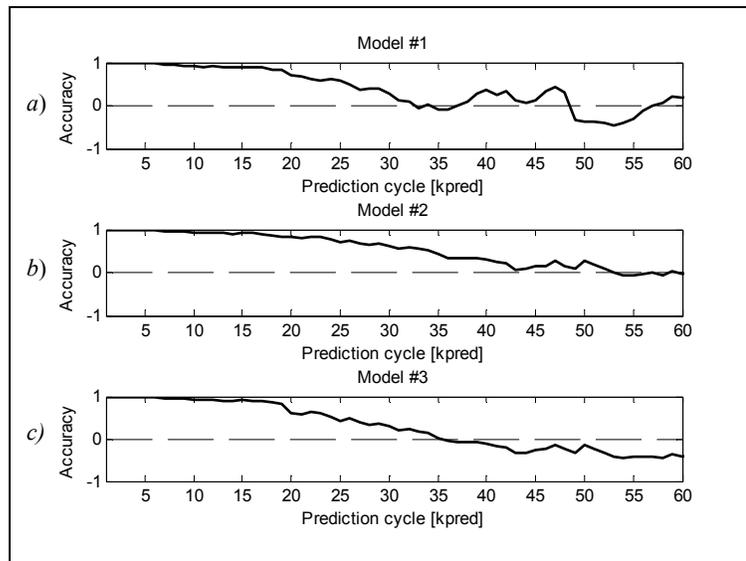
La exactitud es una medida de desempeño de suma importancia en los algoritmos de pronóstico, el cual básicamente puede ser calculado como la diferencia entre el valor esperado del EOL de un sistema y su valor real.

$$Accuracy = \varphi\left(EOL - E\{EOL | y_{1:k_{pred}}\}\right), \quad (6.1)$$

donde el EOL es el valor real del fin de la vida del acumulador,  $k_{pred}$  es el ciclo donde el algoritmo de pronóstico es ejecutado,  $E\{EOL | y_{1:k_{pred}}\}$  es el valor esperado condicional a los datos observados, y  $\varphi$  es una función logística que tiene como objetivo escalar los resultados en un rango  $[-1, 1]$ . Para esta medida, el mejor valor de la exactitud, es el más pequeño ( $\varphi = 0$  indica exactitud perfecta). Es importante notar que ésta es una medida que permite solo cuantificar la calidad promedio del pronóstico, y no para otros valores, en probabilidad, de la PDF del estimador EOL (el cual podría ser fácilmente parte de la cola de la distribución de probabilidad).

Las Figuras 6.1 y 6.2 muestran la evaluación de los dos conjuntos de datos de validación del sistema de pronóstico del SOH basado en PF usando el “modelo #1” (ver Figura 6.1a) y 6.2a)), el “modelo #2 (ver Figura 6.1b) y 6.2b)) y el “modelo #3” (ver Figura 6.1c) y 6.2c)) considerando las predicciones de largo plazo que fueron generadas (emulando una operación en tiempo real) en cada ciclo de descarga  $k_{pred}$ .

Se puede observar que a medida que aumenta la cantidad de información ( $k_{pred}$  cada vez mayor) la exactitud tiende a mejorar (señal más cercana a cero) dado que el algoritmo de predicción está basado en estimadores Bayesianos. Sin embargo, se aprecia que hay instantes en que la medida de exactitud presenta claras evidencias de sobreestimación del EOL (medida de exactitud toma un valor negativo).



**Figure 6.1: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.**

El comportamiento antes mencionado es absolutamente no deseado en cualquier módulo de pronóstico, ya que esto implica que los ESDs pueden fallar antes de lo que fue pronosticado. Para este efecto, se aprecia que para el primer conjunto de datos el algoritmo de pronóstico basado en PF usando el “modelo #2” muestra un mejor desempeño (ver Figura 6.1b)) que su contraparte basada en el modelo #1, el cual tiende a tener resultados menos estables producto de considerar en sus condiciones iniciales de predicción el efecto de los fenómenos de regeneración, lo que lleva a sobreestimar el RUL del sistema durante los ciclos de descarga 49-57 (ver Figura 6.1a)). Por otro lado, el comportamiento del “modelo #3” el cual incluye la caracterización estadística de los fenómenos de regeneración en la etapa de predicción, tiende a tener un menor sesgo que el “modelo #1”, pero a tener una mayor área de sobreestimación que el “modelo #2”. Ya que al considerar el efecto de las regeneraciones, a medida que va disminuyendo el RUL, se tiende a levantar la curva de degradación del SOH, aumentando en un par de ciclos el *end-of-life* del acumulador.

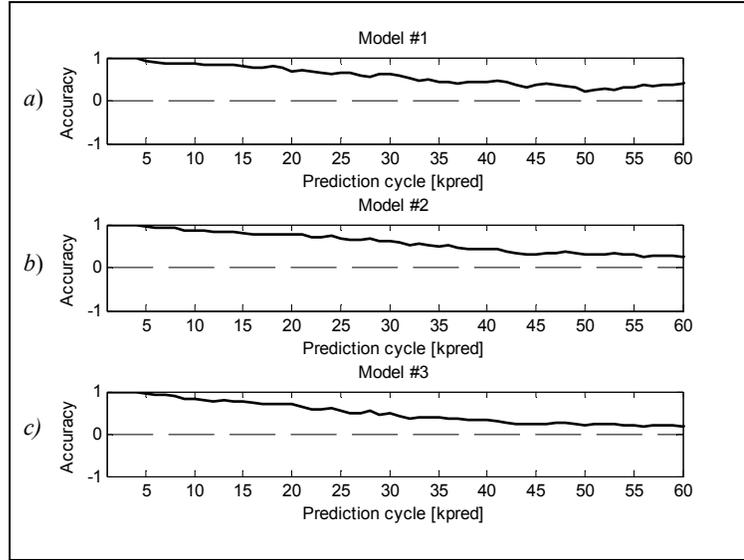


Figure 6.2: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.

