



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

AJUSTE DE UN MODELO DE ELEMENTOS FINITOS DE UNA ESTRUCTURA  
AERONÁUTICA UTILIZANDO FRECUENCIAS DE ANTI-RESONANCIA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

MAY-LIN TAY MORAN

PROFESORA GUÍA:  
VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISION:  
JUAN CRISTÓBAL ZAGAL MONTEALEGRE  
ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por proyecto Fondecyt

SANTIAGO DE CHILE  
OCTUBRE 2012

## Resumen

El método de elementos finitos se utiliza ampliamente en el análisis del comportamiento estático y dinámico de estructuras. Sin embargo, en muchos casos los resultados obtenidos por elementos finitos difieren considerablemente de los datos medidos en el modelo real. El proceso de ajuste de modelos busca corregir estas imperfecciones del modelo numérico, minimizando la diferencia de los datos calculados en relación a los datos experimentales. A través de esto, se busca la generación de modelos confiables a partir de ajustes paramétricos en los mismos, es decir, validar modelos numéricos para poder representar comportamientos dinámicos a través de ellos.

En este trabajo de título se busca estudiar el posible uso de frecuencias de anti-resonancia en el ajuste de modelos de elementos finitos. Específicamente, se abordará el caso de una estructura aeronáutica (modelo similar al GARTEUR SM-AG19) la que se encuentra disponible en el laboratorio de sólidos de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

Con el fin de adquirir experiencia y manejo en la metodología, primero se realizó un ajuste para una barra simple y posteriormente para la estructura aeronáutica. Una primera tarea consistió en la construcción de un modelo en elementos finitos que representara a cada estructura. Estos modelos se realizaron a través del toolbox SDTools de Matlab. Luego, para el montaje experimental se definieron y prepararon los materiales y herramientas necesarias que se utilizaron para obtener los datos requeridos. Después de adquirido los datos, estos se procesaron a través de 2 funciones: las de respuesta en frecuencia y las de transmisibilidad; a partir de ambos tipos de funciones se pudo identificar las frecuencias de anti-resonancia experimentales. Finalmente, se realizaron los ajustes de los modelos numéricos utilizando un método basado en algoritmos genéticos. Como manera anexa y a modo de verificar los modelos de ajustes, se realizó una comparación para cada uno con el método de ajuste del software Femtools.

Durante el desarrollo de la primera estructura se buscó detectar el daño en una barra. A partir del algoritmo de optimización se encontraron cinco funciones de respuesta en frecuencia ajustadas dentro de un rango entre 0 y 3000 Hz, las que arrojaron una variación del factor de corrección del módulo de Young del 53% y 48% para el elemento 6 a través de los dos métodos utilizados respectivamente. Para el caso de la estructura aeronáutica, se realizaron dos tipos de correlaciones y por tanto de ajuste, una de los modos propios y otra para las frecuencias de anti-resonancia. Ambos resultados se complementaron para entregar una validación del modelo numérico confiable, lo que se pudo apreciar a través de la comparación de las funciones de respuesta en frecuencia resultante (numérico-experimentales) y los valores de correlación de la MAC. En ambas estructuras, el ajuste a través del programa Femtools no mejora en gran medida el modelo original.

Del desarrollo y resultados de este trabajo, se pudo comprobar que el uso de frecuencias de anti-resonancias es un método bastante confiable para ajustar modelos numéricos, siendo bastante superior a los utilizados por el programa Femtools. La extracción de datos experimentales a través de FRF y FTM, arrojó resultados muy similares para los dos ajustes que se realizaron a partir de ellos. Por último se pudo comprobar que el método en base a algoritmos genéticos entrega soluciones óptimas (a nivel global) a los problemas propuestos y que es bastante versátil en cuanto a los datos que se utilicen para la formulación del problema.

# Índice

2	Antecedentes .....	2
2.1	Modelo Numérico (Teórico) .....	3
2.1.1	El método de elementos finitos .....	3
2.1.2	Aplicación del análisis de elementos finitos a la industria de la ingeniería mecánica	3
2.1.3	Parámetros Modales de una Estructura .....	4
2.1.4	Función de respuesta en frecuencia (FRF) .....	6
2.1.5	Función de transmisibilidad.....	8
2.2	Modelo Experimental .....	8
2.2.1	Banco de prueba: Estructura aeronáutica .....	8
2.2.2	Procesamiento de señales .....	9
2.2.3	Errores de medición.....	11
2.2.4	Ventanas .....	12
2.2.5	Función de Coherencia .....	14
2.2.6	Identificación de anti-resonancias experimentales .....	15
2.2.7	Estimación de parámetros modales experimentales .....	18
2.3	Métodos de correlación Numérico – Experimental .....	19
2.3.1	MAC (Modal Assurance Criterion).....	19
2.3.2	Diferencias de Frecuencias de Anti-resonancia.....	20
2.4	Ajuste de modelos de elementos finitos.....	21
2.4.1	Ajuste de modelos utilizando métodos de optimización .....	22
2.4.2	Algoritmos genéticos.....	22
2.4.3	Formulación del problema de optimización .....	27
3	Metodología.....	29
4	Desarrollo Experimental.....	32
4.1	Análisis previo a la medición experimental.....	32
4.1.1	Rango de frecuencias.....	32
4.1.2	Selección de la ubicación de las respuestas.....	33
4.1.3	Selección de los puntos de excitación .....	33
4.1.4	Selección de los puntos de suspensión .....	33
5	Desarrollo de la barra simple.....	33

5.1	Construcción del modelo de elementos finitos de la barra .....	34
5.2	Montaje barra simple .....	35
5.2.1	Método de excitación.....	36
5.2.2	Medición de respuestas.....	37
5.2.3	Configuración del programa de adquisición de datos para las barras .....	38
5.3	Correlación de datos Numérico-Experimental para las barras .....	39
5.4	Resultados Barra simple .....	41
5.4.1	Ajuste del modelo numérico utilizando el Software Femtools .....	45
6	Desarrollo de la estructura aeronáutica .....	47
6.1	Construcción del modelo de la estructura aeronáutica .....	47
6.2	Montaje estructura aeronáutica .....	50
6.2.1	Método de excitación.....	51
6.2.2	Medición de respuestas.....	52
6.2.3	Configuración del programa de adquisición de datos para estructura aeronáutica .....	53
6.3	Correlación de datos para la estructura aeronáutica .....	53
6.3.1	Correlación modos propios.....	55
6.3.2	Correlación de frecuencias de anti-resonancia .....	56
6.4	Resultados estructura aeronáutica.....	58
6.4.1	Ajuste de modos propios .....	58
6.4.2	Ajuste utilizando frecuencias de anti-resonancia .....	60
6.4.3	Ajuste del modelo numérico utilizando el software Femtools .....	64
7	Discusiones.....	67
7.1	Barra simple .....	67
7.2	Estructura aeronáutica.....	69
8	Conclusiones y comentarios .....	70
9	Referencias .....	72

# 1 Introducción

El método de elementos finitos se utiliza ampliamente en el análisis del comportamiento estático y dinámico de estructuras. Sin embargo, en muchos casos los resultados obtenidos por este método difieren de los datos medidos en el modelo real. Esto significa que el modelo numérico puede no representar adecuadamente la estructura existente. El proceso de ajuste de modelos busca corregir las imperfecciones del modelo numérico, minimizando la diferencia de los datos calculados con relación a los datos experimentales.

Uno de los principales desafíos en los métodos de ajuste de modelo es la selección de una técnica de correlación adecuada entre el modelo numérico y los datos experimentales. Los métodos tradicionales utilizan información modal, como las frecuencias naturales y los modos de vibración. Los modos de vibración, sin embargo, no se pueden identificar de manera experimental con mucha precisión. Esto puede afectar la precisión del modelo en elementos finitos ajustado. Recientemente, se ha propuesto el uso de frecuencias de anti-resonancia como una alternativa a los modos de vibración. Las frecuencias de anti-resonancia son los ceros de las funciones de respuesta en frecuencia, y son una alternativa atractiva ya que se pueden determinar más fácilmente y con menos errores que los modos de vibración, y aun así entregan la misma información.

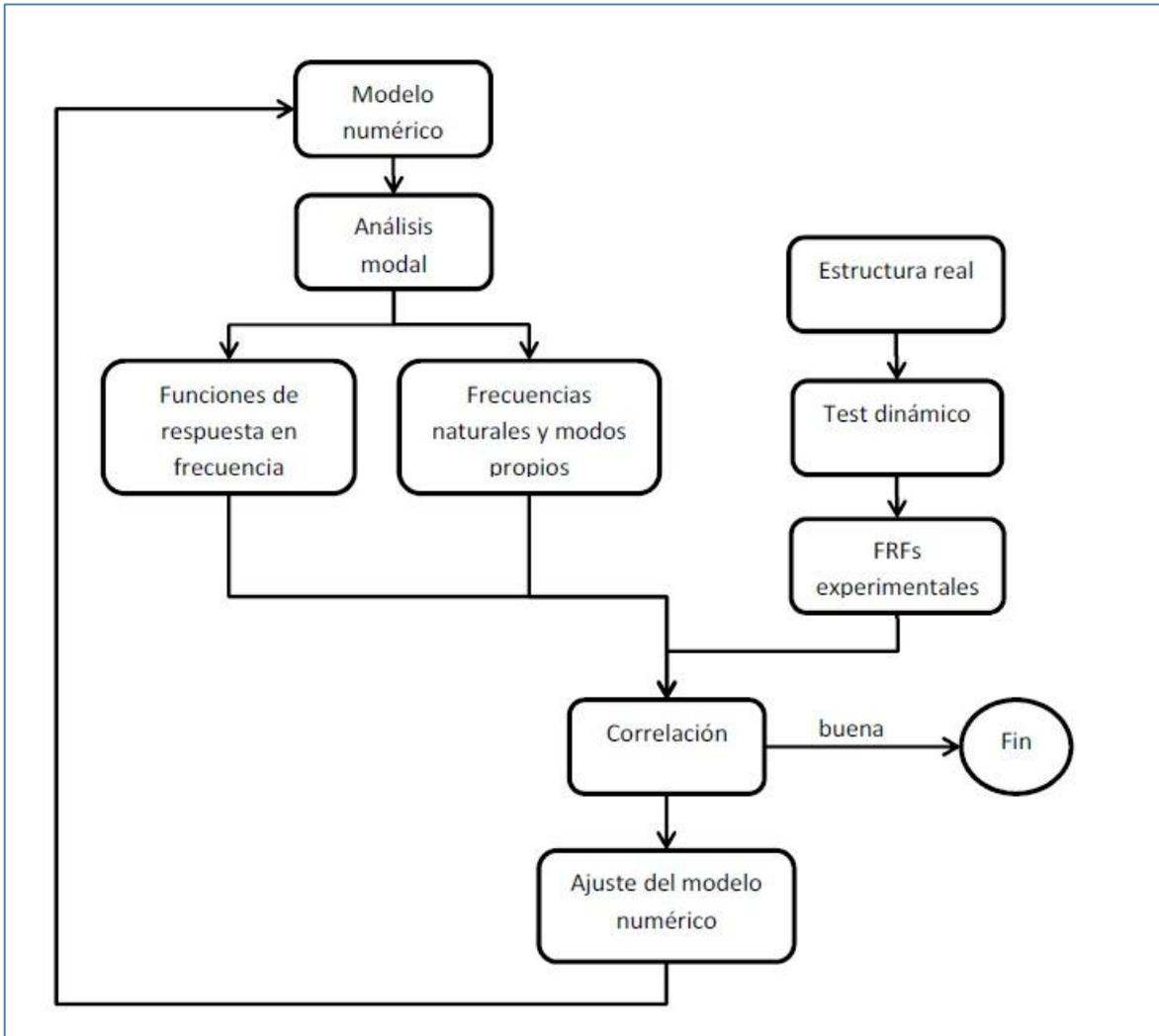
El objetivo principal de este trabajo de título es corroborar el uso de frecuencias de anti-resonancia en el ajuste de modelos en elementos finitos, específicamente para el caso de una estructura aeronáutica, la cual se encuentra disponible en el laboratorio de sólidos. Esta estructura corresponde a un modelo aeronáutico similar al GARTEUR SM-AG19, modelo de prueba aeronáutico desarrollado por el grupo de investigación aeronáutica y tecnológica GARTEUR de Europa.

Como objetivos específicos se busca, para una estructura aeronáutica:

- ▶ Determinar las frecuencias de anti-resonancia a partir de funciones de respuesta en frecuencia y funciones de transmisibilidad
- ▶ Implementar el método de ajuste basado en algoritmos genéticos para la estructura
- ▶ Comparar los resultados del ajuste con aquellos obtenidos por otros métodos existentes

Para el desarrollo de este trabajo se procederá primero a la construcción del modelo simplificado de elementos finitos, de donde se obtendrán los parámetros modales, en particular las frecuencias de anti-resonancia. Posterior al análisis numérico, se realizará el análisis modal experimental y se extraerán las frecuencias de anti-resonancia a través de las funciones de respuesta en frecuencia y las funciones de transmisibilidad. Luego de ambos análisis, se correlacionaran datos analíticos y experimentales y se procederá a ajustar el modelo numérico.

Finalmente se comparará el modelo ajustado con frecuencias de anti-resonancia con uno ajustado con el programa Femtools, el cual utiliza información modal (frecuencias naturales y modos propios). En la figura 1 a continuación se muestra un esquema general para ajuste de modelo.



**Figura 1** Esquema general de un ajuste de modelo

Este trabajo es financiado en parte por el fondo nacional de desarrollo científico y tecnológico del Gobierno de Chile, siendo parte del proyecto Fondecyt de iniciación N° 11110046.

## 2 Antecedentes

En esta sección se da contexto y discusión a los antecedentes relevantes para la comprensión y elaboración del presente trabajo, el cual será estructurado en tres secciones: Obtención de datos numéricos (a través de un modelo de elementos finitos), obtención de datos experimentales (directamente del montaje y desarrollo experimental) y por último la comparación de los datos seleccionados anteriormente, que luego de correlacionados entre sí, se procederá al ajuste del modelo numérico para lograr la validación de este último.

## **2.1 Modelo Numérico (Teórico)**

A continuación se describirán los antecedentes que darán contexto al proceso numérico del trabajo a desarrollar. Estos ayudarán a la comprensión de la obtención de las frecuencias de anti-resonancias teóricas.

### **2.1.1 El método de elementos finitos**

El método de elementos finitos (FEM) es una técnica de simulación por computador usada ampliamente en el análisis del comportamiento estático y dinámico de estructuras. Desde un punto de vista ingenieril, el análisis de elementos finitos se origina como el método de investigación estructural de matrices de desplazamiento. Esto surge luego de varias décadas de investigación, principalmente en la industria aeroespacial inglesa, como una variante apropiada para computadores. En este método, el objeto o sistema se representa por un modelo geoméricamente similar (simplificación de estructura real) que consta de múltiples regiones discretas simplificadas y conectadas (elementos y nodos). Ecuaciones de equilibrio, junto con consideraciones físicas aplicables así como relaciones constitutivas, se aplican a cada elemento, y se construye un sistema de varias ecuaciones. El sistema de ecuaciones se resuelve para los valores desconocidos usando técnicas de álgebra lineal o esquemas no lineales, dependiendo del problema. Siendo un método aproximado, la precisión de los métodos de análisis de elementos finitos puede ser mejorada refinando la discretización en el modelo, usando más elementos y nodos.

Además de la industria aeroespacial, otras de las áreas en las que comúnmente es usado el método de elementos finitos son en los problemas y modelos estructurales, transferencia de calor, dinámica de fluidos y electromagnetismo.

### **2.1.2 Aplicación del análisis de elementos finitos a la industria de la ingeniería mecánica**

Una variedad de especializaciones bajo el ámbito de la ingeniería mecánica tal como lo es la aeronáutica, biomecánica, y las industrias automotrices, todas comúnmente usan el análisis de elementos finitos integrado en el diseño y desarrollo de sus productos. Varios paquetes modernos de análisis de elementos finitos incluyen componentes específicos como el térmico, electromagnético, fluido y ambientes de trabajo estructural. En una simulación estructural el análisis de elementos finitos ayuda a producir visualizaciones de rigidez y fuerza y además ayuda a minimizar peso, materiales y costos. El análisis de elementos finitos permite una visualización detallada de los sectores donde las estructuras se doblan o tuercen, e indica la distribución del esfuerzo y los desplazamientos.

El análisis de elementos finitos, permite la construcción de diseños enteros, su refinación y optimización antes de que el diseño sea manufacturado. Esta poderosa herramienta de diseño ha mejorado en gran forma, ambos, el estándar de diseños en ingeniería y la metrología del proceso del diseño en muchas aplicaciones industriales. La introducción del análisis de elementos finitos ha reducido el tiempo que se toma para llevar productos desde el concepto

hasta la línea de producción. A través de la mejora de diseños de prototipos iniciales usando el análisis de elementos finitos se han acelerado, principalmente, las pruebas y el desarrollo. En resumen, los beneficios del análisis de elementos finitos son: una alta precisión, diseño mejorado, y una mejor percepción de los parámetros críticos de diseño, prototipos virtuales, menos prototipos físicos, y ciclo de diseño más rápido y económico, alza en la productividad y en las ganancias.

### 2.1.3 Parámetros Modales de una Estructura

La representación numérica de estructuras emplea modelos con un gran número de grados de libertad. Estos grados de libertad son coordenadas que permiten determinar la posición, velocidad y aceleración de ésta en cada momento y que son independientes tras aplicar las condiciones de vínculos entre ellas. A partir de los grados de libertad (gl) y las propiedades de las estructuras (tales como la masa y la rigidez), se pueden encontrar sistemas equivalentes como el de la figura (2), cuyo movimiento queda descrito por la ecuación (1):

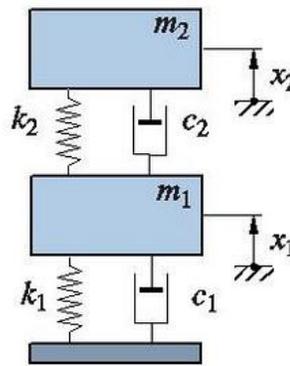


Figura 2 Modelo de 2 grados de libertad.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

Donde  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  representan la matriz de: masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente y  $\{x\}$ ,  $\{\dot{x}\}$ ,  $\{\ddot{x}\}$  representan el vector de respuesta, velocidad y aceleración respectivamente y por último  $\{F\}$  representa el vector de fuerzas.

Transformando esta ecuación desde el dominio temporal al dominio de Laplace obtenemos la ecuación (2), donde  $[Z(p)]$  es la matriz de rigidez dinámica. Donde el determinante de la matriz  $|Z(p)|$  entrega el conjunto de ecuaciones características del sistema.

$$([M]p^2 + [C]p + [K])\{X\}(p) = \{Z\}(p)\{X\}(p) = \{F\}(p) \quad (2)$$

Invirtiendo la ecuación (2) se obtiene la matriz de función de transferencia  $H(p)$ :

$$X(p) = H(p)F(p) \quad (3)$$

$$H(p) = Z(p)^{-1} = \frac{adj(Z(p))}{|Z(p)|} \quad (4)$$

Donde:  $adj(Z(p))$  es la matriz adjunta de  $Z(p)$  y  $|Z(p)|$  es el determinante de  $Z(p)$ . La matriz adjunta viene dada por  $adj(Z(p)) = [\varepsilon_{ij}|Z_{ij}|]^T$ . Donde:

- $|Z_{ij}|$  es el determinante de  $Z(p)$ , eliminando la fila  $i$  y la columna  $j$
- $\varepsilon_{ij} = 1$ , si  $i + j$  es par;  $= -1$ , si  $i + j$  es impar

### 2.1.3.1 Polos del sistema y frecuencias naturales

La ecuación característica del sistema viene dada por el denominador de la ecuación (4), y las raíces o ceros de esta última corresponden a los polos del sistema, los cuales definen las frecuencias naturales. Para resolver el problema homogéneo de la ecuación (2), se introduce una ecuación general de valores propios mediante la siguiente identidad:

$$(pM - pM)\{x\} = 0 \quad (5)$$

Combinando la ecuación (2) y la ecuación (5) se obtiene la expresión (6) la que corresponde a la ecuación homogénea del sistema:

$$(p[A] + [B])\{Y\} = \{f'\} \quad (6)$$

Donde

$$[A] = \begin{pmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{pmatrix}$$

$$[B] = \begin{pmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{pmatrix}$$

$$Y = \begin{pmatrix} p\{X\}(p) \\ \{X\}(p) \end{pmatrix}$$

$$f' = \begin{pmatrix} \{0\} \\ \{F\} \end{pmatrix}$$

Resolviendo para los valores de  $p$  que satisfacen la ecuación (7):

$$|p[A] + [B]| = 0 \quad (7)$$

Se obtienen los **polos** del sistema que corresponden a los valores propios del determinante  $|Z(p)|$ , esto genera  $2N$  ( $N$ =numero de grados de libertad de la ecuación) soluciones complejas conjugadas de la ecuación homogénea (2). Estos polos del sistema se designan por la letra  $\lambda$ , los cuales se ordenan en la matriz de polos ( $\Lambda$ ) en forma de pares de complejos conjugados:

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \lambda_n & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 + j\omega_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \sigma_n + j\omega_n & \vdots \\ 0 & \dots & \sigma_1 - j\omega_1 \\ & & & \sigma_n - j\omega_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

Donde

- $\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$
- $\lambda_i^* = \sigma_i - j\omega_i$
- $\sigma_i$ : representa el factor de amortiguamiento del polo  $i$
- $\omega_i$ : Frecuencia natural del polo  $i$

Donde la parte real de cada polo corresponde a un factor de amortiguamiento y la parte imaginaria representa la frecuencia natural o de resonancia. Como no existen frecuencias negativas, se trabaja solamente con aquellos polos que tienen parte imaginaria positiva.

### 2.1.3.2 Vectores modales

Si se considera la parte homogénea de la ecuación (2) y se reemplaza “ $p$ ” por los valores encontrados de  $\Lambda_i$ , aquellos vectores que cumplen con la ecuación anterior, se les denomina modos normales, formas modales o vectores modales,  $\phi_i$ . Cada vector propio se relaciona con un valor propio específico.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \lambda_1 \phi_1 & \dots & \lambda_n \phi_n & \lambda_1^* \phi_1^* & \dots & \lambda_n^* \phi_n^* \\ \phi_1 & \dots & \phi_n & \phi_1^* & \dots & \phi_n^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

Para el valor propio correspondiente,  $\lambda_i$ , se cumple que:

$$(M\lambda_i^2 + C\lambda_i + K)\phi_i = 0 \quad (10)$$

### 2.1.4 Función de respuesta en frecuencia (FRF)

A partir de la función de transferencia  $H(p)$  dada en la ecuación (4), se puede obtener la función de respuesta en frecuencia (FRF) cuando esta se evalúa en el dominio de frecuencias ( $j\omega$ ), tal como se indica en la ecuación (11). Esta función muestra como varía la respuesta del sistema a diferentes frecuencias, la cual se puede graficar en forma continua o discreta. En el

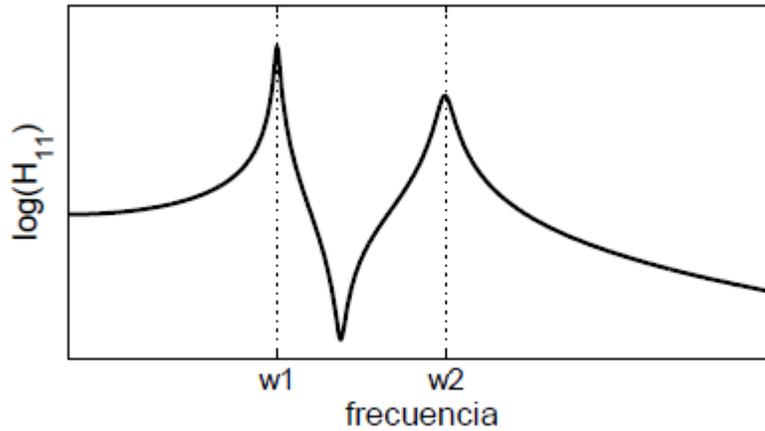
caso continuo del gráfico de las FRF, los picos máximos representan las frecuencias de resonancia del sistema y sus picos mínimos representan sus frecuencias de anti-resonancia.

$$H(j\omega) = Z(j\omega)^{-1} = \frac{adj(Z(j\omega))}{|Z(j\omega)|} \quad (11)$$

Se debe notar que, en el caso de múltiples grados de libertad, para cada valor de  $\omega$ ,  $H(j\omega)$  es una matriz. Entonces,  $H_{ik}(j\omega)$  corresponde a la función de respuesta en frecuencia, cuando se excita la estructura en  $k$  y se mide la respuesta en  $i$ , o viceversa ( $H(j\omega)$  es simétrica):

$$H_{ik}(j\omega) = H_{ki}(j\omega) = \frac{X_i(j\omega)}{F_k(j\omega)} = \frac{X_k(j\omega)}{F_i(j\omega)} \quad (12)$$

La figura 3, muestra un ejemplo de una FRF para un sistema de dos grados de libertad, en donde se observan las frecuencias de resonancia y anti-resonancia:



**Figura 3 Función de respuesta en frecuencia para un sistema de 2(gl), excitada en 1, respuesta en 1**

#### 2.1.4.1 Obtención numérica de frecuencias de anti-resonancia a través de las funciones de respuesta en frecuencia

La identificación numérica de las frecuencias de anti-resonancia se pueden obtener a través de los ceros de las funciones de respuestas en frecuencia (FRF's). Los ceros de la  $H_{ik}(j\omega)$  (FRF cuando se excita la estructura en  $k$  y se mide la respuesta en  $i$ ), están dados por los valores propios de  $((M_{i,k})^{-1}K_{i,k})$  cuando se elimina la  $i$ -ésima fila y la  $k$ -ésima columna ( $K$  y  $M$  representan las matrices de rigidez y masa respectivamente). Si  $i \neq k$  la matriz no es simétrica, entonces algunos de los valores propios pueden ser negativos o complejos, estos valores no se consideran como anti-resonancias.

### 2.1.5 Función de transmisibilidad

Además de la función de respuesta en frecuencia se pueden definir las funciones de transmisibilidad. Una función de transmisibilidad representa la relación en el dominio de frecuencia de las respuestas medidas en dos puntos de la estructura (ecuación (13)). Por lo tanto, no implican la medición de fuerzas de excitación. Se define como la relación en el dominio de la frecuencia entre dos respuestas:

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{X_{ik}(\omega)}{X_{jk}(\omega)}, \quad (13)$$

Donde  $X_{ik}(\omega)$  and  $X_{jk}(\omega)$  son las respuestas de salida de los grados de libertad  $i$  y  $j$ , debido a una fuerza de entrada en el grado de libertad  $k$ . En el caso de una sola fuerza, las funciones de transmisibilidad sólo dependen de la ubicación de la fuerza, pero no de la amplitud. De ahí que la estimación de funciones de la transmisibilidad no implican la medición de la fuerza de excitación. Las funciones de respuesta en frecuencia (FRF), por el contrario, requieren la medición de la fuerza de excitación.

## 2.2 Modelo Experimental

En esta sección se describirán los antecedentes que darán contexto al proceso de análisis modal experimental del trabajo a desarrollar. Mediante este análisis es posible estudiar el comportamiento dinámico de un sistema por medio de la obtención de los parámetros modales (frecuencias naturales, amortiguamiento, modos propios).

En parte, se dará entendimiento al proceso de adquisición de datos del sistema o estructura a estudiar (estructura real), para luego definir el montaje experimental, rangos de frecuencias, corrección de errores de medición, análisis de datos entregados por el procesador de señales, etc.

### 2.2.1 Banco de prueba: Estructura aeronáutica

La estructura que se utilizará para la obtención de datos experimentales fue un modelo aeronáutico construido por un alumno del departamento de ingeniería civil mecánica con motivo de su trabajo de título [2]. Este sistema corresponde a un modelo aeronáutico similar al GARTEUR SM-AG19, modelo de prueba aeronáutico desarrollado por el grupo de investigación aeronáutica y tecnológica GARTEUR de Europa. Este modelo fue fabricado de acero estructural SAE 1020 como se puede ver en la figura 4.



**Figura 4 Estructura aeronáutica de prueba**

### **Las principales características de la estructura son:**

- Estructura compuesta principalmente por 3 perfiles:
  - Fuselaje: de dimensiones  $1,5 \times 0,1 \times 0,001 \text{ m}^3$
  - Alas: de dimensiones  $2 \times 0,1 \times 0,001 \text{ m}^3$
  - Cola: de dimensiones  $0,33 \times 0,003 \times 0,1 \text{ m}^3$
- Uniones de los principales perfiles hacen duplicar o triplicar su espesor
- Uniones con pernos allen de 6mm diámetro
- Estructura suspendida por elásticos desde la base para simular una condición borde “libre-libre”
- Base construida de acero estructural 1020 perfil H
- Uniones de la base soldadas a tope
- 25 masas puntuales de 80 gramos ubicadas en los nodos
- Estructura totalmente desmontable

### **2.2.2 Procesamiento de señales**

El procesamiento digital de señales es una herramienta muy importante en el análisis de sistemas. Las señales en general, se pueden clasificar en estacionarias o no estacionarias, y éstas últimas en continuas o transientes. Las señales estacionarias son aquellas cuyas propiedades promedio no varían con el tiempo, pueden ser o determinísticas o aleatorias. El grupo más importante de señales determinísticas son las señales periódicas.

