

**UNIVERSIDAD DE CHILE**

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

**ESCUELA DE POSTGRADO, ECONOMIA Y NEGOCIOS**

**“Valorización de la garantía estatal aplicada al  
proyecto concesionado Autopista Los Libertadores  
”**

**Tesis para optar al grado de  
Magister en Finanzas**

**Alumnos: Manuel Muñoz C.  
Marcelo Varas O.**

**Profesor Guía: Rafael Romero.**

Santiago, Diciembre de 2004

## ÍNDICE

1.- Introducción	1
------------------	---

### *Primera Parte*

2.- Concesiones viales en Chile	3
3.- Tipos de concesiones viales	8
4.- Un modelo simple de optimización para una concesión vial	8
5.- Contratos de concesiones en términos fijos	12
6.- Licitación en que se considera la menor oferta por el cobro de peaje	14
7.- Licitación en que se considera el mejor pago (el cobro del peaje y la duración del proyecto está fijo de manera ex-ante por el gobierno)	17
8.- Licitación en que se considera un contrato de tipo flexible (LPVR)	19

### *Segunda Parte*

9.- El uso de Ingresos Mínimos Garantizados en las concesiones Chilenas	23
10.- Valoración de una garantía	28
11.- La garantía vista como una opción PUT	29
12.- Garantía de Ingresos Mínimos en la Autopista Los Libertadores	30

### *Tercera Parte*

13.- Simulación de datos utilizando Monte Carlo	33
14.- Valoración de la Garantía a través del Método de Opciones	42

### *Cuarta Parte*

15.- Simulación de Monte Carlo	45
16.- Valoración de la Garantía utilizando Black y Scholes	46
17.- Conclusiones	48
18.- Anexos	49
19.- Bibliografía	53

## **INTRODUCCIÓN**

Hoy en día existen 23 proyectos en construcción y explotación que han sido concesionados por parte del Estado hacia los privados, todos los cuales se han acogido al régimen de ingresos mínimos garantizados, es decir, el Estado apoya con una garantía estatal de ingresos en el caso de que los flujos vehiculares (y por ende los ingresos obtenidos) no se

ajusten a los flujos proyectados por los privados al momento de adjudicarse la licitación vial.

Además, y en virtud de que una **garantía puede valorarse desde el punto de vista de la valoración de opciones**, la presente tesis tiene como objetivo valorar el costo que le significa al Estado el otorgar una garantía para un proyecto vial concesionado, en nuestro caso particular, el costo de otorgar la garantía estatal de ingresos mínimos al proyecto vial Autopista Los Libertadores, la cual une las ciudades de Santiago y Los Andes, y que comenzó a explotarse a fines del año 2000.

Este tipo de estudio se asemeja a los publicados en relación a valorar el costo de garantizar rentabilidades mínimas para el sistema de Administradoras de Fondos de Pensión (AFP), tanto para el caso chileno como para el caso extranjero. Para estos casos se han utilizado valoraciones hechas por el método de opciones así como también por el método de simulación de Monte Carlo.

En cuanto al caso particular de las concesiones viales, no existen trabajos de similares características disponibles para uso público, por lo que éste ha de ser el primero que esté a disposición de los interesados. Si bien no se ha realizado un estudio sobre todos los proyectos que ya se encuentran en explotación, debido principalmente a la disponibilidad de tiempo que se tenga o a lo prohibitivo que se vuelve hacer dicho estudio para motivos de tesis de magíster, se ha optado por la ruta entre Santiago y Los Andes, pues ésta presenta un número considerable de datos de flujo vehicular, y por ende de ingresos, ya que lleva más de 3 años en explotación, todo lo cual nos ayuda en el tema de simulación y proyección de datos así como también con la robustez propia de éste.

Ahora bien, este trabajo se realiza principalmente en 4 partes. La primera tiene que ver con todo lo relacionado a la historia y desarrollo del tema de concesiones viales en Chile, así como también con la explicación de los diferentes tipos de concesiones que existen. En relación a la segunda parte, ésta nos lleva al tema de valoración de garantías a través del método de opciones. Esto es, tipos de garantías y formas de valorarlas. La tercera parte

muestra el modelo de valoración de la opción inserta en la garantía de ingresos mínimos otorgada a la concesión, el desarrollo de éste y los respectivos resultados. Por último, la cuarta parte incluye las conclusiones y los anexos necesarios para el desarrollo de esta investigación.

Por otra parte, y considerando que el Estado chileno prácticamente no ha tenido mucho que otorgar garantías a los proyectos en explotación, queremos definir la hipótesis de trabajo como sigue:

***H<sub>0</sub> : El costo de garantía estatal a la ruta Los Libertadores es cero***

¿Existirá o no un costo para el Estado en cuanto a otorgar alguna garantía a la empresa concesionaria que administra la autopista Los Libertadores?

Esta respuesta es la que se tratará de responder al finalizar el presente estudio.

## **PRIMERA PARTE**

### **1) Concesiones viales en Chile**

A través de los últimos 20 años nuestro país ha vivido un proceso continuo de crecimiento jamás vivido en su historia (exceptuando el período post crisis asiática de fines de la década de los 90, en donde hubo una contracción en la tasa de crecimiento del producto interno bruto). Es lógico pensar que este crecimiento económico que se vive en un país debe ir

acompañado de una fuerte inversión en infraestructura. Sin embargo, en Chile se vivió una situación en donde el crecimiento económico se vio envuelto en un escenario de déficit de infraestructura reconocido por todos a comienzos de la década de los noventa. Fue entonces que se dio inicio a la innovadora idea de poner en práctica el tema de concesiones, tanto viales, portuarias o aeroportuarias. Éstas surgen como una necesidad de desarrollar nuevas infraestructuras que satisficieran los requerimientos de desarrollo y crecimiento de nuestro país. El que exista un déficit en inversiones de infraestructura puede llevar a una nación a sumirse en una mayor desigualdad de tipo económica y social, lo cual posterga a un sinnúmero de ciudadanos de beneficiarse del desarrollo personal y económico.

Además, y ante la necesidad urgente de satisfacer al país con infraestructura vial, portuaria o aeroportuaria de punta, así como también ante un Estado que prácticamente no contaba con los recursos para desarrollar dichas obras, éste último debió optar por desarrollar un sistema mixto que involucrara tanto a los privados como asimismo, velando con ello por el desarrollo y bien común de este país. De realizar por sí solo el Estado estas tareas, éste hubiera puesto en peligro, de alguna u otra forma, la disciplina de presupuesto fiscal, postergando con ello otras tareas de igual o mayor impacto social para el país.

Esto último no significa que con la participación de los privados en el desarrollo de estos proyectos se deje completamente fuera de foco la participación del Estado, ya que éste participa activamente en las tareas de diseño, monitoreo y regulación de los contratos por el tiempo en que duran las concesiones. Quien se encarga obviamente de todas estas tareas es el propio Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Telecomunicaciones de nuestro país.

Cabe señalarse que el desarrollo de estos nuevos proyectos ha incorporado nuevas variables que se relacionan con la preservación de la naturaleza así como también con la calidad de vida de cada uno de los que habitamos este país. Nos referimos con ello a variables de tipo ambiental como también a las de dimensión territorial.

De acuerdo a lo publicado por de la Coordinación General de Concesiones del Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Telecomunicaciones de Chile, hoy en día existen en

nuestro país 24 proyectos de concesiones viales que se encuentran en explotación, 16 proyectos que se encuentran en su fase de construcción y otros 27 proyectos que están por licitar.<sup>1</sup> Éstos, se detallan a continuación:

## **PROYECTOS EN EXPLOTACIÓN (24)**

### ***Rutas Transversales***

- 1) Acceso Norte a Concepción.
- 2) Acceso Vial Aeropuerto Arturo Merino Benitez.
- 3) Autopista Santiago - San Antonio, Ruta 78.
- 4) Camino de la Madera.
- 5) Camino Nogales – Puchuncaví.
- 6) **Camino Santiago - Colina - Los Andes.**<sup>2</sup>
- 7) Interconexión Vial Santiago-Valparaíso-Viña del Mar.
- 8) Túnel El Melón.
- 9) Variante Melipilla.

### ***Ruta 5***

- 10) Ruta 5, Tramo Chillán – Collipulli.
- 11) Ruta 5, Tramo Collipulli-Temuco.
- 12) Ruta 5, Tramo Los Vilos - La Serena.
- 13) Ruta 5, Tramo Santiago - Los Vilos.
- 14) Ruta 5, Tramo Talca – Chillán.
- 15) Ruta 5, Tramo Temuco - Río Bueno.
- 16) Ruta 5, Tramo Río Bueno-Puerto Montt.

### ***Aeropuertos***

- 17) Aeropuerto Internacional Arturo Merino Benítez.
- 18) Aeropuerto La Florida de La Serena.
- 19) Terminal de Pasajeros Carlos Ibáñez del Campo de Punta Arenas.
- 20) Terminal de Pasajeros Aeropuerto Carriel Sur de Concepción.
- 21) Terminal de Pasajeros Cerro Moreno de Antofagasta.
- 22) Terminal de Pasajeros Aeropuerto El Loa de Calama.
- 23) Terminal de Pasajeros Aeropuerto El Tepual de Puerto Montt.
- 24) Terminal de Pasajeros y de Carga Aeropuerto Diego Aracena de Iquique.

## **PROYECTOS EN CONSTRUCCIÓN (16)**

---

<sup>1</sup> Al día 23/07/2004, en el sitio [http://www.concesioneschile.cl/proyectos\\_concesiones.htm](http://www.concesioneschile.cl/proyectos_concesiones.htm)

<sup>2</sup> Proyecto del cual trata esta tesis de grado.

### ***Ruta 5***

- 1) Ruta 5, Tramo Santiago-Talca y Acceso Sur a Santiago.

### ***Autopistas Urbanas***

- 2) Acceso Nor Oriente a Santiago.
- 3) Américo Vespucio Tramo Nor-Poniente (Ruta 78 Autopista del Sol - El Salto).
- 4) Américo Vespucio Tramo Sur (Ruta 78 Autopista del Sol - Avenida Grecia).
- 5) Sistema Norte - Sur, Santiago.
- 6) Sistema Oriente - Poniente. Costanera Norte.

### ***Rutas Transversales***

- 7) Camino Internacional, Ruta 60 Ch.
- 8) Red Vial Litoral Central.
- 9) Ruta Interportuaria Talcahuano-Penco.

### ***Infraestructura Penitenciaria***

- 10) Programa de Infraestructura Penitenciaria, Grupo 1 (Iquique-La Serena-Rancagua).
- 11) Programa de Infraestructura Penitenciaria, Grupo 2 (Concepción-Antofagasta).
- 12) Programa de Infraestructura Penitenciaria Grupo 3  
(Santiago1 - Valdivia - Puerto Montt).

### ***Obras Hidráulicas***

- 13) Embalse Illapel.

### ***Aeropuertos***

- 14) Aeropuerto de Arica.
- 15) Nuevo Aeropuerto Regional de Atacama III Región.

### ***Infraestructura Pública***

- 16) Centro de Justicia de Santiago.

## **PROYECTOS A LICITAR (27)**

### ***Proyectos con Recepción de Ofertas Durante 2004***

- 1) Estación de Transferencia Intermodal Quinta Normal.
- 2) Estación de Transferencia Intermodal La Cisterna.
- 3) Puente Bicentenario de Chiloé.
- 4) Plaza de la Ciudadanía.
- 5) Estadio Techado Parque O'Higgins.
- 6) Embalse Convento Viejo.

### ***Llamados a Licitación Durante el 2004***

- 7) Puerto Terrestre Los Andes.
- 8) Programa de Infraestructura Penitenciaria Grupo 4 (Santiago 2 - VII Región).
- 9) Habilitación Anillo Intermedio El Salto-Kennedy.
- 10) Programa de Infraestructura Vial Transantiago.
- 11) Estaciones de Traslado Transantiago.
- 12) Estaciones de Intercambio Modal Grupo 2.
- 13) Nuevo Aeropuerto IV Región.
- 14) Mantenimiento Ruta 5, Tramo La Serena-Caldera.

### ***Posibles Proyectos a Incorporarse en la Cartera 2004-2005***

- 15) Ferrocarril Trasandino Central. (\*)
- 16) Sistema de Conectividad X Región.
- 17) Borde Costero Antofagasta "Playa El Carboncillo".
- 18) Terminal de Cruceros Puerto Natales y Mejoramiento Ruta de Navegación Paso Kirke.  
(\*)
- 19) Retiro y Custodia de Vehículos. (\*)
- 20) Embalse Punilla.
- 21) Embalse Ancoa.
- 22) Sistema de Regadío Valle Aconcagua.
- 23) Aeropuerto IX Región.
- 24) Puente sobre el Río Maipo Santa Rita de Pirque. (\*)
- 25) Mejoramiento Ruta G-21.
- 26) Autopista del Norte Grande.
- 27) Conexión Vial Melipilla - Camino de la Fruta. (\*)

(\*) Estos proyectos cuentan con la iniciativa privada. Su licitación depende de la realización de estudios por parte de los proponentes y la posterior evaluación del MOP.

## 1.2) Tipos de concesiones viales

En términos generales, existen dos tipos de concesiones viales que operan en nuestro país. La más utilizada es la concesión que utiliza un contrato en términos fijos. La otra, en cambio, es la concesión que utiliza un contrato en términos flexibles, siendo este tipo de contratos el utilizado en la concesión vial que administra la carretera que une las ciudades de Santiago y Viña del Mar (este último tipo de contrato puede denominarse LPVR, por sus siglas en inglés de Least-Present-Value-of-Revenue). Ambos tipos de concesiones serán analizados en profundidad en lo que queda de este capítulo.

## 1.3) De la literatura existente...<sup>3</sup>

### 1.3.1) Un modelo simple de optimización para una concesión vial

A continuación se describirá un modelo básico que nos otorga un resultado óptimo en cuanto a la duración y cobros de peaje de una concesión.