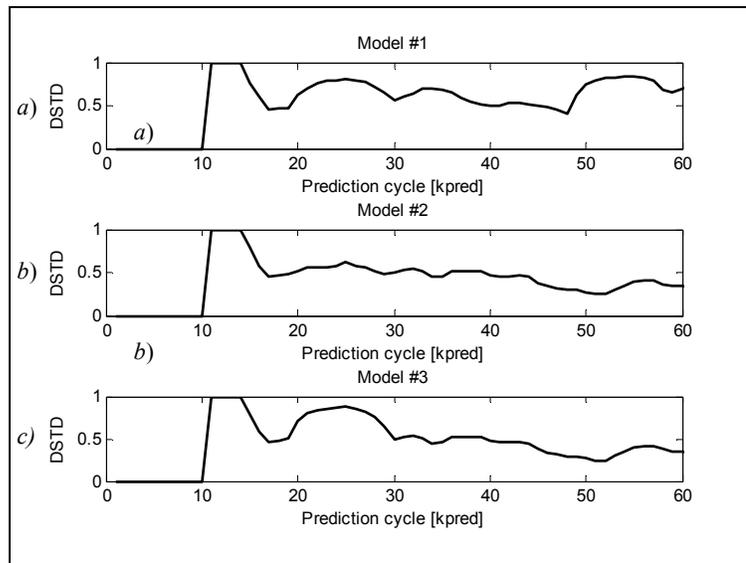
En relación a los resultados obtenidos en el segundo conjunto de datos, no se aprecia sobreestimación del EOL en ninguno de los tres casos, producto que el *ground truth* (valor real del EOL) se ve afectado de sobremanera por la aparición de los fenómenos de regeneración en los ciclos posteriores a  $k_{pred} = 60$ , alterando la curva de degradación. Lo que lleva a que el “modelo #3” muestre mejoras respecto a los otros modelos en relación a la exactitud, ya que este enfoque considera estos efectos en la estimación del EOL.

## 6.2 Desviación Estándar Móvil (DSTD)

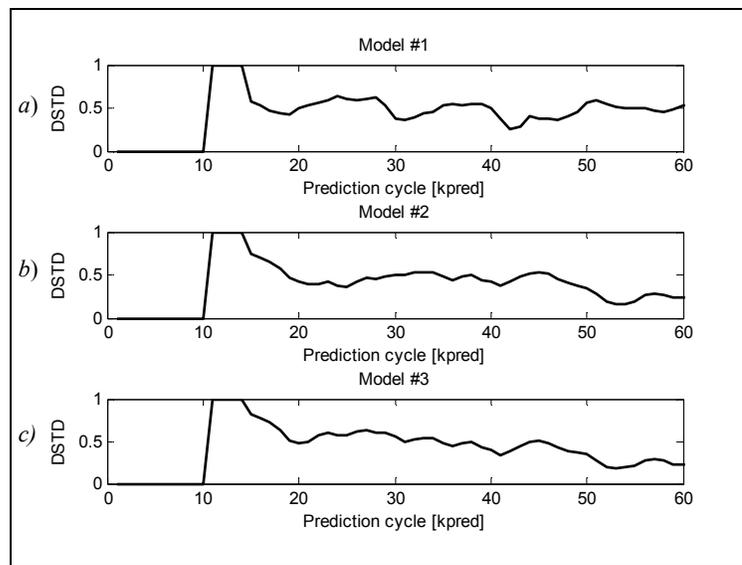
Otro importante aspecto para tener en consideración en la evaluación de las medidas de desempeño es la volatilidad generada en las predicciones, el cual puede ser medida por el cálculo de la desviación del valor esperado del EOL sobre una ventana de móvil.

$$DSTD = \varphi \left( \sqrt{\text{Var} \left( E \{ EOL | y_{1:j} \} \right)_{j=k_{pred}-\Delta:k_{pred}}} \right), \quad (6.2)$$

donde  $k_{pred}$  es el ciclo donde el algoritmo de pronóstico es ejecutado,  $\Delta$  número de muestras consideras en la ventana móvil,  $\varphi$  es una función logística que permite escalar los resultados en el rango  $[0, 1]$ . Para esta medida, el mejor DSTD, es la medida más cercana a cero ( $DSTD = 0$  indica volatilidad nula y el hecho que las mediciones no alteran la salida del algoritmo de pronóstico, indicando robustez). Las Figuras 6.3 y 6.4 muestran la evaluación del algoritmo de pronóstico del SOH basado en PF usando el “modelo #1” (ver Figuras 6.3a) y 6.4a)), “modelo #2” (ver Figuras 6.3b) y 6.4b)), y el “modelo #3” (ver Figuras 6.3c) y 6.4c)), considerando predicciones a largo plazo que fueron generadas (emulando una operación en tiempo real) en cada ciclo de descarga  $k$ .



**Figure 6.3:** Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño DSTD propuesta en: *a)* “modelo #1”, *b)* “modelo #2”, y *c)* “modelo #3”.



**Figure 6.4:** Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño DSTD propuesta en: *a)* “modelo #1”, *b)* “modelo #2”, y *c)* “modelo #3”.

En relación a los resultados obtenidos para ambos conjuntos de datos se tiene que los modelos propuestos (“modelo #2” y “modelo #3”) tienen un índice DSTD menor que el modelo presentado en la literatura basado en el “modelo #1”. Lo cual se debe a mejores propiedades de adaptación ofrecidas por los modelos propuestos, el cual permite tener mejores resultados de estimación, y por lo tanto, mejores condiciones iniciales para predicciones a largo plazo. Por otro lado, el “modelo #3” muestra un leve aumento en la volatilidad en relación a la desviación estándar móvil del “modelo #2”, ya que al ser el “modelo #3” un estimador más insesgado que el “modelo #2”, puede existir un estimador con mayor sesgo, pero con menor volatilidad.