Las señales no estacionarias se pueden dividir en continuas o transientes. Estas últimas se pueden definir como señales que comienzan en cero en el periodo de observación.

Dado que el objetivo del procesamiento de señales es extraer el máximo de información de éstas últimas, se considera muy beneficioso estudiarlas en distintos dominios. Para estudiar su contenido en frecuencias, es más fácil examinar las señales en el dominio de frecuencias (las señales medidas son funciones en el dominio del tiempo). La transformada (inversa) de Fourier,

permite transformar de manera sencilla una señal en el tiempo a una señal en frecuencia y viceversa.

### 2.2.2.1 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier señala que una función periódica en el tiempo se puede representar como una suma de componentes sinusoidales a frecuencias equiespaciadas (14).

$$g(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} G(k\Delta f) e^{2j\pi k\Delta f t} \quad (14)$$

Los coeficientes de Fourier vienen dados por:

$$G(k\Delta f) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} g(t) e^{-2j\pi k\Delta f t} dt \quad (15)$$

Con:

- t: tiempo
- k: entero que cuenta los pasos en frecuencia:  $\Delta f = 1/T$
- $j = \sqrt{-1}$
- T: periodo de tiempo:  $T=1/\Delta f$

El set de valores  $G(k\Delta f)$  se denomina espectro de la función  $g(t)$ . En general el espectro posee valores complejos.

Al utilizar computadores digitales, es necesario adquirir la señal continua en intervalos de tiempo. Esto significa que la señal continua es representada por una señal discreta con valores a tiempos equidistantes. Considerando esto la transformada de Fourier queda como la ecuación 16:

$$g(n\Delta t) = \frac{1}{f_s} \int_{-f_s/2}^{+f_s/2} G(f) e^{-2j\pi f n\Delta t} df \quad (16)$$

Con:

$$G(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} g(n\Delta t) e^{-2j\pi f n\Delta t} \quad (17)$$

- n: entero contando el número de pasos de tiempo
- $\Delta t$ : intervalo de muestreo:  $\Delta t = 1/f_s$
- $f_s$ : frecuencia de muestreo:  $f_s = 1/\Delta t$

En condiciones reales de medición experimental es imposible medir la señal temporal hasta un tiempo infinito. Una parte de la señal debe ser seleccionada. Se asume que la señal capturada se repite con un periodo T, entregando una función periódica. Combinando la hipótesis de periodicidad con un muestreo temporal de la señal, se obtiene la definición de la transformada discreta de Fourier (ecuación 18):

$$g(n\Delta t) = \frac{1}{f_s} \sum_{k=0}^{N_s-1} G(k\Delta f) e^{2j\pi n k / N_s} \quad (18)$$

Con:

$$G(f) = \frac{1}{N_s} \sum_{n=0}^{N_s-1} g(n\Delta t) e^{-2j\pi kn/N_s} \quad (19)$$

$N_s$ : número de datos:  $T = N_s\Delta t$  y  $f_s = N_s\Delta f$

### 2.2.3 Errores de medición

Durante el proceso de análisis digital de una señal pueden ocurrir distintos tipos de errores. Errores típicos son sobrecargas, ruido digital, errores de cuantificación, limitaciones del rango dinámico. Sin embargo, los dos errores principales son aliasing y leakage.

#### 2.2.3.1 Aliasing

El aliasing se produce debido al hecho que la señal temporal debe ser muestreada. Componentes de alta frecuencia en la señal pueden causar errores de amplitud y frecuencia en el espectro. Si la mayor frecuencia contenida en una señal no cumple con el teorema de Shannon:  $f_{max} \leq f_s/2$ , entonces las frecuencias por sobre  $f_s/2$  van a aparecer como frecuencias menores a  $f_s/2$ . La figura 5 muestra un ejemplo de Aliasing, se muestran tres senos con frecuencias de 1, 4 y 6 Hz muestreados a 5 Hz, a la frecuencia de muestreo los tres senos son idénticos.

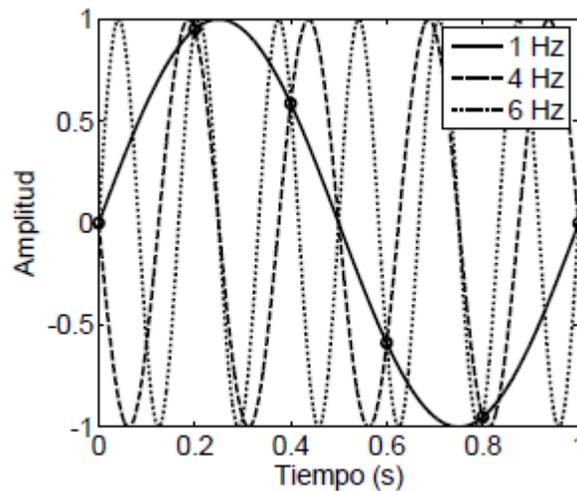


Figura 5 Aliasing: Seno a 1, 4 y 6 Hz, muestreados a 5 Hz

Este error de medición puede ser evitado removiendo todos los componentes con frecuencias mayores a  $f_s/2$ . Esto se puede lograr con una señal de excitación apropiada, aunque se logra generalmente utilizando un filtro pasa bajas. Dado que no existen filtros que remuevan todas las frecuencias altas a cero sin influenciar en las bajas, los filtros se fijan normalmente a un 40% de  $f_s$ .

### 2.2.3.2 Leakage

Debido a que la adquisición de datos debe ser en un periodo de observación finito  $T$ , la transformada discreta de Fourier asume entonces que la señal es periódica con periodo  $T$ . Si esta condición no se cumple, se produce un error de “leakage”. La figura 6 ilustra el espectro obtenido de una señal tipo coseno, cuando la función es periódica en  $T$  y cuando no lo es. En el segundo caso, el espectro discreto no coincide con el real. El error en la hipótesis de periodicidad produce errores importantes de amplitud y frecuencia.

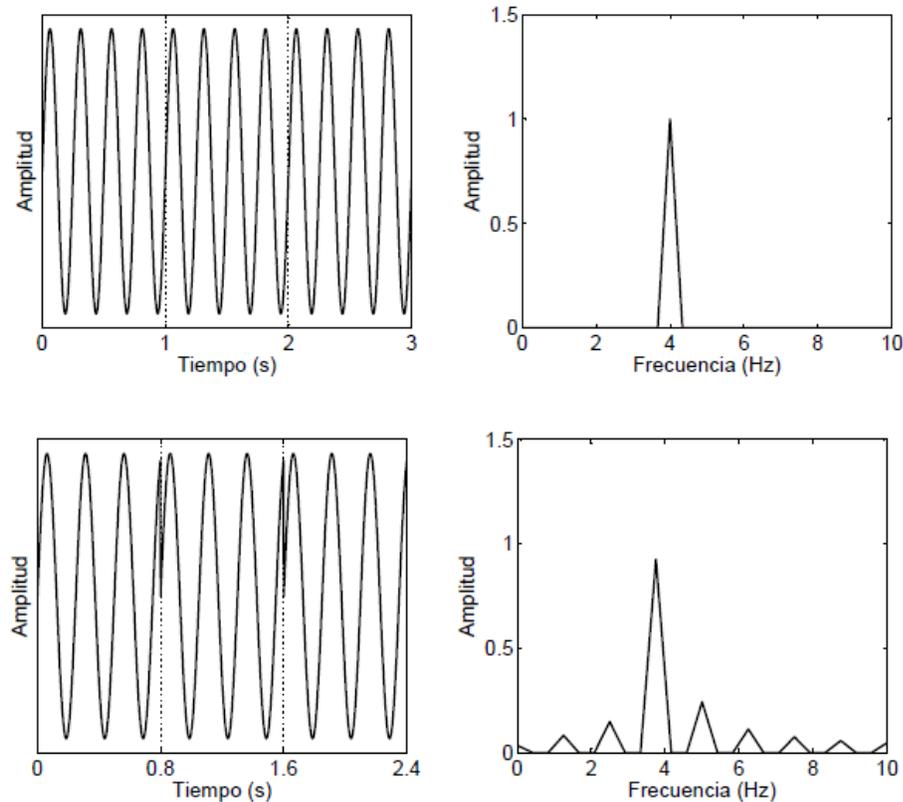


Figura 6 Hipótesis de periodicidad, Leakage

La única solución a este error, es asegurarse que la señal es periódica o se observa completamente en el periodo de adquisición. En sistemas perfectamente lineales, se puede lograr al excitarlos con una señal periódica en el intervalo de tiempo considerado. Aumentar el tiempo de adquisición, es decir, aumentar la resolución de frecuencias, ayuda a mejorar la periodicidad de la señal.

### 2.2.4 Ventanas

Al medir una señal temporal, solo una parte de la señal total es considerada. Esto equivale a multiplicar la señal actual con una ventana de tiempo rectangular (figura 7(a)). Sin embargo una mejor selección de ventana puede reducir considerablemente el error debido a leakage. En

general, se buscan ventanas que reduzcan las discontinuidades en los extremos de la señal, dado que reducen el error por leakage al forzar la señal a ser periódica. La selección de una ventana de tiempo, es siempre un compromiso entre una buena estimación de la amplitud y una buena resolución espectral.

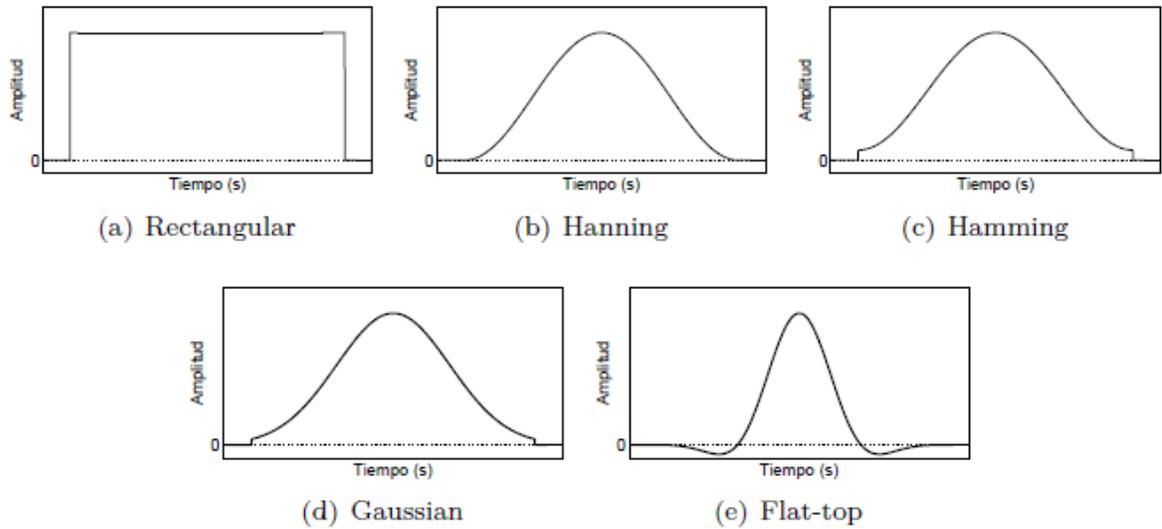


Figura 7 Diferentes tipos de ventanas de tiempo

Existen dos ventanas especiales que se utilizan en test de impactos: Fuerza y Exponencial. En el caso de test de impacto la señal de entrada es una señal tipo pulso y la respuesta es una combinación de sinusoides que disminuye en el tiempo (figura 8).

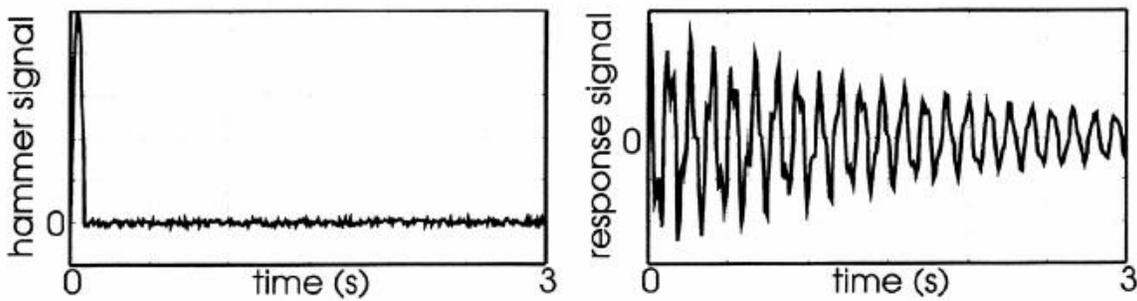


Figura 8 Señal de impacto y respuesta al impacto

Para la respuesta se usa una ventana exponencial  $\omega(t) = e^{-at}$ . En el caso de estructuras con baja amortiguación o si el tiempo de adquisición es muy breve, la respuesta no llegará a cero al final del bloque de tiempo, lo que causa discontinuidades y leakage. Al multiplicar esta respuesta con una ventana exponencial da como resultado una señal que es casi cero al final del bloque de tiempo. En el caso de estructuras con alta amortiguación o con un tiempo de adquisición alto, la señal llega a cero antes del final del bloque de tiempo y el resto de lo medido

es básicamente ruido experimental. Al aplicar una ventana exponencial, en este caso, se reduce la contribución del ruido.

Dado que la fuerza es de corta duración, cualquier ruido durante el resto de la señal no es deseable. Aplicar una ventana que sea igual a la ventana exponencial durante el pulso, suavemente desciende a cero justo después del pulso y permanece igual a cero durante el resto del bloque de tiempo, ofrece una solución al problema del ruido (figura 9).

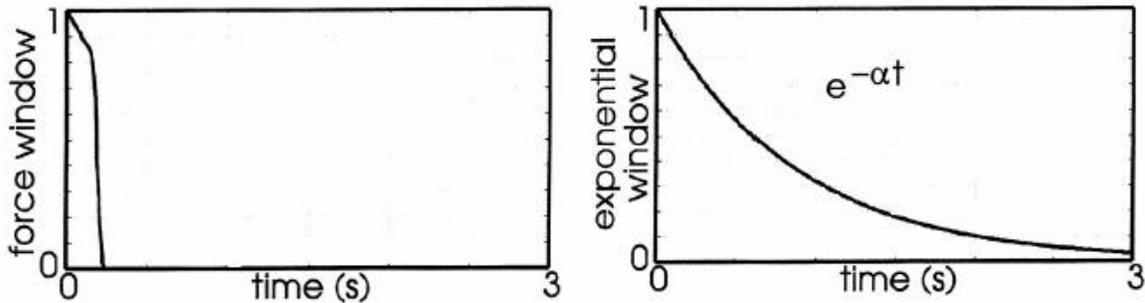


Figura 9 Ventanas de fuerza y exponencial

La combinación de una ventana de fuerza y una ventana exponencial, añade amortiguamiento al sistema. Las funciones de respuesta en frecuencia resultantes van a contener el efecto de este amortiguamiento extra.

### 2.2.5 Función de Respuesta en Frecuencia y Coherencia

La ecuación 12 del capítulo 2.1.4, define la función de respuesta en frecuencia como una relación entre la señal de salida y la señal de entrada en el dominio de frecuencias. Si definiéramos  $F(f)$  al espectro en frecuencia de la señal de entrada y  $X(f)$  al espectro en frecuencia de la señal de salida entonces  $H(f)$  quedaría como:

$$H(f) = \frac{X(f)}{F(f)} \quad (20)$$

Al evaluar la función de respuesta en frecuencia con la ecuación 20, se corre el riesgo que  $F(f)$  sea cero para algunos términos. En la práctica existen formas alternativas de calcular  $H(f)$ , utilizando las potencias espectrales (ecuación 21 y ecuación 22):

$$H_1(f) = \frac{X(f) F^*(f)}{F(f) F^*(f)} = \frac{G_{XF}}{G_{FF}} \quad (21)$$

$$H_2(f) = \frac{X(f) X^*(f)}{F(f) X^*(f)} = \frac{G_{XX}}{G_{FX}} \quad (22)$$

El principal motivo para estimar las FRF's con las ecuaciones anteriores, es la disminución del ruido no correlacionado en las señales de entrada y salida al promediar.

En la práctica, la función de respuesta en frecuencia es estimada con valores promedio de las potencias espectrales,

$$\hat{G}_{FF} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{FF})_n \quad (23)$$

$$\hat{G}_{XX} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{XX})_n \quad (24)$$

$$\hat{G}_{FX} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{FX})_n \quad (25)$$

$$\hat{G}_{XF} = \frac{1}{N_a} \sum_{n=1}^{N_a} (G_{XF})_n \quad (26)$$

Donde  $N_a$  es el número promedios que se repite el ensayo, lo que entrega una aproximación de mínimos cuadrados de  $H(f)$ .

Dado que las funciones de respuesta en frecuencia se obtienen de una aproximación de mínimos cuadrados, se puede definir un coeficiente de correlación. En este caso, la correlación se denomina **función de coherencia** y es una medida del error de mínimos cuadrados. La coherencia se define por:

$$\gamma^2 = \frac{|\hat{G}_{FX}|^2}{\hat{G}_{FF}\hat{G}_{XX}} = \frac{H_1(f)}{H_2(f)} \quad (27)$$

La coherencia (ecuación 27) varía entre 0 y 1. Un valor de 1, indica una relación perfectamente lineal entre las señales de entrada y salida por sobre todos los promedios. Una coherencia menor a uno, se puede deber a uno de los siguientes motivos:

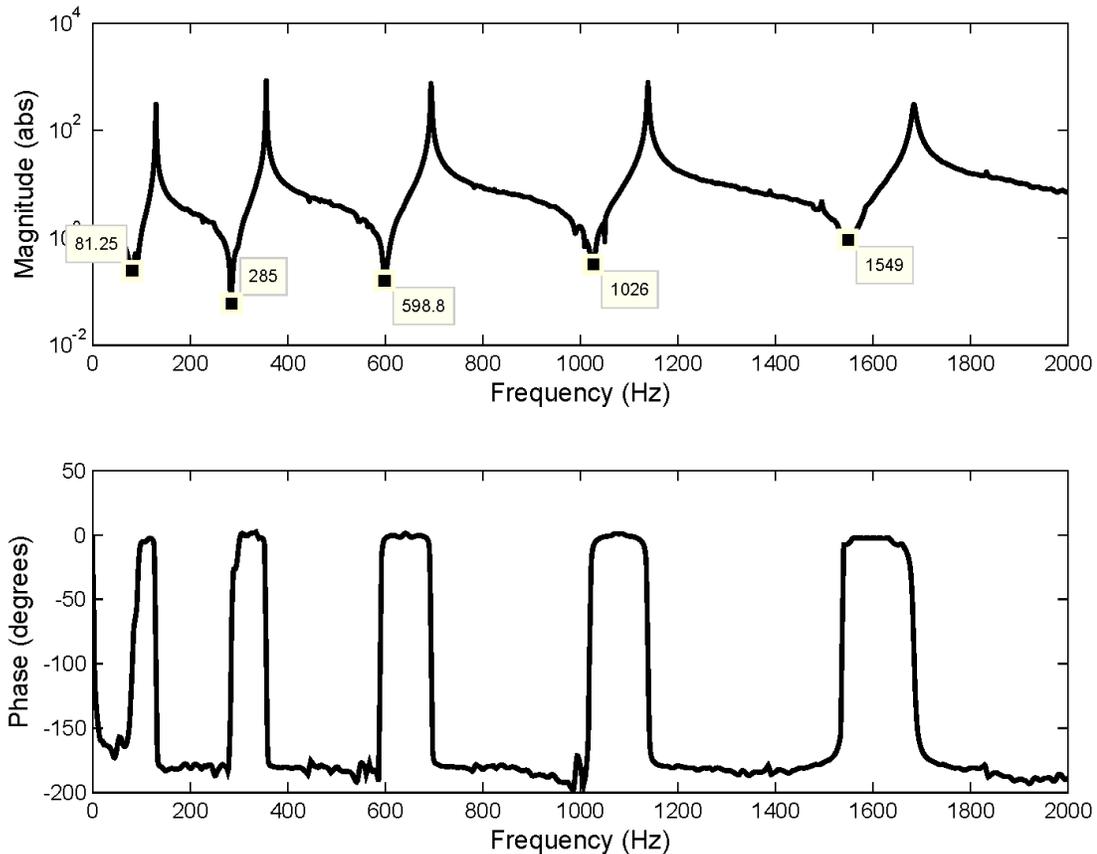
- Ruido no correlacionado en las mediciones de  $f(t)$  y/o  $x(t)$
- No-Linealidades del sistema en investigación
- Leakage en el análisis
- Desfase en las mediciones no compensado en el análisis.

### 2.2.6 Identificación de anti-resonancias experimentales

La identificación de frecuencias de anti-resonancia experimentales se logra a través del procesamiento de datos que un analizador de señales entrega al excitar una estructura dada midiendo sus respuestas. Estas pueden ser identificadas por diferentes métodos de manera sencilla y certera. En este trabajo en particular, se utilizarán 2 técnicas que permitirán la identificación de las anti-resonancias que posteriormente serán comparadas con el modelo numérico.

### 2.2.6.1 Obtención de frecuencias de anti-resonancia a través de FRF

Las anti-resonancias experimentales son identificadas a partir de las funciones de respuesta en frecuencia a través de “*dip-picking*” [8]. En esta técnica, las anti-resonancias son elegidas por los mínimos que se entregan al graficar la función de respuesta en frecuencia que tiene asociado un cambio de fase en  $+180^\circ$  en el diagrama de fase (ver figura 10). Esta técnica es similar a “*peak picking*” en donde se escogen las frecuencias de resonancia. La figura a continuación muestra un ejemplo de anti-resonancias obtenidas a través de un gráfico de FRF. Cabe señalar que los errores que se pueden obtener de esta técnica vienen dados por la resolución de las frecuencias de las FRF’s [9].



**Figura 10** Identificación de las frecuencias de anti-resonancia experimentales a través de FRF

### 2.2.6.2 Algoritmo base para la identificación de las frecuencias de anti-resonancia a través de funciones de transmisibilidad

El algoritmo base identifica frecuencias de anti-resonancia usando fracciones de polinomios racionales [9]. Las funciones de respuesta en frecuencia, así como las de transmisibilidad, son representadas en forma de una fracción racional. Esta representación es la razón de polinomios, donde el orden del denominador y numerador son independientes entre sí. Una función de

transmisibilidad puede ser representada en forma de fracción racional como se muestra a continuación (ecuación (28)) [3]:

$$T_{ij}^k(\omega) = \frac{H_{ik}(\omega)}{H_{jk}(\omega)} = \frac{X_{ik}(\omega)}{X_{jk}(\omega)} = \frac{\sum_{p=1}^n a_p s^p}{\sum_{p=1}^m c_p s^p} \quad (28)$$

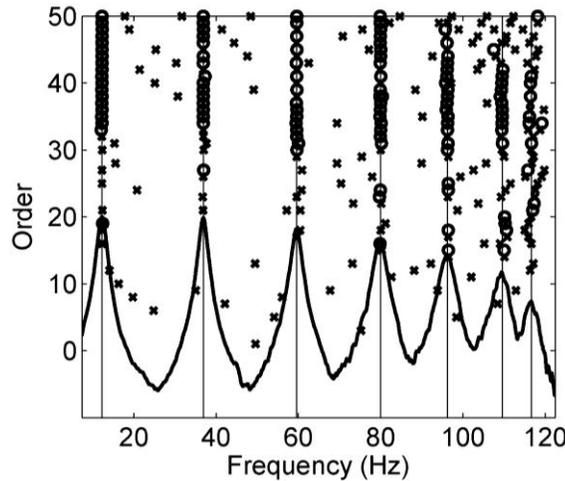
Donde  $H_{ik}(\omega)$  está dada por la ecuación (11).

Los ceros del polinomio del numerador corresponden a las frecuencias de anti-resonancia de la FRF de la fila  $i$  y columna  $k$ , mientras que los ceros del polinomio del denominador corresponden a las frecuencias de anti-resonancia de la FRF de la fila  $j$  y columna  $k$ . Así, las funciones de transmisibilidad solo contienen información acerca de las frecuencias de anti-resonancia. Ajustando las curvas de las funciones de transmisibilidad a la ecuación (28) y resolviendo las raíces de ambos polinomios, es posible determinar las frecuencias de anti-resonancia del sistema para una ubicación dada de excitación.

Para determinar las frecuencias de anti-resonancia de la FRF de la fila  $j$  y columna  $k$ , con mayor exactitud, el algoritmo propuesto usa la suma de todas las funciones de transmisibilidad cuyos denominadores tienen respuesta en  $j$  (ecuación 29).

$$T_j^k(\omega) = \sum_{p=1, p \neq j}^N T_{pj}^k = \sum_{p=1, p \neq j}^N \frac{X_{pk}(\omega) X_{jk}^*(\omega)}{X_{jk}(\omega) X_{jk}^*(\omega)} \quad (29)$$

Donde  $N$  es el número de respuestas medidas. En resumen, las funciones de transmisibilidad ayudan a reducir el ruido en la señal de relación, y por consiguiente, incrementan la precisión de las anti-resonancias detectadas. La función resultante,  $T_j^k(\omega)$ , contiene solo los “peaks” de las frecuencias de anti-resonancia en la fila  $j$  y columna  $k$ , de la FRF. Por lo tanto, ajustando la curva  $T_j^k(\omega)$ , a una forma de fracción racional y resolviendo las raíces del denominador, se pueden identificar las anti-resonancias de la fila  $j$  y columna  $k$  de la FRF [3]. La figura 11 muestra como el algoritmo en base a funciones de transmisibilidad es capaz de identificar las frecuencias de anti-resonancia para un caso en particular.



**Figura 11 Identificación de las frecuencias de anti-resonancia usando la suma de funciones de transmisibilidad**

## 2.2.7 Estimación de parámetros modales experimentales

La estimación de parámetros modales es la fase más importante en un análisis modal experimental. A través de métodos de identificación, extraen información modal de una estructura a partir de mediciones experimentales. Estos métodos se clasifican en métodos en el dominio del tiempo o métodos en el dominio de frecuencias. Los métodos en el dominio del tiempo siempre se pueden utilizar, ya sea para respuesta libre o forzada (con o sin conocimiento de las fuerzas). Por otro lado, los métodos en el dominio de frecuencias se pueden utilizar sólo en casos de vibraciones forzadas y cuando las fuerzas son conocidas.

### 2.2.7.1 Método de los mínimos cuadrados (LSFD)

El método no lineal de mínimos cuadrados, es un método en el dominio frecuencial, para múltiples grados de libertad, que genera estimaciones de parámetros modales como polos, modos propios y factores de participación modal (si se aplica para múltiples excitaciones). Este método se basa sobre el modelo modal en el dominio de la frecuencia. Dentro del rango de frecuencia de interés la función FRF entre el punto de respuesta  $i$  y el punto de excitación  $j$  es aproximada por la ecuación (30).

$$H(j\omega) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\{\psi\}L}{j\omega - \lambda} - \frac{\{\psi\}^*L}{j\omega - \lambda^*} \right) + UR - \frac{LR}{\omega^2} \quad (30)$$

Donde:

- UR: Términos residuales sobre la banda de frecuencia de interés.
- LR: Términos residuales bajo la banda de frecuencia de interés.

