



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS**

**NUEVA FÓRMULA DE RESISTENCIA PARA EL DISEÑO EMPÍRICO DE PILARES
DE ROCA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

MARÍA JOSÉ YRARAZAVAL HERRERA

**PROFESOR GUÍA:
JAVIER VALLEJOS MASSA**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN
JORGE SOUGARRET LARROQUETE
LUIS MERINO MEDINA**

**SANTIAGO DE CHILE
MARZO 2013**

RESUMEN

Tradicionalmente, la estimación de la resistencia de pilares de roca se efectúa mediante fórmulas empíricas, que relacionan la resistencia a la compresión uniaxial de la roca, la calidad de la roca y las dimensiones del pilar. En la literatura existe una gran variedad de fórmulas que entregan resultados distintos para un mismo diseño. La mayoría de las fórmulas propuestas han sido analizadas con bases de datos acotadas a una sola mina, por lo que podrían presentar valores sesgados a un tipo de roca, forma de los pilares o a un régimen de esfuerzos entre otros. Adicionalmente, la fórmula a utilizar debe ser capaz de escalar la resistencia a la compresión uniaxial de un ensayo de laboratorio a la escala de un pilar.

El objetivo de este trabajo es realiza un estudio del desempeño estadístico de las formulas actuales utilizadas para el diseño de pilares de roca de manera de identificar las fórmulas más apropiadas, junto con sus limitaciones. Este análisis permite proponer una nueva fórmula, de mejor desempeño estadístico, capaz de escalar apropiadamente la resistencia a la compresión uniaxial de un ensayo de laboratorio a la escala de un pilar.

Para estudiar el desempeño de las fórmulas actuales de diseño de pilares se recopila una base de datos de pilares de la literatura. Se tiene un total de 267 casos históricos con información sobre geometría, calidad de la roca, profundidad y esfuerzo solicitante entre otros. Para medir el desempeño de cada fórmula se utilizan matrices de contingencia y métricas asociadas a esta. En este análisis se compara la condición de estabilidad real del pilar con la condición de estabilidad propuesta por cada fórmula de acuerdo al factor de seguridad. Se considera como una condición estable cuando se obtiene un factor de seguridad sobre 1.4, inestable para un factor de seguridad entre 1.0 y 1.4 y una condición de falla cuando la fórmula entrega un factor de seguridad menor a 1.0. Adicionalmente, se estudia la mejor metodología para incorporar el efecto del largo del pilar en la resistencia mediante el cálculo de un ancho efectivo. Para esto se aíslan los pilares barrera donde el largo juega un rol importante.

Para estudiar el desempeño de las fórmulas a escala de laboratorio, se recopila una base de datos de ensayo de compresión uniaxial que contiene 579 datos para distintos tipos de roca y geometría. Con estos datos se analiza el desempeño de cada fórmula para estimar la resistencia del testigo, utilizando el coeficiente de determinación (R^2).

Como principal resultado se obtiene que las fórmulas propuestas por los autores Sjoberg (1992) y González (2006) presentan los mejores desempeños a escala de pilares. Sin embargo el desempeño de estas fórmulas es relativamente bajo a escala de laboratorio. Esto se debe principalmente a que los parámetros utilizados en las fórmulas de pilares no reproducen adecuadamente el valor de la resistencia a la compresión uniaxial de un testigo de roca para dimensiones estándares. En cuanto a las fórmulas desarrolladas a escala de laboratorio, la fórmula de Turk (1986) presenta desempeños mayores a cero para ambas escalas, sin embargo el desempeño a escala de pilares es considerablemente menor que el de las fórmulas que han sido desarrolladas para el diseño de pilares. Se concluye que ninguna de las fórmulas actualmente disponibles en la literatura es consistente a ambas escalas. Debido a esta limitación se procede a proponer una nueva fórmula que permita realizar el escalamiento desde laboratorio a pilares de

roca. En cuanto a las metodologías para incorporar el efecto del largo del pilar en la resistencia se obtuvo que la metodología propuesta por Esterhuizen (2010) presenta mejores resultados.

La fórmula propuesta se compone de funcionales que presentan buenos resultados en el análisis de desempeño, ya sea a escala de laboratorio como a escala de pilares. Los parámetros de estas funciones se ajustan utilizando 2/3 de ambas bases de datos. Con los datos restantes se verifica que los parámetros obtenidos sean consistentes y entreguen buenos desempeños. Para finalizar, se procede a ajustar los parámetros con la base de datos completa. La fórmula final propuesta queda dada por:

$$S_p = UCS_{50} \left(\exp\left(\frac{RMR-100}{11.66}\right) \right)^{0.62} \left(0.75 + 0.5 \frac{W}{H} \right)^{1.04} \left(\frac{0.05}{W} \right)^{0.12}$$

Dónde:

- UCS_{50} : Resistencia a la compresión uniaxial de la roca para un diámetro de 50 mm [MPa].
- RMR: Rock Mass Rating que indica la calidad del macizo rocoso.
- W: Ancho efectivo del pilar según la fórmula de Esterhuizen [m].
- H: Altura del pilar [m]

Esta fórmula presenta un desempeño mayor que las fórmulas encontradas en la literatura y una mayor consistencia para un amplio rango de calidades de roca. Adicionalmente, presenta un desempeño para ensayos de laboratorio de $R^2=0.51$, el cual es mayor al de las fórmulas desarrolladas a escala de laboratorio.

La validez de la fórmula propuesta queda determinada por los rangos de valores presentes en la base de datos. Estos son un RMR entre 50 y 85, razón de W/H entre 0.5 y 3, anchos de pilares de hasta 50 metros, alturas de hasta 30 metros, un UCS entre 44 y 300 MPa y profundidades hasta los 600 metros. Además, es válida tanto para pilares en minería de Room and Pillar como de Sub-level Stopping.

ABSTRACT

Generally, the estimation of pillar strength is obtained through empirical formulas, which relate the uniaxial compressive strength, rock quality and the dimensions of the pillar. There are a lot of formulas to do this that deliver different results for the same design, so knowing which formula to use is a problem not easily solved. Furthermore, the formula used should be able to scale the uniaxial compressive strength of a laboratory test to the pillar strength. In the literature there are several authors who have proposed scaling factors developed on a laboratory scale, but these formulas have not been proven in a pillar scale.

The main goal of this work is to study the statistic performance of the formulae existing in the literature used for rock pillar design in order to identify the most suitable formula and its limitations. This analysis allows proposing a new formula, with a better performance, capable of scaling the uniaxial compressive resistance from a laboratory test to a pillar scale.

To study the performance, it is collected a database from the existing literature. This database has a total of 267 historic cases with information of the geometry, rock quality, depth, and requested stress among others. To measure the performance of each formula there is used contingency matrices and metrics. In this analysis it is compare the real stability condition of the pillar versus the estimated condition resulted of each formula according to a safety factor (SF). With a $SF > 1.4$ the pillar is consider as stable, with a $1.0 > SF > 1.4$ the pillar is consider unstable and with a SF under 1.0 the pillar is consider as failed. Additionally, it is studied the methodologies to incorporate the effect of the pillar length. To do so, the rib pillars are isolated.

For the analysis of the laboratory scale formulae performance, it is collected a database of uniaxial compressive strength tests that contains 579 cases for different rock types and geometries. With this data the performance is analyzed for each formula using the determination coefficient.

To propose the new formula, there were used known structures which showed good results. First, the parameters were adjusted using 2/3 of the data. The formula presented good performances for the remaining third of data so there was proceeded to set the parameters with the complete database. The final formula resulted as follows:

$$S_p = UCS_{50} \left(\exp\left(\frac{RMR-100}{11.66}\right) \right)^{0.62} \left(0.75 + 0.5 \frac{W}{H} \right)^{1.04} \left(\frac{0.05}{W} \right)^{0.12}$$

This formula has better performance for stable, unstable and failed pillars, and it also has higher laboratory test performance. There is also showed that the new formula has higher consistencies for different values of RMR. Since the vast majority of the current formulas were developed for a $RMR = 70$, by omitting the data that has this value, the performance in pillars improves from 0.45 to 0.67 with the new formula.

The ranges of validity of the new formula are given by the ranges of values presented in the database. These are a RMR higher than 50, a W / H ratio between 0.5 and 3, pillar widths up to

50 m and depths up to 600 meters. The formula is valid as well for Room and Pillar and Sub-level Stoping methods.

AGRADECIMIENTOS

En esta ocasión quisiera agradecer a todas las personas que han permitido este momento, a mi pololo, a mi familia y a mis amigos que siempre han estado ahí conmigo. Además quisiera agradecer al profesor Javier Vallejos, por guiarme durante este trabajo y a todas las personas que estuvieron involucradas. A la Juanita por facilitar todo y siempre contestar las dudas que uno le presenta y por último agradecer a Codelco por ayudarme durante esta carrera.

TABLA DE CONTENIDO

| | |
|---|-----------|
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1. Motivación del trabajo | 2 |
| 1.2. Objetivos | 6 |
| 1.2.1. Objetivo General..... | 6 |
| 1.2.2. Objetivos Específicos..... | 6 |
| 1.3. Alcances | 6 |
| 2. ANTECEDENTES..... | 8 |
| 2.1. Formulas empíricas actuales para el diseño de pilares | 8 |
| 2.1.1. Fórmulas “Efecto Forma” | 8 |
| 2.1.2. Fórmulas “Efecto Tamaño” | 12 |
| 2.1.3. Otra fórmula | 14 |
| 2.1.4. Resumen de fórmulas para estimar la resistencia de pilares | 14 |
| 2.1.5. Fórmulas para el efecto del largo..... | 17 |
| 2.1.6. Determinación del esfuerzo sobre el pilar | 18 |
| 2.2. Fórmulas actuales para efecto escala y forma para ensayos de roca intacta en laboratorio | 21 |
| 3. METODOLOGÍA..... | 23 |
| 3.1. Descripción de las bases de datos | 23 |
| 3.2. Evaluación del desempeño de fórmulas | 25 |
| 3.2.1. Evaluación de fórmulas para la base de datos a escala de pilares | 25 |
| 3.2.2. Evaluación de fórmulas a escala de laboratorio. | 27 |
| 3.3. Proposición y ajuste de una nueva fórmula | 28 |
| 4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS BASES DE DATOS..... | 29 |
| 4.1. Base de datos de pilares | 29 |
| 4.2. Base de datos de ensayos de laboratorio | 35 |
| 5. ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE FÓRMULAS | 37 |
| 5.1. Desempeño de fórmulas actuales para el diseño de pilares aplicadas a la base de datos de pilares. | 37 |
| 5.1.1. Fórmulas actuales de pilares utilizando el ancho | 37 |
| 5.1.2. Estudio de fórmulas para incorporar el efecto del largo | 44 |
| 5.2. Desempeño de fórmulas de laboratorio con datos de laboratorio..... | 49 |
| 5.3. Estudio cruzado desempeño de fórmulas..... | 51 |

| | | |
|----------------------|--|-----------|
| 5.3.1. | Desempeño de fórmulas de pilares en base de datos de laboratorio | 51 |
| 5.3.2. | Desempeño de fórmulas de laboratorio con datos de pilares | 52 |
| 5.4. | Discusión del desempeño de fórmulas..... | 57 |
| 6. | PROPOSICION DE UNA NUEVA FÓRMULA DE RESISTENCIA | 58 |
| 6.1. | Estructura de la nueva fórmula | 58 |
| 6.2. | Evaluación estadística y ajuste de parámetros | 60 |
| 6.3. | Aplicación de la fórmula a un caso de estudio..... | 72 |
| 6.4 | Discusión de la nueva fórmula | 75 |
| 7. | CONCLUSIONES | 76 |
| 8. | REFERENCIAS..... | 78 |
| ANEXO A | 80 | |
| ANEXO B | 85 | |
| ANEXO C | 89 | |
| ANEXO D | 90 | |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| FIGURA 1: REPRESENTACIÓN DE LAS ESCALAS DE TRABAJO | 1 |
| FIGURA 2: REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE LA DISPOSICIÓN ESPACIAL DE LOS CASERONES Y PILARES EN LA MINA ESTUDIADA | 2 |
| FIGURA 3: REPRESENTACIÓN ESPACIAL DE LAS DIMENSIONES DE CASERONES Y PILARES..... | 3 |
| FIGURA 4: FACTOR DE SEGURIDAD EN FUNCIÓN DE LA PROFUNDIDAD PARA UN ANCHO DE PILAR DE 8 M SEGÚN LAS FÓRMULAS DE LAUBSCHER (1990) Y LUNDER & PAKALNIS (1994)..... | 4 |
| FIGURA 5: FACTOR DE SEGURIDAD EN FUNCIÓN DE LA PROFUNDIDAD PARA UN ANCHO DE PILAR DE 4 M SEGÚN LAS FÓRMULAS DE LAUBSCHER (1990) Y LUNDER Y PAKALNIS (1994). | 5 |
| FIGURA 6: REPRESENTACIÓN DE LA VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DE UN PILAR CON EL CAMBIO DE FORMA..... | 9 |
| FIGURA 7: RELACIÓN ENTRE EL CRITERIO DE FALLA DE MOHR-COULOMB Y ESFUERZOS PRINCIPALES..... | 11 |
| FIGURA 8: REPRESENTACIÓN DE LA VARIACIÓN DE LA RESISTENCIA DEL PILAR CON EL CAMBIO DE TAMAÑO..... | 12 |
| FIGURA 9: COMPARACIÓN DE LAS FÓRMULAS ANALIZADAS SEGÚN SU RAZÓN W/H | 16 |
| FIGURA 10: COMPARACIÓN ENTRE LAS FÓRMULAS DE LUNDER Y LAUBSCHER PARA DISTINTOS VALORES DE RMR.... | 16 |
| FIGURA 11: COMPARACIÓN DE LAS DISTINTAS METODOLOGÍAS PARA INCORPORAR EL LARGO DEL PILAR | 18 |
| FIGURA 12: REPRESENTACIÓN DEL ÁREA TRIBUTARIA DE UN PILAR | 19 |
| FIGURA 13: REPRESENTACIÓN DEL ESFUERZO APLICADO SOBRE UN PILAR SEGÚN SU ÁREA TRIBUTARIA..... | 19 |
| FIGURA 14: GRÁFICO DE ENSAYOS DE LABORATORIO UTILIZADOS POR HOEK & BROWN (1980) PARA OBTENER SU FACTOR DE ESCALAMIENTO | 21 |
| FIGURA 15: ESQUEMA DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA PARA EL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS. | 23 |
| FIGURA 16: ESQUEMA REPRESENTATIVO DE LOS TIPOS DE PILARES VISTOS EN PLANTA. (A) PILARES CUADRADOS. (B) PILARES BARRERA. (C) PILARES NARIZ. | 24 |
| FIGURA 17: REPRESENTACIÓN GENERALIZADA DE UNA MATRIZ DE CONTINGENCIA DE 2x2..... | 25 |
| FIGURA 18: HISTOGRAMA DE ANCHOS, W | 30 |
| FIGURA 19: HISTOGRAMA DE LA ALTURA DE LOS DATOS, H | 30 |
| FIGURA 20: HISTOGRAMA DE LA RAZÓN W/H | 31 |
| FIGURA 21: HISTOGRAMA DE LA CALIDAD DE ROCA SEGÚN RMR..... | 31 |
| FIGURA 22: HISTOGRAMA DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL, UCS..... | 32 |
| FIGURA 23: HISTOGRAMA DE LA PROFUNDIDAD, Z. | 32 |
| FIGURA 24: DISTRIBUCIÓN DE LOS PILARES SEGÚN SU CLASIFICACIÓN DE ESTABILIDAD Y TIPO | 33 |
| FIGURA 25: GRÁFICO DE DISPERSIÓN DE LA CARGA DE LOS PILARES SEGÚN SU RAZÓN W/H..... | 34 |
| FIGURA 26: RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAXIAL DE LOS TESTIGOS EN FUNCIÓN DE SU DIÁMETRO PARA VARIAR RAZONES DE H/D. | 36 |
| FIGURA 27: COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS QUE UTILIZA W PARA PREDECIR PILARES ESTABLES. | 37 |
| FIGURA 28: COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS QUE UTILIZA W PARA PREDECIR PILARES INESTABLES. | 38 |
| FIGURA 29: COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS QUE UTILIZA W PARA PREDECIR PILARES FALLADOS..... | 38 |
| FIGURA 30: GRÁFICO COMPARATIVO DE LOS DESEMPEÑOS DE LAS FÓRMULAS PARA PILARES SEGÚN EL PIERCE SKILL SCORE | 39 |
| FIGURA 31: HISTOGRAMA PARA RANGOS DE RMR CON CANTIDADES SIMILARES DE DATOS | 41 |
| FIGURA 32: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS POR RANGO PARA EL CASO DE PILARES ESTABLES. | 41 |
| FIGURA 33: PRECISIÓN DE LAS FÓRMULAS PARA LOS DISTINTOS RANGOS PARA PREDECIR PILARES ESTABLES..... | 42 |
| FIGURA 34: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS POR RANGO PARA EL CASO DE PILARES FALLADOS..... | 43 |
| FIGURA 35: PRECISIÓN DE LAS FÓRMULAS PARA LOS DISTINTOS RANGOS PARA PREDECIR PILARES FALLADOS..... | 43 |
| FIGURA 36: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES ESTABLES Y L=2*W..... | 44 |
| FIGURA 37: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES FALLADOS Y L=2*W..... | 45 |
| FIGURA 38: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES ESTABLES Y L=4*W..... | 46 |
| FIGURA 39: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES FALLADOS Y L=4*W..... | 46 |

| | |
|---|----|
| FIGURA 40: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES ESTABLES Y L=10000*W | 47 |
| FIGURA 41: COMPARACIÓN DEL EFECTO DEL LARGO PARA LAS DISTINTAS FÓRMULAS PARA PILARES FALLADOS Y L=10000*W | 47 |
| FIGURA 42: GRÁFICO DE DISPERSIÓN DE LAS RESISTENCIAS REALES Y ESTIMADAS SEGÚN LO PROPUESTO POR HOBBS & SZLAVIN. | 49 |
| FIGURA 43: GRÁFICO DE DISPERSIÓN DE LAS RESISTENCIAS REALES Y ESTIMADAS SEGÚN LO PROPUESTO POR TURK. . | 50 |
| FIGURA 44: COMPARACIÓN DE MÉTRICAS PARA LAS FÓRMULAS DE LABORATORIO APLICADAS A PILARES PARA EL CASO ESTABLE | 53 |
| FIGURA 45: COMPARACIÓN DE MÉTRICAS PARA LAS FÓRMULAS DE LABORATORIO APLICADAS A PILARES PARA EL CASO DE PILARES INESTABLE..... | 54 |
| FIGURA 46: COMPARACIÓN DE MÉTRICAS PARA LAS FÓRMULAS DE LABORATORIO APLICADAS A PILARES PARA EL CASO DE PILARES FALLADOS | 54 |
| FIGURA 47: COMPARACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS PARA LABORATORIO CON DATOS DE PILARES. | 55 |
| FIGURA 48: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS APLICADA A 2/3 DE LA BASE DE DATOS DE PILARES | 60 |
| FIGURA 49: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS APLICADA A 1/3 DE LA BASE DE DATOS DE PILARES | 61 |
| FIGURA 50: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS PARA TODA LA BASE DE DATOS DE PILARES..... | 63 |
| FIGURA 51: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS DE PILARES PARA RANGOS DE RMR PARA EL CASO DE PILARES ESTABLES EN TODOS LOS DATOS DE PILARES | 64 |
| FIGURA 52: PRECISIÓN DE LAS FÓRMULAS DE PILARES PARA RANGOS DE RMR PARA EL CASO DE PILARES ESTABLES EN TODOS LOS DATOS DE PILARES..... | 65 |
| FIGURA 53: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS DE PILARES PARA RANGOS DE RMR PARA EL CASO DE PILARES FALLADOS EN TODOS LOS DATOS DE PILARES | 66 |
| FIGURA 54: PRECISIÓN DE LAS FÓRMULAS DE PILARES PARA RANGOS DE RMR PARA EL CASO DE PILARES FALLADOS EN TODOS LOS DATOS DE PILARES..... | 66 |
| FIGURA 55: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL COMPORTAMIENTO PROMEDIO DE LA FÓRMULA PARA EL ANCHO..... | 68 |
| FIGURA 56: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL COMPORTAMIENTO PROMEDIO DE LA FÓRMULA PARA LA FORMA | 69 |
| FIGURA 57: GRÁFICO COMPARATIVO DE LA FÓRMULA PROPUESTA CON LAS FÓRMULAS DE LUNDER (1994), LAUBSCHER (1997) Y GONZÁLEZ (2000) PARA UN RMR (B) =60 Y RMR (L) =44 | 70 |
| FIGURA 58: GRÁFICO COMPARATIVO DE LA FÓRMULA PROPUESTA CON LAS FÓRMULAS DE LUNDER (1994), LAUBSCHER (1997) Y GONZÁLEZ (2000) PARA UN RMR (B) =70 Y RMR (L) =55 | 70 |
| FIGURA 59: GRÁFICO COMPARATIVO DE LA FÓRMULA PROPUESTA CON LAS FÓRMULAS DE LUNDER (1994), LAUBSCHER (1997) Y GONZÁLEZ (2000) PARA UN RMR(B)=80 Y RMR(L)=86..... | 71 |
| FIGURA 60: GRÁFICO COMPARATIVO DE LA FÓRMULA PROPUESTA CON LAS FÓRMULAS DE LUNDER (1994), LAUBSCHER (1997) Y GONZÁLEZ (2000) PARA UN RMR(B)=90 Y RMR(L)=95 | 71 |
| FIGURA 61: ANCHO DEL PILAR EN FUNCIÓN DE LA PROFUNDIDAD SEGÚN LA FÓRMULA PROPUESTA, LUNDER (1994), LAUBSCHER (1990) Y GONZÁLEZ (2006) | 73 |
| FIGURA 62: RECUPERACIÓN EN FUNCIÓN DE LA PROFUNDIDAD SEGÚN LA FÓRMULA PROPUESTA, LUNDER (1994), LAUBSCHER (1990) Y GONZÁLEZ (2006) | 74 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|--|----|
| TABLA 1: PARÁMETROS GEOTÉCNICOS DEL YACIMIENTO | 3 |
| TABLA 2: RESUMEN DE FÓRMULAS PARA EL DISEÑO DE PILARES | 15 |
| TABLA 3: VALORES PARA EL LBR SEGÚN LA RAZÓN W/H DEL PILAR | 17 |
| TABLA 4: ECUACIONES PARA EL ESCALAMIENTO DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN UNIAxIAL DESARROLLADA CON ENSAYOS DE LABORATORIO..... | 22 |
| TABLA 5: CONDICIÓN DE ESTABILIDAD DE LOS PILARES DE LA BASE DE DATOS | 24 |
| TABLA 6: BASE DE DATOS DE PILARES JUNTO CON SUS MÉTODOS DE EXPLOTACIÓN Y REFERENCIAS..... | 29 |
| TABLA 7: ESTADÍSTICAS BÁSICAS DE LA BASE DE DATOS DE PILARES COMPLETA | 29 |
| TABLA 8: RESUMEN DE LOS DATOS DE LABORATORIO | 35 |
| TABLA 9: VALORES DE LA PRECISIÓN GLOBAL PARA CADA FÓRMULA | 40 |
| TABLA 10: VALORES PARA EL DESEMPEÑO DE FÓRMULA DE LABORATORIO CON DATOS DE LABORATORIO..... | 49 |
| TABLA 11: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS DE PILARES CON DATOS DE LABORATORIO..... | 51 |
| TABLA 12: VALORES DE $UCS_{50ESTIMADA}/UCS_{50REAL}$ DE CADA FÓRMULA DE PILAR PARA ESTIMAR EL UCS_{50} | 52 |
| TABLA 13: VALORES DE LOS PARÁMETROS DE AJUSTE. | 60 |
| TABLA 14: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS APLICADA A 2/3 DE LA BASE DE DATOS DE ENSAYOS DE LABORATORIO | 61 |
| TABLA 15: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS APLICADA A 1/3 DE LA BASE DE DATOS DE ENSAYOS DE LABORATORIO | 61 |
| TABLA 16: VALORES DE LOS PARÁMETROS CALIBRADOS CON 2/3 DE LAS BASES DE DATOS Y TODOS LOS DATOS | 62 |
| TABLA 17: DESEMPEÑO DE LAS FÓRMULAS PARA TODA LA BASE DE DATOS DE LABORATORIO | 63 |
| TABLA 18: VALORES PARA EL PSS DE PILARES ESTABLES SIN CONSIDERAR DATOS CON $RMR=70$ | 67 |
| TABLA 19: DESEMPEÑO DE LA FÓRMULA PROPUESTA SIN ALGÚN FUNCIONAL..... | 67 |
| TABLA 20: DESEMPEÑO DE CADA FUNCIONAL..... | 67 |

1. INTRODUCCIÓN

Un pilar se define como la roca in-situ entre dos o más excavaciones subterráneas [1]. Los pilares son los encargados de soportar la carga sobre ellos de manera de evitar la convergencia o colapso de las excavaciones. La mayoría de los pilares se encuentran ubicados en mineral, por lo que su diseño es de crucial importancia, tanto como para mantener la seguridad global de la mina, como para el negocio minero.

Para el diseño de pilares se debe estimar la resistencia de estos, de manera de calcular la cantidad de carga que son capaces de soportar sin fallar. La manera de cargarse que tiene un pilar es muy similar a la manera en que se carga un testigo en un ensayo de compresión uniaxial, por lo que la resistencia de un pilar se podría obtener realizando un ensayo a escala del pilar analizado. Sin embargo, este proceso es complejo, ya que no se tienen maquinas suficientemente grandes y, además, presentarían un costo muy elevado, es por esto que se han desarrollado fórmulas que permitan realizar esta estimación (Figura 1).

Actualmente la estimación de la resistencia de un pilar se realiza mediante fórmulas empíricas, que relacionan la resistencia con la geometría del pilar. La mayoría de las fórmulas propuestas han sido analizadas con bases de datos acotadas a una sola mina, por lo que podrían presentar valores sesgados a un tipo de roca, forma de los pilares o a un régimen de esfuerzos entre otros. Es por esto que al comparar las fórmulas para una misma dimensión de pilar estas pueden presentar diversos resultados para la estimación de la resistencia.

Dentro de este trabajo se analizan las fórmulas propuestas en la literatura y si estas son capaces de escalar la resistencia desde un ensayo de laboratorio hasta la escala de pilar de manera adecuada.

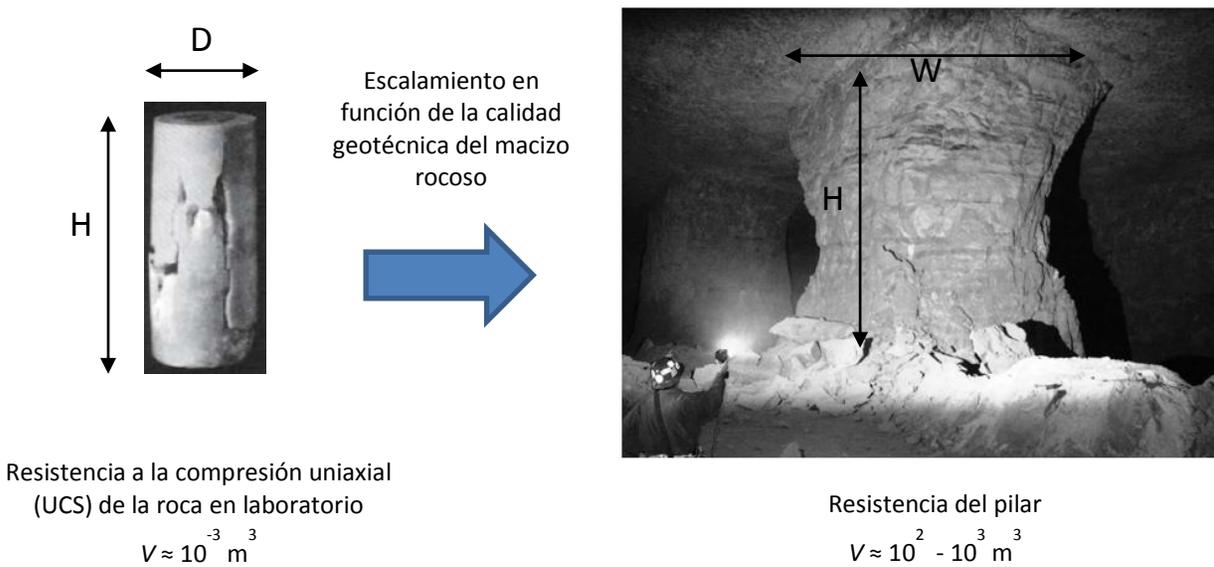


Figura 1: Representación de las escalas de trabajo

1.1. Motivación del trabajo

Como se mencionó anteriormente, la finalidad de una fórmula para el diseño de pilares es encontrar la resistencia de estos, a partir de un escalamiento de ensayos de laboratorio junto a la geometría y otros factores. Sin embargo las metodologías actuales para realizar dicho escalamiento son bastante simplistas, y en la mayoría de los casos, no se consideran todos los parámetros necesarios.

Por ejemplo, de las diez fórmulas para pilares que se analizan en este trabajo, sólo dos de ellas incorporan la calidad del macizo rocoso para realizar el escalamiento deseado, mientras que, otras fórmulas simplemente multiplican por un factor menor a uno para reducir su resistencia. Además, las fórmulas analizadas presentan estructuras distintas, unas utilizan corrección por volumen, mientras que otras solamente por la forma o geometría.

Por otro lado, si se comparan los resultados entregados por las fórmulas analizadas, estas entregan valores distintos para un mismo pilar, produciéndose diferencias significativas en el diseño minero bajo igualdad de condiciones. A continuación se utiliza un ejemplo para mostrar la importancia que se le debe dar a dichas diferencias. Para desarrollar el ejemplo se analiza un estudio de caso de una mina de oro.

La mina analizada presenta un cuerpo mineralizado sub-horizontal con una inclinación de aproximadamente 16° y una extensión de 730 metros como se muestra en la Figura 2. Además presenta una potencia de 20 metros y una ley media de 0.15 oz/ton. Con esto las reservas totales del yacimiento alcanzan los 9.940 millones de toneladas.