El índice DSTD es crítico en términos de validación de algoritmos de pronósticos, ya que está directamente relacionado a la capacidad de precisión de predicción y a la capacidad de robustez de las aproximaciones.

### 6.3 Medida de Exactitud de Pronóstico (Penalizada)

Esta medida de desempeño incorpora el hecho que los problemas de exactitud deberían de ser penalizados si el sistema está más cerca del tiempo de falla (cualquier error podría ser costoso):

$$Accuracy\_penalized = \varphi \left( \frac{EOL - E\{EOL | y_{1:k_{pred}}\}}{E\{RUL | y_{1:k_{pred}}\}} \right), \quad (6.3)$$

donde

$$E\{RUL | y_{1:k_{pred}}\} = E\{EOL | y_{1:k_{pred}}\} - k_{pred}. \quad (6.4)$$

Las Figuras 6.5 y 6.6 muestran los efectos del factor de penalización sobre la medida de exactitud. El análisis de esta figura provee información que es consistente con los resultados mostrados en las Figura 6.1 y 6.2, donde se da mayor prioridad a medida que se agregan nuevos datos observados.

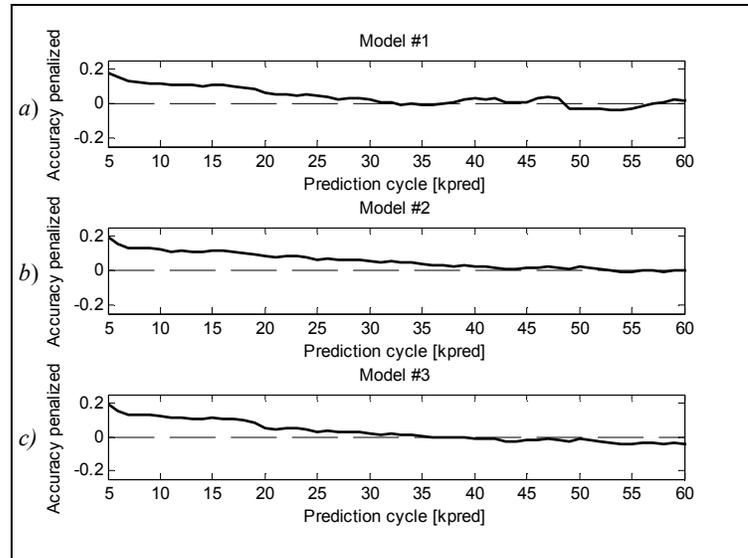


Figure 6.5: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud penalizada propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.

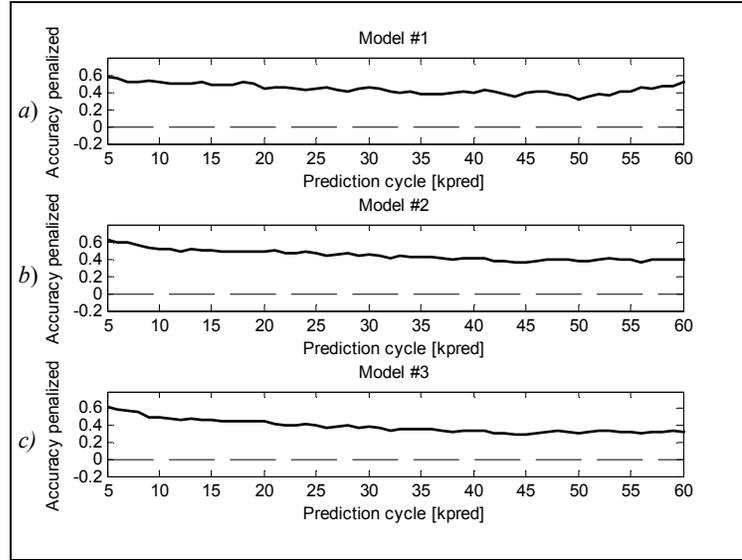


Figure 6.6: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño de exactitud penalizada propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.

## 6.4 Medida de Desempeño $\alpha$ -crítico

Los sistemas de apoyo en la toma de decisiones no pueden depender solamente de la información acerca del valor esperado de las variables aleatorias (VA), sino que deben considerar desde la cola de las PDFs que proporcionan información crítica para el riesgo que está asociado a la operación del proceso. Por lo tanto, a continuación se presenta una novedosa medida de desempeño basada en el concepto de JITP: el índice  $\alpha$ -crítico.

El índice  $\alpha$ -crítico es una medida de aversión al riesgo (un factor significativo para ser considerado cuando se usan implementaciones que consideran que sobreestimar la vida útil remanente de un sistema) y se define como el máximo  $\alpha \in [0,100]$  que asegura que el valor de  $JITP_{\alpha\%}(k_{pred})$  sea más pequeño que el valor real del EOL en los ESDs, para todo  $k_{pred} \in [1, EOL]$ :

$$\alpha_{crit} = \arg \min_{\alpha} \left\{ JITP_{\alpha\%}(k_{pred}) < EOL \right\}_{\forall k_{pred} \in [1, EOL]} \quad (6.5)$$

