

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

MODELAMIENTO DINÁMICO DE ESTABILIDAD A PEQUEÑA SEÑAL

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

EDUARDO ANDRÉS ZAMORA DE LA BARRA

PROFESOR GUÍA:
LUIS VARGAS D.

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CLAUDIA RAHMANN Z.
ARIEL VALDENEGRO E.

SANTIAGO DE CHILE
OCTUBRE 2012

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP) cada día se encuentran más exigidos, en tanto el crecimiento de la demanda últimamente aumenta a mayor tasa que las inversiones en el rubro. Esto ha obligado a que la operación de estos sea cada vez más cerca de sus límites de estabilidad. Verificar la respuesta en el tiempo de un sistema dinámico tan grande, a la vez para miles de perturbaciones posible resulta una tarea titánica, por lo cual el análisis transitorio de estabilidad se reserva solo para contingencias críticas. En cambio, para las contingencias de menor importancia y que pueden calificar dentro de la categoría de perturbación, basta con un análisis de estabilidad de pequeña señal. Los estudios de pequeña señal permiten identificar los modos de oscilación para todo un conjunto de perturbaciones pequeñas, con un menor esfuerzo computacional, aunque a costa de una menor precisión.

Reconocer los modos de oscilación de un sistema permite identificar aquellos inestables o de bajo amortiguamiento, para así tomar decisiones de inversión en transmisión que mejoren esta situación, pero incluso, últimamente se está utilizando el reconocimiento modal para la ejecución de acciones en tiempo real que permitan controlar las oscilaciones, por lo que el estudio de pequeña señal aún resulta ser un campo con aplicaciones industriales relevantes, sobre todo ahora que los sistemas de comunicaciones permiten recopilar la información de toda la red de manera rápida y confiable.

En este trabajo se busca en primer lugar, validar la utilización de los modelos de pequeña señal, comparando la respuesta transitoria de sistemas de prueba contra la linealización del mismo. Luego, se procede a identificar las variables más relevantes y que aportan en mayor medida a las oscilaciones e inestabilidades del sistema, para finalmente aplicar un estudio de análisis modal a un caso real, mediante el modelamiento simplificado del Sistema Interconectado Central chileno. En este contexto, se analiza el escenario presente, y un escenario con nuevas inversiones en transmisión, para verificar si existe algún impacto en los modos de oscilación naturales del sistema. Además se estudia el efecto de la variación en el escenario de generación, incrementando la diferencia angular entre barras del sistema. Por último, se incluye un análisis de sensibilidad para todos los casos estudiados, determinando la ubicación del valor propio de menor amortiguación en el plano complejo, frente a contingencias e inversiones en elementos serie de la red de transmisión.

Los resultados concluyen que el efecto de la red de transmisión es acotado en mejorar la estabilidad, impactando solo de manera puntual a algunos valores propios, pudiendo una misma acción (inversión o contingencia) empeorar o mejorar el amortiguamiento de las oscilaciones electromecánicas.

... a mis padres, por su esfuerzo
para que mis hermanas y yo
saliéramos adelante.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a mis padres, por ser el pilar fundamental en todo este trayecto que han sido mis estudios. Sin duda sin su esfuerzo, cariño y constancia no sería la persona que hoy soy. Quiero agradecerles por estar siempre presentes, a pesar de lo poco que yo los pueda haber retribuido ante tan enorme demostración de afecto.

También incluyo en estos agradecimientos a la gente de Transelec, jefes y compañeros, que confiaron en mí al contratarme en pleno proceso de titulación, así como por la flexibilidad que me han otorgado para llevar esta tarea a cabo. También agradezco su ayuda frente a algunas dudas surgidas, a Arturo por su vasta experiencia, a Miguel, por esas interminables discusiones sobre modelos dinámicos, a Pablo y Cristian, quienes desde una situación similar a la mía fueron fuente de apoyo. A todo el resto de mis compañeros, por mostrar interés en saber cómo se encontraba mi avance, y darme palabras de ánimo.

Desde luego agradezco mi profesor guía, Luis Vargas, quien ha sabido comprender las dificultades que encontré para llevar a cabo esta tarea, justificada o injustificada, pero siempre tuvo la amabilidad de apoyar mi causa ante las solicitudes de plazo para este trabajo y constituyó un importante apoyo moral en las últimas fases de este proceso.

Agradecimientos especiales a Álvaro, quién siguió una camino parecido a mio y constantemente nos estuvimos apoyando. A Camila, que también me entregó apoyo, mostrando siempre preocupación por saber de mi estado. A Enrique, que hasta en los momentos más complicados se ofreció desinteresadamente a entregarme su ayuda con su vasto conocimiento de Matlab, un amigo a toda prueba.

Agradezco a todos mis familiares, amigos y compañeros, a quienes he tenido botados hace tiempo, pero nunca olvidado.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estructura de trabajo.....	2
2	MARCO TEÓRICO	4
2.1	Estabilidad en sistemas eléctricos de potencia (SEP)	4
2.1.1	Conceptos básicos de estabilidad	4
2.1.2	Estabilidad Angular	6
2.1.2.1	Estabilidad de pequeña señal	7
2.1.2.2	Estabilidad transitoria	7
2.1.3	Estabilidad de tensión	7
2.1.4	Estabilidad de mediano y largo plazo.....	8
2.2	Modelamiento de los elementos del sistema	9
2.2.1	Generador Sincrónico.....	9
2.2.1.1	Modelos Estáticos	9
2.2.1.2	Modelos Dinámicos	11
2.2.2	Sistemas de excitación	14
2.2.3	Turbina y Regulador de Velocidad	18
2.2.4	Modelo de Red	20
2.2.5	Modelos de Carga	22
2.2.5.1	Modelos estáticos de carga	22
2.2.5.2	Modelos dinámicos de carga.....	22
2.3	Análisis de Estabilidad transitoria	23
2.3.1	Análisis de estabilidad por función de Lyapunov	23
2.3.2	Método de integración numérica	25
2.4	Análisis de estabilidad de pequeña señal.....	25
2.4.1	Caracterización del sistema	26
2.4.2	Linealización	26
2.4.3	Análisis de valores propios	28

2.4.4	Análisis de vectores propios	29
2.4.5	Modos de oscilación.....	31
2.5	Estado del arte	32
2.5.1	Evaluación por simulación	32
2.5.2	Evaluación basada en mediciones sincrofasoriales	33
3	MODELOS DE SIMULACIÓN	35
3.1	Ejemplo introductorio	35
3.1.1	Caso 1: Línea de doble circuito	38
3.1.2	Caso 2: Línea de triple circuito.....	40
3.1.3	Caso 3: Despeje de falla por las protecciones de respaldo	42
3.1.4	Comentarios sobre las simulaciones	43
3.2	Modelo completo – barra infinita	44
3.2.1	Orden del modelo	44
3.2.2	Ecuaciones diferenciales - algebraicas	45
3.2.3	Condiciones iniciales y parámetros del sistema.....	46
3.2.4	Implementación en Simulink	48
3.2.5	Simulaciones de prueba contra barra infinita.....	52
3.3	Modelo simplificado multimáquina.....	60
3.3.1	Orden del modelo	60
3.3.2	Ecuaciones diferenciales - algebraicas	60
3.3.3	Condiciones iniciales y parámetros del sistema.....	61
3.3.4	Linealización	61
3.3.4.1	Matriz A.....	62
3.3.4.2	Matriz B.....	62
3.3.4.3	Matriz C.....	63
3.3.4.4	Matriz D	63
4	SISTEMA SIMPLIFICADO EN ESTUDIO	65
4.1.1	Topología simplificada del sistema	65
4.1.2	Generadores equivalentes simplificados.....	70
4.1.3	Puntos de retiro	70
4.1.4	Flujo de potencia	73

4.1.5	Condiciones iniciales y parámetros de los generadores	77
5	ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA DE ESTUDIO Y COMENTARIOS	79
5.1	Valores y vectores propios 2012	80
5.2	Valores y Vectores Propios 2013	82
5.3	COMENTARIOS DE LOS MODOS DE OSCILACIÓN	84
5.3.1	Modo 1 (2012 y 2013):	84
5.3.2	Modo 3 (2012 y 2013):.....	84
5.3.3	Modo 5 (2012 y 2013):.....	85
5.3.4	Modo 7 (2012) y 19 (3013):.....	85
5.3.5	Modo 9 (2012 y 2013):.....	85
5.3.6	Modo 11 (2012 y 2013).....	85
5.3.7	Modo 13 (2012 y 2013)	85
5.3.8	Modo 17 (2012) y 7 (2013)	85
5.3.9	Otros modos.....	85
5.4	Análisis de Sensibilidad 2012.....	86
5.5	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD 2013	88
5.6	Escenario de comparación 2012	90
5.7	Escenario de comparación 2013	94
6	CONCLUSIONES.....	98
7	BIBLIOGRAFÍA.....	104
	ANEXO A.....	106

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1: Datos del generador simulado (50 Hz)	48
Tabla 3-2: Parámetros y condiciones de régimen permanente (punto de equilibrio) para la simulación de la Figura 3-26.....	59
Tabla 3-3: Modos de oscilación aproximados para simulación de la Figura 3-26.	59
Tabla 4-1: Barras del sistema equivalente.	67
Tabla 4-2: Datos de los generadores en estudio.....	71
Tabla 4-3: Puntos de retiro del sistema.	72
Tabla 4-4: Transferencias de potencia activa por transformadores del sistema.	73
Tabla 4-5: Datos para el flujo de potencia, escenario 2012.....	74
Tabla 4-6: Datos para el flujo de potencia, escenario 2013.....	75
Tabla 4-7: Tensiones de barra, simulaciones 2012 y 2013.....	76
Tabla 4-8: Valores de condiciones iniciales y parámetros de generadores. Simulación 2012.	78
Tabla 4-9: Valores de condiciones iniciales y parámetros de generadores. Simulación 2013.....	78
Tabla 5-1: Valores propios del sistema, 2012.	80
Tabla 5-2: Valores propios del sistema, 2013.....	82
Tabla 5-3: Escenario de comparación, 2012, condiciones iniciales.	91
Tabla 5-4: Valores propios escenario de comparación 2012.....	91
Tabla 5-5: Escenario de comparación, 2013, condiciones iniciales.	94
Tabla 5-6: Valores propios escenario de comparación 2013.....	94

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Figura 2-1: Clasificación de fenómenos de estabilidad en SEP.....	5
Figura 2-2: Gráficos de potencia activa en un generador sincrónico.	6
Figura 2-3: Curvas PV para distintos factores de potencia de la carga.....	8
Figura 2-4: Principio de inducción y curva de tensión inducida en un generador sincrónico.	10
Figura 2-5: Modelo circuital generador sincrónico de rotor cilíndrico, en régimen permanente.	10
Figura 2-6: Potencia activa entregada por un generador sincrónico. Rotor cilíndrico (izquierda) y rotor de polos salientes (derecha).....	11
Figura 2-7: Representación del generador sincrónico mediante transformada de Park [11].	13
Figura 2-8: Circuito equivalente del generador sincrónico en régimen permanente.	14
Figura 2-9: Esquema funcional del control de excitación de un generador sincrónico [10].	15
Figura 2-10: Diagrama de bloques del sistema de excitación tipo DC1A [10].	15
Figura 2-11: Diagrama de bloques de los transductores y compensación de carga.	16
Figura 2-12: Diagrama de bloques del sistema de excitación tipo ST1 [10].	17
Figura 2-13: Esquema funcional de un regulador de velocidad.....	18
Figura 2-14: Diagrama de bloques del regulador de velocidad.....	18
Figura 2-15: Esquema funcional y diagrama de bloques para el modelo de caldera [8]. .	19
Figura 2-16: Turbinas de alta y baja presión.	19
Figura 2-17: Modelamiento de la red de transmisión.	20
Figura 2-18: Curvas de nivel de la función de Lyapunov para el generador conectado a barra infinita.	25
Figura 2-19: Tipo de respuesta temporal según ubicación del valor propio en el plano complejo.	29
Figura 2-20: Ejemplos de identificación de modos mediante vectores propios derechos. A la izquierda, oscilación inter-área. A la derecha, modo local.	31
Figura 2-21: Diagrama de participación para los casos 1 y 2 presentados en la Figura 2-20.	32

Figura 2-22: Esquema de un sistema de comunicación (WAM o SPMS) y esquema de PMU.....	33
Figura 2-23: Metodología propuesta para el análisis modal de mediciones PMU.....	34
Figura 3-1: Ejemplo de generador sincrónico conectado a barra infinita.	35
Figura 3-2: Modelo simulink para sistema generador – barra infinita (2 variables).....	37
Figura 3-3: Despliegue del modelo – Parámetros sistémicos.....	38
Figura 3-4: Datos para simulación Caso 1.	38
Figura 3-5: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 1.	39
Figura 3-6: Evolución de la velocidad angular según el modelo empleado, caso 1.	40
Figura 3-7: Datos para simulación Caso 1.	40
Figura 3-8: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 2.	41
Figura 3-9: Evolución la velocidad angular según el modelo empleado, caso 2.....	41
Figura 3-10: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 1. Despeje de falla en 480 ms.....	42
Figura 3-11: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 2. Despeje de falla en 480 ms.....	42
Figura 3-12: Modelo de máquina conectada a la red a través de una línea de transmisión.	44
Figura 3-13: Implementación en simulink del sistema en la Figura 3-12.....	49
Figura 3-14: Modelo de la máquina sincrónica en 4 variables de estado.	50
Figura 3-15: Modelo simulink del regulador de tensión.	51
Figura 3-16: Modelo simulink del regulador de velocidad.....	51
Figura 3-17: Variables de estado de la máquina sincrónica. Escalón en la impedancia de línea.	52
Figura 3-18: Variables de estado del AVR. Escalón en la impedancia de línea.	53
Figura 3-19: Variables de estado del regulador de velocidad. Escalón en la impedancia de línea.	53
Figura 3-20: Variables de estado de la máquina sincrónica. Escalón perturbación pequeña en la línea.....	54
Figura 3-21: Variables del AVR. Escalón perturbación pequeña en la línea.	55
Figura 3-22: Variables del regulador de velocidad. Escalón perturbación pequeña en la línea.	55

Figura 3-23: Variables de estado en la máquina sincrónica. Falla y recuperación de 2 circuitos.	56
Figura 3-24: Variables de estado en el AVR. Falla y recuperación de 2 circuitos.	57
Figura 3-25: Variables de estado en el regulador de velocidad. Falla y recuperación de 2 circuitos.	57
Figura 3-26: Evolución del ángulo del rotor. Falla y recuperación de 2 circuitos.	58
Figura 4-1: Mapa del SIC. Actualizado a Mayo 2012, CDEC-SIC.	66
Figura 4-2: Modelo de simplificado del SIC a Junio 2012.	68
Figura 4-3: Modelo de simplificado del SIC a Junio 2013.	69
Figura 5-1: Valores propios 2012 en el plano complejo.	80
Figura 5-2: Factores de participación en cada modo de oscilación 2012.	81
Figura 5-3: Valores propios 2013 en el plano complejo.	82
Figura 5-4: Factores de participación en cada modo de oscilación 2013.	83
Figura 5-5: Sensibilidad del análisis modal para el año 2012 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	86
Figura 5-6: Sensibilidad del análisis modal, modo 5 - 2012 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	87
Figura 5-7: Sensibilidad del análisis modal, modo 1 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	88
Figura 5-8: Sensibilidad del análisis modal para el año 2013 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	89
Figura 5-9: Sensibilidad del análisis modal, modo 5 - 2013 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	90
Figura 5-10: Factores de participación, escenario de comparación 2012.	92
Figura 5-11: Sensibilidad del análisis modal, modo 13 - 2012, escenario comparación (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	93
Figura 5-12: Factores de participación, escenario de comparación 2013.	95
Figura 5-13: Sensibilidad del análisis modal, 2013, escenario comparación (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	96
Figura 5-14: Sensibilidad del análisis modal, modo 5 - 2013, escenario comparación (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).	97
Figura 6-1: Comparación de valores propios 2012 - 2013. Primer escenario de estudio. Rojo 2012, Verde 2013.	101

Figura 6-2: Comparación valores propios 2012 – 2013. Segundo escenario de estudio.
Rojo 2012, Verde 2013.....101

Figura 6-3: Comparación valores propios 2012. Primer escenario azul, segundo
escenario rojo. 102

1 INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN

Los sistemas eléctricos de potencia actualmente se encuentran más exigidos que antaño, sometidos a un aumento sostenido de la demanda por energía eléctrica, pero restringidos en su crecimiento tanto a nivel de generación como de transmisión, sobre todo por la conciencia que se ha tomado respecto al impacto de grandes obras civiles. Esto ha obligado a utilizar las redes actuales en puntos de operación cada vez más cercanos a los límites de estabilidad, por lo que se ha hecho necesaria la incorporación de nuevos equipos que permitan sacarle cada vez más provecho al sistema existente.

Sin duda, la cantidad de escenarios posibles de operación, y el gran número de fallas y perturbaciones posibles (debido a la extensión de las redes) hace que sea inabordable estudiar la respuesta del sistema en todos los casos posibles. Además, determinar el comportamiento exacto del sistema mediante simulación transitoria para cada contingencia resulta excesivamente demandante en tiempo. Es por esto que los estudios de estabilidad a pequeña señal resultan atractivos para atacar un gran número de perturbaciones, agrupadas bajo el concepto de su bajo impacto. En situaciones en que las desviaciones del sistema respecto a su punto de equilibrio se mantienen bien acotadas, los supuestos de linealidad en torno al punto de operación son aplicables, aunque en muchas ocasiones cueste determinar a ciencia cierta cuál es el límite para aplicar estas técnicas.

En general, pueden aplicarse distintas técnicas para determinar estabilidad de un sistema eléctrico, ya sean herramientas estáticas a través de curvas P-V y Q-V, dinámicas aproximadas, como es el caso del análisis de pequeña señal, o bien puede recurrirse al modelamiento dinámico detallado mediante simulación transitoria. Será esta última la que determine la evolución de las variables de estado, pudiendo darse el caso que un sistema sea estable evaluado a pequeña señal, pero inestable transitoriamente bajo solicitaciones que hacen que los supuestos de linealidad dejen de ser válidos.

Actualmente el análisis de pequeña señal toma fuerza, puesto que los avances en tecnología de cómputo, medición y comunicaciones permiten tener en tiempo real las variables que determinan el estado del sistema, permitiendo evaluar en todo instante la estabilidad a través de un sistema linealizado en torno a un punto de operación que es seguido con precisión. Esto a su vez permite tomar acciones de control sobre la red de transmisión apenas se detecten variaciones en las variables eléctricas que delaten la existencia de alguna inestabilidad. Algunas de estas acciones corresponden a

desprendimiento de carga y o generación, o apertura de líneas de modo de operar con islas eléctricas

1.2 OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo consiste en evaluar el impacto de la red de transmisión en el análisis de pequeña señal, llevado a cabo a través de la aplicación de técnicas de análisis modal a un sistema real que representa un equivalente aproximado del SIC.

Entre los objetivos específicos se cuentan:

- Ofrecer una visión de las herramientas utilizadas para evaluar la estabilidad dinámica de un sistema.
- Conocer y aplicar distintos modelos dinámicos de generadores para establecer cuales variables representadas toman mayor relevancia.
- Obtener un sistema equivalente de estudio, que represente de manera aproximada el SIC para sus instalaciones ubicadas entre S/E Nogales y S/E Charrúa.
- Verificar el impacto de otros aspectos en la estabilidad del sistema, tales como el despacho de generación.
- Evaluar el comportamiento de los modos de oscilación frente a fallas en la red de transmisión, o ante inversión en líneas o transformadores en paralelo a los ya existentes.

1.3 ESTRUCTURA DE TRABAJO

El presente trabajo de título se encuentra dividido en 6 capítulos. El primero, corresponde a la introducción, en la cual se presenta la herramienta de análisis de pequeña señal con sus ventajas y desventajas, además de entregarse los objetivos de la memoria.

El segundo capítulo consta de un marco teórico, en el cual se entregan reseñas sobre el concepto de estabilidad, los distintos modelos utilizados, y la aplicación de técnicas de análisis modal para la determinación de los modos de oscilación naturales del sistema, y establecer si existe alguno que represente inestabilidad.

El tercer capítulo corresponde a la obtención de distintos modelos dinámicos y modelos de red que permitan validar la utilización de la aproximación de pequeña señal. En este caso se estudian solo los conceptos fundamentales, en primer lugar mediante una máquina modelada solo con su variable angular y de velocidad, para luego estudiar con más detención un modelo que contemple la excitatriz, la turbina, y los controladores asociados a estos elementos. Por último, se explica el modelo multimáquina que se utilizará para analizar parte del SIC, presentando las ecuaciones que permiten determinar el modelo de pequeña señal

En el cuarto capítulo se presenta el sistema de estudio, es decir, el SIC entre Nogales y Charrúa. Se desarrolla un caso real de transferencias correspondiente a un escenario de demanda alta, con generación distribuida entre las centrales hidráulicas del sur y las térmicas del centro. Se calculan todos los valores que pudieran requerirse como entradas del modelo de pequeña señal, todo esto para la red del 2012 y la del 2013.

A continuación, en el capítulo 5 se realiza el análisis de pequeña señal propiamente tal para el 2012 y el 2013. Esto a través del cálculo de los valores propios del sistema y la determinación de los factores de participación en cada modo de oscilación. Como elemento de contraste se genera un caso adicional de estudio considera muy altas transferencias de sur a norte por el sistema de 500 kV. Por último, este capítulo contempla un análisis de sensibilidad para todos los casos estudiados, en el cual se ve el efecto de agregar o retirar líneas de transmisión de la red.

Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo realizado, resumiendo los resultados obtenidos en el capítulo anterior y entregando interpretaciones e implicancias de los resultados obtenidos.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 ESTABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA (SEP)

2.1.1 Conceptos básicos de estabilidad

En términos generales la estabilidad de un sistema se relaciona con la capacidad de este para mantenerse en un punto de operación normal, o alcanzar un estado de equilibrio aceptable tras una perturbación; se habla de inestabilidad cuando alguna de las variables que caracterizan el sistema evoluciona de manera tal que se escapa de los rango normales.

En sistemas eléctricos de potencia las variables consideradas corresponden típicamente a la tensión y la velocidad angular de los generadores, definiendo de esta forma dos problemas clásicos: estabilidad angular, y estabilidad de tensión. El primero de ellos tiene relación con la capacidad de los generadores para mantener el equilibrio entre la potencia mecánica ingresando a la máquina y la potencia eléctrica entregada a la red, de forma que el generador mantenga una velocidad aproximadamente constante e igual a la velocidad de sincronismo. Por otra parte, la estabilidad de tensión se relaciona con la capacidad de mantener niveles de tensión aceptables en los distintos puntos de la red, lo cual es controlado a través de un balance de reactivos.

La estabilidad también puede ser estudiada desde la perspectiva de la magnitud de las perturbaciones que afectan al sistema. Si la perturbación es grande, las variables del sistema se moverán por lo general en un amplio rango, y la posibilidad de alcanzar el mismo o un nuevo punto de equilibrio dependerá fuertemente de la magnitud de la perturbación. Por otro lado, si la perturbación es pequeña (estabilidad de pequeña señal), nos interesará observar si el sistema es capaz de volver a su punto de operación tras perturbarlo ligeramente, siendo esta característica básicamente una propiedad del estado de equilibrio anterior.

De acuerdo a la literatura (Kundur) es típico clasificar los problemas de estabilidad de acuerdo al mapa conceptual mostrado en la Figura 2-1. Esto resulta primero en una clasificación de acuerdo al fenómeno físico involucrado (velocidad angular, tensión), y luego de acuerdo a la magnitud de la perturbación. Además, para la estabilidad de pequeña señal es posible observar inestabilidades de tipo oscilatoria, y no oscilatoria. Adicionalmente a estos fenómenos observados en el corto plazo, se agrega una distinción asociada al mediano plazo y el largo plazo, los que quedan definidos por la velocidad con que ocurren distintas dinámicas en el sistema.

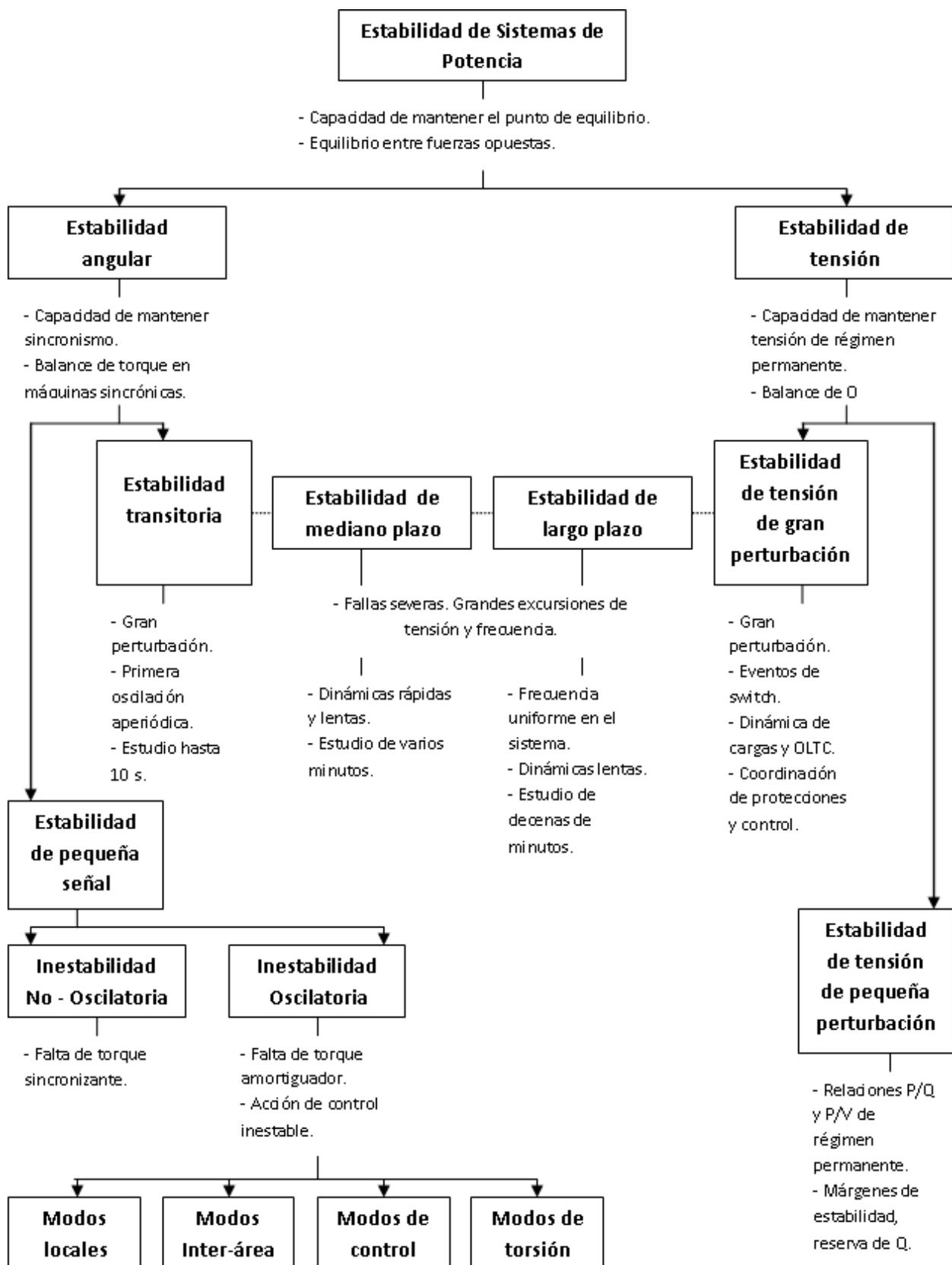


Figura 2-1: Clasificación de fenómenos de estabilidad en SEP.

2.1.2 Estabilidad Angular

La estabilidad angular hace referencia a la capacidad de mantener el sincronismo de todas las máquinas. Al producirse desbalances entre la potencia mecánica entregada al generador y la potencia eléctrica a la salida de esta, el diferencial de potencia acelera o frena la máquina, produciéndose variaciones en el ángulo del rotor respecto a ejes que giran a velocidad nominal.

La potencia mecánica para la mayoría de los análisis del sistema eléctrico puede considerarse constante. Por otro lado, la potencia eléctrica, como se explicará más adelante, tiene la forma:

$$P = \frac{VE}{X_s} \text{sen}(\delta) \quad (\text{ec. 2.1})$$

Donde δ es el ángulo de la máquina. Si por algún motivo se produce un cambio en el sistema eléctrico que afecte las reactancias o las tensiones, la potencia eléctrica varía, produciéndose un desbalance con la potencia mecánica. En la Figura 2-2 por ejemplo, si el sistema se encuentra operando en equilibrio en el punto “1”, y súbitamente ocurre una falla que hace cambiar la curva potencia eléctrica a “2”, se tendrá un exceso de potencia mecánica, lo cual acelera la máquina y tiende a llevarla al punto “3”. Al tratarse de un sistema de segundo orden, este podría presentar oscilaciones tras alcanzar el nuevo punto de equilibrio, o incluso, podría no alcanzar un nuevo punto de equilibrio si la perturbación es muy severa.

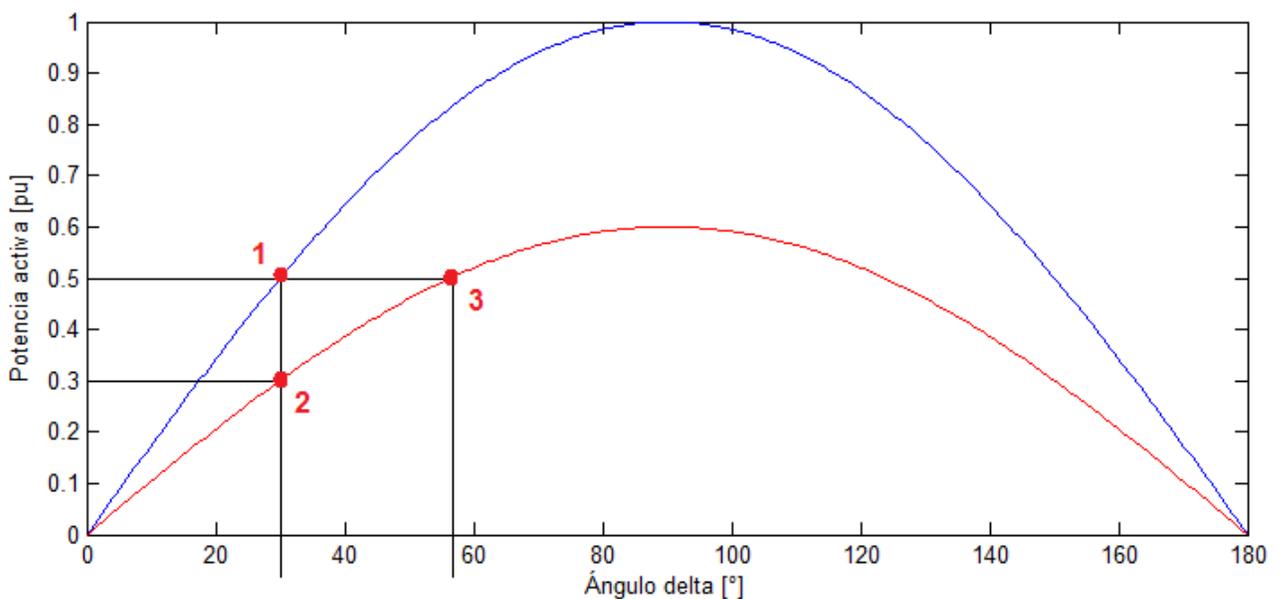


Figura 2-2: Gráficos de potencia activa en un generador sincrónico.

Los análisis clásicos de estabilidad angular son dos:

2.1.2.1 Estabilidad de pequeña señal

Capacidad de mantener sincronismo frente a pequeñas perturbaciones, lo cual permite la linealización de las ecuaciones para su análisis. En este caso, un análisis de valores propios permite caracterizar la respuesta del sistema y la estabilidad.

Los siguientes tipos de oscilación son objeto de estudio:

- Modos locales o sistema – máquina: las oscilaciones están asociadas a una máquina, y se encuentran acotadas en un área pequeña.
- Modos inter – área: asociados a oscilaciones entre máquinas o grupos de máquinas ubicados en distintas zonas del sistema. Suelen presentarse en grupos de máquinas interconectadas por enlaces débiles.
- Modos de control: asociados a las unidades generadoras y otros controles, y son ocasionados principalmente por malos ajustes en las excitatrices, reguladores de velocidad, convertidores HVDC y compensadores de reactivos (SVC).
- Modos torsionales: asociados a los componentes del sistema turbina – generador, pueden ser causados por la interacción de controles de excitación, reguladores de velocidad, controles HVDC, y compensaciones serie en líneas de transmisión.

2.1.2.2 Estabilidad transitoria

Se analiza frente a perturbaciones severas que provocan grandes variaciones angulares, por lo que se hace necesario simular las ecuaciones no lineales.

Tras la falla, el sistema puede responder con oscilaciones amortiguadas, o bien tornarse inestable. En este segundo caso, la evolución de alguna variable puede divergir inmediatamente a causa de la falla, o bien puede tornarse inestable tras una serie de oscilaciones de amplitud creciente.

2.1.3 Estabilidad de tensión

La estabilidad de tensión se refiere a la capacidad de mantener los voltajes de todos los nudos de la red dentro de valores aceptables tras ocurrir una perturbación, siendo la principal causa de inestabilidad la incapacidad de suplir con suficiente potencia reactiva a la demanda.

El fenómeno de inestabilidad de tensión se presenta si en al menos una barra del sistema, un aumento de la potencia reactiva inyectada produce un descenso en la tensión, es decir, la sensibilidad $V - Q$ es negativa. Por otra parte, se entenderá por “colapso de tensión” a un fenómeno más complejo que involucra una secuencia de eventos que acompaña a la estabilidad de tensión, conduciendo a bajos perfiles de tensión en un área extendida de la red.

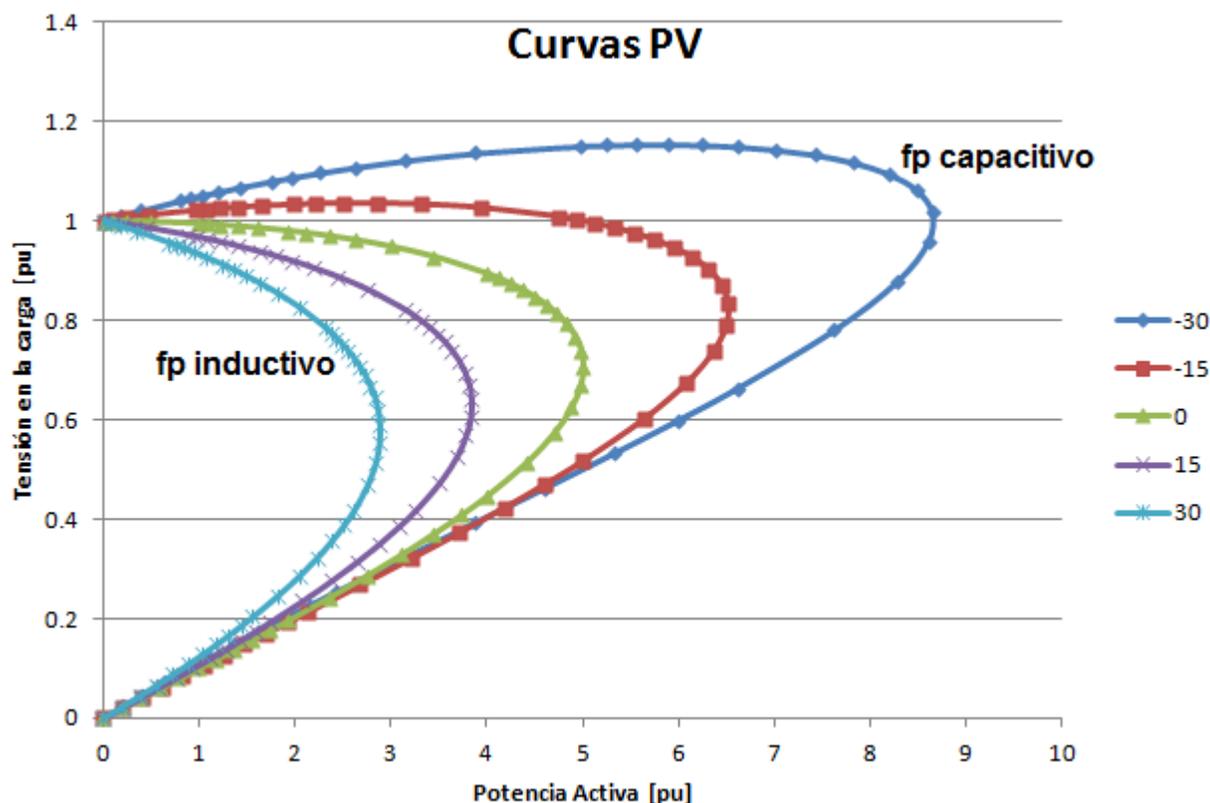


Figura 2-3: Curvas PV para distintos factores de potencia de la carga.

Desde el punto de vista de estabilidad, las curvas PV (Figura 2-3) permiten obtener algunas conclusiones, dado que las caídas de tensión son función de las potencias activa y reactiva a través de las líneas. Normalmente los puntos en el tramo de curva sobre el punto de máxima transferencia son estables. Un cambio abrupto del factor de potencia (incremento de Q consumido), puede ocasionar que se pase a un punto de la zona baja de la curva que resulta en inestabilidad [1].

2.1.4 Estabilidad de mediano y largo plazo

Típicamente la estabilidad de corto plazo o transiente estudia dinámicas observables en el rango de 0 a 10 segundos. La estabilidad de mediano plazo involucra fenómenos que tardan desde 10 segundos a unos pocos minutos, y la estabilidad de largo plazo, desde

pocos minutos a decenas de minutos. Estos dos últimos conceptos de estabilidad aplican tras fallas severas y reflejan dinámicas lentas de procesos, controles y protecciones no modelados en estudios transientes, tales como reguladores de tensión – carga o fuentes de energía primarias.

La estabilidad de largo plazo supone que las oscilaciones electromecánicas entre generadores se han amortiguado, por lo que la frecuencia del sistema es uniforme. La estabilidad de mediano plazo se ubica entre el período transiente, y el largo plazo.

Generalmente, los problemas de estabilidad de mediano y largo plazo se deben a respuesta inadecuada de equipos, poca coordinación entre los elementos de control y protección, o por insuficientes reserva de potencia activa y/o reactiva.

2.2 MODELAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA

2.2.1 Generador Sincrónico

Los generadores sincrónicos son la principal fuente de energía en los sistemas eléctricos de potencia. Dependiendo de las características de la fuente primaria de energía se pueden encontrar distintos tipos, tales como generadores hidráulicos de embalse, hidráulicos de pasada, térmicos a carbón, diesel, ciclos combinados, etc., sin embargo todos operan con el mismo principio de funcionamiento, la ley de inducción de Faraday. Disponen de un enrollado de campo con corriente de excitación en el rotor, el que se hace girar mediante alguna fuente externa, de modo de inducir un flujo magnético variable en los enrollados de estator, y con esto, originando tensión en bornes de la máquina. A continuación se hace una revisión de los principales modelos estáticos y dinámicos para un generador sincrónico conectado a una red eléctrica.

2.2.1.1 Modelos Estáticos

El régimen permanente se caracteriza porque las variables tanto eléctricas como mecánicas han alcanzado valores constantes, es decir, la máquina se encuentra alimentada por una corriente de campo y torque constantes, y la velocidad angular del rotor es igual a la velocidad de sincronismo. Bajo estos supuestos, los flujos magnéticos a través de los enrollados de estator de la máquina resultan ser sinusoidales, induciendo en estos una tensión constante, que por ley de Faraday resulta ser proporcional a la corriente de campo y a la velocidad de giro (asumiendo que el núcleo magnético de la máquina no opera saturado).

En la Figura 2-4 se observa esquemáticamente el principio de inducción en una máquina sincrónica. A la izquierda, se muestra cómo se produce el flujo variable en el estator a

medida que el rotor gira, mientras que a la derecha se encuentra una curva típica de tensión inducida (rojo) en función de la corriente de campo. Para bajas corrientes de campo la relación es aproximadamente lineal.

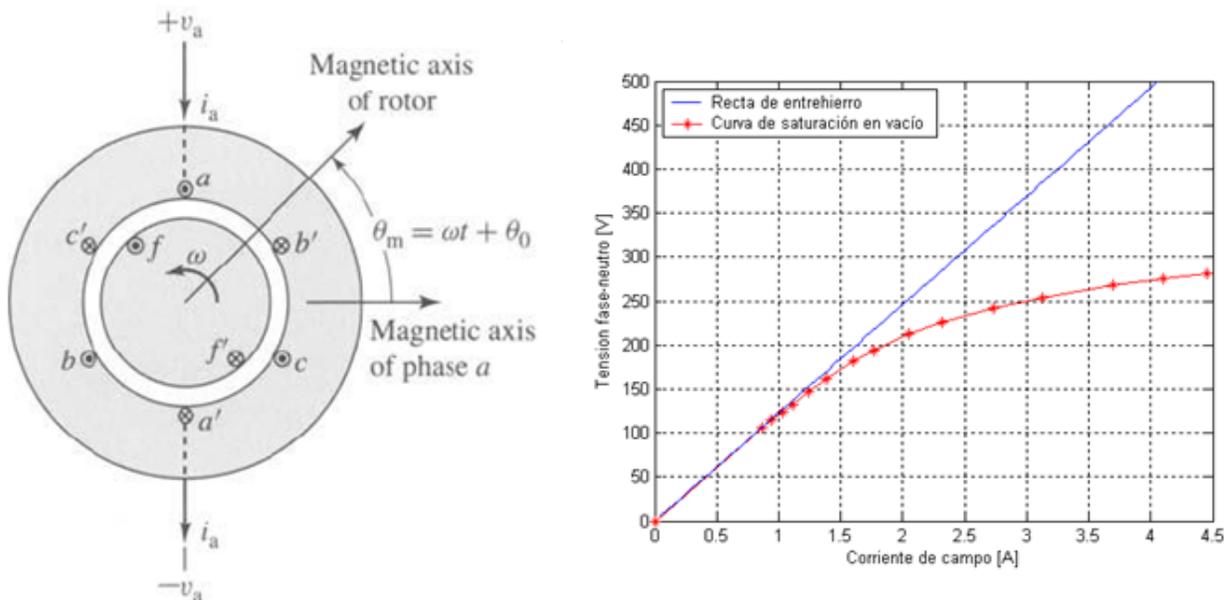


Figura 2-4: Principio de inducción y curva de tensión inducida en un generador síncrono.