Los términos residuales aproximan los efectos de los modos sobre y bajo la banda de frecuencia de interés. El lado izquierdo de esta ecuación corresponde a las mediciones experimentales de respuesta en frecuencia FRF y el lado derecho corresponde al modelo modal (como función de  $\omega$ ) con los parámetros desconocidos  $\lambda$ ,  $\psi$ ,  $L$ ,  $UR$  y  $LR$ , como se muestra en la ecuación (31).

$$G_{ij} = G_{i,j}(j\omega_{ir}, \lambda_{ir}, \psi_{ir}, L_{rj}, UR_{ij}, LR_{ij}) | r = 1 \dots N \quad (31)$$

La diferencia entre las mediciones de respuesta en frecuencia y la estimación de esta dada por la ecuación (32) y el error cuadrático total sobre el rango de interés de frecuencia ( $\omega_0, \dots, \omega_N$ ) esta dado por la ecuación (33), considerando todas las respuestas en frecuencia entre las  $N$  excitaciones y las  $N$  respuestas se obtiene la función error total como se muestra en la ecuación (35), derivando luego la función (35) total e igualando a cero se obtiene el conjunto de ecuaciones con las cuales se pueden obtener estimaciones de los parámetros modales desconocidos, este conjunto de ecuaciones es altamente no lineal y se debe resolver en forma iterativa como un problema de linealización (expansión en series de primer orden) alrededor del

modelo modal con valores iniciales para los parámetros desconocidos, debido a las desventajas de todo procedimiento iterativo hace que este método no sea uno de los más populares. Este método estima los modos propios por análisis entre cada respuesta y todos los grados de libertad simultáneamente, es un método clasificado como global, pues entrega estimaciones globales de los modos propios independiente del grado de libertad de referencia,

$$e_{ij}(j\omega) = H_{ij}(j\omega) - G_{ij}(j\omega) \quad (32)$$

$$E_{ij} = \sum_{t=0}^N e_{ij}(j\omega_t) e_{ij}^*(j\omega_t) \quad (33)$$

$$E = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E_{ij} \quad (34)$$

$$\frac{\partial E}{\partial r_1} = \dots = \frac{\partial E}{\partial r_n} = 0 \quad (35)$$

$$r = (j\omega, \lambda, \psi, L, UR, LR) \quad (36)$$

## 2.3 Métodos de correlación Numérico – Experimental

Existen numerosos métodos para comparar las diferencias entre los distintos conjuntos de datos obtenidos tanto por métodos experimentales como numéricos, en la bibliografía [11], [12], [13], [14] y [15], se pueden encontrar distintos métodos de correlación para los distintos dominios **Modal, Temporal y de Frecuencia**, siendo el más popular de todos el coeficiente de correlación MAC (dominio modal). Las técnicas de correlación sirven para estimar si los modos propios adquiridos experimentalmente son lo bastante buenos como para ser usados en los siguientes procesos del análisis, además representan una herramienta poderosa para combinar modelos experimentales con modelos de elementos finitos resultando un modelo híbrido entre ambos tipos de mediciones.

### 2.3.1 MAC (Modal Assurance Criterion)

El índice MAC fue introducido por Allemang y Brown en el año 1982 como una forma de correlacionar modos propios, este índice expresa la correlación que existe entre dos vectores, donde esta es representada como una matriz donde los elementos  $MAC_{ij}$ , representan los coeficientes MAC que son definidos en la ecuación (37):

$$MAC_{ij} = \frac{(\varphi_{a,i}^T \varphi_{e,j})^2}{(\varphi_{a,i}^T \varphi_{a,i})(\varphi_{e,j}^T \varphi_{e,j})} \quad (37)$$

Donde  $\varphi_{a,i}$  es el  $i$ -ésimo modo analítico y  $\varphi_{e,j}$  es el  $j$ -ésimo modo experimental. Si este coeficiente tiene un valor unitario indica que los vectores comparados son idénticos, por el contrario si el valor es cero indica que no hay correlación. El MAC es usado en este caso para comparar modos propios numéricos y experimentales como se puede ver en la figura 12. Valores de MAC mayores o iguales a 0.8 se consideran buenos. Al comparar dos conjuntos con el mismo número de vectores (modos propios), el MAC será tan bueno como lo sea la diagonal de la matriz.

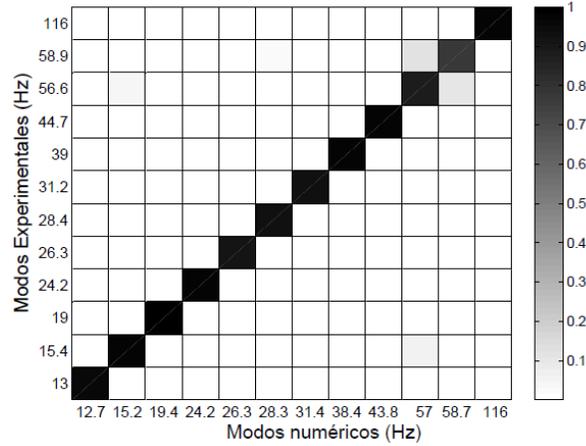


Figura 12 Matriz de valores MAC

### 2.3.2 Diferencias de Frecuencias de Anti-resonancia

Esta correlación corresponde a una del dominio frecuencial y es la que se utilizará en este trabajo. Esta correlación consiste en parrear las frecuencias de anti-resonancia analíticas y experimentales a través de la ecuación (38)

$$\varepsilon_{i,n}(\{\beta\}) = \frac{\omega_{r,i,n}^A(\{\beta\})^2}{\omega_{r,i,n}^E{}^2} - 1 \quad (38)$$

Donde  $\varepsilon_{i,n}(\{\beta\})$  representa la diferencia o error entre cada anti-resonancias experimental y analítica, las cuales se reconocen con los superíndices E y A respectivamente.  $\omega_{r,i,n}$  es la  $i$ -ésima anti-resonancia ( $\omega_r$ ) del  $n$ -ésimo grado de libertad.

El conjunto de parámetros  $\{\beta\}$  ( $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$ ), es el conjunto de variables de optimización del problema de ajuste no lineal, del cual dependen las frecuencias de anti-resonancia analíticas o numéricas, es decir, a medida que el parámetro  $\beta_i$  va variando (u optimizándose) la frecuencia de anti-resonancia analítica también lo va haciendo ( $\omega_{r,i,n}^A(\{\beta\})$ ).

## 2.4 Ajuste de modelos de elementos finitos

Como se señaló en el capítulo 2.1.1, el método del elemento finito se emplea de manera masiva en el análisis estático y dinámico de sistemas estructurales. En dinámica estructural, se requiere a menudo obtener las propiedades modales del sistema analizado, en particular las frecuencias naturales, los modos de vibración y las razones de amortiguamiento modal, para lo cual el método de elementos finitos es utilizado regularmente. Sin embargo, el desarrollo de técnicas confiables de medición de vibraciones ha permitido que dichas propiedades sean obtenidas de manera experimental, a partir de lo cual se han observado desacuerdos entre las predicciones de los modelos de elementos finitos y sus contrapartes experimentales.

Dado que no es posible construir modelos espaciales (masa, rigidez y amortiguamiento) con sentido físico a partir de procesos netamente experimentales, la investigación se ha enfocado en la búsqueda de maneras para aprovechar las bondades del método del elemento finito y de las técnicas experimentales de manera simultánea. El resultado es el Ajuste de Modelos de Elementos Finitos (Finite Element Model Updating), por medio del cual se busca la generación de modelos confiables a través de ajustes paramétricos en los mismos, de forma tal que se minimice la diferencia entre las predicciones analíticas y los resultados experimentales (ver figura 13). Si bien esta diferencia podría deberse a que los datos experimentales poseen errores (los cuales provocan una baja correlación entre estos y las predicciones), la teoría de ajuste de modelos supone que los principales causantes del desacuerdo teórico-experimental son los errores en el modelo.

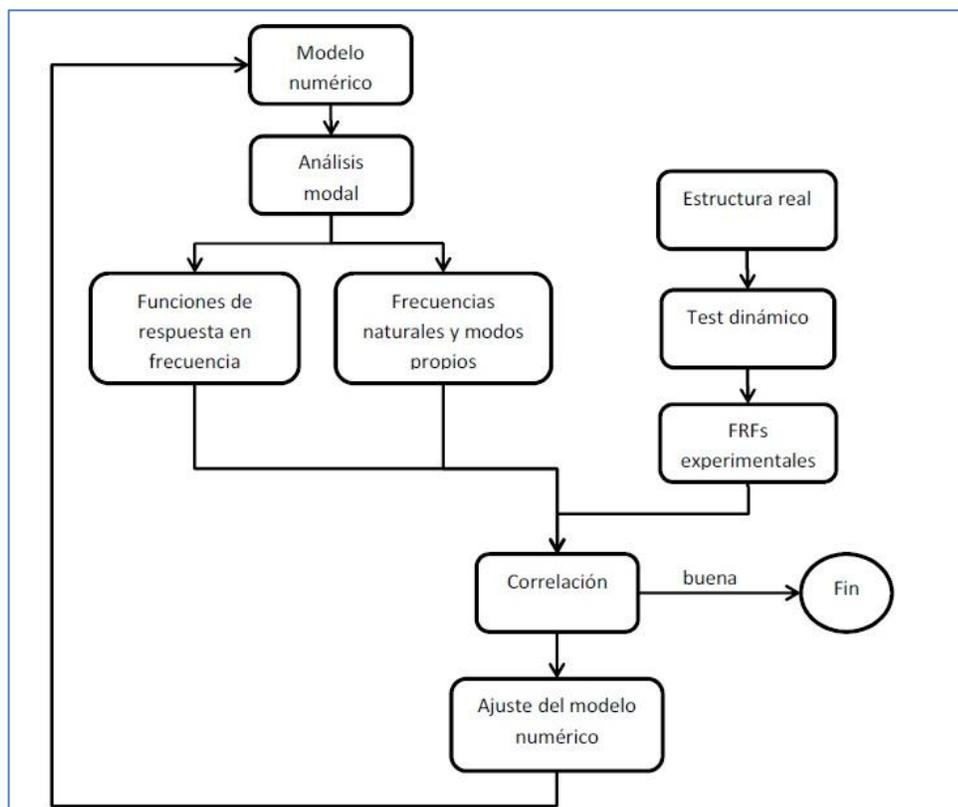


Figura 13 Esquema general de un ajuste de modelo

### 2.4.1 Ajuste de modelos utilizando métodos de optimización

Dentro de la variedad de métodos de ajuste de modelo, existen varios que apuntan a resolver el problema utilizando un enfoque iterativo de optimización. Una de las mayores dificultades de este enfoque radica en que los algoritmos de optimización pueden encontrar el mínimo local más cercano a la posición de arranque e incluso fallar en la búsqueda de una solución convergente [5].

En su forma más simple, una función objetivo de un ajuste de modelo posee la forma:

$$J = \sum_i W_i \Delta P_i$$

Donde  $\Delta P_i$  son los residuos que contienen a menudo diferencias entre valores propios analíticos y experimentales, así como diferencias entre vectores de formas modales. Por otro lado, los  $W_i$  son coeficientes de ponderación asignados a cada una de las diferencias.

Los pesos de los diferentes términos de la función deben definirse de manera arbitraria. Si bien en muchos casos se sabe qué tipo de datos disponibles y qué porción de ellos se conoce con mayor grado de confiabilidad, la selección de factores de peso es complicada debido a que la importancia relativa de los datos no obedece a reglas generales, sino que depende del problema en cuestión. El uso de factores de ponderación puede evitarse a través de la optimización de funciones objetivo múltiples [6].

Algunos algoritmos de búsqueda estocástica han sido utilizados para ajustar modelos. En particular, Levin y Lieven [5] ilustraron la formulación e implementación de algoritmos genéticos y algoritmos de “simulated annealing” (recocido simulado o enfriamiento simulado) y su aplicación a problemas de ajuste de modelos. Dichas técnicas son capaces de hallar soluciones óptimas globales que otros algoritmos no logran encontrar.

### 2.4.2 Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AGs) son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso genético de los organismos vivos. A lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan en la naturaleza acorde con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes, postulados por Darwin. Por imitación de este proceso, los Algoritmos Genéticos son capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de las mismas. Esto último es lo que los diferencia de los métodos de optimización tradicionales, su rapidez para llegar al óptimo global. Por ejemplo, si tomamos una función suave y continua, es esperable que los métodos tradicionales basados en cálculos sobrepasen en desempeño a las enumerativas-aleatorias, alcanzando el punto óptimo de forma mucho más rápida. Pero en el caso contrario, si tenemos una función acentuadamente oscilante y errática, con infinidad de máximos locales, es casi evidente que los métodos tradicionales de optimización no serán tan eficientes, en favor de los métodos enumerativos-aleatorios. Dado esto, sería deseable un método que fuese robusto independientemente del tipo de función con la que se quiera trabajar.

Para solucionar el problema de robustez presente en los métodos tradicionales, los algoritmos genéticos se diferencian en tres puntos fundamentales:

1. La búsqueda se realiza desde una colección de puntos, en vez de sólo uno a la vez.
2. Funcionan en base a información sobre el desempeño de los candidatos a soluciones, no sobre derivadas u otras condiciones de la función objetivo.
3. Emplea reglas de transición probabilísticas, no determinísticas.

Los algoritmos genéticos, al menos como fueron concebidos inicialmente, requieren que las posibles soluciones sean codificadas en cadenas de largo finito y con un alfabeto también finito (posibles valores para las posiciones de esta cadena). Por ejemplo, una cadena binaria de 3 bits puede representar números enteros entre 0 y 7. Estrategias más modernas de representación permiten que estas cadenas sean de tamaño variable, representando vectores de números reales cuyos valores se modifican utilizando distribuciones probabilísticas.

La mayoría de los métodos de optimización se mueven de un punto a otro en el espacio de búsqueda empleando alguna regla de transición que lo determina. Este enfoque de moverse punto a punto es riesgoso pues es propenso a encontrar máximos relativos en espacios multimodales (de varios máximos). Por el contrario, los algoritmos genéticos trabajan en función de una colección de puntos simultáneamente, explorando varios focos de atracción en forma paralela, reduciendo la posibilidad de concentrarse en un solo máximo local.

Otro punto a favor de los algoritmos genéticos es que funcionan de forma independiente de la función objetivo, mientras que los métodos tradicionales suelen requerir una gran cantidad de información extra, como las derivadas en el caso de las técnicas basadas en el gradiente. Para el correcto funcionamiento de los algoritmos genéticos solo es necesaria una medida de desempeño de los candidatos a solución. Esto convierte al método en un mecanismo más estandarizado, pues la única adaptación que se debe hacer entre el algoritmo y el problema es la evaluación de esta medida de desempeño para cada individuo (además, claro, de la codificación inicial de los parámetros). De hecho, es esta independencia del método para con el problema que han hecho posible que los algoritmos genéticos sean implementados no solo como métodos de optimización, sino que también como algoritmos para el aprendizaje de comportamientos en robots, aprendizaje de lógica difusa, diseño automatizado, etc.

Un algoritmo genético simple consiste de 3 operaciones principales: Selección, recombinación y mutación (figura 14). El algoritmo genético empieza con la creación de una población inicial aleatoria, que en algunos casos para disminuir el tiempo de búsqueda contiene potenciales soluciones. Esta población inicial representa sus valores a través de cromosomas. Estos últimos están formados por una secuencia de genes que representan las variables del problema. Cada cromosoma es evaluado por su aptitud para representar un candidato a la solución. A continuación, el algoritmo pasa la población inicial a través de un proceso de selección, donde los cromosomas con mayor aptitud tienen una mayor probabilidad de sobrevivir en la siguiente generación. Después de la selección de proceso, los cromosomas son aleatoriamente emparejados y cada par de cromosoma es referido como padre. El algoritmo utiliza los operadores básicos de los algoritmos genéticos, recombinación y mutación, para reproducir los padres lo que entrega como resultado nuevos pares de niños. La recombinación y mutación se aplican al azar, con una probabilidad de  $p_c$  y  $p_m$  respectivamente.

Después del proceso de selección, recombinación y mutación el algoritmo evalúa la nueva población y repite el proceso, esto se repite para un número de generaciones dadas hasta que se logra el criterio de convergencia.

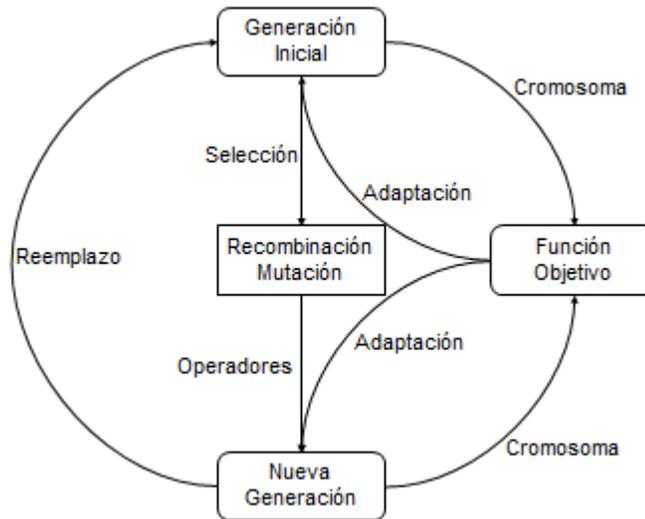


Figura 14 Funcionamiento algoritmo genético simple

A continuación se detallan en mayor profundidad los tres operadores básicos de los algoritmos genéticos: selección, recombinación y mutación.

- **Selección**

La selección es el proceso en el que las cadenas que representan a los individuos son copiados en relación con su función de desempeño. Es natural pensar en este desempeño como una función de ganancia que se quiere maximizar, por lo que individuos con mayor valor de desempeño deben tener mayor probabilidad de contribuir con una o más descendencia a la próxima generación. Este operador es una versión artificial de la selección natural, donde sobrevive el individuo más fuerte (o de mejor desempeño).

Este operador puede ser implementado de diferentes formas, de hecho existen distintos sistema de selección como: selección proporcional, selección de ranking y selección de torneo.

Dentro de la selección proporcional, se encuentra el método de la ruleta el cual es el más común de los métodos. Este método consiste en generar una plataforma de selección en el que cada espacio (asociado a cada individuo) es proporcional a su desempeño. De esta forma, si se utiliza un generador de números aleatorios uniforme, la probabilidad de que un individuo sea elegido es:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{i \in I} f_i}$$

Donde  $f_i$  es el desempeño del individuo  $i$ , e  $I$  es la población. Con este operador se determina que individuos son seleccionados para entrar al pozo de reproducción, donde trabajan el resto de los operadores genéticos. Este proceso se repite hasta que se completa la nueva generación de individuos.

En general, este método resulta ser un poco lento, para contrarrestarlo se puede adquirir una estrategia elitista. Esta estrategia copia el mejor o algunos de los mejores cromosomas dentro de la siguiente generación, lo que acelera el proceso de búsqueda.

Dentro de la selección de ranking, se encuentra la geométrica normalizada. Esta asigna la probabilidad de seleccionar un individuo,  $p_i$ , basada en su ranking cuando todos los individuos están ordenados. La probabilidad de seleccionar el mejor individuo ( $q$ ) debe ser definida de antemano.

$$p_i = q'(1 - q)^{r-1},$$

$$\text{donde } q' = \frac{q}{1 - (1 - q)^p}$$

$r$  es el ranking del individuo y  $p$  es el tamaño de la población. La presión de selección se aumenta/reduce aumentando/reduciendo la probabilidad de seleccionar el mejor individuo  $q$ .

La selección por torneo, selecciona  $n$  individuos al azar de la población, e inserta el mejor individuo de los “ $n$ ” seleccionados a la nueva población. El número de individuos,  $n$ , se denomina el tamaño de torneo. Un incremento/reducción del tamaño de torneo aumenta/reduce la presión de selección del torneo. Algunos autores [69] muestran que este método proporciona una buena presión selectiva mediante la participación de la competencia entre dos individuos.

- **Recombinación**

Luego de la selección, dos individuos son seleccionados para recombinarse con probabilidad  $p_c$ . Este operador genera dos descendencias producto del intercambio de información genética entre los individuos seleccionados. En la recombinación simple, si la recombinación procede, se elige un punto al azar dentro de la cadena de codificación de cada individuo, donde se intercambia el material contenido desde el punto hacia el fin (o principio) de la cadena codificada. En caso de no proceder la recombinación (no se logra vencer la probabilidad) se tiene que la descendencia es igual a los individuos seleccionados. Generalmente se recomienda que la probabilidad de recombinación  $p_c$  oscile entre 0.6 y 0.8, esto dado que este operador es el principal mecanismo de esparcimiento de información en los algoritmos genéticos.

Existen otros enfoques para abordar este operador, uno de ellos consiste en declarar más de un punto de intercambio de información. Este enfoque ha demostrado mejores resultados en problemas multimodales [8].

- **Mutación**

Este operador, a diferencia de los anteriores, no actúa sobre los individuos, sino que sobre cada uno de los genes en la cadena codificada. Con una probabilidad  $p_m$  el gen cambiará arbitrariamente de valor. Si bien la implementación de este operador es clara en sistemas de codificación binaria, también se ha implementado con éxito en representaciones con números reales, donde se suma o resta al gen un valor generado aleatoriamente con alguna distribución probabilística. La literatura recomienda que la probabilidad de mutación sea tal que sólo un gen en la cadena sea modificado [8]

#### 2.4.2.1 Algoritmos de optimización paralelos

Una de las aplicaciones de los algoritmos genéticos, son los algoritmos de optimización paralelos (figura 15), los cuales son programados a través del software Matlab. Este método de optimización es básicamente un algoritmo genético que consiste en dividir la población inicial en varias poblaciones, de manera que cada una encuentre una solución óptima. Si las soluciones encontradas no mejoran en cada población estas son nuevamente divididas y sometidas al algoritmo, si en cambio, se encuentran candidatos con óptimos que mejoren la solución, se comparan para ver si son iguales. Si lo son, el proceso termina y se encuentra el óptimo global, de no ser así, pasan por un proceso en donde las poblaciones divididas migran a otras para luego repetir el proceso inicial.

Los algoritmos genéticos paralelos son particularmente fáciles de implementar y proporcionan un rendimiento numérico superior. Además de ser más rápidos que los algoritmos genéticos secuenciales, conducen a mejores resultados. Muchos estudios muestran que con la implementación de algoritmos de optimización paralelos, el tiempo de ejecución puede reducirse por un factor mayor que el número de procesadores utilizado. Por lo tanto, muchos autores ejecutan algoritmos paralelos en un solo procesador y obtienen mejores resultados que con algoritmos genéticos secuenciales.

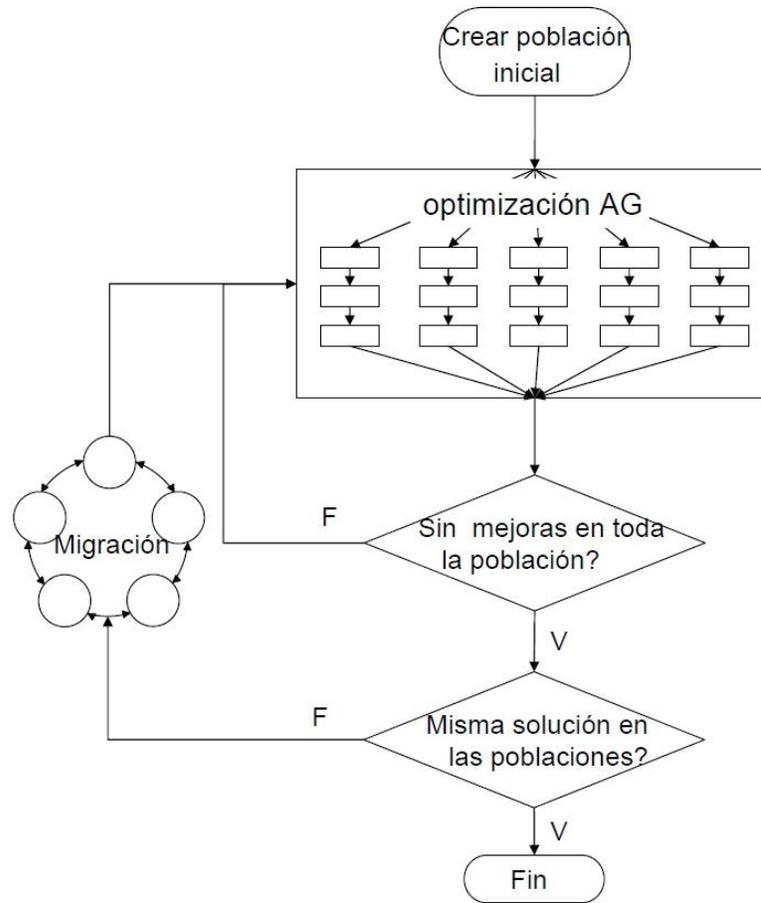


Figura 15 algoritmo de optimización paralelo

### 2.4.3 Formulación del problema de optimización

En este trabajo en particular, el problema de optimización se llevará a cabo a través de un método basado en algoritmos de optimización paralelos formulado por la Académica Dra. Viviana Meruane, perteneciente al Departamento de Ingeniería Civil Mecánica de la Universidad de Chile.

La formulación del problema de optimización se inicia definiendo la función objetivo que viene dada de la correlación de la sección 2.3.2. Esta correlación relaciona las frecuencias de anti-resonancia experimentales y numéricas a través del error ( $\varepsilon_{i,n}(\{\beta\})$ ) de la ecuación (38). Luego la función objetivo está dada por la ecuación (39):

$$J(\{\beta\}) = \sum_n \sum_i \|\varepsilon_{r,i,n}(\{\beta\})\|, \quad (39)$$

y el problema de optimización queda definido por:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(\{\beta\}) \\ \text{sujeto a} \quad & lb_i \leq \beta_i \leq ub_i \end{aligned}$$

Donde  $lb_i$  y  $ub_i$  son los límites inferior y superior del  $i$ -ésimo parámetro de ajuste.

En el caso de la evaluación de daño, este se representa por un factor de reducción de la rigidez,  $\beta_i$ , definido como la diferencia entre la reducción de la rigidez y la rigidez inicial. La matriz de rigidez de la estructura dañada  $[K_d]$  es expresada como una suma de los elementos de las matrices multiplicada por el factor de reducción.

$$[K_d] = \sum_i (1 - \beta_i)[K_i] \quad (40)$$

Donde  $K_i$  es la matriz de rigidez del  $i$ -ésimo elemento. El valor de  $\beta_i = 0$  indica que el elemento no tiene daño, mientras que  $0 \leq \beta_i \leq 1$  implica un daño parcial o completo.

La función objetivo es la misma que en la ecuación (39), pero se añade una función de penalización de daño,  $F_D$ :

$$J(\{\beta\}) = \sum_n \sum_i \|\varepsilon_{r,i,n}(\{\beta\})\| + F_D \quad (41)$$

La penalización del daño ayuda a evitar daños falsos causados por ruidos experimentales o errores numéricos. Se definen dos penalizaciones de daños:

$$F_{D,1} = \gamma_1 \sum_i \beta_i \quad (42)$$

$$F_{D,2} = \gamma_2 \sum_i \delta_i, \quad \delta_i = \begin{cases} 1 & \beta_i > 0 \\ 0 & \beta_i = 0 \end{cases} \quad (43)$$

La primera penaliza la cantidad total de daños. La segunda, en cambio, penaliza el número de localizaciones de daños. Los valores de  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  dependen de la confiabilidad del modelo numérico y de los datos experimentales. Estos valores van entre  $0 < \gamma_{1,2} < 1$ . De acuerdo a lo anterior  $F_D$  se puede definir como la suma de ambas penalizaciones:

$$F_D = F_{D,1} + F_{D,2} \quad (44)$$

#### 2.4.3.1 Formulación del problema de optimización a través de la MAC

El problema de optimización descrito en la sección anterior puede ser definido, también, a través de la MAC. Como el método basado en algoritmos de optimización paralelos propuesto en este trabajo, es efectivo para cualquier problema de optimización que se quiera minimizar o maximizar, otra forma de optimizar el problema es a través de parámetros modales, como la correlación de modos propios, MAC.

En la ecuación (45) a continuación, se define la función error a optimizar a través de la MAC:

$$\varepsilon(\beta) = \sum_i \left(1 - MAC(\phi_{A,i}(\beta), \phi_{E,i})\right)^2 \quad (45)$$

### 3 Metodología

Con el fin de lograr un mayor manejo en el método de ajuste en base a algoritmos genéticos, se decidió aplicar la metodología para dos estructuras distintas. Primero a una barra simple y luego, al tener una mayor experticia en el conocimiento e implementación del método, repetir el mismo procedimiento para la estructura aeronáutica. La figura 16 ilustra el procedimiento a seguir en ambos casos.