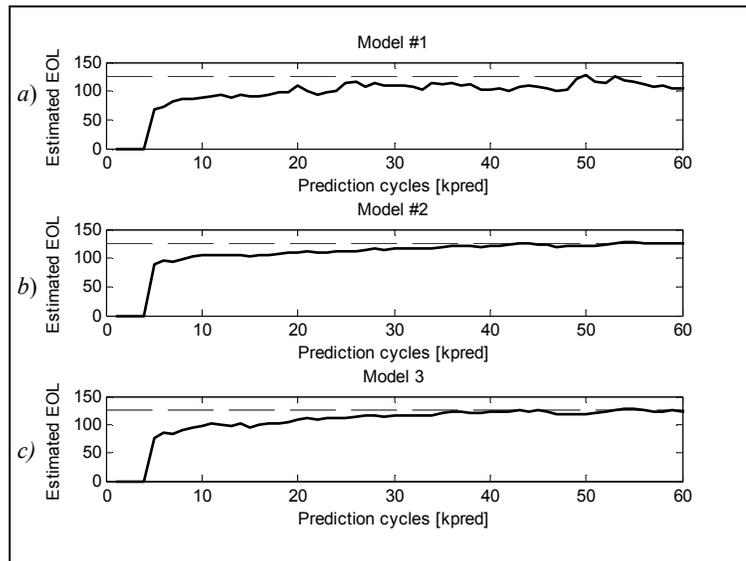
Por un lado, si el sistema de apoyo en la toma de decisiones considera un  $\alpha$  mayor esto indica que los pronósticos asociados a ese valor son más agresivos (ellos aceptan el riesgo de acumular una mayor probabilidad de masa de falla antes de recomendar las medidas correctivas). En ese sentido un algoritmo de pronóstico que muestre mayores valores para  $\alpha$ -crítico permite la implementación de estos sistemas.

Sin embargo, por el otro lado, un mayor valor  $\alpha$ -crítico es también un indicador que la varianza de la predicción de la PDF del EOL es mayor (es decir, estimaciones del EOL menos

precisas). Por esta razón, un buen diseño debería tratar de reducir este problema seleccionando algoritmos de pronóstico que permitan no solo usar valores mayores para  $\alpha$ -crítico, sino también minimizar –sobre el eje del tiempo- la diferencia entre el EOL real y el valor del JITP calculado para el correspondiente  $\alpha_{crit}\%$ . Esta diferencia es calculada usando la medida de desempeño (37):

$$Error_{\alpha_{crit}} = \sum_{k_{pred}=1}^{EOL} (EOL - JITP_{\alpha_{crit}\%}(k_{pred})). \quad (6.6)$$

Para el caso de estudio del primer conjunto de datos de validación, la implementación del marco de pronóstico propuesto usando el “modelo #1” permite  $\alpha_{crit} = 7.8\%$ , el “modelo #2” considera  $\alpha_{crit} = 35.92\%$  y el “modelo #3” un  $\alpha_{crit} = 0.1911$ . En principio, esto muestra que el “modelo #2” debería permitir la implementación de un sistema de apoyo en la toma de decisiones más agresivo. Sin embargo, el “modelo #3” teniendo una implementación más conservadora que el “modelo #2” presenta un mejor ajuste relacionado en la exactitud del valor esperado del EOL (ver Figura 6.7 el cual representa la diferencia calculada entre el EOL real y el  $JITP_{\alpha_{crit}\%}$  sobre el eje del tiempo). Además, la evaluación de la medida  $Error_{\alpha_{crit}}$ , muestra que el tercer modelo también ofrece (para un valor dado de  $\alpha$ -crítico), una solución más estable y menor dispersión en la estimación del EOL, haciendo esto más adecuado para la implementación de sistemas de decisión en tiempo real; ver Tabla 6.1 cual compara el desempeño del módulo de pronóstico del SOH basado en PF que usa el “modelo #1” y los modelos propuestos “modelo #2” y “modelo #3” en términos de la diferencia entre el *ground truth* del EOL (ciclo 126, en este caso) y el JITP correspondiente calculado.



**Figure 6.7: Evaluación del primer conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño  $\alpha$ -crítico propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.**

Resultados similares entrega el segundo conjunto de datos de validación (ver Figura 6.8), donde se obtiene para el “modelo #1” un  $\alpha_{crit} = 97.79\%$ , para el “modelo #2” un  $\alpha_{crit} = 98.06\%$ , y para el “modelo #3” un  $\alpha_{crit} = 97.80\%$ , considerando como *ground truth* del EOL el ciclo 160. Esta situación que se puede corroborar con los datos de la Tabla 6.1, el cual muestra una clara diferencia entre las distintas aproximaciones. Donde nuevamente se tiene un mínimo  $Error\_ \alpha_{crit}$  para el “modelo #3” lo que indica que puede ser seleccionado, según esta medida, entre los otros dos enfoques de pronóstico.

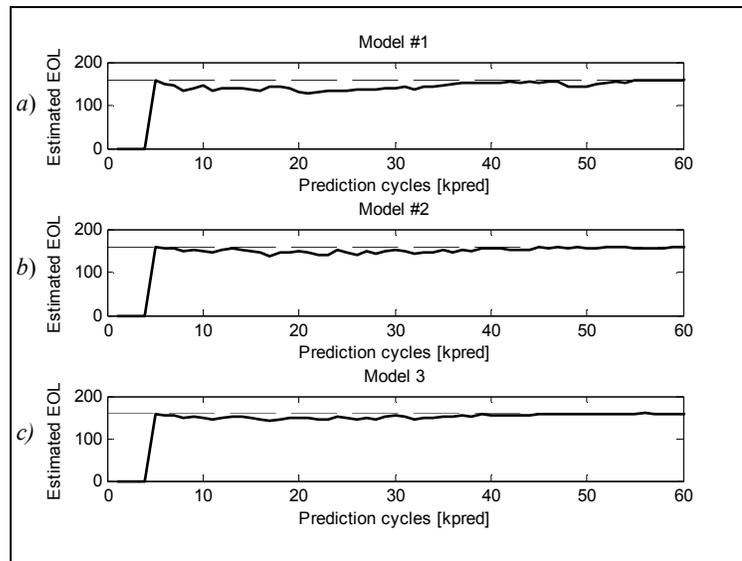


Figure 6.8: Evaluación del segundo conjunto de datos de validación del módulo de pronóstico del SOH basado en PF usando la medida de desempeño  $\alpha$ -crítico propuesta en: a) “modelo #1”, b) “modelo #2”, y c) “modelo #3”.