Si caracterizamos el generador síncrono únicamente por su reactancia X_s , se tiene el siguiente modelo circuital para operación en régimen permanente:

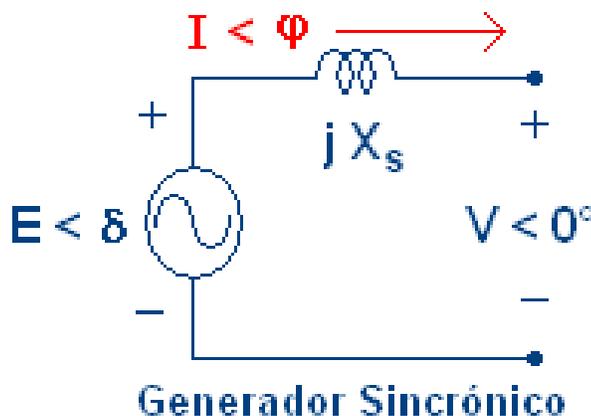


Figura 2-5: Modelo circuital generador síncrono de rotor cilíndrico, en régimen permanente.

En este modelo, “E” corresponde a la tensión inducida en vacío, mientras que “V” es la tensión en el punto de conexión del generador. Con estas consideraciones, se cumplen las siguientes relaciones de régimen permanente para las potencias activa y reactiva entregadas por la máquina:

$$P = \frac{VE}{X_s} \text{sen}(\delta) \quad (\text{ec. 2.2})$$

$$Q = \frac{VE}{X_s} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X_s} \quad (\text{ec. 2.3})$$

Cabe destacar que esta representación se ajusta mejor a máquinas de rotor cilíndrico, dado que por sus características de diseño esta queda bien representada por una única reactancia. En el caso de máquinas de polos salientes, se acostumbra hacer la distinción entre sus reactancias de eje directo y en cuadratura (X_d y X_q). Para este caso, las potencias entregadas pueden calcularse de la siguiente forma:

$$P = \frac{VE}{X_d} \text{sen}(\delta) + \frac{V^2(X_d - X_q)}{2X_d X_q} \text{sen}(2\delta) \quad (\text{ec. 2.4})$$

$$Q = \frac{VE}{X_d} \cos(\delta) - \frac{V^2}{X_d} \cos^2(\delta) - \frac{V^2}{X_q} \text{sen}^2(\delta) \quad (\text{ec. 2.5})$$

Las ecuaciones para máquinas de rotor cilíndrico se recuperan a partir de estas últimas cuando las reactancias de eje directo y en cuadratura son iguales ($X_s = X_d = X_q$).

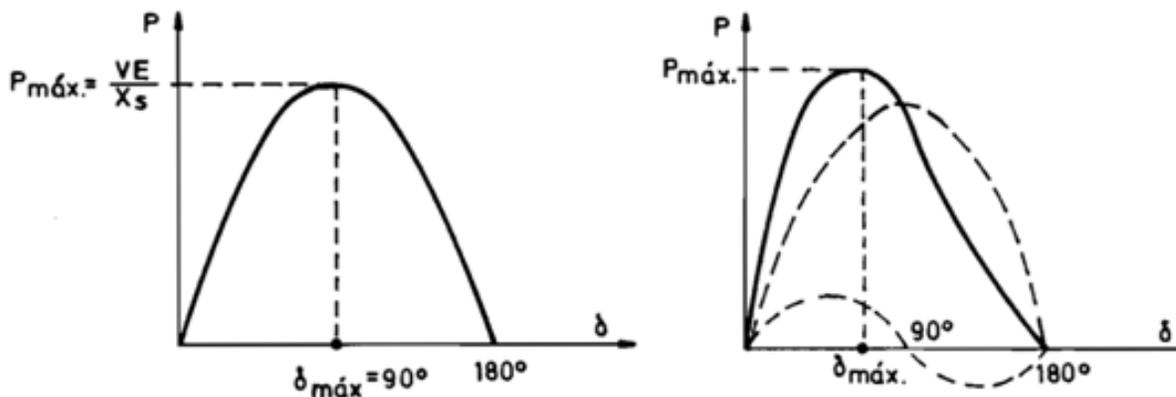


Figura 2-6: Potencia activa entregada por un generador sincrónico. Rotor cilíndrico (izquierda) y rotor de polos salientes (derecha).

2.2.1.2 Modelos Dinámicos

La máquina sincrónica queda representada por las corrientes, flujos magnéticos y voltajes que se tienen en todos sus enrollados acoplados magnéticamente, los cuales están relacionados a través de la matriz de inductancias. Un modelo de 6 enrollados se presenta en [11], que considera los 3 enrollados de estator, el enrollado de campo, y 2 enrollados amortiguadores. Dado que la matriz de inductancias es variable con la posición del rotor, para simplificar el análisis computacional se definen enrollados ficticios resultantes de una transformación lineal (transformada de Park) de los

enrollados reales de estator. Estos enrollados ficticios en cuadratura D y Q giran junto con el rotor (Figura 2-7) por lo que se elimina la dependencia temporal de la matriz de inductancias transformada.

Así, la representación de enrollados reales y matriz de inductancia variable:

(ecs. 2.6)

$$\begin{aligned} v_{ABCf} &= [R_{ABCf}] \cdot i_{ABCf} + \frac{d\lambda_{ABCf}}{dt} \\ \lambda_{ABCf} &= [L_{ABCf}] \cdot i_{ABCf} \end{aligned}$$

Puede ser reemplazada por la representación en ejes D-Q, con matriz de inductancia constante:

(ecs. 2.7)

$$\begin{aligned} v_{DQf} &= [R_{DQf}] \cdot i_{DQf} + [T_a] \frac{d}{dt} \{ [T_a]^{-1} \lambda_{DQf} \} \\ \lambda_{DQf} &= [L_{DQf}] \cdot i_{DQf} \end{aligned}$$

Donde $[T_a]$ corresponde a la matriz aumentada de Park.

(ec. 2.8)

$$[T_a] = \begin{bmatrix} [T] & [0] \\ [0] & [I_{3 \times 3}] \end{bmatrix} \quad [T] = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos \delta & \cos(\delta - 120^\circ) & \cos(\delta + 120^\circ) \\ -\text{sen} \delta & \text{sen}(\delta - 120^\circ) & \text{sen}(\delta + 120^\circ) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Con esto, el sistema de ecuaciones a resolver es:

(ecs. 2.9)

Ley de Faraday	Acoplamientos inductivos
$v_D = R_A i_D + \frac{d\lambda_D}{dt} - \omega \lambda_Q$	$\lambda_D = L_D i_D + kM_{Af} i_f + kM_{ad} i_{da}$
$v_Q = R_A i_Q + \frac{d\lambda_Q}{dt} - \omega \lambda_D$	$\lambda_Q = L_Q i_Q + kM_{Aq} i_{qq}$
$v_0 = R_A i_0 + \frac{d\lambda_0}{dt}$	$\lambda_0 = L_0 i_0$
$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$	$\lambda_f = kM_{Af} i_D + L_f i_f + kM_{fd} i_{da}$
$0 = R_{da} i_{da} + \frac{d\lambda_{da}}{dt}$	$\lambda_{da} = kM_{Ad} i_D + kM_{fd} i_f + L_{da} i_{da}$
$0 = R_{qq} i_{qq} + \frac{d\lambda_{qq}}{dt}$	$\lambda_{qq} = kM_{Aq} i_Q + L_{qq} i_{qq}$

Adicionalmente, se debe considerar la ecuación de movimiento del generador:

(ec. 2.10)

$$\frac{d\omega_{mec}}{dt} = \frac{1}{J} (T_{mec} - T_{elec})$$

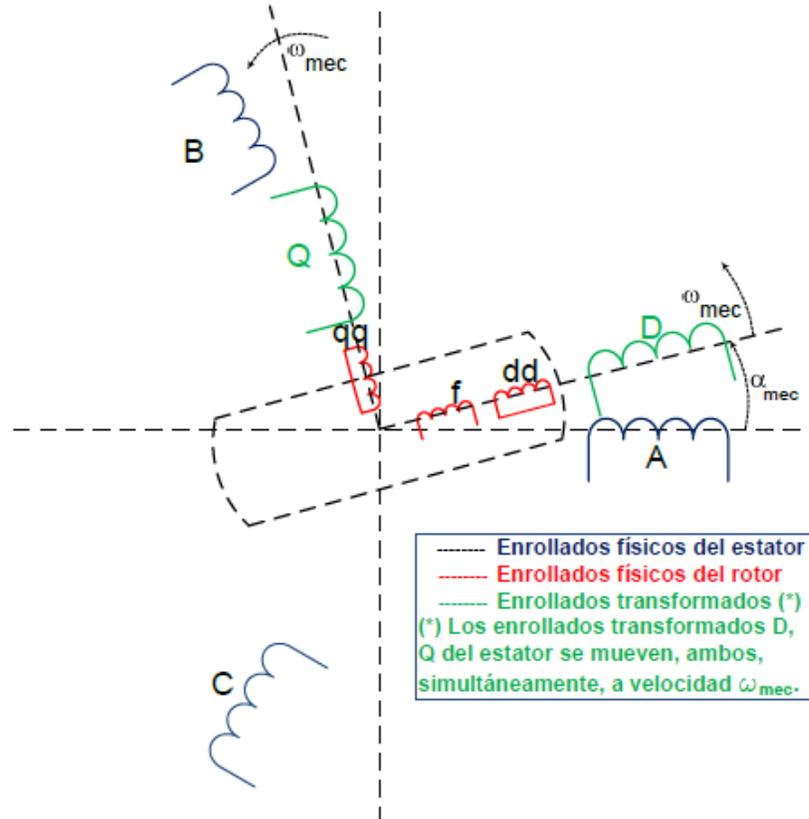


Figura 2-7: Representación del generador sincrónico mediante transformada de Park [11].

Sin duda este modelo representa un elevado grado de detalle, y por lo mismo, de difícil implementación para un estudio sistémico que contempla muchos generadores. Por esto, se acostumbra utilizar modelos reducidos, también en ejes D-Q. En [2] se presenta un modelo de 4 variables de estado, que considera la ecuación de movimiento del generador, y la dinámica de las tensiones de eje directo y en cuadratura:

(ecs. 2.11)

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s \cdot \Delta\omega$$

$$M \frac{d\Delta\omega}{dt} = T_M - P_{elec} - D\Delta\omega = T_M - [E'_q - X'_d I_d] I_q - [E'_d - X'_q I_q] I_d - D\Delta\omega$$

$$T'_{d0} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd}$$

$$T'_{q0} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_q - X'_q) I_q$$

Donde δ es el ángulo del rotor respecto a los ejes ficticios de la transformada de Park, $\Delta\omega$ es la variación de velocidad angular respecto a la velocidad nominal, E'_d es la tensión inducida de eje directo, y E'_q la tensión inducida de eje en cuadratura.

En especial si se trata de estudios de estabilidad angular, resulta una buena aproximación utilizar solo las dos primeras ecuaciones diferenciales del set (ecs. 2.11), asumiendo que las dinámicas de tensión son más lentas que las angulares, y por lo tanto, las dos últimas ecuaciones pasan a ser algebraicas.

En este modelo presentado en [2], la ecuación algebraica del estator en ejes D-Q viene dada por:

(ec. 2.12)

$$[E'_d + (X'_q - X'_d)I_q + jE'_q]e^{j(\delta-\pi/2)} = V_G e^{j\theta_G} + (R_s + jX'_d)(I_d + jI_q)e^{j(\delta-\pi/2)}$$

Lo cual se traduce en el circuito equivalente de la Figura 2-8.

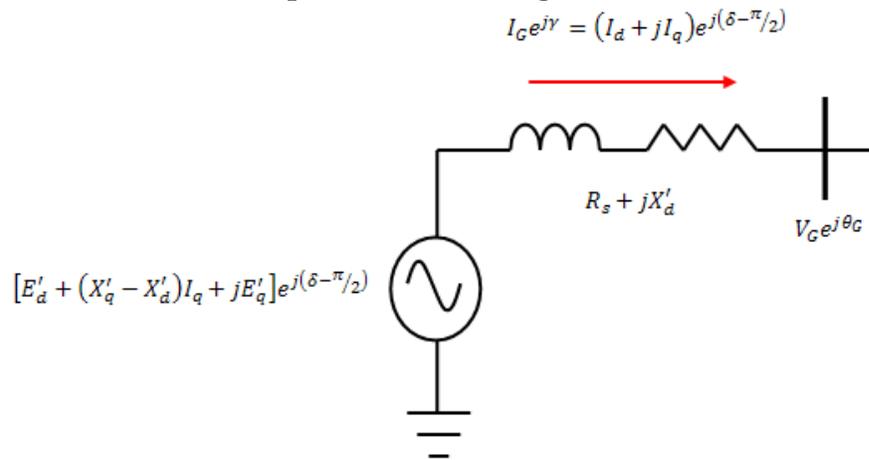


Figura 2-8: Circuito equivalente del generador sincrónico en régimen permanente.

2.2.2 Sistemas de excitación

Un sistema de excitación cumple la función de alimentar el enrollado de campo del generador con corriente continua de forma de mantener determinada tensión en bornes. Esta característica permite realizar una serie de acciones de control y protección, tales como la regulación de tensión, manejo de reactivos, y mejora de la estabilidad, cuidando no exceder los límites de la máquina.

La Figura 2-9 muestra los componentes más usuales de un sistema de control de excitación. Entre estos se encuentran:

- Transductores y compensadores de carga: Permiten llevar la señal de tensión al regulador, y compensarla en caso que la tensión medida no sea directamente la tensión controlada.
- Estabilizador de potencia (PSS): Por medio de una acción directa sobre el regulador de tensión, efectúa un control de la potencia activa entregada al sistema.

- Elementos de control de excitación.
- Excitatriz: sistema que alimenta con corriente continua el enrollado de campo del generador.

Existen tres tipos de sistemas de excitación, clasificación basada en el principio de obtención de la tensión continua para alimentar el enrollado de campo:

- Tipo DC: utiliza un generador DC como fuente de excitación.
- Tipo AC: utiliza un alternador y un sistema rectificador estacionario o rotatorio.
- Tipo ST: la excitación se provee desde un transformador o enrollados auxiliares del generador, y rectificadores.

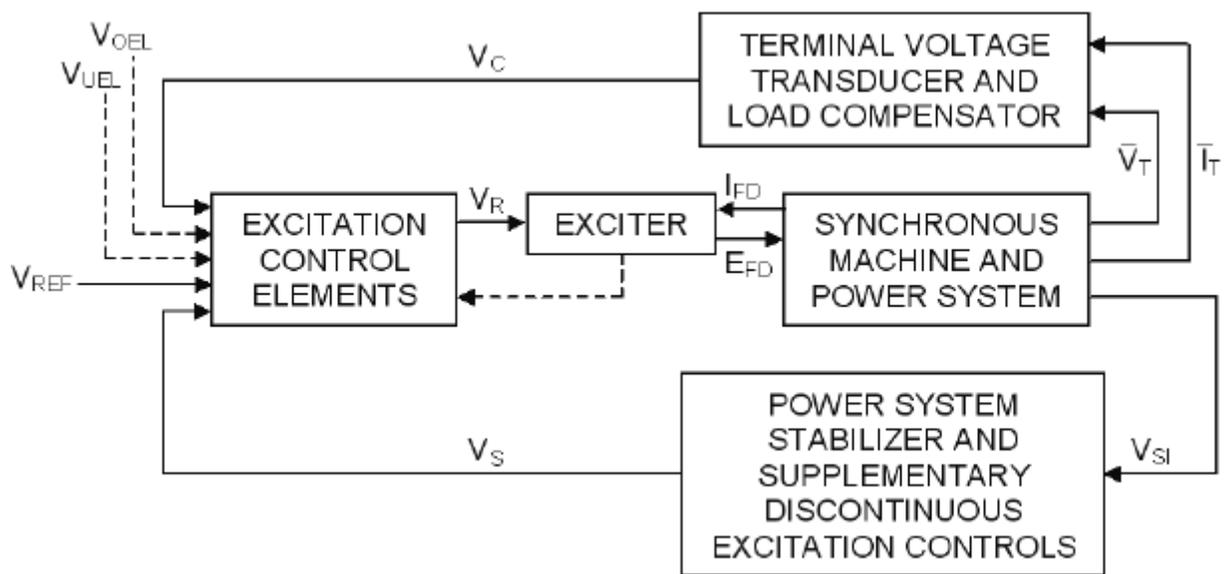


Figura 2-9: Esquema funcional del control de excitación de un generador sincrónico [10].

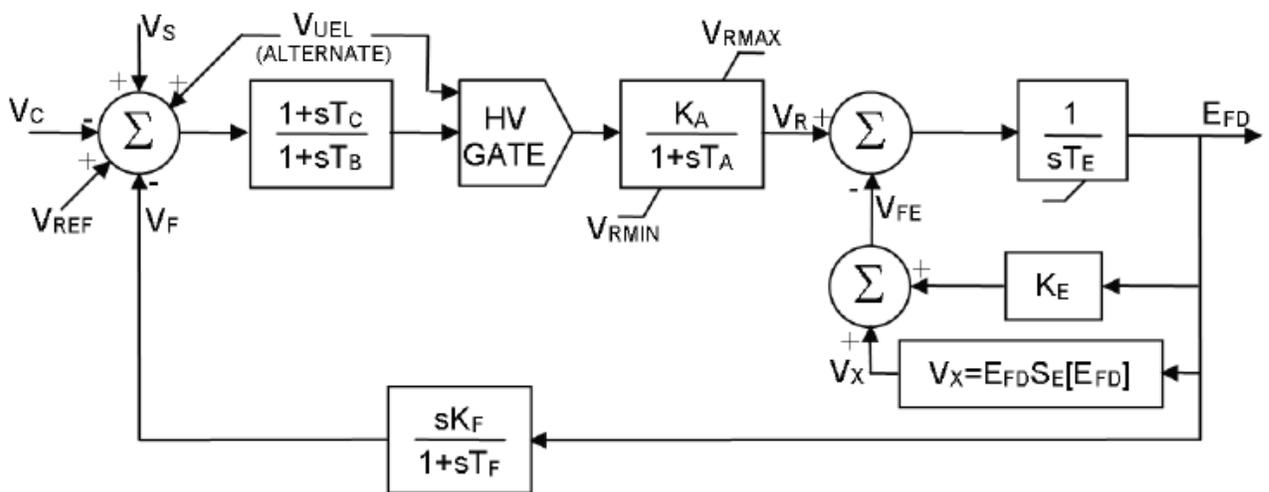


Figura 2-10: Diagrama de bloques del sistema de excitación tipo DC1A [10].

Según el tipo de sistema de excitación, se encuentran distintos modelos matemáticos que los modelan. Uno de los modelos más utilizados es el DC1A, el cual resulta apropiado para sistemas excitación DC con regulador continuo de tensión (por ejemplo, reostático), aunque se suele utilizar para representar otros sistemas debido a su simplicidad o a la falta de información detallada para modelos más complejos. Sin embargo, los equipos actuales prácticamente ya no incorporan sistemas de excitación DC.

En la Figura 2-10 se muestra el diagrama de bloques que modela el sistema de excitación DC1A. La compensación de carga y los elementos de medida se representan en el diagrama de bloques de la Figura 2-11.

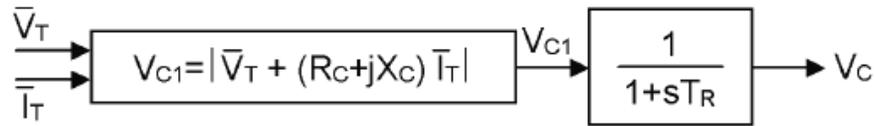


Figura 2-11: Diagrama de bloques de los transductores y compensación de carga.

Acá, V_C corresponde a la tensión medida o calculada en bornes. Esta tensión se compara con una referencia V_{ref} (las señales V_S y V_F tienen una finalidad estabilizadora y toman el valor cero en régimen permanente). La diferencia es amplificada por una ganancia K_A asociada a una constante de tiempo T_A , originando la señal V_R que restada con las señales realimentadas de la tensión de campo E_{fd} , ingresa a la excitatriz, modelada simplemente como un integrador de constante de tiempo T_E (puesto que modela una bobina). La función $S_E(E_{fd})$ representa la saturación del núcleo.

Del loop entre E_{fd} y V_R es fácil obtener:
(ecs. 2.13)

$$V_R - (K_E + S_E(E_{FD})) = sT_E E_{FD}$$

$$T_E \frac{dE_{FD}}{dt} = V_R - (K_E + S_E(E_{FD}))$$

En el loop mayor se cumple la siguiente relación:

$$\left[-E_{FD} \cdot \frac{sK_F}{1 + sT_F} + (V_{REF} - V) \right] \cdot \frac{K_A}{1 + sT_A} = V_R$$

$$-K_A E_{FD} \frac{sK_F}{1 + sT_F} + K_A (V_{REF} - V) = V_R + sT_A V_R$$

$$-K_A E_{FD} \frac{K_F (sT_F + 1 - 1)}{T_F (1 + sT_F)} + K_A (V_{REF} - V) = V_R + sT_A V_R$$

$$-\frac{K_A K_F}{T_F} E_{FD} + K_A \frac{K_F E_{FD}}{T_F (1 + sT_F)} + K_A (V_{REF} - V) - V_R = sT_A V_R$$

Definiendo apropiadamente la variable R_f se obtiene:

$$-\frac{K_A K_F}{T_F} E_{FD} + K_A R_f + K_A (V_{REF} - V) - V_R = T_A \frac{dV_R}{dt}$$

Donde:

$$R_f = \frac{K_F E_{FD}}{T_F (1 + sT_F)}$$

$$R_f + T_F \frac{dR_f}{dt} = \frac{K_F E_{FD}}{T_F}$$

De esta forma las ecuaciones que modela el sistema regulador de tensión DC1A son: (ecs. 2.14)

$$T_E \frac{dE_{fd}}{dt} = -(K_E + S_E(E_{fd})) E_{fd} + V_R$$

$$T_A \frac{dV_R}{dt} = -V_R + K_A R_f - \frac{K_A K_F}{T_F} E_{fd} + K_A (V_{ref} - V)$$

$$T_F \frac{dR_f}{dt} = -R_f + \frac{K_F}{T_F} E_{fd}$$

Otro modelo bastante utilizado por su simplicidad y por el grado de representación que logra, es el tipo ST1, sistema de excitación estático consistente en un rectificador que toma la tensión alterna a través de un transformador conectado a bornes de la máquina o a una barra auxiliar. Por ello, la máxima tensión continua que puede aplicar al enrollado de campo es directamente proporcional a la tensión con la cual es alimentado el transformador. Este sistema se caracteriza por una rápida respuesta y altas ganancias.

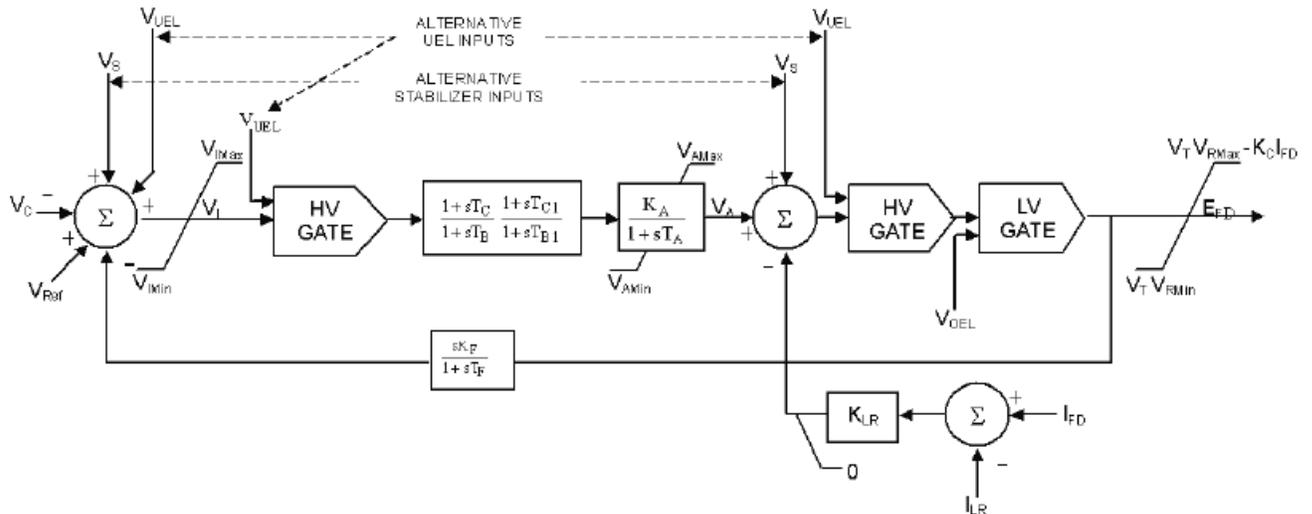


Figura 2-12: Diagrama de bloques del sistema de excitación tipo ST1 [10].

2.2.3 Turbina y Regulador de Velocidad

La turbina corresponde al elemento mecánico que se encarga de traspasar la potencia y energía desde la fuente primaria hacia el generador eléctrico. El regulador de velocidad actúa de modo que al detectarse variaciones de velocidad de la máquina, se pueda inyectar más o menos potencia de modo de acelerarla o frenarla, manteniendo la operación en torno a la velocidad nominal.

El modelo implementado debe ser de acuerdo al tipo de turbina considerada, por ejemplo, para turbinas a vapor se puede considerar un típico sistema mecánico-hidráulico consistente en un regulador de velocidad, relé de velocidad, servomotor hidráulico y válvulas controladas por el regulador, como se muestra en la Figura 2-13.

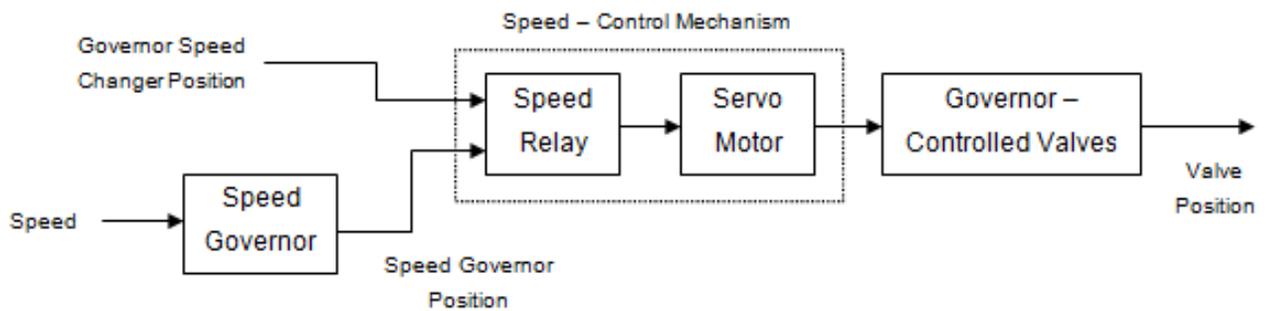


Figura 2-13: Esquema funcional de un regulador de velocidad.

La posición de la válvula determinará la potencia P_{SV} en la compuerta o válvula de salida. Los cambios en la posición de esta válvula están limitados tanto por las velocidades máxima/mínima de apertura o cierre, y por las posiciones extremas, completamente cerrado o completamente abierto. Agregando un sistema transductor de velocidad – potencia, se puede establecer un diagrama de bloques como el de la Figura 2-14.

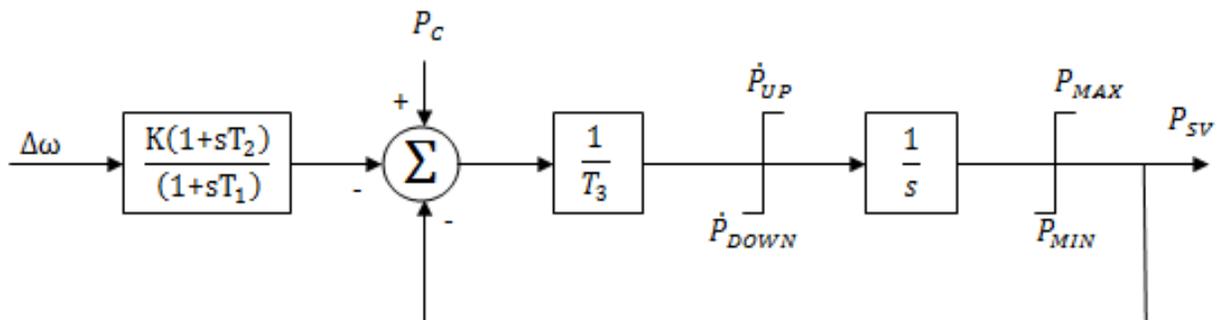


Figura 2-14: Diagrama de bloques del regulador de velocidad

Reguladores tales como algunos modelos de General Electric [8] resultan bien modelados suponiendo $T_1 = T_2 = 0$. Por su parte, $T_3 = T_{SV}$ toma valores entre 0.025 y 0.1 s. Un valor típico para la constante K es 20.0 pu ($R = K^{-1} = 0.05$).

Continuando con el ejemplo de una turbina a vapor, entre las válvulas y la turbina de alta presión está la caldera, la cual introduce un retardo caracterizado por la constante de tiempo T_{CH} . En la Figura 2-15 se presenta el modelo de esta.

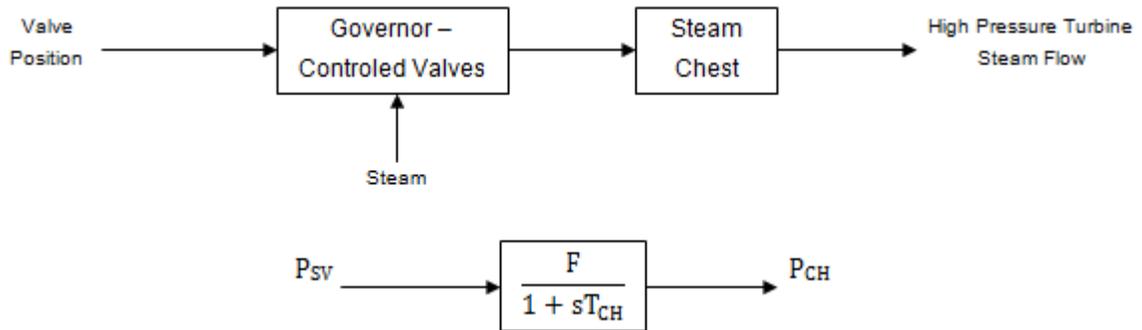


Figura 2-15: Esquema funcional y diagrama de bloques para el modelo de caldera [8].

Si se desprecian las pérdidas del tubo a la caldera, $F = 1$. Dependiendo de la configuración del sistema de vapor, T_{CH} podría variar entre 0.1 y 0.5 s. Usualmente el vapor es recalentado y pasa a turbinas de menor presión (Figura 2-16) acopladas al mismo eje. De esta forma, la variación del torque en el eje de la máquina queda representado por:

(ec. 2.15)

$$T_{RH} \frac{dT_M}{dt} = -T_M + P_{CH} + \frac{K_{HP} T_{RH}}{T_{CH}} (P_{SV} - P_{CH})$$

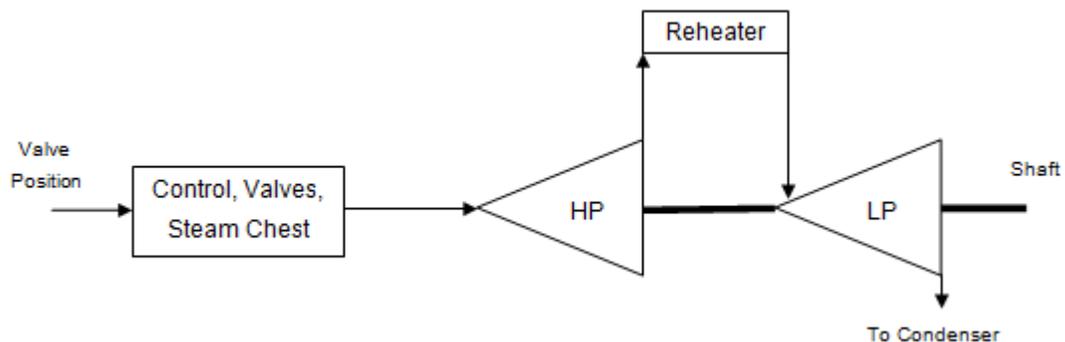


Figura 2-16: Turbinas de alta y baja presión.

Así, un modelo simplificado de turbina – regulador de velocidad queda representado mediante tres ecuaciones diferenciales:

(ecs. 2.16)

$$T_{RH} \frac{dT_M}{dt} = -T_M + \left(1 - \frac{K_{HP} T_{RH}}{T_{CH}}\right) P_{CH} + \frac{K_{HP} T_{RH}}{T_{CH}} P_{SV}$$

$$T_{CH} \frac{dP_{CH}}{dt} = -P_{CH} + P_{SV}$$

$$T_{SV} \frac{dP_{SV}}{dt} = -P_{SV} + P_C - \frac{1}{R} (\Delta\omega + 1)$$

Al tratarse de elementos mecánicos, las dinámicas presentadas por estos elementos son mucho más lentas que las dinámicas eléctricas, por lo que suelen despreciarse.

2.2.4 Modelo de Red

El modelo de red contempla todas las líneas de transmisión y subestaciones interconectadas entre sí. Los generadores realizan sus inyecciones y los consumos efectúan sus retiros en las distintas barras del sistema (nodos), por lo que un modelo apropiado debe representar la forma en que la potencia fluye desde los puntos de generación a los de consumo.

Comparativamente, el los fenómenos de propagación de ondas en líneas de transmisión (oscilaciones electromagnéticas) son mucho más rápidas que las oscilaciones electromecánicas en los generadores, por lo cual en estudios de estabilidad el sistema de transmisión es modelado bastante fielmente de forma estática, a través de las ecuaciones del flujo de potencia.

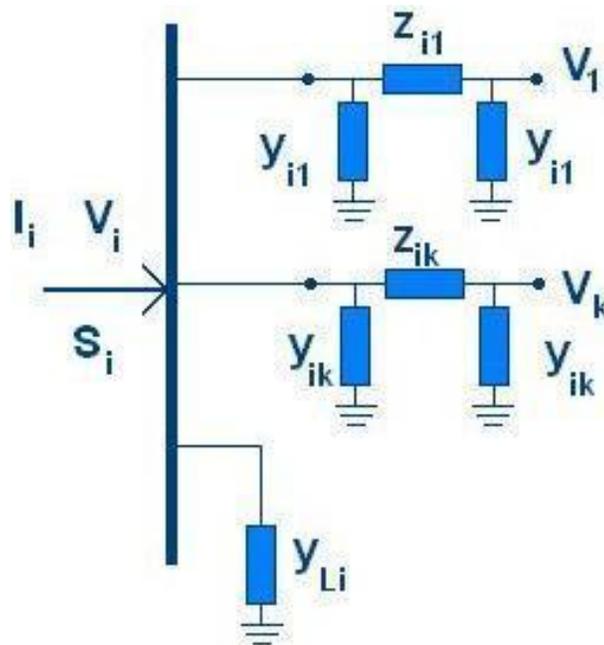


Figura 2-17: Modelamiento de la red de transmisión.

La red de elementos pasivos queda representada a través de la matriz de admitancia nodal “Y”. Si las líneas de transmisión son modeladas mediante su equivalente Π , la matriz de admitancia se puede calcular como:

(ec. 2.17)

$$Y_{ii} = y_{Li} + \sum_{k \in \gamma(i)} \left(y_{ik} + \frac{1}{z_{ik}} \right) \quad Y_{ij} = -\frac{1}{z_{ij}}$$

Donde los valores y_{ik} , y_{Li} , z_{ik} son los indicados en la Figura 2-17, y $\gamma(i)$ representa el conjunto de todos los nodos conectados al nodo i .

Luego, denotando por $S_i = (P_i + jQ_i)$ a la potencia aparente inyectada al sistema desde el nodo i (igual a la potencia generada menos la potencia consumida en dicho nodo), se cumplirá la relación vectorial:

$$[S] = [V] \cdot ([Y] \cdot [V])^*$$

Considerando:

$$\begin{aligned} [V](i) &= V_i \exp(j\theta_i) \\ [Y](i, k) &= Y_{ik} \exp(j\alpha_{ik}) \end{aligned}$$

Se obtiene la representación de las ecuaciones del flujo de potencia para cada uno de los “n” nodos del sistema eléctrico:

(ecs. 2.18)

$$\begin{aligned} P_i &= P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) & i = 1 \dots n \\ Q_i &= Q_{Gi} - Q_{Li} = \sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) & i = 1 \dots n \end{aligned}$$

Se debe notar que en este sistema de $2n$ ecuaciones se pueden despejar las $2n$ variables para voltajes y ángulos en las barras, siempre y cuando sean conocidos los valores de P y Q . Para obtener las condiciones iniciales del sistema, sin embargo, es posible que no se disponga de esta información de potencia, pero sí de las tensiones, a partir de las cuales es posible reconstruir las variables faltantes. La información necesaria por barra para determinar la condición inicial del sistema puede ser potencia activa y reactiva (barra PQ), potencia activa y tensión (barra PV) o tensión y ángulo (barra Slack). Esta última es única dado que solo se puede dejar una barra como referencia angular.

Dada la no-linealidad del problema, las ecuaciones de flujo de potencia se acostumbran resolver mediante métodos iterativos, tales como Gauss-Seidel o Newton-Raphson.

2.2.5 Modelos de Carga

Tal como en todos los elementos anteriores, el grado de complejidad con que se modele la carga dependerá del tipo de fenómeno en estudio y de las características propias del sistema. Atendiendo a todas las posibilidades, se podrán tener modelos dinámicos o estáticos, dependientes del voltaje y/o la frecuencia.

2.2.5.1 Modelos estáticos de carga

Se emplean modelos estáticos cuando la magnitud de las perturbaciones en la carga es relativamente pequeña, o bien las dinámicas presentadas son tan rápidas, que para efectos del análisis presentan las potencias consumidas presentan variaciones instantáneas frente a cambios en la tensión o frecuencia.

Un modelo estático toma la forma general:

$$\begin{aligned}P &= P(V, f) \\ Q &= Q(V, f)\end{aligned}$$

Siendo uno de los modelos más empleados el “modelo exponencial”, de la forma:
(ecs. 2.19)

$$\begin{aligned}P &= P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^\alpha \left(1 + k_{Pf}(f - f_0)\right) \\ Q &= Q_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^\beta \left(1 + k_{Qf}(f - f_0)\right)\end{aligned}$$

En el caso en el cual la dependencia con la frecuencia es despreciable, es posible rescatar modelos de impedancia constante ($\alpha = \beta = 2$), de corriente constante ($\alpha = \beta = 1$), o de potencia constante ($\alpha = \beta = 0$), siendo este último modelo el más exigente para consideraciones de estabilidad, dado que frente a caídas de voltaje responden con un aumento en la corriente.

2.2.5.2 Modelos dinámicos de carga

En este caso se incorpora la variable temporal en el modelo de carga, la cual es representada a través de una relación entre potencia, voltaje, frecuencia, y sus derivadas. Situaciones en que se podría requerir este nivel de detalle podrían ser estudios sobre la

respuesta de grandes motores (sincrónicos o de inducción) frente a cortocircuitos cercanos, o básicamente, estudios enfocados en la carga misma.

La representación estándar de un modelo dinámico de carga toma la forma:
(ecs. 2.20)

$$\begin{aligned} h_P \left(\frac{d^n P}{dt^n}, \dots, \frac{dP}{dt}, P, \frac{d^m V}{dt^m}, \dots, \frac{dV}{dt}, V \right) &= 0 \\ h_Q \left(\frac{d^r Q}{dt^r}, \dots, \frac{dQ}{dt}, Q, \frac{d^s V}{dt^s}, \dots, \frac{dV}{dt}, V \right) &= 0 \end{aligned}$$

2.3 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA

Este caso comprende los primeros segundos después de producida una falla. En general se tendrá que la dinámica del rotor en este período de tiempo está fuera del alcance de los controladores de velocidad y tensión ([13]), por lo que los únicos dispositivos que actúan en este rango de tiempo son los interruptores del sistema.

Se distinguen 3 períodos en el análisis:

- Período Pre-falla: periodo de régimen permanente que transcurre antes que se presente la falla, permite calcular las condiciones iniciales del sistema.
- Período en falla: va desde la ocurrencia de la falla hasta que se despeja por acción de los elementos de protección.
- Período Post-falla: va desde que se despeja la falla hasta que el sistema se ha estabilizado. Puede darse también el caso que no se alcance el equilibrio, siendo inestabilidades que divergen dentro del primer ciclo de oscilación. Cuando se pierde sincronismo en oscilaciones posteriores no se trata de una inestabilidad transitoria, sino a una inestabilidad por falta de amortiguamiento.