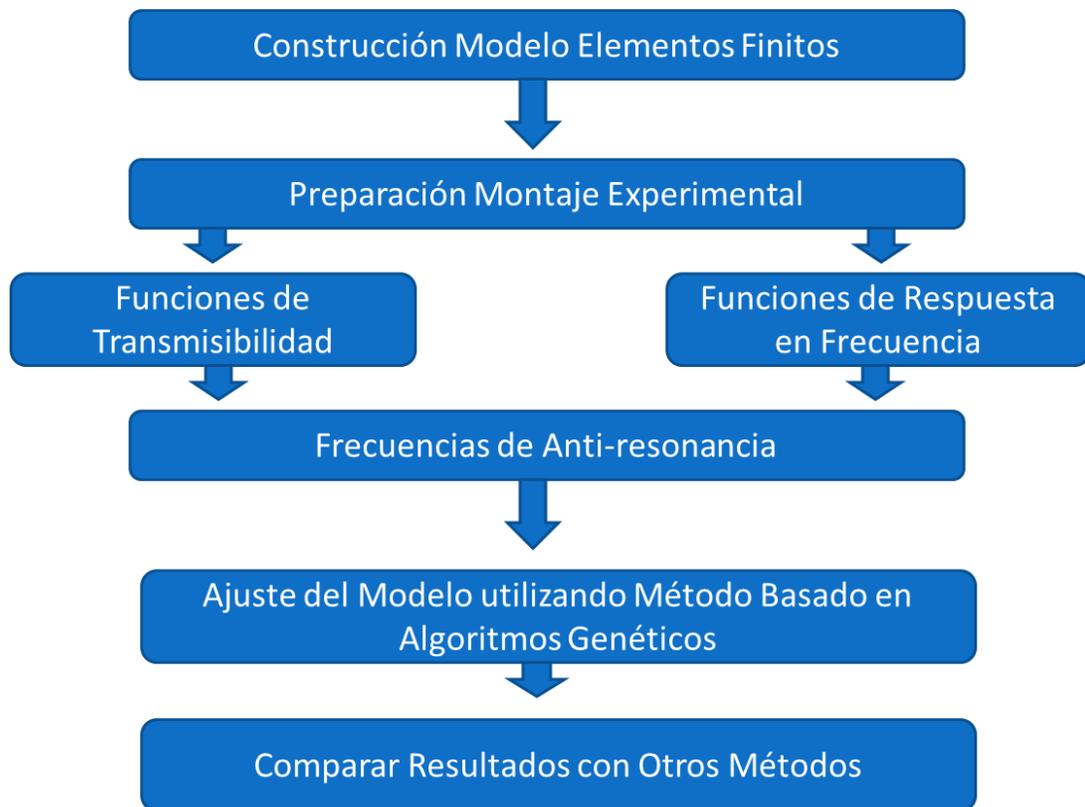


Figura 16: Diagrama de Flujo de la Metodología

- **Construcción del modelo de Elemento Finitos:** Se generará un modelo numérico para la barra simple y otro para la estructura aeronáutica (banco de prueba). En ambos casos el modelo numérico se construirá utilizando el toolbox SDTools de Matlab, a partir de esto se determinarán las frecuencias de anti-resonancia numéricas.
- **Definición y preparación del montaje experimental:** Esta tarea se realizará específicamente en el laboratorio de sólidos de la Facultad. En esta etapa, se definirá el equipo apropiado para excitar a cada estructura (shaker electrodinámico o martillo electrodinámico). Para ambas estructuras se utilizará el mismo equipo para adquisición y análisis de datos (ECON, AVANT® Series), el que se muestra en la figura 17.

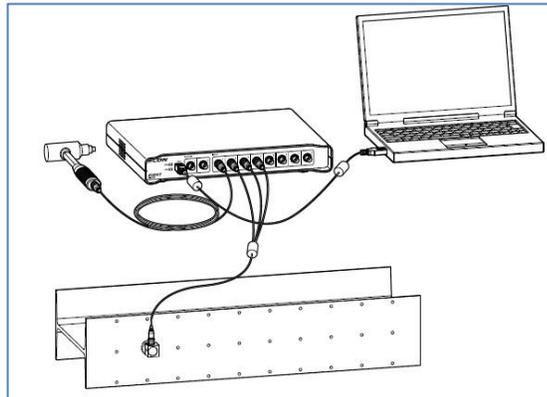


Figura 17 Equipo de adquisición y análisis de datos

A lo largo de ambas estructuras se montarán sensores homogéneamente distanciados, de manera de poder abarcar todas las respuestas a la excitación a las que serán sometidas. Luego de obtenido los datos experimentales, se realizará el análisis modal a través de los equipos dispuestos para ello. Lo descrito anteriormente se muestra en la figura 18.

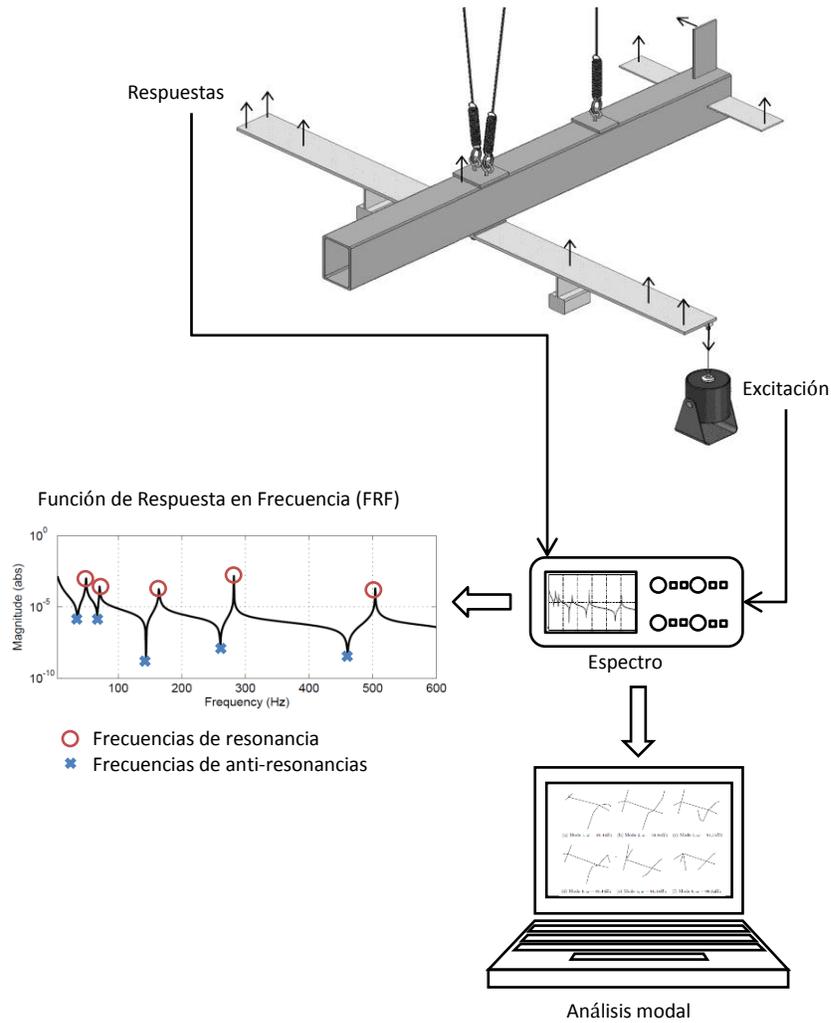


Figura 18 Análisis modal de estructura aeronáutica

- Determinación de frecuencias de antiresonancia a partir de funciones de respuesta en frecuencia y funciones de transmisibilidad:** Luego de obtenidos los datos experimentales, estos serán procesados a través de dos técnicas: Función de respuesta en frecuencia y función de transmisibilidad, para las cuales se cuenta con los algoritmos bases. Este procesamiento de datos entregará las anti-resonancias experimentales las que luego serán comparadas con las obtenidas numéricamente.
- Ajuste del modelo numérico utilizando un método basado en algoritmos genéticos:** Una vez obtenido los datos del modelo construido en Matlab y los datos del análisis modal experimental, se procederá a ajustarlos a través de un método de optimización basado en algoritmos genéticos. Como esta tarea se realizará primero para la barra simple, se espera que a través de esto se adquiera experticia, para luego ser aplicado sin mayores dificultades a la estructura aeronáutica.
- Comparación del modelo con otros ajustes:** Finalmente, el modelo ajustado con el método propuesto será comparado con el ajuste que se realiza a través del software Femtools, el cual ocupa información de formas modales. Realizado esto, se discutirán las

diferencias entre ambos métodos y se concluirá sobre si se cumplen las expectativas del trabajo realizado.

Cabe destacar que alguno de los algoritmos que se utilizarán ya están disponibles para ello. Estos, en su medida, serán agregados en la parte anexa de este trabajo de título.

## **4 Desarrollo Experimental**

El primer paso en un análisis modal experimental es adquirir las funciones de respuesta en frecuencia de una estructura. El método más usual es excitar la estructura con una fuerza conocida y medir de forma simultánea la fuerza y las respuestas en la estructura. Como resultado, se obtiene un grupo de FRF's que pueden ser utilizadas posteriormente para derivar los parámetros modales de la estructura.

### **4.1 Análisis previo a la medición experimental**

Al preparar un montaje experimental para un análisis modal se debe considerar el propósito del experimento, los datos y precisión requerida, etc., por lo que la necesidad de reunir la mayor cantidad de información de la estructura es imprescindible. Esto se logra a través de parámetros modales obtenidos en experimentos anteriores de estructuras similares o de modelos numéricos que traten de representarlos en teoría.

A continuación se describirán algunos puntos básicos a considerar a la hora de definir la configuración previa de las medidas que se desean obtener.

#### **4.1.1 Rango de frecuencias**

Si se quiere lograr una buena identificación de los modos de interés, es importante definir un buen rango de frecuencias. Esto puede complementarse con un análisis previo de elementos finitos, donde se pueden obtener numéricamente los modos que se quieren identificar experimentalmente y luego bastaría con conocer el rango de frecuencias numérico para definir el rango experimental.

En el caso que no se cuente con un modelo numérico, el rango de frecuencias se puede definir en varias instancias. Primero optar con un rango amplio, y a partir de esto contar los peaks de las FRF's para saber cuantos modos se obtuvo con este rango. Luego de definir el número de modos que se requieren, basta con seleccionar un rango de frecuencias que incluya la cantidad de peaks que se quieren identificar para así obtener los modos.

#### **4.1.2 Selección de la ubicación de las respuestas**

Para que los modos obtenidos sean bastantes independientes entre si, se deben definir suficientes puntos de medición en el análisis modal. En la literatura existente acerca del tema, existen algoritmos para determinar la ubicación óptima de los puntos de medición. En algunos se asume que se cuenta con los modos normales obtenidos a través de algún método numérico [10].

#### **4.1.3 Selección de los puntos de excitación**

Los puntos de excitación de la estructura se deben seleccionar de manera de garantizar que todos los modos de interés sean excitados adecuadamente. Un modo en particular va a estar bien excitado si la fuerza se aplica en un punto de alto desplazamiento.

El método mas usual para seleccionar los puntos de excitación es a través de los “driving point residues” (DPR) [10]. Al estudiar los DPR para todos los candidatos a punto de excitación y para todos los modos de interés, se obtiene información útil para la selección de los puntos de excitación. En general, los grados de libertad con DPR altos para el mayor número posible de modos van a ser buenos puntos de excitación.

#### **4.1.4 Selección de los puntos de suspensión**

Dado que es muy difícil imitar condiciones de borde reales en un laboratorio, en la mayoría de las mediciones experimentales la estructura se monta de manera de simular una condición libre (sin condiciones de borde). Esta condición se logra al suspender la estructura con materiales blandos como resortes o elásticos. Con este arreglo se producen modos de cuerpo rígido. Si las frecuencias naturales de los modos rígidos son lejanas a la primera frecuencia natural de la estructura, la medición de la FRF no se verá afectada por esta condición de borde.

### **5 Desarrollo de la barra simple**

En esta sección se describirán las principales características del modelo, montaje experimental y configuración de las mediciones realizadas en el laboratorio. Además se entregará un detalle del análisis previo a las mediciones, donde se dejará en claro los métodos de excitación, respuesta y configuración de los equipos de adquisición de datos.

## 5.1 Construcción del modelo de elementos finitos de la barra

El método de los elementos finitos, como se señaló en profundidad en la sección 2.1, consiste en la división de la estructura principal en pequeñas subestructuras o elementos finitos unidos por nodos, cada nodo aporta un conjunto de grados de libertad (gl) al sistema completo. Cada elemento utilizado se caracteriza por tener una geometría sencilla, lo que facilita el manejo matemático del sistema completo. Para obtener la respuesta total de la estructura, cada elemento es ensamblado a través de los nodos en común, los cuales compartirán las mismas restricciones o condiciones de borde impuestas por el problema según corresponda.

Cabe destacar que el modelo fue construido utilizando el toolbox SDTools de Matlab, el cual se especializa en proveer soluciones basadas en el análisis modal experimental y el modelamiento de elementos finitos para problemas de vibración. Esta extensión mejora las capacidades básicas de Matlab en el control y procesamiento de señales a través de extensiones vinculadas al modelamiento de elementos finitos en tres dimensiones.

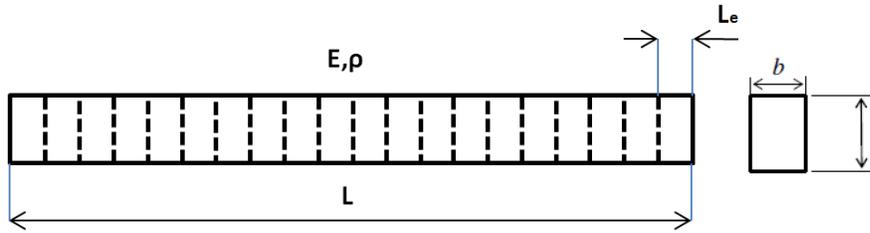
Con el objetivo de ganar experiencia con el método de ajuste, el problema de la barra simple se realizará para dos casos de barras: una barra sin daño y otra con daño. A través de esto se buscará que el método de optimización en base a algoritmos genéticos, sea capaz, además de ajustar el modelo numérico, de detectar el daño en la barra que corresponda.

La estructura a modelar posee las siguientes propiedades y dimensiones que se señalan a continuación:

- Largo barra (L): 1 m
- Ancho de la sección (b): 0,01 m
- Alto de la sección (t): 0,025m
- Modulo de Young (E):  $2,1 \times 10^{11}$
- Densidad ( $\rho$ ): 7800
- Coeficiente de Poisson ( $\mu$ ): 0,3

Para modelar la barra se utilizaron 20 elementos de viga (figura 19), es decir 21 nodos. Estos se restringieron a dos grados de libertad (movimiento en un plano). A cada elemento se le definió las propiedades del material (módulo de Young, densidad y coeficiente de poisson) y las propiedades geométricas de cada uno (ancho, alto, área, inercias, etc.).

A partir de estas propiedades, se decidió sobre los parámetros a optimizar, que para el caso de la barra sin daño fueron: módulo de Young, densidad, ancho y alto; y para el caso de la barra con daño fueron: el módulo de Young de cada uno de los 20 elementos.



**Figura 19 División de la barra en 20 elementos**

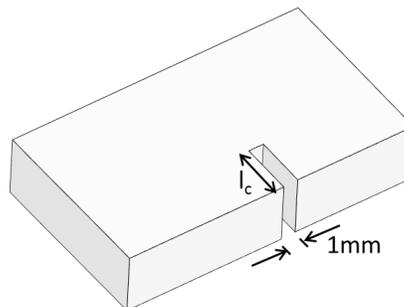
Cabe destacar que para la barra sin daño se buscó optimizar estas variables dentro de un rango entre el 80% y 120% (límite superior e inferior referidos en la sección 2.4.3) del valor original, en cambio para el caso de la barra dañada, el problema de optimización se formuló para la detección de daños (ecuación 40, sección 2.4.3) donde el factor de corrección varía entre 0 y 1.

Para obtener los datos analíticos o numéricos de la correlación, se calcularon las frecuencias de anti-resonancia, detalladas en la sección 2.1.4.1, fijando 5 puntos de medición de respuesta (distribuidos de manera equiespaciada) y un punto de excitación. El punto de excitación se ubicó en nodo 1 y los puntos de medición de respuestas en los nodos 1, 6, 11, 16 y 21.

## 5.2 Montaje barra simple

El montaje experimental se dio lugar en el laboratorio de sólidos ubicado en la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Las características de la barra con daño son iguales a la de la barra sin daño, la diferencia radica en que la barra dañada posee un corte a 0,3 m de un extremo (ver figura 20).



**Figura 20 Corte de la barra dañada ubicado a 0,3 m del extremo**

De la figura 20 se aprecia que el corte presenta un ancho ( $l_c$ ) de 0,01 m y un espesor de 0,001 m. Como se dijo anteriormente este corte está ubicado a 0,3 m del extremo izquierdo lo que equivale al nodo 7 en el modelo numérico.

Al igual que en el modelo numérico, para el montaje experimental se seleccionaron 5 puntos de medición y un punto de excitación, que fueron los mismos que se seleccionaron en la sección 5.1.

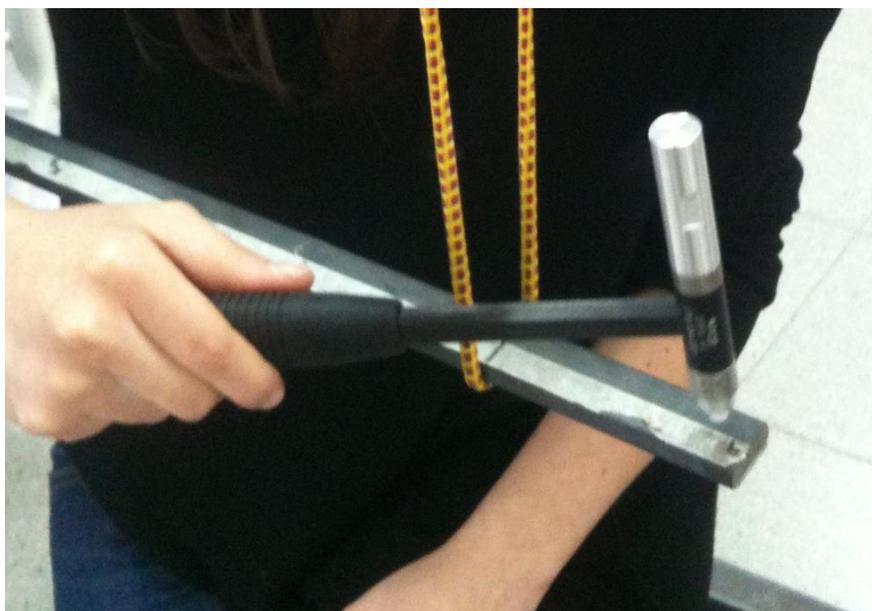
Luego de aclarado lo anterior, se procedió a colgar la barra en una estructura tipo caballete con tal de simular la condición de borde “libre-libre” como se muestra en la figura 21.



**Figura 21 Montaje de la barra para sus posteriores mediciones**

### **5.2.1 Método de excitación**

Existen diferentes mecanismos capaces de excitar la estructura a través de la aplicación de una fuerza de suficiente amplitud y contenido en frecuencia. Para el caso de ambas barras el mecanismo utilizado fue el martillo modal (ver figura 22).



**Figura 22 Martillo modal excitando la barra en nodo 1**

Este aparato produce una fuerza de excitación de la forma de un pulso. Está formado por la punta del martillo (intercambiable por diferentes materiales), un sensor de fuerzas, una masa y el mango. La dureza de la punta, en conjunto con la dureza de la superficie de la estructura, está directamente relacionada con el rango de frecuencias contenida en la señal de la fuerza. Mientras mayor es la dureza, mayor es el rango de frecuencias contenido y características del martillo (ver tabla1).

**Tabla 1 Características del martillo modal utilizado**

<b>Rango (V)</b>	10
<b>Tipo de transductor</b>	Fuerza
<b>Sensibilidad (mv/N)</b>	11,2
<b>Masa (Grs)</b>	100
<b>Dureza de punta</b>	Silicona

### 5.2.2 Medición de respuestas

El sensor que se utilizó para medir las respuestas de excitación en el análisis modal experimental fue el acelerómetro. El acelerómetro es el sensor más común utilizado para medir la señal de respuesta. Este mide la aceleración de un punto en la estructura donde la señal de salida viene en forma de voltaje. Esta es transformada por un acondicionador antes de ser procesada por otro hardware o software.



**Figura 23 Acelerómetro Piezoeléctrico en la barra**

En el caso de este montaje se utilizó el tipo de acelerómetro más común, el acelerómetro piezoeléctrico, ilustrado en la figura 23. Estos sensores contienen un cristal piezoeléctrico en su interior, este cristal produce una carga eléctrica al ser deformado. Al seleccionar un acelerómetro hay distintos factores importantes que se deben considerar, estos son; el rango de frecuencias, sensibilidad, masa y estabilidad bajo cambios de temperatura. La sensibilidad de un acelerómetro determina la razón entre la señal medida y el ruido. Mientras más alta es la sensibilidad del acelerómetro más precisas son las mediciones. La masa del acelerómetro también es muy importante, ya que puede modificar las características de la estructura. Mientras menor es la masa mejor, aunque esto significa muchas veces una menor sensibilidad. En la tabla 2 a continuación se señalan las características del acelerómetro usado en el montaje experimental de las barras.

**Tabla 2 Características del acelerómetro utilizado**

<b>Rango (V)</b>	10
<b>Tipo de transductor</b>	Aceleración
<b>Sensibilidad (mv/G)</b>	96
<b>Masa (grs)</b>	4
<b>Rango de frecuencias (Hz)</b>	0,5- 3000

### 5.2.3 Configuración del programa de adquisición de datos para las barras

Antes de comenzar el proceso de adquisición de datos se debió sestear el programa especializado para ello: ECON, Avant series. Con los parámetros de adquisición correctos se garantiza una mayor confiabilidad en los datos entregados posteriormente. A continuación se señalan alguna de estas configuraciones:

- Archivos generados: tipo UFF
- Rango de frecuencias: 0 - 3000 (Hz)
- Trigger: 0,05 (V)
- Número de mediciones promediadas: 10
- Tipo de Ventana para canal de excitación: fuerza
- Tipo de ventana para canal de respuesta: exponencial

### 5.3 Correlación de datos Numérico-Experimental para las barras

Con los datos obtenidos del desarrollo experimental y previo a los resultados del ajuste, se procede a hacer la correlación de las anti-resonancias numéricas y las obtenidas del montaje experimental. Posteriormente, con estos datos, se construirá la función objetivo a minimizar.

A través del modelo numérico construido (Anexo A), que fue el mismo para ambas barras, y de los datos obtenidos experimentalmente para las barras con daño y sin daño, se obtuvieron las frecuencias de anti-resonancia indicadas en las tablas 3 y 4, las cuales corresponden a las anti-resonancias experimentales (Wde para barra sin daño y Wded para barra con daño) obtenidas a través del método de funciones de respuesta en frecuencia (FRF) y del método de funciones de transmisibilidad (FTM) respectivamente. Cabe señalar que el número de anti-resonancias varía según el punto de medición.

**Tabla 3 Frecuencias de Anti-resonancia teóricas y experimentales obtenidas mediante FRF**

Frecuencias de Anti-resonancia Teórica (Wd) * 1,0e+003 (Hz)					Frecuencias de Anti-resonancia Experimentales S/daño (Wde) * 1,0e+003 (Hz)					Frecuencias de Anti-resonancia Experimentales C/daño (Wded) * 1,0e+003 (Hz)				
Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21	Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21	Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21
0,0918	0,1429	0,3665	0,1054	0	0,0813	0,1391	0,3559	0,1041	0	0,082	0,1381	0,3544	0,1028	0
0,2972	0,5165	1,1826	1,4437	0	0,2847	0,5019	1,135	1,382	0	0,2734	0,4981	1,141	1,373	0
0,6192	1,0998	2,4527	0	0	0,5991	1,064	2,312	0	0	0,6038	1,052	2,343	0	0
1,0566	1,8741	0	0	0	1,026	1,796	0	0	0	1,001	1,758	0	0	0
1,6083	2,844	0	0	0	1,548	2,685	0	0	0	1,52	2,65	0	0	0
2,2729	0	0	0	0	2,168	0	0	0	0	2,167	0	0	0	0

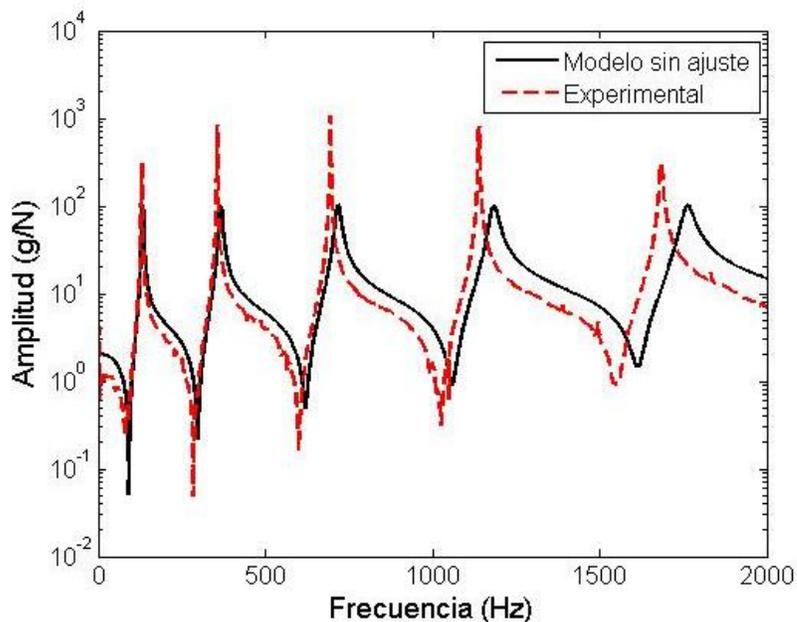
**Tabla 4 Frecuencias de Anti-resonancia teóricas y experimentales obtenidas mediante FTM**

Frecuencias de Anti-resonancia Teórica (Wd) * 1,0e+003 (Hz)					Frecuencias de Anti-resonancia Experimental S/daño (Wde) * 1,0e+003 (Hz)					Frecuencias de Anti-resonancia Experimental C/daño (Wded) * 1,0e+003 (Hz)				
Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21	Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21	Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21
0,0918	0,1429	0,3665	0,1054	0	0,0836	0,1400	0,3568	0,1077	0	0,0819	0,1390	0,3550	0,106	0
0,2972	0,5165	1,1826	1,4437	0	0,2849	0,5002	1,1390	1,3770	0	0,2758	0,4955	1,1400	1,369	0
0,6192	1,0998	2,4527	0	0	0,5991	1,0740	2,3150	0	0	0,6022	1,0580	2,3280	0	0
1,0566	1,8741	0	0	0	1,0280	1,7970	0	0	0	1,0040	1,7590	0	0	0
1,6083	2,844	0	0	0	1,5500	2,6810	0	0	0	1,5220	2,6400	0	0	0
2,2729	0	0	0	0	2,1720	0	0	0	0	2,1740	0	0	0	0

En ambas tablas se observa que el valor de las frecuencias de anti-resonancias experimentales obtenidas por ambos métodos no difieren en gran medida, lo cual hace esperar que los resultados del ajuste realizado con ambos métodos no contengan grandes diferencias.

Ambas tablas se utilizarán para construir la función objetivo y realizar el ajuste del modelo numérico de manera que las anti-resonancias teóricas (Wd) se acerquen más a las experimentales.

Ahora bien, al graficar las funciones de respuestas en frecuencias de los datos numéricos y experimentales antes de realizar el ajuste (para un punto de medición en específico del modelo de la barra sin daño), se ve que la diferencia entre ambos es la que se observa entre las curvas de la figura 24.



**Figura 24 Comparación de las FRF's teóricas y experimentales de la barra sin daño en nodo 1**

## 5.4 Resultados Barra simple

A partir de los datos correlacionados en la sección anterior, se formuló la función objetivo a minimizar a través de la ecuación (39) para la barra sin daño. Los datos experimentales que se utilizaron para correlacionar, fueron los obtenidos a través de los dos métodos: FRF y FTM (Wde de las tablas 3 y 4 respectivamente). Para este primer ajuste, se buscó ajustar cuatro variables del modelo numérico. Los resultados del primer ajuste por el método de las FRF se muestran en la tabla 5:

**Tabla 5 Resultados del ajuste barra sin daño (FRF)**

<b>Resultados del ajuste para barra sin daño</b>					
<b>Parámetros a ajustar (variables, ngenes=4)</b>	<b>Limites de variables</b>		<b>Tamaño de la población</b>	<b>Número máximo de generaciones</b>	<b>Resultado Ajuste</b>
	<b>lb</b>	<b>Ub</b>			
Modulo de Young	0,9	1,1	40	40	0,911100
Densidad					1,009600
Ancho					0,977700
Alto					1,010600
<b>Error normalizado</b>	<b>1,4557</b>				

A partir de las variables ajustadas anteriormente, se construyó la función objetivo a través de la ecuación (41) para la barra con daño, la cual está construida para la detección de daños. La correlación que se utilizó para esta barra fueron las frecuencias de anti-resonancias señaladas en las tablas 3 y 4 como Wded. A diferencia del ajuste anterior, las variables a optimizar en este caso serán el factor de corrección  $\beta_i$  para cada uno de los 20 elementos presentes en la barra con daño, con el fin de poder detectar el daño (ver sección 2.4.3). Los resultados encontrados se resumen en la tabla 6:



Tabla 8 Resultados del ajuste a la barra con daño según variables ajustadas a la barra sin daño (FTM)

Resultados barra con daño ajustada según barra sin daño					
Parámetros a ajustar (variables, ngenes=20)	Límites de variables		Tamaño de la población	Número máximo de generaciones	Resultados $\beta_{(i)}$ , i=20
	lb	Ub			
<b>Modulo de Young*</b>	0	0,99	40	40	0
					0
					0
					2,63E-14
					0
					<b>4,984E-1</b>
					9,999E-4
					0
					0
					0
					0
					8,17E-16
					0
					0
					0
					0
					4,87E-4
8,571E-4					
0					
<b>Error normalizado</b>	<b>0,6681</b>				

Con los resultados de los ajustes de ambos métodos, se procede a comparar los parámetros obtenidos del ajuste de la barra con daño, donde la variable a ajustar fue un factor de corrección del módulo de Young que está definido específicamente para la detección de daños. En la figura 25 a continuación se muestra la variación de este factor para cada uno de los 20 elementos obtenida a través de los dos métodos:

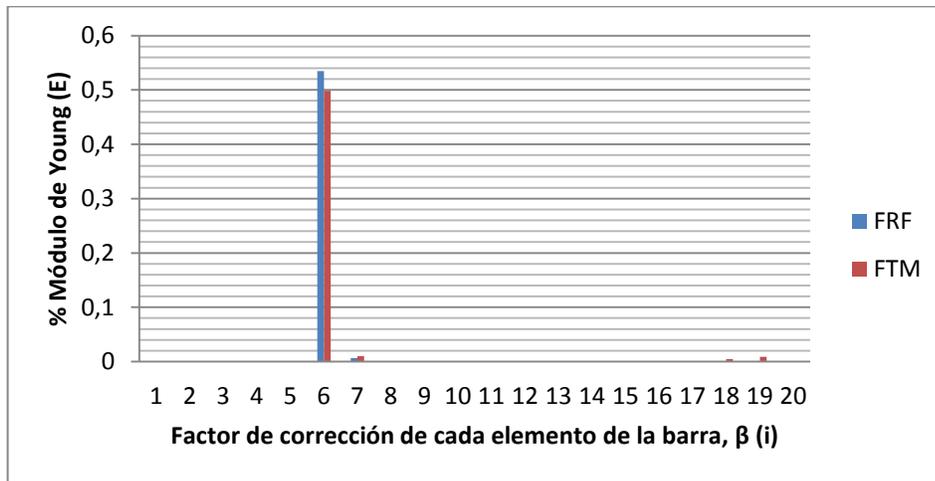


Figura 25 Comparación de la variación del factor de corrección del módulo de Young, por elemento, obtenido a través de los dos métodos (FRF y FTM) de la barra con daño

Además de la variación del factor de corrección del módulo de Young obtenida, cabe destacar la variación de las funciones de respuesta en frecuencia después de ajustado el modelo de la barra dañada por cada uno de los métodos. El resultado de este ajuste final se puede observar en las figuras 26 y 27, las cuales muestran las funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico resultante luego del ajuste final, obtenido a través de FRF y FTM, respectivamente.