Supóngase un proyecto vial que será concesionado por un periodo  $T$  de años. Asíumase que este proyecto de concesión es una nueva carretera y el contrato de ésta está estructurado en términos fijos. Supóngase además que la empresa concesionaria construye dicha carretera en un período denominado  $t = 0$ . Esto es, la operación y explotación de la concesión regirá para los períodos  $t = 1$  a  $t = T$ . Durante todo este período de tiempo ( $t = 1, 2, \dots, T$ ), el concesionario tendrá la facultad de cobrar un peaje por el uso de la carretera, cuyo costo es igual a  $P$  (para que este ejemplo sea más simple, debe asumirse de que existe una tarifa única – y no diferenciada, como suele suceder en los peajes carreteros, en donde el pago difiere de acuerdo al tipo de vehículos -, no existe congestión vehicular y cada uno de los vehículos utilizan el tramo completo de la carretera).

---

<sup>3</sup> A continuación se definirán los distintos tipos de licitaciones existentes para una concesión vial, información que es obtenida, casi en su integridad, del documento denominado “Flexible-Term Contracts for Road Franchising” (Marzo del 2003), escrito por Gustavo Nombela y Ginés de Rus, ambos de la Universidad de las Palmas, Gran Canaria, España. De igual forma, los puntos A, B y C que se detallan más adelante han sido obtenidos desde este documento de trabajo.

Por otra parte, y durante todo el período de concesión, la carretera tendrá un flujo constante de vehículos denominado  $Q$ . Nótese que esta cantidad puede ser variable dependiendo del año, pudiendo existir  $Q_1, Q_2, \dots, Q_T$ , pero para efectos prácticos del modelo se asume constante.<sup>4</sup> Además, considérese a  $C$  como el costo total de la infraestructura (inversión), el cual incluye el costo de oportunidad, y evaluado en términos monetarios para  $t = 0$ . También, y durante los años que dura la concesión, la empresa concesionaria incurre en costos operacionales y de mantención denominados  $M$ . Estos costos operacionales y de mantención son invariables, independientes del flujo vehicular  $Q$ .

Por otra parte, si se supone un período continuo de tiempo en el que se lleva a cabo la concesión y si además suponemos que la empresa concesionaria no recibe tipo alguno de subsidios por parte del Estado, entonces la firma a cargo de la concesión implementará el proyecto si y sólo si:

$$C = \int_0^T (P \times Q(P)) e^{-rt} dt \quad (1)$$

De la fórmula anterior se tiene que  $Q(P)$  es la demanda por el uso de la carretera y lógicamente  $Q'(P) < 0$ . Además,  $r$  es una tasa de interés que se utiliza como referencia para descontar en  $t = 0$  todos los costos e ingresos involucrados en el proyecto.

Considerando que la vida útil de la carretera en concesión es de  $\tau$  años, con  $\tau > T$ , el Estado podrá, después que finalice el período de concesión, operar por sí solo la carretera durante los períodos  $t = T, \dots, \tau$ , cargando, por su uso, una tarifa de peaje  $P_0 < P$ , la cual puede servir para cubrir sólo los costos operacionales y de mantención ( $M$ ).<sup>5</sup> Una vez que el Estado toma la administración de la carretera ha de esperarse un aumento en el flujo vehicular debido simplemente a la disminución del peaje.

---

<sup>4</sup> El objetivo de esta tesis no es valorar lo correcto o incorrecto de un sistema de concesión. La idea es simplemente dar a conocer un modelo que sea entendido por la mayor cantidad de personas.

<sup>5</sup> En el límite, el Estado podría dejar sin efecto el cobro de peaje, asumiendo por completo los costos de operación y mantención. Con ello,  $P_0 = 0$ .

Si el Estado tuviera certeza absoluta de los costos de infraestructura (C), de mantención y operación (M), así como también de la cantidad de vehículos a transitar por la carretera (Q), entonces un contrato óptimo para la concesión puede ser diseñado con tan sólo seleccionar las mejores tarifas del peaje (P) y el tiempo de duración de la concesión (T) para maximizar el bienestar social, sujeto obviamente a la factibilidad del contrato definida por la ecuación (1). Si se define al bienestar social como la suma de los excedentes del consumidor y del productor, el contrato de concesión óptimo es la solución (P\*, T\*) al siguiente programa de optimización:

$$\begin{aligned} \text{Máx}_{(P,T)} \int_0^T \int_{P_0}^{\infty} Q(Z) e^{-rt} dz dt + \int_T^{\infty} \int_{P_0}^{\infty} Q(Z) e^{-rt} dz dt + \int_0^T (P \times Q(P) - M) e^{-rt} dt + \\ \int_T^{\infty} (P_0 \times Q(P_0) - M) e^{-rt} dt - C \quad \text{s/a} \quad \int_0^T (P \times Q(P) - M) e^{-rt} dt = C \end{aligned} \quad (2)$$

De acuerdo al proceso de maximización anterior, las condiciones de primer orden son:

$$P \frac{dQ}{dP} = -\lambda Q(1 - \varepsilon) \quad (3)$$

$$PQ - P_0Q_0 - \int_{P_0}^P Q(Z) dz = -\lambda(PQ - C) \quad (4)$$

De las condiciones de primer orden se tiene que  $\varepsilon$  es el valor de la elasticidad demanda, esto es:  $\varepsilon = - Q'(P/Q)$  y  $\lambda$  es el multiplicador de Lagrange incluido en la restricción. Ahora bien, si se combinan las ecuaciones (3) y (4), el contrato de concesión óptimo está dado por:

$$\frac{P^* Q(P^*) - P_0 Q(P_0) - \int_{P_0}^{P^*} Q(z) dz}{P^* Q(P^*) - M} = \frac{P^* \frac{dQ}{dP}}{Q(P^*)(1 - \varepsilon)} \quad (5)$$

De la ecuación (5) se tiene que en el lado izquierdo está el cociente entre el beneficio social marginal y el ingreso marginal privado que resulta de introducir un cambio en la duración del contrato de la concesión definido como  $\tau$ . Asimismo, el lado derecho de la ecuación (5) indica el cociente equivalente cuando se modifica el precio  $P^*$ . Por lo tanto, la igualdad anterior se obtiene al momento de maximizar el bienestar social. Para obtener la tarifa óptima del peaje y la duración óptima de la concesión, variables que están inversamente relacionadas a través de la ecuación (1) de restricción, debemos usar dicha ecuación (1) para obtener así, y de manera implícita, el valor de  $T^*$ . Este queda expresado de la siguiente manera:

$$T^* = \frac{\text{Ln} \left( \frac{P^* Q(P^*) - M}{P^* Q(P^*) - M - rC} \right)}{r} \quad (6)$$

La ecuación (6) nos muestra dos resultados con respecto a la factibilidad del proyecto. En primer lugar, y para tener un significativo valor de  $T^*$ , necesariamente debe existir la condición de que  $P^* Q(P^*) - M > 0$  (así no se indetermina la función logaritmo natural). Esta condición significa que los ingresos por concepto de peajes deben cubrir al menos los costos fijos de mantención y operación ( $M$ ). De otra forma, el proyecto vial nunca podría recuperar los costos de inversión ( $C$ ). En segundo lugar, los ingresos anuales obtenidos en la carretera deberían ser mayores a los ingresos que se obtienen a partir de la misma cantidad de inversión ( $C$ ) y de manera alternativa, esto es:  $P^* Q(P^*) - M > rC$ . Otra conclusión que se obtiene de la ecuación (6) es que  $dT^*/dr > 0$ , lo cual significa que el término óptimo de duración de la concesión ( $T^*$ ) será mayor en la medida que la tasa de interés de descuento se incremente. Simplificando los resultados de la ecuación (5), ésta queda como:

$$\frac{\int_{Q^*}^{Q_0} P(Q) dQ}{P^* Q(P^*) - M} = \frac{P^* \frac{dQ}{Q(P^*) dP}}{(1 - \varepsilon)} = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (7)$$

Además, y utilizando en conjunto la ecuación (6), puede obtenerse una importante conclusión acerca del contrato óptimo a utilizar. Ésta nos dice, a través de la ecuación (7), que el cociente entre los beneficios previstos de aquellos usuarios excluidos (*medidos a través de la función inversa de la demanda  $P(Q)$* ) y el ingreso anual neto de la empresa concesionaria depende exclusivamente de la **elasticidad demanda** que enfrente la empresa concesionaria. Cuando la demanda por la carretera tiende a ser inelástica, esto es  $\varepsilon \rightarrow 0$ , el contrato óptimo tiene un alto cobro de peaje  $P^*$  y una corta duración  $T^*$ , mientras que si la demanda por la carretera es relativamente elástica, esto es  $\varepsilon \rightarrow 1$ , entonces el contrato óptimo se basa en un peaje barato, pero con una larga duración para la concesión. La ecuación (7) nos indica también que mientras mayor (en valor absoluto) sea la elasticidad demanda, mayor es la pérdida anual de bienestar incurrida mientras se esté recaudando el dinero vía peaje.

Para encontrar una solución óptima de contrato debe tenerse como requisito que la elasticidad demanda tenga un valor menor a 1. Esto último puede apreciarse en la ecuación (6). Si el contrato fuera diseñado de tal forma que  $\varepsilon > 1$ , entonces sería posible disminuir el cobro del peaje  $P$ , y al mismo tiempo, incrementar el ingreso  $P \times Q(P)$ . Así, y de acuerdo a la ecuación (6), un incremento de los ingresos implicaría una más corta duración  $T^*$ . Debido a que disminuir  $P$  y disminuir la duración  $T$  tendría como resultado un más alto nivel de bienestar social (así como también se aumentaría la pérdida de bienestar social si es que se aumenta el precio, y por ende la duración  $T$ ), entonces el contrato óptimo debe necesariamente ser obtenido a partir de la condición  $\varepsilon < 1$  (la condición de inelástico asegura de que no se salga del óptimo).

### **1.3.2) Contratos de concesiones en términos fijos**

Cuando un gobierno está interesado en establecer un contrato óptimo de concesiones, éste se enfrenta ante la incertidumbre de dos variables importantes. Éstas son el costo de la inversión inicial o infraestructura ( $C$ ) y la otra se relaciona con el costo de mantención y operación de la concesión ( $M$ ). El gobierno sólo puede tener algún tipo de estimación al

respecto pero será finalmente la empresa concesionaria la que con exactitud sabe cuál es el verdadero costo del proyecto concesionado.

Ahora bien, el gobierno cuenta con una forma clásica para disminuir la asimetría de información presente entre las partes. Esto es, el gobierno puede hacer uso de un mecanismo de subasta o licitación pública para adjudicar el proyecto a construir. En relación a este último tema, la licitación hecha por el gobierno hacia las empresas interesadas en construir el proyecto vial podrá hacerse de dos formas. Una forma es aquella en que el gobierno establece una duración determinada para la concesión del proyecto con lo cual las empresas interesadas en adjudicarse dicha concesión deberán ofrecer un cobro de peaje. La empresa que cobre el menor peaje será la que se adjudique la concesión del proyecto durante el tiempo de duración preestablecido por el gobierno.

La otra forma, en cambio, será aquella en que el gobierno fija de manera ex-ante el precio a cobrar por el peaje y el tiempo de duración de la concesión. Con esta segunda propuesta, la empresa que otorgue un mayor pago al gobierno será la que se adjudique finalmente la concesión.

Con respecto a este tipo de contratos, existen estudios que desacreditan su fórmula, especialmente cuando existe incertidumbre respecto del tráfico futuro que financiará la obra concesionada. De hecho, y de acuerdo a la forma en que se procede a seleccionar a la empresa concesionaria, nada garantiza que se está eligiendo a la empresa más eficiente, con lo cual el gobierno y los usuarios del proyecto pueden quedar a la deriva ante eventuales problemas financieros que azoten a la concesionaria. Para entender esto, nos apoyaremos un poco más en las matemáticas, con lo cual, las ideas podrán quedar un poco más claras.

### 1.3.2.1) Licitación en que se considera la menor oferta por el cobro de peaje

En el escenario en que el plazo de la concesión está fijo, un cobro mayor de peaje significará un mayor ingreso para la firma concesionaria. Sin embargo, un cobro mayor también se traduce en una menor probabilidad de adjudicarse la concesión (ya que el gobierno premiará a la empresa que ofrezca el menor peaje). Con ello, la utilidad esperada, la cual está en función del peaje a cobrar, queda determinada a través de la siguiente estrategia a optimizar:

$$\Pi_i^e(P_i) = (P_i Q^e - M) \times T - C_i \times \text{prob}(P_i) \quad (8)$$

En este modelo,  $Q^e$  significa el nivel de demanda esperado hacia la obra concesionada y  $\text{prob}(P_i)$  es la probabilidad de ganar la licitación utilizando el precio  $P_i$ .