2.3.1 Análisis de estabilidad por función de Lyapunov

Dado un sistema caracterizado por:

(ec. 2.21)

$$\begin{cases} \frac{d\vec{x}}{dt} = f(\vec{x}) \\ \vec{x}(t_0) = \vec{x}_0 \end{cases}$$

Sea $V(\vec{x})$ una función escalar, y \vec{x}_{eq} un punto de equilibrio del sistema. Si se cumplen los siguientes puntos:

(ec. 2.22)

- $V(\vec{x}_{eq}) = 0$
- $V(\vec{x}) > 0$, para \vec{x} en una vecindad N de \vec{x}_{eq}
- $\nabla V(\vec{x})$ es continua
- $\frac{dV(\vec{x}_{eq})}{dt} = 0$
- $\frac{dV(\vec{x})}{dt} < 0$ para \vec{x} en una vecindad de \vec{x}_{eq}

Entonces el equilibrio x_{eq} es asintóticamente estable para fallas que llevan el estado del sistema a un punto de la vecindad N. Se debe destacar que el punto de equilibrio y la función V se tienen que calcular para el estado en el período post-falla. En general es complicado encontrar estas funciones escalares, sin embargo, para el caso de un generador sincrónico conectado a una barra infinita, modelada en $(\delta, \Delta\omega)$, existe una función de Lyapunov dada por:

(ec. 2.23)

$$V(\delta, \Delta\omega) = \frac{1}{2} M \omega^2 - P_e (\cos(\delta) - \cos(\delta_{eq})) - P_m (\delta - \delta_{eq})$$

Donde el modelo post-falla viene dado por:

(ec. 2.24)

- $\frac{d\delta}{dt} = \omega_s * \Delta\omega$
- $\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{M} * \left(P_{mec} - \frac{E'V}{X} \text{sen}(\delta) - D * \Delta\omega \right)$

Y $\delta_{eq} = \arcsen(P_m/P_e)$ es el ángulo de equilibrio del estado post-falla. Así, se tendrá estabilidad asintótica en todo el dominio $(\delta, \Delta\omega)$ que cumpla $V(\delta, \Delta\omega) < V(\pi - \delta_{eq}, 0)$, como se muestra en la Figura 2-18.

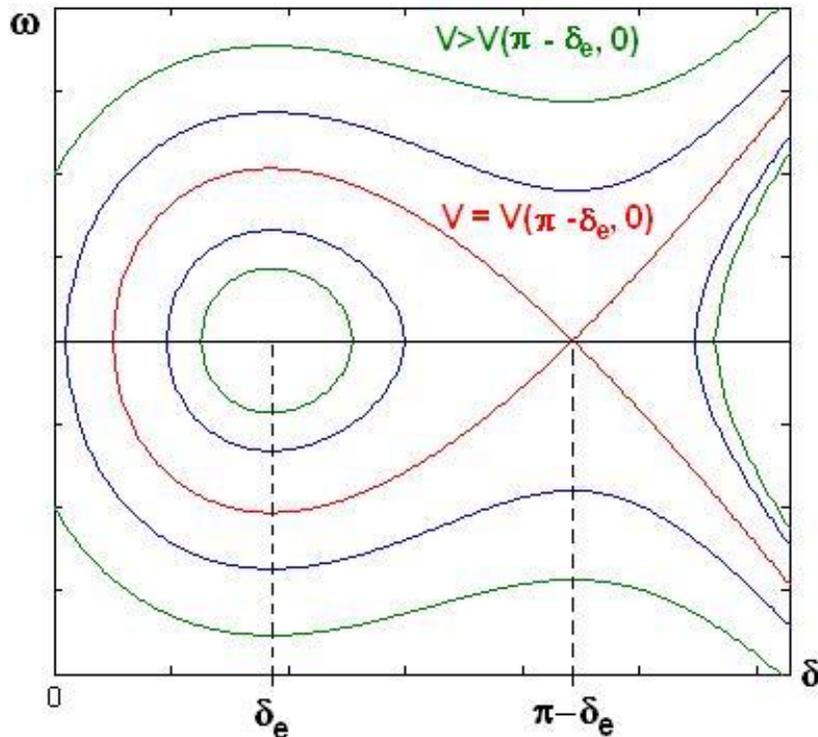


Figura 2-18: Curvas de nivel de la función de Lyapunov para el generador conectado a barra infinita.

2.3.2 Método de integración numérica

Corresponde a la resolución en el dominio del tiempo de las ecuaciones diferenciales no lineales que representan el sistema de potencia. Mediante la observación de la respuesta temporal se puede verificar la existencia de inestabilidades. Se trata de una representación fiel del sistema, sin embargo tiene la desventaja de la complejidad del sistema de ecuaciones a resolver, como es el caso de sistemas eléctricos de potencia, con un gran número de ecuaciones diferenciales y no linealidades.

2.4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL

Los estudios de oscilaciones electromecánicas provocadas por perturbaciones pequeñas pueden ser abordados de dos modos:

- Análisis modal: Mediante la linealización del sistema se obtiene la matriz de estado, y mediante el estudio de sus valores propios se puede determinar el tipo de oscilaciones presentes y si estas son amortiguadas o no.
- Identificación modal: Consiste en identificar los modos de oscilación del sistema mediante el análisis de la respuesta transitoria del generador sincrónico.

Estos dos métodos pueden ser usados conjuntamente, de modo que con uno se pueden validar los resultados del otro.

2.4.1 Caracterización del sistema

El sistema eléctrico a modelar presenta dos tipos de variables:

- **Dinámicas:** su evolución en el tiempo obedece a una ecuación diferencial. Se debe notar que dependiendo del tipo de estudio a realizar y el nivel de detalle involucrado, una misma variable puede ser modelada de forma dinámica o no. Para estudios de estabilidad sistémicos se cuentan los ángulos y velocidades de los generadores, sistemas de control de excitación y de velocidad, PSS.
- **Algebraicas:** son aquellas cuya dinámica es demasiado rápida, por lo que puede suponerse que varían de forma instantánea. Entre las variables algebraicas se cuentan las corrientes y las tensiones del sistema.

Luego en base a estas dos fenomenologías, en general, el sistema podrá escribirse de la forma:

(ec. 2.25)

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y)\end{aligned}$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^t = \text{vector de estado}$$

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^t = \text{vector de estado}$$

Sin pérdida de generalidad se supondrá un sistema autónomo sin entradas, teniendo en cuenta que la mayoría de estas entradas representan valores constantes en el horizonte de estudio (referencias de controladores, consignas de potencia). Las perturbaciones bajo este modelo pueden ser incorporadas como variaciones en los parámetros del sistema.

2.4.2 Linealización

Un sistema dinámico no lineal de la forma:

(ec. 2.26)

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

Puede ser representado mediante una aproximación lineal en torno a un punto de equilibrio, cumpliendo $f(x_{eq}) = 0$.

Aplicando una aproximación de primer orden:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x_{eq}) + \frac{df(x_{eq})}{dx} \cdot (x - x_{eq}) + o(x^2) \\ \frac{dx}{dt} &\approx \frac{df(x_{eq})}{dx} \cdot (x - x_{eq})\end{aligned}$$

Definiendo $\Delta x = x - x_{eq}$, $\frac{df(x_{eq})}{dx} = A$:

(ec. 2.27)

$$\frac{d\Delta x}{dt} \approx \frac{df(x_{eq})}{dx} \cdot \Delta x$$

Resultando en sistema lineal cuya solución es combinación lineal de funciones exponenciales complejas. Del mismo modo, para un sistema diferencial – algebraico:

(ec. 2.28)

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y)\end{aligned}$$

Se tendrá en aproximación de señal pequeña:

(ec. 2.29)

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta x}{dt} &= A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta y \\ 0 &= C \cdot \Delta x + D \cdot \Delta y\end{aligned}$$

Y despejando adecuadamente, bajo supuesto de invertibilidad de la matriz “D”:

(ec. 2.30)

$$\frac{d\Delta x}{dt} = (A - BD^{-1}C) \cdot \Delta x = J_S \cdot \Delta x$$

Donde las matrices A, B, C y D corresponden a las derivadas parciales de las funciones f y g respecto a las variables x e y, evaluadas en el punto de equilibrio (x_{eq}, y_{eq}) .

(ecs. 2.31)

$$A = \left[\begin{array}{ccc} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n}{dx_1} & \dots & \frac{df_n}{dx_n} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})} \quad B = \left[\begin{array}{ccc} \frac{df_1}{dy_1} & \dots & \frac{df_1}{dy_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n}{dy_1} & \dots & \frac{df_n}{dy_m} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

$$C = \left[\begin{array}{ccc} \frac{dg_1}{dx_1} & \dots & \frac{dg_1}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_m}{dx_1} & \dots & \frac{dg_m}{dx_n} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})} \quad D = \left[\begin{array}{ccc} \frac{dg_1}{dy_1} & \dots & \frac{dg_1}{dy_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_m}{dy_1} & \dots & \frac{dg_m}{dy_m} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

La matriz D tiene la particularidad de incluir el jacobiano del flujo de potencia J_{FP} , puesto que la función $g(x,y)$ contiene entre otras, las ecuaciones del flujo de la red. (ecs. 2.32)

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & J_{FP} \end{bmatrix}$$

$$\det(D) = \det(J_{FP}) \cdot \det(D_1 - D_2 J_{FP}^{-1} D_3)$$

Cuando J_{FP} se hace singular, la matriz D no es invertible, impidiendo la representación lineal del sistema original, por lo cual la existencia de un valor propio nulo o cercano a cero en J_{FP} puede ser utilizado para determinar inestabilidad del sistema. Esta relación no es bidireccional dado que J_{FP} podría ser invertible y aun así el sistema ser inestable.

A partir de la relación $\frac{d\Delta x}{dt} = (A - BD^{-1}C) \cdot \Delta x = J_S \cdot \Delta x$, es posible analizar el comportamiento de las oscilaciones a través del cálculo de los valores propios de J_S .

2.4.3 Análisis de valores propios

Una vez obtenida la matriz J_S , la obtención de los valores propios entrega información acerca de los modos de oscilación del sistema. Un valor propio λ de la matriz J_S , se define por ser tal que:
(ec. 2.33)

$$J_S \cdot \varphi = \lambda \cdot \varphi \quad \varphi \neq \vec{0}$$

Y la forma de calcularlos es a través de la relación: $\det(J_S - \lambda \cdot I_{n \times n}) = 0$. Si se tienen “n” valores propios distintos, la solución de las variables de estado toma la forma:
(ec. 2.34)

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^n c_{ik} e^{\lambda t} = \sum_{k=1}^n c_{ik} i e^{(\sigma + j\mu)t} = \sum_{k=1}^n c_{ik} e^{\sigma t} \cdot e^{j\mu t}$$

Es decir, la respuesta de un sistema lineal es combinación lineal de funciones exponenciales y sinusoidales. Un valor propio con parte real positiva implicaría una solución exponencial creciente, por lo que la condición de estabilidad de pequeña señal se traduce en que todos los valores propios tengan parte real negativa.

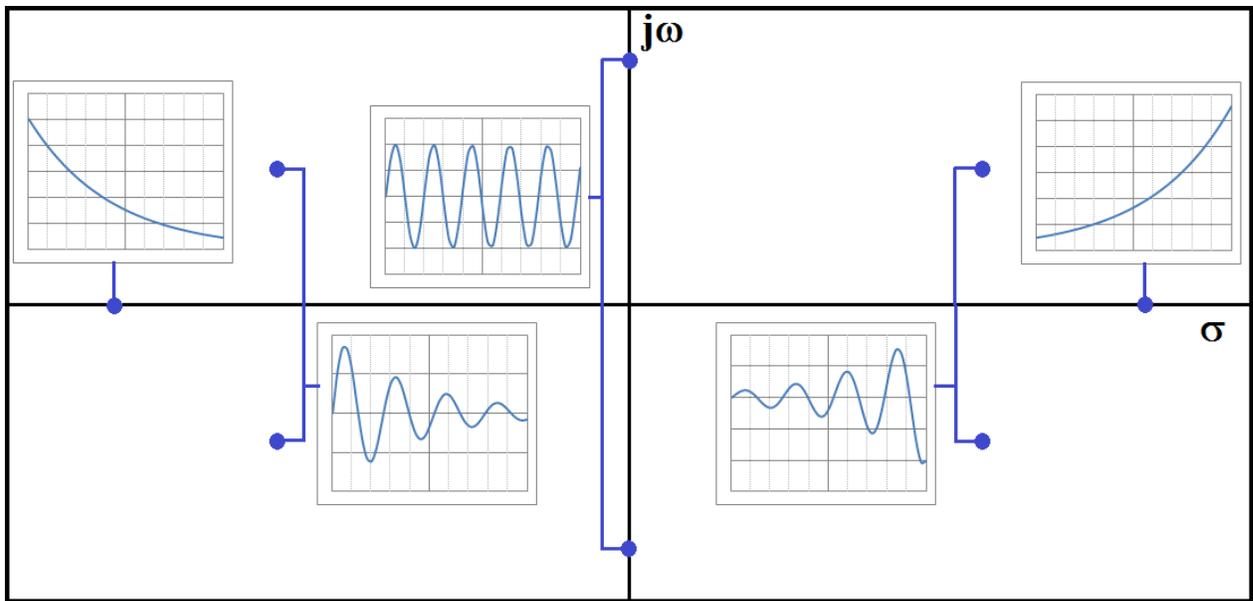


Figura 2-19: Tipo de respuesta temporal según ubicación del valor propio en el plano complejo.

Así, el valor de σ da una idea del amortiguamiento del sistema, mientras que los valores de μ entregan sus frecuencias de oscilación naturales.

Se pueden presentar los siguientes casos:

- $\omega = 0, \sigma < 0$: Respuesta amortiguada, exponencial decreciente pura.
- $\omega \neq 0, \sigma < 0$: Respuesta oscilatoria de amplitud decreciente (amortiguada).
- $\omega \neq 0, \sigma = 0$: Respuesta oscilatoria no amortiguada, la variable oscila permanentemente con amplitud constante.
- $\omega \neq 0, \sigma > 0$: Respuesta oscilatoria de amplitud creciente en el tiempo.
- $\omega = 0, \sigma > 0$: Respuesta monótona creciente, exponencial pura.
- $\omega = 0, \sigma = 0$: Matemáticamente representa una variable constante.

2.4.4 Análisis de vectores propios

De la relación para cálculo de valores propios:

(ec. 2.35)

$$J_S \cdot \varphi = \lambda \cdot \varphi \quad \varphi \neq \vec{0}$$

Se denomina “vector propio derecho” al vector columna φ . Si se diagonaliza la matriz J_S de forma que $J_S = PDP^{-1}$, entonces se tiene que los vectores propios derechos corresponden las columnas de la matriz de paso P [14].

Sea φ_i el vector propio derecho asociado al valor propio λ_i . Entonces el elemento $\varphi_i(k)$ mide la actividad de la variable de estado x_k en el i -ésimo modo de oscilación.

Análogamente se definen los “vectores propios izquierdos”. Un vector propio izquierdo ψ_i de la matriz J_S , asociado al valor propio λ_i , es un vector fila que cumple la relación:
(ec. 2.36)

$$\psi \cdot J_S = \psi \cdot \lambda \quad \psi \neq \vec{0}$$

Aplicando diagonalización a J_S , se concluye que el vector propio izquierdo ψ_i corresponde a la i -ésima fila de la matriz P^{-1} . El elemento $\psi_i(k)$ mide la eficacia de una acción de control sobre la variable k -ésima sobre el modo de oscilación i .

Sin pérdida de generalidad, la matriz J_S puede ser diagonalizada encontrando bases ortonormales para las columnas de la matriz P . En este caso, la matriz ortonormal puede invertirse trasponiéndola, y por lo tanto:
(ec. 2.37)

$$J_S = P \cdot D \cdot P^T$$

Escribiendo esta notación, resulta claro que es posible elegir bases en las cuales el vector propio derecho φ_i es igual al traspuesto del vector ψ_i , por lo tanto no se hace necesario un análisis diferenciado, y en ambos casos, el k -ésimo elemento del vector “ i ” representa el aporte de la variable “ k ” al i -ésimo modo de oscilación. El problema al no escoger bases ortonormales, es que distintos vectores pueden estar cuantificando los aportes a los modos de oscilación en distintas unidades de medida. Al elegir una base ortonormal, los aportes de cada variable a cada modo de oscilación son todos medidos sobre un mismo patrón.

Para solucionar el problema de las unidades se acostumbra definir el “factor de participación” p_{ki} de la variable k al modo i :
(ec. 2.38)

$$p_{ki} = \psi_i(k) \cdot \varphi_i(k)$$

Aunque en la práctica, considerando que se puede escoger una base tal que $\psi_i(k) = \varphi_i(k)$, entonces basta definir:
(ec. 2.39)

$$p_{ki} = \psi_i(k) \cdot \varphi_i(k) = \psi_i^2(k) = \varphi_i^2(k)$$

El factor de participación tiene una relación con la sensibilidad del modo de oscilación respecto a un elemento de la diagonal de la matriz J_S , cumpliéndose:
(ec. 2.40)

$$p_{ki} = \frac{\partial \lambda_i}{J_{Skk}}$$

2.4.5 Modos de oscilación

La clasificación de un modo de oscilación está asociada a aquel factor de participación de mayor magnitud. Es decir, si el factor de participación de mayor magnitud para el modo “i” corresponde a una variable electromecánica (ángulo, velocidad angular), entonces dicho modo puede clasificarse como electromecánico. Si el factor de participación de mayor magnitud está asociado a una variable de control, por ejemplo en los reguladores de tensión, entonces se tratará de un modo de control.

A su vez, los modos de oscilación electromecánicos pueden ser locales o inter-área, según sea la respuesta del conjunto de generadores. Para efectuar esta identificación, es conveniente utilizar los vectores propios derechos φ_i . Para identificar el modo de oscilación “i” se seleccionan todos los valores $\varphi_i(k)$ en que “k” este asociado a alguna variable de ángulo. Se grafican los $\varphi_i(k)$ en el plano complejo, y dependiendo de la ubicación de estos puntos, según su distribución el plano puede oscilarse si existen máquinas oscilando contra el resto del sistema, o máquinas oscilando en grupos entre sí.

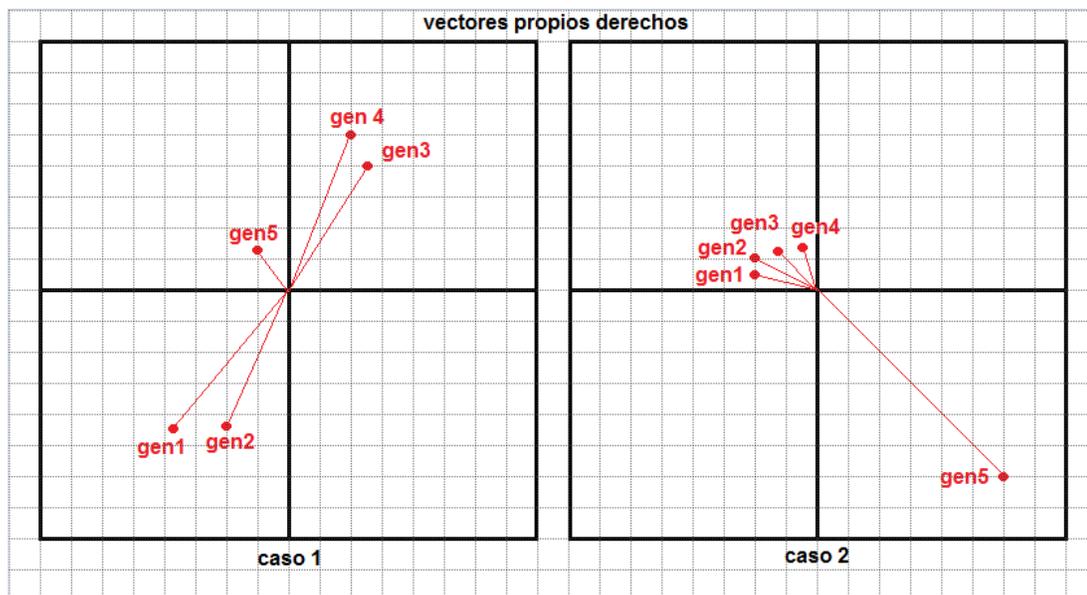


Figura 2-20: Ejemplos de identificación de modos mediante vectores propios derechos. A la izquierda, oscilación inter-área. A la derecha, modo local.

Por ejemplo, en la Figura 2-20 se muestran dos casos ficticios de ubicación de vectores propios en el plano complejo. En el caso 1 (izquierda) se aprecian los generadores 1 y 2 oscilando conjuntamente en contra de los generadores 3 y 4, por lo que se trataría de un modo inter-área asociado al valor propio en estudio. El generador 5 prácticamente no participa de las oscilaciones. En el caso 2 (derecha) se aprecia un modo local, en el cual las oscilaciones solo afectan al generador 5.

Otra opción gráfica empleada es el diagrama de participación, el cual grafica las partes reales de cada vector propio derecho, normalizadas por la mayor magnitud de los vectores propios considerados (Figura 2-21).

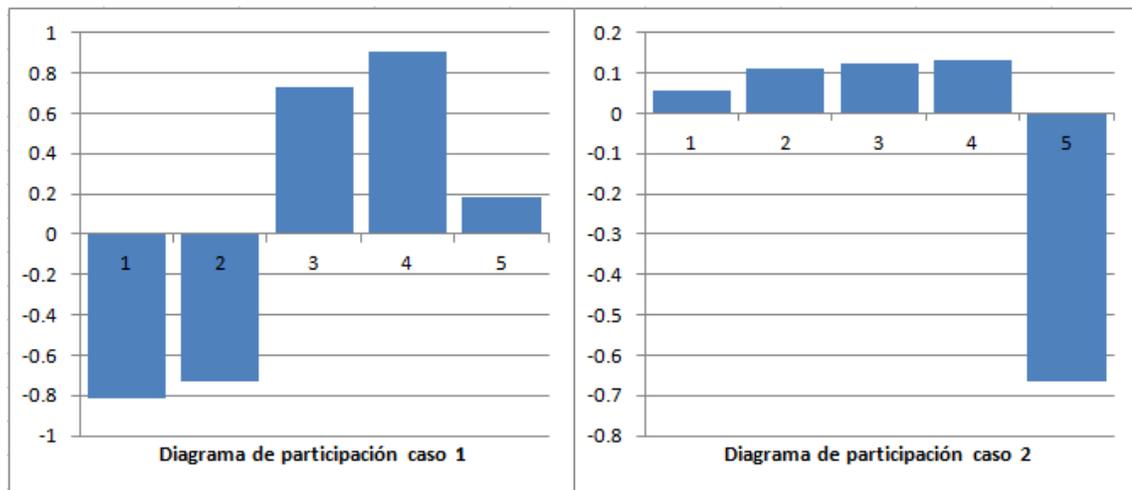


Figura 2-21: Diagrama de participación para los casos 1 y 2 presentados en la Figura 2-20.

En los gráficos de participación también se pueden agrupar los generadores que oscilan conjuntamente mediante el signo del valor obtenido.

2.5 ESTADO DEL ARTE

En [22] se hace una revisión de aplicaciones actuales para la supervisión en tiempo real de la estabilidad de pequeña señal.

Los estudios de estabilidad de pequeña señal normalmente no se hacen en línea, sino que se basan en una foto del sistema obtenida con anterioridad. Sin embargo, debido a fluctuaciones, acciones operacionales y fallas, el estado de la red está cambiando constantemente, por lo que difícilmente dichos estudios puedan aplicarse al control en tiempo real de la red. Adicionalmente, los sistemas SCADA tienen tiempos de refresco de las medidas del orden de 1 a varios segundos, por lo cual no se pueden observar fenómenos oscilatorios de baja frecuencia (OBF). En ese sentido se presentan propuestas para evaluar en tiempo real dichas oscilaciones.

2.5.1 Evaluación por simulación

Los métodos tradicionales de simulación transitoria presentan los altos tiempos de cómputo. Por ello se están realizando investigaciones en el uso de herramientas

Países como EEUU, Canadá, Francia, España, etc., han implementado aplicaciones de monitoreo, control, y protección utilizando WAMS (Wide Area Measurement Systems), tales como estimación de estado, monitoreo de niveles térmicos en líneas, estabilidad de tensión, monitoreo de oscilaciones de potencia entre interconexiones, entre otras. Algunas aplicaciones que se encuentran en estudio, son la utilización de los datos de los PMU como entradas a los controladores auxiliares de dispositivos PSS, equipos FACTS y de HVDC, mejorando la observabilidad de los modos presentes en el sistema.

La evaluación de la estabilidad de pequeña señal (estimación de frecuencias y amortiguaciones) se hace directamente a través de las mediciones obtenidas dada la alta tasa de muestreo, por lo que se hace innecesario realizar simulaciones. Entre las técnicas utilizadas para procesar los datos de entrada se cuentan el método de Prony, algoritmos basados en filtros de Kalman, y e la transformada de Hilbert.

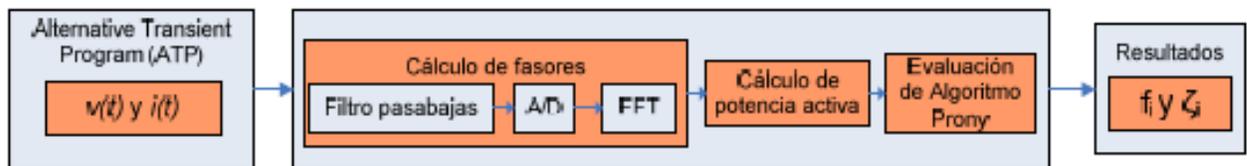


Figura 2-23: Metodología propuesta para el análisis modal de mediciones PMU.

3 MODELOS DE SIMULACIÓN

3.1 EJEMPLO INTRODUCTORIO

Para ejemplificar el impacto de la red de transmisión en la estabilidad transitoria y de pequeña señal, se presenta un sencillo ejemplo de una máquina modelada en 2 variables de estado, conectada a una barra infinita mediante su transformador elevador, y una línea de transmisión, que en un caso será de doble circuito, y en otro, un triple circuito, como se muestra en la Figura 3-1.

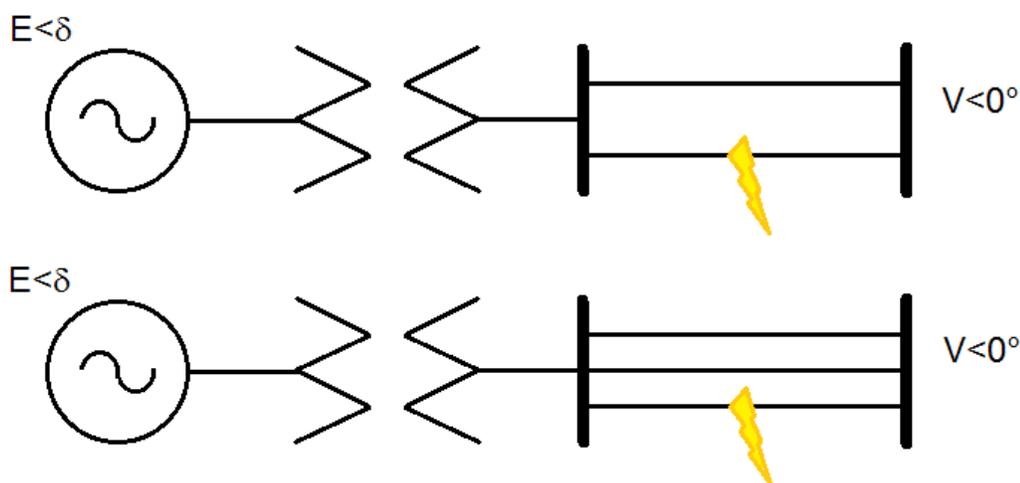


Figura 3-1: Ejemplo de generador sincrónico conectado a barra infinita.

Los parámetros del sistema son los siguientes:

Generador : 100 MVA, 13,8 kV, $X'_d = 0,3$ pu, $M = 2H = 5.6$ s, $D = 1$ pu.

Transformador : 100 MVA, 13,8/220 kV, $X_T = 10\%$.

Línea (por circuito) : 220 kV, 90 km, $X = 0,32$ Ω /km.

Así, en base 100 MVA, se tiene que $X'_d = 0,3$ pu, $X_T = 0,1$ pu, $X_L = 0,06$ pu.

En ambos casos, se simulará una falla trifásica en el 50% de uno de los circuitos de la línea de transmisión, y posterior apertura del circuito fallado en ambos extremos.

Bajo el modelo clásico de 2 variables de estado:

- $\frac{d\delta}{dt} = \omega_s * \Delta\omega$
- $\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{M} * \left(T_M - \frac{E'V}{X} \text{sen}(\delta) - D * \Delta\omega \right)$

Para el cual es posible calcular las condiciones iniciales ($\delta_0, \Delta\omega_0$) y constantes (E', T_M) en función de la potencia aparente inyectada ($P + jQ$) en la barra infinita:

(ecs. 3.1)

$$I = \left(\frac{P + jQ}{V}\right)^* \rightarrow E' \exp(j\delta) = V + jX \cdot \left(\frac{P - jQ}{V}\right) = \left(V + \frac{XQ}{V}\right) + j\left(\frac{XP}{V}\right)$$

$$= \left(\frac{V^2 + XQ}{V}\right) + j\left(\frac{XP}{V}\right)$$

- $E' = \sqrt{\left(\frac{V^2 + XQ}{V}\right)^2 + \left(\frac{XP}{V}\right)^2}$
- $\delta_0 = \arctan\left(\frac{XP}{V^2 + XQ}\right)$
- $T_M = P$
- $\Delta\omega_0 = 0$

Se obtiene un sistema linealizado en torno al punto de operación, de la forma:

(ec. 3.2)

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta \\ \Delta\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_s \\ -\frac{E'V \cos(\delta_0)}{MX} & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \\ \Delta\omega \end{bmatrix}$$

Finalmente, el polinomio característico y los valores propios de la matriz de estado resultan:

(ecs. 3.3)

$$p(\lambda) = \lambda^2 + \frac{D}{M} \cdot \lambda + \frac{\omega_s E' V \cos(\delta_0)}{MX}$$

$$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\mu = -\frac{D}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \frac{\omega_s E' V \cos(\delta_0)}{MX}}$$

Donde σ es factor de amortiguamiento y μ la frecuencia de las oscilaciones de pequeña señal. Con esto es posible encontrar la respuesta del sistema linealizado:

(ecs. 3.4)

$$\delta_{Lin}(t) = \delta_0 + Ae^{\sigma t} \sin(\mu t) + Be^{\sigma t} \cos(\mu t)$$

$$\Delta\omega_{Lin}(t) = \frac{\dot{\delta}_{Lin}(t)}{\omega_s} = \frac{(A\sigma - B\mu)e^{\sigma t} \sin(\mu t) + (B\sigma + A\mu)e^{\sigma t} \cos(\mu t)}{\omega_s}$$

Del reemplazo de las condiciones iniciales en $t = 0$, se obtienen los valores de las constantes A y B:

$$\delta_{Lin}(0) = \delta_0 + B$$

$$\omega_s \cdot \Delta\omega_{Lin}(0) = B\sigma + A\mu$$

$$A = \frac{\omega_s \cdot \Delta\omega_{Lin}(0) - \sigma \cdot (\delta_{Lin}(0) - \delta_0)}{\mu} \quad B = \delta_{Lin}(0) - \delta_0$$

Se debe tomar en cuenta que las condiciones iniciales del sistema linealizado $(\delta_{Lin}(0), \Delta\omega_{Lin}(0))$ no corresponden a las condiciones iniciales del problema no-lineal $(\delta_0, \Delta\omega_0)$, puesto que justamente el análisis de señal pequeña se enfoca en la respuesta del sistema cuando este es sacado de su punto de equilibrio. Si se consideraran iguales las condiciones iniciales de estos dos problemas, claramente el sistema linealizado tendría una respuesta nula.

Para estudiar la respuesta del sistema no-lineal en comparación a la respuesta del sistema linealizado, se realizó modelo en simulink, el cual permite seleccionar los parámetros del sistema y de la máquina en cada simulación. Así mismo, para cuantificar la perturbación a priori, esto no es posible, dado que el tipo de falla no es una característica que pueda obtenerse del estado pre-falla, sin embargo, de modo cualitativo es posible asignar una desviación porcentual respecto a los valores de equilibrio, tanto en ángulo como en velocidad angular.

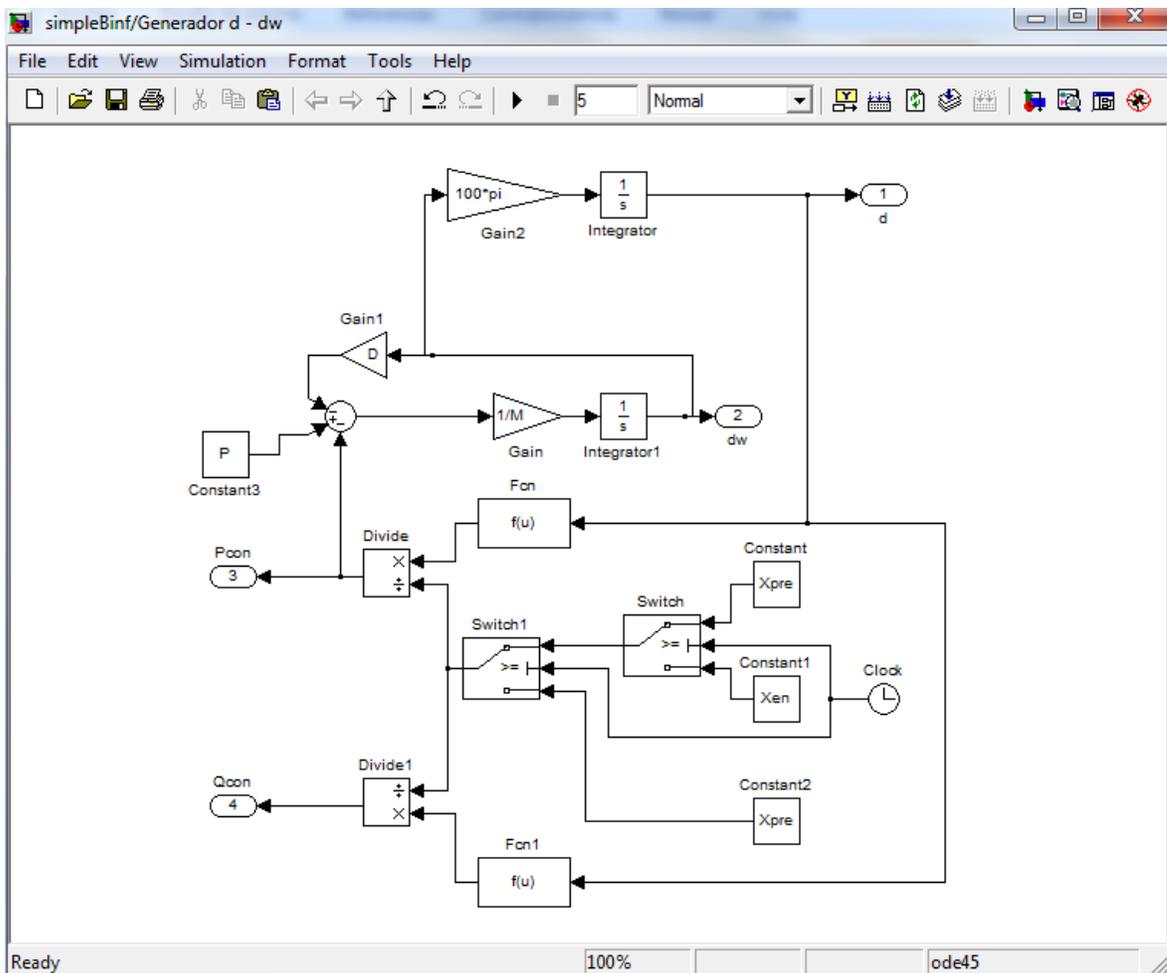


Figura 3-2: Modelo simulink para sistema generador – barra infinita (2 variables)

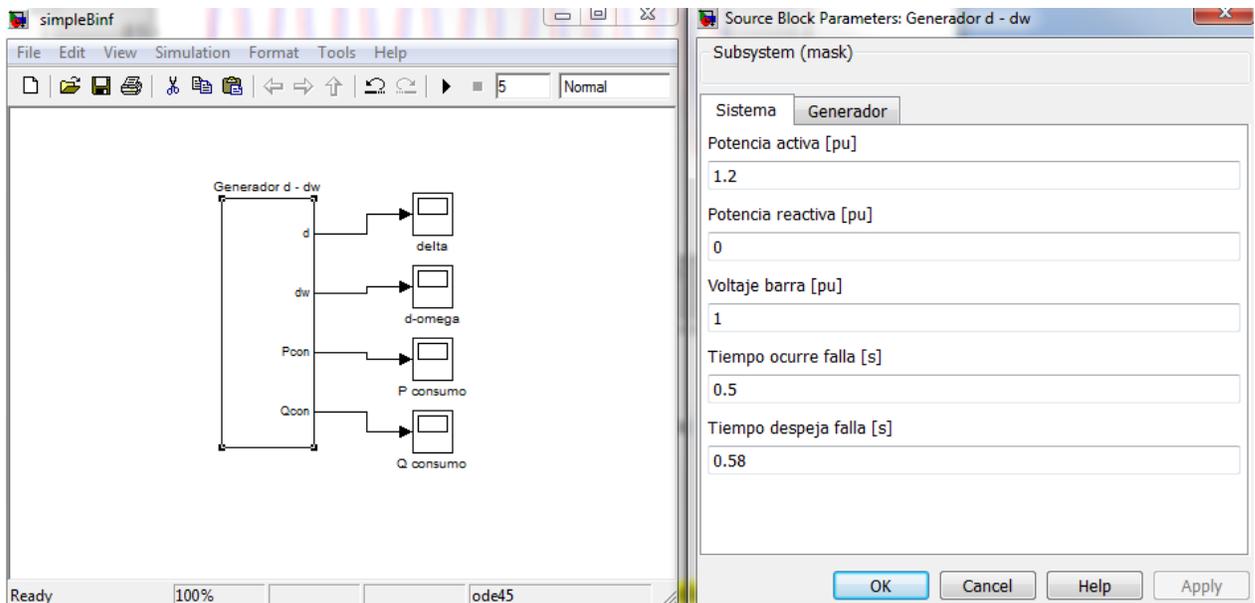


Figura 3-3: Despliegue del modelo – Parámetros sistémicos.

Como se muestra en la Figura 3-3, se simulará para los dos casos de estudio cuando el consumo efectúa un retiro de potencia activa de 1.2 pu con factor de potencia unitario, y tensión 1 pu. La falla trifásica en uno de los circuitos ocurre a los 0.5 s de simulación, y es despejada a los 0.58 s (tiempo estándar de apertura de un interruptor, operación instantánea).

3.1.1 Caso 1: Línea de doble circuito

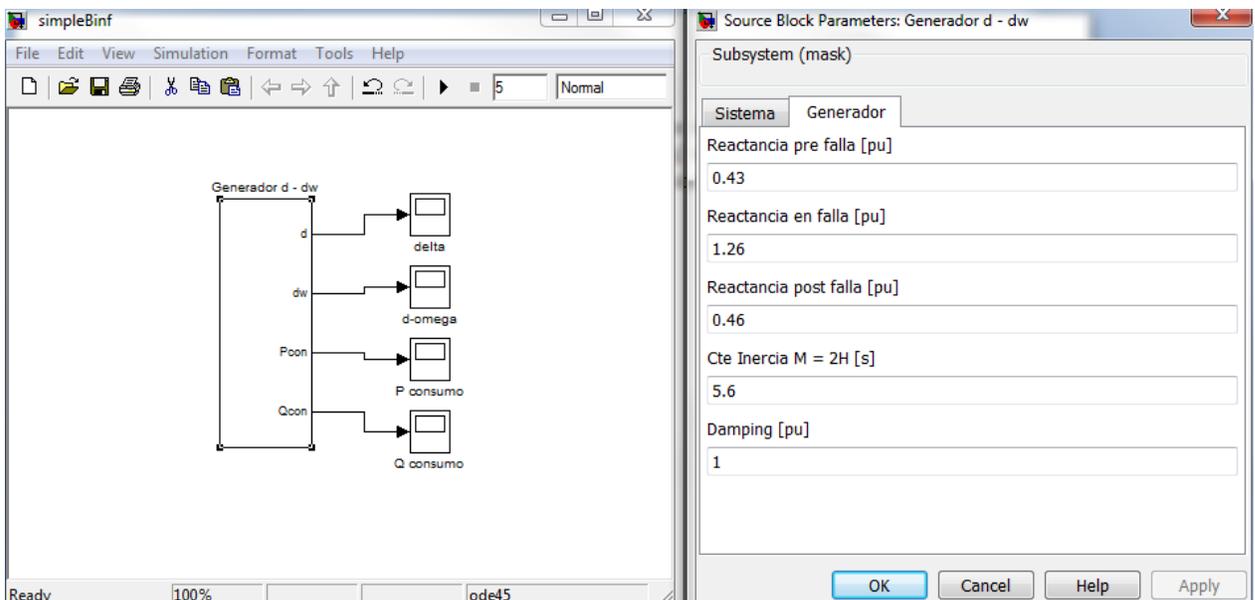


Figura 3-4: Datos para simulación Caso 1.

Realizando las transformaciones apropiadas de la red cuando corresponda, se obtienen las reactancias equivalentes entre la f.e.m. interna de la máquina, y la barra infinita, las cuales son ingresadas al modelo como se muestra en la Figura 3-4.

Se obtienen los siguientes valores del estado pre-falla:

$$\begin{aligned} E' &= 1.125280 \text{ pu} \\ \delta_0 &= 0.476366 \text{ rad} = 27.2937^\circ \\ \sigma &= -0.089286 \\ \mu &= 11.421770 \end{aligned}$$

Tal como se discutió en el Ejemplo introductorio, no es posible determinar de forma previa a la falla el punto al cual es llevado el sistema durante la perturbación. Por ello se adoptará como perturbación un incremento del 10% en el ángulo del rotor, y de un 1% en la velocidad angular ($\delta_{Lin}(0) = 1.1 * \delta_0$, $\Delta\omega_{Lin}(0) = 0.01$).