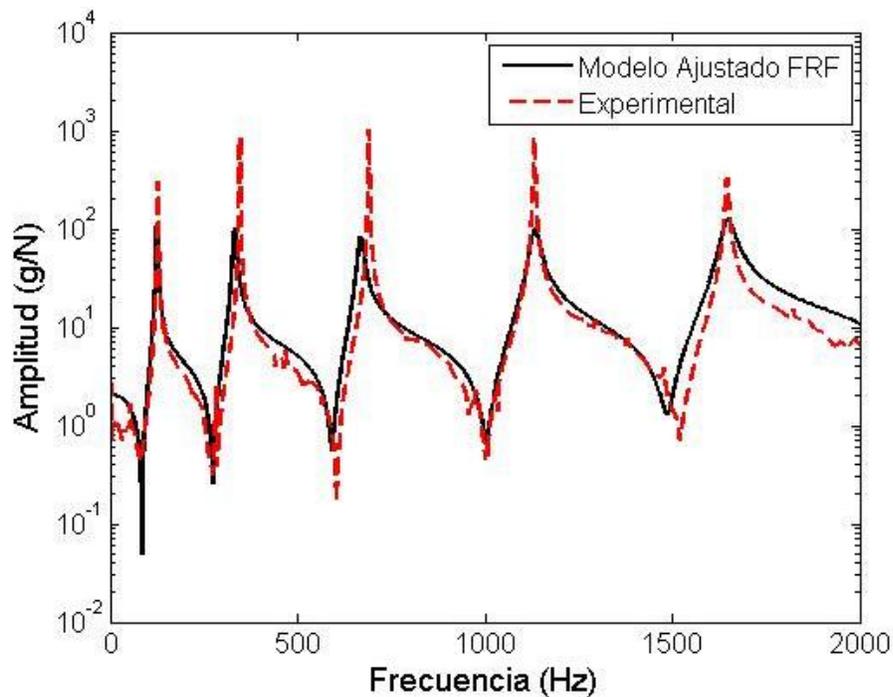


Figura 26 Funciones de respuesta en frecuencia luego de ajustado el modelo numérico a través de FRF

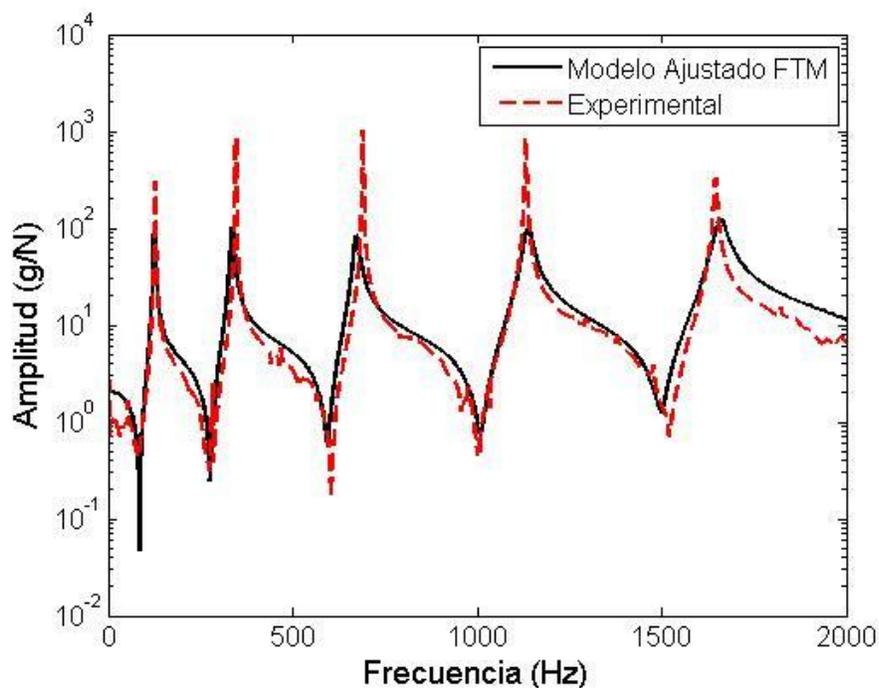


Figura 27 Funciones de respuesta en frecuencia luego de ajustado el modelo numérico a través de FTM

#### 5.4.1 Ajuste del modelo numérico utilizando el Software Femtools

Como modo de comparar el ajuste propuesto que se realizó en este trabajo, se procedió a ajustar el modelo numérico a través de un ajuste proporcionado por el programa Femtools. Este último, solo ocupa información modal para correlacionar los datos y utiliza el método de los mínimos cuadrados para definir su función objetivo que en su forma más simple, intenta minimizar la suma de cuadrados de las diferencias ordenadas (llamadas residuos) entre los puntos generados por la función y los correspondientes en los datos usando, iterativamente, el método de descenso por gradiente para minimizar el residuo cuadrado (ver sección 2.4.3.1).

En la tabla 9 a continuación se señalan los resultados de los parámetros ajustados en la barra sin daño (que fueron las mismas variables a ajustar que en el caso anterior), para que a partir de estos se ajuste el factor de corrección de cada elemento que constituye la barra con daño.

Tabla 9 Variables ajustadas para la barra sin daño con el software Femtools

#	Nivel	Tipo	Antiguo	Actual	Diferencia (%)
1	GLOBAL	E	2,10E+11	2,28E+11	8,42E+00
2	GLOBAL	RHO	7,80E+03	8,56E+03	9,78E+00
3	GLOBAL	AX	2,50E-04	2,74E-04	9,78E+00
4	GLOBAL	IY	1,30E-08	1,42E-08	9,13E+00
5	GLOBAL	IZ	2,08E-09	2,07E-09	-8,36E-01

La tabla 10 muestra las variaciones del factor de corrección del modulo de Young, para cada elemento de la barra dañada obtenidas a través del software Femtools, esto último con el fin de poder detectar el daño.

**Tabla 10 Resultados de variación del modulo de Young para 20 elementos según variables ajustadas de barra s/daño**

#	Nivel	Tipo	Elemento	Valor antiguo	Valor actual	Diferencia (%)
1	LOCAL	E	1	2.10E+11	3.90E+11	8.56E+01
2	LOCAL	E	2	2.10E+11	1.21E+12	4.77E+02
3	LOCAL	E	3	2.10E+11	1.57E+12	6.46E+02
4	LOCAL	E	4	2.10E+11	1.15E+12	4.47E+02
5	LOCAL	E	5	2.10E+11	1.27E+12	5.04E+02
6	LOCAL	E	6	2.10E+11	1.30E+12	5.18E+02
7	LOCAL	E	7	2.10E+11	9.25E+11	3.40E+02
8	LOCAL	E	8	2.10E+11	1.20E+12	4.73E+02
9	LOCAL	E	9	2.10E+11	1.49E+12	6.08E+02
10	LOCAL	E	10	2.10E+11	1.14E+12	4.42E+02
11	LOCAL	E	11	2.10E+11	1.19E+12	4.68E+02
12	LOCAL	E	12	2.10E+11	1.47E+12	6.01E+02
13	LOCAL	E	13	2.10E+11	1.15E+12	4.46E+02
14	LOCAL	E	14	2.10E+11	1.04E+12	3.97E+02
15	LOCAL	E	15	2.10E+11	1.35E+12	5.41E+02
16	LOCAL	E	16	2.10E+11	1.17E+12	4.59E+02
17	LOCAL	E	17	2.10E+11	1.21E+12	4.74E+02
18	LOCAL	E	18	2.10E+11	1.68E+12	7.00E+02
19	LOCAL	E	19	2.10E+11	1.21E+12	4.77E+02
20	LOCAL	E	20	2.10E+11	3.78E+11	7.98E+01

Finalmente y luego de adquiridos los ajustes de los parámetros entregados por Femtools, se procede a graficar las funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico ajustado y el modelo experimental (ver figura 28). Esto último con el fin de compararlo con el ajuste propuesto en este trabajo.

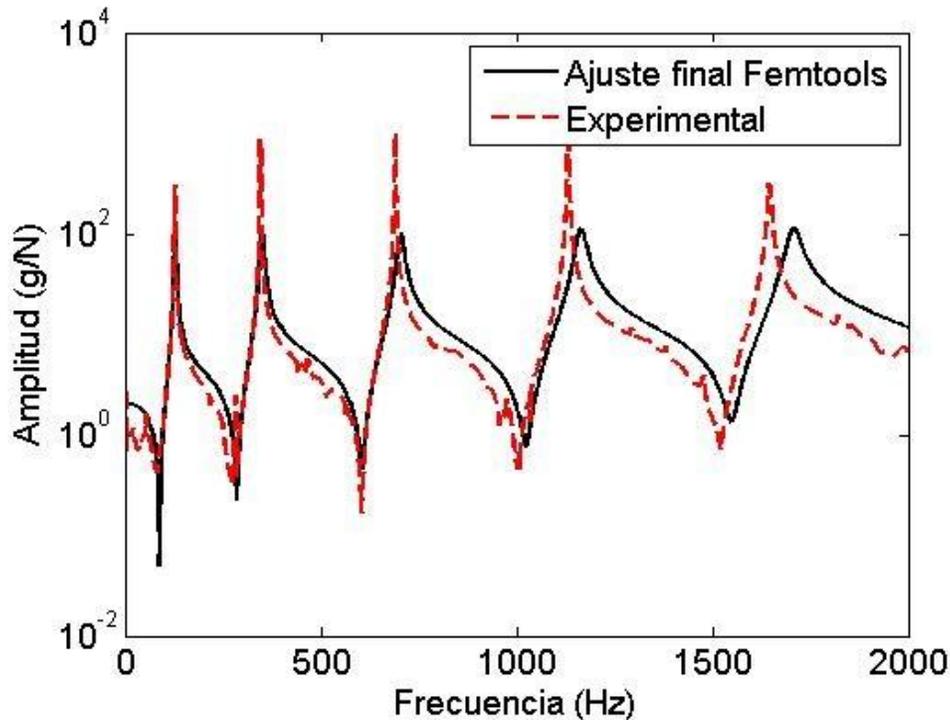


Figura 28 Comparación de funciones de respuesta en frecuencia del modelo ajustado con Femtools y el modelo experimental

## 6 Desarrollo de la estructura aeronáutica

Al igual que en el caso de la barra, en esta sección se darán las principales características del modelo, montaje experimental y configuración de las mediciones realizadas en el laboratorio. Además se entregará un detalle del análisis previo de las mediciones, donde se dejará en claro los métodos de excitación, respuesta y configuración de los equipos de adquisición de datos que se utilizaron para la estructura aeronáutica.

### 6.1 Construcción del modelo de la estructura aeronáutica

Para este caso en particular se decidió hacer un modelo simplificado de la estructura a través de elementos de viga con 6 grados de libertad (la estructura real tiene un comportamiento tipo placa), ya que según estudios anteriores los modos de vibración para este modelo simplificado no difieren mucho para el que se comporta como placas. Por último cabe destacar que el modelo fue construido, al igual que la barra, utilizando el toolbox SDTools de Matlab.

Luego de aclarado lo anterior, se define la cantidad de nodos y elementos en los cuales se dividirá la estructura, para este caso fueron 49 y 48 respectivamente. La distribución de los

nodos y elementos en los que se dividió el modelo se observan en las figuras 29 y 30 respectivamente.

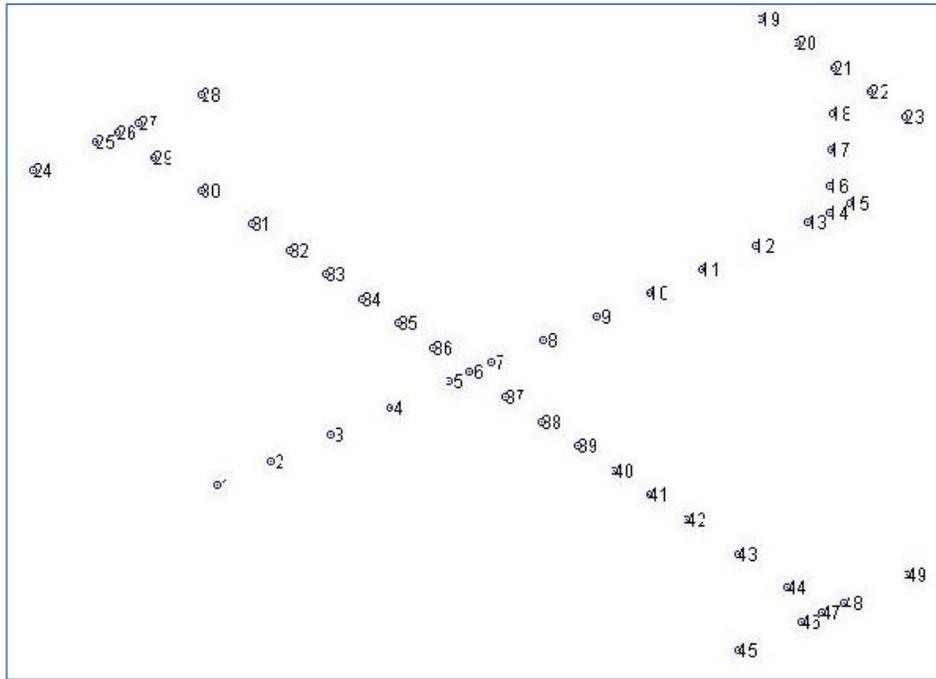


Figura 29 Distribución de los nodos en el modelo de elementos finitos de la estructura aeronáutica

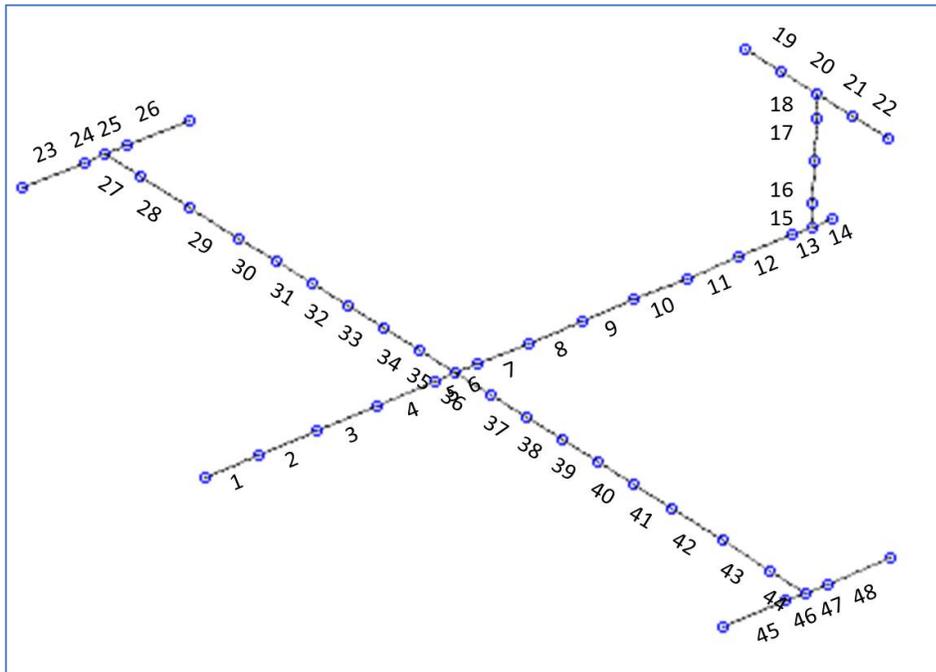


Figura 30 Distribución de los elementos en el modelo de elementos finitos de la estructura aeronáutica

Al igual que en el modelo de la barra, el material de las vigas fue acero y a partir de eso se definieron sus propiedades. Las características o propiedades geométricas de cada elemento se separaron por grupos según la viga que la constituyera. La tabla 11 a continuación detalla cada grupo.

**Tabla 11 Distribución de los elementos de la estructura aeronáutica por grupo**

<b>Grupo</b>	<b>Parte de la estructura</b>	<b>Elementos</b>
1	Fuselaje	1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12
2	Unión Fuselaje-Ala 1	5,6
3	Unión Fuselaje-Ala 2	35, 36
4	Unión Fuselaje-Cola 1	13, 14
5	Unión Fuselaje-Cola 2	15
6	Cola dirección Y	16, 17, 18
7	Cola dirección Z	19, 22
8	Unión Colas	20, 21
9	Ala Derecha	23, 26
10	Unión Ala Derecha	24, 25
11	Unión Ala 1	27
12	Ala	28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43
13	Ala 2	44
14	Ala Izquierda	45, 48
15	Unión Ala Izquierda	46, 47

A través de esta agrupación de elementos, se definieron las variables de optimización que al igual que la barra sin daño, fueron el modulo de Young, densidad, alto y ancho, aunque para este caso se optimizaron para cada grupo, es decir, se tendrán 60 variables de optimización.

Para obtener los datos analíticos o numéricos de la correlación, se calcularon las frecuencias de anti-resonancia, detalladas en la sección 2.1.4.1. El punto de excitación se fijó en el nodo 26 y los puntos de respuestas se fijaron en los nodos 1, 3, 6, 9, 12, 14 y 18 según la coordenada Y; 19, 23, 24, 26, 28, 31, 34, 6, 39, 42, 45, 47 y 49 según coordenada Z. Esto se muestra en la figura 31 a continuación.

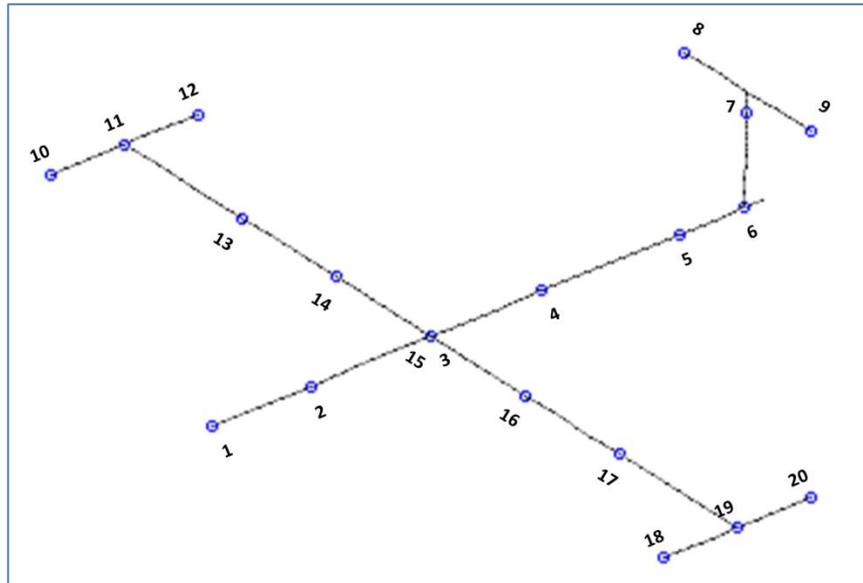


Figura 31 Distribución de los sensores en la estructura aeronáutica

## 6.2 Montaje estructura aeronáutica

Al igual que las barras, el montaje experimental de la estructura aeronáutica se llevó a cabo en el laboratorio de sólidos de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Alguna de las propiedades principales de la estructura son (señaladas en más detalle en la sección 2.2.1):

- Estructura compuesta principalmente por 3 perfiles:
  - Fuselaje: de dimensiones  $1,5 \times 0,1 \times 0,001 \text{ m}^3$
  - Alas: de dimensiones  $2 \times 0,1 \times 0,001 \text{ m}^3$
  - Cola: de dimensiones  $0,33 \times 0,003 \times 0,1 \text{ m}^3$
- Uniones con pernos allen de 6mm diámetro
- Estructura suspendida por elásticos desde la base para simular una condición borde “libre-libre”

Como preparación previa a la medición experimental, se fijaron los puntos de suspensión sobre el fuselaje y ala como muestra la figura 32.



**Figura 32 Condición borde libre-libre de la estructura aeronáutica**

Además de lo anterior, la estructura cuenta con 25 masas puntuales de 80 grs., de las cuales se ocuparán solo 19 de ellas, donde 18 coincidirán con los puntos de medición a las respuestas de excitación. A partir de lo indicado en la sección 6.1, la estructura se dividió en 48 elementos de viga, por lo tanto, 49 nodos y los puntos de excitación y medición de respuesta en este montaje experimental, serán los mismos que se indicaron en la construcción del modelo numérico especificados en la sección 6.1.

### **6.2.1 Método de excitación**

Como primera opción, se decidió excitar la estructura con un shaker electrodinámico. Un shaker electrodinámico (o electromagnético) consiste en un imán, un bloque libre y una bobina. Cuando una señal eléctrica pasa por la bobina, se genera una fuerza proporcional a la corriente y a la densidad de flujo magnético generado, la que mueve al bloque. Un shaker tiene un rango amplio de frecuencias y de amplitudes.

Esta opción de excitación fue descartada por el análisis posterior de los resultados experimentales, ya que contenían mucho ruido y no era posible identificar con claridad las frecuencias de resonancia y anti-resonancia de las funciones de respuesta en frecuencia obtenidas.

Luego de descartado lo anterior, se decidió utilizar el mismo mecanismo de excitación de las barras, el martillo modal cuyas características equivalen a la tabla 1 de la sección 5.2.1. la figura 33 a continuación muestra el mecanismo de excitación en la estructura aeronáutica.



Figura 33 Excitación a través del martillo modal en el nodo 26 de la estructura aeronáutica

### 6.2.2 Medición de respuestas

Al igual que en el caso de las barras, los sensores que se utilizaron para medir las respuestas de excitación fueron los acelerómetro piezoeléctricos (ver figura 34).



Figura 34 Acelerómetro ubicado en el nodo 6 de la estructura aeronáutica

A diferencia del montaje de las barras, para este caso se utilizaron 4 sensores. En la tabla 12 a continuación, se señalan sus características:

**Tabla 12 Características acelerómetros piezoeléctricos utilizados en la estructura aeronáutica**

<b>Rango (V)</b>	10
<b>Tipo de transductor</b>	Aceleración
<b>Sensibilidad acelerómetro 1 (mv/G)</b>	100.9
<b>Sensibilidad acelerómetro 2 (mv/G)</b>	96
<b>Sensibilidad acelerómetro 3 (mv/G)</b>	98.9
<b>Sensibilidad acelerómetro 4 (mv/G)</b>	95.6
<b>Masa (grs)</b>	4
<b>Rango de frecuencias (Hz)</b>	0,5-3000

### 6.2.3 Configuración del programa de adquisición de datos para estructura aeronáutica

Antes de procesar los datos obtenidos del análisis modal se seteó el programa especializado para ello, ECON, Avant series. A continuación se señalan alguna de estas configuraciones:

- Archivos generados: tipo UFF
- Rango de frecuencias: 0 - 3000 (Hz)
- Trigger: 0,05 (V)
- Número de mediciones promediadas: 10
- Tipo de Ventana para canal de excitación: fuerza
- Tipo de ventana para canal de respuesta: exponencial

### 6.3 Correlación de datos para la estructura aeronáutica

Una parte fundamental al correlacionar los datos, es la confiabilidad de los datos experimentales obtenidos que se utilizarán para ajustar el modelo numérico. Si estos datos no son lo suficientemente fiables, el modelo ajustado no interpretará ni predecirá comportamientos dinámicos confiables. Es por esta razón que los datos que se utilizaron para la correlación de las anti-resonancias fueron solo los que se midieron en la misma dirección en la que se excitó, es decir, según la dirección Z. Los que se midieron según la dirección Y no entregaban información clara de las anti-resonancias.

Además de la acotación anterior, y dada la gran diferencia existente entre ambos modelos a priori, se decidió hacer 2 ajustes (pre-ajuste y ajuste) para lograr así, una mayor validación del modelo numérico simplificado. La diferencia entre los modelos que se señala anteriormente, se puede apreciar en las figuras 35 y 36. En cada una de ellas, se grafica la función de respuesta en frecuencia experimental v/s la numérica antes de ajustar para dos puntos de medición.

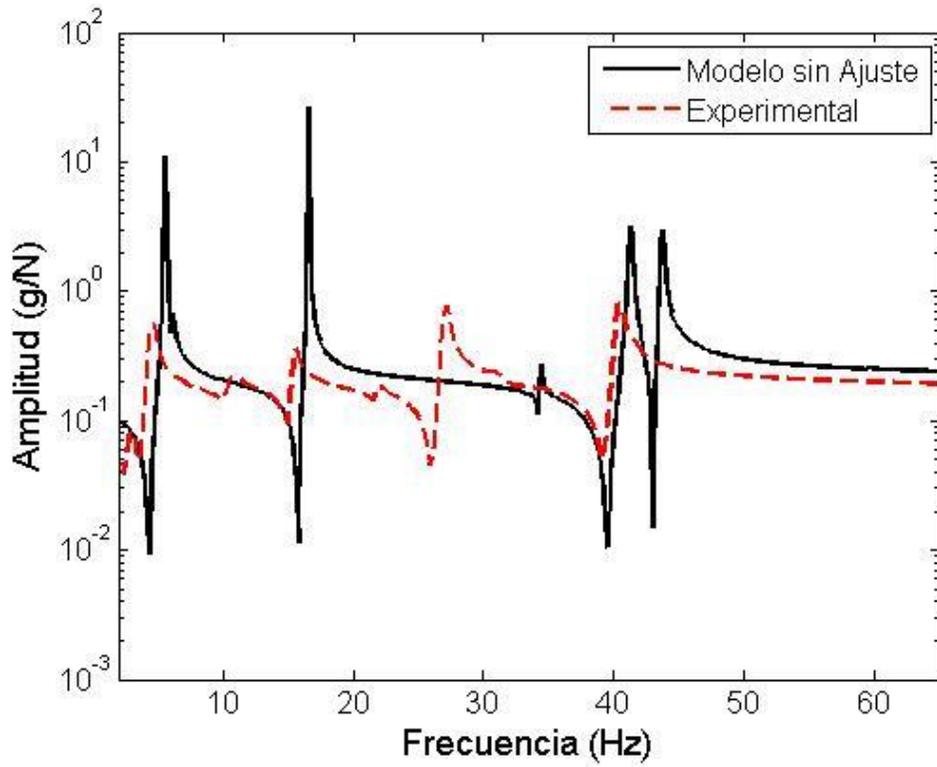


Figura 35 Funciones de respuesta en frecuencia del modelo sin ajustar y el modelo experimental en el nodo 26

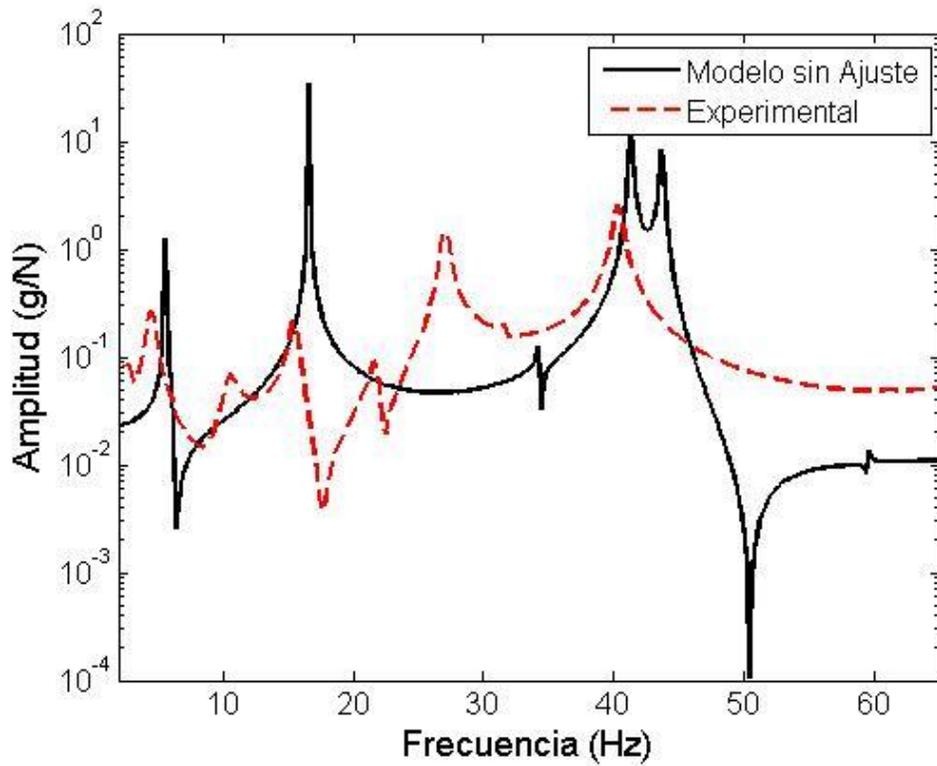


Figura 36 Funciones de respuesta en frecuencia del modelo sin ajustar y el modelo experimental en el nodo 42

### 6.3.1 Correlación modos propios

La correlación de los modos propios tendrá como objetivo específico, disminuir un poco la brecha existente entre el modelo experimental y numérico mostrado en las figuras 35 y 36. A través de esta correlación se espera que los modos propios numéricos se ajusten lo que más puedan a los modos experimentales de manera que las anti-resonancias numérico-experimentales también lo hagan. Esta correlación se llevará a cabo a través de la MAC (ver sección 2.3.1), la que posteriormente se utilizará para realizar un pre-ajuste a través de la función objetivo de la ecuación (45). Cabe recordar que una MAC con porcentaje 100% o valor 1 en su diagonal, significa una perfecta correlación entre los modos.