Tabla 6.1: Evaluación de la medida  $Error\_ \alpha_{crit}$  para los modelos #1, #2 y #3 con los dos conjuntos de datos de validación.

$Error\_ \alpha_{crit}$	1 <sup>er</sup> conjunto de datos	2 <sup>do</sup> conjunto de datos
Modelo #1	2768	1887
Modelo #2	1823	1536
Modelo #3	1807	1316

Como se ha mencionado anteriormente no existe una medida de desempeño única, que cubra todos los aspectos y criterios de los algoritmos de predicción. Sin embargo, el índice  $\alpha$ -crítico proporciona información adicional que es útil en la comparación de los algoritmos de pronóstico. Especialmente, al hacer un seguimiento de la evolución del desempeño de las predicciones sobre el tiempo, ayudando a determinar cuándo las predicciones pueden ser consideradas dignas de confianza.

# Capítulo VII

## Conclusiones

Este trabajo de tesis presenta, evalúa y valida dos novedosos modelos (“modelo #2” y “modelo #3”) de degradación de la capacidad en ESDs que permiten su implementación en un marco de pronóstico basado en filtro de partículas para la estimación del estado-de-salud (SOH) y el pronóstico del fin de la vida útil (EOL) en dispositivos de almacenamiento de energía. Ambos modelos incluyen la caracterización estadística de los fenómenos de auto-recarga, considerando un módulo de detección en línea basada en PF permitiendo llevar a cabo un test de hipótesis (tasa de 1% de falsas alarmas) para medidas de SOH, detectando eventos de regeneraciones en el *ciclo de vida* de los ESDs, mejorando así la condición inicial en el esquema de pronóstico usado para generar predicciones a largo plazo. El “modelo #3” se distingue del segundo modelo en la incorporación de la caracterización futura de los fenómenos de regeneración, a través de cadenas de Markov, cuantificando su efecto en el valor del EOL en el sistema de pronóstico.

Los resultados obtenidos muestran que el módulo de pronóstico basado en PF, además de proporcionar medidas de exactitud y precisión de la estimación del EOL incluye otros indicadores como el intervalo de confianza, entregando mayor información a los sistemas de apoyo en la toma de decisiones permitiendo tener predicciones más completas, lo que facilita la comparación en los resultados entregados por los distintos enfoques. En la diferenciación de los modelos, se encuentra que los enfoques propuestos aportan significativamente en mejoras de precisión y exactitud de la PDF del EOL, que su contraparte “modelo #1”, basado en la literatura. A su vez el “modelo #2” muestra una leve mejora en la varianza en relación a lo entregado por el “modelo #3”, esto se debe a la incorporación de los fenómenos de regeneración en la etapa de predicción, lo que aumenta la volatilidad en la propagación de las partículas. Sin embargo, el “modelo #3” muestra un menor sesgo en relación del estimador EOL en comparación del segundo modelo.

El esquema de predicción basado en PF que se propone ha sido validado usando datos experimentales de pruebas de degradación acelerada en baterías de Ion-Li y un conjunto de medidas de desempeño *ad-hoc* para cuantificar la precisión y exactitud de las estimaciones. Los resultados de las medidas de desempeño muestran que la capacidad de detectar los fenómenos de regeneración que es provisto por el “modelo #2” y “modelo #3” es el elemento clave dentro de las aproximaciones de pronóstico, ya que esto permite mejorar la exactitud de las predicciones a largo plazo, minimizando el efecto de estas perturbaciones en la varianza de la predicción del EOL; así ayudando a generar mayor confiabilidad en los pronóstico de *ciclo de vida* de los acumuladores. En relación a los resultados de caracterizar un modelamiento futuro de los fenómenos de regeneración (“modelo #3”) se tiene que las mediciones del valor estimado del EOL son más certeras en relación a los otros enfoques, sin embargo, existe una mayor probabilidad de sobreestimación a medida que el RUL va disminuyendo. La nueva medida de desempeño propuesta –índice  $\alpha$ -crítico– también indica que la aproximación representada por el “modelo #3” es más apropiada para el manejo del riesgo que es asociado para las predicciones

del EOL (un elemento crítico en el diseño de sistemas de apoyo en la toma de decisiones), cuando es comparado con las otras implementaciones disponibles en la literatura.

Por otra parte, la eficacia del enfoque de pronóstico propuesto ha sido probada usando un escenario simplificado de degradación donde la solución analítica óptima del problema de predicción (en sentido mínimo error cuadrático) puede ser calculada. Como consecuencia, se encuentran los parámetros óptimos del filtro ((i) número de partículas, (ii) número de realizaciones del filtro, y (iii) número de realizaciones de la cadena de Markov)) para la implementación del módulo de pronóstico propuesto; maximizando la exactitud de las predicciones a largo plazo y la capacidad de representar la cola de la PDF del EOL, lo que más tarde es representado por el valor del JITP de la distribución del EOL.

En cuanto al impacto del algoritmo propuesto en los sistemas de administración de baterías (BMS, del inglés *Battery Management Systems*), se debe notar que el desempeño de los BMS aumenta en calidad al tener una mayor cantidad de información (ya que los BMS necesitan tomar decisiones en base a esa información). En este sentido, del análisis de los resultados en los Capítulos V y VI es posible inferir que los algoritmos propuestos mejoran significativamente la exactitud y precisión del EOL y la estimación del SOH. Considerando que una estimación exacta de la vida útil de la batería puede establecer estrategias avanzadas sobre el monitoreo en la administración, lo que disminuye costos y aumenta los beneficios asociados a la seguridad, además de tener un impacto positivo directo en logística (es posible conocer exactamente cuándo cambiar la batería), negocios orientados al reciclaje, y procesos de certificación de baterías en autos eléctricos.