Si se asume que todas las empresas calculan sus ofertas de acuerdo a alguna función de precios que está en función del costo total de la infraestructura  $[P(I_i)]$ , y utilizando la distribución uniforme de los costos de construcción de las empresas rivales, cualquier firma  $i$  calculará la probabilidad de ganar la licitación con un cobro de peaje  $P_i$ . Al confrontarse con otra empresa  $j$ , la empresa  $i$  gana si y sólo si  $P_i < P_j$ , o aplicando la fórmula inversa  $P^{-1}(*)$ , si y sólo si  $P^{-1}(P_i) < P^{-1}(P_j)$  (nótese que  $P^{-1}(P_j) = C_j$ ). Con ello, bajo el escenario de que existe un único otro candidato, la empresa  $i$  sabe que la probabilidad de adjudicarse el contrato con un cobro  $P_i$  es igual a la probabilidad de que se tenga un evento similar a  $[C_j > P^{-1}(P_i)]$ . En virtud de que existen  $n-1$  rivales en esta licitación, la probabilidad de la firma  $i$  de ganar el contrato es:

$$\text{prob}_i = \text{prob}(C_j > P^{-1}(P_i))^{n-1} = (C_{\text{máx}} - C_{\text{mín}})^{1-n} \times (C_{\text{máx}} - P^{-1}(P_i))^{n-1} \quad (9)$$

El cobro óptimo  $P_i$  puede obtenerse resolviendo la siguiente maximización:

$$\text{Máx}_{P_i} \Pi_i^e = (P_i Q^e - M) \times T - C_i \times (C_{\text{máx}} - P^{-1}(P_i))^{n-1} \times C_r^{1-n} \quad (10)$$

, donde la expresión  $C_r = C_{m\acute{a}x} - C_{m\acute{i}n}$  es una constante que puede ser ignorada. Nótese que si  $P^{-1}(P_i) = C_i = C_{m\acute{i}n}$ , entonces el valor de la probabilidad en la ecuación (9) es 1, es decir, la empresa “i” se adjudica con un 100% de probabilidad la licitación. Además, del proceso de maximización anterior se tiene que la condición de primer orden es una ecuación diferencial en términos de la función de oferta P(\*).

Al resolver la ecuación (10), se obtiene una solución lineal igual a: <sup>6</sup>

$$P(C_i) = \frac{C_i}{Q^e T} + \frac{M}{Q^e} + \frac{C_{m\acute{a}x} - C_i}{n \times Q^e \times T}$$

$$P(C_i) = \frac{(C_i \times n) + (M \times n \times T) + (C_{m\acute{a}x} - C_i)}{n \times Q^e \times T}$$

$$P(C_i) = \frac{C_i \times (n - 1) + (M \times n \times T) + C_{m\acute{a}x}}{n \times Q^e \times T} \quad (11)$$

De acuerdo a este resultado, es fácil ver que si todas las empresas que participan en la licitación tienen el mismo concepto de la cantidad esperada en la demanda ( $Q^e$ ), así como también tienen los mismos costos de mantención y operación (M), entonces el mecanismo de selección adjudicará a sólo un participante la concesión. Éste será simplemente el que tenga menores costos de inversión (C), debido a que mientras más bajo es el nivel de costos (C), menor será el precio a cobrar (P). Puede observarse también que la empresa que se adjudica la licitación puede obtener una renta extra por concepto de manejo de información. Esta ganancia está dada por el diferencial  $[(C_{m\acute{a}x} - C_i)/n]$ , la que es extraída desde el gobierno o usuarios debido a la ventaja que la concesionaria tiene por el manejo de información privada. Claramente, y mientras mayor sea el número de firmas participantes

---

<sup>6</sup> La optimización de la ecuación (10) es entregada directamente ya que su desarrollo no forma parte de esta tesis. Mayor información sobre cómo obtener la solución a dicha ecuación, dirigirse al documento “Auctions for Infrastructure Concessions with Demand Uncertainty and Unknown Costs”, de Nombela, G. y De Rus, G. (2001). Working paper, Universidad de Las Palmas (<http://www.fcee.ulpgc.es/~gderus/>).

en la licitación, menor será la renta que la concesionaria gana. En el extremo, si  $n \rightarrow \infty$ , la ganancia es cero.

La pregunta que se viene a la mente es: ¿qué pasa si la incertidumbre respecto de la demanda futura del tráfico es alta? De ser así, el supuesto de que  $Q^e$  es similar para todas las empresas debe abandonarse. Con ello, este mecanismo no garantiza que la empresa ganadora de la licitación sea la más eficiente.

Si los precios a cobrar se ordenaran de acuerdo a la ecuación (11) de menor a mayor, tendríamos la situación:  $P_1 < P_2 < P_3 < \dots < P_n$ . En este caso, la empresa 1 es la que se adjudica la licitación por presentar el precio más bajo. Sin embargo, bastaría que una empresa más optimista, por ejemplo la firma  $j$ , tenga mejores expectativas del tráfico futuro con lo cual podría ofrecer un precio tal que  $P_j < P_1$ , adjudicándose así la licitación.

Si se considera que la empresa  $j$  tiene expectativas del tráfico futuro (que están sujetas a las expectativas que tiene la firma 1) de la forma  $Q_j^e = \lambda_j Q_1^e$ ; con  $\lambda_j > 1$ , y además, el número de empresas licitantes ( $n$ ) es suficientemente grande, de tal forma que la renta que se obtiene por concepto de información privilegiada se hace despreciable, entonces, la condición para que la empresa  $j$  se adjudique la licitación sobre la firma 1 (que es la que tiene menores costos de inversión) es:  $\lambda_j > \frac{C_j + MT}{C_1 + MT}$

Con ello, si el grado de optimismo que se tenga de la demanda, medido por el parámetro  $\lambda_j$ , es mayor que el diferencial de eficiencia entre las empresas  $j$  y 1, entonces la empresa  $j$  (que es más ineficiente) se adjudica la concesión.

Obviamente, si se da esta situación, la selección errónea por parte del Estado tendrá implicancia ya que si se da un escenario de bajo tráfico futuro (lo cual va en contra de las expectativas optimistas de la empresa ganadora), la empresa concesionaria que se adjudicó la licitación podría tener serios problemas financieros (*financial distress*). Además, existe la clara posibilidad de bancarrota de la concesionaria así como también la necesidad de

futuras renegociaciones del contrato, lo cual hace que el sistema se vuelva mucho más caro en comparación al caso en que la licitación se la adjudica una empresa más eficiente. Todo este riesgo implícito es asumido de lleno por el Estado, quien es el que ofrece este tipo de licitación.

### **1.3.2.2) Licitación en que se considera el mejor pago (el cobro del peaje y la duración del proyecto está fijo de manera ex-ante por el gobierno)**

La segunda forma de licitación para adjudicarse una concesión vial es aquella en que el gobierno fija con antelación tanto el cobro del peaje como el tiempo de duración de la licitación, por lo cual la empresa que se adjudique el contrato será aquella que pague más al gobierno por dicha oferta (para efectos prácticos de ejemplo, se considerará al pago como un desembolso igual a  $Z$ ). Esta segunda manera de adjudicación de contratos persigue el mismo objetivo que la anterior, es decir, a través de ésta, el gobierno busca disminuir la asimetría de información involucrada entre las partes con el fin de conseguir a la empresa más eficiente y entregarle a ésta la administración del proyecto concesionado. La lógica de esta subasta es que la empresa que más dinero ofrezca será reconocida como aquella, que en teoría, presenta menores costos, elaborando, a partir de este procedimiento, un ranking de eficiencia de empresas tomando como referencia los montos ofrecidos por cada una de las empresas interesadas en ganar la licitación.

Con ello, si  $C_1 < C_2 < \dots < C_n$ , se supondrá entonces que  $Z_1 > Z_2 > \dots > Z_n$ . Esto es, cada empresa calcula su oferta  $Z_i$  en función de su inversión  $C_i$ . Al igual que en el caso de la licitación que consiste de fijar el plazo  $T$  y ofrecer el cobro de peaje  $P$ , lo que se desea ahora es buscar un equilibrio asimétrico en el que todos los candidatos usan la misma función  $Z(*)$  [con  $Z'(*) < 0$ ] para obtener sus ofertas  $Z_i$ . La probabilidad de que la empresa  $i$  gane la licitación es la probabilidad de que el evento  $Z_i > Z_j$ , para cualquier  $j$  distinto de  $i$ .

En términos de los costos de construcción ( $C$ ), esto puede ser expresado de la siguiente forma:

$$prob_i = (prob \left[ Z_i > Z_j \right])^{n-1} = \left[ prob(Z^{-1}(Z_i) < C_j) \right]^{n-1} = (C_{mix} - Z^{-1}(Z_i))^{n-1} \times C_r^{1-n} \quad (14)$$

, donde  $C_r^{1-n} = (C_{máx} - C_{mín})^{1-n}$ . Entonces, y para obtener una correcta estrategia, se procede a resolver el siguiente proceso de maximización:

$$\text{Máx}_{Z_i} \Pi_i^e = \left[ PQ^e - M \right] \times T - C_i - Z_i \times \left[ C_{máx} - Z^{-1}(Z_i) \right]^{n-1} \times C_r^{1-n} \quad (15)$$

De este proceso de maximización se obtiene la condición de primer orden, la que a su vez es una ecuación diferencial que arroja la siguiente solución:

$$Z_i(C_i) = (PQ^e - M)T - C_i - \frac{C_{máx} - C_i}{n} \quad (16)$$

De acuerdo a esta solución, la estrategia de proponer un pago máximo para adjudicarse la licitación comparte las mismas propiedades que aquella estrategia en que se ofrece un cobro de peaje menor. Esto es, si todas las empresas tuvieran la misma creencia respecto de la demanda futura de tráfico ( $Q^e$ ), el mecanismo seleccionaría a la empresa más eficiente en términos de los costos de inversión en infraestructura ( $C$ ). Además, el ganador de la licitación es capaz de obtener algún tipo de renta extra debido a que el pago que se propone hacia el gobierno otorga una utilidad esperada positiva que se define por  $\frac{C_{máx} - C_i}{n}$ . Esta renta es igual a la obtenida por un ganador de una licitación que se basa en ofertas de cobros de peaje. Desde el punto de vista del ganador, esto es un **ingreso equivalente**<sup>7</sup>, aunque el impacto que tiene el tipo de licitación es diferente tanto para el gobierno como para los usuarios de la carretera.

Cuando las licitaciones se basan en el menor cobro de peaje, los usuarios de la carretera pagarán una renta igual a  $\frac{C_{máx} - C_i}{n}$ , la cual será recibida por la empresa concesionaria en

---

<sup>7</sup> El teorema del ingreso equivalente señala que si una persona es neutral al riesgo, cualquier forma que sea utilizada por un vendedor (o quien licita) para licitar un bien produce los mismos ingresos esperados. Ambos tipos analizados en esta parte del trabajo son licitaciones selladas al primer-precio, y la renta por concepto de información extraída por un ganador es independiente de la variable que se utiliza para la licitación (sea ésta el peaje o el pago hacia el gobierno).

la forma de peajes que son mucho más altos que los costos de la infraestructura. Mientras tanto, cuando la licitación utiliza el sistema de mayor pago, la renta la pagan los contribuyentes. De cualquier forma, es útil hacer notar la importancia que tiene el hecho de que haya un número significativo de participantes interesados en la licitación. El número  $n$  de licitantes reduce la renta por concepto de información que el concesionario ganador podría extraer. En el límite, si  $n$  es lo suficientemente grande, la renta tiende a cero y el gobierno consigue la alternativa de mínimo costo para construir el proyecto vial.

Además, y en situaciones de alta incertidumbre acerca del tráfico futuro, este segundo tipo de licitación comparte las mismas limitaciones que tiene el sistema de cobro mínimo de peajes, esto es, y de acuerdo a la ecuación (16), las expectativas individuales que se tengan de la demanda futura ( $Q_i^e$ ) entrarán en los cálculos de los pagos a realizar por parte de los interesados hacia el gobierno. Con ello, la función  $Z(C_i)$  se transforma en otra del tipo  $Z(C_i, Q_i^e)$  y nada garantiza que se selecciona a la empresa más eficiente. La condición descrita en la ecuación (13) se replica de la misma forma en este tipo de licitación. Es decir, es perfectamente posible que una empresa ineficiente  $j$ , cuyos costos de construcción de la infraestructura así como su optimismo son mayores a una eficiente ( $C_j > C_1$  y  $Q_j^e > Q_1^e$ ), gane la licitación.

### **1.3.2.3) Licitación en que se considera un contrato de tipo flexible (LPVR)**

A raíz de que las licitaciones que utilizan contratos fijos sufren de problemas de incertidumbre con los tráficos futuros, éstas simplemente se ven contaminadas con la creencia que tienen los interesados respecto de la cantidad de demanda esperada ( $Q^e$ ), reflejando con ello costos que no son los verdaderos.

La literatura nos dice que una de las principales consecuencias de la incertidumbre de tráficos futuros creada por los contratos realizados en términos fijos es la mayor probabilidad de que el contrato podría necesitar de un proceso de renegociación entre el gobierno y la concesionaria que administra el proyecto concesionado. “Una vez que la

empresa concesionaria ha entrado en *financial distress*, podría ser muy difícil para el gobierno el resistir un proceso de renegociación. Existen incontables experiencias alrededor del mundo donde las concesiones viales que no tienen éxito han sido sacadas de apuro por los gobiernos. Además del efecto perjudicial para los contribuyentes y usuarios de los caminos, las renegociaciones de las franquicias deberían ser evitadas debido a la señal que esto envía a los licitantes de futuros contratos. Si los licitantes saben que los contratos pueden ser renegociados, el ganador podría ser una empresa con la mayor ventaja comparativa en renegociaciones y no la más eficiente y productiva”.<sup>8</sup>

En respuesta a este problema, surge como solución un tercer tipo de contrato denominado contrato de concesión con términos flexibles.