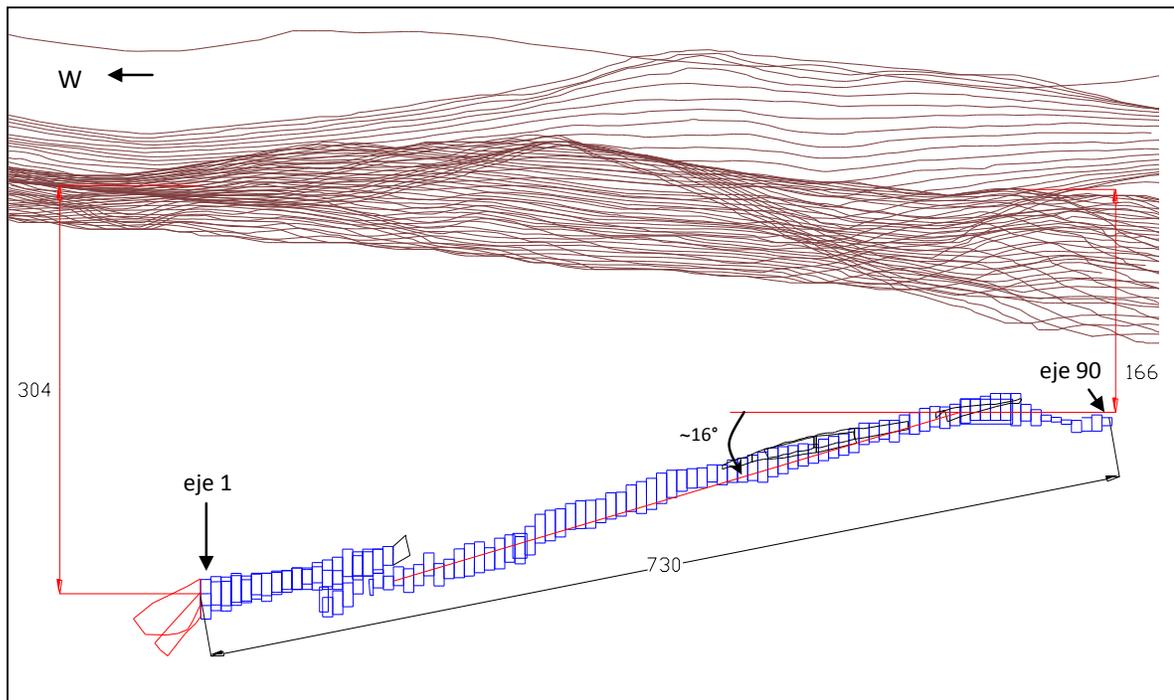


Figura 2: Representación esquemática de la disposición espacial de los caserones y pilares en la mina estudiada

El cuerpo mineralizado presenta valores de UCS y RMR que se muestran en la Tabla 1. Estos parámetros geotécnicos son utilizados para el cálculo de la resistencia de los pilares.

Tabla 1: Parámetros geotécnicos del yacimiento

| | RMR _{Laubscher} | RMR _{Bieniewski} | UCS [MPa] |
|----------|--------------------------|---------------------------|-----------|
| Promedio | 55 | 70 | 188.0 |

El yacimiento será explotado mediante el método de Sublevel Stopping con recuperación posterior de pilares. Las dimensiones del caserón son 8 metros de ancho (W_o) y 8 metros de largo (L_o) y 20 metros de alto (H), el largo de los pilares es de 50 metros (L_p) (Figura 3). Es necesario determinar el ancho de los pilares.

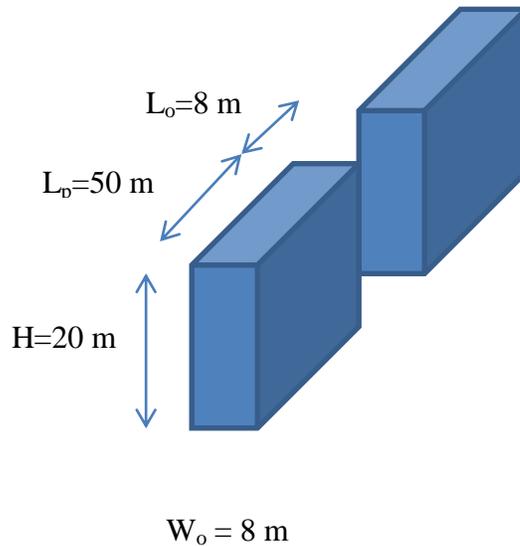


Figura 3: Representación espacial de las dimensiones de caserones y pilares

Para calcular la resistencia de los pilares se utilizan dos metodologías diferentes. La fórmula propuesta por Laubscher [2], que incorpora la calidad del macizo rocoso dentro de su fórmula, y el método propuesto por Lunder & Pakalnis [3] que es el más utilizado actualmente.

Se analiza el factor de seguridad (FS) de los pilares en función de la profundidad para pilares de 8 metros (Figura 4) y 4 metros (Figura 5). Se utiliza un $FS=1.4$ según lo propuesto por Lunder [4] para considerar el pilar como estable. Para obtener el valor del FS se estima el esfuerzo sobre el pilar utilizando el método de área tributaria que se detalla en sección 2.1.6.

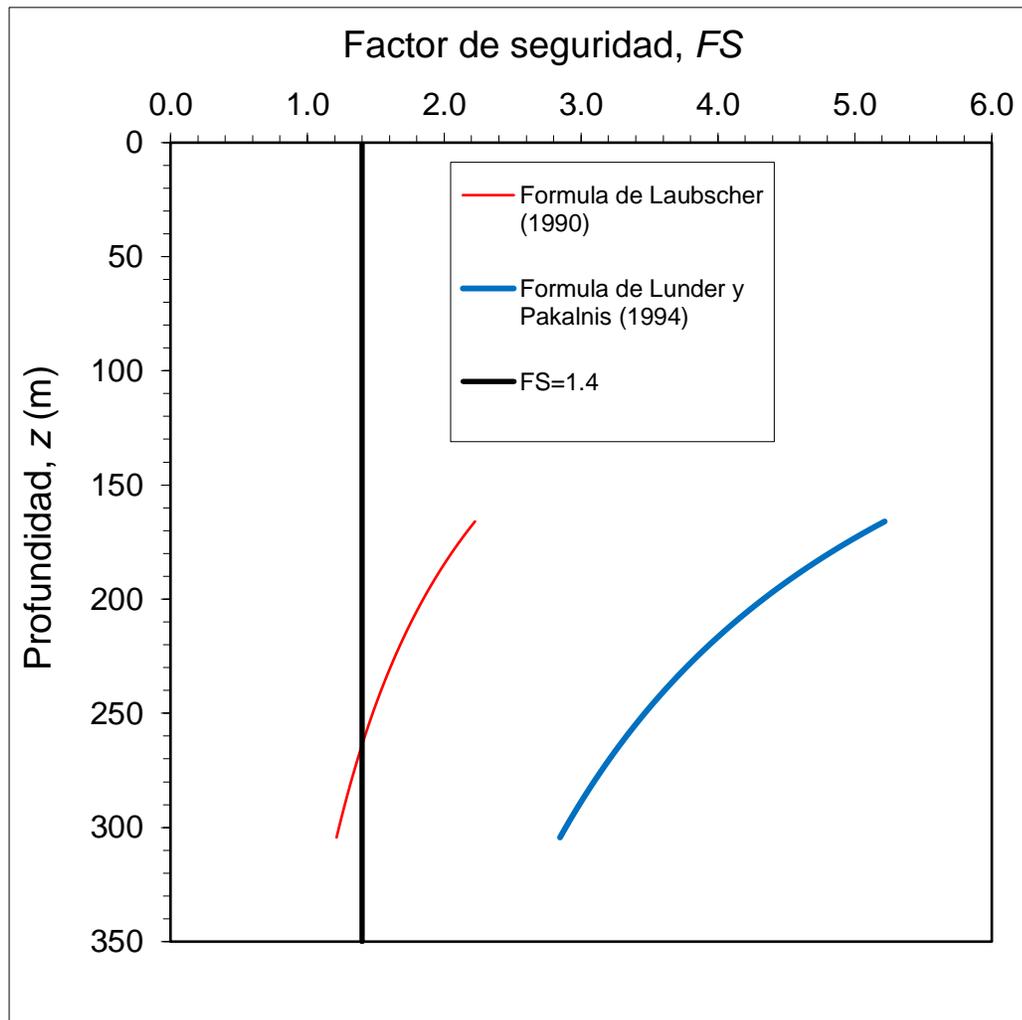


Figura 4: Factor de seguridad en función de la profundidad para un ancho de pilar de 8 m según las fórmulas de Laubscher (1990) y Lunder & Pakalnis (1994).

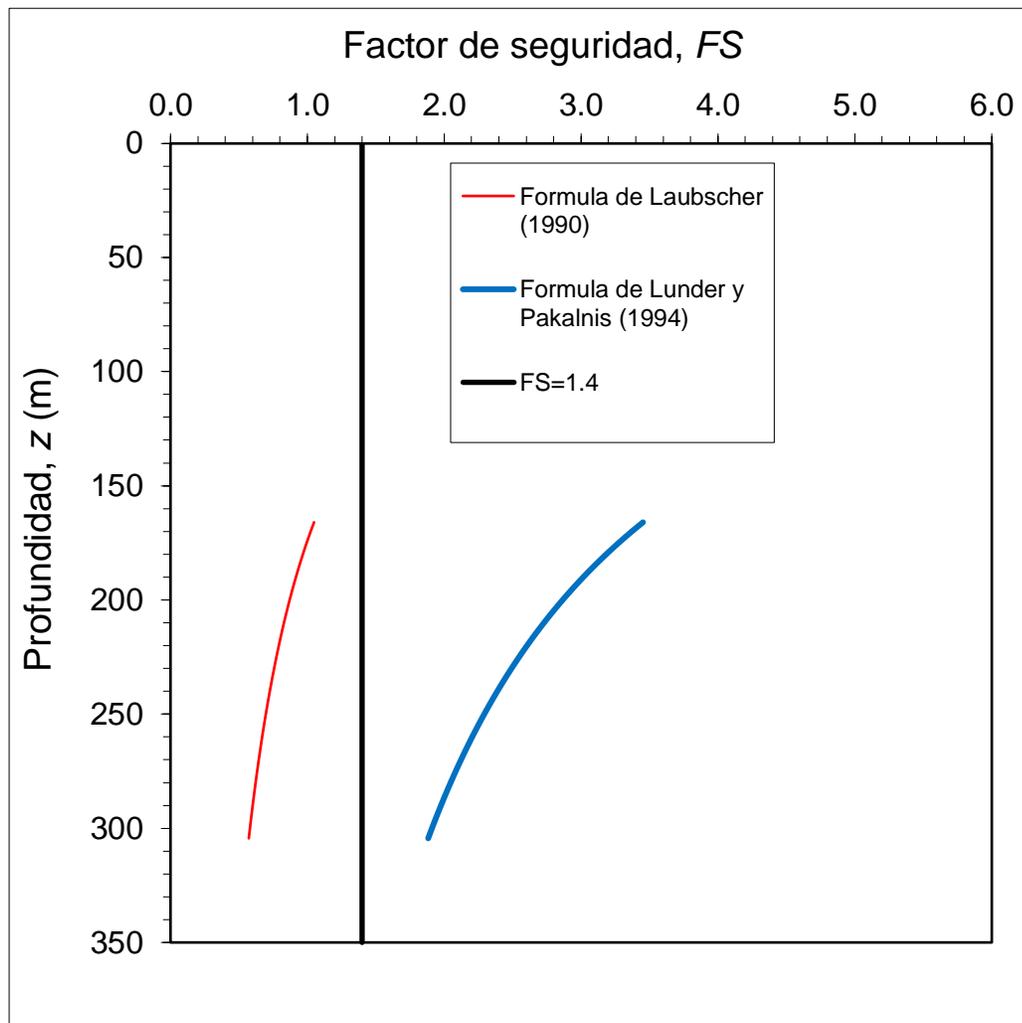


Figura 5: Factor de seguridad en función de la profundidad para un ancho de pilar de 4 m según las fórmulas de Laubscher (1990) y Lunder y Pakalnis (1994).

Para un ancho de pilares de 8 m., se tiene que ambas fórmulas entregan valores por sobre el factor de seguridad de diseño, por lo que en este caso no se tiene problemas para decidir por que método es mejor. Sin embargo se muestran diferencias en cuanto al factor de seguridad, ya que la fórmula propuesta por Lunder entrega valores más altos que Laubscher. Por otro lado se tienen diferencias en la forma de la curva, por un lado se observa que Lunder presenta una forma decreciente con la profundidad, mientras que Laubscher no ya que varía de acuerdo a la calidad de la roca.

Si se disminuye las dimensiones de los pilares a 4 metros de ancho se tiene una situación bastante distinta. Por un lado, Lunder indica que es factible desarrollar pilares un ancho igual a 4 m. pero, la metodología de Laubscher, indica que los pilares van a fallar en caso de dejar pilares de este espesor, por lo que estas dimensiones no son aceptables según esta última metodología.

Si se analizan estos casos desde el punto de vista de la recuperación, se tiene que en el caso de pilares más anchos, la recuperación solamente alcanza un 57%, mientras que al dejar pilares más esbeltez se logra una recuperación mayor, llegando al 71%. Esta diferencia de recuperación

representa una diferencia de 200 mil onzas de oro, por lo que se convierte en una decisión no trivial al momento de elegir que dimensión utilizar.

Estas discrepancias entre las fórmulas puede generar problemas significativos al momento de decidir cuál utilizar, ya que se debe elegir aquella que permita garantizar una máxima recuperación, pero con un factor de seguridad adecuado. Si todas las fórmulas entregan resultados distintos, no hay forma de saber a priori cual presenta mayor confiabilidad al momento del diseño.

1.2. Objetivos

Como en la actualidad existen diversos métodos para realizar el diseño de pilares de roca es necesario hacer un estudio de estos.

1.2.1. Objetivo General

Como principal objetivo, se busca proponer un factor de escalamiento que permita estimar la resistencia de pilares, que a su vez sea consistente con la estimación a escala de laboratorio.

Además, se busca un factor de escalamiento generalizado de manera de que pueda ser aplicado para distintos tipos de yacimientos donde se quiera diseñar un pilar.

1.2.2. Objetivos Específicos

Como objetivos específicos, que se deben cumplir para para lograr el objetivo general se tienen los siguientes puntos:

- Recopilación de bases de datos de pilares y de ensayos de laboratorio de la literatura.
- Análisis del desempeño de las fórmulas actuales para el diseño de pilares, de manera de ver cual presenta mejores resultados.
- Estudio de desempeño de las fórmulas de laboratorio.
- Verificación de consistencia de fórmulas actuales (pilares y laboratorio) para ambas bases de datos.
- Analizar factores claves para que las fórmulas tengan consistencia en ambas bases de datos.
- Proposición de nueva fórmula para el diseño de pilares.
- Evaluación del desempeño de la nueva fórmula.

1.3. Alcances

Como principal alcance se tiene que se trabaja con bases de datos existentes en la bibliografía y se toman como ciertos o verídicos. Además los desempeños de las fórmulas aquí presentadas tendrán validez solamente en los rangos de datos presentes en la base de datos, es decir, la fórmula propuesta para el escalamiento no será comprobada para valores fuera de la base de

datos. La base de datos de ensayos de laboratorio es filtrada para que los tipos de roca analizadas correspondan a roca dura.

La metodología empleada en este trabajo ha sido desarrollada para trabajar óptimamente con solo dos casos, pero en este trabajo se consideran tres casos. La aplicación de esta metodología presenta una limitación en cuanto esto, ya que se debe adecuar para poder trabajar con tres casos, tal como se expone en la sección 3.2.1.

2. ANTECEDENTES

Dentro de los antecedentes a revisar se distinguen dos grandes aristas, por un lado se debe revisar las fórmulas que se utilizan en la actualidad para el dimensionamiento de pilares, mientras que por otro lado se debe revisar las formulas obtenidas a partir de ensayos de laboratorio para el efecto escala.

2.1. Formulas empíricas actuales para el diseño de pilares

Para estimar la resistencia del pilar, se relacionan sus dimensiones y parámetros geotécnicos de la roca donde se construye el pilar. Posterior a esto, las formulas empíricas para el diseño de pilares se ajustan en función a bases de datos.

En la actualidad las formulas empíricas son las más utilizadas, sin embargo presentan diversos resultados entre ellas, ya que las formulas fueron obtenidas a partir de bases de datos diferentes.

Las formulas empíricas presentan la siguiente estructura general.

$$S_p = S_o \left[A + B \left(\frac{w_p^\alpha}{h^\beta} \right) \right] \quad (1)$$

Dónde:

- S_p : resistencia del pilar
- S_o : relacionada con la resistencia del material del pilar
- w_p : ancho de pilar
- h : altura del pilar
- A, B, α, β : constantes derivadas del ajuste a datos empíricos

Las formulas empíricas se pueden agrupar en dos grandes familias. Estas se presentan a continuación en conjunto con los autores que utilizan estas familias.

2.1.1. Fórmulas “Efecto Forma”

Las fórmulas efecto forma consideran que pilares que tengan igual razón ancho/alto tendrán la misma resistencia, independiente del volumen o tamaño del pilar, además indica que la resistencia del pilar va a estar relacionada de forma lineal con la razón ancho/alto o forma del pilar como se muestra en la Figura 6.

Estas fórmulas se comportan de mejor manera cuando las bases de datos presentan casos de tamaños similares.

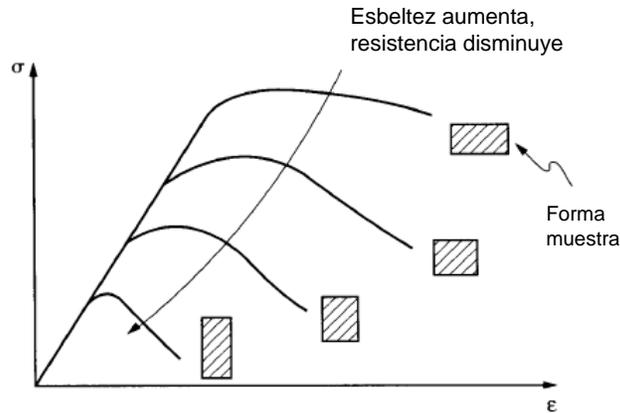


Figura 6: Representación de la variación de la resistencia de un pilar con el cambio de forma.

Estas fórmulas siguen la siguiente estructura:

$$S_p = S_0 \times \left(A + B \times \frac{W}{H} \right) \quad (2)$$

Dónde:

- S_p : resistencia del pilar [MPa]
- S_0 : constante relacionada con el tipo de roca. [MPa]
- W : ancho del pilar [m]
- H : altura del pilar [m]
- A, B : constantes derivadas del ajuste a datos empíricos.

Los principales autores que se encuentran en la bibliografía que utilizan esta estructura son los que se presentan a continuación.

Obert & Duvall (1967)

Obert & Duvall [5] analizaron datos de una serie de ensayos de compresión uniaxial en testigos de carbón variando la forma, por lo que la fórmula propuesta se generó para utilizarse en la estimación de la resistencia en minas de carbón. Además sugieren que la constante S_0 debería ser igual a la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta (UCS). La fórmula propuesta por ellos es la siguiente:

$$S_p = UCS \times \left(0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H} \right) \quad (3)$$

Esta fórmula no considera la calidad de la roca y realiza una interpretación directa desde los ensayos a un pilar, asumiendo que se comporta de la misma manera, sin tomar en cuenta el efecto escala que debe ser considerado al analizar a escala de macizo rocoso. Debido a esto ellos sugieren utilizar un factor de seguridad entre 2 y 4 de manera de considerar esta incertidumbre, lo

cual disminuye la recuperación minera. Se considera que esta fórmula es poco precisa para su directa utilización.

Bieniawski (1975)

En este caso, Bieniawski [6] determina el valor de sus constantes a partir de ensayos de gran escala, considerándose como ensayos in-situ que fueron llevados a cabo durante 8 años. Esta metodología permite observar como el testigo de gran tamaño va perdiendo resistencia progresivamente, al igual como ocurre con los pilares. Se ensayaron 66 muestras que variaron entre 0.6 a 2 metros de ancho y de 0.5 a 3.4 de razón de ancho-alto. Aquí al igual que en el caso anterior $S_0=UCS$, lo cual no incorpora de manera completa la calidad de la roca que puede ser bien diversa de yacimiento a yacimiento.

$$S_p = UCS \times \left(0.64 + 0.34 \times \frac{W}{H} \right) \quad (4)$$

Sjoberg (1992)

Sjoberg [7] presentó un resumen de 9 pilares que presentaron algún tipo de falla obtenidos de la mina Zinkgruvan de Suecia. El macizo rocoso de esta mina es homogéneo y masivo, presentando una baja frecuencia de discontinuidades. Su resistencia a la compresión uniaxial varía entre 215-265 [MPa] lo que indica una alta resistencia. La carga sobre el pilar fue estimada utilizando MINSIM-2D, programa de modelamiento numérico de desplazamiento discontinuo del esfuerzo.

$$S_p = 0.308 \times UCS \times \left(0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H} \right) \quad (5)$$

Esta fórmula presenta iguales factores A y B que los propuestos por Obert & Duvall, sin embargo incorpora un factor de ajuste al UCS. Dado que el UCS de la roca utilizado para obtener esta fórmula es bastante elevado (sobre 200) se puede decir que la calidad de la roca es más elevada, por lo que puede que el factor de ajuste utilizado no sea representativo para una roca más débil.

Krauland & Soder (1987)

Estos autores [8] presentan utilizan una base de datos obtenida en la mina Black Angel, una operación de room and pillar ubicada en Groenlandia. La base de datos presenta un UCS de 100 [MPa] y sus pilares son aproximadamente cuadrados. La carga fue obtenida utilizando NFOLD, el cual es un software de modelamiento mediante desplazamiento discontinuo de elementos de borde 2-D.

$$S_p = 0.354 \times UCS \times \left(0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H} \right) \quad (6)$$

Esta fórmula es bastante similar a la anterior sin embargo varia la reducción al UCS. Esto puede deberse debido al menor valor de UCS o calidad de roca que presentan los casos utilizados. Sin

embargo esta fórmula al igual que otras no considera de manera completa la calidad del macizo rocoso.

Lunder (1994)

Lunder [4] en su tesis recolecta la base de datos de autores anteriores a él, por lo que trabaja con una mayor cantidad de datos. La base de datos utilizada presenta valores variados para la resistencia a la compresión uniaxial, los cuales van entre 90 a 240 [MPa]. El plantea que $S_0=0.44 \times UCS$ para toda la base de datos independiente de la calidad de la roca y una fórmula para determinar el confinamiento interno promedio del pilar que corresponde a la razón entre los esfuerzos principales (σ_3/σ_1).

$$C_{pav} = 0.46 \times \left[\log \left(\frac{W}{H} + 0.75 \right) \right]^{\frac{1.4}{W/H}} \quad (7)$$

Esta fórmula fue desarrollada mediante modelamiento numérico lineal elástico, modelando la razón de los esfuerzos principales promedio ($\sigma_{3promedio}/\sigma_{1promedio}$) que se ejercen sobre un pilar aislado. Los valores fueron obtenidos variando la razón W/H de 0.25 a 10, donde se consideró una condición de esfuerzo in situ constante para cada realización. Por otro lado se estudió el efecto que tiene la razón de extracción sobre el confinamiento del pilar, y se evidenció que este aumenta a medida que la extracción aumenta. Lunder decidió ajustar los parámetros de la fórmula con una razón de extracción de un 72%, argumentando que con este valor el error era pequeño.

A partir del confinamiento promedio del pilar se deriva un término que corresponde al ángulo de fricción del pilar. Para encontrar la relación entre estos términos Lunder utiliza el criterio de falla de Mohr-Coulomb (Figura 7).

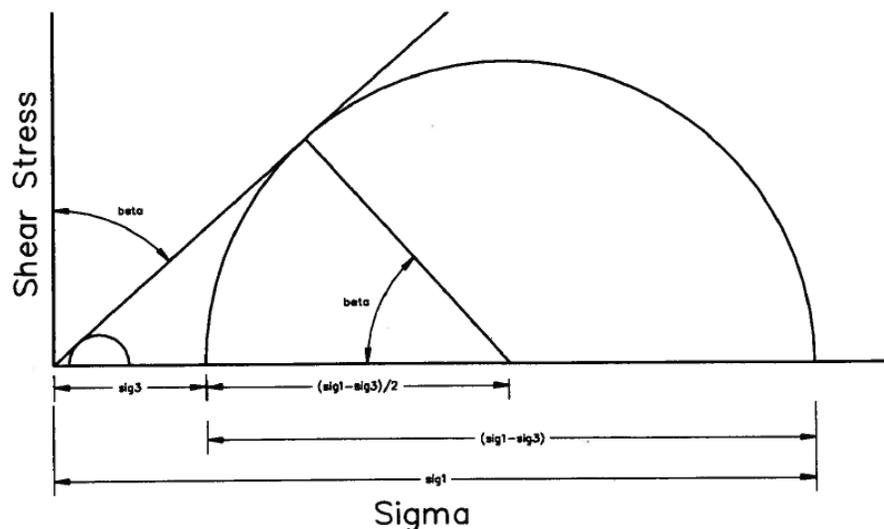


Figura 7: Relación entre el criterio de falla de Mohr-Coulomb y esfuerzos principales.

$$\kappa = \tan\left[\arccos\left(\frac{1-C_{pav}}{1+C_{pav}}\right)\right] \quad (8)$$

Posterior a esto Lunder propone que la fórmula de resistencia del pilar es como sigue:

$$S_p = 0.44 \times UCS \times (0.68 + 0.52 \times \kappa) \quad (9)$$

Esta fórmula fue obtenida mediante dos mecanismos, por un lado los parámetros fueron ajustados a la base de datos, y por otro lado la formula fue modificada utilizando modelamiento numérico y el criterio de falla de Mohr-Coulomb.

Al igual que las otras fórmulas, no incorpora a cabalidad la calidad del macizo rocoso y fue desarrollada con rocas de buena a muy buena calidad de roca.

2.1.2. Fórmulas “Efecto Tamaño”

Esta familia de fórmulas plantea que a medida que el volumen del pilar aumenta, la resistencia disminuye para una misma forma (Figura 8), representado por la razón ancho/alto. Esta relación se obtuvo a partir de los datos observados en laboratorio donde se muestra que a medida que aumenta el volumen, se incorporan más discontinuidades por lo que la resistencia debería disminuir.

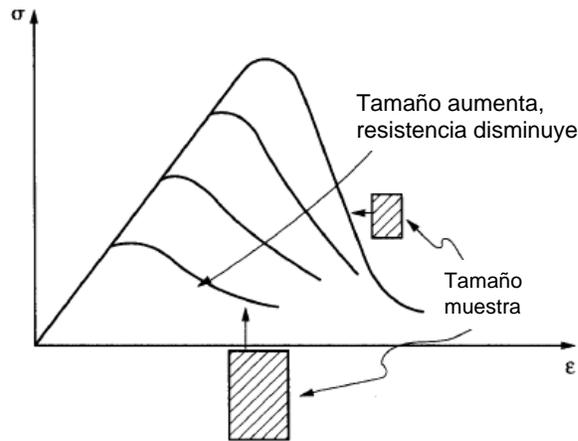


Figura 8: Representación de la variación de la resistencia del pilar con el cambio de tamaño.

Las formulas propuestas siguen la siguiente estructura:

$$S_p = S_0 \times \frac{W^\alpha}{H^\beta} \quad (10)$$

Dónde:

- S_p : Resistencia del pilar [MPa]
- S_0 : Constante relacionada con el tipo de roca [MPa]

- W: Ancho del pilar [m]
- H: Altura del pilar [m]
- α, β : Constantes empíricas que salen del ajuste a la base de datos y $\alpha \neq \beta$

Los principales autores que utilizan esta forma para proponer sus fórmulas se presentan a continuación.

Hedley & Grant (1972)

La base de datos utilizadas se obtuvo desde minas de uranio de Canadá, donde el valor de UCS varía entre 210 y 275 [MPa], calificándose como roca dura. La carga sobre el pilar fue calculada mediante el método de área tributaria para pilares inclinados, la cual fue solo validada con mediciones para un número pequeño de pilares. La fórmula obtenida es la siguiente. [9]

$$S_p = 0.578 \times UCS \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.75}} \quad (11)$$

Las objeciones a esta fórmula se deben a que la base de datos con la cual fue obtenida presentan tamaños similares por lo que podría ser que los parámetros a y b puedan estar equivocados.

Salamon & Munro (1967)

Estos autores [10] utilizaron datos a partir de minas de carbón de Sudáfrica, donde se logró recopilar 125 casos históricos. A diferencia de otros autores, ellos calcularon un S_0 independiente del UCS y fue obtenido estadísticamente desde todos los casos de estudio.

$$S_p = 9.115 \times \frac{W^{0.46}}{H^{0.66}} \quad (12)$$

Esta fórmula no presenta correcciones para rocas de distinta calidad o para roca dura, ya que fue calculada solo con datos de la minería del carbón.

Laubscher (1990)

El método propuesto por Laubscher [2] es un método no empírico, que incorpora la calidad del macizo rocoso mediante el término del Design Rock Mass Strength (DRMS) el cual es un ajuste por el diseño al Rock Mass Strength (RMS) propuesto por él.

$$RMS = IRS \times 0.8 \times \frac{IRS_{rating} - P(IRS)}{80} \quad (13)$$

Dónde:

- IRS: Resistencia de la roca intacta [MPa]
- IRS rating: Clasificación del macizo rocoso

- P (IRS): Puntaje asociado al IRS en el método de clasificación

El método utilizado para la clasificación del macizo rocoso es el RMR propuesto por Laubscher.

La fórmula que el presenta considera factores similares a los utilizados por Hedley y Grant, pero con la modificación del parámetro S_0 .

$$S_p = RMS \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.7}} \quad (14)$$

Esta fórmula no ha sido corroborada mediante casos históricos.

González (2006)

La fórmula propuesta por González [11] toma como base la fórmula propuesta por Hedley & Grant para los factores a y b. Sin embargo el modifica el valor de S_0 igualándolo a la resistencia del macizo rocoso, la cual se dice que se obtiene extrapolando la resistencia de la roca intacta mediante la una fórmula que depende del RMR. El autor toma esta fórmula a partir de lo planteado por Sheorey (1997). Por consiguiente, la fórmula propuesta por él queda como sigue:

$$S_p = \sigma_{cm} \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.75}} = (UCS \times e^{\frac{RMR-100}{20}}) \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.75}} \quad (15)$$

Dicha metodología fue validada mediante un estudio de caso de una mina de mármol ubicada en España. Sin embargo, los datos utilizados por este autor, presentan calidades de macizo rocoso (RMR) entre 50 y 79, y con pocos datos para cada valor, por lo que el resultado obtenido podría ser poco representativo.

2.1.3. Otra fórmula

Por ultimo en la literatura se propone otra fórmula que no sigue las estructuras antes descritas, esta fórmula fue propuesta por Sheorey [12].

En Sheorey se estudió una base de datos obtenidas de minas de carbón de India, compuesta por 23 casos que fallaron y 20 casos estables. Para la mayoría de los datos, el método empleado para calcular los esfuerzos sobre el pilar fue el método de área tributaria.

$$S_p = 0.27 \times UCS \times \frac{1}{H^{0.36}} + \frac{H}{160} \times \left(\frac{W}{H} - 1\right) \quad (16)$$

2.1.4. Resumen de fórmulas para estimar la resistencia de pilares

La Tabla 2 presenta resumen de las fórmulas presentadas anteriormente de manera de apreciar mejor forma los factores que influyen en cada una.