Así, la respuesta aproximada por el sistema lineal es (recordando que la falla ocurre en $t = 0.5$ s):

$$\begin{aligned} \delta_{Lin}(t) &= 0.2354e^{-0.0893(t-0.5)} \text{sen}(11.4218(t-0.5)) \\ &\quad + 0.0476e^{-0.0893(t-0.5)} \text{cos}(11.4218(t-0.5)) \\ \Delta\omega_{Lin} &= -0.0018e^{-0.0893(t-0.5)} \text{sen}(11.4218(t-0.5)) \\ &\quad + 0.0085e^{-0.0893(t-0.5)} \text{cos}(11.4218(t-0.5)) \end{aligned}$$

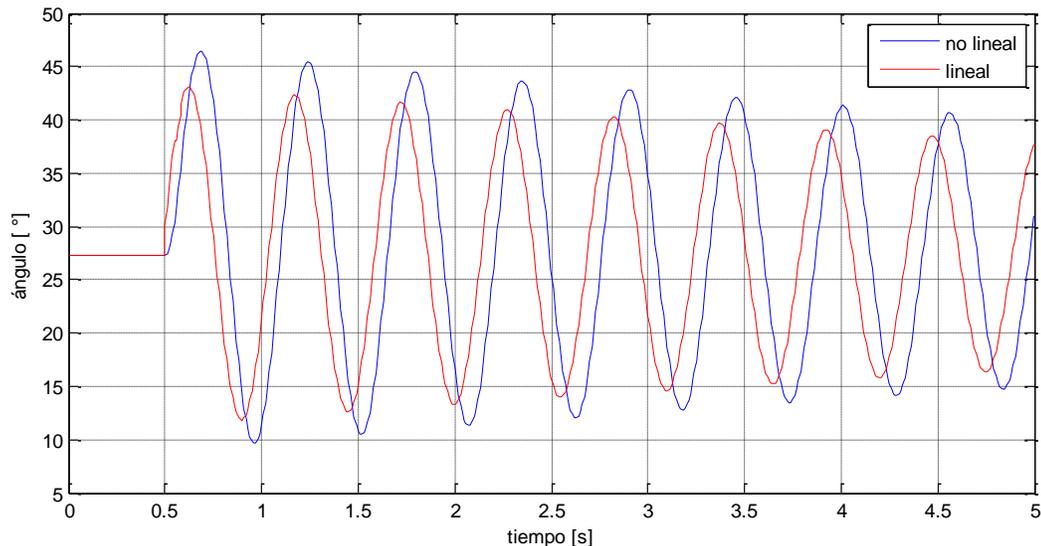


Figura 3-5: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 1.

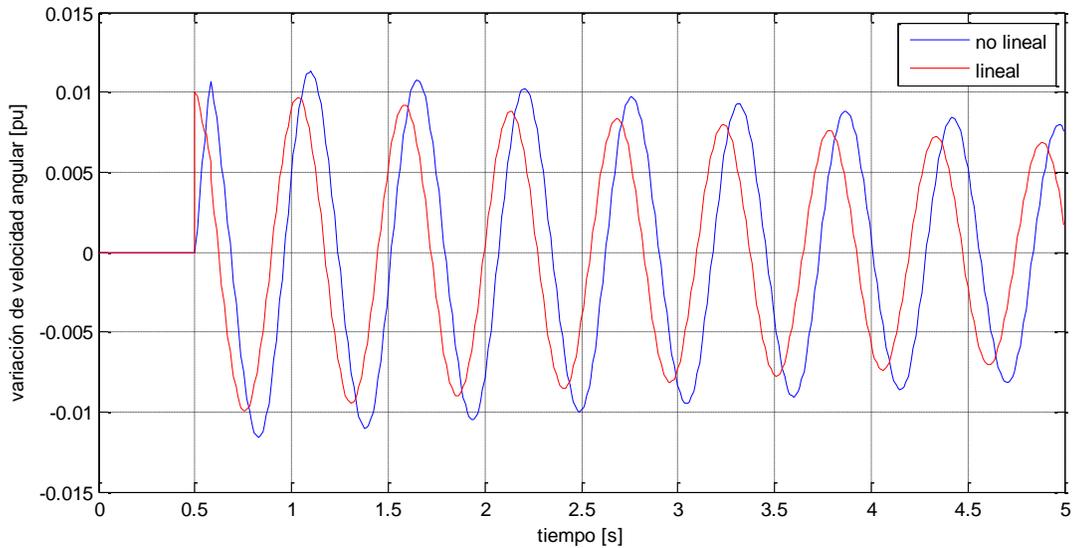


Figura 3-6: Evolución de la velocidad angular según el modelo empleado, caso 1.

3.1.2 Caso 2: Línea de triple circuito

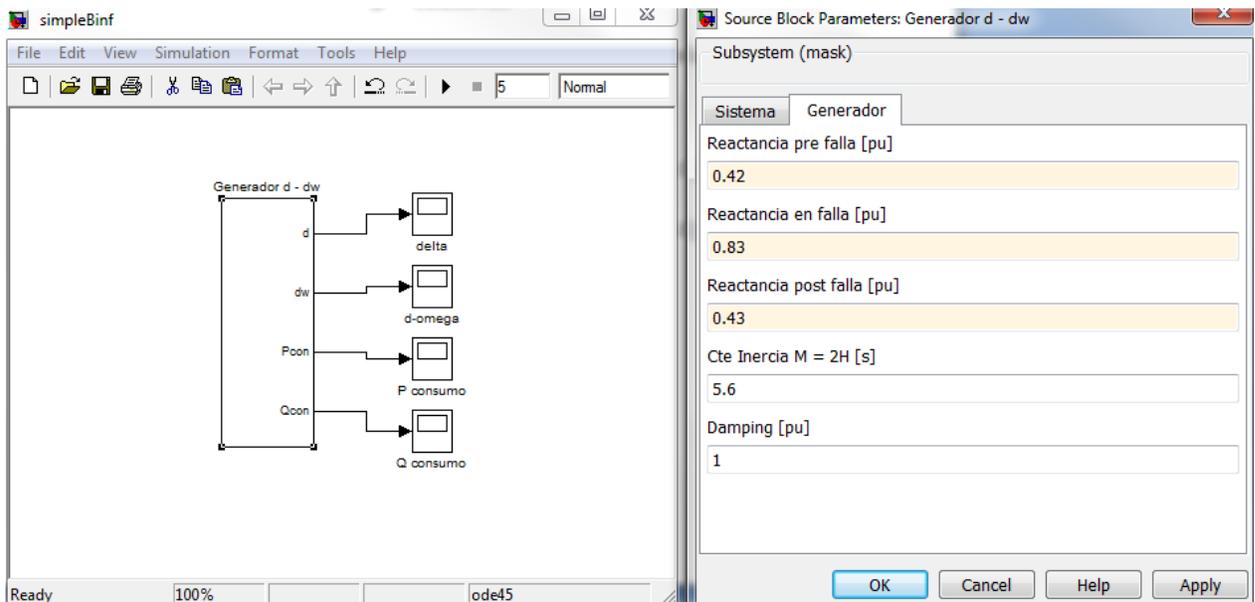


Figura 3-7: Datos para simulación Caso 1.

Análogamente, se obtienen los siguientes valores del estado pre-falla:

$$E' = 1.119829 \text{ pu}$$

$$\delta_0 = 0.466842 \text{ rad} = 26.7481^\circ$$

$$\sigma = -0.089286$$

$$\mu = 11.556955$$

Con lo cual la respuesta aproximada por el sistema lineal es (recordando que la falla ocurre en $t = 0.5$ s):

$$\begin{aligned} \delta_{Lin}(t) &= 0.2754e^{-0.0893(t-0.5)}\text{sen}(11.5570(t-0.5)) \\ &\quad + 0.0467e^{-0.0893(t-0.5)}\text{cos}(11.5570(t-0.5)) \\ \Delta\omega_{Lin} &= -0.0018e^{-0.0893(t-0.5)}\text{sen}(11.4218(t-0.5)) \\ &\quad + 0.0100e^{-0.0893(t-0.5)}\text{cos}(11.4218(t-0.5)) \end{aligned}$$

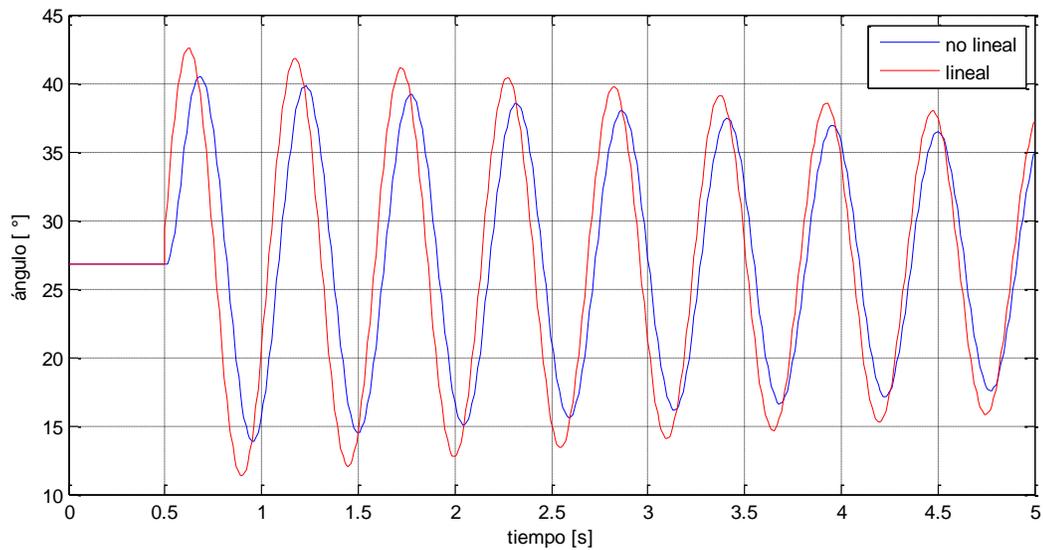


Figura 3-8: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 2.

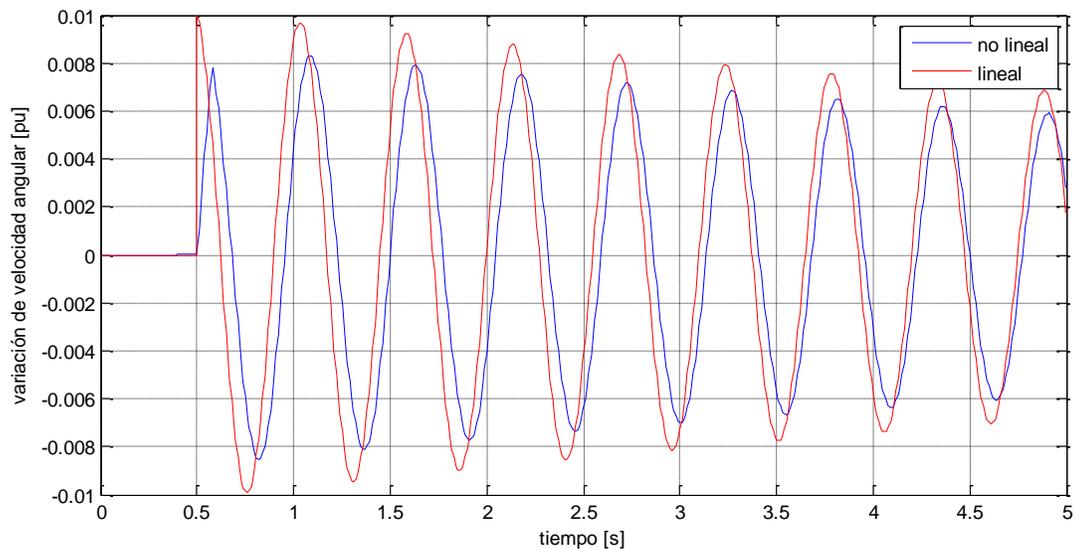


Figura 3-9: Evolución la velocidad angular según el modelo empleado, caso 2.

3.1.3 Caso 3: Despeje de falla por las protecciones de respaldo

Solo para complementar se presenta un tercer caso, que muestra que la aproximación de señal pequeña no tiene por qué ser un fiel reflejo de la simulación transitoria. En este caso, se simulan las 2 situaciones anteriores para la variable angular, pero el tiempo de despeje de la falla es de 480 ms, correspondientes a la operación de las protecciones de respaldo en caso que el interruptor directamente involucrado hubiese fallado.

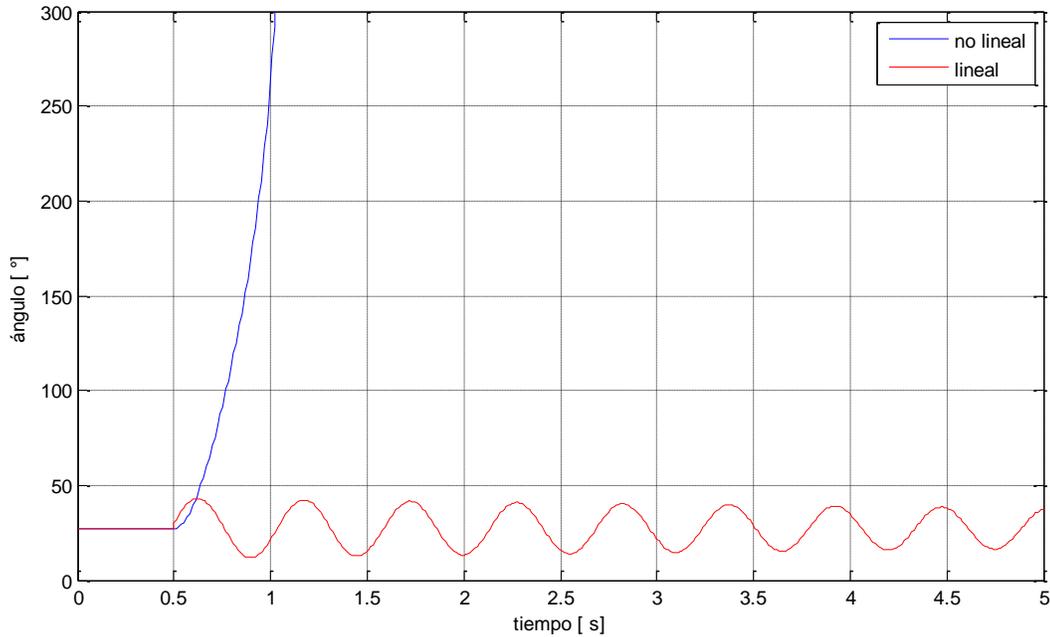


Figura 3-10: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 1. Despeje de falla en 480 ms.

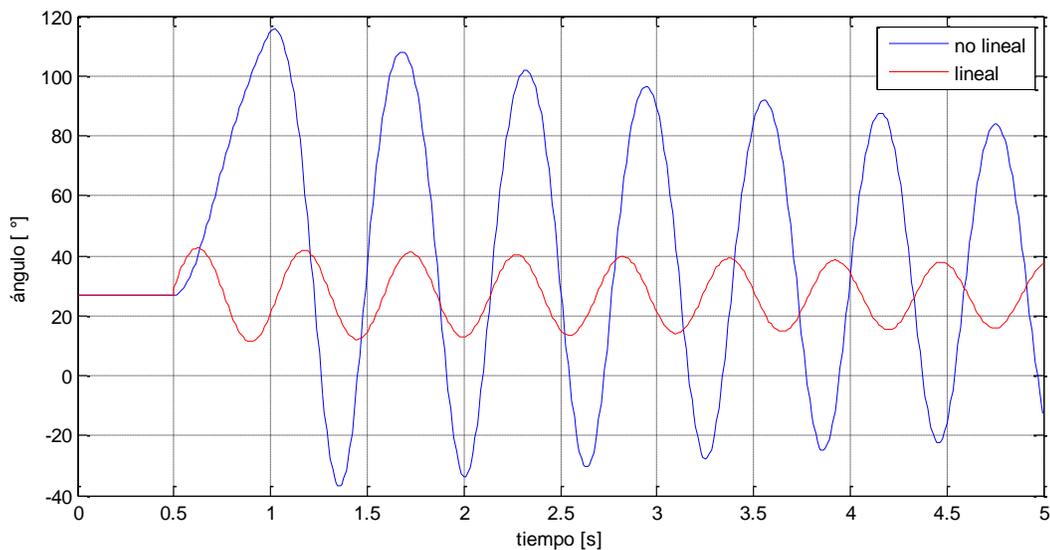


Figura 3-11: Evolución del ángulo según el modelo empleado, caso 2. Despeje de falla en 480 ms.

3.1.4 Comentarios sobre las simulaciones

En las simulaciones realizadas queda de manifiesto que no es del todo claro cuándo una perturbación puede considerarse pequeña, para ser objeto de estudio a través de un análisis de pequeña señal. Los dos primeros casos representan ejemplos en los cuales la aproximación lineal muestra una respuesta muy similar a la respuesta transitoria, a pesar de tratarse de cortocircuitos, los que en general son considerados perturbaciones grandes.

La decisión de tomar un 10% de tolerancia en ángulos, y un 1% en las velocidades angulares fue completamente arbitraria. Del mismo modo, se podrían haber escogido otros valores que representaran de mejor manera otro tipo de fallas. Por ejemplo, en el caso 1 la elección de tolerancias mayores hubiera conducido a una mayor amplitud en las oscilaciones del modelo lineal, pudiendo representar más fielmente la respuesta transitoria. Por el contrario, para el caso 2 las tolerancias escogidas parecieron exageradas, ya que fue el modelo lineal el que predijo mayor amplitud de las oscilaciones. Lo que sí está claro es que mientras más pequeñas sean las tolerancias escogidas para definir una perturbación como pequeña, será mejor la representación lineal para aquellas fallas que produzcan menores variaciones de la reactancia equivalente y que tengan menor duración, puesto que de esta forma el tránsito hacia el punto fuera de equilibrio durante el periodo de falla será lento y breve, obteniendo una condición inicial post contingencia muy cercana a la condición de equilibrio, lo cual es un requerimiento esencial del análisis de pequeña señal por el hecho que las funciones no lineales son bien aproximadas por una función lineal en una vecindad cercana al punto de equilibrio. De todas formas, se observa que salvo las amplitudes y las fases (pues estas son dependientes de la condición inicial), la representación del modelo linealizado es de bastante utilidad para identificar las frecuencias de oscilación involucradas y su grado de amortiguamiento.

Por último, el caso 3 muestra que una falla de similares características provoca efectos notablemente diferentes en función de la topología de la red. A pesar de que por condiciones iniciales las dos simulaciones presentan valores propios de parte real negativa (y por lo tanto estable), la situación con la línea de doble circuito se torna inestable, dado que en el mismo tiempo de despeje, el punto de operación evoluciona de manera más rápida hacia una zona en la cual la máquina pierde sincronismo. Por todos estos puntos, se hace necesario estudiar de manera particular cada sistema de potencia para establecer si es apropiado un análisis de pequeña señal para determinar estabilidad u obtener una aproximación de la respuesta transitoria.

Desde un punto de vista del análisis transitorio, tal como se realiza en el método de Lyapunov, para verificar la respuesta transitoria contra la respuesta del sistema linealizado, debería seleccionarse como punto de equilibrio aquel en post-falla, para

comprobar que el punto de partida (es decir, el punto en el que queda el sistema al momento de despeje de la falla) se encuentre dentro de la región estable para la función de Lyapunov post-falla.

3.2 MODELO COMPLETO – BARRA INFINITA

El paso siguiente consiste en incrementar la complejidad del modelo, para observar la dinámica de las distintas variables y su posible relevancia al momento de realizar estudios sistémicos.

La situación estudiada corresponde a una máquina conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión

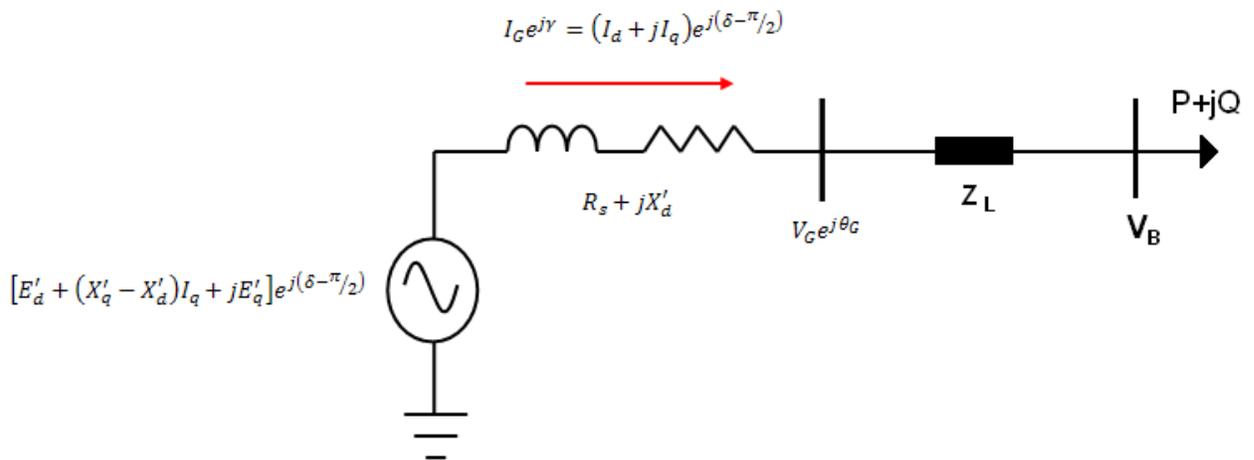


Figura 3-12: Modelo de máquina conectada a la red a través de una línea de transmisión.

Transformando las variables de corriente y voltaje en bornes de la máquina a ejes D-Q se obtiene:

(ecs. 3.5)

$$V_G e^{j\theta_G} = (V_d + jV_q) e^{j(\delta - \pi/2)}$$

$$I_G e^{j\gamma} = (I_d + jI_q) e^{j(\delta - \pi/2)}$$

3.2.1 Orden del modelo

VARIABLES DE ESTADO:

- Dinámicas : Generador (4), AVR (3), Regulador de Velocidad (3)

$$\vec{x} = (\delta, \Delta\omega, E'_d, E'_q, E_{fd}, V_R, R_f, T_M, P_{CH}, P_{SV})$$

- Algebraicas : V_i, θ_i (2n) + I_i, γ_i (2m)

$$\vec{y} = (\theta_1, V_1, \gamma_1, I_1 : \theta_2, V_2) = (\vec{y}_g : \vec{y}_{ng})$$

Las variables algebraicas corresponden a las tensiones de todas las barras del sistema en magnitud y ángulo, o bien expresadas como una tensión de eje directo y una en cuadratura, de todas formas se obtienen $2n$ variables asociadas a tensión. Del mismo modo, las $2m$ variables de corrientes en los generadores pueden expresarse como módulo y ángulo, o como corrientes de eje directo y en cuadratura.

3.2.2 Ecuaciones diferenciales - algebraicas

En su forma canónica: $\dot{x} = f(x, y)$

(ecs. 3.6)

- 1) $\frac{d\delta}{dt} = \omega_s \cdot \Delta\omega$
- 2) $\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{M} \cdot (T_M - [E'_q - X'_d I_d] I_q - [E'_d - X'_q I_q] I_d - D\Delta\omega)$
- 3) $\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} \cdot (-E'_d - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd})$
- 4) $\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{q0}} \cdot (-E'_q - (X_q - X'_q) I_q)$
- 5) $\frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{1}{T_E} \left(- (K_E + S_E(E_{fd})) E_{fd} + V_R \right)$
- 6) $\frac{dV_R}{dt} = \frac{1}{T_A} \left(-V_R + K_A R_f - \frac{K_A K_F}{T_F} E_{fd} + K_A (V_{ref} - V) \right)$
- 7) $\frac{dR_f}{dt} = \frac{1}{T_F} \left(-R_f + \frac{K_F}{T_F} E_{fd} \right)$
- 8) $\frac{dT_M}{dt} = \frac{1}{T_{RH}} \left(-T_M + \left(1 - \frac{K_{HP} T_{RH}}{T_{CH}} \right) P_{CH} + \frac{K_{HP} T_{RH}}{T_{CH}} P_{SV} \right)$
- 9) $\frac{dP_{CH}}{dt} = \frac{1}{T_{CH}} (-P_{CH} + P_{SV})$
- 10) $\frac{dP_{SV}}{dt} = \frac{1}{T_{SV}} \left(-P_{SV} + P_C - \frac{1}{R} (\Delta\omega + 1) \right)$

Ecuaciones algebraicas: $0 = g(x, y)$

(ecs. 3.7)

- Ecuación de estator:

$$[E'_d + (X'_q - X'_d)I_q + jE'_q]e^{j(\delta - \pi/2)} = V_G e^{j\theta_G} + (R_s + jX'_d)(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \pi/2)}$$

- Ecuación de red:

$$V_G \exp(j\theta_G) = V_B + (I_G \exp(j\gamma)) * Z_L$$

- Ecuación de carga:

$$P(V_B) + jQ(V_B) = V_B \cdot I_G^*$$

3.2.3 Condiciones iniciales y parámetros del sistema

Tan importante como determinar las ecuaciones que rigen la evolución del sistema, es encontrar el punto inicial de este. En [2] se propone una metodología para encontrar la condición inicial a partir de la anulación de las derivadas en las ecuaciones dinámicas y del circuito equivalente de la Figura 3-12.

La corriente física se puede obtener suponiendo algún modelo particular para la carga (aunque en general, se obtendrá a partir de las ecuaciones de flujo de potencia), aunque el tipo de carga solo será relevante en la dinámica, dado que la condición inicial solo se ve determinada por la potencia consumida en $t = 0$. Si consideramos una barra infinita que se encuentra consumiendo P y Q , se tendrá:

$$I_G \exp(j\gamma) = \left(\frac{P - jQ}{V_B} \right)$$

A partir de la ecuación de estator, y reemplazando $E'_d = (X_q - X'_q)I_q$ en régimen permanente desde la ecuación 4) de (ecs. 3.6):

$$V_G e^{j\theta_G} + (R_s + jX'_d)(I_d + jI_q)e^{j(\delta - \pi/2)} = [X_q I_q - X'_q I_q + X'_q I_q - X'_d I_q + jE'_q]e^{j(\delta - \pi/2)}$$

$$V_G e^{j\theta_G} e^{-j(\delta - \pi/2)} + R_s I_d - X'_d I_q + jR_s I_q + jX'_d I_d = X_q I_q - X'_d I_q + jE'_q$$

$$jV_G e^{j\theta_G} e^{-j\delta} - X_q I_q + R_s I_d + jR_s I_q + jX'_d I_d = jE'_q$$

$$jV_G e^{j\theta_G} e^{-j\delta} + R_s I_d - X_q I_q + jR_s I_q + jX_q I_d - jX_q I_d + jX'_d I_d = jE'_q$$

$$jV_G e^{j\theta_G} e^{-j\delta} + (R_S + jX_q)(I_d + jI_q) = jE'_q - jX'_d I_d$$

$$V_G e^{j\theta_G} e^{-j\delta} + (R_S + jX_q)(I_d + jI_q) e^{-\frac{j\pi}{2}} = E'_q - X'_d I_d$$

$$V_G e^{j\theta_G} + (R_S + jX_q)(I_d + jI_q) e^{j(\delta - \frac{\pi}{2})} = (E'_q - X'_d I_d) e^{j\delta}$$

$$V_G e^{j\theta_G} + (R_S + jX_q) I_G e^{j\gamma} = (E'_q - X'_d I_d) e^{j\delta}$$

$$\delta = \angle \{V_G e^{j\theta_G} + (R_S + jX_q) * (I_G < \gamma)\} \quad (\text{ec. 3.8})$$

Mediante esta última relación se obtiene la condición inicial para el ángulo δ . Además, a partir de las ecuaciones 3) y 4) de (ecs. 3.6) en régimen permanente, más la ecuación de estator, se tiene:

$$(V_d + jV_q) e^{j(\delta - \pi/2)} + (R_S + jX'_d)(I_d + jI_q) e^{j(\delta - \pi/2)} = [E'_d + X'_q I_q - X'_d I_q + jE'_q] e^{j(\delta - \pi/2)}$$

$$V_d + jV_q + (R_S + jX'_d)(I_d + jI_q) = X_q I_q - X'_q I_q + X'_q I_q - X'_d I_q + j(E_{fd} - X_d I_d + X'_d I_d)$$

$$V_d + jV_q + R_S I_d - X'_d I_q + jR_S I_q + jX'_d I_d = X_q I_q - X'_d I_q + j(E_{fd} - X_d I_d + X'_d I_d)$$

Igualando las partes imaginarias:

$$V_q + R_S I_q + X'_d I_d = E_{fd} - X_d I_d + X'_d I_d \quad (\text{ec. 3.9})$$

$$E_{fd} = V_q + R_S I_q + X_d I_d \quad (\text{ec. 3.10})$$

Para encontrar la condición inicial de todas las variables de estado, se prosigue de la siguiente manera:

(ecs. 3.11)

$$\delta = \angle \{V_G e^{j\theta_G} + (R_S + jX_q) * (I_G < \gamma)\}$$

$$I_d + jI_q = I_G < (\gamma - \delta + \pi/2)$$

$$V_d + jV_q = V_G < (\theta_G - \delta + \pi/2)$$

$$E_{fd} = X_d I_d + V_q + R_S I_q$$

$$R_f = \frac{K_F}{T_F} E_{fd}$$

$$V_R = (K_E + S_E(E_{fd})) E_{fd}$$

$$\begin{aligned}
V_{ref} &= V_G + \frac{V_R}{K_A} \\
E'_q &= -(X_d - X'_d)I_d + E_{fd} \\
E'_d &= (X_q - X'_q)I_q \\
\Delta\omega &= 0 \\
T_M &= (E'_q - X'_d I_d)I_q + (E'_d + X'_q I_q)I_d \\
P_{CH} &= T_M \\
P_{SV} &= P_{CH} \\
P_C &= P_{SV} + \frac{1}{R}
\end{aligned}$$

3.2.4 Implementación en Simulink

Se implementó un modelo de máquina síncrona en 10 variables de estado con los siguientes parámetros (en su mayoría, rescatados de [5], [8], y [21]):

Tabla 3-1: Datos del generador simulado (50 Hz)

Generador síncrono		
$X_d = 0.8958$ pu	$X_q = 0.8645$ pu	$R_s = 0.01$ pu
$X'_d = 0.1198$ pu	$X'_q = 0.1198$ pu	$M = 2.8$ s
$T'_{do} = 6$ s	$T'_{qo} = 0.535$ s	$D = 0$ pu
AVR		
$T_E = 0.314$ s	$T_f = 0.35$ s	$T_a = 0.2$ s
$K_E = 1$	$K_f = 0063$	$K_a = 20$
Turbina y Regulador de Velocidad		
$T_{rh} = 1$ s	$T_{ch} = 0.3$ s	$T_{sv} = 0.2$ s
$K_{hp} = 0.3$	$R = 100$	

Los datos sistémicos vienen dados por una potencia consumida $P = 0.9$ pu, con factor de potencia 0.9 inductivo. La tensión de la barra infinita es de 1.00 pu, y la línea puede considerarse un triple circuito de reactancia $j0.3$ pu por cada circuito paralelo (es decir, la reactancia equivalente de esta línea es de $j0.1$ pu).

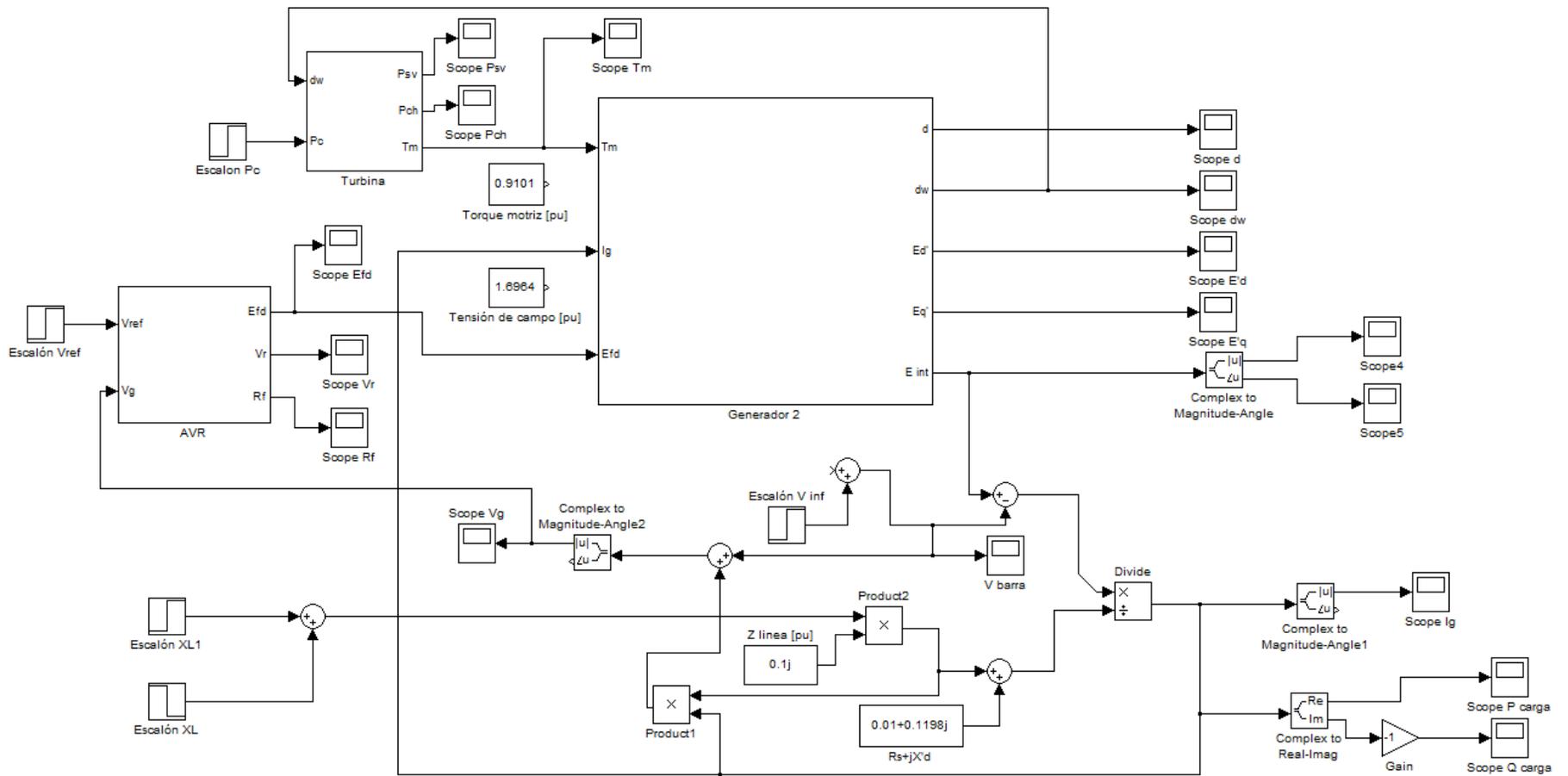


Figura 3-13: Implementación en simulink del sistema en la Figura 3-12

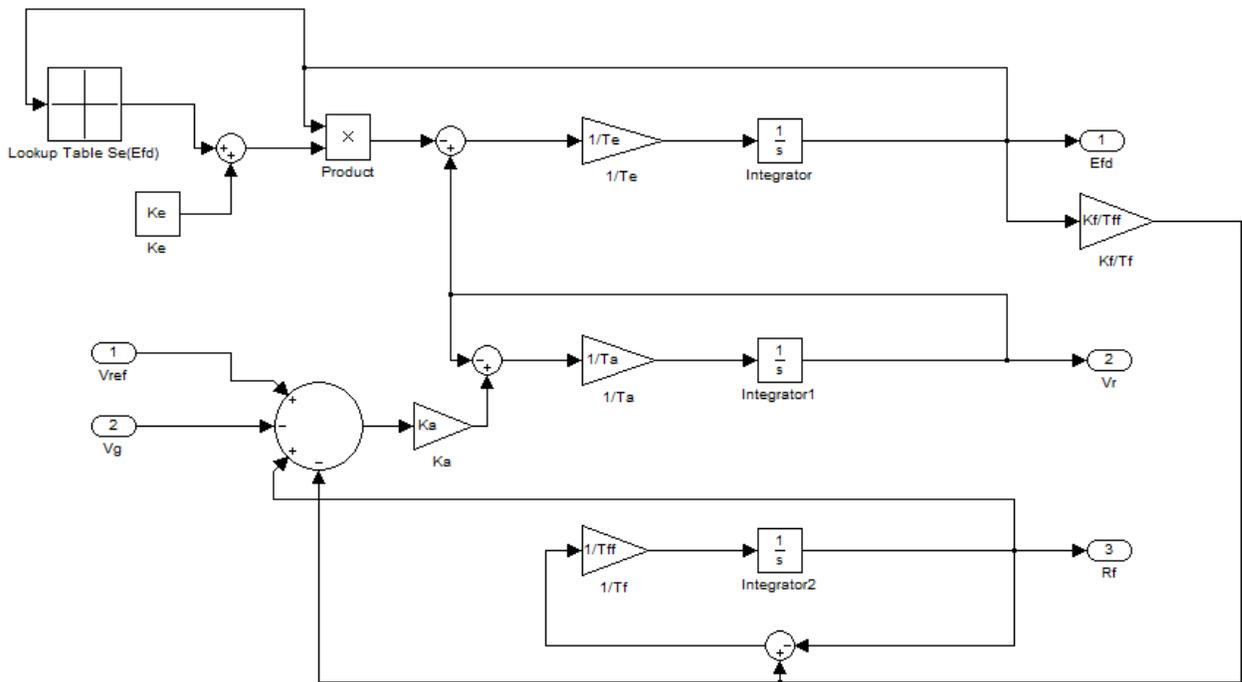


Figura 3-15: Modelo simulink del regulador de tensión.

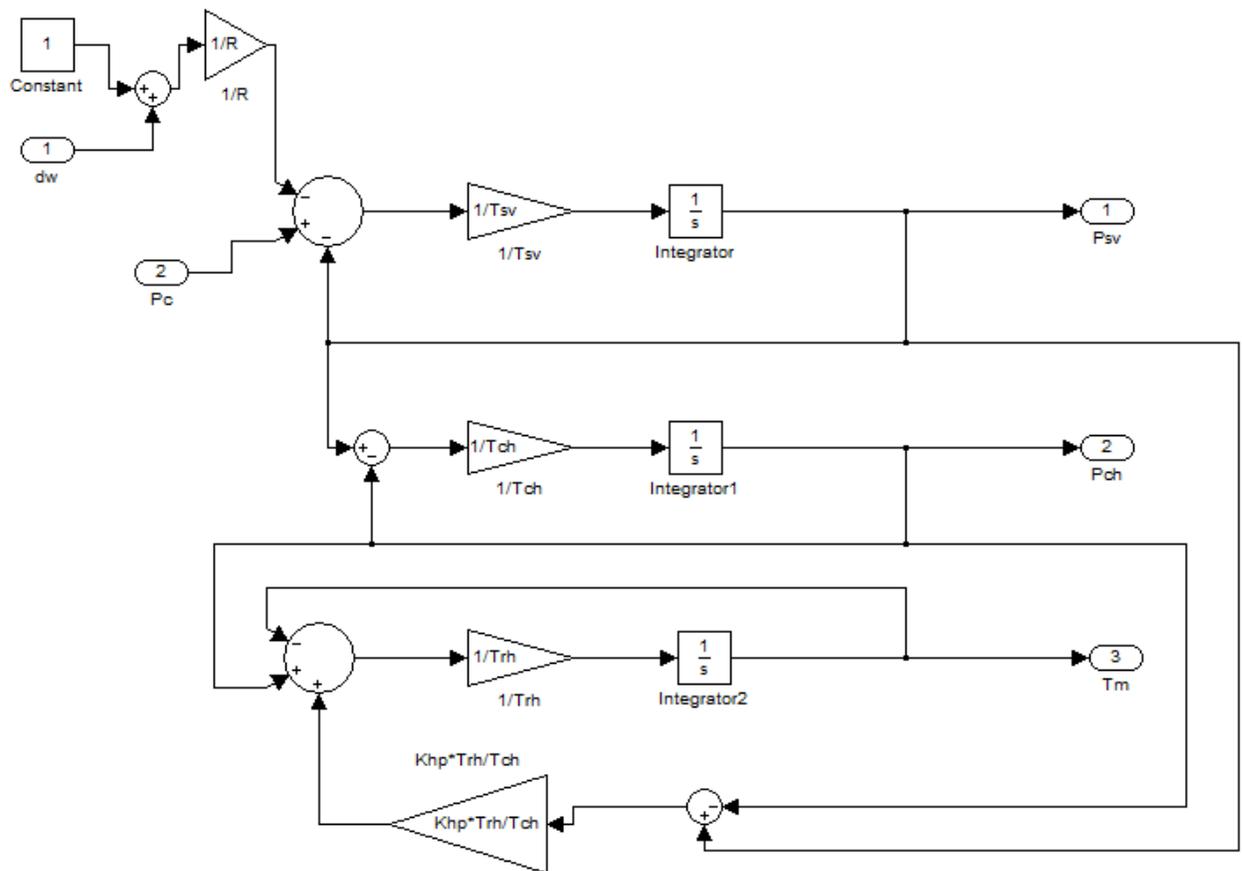


Figura 3-16: Modelo simulink del regulador de velocidad

En la Figura 3-13 se muestra el diagrama de bloques del generador sincrónico con sus elementos de control de tensión y velocidad. El detalle de los diagramas de bloques para el generador, el AVR, y el regulador de velocidad, se muestran en la Figura 3-14, Figura 3-15 y Figura 3-16. El modelo contempla la posibilidad de provocar un cambio del tipo escalón en la consigna de potencia P_C , en la referencia de voltaje V_{ref} , en la tensión de la barra infinita, o en la reactancia de la línea de transmisión. La perturbación que se manejará en este caso será la referida a las reactancias de línea, de modo de seguir analizando el impacto de la red de transmisión en el análisis de estabilidad.

3.2.5 Simulaciones de prueba contra barra infinita

En primer lugar se simulará la salida de una de las líneas del triple circuito, despreciando el estado durante falla (supuesto de apertura de interruptores muy rápida, en torno a 50 ms para interruptores rápidos) esto, con el objeto de ver las constantes de tiempo asociadas a las distintas variables de estado, así la magnitud en que varían frente a perturbaciones del tipo “cambio topológico”.

La primera falla consiste en un cambio de la impedancia de línea, la cual pasa de $j0.1$ a $j0.15$.