Bajo el mecanismo de licitación con contrato flexible se pretende romper el vínculo que existe entre la incertidumbre de la demanda y la incertidumbre de los ingresos a percibir por parte de la empresa concesionaria. Este mecanismo alternativo funciona de la siguiente manera: las empresas hacen una oferta hacia el gobierno, la que consiste en entregar el ingreso total ( $I_i$ ) que quieren recibir a través de la administración del proyecto concesionado, expresado en términos de valor presente en el tiempo  $t = 0$ . La empresa que ofrezca el menor ingreso como oferta es la que gana la licitación, y por ende la concesión a administrar. Es por ello, que este método se conoce también como el ingreso de menor valor presente (LPVR, por su sigla en inglés de least present value of revenue). A partir de esto, el contrato de concesión dura hasta el instante en que la empresa concesionaria recibe el total de ingresos que permiten recuperar de manera completa el ingreso propuesto inicialmente en  $t = 0$ . La palabra “flexible” se asocia con la idea de que si los flujos de tráfico son menores a los proyectados inicialmente, el gobierno extiende el período pactado inicialmente por la concesionaria hasta que ésta recupera por completo los ingresos mínimos declarados en  $t = 0$  (se extiende el número de años de acuerdo a los que sean necesarios para obtener dicho ingreso). De lo contrario, si los ingresos de la empresa concesionaria son mucho más altos que los esperados, el gobierno acortará el plazo de

---

<sup>8</sup> Gómez-Lobo, A., Hinojosa, S., 2000. “Broad Roads in a Thin Country: Infrastructure Concessions in Chile”. Policy Research Working Paper 2279, World Bank, Washington.

duración de la concesión, con lo cual, una vez que la empresa haya obtenido el ingreso declarado en  $t = 0$ , ésta entrega el proyecto vial a manos del gobierno.

Por otra parte, si es que el gobierno decide dar término anticipado a la concesión, éste paga una compensación a la concesionaria que es igual al diferencial entre lo que la empresa concesionaria ya ha ganado y el ingreso declarado al momento de adjudicarse la concesión. Esta última situación se da en el caso de que una empresa concesionaria quiera renegociar de manera oportunista un contrato, con lo cual el gobierno se ve en la obligación de entregar una fuerte señal de amenaza, poniendo fin a la administración de la concesión.

Ahora bien, desde el punto de vista matemático de este tipo de contrato, la situación es como sigue. Asíumase de que no existen flujos monetarios descontados en el tiempo. Las empresas participantes en este tipo de licitaciones obtendrán su oferta de ingresos ( $I$ ) a través de una función  $I = I(C_i)$ , la que depende de sus verdaderos costos  $C_i$ . La empresa  $i$  que entrega una oferta  $I(C_i)$  sabe que si ésta gana el contrato, la vida del proyecto

concesionado será: 
$$T^e(C_i, Q^e) = \frac{I(C_i)}{PQ^e} \quad (17)$$

La probabilidad de ganar la licitación con una oferta  $I_i$  puede ser calculada como en la ecuación (9) y (14), con lo cual la oferta óptima a presentar por parte de la empresa queda determinada a partir del siguiente proceso de maximización:

$$\text{Máx}_{I_i} \Pi_i^e = \left[ (PQ^e - M) \times \left( \frac{I_i}{PQ^e} \right) - C_i \right] \times \left[ C_{\text{máx}} - I^{-1}(I_i)^{n-1} \right] \times C_r^{1-n} \quad (18)$$

La solución a la maximización anterior queda resuelta a través de la siguiente función lineal:

$$I(C_i) = \frac{PQ^e}{PQ^e - M} \left[ C_i + \frac{C_{\text{máx}} - C_i}{n} \right] \quad (19)$$

La ecuación anterior nos muestra las ventajas y limitantes que tiene este tipo de contratos. En primer lugar, la empresa que se adjudique la licitación a través del método LPVR obtiene algún tipo de utilidades positivas esperadas iguales a  $\frac{C_{m\acute{a}x} - C_i}{n}$ . Por lo tanto, este método es exactamente similar a los dos vistos anteriormente en términos del tamaño del ingreso por concepto de información que la empresa concesionaria podría extraer. Mientras el número de empresas participantes aumente, la renta tiende a disminuir. En el extremo, si el número de empresas tiende a infinito, la renta es cero. Ahora bien, cuando todas las empresas tienen la misma creencia con respecto a la demanda futura de tráfico vehicular ( $Q^e$ ), las ofertas de ingresos hechas por las empresas hacia el gobierno harán que este último escoja a la más eficiente, ya que  $I_1 < I_2 < \dots < I_n$ . Por último, si los costos de mantenimiento ( $M$ ) son pequeños en comparación a los ingresos esperados ( $PQ^e$ ), el impacto de la demanda de tráfico esperada ( $Q^e$ ) sobre las ofertas de ingresos propuestas al gobierno es relativamente más pequeño, en comparación a los mecanismos de cobros de peaje (caso A) o al de pago máximo hacia el gobierno (caso B) vistos recientemente (sólo basta con comparar las ecuaciones (11) y (16) con la ecuación (19), que es la que plantea el contrato tipo LPVR).

En cuanto a los costos fijos de mantención y operación ( $M$ ), sólo en el límite, situación en que  $M = 0$ , es posible argumentar que el contrato de tipo LPVR elimina por completo de las concesionarias el problema del riesgo de demanda futura de tráfico. Si  $M = 0$ , el ingreso mínimo propuesto por la empresa concesionaria será igual a  $C_i + \frac{C_{m\acute{a}x} - C_i}{n}$ , con lo que cada una de las empresas se verán en una situación de completa independencia con respecto a sus creencias propias del tráfico futuro, y por ende, de sus ingresos futuros. Con ello, se eliminarían por completo los riesgos de bancarrota y de renegociación de los contratos, lo cual favorece considerablemente al bienestar social.

## SEGUNDA PARTE

### 2) El uso de Ingresos Mínimos Garantizados en las concesiones Chilenas

Una garantía es extremadamente valiosa y su valor puede verse incrementado<sup>9</sup>, entre otras cosas, por el riesgo propio del activo subyacente que se está garantizando, el tamaño de la inversión que se garantiza o el tiempo de madurez de dicha inversión.

Si bien es cierto que los ingresos mínimos garantizados por parte del Estado hacia las empresas concesionarias chilenas pueden verse como costos que no son explícitos, debe reconocerse que éstos sí son reales, con lo cual el tema de garantías estatales es un tema de total vigencia que irrumpe en el quehacer nacional.

Hoy en día, y de manera especial en los países en vías de desarrollo, el tema de financiación de infraestructura vial es de suma relevancia, con lo cual la presencia de garantías estatales es algo inherente a ello. Gracias a estas garantías estatales ha sido posible que un sinnúmero de empresas financieras estén dispuestas a financiar parte del proyecto, permitiendo con ello un mayor crecimiento y un mayor bienestar y calidad de vida para nuestra sociedad. Además, y pese a que estas garantías son las que (parcial o totalmente) pueden mitigar el riesgo que los privados no están dispuestos a soportar, también es cierto que para el Estado estas garantías representan un costo (no explícito pero sí real), razón por la cual esto pasa a ser un pasivo contingente del Estado, el que a su vez está condicionado a cualquier circunstancia o evento que se presente en el futuro. Si bien estos pasivos no requieren de un pago inmediato, sí requieren de una eficiente administración para el bien de todos Nosotros. “Cuando las magnitudes de los pasivos incurridos son enormes y no son adecuadamente contabilizadas, los pagos resultantes en una situación de falta de pago (*o de default*) pueden resultar en una inequidad integracional significativa”.<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> Tal como se verá más adelante, el valor de la garantía se verá incrementado por los mismos factores que afectan a una opción. Esto, porque la garantía puede valorarse de la misma forma que se valora una opción put.

<sup>10</sup> Mody, Ashoka y Dilip Patro. “Methods of Loan Guarantee Valuation and Accounting”.

En cuanto a los ingresos mínimos garantizados por parte del Estado chileno, el gobierno define el total de ingresos que garantizará durante el período de concesión de un proyecto. Según estimaciones oficiales del propio gobierno, esta garantía cubriría aproximadamente el 70% de los costos del proyecto. Antes de que una empresa se adjudique la licitación, la empresa deberá elegir (a su criterio) cuáles serán los ingresos mínimos garantizados que ésta quiere durante el período que administre la concesión. No obstante, los ingresos mínimos garantizados que se declaren para cada año deberán estar al interior de una banda de ingresos mínimos propuesta por el gobierno. Esta banda cuenta con un piso y un techo, siendo este último el equivalente al 80% u 85% del ingreso esperado en cada año (obviamente se asume una tasa de crecimiento de los ingresos para cada año de la concesión). Debe señalarse que en caso de que la empresa concesionaria se acoja al sistema de **ingresos mínimos garantizados**, ésta deberá **compartir el 50% de sus ingresos con el Estado** si es que sus ingresos sobrepasan una rentabilidad dada. De acuerdo al contrato que se tenía en los momentos en que se licitó la autopista Los Libertadores, los ingresos mínimos garantizados totales y **actualizados** no podían ser superiores a **UF 3.800.000**.

En términos de fórmula, las empresas interesadas en licitar un proyecto deben definir sus ingresos mínimos garantizados (IMG) sujetos a:

$$\sum_{t=1}^T \frac{IMG_t}{(1+r)^t} = 0.7 \times (I + CO + CM)$$

- ; IMG = Ingresos mínimos garantizados
- ; I = Inversión inicial (costo total de infraestructura)
- ; CO = Costos operacionales
- ; CM = Costos de mantención
- ; r = Tasa de descuento propuesta por la empresa al momento de licitar

La suma total de (I + CO + CM) corresponde entonces al valor presente neto oficial de la concesión, que incluye los costos de la inversión inicial, los costos operacionales y de mantención de la concesión presentes durante los años que dura la concesión. Además, el

parámetro del 70% incluido en la fórmula se basa en el hecho de que la mayoría de las empresas interesadas en licitar soportaba una deuda que equivale al 70% del total de sus activos.

En cuanto a la garantía estatal, ésta se activa cuando los ingresos anuales percibidos por la empresa concesionaria en un año determinado están por debajo de los propuestos inicialmente por la concesionaria (precio de ejercicio, si es que la garantía se ve como una opción put). El Estado chileno garantizará la diferencia, incluso en el caso de que la empresa concesionaria obtenga cero ingreso.<sup>11</sup>

Es interesante destacar en este tema que la mayoría de las empresas que han optado por este sistema de ingresos mínimos garantizados lo han hecho eligiendo los techos de la banda de ingresos mínimos para los primeros años de funcionamiento de la concesión. Con ello, y a juicio de muchos, la idea que se persigue con esto es la de garantizar a los bancos el pago de las deudas que inicialmente permitieron la realización de estas cuantiosas obras de infraestructura vial.<sup>12</sup> Sin garantías, los bancos no hubiesen estado dispuestos a financiar dichos proyectos. Según Andrés Gómez-Lobo y Sergio Hinojosa<sup>13</sup>, “esto puede ser el resultado de la estructura de la deuda de estas empresas (las concesionarias). A la fecha, los bancos comerciales proveyeron la mayoría de los fondos y estos créditos son usualmente de relativa corta madurez. En orden a extender estos créditos, los bancos pueden haber forzado a ordenar (pedir) altos niveles de garantía en la parte inicial de la concesión”.

Por otra parte, y en relación a que las empresas que se acogen al sistema de ingresos mínimos garantizados deben compartir con el Estado el 50% de sus ingresos, esto se da particularmente en el caso de que la tasa de retorno de la inversión obtenida a partir de los ingresos sobrepase el 15%. Este 15% se estima por parte del gobierno en función de su creencia respecto de los costos e ingresos de la empresa concesionaria (recuérdese que el

---

<sup>11</sup> En casos de catástrofes que impidan el uso de la autopista, el Estado está en condiciones de pagar la garantía haciendo uso de un seguro catastrófico contratado por la concesionaria a nombre del Estado de Chile.

<sup>12</sup> Los fondos prestados por los bancos son de una madurez relativamente corta (no más de 5 años). Asimismo, los tenedores de bonos también exigen garantías ya que son ellos, los que en términos generales, financian los proyectos concesionados otorgándoles una mayor madurez al vencimiento de la deuda.

<sup>13</sup> Gómez-Lobo, A., Hinojosa, S., 2000. “Broad Roads in a Thin Country: Infrastructure Concessions in Chile”. Policy Research Working Paper 2279, World Bank, Washington.

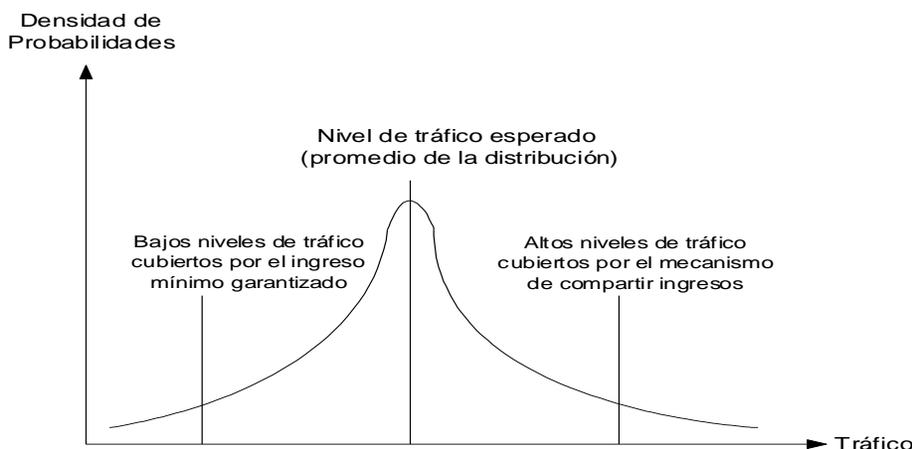
techo de la banda de los ingresos mínimos garantizados equivale aproximadamente, según el Estado, al 85% de los ingresos esperados para cada año. Con ello, cualquier rentabilidad por sobre el 15% sería considerada como anormal y por lo tanto debe ser compartida con el Estado). De lo anterior, una empresa concesionaria deberá compartir sus ingresos con el Estado el primer mes (S) después de que se haya dado la siguiente igualdad:

$$\sum_{i=1}^M \frac{I_i}{(1+r)^{i-1}} = UDCI$$

- ;  $I_i$  = Ingreso obtenido en el mes  $i$ .
- ;  $r$  = Tasa de descuento que equivale al 1.1715% mensual (15% anual).
- ; UDCI = Umbral definido para compartir los ingresos.