Tabla 2: Resumen de fórmulas para el diseño de pilares

| Autor | Fórmulas desarrolladas con pilares | UCS | RMR | Tipo de roca |
|-------------------------|---|---------|-------|-----------------|
| Obert & Duvall (1967) | $S_p = UCS \times (0.788 + 0.222 \times \frac{W}{H})$ | - | - | Carbón |
| Bieniawski (1975) | $S_p = UCS \times (0.64 + 0.36 \times \frac{W}{H})$ | - | - | Carbón |
| Krauland & Soder (1987) | $S_p = 0.354 \times UCS \times (0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H})$ | 100 | 60-85 | Limestone |
| Sjoberg (1992) | $S_p = 0.308 \times UCS \times (0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H})$ | 215-265 | 60-85 | Limestone/Skarn |
| Lunder (1994) | $S_p = 0.44 \times UCS \times (0.68 + 0.52 \times \kappa)$ $\kappa = \tan[\arccos(\frac{1 - C_{pav}}{1 + C_{pav}})]$ $C_{pav} = 0.46 \times [\log(\frac{W}{H} + 0.75)]^{\frac{1.4}{W/H}}$ | 90-240 | 60-85 | Roca dura |
| Hedley & Grant (1972) | $S_p = 0.578 \times UCS \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.75}}$ | 210-275 | - | Cuarcita |
| Salamon & Munro (1967) | $S_p = 9.115 \times \frac{W^{0.46}}{H^{0.66}}$ | - | - | Carbón |
| Laubscher (1990) | $S_p = RMS \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.7}}$ | - | - | - |
| González (2006) | $S_p = UCS \times e^{\frac{RMR-100}{20}} \times \frac{W^{0.5}}{H^{0.75}}$ | 61-104 | 50-79 | Mármol |
| Sheorey (1987) | $S_p = 0.27 \times UCS \times \frac{1}{H^{0.36}} + \frac{H}{160} \times (\frac{W}{H} - 1)$ | - | - | Carbón |

Además las fórmulas pueden ser comparadas gráficamente como se muestra en la Figura 9. Los supuestos utilizados para obtener el gráfico son los siguientes:

- UCS=170 [MPa]
- RMR =70
- H=10 [m]
- W/H de 0.5 a 2.5

Se puede observar que las fórmulas entregan valores muy distintos entre sí, lo que indica que el ajuste de los parámetros depende en gran medida de la base de datos utilizada. Por otro lado se puede evidenciar que existen fórmulas más conservadoras que otras, siendo la fórmula de

González y la de Sheorey las más conservadoras, mientras que la fórmula propuesta por Lunder sería la menos conservadora.

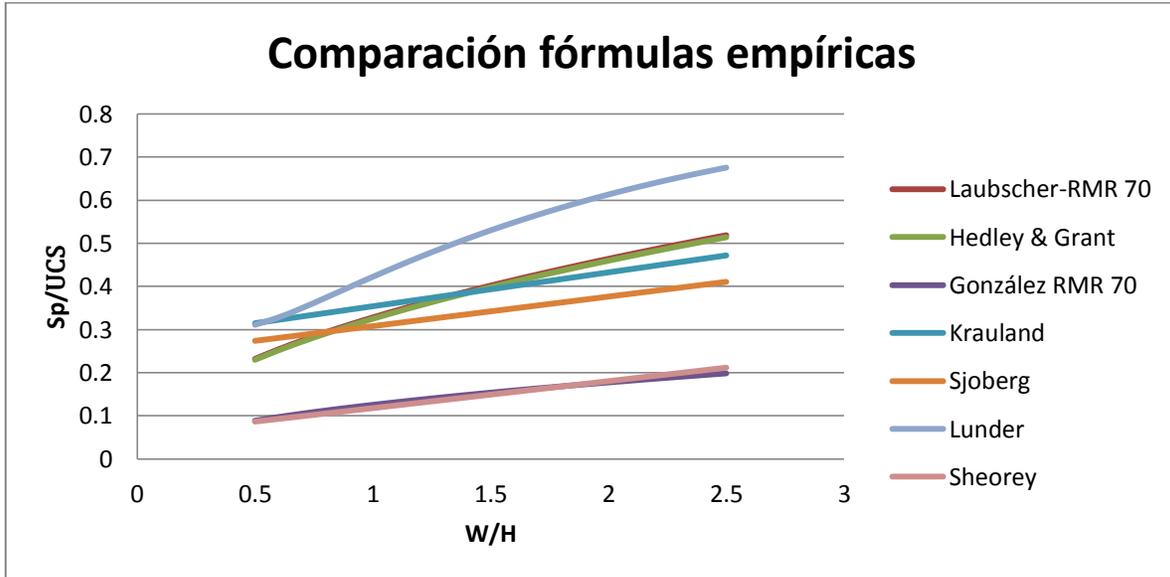


Figura 9: Comparación de las fórmulas analizadas según su razón W/H

Por otro lado se pueden comparar las fórmulas que incorporan la calidad del macizo rocoso con fórmulas que no. En la Figura 10 se comparan las fórmulas de Lunder y Laubscher para distintos RMR. Se puede observar que la fórmula propuesta por Laubscher es inferior a la de Lunder para RMR menores de 85

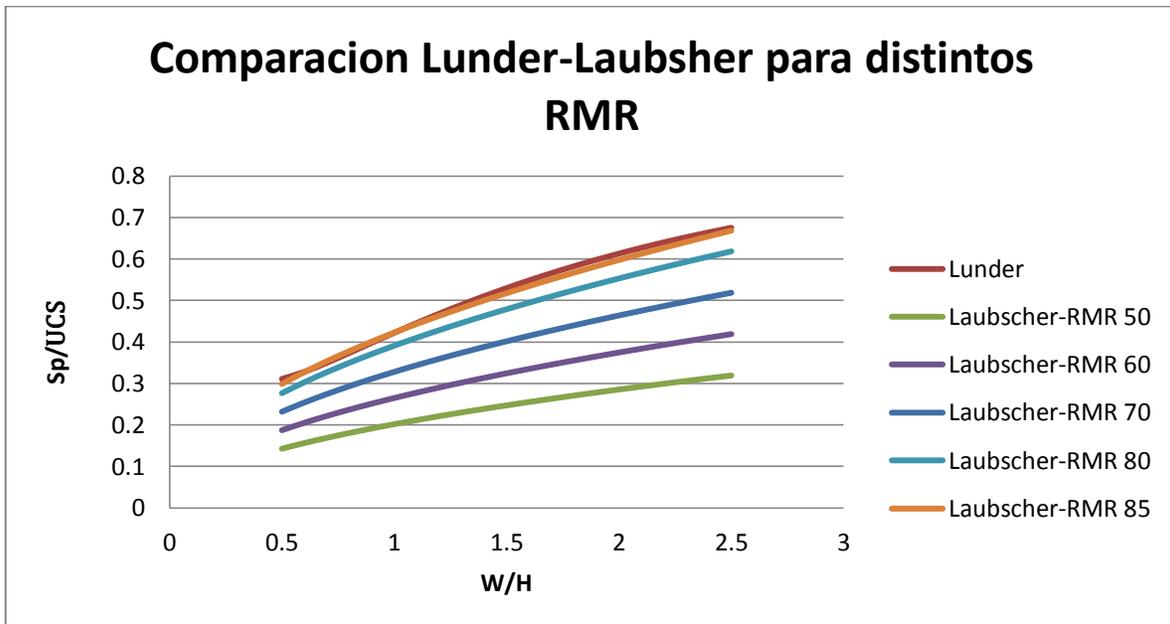


Figura 10: Comparación entre las fórmulas de Lunder y Laubscher para distintos valores de RMR

2.1.5. Efecto del largo del pilar

En la bibliografía se presentan tres métodos para incorporar el efecto del largo en la resistencia del pilar. Los métodos incorporan el largo mediante el cálculo de un ancho efectivo de manera de poder incorporarlo en las fórmulas tradicionales para la resistencia del pilar.

El primer método fue propuesto por Sheorey & Singh [13], los que plantean que el ancho efectivo es un simple promedio entre el ancho y el largo. Este método no es muy utilizado en la actualidad ya que le entrega la misma ponderación tanto al ancho como al largo. Al incrementar tanto por el largo podría ser que se está sobreestimando el efecto del largo del pilar y por consiguiente su resistencia.

Posterior a esto Wagner [14] propone en 1980 otra metodología que relaciona el área y el perímetro.

$$W_e = 4 \frac{Area}{Perímetro} \quad (17)$$

Esta fórmula incorpora el largo de manera que este tenga un efecto acotado, ya que esta fórmula es asintótica a un valor que dependerá del ancho. Sin embargo esta fórmula no ha sido comprobada estadísticamente.

Por último, Esterhuizen [15] en el año 2010 propuso una variante a lo propuesto por Wagner, indicando que el aporte del largo depende de la razón W/H. Esto fue propuesto en base a modelamiento numérico, donde se afirma que para razones de W/H menores a 0.5 el confinamiento en una dimensión es lo suficientemente bajo para que el largo no influya en este. Además se propone que para valores de W/H mayores a 1.4 se recupera la fórmula de Wagner. Esta metodología será llamada ancho efectivo modificado para diferenciarlo del ancho efectivo propuesto por Wagner.

$$W_e = W + \left(4 \frac{Area}{Perímetro} - W \right) \times LBR \quad (18)$$

Donde se define el factor del beneficio del largo (LBR) según la razón W/H (Tabla 3).

Tabla 3: Valores para el LBR según la razón W/H del pilar

| Razón W/H | Length benefit ratio(LBR) |
|-----------|---------------------------|
| 0.5 | 0.00 |
| 0.6 | 0.06 |
| 0.7 | 0.22 |
| 0.8 | 0.5 |
| 0.9 | 0.76 |
| 1.0 | 0.89 |
| 1.1 | 0.96 |
| 1.2 | 0.98 |
| 1.3 | 0.99 |
| 1.4 | 1.00 |

Sin embargo como se dijo anteriormente, esta metodología no ha sido comprobada con datos de pilares sino con modelamiento numérico.

En la Figura 11 se muestra como se incrementa el ancho efectivo al incrementar el largo del pilar para un pilar de 5 metros de ancho. La metodología propuesta por Esterhuizen es la metodología más conservadora, entregando los valores más bajos. Estas tendencias son independientes del ancho.

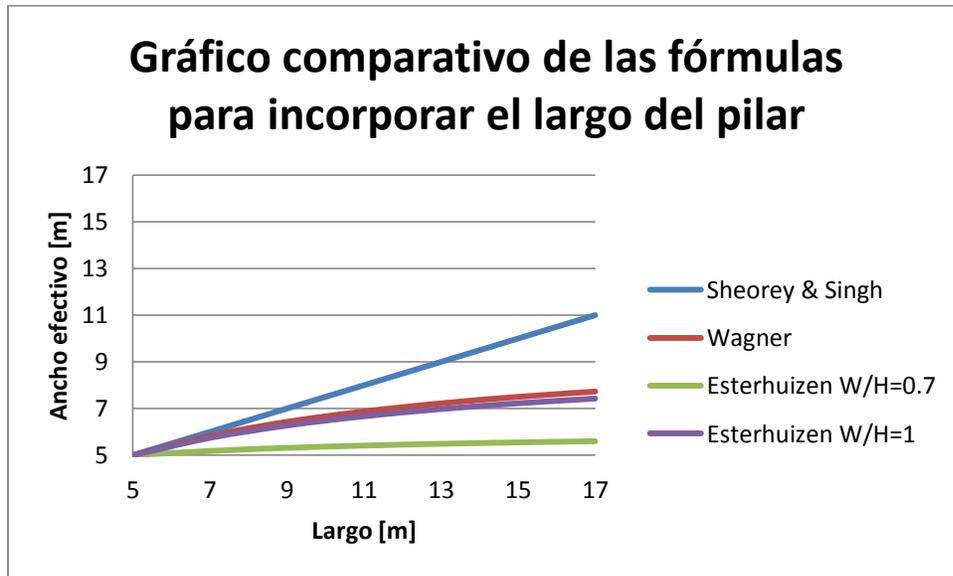


Figura 11: Comparación de las distintas metodologías para incorporar el largo del pilar

2.1.6. Determinación del esfuerzo sobre el pilar

El esfuerzo real actuando sobre el pilar es un parámetro difícil de determinar, por lo que se han desarrollado métodos para su estimación. Se revisarán dos métodos propuestos en la literatura, el método de área tributaria y el de modelamiento numérico.

El método de área tributaria asume que un pilar soportará la carga que se redistribuye luego de realizar una excavación. La carga sobre el pilar quedará en función del tamaño de la excavación y el tamaño del pilar (Figura 12 y Figura 13).

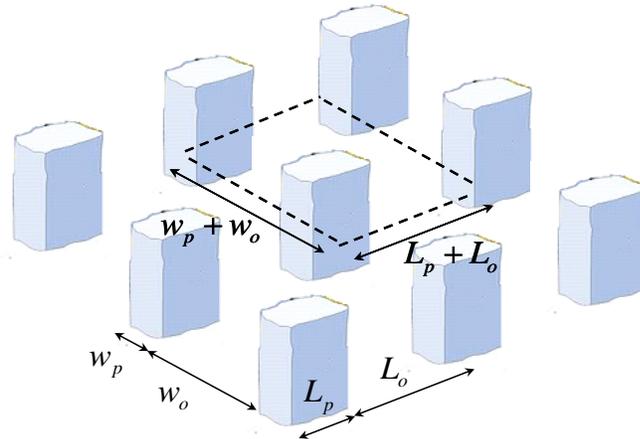


Figura 12: Representación del área tributaria de un pilar

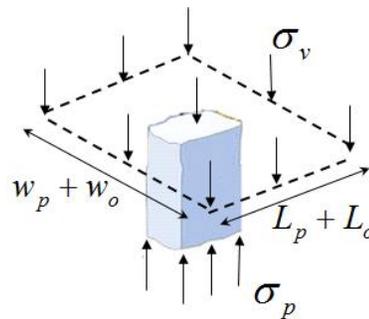


Figura 13: Representación del esfuerzo aplicado sobre un pilar según su área tributaria

Luego la ecuación general que utiliza esta metodología es la siguiente.

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{(W_p + W_o)(L_p + L_o)}{W_p L_p} \quad (19)$$

Dónde:

- σ_p es el esfuerzo aplicado sobre el pilar [MPa]
- σ_v es el esfuerzo vertical insitu [MPa]
- W_p, L_p son el ancho y largo del pilar respectivamente [m]
- W_o, L_o son el ancho y largo de la excavación respectivamente [m]

Además esta ecuación se puede expresar en términos de la recuperación [r].

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{1}{1-r} \quad (20)$$

Este método está diseñado para aplicarse en pilares que se encuentren dentro de un layout extensivo de manera de que la distribución de esfuerzos sea equitativa entre los pilares, cosa que no sucede en los extremos del layout. Además está diseñado para bajas profundidades, ya que

cuando la profundidad es significativa con respecto al ancho del layout, cierta parte de los esfuerzos verticales se desvía hacia el contorno del área abierta (bordes del yacimiento). Este método no considera las propiedades de deformación de la roca circundante relativo a la roca que compone los pilares.

Por otro lado se tiene el método de modelamiento numérico, el cual utiliza softwares computacionales para resolver el problema del esfuerzo aplicado al pilar. Estos modelos pueden incorporar la deformación dentro de sus cálculos mediante la teoría lineal elástica o la teoría plástica de deformación. Los modelos disponibles para resolver los problemas son:

- Elementos finitos
- Elementos de borde
- Diferencias finitas
- Elementos distintos
- Mezclas de 2 o más métodos.

En general, ningún método por si solo puede modelar en todos los aspectos a un sistema real, por lo que necesita de ciertas suposiciones antes de su aplicación, partiendo por el método de deformación a utilizar.

2.2. Fórmulas actuales para efecto escala y forma para ensayos de roca intacta en laboratorio

En la literatura se han propuesto diversas fórmulas para tratar este problema. Hoek & Brown propusieron en el año 1980 [16] un factor de escalamiento que depende solamente del ancho o diámetro del testigo de roca, mediante un ajuste a resultados de ensayos de laboratorio de manera gráfica como se muestra en la Figura 14. Los ensayos utilizados presentan una razón D/H=0.5 de manera de poder apreciar de mejor manera el efecto escala.

$$\frac{UCS_{50}}{\sigma_m} = \left(\frac{D}{50}\right)^{0.18} \quad (21)$$

Dónde:

- D es el diámetro del testigo ensayado en milímetros.
- UCS_{50} es la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta para un diámetro de 50 mm. y D/H=0.5.
- σ_m es la resistencia a la compresión uniaxial para el diámetro ensayado.

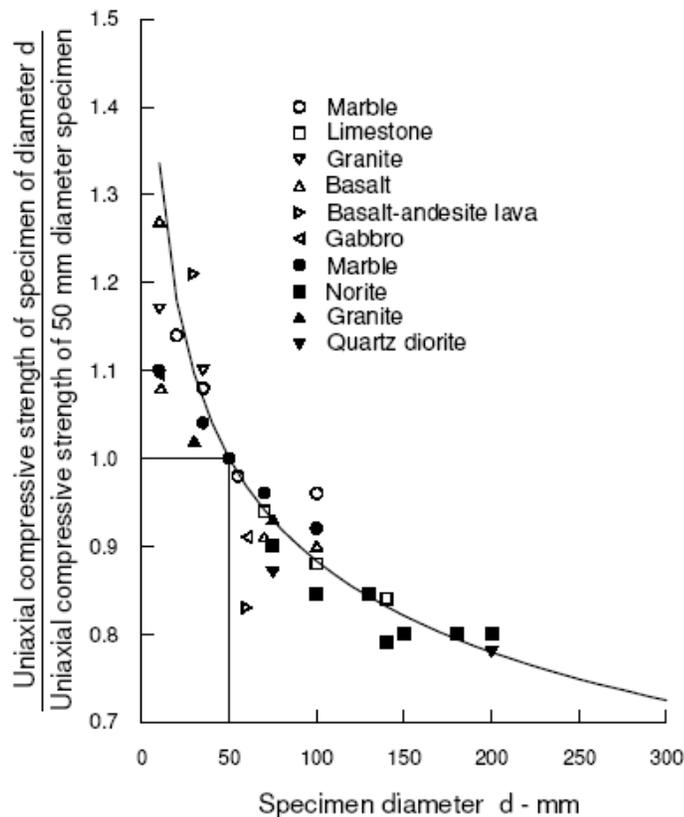


Figura 14: Gráfico de ensayos de laboratorio utilizados por Hoek & Brown (1980) para obtener su factor de escalamiento

Luego se plantea una serie de fórmulas [17] que incorporan solo el efecto forma. A continuación (Tabla 4) se muestran estas fórmulas, donde D y L son el diámetro y largo del testigo respectivamente, y ambos se encuentran en milímetros, los otros términos son iguales a la fórmula anterior. Se observa que las fórmulas presentan coeficientes muy similares.

Tabla 4: Ecuaciones para el escalamiento de la resistencia a la compresión uniaxial desarrollada con ensayos de laboratorio

| Autor | Fórmulas de laboratorio | |
|-------------------------------|--|------|
| Hobbs (1964) y Szlavin (1974) | $\frac{UCS_{50}}{\sigma_m} = \frac{1}{0.848 + 0.304 \frac{D}{L}}$ | (22) |
| Norma ASTM (D2938-79) | $\frac{UCS_{50}}{\sigma_m} = \frac{1}{0.88 + 0.24 \frac{D}{L}}$ | (23) |
| Protodyakonov (1969) | $\frac{UCS_{50}}{\sigma_m} = \frac{1}{0.875 + 0.25 \frac{D}{L}}$ | (24) |
| Turk (1986) | $\frac{UCS_{50}}{\sigma_m} = \frac{\left(\frac{D}{50}\right)^{0.18}}{0.868 + 0.265 \frac{D}{L}}$ | (25) |

La fórmula propuesta por Turk (1986) fue el resultado de combinar las fórmulas, y luego ser probada con una base de datos presentando buenos resultados.

Se observa que los coeficientes del efecto forma desarrollados para escala laboratorio difieren de los coeficientes desarrollados para escala de pilares, ya que estos últimos cumplen con $A + B = 1$, mientras que los primeros cumplen con la condición de que $A + 0.5B = 1$. Esta última condición permite que cuando se tiene una razón $D/H=0.5$ se logre recuperar el valor de la resistencia a la compresión uniaxial original ($D=50\text{mm}$ y $D/H=0.5$), mientras que la condición desarrollada para pilares no permite esto, por lo que dichos coeficientes no funcionan para escala de laboratorio.

3. METODOLOGÍA

A continuación se presentan los pasos propuestos a realizar para lograr los objetivos (Figura 15). Cada paso presenta su propia metodología o forma de llevarse a cabo.

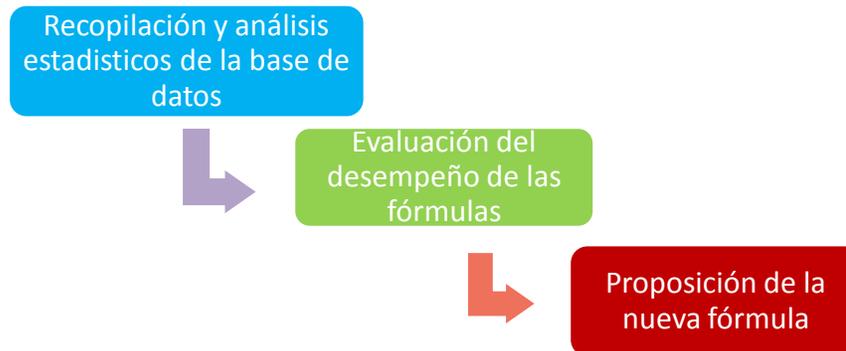


Figura 15: Esquema de la metodología propuesta para el cumplimiento de los objetivos.

3.1. Descripción de las bases de datos

En esta etapa se analizará estadísticamente la base de datos, de manera de poder establecer los alcances del problema, esto, debido a que el estudio de las fórmulas estará limitado a los casos de la base de datos.

Se cuenta con dos bases de datos, una base de datos con información sobre pilares y otra con información de ensayos de compresión uniaxial en laboratorio.

Las bases de datos a utilizar han sido recopiladas a partir de base de datos existentes en la literatura. Los ítems incorporados para la base de datos de pilares son:

- Ancho, W
- Largo, L
- Alto, H
- Razón ancho alto, W/H
- Resistencia a la compresión uniaxial, UCS
- Calidad del macizo rocoso dado por el Rock Mass Rating, RMR
- Tipo pilar
- Razón de extracción, r
- Presencia de relleno
- Profundidad, z
- Esfuerzo promedio sobre pilar, σ_p
- Método de estimación del esfuerzo promedio
- Esfuerzo/UCS
- Estado del pilar (Estable, Inestable, Fallado)

- Tipo de roca
- Método minero de extracción
- Origen de los datos

La condición de estabilidad de los pilares ha sido clasificada en tres estados o clases, cada clase lleva asociado un factor de seguridad (Tabla 5). Dicho factor de seguridad fue tomado según lo propuesto por Lunder [4].

Tabla 5: Condición de estabilidad de los pilares de la base de datos

| Clase | Descripción | F.S utilizado |
|--------------|---|----------------------|
| Estable | Estable, sin signos de fracturas por estrés | ≥ 1.4 |
| Inestable | Fracturas menores, desprendimiento de pilar | ≤ 1.4 |
| Fallado | Desintegración del pilar | ≤ 1.0 |

Por otro lado los pilares se encuentran clasificados según su forma en cuadrados, barrera y nariz (Figura 16). Los pilares cuadrados son aquellos pilares cuyo ancho es muy similar al largo. Se clasifican como pilares barrera a los pilares cuyo largo exceda a lo menos en dos veces el ancho del pilar y por último se tiene a los pilares nariz que son los pilares que presentan a lo menos un lado confinado.

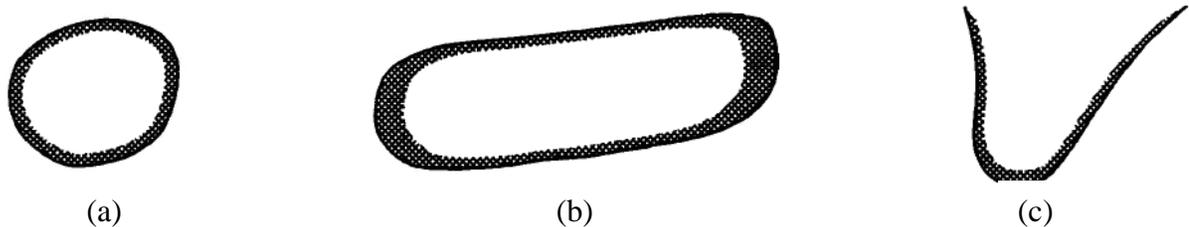


Figura 16: Esquema representativo de los tipos de pilares vistos en planta. (a) pilares cuadrados. (b) pilares barrera. (c) pilares nariz.

Por otro lado es necesario describir los métodos utilizados para obtener los esfuerzos sobre el pilar. En algunos casos, esta información viene presente en la base de datos de origen, y en otros casos es necesario calcularla. Para realizar el cálculo se utilizó la metodología de área tributaria.

Para la base de datos de ensayos de laboratorio se tiene la información de las dimensiones del testigo junto con el valor de su resistencia a la compresión uniaxial y el tipo de roca. Se

selecciona los tipos de roca que presenten características similares, es decir, sean todas rocas consideradas como duras.

3.2. Evaluación del desempeño de fórmulas

Para la evaluación del desempeño de cada una de las fórmulas presentadas en antecedentes se utiliza las bases de datos presentadas. Cada base de dato será tratada de forma distinta, para estudiar el desempeño a escala de pilares se utilizarán matrices de contingencia, mientras que para estudiar el desempeño a escala de laboratorio se analizará la diferencia entre la resistencia real del testigo versus la resistencia estimada por las fórmulas.

3.2.1. Evaluación de fórmulas para la base de datos a escala de pilares

De manera de poder determinar que formula se ajusta de una mejor manera a la base de datos a escala de pilares se emplearán matrices de contingencia. Dentro de las matrices de contingencia se definen las variables de verdadero positivo (TP), falso positivo (FP), falso negativo (FN) y verdadero negativo (TN) de acuerdo a lo que se esté analizando. Gráficamente, podemos representar cada una de las variables dentro de una matriz de contingencia de 2x2 (Figura 17).

| | | Estados reales | |
|---------------------|----------|----------------|----------|
| | | Positivo | Negativo |
| Estados hipotéticos | Positivo | TP | FP |
| | Negativo | FN | TN |

Figura 17: Representación generalizada de una matriz de contingencia de 2x2.

A partir de estos valores se obtienen las siguientes métricas:

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN} \quad (26)$$

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN} \quad (27)$$

Por un lado TPR mide la razón de pilares que fueron clasificados correctamente para un estado, siendo esta la razón de verdaderos positivos. Por otro lado, FPR es la razón de falsos positivos, es decir la razón de aquellos pilares que fueron mal clasificados negativos. Un desempeño perfecto de una formula se tendría cuando $TPR=1$ y $FPR=0$. Además para poder resumir el desempeño en una sola métrica se utilizan los "Skill Scores".

$$PSS = TPR - FPR \quad (28)$$

$$HSS = \frac{2(TP \times TN - FP \times FN)}{(TP + FN)(FN + TN) + (TP + FP)(FP + TN)} \quad (29)$$

Donde el PSS y el HSS son los "Skill Scores" propuestos por Peirce (1884) y Heidke (1926), respectivamente. Estas métricas ofrecen una comparación directa entre el método utilizado y uno aleatorio, adquiriendo valores entre -1 y 1. Valores iguales a 1 indican un desempeño perfecto, igual a cero presentan un desempeño igual a un calificador aleatorio, mientras que si toman valores menores que cero presentan un desempeño peor que un método aleatorio.

Además se tiene la precisión de la fórmula que indica el porcentaje de aciertos.

$$ACC = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} \quad (30)$$

Sin embargo, para poder aplicar este método, es necesario definir tres casos de análisis. Esto se debe a que se tienen tres clases y no dos como se presentó anteriormente. Según esto se definen los siguientes casos:

- Caso 1: Estado positivo = Estable
Estado negativo = Inestable + Fallado
- Caso 2: Estado positivo = Inestable
Estado negativo = Estable + Fallado
- Caso 3: Estado positivo = Fallado
Estado negativo = Estable + Inestable

Cada caso debe presentar igual número de población de manera de que se pueda realizar una comparación entre los valores.

La precisión global que presenta la fórmula se calcula realizando la suma de la diagonal de la matriz de 3×3 , donde se obtiene la razón en la cual los pilares fueron clasificados correctamente con respecto a toda la base de datos.

Adicionalmente, para evaluar el desempeño se utilizarán la técnica de gráficos de características de operativa del receptor (ROC)[18].

Para el estudio del efecto del largo en la resistencia del pilar, se aíslan los pilares barrera de manera de que todos los casos analizados presenten el largo mayor al ancho, de manera de evitar distorsiones de información por los pilares cuadrados. Además en gran parte de la base de datos solamente se tiene información del tipo del pilar, por lo que se asume un factor multiplicativo del ancho para estimar el largo. Para realizar esto se utilizan tres valores, en primera instancia se considera un largo de 2 veces el ancho ya que esta es el mínimo valor del largo para que un pilar sea considerado barrera según Lunder. Luego se utiliza un largo de 4 veces el ancho, ya que a partir de este valor es posible comenzar a considerar falla plana donde la deformación en el eje mayor es poco considerable con respecto al eje menor. Por último se utiliza un largo muy grande (sobre 1000) que señala que la dimensión del largo es mucho mayor al ancho.

3.2.2. Evaluación de fórmulas a escala de laboratorio.

Para realizar la evaluación de fórmulas a escala de laboratorio se empleará el coeficiente de determinación del modelo (R^2), el cual se calcula mediante la siguiente expresión:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y - \hat{y})^2}{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}} \quad (31)$$

Donde y son los datos observados, \hat{y} son los valores obtenidos de la fórmula analizada y n es la cantidad de datos analizados.

Este coeficiente entrega valores entre -1 y 1, siendo 1 una predicción perfecta y -1 que la fórmula no se ajusta a los datos observados.

3.3. Proposición y ajuste de una nueva fórmula

Una vez evaluadas las fórmulas actuales, se utilizarán las fórmulas o estructuras que presenten mejores resultados para las bases de datos a escala de laboratorio y pilares, se propondrá una nueva fórmula general, la cual será ajustada a la base de datos.

Para realizar el ajuste de los parámetros definidos en el formulismo, se procede a dividir la base de datos en 2 poblaciones, una que contiene $2/3$ de los datos y la otra el tercio restante. Con los $2/3$ de los datos se realiza el ajuste de los parámetros, para luego aplicar al tercio restante de manera de comprobar que la fórmula ajustada presente buenos resultados o no.

La base de datos es separada de manera de mantener algunas características propias de la base de datos total. Dichas características son determinadas con el análisis estadístico de los datos, y corresponde a aquellas variables que pueden presentar algún sesgo al momento de separar los datos.