En relación a las limitaciones relevantes del enfoque propuesto, cabe mencionar que el módulo de pronóstico sólo ha considerado datos de la degradación de la capacidad [Ahr] del acumulador para estudiar el SOH, sin considerar otros factores que afectan, directa o indirectamente, el estado de la batería como: temperatura ambiente (factor que disminuye la vida útil de los ESDs [4], [10]), perfiles de uso variable (recordar que los ciclos de operación usados de carga/descarga son a corriente constante y con la misma configuración para cada ciclo), y tiempo de descanso entre ciclos (factor que afecta en la aparición de los fenómenos de regeneración [69]). Esto se debe a la escasez de datos disponibles que contengan una mayor cantidad de variables para generar un estudio más completo en la estimación del SOH en acumuladores de energía. Otro punto a destacar es que para el correcto funcionamiento del esquema de pronóstico se necesita un monitoreo constante de la energía que entrega y consume la batería, ya que se requiere de un historial para generar tendencias de degradación lo más confiable posible. Limitando el uso inmediato del sistema de estimación y pronóstico del SOH.

Cabe mencionar que a lo largo de este documento se menciona la implementación de un módulo de pronóstico del SOH que es capaz de detectar y aislar los fenómenos de regeneración en “dispositivos almacenadores de energía” (ESDs) en general, mientras que los fenómenos de regeneración no necesariamente se presentan en todos los ESDs (de hecho, estos fenómenos se encuentran principalmente en baterías de Ion-li y plomo-ácido). En este sentido, es importante notar que el módulo de pronóstico propuesto independiente de este hecho es adecuado incluso a ESDs que no presentan estos fenómenos, como los capacitores o super-capacitores. Ya que la estructura del esquema propuesto en variables de estado de los “modelo #2” y “modelo #3” incorporan información en línea del módulo de detección basado en PF ( $U(k)$  en (3.3)–(3.4)) para identificar estos eventos de auto-recarga. En este caso, cuando los fenómenos de regeneración no

existen,  $U(k)=0$  para todo  $k$ . De esta manera se considera que la ausencia de los fenómenos de auto-recarga es un caso particular en la estructura propuesta.

Como trabajo futuro se considera incluir aspectos más específicos de la fenomenología del acumulador. Tanto en la modelación del proceso de degradación de los ESDs como en el estudio de los factores que afectan en la aparición de los fenómenos de regeneración, tal como el efecto de la temperatura y el perfil de uso en la estructura físico-química de los ESDs.

## Referencias

- [1] Saha, B., Goebel, K., Poll, S., Christophersen, J., "Prognostics Methods for Battery Health Monitoring Using a Bayesian Framework," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol.58, no.2, pp.291-296, Feb. 2009.
- [2] Pattipati, B., Pattipati, K., Christopherson, J.P., Namburu, S.M., Prokhorov, D.V., Liu Qiao, "Automotive battery management systems," *AUTOTESTCON, 2008 IEEE*, vol., no., pp.581-586, 8-11 Sept. 2008.
- [3] Orchard, M., Vachtsevanos, G., "A Particle Filtering Approach for On-Line Fault Diagnosis and Failure Prognosis," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 31, no. 3-4, pp. 221-246, June 2009.
- [4] Huggins, R.A., *Advanced Batteries: Materials Science Aspects*. Springer-Verlag, New York, 2008.
- [5] Orchard, M., Tang, L., Saha, B., Goebel, K., Vachtsevanos, G., "Risk-Sensitive Particle-Filtering-based Prognosis Framework for Estimation of Remaining Useful Life in Energy Storage Devices," *Studies in Informatics and Control*, vol. 19, Issue 3, pp. 209-218, September 2010.
- [6] ISO 3534-1 Statistics - Vocabulary and symbols. Part 1: Probability and general statistical terms. ISO, Ginebra, 1993.
- [7] ISO 3354 Measurement of clean water flow in closed conduits — Velocity-area method using current-meters in full conduits and under regular flow conditions. ISO, Ginebra, 2008.
- [8] Danilov, D., Notten, P.H.L., "Adaptive Battery Management Systems for the new generation of Electrical Vehicles," *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC '09. IEEE*, vol., no., pp.317-320, 7-10 Sept. 2009.
- [9] Ichimura, M., Shimomura, M., Takeno, K., Shirota, R., Yamaki, J., "Synergistic Effect of Charge/Discharge Cycle and Storage in Degradation of Lithium-ion Batteries for Mobile Phones," *Telecommunications Conference, 2005. INTELEC '05. Twenty-Seventh International*, vol., no., pp.245-250, Sept. 2005.
- [10] Kejun Qian, Chengke Zhou, Yue Yuan, Allan, M., "Temperature effect on electric vehicle battery cycle life in Vehicle-to-grid applications," *Electricity Distribution (CICED), 2010 China International Conference on*, vol., no., pp.1-6, 13-16 Sept. 2010.
- [11] Rufus, F., Seungkoo Lee, Thakker, A., "Health monitoring algorithms for space application batteries," *Prognostics and Health Management, 2008. PHM 2008. International Conference on*, vol., no., pp.1-8, 6-9 Oct. 2008.
- [12] Pascoe, P.E., Anbuky, A.H. "Standby VRLA battery reserve life estimation," *Telecommunications Energy Conference, 2004. INTELEC 2004. 26th Annual International*, vol., no., pp. 516- 523, 19-23 Sept. 2004.