De ser así la igualdad, la empresa concesionaria deberá asumir los ingresos compartidos (IC) de la siguiente manera:  $IC_i = 0.5 \times I_i$ , donde  $i = S, \dots, M$ . Ahora bien, y de acuerdo a lo señalado por Andrés Gomez-Lobo y Sergio Hinojosa <sup>14</sup>, “los ingresos mínimos garantizados y el mecanismo de compartir ingresos sirven para reducir la varianza del ingreso, tal como se ilustra en la **figura 1**. Por simplicidad, asúmase que la incertidumbre del tráfico puede ser caracterizada por una simple función de distribución de probabilidades. El ingreso mínimo garantizado trunca esta distribución removiendole el riesgo que tiene la concesionaria y que se asocia a niveles muy bajos de tráfico, mientras que el hecho de compartir ingresos remueve los eventos asociados con niveles muy altos de tráfico.

(Figura 1)



<sup>14</sup> Gómez-Lobo, A., Hinojosa, S., 2000. “Broad Roads in a Thin Country: Infrastructure Concessions in Chile”. Policy Research Working Paper 2279, World Bank, Washington.

Debe hacerse hincapié en que esta relación puede no ser simétrica debido a que las garantías de ingresos mínimos se basan en tráficos anuales, mientras que el mecanismo de compartir los ingresos se basa en niveles de rentabilidades anuales acumuladas diariamente durante el año.<sup>15</sup> De lo anterior, se puede suponer que cada vez que el Estado otorgue una garantía por concepto de ingresos mínimos, podría ocurrir la situación en que la empresa concesionaria sólo comparta sus ingresos mucho después de haber recibido tal garantía, lo cual no lo deja ajeno a algún tipo de debate. Ahora bien, y si es que se hace el análisis desde el punto de vista de la cola derecha de la distribución, también puede darse el caso en que a la empresa concesionaria le vaya muy bien, con lo cual deba compartir sus ingresos con el Estado, y por lo tanto deban pasar muchos años antes de que a la empresa le vaya mal y sea el Estado quien deba pagar la garantía estatal, con lo que el más “perjudicado” en esto es la propia empresa concesionaria, la cual debe compartir sus ingresos, y no el Estado chileno.

---

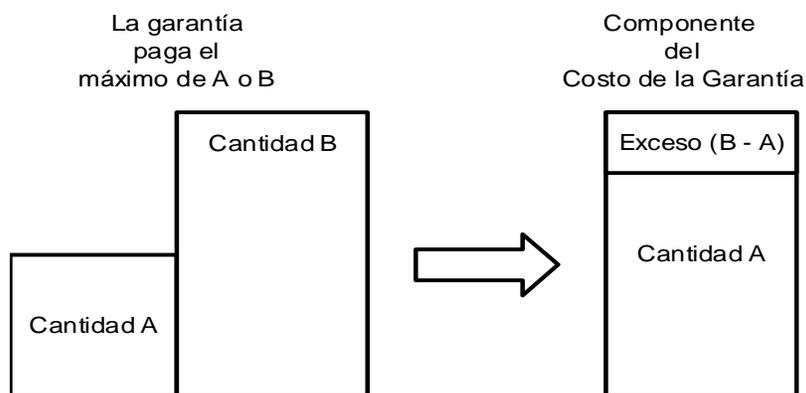
<sup>15</sup> Recuérdese que la empresa debe compartir ingresos sólo cuando el retorno sobre la inversión es mayor al 15% anual.

## 2.1) Valoración de una garantía

Cuando alguien se compromete a pagar a un asegurado una determinada cantidad de dinero (o beneficio), el cálculo para valorar la garantía ha de ser directo y sencillo. Sin embargo, cuando el asegurador promete pagar la mayor cantidad entre A o B, no sabiéndose qué cantidad será mayor, entonces la valoración de la garantía requiere de una mayor complejidad en los cálculos a realizar. Por lo tanto, cuando existe incertidumbre con respecto a los pagos, y tal como se presenta en la **figura 2**, “el costo de una garantía puede ser calculado como el costo del beneficio normal que otorga un activo bajo un cierto contrato (digamos A) más el costo residual del segundo beneficio, es decir, el costo garantizado (esto es, se considera el exceso de B sobre A)”.<sup>16</sup>

(Figura 2)

### Componentes del Costo



Para ilustrar la naturaleza de una garantía, es importante que asumamos que el activo subyacente que se está garantizando carece de riesgo, es decir, es libre de riesgo. De lo anterior, podemos definir lo siguiente:

$$\text{Activo subyacente libre de riesgo} = \text{Activo riesgoso} + \text{Garantía sobre el activo}$$

<sup>16</sup> “Guarantee and Embedded Options”, de los autores Gary Finkelstein, Emma Mc William, Steve Nagle, Paul de Beus, Rob van Leijenhorst, Lotte Maas y Jiajia Cui. Documento de trabajo presentado en “AFIR 2003 Colloquium”. Septiembre 19 del 2003. <http://www.afir2003.nl>

En la práctica, ninguna garantía está completamente libre del riesgo de falta de pago (*o de default*) y su valor depende de la capacidad de crédito que tiene el que garantiza el activo (en nuestro caso, el Estado chileno). Además, cuando un activo subyacente (para nuestro caso, los flujos vehiculares de la concesión vial de la carretera que une las ciudades de Santiago y Los Andes) tiene el respaldo de una garantía, se puede apreciar que las empresas acreedoras de fondos (los bancos) eliminan o disminuyen sus requerimientos de monitoreo hacia la empresa concesionaria que administra la concesión (y que se financió gracias a estos acreedores).

## 2.2) La garantía vista como una opción PUT

Como se vio recientemente, un activo que es libre de riesgo puede definirse como un activo riesgoso más una garantía. Esto puede también interpretarse como un portfolio de un activo riesgoso y una opción put. La opción put es un instrumento financiero que da el derecho, pero no la obligación, de vender un activo a un precio de ejercicio (predeterminado) en la fecha de madurez de dicha opción (o antes de su fecha de madurez o expiración). El análisis de contingencia nos dice que la valorización de una garantía se basa principalmente en dos cosas: 1) la dinámica del activo subyacente y 2), la deuda o compromiso que hay detrás de la garantía. Si las dinámicas involucradas (del activo subyacente y de los compromisos de la garantía) se ajustan a una amplia clase de modelos, **el análisis nos permitirá estimar a través de métodos numéricos de simulación el valor propio de la garantía, basado principalmente en la estructura de pagos insertos en la garantía** (algo similar es lo que se busca con el desarrollo de esta tesis de grado).<sup>17</sup>

Si se considera, por ejemplo, el caso de una garantía sobre un préstamo que financia proyectos en una firma, la garantía es en sí una opción put sobre los activos de la empresa, cuyo precio de ejercicio pasa a ser el valor carátula de la deuda. Para el caso de las concesiones viales, el precio de ejercicio de la opción put es el ingreso mínimo garantizado

---

<sup>17</sup> Entre los métodos de valoración de garantías se encuentran el de replicar un portfolio, las soluciones analíticas (en caso de encontrar un portfolio replicado, ha de usarse la fórmula de Black & Scholes), el método de árboles de decisión o los métodos de simulación, incluidos los métodos de valoración neutral al riesgo o el de los *deflatores*.

por el Estado (y predeterminado por la empresa concesionaria al momento de adjudicarse la concesión), que cubre todos los períodos que dura la concesión (períodos  $t = 1, 2, \dots, T$ ).

La relación que existe con el ejemplo previo de la deuda que tiene una empresa es que el Estado, al garantizar ingresos mínimos, no hace otra cosa que garantizar de manera indirecta a los propios acreedores, ya que los ingresos percibidos por la empresas concesionarias tienen como primera prioridad el pago la deuda a los bancos, quienes son, en esencia, los principales financistas de un proyecto concesionado. Si esto es así, entonces todas las partes involucradas en una concesión, incluidos los bancos, empresas concesionarias, los usuarios y el propio país, se ven favorecidos de tener este sistema garantizador.

Sin embargo, una de las mayores críticas que se le ha hecho al sistema chileno al garantizar ingresos mínimos es en relación al hecho de que el Estado no contabiliza este tipo de compromisos, haciéndolos efectivos sólo una vez que haya que pagarlos. Además, se critica el hecho de que esta clase de deuda (no explícita, pero real) nunca pasa por la aprobación previa del presupuesto de la nación ni tampoco del Congreso Nacional. Puede decirse entonces que “el valorar garantías es altamente deseable debido a que esto crea una prueba de mercado para las garantías, reduce la inevitable tentación de los prestamistas privados a buscar todo tipo de garantías disponibles, traspassa el costo de las garantías a los clientes de los servicios que se proveen y no a los contribuyentes, y por último, provee información actual del valor de las garantías disponibles”.<sup>18</sup>

### **2.3) Garantía de Ingresos Mínimos en la Autopista Los Libertadores**

Como es de conocimiento público, la Autopista Los Libertadores corresponde a la moderna carretera que une las ciudades de Santiago y Los Andes, y cuyo funcionamiento data del año 2000. Durante estos casi cuatro años de funcionamiento, el Estado jamás ha debido incurrir en el pago de garantías por concepto de ingresos mínimos. ¿Qué podrá pasar en el futuro

---

<sup>18</sup> Mody, Ashoka y Dilip Patro. “Methods of Loan Guarantee Valuation and Accounting”. Noviembre de 1996. <http://www.amody.com>

con respecto a este punto? La respuesta podrá vislumbrarse después de hacer la simulación de datos con lo que se podrá emitir una opinión más fundada al respecto.

Anteriormente, en el punto 2 de esta tesis, se mencionó la manera en que se activan las garantías de ingresos mínimos, así como también los montos máximos a pagar por el Estado y la forma en que la empresa debería compartir sus ingresos con el Estado.

De acuerdo al contrato, la empresa concesionaria debe establecer de antemano, y en el momento en que se presenta la oferta técnica para competir en la licitación, si es que se acoge o no al régimen de ingresos mínimos garantizados. Si es que la empresa elige tal opción, deberá como contraparte, y tal como se explicó anteriormente, compartir sus ingresos con el Estado. Al momento de aceptar la opción de ingresos mínimos garantizados, la empresa concesionaria tuvo que definir cuáles serían los ingresos mínimos garantizados para cada uno de los años que dura la concesión. Para el caso de Autopista Los Libertadores, la duración de la concesión del proyecto es de 336 meses, es decir 28 años. Ahora bien, para efectos de valorar la garantía bajo la modalidad de opción put, cada uno de estos ingresos mínimos garantizados serán los precios de ejercicio de la opción en el año que corresponda, por lo tanto, si es que la empresa concesionaria obtiene ingresos menores a los señalados como mínimos garantizados, el Estado entregará la diferencia a manera de garantía.

De acuerdo al contrato, la garantía estatal se activará, no sólo en el caso que los ingresos de la concesionaria sean menores a los establecidos como ingresos mínimos garantizados, sino que además se deberá cumplir con la condición de que los ingresos obtenidos por la empresa concesionaria en dicho año sean mayores, en un 50%, a los ingresos potenciales que ésta pueda tener. Dichos ingresos potenciales han sido previamente establecidos por la autoridad, definiéndose éstos como la suma total de vehículos (independiente del tipo de vehículos – llámense buses, automóviles, camionetas o motos -) multiplicada por un precio único de peaje. Este peaje único corresponde a \$1300, el cual se va reajustando anualmente de acuerdo a la inflación del país. No obstante, y considerando que las distintas tarifas de peaje son mayores a los \$1300, ha de creerse que este ingreso definido como ingreso

potencial fue incluido en el contrato con el único propósito de prevenir que la empresa concesionaria rebajara el precio del peaje, lo cual podría, de alguna u otra manera, activar prematuramente la garantía estatal. Además, y desde el punto de vista de una empresa que desea maximizar su valor a través de la generación de riqueza, parecería poco lógico el querer disminuir sus ingresos por el sólo hecho de sentirse respaldado por una garantía estatal. Por el contrario, la empresa se verá motivada a maximizar el retorno de su inversión, lo cual obviamente no se logra, a simple vista, bajando el precio de peaje y haciendo uso de la garantía estatal. Es por ello, y de acuerdo a lo conversado con personas especialistas del Departamento de Concesiones, el concepto de ingresos potenciales ha sido eliminado en las actuales bases de licitación, ya que la evidencia empírica ha demostrado que éstos son prácticamente innecesarios.

Con ello, la opción put inserta en este contrato puede verse como una típica opción put europea, la cual puede valorarse fácilmente a través de una metodología como la propuesta por Black y Scholes.<sup>19</sup>

---

<sup>19</sup> Como veremos más adelante, la valoración de Black y Scholes requiere de una pequeña e interesante modificación.

## TERCERA PARTE

En esta parte del trabajo se entregan los ingresos proyectados a partir de la simulación de datos, así como también los resultados obtenidos a partir de la fórmula de valoración de opciones propuesta por Black y Scholes.

### 3.1 Simulación de datos utilizando Monte Carlo

Antes de comenzar con la simulación de los datos, se ha tenido que definir cuál será el modelo que se aplicará para tales efectos. Para ello, se suscitan varias alternativas a realizar, entre éstas, modelos autorregresivos (ARMA o ARIMA), modelos econométricos del tipo VAR, modelos econométricos multivariados, redes neuronales o simplemente la proyección de flujos a través del método de simulación de Monte Carlo.<sup>20</sup> Esta última alternativa ha sido la escogida, producto de que ésta se asocia mucho con la valoración neutral al riesgo presente en la valoración de instrumentos financieros y que además ha sido parte de la formación del curso del Magíster en Finanzas.