Para ajustar los parámetros se utiliza la función solver de Excel, donde se busca maximizar los valores para el PSS de los 3 casos (estable, inestable, fallado) en conjunto con el R^2 . Para lograr esto se maximiza uno de ellos, con la restricción de que los otros tres factores solo pueden aumentar, este procedimiento se realiza iterativamente hasta que los valores ya no presenten cambios.

4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS BASES DE DATOS

4.1. Base de datos de pilares

La base de datos de pilares cuenta con un total de 402 datos de los cuales 267 presentan información completa, es decir presentan información en todas las variables indicadas en 3.1. La base de datos recolectada proviene de diversos países, como España, Canadá, Estados Unidos, Sudáfrica y Suecia.

Tabla 6: Base de datos de pilares junto con sus métodos de explotación y referencias.

| Referencia | Método de extracción | Total |
|---|----------------------|------------|
| González et al, 2006 [11] | Room and Pillar | 61 |
| Lunder (1994) [4] | Room and Pillar | 65 |
| | Sublevel Stopping | 47 |
| US Stone Mines Data (Spillar) (2010) [15] | Room and Pillar | 86 |
| Potvin (1985) [19] | Sublevel Stopping | 8 |
| Total | | 267 |

De la Tabla 6 es posible observar que el análisis involucra principalmente a los métodos de explotación Room and pillar y Sublevel Stopping.

La Tabla 7 presenta las estadísticas básicas de los factores más determinantes en la estabilidad del pilar. En anexo A se presentan estadísticas de factores adicionales.

Tabla 7: Estadísticas básicas de la base de datos de pilares completa

| | Ancho, W [m] | Altura, H [m] | Largo, L [m] | Profundidad, z [m] | RMR | UCS [MPa] |
|---------------------|--------------|---------------|--------------|--------------------|------|-----------|
| Promedio | 13.9 | 16.7 | 19.6 | 285.6 | 69.8 | 138.4 |
| Mínimo | 2.6 | 3.5 | 3.1 | 2 | 50 | 44 |
| Máximo | 61 | 150 | 90 | 1000 | 84 | 316 |
| Desviación estándar | 7.6 | 23 | 15.2 | 236.5 | 5.8 | 58.7 |
| Moda | 15 | 4 | 15.2 | 600 | 70 | 172 |

La Figura 18 a la Figura 23 presentan los histogramas de las variables indicadas anteriormente.

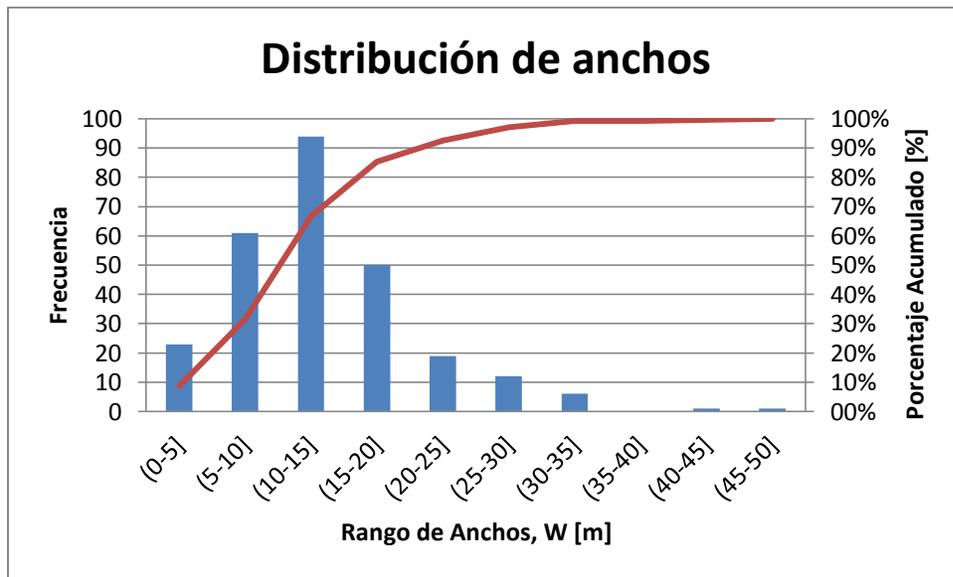


Figura 18: Histograma de anchos, W

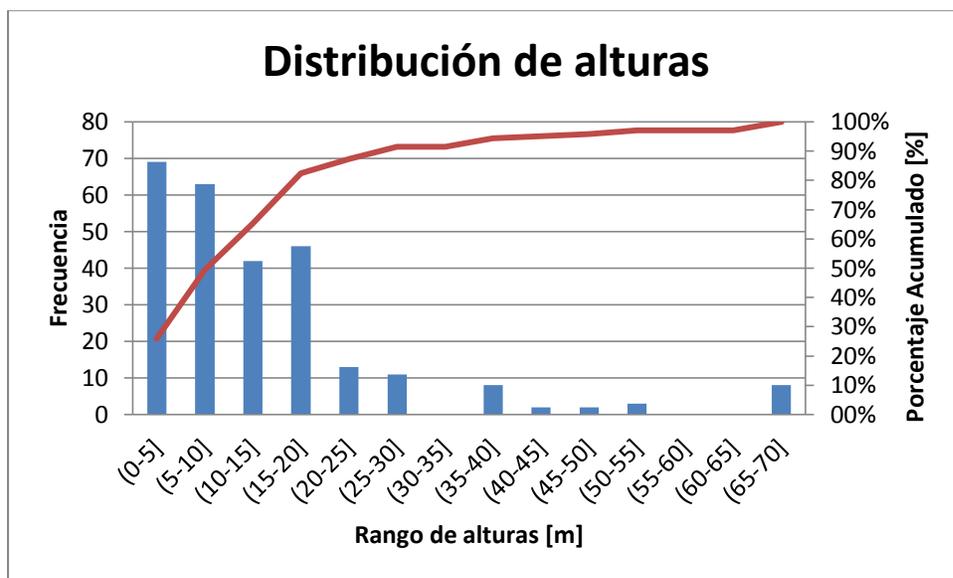


Figura 19: Histograma de la altura de los datos, H

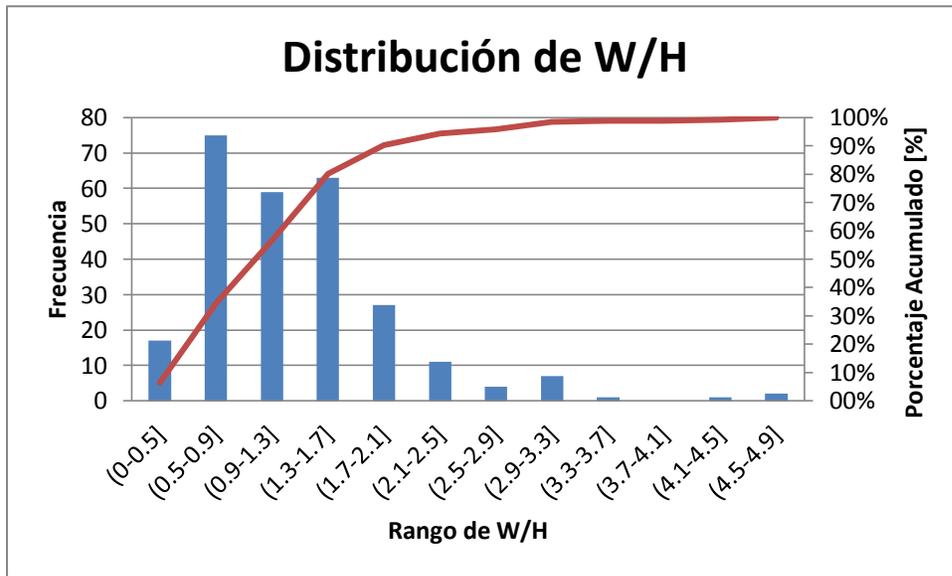


Figura 20: Histograma de la razón W/H

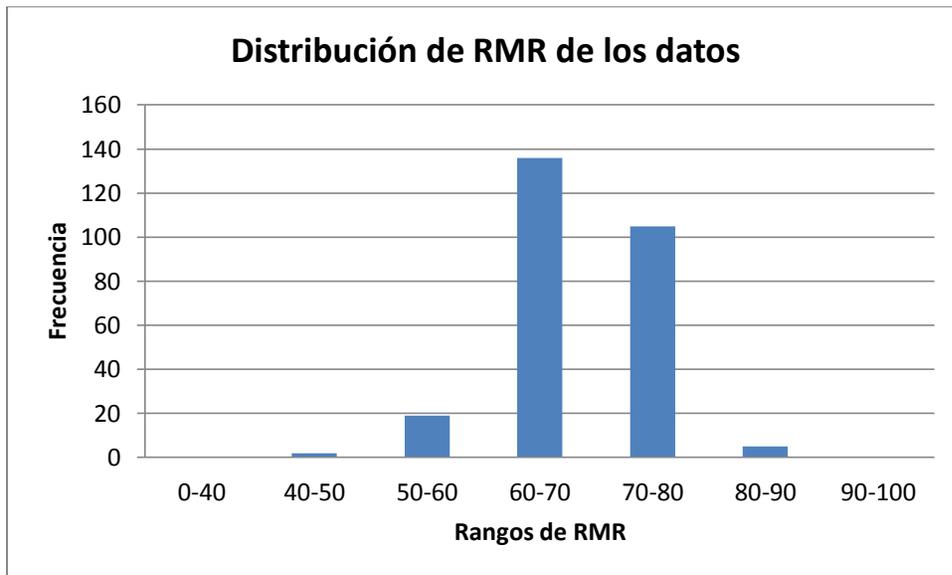


Figura 21: Histograma de la calidad de roca según RMR

Para la distribución de RMR se tiene una gran cantidad de casos con valor 70 lo que hace que la frecuencia del rango de este valor sea bastante elevado, esto podría generar una distorsión en las formulas ya que los rangos no están representados de igual forma y se estaría ajustando una fórmula con una mayor cantidad de información para ciertos rangos.

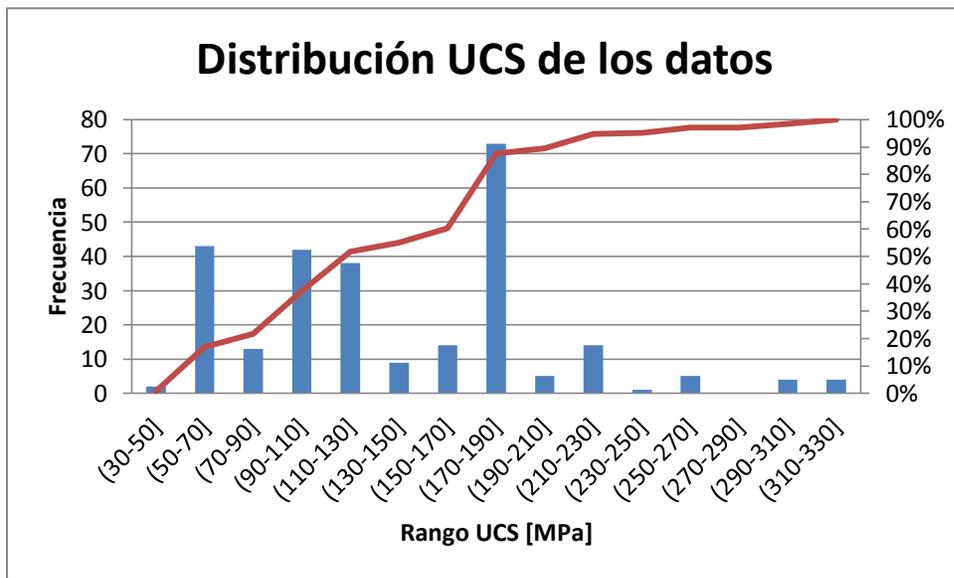


Figura 22: Histograma de la resistencia a la compresión uniaxial, UCS

Se observa una amplia distribución de esta variable, concentrándose cerca de un 90% de los datos bajo 190 [MPa].

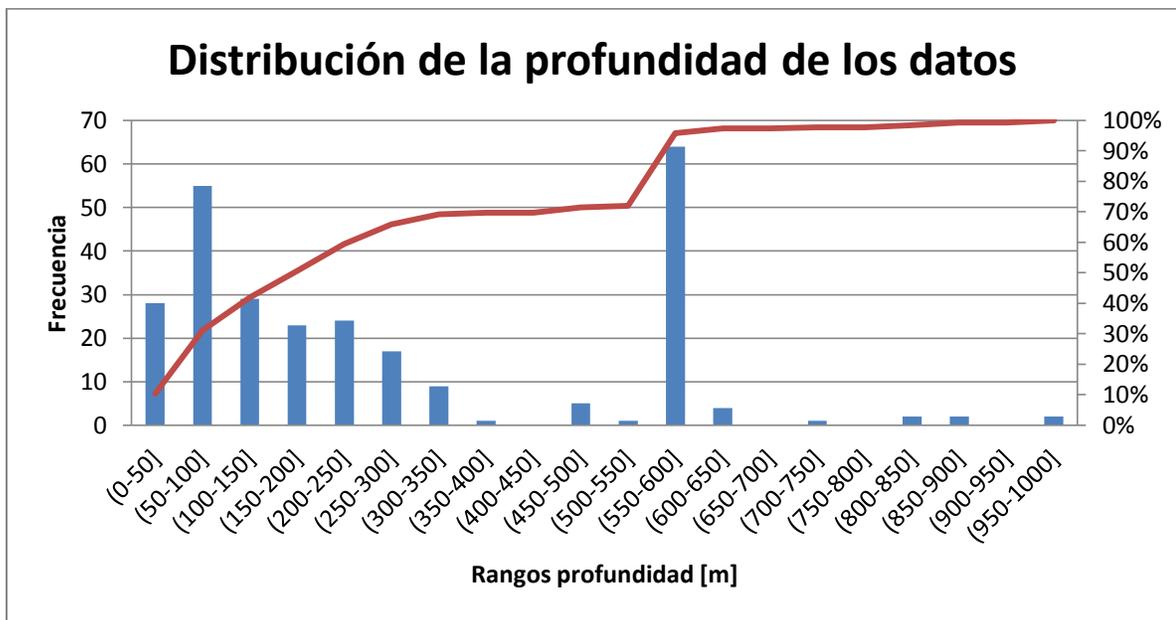


Figura 23: Histograma de la profundidad, z.

Cerca del 70% de los casos de pilares no excede los 350 metros de profundidad. Sin embargo se encuentra una gran cantidad de pilares a 600 metros de profundidad. Debido a esto se tiene cuidado al analizar el rango de profundidad de validez de las fórmulas ya que puede que para mayores profundidades no se ajuste bien.

La Figura 24 presenta la distribución de los datos según tipo y condición de estabilidad, donde se observa que la gran mayoría de pilares son estables, y dentro de estos la mayor cantidad son cuadrados. En menor proporción se encuentran pilares inestables y en falla, sin embargo la distribución de tipos de pilares de estos estados es bastante homogénea, siendo levemente superior los pilares cuadrados.

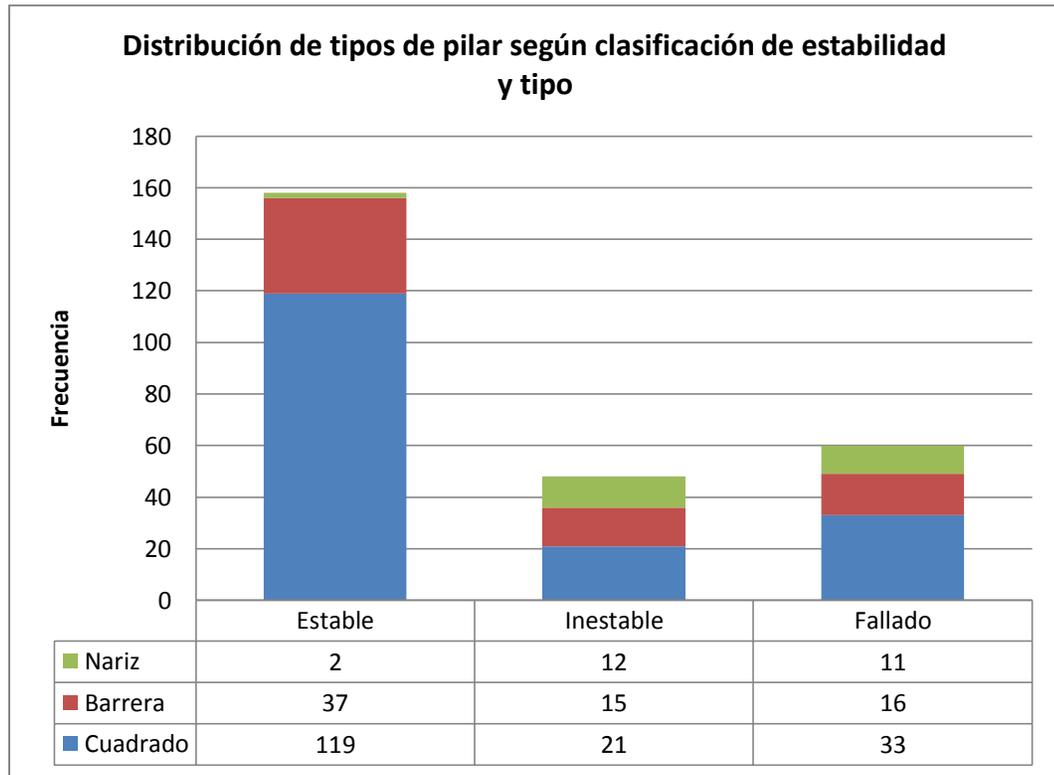


Figura 24: Distribución de los pilares según su clasificación de estabilidad y tipo

La Figura 25 presenta la distribución de los esfuerzos a los que son sometidos los casos en función de su forma (W/H). Se tiene una clara tendencia de un aumento del esfuerzo sobre el pilar al aumentar la razón W/H del pilar. No se observa claramente un claro límite entre los tres estados, ya que el estado inestable se encuentra superpuesto a los otros dos estados, sin embargo si se observa una clara separación entre los estados estable y fallado, por lo que se esperaría una buena clasificación de estas clases. Por otro lado se observa que la gran mayoría de los pilares se encuentran en el rango de W/H de 0.5 a 3.

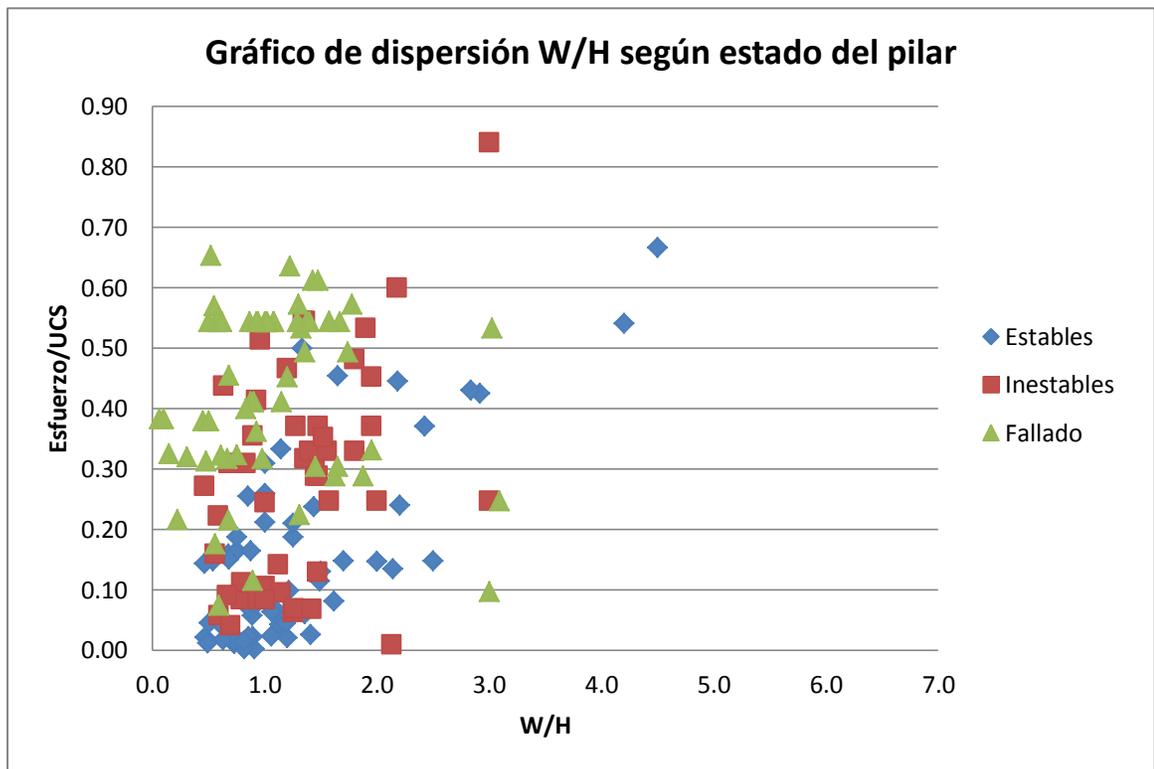


Figura 25: Gráfico de dispersión de la carga de los pilares según su razón W/H.

4.2. Base de datos de ensayos de laboratorio

Esta base de datos fue recopilada de diversas fuentes bibliográficas y presenta una gran variedad de rangos para el diámetro y la razón H/D (Tabla 8). Esto entrega un amplio espectro de valores para estimar el efecto forma y de escala en ensayos de laboratorio.

Tabla 8: Resumen de los datos de laboratorio

| Roca | UCSD=50mm , H/D=2 (MPa) | D (mm) | H/D | Cantidad | Tipo de roca | Referencia |
|--------------------------|-------------------------------|-----------|---------|----------|--------------|------------|
| Salida Granite | 326.5 | 25-76 | 2:1 | 3 | Ígnea | [20] |
| Lac du Bonnet Granite | 192 | 64-588 | 2:1 | 8 | Ígnea | |
| Saajome andesite | 95 | 24-70 | 2:1 | 5 | Ígnea | |
| Carthage Marble | 108.2 | 25-126 | 2:1 | 5 | Metamórfica | |
| Marble 1 | 11.6 | 21-100 | 2:1 | 4 | Metamórfica | [21] |
| Limestone | - | 70-140 | 2:1 | 3 | Sedimentaria | [22] |
| Granite | - | 10-75 | 2:1 | 4 | Ígnea | [23] |
| Basalto | - | 10-100 | 2:1 | 4 | Ígnea | [22] |
| Basalto-andesita lava | - | 30-59 | 2:1 | 2 | Ígnea | [22] |
| Gabro | - | 60 | 2:1 | 1 | Ígnea | [22] |
| Marble 2 | - | 10-100 | 2:1 | 5 | Metamórfica | [22] |
| Norita | - | 75-200 | 2:1 | 7 | Ígnea | [6] |
| Quartz diorite | 30.7 | 75-200 | 2:1 | 2 | Ígnea | [24] |
| Pyroxenite | 124.7 | 10-150 | 0.3:3 | 78 | Ígnea | [25] |
| REEF | 106.3 | 10-150 | 0.3:3 | 78 | | |
| Anorthosite | 140.2 | 10-150 | 0.3:3 | 90 | Ígnea | |
| Marble 3 | 53.2 | 20-67 | 0.2-2.5 | 280 | Metamórfica | [26] |
| Total | 30.7 - 326.5 | 10-588 | 0.2-2.5 | 579 | - | - |

La Figura 26 presenta un gráfico de distribución de la resistencia a la compresión uniaxial con respecto a los diámetros de los ensayos de laboratorio.

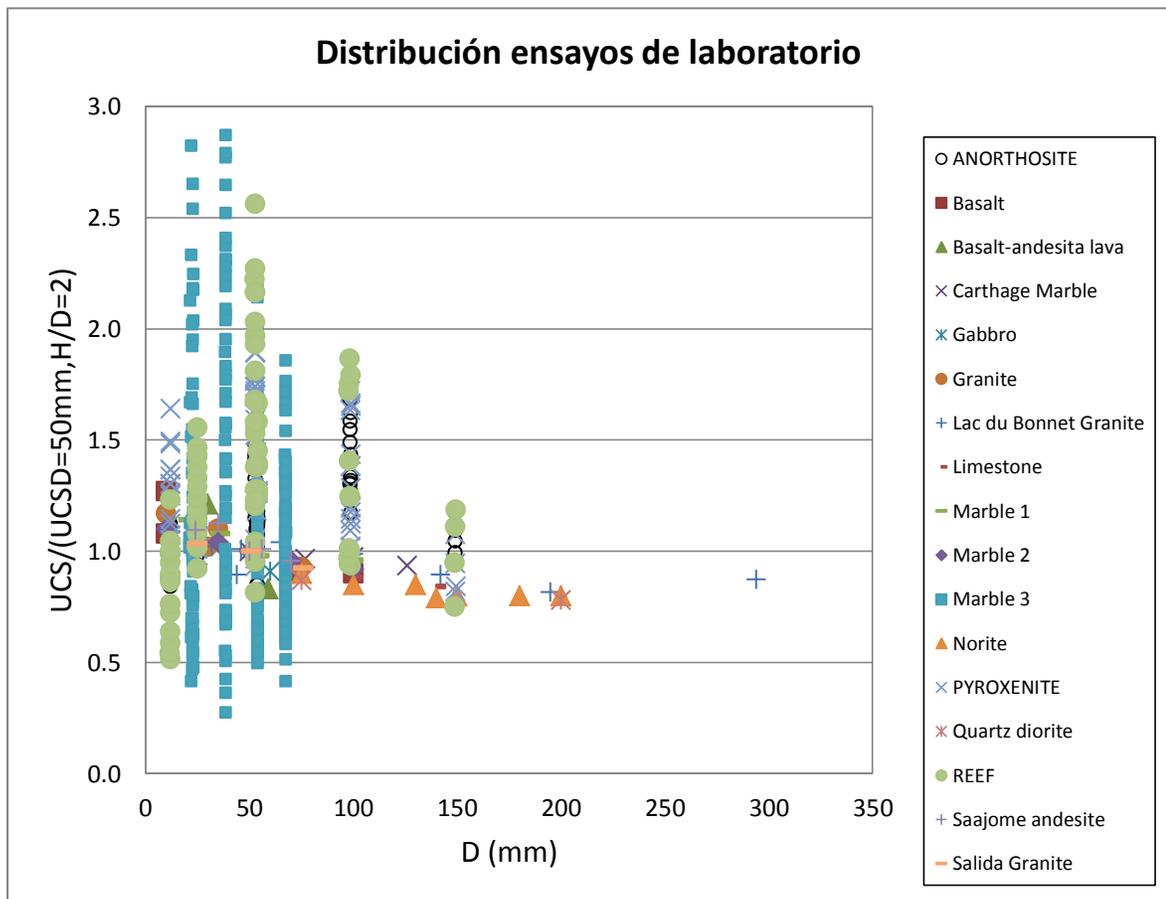


Figura 26: Resistencia a la compresión uniaxial de los testigos en función de su diámetro para variar razones de H/D.

En el gráfico anterior se observa que a medida que aumenta el diámetro de la muestra disminuye su resistencia. Esto concuerda con el efecto de escala de Hoek & Brown y se esperara que los pilares siguieran una tendencia similar.

5. ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE FÓRMULAS

El estudio del desempeño de las fórmulas se divide en tres partes. Primero se determina el desempeño de las fórmulas actuales para el diseño de pilares aplicadas a la base de datos de pilares. Luego se analizan las fórmulas de laboratorio con los ensayos de laboratorio. Por último se realiza un análisis cruzado para ver el desempeño de fórmulas de pilares aplicadas a laboratorio y viceversa. Con esto se quiere determinar si es que las fórmulas existentes presentan buenos desempeños para realizar escalamiento de la resistencia a la compresión uniaxial tanto a escala de laboratorio como a escala de pilares.

5.1. Desempeño de fórmulas actuales para el diseño de pilares aplicadas a la base de datos de pilares.

5.1.1. Fórmulas actuales de pilares utilizando el ancho

Las Figura 27 a la Figura 29 presentan las métricas obtenidas de las matrices de contingencia, donde se compara la razón de verdaderos positivos versus la razón de falsos positivos. Las fórmulas que presenten buenos resultados se deben ubicar por sobre la frontera que delimita $FPR=TPR$. Entre más cercano a la esquina superior izquierda se encuentre, mejor desempeño presenta.

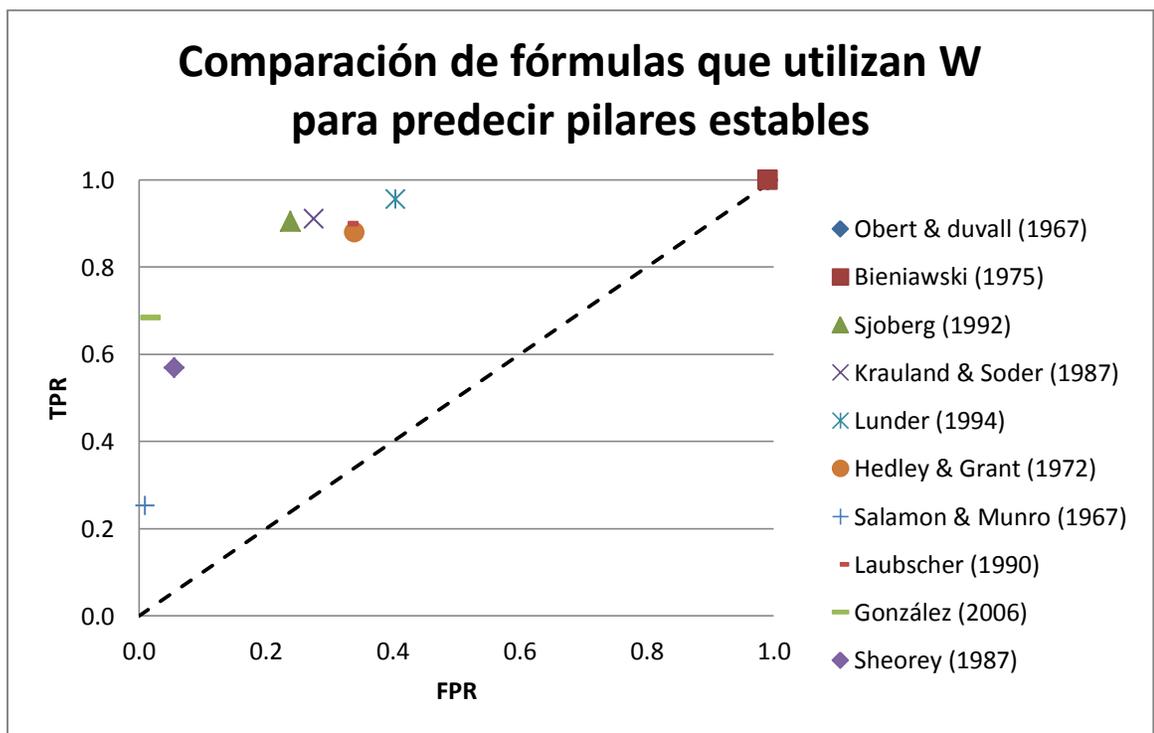


Figura 27: Comparación del desempeño de las fórmulas que utiliza W para predecir pilares estables.