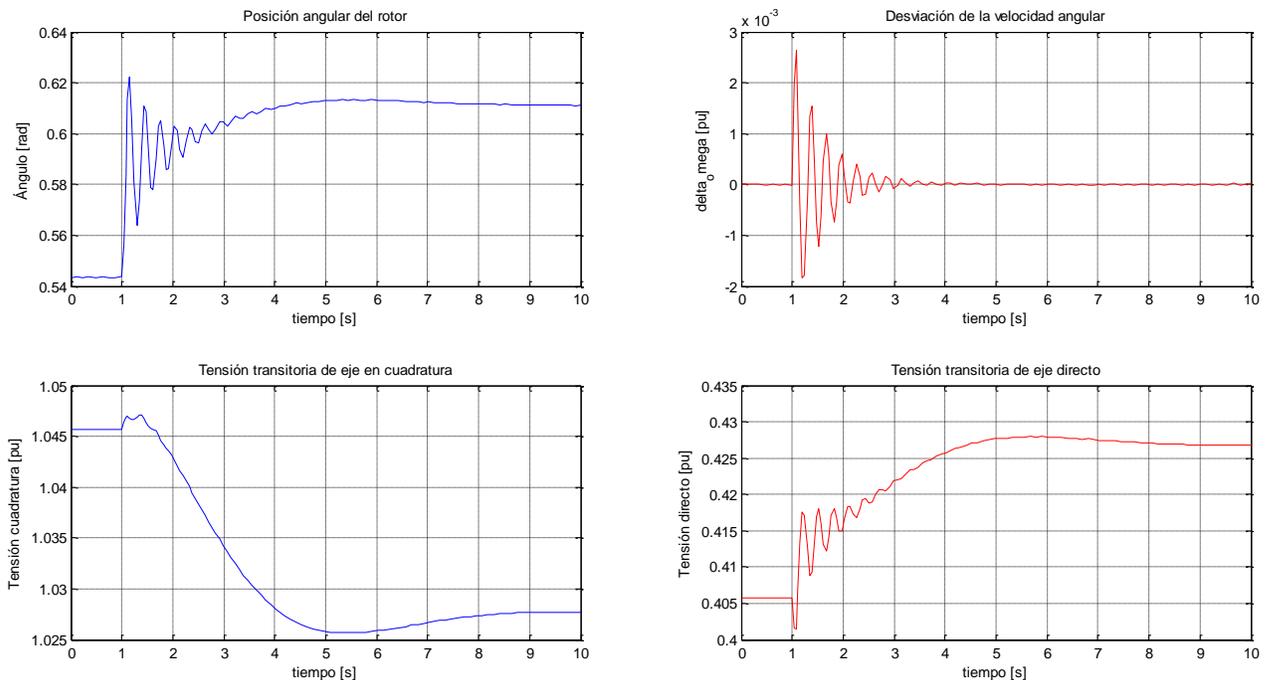


Figura 3-17: Variables de estado de la máquina sincrónica. Escalón en la impedancia de línea.

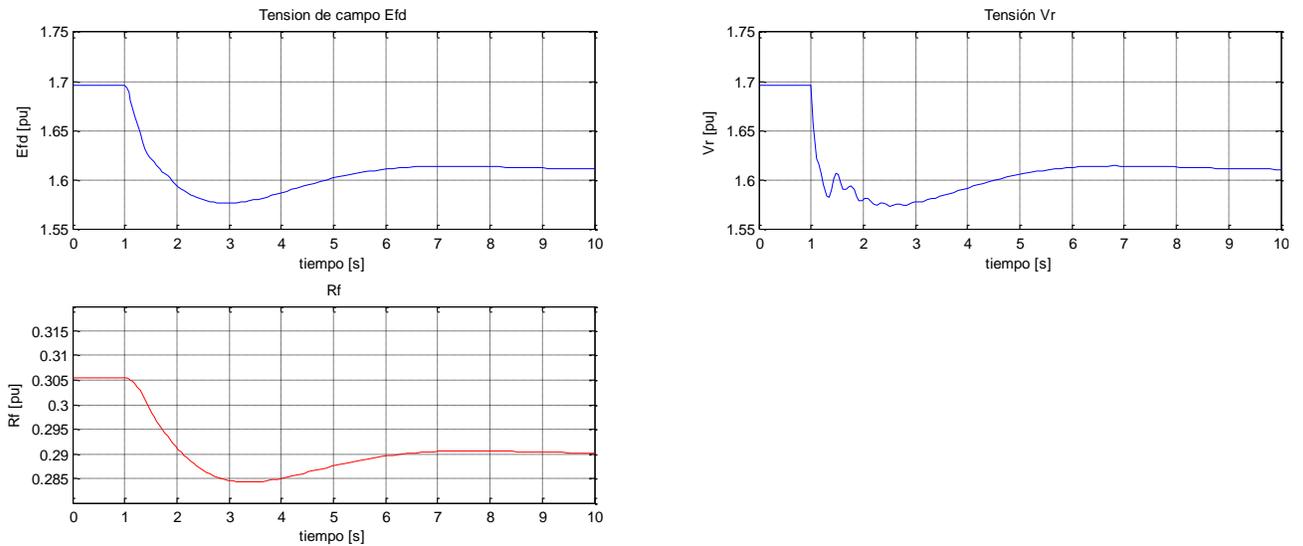


Figura 3-18: Variables de estado del AVR. Escalón en la impedancia de línea.

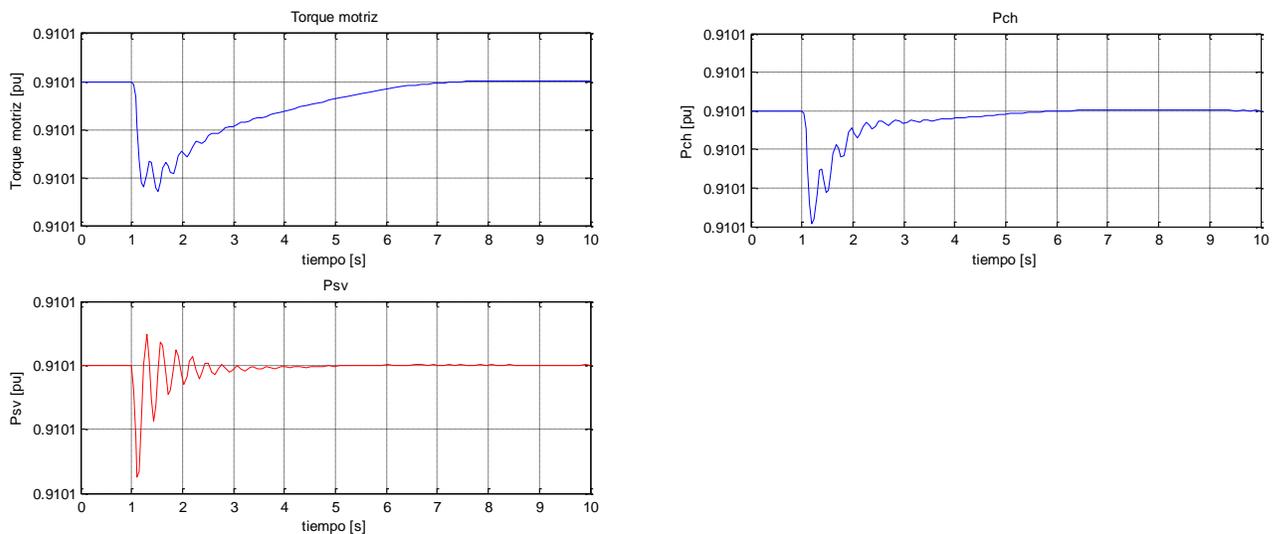


Figura 3-19: Variables de estado del regulador de velocidad. Escalón en la impedancia de línea.

Lo primero que puede apreciarse es que las variables mecánicas prácticamente no sufren variaciones. Las variables de estado del regulador de velocidad se quedan constantes en 0.9101. Las oscilaciones observadas no son propias de la dinámica del regulador, sino que son el reflejo de las fluctuaciones en ángulo y velocidad, debido al acople del regulador con estas variables, a través de la ecuación de movimiento del rotor. Desde este punto de vista, para efectos de análisis de señal pequeña, los modos de oscilación del regulador de velocidad podrán ser despreciados.

Entre las variables de tensión y el AVR, las fluctuaciones resultan del orden del 5% del valor inicial. La velocidad angular prácticamente no sufre alteraciones, alcanzando oscilaciones de solo un 0.5%. Al parecer la variable más relevante, o que sufre mayores alteraciones ante la salida de un circuito de la línea, es el ángulo del rotor, el cual se mueve entre el valor de régimen permanente (0.54 rad) y el valor de las oscilaciones (hasta 0.62 rad), experimentando una variación cercana al 15%.

La segunda falla, o más bien perturbación, consiste en una modificación ligera de la impedancia de línea, la cual si bien podría no representar ningún evento físico, tiene por finalidad emular las condiciones o supuestos de un análisis de señal pequeña. Para esto, se produce un cambio en la impedancia de línea desde $j0.1$ a $j0.11$ durante un lapso de 50 ms, tras el cual el sistema vuelve a su condición original. De esta forma, se logra aislar de forma completa los modos naturales de oscilación del sistema.

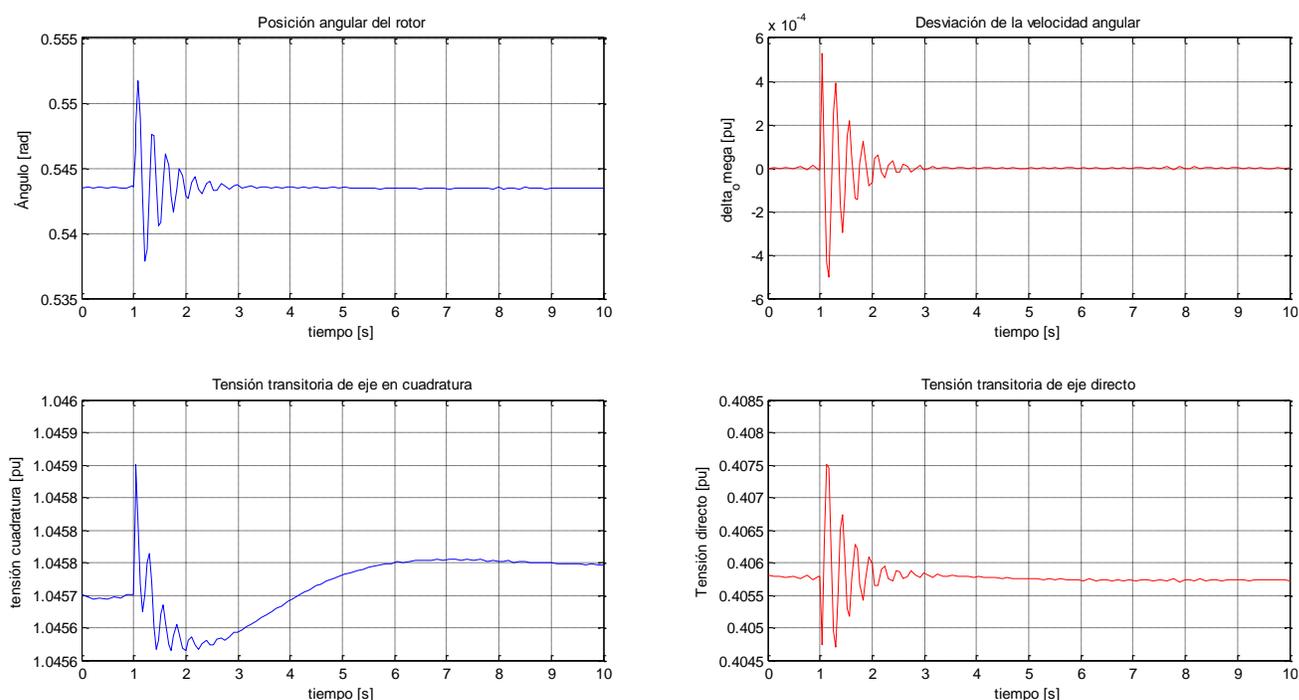


Figura 3-20: Variables de estado de la máquina sincrónica. Escalón perturbación pequeña en la línea.

Esta simulación logra una representación más adecuada de la respuesta de pequeña señal del estado pre-falla. Comparando la Figura 3-17 con la Figura 3-20 se pueden apreciar leves diferencias en cuanto a frecuencia de oscilación, dado que la evolución del primer sistema responde a las características de la red-post falla, es decir, analíticamente corresponde a la resolución de las ecuaciones diferenciales en torno al equilibrio post-falla, con una perturbación equivalente a desplazarse hasta el punto de equilibrio pre-falla.

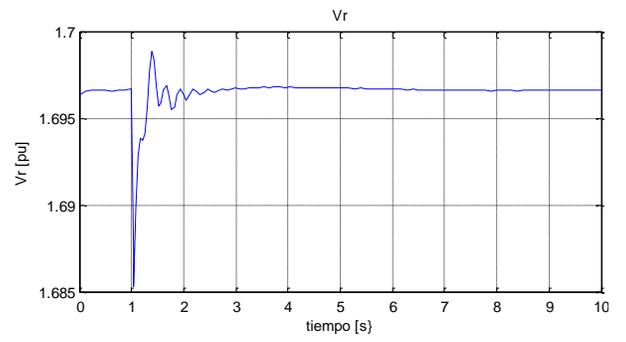
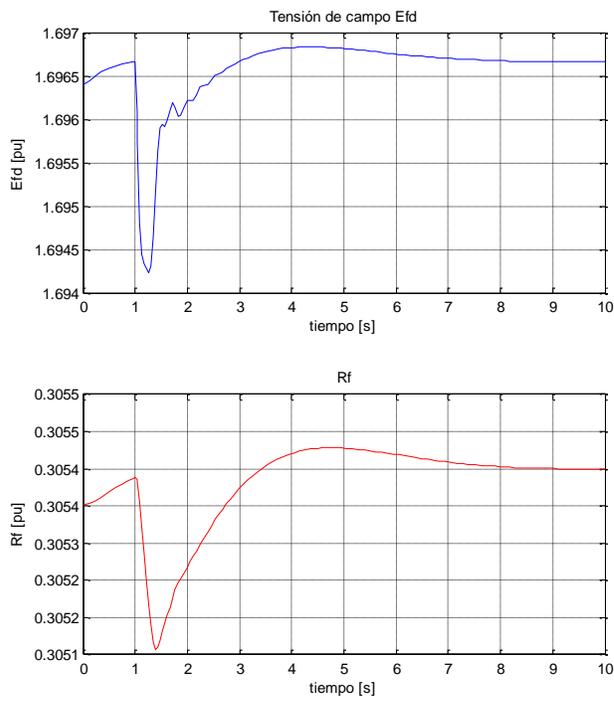


Figura 3-21: Variables del AVR. Escalón perturbación pequeña en la línea.

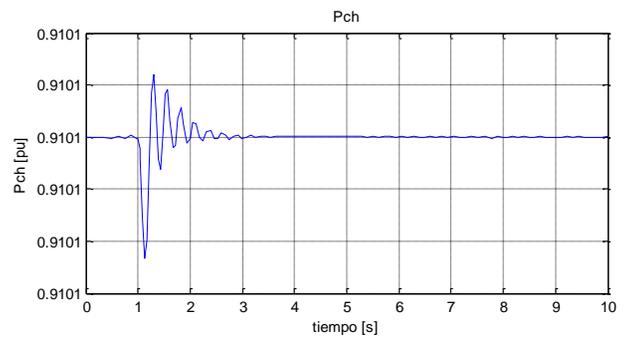
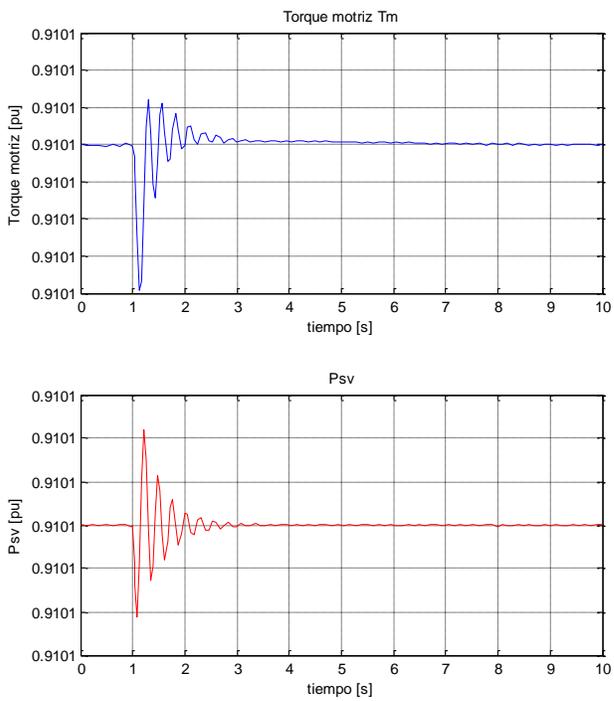


Figura 3-22: Variables del regulador de velocidad. Escalón perturbación pequeña en la línea.

Por último, se simula una falla que incrementa de forma importante la impedancia de línea, para observar el efecto que esto tiene sobre el amortiguamiento y la frecuencia de los modos de oscilación. En la práctica, representaría la pérdida de 2 circuitos, por lo cual la impedancia de línea aumenta de $j0.1$ pu hasta $j0.3$ pu. En esta misma simulación, se incorpora el escalón mencionado en $t = 0.2$ s, y luego, en $t = 7$ s se retorna a la condición inicial, de modo de comparar los modos de oscilación para los 2 estados de red.

A continuación, en la Figura 3-23, Figura 3-24 y Figura 3-25, se muestran las variables de estado

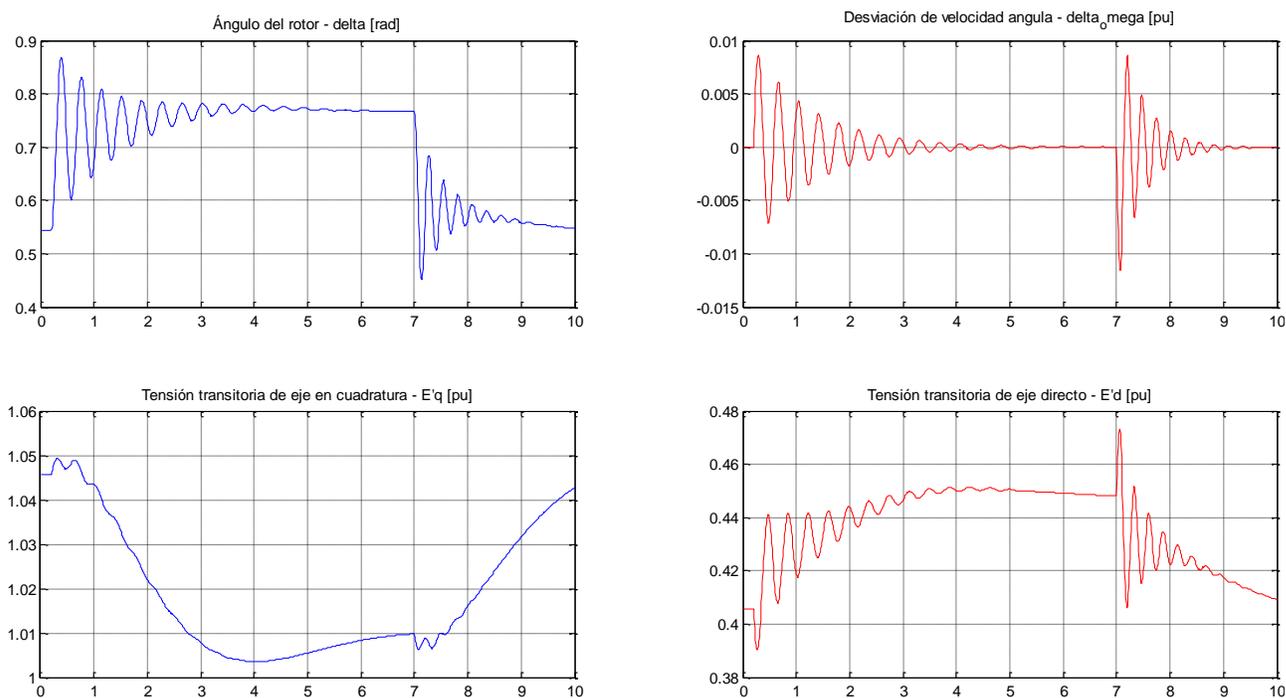


Figura 3-23: Variables de estado en la máquina sincrónica. Falla y recuperación de 2 circuitos.

La elección de $t = 7$ s para la reconexión de los circuitos faltantes resulta apropiada, puesto que el régimen permanente prácticamente se alcanza, por lo cual es factible asumir que el punto desde el cual se deja evolucionar el sistema tras 7 s, corresponde al punto de equilibrio de la situación con un circuito en servicio.

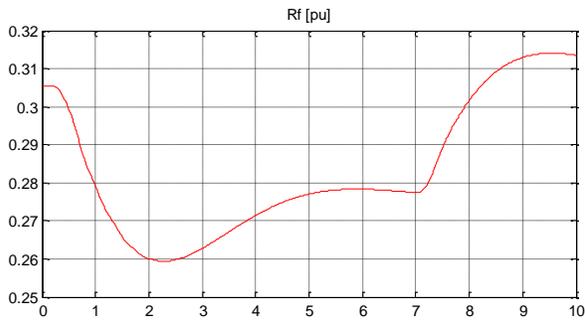
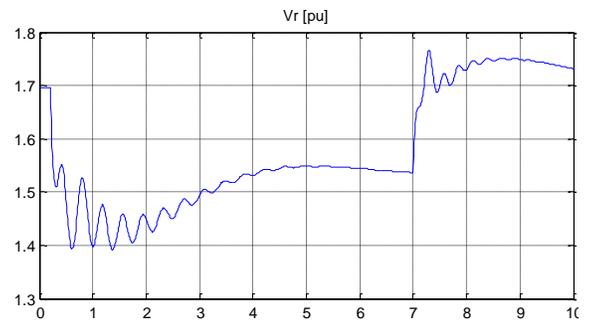
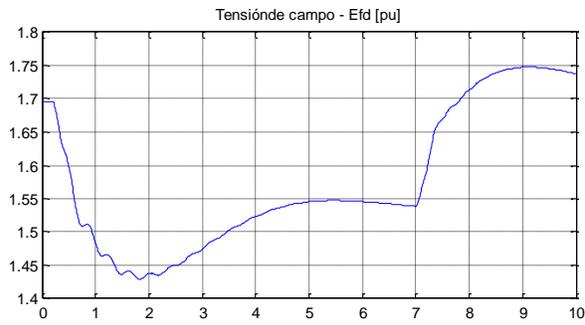


Figura 3-24: Variables de estado en el AVR. Falla y recuperación de 2 circuitos.

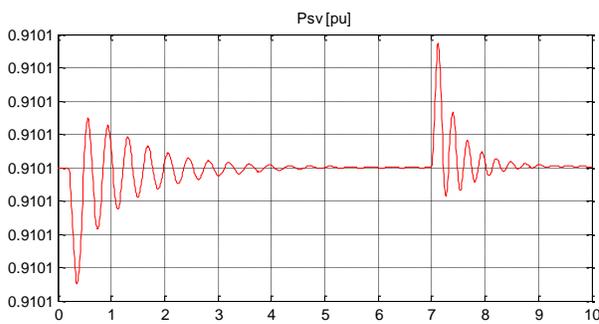
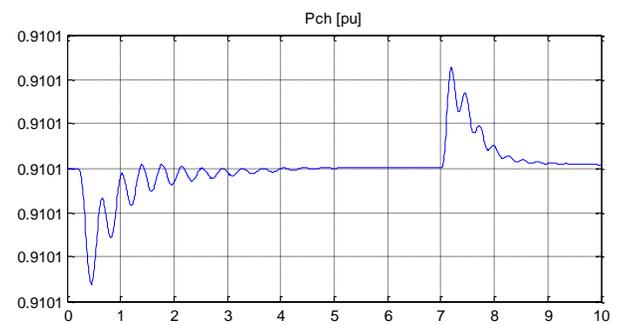
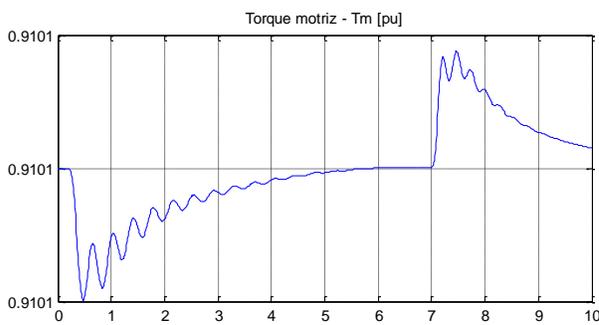


Figura 3-25: Variables de estado en el regulador de velocidad. Falla y recuperación de 2 circuitos.

En la Figura 3-26 se muestra con mayor detalle las características de las oscilaciones electromecánicas que se producen para ambas topologías de red, con un estado de un circuito en servicio en la línea de transmisión para t en $[0.2, 7.0]$, y con 3 circuitos para t en $[7.0, 10.0]$.

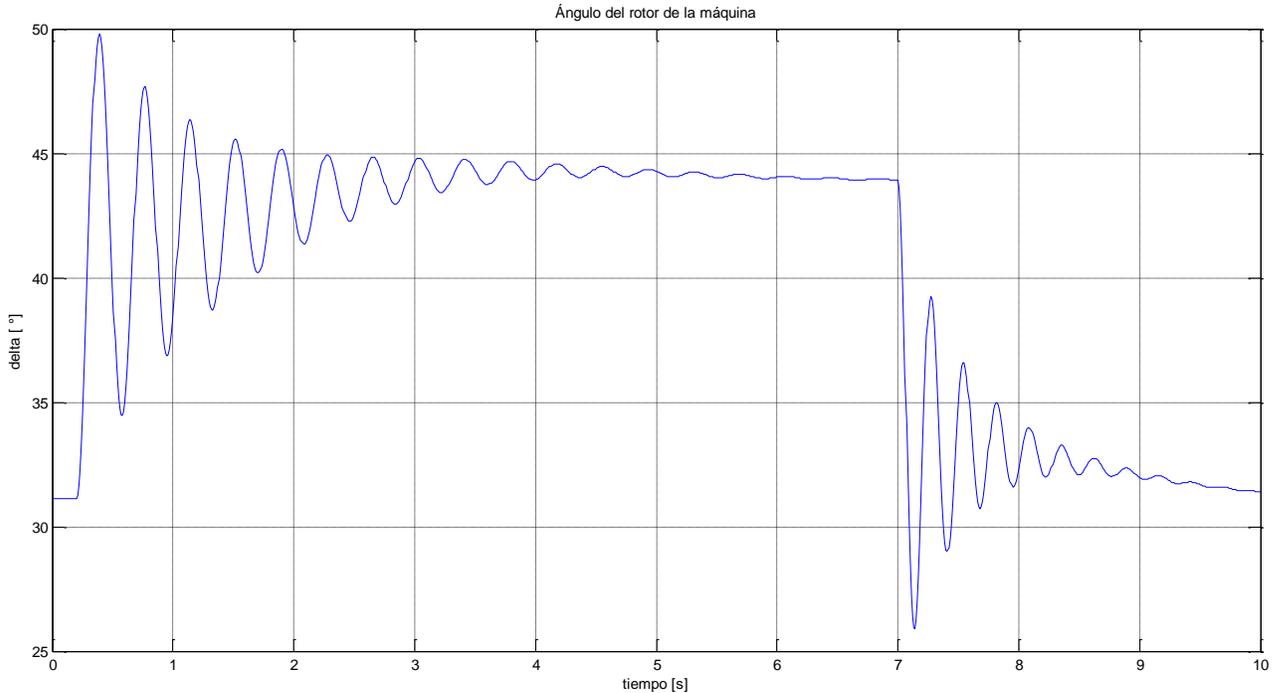


Figura 3-26: Evolución del ángulo del rotor. Falla y recuperación de 2 circuitos.

Para realizar un análisis cualitativo, se recurrirá a las expresiones mostradas en el ejemplo introductorio para máquina – barra infinita, modelado con 2 variables de estado, lo cual aplicado a este caso toma la forma:

(ec. 3.12)

$$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\mu = -\frac{D}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{D}{2M}\right)^2 - \frac{\omega_s E'_q V \cos(\delta_0)}{M(X_L + X'_d)}}$$

Los valores de las condiciones iniciales para evaluar la expresión de los valores propios se obtendrán a partir de los gráficos, los cuales se ha asumido que alcanzan el régimen permanente. El conjunto de datos necesarios para el análisis se muestran en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2: Parámetros y condiciones de régimen permanente (punto de equilibrio) para la simulación de la Figura 3-26.

	3 circuitos en servicio	1 circuito en servicio
D pu	0	0
M s	2.8	2.8
ω_s rad/s	100π	100π
V pu	1	1
X'_d pu	0.1198	0.1198
X_L pu	0.1	0.3
E'_{q0} pu	1.046	1.010
δ_0 rad	0.5435 rad	0.7665 rad
δ_0 [°]	31.14°	43.92°

El modelo simplificado no predice amortiguación de las oscilaciones cuando la constante de amortiguación vale cero, por lo cual ese modelo no resulta apropiado para estudiar amortiguaciones, dado que los controladores de la máquina y los elementos resistivos tanto de la red como del generador, atenúan en las distintas oscilaciones electromecánicas.

Respecto a la frecuencia de las oscilaciones en Hertz, el modelo predice:
(ec. 3.13)

$$f_{OBF} = \frac{1}{2\pi} \cdot \mu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\omega_s E'_q V \cos(\delta_0)}{M(X_L + X'_d)}}$$

Lo cual para las situaciones analizadas resulta en:

Tabla 3-3: Modos de oscilación aproximados para simulación de la Figura 3-26.

	3 circuitos en servicio	1 circuito en servicio
f_{OBF} [Hz]	3.4024	2.2192

Observando la Figura 3-26, se aprecia que en el intervalo para t en [8, 9] (tres circuitos) ocurren 4 máximos locales, en cambio, para valores de t en [2, 3] (un circuito) hay 3 mínimos locales, obteniendo frecuencias empíricas en torno a los 4 Hz y 3 Hz respectivamente. La fórmula subestima las frecuencias de oscilación, pero refleja de buena manera el efecto de la variación en la reactancia equivalente, y del ángulo inicial del rotor, que son los dos parámetros que presentaron la mayor diferencia, y por lo tanto, explican los cambios en el modo de oscilación.

3.3 MODELO SIMPLIFICADO MULTIMÁQUINA

Dado el tamaño del sistema en estudio, resulta apropiado reducir el número de ecuaciones diferenciales, por lo cual se trabajará solo con un modelo de 2 variables de estado por máquina, lo cual adicionalmente permite despejar explícitamente las corrientes, con lo cual también se ve reducido el número de variables algebraicas. De acuerdo a las simulaciones del punto anterior, se detectó que las variables asociadas a control de velocidad de la máquina prácticamente no sufren cambio. Además, los modos de oscilación se encontrarían determinados en mayor medida por la condición inicial angular y la reactancia equivalente, siendo relevante la tensión relevante solo si las fallas consideradas son cercanas a los generadores (puesto que la fuerte caída de tensión requeriría una acción importante de los AVR). Se considera un sistema de “n” barras, donde las primeras “m” corresponden a barras con generadores sincrónicos.

3.3.1 Orden del modelo

Variables de estado:

- Dinámicas : $\delta_i, \Delta\omega_i$ (2m)

$$\vec{x} = (\delta_1, \Delta\omega_1, \delta_2 \dots \Delta\omega_{m-1}, \delta_m, \Delta\omega_m)$$
- Algebraicas : V_i, θ_i (2n)

$$\vec{y} = (\theta_1, V_1, \theta_2 \dots V_{m-1}, \theta_m, V_m \dots \theta_{m+1}, V_{m+1}, \theta_{m+2} \dots V_{n-1}, \theta_n, V_n) = (\vec{y}_g \vdots \vec{y}_{ng})$$

3.3.2 Ecuaciones diferenciales - algebraicas

En su forma canónica: $\dot{x} = f(x, y)$

(ecs. 3.14)

- $\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_s * \Delta\omega_i \quad i = 1 \dots m$
- $\frac{d\Delta\omega_i}{dt} = \frac{1}{M_i} * \left(T_{Mi} - \frac{E'_i V_i}{X'_{di}} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) - D_i * \Delta\omega_i \right) \quad i = 1 \dots m$

Ecuaciones algebraicas: $0 = g(x, y)$

(ecs. 3.15)

- $0 = [\sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})] - \left[\frac{E'_i V_i}{X'_{di}} \text{sen}(\delta_i - \theta_i) \right] + P_{Li}(V_i) \quad i = 1 \dots m$
- $0 = [\sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})] - \left[\frac{E'_i V_i}{X'_{di}} \cos(\delta_i - \theta_i) - \frac{V_i^2}{X'_{di}} \right] + Q_{Li}(V_i) \quad i = 1 \dots m$
- $0 = [\sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})] + P_{Li}(V_i) \quad i = m + 1 \dots n$

- $0 = [\sum_{k=1}^n V_i V_k Y_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik})] + Q_{Li}(V_i) \quad i = m + 1 \dots n$

3.3.3 Condiciones iniciales y parámetros del sistema

Dados los valores de tensión y ángulo iniciales en todas las barras (V_{i0}, θ_{i0}), obtenidos a través del flujo de potencia clásico, las condiciones iniciales $\delta_{i0}, \Delta\omega_{i0}$, y los parámetros T_{Mi}, E'_i pueden ser calculados a partir de las siguientes relaciones:

(ecs. 3.16)

- $\Delta\omega_{i0} = 0 \quad i = 1 \dots m$
- $\delta_{i0} = \theta_{i0} + \arctan\left(\frac{P_{Li}(V_{i0}) + \sum_{k=1}^n V_{i0} V_{k0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik})}{Q_{Li}(V_{i0}) + \frac{V_{i0}^2}{X'_{di}} + \sum_{k=1}^n V_{i0} V_{k0} Y_{ik} \text{sen}(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik})}\right) \quad i = 1 \dots m$
- $E'_i = \frac{X'_{di} * (P_{Li}(V_{i0}) + \sum_{k=1}^n V_{i0} V_{k0} Y_{ik} \cos(\theta_{i0} - \theta_{k0} - \alpha_{ik}))}{V_{i0} \text{sen}(\delta_{i0} - \theta_{i0})} \quad i = 1 \dots m$
- $T_{Mi} = \frac{E'_i V_{i0}}{X'_{di}} \text{sen}(\delta_{i0} - \theta_{i0}) \quad i = 1 \dots m$

3.3.4 Linealización

(ecs.3.17)

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y) \rightarrow \frac{d\Delta x}{dt} = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta y$$

$$0 = g(x, y) \rightarrow 0 = C \cdot \Delta x + D \cdot \Delta y$$

El objetivo de esta sección es encontrar expresiones para las matrices A, B, C y D que representan la linealización de las ecuaciones dinámicas y algebraicas del sistema. La convención utilizada para el orden de las variables es:

$$\vec{x} = (\delta_1, \Delta\omega_1, \delta_2 \dots \Delta\omega_{m-1}, \delta_m, \Delta\omega_m)$$

$$\vec{y} = (\theta_1, V_1, \theta_2 \dots V_{m-1}, \theta_m, V_m : \theta_{m+1}, V_{m+1}, \theta_{m+2} \dots V_{n-1}, \theta_n, V_n)$$

Posteriormente se podrá encontrar la matriz que linealiza el sistema, dada por:

(ec. 3.18)

$$\frac{d\Delta x}{dt} = (A - BD^{-1}C) \cdot \Delta x = J_S \cdot \Delta x$$

$$J_S = A - BD^{-1}C$$

A continuación se obtienen los coeficientes de las matrices de derivadas parciales. Todos los coeficientes de la matriz que no sean indicados explícitamente, tienen valor 0.

3.3.4.1 Matriz A

$$A = \left[\begin{array}{ccc} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_{2m}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_{2m}}{dx_1} & \dots & \frac{df_{2m}}{dx_{2m}} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

Para $i = 1 \dots m$
(ecs. 3.18)

$$\frac{\partial f_{2i-1}}{\partial x_{2i-1}} = \frac{\partial f_{i,1}}{\partial \delta_i} = 0$$

$$\frac{\partial f_{2i}}{\partial x_{2i-1}} = \frac{\partial f_{i,2}}{\partial \delta_i} = -\frac{E'_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{M_i X'_{di}}$$

$$\frac{\partial f_{2i-1}}{\partial x_{2i}} = \frac{\partial f_{i,1}}{\partial \Delta \omega_i} = \omega_S$$

$$\frac{\partial f_{2i}}{\partial x_{2i}} = \frac{\partial f_{i,2}}{\partial \Delta \omega_i} = -\frac{D_i}{M_i}$$

3.3.4.2 Matriz B

$$B = \left[\begin{array}{ccc} \frac{df_1}{dy_1} & \dots & \frac{df_1}{dy_{2n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_{2m}}{dy_1} & \dots & \frac{df_{2m}}{dy_{2n}} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

(ecs. 3.19)

Para $i = 1 \dots m$

$$\frac{\partial f_{2i-1}}{\partial y_{2i-1}} = \frac{\partial f_{i,1}}{\partial \theta_i} = 0$$

$$\frac{\partial f_{2i-1}}{\partial y_{2i}} = \frac{\partial f_{i,1}}{\partial V_i} = 0$$

$$\frac{\partial f_{2i}}{\partial y_{2i-1}} = \frac{\partial f_{i,2}}{\partial \theta_i} = \frac{E'_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{M_i X'_{di}}$$

$$\frac{\partial f_{2i}}{\partial y_{2i}} = \frac{\partial f_{i,2}}{\partial V_i} = -\frac{E'_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{M_i X'_{di}}$$

3.3.4.3 Matriz C

$$C = \left[\begin{array}{ccc} \frac{dg_1}{dx_1} & \dots & \frac{dg_1}{dx_{2m}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_{2n}}{dx_1} & \dots & \frac{dg_{2n}}{dx_{2m}} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

(ecs. 3.20)

Para $i = 1 \dots m$

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial x_{2i-1}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial \delta_i} = -\frac{E'_i V_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}}$$

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial x_{2i}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial \Delta\omega_i} = 0$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial x_{2i-1}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial \delta_i} = \frac{E'_i V_i \text{sen}(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}}$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial x_{2i}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial \Delta\omega_i} = 0$$

3.3.4.4 Matriz D

$$D = \left[\begin{array}{ccc} \frac{dg_1}{dy_1} & \dots & \frac{dg_1}{dy_{2n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dg_{2n}}{dy_1} & \dots & \frac{dg_{2n}}{dy_{2n}} \end{array} \right]_{(x_{eq}, y_{eq})}$$

(ecs. 3.21)

Para $i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial y_{2i-1}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial \theta_i} = -V_i \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k Y_{ik} \text{sen}(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \right] - \left[\frac{V_i E'_i \cos(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}} \right]$$

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial y_{2i}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial V_i} = \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \right] + 2V_i Y_{ii} \cos(-\alpha_{ii}) + \left[\frac{E'_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}} \right]$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial y_{2i-1}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial \theta_i} = V_i \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k Y_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \right] + \left[\frac{V_i E'_i \sin(\delta_i - \theta_i)}{X'_{di}} \right]$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial y_{2i}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial V_i} = \left[\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n V_k Y_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k - \alpha_{ik}) \right] + 2V_i Y_{ii} \sin(-\alpha_{ii}) + \left[\frac{E'_i \cos(\delta_i - \theta_i) - 2V_i}{X'_{di}} \right]$$

Se han modelado los consumos con una característica de potencia constante, si se deseara emplear otro modelo, basta agregar a las derivadas con respecto a V el término de la sensibilidad de las potencias respecto a la tensión. Además, los términos que asociados a las potencias de los generadores aplican solo a las barras con generación.

(ecs. 3.22)

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial y_{2j-1}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial \theta_j} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij})$$

$$\frac{\partial g_{2i-1}}{\partial y_{2j}} = \frac{\partial g_{i,1}}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij})$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial y_{2j-1}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial \theta_j} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij})$$

$$\frac{\partial g_{2i}}{\partial y_{2j}} = \frac{\partial g_{i,2}}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij})$$

4 SISTEMA SIMPLIFICADO EN ESTUDIO

La red eléctrica considerada para el análisis corresponde al tramo del Sistema Interconectado Central chileno (SIC) comprendido entre las subestaciones Nogales por el norte, y Charrúa por el sur. Este subsistema resulta de interés por concentrar de manera importante los consumos, siendo abastecido ya sea desde el norte a través de una generación predominantemente térmica, o desde el sur con una componente de generación mayormente hidráulica. De esta forma, el centro del SIC representa el punto de confluencia de las inyecciones de un sistema físicamente muy largo y con características disímiles de generación por zona. En la Figura 4-1 se muestra el sistema a estudiar y su ubicación geográfica.

4.1.1 Topología simplificada del sistema

Se ha elaborado una versión simplificada, que contemple las principales inyecciones de potencia, así como los nudos más relevantes de los sistemas de 500 kV y 220 kV. Adicionalmente, se decidió incorporar parte del sistema de 154 kV, por su importante rol en cuanto a la conectividad de los sistemas de 220 kV entre las subestaciones Alto Jahuel y Ancoa, representando así la segunda interconexión más importante entre estas subestaciones, después del corredor troncal de 500 kV. Finalmente, se incluye la modelación del anillo de 110 kV de Chilectra, el cual representa el mayor centro de consumo del SIC.

El estudio contempla un análisis comparativo de la respuesta dinámica del sistema según la topología de la red de transmisión o “grado de enmallamiento”, por lo cual se presentan dos diagramas unilineales, los que constituyen una representación del SIC actual (2012, Figura 4-2) y otra un año después, incorporando las obras más relevantes del Estudio de Transmisión Troncal para el cuatrienio 2011 – 2014 (2013, Figura 4-3).