Para comenzar el desarrollo de la simulación de Monte Carlo, ha sido necesario saber cuál es el proceso de difusión que siguen las variables de nuestro modelo, con el propósito de simularlas de la mejor forma posible. Entre los procesos característicos que uno puede suponer, destacan principalmente dos. Éstos son, el de tipo browniano <sup>21</sup> (geométrico o aritmético) y el de tipo reversión a la media (Vasicek u Ornstein-Uhlenbeck). En términos generales, el proceso de tipo browniano se asocia con variables que se comportan como un random walk (paseo aleatorio) y se aplica a estudios cuyas variables presentan retornos (variaciones porcentuales) que se distribuyen de manera normal (por ejemplo, el logaritmo

---

<sup>20</sup> Existe un método alternativo que ha sido utilizado por el profesor Antonio Parisi, el cual consiste en calcular el valor de la garantía a partir de la diferencia que se suscita entre el costo de capital de una empresa con garantía y el costo de capital de una empresa sin garantía.

<sup>21</sup> El término browniano proviene del apellido de un botánico de Gran Bretaña llamado Robert Brown quien describió los movimientos de una partícula en un líquido. Posteriormente, fue Albert Einstein quien hizo la propuesta de un modelo matemático el cual fue desarrollado en 1923 por Norbert Wiener. Sin embargo, el responsable del sinnúmero de aplicaciones que tiene el proceso browniano es el “Lema de Itô”, cuyo autor es K. Itô, y su documento de trabajo “On Stochastic Differential Equations”, publicado el año 1951 en *Memoirs of the American Mathematical Society*.

natural o simplemente logaritmo de los precios accionarios), mientras que los procesos de tipo reversión a la media se asocian principalmente con series del tipo estacionarias. Al respecto, se puede dar el caso de que algunos commodities presentan un proceso de difusión del tipo random walk, pero sólo en el corto plazo, en cambio, si para el mismo commodity se realiza un análisis en el largo plazo, el proceso de difusión que estos precios siguen se asemeja mucho más a un proceso de difusión del tipo reversión a la media. Esto es perfectamente posible por el simple hecho de asumir que los precios de ciertos activos (o commodities) están más relacionados con los costos de producción que se tienen para el largo plazo, y no a los eventos del corto plazo como pueden ser una guerra del momento o las fortalezas o debilidades de un cartel (por ejemplo, el caso de la OPEP y su impacto en los precios del petróleo).<sup>22</sup>

Un proceso de tipo browniano geométrico (random walk) se puede describir de la siguiente manera:  $\frac{dx(t)}{x} = \mu dt + \sigma dz$ , donde el  $dz$  es el proceso Wiener, el que a su vez se define como  $\varepsilon \sqrt{dt}$ , en donde el error ( $\varepsilon$ ) distribuye normal, con media  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$ . Este proceso de tipo Wiener ha sido el utilizado en la física para describir el comportamiento de una partícula que está sujeta a un gran número de pequeñas alteraciones moleculares. La variable  $\mu$  es conocida como el *drift* o tendencia y la variable  $\sigma$  es la volatilidad de la variable a simular.

Tal como fue utilizado por Black, Scholes y Merton, este proceso de tipo browniano se utiliza con las variaciones porcentuales de los precios accionarios, las que, en un corto período de tiempo, presentan una distribución normal. De esto se desprende que la media de la variación porcentual en el tiempo es  $\mu dt$  (retorno esperado en un mundo neutral al riesgo) y la desviación estándar de esta variación porcentual es  $\sigma \sqrt{dt}$ . En cuanto a los valores de cada una de estas variables, hay que hacer hincapié en términos de diferenciar entre pequeños intervalos de tiempo y largos intervalos de tiempo. Para ello, supóngase que se está trabajando con un proceso de difusión que sigue el retorno del precio de una acción. Para ello, considérese un amplio número de muy pequeños intervalos de tiempo de tamaño

---

<sup>22</sup> Dixit, Avinash K., Robert S. Pindyck. "Investment under Uncertainty". Princeton University Press. 1994

$\delta t$ . Además, defínase a  $S_i$  como el precio de la acción al final del intervalo  $i$  y defínase a  $\delta S_i$  como la diferencia  $S_{i+1} - S_i$ . Bajo estos supuestos, el término  $\mu$  se asemeja a un promedio aritmético de  $\delta S_i / S_i$ , esto es:  $\frac{1}{T} \times \frac{\delta S_i}{S_i}$

Por el contrario, para un período largo de tiempo, y expresado en períodos compuestos  $\delta t$ , el retorno esperado se asemeja más al valor  $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ . En cuanto al valor de la variable  $\sigma$  presente en el proceso browniano, éste se aproxima (bajo el escenario de pequeños períodos de tiempo) a un valor igual a  $\sigma \sqrt{\delta t}$ . Para el caso de un precio accionario, la volatilidad de las variaciones de los retornos accionarios se concentra en valores que están entre el 20% y el 50%.<sup>23</sup> Si es que se desea obtener la volatilidad a partir de datos históricos, primero debe estimarse la desviación estándar histórica de los datos definida como  $s$ . El

valor de  $s$  se determina a partir de la fórmula  $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mu_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} (\sum_{i=1}^n \mu_i)^2}$ , donde

el valor de  $\mu_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$  y  $S_i$  es el precio de la acción al final del intervalo  $i$ . Una vez

que se tiene el valor de  $s$ , se procede a calcular el valor de  $\sigma$ , el cual se obtiene a partir de la siguiente fórmula:  $\sigma = \frac{s}{\sqrt{T}}$ , en donde la variable  $T$  representa el largo del intervalo.

Por otra parte, un proceso de difusión de tipo reversión a la media (Vasicek o el de Ornstein-Uhlenbeck), se describe de la siguiente manera:  $dx = K(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$

En esta ecuación, la variable  $K$  representa la velocidad de reversión,  $\bar{x}$  es el nivel normal de la variable  $x$ , esto es, es el nivel al cual revierte la variable  $x$  en el tiempo, la variable  $\sigma$  representa la volatilidad de la variable, y por último, la variable  $dz$  corresponde al proceso Wiener, el que presenta las mismas características descritas en el proceso de tipo browniano geométrico.

<sup>23</sup> John Hull. "Options, Futures and other Derivatives". Quinta Edición. 2003.

En cuanto al proceso que revierte a la media, y para efectos de simulación de Monte Carlo, deben calcularse en primer lugar los parámetros de velocidad de ajuste ( $K$ ), de tendencia ( $\bar{x}$ ) y la volatilidad de la variable ( $\sigma$ ). Entonces, y sólo a partir de esto, será posible el simular la variable  $dz$ . Nótese que un proceso de difusión del tipo reversión a la media puede interpretarse como una versión continua de un proceso autorregresivo discreto de primer orden, esto es, al asumir que el  $dt$  del proceso AR(1) tiende en el límite a cero, la ecuación  $dx = K(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$  no es otra cosa que el caso límite de la ecuación:

$$\begin{aligned}x_t &= \bar{x}(1 - e^{-Kdt}) + (e^{-Kdt})x_{t-1} + \varepsilon_t \\x_t &= \bar{x}(1 - e^{-Kdt}) + (e^{-Kdt})x_{t-1} + x_{t-1} - x_{t-1} + \varepsilon_t \\x_t - x_{t-1} &= \bar{x}(1 - e^{-Kdt}) + (e^{-Kdt} - 1)x_{t-1} + \varepsilon_t\end{aligned}$$

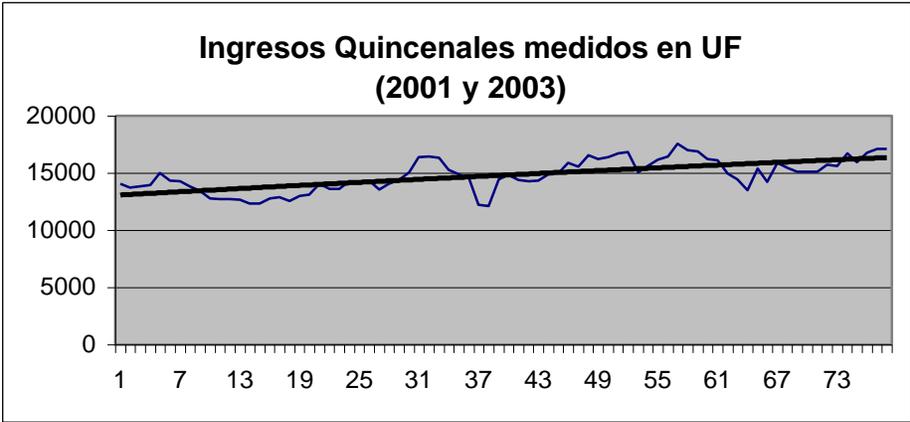
En esta ecuación, el valor de  $\varepsilon_t$  distribuye normal con media cero y con desviación estándar  $\sigma_\varepsilon$ . El valor de la desviación estándar  $\sigma_\varepsilon$  se define como  $\sigma_t^2 = \frac{\sigma^2}{2K}(1 - e^{-2Kt})$ . Bajo estas condiciones, uno puede obtener los parámetros  $\bar{x}$ ,  $K$  y  $\sigma$  presentes en el proceso de reversión a la media a partir, simplemente, de la regresión  $x_t - x_{t-1} = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$ . Los valores de  $\bar{x}$ ,  $K$  y  $\sigma$  quedan definidos como:<sup>24</sup>

- 1)  $\bar{x} = \left(\frac{-a}{b}\right)$
- 2)  $K = -\log(1 + b)$
- 3)  $\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{\log(1 + b)}{(1 + b)^2 - 1}}$ ;  $\sigma_\varepsilon$  es el error estándar de la regresión.

Teniendo en claro estos conceptos, se debe averiguar qué tipo de proceso es el que está presente en la serie de datos que se desea simular. Hay que tener presente que los datos

<sup>24</sup> Dixit, Avinash K., Robert S. Pindyck. "Investment under Uncertainty". Princeton University Press. 1994.

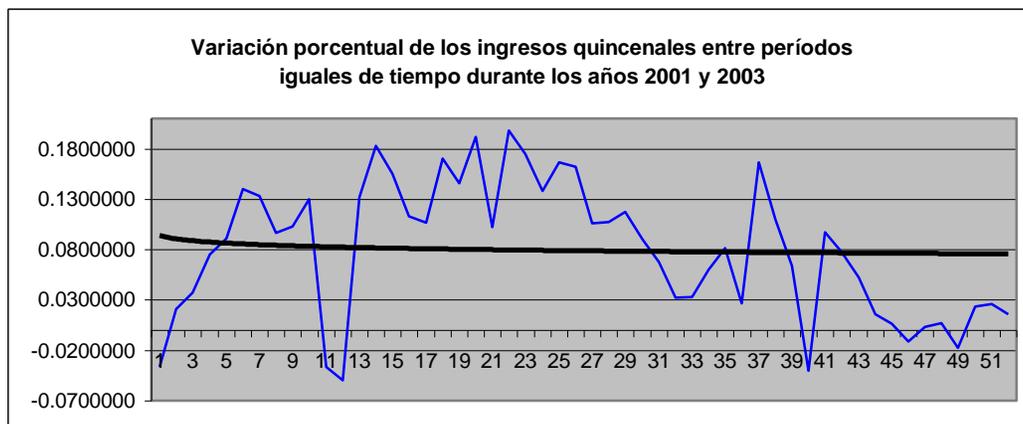
involucrados en este trabajo corresponden a los ingresos de una empresa concesionaria que administra el camino que une las ciudades de Santiago y Los Andes. De manera ex-ante, uno esperaría la presencia de estacionalidad en los ingresos, es decir, ha de suponerse que los ingresos presentan un considerable aumento los fines de semana, producto de un mayor flujo vehicular, así como también una marcada estacionalidad del flujo vehicular producto de las estaciones del año. Esto es, se esperaría una considerable disminución en invierno, a raíz del mal tiempo y el bajo interés en visitar la zona, así como también un repunte en el número de vehículos durante los meses de primavera y verano debido a las mejores condiciones climáticas y un mayor interés en cruzar la frontera por motivos vacacionales.



De acuerdo al gráfico anterior, existe una marcada tendencia respecto del aumento de ingresos de la concesionaria que administra la ruta Los Libertadores. Esto es perfectamente válido, si es que se supone que el flujo vehicular se relaciona directamente con las tasas de crecimiento del país, con el aumento del parque automotriz o con el aumento del comercio bilateral existente entre Chile y los países pertenecientes al cono sur. El gráfico habla por sí solo en cuanto a la serie de datos, mostrando que ésta no es una serie que explote y por lo tanto puede suponerse de que esta serie es del tipo estacionaria.

Ahora bien, y de manera similar a lo que sucede con los precios accionarios, siempre convendrá realizar estudios a partir de variaciones porcentuales en los flujos y no a partir del dato absoluto para un instante del tiempo determinado. Además, y ante la notoria presencia de estacionalidad de los datos, sea ésta semanal, mensual o semestral, se ha

procedido a limpiar dicha estacionalidad. Es por ello, y para efectos de obtener los parámetros a simular, en esta tesis se han utilizado las variaciones porcentuales de los ingresos medidos en igual época del año, y no medidos de una semana a otra, o de un mes a otro (dentro del mismo año).



Esto es similar a una media móvil, tal como se hace con los indicadores de inflación o desempleo, los que se comparan en similares períodos del año, pero en años diferentes (rezagados). En cuanto al intervalo de tiempo que se ha utilizado para realizar la simulación de datos, se ha optado por utilizar variaciones de los ingresos acumulados de manera quincenal, y no variaciones diarias o semanales. Esto, en virtud de que las variaciones quincenales presentan mejores indicadores de distribución normal de las series (pruebas paramétricas de normalidad de Jarque-Bera). Nótese que la variación porcentual entre períodos similares es generalmente positiva, esto es, los ingresos han ido aumentando año tras año.