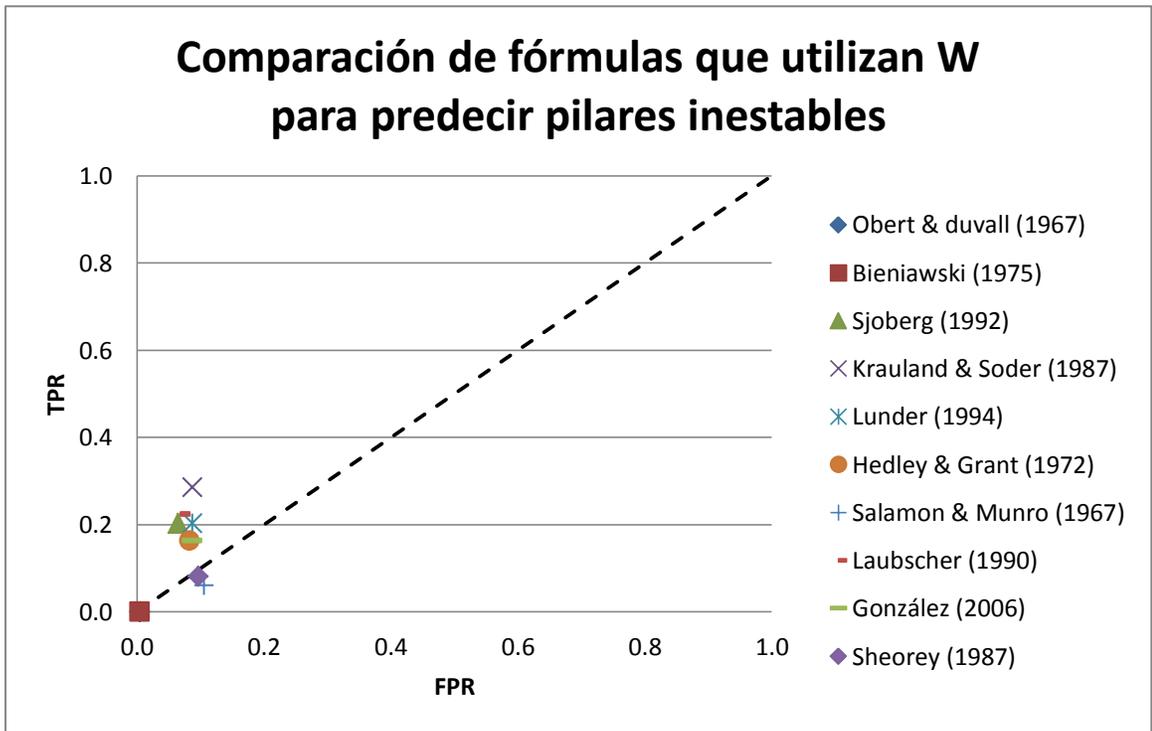


Figura 28: Comparación del desempeño de las fórmulas que utiliza W para predecir pilares inestables.

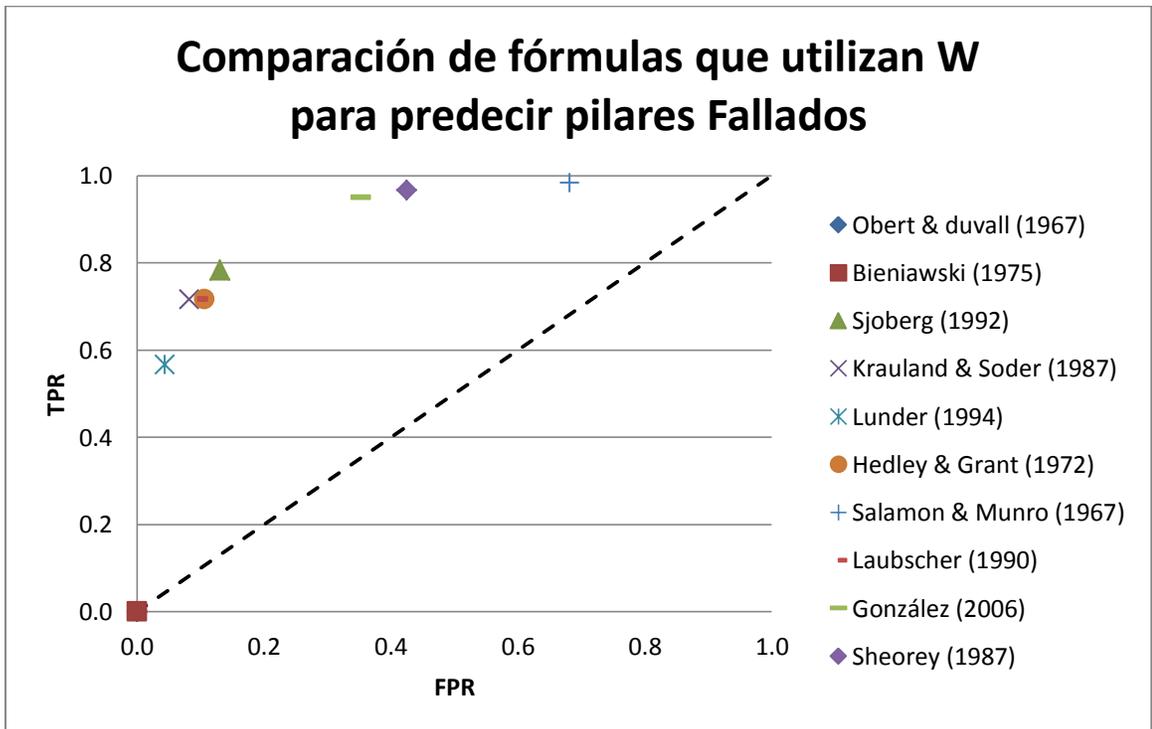


Figura 29: Comparación del desempeño de las fórmulas que utiliza W para predecir pilares fallados.

Todas las fórmulas que se encuentren por debajo de la recta $FPR=TPR$ presentan un comportamiento peor que el de un clasificador aleatorio por lo que pueden ser descartadas inmediatamente. Con esto descartamos las formulas de Obert & Duvall, Bieniawski, Salamon & Munro y Sheorey. Esto se debe a que por lo menos en una categoría presentan un comportamiento igual o peor al de un clasificador aleatorio.

Por otro lado, se observa que las metricas obtenidas en el caso de pilares inestables son bastante bajas para todas las fórmulas.

En la Figura 30 se muestra los valores del Pierce Skill Score (PSS) para las distintas fórmulas. Estos valores permiten comparar de mejor forma el desempeño de las fórmulas para el diseño de pilares.

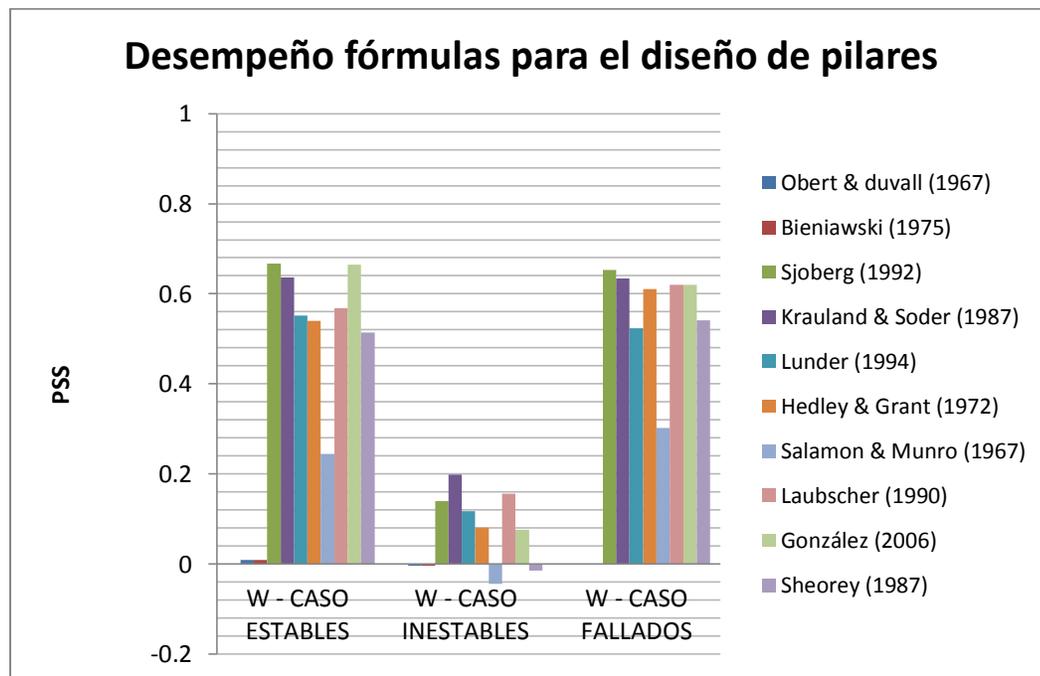


Figura 30: Gráfico comparativo de los desempeños de las fórmulas para pilares según el Pierce Skill Score

Se observa que para el caso de pilares estables destacan tres fórmulas. En primer lugar, con un $PSS=0.67$, se encuentran las fórmulas de Sjoberg y González, mientras que en tercer lugar se encuentra la fórmula propuesta por Krauland y Soder con un $PSS=0.64$. Se obtiene que las fórmulas de Lunder o Laubscher no se acercan a los desempeños alcanzados por estas tres fórmulas.

Ahora, si se analiza el caso donde se deben clasificar los pilares como fallados se tiene una mayor cantidad de fórmulas que resaltan con un desempeño similar. Las fórmulas de Sjoberg y Krauland & Soder presentan los mejores desempeños con un $PSS=0.65$ y $PSS=0.63$ respectivamente. Además destacan las fórmulas de Laubscher y González con un desempeño levemente inferior de $PSS=0.62$.

Al analizar en conjunto los tres casos (estable, inestable, fallado) tres fórmulas presentan desempeños consistentemente más elevados, estas son:

- Sjoberg
- Krauland y Soder
- González

Por último, se analiza la precisión global de cada fórmula como lo muestra la Tabla 9.

Tabla 9: Valores de la precisión global para cada fórmula.

| Fórmula | Precisión |
|------------------|-----------|
| Obert & Duvall | 0.59 |
| Bieniawski | 0.59 |
| Sjoberg | 0.75 |
| Krauland & Soder | 0.75 |
| Lunder | 0.73 |
| Hedley & Grant | 0.38 |
| Salamon & Munro | 0.73 |
| Laubscher | 0.73 |
| González | 0.65 |
| Sheorey | 0.57 |

La precisión global de cada fórmula indica el porcentaje de pilares que fueron clasificados correctamente con respecto a la cantidad de pilares totales. Se observa que de las fórmulas antes destacadas la que presenta la menor precisión es la fórmula de González. Sin embargo, esta fórmula incorpora en su estructura la calidad del macizo rocoso lo que permite tener una diferenciación para los distintos rangos de RMR, lo cual podría permitir un rango más amplio de aplicación en cuanto a calidad de roca que otras fórmulas.

Para incorporar la calidad del macizo rocoso en el análisis se crean rangos que tengan poblaciones lo más parecidas posibles en cantidad, de manera de poder generar métricas comparables. Los rangos utilizados se muestran en la Figura 31.

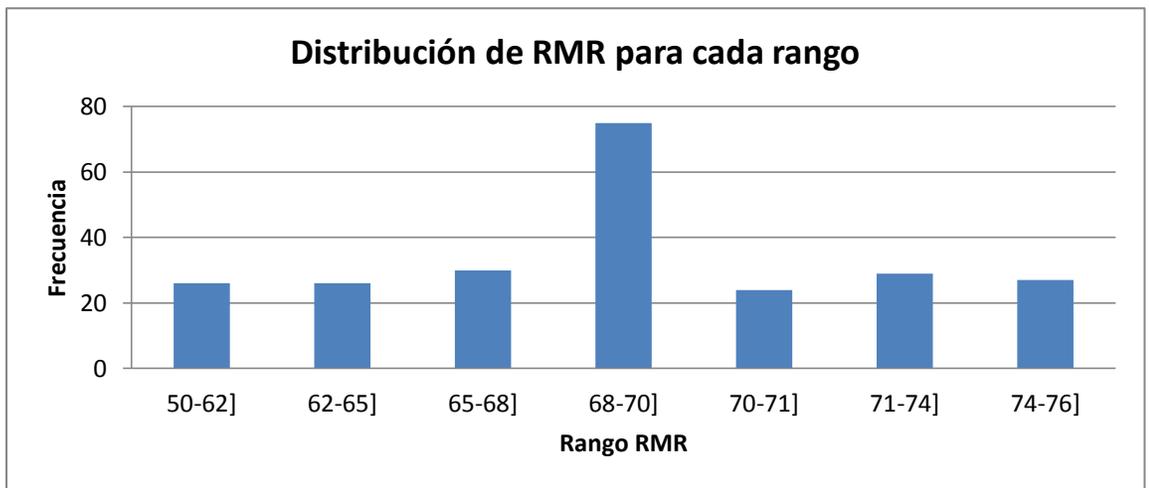


Figura 31: Histograma para rangos de RMR con cantidades similares de datos

Las Figura 32 y Figura 33 presentan el desempeño y precisión de las fórmulas para el caso de pilares estables respectivamente.

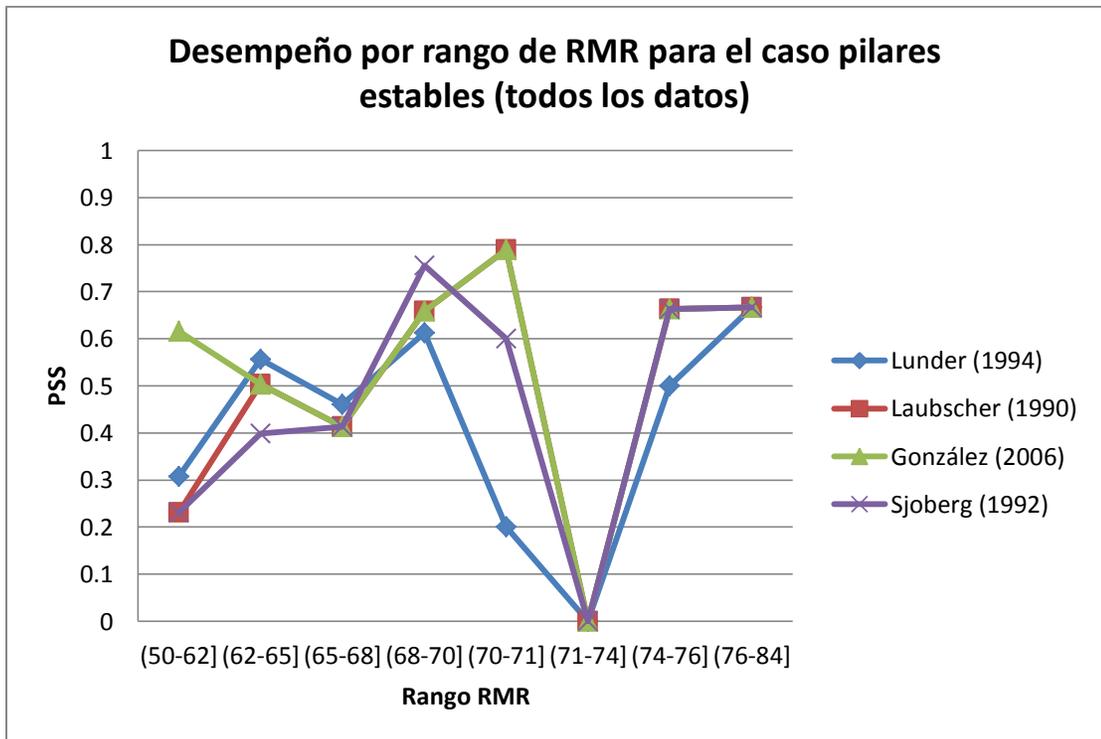


Figura 32: Desempeño de las fórmulas por rango para el caso de pilares estables.

Los valores de desempeño igual a cero mostrados en el rango del 71 al 74, se deben a que en este rango todos los pilares son clasificados como estables por lo que las metricas se distorsionan.

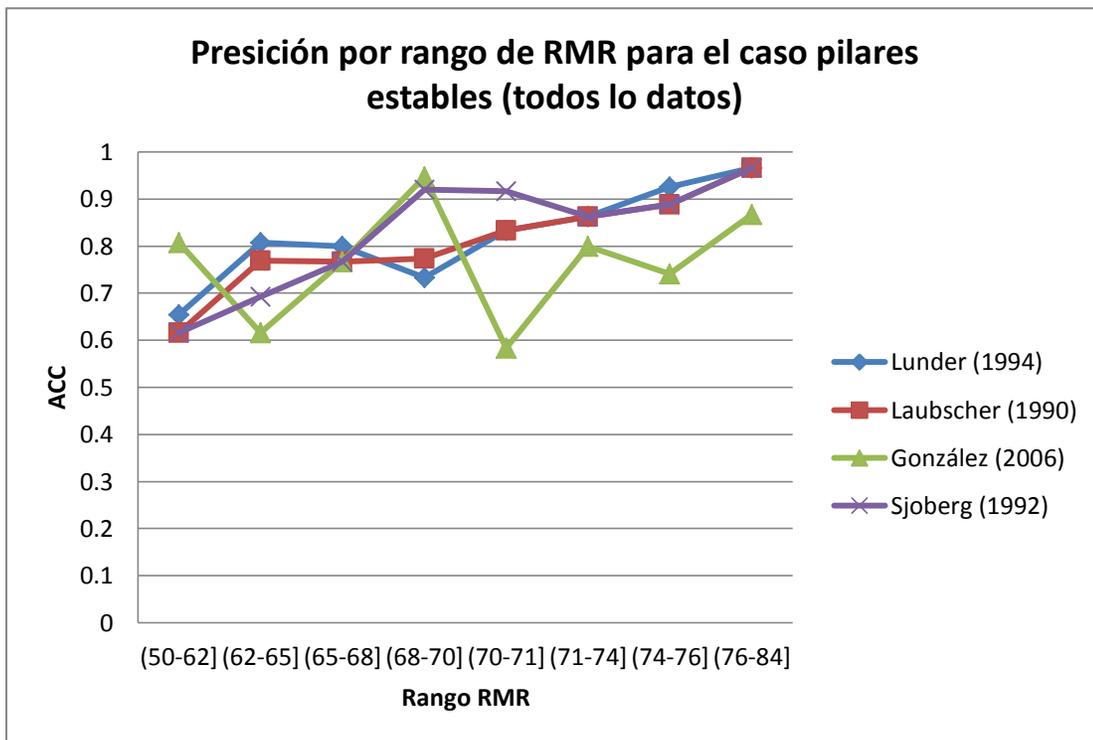


Figura 33: Precisión de las fórmulas para los distintos rangos para predecir pilares estables.

En los gráficos anteriores sobresale el hecho de que la fórmula propuesta por González presenta mejores desempeños para calidad de roca menores, específicamente en el menor de los rangos, mientras que el método propuesto por Sjoberg presenta un incremento ascendente cuando aumenta la calidad de la roca. De este gráfico se obtiene que el método para incorporar la calidad del macizo rocoso propuesto por González presenta mejores desempeños que el propuesto por Laubscher y supera a los métodos que no incorporan este factor.

Se observa además que las fórmulas que no incorporan el RMR dentro del escalamineto presentan desempeños y precisiones crecientes a medida de que aumenta la calidad de la roca para pilares estables, por lo que se puede inferir que dichas fórmulas fueron propuestas a base de pilares con buena calidad de roca.

En la Figura 34 se observa que para el caso de pilares fallados el desempeño disminuye al aumentar la calidad de la roca. Todas las fórmulas siguen una tendencia bastante similar por lo que no se destaca ninguna por sobre la otra.

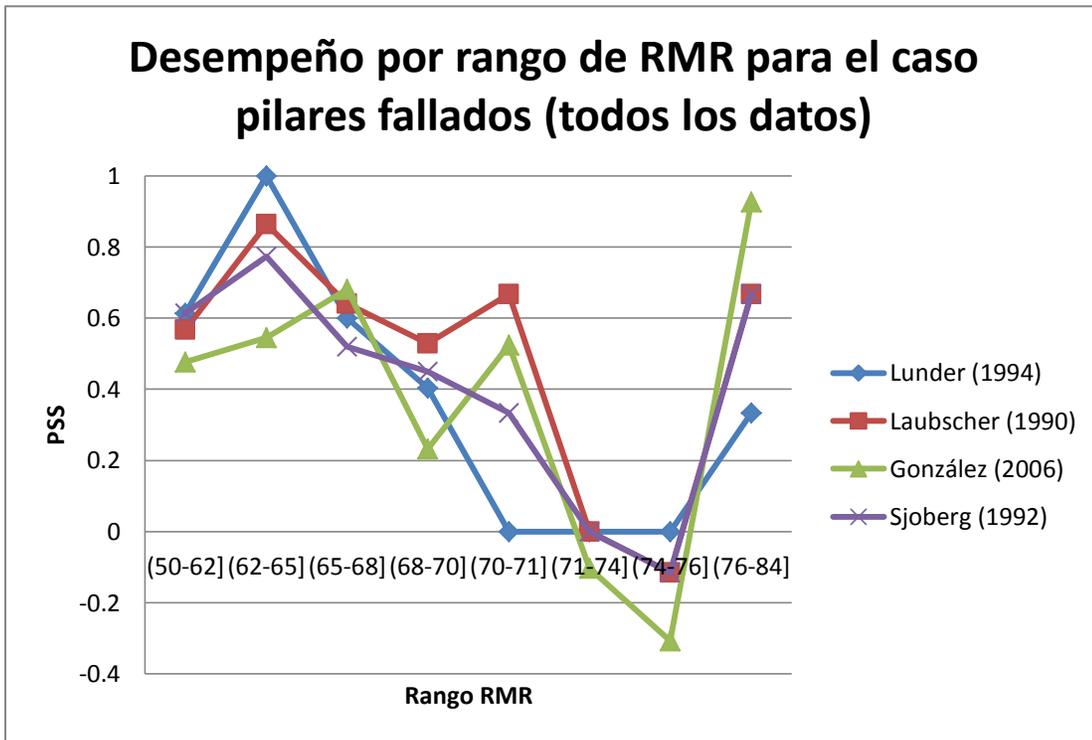


Figura 34: Desempeño de las fórmulas por rango para el caso de pilares fallados

Cuando se analiza la precisión de las fórmulas para el caso de pilares fallados (Figura 35) se observa que la fórmula de González presenta valores más bajos que las otras fórmulas.

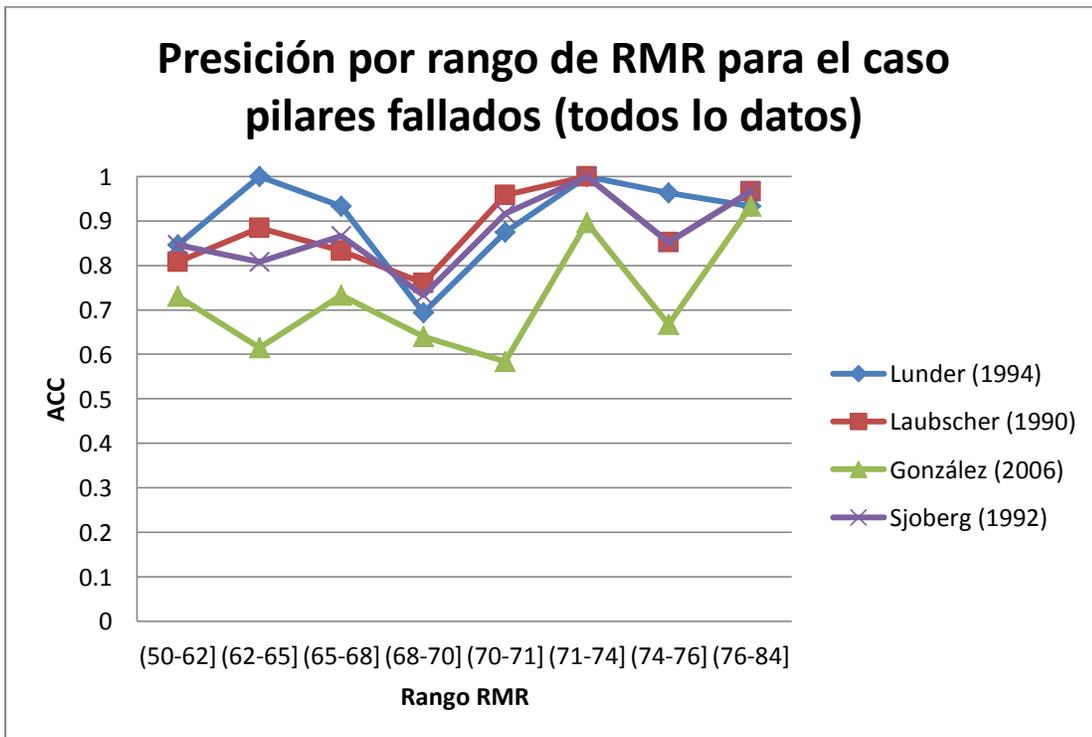


Figura 35: Precisión de las fórmulas para los distintos rangos para predecir pilares fallados

Para ver los valores del caso de pilares inestables ver Anexos C.

Con esos valores se puede determinar que las fórmulas necesitan incorporar la calidad de la roca de manera de entregarles consistencia y ampliar el rango de aplicación.

5.1.2. Estudio de fórmulas para incorporar el efecto del largo

Para estudiar el efecto del largo en la resistencia de pilares, se procedió a aislar los pilares barrera de manera de estudiar cómo afecta esta variante sin verse afectado por la gran cantidad de pilares cuadrados. Se tiene un total de 69 pilares barrera. Además, solo se estudian los casos donde se clasifican los pilares como estables y el caso de pilares fallados. No se estudia el caso de pilares inestables debido a los bajos desempeños mostrados por todas las fórmulas. Tal como se explicó en el capítulo 3.2.1 se presentan tres situaciones.

Para el primer caso, donde se considera el largo como dos veces el ancho, se tienen los siguientes resultados con respecto al desempeño (Figura 36 y Figura 37).

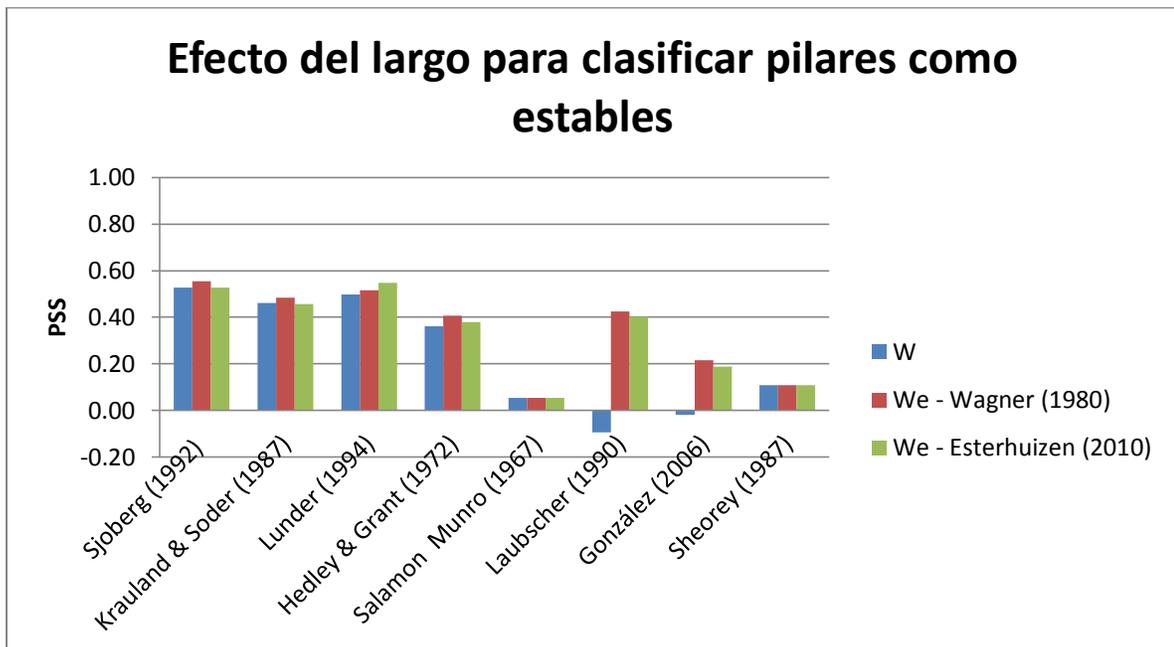


Figura 36: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares estables y $L=2*W$

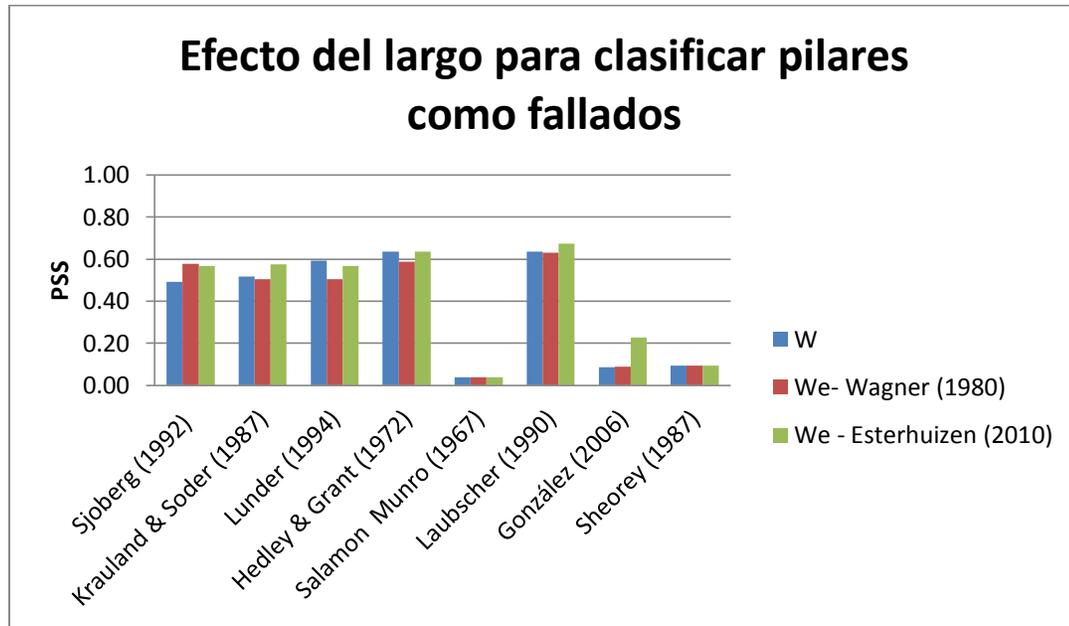


Figura 37: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares fallados y $L=2*W$

De los gráficos anteriores, se puede concluir que al utilizar el ancho efectivo al momento de clasificar el pilar según su estado, permite mejorar los desempeños en la gran mayoría de las fórmulas. Sin embargo, se tienen los casos de las fórmulas propuestas por Lunder y Hedley & Grant que al utilizar el ancho efectivo de Wagner disminuyen su desempeño en el caso de los pilares en falla. Esto se debe a que con estas fórmulas el aumento de la resistencia del pilar debido al efecto del largo es tan significativo que pilares que antes se clasificaban como fallados pasaron a clasificarse como inestables o estables. Es posible observar que este fenómeno no es tan importante cuando se utiliza el método propuesto por Esterhuizen. En el lado contrario se observa que las fórmulas de González y Laubscher aumentan su desempeño considerablemente cuando se utiliza el ancho efectivo (Wagner o Esterhuizen).