- [13]Yinjiao Xing, Qiang Miao, Tsui, K.-L., Pecht, M., "Prognostics and health monitoring for lithium-ion battery," *Intelligence and Security Informatics (ISI), 2011 IEEE International Conference on*, vol., no., pp.242-247, 10-12 July 2011.
- [14]Huet, F., "A review of impedance measurements for determination of state-of-charge or state-of-health of secondary batteries," *J. Power Sources*, vol. 70, no.1, pp.59-69, January 1998.
- [15]Rodrigues, S., Munichandraiah, N., Shukla, A.K., "A review of state-of-charge indication of batteries by means of AC impedance measurements," *J. Power Sources*, vol. 87, no. 1-2, pp. 12-20, 2000.
- [16]Pop, V., Bergveld, H.J., Notten, P.H.L., Regtien, P.P.L., "State-of-the-art of battery state-of-charge determination," *Measurement Science and Technology*, vol. 16, no.12, PP. R93–R110, Dec. 2005.
- [17]Piller, S., Perrin, M., Jossen, A., "Methods for state-of-charge determination and their applications," *Journal Power Sources*, vol. 96, no. 1, pp. 113-120, June 2001.
- [18]Pattipati, B., Sankavaram, C., Pattipati, K., "System Identification and Estimation Framework for Pivotal Automotive Battery Management System Characteristics," *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, vol.41, no.6, pp.869-884, Nov. 2011.
- [19]S. Santhanagopalan, Q. Zhang, K. Kumaresan, R. E. White, "Parameter Estimation and Life Modeling of Lithium-Ion Cells," *Journal of The Electrochemical Society*, vol. 155, no. 4, pp. A345-A353, 2008.
- [20]Liang Chu, Feikun Zhou, Jianhua Guo, "Investigation of cycle life of li-ion power battery pack based on LV-SVM," *Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC), 2011 International Conference on*, vol., no., pp.1602-1605, 19-22 Aug. 2011.
- [21]Achmad Widodo, Min-Chan Shim, Wahyu Caesarendra, Bo-Suk Yang. "Intelligent prognostics for battery health monitoring based on sample entropy". *Expert Syst. Appl.*, 38(9):11763-11769, 2011.
- [22]A. J. Salkind, C. Fennie, P. Singh, T. Atwater, D. E. Reisner, "Determination of state-of-charge and state-of-health of batteries by fuzzy logic methodology," *Journal of Power Sources*, vol. 80, issue 1-2, pp. 293-300, 1999.
- [23]Zhang Di; Ma Yan; Bai Qing-Wen; , "Estimation of Lithium-ion battery state of charge," *Control Conference (CCC), 2011 30th Chinese* , vol., no., pp.6256-6260, 22-24 July 2011.
- [24]Coleman, M.; Hurley, W.G.; Chin Kwan Lee; , "An Improved Battery Characterization Method Using a Two-Pulse Load Test," *Energy Conversion, IEEE Transactions on* , vol.23, no.2, pp.708-713, June 2008.
- [25]Wang Haiying; He Long; Sun Jianhua; Liu Shuanquan; Wu Feng; , "Study on correlation with SOH and EIS model of Li-ion battery," *Strategic Technology (IFOST), 2011 6th International Forum on* , vol.1, no., pp.261-264, 22-24 Aug. 2011.
- [26]Huimin Chen, Li, X.R., "Distributed active learning with application to battery health management," *Information Fusion (FUSION), 2011 Proceedings of the 14th International Conference on*, vol., no., pp.1-7, 5-8 July 2011.
- [27]Yi-Hsien Chiang; Wu-Yang Sean, "Dynamical estimation of State-of-Health of batteries by using adaptive observer," *Power Electronics and Intelligent Transportation System (PEITS), 2009 2nd International Conference on*, vol.1, no., pp.110-115, 19-20 Dec. 2009.
- [28]Bhangu, B.S., Bentley, P., Stone, D.A., Bingham, C.M., "State-of-charge and state-of-health prediction of lead-acid batteries for hybrid electric vehicles using non-linear observers," *Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on*, vol., no., pp.10 pp.-P.10, 0-0.

- [29] Dai Haifeng, Wei Xuezhe, Sun Zechang, "A new SOH prediction concept for the power lithium-ion battery used on HEVs," *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009. VPPC '09. IEEE*, vol., no., pp.1649-1653, 7-10 Sept. 2009.
- [30] Saha, B., Goebel, K., "Uncertainty Management for Diagnostics and Prognostics of Batteries using Bayesian Techniques," *Aerospace Conference, 2008 IEEE*, vol., no., pp.1-8, 1-8 March 2008.
- [31] Wei He, Williard, N., Osterman, M., Pecht, M., "Remaining useful performance analysis of batteries," *Prognostics and Health Management (PHM), 2011 IEEE Conference on*, vol., no., pp.1-6, 20-23 June 2011.
- [32] Kalman, R. E. "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering* 82(1): 35-45 1960.
- [33] Anderson, B. D., Moore, J. B. *Optimal Filtering*, Dover Publications, 1979.
- [34] Simon, D. "Optimal State Estimation. Kalman, H-Infinity, and Nonlinear Approaches," *Wiley-Interscience*, 2006.
- [35] Oksendal, B. *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications* (Universitext), 6th edn, Springer, 2007.
- [36] Tobar, F., "Inferencia de la volatilidad de retornos financieros usando filtro de partículas," M.S thesis, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2010.
- [37] Ristic, B., Arumlampalam, S., Gordon, N. "Beyond the Kalman Filter: particle filters for tracking applications.," *Artech House*, 2004.
- [38] Orchard, M., Tobar, F., Vachtsevanos, G., "Outer Feedback Correction Loops in Particle Filtering-based Prognostic Algorithms: Statistical Performance Comparison," *Studies in Informatics and Control*, vol. 18, Issue 4, pp. 295-304, December 2009.
- [39] Johannes, M. S., Polson, N. G., Stroud, J. R. "Optimal filtering of jump-diffusions: Extracting latent states from asset prices," *Review of Financial Studies* 2559-2599. 2009.
- [40] Haug, A. "A tutorial on bayesian estimation and tracking techniques applicable to nonlinear and non-gaussian processes," *Technical report*, MITRE, 2005.
- [41] Krishnan, V. *Nonlinear Filtering and Smoothing: An Introduction to Martingales, Stochastic Integrals and Estimation*, Dover, 2005.
- [42] Anderson, B. D., Moore, J. B. *Optimal Filtering*, Dover Publications, 1979.
- [43] Del Moral, P, *Peynman-Kac Formulae: Genealogical and Interacting Particle Systems with Applications, Probability and its Applications*, Springer, New York, 2004.
- [44] Andrieu C., Doucet A., Punskeya E., "Sequential Monte Carlo Methods for Optimal Filtering," in A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon (Eds.), *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, Springer-Verlag, NY, 2001.
- [45] Geweke, J. F. "Bayesian inference in econometric models using monte carlo integration," *Econometrica* 57: 1317-1340, 1989.
- [46] Doucet A., de Freitas N., Gordon N., "An introduction to Sequential Monte Carlo methods," in *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, A. Doucet, N. de Freitas, and N. Gordon, Eds. NY: Springer-Verlag, 2001.
- [47] Liu, J. S. "Metropolized independent sampling with comparisons to rejection sampling and importance sampling," *Statistics and Computing* 6(2): 113-119, 1996.
- [48] Kong, A., Liu, J. S. & Wong, W. H. "Sequential imputations and bayesian missing data problems," *Journal of the American Statistical Association* 89(425): 278-288, 1994.
- [49] Rubin, D. *Bayesian Statistics*, Vol. 3, Oxford University Press, chapter Using the SIR algorithm to simulate posterior distributions, 1988.
- [50] Doucet, A., Godsill, S., Andrieu, C. "On sequential monte carlo sampling methods for bayesian ltering," *Statistics and Computing* 10: 197-208, 2000.