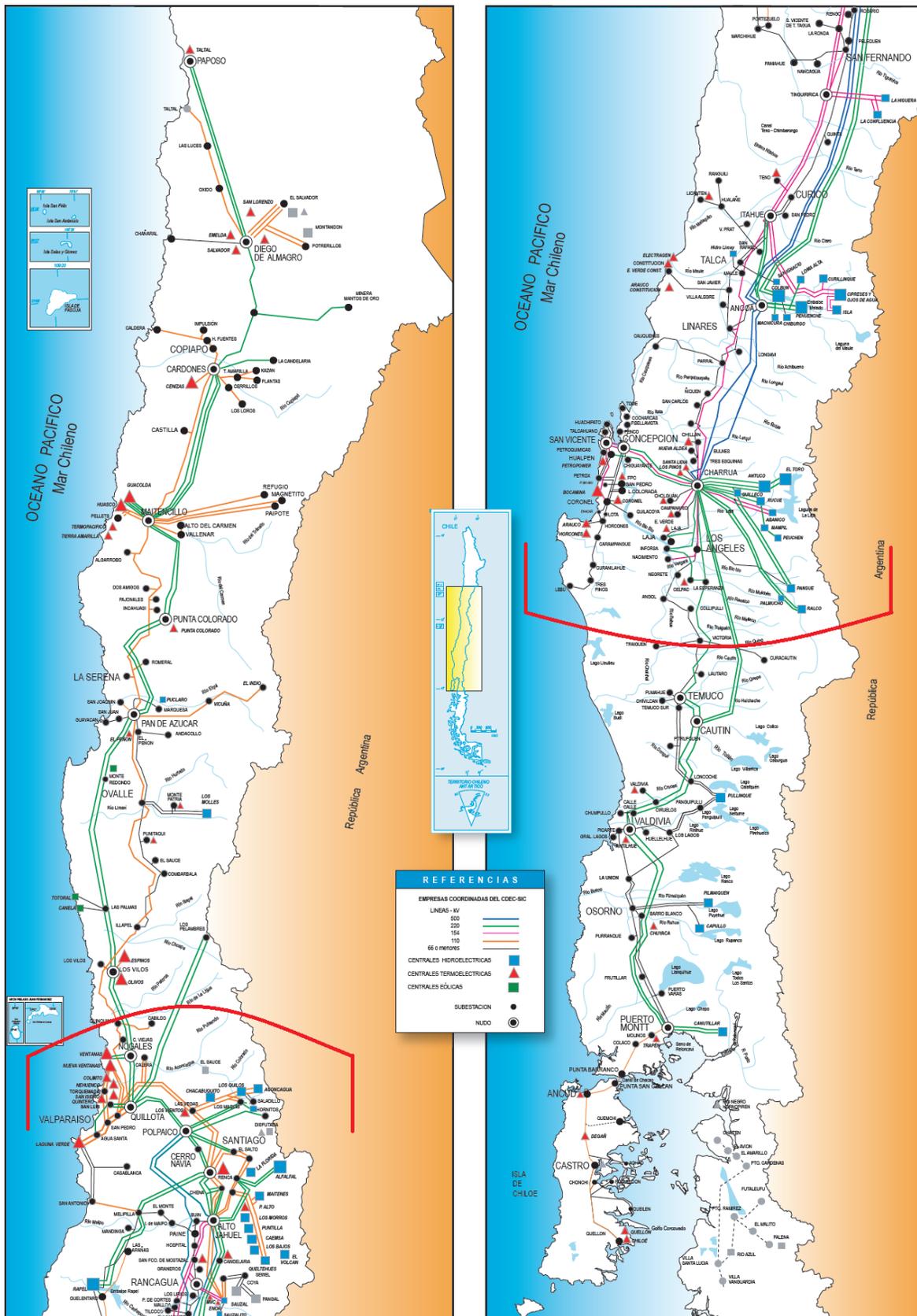


Figura 4-1: Mapa del SIC. Actualizado a Mayo 2012, CDEC-SIC.

El sistema reducido de 31 barras, con la numeración utilizada para las simulaciones, se conforma por:

Tabla 4-1: Barras del sistema equivalente.

N°	S/E	Tensión		N°	S/E	Tensión
Barra 1	Charrúa	220 kV		Barra 17	Tinguiririca	154 kV
Barra 2	Santa María	220 kV		Barra 18	Rancagua	154 kV
Barra 3	Ancoa	220 kV		Barra 19	Alto Jahuel	154 kV
Barra 4	Cipreses	154 kV		Barra 20	Candelaria	220 kV
Barra 5	Colbún	220 kV		Barra 21	Alto Jahuel	220 kV
Barra 6	Rapel	220 kV		Barra 22	Chena	220 kV
Barra 7	Cerro Navia	110 kV		Barra 23	Cerro Navia	220 kV
Barra 8	Los Almendros	220 kV		Barra 24	Polpaico	220 kV
Barra 9	San Luis	220 kV		Barra 25	Quillota	220 kV
Barra 10	Ventanas	220 kV		Barra 26	Nogales	220 kV
Barra 11	Charrúa	500 kV		Barra 27	El Salto	220 kV
Barra 12	Ancoa	500 kV		Barra 28	El Salto	110 kV
Barra 13	Alto Jahuel	500 kV		Barra 29	Los Almendros	110 kV
Barra 14	Polpaico	500 kV		Barra 30	Alto Jahuel	110 kV
Barra 15	Itahue	220 kV		Barra 31	Chena	110 kV
Barra 16	Itahue	154 kV				

Las obras de ampliación más relevantes consideradas para el año 2013 en la zona en cuestión son:

- Seccionamiento de la línea 500 kV Ancoa – Polpaico, en S/E Alto Jahuel.
- Primer circuito de la nueva línea Ancoa – Alto Jahuel 2 x 500 kV.
- Tercer autotransformador 500/220 kV en S/E Charrúa.
- Interconexión Colbún – Ancoa 220 kV.
- Segundo transformador 220/110 kV en S/E El Salto.

Los parámetros de la red representada fueron obtenidos de las planillas de información técnica del CDEC-SIC, realizando las simplificaciones pertinentes. A modo de ejemplo, se despreciaron interconexiones débiles (tensiones menores 154 kV, excepto anillo de Chilectra en 110 kV), y las líneas fueron modeladas solo a través de sus impedancias serie.

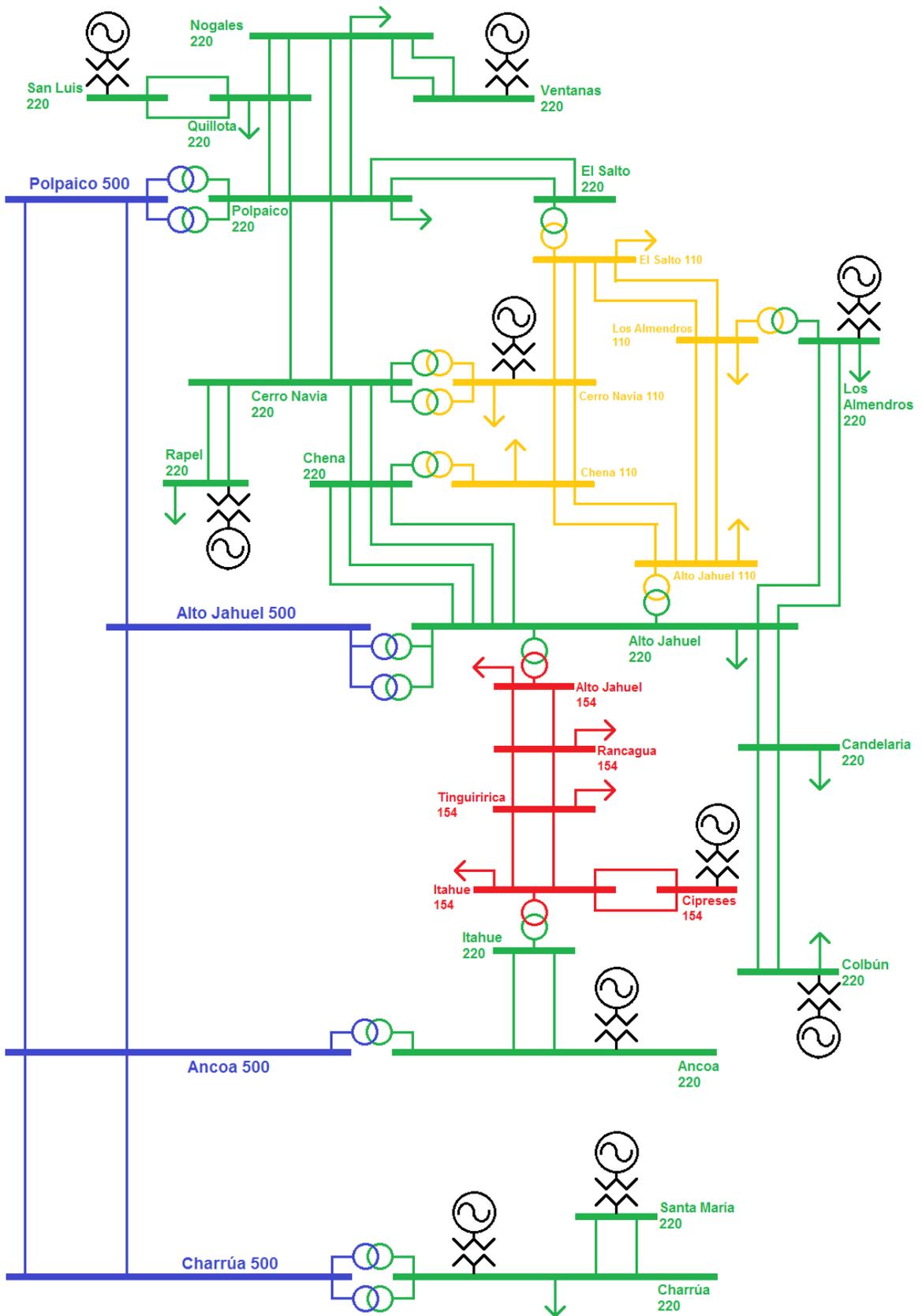


Figura 4-2: Modelo de simplificado del SIC a Junio 2012.

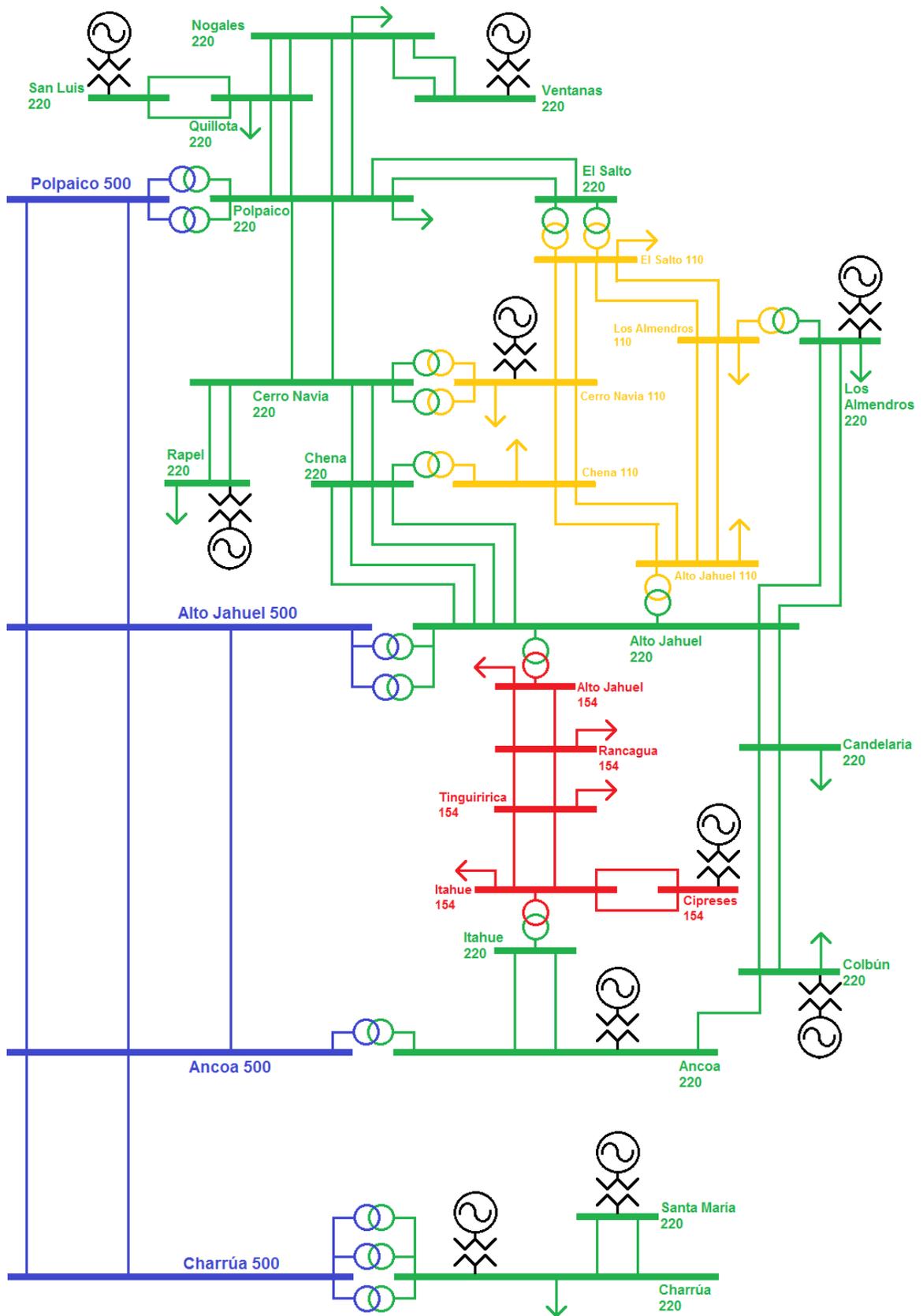


Figura 4-3: Modelo de simplificado del SIC a Junio 2013.

4.1.2 Generadores equivalentes simplificados

Según la bibliografía [19] es posible representar un conjunto de máquinas cercanas entre sí y lejanas al punto de falla mediante una máquina equivalente, dado que estas por lo general oscilaran de forma coherente. En la práctica, esto significa que máquinas con las características descritas tienden a formar clusters que oscilan de manera conjunta a bajas frecuencias. Aquellas máquinas más cercanas a la falla presentan oscilaciones de mayor frecuencia. Para efectos del estudio, se agruparán conjuntos de máquinas de características tecnológicas similares y en ubicaciones eléctricamente cercanas, sumando adecuadamente las constantes de inercia en base de potencia del sistema, y realizando el paralelo de las reactancias transitorias de eje directo [13]. Respecto a este último punto habrá que considerar como reactancia equivalente por cada máquina aquella que además de la reactancia del generador, incluya las reactancias del transformador elevador, y si correspondiera, de las líneas hasta el punto de inyección.

De esta forma, se representan 10 generadores numerados en el mismo orden de las barras, según se muestra en la Tabla 4-2.

Para el estudio al año 2012 se considera que central Santa María aún no ha entrado en servicio, pero para el 2013 inyecta 350 MW al sistema.

4.1.3 Puntos de retiro

En cada una de las barras se asocian consumos correspondientes a los retiros efectuados por consumidores desde ellas, así como los flujos hacia barras no representadas en esta red de 31 nodos. De modo grueso, en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se presentan los consumos considerados al 2012, indicando a qué corresponden.

Para el 2013 se incluye el consumo de servicios auxiliares en central Santa María, además de incrementar en un 6% el resto de los consumos, porcentaje que corresponde a la tasa anual de crecimiento de la demanda por energía observada los últimos años.

Tabla 4-2: Datos de los generadores en estudio.

N° Barra	Generador	Barra conexión	Geeradores considerados	Potencia Aparente S MVA	Cte. De Inercia M s	Cte. De Amortiguación D pu	Reactancia Transitoria Xdp pu
1	Eq. Charrúa	Charrúa 220	Ralco U1 y U2 El Toro U1, U2, U3 y U4 Pangue U1 y U2 Antuco U1 y U2	2020	146.00	1.0100	0.0294
2	Santa María	Santa María 220	Santa María U1	435	52.20	0.2175	0.0996
3	Eq. Pehuenche	Ancoa 220	Pehuenche U1 y U2	525	38.61	0.2625	0.1255
4	Eq. Cipreses	Cipreses 154	Cipreses U1, U2 y U3 Isla U1 y U2	170	7.05	0.0850	0.2201
5	Eq. Colbún	Colbún 220	Colbún U1 y U2	480	44.86	0.2400	0.1003
6	Eq. Rapel	Rapel 220	Rapel U1, U2, U3, U4 y U5	380	25.60	0.1900	0.1498
7	Eq. Nueva Renca	Cerro Navia 110	Nueva Renca TG y TV	400	35.20	0.2000	0.1021
8	Eq. Alfalfal	Los Almendros 220	Alfalfal U1 y U2	210	12.60	0.1050	0.1905
9	Eq. San Luis	San Luis 220	San Isidro I TG y TV San Isidro II TG y TV Nehuenco II TG y TV	1380	143.10	0.6900	0.0413
10	Eq. Ventanas	Ventanas 220	Ventanas 1 Ventanas 2 Nueva Ventanas	710	59.28	0.3550	0.0833

Tabla 4-3: Puntos de retiro del sistema.

Barra	Subestación	P _{CON} MW	Q _{CON} MVar	Retiros
1	Charrúa 220	550	120	Concepción, Charrúa al sur
2	Santa María 220	0	0	-
3	Ancoa 220	0	0	-
4	Cipreses 154	0	0	-
5	Colbún 220	40	5	Papeleras CMPC
6	Rapel 220	60	20	Alto Melipilla
7	Cerro Navia 110	760	150	Santiago
8	Los Almendros 220	0	0	
9	San Luis 220	50	20	Servicios auxiliares
10	Ventanas 220	300	80	Quinta región costa
11	Charrúa 500	0	0	-
12	Ancoa 500	0	0	-
13	Alto Jahuel 500	0	0	-
14	Polpaico 500	0	0	-
15	Itahue 220	0	0	-
16	Itahue 154	100	20	Itahue, Maule, Linares, Teno
17	Tinguiririca 154	0.60	0.15	Teno, Malloa
18	Rancagua 154	0.60	0.15	Rancagua, Punta de Cortes
19	Alto Jahuel 154	0.40	0.10	Paine, Alto Jahuel
20	Candelaria 220	2.00	0.60	Minería Codelco
21	Alto Jahuel 220	0.00	0.00	-
22	Chena 220	0.00	0.00	-
23	Cerro Navia 220	0.00	0.00	-
24	Polpaico 220	1.20	0.20	Minería Angloamerican
25	Quillota 220	3.00	1.20	Quinta región valle
26	Nogales 220	1.80	0.40	SIC al norte de Nogales
27	El Salto 220	0.00	0.00	-
28	El Salto 110	3.60	0.40	Santiago
29	Los Almendros 110	2.20	0.20	Santiago
30	Alto Jahuel 110	2.60	0.30	Santiago
31	Chena 110	2.20	0.20	Santiago

4.1.4 Flujo de potencia

La condición operacional del sistema se corresponde de forma aproximada con una foto real del SIC en cuanto a los flujos por sus principales líneas de transmisión. El escenario contemplado considera una importante componente de generación desde el sur (hidrología media – alta), y en menor medida, generación térmica barata de los ciclos combinados de la zona central y centrales a carbón. El escenario de demanda se intenta ajustar a uno de demanda alta en un día laboral.

Para efectos de la resolución del flujo de potencia, en general bastará conocer las potencias inyectadas por barra (activa o reactiva según sea el caso), es decir, la diferencia entre la potencia generada y la potencia consumida. Sin embargo, se entrega un desglose de generación y consumos, puesto que los datos de los consumos son necesarios para la determinación del estado de las máquinas generadoras.

En la Tabla 4-5 y la Tabla 4-6 respectivamente se entregan los datos para el flujo de potencia simulado al año 2012 y 2013. Mediante la implementación del método de Gauss – Seidel en matlab, se obtienen las tensiones en todas las barras del sistema ambos escenarios, resultado que se muestra en la Tabla 4-7.

Por último, para tener una imagen del flujo de potencia en la red, en la Tabla 4-4 se muestran las transferencias de potencia activa a través de los transformadores del sistema, en MW. Además se incluye la transferencia por el cable Ancoa – Colbún, el cual representa un enlace nuevo en el sistema 2013.

Tabla 4-4: Transferencias de potencia activa por transformadores del sistema.

Barras	Nodo A	Nodo B	Flujo A → B 2012	Flujo A → B 2013
1 - 11	Charrúa 220	Charrúa 500	749.5 MW	951.4 MW
3 - 12	Ancoa 220	Ancoa 500	161.5 MW	210.4 MW
7 - 23	Cerro Navia 110	Cerro Navia 220	-440.7 MW	-444.2 MW
8 - 29	Los Almendros 220	Los Almendros 110	241.2 MW	239.5 MW
13 - 21	Alto Jahuel 500	Alto Jahuel 220	579.0 MW	744.0 MW
14 - 24	Polpaico 500	Polpaico 220	315.4 MW	397.0 MW
15 - 16	Itahue 220	Itahue 154	137.9 MW	150.0 MW
19 - 21	Alto Jahuel 154	Alto Jahuel 220	-14.2 MW	-18.27 MW
21 - 30	Alto Jahuel 220	Alto Jahuel 110	277.2 MW	294.2 MW
22 - 31	Chena 220	Chena 110	252.1 MW	262.8 MW
27 - 28	El Salto 220	El Salto 110	289.2 MW	369.4 MW
3 - 5	Ancoa 220	Colbún 220	0.0 MW	-60.8 MW

Tabla 4-5: Datos para el flujo de potencia, escenario 2012.

Barra	Subestación	P _{GEN} pu	Q _{GEN} pu	P _{CON} pu	Q _{CON} pu	P _{INY} pu	Q _{INY} pu	V pu	θ [°]	Tipo
1	Charrúa 220	12.59	X	5.50	X	7.09	X	1.045	0	Slack
2	Santa María 220	0.01	X	0.00	X	0.01	X	1.045	X	PV
3	Ancoa 220	3.00	X	0.00	X	3.00	X	1.040	X	PV
4	Cipreses 154	0.50	X	0.00	X	0.50	X	1.060	X	PV
5	Colbún 220	3.60	X	0.40	X	3.20	X	1.040	X	PV
6	Rapel 220	1.40	X	0.60	X	0.80	X	1.030	X	PV
7	Cerro Navia 110	3.20	X	7.60	X	-4.40	X	1.005	X	PV
8	Los Almendros 220	0.80	X	0.00	X	0.80	X	1.030	X	PV
9	San Luis 220	7.60	X	0.50	X	7.10	X	1.030	X	PV
10	Ventanas 220	5.50	X	3.00	X	2.50	X	1.030	X	PV
11	Charrúa 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
12	Ancoa 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
13	Alto Jahuel 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
14	Polpaico 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
15	Itahue 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
16	Itahue 154	0.00	0.00	1.00	0.20	-1.00	-0.20	X	X	PQ
17	Tinguiririca 154	0.40	0.05	0.60	0.15	-0.20	-0.10	X	X	PQ
18	Rancagua 154	0.20	0.05	0.60	0.15	-0.40	-0.10	X	X	PQ
19	Alto Jahuel 154	0.00	0.00	0.40	0.10	-0.40	-0.10	X	X	PQ
20	Candelaria 220	0.00	0.00	2.00	0.60	-2.00	-0.60	X	X	PQ
21	Alto Jahuel 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
22	Chena 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
23	Cerro Navia 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
24	Polpaico 220	0.00	0.00	1.20	0.20	-1.20	-0.20	X	X	PQ
25	Quillota 220	0.00	0.00	3.00	1.20	-3.00	-1.20	X	X	PQ
26	Nogales 220	0.00	0.00	1.80	0.40	-1.80	-0.40	X	X	PQ
27	El Salto 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	X	X	PQ
28	El Salto 110	0.00	0.00	3.60	0.40	-3.60	-0.40	X	X	PQ
29	Los Almendros 110	0.00	0.00	2.20	0.20	-2.20	-0.20	X	X	PQ
30	Alto Jahuel 110	0.00	0.00	2.60	0.30	-2.60	-0.30	X	X	PQ
31	Chena 110	0.00	0.00	2.20	0.20	-2.20	-0.20	X	X	PQ

Tabla 4-6: Datos para el flujo de potencia, escenario 2013.

Barra	Subestación	P _{GEN} pu	Q _{GEN} pu	P _{CON} pu	Q _{CON} pu	P _{INY} pu	Q _{INY} pu	V pu	θ [°]	Tipo
1	Charrúa 220	11.88	x	5.83	x	6.05	x	1.045	0	Slack
2	Santa María 220	3.20	x	0.15	x	3.05	x	1.045	x	PV
3	Ancoa 220	3.00	x	0.00	x	3.00	x	1.040	x	PV
4	Cipreses 154	0.50	x	0.00	x	0.50	x	1.060	x	PV
5	Colbún 220	3.60	x	0.42	x	3.18	x	1.040	x	PV
6	Rapel 220	1.40	x	0.64	x	0.76	x	1.030	x	PV
7	Cerro Navia 110	3.20	x	8.06	x	-4.86	x	1.005	x	PV
8	Los Almendros 220	0.80	x	0.00	x	0.80	x	1.030	x	PV
9	San Luis 220	7.60	x	0.53	x	7.07	x	1.030	x	PV
10	Ventanas 220	5.50	x	3.18	x	2.32	x	1.030	x	PV
11	Charrúa 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
12	Ancoa 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
13	Alto Jahuel 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
14	Polpaico 500	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
15	Itahue 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
16	Itahue 154	0.00	0.00	1.06	0.21	-1.06	-0.21	x	x	PQ
17	Tinguiririca 154	0.40	0.05	0.64	0.16	-0.24	-0.11	x	x	PQ
18	Rancagua 154	0.20	0.05	0.64	0.16	-0.44	-0.11	x	x	PQ
19	Alto Jahuel 154	0.00	0.00	0.42	0.11	-0.42	-0.11	x	x	PQ
20	Candelaria 220	0.00	0.00	2.12	0.64	-2.12	-0.64	x	x	PQ
21	Alto Jahuel 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
22	Chena 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
23	Cerro Navia 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
24	Polpaico 220	0.00	0.00	1.27	0.21	-1.27	-0.21	x	x	PQ
25	Quillota 220	0.00	0.00	3.18	1.27	-3.18	-1.27	x	x	PQ
26	Nogales 220	0.00	0.00	1.91	0.42	-1.91	-0.42	x	x	PQ
27	El Salto 220	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	x	x	PQ
28	El Salto 110	0.00	0.00	3.82	0.42	-3.82	-0.42	x	x	PQ
29	Los Almendros 110	0.00	0.00	2.33	0.21	-2.33	-0.21	x	x	PQ
30	Alto Jahuel 110	0.00	0.00	2.76	0.32	-2.76	-0.32	x	x	PQ
31	Chena 110	0.00	0.00	2.33	0.21	-2.33	-0.21	x	x	PQ

Tabla 4-7: Tensiones de barra, simulaciones 2012 y 2013.

Barra	Subestación	V pu 2012	θ [°] 2012	V pu 2013	θ [°] 2013
1	Charrúa 220	1.0450	0.00	1.0450	0.00
2	Santa María 220	1.0450	0.01	1.0450	3.53
3	Ancoa 220	1.0400	-4.84	1.0400	-4.40
4	Cipreses 154	1.0600	-6.84	1.0600	-6.80
5	Colbún 220	1.0400	-1.25	1.0400	-4.39
6	Rapel 220	1.0300	-13.09	1.0300	-13.74
7	Cerro Navia 110	1.0050	-19.01	1.0050	-19.59
8	Los Almendros 220	1.0300	-15.96	1.0300	-16.04
9	San Luis 220	1.0300	-9.35	1.0300	-10.46
10	Ventanas 220	1.0300	-9.63	1.0300	-10.86
11	Charrúa 500	1.0373	-3.94	1.0379	-3.34
12	Ancoa 500	1.0278	-6.54	1.0253	-6.62
13	Alto Jahuel 500	1.0099	-10.84	1.0113	-10.01
14	Polpaico 500	1.0123	-10.43	1.0106	-10.89
15	Itahue 220	1.0301	-6.69	1.0292	-6.42
16	Itahue 154	1.0247	-9.10	1.0236	-9.05
17	Tinguiririca 154	1.0070	-11.87	1.0053	-12.02
18	Rancagua 154	0.9992	-13.75	0.9979	-13.98
19	Alto Jahuel 154	1.0016	-14.45	1.0016	-14.64
20	Candelaria 220	0.9996	-13.17	1.0013	-13.91
21	Alto Jahuel 220	1.0083	-14.19	1.0092	-14.31
22	Chena 220	1.0041	-14.96	1.0043	-15.32
23	Cerro Navia 220	1.0043	-14.92	1.0043	-15.46
24	Polpaico 220	1.0146	-12.24	1.0136	-13.18
25	Quillota 220	1.0244	-10.24	1.0241	-11.35
26	Nogales 220	1.0207	-10.85	1.0203	-11.99
27	El Salto 220	1.0054	-14.76	1.0038	-16.42
28	El Salto 110	1.0019	-19.65	1.0030	-19.54
29	Los Almendros 110	1.0081	-19.44	1.0086	-19.50
30	Alto Jahuel 110	1.0017	-18.73	1.0017	-19.12
31	Chena 110	1.0025	-18.77	1.0023	-19.29

Algunos aspectos que resaltan al comparar los flujos de potencia para ambos escenarios, y que además sirven para validar estos resultados:

- Se aprecia un incremento considerable al pasar del 2012 al 2013 en las transferencias desde el sur, dado que el aumento de la demanda es absorbido por las centrales Santa María y Equivalente Charrúa.
- El efecto de las nuevas obras, y el del aumento de las transferencias, se contraponen. Por un lado, las líneas que experimentan un mayor incremento de transferencias tienden a alejarse eléctricamente (sistema de 500 kV), mientras que aquellas que mantienen sus flujos similares en los 2 años de estudio y se ven beneficiadas por nuevas inversiones, tienden a acercarse (caso del transformador de El Salto, y el cable Ancoa – Colbún).
- Se observa un claro “acercamiento eléctrico” entre las barras de Ancoa 220 y Colbún 220, por el ingreso del cable Ancoa-Colbún. Dada la baja impedancia de este enlace, ambas barras pasan a operar el 2013 con ángulos y tensiones muy parecidas. Se hace la observación que en el escenario 2013 no se podría definir valores distintos para las tensiones de las barras Ancoa 220 y Colbún 220, dado que ello requeriría un enorme flujo de reactivos desde la barra de mayor tensión:

$$Q_{ij} = \frac{V_i V_j}{x_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j) - \frac{V_j^2}{x_{ij}}. \text{ Aproximando en este caso } \cos(\theta_i - \theta_j) \approx 1, Q_{ij} \approx \frac{V_j * (V_i - V_j)}{x_{ij}}, \text{ lo que para una baja reactancia se traduce en un alto Q.}$$

4.1.5 Condiciones iniciales y parámetros de los generadores

Se implementaron en matlab las ecuaciones descritas en el modelo para el cálculo de condiciones iniciales de las máquinas, así como sus variables de entrada de Torque mecánico y Tensión interna tras la reactancia transitoria. En la Tabla 4-8 y Tabla 4-9 se muestran estos resultados, los cuales son además contrastados con los ángulos y tensiones en las barras de inyección, para dar una noción de las inyecciones de potencia activa y reactiva al sistema.

Tabla 4-8: Valores de condiciones iniciales y parámetros de generadores. Simulación 2012.

N° Barra	Generador	δ [°]	θ [°]	$\delta-\theta$ [°]	E pu	V pu	Tm pu
1	Eq. Charrúa	18.24	0.00	18.24	1.1673	1.0450	12.99
2	Santa María	0.06	0.01	0.05	1.0449	1.0450	0.01
3	Eq. Pehuenche	12.63	-4.84	17.47	1.2059	1.0400	3.00
4	Eq. Cipreses	-1.51	-6.84	5.34	1.1164	1.0600	0.50
5	Eq. Colbún	16.28	-1.25	17.53	1.1528	1.0400	3.60
6	Eq. Rapel	-2.73	-13.09	10.36	1.1317	1.0300	1.40
7	Eq. Nueva Renca	-3.91	-19.01	15.10	1.2479	1.0050	3.20
8	Eq. Alfalfal	-10.27	-15.96	5.68	1.4946	1.0300	0.80
9	Eq. San Luis	5.88	-9.35	15.23	1.1602	1.0300	7.60
10	Eq. Ventanas	11.47	-9.63	21.10	1.2357	1.0300	5.50

Tabla 4-9: Valores de condiciones iniciales y parámetros de generadores. Simulación 2013

N° Barra	Generador	δ [°]	θ [°]	$\delta-\theta$ [°]	E pu	V pu	Tm pu
1	Eq. Charrúa	17.04	0.00	17.04	1.1818	1.0450	12.31
2	Santa María	20.03	3.53	16.51	1.0734	1.0450	3.20
3	Eq. Pehuenche	12.62	-4.40	17.02	1.2377	1.0400	3.00
4	Eq. Cipreses	-1.48	-6.80	5.32	1.1189	1.0600	0.50
5	Eq. Colbún	13.39	-4.39	17.78	1.1371	1.0400	3.60
6	Eq. Rapel	-3.40	-13.74	10.34	1.1345	1.0300	1.40
7	Eq. Nueva Renca	-4.70	-19.59	14.88	1.2659	1.0050	3.20
8	Eq. Alfalfal	-10.31	-16.04	5.74	1.4808	1.0300	0.80
9	Eq. San Luis	4.69	-10.46	15.15	1.1661	1.0300	7.60
10	Eq. Ventanas	10.07	-10.86	20.94	1.2447	1.0300	5.50

5 ANÁLISIS MODAL DEL SISTEMA DE ESTUDIO Y COMENTARIOS

El objetivo de encontrar todas las condiciones iniciales del sistema es finalmente obtener la matriz que linealiza el sistema. Las ecuaciones presentadas en el capítulo 3 para la linealización de las ecuaciones diferenciales y algebraicas se implementaron en Matlab, de modo de obtener las matrices A, B, C y D indicadas en su momento.

$$\begin{cases} \frac{d\Delta x}{dt} = (A - BD^{-1}C) \cdot \Delta x = J_S \cdot \Delta x \\ J_S = A - BD^{-1}C \end{cases}$$

Luego, esto fue aplicado para las condiciones del sistema presente (2012) y futuro (2013), obteniéndose las matrices de estado. Posteriormente, se procede a encontrar los vectores propios de estas matrices. Para ello, utilizando Matlab se calcula de inmediato la matriz de paso Q en su forma ortonormal, lo cual hace que los vectores propios derechos sean iguales a los vectores propios izquierdos.

$$J_S = Q \cdot D_S \cdot Q^T$$

En las figuras Figura 5-1 y Figura 5-2 y Figura 5-3 se puede observar la ubicación en el plano complejo de los distintos modos de oscilación, correspondientes en su mayoría a oscilaciones amortiguadas (valor complejo de parte real negativa), exceptuando 2 valores propios reales. En [2] se hace referencia a la existencia de un valor propio nulo, el cual es la referencia angular. Este valor propio podría haberse eliminado realizando una transformación en los ángulos, de modo que $\delta_i' = \delta_i - \delta_1$, dejando así la referencia en el generador 1. Consecuentemente, y dado que en este caso se tiene un número par de variables de estado, debe existir otro valor propio real asociado a una raíz del polinomio definido por el determinante de la matriz de estado (polinomio de grado “2m” para este modelo, donde “m” es el número de generadores).

En las figuras Figura 5-2 y Figura 5-4 se grafican los factores de participación para los valores propios impares (dado que el valor propio par simplemente es el conjugado del impar). Recordando que el vector de estado tiene la forma $\vec{x} = (\delta_1, \Delta\omega_1, \delta_2, \dots, \Delta\omega_{m-1}, \delta_m, \Delta\omega_m)$, se observa que son las variables angulares de cada máquina las que participan de los modos de oscilación.

5.1 VALORES Y VECTORES PROPIOS 2012

Tabla 5-1: Valores propios del sistema, 2012.

Modo	real	imaginario	frecuencia Hz	amortiguación %
1	-0.0041	13.0914	2.0836	0.0313
2	-0.0041	-13.0914	2.0836	0.0313
3	-0.006	11.2679	1.7933	0.0532
4	-0.006	-11.2679	1.7933	0.0532
5	-0.0029	9.2198	1.4674	0.0315
6	-0.0029	-9.2198	1.4674	0.0315
7	0	0	0.0000	0.0000
8	-0.0059	0	0.0000	100.0000
9	-0.0027	6.3879	1.0167	0.0423
10	-0.0027	-6.3879	1.0167	0.0423
11	-0.0036	8.158	1.2984	0.0441
12	-0.0036	-8.158	1.2984	0.0441
13	-0.003	7.9383	1.2634	0.0378
14	-0.003	-7.9383	1.2634	0.0378
15	-0.0026	7.0707	1.1253	0.0368
16	-0.0026	-7.0707	1.1253	0.0368
17	-0.0028	7.4263	1.1819	0.0377
18	-0.0028	-7.4263	1.1819	0.0377
19	-0.0032	7.4985	1.1934	0.0427
20	-0.0032	-7.4985	1.1934	0.0427

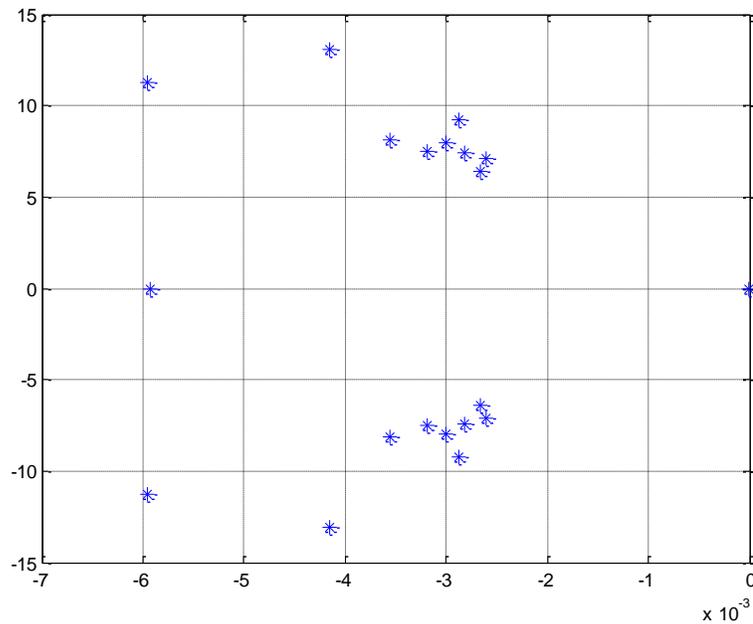


Figura 5-1: Valores propios 2012 en el plano complejo.

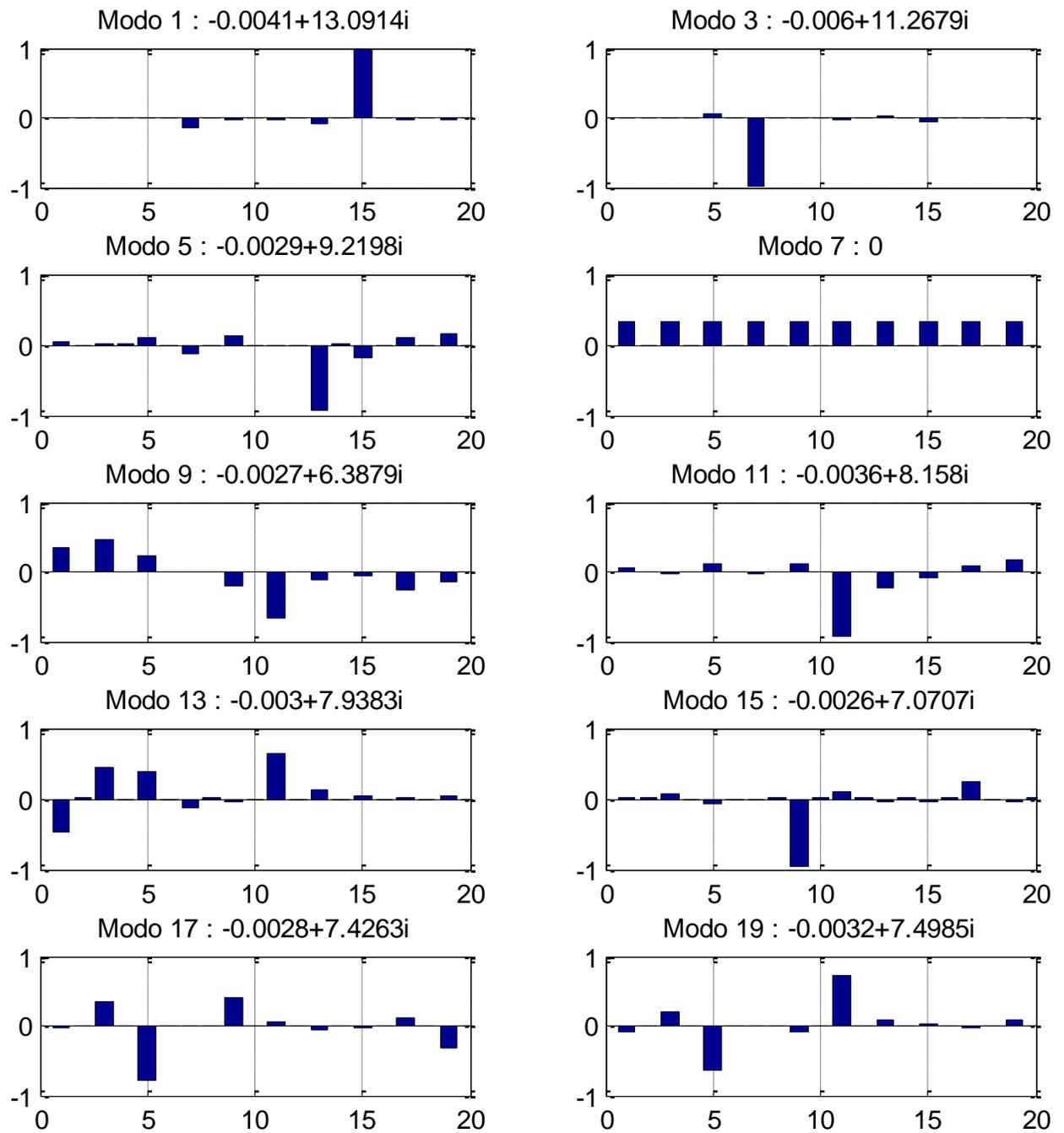


Figura 5-2: Factores de participación en cada modo de oscilación 2012.

5.2 VALORES Y VECTORES PROPIOS 2013

Tabla 5-2: Valores propios del sistema, 2013.