La Figura 38 y Figura 39 presentan los resultados cuando se considera $L = 4 \times W$.

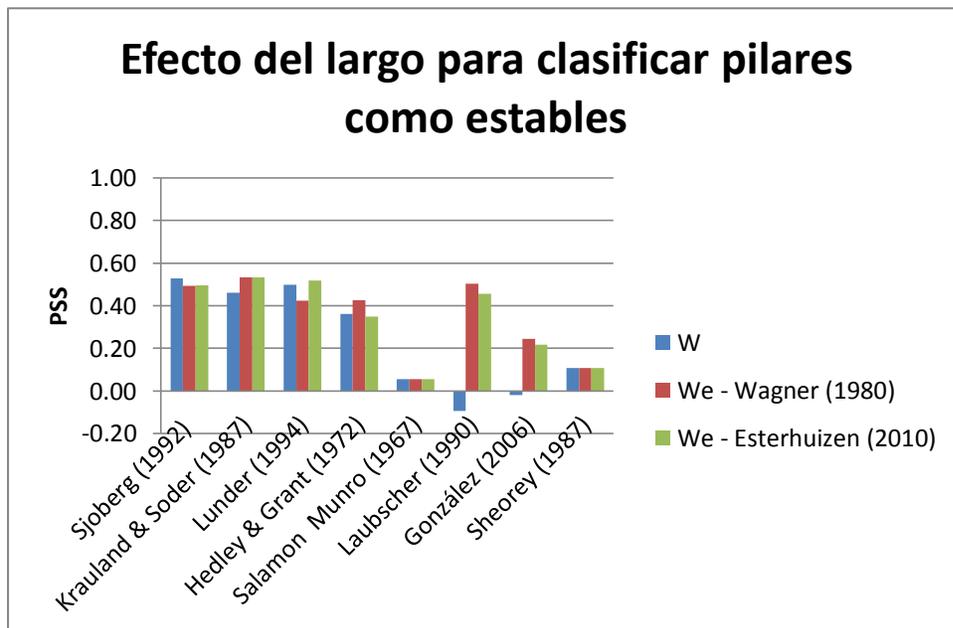


Figura 38: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares estables y $L=4*W$

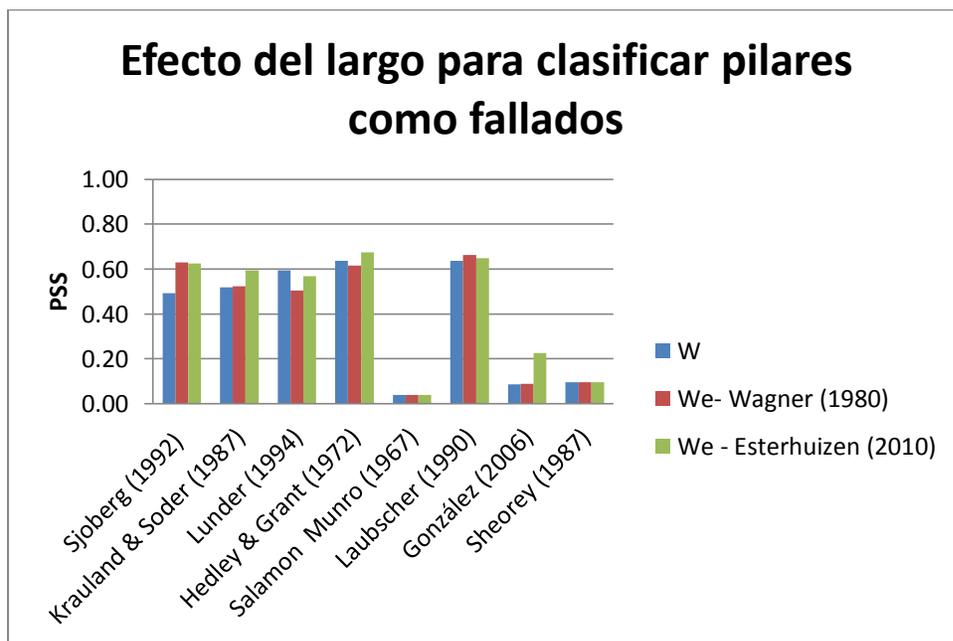


Figura 39: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares fallados y $L=4*W$

Es posible observar que se repite el fenómeno donde 2 fórmulas presentan un menor desempeño al incorporar el ancho efectivo propuesto por Wagner y mejoran al utilizar el ancho efectivo de Esterhuizen. Este fenómeno se observa tanto para el caso de pilares estables como fallados. Esto se debe a que la razón de falsos positivos aumenta al considerar un largo mayor. Es decir, la resistencia aumenta de tal forma que una mayor cantidad de pilares son clasificados como

estables. Esto se ve corregido al utilizar la fórmula de Esterhuizen que incorpora el largo de una manera mas conservadora.

Por último, se presentan los resultados para un largo infinito o muy grande (Figura 40 y Figura 41).

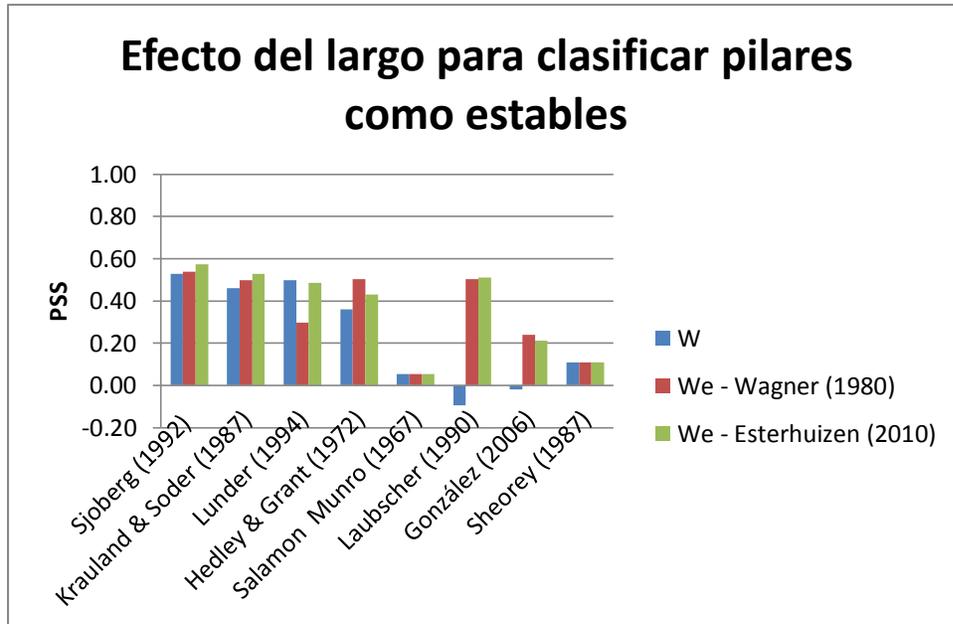


Figura 40: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares estables y $L=10000*W$

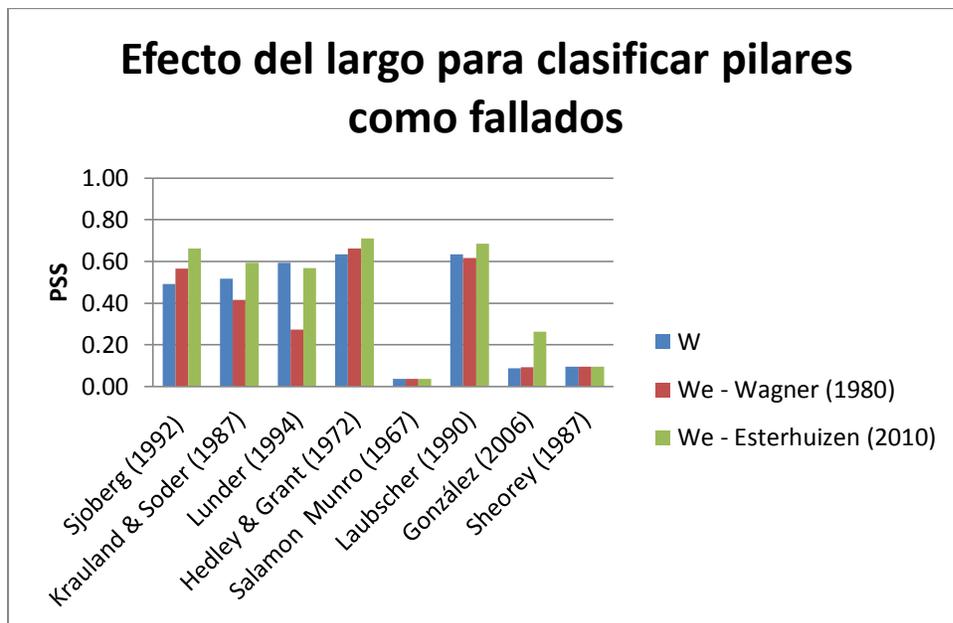


Figura 41: Comparación del efecto del largo para las distintas fórmulas para pilares fallados y $L=10000*W$

En este caso las diferencias de las metodologías se ven exacerbadas. Al igual que en los casos anteriores ($L = 2 \times W$ y $L = 4 \times W$), al utilizar el ancho efectivo de Wagner el desempeño disminuye en algunas fórmulas (Lunder y Krauland & Soder) y aumenta en otras. Este efecto negativo no es significativo al utilizar el ancho efectivo de Esterhuizen.

Con esto es posible concluir que incorporar el largo presenta mejoras en la mayoría de las fórmulas y la mejor forma de realizar esto es utilizando el ancho efectivo modificado según lo propuesto por Esterhuizen. Esto permite incrementar la resistencia de los pilares y de esa forma aumentar la recuperación sin sobreestimar su resistencia como lo hace el método de Wagner.

5.2. Desempeño de fórmulas de laboratorio con datos de laboratorio

Para estudiar el desempeño de estas fórmulas se utiliza el coeficiente de determinación (R^2) para cada una de las fórmulas propuestas (Tabla 10).

Tabla 10: Valores para el desempeño de fórmula de laboratorio con datos de laboratorio.

| Fórmula | R^2 |
|-------------------------------|-------|
| ASTM | 0.37 |
| Hobbs (1964) & Szlavin (1974) | 0.42 |
| Protodyakonov (1969) | 0.37 |
| Hoek & Brown (1980) | -0.49 |
| Turk (1986) | 0.39 |

Se obtiene que la fórmula de Hobbs & Szlavin presenta el mejor coeficiente de determinación para los ensayos de laboratorio, seguido por la fórmula propuesta por Turk. Esto indica que la estructura de efecto forma es apropiada para representar los ensayos de laboratorio, sin embargo los valores obtenidos para R^2 no son lo suficientemente significativos para confirmar que las fórmulas no necesitan corrección alguna.

Estas fórmulas se deben corregir para que los ensayos con igual forma (razón D/L) pero diferente volumen, presenten distintos valores a la resistencia a la compresión uniaxial. Como se observa en la Figura 42, esta fórmula entrega una gran cantidad de valores que presentan el mismo valor estimado, pero su valor real difiere bastante, esto es posible corregir al incorporar efecto escala.

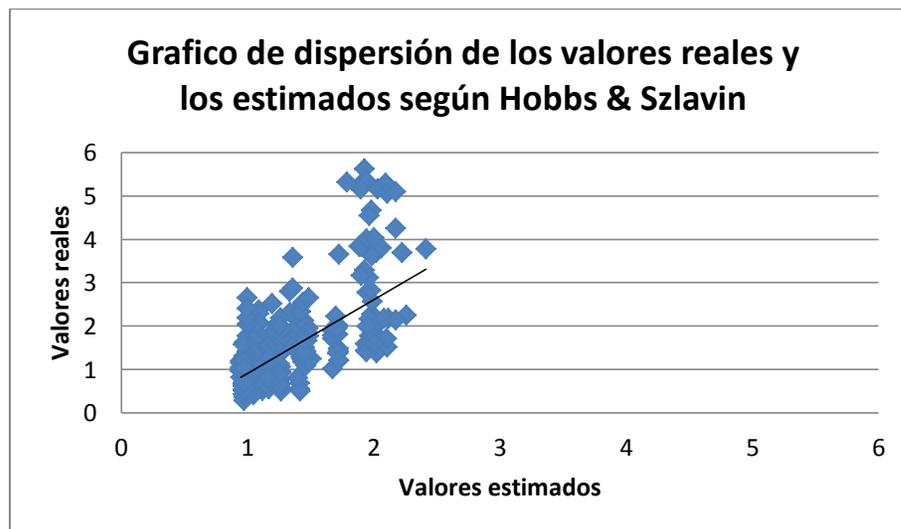


Figura 42: Gráfico de dispersión de las resistencias reales y estimadas según lo propuesto por Hobbs & Szlavin.

Al observar la Figura 43, es posible concluir que la fórmula de Turk reduce el problema observado anteriormente, ya que esta fórmula incorpora el efecto escala. Esto indica que es posible combinar fórmulas y mejorar los valores estimados para la resistencia a la compresión uniaxial. Sin embargo, la fórmula de Turk no presenta mejores valores para R^2 que Hobbs & Szlavin.

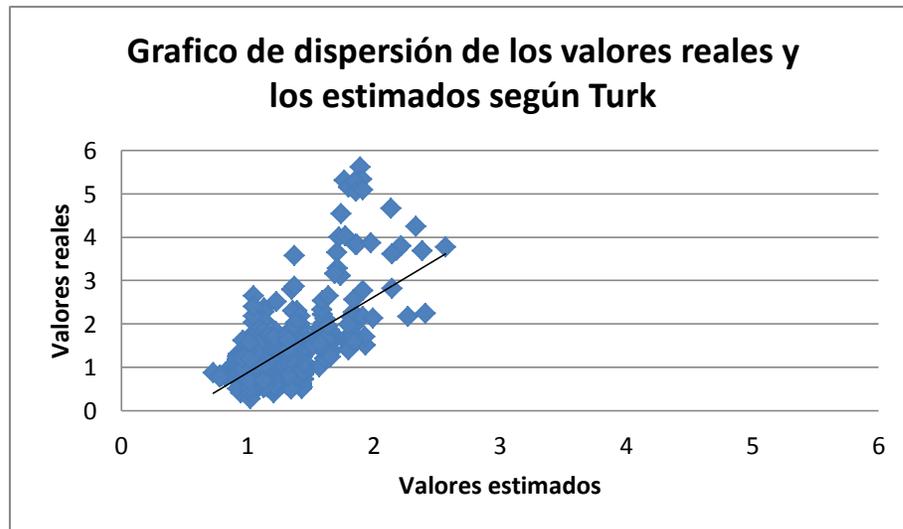


Figura 43: Gráfico de dispersión de las resistencias reales y estimadas según lo propuesto por Turk.

5.3. Estudio cruzado desempeño de fórmulas

El objetivo de este estudio cruzado es evaluar el desempeño de las fórmulas para el diseño de pilares en base de datos de laboratorio, y fórmulas de laboratorio en base de datos de pilares. Esto permitirá determinar si las fórmulas son consistentes para estos dos niveles de escala analizados.

5.3.1. Desempeño de fórmulas de pilares en base de datos de laboratorio

Se quiere analizar si las fórmulas de pilares son consistentes con la escala de laboratorio, donde el volumen se ve radicalmente menor. Por otro lado, la calidad de la roca en los ensayos de laboratorio se considera como de RMR=100, lo cual es muy diferente a las calidades de rocas con las que fueron desarrolladas dichas fórmulas.

La Tabla 11 presenta el desempeño de las fórmulas para el diseño de pilares con datos de laboratorio. Se obtiene que todas las fórmulas entregan valores negativos.

Tabla 11: Desempeño de las fórmulas de pilares con datos de laboratorio.

| Fórmulas de pilares | R ² |
|-------------------------|----------------|
| Sjoberg (1992) | -1.47 |
| Lunder (1994) | -0.98 |
| Hedley & Grant (1972) | -1.58 |
| Krauland & Soder (1987) | -1.3 |
| González (2006) | -0.87 |
| Sheorey (1987) | -2.63 |

Esto se puede explicar debido a que ninguna fórmula es capaz de recuperar el valor del UCS₅₀ cuando se utilizan en cada fórmula las dimensiones en las cuales se obtiene este valor. En la Tabla 12 se presenta la razón entre la resistencia a la compresión uniaxial para un diámetro de 50 mm. y D/L=0.5 estimada con respecto al valor real el cual debería ser igual a 1 si es que la estimación esta correcta.

Tabla 12: Valores de $UCS_{50estimada}/UCS_{50real}$ de cada fórmula de pilar para estimar el UCS_{50}

| Fórmulas de pilares | $UCS_{50estimada}/UCS_{50real}$ |
|-------------------------|---------------------------------|
| Sjoberg (1992) | 0.27 |
| Lunder (1994) | 0.31 |
| Hedley & Grant (1972) | 0.13 |
| Krauland & Soder (1987) | 0.31 |
| González (2006) | 0.22 |
| Sheorey (1987) | -0.26 |

Las fórmulas que presentan valores para $UCS_{50estimada}/UCS_{50real}$ más cercanos a 1 son las fórmulas que presentan mejor R^2 . Estos valores confirman que las fórmulas de pilares no son capaces de representar la escala de laboratorio ni reproducir sus resultados.

Este problema se debe a que los coeficientes utilizados en estas fórmulas no son los apropiados. En las fórmulas de efecto forma los coeficientes generan que el factor que acompaña al UCS_{50} es menor a 1 por lo que siempre se tendrá un valor menor al UCS_{50} . En estas fórmulas, se ajustaron los coeficientes de manera de que sumen 1 lo que produce que al tener una razón $W/H=0.5$ el UCS_{50} se multiplique por un valor menor a 1 disminuyendo aún más este valor. Como se analizó en las fórmulas de laboratorio, las fórmulas que incorporen efecto forma deben presentar parámetros donde se cumpla que $A+0.5B = 1$.

Por otro lado, se puede observar que las fórmulas para pilares que utilizan efecto escala (González y Hedley & Grant) presentan valores de R^2 significativamente bajos. Con esto se puede concluir que esta estructura no es apropiada para escala de laboratorio.

5.3.2. Desempeño de fórmulas de laboratorio con datos de pilares

Al contrario de las fórmulas de pilares, las fórmulas que se analizan a continuación, fueron desarrolladas con datos a escala de laboratorio donde el diámetro del testigo no excede los 600 mm. Es por esto que se debe estudiar cómo se comportan al aplicarlas a pilares donde el ancho supera ampliamente los diámetros de los testigos.

Para estudiar su desempeño se analiza el valor del PSS en conjunto con las métricas descritas anteriormente. Al analizar la Figura 44, se puede concluir que sólo dos fórmulas presentan un desempeño mejor que el de un clasificador aleatorio, ya que las otras fórmulas se encuentran ubicadas sobre la línea recta $FPR=TPR$.

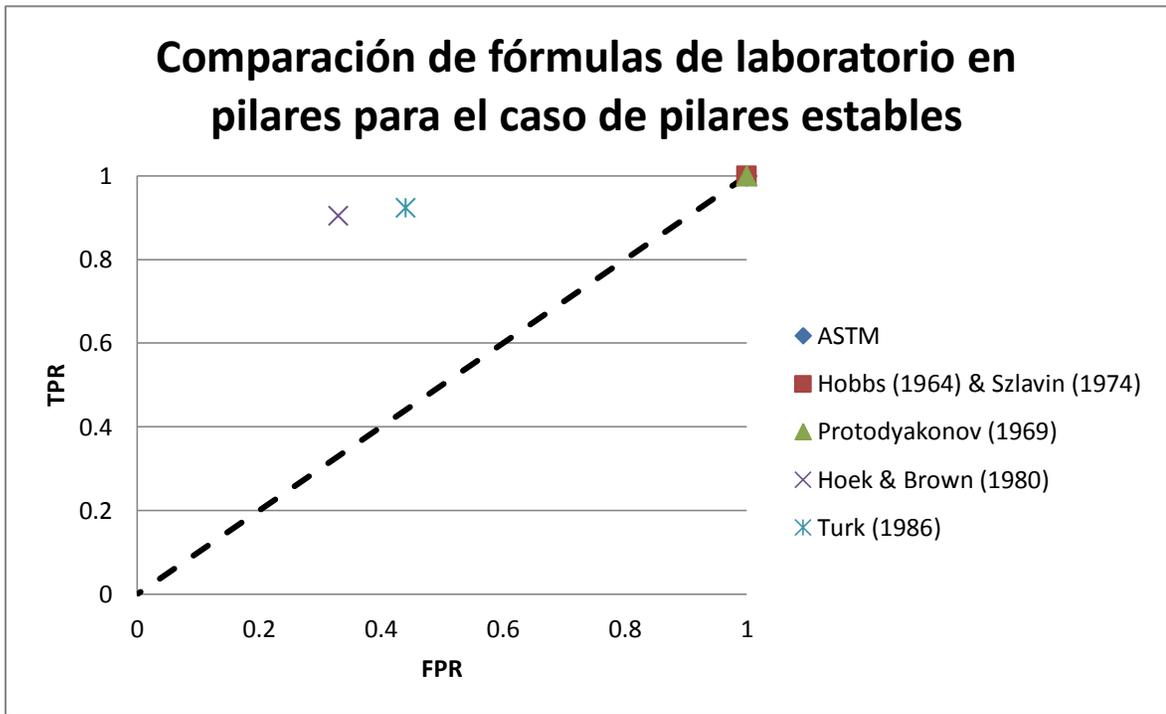


Figura 44: Comparación de métricas para las fórmulas de laboratorio aplicadas a pilares para el caso estable

En la Figura 45 se observa que los desempeños para fórmulas de laboratorio son bastante bajos para el caso de pilares inestables, al igual que en las fórmulas de pilares. La principal razón de esto, es que no existen límites claros para esta categoría superponiéndose con las categorías de estables y fallados.

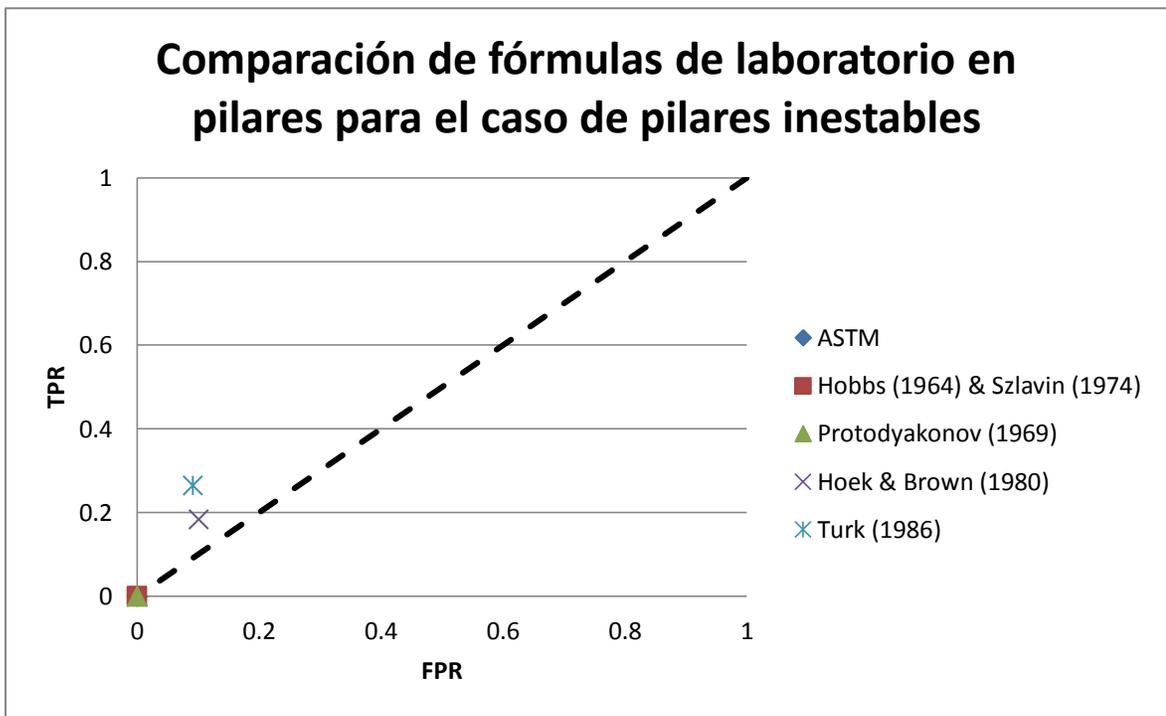


Figura 45: Comparación de métricas para las fórmulas de laboratorio aplicadas a pilares para el caso de pilares inestable

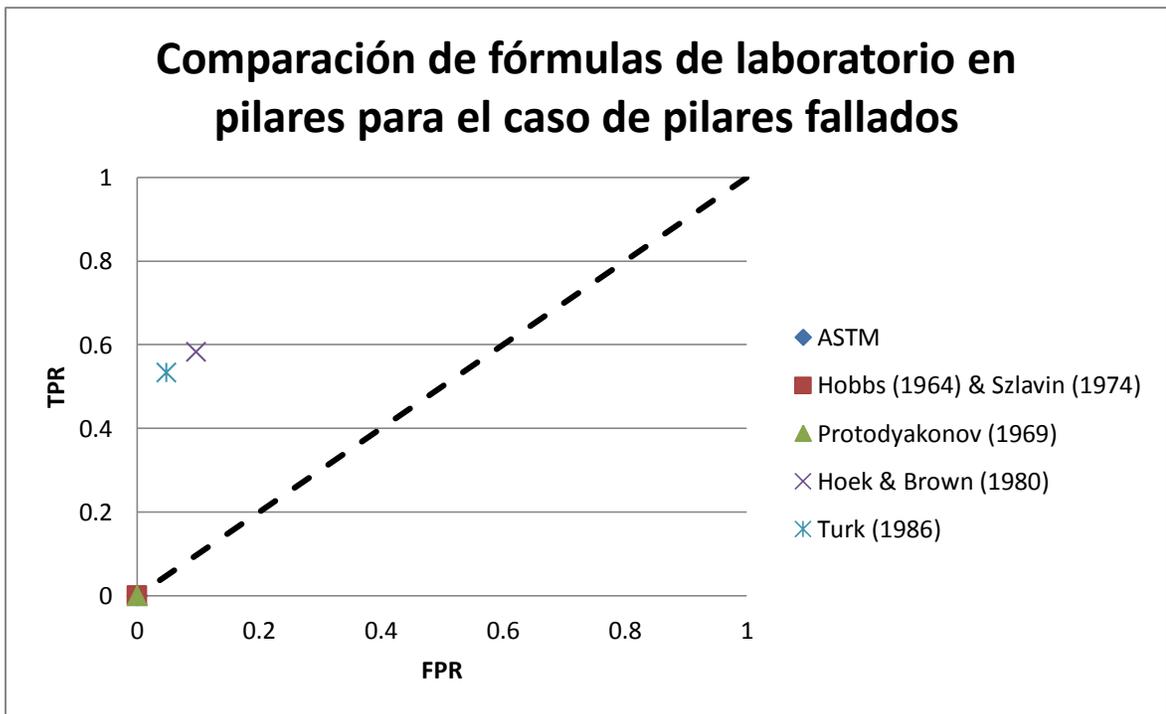


Figura 46: Comparación de métricas para las fórmulas de laboratorio aplicadas a pilares para el caso de pilares fallados

Según los gráficos anteriores, es posible inferir que todos los pilares fueron clasificados como estables al utilizar las fórmulas de ASTM, Hobbs & Szlavin y Protodyakonov, esto se debe a que la resistencia entregada por estas fórmulas es muy elevada. Al comparar las fórmulas de laboratorio con las de pilares es posible observar que las ultimas incluyen un numero menor a 1 que permite reducir la resistencia del UCS₅₀ a escala y calidad de roca de macizo rocoso.

Las siguientes ecuaciones corresponden a las fórmulas propuestas por Hobbs & Szlavin y Krauland & Soder, las cuales son fórmulas de laboratorio y pilares respectivamente. Se observa claramente que ambas fórmulas presentan una estructura similar, sin embargo la fórmula para pilares incluye un termino menor a 1 que permite reducir el valor de la resistencia del pilar. Sin un factor que permita reducir la resistencia cuando la calidad de roca disminuye, los resultados obtenidos siempre serán erróneos para calidades de roca menores RMR=100.

Fórmula de Hobbs & Szlavin:

$$S_p = UCS \times (0.848 + 0.304 \frac{W}{H}) \quad (22)$$

Fórmula de Krauland & Soder:

$$S_p = 0.354 \times UCS \times (0.778 + 0.222 \times \frac{W}{H}) \quad (6)$$

La Figura 47 muestra los valores de PSS para las distintas fórmulas de laboratorio en datos de pilares.

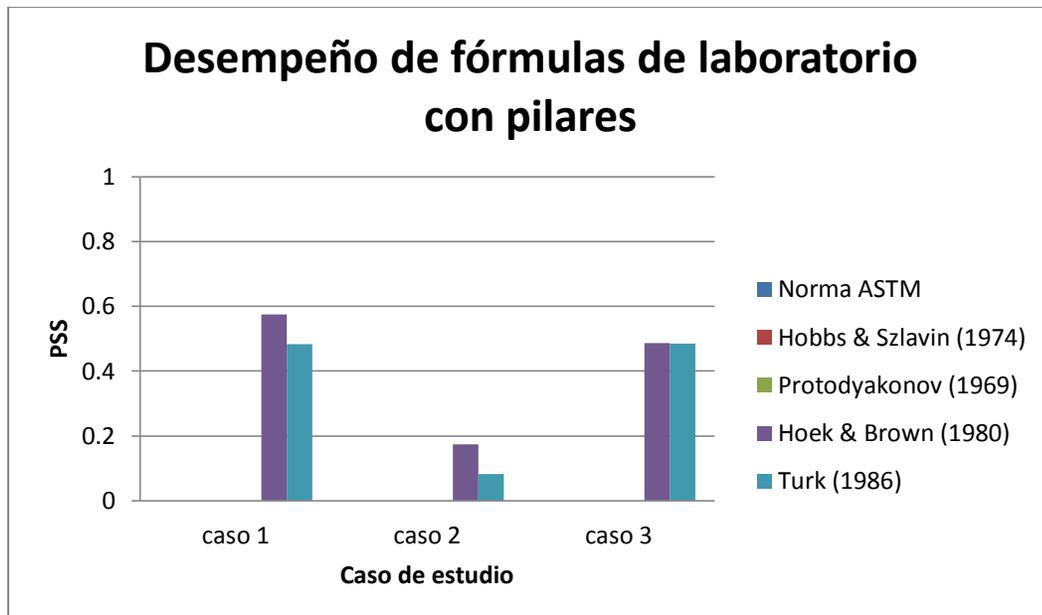


Figura 47: Comparación del desempeño de las fórmulas para laboratorio con datos de pilares.