La tabla 13 muestra la correlación a través de la MAC de los modos entre el modelo numérico antes del “pre-ajuste” y el modelo experimental dentro del rango [0-60] Hz, para modos no rígidos, obteniéndose 7 de ellos.

**Tabla 13 Correlación de los modos propios del modelo no ajustado y el modelo experimental con sus respectivas MAC's**

<b>Par</b>	<b>MAC %</b>	<b>Frecuencias Modelo Numérico (Hz)</b>	<b>Frecuencias Modelo Experimental (Hz)</b>	<b>Diff. (%)</b>
1	77.95	5.5823	4.4857	24.45
2	91.86	6.1202	6.2443	-1.99
3	75.23	16.6065	15.447	7.51
4	95.85	27.8874	21.711	28.45
5	74.57	43.698	27.016	61.75
6	94.84	41.2879	40.343	2.34
7	66.1	59.5254	41.285	44.18

Como a modo de representar gráficamente la forma modal de dos de los pares de modos de vibración dados en la tabla anterior, en las figuras 37 y 38, a continuación, se muestra la diferencia entre los modos de vibración numérico-experimental antes de realizar el ajuste para el primer par y el último par de modos.

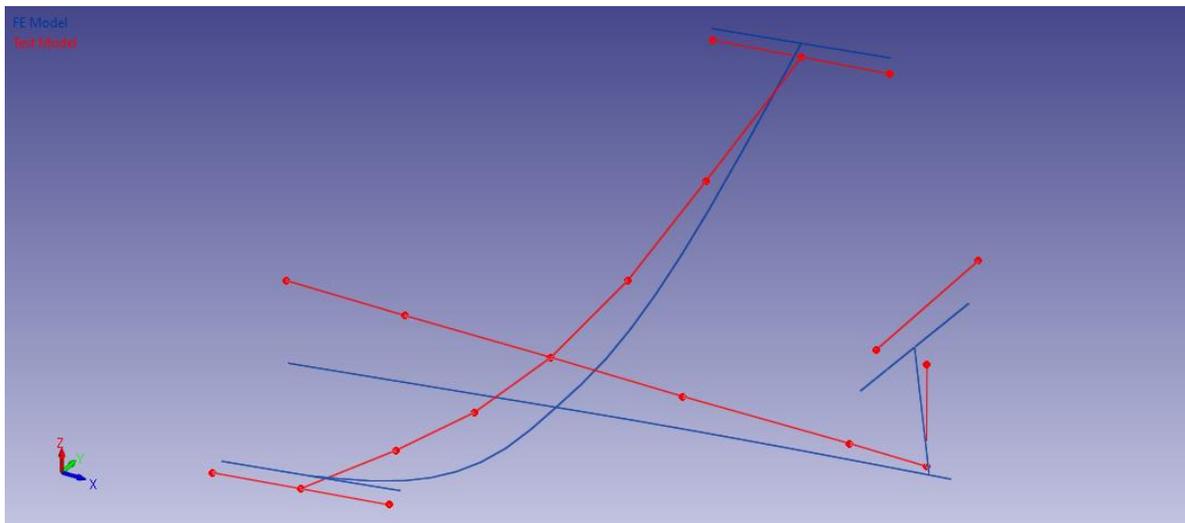


Figura 37 Comparación de los modos de vibración del modelo sin ajustar y el modelo experimental del par N°1 (MAC 77.95%)

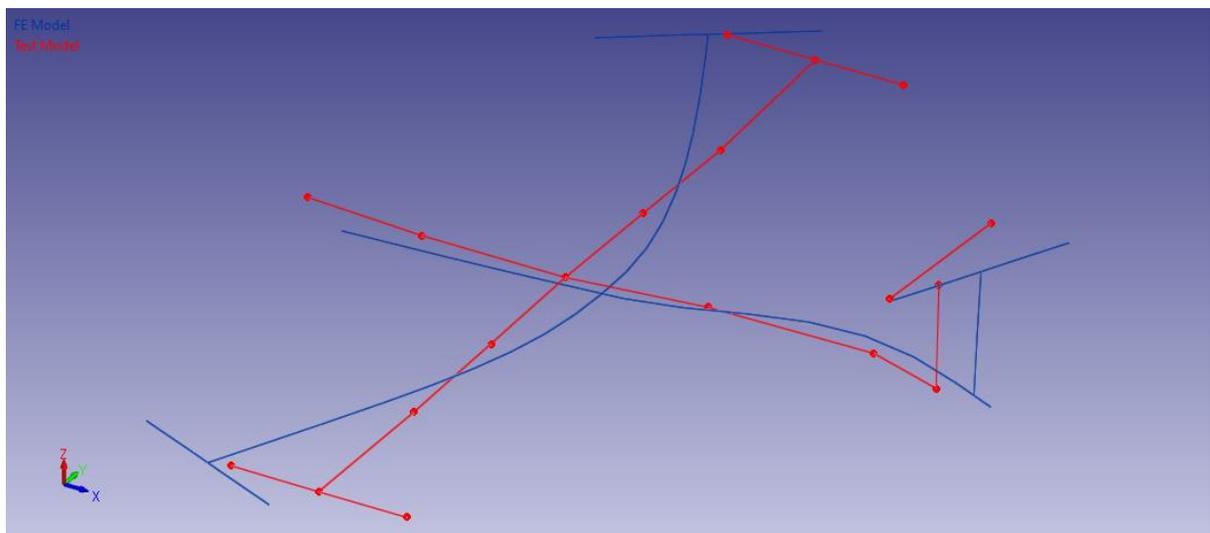


Figura 38 Comparación de los modos de vibración del modelo sin ajustar y el modelo experimental del par N°7 (MAC 66.1%)

### 6.3.2 Correlación de frecuencias de anti-resonancia

A través del desarrollo experimental, correlación y ajuste de los modos propios dados anteriormente, se obtuvo un punto de partida más cercano para la correlación de anti-resonancias numéricas-experimentales, las cuales ayudarán a dar un modelo numérico aún más verificado al ya ajustado a través de los modos propios. Este ajuste se ve reflejado en las tablas 14 y 15 a continuación. En ellas se observa el cambio en las frecuencias de anti-resonancia del modelo numérico antes del ajuste de los modos (tabla 14) y después de este (tabla 15).

**Tabla 14 Frecuencias de anti-resonancias numéricas antes del pre-ajuste**

<b>Frecuencias de Anti-resonancia Numéricas obtenidas antes del pre-ajuste de los modos (Hz)</b>														
<b>Nodo 14</b>	<b>Nodo 18</b>	<b>Nodo 19</b>	<b>Nodo 23</b>	<b>Nodo 24</b>	<b>Nodo 26</b>	<b>Nodo 28</b>	<b>Nodo 31</b>	<b>Nodo 34</b>	<b>Nodo 6</b>	<b>Nodo 39</b>	<b>Nodo 42</b>	<b>Nodo 45</b>	<b>Nodo 47</b>	<b>Nodo 49</b>
41.155	10.445	34.431	40.969	4.500	4.330	4.200	5.346	7.566	0	27.889	27.888	27.887	27.89	27.89
41.155	27.888	41.949	0	15.671	15.756	15.839	19.138	27.885	0	27.889	27.882	27.887	27.89	27.89
0	0	41.394	0	15.671	27.887	27.887	19.138	30.227	0	59.464	0	27.887	0	0
0	0	0	0	27.887	39.504	34.278	34.430	34.829	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	27.887	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	39.281	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 15 Frecuencias de anti-resonancias numéricas después del ajuste de los modos**

<b>Frecuencias de Anti-resonancia Numéricas obtenidas después del pre-ajuste de los modos (Hz)</b>														
<b>Nodo 14</b>	<b>Nodo 18</b>	<b>Nodo 19</b>	<b>Nodo 23</b>	<b>Nodo 24</b>	<b>Nodo 26</b>	<b>Nodo 28</b>	<b>Nodo 31</b>	<b>Nodo 34</b>	<b>Nodo 6</b>	<b>Nodo 39</b>	<b>Nodo 42</b>	<b>Nodo 45</b>	<b>Nodo 47</b>	<b>Nodo 49</b>
37.746	10.323	27.218	41.891	3.674	3.594	3.514	4.339	17.935	0	18.736	18.942	18.743	19.14	19.53
41.806	23.177	38.501	0	13.732	13.784	13.836	15.212	23.164	0	23.171	23.172	23.167	23.17	23.18
0	0	41.394	0	23.147	26.604	26.543	23.156	27.219	0	48.743	0	27.218	0	0
0	0	0	0	26.666	39.005	39.151	31.257	36.080	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	27.322	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	38.857	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Con las anti-resonancias numéricas definidas para la correlación del segundo ajuste (tabla 15), solo falta identificar las frecuencias de anti-resonancias experimentales a través de los métodos FRF y FTM, las cuales se señalan a continuación en las tablas 16 y 17 respectivamente:

**Tabla 16 Frecuencias de anti-resonancia experimentales identificadas a través de FRF**

<b>Frecuencias de Anti-resonancia Experimentales obtenidas a través de FRF (Hz)</b>														
<b>Nodo 14</b>	<b>Nodo 18</b>	<b>Nodo 19</b>	<b>Nodo 23</b>	<b>Nodo 24</b>	<b>Nodo 26</b>	<b>Nodo 28</b>	<b>Nodo 31</b>	<b>Nodo 34</b>	<b>Nodo 6</b>	<b>Nodo 39</b>	<b>Nodo 42</b>	<b>Nodo 45</b>	<b>Nodo 47</b>	<b>Nodo 49</b>
39,060	8,438	31,250	47,190	3,75	3,438	3,438	3,75	17,500	0	17,500	17,810	18,440	18,130	17,810
44,380	22,190	38,130	0	15,000	15,000	15,000	16,250	22,190	0	22,500	22,500	22,810	22,500	22,190
0	0	42,190	0	21,560	25,940	26,250	22,190	31,250	0	51,250	0	30,310	0	0
0	0	0	0	25,310	39,06	36,88	31,560	36,25	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	29,380	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	39,69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

**Tabla 17 Frecuencias de anti-resonancia experimentales identificadas a través de FTM**

<b>Frecuencias de Anti-resonancia Experimentales obtenidas a través de FTM (Hz)</b>														
<b>Nodo 14</b>	<b>Nodo 18</b>	<b>Nodo 19</b>	<b>Nodo 23</b>	<b>Nodo 24</b>	<b>Nodo 26</b>	<b>Nodo 28</b>	<b>Nodo 31</b>	<b>Nodo 34</b>	<b>Nodo 6</b>	<b>Nodo 39</b>	<b>Nodo 42</b>	<b>Nodo 45</b>	<b>Nodo 47</b>	<b>Nodo 49</b>
39,59	8,335	31,49	46,06	3,336	3,612	3,262	3,406	17,35	0	17,57	17,76	18,18	17,82	17,72
43,66	22,15	37,99	0	15,17	15,16	15,29	16,17	22,44	0	22,6	22,64	23,17	22,67	22,6
0	0	41,87	0	21,75	26,22	26,88	22,63	30,75	0	50,53	0	30,21	0	0
0	0	0	0	25,580	39,29	36,86	31,86	36,43	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	29,21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	39,44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Al igual que en el caso de las barras, los datos dados en las tablas anteriores, se utilizarán para definir las funciones objetivos de los 2 ajustes a realizar (uno para cada método) y así validar el modelo numérico.

## **6.4 Resultados estructura aeronáutica**

En esta sección se darán los resultados de los ajustes realizados correspondientes a la correlación de modos propios y a los correspondientes al que se propone en este trabajo de título: ajuste con frecuencias de anti-resonancia, los cuales utilizan como parámetros de optimización las variables señaladas en la sección 6.1.

### **6.4.1 Ajuste de modos propios**

Como se señaló en la sección 6.3.1, previo al ajuste de las anti-resonancias se hizo un “pre-ajuste” de los modos propios numéricos-experimentales, el cual arrojó como resultado el ajuste que muestran las figuras 39 y 40 dada a continuación, los cuales corresponden a las

funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico pre-ajustado del nodo 26 y nodo 42, respectivamente, versus el modelo experimental.

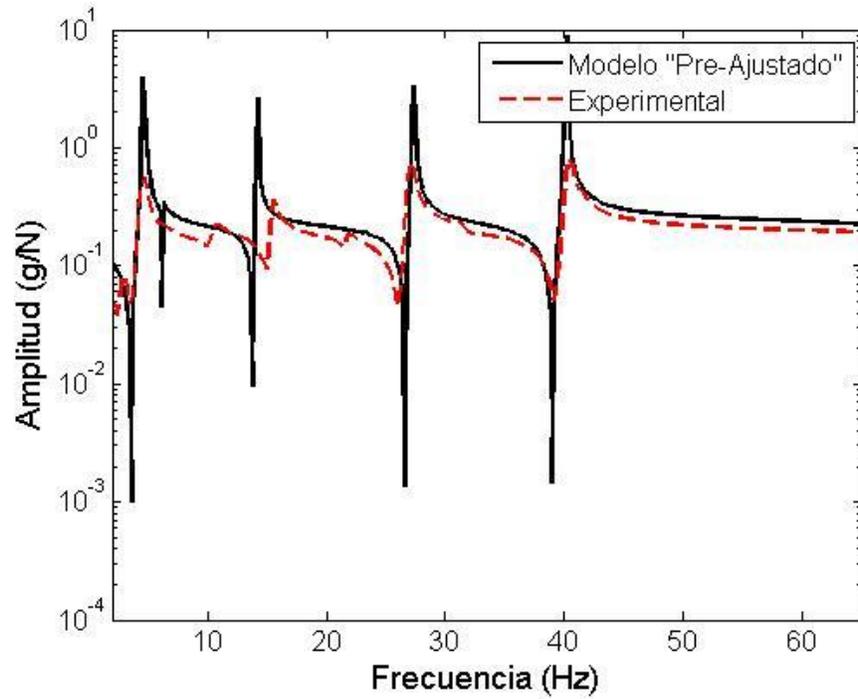


Figura 39 Resultado del ajuste de las FRF's del nodo 26 a través de los modos propios

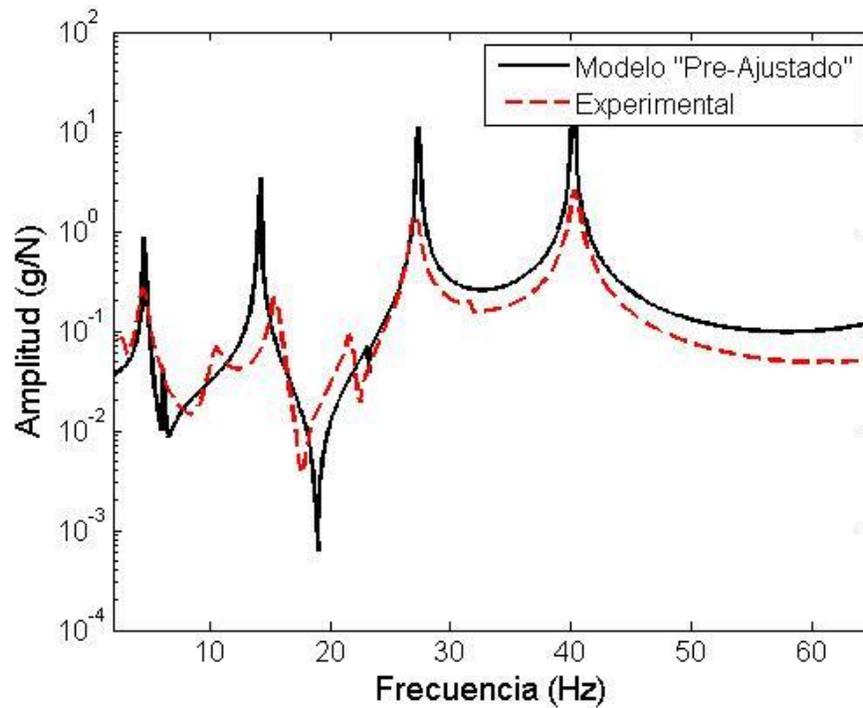


Figura 40 Resultado del ajuste de las FRF's del nodo 42 a través de los modos propios

Este pre-ajuste se realizó para cada conjunto de anti-resonancias de los 20 nodos en donde se midió la respuesta a la excitación. Los nodos graficados en las figuras 39 y 40, son solo 2 ejemplos del cambio en las FRF's de los puntos donde se midieron las respuestas.

Además de la variación en las funciones de respuesta en frecuencia que se pueden observar en las figuras anteriores, también cabe destacar la variación de la correlación de la MAC que se obtuvo luego del pre-ajuste, el cual en su mayoría muestra valores sobre el 93% (ver tabla 18).

**Tabla 18 Variación de la correlación de la MAC de los modos propios posterior al pre-ajuste**

<b>Par</b>	<b>MAC %</b>	<b>Frecuencias Modelo Numérico (Hz)</b>	<b>Frecuencias Modelo Experimental (Hz)</b>	<b>Diff. (%)</b>
1	82,9	4,6453	4,4857	3.56
2	96,93	6,2378	6,2443	-0.10
3	93,53	14,1659	15,447	-8.29
4	97,12	23,1498	21,711	6.63
5	94,76	27,2104	27,016	0.72
6	97,09	40,1672	40,343	-0.44
7	93,55	41,1011	41,285	-0.45

#### 6.4.2 Ajuste utilizando frecuencias de anti-resonancia

Posterior al ajuste realizado con los modos propios, se procedió a realizar el ajuste a partir de la correlación de las frecuencias de anti-resonancia dada en la sección 6.3.2, donde la función objetivo a minimizar utiliza la forma de la ecuación (41) de la sección 2.4.3 para su formulación.

Las figuras 41 y 42 muestran la comparación de las funciones de respuesta en frecuencia del modelo ajustado y modelo experimental, específicamente para el nodo 26, obtenidos a través del método de obtención de FRF y FTM, respectivamente.

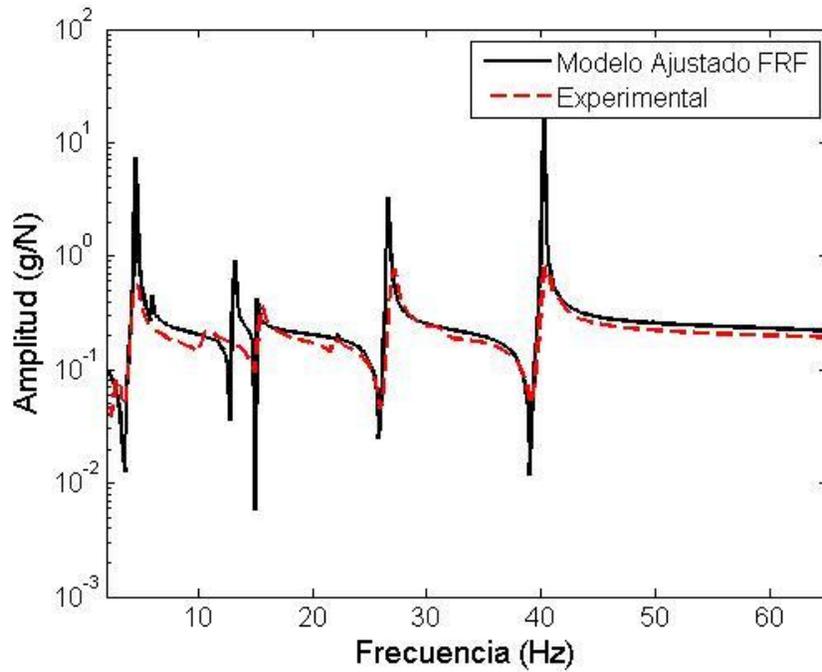


Figura 41 Resultados de las FRF's del modelo ajustado y del modelo experimental a través del método de FRF específicamente para el nodo 26

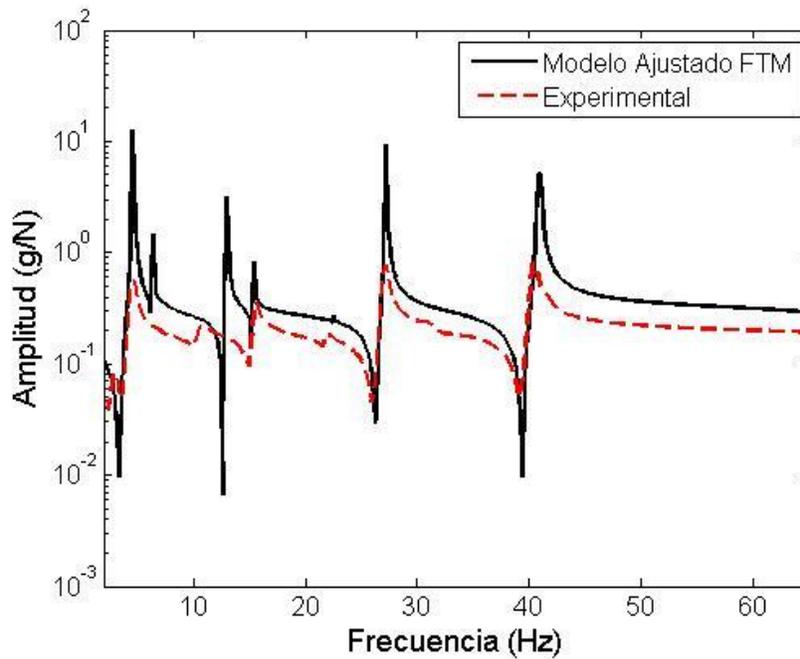
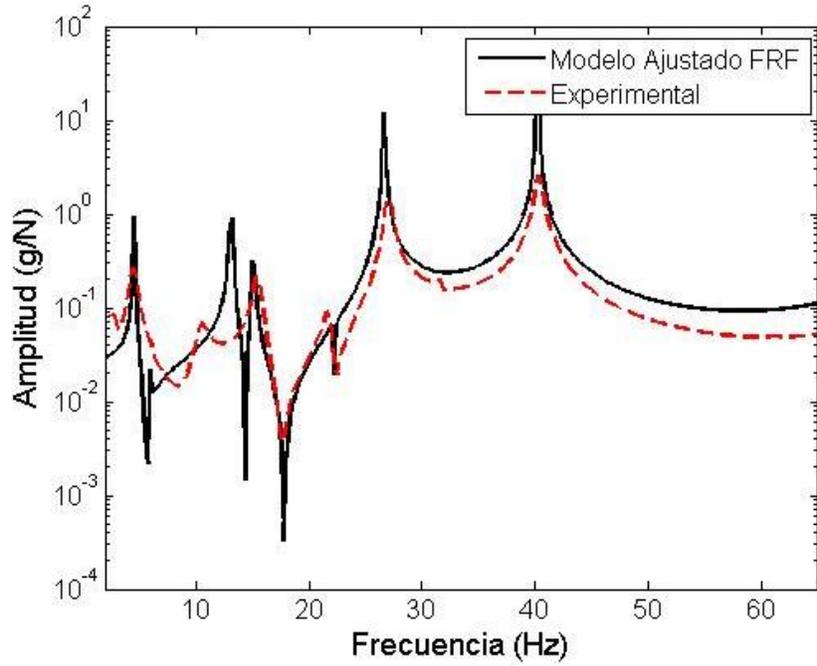
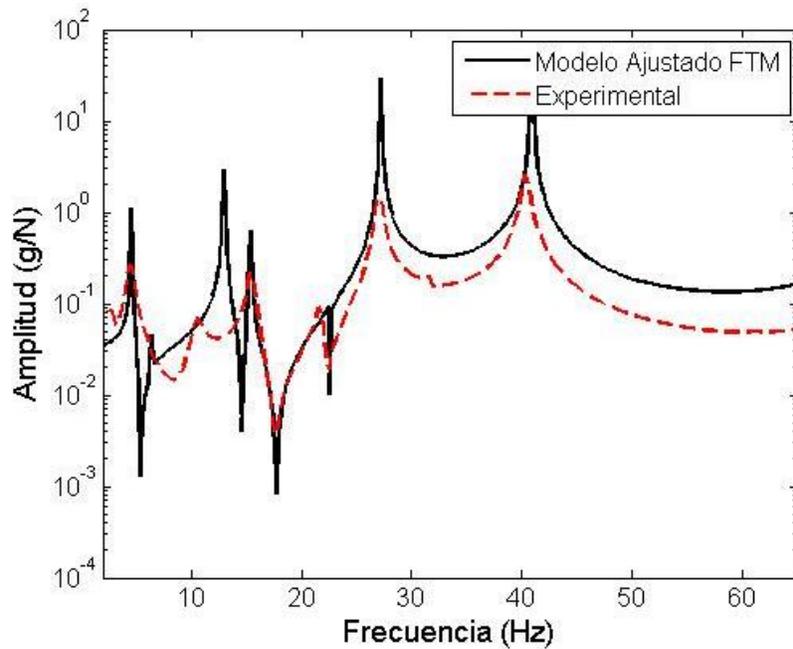


Figura 42 Resultados de las FRF's del modelo ajustado y del modelo experimental a través del método de FTM específicamente para el nodo 26

Además de las FRF's obtenidas para el nodo 26, también se obtuvo las FRF's correspondientes a los otros 19 puntos de medición de respuestas. De forma adicional a los resultados obtenidos para el nodo 26, en las figuras 43 y 44 se muestran los resultados de los ajustes obtenidos para el nodo 42 a través de los métodos FRF y FTM, respectivamente.