Modo	real	imaginario	frecuencia Hz	amortiguación %
1	-0.0042	13.1152	2.0873	0.0320
2	-0.0042	-13.1152	2.0873	0.0320
3	-0.006	11.3233	1.8022	0.0530
4	-0.006	-11.3233	1.8022	0.0530
5	-0.0029	9.3402	1.4865	0.0310
6	-0.0029	-9.3402	1.4865	0.0310
7	-0.0031	8.8934	1.4154	0.0349
8	-0.0031	-8.8934	1.4154	0.0349
9	-0.0025	6.7327	1.0715	0.0371
10	-0.0025	-6.7327	1.0715	0.0371
11	-0.0035	8.0777	1.2856	0.0433
12	-0.0035	-8.0777	1.2856	0.0433
13	-0.0031	7.6624	1.2195	0.0405
14	-0.0031	-7.6624	1.2195	0.0405
15	-0.0028	7.3829	1.1750	0.0379
16	-0.0028	-7.3829	1.1750	0.0379
17	-0.0033	1.0965	0.1745	0.3010
18	-0.0033	-1.0965	0.1745	0.3010
19	-0.0051	0	0.0000	100.0000
20	0	0	0.0000	0.0000

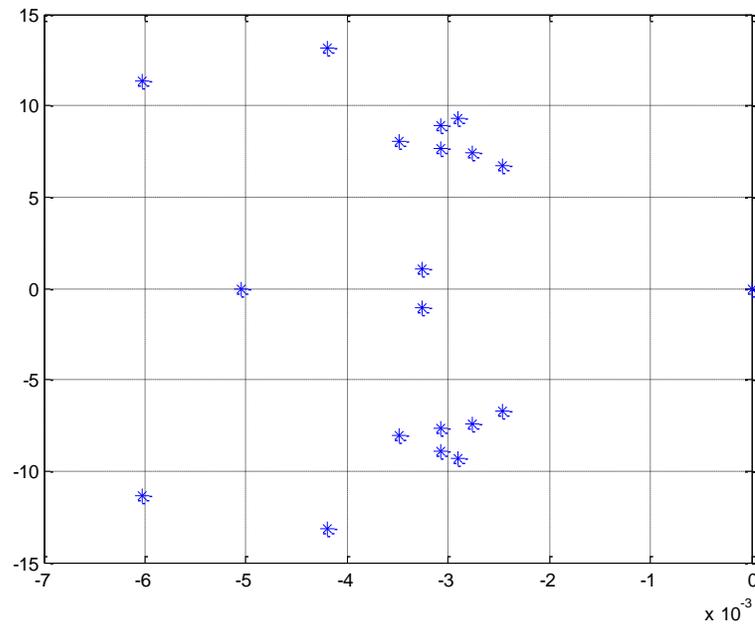


Figura 5-3: Valores propios 2013 en el plano complejo.

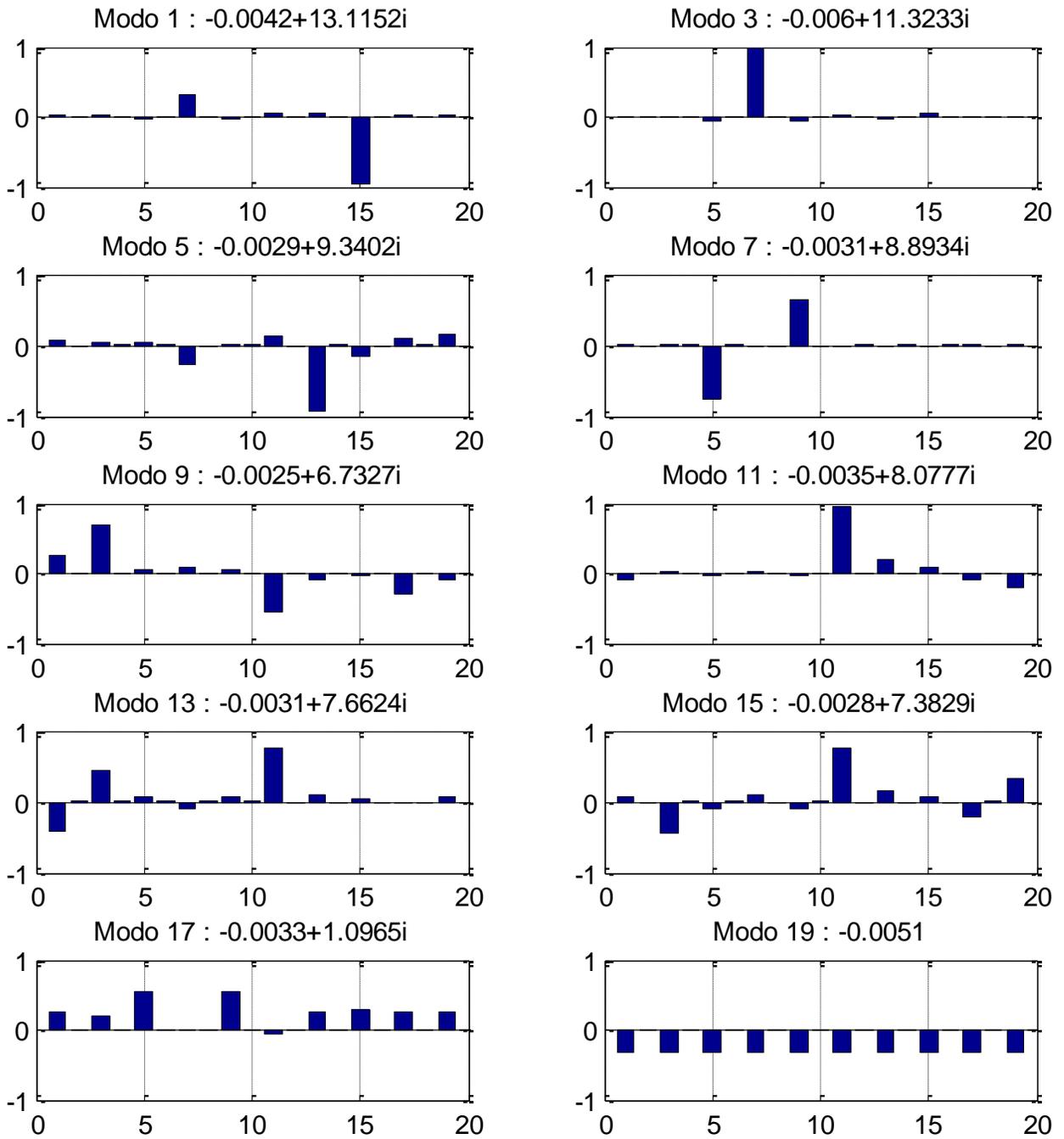


Figura 5-4: Factores de participación en cada modo de oscilación 2013.

5.3 COMENTARIOS DE LOS MODOS DE OSCILACIÓN

Los valores propios obtenidos tanto para el año 2012 como 2013 resultan esencialmente similares. Dado que no se modela la existencia de controladores, y se contempla como único parámetro de amortiguación las características propias del generador (factor D), se tienen amortiguamientos muy bajos, del orden del 0,03% en todos los casos. Por otra parte, las frecuencias de oscilación efectivamente corresponden a las esperables para un sistema de potencia, con valores entre 1 Hz y 2 Hz.

Se pueden distinguir algunas agrupaciones comunes en el plano complejo, comunes a los dos años de estudio. En primer lugar se tienen los modos de mayor frecuencia de oscilación, entre 1.8 Hz y 2.0 Hz, que se mantienen prácticamente inalterables al pasar del 2012 al 2013. Al revisar los factores de participación para estos modos se aprecia claramente que corresponden a oscilaciones en las cuales interviene solo una variable de estado (variables de estado 15 y 7 respectivamente, asociadas a δ_8 y δ_4). Tal como se espera de acuerdo a la teoría [1], se trata de oscilaciones de una máquina pequeña contra el sistema, siendo el caso de centrales Alfalfal y Cipreses.

En un segundo grupo se tiene un conjunto de valores agrupados entre 1.0 Hz y 1.7 Hz, los cuales representan oscilaciones ya sea de máquinas un poco más grandes contra el sistema, o bien conjuntos de máquinas oscilando en fase o en contrafase (ya sea en áreas acotadas, o en distintos extremos de la red).

Por último, y solo en el caso del año 2013, se observa un valor propio de muy baja frecuencia, el cual se asocia a una oscilación de las máquinas de Ancoa y Colbún en fase contra el sistema.

Analizando cada modo de oscilación por separado, se tiene lo siguiente:

5.3.1 Modo 1 (2012 y 2013):

Oscilación en torno a los 13 rad/s de las máquinas de Alfalfal contra el sistema. Al año 2013 se observa una participación en menor medida de central Cipreses.

5.3.2 Modo 3 (2012 y 2013):

Corresponde a la oscilación de las máquinas de Cipreses contra el sistema, en torno a 11 rad/s.

5.3.3 Modo 5 (2012 y 2013):

Nuevamente se trata de un modo de oscilación de una central contra el sistema, tratándose en este caso de central Nueva Renca.

5.3.4 Modo 7 (2012) y 19 (2013):

Corresponde a la oscilación coherente de de todas las máquinas del sistema. No es propiamente un modo de “oscilación”, por el hecho de tener una frecuencia nula.

5.3.5 Modo 9 (2012 y 2013):

Principalmente es una oscilación entre las centrales del sur y central Rapel. El 2012 existe una mayor participación relativa de las centrales de Charrúa y Ancoa (recordando que Santa María II se encuentra fuera de servicio), mientras que el 2013 ya participa más relevantemente esta central.

5.3.6 Modo 11 (2012 y 2013)

Oscilación de las máquinas de Rapel contra el sistema, para ambos años de estudio.

5.3.7 Modo 13 (2012 y 2013)

Oscilación de las máquinas de S/E Charrúa contra las de Ancoa y Rapel, en ambos casos.

5.3.8 Modo 17 (2012) y 7 (2013)

Oscilación de las máquinas de Ancoa contra las de Colbún. En el escenario 2013 se aprecia un leve incremento de la frecuencia asociada, hecho influenciado por la conexión Ancoa – Colbún, la cual reduce la impedancia equivalente entre estas dos centrales.

5.3.9 Otros modos

Los modos restantes parecieran no corresponderse directamente al comparar el año 2012 con el 2013. En el primero, se tiene valores propios de oscilaciones:

- Colbún contra el sistema (modo 15) y Ancoa contra Rapel (modo 19).

Por otro lado, al 2013:

- Santa María contra Rapel (modo 15) y Colbún en fase con Ancoa (modo 17). Este último modo es el que presenta una frecuencia bastante por debajo del resto.

En un primer análisis no se aprecia un impacto de las obras nuevas sobre los la amortiguación o frecuencia de los modos de oscilación, sin embargo, podrían explicar la aparición o desaparición de cierto modos en desmedro de otros. A continuación se efectuará un análisis de sensibilidad del modo de oscilación con menor amortiguación respecto a la entrada (inversiones) o salida (fallas) de líneas en la red.

5.4 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD 2012

El procedimiento ocupado para ver la sensibilidad de análisis modal respecto a los elementos de la red de transmisión, consta de dos rutinas. La primera, consiste en provocar contingencias simples en los elementos series de la red. Consecutivamente se realiza el análisis modal para la misma configuración de generación, pero variando la matriz de admitancia del sistema por medio de la eliminación de un elemento serie. Luego se obtiene y se guarda el valor propio de menor amortiguación. La segunda rutina es análoga, pero se trata de agregar un elemento serie adicional igual a los existentes entre dos barras que ya dispongan de al menos un enlace (no se modeló inversión de líneas entre barras que actualmente no se encuentren conectadas, por el hecho de desconocer las impedancias asociadas). De esta forma, lo que se obtiene es la ubicación en el plano complejo de los valores propios de menor amortiguación para las distintas contingencias e inversión en nuevas líneas de transmisión, reflejando el impacto que tiene la red en la estabilidad del sistema.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para el análisis de sensibilidad en el año 2012.

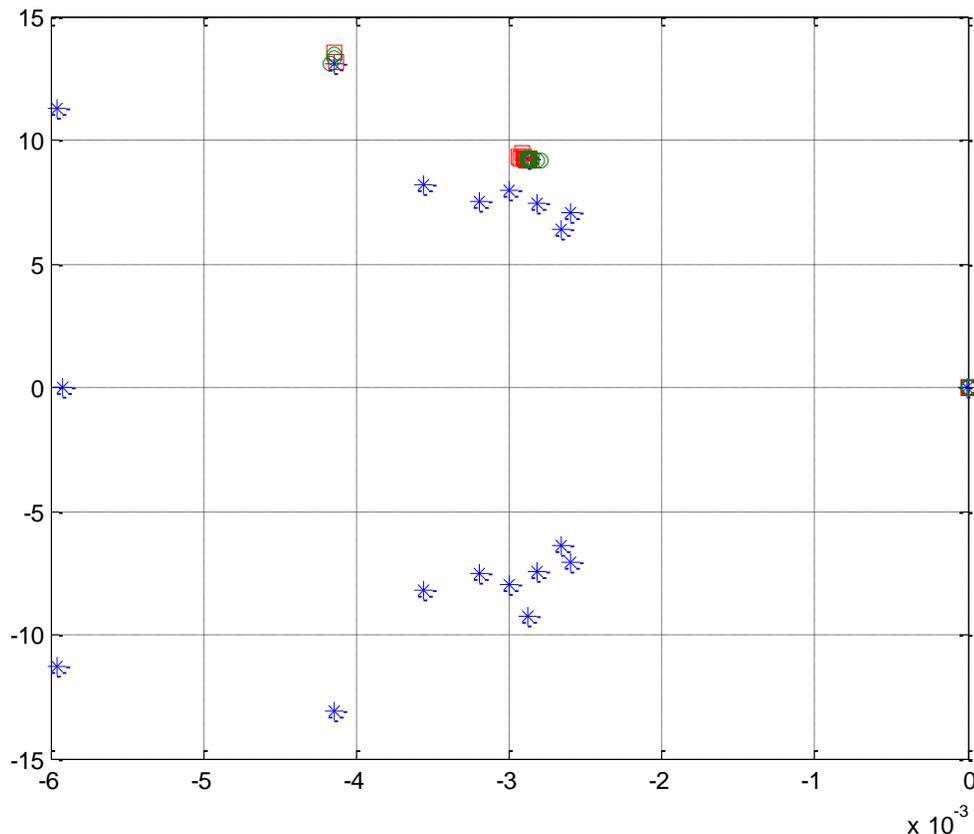


Figura 5-5: Sensibilidad del análisis modal para el año 2012 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

Se observa que el valor propio que resulta menos amortiguado al realizar el análisis de sensibilidad es el modo 5, asociado a la oscilación de central Nueva Renca contra el sistema. Solo en unos pocos casos el valor propio crítico resulta ser el de mayor frecuencia de oscilación, correspondiente a la oscilación de central Alfalfal. En la Figura 5-6 se muestra un acercamiento en torno al modo 5.

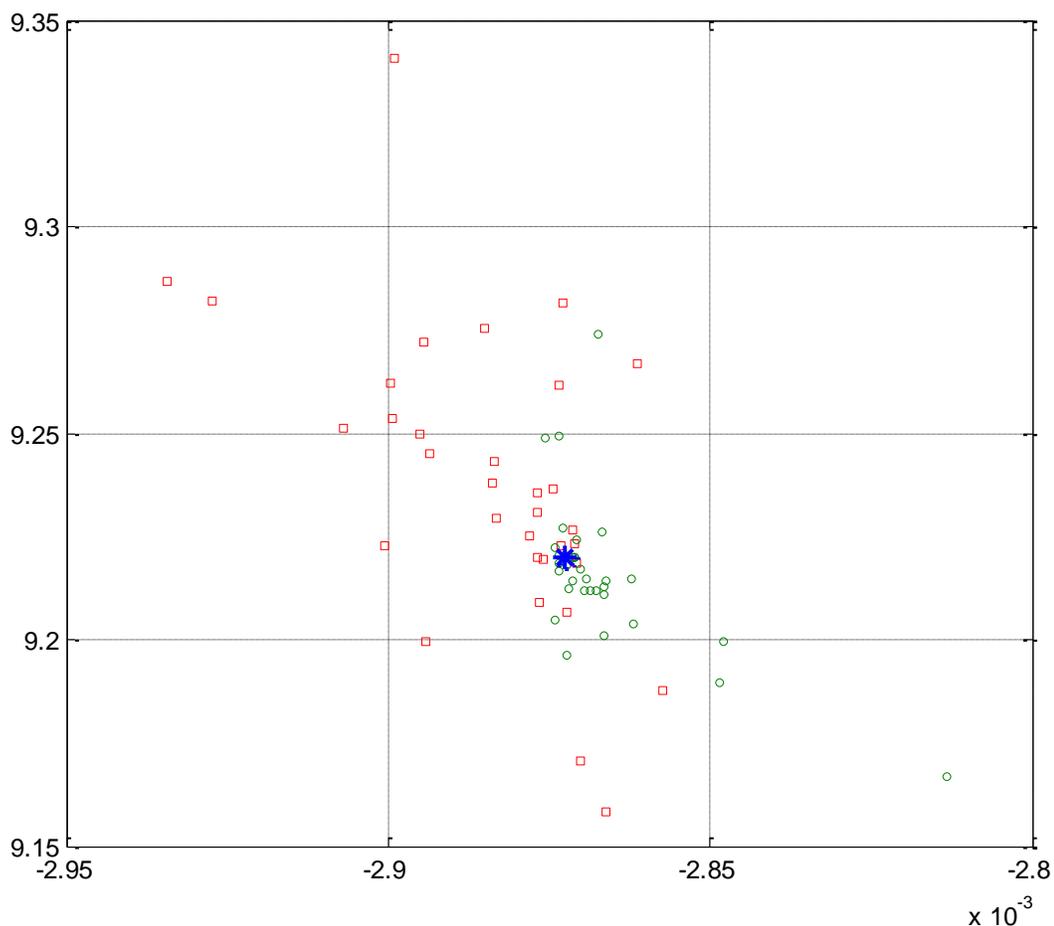


Figura 5-6: Sensibilidad del análisis modal, modo 5 - 2012 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

De la Figura 5-5 se aprecia que el efecto de distintos cambios topológicos tiene un efecto prácticamente nulo en los modos de oscilación con menor amortiguación. En particular, estos modos corresponden a oscilaciones de centrales ubicadas en el sector centro del SIC, caracterizado por un alto grado de enmallamiento y un estricto cumplimiento del criterio N-1, por lo que el efecto de agregar o sacar elementos serie es realmente mínimo.

En la Figura 5-6 se puede observar una tendencia, asociando la salida de líneas a un desplazamiento del valor propio hacia la izquierda, es decir, mejorando la amortiguación. En contraparte, la adición de líneas tiene un efecto incluso menor en

magnitud, pero tiende a empeorar el amortiguamiento, lo cual resulta contra la intuición. De todas formas, resulta conveniente observar que el efecto es muy pequeño, sobre todo considerando que son variaciones del orden de 10^{-4} , y que la precisión de los métodos numéricos implementados está del orden de 10^{-6} .

De forma adicional, en la o se muestra un acercamiento al modo de oscilación de central Alfalfal (modo 1). En este caso tampoco se detecta un patrón claro.

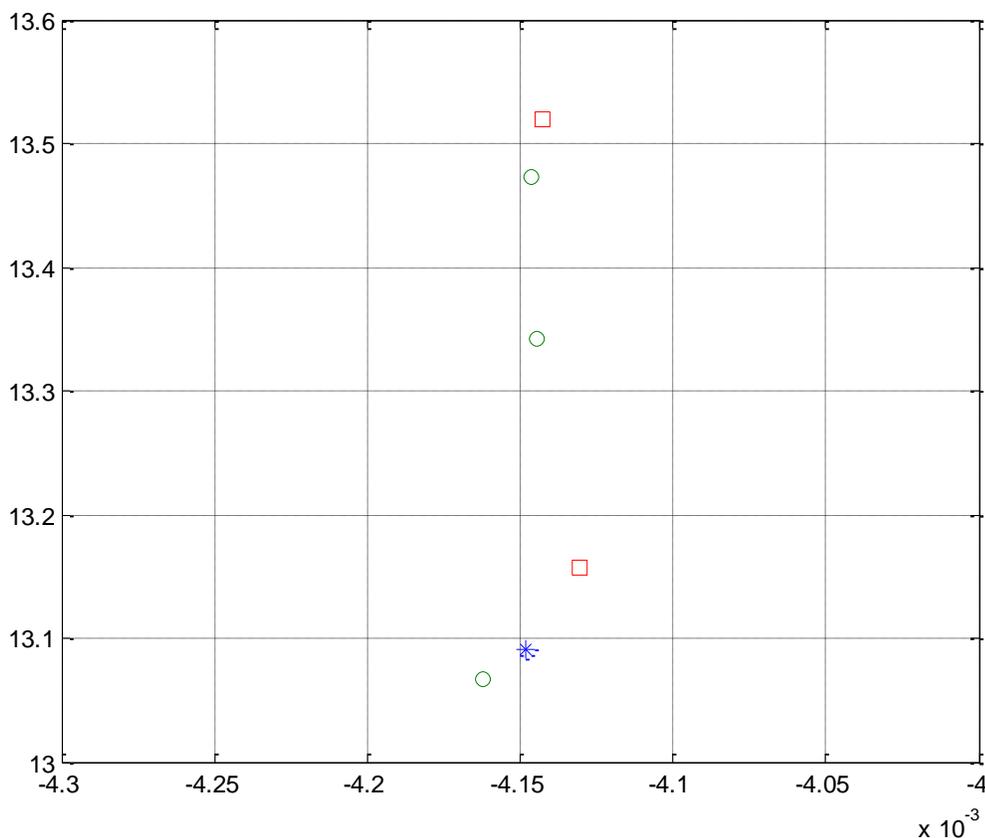


Figura 5-7: Sensibilidad del análisis modal, modo 1 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

5.5 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD 2013

Al igual que en el caso anterior, se muestra el análisis de sensibilidad para el escenario contemplado al 2013. En esta oportunidad aparece una gran cantidad de casos inestables ante pérdida de algún elemento serie de la red. Si bien se cuenta con un sistema más robusto, se debe recordar que este escenario considera un incremento de la demanda, lo cual podría explicar este hecho.

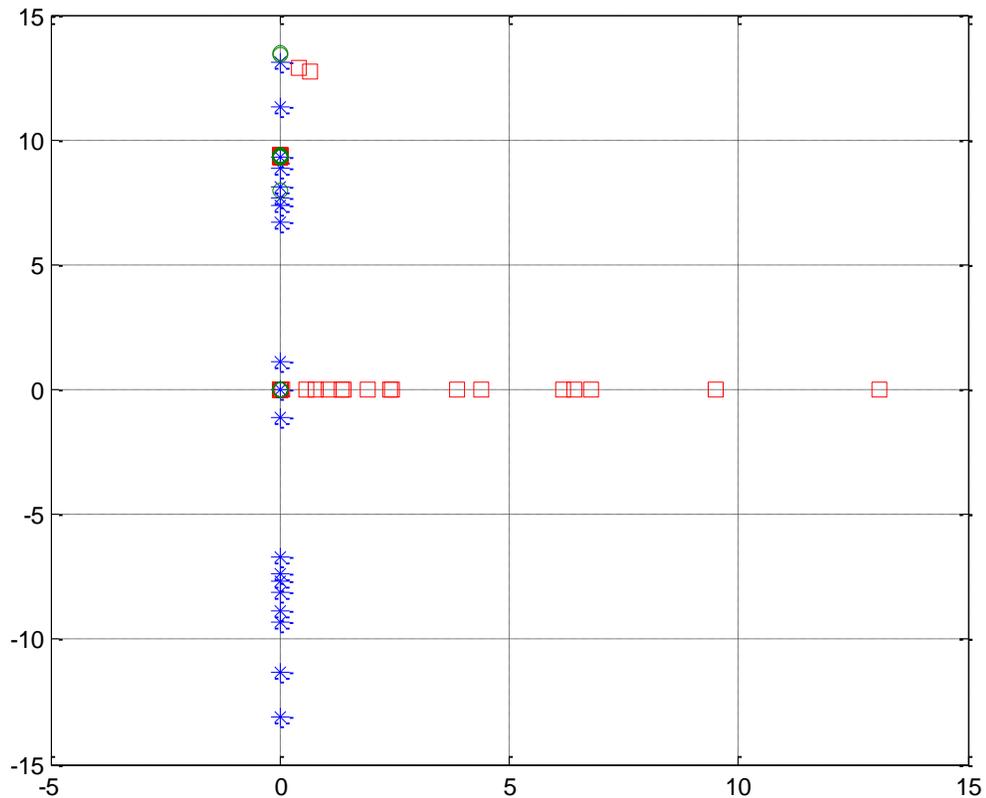


Figura 5-8: Sensibilidad del análisis modal para el año 2013 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

Se debe tener en consideración que esta gráfica no representa la existencia de muchos valores propios de parte real positiva, si no que para muchas condiciones de contingencia existe al menos un valor propio no amortiguado. De esta forma podría tratarse de modos locales en que una máquina débil oscila contra el sistema, y por tanto no representa un problema a nivel macro en la red.

En la Figura 5-9 se muestra nuevamente un acercamiento al modo 5 (oscilación de central Nueva Renca), con las mismas características que en el año 2012, teniendo las fallas en el lado de incrementar la frecuencia de oscilación y aumentar el amortiguamiento. Dado que se trata del mismo modo de oscilación estudiado en el punto anterior, esto no representa evidencia de que este sea el efecto típico de las fallas y las inversiones en la ubicación de los modos de oscilación, pudiendo perfectamente tratarse de una característica muy particular del punto de operación de esta central, o de la topología en el punto de conexión de esta.

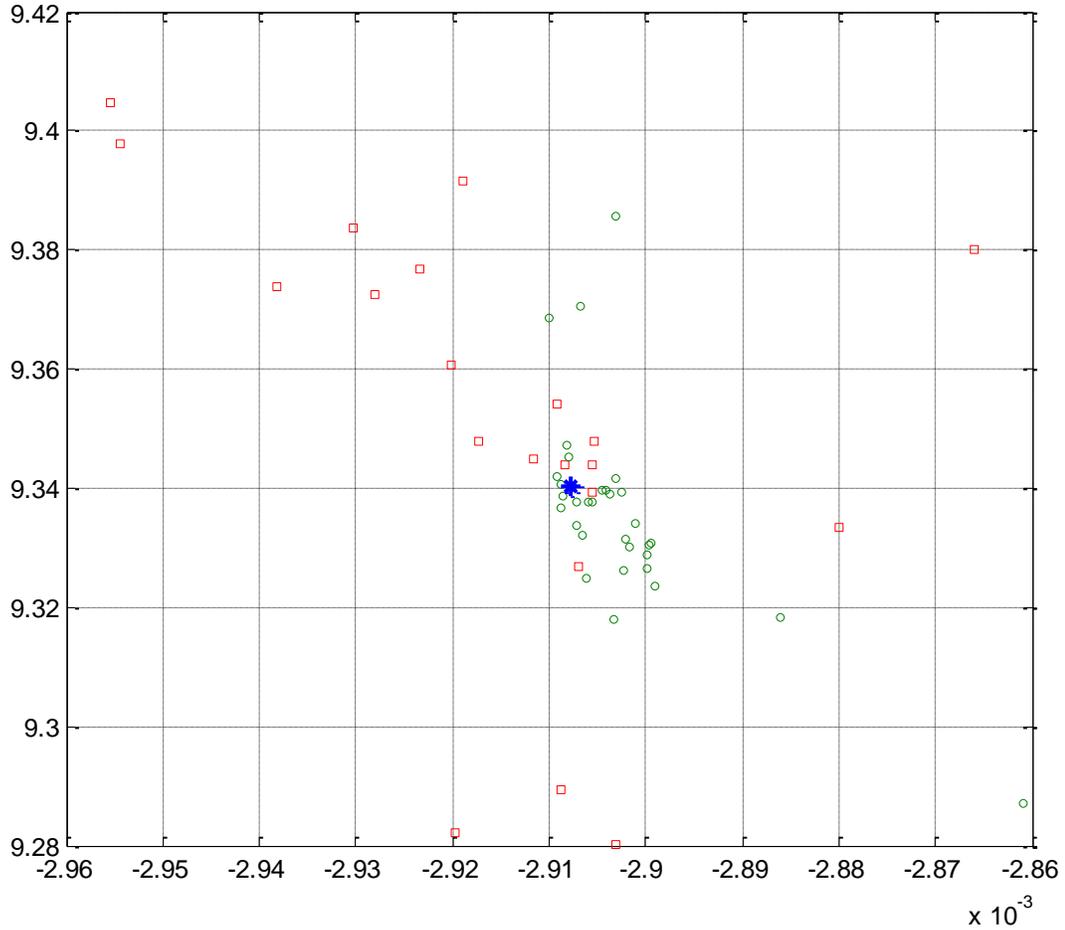


Figura 5-9: Sensibilidad del análisis modal, modo 5 - 2013 (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

5.6 ESCENARIO DE COMPARACIÓN 2012

Para tener cierta independencia respecto a las características propias del escenario de generación utilizado, se creó un caso ficticio en el cual el despacho de generación se forzó de manera que las inyecciones desde el sur hacia el centro del SIC fueran inusualmente altas.

Una vez resuelto el flujo de potencia para este escenario, se obtienen los valores iniciales de los generadores, mostrados en la Tabla 5-3.

Tabla 5-3: Escenario de comparación, 2012, condiciones iniciales.

N° Barra	Generador	δ [°]	θ [°]	$\delta-\theta$ [°]	E pu	V pu	Tm pu
1	Eq. Charrúa	31.56	0.00	31.56	1.4601	1.0450	27.16
2	Santa María	0.06	0.01	0.05	1.0449	1.0450	0.01
3	Eq. Pehuenche	-4.16	-18.57	14.41	1.4551	1.0400	3.00
4	Eq. Cipreses	-12.06	-20.51	8.46	1.1295	1.0600	0.80
5	Eq. Colbún	-24.29	-33.18	8.89	1.1237	1.0400	1.80
6	Eq. Rapel	-32.45	-39.54	7.09	1.1785	1.0300	1.00
7	Eq. Nueva Renca	-45.52	-45.56	0.04	1.4017	1.0050	0.01
8	Eq. Alfalfal	-38.02	-40.45	2.43	1.7421	1.0300	0.40
9	Eq. San Luis	-39.07	-39.09	0.02	1.2014	1.0300	0.01
10	Eq. Ventanas	-16.31	-36.86	20.55	1.2674	1.0300	5.50

Tabla 5-4: Valores propios escenario de comparación 2012

Modo	real	imaginario	frecuencia Hz	amortiguación %
1	-0.0041	14.1008	2.2442	0.0294
2	-0.0041	-14.1008	2.2442	0.0294
3	-0.0059	11.6693	1.8572	0.0508
4	-0.0059	-11.6693	1.8572	0.0508
5	-0.0030	10.3110	1.6410	0.0290
6	-0.0030	-10.3110	1.6410	0.0290
7	-0.0035	8.3428	1.3278	0.0418
8	-0.0035	-8.3428	1.3278	0.0418
9	-0.0028	7.7326	1.2307	0.0368
10	-0.0028	-7.7326	1.2307	0.0368
11	-0.0026	7.5787	1.2062	0.0345
12	-0.0026	-7.5787	1.2062	0.0345
13	0.4011	6.5232	1.0382	-6.1366
14	0.4011	-6.5232	1.0382	-6.1366
15	-0.4072	6.5235	1.0382	6.2306
16	-0.4072	-6.5235	1.0382	6.2306
17	-0.0026	6.5881	1.0485	0.0401
18	-0.0026	-6.5881	1.0485	0.0401
19	0.0000	0.0000	0.0000	0.1615
20	-0.0058	0.0000	0.0000	100.0000

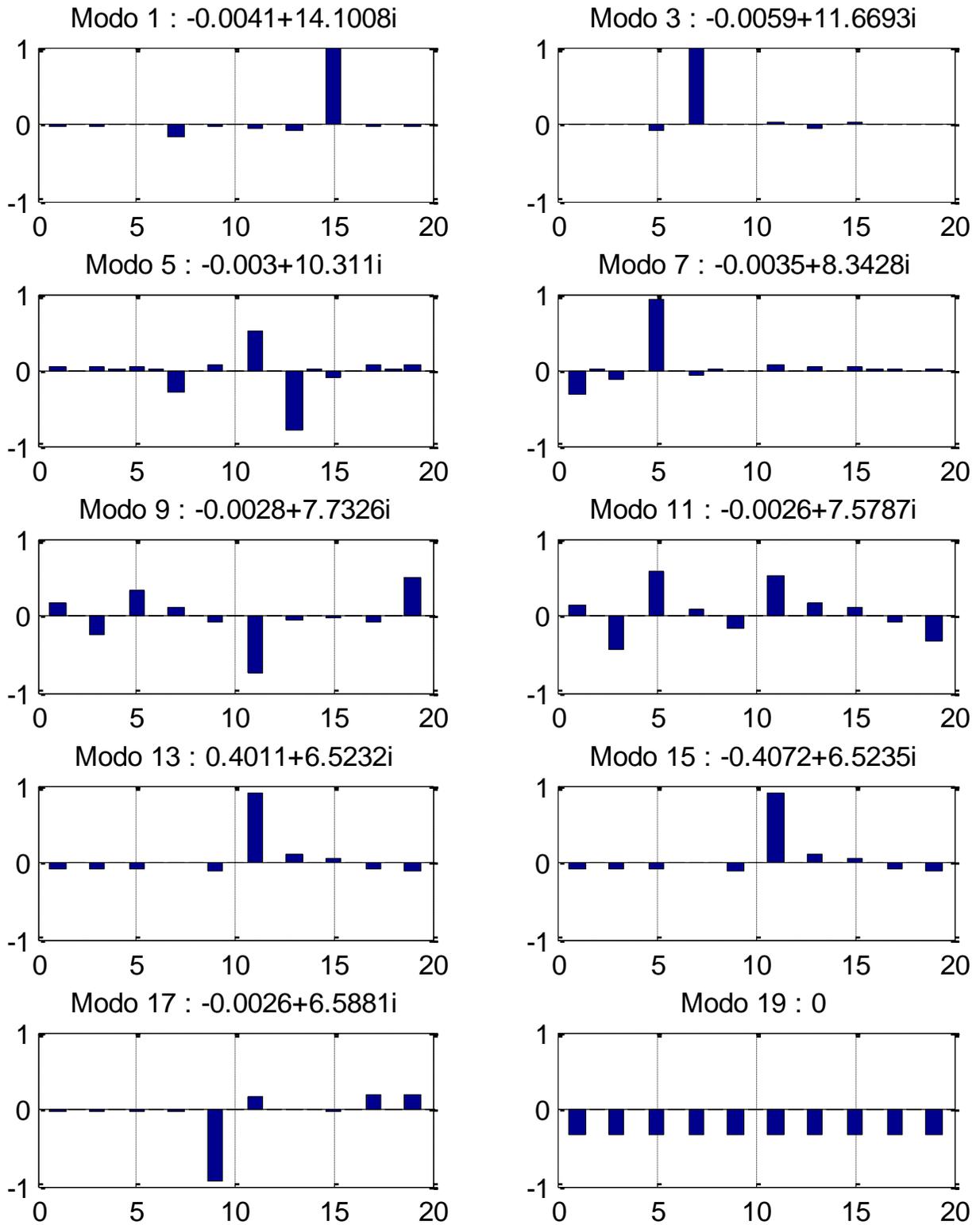


Figura 5-10: Factores de participación, escenario de comparación 2012.

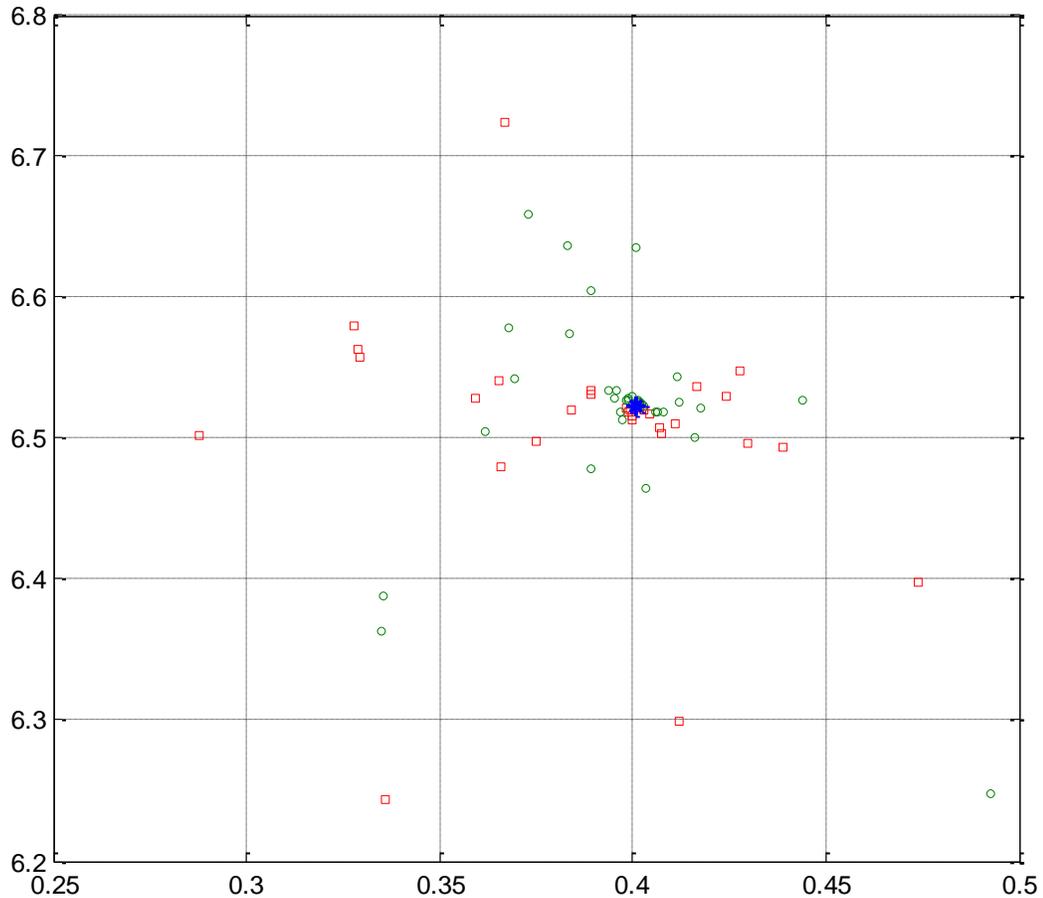


Figura 5-11: Sensibilidad del análisis modal, modo 13 – 2012, escenario comparación (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

En la Tabla 5-3 se observa la gran separación angular que se tiene entre algunas barras de inyección del sistema, llegando hasta los 45° por ejemplo, entre Charrúa y Cerro Navia. Esta situación se fabricó incrementando las transferencias por el sistema de 500 kV hasta más allá de los 2000 MW, lo cual en la práctica es imposible debido a límites térmicos, sin embargo, permite ejemplificar la aparición de modos de oscilación inestables (Tabla 5-4).

La Figura 5-10 muestra que el valor propio inestable (modo 13) se asocia a la variable de estado 11 (ángulo del rotor de central Rapel, δ_6). En la Figura 5-11 se muestra el análisis de sensibilidad frente a fallas e inversiones para este valor propio, donde, al contrario de lo observado en el caso de estudio base, el impacto de las inversiones es tendiente a incrementar la frecuencia de oscilación y mejorar la amortiguación, aunque aún existe

una gran dispersión en los datos. Las fallas por su parte no tienen un gran impacto en la frecuencia, y dependiendo del caso, pueden mejorar o empeorar el amortiguamiento.

5.7 ESCENARIO DE COMPARACIÓN 2013

Tabla 5-5: Escenario de comparación, 2013, condiciones iniciales.

Nº Barra	Generador	δ [°]	θ [°]	$\delta-\theta$ [°]	E pu	V pu	Tm pu
1	Eq. Charrúa	30.71	0.00	30.71	1.45	1.05	26.39
2	Santa María	20.03	3.53	16.51	1.07	1.05	3.20
3	Eq. Pehuenche	-2.38	-17.58	15.20	1.38	1.04	3.00
4	Eq. Cipreses	-10.04	-18.53	8.49	1.13	1.06	0.80
5	Eq. Colbún	-9.05	-17.62	8.57	1.17	1.04	1.80
6	Eq. Rapel	-26.97	-34.07	7.10	1.18	1.03	1.00
7	Eq. Nueva Renca	-39.93	-39.98	0.04	1.41	1.01	0.01
8	Eq. Alfalfal	-31.65	-34.11	2.47	1.72	1.03	0.40
9	Eq. San Luis	-34.70	-34.72	0.02	1.20	1.03	0.01
10	Eq. Ventanas	-12.06	-32.60	20.54	1.27	1.03	5.50

Tabla 5-6: Valores propios escenario de comparación 2013.