Consistente con los valores entregados por las métricas, solo las fórmulas de Hoek & Brown y Turk presentan valores razonables (mayores a 0) para el PSS, lo que indica que solo estas dos fórmulas podrían ser eventualmente utilizadas en pilares. Sin embargo, el desempeño de estas fórmulas es menor al de las fórmulas actuales de pilares, por lo que utilizar estas fórmulas representa una mayor incertidumbre para la estimación de la resistencia de un pilar.

5.4. Discusión del desempeño de fórmulas

En este capítulo se analizó tanto el desempeño de fórmulas de pilares como de laboratorio, con el fin de ver si existe alguna fórmula actual que incorpore de manera adecuada el escalamiento desde el laboratorio a pilares.

Las fórmulas de pilares, a pesar de presentar buenos desempeños para pilares, fallan al analizar los ensayos de laboratorio, debido a que entregan valores muy pequeños para la resistencia de testigos de laboratorio. Esto se debe a que la mayoría de las fórmulas para el diseño de pilares no incorporan la calidad del macizo rocoso dentro de su expresión, por lo que subestiman la resistencia cuando se analizan casos con RMR mayores con los que fueron desarrolladas. Adicionalmente los parámetros utilizados no son capaces de reproducir el valor del UCS₅₀ cuando se utilizan las dimensiones en las que es obtenido este valor, obteniendo valores menores.

Por otro lado, se tiene que solamente la fórmula propuesta por González es consistente para todos los rangos de RMR, teniendo que las otras fórmulas presentan un bajo desempeño para RMR bajos. Esto ocurre debido a que las otras fórmulas (excepto Laubscher) no incorporan este factor dentro del cálculo de la resistencia, lo que provoca que un pilar de mejor calidad de roca se diseñe de la misma manera que un pilar de baja calidad de roca. Además, se obtiene que la manera de incorporar el RMR propuesto por González entrega mejores resultados que la forma propuesta por Laubscher.

Ahora, si se analizan las fórmulas de laboratorio, se tiene que la mayoría no presentan buenos resultados a escala de pilares. Esto se debe a que sobreestiman la resistencia de los pilares al no tener un factor que permita escalar desde escala de laboratorio a escala macizo rocoso. Es posible rescatar que las fórmulas que presentan efecto forma entregan buenos desempeños a escala de laboratorio. Sin embargo, el efecto forma por sí solo no es suficiente para escalar de manera adecuada, ya que no permite discriminar entre pilares de igual forma pero distinto volumen.

Con respecto a incorporar el largo del pilar en el diseño, se recomienda utilizar la metodología propuesta por Esterhuizen, ya que presenta mejores resultados en términos del desempeño. En esta metodología, la incorporación del largo no provoca una sobreestimación de la resistencia como lo hace la fórmula propuesta por Wagner. Esto se debe a que Esterhuizen propone una metodología más conservadora, lo que permite que la clasificación entregue un mejor desempeño.

Como principal conclusión se tiene que las fórmulas actuales no son consistentes para trabajar a una escala para la cual no fueron diseñadas y esto hace necesario plantear una nueva ecuación que permita el escalamiento y cumpla con los requisitos expuestos anteriormente, sobre todo, que permita recuperar el valor del UCS₅₀. En otras palabras, es necesario agregar un factor que considere la calidad del macizo rocoso, que los parámetros del efecto forma cumplan con $A+0.5B = 1$ y se considere tanto efecto forma como efecto escala.

6. PROPOSICION DE UNA NUEVA FÓRMULA DE RESISTENCIA

Como se mencionó en el capítulo anterior, las fórmulas actuales, tanto para pilares como para laboratorio, no son consistentes para ambas escalas de trabajo. Es por esto que se requiere plantear una nueva fórmula que permita realizar escalamiento de manera más adecuada.

Desde esta etapa en adelante se utiliza el ancho efectivo propuesto por Esterhuizen, por lo que cada vez que aparezca el ancho (W) se refiere al ancho efectivo. Se utiliza esta metodología ya que es la que presenta mejor desempeño. Para los ensayos de laboratorio se considera $W=D$.

6.1. Estructura de la nueva fórmula

Se propone una nueva fórmula para estimar la resistencia a escala de laboratorio y pilares, la cual está compuesta por tres funcionales obtenidos del análisis de las fórmulas actuales. La idea de combinar funcionales se basa en lo realizado por Turk y los buenos resultados obtenidos por él. Como se mencionó anteriormente, estos funcionales fueron elegidos de acuerdo a sus desempeños en fórmulas actuales para estimar la resistencia de pilares y compresión uniaxial, sin embargo se debe comprobar que sean capaces de entregar buenos desempeños cuando están combinados.

Primero se necesita una función que permita incorporar la calidad del macizo rocoso (f_1) de manera que pueda ser utilizada para diversos valores de calidad de la roca. Para esto se eligió una estructura similar a la utilizada por González, que corresponde a la misma estructura utilizada en el criterio de falla de Hoek & Brown para escalar la resistencia de roca intacta a escala de macizo rocoso. Segundo, se utiliza la estructura de efecto forma (f_2), que presenta buenos resultados para pilares y es capaz de recuperar el valor del UCS_{50} al ajustar sus parámetros A y B de manera apropiada. Por último, se agrega un funcional que permita incorporar las diferencias de resistencia cuando se tiene igual forma pero diferente volumen (f_3), es decir una estructura de efecto escala. Se decide incorporar una estructura similar a lo propuesto por Hoek & Brown para el escalamiento. Este funcional presenta mejores desempeños que una forma de efecto escala utilizado en las fórmulas de pilares ($\alpha \neq \beta$), ya que permite recuperar el valor de UCS_{50} .

$$S_p = UCS_{50} \underbrace{\left(\exp\left(\frac{RMR-100}{C}\right) \right)^D}_{(f_1)} \underbrace{\left(A + B \frac{W}{H} \right)^E}_{(f_2)} \underbrace{\left(\frac{0.05}{W} \right)^F}_{(f_3)} \quad (32)$$

Dónde:

- S_p : Resistencia del pilar o testigo [MPa]
- UCS_{50} : Resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta
- W: Ancho efectivo del pilar o testigo según Esterhuizen [m]
- H: Altura del pilar o testigo[m]
- RMR: Calificación de la calidad del macizo de roca
- A, B, C, D, E, F: Seis constantes de ajuste. Se debe cumplir que $A + 0.5 B = 1$

Cada funcional debe cumplir ciertas condiciones de manera de lograr recuperar el UCS₅₀, ya que si esto no se cumple, la fórmula propuesta no será consistente con la escala de laboratorio.

Las condiciones que debe cumplir cada funcional son:

- f_1 debe tomar un valor igual a 1 cuando el RMR=100
- En el f_2 se debe cumplir que $A + 0.5B = 1$.
- El tercer funcional no existe ni una condición especial.

Estas condiciones deben ser consideradas al momento de realizar el ajuste de parámetros.

6.2. Evaluación estadística y ajuste de parámetros

Como primer paso se procede a ajustar los parámetros de la nueva fórmula. Para esto, se separa la base de datos y se utiliza 2/3 de ella para realizar el ajuste y 1/3 para evaluar su desempeño.

Los valores obtenidos con 2/3 de la base de datos son los siguientes (Tabla 13):

Tabla 13: Valores de los parámetros de ajuste.

| Parámetro | Valor |
|-----------|-------|
| A | 0.76 |
| B | 0.48 |
| C | 11.51 |
| D | 0.62 |
| E | 1.01 |
| F | 0.12 |

Con estos valores se tiene los siguientes desempeños para este grupo de datos (Figura 48 y Tabla 14).

Como principal resultado, se destaca el hecho de que la fórmula propuesta es la única que presenta valores aceptables para ambas escalas. Para escala de pilares presenta el valor más alto para PSS del caso de pilares estables, mientras que para los otros casos se encuentra dentro de los más altos. Para escala de laboratorio, la fórmula propuesta es la única que presenta valores mayores a cero.

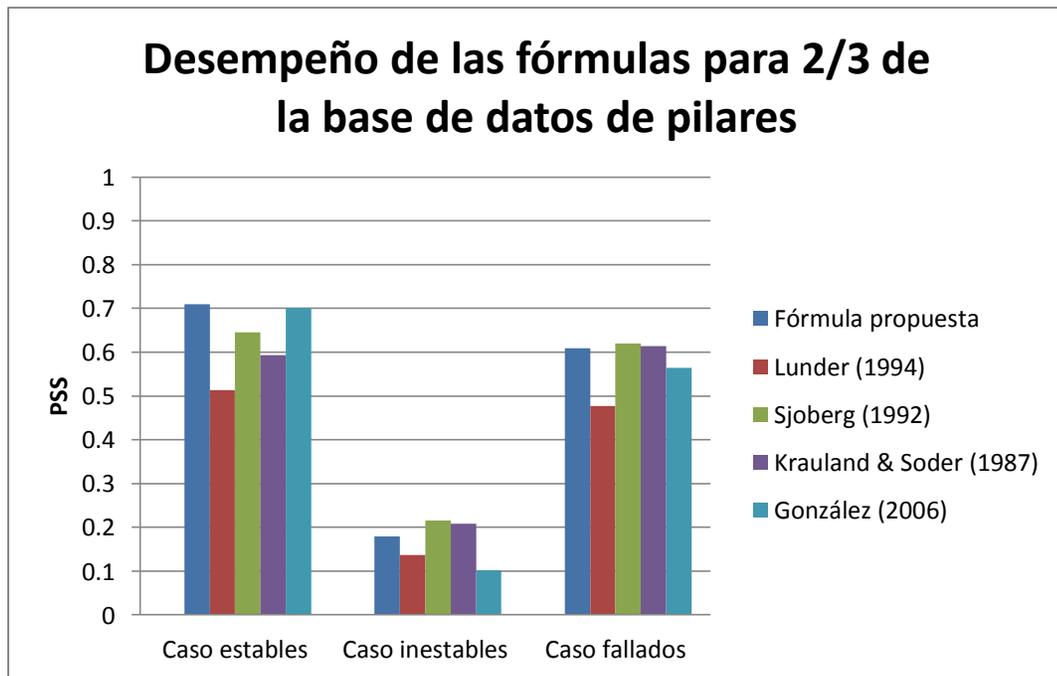


Figura 48: Desempeño de las fórmulas aplicada a 2/3 de la base de datos de pilares

Tabla 14: Desempeño de las fórmulas aplicada a 2/3 de la base de datos de ensayos de laboratorio

| Fórmula | R ² |
|-------------------------|----------------|
| Fórmula propuesta | 0.43 |
| Lunder (1994) | -1.00 |
| Sjoberg (1992) | -1.47 |
| Krauland & Soder (1987) | -1.30 |
| González (2006) | -0.88 |

Los valores obtenidos para el desempeño de la fórmula propuesta en el resto de la base de datos se muestran en la Figura 49 y en la Tabla 15.

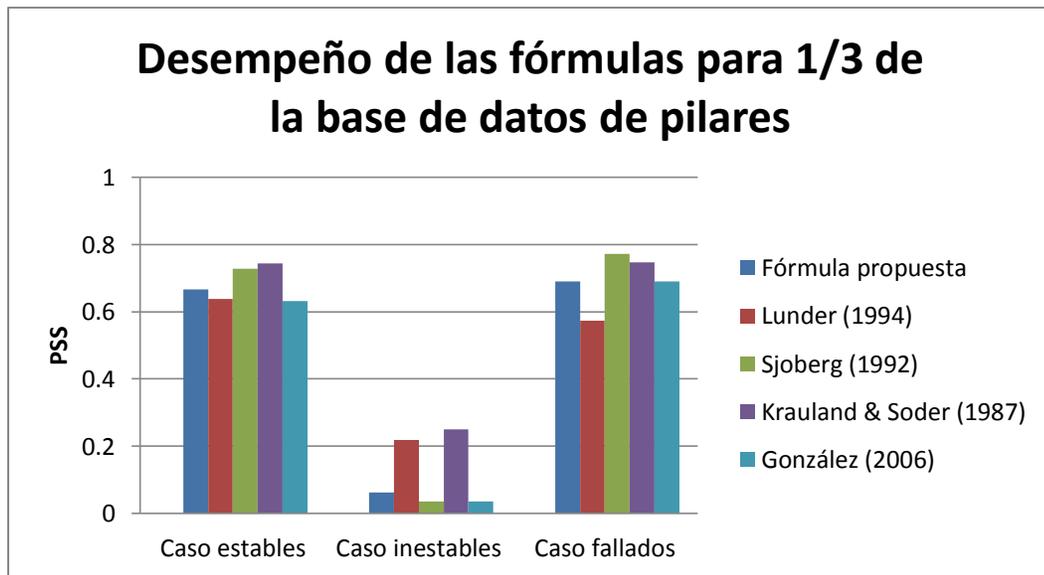


Figura 49: Desempeño de las fórmulas aplicada a 1/3 de la base de datos de pilares

Tabla 15: Desempeño de las fórmulas aplicada a 1/3 de la base de datos de ensayos de laboratorio

| Fórmula | R ² |
|-------------------------|----------------|
| Fórmula propuesta | 0.51 |
| Lunder (1994) | -0.95 |
| Sjoberg (1992) | -1.39 |
| Krauland & Soder (1987) | -1.24 |
| González (2006) | -0.78 |

Es posible observar que la fórmula propuesta entrega desempeños bastante elevados para pilares, siendo similar a las fórmulas actuales de pilares. Además, se vuelve a comprobar la consistencia de la fórmula propuesta en ambas escalas de trabajo, siendo la única fórmula que presenta buenos desempeños para ambas escalas.

Con los resultados anteriores se ha comprobado los buenos resultados de la fórmula propuesta en cada grupo de datos por lo que se procede a calibrar nuevamente los parámetros pero ahora con la base de datos completa.

Los nuevos valores obtenidos para cada parámetro se muestran en la Tabla 16. Como se observa la variación de estos parámetros es muy pequeña, menos de un 5% para cada uno de los parámetros, lo que permite considerar los números como iguales.

Tabla 16: Valores de los parámetros calibrados con 2/3 de las bases de datos y todos los datos

| Parámetro | Valor calibrado con 2/3 de la base de datos | Valor calibrado con toda la base de datos |
|-----------|---|---|
| A | 0.76 | 0.75 |
| B | 0.48 | 0.50 |
| C | 11.51 | 11.60 |
| D | 0.62 | 0.62 |
| E | 1.01 | 1.04 |
| F | 0.12 | 0.12 |

Con estos nuevos valores de los parámetros, la fórmula propuesta obtiene un desempeño superior al de las otras fórmulas para el caso de pilares estable, como se muestra en la Figura 50. Además en la Tabla 17 se muestran los desempeños de las distintas fórmulas en la base de datos de laboratorio, siendo la fórmula propuesta la de mejores resultados.

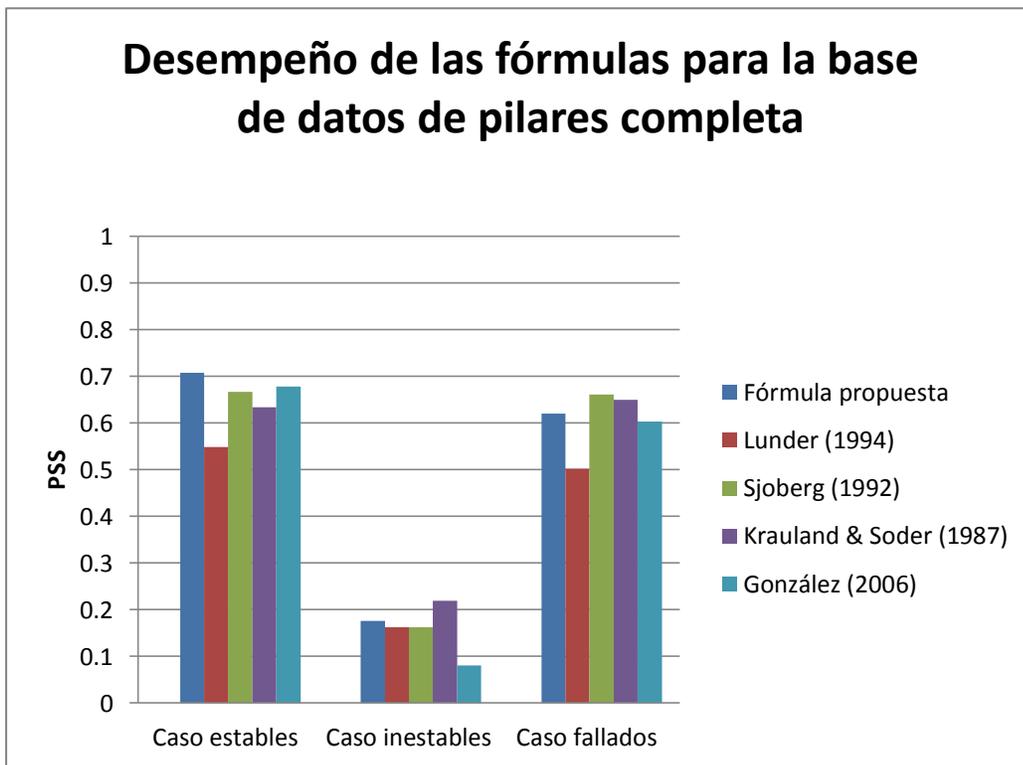


Figura 50: Desempeño de las fórmulas para toda la base de datos de pilares

Tabla 17: Desempeño de las fórmulas para toda la base de datos de laboratorio

| Fórmula | R ² |
|-------------------------|----------------|
| Fórmula propuesta | 0.45 |
| Lunder (1994) | -0.98 |
| Sjoberg (1992) | -1.47 |
| Krauland & Soder (1987) | -1.30 |
| González (2006) | -0.88 |

Se analiza cómo se comporta la fórmula propuesta con respecto a las otras fórmulas para distintos rangos de RMR (Figura 51). Los rangos de RMR son los mismos que se utilizaron en el capítulo 5.1

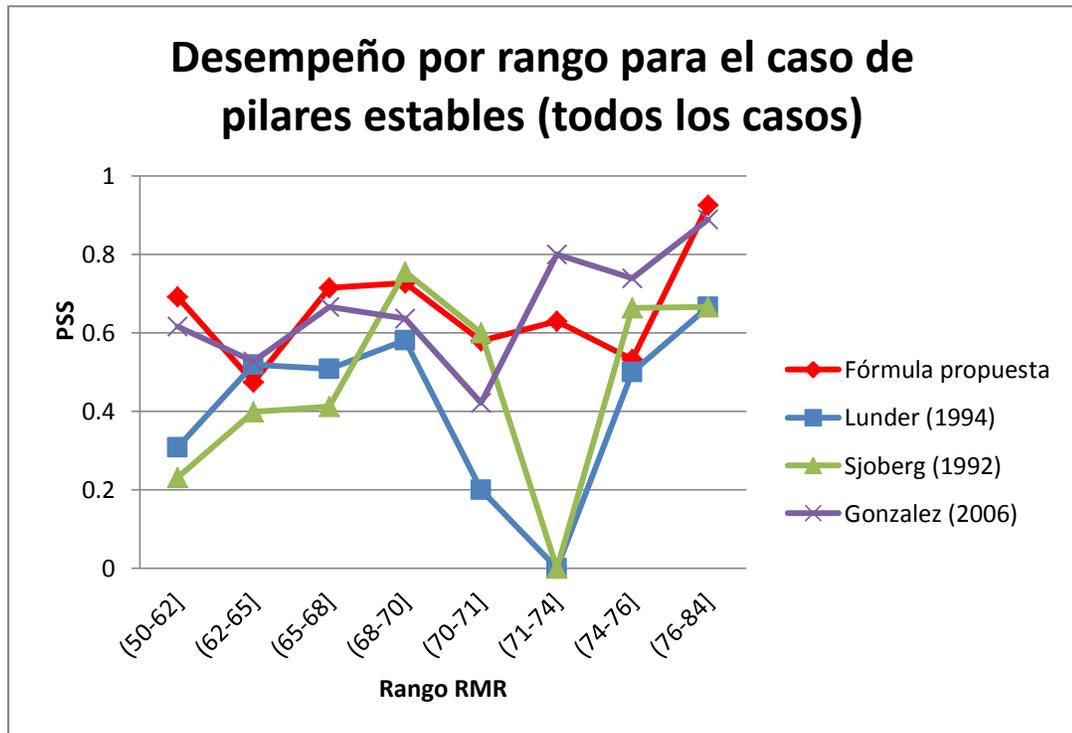


Figura 51: Desempeño de las fórmulas de pilares para rangos de RMR para el caso de pilares estables en todos los datos de pilares

La fórmula propuesta presenta un desempeño más consistente para los distintos rangos de RMR que el resto de las fórmulas para el caso de pilares estables, presentando muy buenos desempeños para la mayoría de los rangos analizados.

En la Figura 52 se muestra la precisión para las fórmulas de pilares. Estos valores no presentan una tendencia que permita concluir sobre que fórmula es mejor, sin embargo, permite mostrar que a pesar de que el desempeño (PSS) es 0 en el rango de RMR=(71-74] la precisión es superior a 0.8.

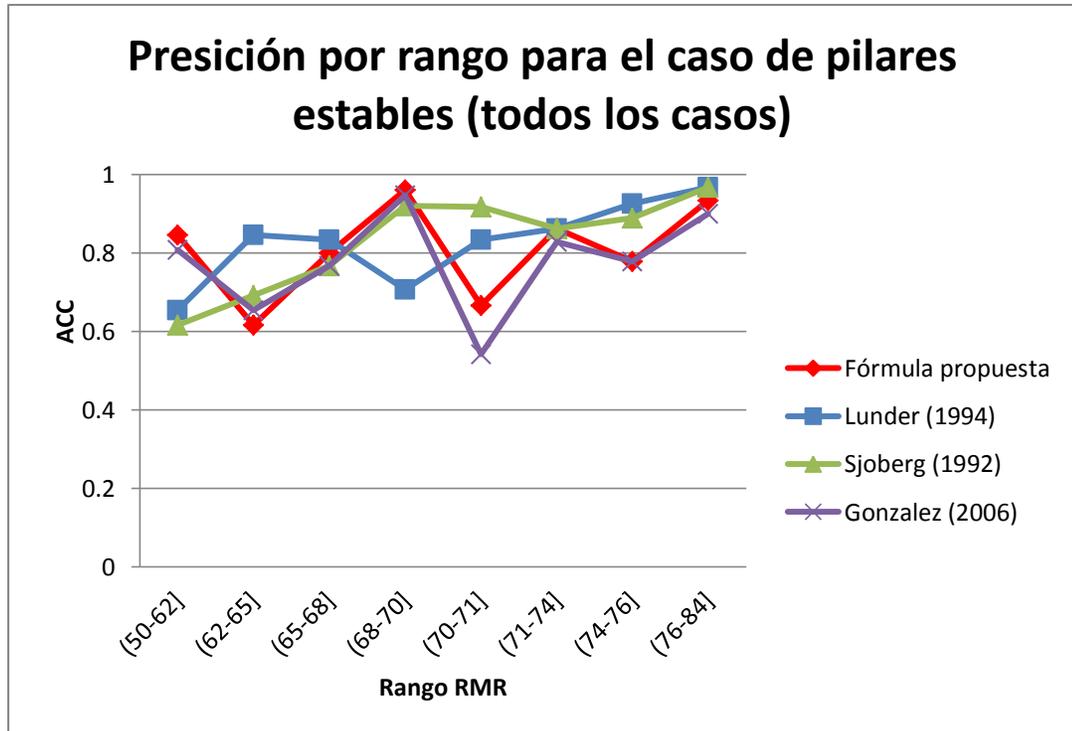


Figura 52: Precisión de las fórmulas de pilares para rangos de RMR para el caso de pilares estables en todos los datos de pilares

En el caso de pilares fallados (Figura 53), los resultados para el desempeño son bastante similares para todas las fórmulas, presentando resultados decrecientes a medida que aumenta la calidad de la roca.

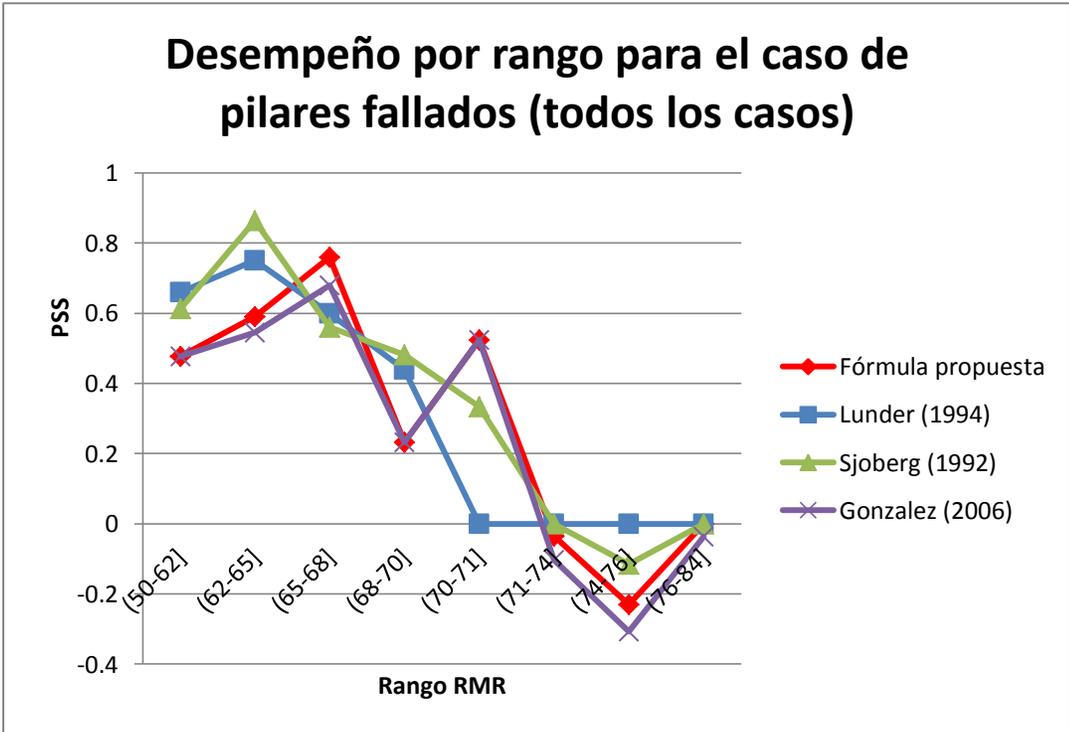


Figura 53: Desempeño de las fórmulas de pilares para rangos de RMR para el caso de pilares fallados en todos los datos de pilares

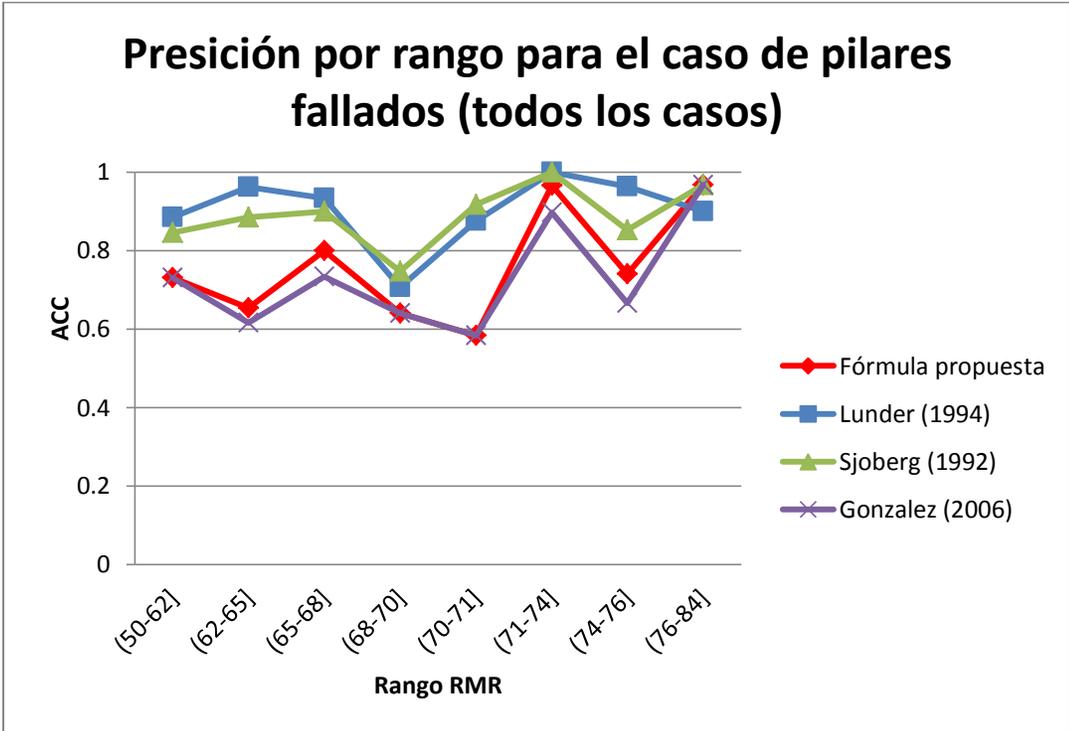


Figura 54: Precisión de las fórmulas de pilares para rangos de RMR para el caso de pilares fallados en todos los datos de pilares

Como se ha mencionado previamente, la base de datos presenta una gran cantidad de datos con valor de RMR=70, valor con el que fueron desarrolladas la mayoría de las fórmulas, es por esto

que se quiso ver cómo varía el desempeño al no incorporar los datos con esta calidad de roca (Tabla 18).

Tabla 18: Valores para el PSS de pilares estables sin considerar datos con RMR=70

| Fórmula | PSS Caso estable |
|-------------------|------------------|
| Lunder (1994) | 0.40 |
| Sjoberg (1992) | 0.41 |
| Laubscher (1990) | 0.45 |
| Fórmula Propuesta | 0.67 |

Con estos valores de PSS se confirma que las fórmulas fueron desarrolladas para ese valor de RMR, ya que disminuye considerablemente su desempeño al eliminar los datos de este valor. Además, la fórmula propuesta sobresale al disminuir en menor proporción que las otras fórmulas, manteniendo su alto desempeño.

Debido a que la nueva estructura es una combinación de funcionales, es necesario analizar si los funcionales seleccionados son los correctos. En la Tabla 19 y Tabla 20 se analiza como se comporta cada funcional, mostrando sus desempeños de de manera aislada y luego como se comporta la fórmula si se elimina alguno de los funcionales.