**Figura 43 Resultados de las FRF's del modelo ajustado y del modelo experimental a través del método de FRF específicamente para el nodo 42**



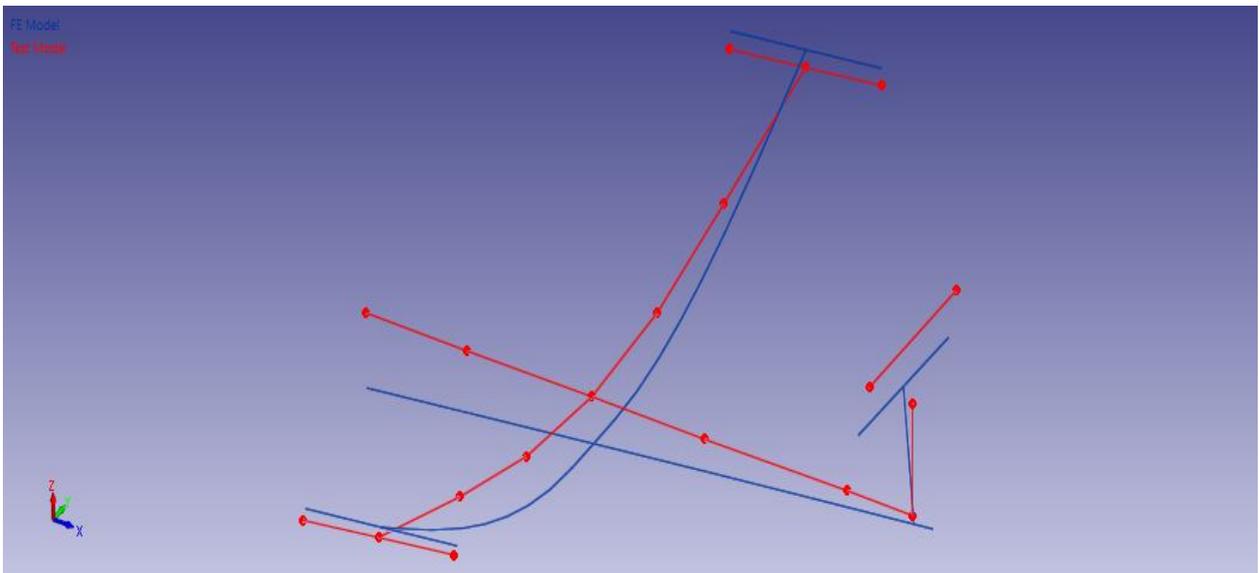
**Figura 44 Resultados de las FRF's del modelo ajustado y del modelo experimental a través del método de FTM específicamente para el nodo 42**

Adicionalmente a la comparación de las funciones de respuestas en frecuencias y luego del ajuste de las frecuencias de anti-resonancia, en la tabla 19 a continuación se muestra la variación de las MAC's de los modos propios obtenidas después del ajuste.

**Tabla 19** variación de las MAC's luego del ajuste final con anti-resonancias

Par	MAC %	Frecuencias Modelo Numérico (Hz)	Frecuencias Modelo Experimental (Hz)	Diff. (%)
1	80,7	4,5623	4,4857	1,71
2	95,7	5,9232	6,2443	-5,14
3	93,5	12,801	15,447	-17,13
4	96,5	21,599	21,711	-0,52
5	87,8	26,284	27,016	-2,71
6	95	39,875	40,343	-1,16
7	86,1	49,331	41,285	19,49

De la tabla 19 se pueden ejemplificar gráficamente dos de estos pares para apreciar el cambio en la forma modal antes de realizar el pre-ajuste (figuras 37 y 38 de la sección 6.3.1) y después del ajuste de frecuencias de anti-resonancia. Este cambio se aprecia en las figuras 45 y 46 a continuación, donde se grafica el primer y último par de modos de vibración.



**Figura 45** Comparación de los modos de vibración numérico-experimental posterior al ajuste de frecuencias para el par N°1

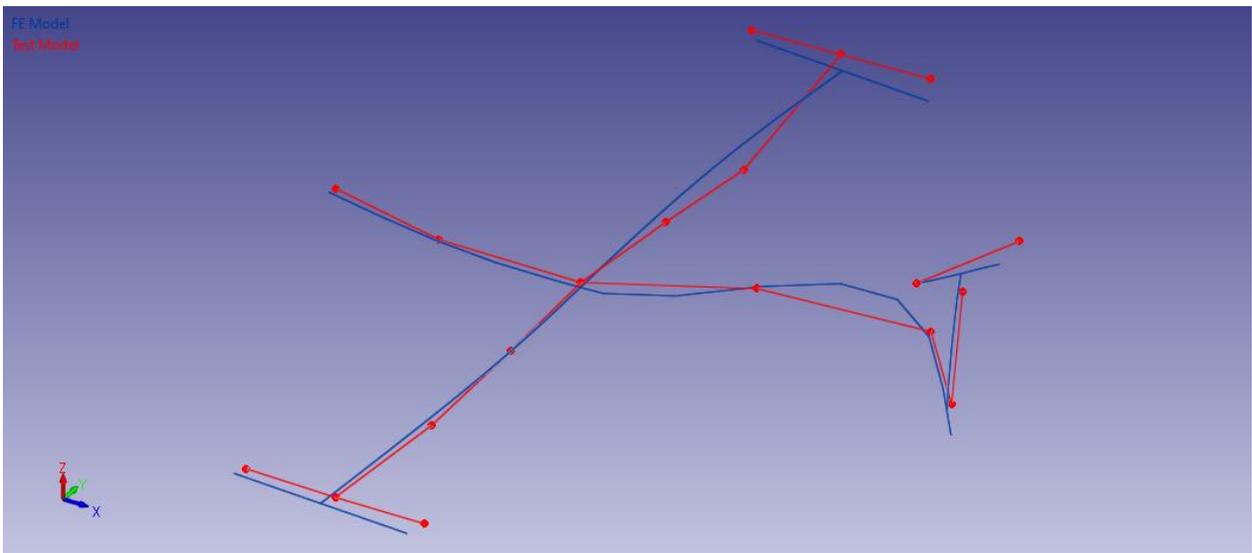


Figura 46 Comparación de los modos de vibración numérico-experimentales posterior al ajuste de frecuencias para el par N°7

### 6.4.3 Ajuste del modelo numérico utilizando el software Femtools

Al igual que en el caso de las barras, a modo de comparar el modelo de ajuste propuesto en este trabajo, se realizó el ajuste a través de un ajuste proporcionado por el programa Femtools, que como se dijo en la sección 7.1.1, solo ocupa información modal para correlacionar los datos y utiliza el método de los mínimos cuadrados para definir su función objetivo (ver sección 2.4.3.1).

Los resultados arrojados por este programa se muestran para los nodos 26 y 42, así como los resultados de las MAC's obtenidas. Esto último como forma de comparar los mismos resultados mostrados con el ajuste propuesto.

En las figuras 47 y 48, a continuación, se muestra el resultado de las funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico ajustado por Femtools y del modelo experimental. Al igual como se hizo para el ajuste propuesto anteriormente, los gráficos de las funciones de respuesta en frecuencia que se muestran, corresponden al nodo 26 y 42, respectivamente.

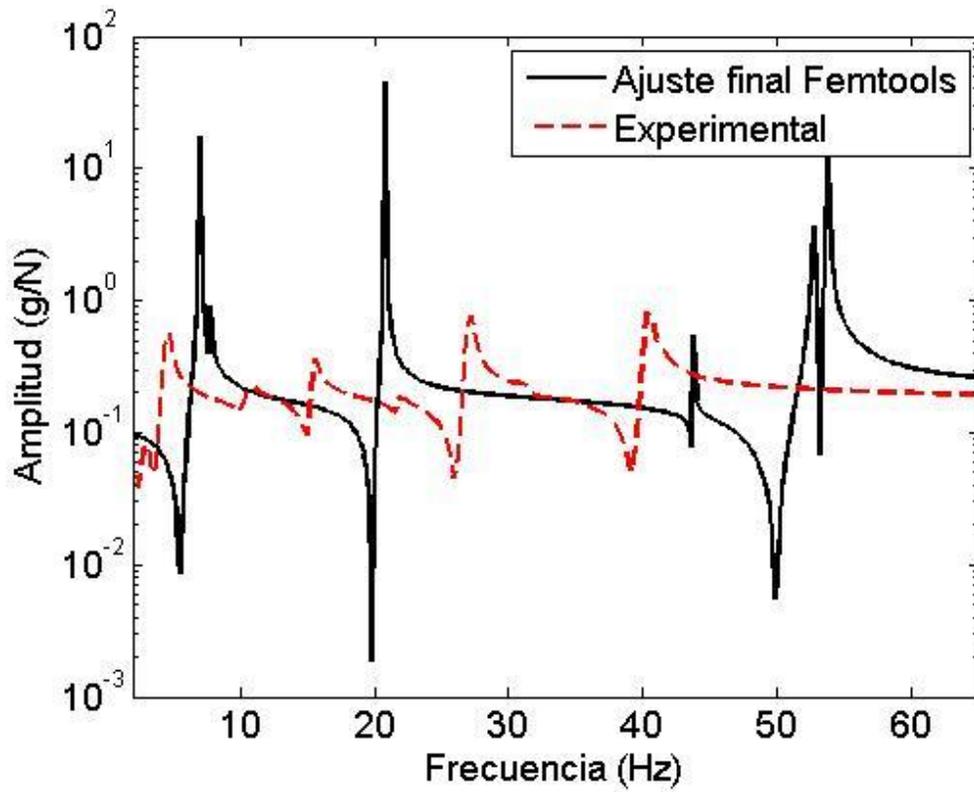


Figura 47 Resultado del modelo numérico ajustado con Femtools para el nodo 26

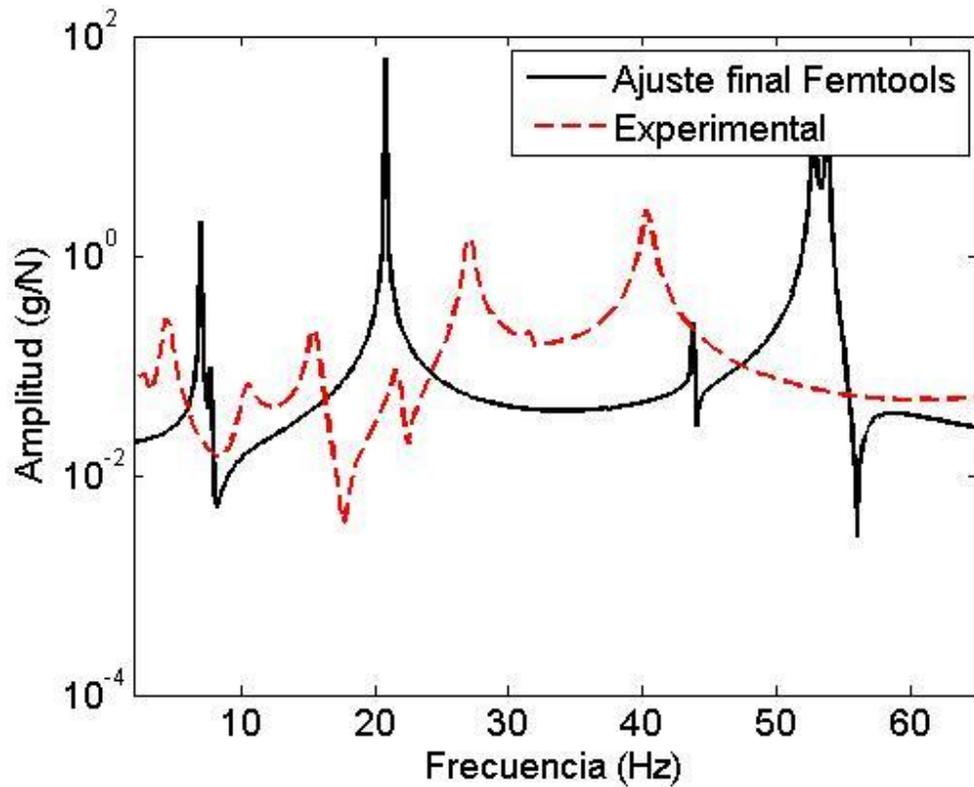


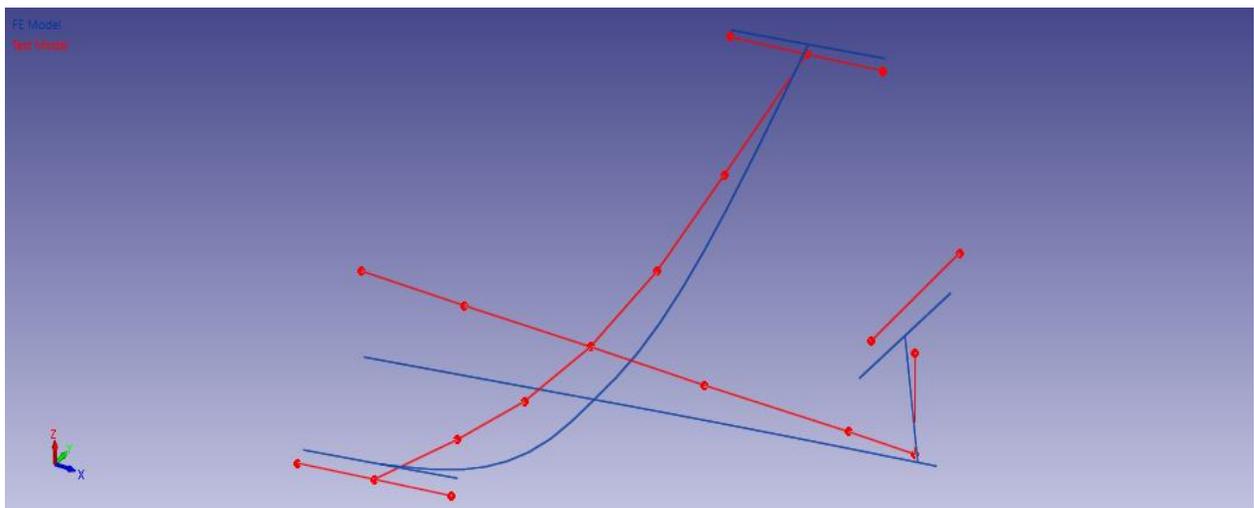
Figura 48 Resultado del modelo numérico ajustado con Femtools para el nodo 42

Además de los resultados de las funciones de respuesta en frecuencia del modelo ajustado por Femtools, en la tabla 20 a continuación se muestran los valores finales de la MAC luego del ajuste, los cuales en su mayoría están bajo el 77%.

**Tabla 20 Variación de la correlación de la MAC luego del ajuste de Femtools**

Par	MAC %	Frecuencias Modelo Numérico (Hz)	Frecuencias Modelo Experimental (Hz)	Diff. (%)
1	75,4	6,8221	4,4857	52,09
2	93,3	7,6362	6,2443	22,29
3	76,5	20,237	15,447	31,01
4	95,7	35,001	21,711	61,21
5	93,5	51,662	40,343	28,06
6	76,1	52,433	27,016	94,08
7	61,3	73,041	41,285	76,92

Al igual con el ajuste propuesto en la sección anterior, de la tabla 20 se pueden ejemplificar gráficamente dos de estos pares para apreciar el cambio en la forma modal del modelo sin ajustar (figuras 37 y 38 de la sección 6.3.1) y después del ajuste obtenido por el software Femtools. Este cambio se aprecia en las figuras 49 y 50 a continuación, donde también se grafica el primer y último par de modos de vibración.



**Figura 49 Comparación de los modos de vibración numérico-experimentales obtenidos con el ajuste de Femtools para el par N°1**

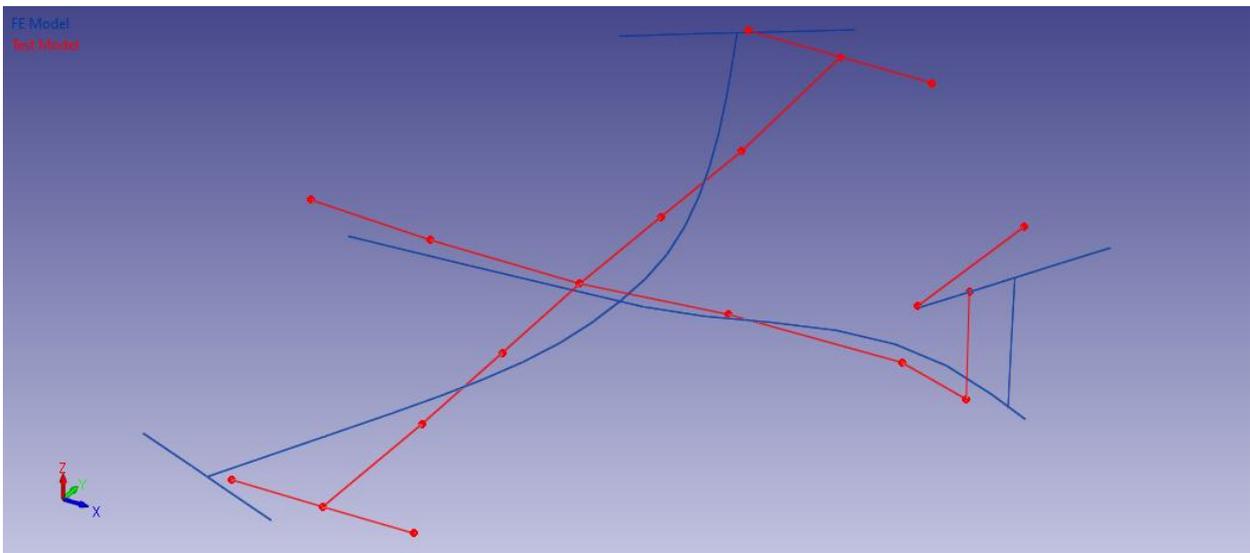


Figura 50 Comparación de los modos de vibración numérico-experimentales obtenidos con el ajuste de Femtools para el par N°7

## 7 Discusiones

### 7.1 Barra simple

A pesar de que se esperaba que los datos obtenidos experimentalmente estuviesen contaminados con ruido por la utilización del martillo como excitador de la barra, los resultados al correlacionar las frecuencias de anti-resonancia numérica y experimental antes de realizar el ajuste, no variaron más allá del 13% (entre los datos numéricos y experimentales) en el caso del procesamiento por FRF y no más allá del 10% (entre los datos numéricos y experimentales) para el procesamiento por FTM lo cual se observa en la tabla 21.

Tabla 21 Porcentaje de diferencia entre anti-resonancias teóricas y experimentales obtenidas a través de los métodos FRF y FTM para la barra sin daño

Diferencia entre anti-resonancias teóricas y experimentales obtenidas a través de FRF (%)				
Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21
12,985	2,731	2,978	1,248	0
4,390	2,908	4,193	4,464	0
3,355	3,364	6,085	0	0
2,982	4,348	0	0	0
3,895	5,921	0	0	0
4,838	0	0	0	0

Diferencia entre anti-resonancias teóricas y experimentales obtenidas a través de FTM (%)				
Nodo 1	Nodo 6	Nodo 11	Nodo 16	Nodo 21
9,729	2,071	2,718	2,135	0
4,317	3,258	3,827	4,843	0
3,355	2,402	5,948	0	0
2,782	4,290	0	0	0
3,761	6,079	0	0	0
4,645	0	0	0	0

En ambos casos las diferencias más altas se observaron para la primera anti-resonancia del nodo 1 (la de menor frecuencia observada en tablas 3 y 4), punto de medición que coincide con el de excitación. Esto último se puede explicar ya que este punto en particular a bajas frecuencias, se ve más afectado al ruido experimental y a las consecuencias del “doble golpe” al excitar con un martillo modal.

Luego de realizado el ajuste de la barra sin daño, se observa que la mayoría de los parámetros de optimización se mantienen dentro un rango de variación del 3%, excepto el parámetro de corrección del modulo de Young que tiene una disminución del 9% en comparación a su valor original, variaciones que a su vez son muy similares para los dos métodos de extracción, FRF y FTM (ver tablas 5 y 7 respectivamente). A pesar de los porcentajes de las variaciones, todos los parámetros se encuentran dentro de un rango esperable y coherente para el modelo numérico ajustado de la barra sin daño.

Al ajustar la barra con daño según los valores de ajuste de la barra sin daño, la función objetivo a minimizar (error normalizado), en el caso de los datos procesados con FRF, disminuyeron a un tercio del valor original (ver tablas 5 y 6), y para el caso de los datos procesados por FTM, disminuyeron a la mitad (tablas 7 y 8). Esto, mas allá de detectar el daño en la barra, deja demostrado que los valores ajustados de la barra sin daño disminuyen entre el 33% y 50% con respecto al valor de la función objetivo original (error normalizado de las tablas 5 y 7).

Con respecto al desarrollo del ajuste para la barra con daño, ambos métodos de procesamiento de datos fueron capaces de encontrar el daño en el elemento exacto (elemento 6, nodo7) a través de la formulación del problema para la detección de daños propuesto por la ecuación (41) de la sección 2.4.3. Esto se demuestra cuando, al ajustar el modelo de la barra dañada, los parámetros de optimización para los dos métodos de procesamiento utilizado (FRF y FTM), sugirieron un factor de disminución del modulo de Young del 53,4% y 48,8%, respectivamente, en el elemento 6 (detección parcial del daño). Esto último se ve graficado en la figura 25.

Además de lo anterior, cabe destacar el resultado del ajuste final en la barra dañada reflejado en la función de respuesta en frecuencia del modelo numérico ajustado, el cual se observa en la figura 26 y 27 (donde se grafican las funciones de respuesta en frecuencia experimentales versus el modelo ajustado a través de FRF y FTM, respectivamente), donde se puede apreciar que la diferencia entre la curva experimental y numérica es casi nula. Si se comparan las figuras anteriores con la del modelo sin ajustar de la figura 24, se puede notar que luego de optimizar los parámetros, el modelo numérico queda validado casi al 100% por los dos métodos.

Al ajustar el modelo mediante el algoritmo del software Femtools, se encontró que las variables ajustadas de la barra sin daño (4 variables) aumentaron alrededor del 10% con respecto al valor original, exceptuando la inercia en Z que se mantuvo casi en el mismo valor (tabla 9). Cuando se buscó el daño mediante la variación del modulo de Young en los elementos de la barra dañada, la diferencia con el valor original varió en porcentajes de hasta los 600% (tabla 10). Estos aumentos en el factor de corrección del modulo de Young están bastante lejanos a lo que se esperaba, ya que en ninguno de los casos se ve que la rigidez disminuya en consecuencia de un daño. Por último, al graficar las funciones de respuesta en frecuencia numéricas y experimentales, figura 28, se puede ver que la diferencia entre esta aumenta luego de ajustado el modelo, lo cual es un resultado bastante poco fiable.

## 7.2 Estructura aeronáutica

Como se señaló en la sección 6.3, una falta de confiabilidad de los datos experimentales provoca ajustes poco fiables y por lo tanto, modelos no validados. A partir de lo anterior, la extracción de datos experimentales se repitió hasta encontrar datos lo suficientemente confiables antes de realizar la correlación. Uno de los problemas con los que se tuvo que lidiar antes de obtener datos fiables, fue la contaminación por ruido a bajas frecuencias y el mal estado de las uniones en la estructura aeronáutica, las cuales provocaron contaminación a altas frecuencias. Este último problema fue resuelto cambiando los pernos allen por pernos y tuercas para dejar las uniones más cohesionadas, lo cual solucionó el problema de contaminación a altas frecuencias (los datos se tomaron hasta 100 Hz).

Luego de estos cambios, al procesar y extraer los datos experimentales, se encontró una gran mejoría en las funciones de respuesta en frecuencia, de las cuales se pudieron identificar claramente las resonancias y anti-resonancias (ver figuras 35 y 36). A pesar de esta mejora, al correlacionar las anti-resonancias de los 20 puntos de medición, el ajuste obtenido para los puntos medidos según la dirección Y no lograron acercarse mucho más a los datos experimentales, lo que además restringió la mejora en los puntos de medición según la dirección Z. Este problema puede explicarse por la dirección en la que se excitó la estructura aeronáutica (dirección Z), la cual era distinta a la dirección de los puntos de medición de respuesta en el fuselaje y cola (dirección Y). Cuando ocurre lo anterior, las funciones de respuesta en frecuencia graficadas en una dirección distinta a la excitada suelen ser menos confiables que las graficadas en la misma dirección, esto se incrementa cuando el punto de respuesta se encuentra en una pieza diferente a la que se le está provocando la fuerza.

A partir de lo señalado en el párrafo anterior, la correlación de datos con frecuencias de anti-resonancia se hizo solo para los medidos en la dirección Z, los cuales fueron 15 puntos experimentales de medición en vez de 20. En las figuras 35 y 36 se ejemplifican dos de estos puntos, los cuales se grafican junto a sus funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico sin ajustar, las que muestran una mayor cercanía para el nodo 26 que para el nodo 42. Esto es esperable ya que el nodo 26 es el de función de respuesta en frecuencia directa, es decir, el punto de medición donde a la vez se excita. Las características de este punto es que al graficar su FRF, se observa una resonancia precedida y seguida de una anti-resonancia (o viceversa).

Al observar las tablas de la correlación de las MAC's antes y después del primer ajuste (tablas 13 y 18), se ve que los modos propios se correlacionan mucho mejor después del pre-ajuste realizado con la función de error a optimizar en base a la MAC, donde los valores después del ajuste con modos (tabla 18), alcanzan valores sobre el 93% de correlación excepto para el modo de frecuencia más baja, que a pesar de ser 83%, supera a su valor original de 77%.

Ahora si se compara las diferencias porcentuales de sus frecuencias iniciales con las ajustadas, se ve que la mayoría alcanza alrededor de un 1% de diferencia, y solo se ve un pequeño aumento porcentual en el tercer modo, que se considera irrelevante al ver el cambio después del pre-ajuste del 75% al 93% en su MAC. Del mismo primer ajuste, además, se puede ver el cambio en las funciones de respuesta en frecuencia del modelo numérico luego de ser optimizado en comparación con las del modelo experimental para los nodos 26 y 42 ilustrados en las figuras 39 y 40. En ellas se ve el claro ajuste en las funciones de respuesta en frecuencia obtenidos gracias al método de optimización en base a algoritmos genéticos paralelos. A pesar de este ajuste, en las figuras 39 y 40, se ve que experimentalmente existe un modo alrededor de los

10 Hz, que no fue correlacionado. Esto se explica por el modelo numérico simplificado que se construyó que no posee este modo de vibración, característico de una placa y no una viga. Es por esta razón que se decidió no correlacionarlo dentro del ajuste de modos para no afectar el resultado de la optimización. Con todo lo mencionado anteriormente, los demás modos correlacionados resultaron ajustarse uno a uno con los modos experimentales (resonancias en las funciones de respuesta en frecuencia).

Para el segundo ajuste, el realizado con las frecuencias de anti-resonancia, se buscó optimizar aún más el modelo numérico al ya logrado con el ajuste de modos. Al observar los resultados de este último, obtenidos con la extracción de datos experimentales a través de los dos métodos, se ve que los resultados conseguidos por FRF validan aún más el modelo numérico en los dos puntos de medición que se ejemplifican (ver figura 41 y figura 43). Por otro lado, los resultados logrados por el método FTM logran correlacionar bien los puntos de resonancia y anti-resonancia (peaks máximos y mínimos respectivamente) pero sus curvas se alejan en vez de ajustarse a las del modelo experimental (ver figuras 42 y 44) cuando se comparan con las obtenidas en el pre-ajuste (ver figuras 39 y 40). Esto último se ve para los dos nodos ejemplificados.

Al ver la tabla 19, se observa que la correlación de la MAC disminuyó luego de realizado el segundo ajuste, esto se explica ya que en esta segunda optimización, los datos a correlacionar fueron las anti-resonancias y no los modos propios, los que para el último caso buscan igualar la forma de los modos de vibración. Aun así, los valores resultantes de la MAC están dentro de lo aceptado para una correlación.

Al realizar el ajuste del modelo numérico a través del programa de Femtools, se observa que en ambos nodos graficados (26 y 42) no se logra una validación fiable del modelo numérico, a pesar de que se usaron las mismas condiciones para hacerlo (ver figuras 47 y 48). El método que utiliza el programa Femtools utiliza los mismos parámetros que se utilizaron en el primer ajuste, con la diferencia que para calcularlos utiliza el Método de los mínimos cuadrados (LSFD), ver sección 2.2.7.1. Esto prueba que el método de optimización en base a algoritmos genéticos resulta ser más efectivo a la hora de encontrar mínimos globales, siendo un método versátil cualquiera sea la formulación del problema. Otra forma de comprobar esto es al observar la tabla 20, que muestra la correlación de las MAC's luego de ajustado el modelo numérico, en ella se ve que solo para tres frecuencias naturales se alcanza una correlación sobre el 90%, en cambio para el resto solo se consiguen correlaciones de alrededor del 70% promedio, lo que está bajo del rango aceptable.

## **8 Conclusiones y comentarios**

Para el caso de la barra, el método de ajuste entregó resultados bastantes certeros frente a la identificación del daño que se buscaba en esta última. También cabe destacar, que ambos métodos de procesamiento de datos experimentales (FRF y FTM), fueron bastantes similares en cuanto a su resultado final, ya que ambos detectaron un factor de disminución del modulo de Young de alrededor del 50%.

El método de ajuste en base a algoritmos genéticos resultó ser más preciso que el que entrega el programa Femtools para el caso de las barras, ya que este último no fue capaz de identificar el daño, y por el contrario, arrojó variaciones de la rigidez poco confiables. Este último utiliza información modal como método de ajuste.