Modo	real	imaginario	frecuencia Hz	amortiguación %
1	-0.0042	14.1286	2.2486	0.0296
2	-0.0042	-14.1286	2.2486	0.0296
3	-0.0059	11.7511	1.8702	0.0505
4	-0.0059	-11.7511	1.8702	0.0505
5	-0.0030	10.3521	1.6476	0.0292
6	-0.0030	-10.3521	1.6476	0.0292
7	-0.0030	9.2795	1.4769	0.0322
8	-0.0030	-9.2795	1.4769	0.0322
9	-0.0033	7.7488	1.2333	0.0423
10	-0.0033	-7.7488	1.2333	0.0423
11	-0.0029	7.6865	1.2233	0.0383
12	-0.0029	-7.6865	1.2233	0.0383
13	-0.0022	6.9200	1.1014	0.0312
14	-0.0022	-6.9200	1.1014	0.0312
15	-0.0038	5.6950	0.9064	0.0669
16	-0.0038	-5.6950	0.9064	0.0669
17	-0.0026	4.5162	0.7188	0.0565
18	-0.0026	-4.5162	0.7188	0.0565
19	0.0000	0.0000	0.0000	-0.5334
20	-0.0058	0.0000	0.0000	100.0000

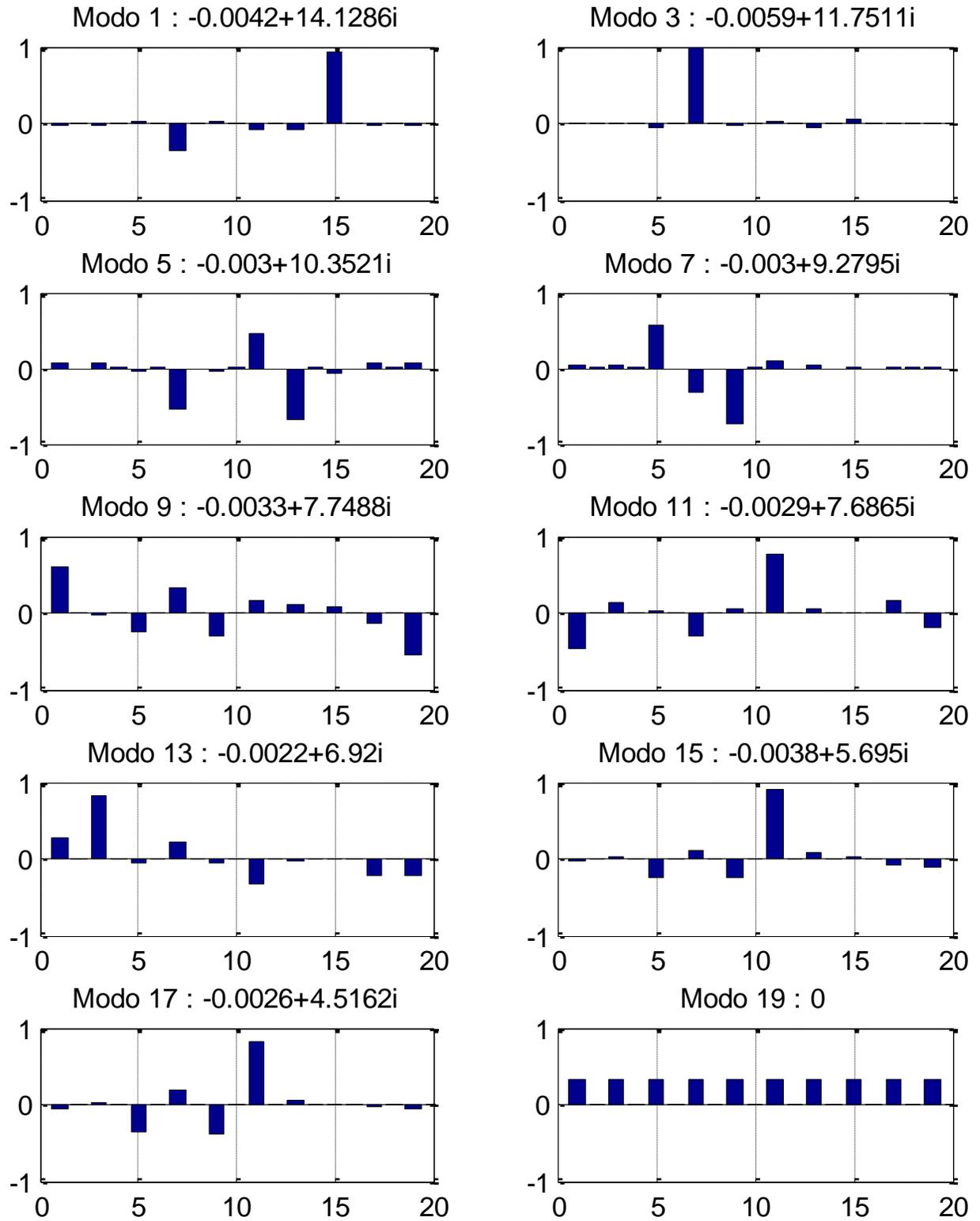


Figura 5-12: Factores de participación, escenario de comparación 2013.

En el escenario de comparación 2013 ya no existen modos de oscilación inestables. En este caso, el que tiene un menor factor de amortiguación es el modo 5, correspondiente a las variables 7 y 13 oscilando contra la 11 (Centrales Cipreses y Nueva Renca contra Rapel).

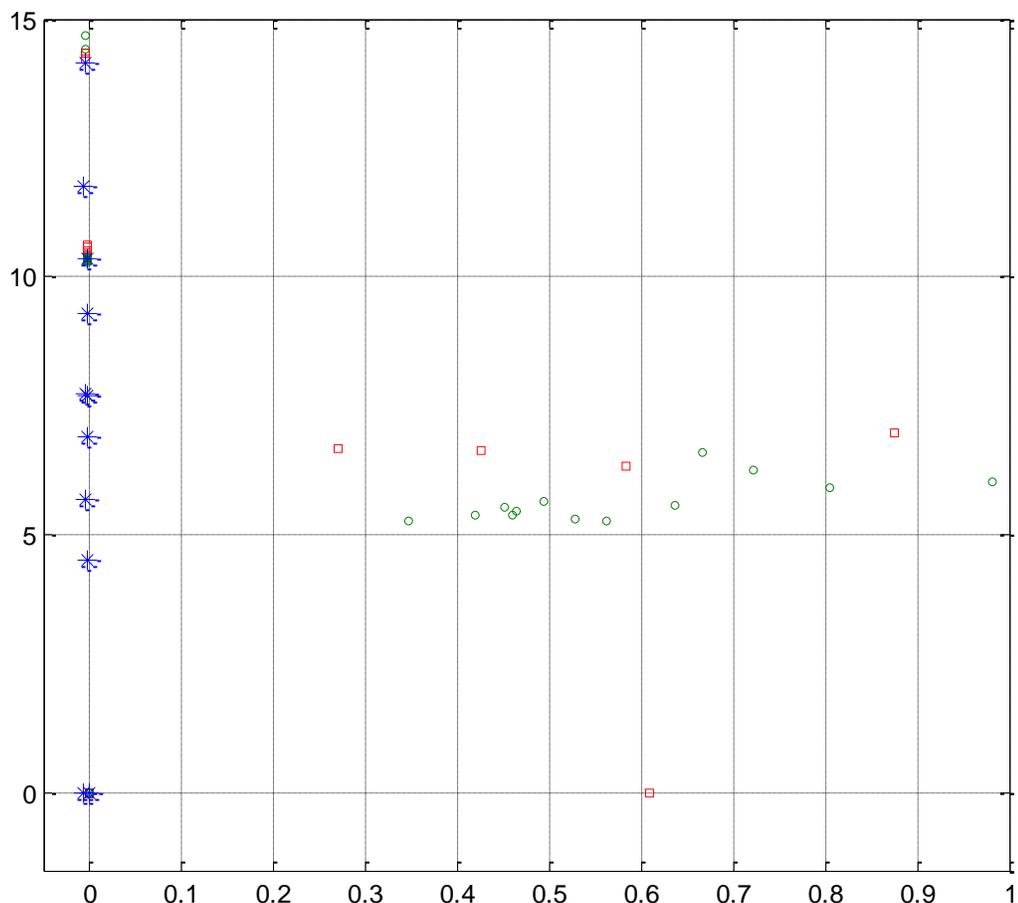


Figura 5-13: Sensibilidad del análisis modal, 2013, escenario comparación (caso base azul, fallas rojo, inversiones verde).

En este caso existe un conjunto pequeño de puntos de falla y de inversión que hacen variar drásticamente el valor propio de menor amortiguación, pasando incluso al lado inestable del plano complejo. Por otra parte, otras variaciones de la matriz de admitancia efectivamente producen variaciones pequeñas del modo de oscilación. El primer caso queda en evidencia en la Figura 5-13, mientras que el segundo se muestra en la Figura 5-14.

6 CONCLUSIONES

El estudio de estabilidad de un sistema eléctrico es sin duda de gran relevancia para determinar bajo qué condiciones es factible operar, y tener límites claros maximiza el provecho que se puede obtener de la red evitando operarla de forma insegura. Sin embargo, un análisis detallado de la evolución dinámica del sistema en el tiempo resulta de gran complejidad, puesto que involucra una enorme cantidad de ecuaciones tanto dinámicas como algebraicas, para sistemas que hoy en día tienen del orden cientos de generadores y miles de barras. Por ello se hace necesario contar con herramientas que hagan más abordable el problema, tal como es el análisis de pequeña señal. Bajo supuestos de linealidad en torno al punto de operación, es posible reemplazar la dinámica por simples ecuaciones algebraicas, la cuales en términos computacionales representan mucho menor dificultad en su resolución. El problema de resolver “n” ecuaciones diferenciales se reduce a evaluar los valores propios de una matriz de dimensión “n”, es decir, se trata de una resolución de polinomios.

Sin embargo, los supuestos necesarios para aplicar la linealización del sistema podrían no ser del todo verdaderos, toda vez que es necesario que el sistema no se aleje mucho de su punto de equilibrio una vez ocurrida la perturbación.

Por ello, la primera tarea en este trabajo de memoria consistió en evaluar la validez del análisis de pequeña señal, contrastándolo con la simulación transitoria del sistema estudiado. En este caso, se trató el problema más sencillo de un generador conectado a una barra infinita. A partir de este análisis se pudo determinar:

- El análisis de pequeña señal tiene el inconveniente de que es difícil reconstruir la respuesta del sistema frente a perturbaciones. El análisis de valores propios es muy apropiado para determinar si existe inestabilidad o no, y de qué forma se amortiguan las oscilaciones, sin embargo, al tratarse de un estudio basado en el estado pre – falla, no considera las características propias de la perturbación (como magnitud, duración) que son las que determinan en mayor medida la amplitud de las oscilaciones.
- Como criterio para determinar estabilidad resulta bastante útil, incluso para perturbaciones que en la literatura caen dentro de la categoría de fallas. Por medio de la simulación de cortocircuitos en líneas de conexión de generadores, se encontró que la evaluación de estabilidad es satisfactoria, dado que muchas veces la reactancia de los transformadores elevadores es bastante mayor que la reactancia de la línea, por lo cual una falla en línea no provoca cambios demasiado grandes en la impedancia vista por el generador. Esto siempre y cuando se tenga operación instantánea de los elementos de protección, puesto

que en el tiempo que abre un interruptor, el estado del sistema no alcanza a escaparse de la zona en que es válido linealizar el sistema.

- Por último, se plantea como posibilidad la evaluación de estabilidad de pequeña señal utilizando el estado de la red post – falla, dado que es esta la que define la evolución dinámica del sistema. Si bien una de las grandes ventajas del análisis de señal pequeña es que se basa únicamente en el estado presente del sistema, es muy complejo que la red mantenga su condición inicial, dado que usualmente se tiene apertura de interruptores, con lo cual el estado de equilibrio nuevo no será el mismo que previo a la perturbación.

Luego de validar el modelo de pequeña señal, se trabaja con un modelo más complejo del generador, para establecer cuáles son las variables más importantes a la hora de realizar un estudio de estabilidad. Para esto, se modeló la máquina a través de 10 variables de estado, las que incluyen las dinámicas angulares, dinámica de tensión en el generador, modelos del regulador de tensión, y del regulador de velocidad.

- La dinámica del regulador de velocidad puede ser completamente despreciada para el estudio de oscilaciones electromecánicas. En el rango de simulación, estas variables prácticamente no experimentaron cambio. Sin embargo, para estudio de modos de torsión deben ser considerados, que dada su naturaleza mecánica poseen constantes de tiempo mayores, relevantes ya para un estudio de estabilidad de mediano o de largo plazo.
- La dinámica de los controladores de tensión no es despreciable, si bien tienen constantes de tiempo un poco mayores a las de las oscilaciones electromecánicas, la variación absoluta de sus variables sí es comparable a la variación del ángulo del rotor, por ejemplo. Sin embargo, para el caso en que se tiene estabilidad, el no considerar los AVR proporciona una aproximación aceptable a la hora de determinar los modos de oscilación.
- Finalmente a este sistema se aplicaron dos perturbaciones, la segunda una vez alcanzado el régimen permanente. Se evaluaron las respuestas en ambos casos, llegando a la conclusión que la frecuencia de oscilación queda mejor representada si se utiliza el estado post falla para encontrar los valores propios del sistema.

Por último, se trabajó en la construcción de un modelo equivalente para la zona central del SIC, utilizando una representación de 31 barras y 10 generadores, entre los cuales algunos tuvieron que ser modelados como el equivalente de las inyecciones conectadas a la barra en cuestión. Se obtuvieron dos modelos de red, uno del año 2012 y otro del año 2013, según las proyecciones incluidas en el estudio de transmisión troncal. Dado el número de generadores, se optó por trabajar con un modelo sencillo que solo incorporara la dinámica angular. Como se dijo anteriormente, en el caso estable, las oscilaciones quedan bien representadas por un modelo en variables δ , $\Delta\omega$, por lo cual se sometió la red a una condición de demanda que no obligara a operar los generadores

cerca de su potencia máxima (a pesar de tratarse de un escenario de demanda alta para el SIC, se consideró un número suficiente de máquinas en servicio).

- Se consiguió modelar satisfactoriamente la red, obteniendo un sistema estable, aunque con bajo amortiguamiento. En parte esto se debe a que no se modelaron los enrollados amortiguadores de las máquinas, ni otros elementos que tiendan a amortiguar las oscilaciones, tales como los PSS. La amortiguación encontrada está claramente subestimada y corresponde a la constante de Damping seleccionada de manera arbitraria como un 5% para todas las máquinas. Se debe destacar que la resistividad de la red de transmisión no juega ningún rol en el amortiguamiento, dado que para simulaciones de prueba con $D = 0$ (no mostradas en el estudio) se obtuvieron valores propios puramente imaginarios.
- Se aplicaron técnicas de identificación modal para establecer de qué forma cada generador aportaba a un determinado modo de oscilación. En particular, se observó claramente el comportamiento de ciertas máquinas como si estuvieran conectadas a una barra infinita, presentando marcados modos locales de oscilación (Alfalfal, Cipreses).
- La identificación de los generadores involucrados en un modo inter-áreas permite determinar líneas que se verán afectadas por oscilaciones de potencia. Esto cobra relevancia dado que los elementos de protección podrían detectar fallas en las líneas cuando en verdad se trata de una oscilación. La correcta detección de estos modos sirve de guía para programar que las protecciones tengan en cuenta este comportamiento.
- No se observó variación significativa en los modos de oscilación al comparar el sistema al 2012 y al 2013, en el primer escenario. Las frecuencias y los bajos amortiguamientos se mantuvieron prácticamente constantes. La Figura 6-1 evidencia esto, con valores propios que se encuentran prácticamente en la misma ubicación al comprar los dos años. El mayor efecto se relaciona con el gran amortiguamiento que presenta el sistema reforzado al 2013 en el modo correspondiente a la oscilación conjunta de Ancoa y Colbún, atribuible a la interconexión Ancoa – Colbún.
- En el segundo escenario se tienen mayores variaciones en los valores propios del sistema, incluso pasando de una condición inestable a una estable, lo cual es debido a la existencia de nuevas interconexiones (Figura 6-2). Esto es seguro, dado que el otro parámetro manejado (incremento de la demanda) tiende por lo general a empeorar las condiciones de estabilidad.
- En la Figura 6-3 se aprecia una tendencia más clara. Los modos de oscilación para el segundo escenario (mayores transferencias) presentan mayores frecuencias, por lo que ante similar parte real, estos tienen un menor factor de amortiguación.

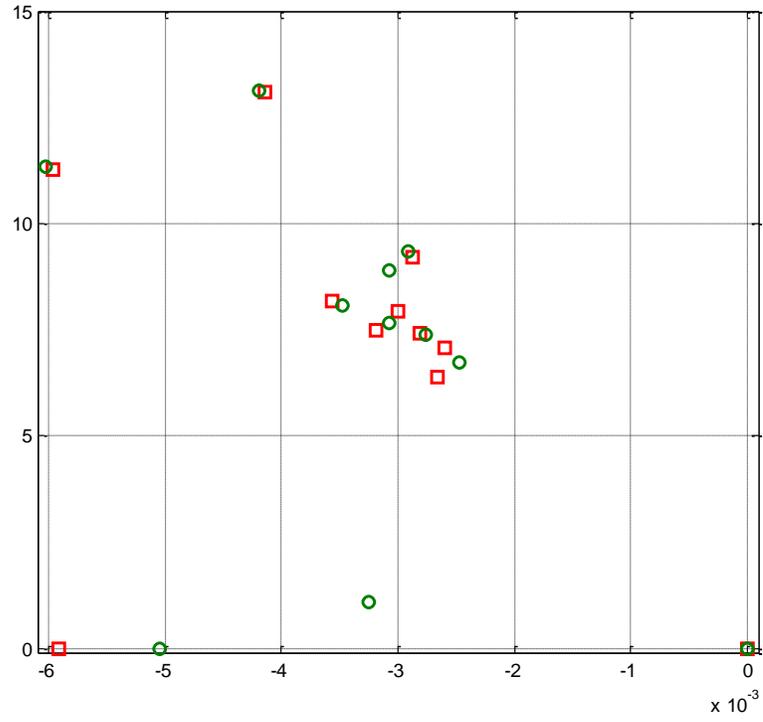


Figura 6-1: Comparación de valores propios 2012 – 2013. Primer escenario de estudio. Rojo 2012, Verde 2013.

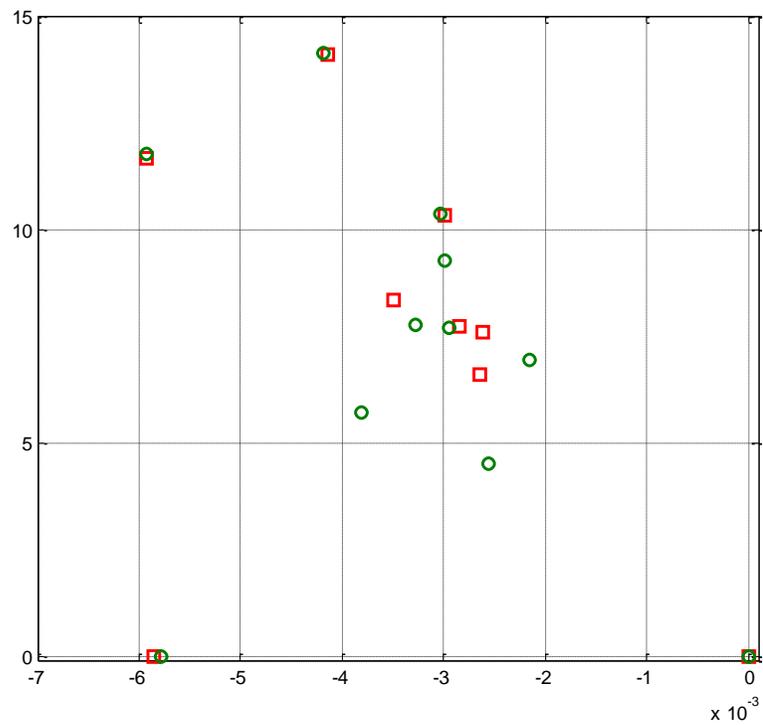


Figura 6-2: Comparación valores propios 2012 – 2013. Segundo escenario de estudio. Rojo 2012, Verde 2013.

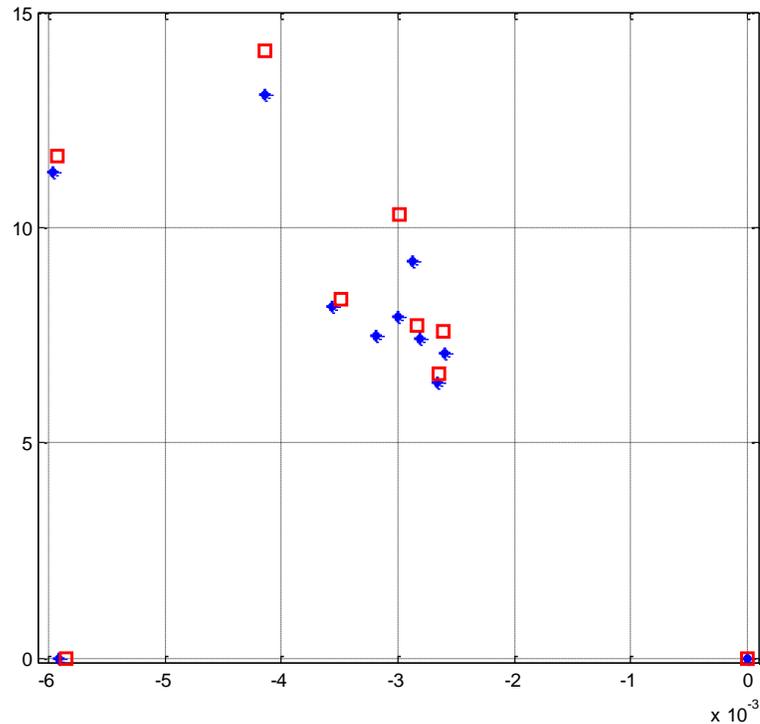


Figura 6-3: Comparación valores propios 2012. Primer escenario azul, segundo escenario rojo.

- De las figuras anteriores en que se compara el sistema del año 2012 contra el sistema del 2013, se desprende que no todos los valores propios siguen una misma tendencia, es decir, para las nuevas inversiones hay valores propios que mejoren o empeoren su factor de amortiguación, habrá algunos que suban o bajen su frecuencia de oscilación, o incluso podrían aparecer modos de oscilación completamente distintos entre escenarios.
- A partir de los análisis de sensibilidad realizados para los diferentes escenarios, se establece que para algunas fallas o inversiones, el valor propio crítico (de menor amortiguación) podría tanto mejorar como empeorar, por lo cual no es correcto aseverar que toda inversión mejora la estabilidad del sistema, o que toda falla la empeora.
- Incluso, a partir de estos análisis de sensibilidad se podría concluir que la mayoría de las veces no existe una correlación estabilidad – nivel de enmalle de la red. Algunas inversiones pueden resultar muy útiles para amortiguar determinados modos de oscilación (como resultó ser el caso de las oscilaciones inestables de Rapel contra las centrales del sur en el escenario de comparación 2012), pero podrían ir en desmedro de otros modos. Del mismo modo, algunas fallas empeoran la estabilidad del sistema al incrementar la diferencia angular entre las barras del sistema (en especial en corredores de altas transferencias), pero otras

justamente podrían controlar oscilaciones de potencia. Esto último no debiera parecer del todo extraño, dado que un método utilizado en la práctica para controlar oscilaciones de potencia inter-áreas corresponde a la apertura de vínculos (sumado a desprendimientos de carga/generación si fuera necesario).

- Dadas las características poco regulares del efecto de la red de transmisión sobre distintos modos de oscilación, no resulta conveniente invertir en líneas de transmisión para mejorar la estabilidad. El efecto de estas resulta beneficioso solo en algunos casos, por lo que se debiera preferir incluir equipos flexibles en el control de oscilaciones (FACTS) que tengan una respuesta que pueda adecuarse a distintas contingencias.
- Sin embargo, el análisis de pequeña señal aun resulta de utilidad, siempre y cuando este sea incorporado como una herramienta a considerar dentro de un sistema inteligente de apertura y cierre de interruptores, tomando acciones de conexión o desconexión de elementos serie que se ajusten a las necesidades en tiempo real del sistema.

Finalmente, se puede rescatar la utilidad del análisis de pequeña señal, dado que mediante un análisis bastante más simple que el de la simulación transitoria, permite obtener conclusiones acerca del comportamiento del sistema eléctrico. Si bien no se logró lo que en principio se había planteado respecto a obtener una comparación de la respuesta transitoria contra la de pequeña señal en el sistema SIC, se comprobó que este último por si solo permite la obtención de importantes conclusiones referentes a estabilidad.

7 BIBLIOGRAFÍA

- [1] P. Kundur, "Power System Stability and Control", McGraw-Hill, 1994.
- [2] P. Sauer y M. Pai, "Power System Stability and the Load Flow Jacobian", 1990.
- [3] P. Anderson y A. Fouad, "Power System Control and Stability", Wiley-Interscience, 2003.
- [4] IEEE Committee Report, "Computer Representation of Excitation Systems", 1967.
- [5] Rajagopalan, Lesieutre, Sauer y Pai, "Dynamic Aspects of Voltage/Power Characteristics", 1992.
- [6] Sauer, Lesieutre y Pai, "Dynamic vs. Static Aspects of Voltage Problems", 1991.
- [7] «Computer Models for Representation of Digital-Based Excitation Systems,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, n° 3, 1996.
- [8] IEEE Committee Report, "Dynamic Models for Steam and hydro Turbines in Power System Studies", 1973.
- [9] IEEE Std 421.1, "IEEE Standard Definitions for Excitation Systems for Synchronous Machines", 2005.
- [10] IEEE Std 421.5, "IEEE Recommended Practice for Excitation System Models for Power System Stability Studies", 2005.
- [11] A. Muñoz, Apuntes del curso EL67E - Máquinas Eléctricas para la Industria y la Minería, Universidad de Chile, 2010.
- [12] L. Vargas, Sistemas de Excitación de Máquinas Síncronas - Apuntes del Curso EM737 Fenómenos Dinámicos de Redes de Potencia, Universidad de Chile, 2010.
- [13] W. Brokering, R. Palma y L. Vargas, Los Sistemas Eléctricos de Potencia, Pearson - Prentice Hall, 2008.
- [14] V. Agudelo y D. Parra, "Control de Oscilaciones Electromecánicas en Sistemas Eléctricos de Potencia Usando el Análisis Modal", 2008.
- [15] J. Calderón-Guizar, "Modal Analysis of Electromechanical Oscillations in Electrical power Systems", 2007.
- [16] C. Gallardo, "Estabilidad y Amortiguamiento de Oscilaciones en Sistemas Eléctricos con Alta Penetración Eólica", 2009.
- [17] M. Ramírez, "Análisis de Estabilidad de Pequeña Señal en el Sistema Eléctrico de Pereira", 2009.
- [18] P. B. Martins, "Dynamic Simulations in Realistic-Size Networks", 2010.
- [19] M. Artenstein, "Equivalent model of the Argentinian Electrical Power System for Stability Analysis of the Uruguayan Network", 2008.
- [20] CDEC-SIC, Dirección de Peajes, «"Revisión 2011 Estudio de Transmisión Troncal

Cuatrienio 2011 - 2014",» 2011.

- [21] CDEC-SIC, «Sitio web del CDEC-SIC / Norma Técnica / Información Técnica del SIC,» [En línea]. Available: www.cdec-sic.cl. [Último acceso: Junio 2012].
- [22] C. Juárez y D. Colomé, «"Tendencias en la supervisión en tiempo real de la estabilidad de pequeña señal de sistemas de potencia",» de *XIII ERIAC (CIGRÉ)*, Puerto Iguazú, Argentina, 2009.

ANEXO A

Funciones en Matlab

```
function [ Vbarra, iteraciones ] = FlujoPotenciaGS( Dat, Y0 )
%Resolución del Flujo de Potencia Mediante Gauss-Seidel
%   Dat: matriz de datos del flujo: tipo de barra y d-V P-Q P-V
%       Slack: 0 d V //d=0 ubicar en barra 1
%       PV   : 1 P V
%       PQ   : 2 P Q
%   Y0: Matriz de admitancia nodal del sistema.
%Se recomienda trabajar todas las variables en p.u. base 100 MVA.
%Las tensiones se DEBEN trabajar en p.u.
n = length(Y0(:,1));
%Inicializar método:
Vbarra = ones(n,1);
for k = 1:n
    if Dat(k,1)==2
        Vbarra(k)=1;
    else
        Vbarra(k)=Dat(k,3);
    end
end
epsilon = 0.000001;
variacion = 1.1*epsilon*ones(n,1);
variacion(1) = 0;
iteraciones = 0;
%parte iterativa
while max(variacion) > epsilon
    for k=2:n
        if Dat(k,1)==1
            Q = imag(Vbarra(k)*conj(Y0(k,:)*Vbarra));
            I = conj((Dat(k,2)+1j*Q)/Vbarra(k));
            angulo = angle((I-Y0(k,:)*Vbarra+Y0(k,k)*Vbarra(k))/Y0(k,k));
            variacion(k)=abs(Vbarra(k)-Dat(k,3)*cos(angulo)-
1j*Dat(k,3)*sin(angulo));
            Vbarra(k) = Dat(k,3)*cos(angulo)+1j*Dat(k,3)*sin(angulo);
        else
            I = conj((Dat(k,2)+1j*Dat(k,3))/Vbarra(k));
            Vnuevo = (I-Y0(k,:)*Vbarra+Y0(k,k)*Vbarra(k))/Y0(k,k);
            variacion(k)=abs(Vbarra(k)-Vnuevo);
            Vbarra(k) = Vnuevo;
        end
    end
    iteraciones = iteraciones + 1;
    if iteraciones == 10000
        disp('10000 iteraciones y no converge');
        break;
    end
end
end
```

```

function [ GenDelta0 GenFems GenTorques ] = CondInicial(MatAdm, ConsumosPQ,
Vbarra,GenReactancias )
% Calcula las constantes internas del generador y la condición inicial de
% delta.

GenDelta0=zeros (length (GenReactancias),1);
GenFems=zeros (length (GenReactancias),1);
GenTorques=zeros (length (GenReactancias),1);

Sinyectado = Vbarra.*conj (MatAdm*Vbarra);
Pinyectado = real (Sinyectado);
Qinyectado = imag (Sinyectado);

Theta=angle (Vbarra);
Vabs=abs (Vbarra);

for k = 1:length (GenReactancias)
    Aux =
atan ((ConsumosPQ (k,1)+Pinyectado (k)) / (ConsumosPQ (k,2) + (Vabs (k) *Vabs (k) /GenReac
tancias (k))+Qinyectado (k)));
    if Aux < 0
        GenDelta0 (k)=Theta (k) + Aux + pi/2;
    else
        GenDelta0 (k)=Theta (k) + Aux;
    end

GenFems (k)=(GenReactancias (k) * (ConsumosPQ (k,1)+Pinyectado (k))) / (Vabs (k) *sin (Ge
nDelta0 (k)-Theta (k)));
    GenTorques (k)=GenFems (k) *Vabs (k) *sin (GenDelta0 (k) -
Theta (k)) /GenReactancias (k);
end

end

function A = MatrixA( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
GenReactancias, GenDamping )
%DERIVADA DE F RESPECTO A X
% Detailed explanation goes here
m = length (GenFems);
A = zeros (2*m,2*m);
%Theta=PolVbarra (:,2)*pi/180;
%Volt=PolVbarra (:,1);
Theta=angle (Vbarra);
Volt=abs (Vbarra);

for i = 1:m
    a=2*i-1; b=2*i;
    A (a,a) = 0;
    A (b,a) = -GenFems (i) *Volt (i) *cos (GenDelta0 (i) -
Theta (i)) / (GenInerciasM (i) *GenReactancias (i));
    A (a,b) = 100*pi;
    A (b,b) = -GenDamping (i) /GenInerciasM (i);
end

```

```

function B = MatrixB( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
    GenReactancias, GenDamping )
%DERIVADA DE F RESPECTO A Y
% Detailed explanation goes here

%Theta=PolVbarra(:,2)*pi/180;
%Volt=PolVbarra(:,1);
Theta=angle(Vbarra);
Volt=abs(Vbarra);
m = length(GenFems);
n = length(Volt);
B =zeros(2*m,2*n);

for i = 1:m
    a=2*i-1; b=2*i;
    B(a,a)= 0;
    B(b,a)= GenFems(i)*Volt(i)*cos(GenDelta0(i)-
Theta(i))/(GenInerciasM(i)*GenReactancias(i));
    B(a,b)= 0;
    B(b,b)= -GenFems(i)*cos(GenDelta0(i)-
Theta(i))/(GenInerciasM(i)*GenReactancias(i));
end

end

function C = MatrixC( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
    GenReactancias, GenDamping )
%DERIVADA DE G RESPECTO A X
% Detailed explanation goes here

%Theta=PolVbarra(:,2)*pi/180;
%Volt=PolVbarra(:,1);
Theta=angle(Vbarra);
Volt=abs(Vbarra);
m = length(GenFems);
n = length(Volt);
C =zeros(2*n,2*m);

for i = 1:m
    a=2*i-1; b=2*i;
    C(a,a)= -GenFems(i)*Volt(i)*cos(GenDelta0(i)-Theta(i))/GenReactancias(i);
    C(b,a)= GenFems(i)*Volt(i)*sin(GenDelta0(i)-Theta(i))/GenReactancias(i);
    C(a,b)= 0;
    C(b,b)= 0;
end

end

function D = MatrixD( Vbarra, GenFems, GenDelta0,...
    GenReactancias, MatAdm )
%DERIVADA DE G RESPECTO A Y
% Detailed explanation goes here

%Theta=PolVbarra(:,2)*pi/180;

```

```

%Volt=PolVbarra(:,1);
Theta=angle(Vbarra);
Volt=abs(Vbarra);
m = length(GenFems);
n = length(Volt);
Da = zeros(2*n,2*n);
Db = zeros(2*n,2*n);

MatY = abs(MatAdm);
Alpha = angle(MatAdm);

Vbarra = Volt.*cos(Theta)+1i*Volt.*sin(Theta);
Piny = real(Vbarra.*conj(MatAdm*Vbarra));
Qiny = imag(Vbarra.*conj(MatAdm*Vbarra));

for i = 1:n
    for j = 1:n
        a=2*i-1;
        b=2*i;
        c=2*j-1;
        d=2*j;
        if i==j
            Da(a,c)= -(Qiny(i)-Volt(i)*Volt(i)*MatY(i,i)*sin(-Alpha(i,i)));
            Da(b,c)= Piny(i)-Volt(i)*Volt(i)*MatY(i,i)*cos(-Alpha(i,i));
            Da(a,d)= (Piny(i)/Volt(i))+Volt(i)*MatY(i,i)*cos(-Alpha(i,i));
            Da(b,d)= (Qiny(i)/Volt(i))+Volt(i)*MatY(i,i)*sin(-Alpha(i,i));
        else
            Da(a,c)= Volt(i)*Volt(j)*MatY(i,j)*sin(Theta(i)-Theta(j)-
Alpha(i,j));
            Da(b,c)= -Volt(i)*Volt(j)*MatY(i,j)*cos(Theta(i)-Theta(j)-
Alpha(i,j));
            Da(a,d)= Volt(i)*MatY(i,j)*cos(Theta(i)-Theta(j)-Alpha(i,j));
            Da(b,d)= Volt(i)*MatY(i,j)*sin(Theta(i)-Theta(j)-Alpha(i,j));
        end
    end
end

for i = 1:m
    a=2*i-1; b=2*i;
    Db(a,a)= -GenFems(i)*Volt(i)*cos(GenDelta0(i)-Theta(i))/GenReactancias(i);
    Db(b,a)= GenFems(i)*Volt(i)*sin(GenDelta0(i)-Theta(i))/GenReactancias(i);
    Db(a,b)= GenFems(i)*sin(GenDelta0(i)-Theta(i))/GenReactancias(i);
    Db(b,b)= (GenFems(i)*Volt(i)*cos(GenDelta0(i)-
Theta(i))+2*Volt(i))/GenReactancias(i);
end

D = Da - Db;

end

function JS = MatrixJS( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
    GenReactancias, GenDamping, MatAdm )

A = MatrixA( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
    GenReactancias, GenDamping );

```

```

B = MatrixB( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
  GenReactancias, GenDamping );
C = MatrixC( Vbarra, GenFems, GenDelta0, GenInerciasM,...
  GenReactancias, GenDamping );
D = MatrixD( Vbarra, GenFems, GenDelta0,...
  GenReactancias, MatAdm );

```

```

JS = A-B*(D^-1)*C;

```

```

end

```

```

function [ JS, Q, L ] = AModal( MAdm, FluxDat, ConPQ, GenX, GenM, GenD )
%UNTITLED Calcula matriz de paso y vector de valores propios
% Detailed explanation goes here

```

```

%n = length(MAdm(:,1));
%m = length(GenX);
[Vbarra, iter] = FlujoPotenciaGS(FluxDat, MAdm);
[GDelta, GFem, GTor] = CondInicial(MAdm, ConPQ, Vbarra, GenX);
JS = MatrixJS(Vbarra, GFem, GDelta, GenM, GenX, GenD, MAdm);
[Q, D] = eig(JS); Q = Q;
dimD = length(D(:,1));
L = zeros(dimD,1);
for k = 1:dimD
    L(k) = D(k,k);
end

```

```

end

```

```

function [ SensFallaL, SensFallaA ] = SensModalFalla( MAdm, FluxDat, ConPQ,
GenX, GenM, GenD, NEnl )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
n = length(MAdm(:,1));
%m = length(GenX);
SensFallaL = 0*NEnl;
SensFallaA = 0*NEnl;
%MAdmAux = MAdm;
%Laux = ones(2*m,1);

```

```

for j = 1:(n-1)
    for k = (j+1):n
        if NEnl(j,k)>0.99
            MAdmAux = MAdm;
            %Laux = ones(2*m,1);
            MAdmAux(j,k)=MAdm(j,k)*(NEnl(j,k)-1)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(k,j)=MAdm(j,k)*(NEnl(j,k)-1)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(j,j)=MAdm(j,j)+MAdm(j,k)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(k,k)=MAdm(k,k)+MAdm(j,k)/NEnl(j,k);
            [JSaux, Qaux, Laux] = AModal(MAdmAux, FluxDat, ConPQ, GenX, GenM,
GenD);
            amortiguacion = -real(Laux)./abs(Laux);
            Lmin = 9999;
            Amin = 9999;

```

```

        dimL = length(Laux);
        for h = 1:dimL
            valor1 = amortiguacion(h);
            valor2 = abs(Laux(h));
            if (valor1<Amin && valor2>0.000001)
                Lmin = Laux(h);
                Amin = amortiguacion(h);
            end
        end
        SensFallaA(j,k) = 100*Amin;
        SensFallaL(j,k) = Lmin;
    end
end
end

end

function [ SensInverL, SensInverA ] = SensModalInver( MAdm, FluxDat, ConPQ,
GenX, GenM, GenD, NEnl )
%UNTITLED3 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
n = length(MAdm(:,1));
SensInverL = 0*NEnl;
SensInverA = 0*NEnl;

for j = 1:(n-1)
    for k = (j+1):n
        if NEnl(j,k)>0.99
            MAdmAux = MAdm;
            MAdmAux(j,k)=MAdm(j,k)*(NEnl(j,k)+1)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(k,j)=MAdm(j,k)*(NEnl(j,k)+1)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(j,j)=MAdm(j,j)-MAdm(j,k)/NEnl(j,k);
            MAdmAux(k,k)=MAdm(k,k)-MAdm(j,k)/NEnl(j,k);
            [JSaux, Qaux, Laux] = AModal(MAdmAux, FluxDat, ConPQ, GenX, GenM,
GenD);

            amortiguacion = -real(Laux)./abs(Laux);
            Lmin = 9999;
            Amin = 9999;
            dimL = length(Laux);
            for h = 1:dimL
                valor1 = amortiguacion(h);
                valor2 = abs(Laux(h));
                if (valor1<Amin && valor2>0.000001)
                    Lmin = Laux(h);
                    Amin = amortiguacion(h);
                end
            end
            SensInverA(j,k) = 100*Amin;
            SensInverL(j,k) = Lmin;
        end
    end
end
end
end

```

```

function [ Vbar_pre, iter_pre, VbarABS_pre, ...
  VbarANG_pre, TransferMW_pre, GDelt_pre, ...
  GFems_pre, GTorq_pre, GDeltDEG_pre, ...
  JS_pre, Q_pre, L_pre, SensFallal_pre, SensFallaa_pre, ...
  SensInverL_pre, SensInverA_pre, ...
  Vbar_fut, iter_fut, VbarABS_fut, ...
  VbarANG_fut, TransferMW_fut, GDelt_fut, ...
  GFems_fut, GTorq_fut, GDeltDEG_fut, ...
  JS_fut, Q_fut, L_fut, SensFallal_fut, SensFallaa_fut, ...
  SensInverL_fut, SensInverA_fut ] = ...
  AnalisisTotal( FluxDat_pre, FluxDat_fut, MAdm_pre, MAdm_fut, ...
  ConPQ_pre, ConPQ_fut, NEnl_pre, NEnl_fut, GenX, GenM, GenD )

[Vbar_pre, iter_pre] = FlujoPotenciaGS(FluxDat_pre, MAdm_pre);
VbarABS_pre = abs(Vbar_pre);
VbarANG_pre = 180*angle(Vbar_pre)/pi;
TransferMW_pre = real(PotenciasTrans(Vbar_pre, MAdm_pre));
[GDelt_pre, GFems_pre, GTorq_pre] = CondInicial(MAdm_pre, ConPQ_pre, ...
  Vbar_pre, GenX);
GDeltDEG_pre = 180*GDelt_pre/pi;
[JS_pre, Q_pre, L_pre] = AModal(MAdm_pre, FluxDat_pre, ConPQ_pre, GenX, ...
  GenM, GenD);
[SensFallal_pre, SensFallaa_pre] = SensModalFalla(MAdm_pre, FluxDat_pre, ...
  ConPQ_pre, GenX, GenM, GenD, NEnl_pre);
[SensInverL_pre, SensInverA_pre] = SensModalInver(MAdm_pre, FluxDat_pre, ...
  ConPQ_pre, GenX, GenM, GenD, NEnl_pre);

[Vbar_fut, iter_fut] = FlujoPotenciaGS(FluxDat_fut, MAdm_fut);
VbarABS_fut = abs(Vbar_fut);
VbarANG_fut = 180*angle(Vbar_fut)/pi;
TransferMW_fut = real(PotenciasTrans(Vbar_fut, MAdm_fut));
[GDelt_fut, GFems_fut, GTorq_fut] = CondInicial(MAdm_fut, ConPQ_fut, ...
  Vbar_fut, GenX);
GDeltDEG_fut = 180*GDelt_fut/pi;
[JS_fut, Q_fut, L_fut] = AModal(MAdm_fut, FluxDat_fut, ConPQ_fut, GenX, ...
  GenM, GenD);
[SensFallal_fut, SensFallaa_fut] = SensModalFalla(MAdm_fut, FluxDat_fut, ...
  ConPQ_fut, GenX, GenM, GenD, NEnl_fut);
[SensInverL_fut, SensInverA_fut] = SensModalInver(MAdm_fut, FluxDat_fut, ...
  ConPQ_fut, GenX, GenM, GenD, NEnl_fut);
end

function [] = Participacion(Q,L)
for k = 1:10
  h = 2*k-1;
  subplot(5,2,k)
  bar(real(Q(:,h)))
  axis([0,20,-1,1])
  modo = round(10000*L(h))/10000;
  titulo = horzcat('Modo ', num2str(h), ' : ', num2str(modo));
  title(titulo)
  grid on
end
end

```