Para saber si la serie es o no estacionaria, se realizaron las pruebas de Dickey-Fuller y la prueba de Phillips-Perron. De ser la serie estacionaria, uno ya podría descartar el hecho de encontrarse ante una serie de tipo random walk (aún cuando, esta última podría diferenciarse y dejarla estacionaria - *difference-stationary* -). También, se realizaron pruebas de autocorrelación serial, es decir, se deseaba saber si los datos dependen o no de los datos pasados (en los procesos de tipo browniano, la información futura sólo depende de la información presente y no de la información pasada - procesos de tipo Markov -).

En cuanto a corroborar la correlación serial, basta con regresionar la siguiente ecuación:<sup>25</sup>

$$x_t - x_{t-1} = \phi + \rho x_{t-1} + \varepsilon_t$$

En esta ecuación, el parámetro  $\rho$  representa el coeficiente de autocorrelación de primer orden. Si este coeficiente es estadísticamente significativo y distinto de cero, entonces se presume de la presencia de autocorrelación de primer orden, y por lo tanto la serie ya no sería del tipo random walk.

Por último, y como tercera alternativa, se realizó una prueba de razón de varianzas (conocida en inglés como Variance Ratio Test). El resultado de la prueba de varianza indica que se rechaza la hipótesis nula de que la serie de datos se comporta de manera random walk.<sup>26</sup> El test de varianza, el cual ha sido muy utilizado en la investigación financiera, puede calcularse de la siguiente manera:<sup>27</sup>

$$\text{Sea } \sigma_a^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{k=1}^T (x_k - x_{k-1} - \mu)^2, \text{ donde } \mu = \frac{1}{T}(x_T - x_0).$$

;  $X_0$  y  $X_T$  son la primera y última observación respectivamente.

<sup>25</sup> Pueden utilizarse también otros rezagos para averiguar si hay otro proceso de autocorrelación.

<sup>26</sup> Esta conclusión se obtiene gracias a los datos correspondientes al 2001-2003. Estudios posteriores podrán realizarse considerando una mayor muestra de datos.

<sup>27</sup> El desarrollo y la explicación de este test pueden encontrarse en los siguientes documentos de trabajo:

- a) Lo, A. W. and A.C. MacKinley (1988). "Stock Market Prices do not follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test". *Review of Financial Studies*, 1, 41 – 66.
- b) Lo, A. W. and A.C. MacKinley (1989). "The Size and Power of the Variance Ratio Test in Finite Samples: A Monte Carlo Investigation". *Journal of Econometrics*, 40, 203 - 238.
- c) Risager, Ole. Working Paper 7-98: "Random Walk or Mean Reversion: The Danish Stock Market since World War I". Department of Economics, Copenhagen Business School.
- d) Hamilton, James D. "Times Series Analysis". Princeton University Press. 1994.

Además, sea  $\sigma_b^2 = \frac{1}{q(T-q+1)(1+\frac{q}{T})} \sum_{k=q}^T (x_k - x_{k-q} - q\mu)^2$ , donde la variable

$\mu$  se define como  $\mu = \frac{1}{T}(x_T - x_0)$  y la letra  $q$  es un número entero mayor que 1 y que

además es divisor de  $T$ . Por último, los  $x_k$  representan las variaciones porcentuales del flujo vehicular. La prueba de razón de varianzas nos dice que para que la serie se comporte como

random walk se debe cumplir la siguiente relación:  $\frac{\sigma_b^2}{\sigma_a^2} = 1$ . De lo contrario, si el cociente

de varianzas es mayor o menor a 1, se rechaza la hipótesis nula de random walk con lo que se presume que la serie es del tipo reversión a la media.

Para probar estadísticamente la significancia de este ratio, se debe saber que el estadístico de prueba distribuye normal, de manera que:

$$\sqrt{T} \left[ \left( \frac{\sigma_b^2}{\sigma_a^2} \right) - 1 \right] \rightarrow N \left( 0, \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q} \right)$$

Para el caso de este trabajo, la prueba de razón de varianzas recién descrita se aplicó a la serie que asume la variación porcentual de los flujos, medida ésta entre quincenas similares del año, pero para años distintos (limpias de estacionalidad), así como también para variaciones porcentuales producidas entre las quincenas dentro de un año (sin limpiar la estacionalidad). En ambos casos, la prueba de razón de varianzas rechazó la hipótesis nula de random walk.

Por lo tanto, y en virtud de que los errores de las series de datos distribuyen normal (según Jarque-Bera), así como también de que la serie es estacionaria y de que se descartó la hipótesis nula de random walk, se ha tomado la decisión de proyectar los datos asumiendo que los flujos de datos se comportan más parecido a un proceso de reversión a la media y no del tipo browniano o random walk.

Ahora bien, una vez que se optó por suponer procesos de tipo reversión a la media, se verificó que los parámetros  $\bar{x}$ ,  $K$  y  $\sigma$ , encontrados a partir del proceso AR(1), son estadísticamente significativos (según pruebas t-student). Con respecto a la posibilidad de heterocedasticidad de los errores (incluida la de heterocedasticidad condicional autorregresiva - ARCH -), se aplicaron las pruebas de White y la del multiplicador de Lagrange (LM ARCH), no pudiéndose rechazar, en ambos casos, la hipótesis nula de la no existencia de heterocedasticidad. También, y como parte del procedimiento para calcular los parámetros  $\bar{x}$ ,  $K$  y  $\sigma$  que se incluyen en el proceso de reversión a la media, hubo que verificar la presencia de autocorrelación serial de los errores. Para ello, se utilizó la prueba de correlación serial que utiliza el multiplicador de Lagrange, utilizando con ello el estadístico de Breusch y Godfrey. Después de realizar dicha prueba, se corrobora el hecho de que la serie de datos presenta autocorrelación serial. Es por esto que se debió corregir la estimación de los parámetros aplicando el método de Cochrane-Orchutt, el cual aplica procesos de tipo AR o MA, con el fin de obtener, de la mejor forma posible, los parámetros de la ecuación (mejor  $R^2$ , significancia estadística de los parámetros y eliminación de autocorrelación).

Por otra parte, uno podría suponer que los flujos involucrados en un proyecto vial de esta envergadura pueden ser del tipo reversión a la media<sup>28</sup> a raíz de que “los proyectos de inversión tienen valores presentes netos positivos si es que las utilidades económicas son ganadas en el mercado de factores o del producto. En una economía competitiva, deberíamos esperar alguna tendencia en el largo plazo para que los **flujos de caja reviertan hacia niveles que dejen a las firmas indiferentes**, en relación a nuevas inversiones (en el caso particular de oportunidad de inversión) que un proyecto dado representa **respecto de aquéllos que serpentean**” (*esto último, haciendo alusión al random walk*).<sup>29</sup>

---

<sup>28</sup> Bhattacharya, Sudipto. “Project Valuation with Mean-Reverting Cash Flow Streams”. *Journal of Finance*, Vol. 33, N° 5. Diciembre de 1978.

<sup>29</sup> “The Trade-Off Model with Mean Reverting Earnings: Theory and Empirical Tests”. Sudipto Sarkar. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=452762](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=452762)

### 3.2 Valoración de la Garantía a través del Método de Opciones

De acuerdo a lo explicado en la segunda parte de esta tesis, una garantía puede valorarse simplemente como una opción PUT. En virtud del tipo de garantía que ofrece el Estado chileno a los proyectos viales concesionados, esta garantía puede valorarse como una típica opción put europea. Para ello, y en virtud de que los precios de ejercicio están fijos (ingresos mínimos propuestos al inicio de la licitación), la valoración de esta garantía puede resolverse simplemente si es que se aplica la fórmula de Black and Scholes (B&S). No obstante, hay que tener cuidado en lo que a varianzas se refiere. En particular, si se tiene que el proceso del precio de un activo ( $P(t)$ ) satisface la siguiente ecuación diferencial estocástica:  $d \log P(t) = dp(t) = \mu(t)dt + \sigma dz$ , donde  $\mu$  es el drift,  $\sigma$  es el coeficiente de difusión y  $dz$  es el típico proceso Wiener, entonces, la condición de no arbitraje impone la siguiente restricción sobre el precio de una opción call ( $C$ ):<sup>30</sup>

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 C}{\partial P^2} + rP \frac{\partial C}{\partial P} + \frac{\partial C}{\partial t} = rC, \text{ donde } r \text{ es la tasa libre de riesgo.}$$

La opción call presenta dos condiciones: la primera es que  $C[P(T), T] = \text{Máx}[P(T) - K, 0]$  y la segunda es que  $C(0, t) = 0$ . A partir de estas dos condiciones, existe una única solución a la ecuación parcial estocástica definida recientemente (aquella que sirve de restricción en condiciones de no arbitraje), solución que nos entrega el valor de una opción call a través de:  $C(P, K, T, r, \sigma) = P(t)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$ , ecuación en que los valores de  $d_1$  y  $d_2$  se definen como:

$$d_1 = \frac{\log\left(\frac{P(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \text{ y } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

<sup>30</sup> Para la opción put ocurre algo similar.

Para el caso de una opción put, que es la que nos interesa en este trabajo, su valor se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$P(P, K, T, r, \sigma) = Ke^{-rT} N(-d_2) - P(t)N(-d_1)$$

Tanto en la valoración de la opción call como en la valoración de la opción put, el valor  $P(t)$  corresponde al precio spot,  $K$  es el precio de ejercicio,  $r$  es la tasa libre de riesgo,  $T$  es el plazo de vencimiento,  $\sigma$  es la varianza o volatilidad y  $N(d_1)$  y  $N(d_2)$  representan la función de distribución normal acumulada para los valores  $d_1$  y  $d_2$ .

La modificación que se hace a esta fórmula para efectos de valorar la garantía estatal, es la propuesta por los autores Andrew Lo y Jiang Wang<sup>31</sup>, quienes proponen la idea de que el valor de una opción debería verse afectado por la “*predictibilidad*”. Esto, en virtud de que ambos autores hacen notar el hecho de que en la fórmula propuesta por B&S, así como también en la ecuación diferencial parcial que sirve de restricción al proceso de difusión seguido por los retornos accionarios, el drift (*aquel que se define como  $\mu(t)$* ) no aparece en las ecuaciones y por ende no afecta el valor de la opción pues se asume constante. Esto último, a partir del supuesto de que la información pasada no es válida para predecir precios futuros, con lo cual los precios siguen un proceso del tipo random walk.

Es a partir de esto último que Lo y Wang proponen cambiar la varianza, pues la varianza incorporada en la fórmula de B&S proviene del supuesto de que los retornos accionarios siguen procesos de difusión del tipo browniano, pero tal como se discutió al comienzo de la tercera parte de la tesis, muchas veces las variables (sean económicas o de otro tipo) suelen seguir procesos de difusión más parecidos a un proceso de tipo reversión a la media que a uno del tipo random walk (o browniano).

La varianza que proponen Lo y Wang es similar a la propuesta por Black y Scholes, con la única salvedad de que ésta se debe ajustar por la autocorrelación que se presenta en un

---

<sup>31</sup> Lo, Andrew y Jiang Wang. “Implementing Option Pricing Models When Asset Returns Are Predictable” The Journal of Finance. Vol L, N° 1, Marzo del año 1995.

proceso de difusión del tipo Vacicek u Ornstein-Uhlenbeck. El ajuste de varianza se logra, y de manera muy similar, a partir de la fórmula descrita por Dixit y Pindyck<sup>32</sup>, la cual se utilizó para realizar la simulación de Monte Carlo. Esto es, la desviación estándar a utilizar en la fórmula de Black y Sholes es:

$$\sigma = \sigma_{BS} \sqrt{\frac{\log(1 + 2\rho(1))}{(1 + 2\rho(1))^{1/T} - 1}}$$

En la fórmula anterior,  $\rho(1)$ <sup>33</sup> es el coeficiente obtenido a partir de la ecuación de un proceso de autocorrelación de primer orden, esto es:  $x_t - x_{t-1} = a + \rho(1)x_{t-1} + \varepsilon_t$ . Por otra parte, el parámetro  $\sigma_{BS}$  es la desviación estándar que se utiliza generalmente en la fórmula de Black y Scholes. El valor de  $\sigma_{BS}$  se define a partir de la siguiente fórmula:

$$\sigma_{BS} = \frac{S}{\sqrt{T}}, \text{ donde } S \text{ se define como: } S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mu_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n \mu_i \right)^2}$$

y el valor de  $T$  se define como “1 dividido por el número de días, o semanas, o quincenas o meses que hay en un año” (según sea el caso)<sup>34</sup>. Este valor  $T$  es el que se incluye también en la fórmula de desviación estándar propuesta por Lo y Wang. En cuanto al valor de  $\mu_i$ , éste se

$$\text{define como } \mu_i = \text{Ln} \left( \frac{X_i}{X_{i-1}} \right)$$

<sup>32</sup> Dixit, Avinash K., Robert S. Pindyck. “Investment under Uncertainty”. Princeton University Press. 1994.

<sup>33</sup> El valor del coeficiente de correlación de primer orden se encuentra calculado en los anexos de este trabajo.

<sup>34</sup> Para el cálculo de  $T$  se debe realizar tal cociente ya que se desea obtener la volatilidad anual a partir de datos quincenales.

## CUARTA PARTE

En esta cuarta y última parte corresponde entregar los resultados obtenidos a través de la simulación de Monte Carlo y la valoración de opciones mediante el método de Black y Scholles.

### 4.1 Simulación de Monte Carlo

La simulación de Monte Carlo fue hecha para proyectar ingresos durante los próximos 10 años (incluido el presente año)<sup>35</sup>. Se ha optado por proyectar 10 años ya que proyecciones mayores podrían alejarse demasiado de lo real. Esto último, en el sentido de que durante los próximos 10 años muchos son los eventos que pueden suscitarse y por tanto cualquier predicción que se haga sobre ello carecería de toda credibilidad. No obstante, y para efectos de dar una opinión u obtener alguna conclusión del tema, es perfectamente válido realizar proyecciones sobre un prolongado horizonte de tiempo.