- [51] Berzuini, C., Best, N. G., Gilks, W. R., Larizza, C. "Dynamic conditional independence models and markov chain monte carlo methods," *Journal of the American Statistical Association* 92: 1403-1412, 1997.
- [52] Liang Tang, Orchard, M.E., Goebel, K., Vachtsevanos, G., "Novel metrics and methodologies for the verification and validation of prognostic algorithms," *Aerospace Conference, 2011 IEEE*, vol., no., pp.1-8, 5-12 March 2011.
- [53] Norris, J.R., *Markov Chains*. Cambridge University Press, 1997.
- [54] Rabiner, L.R., "A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition," *Proceedings of the IEEE*, vol.77, no.2, pp.257-286, Feb 1989.
- [55] Hartmann, R., "An Aging Model for Lithium-Ion Cells," Ph.D. dissertation, University of Akron, 2008.
- [56] Saha, B., Goebel, K. "Modeling Li-ion Battery Capacity Depletion in a Particle Filtering Framework," *Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society*, 2009.
- [57] Saha, B., Goebel, K. (2007), "Battery Data Set," NASA Ames Prognostics Data Repository, [<http://ti.arc.nasa.gov/tech/dash/pcoe/prognostic-data-repository/>], NASA Ames, Moffett Field, CA.
- [58] Vetterli, M., Herley, C., "Wavelets and filter banks: theory and design," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol.40, no.9, pp.2207-2232, Sep. 1992.
- [59] HowStuffWorks (2000). *Why do batteries seem to go dead and then come back to life if you let them rest?*, [<http://electronics.howstuffworks.com/question390.htm>].
- [60] Guatelli, S., Mascialino, B., Pfeiffer, A., Pia, M.G., Ribon, A., Viarengo, P., "Application of statistical methods for the comparison of data distributions," Nuclear Science Symposium Conference Record, 2004 IEEE, vol.4, no., pp. 2086- 2090 Vol. 4, 16-22 Oct. 2004.
- [61] Zhang, B., Sconyers, C., Byington, C., Patrick, R., Orchard, M., Vachtsevanos, G., "A Probabilistic Fault Detection Approach: Application to Bearing Fault Detection," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 5, pp. 2011-2018, May 2011.
- [62] Edwards, D., Orchard, M., Tang, L., Goebel, K., Vachtsevanos, G., "Impact of Input Uncertainty on Failure Prognostic Algorithms: Extending the Remaining Useful Life of Nonlinear Systems," *Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society 2010*, October 10th-14th 2010, Portland, OR, USA.
- [63] Hunter, J. S., "The exponentially weighted moving average," *J. Qual. Technol.*, vol. 18, pp. 203-209, 1986.
- [64] Engel, S.J., Gilmartin, B.J., Bongort, K., Hess, A., "Prognostics, the real issues involved with predicting life remaining," *Aerospace Conference Proceedings, 2000 IEEE*, vol.6, no., pp.457-469 vol.6, 2000.
- [65] Trailovic, L., Pao, L.Y., "Variance estimation and ranking of Gaussian mixture distributions in target tracking applications," *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, vol.2, no., pp. 2195- 2201 vol.2, 10-13 Dec. 2002.
- [66] Zhang, B., Khawaja, T., Patrick, R., Vachtsevanos, G., Orchard, M., Saxena, A., "Application of Blind Deconvolution Denoising in Failure Prognosis," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, no. 2, pp. 303-310, February 2009.
- [67] Chen, C. Vachtsevanos, G., Orchard, M., "Machine Condition Prediction Based on Adaptive Neuro-Fuzzy and High-Order Particle Filtering," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 9, pp. 4353-4364, September 2011.
- [68] Saxena, A., Celaya, J., Saha, B., Saha, S., Goebel, K., "Evaluating prognostics performance for algorithms incorporating uncertainty estimates," *Aerospace Conference, 2010 IEEE*, vol., no., pp.1-11, 6-13 March 2010.

- [69] Chaari, R., Briat, O., Deletage, J.Y., Lallemand, R., Kouv, J., Coquery, G., Vinassa, J.M.; ,  
"Ageing quantification of supercapacitors during power cycling using online and periodic  
characterization tests," *Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2011 IEEE* , vol.,  
no., pp.1-5, 6-9 Sept. 2011