Para el caso de la estructura aeronáutica, se encontró una buena validación del modelo numérico a pesar de que este era solo una simplificación del modelo real. A través de los modos propios y las anti-resonancias, finalmente se obtuvo un buen ajuste. Ahora bien, si el modelo hubiese sido más cercano al modelo real (no simplificado), el uso de la correlación y ajuste de modos propios no hubiese sido necesaria. Por tanto, se puede decir que el uso de frecuencias de anti-resonancias es un buen método para correlacionar y ajustar modelos. Además de lo anterior, cabe destacar que ambos métodos de extracción de anti-resonancias experimentales fueron muy similares en sus resultados, siendo la mejor, en esta estructura en particular, aquella que se obtuvo a través de FRF. Por otra parte cabe señalar que el método de optimización en base a algoritmos genéticos resultó ser muy efectivo para encontrar mínimos (o máximos) globales, los cuales satisfacen el problema de optimización encontrando la mejor solución existente, ya sea para una función de optimización construida a partir de parámetros modales o frecuencias de anti-resonancia o de lo que se quisiera construir.

Por último, cabe señalar que el método de ajuste proporcionado por Femtools no entregó un buen ajuste del modelo numérico, a pesar que se consideraron las mismas condiciones que para el ajuste propuesto. De hecho los resultados de la correlación de la MAC después del ajuste no variaban más allá del 2% de mejora, lo que no se considera aceptable como validación de un modelo.

## 9 Referencias

- [1] MERUANE V. “Apunte Dinámica Estructural, ME706” [En línea] <http://viviana.meruane.com/> [consulta: Diciembre 2011]
- [2] REBECO J. “Análisis modal experimental en una estructura aeronáutica”, Memoria para optar al título de ingeniero civil mecánico, Universidad de Chile, marzo 2003.
- [3] MERUANE V. “Model updating using antiresonant identified from transmissibility functions” Paper enviado a la revista «Journal of sound and vibrations»
- [4] HASTINGS, J. K., JUDS, M. A., BRAUER, J. R. “Accuracy and Economy of Finite Element Magnetic Analysis”, 33rd Annual National Relay Conference, April 1985.
- [5] LEVIN R.I., LIEVEN N.A.J. “Dynamic Finite Element Model Updating Using Simulated Annealing and Genetic Algorithms”. Mechanical Systems and Signal Processing 12(1), 91-120, 1998.
- [6] KIM G.H., PARK Y.S. “An Improved Updating Parameter Selection Method and Finite Element Model Update Using Multiobjective Optimization Technique”. Mechanical Systems and Signal Processing 18, 59-78, 2004.
- [7] GOLDBERG D., “Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning”, Ed. Addison Wesley Longman Inc., 1989.
- [8] D'AMBROGIO W. and FREGOLENT A., "The use of antiresonances for robust model updating", Journal of Sound and Vibration, vol. 236, no. 2, pp. 227-243, 2000.
- [9] MERUANE V., MAHU J. "Real-time structural damage assessment using artificial neural networks and antiresonant frequencies", Artículo enviado a la revista "Structural Health Monitoring", 2012.
- [10] MERUANE V. “Apunte Dinámica Estructural, ME706” [En línea] <http://viviana.meruane.com/> [consulta: Agosto 2012]
- [11] W. HEYLEN, S. LAMMENS y P. SAS, “Modal Analysis Theory and Testing, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven, Abril 1988.
- [12] PASCUAL J. R., “Model Based Structural Damage Assesment Using Vibration Measurements”, Faculte des Sciences Appliquees, Universite de Liege; Belgium 1999.
- [13] R. BEDFORD, “Modal Analysis of Percussions instruments Using Holeography Vibrational”, Journal of analytical and Exp. Modal Analysis, Volumen 7, Number 3, July 1992.
- [14] PECK M., “Modal Analysis of Focault test data”, The International Journal of analytical and Exp. Modal Analysis, March 2001.
- [15] N.G. NALIOTEA, J.E.T. PENNY and M.I. FRISWELL, “Mass or Stiffness Addition Technique for Structural Parameter Updating”, The International Journal of Analytical and Exp. Modal Analysis, July 1999.

## Anexo A: Modelo numérico de la barra

---

```
clear all;
close all;
warning off all;
more off
echo off
clc;

%Modelo en elementos finitos de una viga
nn=21; %numero de nodos
bl=1; %largo de la viga en metros

u=zeros(nn-1,1); % vector de daños en cada elemento

%creacion de los nodos
model.Node=[];
for i=1:nn
    model.Node=[model.Node; i 0 0 0 (i-1)*bl/(nn-1) 0 0];
    %model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
    %NodeId=numero del nodo
    %PID=numero de grupo
    %DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
    %DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
    %x,y,z= coordenadas del nodo
end

%creacion de los elementos
dir=[0 0 1]; %normal a los elementos
model.Elt=[Inf abs('beam1') 0];
for i=1:(nn-1)
    model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 1 dir];
    %model.Elt=[n1 n2 MatId PropId vx vy vz]
    %n1 n2: nodos 1 y 2 del elemento
    %MatId = ID del material
    %PropId = Id de la propiedad del elemento
    %vx,vy,vz: definen la dirección de la normal al elemento
end

%definicion del material
model.pl=[];
for i=1:(nn-1)
    ID=i; %id del material
    E=2.1e11; %modulo de Young/ *(u(1))
    nu=0.3; %coeficiente de Poisson
    rho=7800; %densidad/ *(u(2))
    model.pl=[model.pl; ID fe_mat('m_elastic','ST',1) E nu rho];
end
```

```

%model.pl=[MatId type E nu rho]
%MatId: ID del material
%type: tipo de material
%E: modulo de Young
%nu: coeficiente de Poisson
%rho: densidad
end

%definicion de las propiedades del elemento
an=0.01; % / *(u(3))
al=0.025;% / *(u(4))
A=an*al; %m^2 area
Iy=(an*al^3)/12; %m^4 inercia seccion
Iz=(al*an^3)/12; %m^4 inercia seccion
Ix=Iy+Iz;
model.il=[1 fe_mat('p_beam','SI',1) Ix Iy Iz A];
%model.il=[ProId type J I1 I2 A]
%PropId: Id de la propiedad
%type: tipo de propiedad, valor tipico es: fe_mat('p beam','US',1)
%J: rigidez torsional
%I1: momento de inercia de la seccion en plano 1
%I2: momento de inercia de la seccion en plano 2
%A: area de la seccion

% %grados de libertad fijos
model0=fe_case(model,'FixDof','MovimientoEnUnPlano',[.01 .02 .04 .06],...
    'SensDof','Sensors',[1.03;5.03;10.03;15.03;20.03],...
    'DofLoad','Force',[1.03]);

%construir matrices de rigidez y masa
[m0,k0,mdof0] = fe_mk(model0,'Options',[]);

%determinar modos de vibracion
def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[5 10 1e3]);

%graficar modos
cf=feplot(model0,def0);

%valor de modos y frecuencias
phi=def0.def;
w=def0.data;

% %calcular funciones de respuesta en frecuencia
Iixh0=nor2xf(def0,[],model0,1:1:3000,['hz','acc']);

```

```

%leer un archivo universal con FRFs
UFS=ufread('C:\Users\pc\Desktop\Memoria Mey\Barra\Datos exp barra\Testsindaños\H.uff');
w=UFS(1).w; %frecuencia
frfs=UFS(1).xf; %frfs experimentales
dofs=UFS(1).dof; %grados de libertad

figure;semilogy(1:1:3000,abs(IIxh0(:,1)))
hold on
semilogy(w,abs(frfs(:,1)),'r')

all=1:42;

Wd=zeros(10,5);
m0=full(m0);
k0=full(k0);
j=1;
for i=1:10:42
fixed1=setdiff(all,[1]); %elimino 1er elementos del vector all (representa la fila a eliminar)
fixed2=setdiff(all,[i]); %elimino el elemento i del vector all (representa la columna a eliminar)
Mr2=m0(fixed1,fixed2); %
Kr2=k0(fixed1,fixed2);
W=eig(Kr2,Mr2);
w=sqrt(W)/2/pi;
[w]=sort(w);
w=w(imag(w)==0);
w=w(w<3000);
w=w(w>1);
if length(w)>=10
Wd(:,j)=w(1:10);
else
Wd(1:length(w),j)=w;
j=j+1;
end
end
end

```

## Anexo B: Modelo numérico de la estructura aeronáutica

---

```
clear all;
close all;
warning off all;
more off
echo off
clc;

% ver primer

% Modelo en elementos finitos del avión
nn=49; % numero de nodos
u=ones(60,1); % vector de daños en cada elemento
% load best2;
% u=best2;
% load uw;
% u=uw;
% creacion de los nodos Fuselaje
model.Node=[];
lf=[0 13 14*ones(1,3) 5 5 12.5*ones(1,6) 5 5]*1e-2;
for i=1:15
    model.Node=[model.Node; i 0 0 0 sum(lf(1:i)) 0 0]; %Fuselaje
    % model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
    % NodeId=numero del nodo
    % PID=numero de grupo
    % DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
    % DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
    % x,y,z= coordenadas del nodo
end
% creacion de los nodos cola z
% model.Node=[];
lcz=[5 9 9]*1e-2;
for i=1:3
    model.Node=[model.Node; i+15 0 0 0 145e-2 0 sum(lcz(1:i))]; %Cola z
    % model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
    % NodeId=numero del nodo
    % PID=numero de grupo
    % DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
    % DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
    % x,y,z= coordenadas del nodo
end
% creacion de los nodos cola y
% model.Node=[];
lcy=[0 10*ones(1,4)]*1e-2;
for i=1:5
```

```

model.Node=[model.Node; i+18 0 0 0 145e-2 (20e-2)-sum(lcy(1:i)) 28e-2]; %Cola y
% model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
% NodeId=numero del nodo
% PID=numero de grupo
% DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
% DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
% x,y,z= coordenadas del nodo
end

%creacion de los nodos Ala
% model.Node=[];
lax=[0 15 5 5 15]*1e-2;
for i=1:5
    model.Node=[model.Node; i+23 0 0 0 sum(lax(1:i))+(40e-2) 98e-2 0]; %Ala x
% model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
% NodeId=numero del nodo
% PID=numero de grupo
% DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
% DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
% x,y,z= coordenadas del nodo
end

% model.Node=[];
lay=[10 13.5 14 10.5 10*ones(1,4) 20 10*ones(1,4) 10.5 14 13.5]*1e-2;
for i=1:16
    model.Node=[model.Node; i+28 0 0 0 60e-2 (98e-2)-sum(lay(1:i)) 0]; %Fuselaje
% model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
% NodeId=numero del nodo
% PID=numero de grupo
% DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
% DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
% x,y,z= coordenadas del nodo
end

% model.Node=[];
lax2=[0 15 5 5 15]*1e-2;
for i=1:5
    model.Node=[model.Node; i+44 0 0 0 sum(lax2(1:i))+40e-2 -(98e-2) 0]; %Ala x
% model.Node=[NodeId PID DID GID x y z];
% NodeId=numero del nodo
% PID=numero de grupo
% DID=sistemas de coordenadas para desplazamiento (0 para global)
% DID=sistemas de coordenadas para posicion (0 para global)
% x,y,z= coordenadas del nodo
end

% cf=feplot;
% cf.model=model;

```

%creacion de los elementos

dir=[0 1 0]; %normal a los elementos

model.Elt=[Inf abs('beam1') 0];

for i=1:4

model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 1 dir];

%model.Elt=[n1 n2 MatId PropId vx vy vz]

%n1 n2: nodos 1 y 2 del elemento

%MatId = ID del material

%PropId = Id de la propiedad del elemento

%vx,vy,vz: definen la dirección de la normal al elemento

end

model.Elt=[model.Elt; 5 6 5 2 dir];

model.Elt=[model.Elt; 6 7 6 2 dir];

for i=7:12

model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 3 dir];

%model.Elt=[n1 n2 MatId PropId vx vy vz]

%n1 n2: nodos 1 y 2 del elemento

%MatId = ID del material

%PropId = Id de la propiedad del elemento

%vx,vy,vz: definen la dirección de la normal al elemento

end

model.Elt=[model.Elt; 13 14 13 4 dir];

model.Elt=[model.Elt; 14 15 14 4 dir];

model.Elt=[model.Elt; 14 16 15 5 1 0 0];

for i=16:17

model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 6 1 0 0];

end

model.Elt=[model.Elt; 18 21 18 6 1 0 0];

model.Elt=[model.Elt; 19 20 19 7 1 0 0];

for i=20:21

model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 8 1 0 0];

end

model.Elt=[model.Elt; 22 23 22 9 1 0 0];

```
model.Elt=[model.Elt; 24 25 23 10 dir];
```

```
for i=24:25
```

```
    model.Elt=[model.Elt; i+1 i+2 i 11 dir];
```

```
end
```

```
model.Elt=[model.Elt; 27 28 26 12 dir];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 26 29 27 13 1 0 0];
```

```
for i=28:34
```

```
    model.Elt=[model.Elt; i+1 i+2 i 14 1 0 0];
```

```
end
```

```
model.Elt=[model.Elt; 36 6 35 15 1 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 6 37 36 15 1 0 0];
```

```
for i=37:43
```

```
    model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 16 1 0 0];
```

```
end
```

```
model.Elt=[model.Elt; 44 47 44 17 1 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 45 46 45 18 dir];
```

```
for i=46:47
```

```
    model.Elt=[model.Elt; i i+1 i 19 dir];
```

```
end
```

```
model.Elt=[model.Elt; 48 49 48 20 dir];
```

```
model.Elt=[model.Elt; Inf abs('mass1') 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 1 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 3 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 6 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 10 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 14 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 18 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 19 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 23 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 24 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 26 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 28 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```
model.Elt=[model.Elt; 31 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
```

```

model.Elt=[model.Elt; 34 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
model.Elt=[model.Elt; 39 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
model.Elt=[model.Elt; 42 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
model.Elt=[model.Elt; 45 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
model.Elt=[model.Elt; 47 0.08 0.08 0.08 0 0 0];
model.Elt=[model.Elt; 49 0.08 0.08 0.08 0 0 0];

```

### %definicion del material

```

model.pl=[];
E=2.1e11; %modulo de Young
rho=7800; %densidad
E1=u(1)*E;
E2=u(2)*E;
E3=u(3)*E;
E4=u(4)*E;
E5=u(5)*E;
E6=u(6)*E;
E7=u(7)*E;
E8=u(8)*E;
E9=u(9)*E;
E10=u(10)*E;
E11=u(11)*E;
E12=u(12)*E;
E13=u(13)*E;
E14=u(14)*E;
E15=u(15)*E;
E=[E1 E1 E1 E1 E2 E2 E1 E1 E1 E1 E1 E1 E1 E4 E4 E5 E6 E6 E6 E7 E8 E8 E7 E9 E10 E10 E9
E11 E12 E12 E12 E12 E12 E12 E12 E12 E3 E3 E12 E12 E12 E12 E12 E12 E12 E13 E14 E15 E15
E14];
rho1=u(16)*rho;
rho2=u(17)*rho;
rho3=u(18)*rho;
rho4=u(19)*rho;
rho5=u(20)*rho;
rho6=u(21)*rho;
rho7=u(22)*rho;
rho8=u(23)*rho;
rho9=u(24)*rho;
rho10=u(25)*rho;
rho11=u(26)*rho;
rho12=u(27)*rho;
rho13=u(28)*rho;
rho14=u(29)*rho;
rho15=u(30)*rho;
rho=[rho1 rho1 rho1 rho1 rho2 rho2 rho1 rho1 rho1 rho1 rho1 rho1 rho1 rho4 rho4 rho5 rho6 rho6
rho6 rho7 rho8 rho8 rho7 rho9 rho10 rho10 rho9 rho11 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12
rho12 rho3 rho3 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12 rho12 rho13 rho14 rho15 rho15 rho14];

```

```

for i=1:(nn-1)
ID=i; %id del material
nu=0.3; %coeficiente de Poisson
model.pl=[model.pl; ID fe_mat('m_elastic','SI',1) E(i) nu rho(i)];
%model.pl=[MatId type E nu rho]
%MatId: ID del material
%type: tipo de material
%E: modulo de Young
%nu: coeficiente de Poisson
%rho: densidad
end

%definicion de las propiedades del elemento
%fuselaje
hf1=0.1*u(31); %altura sección m
bf1=0.01*u(46); %ancho m
fl1=sum(lf(1:5))/100;%largo del fuselaje en metros
%inercias (en ejes locales)
I1=bf1*(hf1)^3/12;
I2=hf1*(bf1)^3/12;
J=I1+I2;
%area
Af1=bf1*hf1;
model.il=[1 fe_mat('p_beam','SI',1) J I2 I1 Af1];
%model.il=[ProId type J I1 I2 A]
%PropId: Id de la propiedad
%type: tipo de propiedad, valor tipico es: fe_mat('p beam','US',1)
%J: rigidez torsional
%I1: momento de inercia de la seccion en plano 1
%I2: momento de inercia de la seccion en plano 2
%A: area de la seccion

hf2=0.1*u(32); %altura sección m
bf2=0.025*u(47); %ancho m
fl2=sum(lf(6:7))/100;%largo del fuselaje en metros
%inercias (en ejes locales)
I12=bf2*(hf2)^3/12;
I22=hf2*(bf2)^3/12;
J2=I12+I22;
%area
Af2=bf2*hf2;
model.il=[model.il;2 fe_mat('p_beam','SI',1) J2 I22 I12 Af2];%2

hf3=0.1*u(31); %altura sección m
bf3=0.01*u(46); %ancho m
fl3=sum(lf(8:13))/100;%largo del fuselaje en metros
%inercias (en ejes locales)

```

```

I13=bf3*(hf3)^3/12;
I23=hf3*(bf3)^3/12;
J3=I13+I23;
%area
Af3=bf3*hf3;
model.il=[model.il;3 fe_mat('p_beam','SI',1) J3 I23 I13 Af3];%igual a 1

```

```

hf4=0.1*u(34); %altura sección m
bf4=0.026*u(49); % ancho m
fl4=sum(lf(14:15))/100;%largo del fuselaje en metros
%inercias (en ejes locales)
I14=bf4*(hf4)^3/12;
I24=hf4*(bf4)^3/12;
J4=I14+I24;
%area
Af4=bf4*hf4;
model.il=[model.il;4 fe_mat('p_beam','SI',1) J4 I24 I14 Af4];%4

```

```

%Cola z
bclz5=0.1*u(35); %altura sección m
hclz5=0.026*u(50); % ancho m
clz5=sum(lcz(1:1))/100; % largo m
%inercias (en ejes locales)espacio vacio!!!!!!
Icz15=bclz5*(hclz5)^3/12;
Icz25=hclz5*(bclz5)^3/12;
Jcz5=Icz15+Icz25;
%area
Acz5=bclz5.*hclz5;
model.il=[model.il;5 fe_mat('p_beam','SI',1) Jcz5 Icz25 Icz15 Acz5];%5

```

```

bclz6=0.1*u(36); %altura sección m
hclz6=0.009*u(51); % ancho m
clz6=sum(lcz(2:3))/100+0.09; %largo m
%inercias (en ejes locales)espacio vacio!!!!!!
Icz16=(bclz5*(hclz5)^3/12)-(bclz6*(hclz6)^3/12);
Icz26=(hclz5*(bclz5)^3/12)-(hclz6*(bclz6)^3/12);
Jcz6=Icz16+Icz26;
%area
Acz6=Acz5-bclz6*hclz6;
model.il=[model.il;6 fe_mat('p_beam','SI',1) Jcz6 Icz26 Icz16 Acz6];%6

```

```

%Cola y
hcly7=0.0085*u(37); %altura sección m
bcly7=0.1*u(52); % ancho m
cly7=sum(lcy(1:1))/100; % largo m
%inercias (en ejes locales)
Icl17=bcly7*(hcly7)^3/12;

```

```

Icl27=hcly7*(bcly7)^3/12;
Jcl7=Icl17+Icl27;
%area
Acy7=bcly7*hcly7;
model.il=[model.il;7 fe_mat('p_beam','SI',1) Jcl7 Icl27 Icl17 Acy7];%7

```

```

hcly8=0.0165*u(38); %altura sección m
bcly8=0.1*u(53); %ancho m
cly8=sum(lcy(2:3))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Icl18=bcly8*(hcly8)^3/12;
Icl28=hcly8*(bcly8)^3/12;
Jcl8=Icl18+Icl28;
%area
Acy8=bcly8*hcly8;
model.il=[model.il;8 fe_mat('p_beam','SI',1) Jcl8 Icl28 Icl18 Acy8];%8

```

```

hcly9=0.0865*u(37); %altura sección m
bcly9=0.1*u(52); %ancho m
cly9=sum(lcy(4:4))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Icl19=bcly9*(hcly9)^3/12;
Icl29=hcly9*(bcly9)^3/12;
Jcl9=Icl19+Icl29;
%area
Acy9=bcly9*hcly9;
model.il=[model.il;9 fe_mat('p_beam','SI',1) Jcl9 Icl29 Icl19 Acy9];%9

```

```

%Alas x
hax10=0.0075*u(39); %altura sección m (conexion!!!!!!)
bax10=0.1*u(54); %ancho m
alx10=sum(lax(1:1))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Iax110=bax10*(hax10)^3/12;
Iax210=hax10*(bax10)^3/12;
Jax10=Iax110+Iax210;
%area
Aax10=bax10*hax10;
model.il=[model.il;10 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax10 Iax210 Iax110 Aax10];%9

```

```

hax11=0.0155*u(40); %altura sección m (conexion!!!!!!)
bax11=0.1*u(55); %ancho m
alx11=sum(lax(2:3))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Iax111=bax11*(hax11)^3/12;
Iax211=hax11*(bax11)^3/12;
Jax11=Iax111+Iax211;
%area

```

```
Aax11=bax11*hax11;  
model.il=[model.il;11 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax11 Iax211 Iax111 Aax11];%10
```

```
hax12=0.0075*u(39); %altura sección m (conexion!!!!!!)
```

```
bax12=0.1*u(54); %ancho m
```

```
alx12=sum(lax(4:4))/100; %largo m
```

```
%inercias (en ejes locales)
```

```
Iax112=bax12*(hax12)^3/12;
```

```
Iax212=hax12*(bax12)^3/12;
```

```
Jax12=Iax112+Iax212;
```

```
%area
```

```
Aax12=bax12*hax12;
```

```
model.il=[model.il;12 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax12 Iax212 Iax112 Aax12];%9
```

```
%Alas y
```

```
hay13=0.0155*u(41); %altura sección m
```

```
bay13=0.1*u(56); %ancho m
```

```
aly13=0.1; %largo m
```

```
%inercias (en ejes locales)
```

```
Ial113=bay13*(hay13)^3/12;
```

```
Ial213=hay13*(bay13)^3/12;
```

```
Jal13=Ial113+Ial213;
```

```
%area
```

```
Aay13=bay13*hay13;
```

```
model.il=[model.il;13 fe_mat('p_beam','SI',1) Jal13 Ial213 Ial113 Aay13];%11
```

```
hay14=0.008*u(42); %altura sección m
```

```
bay14=0.1*u(57); %ancho m
```

```
aly14=sum(lay(1:7))/100; %largo m
```

```
%inercias (en ejes locales)
```

```
Ial114=bay14*(hay14)^3/12;
```

```
Ial214=hay14*(bay14)^3/12;
```

```
Jal14=Ial114+Ial214;
```

```
%area
```

```
Aay14=bay14*hay14;
```

```
model.il=[model.il;14 fe_mat('p_beam','SI',1) Jal14 Ial214 Ial114 Aay14];%12
```

```
hay15=0.0155*u(33); %altura sección m
```

```
bay15=0.1*u(48); %ancho m
```

```
aly15=sum(lay(8:9))/100; %largo m
```

```
%inercias (en ejes locales)
```

```
Ial115=bay15*(hay15)^3/12;
```

```
Ial215=hay15*(bay15)^3/12;
```

```
Jal15=Ial115+Ial215;
```

```
%area
```

```
Aay15=bay15*hay15;
```

```
model.il=[model.il;15 fe_mat('p_beam','SI',1) Jal15 Ial215 Ial115 Aay15];%3
```

```

hay16=0.008*u(42); %altura sección m
bay16=0.1*u(57); %ancho m
aly16=sum(lay(10:16))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Ial116=bay16*(hay16)^3/12;
Ial216=hay16*(bay16)^3/12;
Jal16=Ial116+Ial216;
%area
Aay16=bay16*hay16;
model.il=[model.il;16 fe_mat('p_beam','SI',1) Jal16 Ial216 Ial116 Aay16];% 12

hay17=0.0155*u(43); %altura sección m
bay17=0.1*u(58); %ancho m
aly17=0.1; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Ial117=bay17*(hay17)^3/12;
Ial217=hay17*(bay17)^3/12;
Jal17=Ial117+Ial217;
%area
Aay17=bay17*hay17;
model.il=[model.il;17 fe_mat('p_beam','SI',1) Jal17 Ial217 Ial117 Aay17];% 13

%Alas x2
hax18=0.0075*u(44); %altura sección m (conexion!!!!!!)
bax18=0.1*u(59); %ancho m
alx18=sum(lax2(1:1))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Iax118=bax18*(hax18)^3/12;
Iax218=hax18*(bax18)^3/12;
Jax18=Iax118+Iax218;
%area
Aax18=bax18*hax18;
model.il=[model.il;18 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax18 Iax218 Iax118 Aax18];% 14

hax19=0.0155*u(45); %altura sección m (conexion!!!!!!)
bax19=0.1*u(60); %ancho m
alx19=sum(lax2(2:3))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Iax119=bax19*(hax19)^3/12;
Iax219=hax19*(bax19)^3/12;
Jax19=Iax119+Iax219;
%area
Aax19=bax19*hax19;
model.il=[model.il;19 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax19 Iax219 Iax119 Aax19];% 15

hax20=0.0075*u(44); %altura sección m (conexion!!!!!!)
bax20=0.1*u(59); %ancho m

```

```

alx20=sum(lax2(4:4))/100; %largo m
%inercias (en ejes locales)
Iax120=bax20*(hax20)^3/12;
Iax220=hax20*(bax20)^3/12;
Jax20=Iax120+Iax220;
%area
Aax20=bax20*hax20;
model.il=[model.il;20 fe_mat('p_beam','SI',1) Jax20 Iax220 Iax120 Aax20];% 14

%construir matrices de rigidez y masa
[m0,k0,mdof0] = fe_mk(model,'Options',[]);

%determinar modos de vibracion
def0 = fe_eig({m0,k0,mdof0},[2 40 5]);

% graficar modos
% cf=feplot(model,def0);

%leer un archivo universal con FRFs
UFS=ufread('E:\MemoriaMey21agosto\Avion\may3\Test\H.uff');
% UFS=ufread('C:\Users\M.Meurane\Desktop\Memoria Mey17jul\Avion\may2\H.uff');
we=UFS(1).w; %frecuencia
frfe=UFS(1).xf; %frfs experimentales
dofs=UFS(1).dof; %grados de libertad
%
m0=full(m0);
k0=full(k0);

all=1:294;
j=1;
% for i=1:20
% nodos=[2 14 32 50 68 80 104 111 135 141 153 165 183 201 33 231 249 267 279 291];
%
% modosn=def0.def;
% modosn(nodos,7:20);
% modosn=modosn(nodos,7:20);
% wn=def0.data(7:20);
%
% [UffDataSets, Info, errmsg] =
readuff('E:\MemoriaMey21agosto\Avion\may3\Test\modos.unv');
%
% modoe=[];
% we=[];
% for i=2:10
% y=UffDataSets{1,i}.r2;

```

```

% z=UffDataSets{1,i}.r3;
% mi=[y(1:7); z(8:14); z(3); z(15:19)];
% modoe=[modoe mi];
% we=[we UffDataSets{1,i}.modeFreq];
% end
%
% fixed2=setdiff(all,[165]); %elimino 1er elementos del vector all (representa la fila a eliminar)
% fixed1=setdiff(all,nodos(i)); %elimino el elemento i del vector all (representa la columna a
eliminar)
% Mr2=m0(fixed1,fixed2); %
% Kr2=k0(fixed1,fixed2);
% W=eig(Kr2,Mr2);
% w=sqrt((W))/2/pi;
% [w]=sort(w);
% w=w(imag(w)==0);
% w=w(w<1000);
% w=w(w>1);
% w(1:10)
% if length(w)>=12
% Wd(:,j)=w(1:12);
% j=j+1;
% else
% Wd(1:length(w),j)=w;
% j=j+1;
% end
% end
%
%
f=1:0.2:100;
path(path,'E:\MemoriaMey21agosto\Avion\Cod Matlab');

[frfs]= FRF(k0,m0,f*2*pi,nodos,153);
for i=6:20
figure;
set(gca,'FontSize',12)
semilogy(f,abs(frfs(:,i)),'k','LineWidth',2);
xlabel('Frecuencia (Hz)','FontSize',14)
ylabel('Amplitud (g/N)','FontSize',14)
hold on
semilogy(we,abs(frfe(:,i)),'-r','LineWidth',2)
xlim([2 65])
legend('Modelo sin Ajuste','Experimental')
end

% for i=1:20
%
% figure

```

```
% subplot(2,1,1)
% semilogy(we,abs(frfe(:,i)))
% xlim([0 100])
%
% subplot(2,1,2)
% plot(we,wrapTo2Pi(phase(frfe(:,i))));
% xlim([0 100])
% end
```