Los resultados arrojados por la simulación de Monte Carlo muestran lo siguiente:

Año	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
<b>Ingresos Anuales</b>	<b>350,233</b>	<b>391,503</b>	<b>411,144</b>	443,766	483,461	534,498	599,636
<b>Ingresos Garantizados</b>	211,000	225,000	241,000	258,000	276,000	295,000	316,000

Los datos de **ingresos anuales** correspondientes a los años **2001, 2002 y 2003** son los **reales**. Claramente se aprecia que éstos fueron mucho mayores a los propuestos por las empresas concesionarias al momento de la licitación. Esta tendencia se mantiene por los próximos 10 años, motivo por el cual la garantía estatal jamás se verá activada. De acuerdo a estos resultados, el **costo para el Estado** en cuanto a ofrecer la garantía estatal, al menos en este proyecto concesionado, **es cero**.

---

<sup>35</sup> Simulación realizada con el software @Risk.

De acuerdo a los anexos finales de este trabajo, puede apreciarse que los ingresos propuestos por la empresa concesionaria durante los 13 primeros años, esto es 2001 – 2013, corresponden al techo de la banda propuesta por el Estado. Los posteriores 12 años de ingresos mínimos propuestos corresponden al piso de la banda que ofreció el Estado.

Si se hace un análisis de lo planteado inicialmente por el Estado, en relación a que estos ingresos mínimos corresponderían aproximadamente a un 85% de los ingresos esperados de las compañías en cada año de vida del proyecto, al menos en este caso, el de la Autopista Los Libertadores, el proyecto concesionado, más que representar un costo para el Estado, representa un muy buen negocio para él, pues los ingresos (reales y proyectados) superan con creces el techo de la banda propuesta y por lo tanto existirían retornos sobre la inversión superiores al 15% inicialmente definidos como normales. Esto se traduciría en que los retornos por sobre el 15% de la inversión serán compartidos, en un 50%, con el Estado.

#### 4.2 Valoración de la Garantía utilizando Black y Scholes

Se dijo en el capítulo anterior que la valoración de una garantía corresponde a la valoración de una opción put. Esto es, y de acuerdo a lo propuesto por Black y Scholes, y también por Lo y Wang, la valoración de la garantía estatal se obtiene a partir de:

$$P = P_0, K, T, r, \sigma^* \Rightarrow Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - P(t)N(-d_1)$$

;  $P, K, T, r, \sigma, d_1$  y  $d_2$  fueron definidos previamente en este trabajo.

Para nuestro caso,  $P$  corresponde al ingreso anual del año 2003,  $K$  corresponde al ingreso mínimo garantizado propuesto por la concesionaria,  $T$  corresponde al plazo de vencimiento de la opción ( $T = 1, 2, 3, \dots, 28$ ),  $r$  corresponde a la tasa libre de riesgo (correspondiente a un documento libre de riesgo emitido por la Tesorería General de la República con un período de madurez de 20 años) y  $\sigma^*$  corresponde a la volatilidad de las variaciones del flujo vehicular.

Además, y tal como se explicó en el capítulo anterior, el término  $\sigma^*$  corresponde a la desviación estándar de las variaciones de flujos vehiculares que se han modelado como procesos de difusión del tipo reversión a la media, y no como los propuestos por Black y Scholes, los cuales siguen un proceso de difusión del tipo random walk o geométrico browniano.

Por lo tanto, y considerado que la volatilidad a utilizar en la valoración de la garantía estatal

( $\sigma^*$ ) tiene la forma  $\sigma = \sigma_{BS} \sqrt{\frac{\log(1 + 2\rho(1))}{(1 + 2\rho(1))^{1/T} - 1}}$ , se ha obtenido, al menos para los

primeros cinco años, un valor de la opción put igual a cero, esto es, el **costo de la garantía estatal** ofrecida al proyecto Autopista Los Libertadores es **cero**.

## CONCLUSIONES

“Confirmando la mayor actividad económica que vive el país y la tendencia que viene mostrando el mayor traslado de personas dentro y fuera del territorio nacional, los ingresos de las empresas concesionarias de autopistas y aeropuertos aumentaron 12% al tercer trimestre de este año en comparación con igual periodo de 2003.”<sup>36</sup>

Tal como lo indica la prensa local, el aumento de los ingresos de las empresas concesionarias ha sido elocuente, algo que se ha podido comprobar en el desarrollo de esta tesis, particularmente para el caso de Autopista Los Libertadores. Si la tendencia sigue tal como ha sido hasta ahora, el costo asociado al otorgamiento de una garantía estatal seguirá siendo cero, con lo cual uno puede concluir que este ha sido un muy buen negocio para el Estado, y por sobre todo para el país. No obstante, se debe señalar que este estudio sólo ha mostrado un ápice de lo que es el sistema de concesiones en Chile. Hubiese sido ideal el haber contado con los datos de flujos vehiculares ex-ante al inicio del sistema de concesiones, pues de esa forma nos hubiésemos puesto en la misma situación con la que se vio enfrentada la empresa concesionaria que administra la ruta Los Libertadores. El problema mayor que se suscita con ello es lo complicado y tedioso que se torna la obtención de los datos por parte del sector público, lo cual hace que el estudio se vaya tardando y por ende se vuelve prohibitivo para efectos de un estudio de tesis como éste.

Esperamos que este estudio sienta precedentes para otros que vendrán en un futuro, tal vez de mucha mejor calidad en comparación a éste, pero queda, sin duda, la sensación de que se ha hecho un buen trabajo que servirá de guía a los trabajos venideros en esta materia.

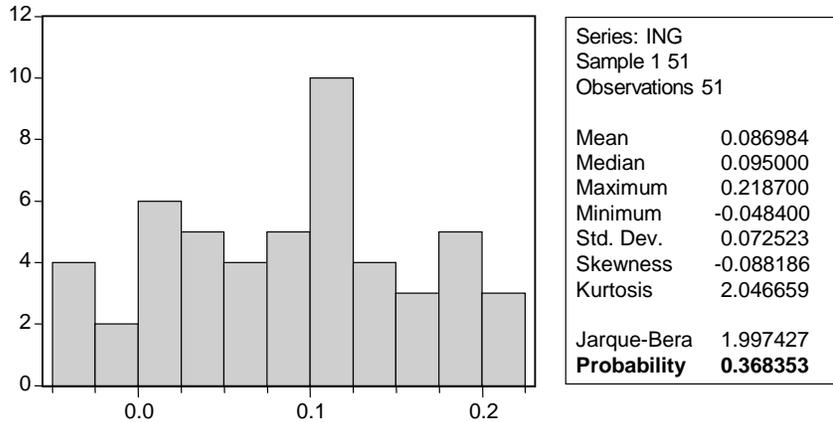
También debe señalarse que hubiésemos deseado el haber contado con una mayor cantidad de datos para poder definir de mejor forma los procesos estocásticos presentes en esta tesis y lograr con ello una mayor robustez en las conclusiones finales que se han señalado anteriormente.

---

<sup>36</sup> Diario ESTRATEGIA, Noviembre 11 del año 2004.

## ANEXOS

### Prueba de Jarque-Bera aplicada a la serie correspondiente a la variación quincenal de los ingresos en UF para el período 2001-2003



### Pruebas de estacionariedad de Dickey-Fuller aplicada a la serie correspondiente a la variación quincenal de los ingresos en UF para el período 2001-2003 (con tendencia y sin tendencia)

Null Hypothesis: ING has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	<b>-3.639361</b>	0.0082
Test critical values: 1% level	-3.568308	
5% level	-2.921175	
10% level	-2.598551	

Null Hypothesis: ING has a unit root

Exogenous: Constant, Linear Trend

Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=10)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	<b>-4.201141</b>	0.0088
Test critical values: 1% level	-4.152511	
5% level	-3.502373	
10% level	-3.180699	

**Prueba de independencia BDS aplicada a la serie correspondiente a la variación quincenal de los ingresos en UF para el período 2001-2003**

BDS Test for ING

Date: 10/30/04 Time: 12:32

Sample: 1 51

Included observations: 51

<u>Dimensio</u>	<u>BDS Statistic</u>	<u>Std. Error</u>	<u>z-Statistic</u>	<u>Prob.</u>
<u>n</u>				
2	0.065506	0.006385	10.25938	<b>0.0000</b>
3	0.103318	0.010254	10.07586	<b>0.0000</b>
4	0.109408	0.012334	8.870522	<b>0.0000</b>
5	0.107547	0.012984	8.282750	<b>0.0000</b>
6	0.097302	0.012648	7.692935	<b>0.0000</b>

**Significancia estadística del coeficiente de autocorrelación de primer orden**

Dependent Variable: ING-ING(-1)

Method: Least Squares

Date: 10/31/04 Time: 16:08

Sample(adjusted): 2 51

Included observations: 50 after adjusting endpoints

<u>Variable</u>	<u>Coefficient</u>	<u>Std. Error</u>	<u>t-Statistic</u>	<u>Prob.</u>
C	0.037287	0.012783	2.916982	0.0054
ING(-1)	-0.408590	0.112270	-3.639361	0.0007
R-squared	0.216262	Mean dependent var		0.001250
Adjusted R-squared	0.199934	S.D. dependent var		0.063905
S.E. of regression	0.057161	Akaike info criterion		-2.846709
Sum squared resid	0.156835	Schwarz criterion		-2.770228
Log likelihood	73.16771	F-statistic		13.24495
Durbin-Watson stat	2.025192	Prob(F-statistic)		0.000667

**Resultados de la regresión  $x_t - x_{t-1} = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$ , la cual sirve para encontrar los parámetros que se incluyen en un proceso de difusión del tipo reversión a la media incluidos en la ecuación:  $dx = K(\bar{x} - x)dt + \sigma dz$**

Dependent Variable: DIFI  
 Method: Least Squares  
 Date: 10/30/04 Time: 12:39  
 Sample: 1 51  
 Included observations: 51  
 Convergence achieved after 6 iterations  
 Backcast: -3 0

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
A	0.037531	0.013946	<b>2.691203</b>	0.0098
B	-0.425741	0.113832	<b>-3.740070</b>	0.0005
MA(4)	0.348946	0.135048	2.583861	0.0129
R-squared	0.292348	Mean dependent var		0.001018
Adjusted R-squared	0.262862	S.D. dependent var		0.063271
S.E. of regression	0.054323	Akaike info criterion		-2.930730
Sum squared resid	0.141645	Schwarz criterion		-2.817093
Log likelihood	77.73362	F-statistic		9.914951
Durbin-Watson stat	1.948906	Prob(F-statistic)		0.000249

*De esta regresión se obtiene lo siguiente:*

$$1) \bar{x} = \left( \frac{-a}{b} \right)$$

$$2) K = -\log(1 + b)$$

$$3) \sigma = \sigma_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\log(1 + b)}{(1 + b)^2 - 1}}; \sigma_{\varepsilon} \text{ es el error estándar de la regresión}$$

**Prueba de Breusch–Godfrey para ver si existe correlación serial en los errores, aplicada a la regresión  $x_t - x_{t-1} = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$ , utilizando para ello 5 rezagos**

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.081607	Probability	0.994758
Obs*R-squared	0.479367	Probability	<b>0.992859</b>

**Prueba de heterocedasticidad aplicada a la regresión  $x_t - x_{t-1} = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$**

White Heteroskedasticity Test:

---

---

F-statistic	0.099104	Probability	0.905833
Obs*R-squared	0.209731	Probability	<b>0.900446</b>

---

---

**Prueba de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) en los errores,  
aplicada a la regresión  $x_t - x_{t-1} = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t$**

ARCH Test:

---

---

F-statistic	0.695451	Probability	0.629942
Obs*R-squared	3.679020	Probability	<b>0.596489</b>

---

---

## Bibliografía

- 1) Bhattacharya, Sudipto. "Project Valuation with Mean-Reverting Cash Flow Streams". *Journal of Finance*, Vol. 33, N° 5. Diciembre de 1978.
- 2) Dixit, Avinash y Robert S. Pindyck. "Investment under Uncertainty". Princeton University Press. 1994.
- 3) Finkelstein, Gary, Emma Mc William, Steve Nagle, Paul de Beus, Rob Van Leijenhorst, Lotte Maas y Jiajia Cui. "Guarantee and Embedded Options". <http://www.afir2003.nl> Documento de trabajo presentado en AFIR 2003, Septiembre 19 del año 2003.
- 4) Gómez-Lobo, Andrés y S. Hinojosa (año 2000). "Broad Roads in a Thin Country: Infrastructure Concessions in Chile". Policy Research Working Paper 2279, World Bank, Washington.
- 5) Hamilton, James D. "Times Series Analysis". Princeton University Press. 1994.
- 6) Hull, John. "Options, Futures and other Derivatives. Quinta Edición, año 2003.
- 7) Lo, Andrew y A.C. MacKinley (1988). "Stock Market Prices do not follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test". *Review of Financial Studies*, 1, 41 – 66.
- 8) Lo, Andrew y A.C. MacKinley (1989). "The Size and Power of the Variance Ratio Test in Finite Samples: A Monte Carlo Investigation". *Journal of Econometrics*, 40, 203 – 238.
- 9) Lo, Andrew y Jiang Wang. "Implementing Option Pricing Models When Asset Returns Are Predictable". *The Journal of Finance*. Vol L, N° 1, Marzo del año 1995.
- 10) Mody, Ashoka y Dilip Patro. "Methods of Loan Guarantee Valuation and Accounting". Noviembre de 1996. <http://www.amody.com>
- 11) Nombela, Gustavo y Ginés de Rus. "Flexible-Term Contracts for Road Franchising". Marzo del año 2003.
- 12) Risager, Ole. Working Paper 7-98: "Random Walk or Mean Reversion: The Danish Stock Market since World War I". Department of Economics, Copenhagen Business School"
- 13) Sarkar, Sudipto. "The Trade-Off Model with Mean Reverting Earnings: Theory and Empirical Tests". [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=452762](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=452762)