Tabla 19: Desempeño de la fórmula propuesta sin algún funcional

| | Completa | Sin f_1 | Sin f_2 | Sin f_3 |
|---------------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| PSS caso estables | 0.71 | 0.22 | 0.52 | 0.68 |
| PSS caso inestables | 0.18 | -0.03 | 0.00 | 0.17 |
| PSS caso fallados | 0.62 | 0.05 | 0.53 | 0.65 |
| R^2 | 0.45 | 0.45 | -0.16 | 0.45 |

Tabla 20: Desempeño de cada funcional

| | Completa | Sólo f_1 | Sólo f_2 | Sólo f_3 |
|---------------------|----------|------------|------------|------------|
| PSS caso estables | 0.71 | 0.65 | 0.00 | 0.37 |
| PSS caso inestables | 0.18 | 0.01 | 0.00 | 0.06 |
| PSS caso fallados | 0.62 | 0.71 | 0.00 | 0.13 |
| R^2 | 0.45 | -0.16 | 0.44 | -0.16 |

Se observa que los funcionales por si solos no son suficientes para lograr consistencia en ambas escalas, es por esto que se deben mezclar funcionales para lograr los resultados que se están buscando. Los resultados obtenidos con los tres funcionales combinados son muy similares a los obtenidos sin f_3 , sin embargo este último funcional permite corregir las diferencias en resistencia que se da cuando se tienen iguales formas pero diferente volumen.

Por último, se quiso ver el comportamiento gráfico de la fórmula propuesta (Figura 55 y Figura 56). Para esto, se graficaron las resistencias de los ensayos de laboratorio en conjunto con aquellos pilares que presenten un factor de seguridad en torno a uno (error de un 10%) según la fórmula propuesta. Se utiliza un RMR=70 que corresponde al valor promedio de los datos y además un ancho mínimo de 14.4 [m] y un ancho máximo de 44 [m] para el segmento de pilares.

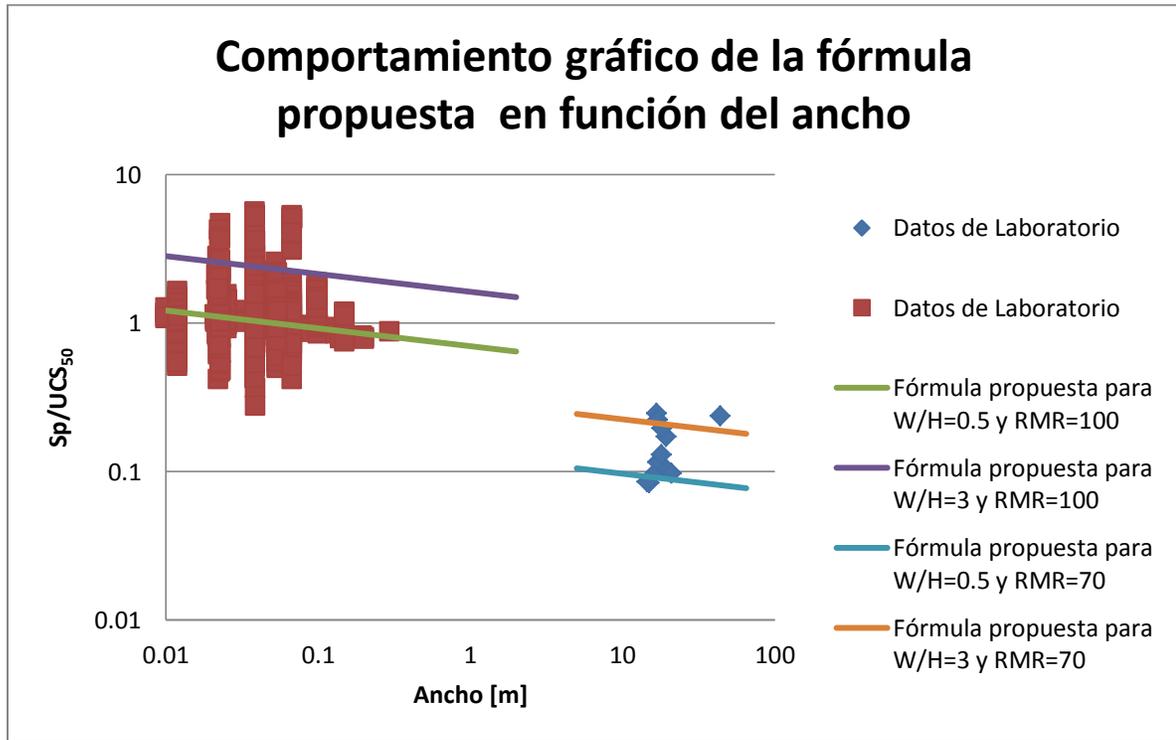


Figura 55: Representación gráfica del comportamiento promedio de la fórmula para el ancho

Del gráfico se puede concluir que un escalamiento utilizando solo el ancho no es suficiente y es necesario corregir por la calidad de la roca. Debido a que la fórmula propuesta incorpora ambas variables se puede observar una buena relación entre los datos y la fórmula.

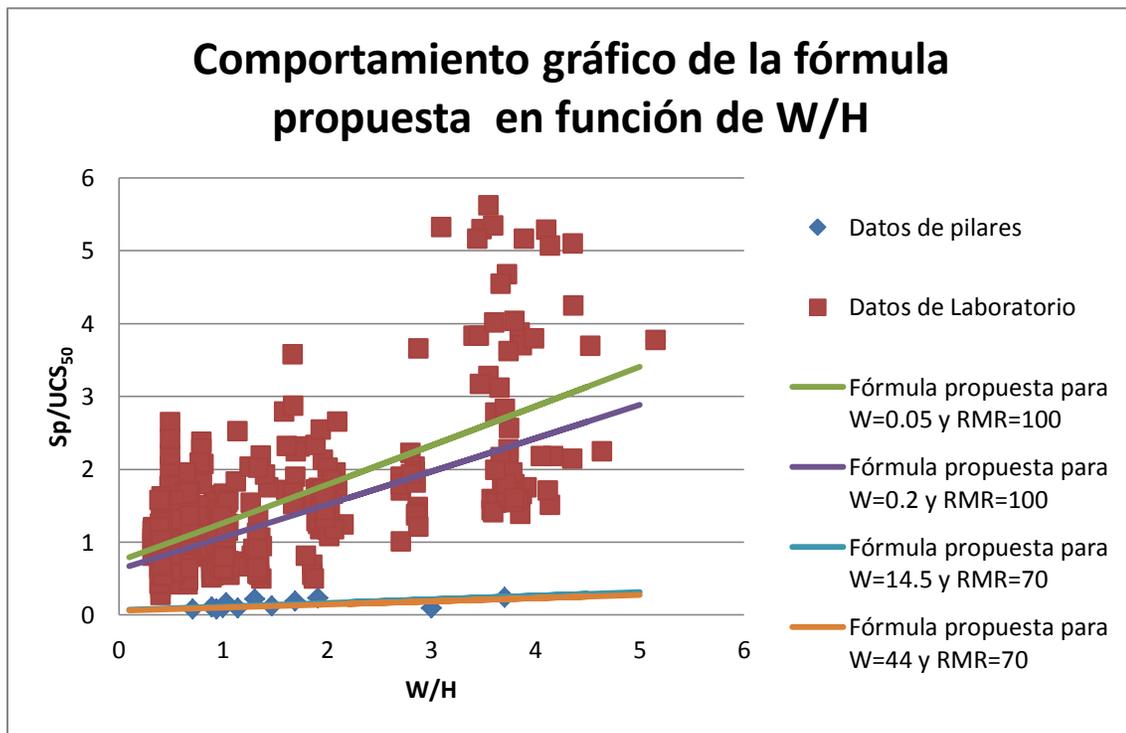


Figura 56: Representación gráfica del comportamiento promedio de la fórmula para la forma

El ancho toma mayor preponderancia a menores valores, ya que la fórmula propuesta presenta muy pocas diferencias entre un ancho de 14.5 [m] y uno de 44 [m], mientras que presenta grandes diferencias entre un ancho de 0.05 [m] y 0.2 [m].

Por otro lado, se analiza el comportamiento gráfico de la fórmula propuesta en comparación a otras fórmulas, específicamente las fórmulas de Lunder (1994), Laubscher (1990) y González (2006). Se analiza el efecto de la calidad de la roca en la comparación y para ello se generan cuatro graficos con valores distintos de RMR (Figura 57 a Figura 60). Para realizar esto se toman las dimensiones promedio presente en la base de datos que consiste en un ancho $W=13.9$ [m] y $UCS_{50}=138.4$ [MPa]. Se varía la altura en función de la razón W/H que va de 0.5 a 3. Se consideran pilares cuadrados. Para tener consistencia con los datos mostrados, se utilizan valores diferentes para el RMR de Bieniawski (B) como el de Laubscher (L), utilizando valores obtenidos de regresiones empíricas.

Para un $RMR(B)$ de 60 la fórmula propuesta es muy similar a la fórmula de González. Estas fórmulas entregan resistencias mas bajas que la fórmula de Lunder y Laubscher. Sin embargo para este RMR, la fórmula propuesta y la de González presentan un desempeño muy por sobre las otras fórmulas, por lo que en este rango Lunder y Laubscher sobreestiman la resistencia del pilar.

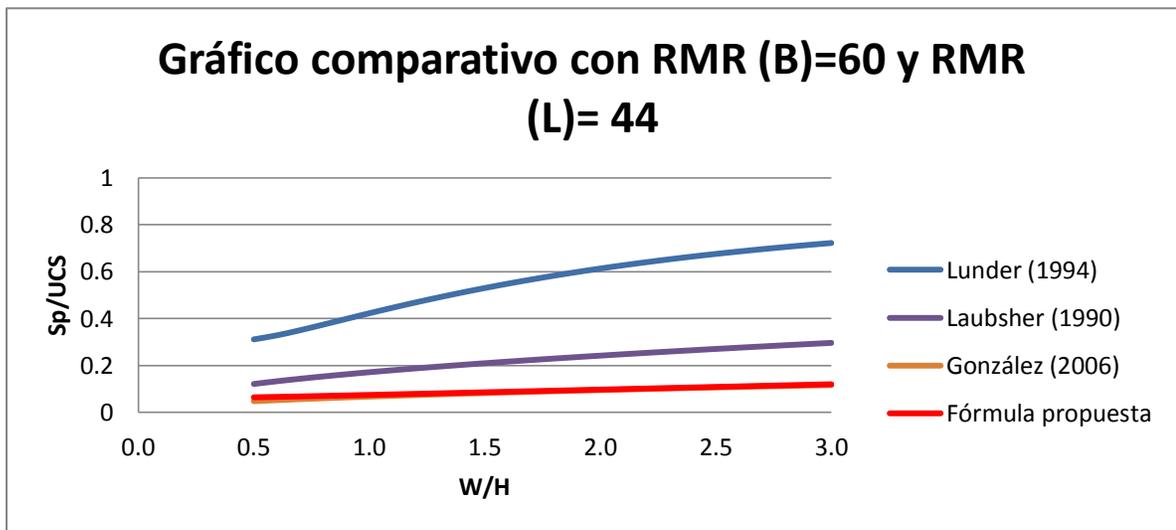


Figura 57: Gráfico comparativo de la fórmula propuesta con las fórmulas de Lunder (1994), Laubscher (1997) y González (2000) para un RMR (B) =60 y RMR (L) =44

Para RMR=70 se comienzan a observar diferencias entre la fórmula propuesta y la de González. Por un lado, para W/H bajos la fórmula propuesta presenta valores mas altos, pero para W/H mayores esto se invierte. Las diferencias observadas aumentan a medida que disminuye la razón W/H o si es que se aumenta el volumen del pilar. Para este RMR nuevamente la fórmula propuesta es la que presenta mejores desempeños en pilares.

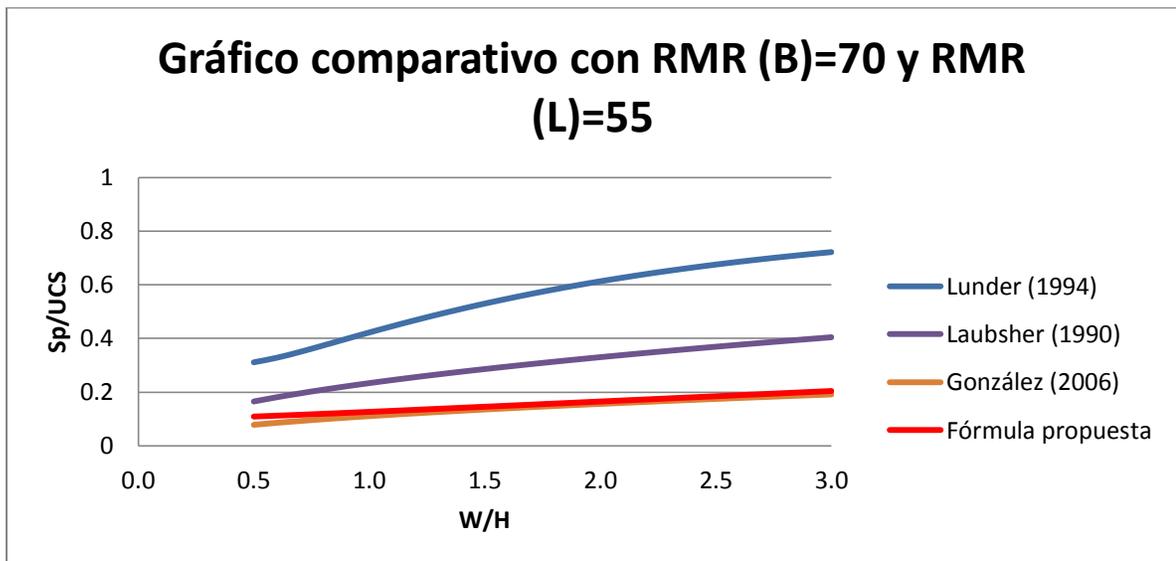


Figura 58: Gráfico comparativo de la fórmula propuesta con las fórmulas de Lunder (1994), Laubscher (1997) y González (2000) para un RMR (B) =70 y RMR (L) =55

Para RMR=80 se observa una mayor diferenciación entre la fórmula propuesta y de González.

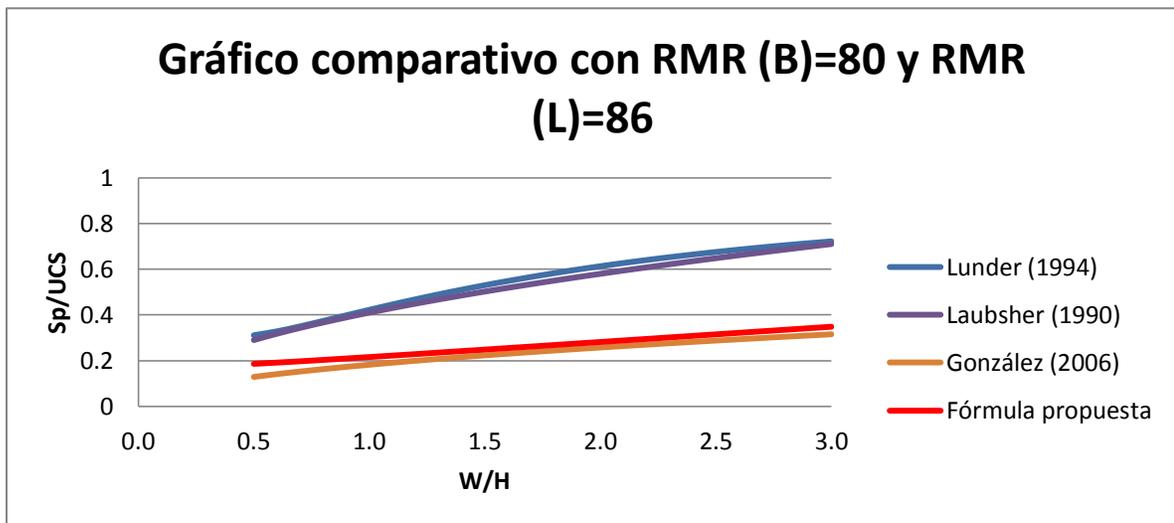


Figura 59: Gráfico comparativo de la fórmula propuesta con las fórmulas de Lunder (1994), Laubscher (1997) y González (2000) para un RMR(B)=80 y RMR(L)=86

Por ultimo, para un RMR de 90 los valores entregados por la fórmula propuesta se asemeja a la de Lunder para W/H menores a 1.

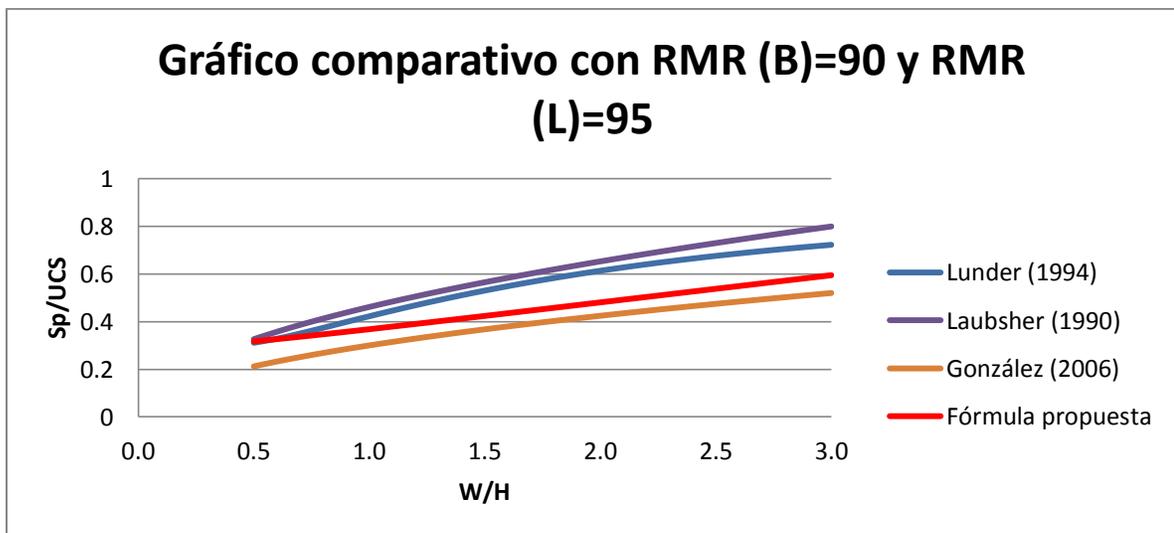


Figura 60: Gráfico comparativo de la fórmula propuesta con las fórmulas de Lunder (1994), Laubscher (1997) y González (2000) para un RMR(B)=90 y RMR(L)=95

Con esta serie de graficos, es posible concluir que la calidad de la roca es una variable importante dentro de las fórmulas, ya que su correcta incorporación permite mejores desempeños, lo que se traduce en valores mas bajos para la resistencia. Por un lado se observa que la fórmula de Lunder no varía a medida que aumenta la calidad de la roca, mientras que las fórmulas que si incorporan la calidad de la roca varían aumentando la resistencia estimada a medida de que aumenta la calidad de la roca.

6.3. Aplicación de la fórmula a un caso de estudio

Para la aplicación de la fórmula propuesta a un caso de estudio se toma el ejemplo utilizado en la sección 1.1. La fórmula propuesta es comparada con las fórmulas de Lunder, Laubscher y González. Se compara el ancho mínimo necesario para obtener un factor de seguridad de 1.4 o superior. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 61. Se utiliza el ancho efectivo de Esterhuizen para estimar la resistencia.

Las fórmulas presentan pendientes distintas debido a que se utilizan funcionales diferentes, siendo la fórmula de Lunder la que presenta mayor inclinación y menores valores. Esto coincide con que Lunder es la fórmula menos conservadora de todas las analizadas y presenta una sobreestimación de la resistencia de los pilares, resultando en dimensiones considerablemente menores. Tal como se observó en la comparación gráfica, para un RMR de 70 los valores entregados por la fórmula propuesta se encuentran entre los valores de la fórmula de Laubscher y la de González. A pesar de que el ancho necesario según Laubscher es similar al entregado por la fórmula propuesta, a medida que el esfuerzo sobre el pilar aumenta, la fórmula propuesta necesita aumentar en mayor medida sus dimensiones para mantener un factor de seguridad por sobre 1.4. Esto se debe a que el f_3 disminuye de valor a medida que aumentan las dimensiones del pilar, por lo que las dimensiones deben aumentar en mayor medida de manera que el incremento en el f_2 contrarreste este efecto.

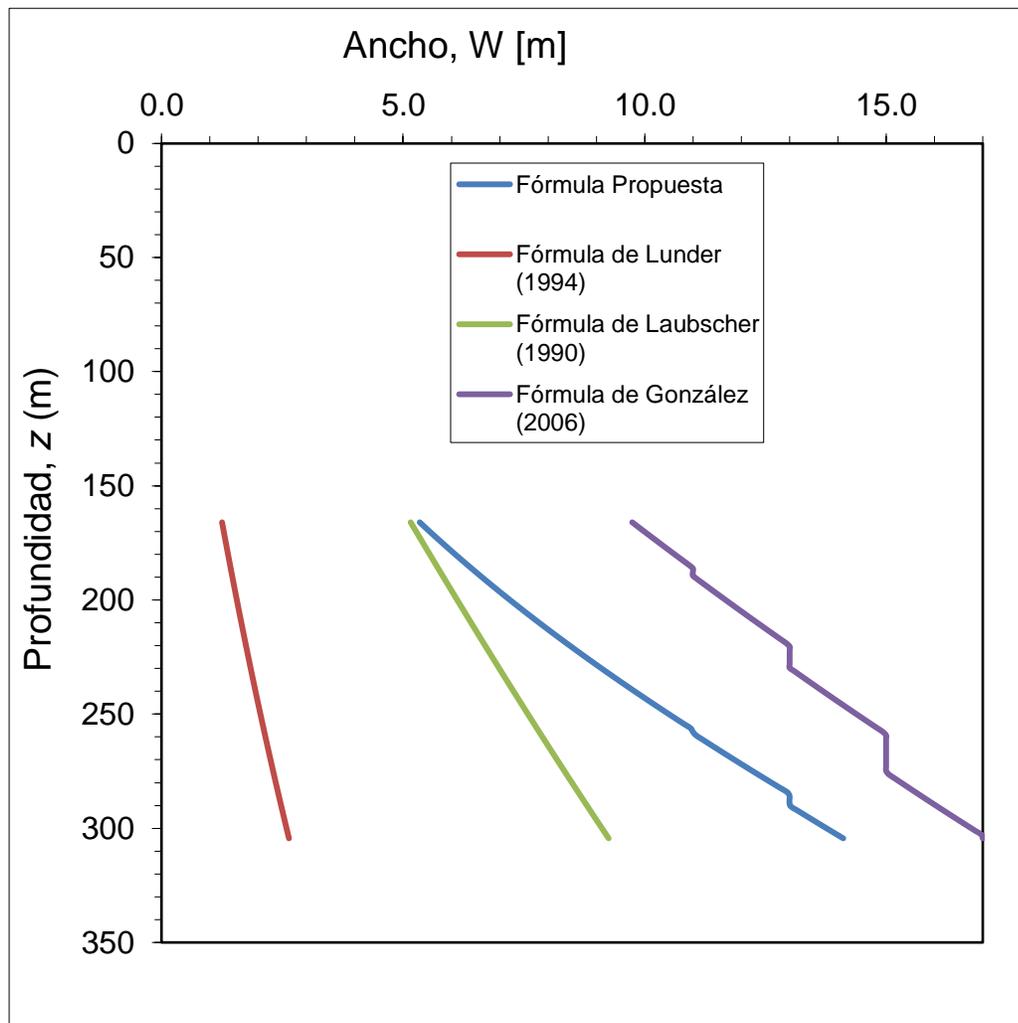


Figura 61: Ancho del pilar en función de la profundidad según la fórmula propuesta, Lunder (1994), Laubscher (1990) y González (2006)

Luego de obtener las dimensiones del pilar en función de la profundidad, se puede derivar los valores de la recuperación (Figura 62). En concordancia con los valores del ancho del pilar, la fórmula propuesta se encuentra entre las fórmulas de Laubscher y González, considerándose la fórmula de Lunder como un caso de sub-dimensionamiento de los pilares.

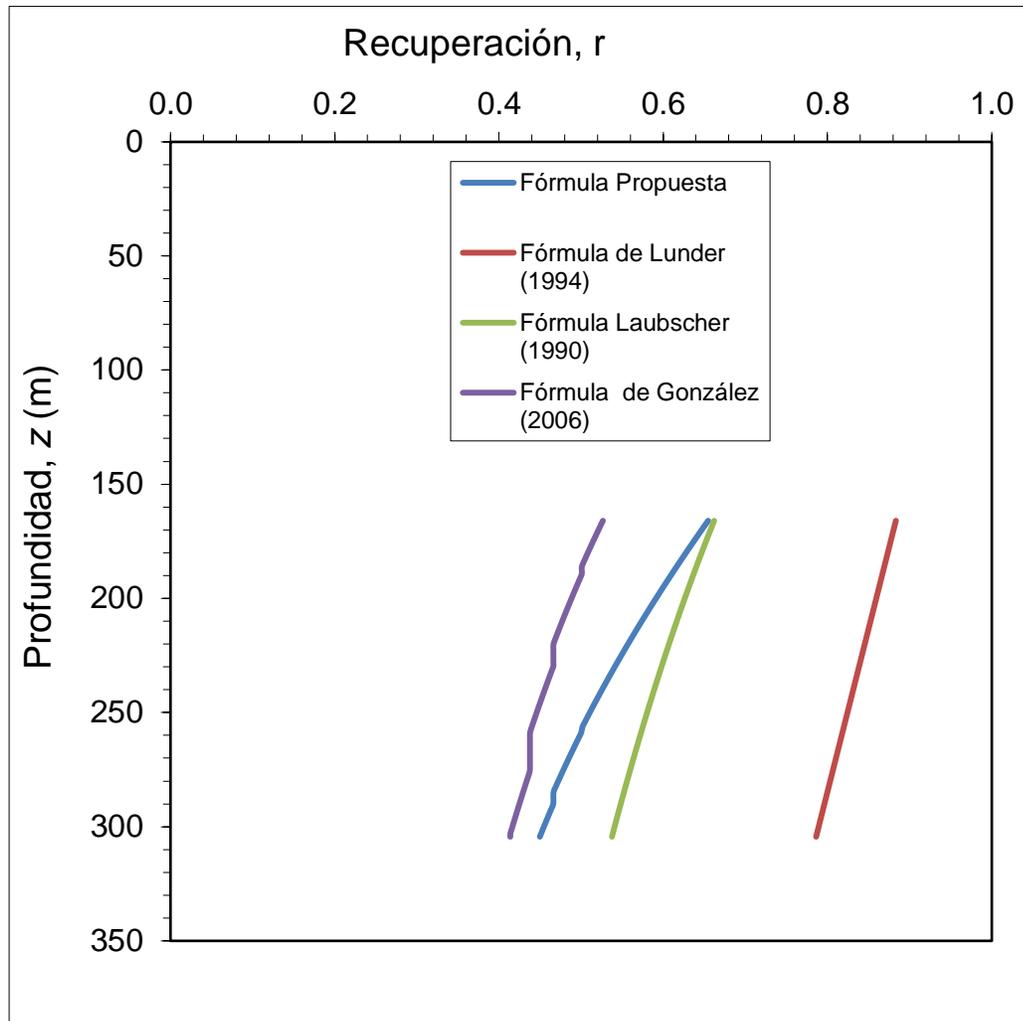


Figura 62: Recuperación en función de la profundidad según la fórmula propuesta, Lunder (1994), Laubscher (1990) y González (2006)

6.4 Discusión de la nueva fórmula

La fórmula propuesta se compone de estructuras tomadas de las fórmulas actuales que presenten buenos desempeños. Se continua con la estructura de efecto forma, ya que presenta mejores resultados que la estructura de efecto tamaño, sin embargo se deben modificar y ajustar los parámetros utilizados de manera de que cumplan con $A+0.5B=1$ para que sea capaz de recuperar el UCS_{50} .

Otra estructura adicionada es la función que incorpora la calidad del macizo rocoso a través del RMR propuesta por González. Además, esta función es utilizada en el criterio de falla Hoek & Brown para escalar la resistencia del macizo rocoso. La ventaja de utilizar esta estructura es que es ampliamente conocida pero poco utilizada en pilares. Además introducir esta nueva estructura permite tener mayor consistencia para las distintas calidades de macizo rocoso. Por último, se agrega un funcional que permita diferenciar entre pilares de igual forma (W/H) pero distinto volumen.

Estas estructuras son combinadas para obtener un mejor resultado. Al analizar cada una de las estructuras por si solas no entregan los mismos resultados como cuando se utilizan las tres simultáneamente. Luego, al comparar los aportes realizados por cada uno de los funcionales de la nueva fórmula, se obtiene que el máximo desempeño se obtiene al utilizar los tres al mismo tiempo, ya que si sacamos alguno, el desempeño cae. El mayor aporte para pilares viene dado por el primer funcional que realiza el escalamiento a escala de macizo rocoso, seguido por el funcional de efecto forma, donde ambos en conjunto, son capaces de obtener buenos desempeños para pilares. Por otro lado el tercer funcional no representa grandes aportes para el dimensionamiento de pilares, sin embargo, si representa un factor importante a escala de laboratorio. Además este último funcional permite corregir el error en el que se cae al utilizar solo efecto forma, el que dos pilares de igual razón W/H pero distinto tamaño presenten la misma resistencia.

La fórmula propia es ajustada con 2/3 de la base de datos, lo que permite utilizar el tercio restante para realizar una validación del factor de escalamiento. Esto permite mostrar una mayor robustez a la hora de validar la fórmula, ya que se comprueba su buen desempeño para una base de datos para la cual no fue ajustada. Debido a los buenos desempeños mostrados en los datos de verificación permite realizar un ajuste con todos los datos. Los valores de los parámetros son muy similares para ambos ajustes.

Se debe señalar el rango de validez de la fórmula de manera explícita, ya que dichos rangos son los que señalan donde se podrá aplicar de manera segura la fórmula aquí propuesta.

En primera instancia se tiene que la fórmula podrá ser utilizada para cualquier pilar de roca in-situ que presente una calidad expresada en RMR mayor a 50, una razón de W/H del pilar entre 0.5 y 3, pero el ancho puede ir desde valores tan pequeños como los utilizados en laboratorio a tan grandes como 50 metros. En cuanto a las profundidades, se tiene que la mayoría de los pilares se encuentran por bajo los 350 metros, sin embargo se tiene una alta cantidad de pilares en el rango de profundidad cercana a los 600 metros, por lo que utilizar la fórmula bajo este valor sería lo más apropiado, es decir, no es apta para pilares profundos.

7. CONCLUSIONES

Existen diversas fórmulas empíricas en la literatura que permiten realizar la estimación de la resistencia de pilares, dichas fórmulas entregan valores bastante distintos para un mismo diseño, por lo que se estudia cuál de ellas es más confiable a partir de un estudio de su desempeño. Se observa que las fórmulas propuestas por Sjoberg (1992) y González (2006) son las que presentan mejores resultados para la base de datos de pilares recolectada, presentando esta última mayor consistencia para las distintas calidades de roca. Sin embargo estas fórmulas no son capaces de realizar buenas estimaciones a escala de laboratorio. Por otro lado, se concluye que el largo del pilar si presenta un efecto en la resistencia de este, evidenciando un aumento del desempeño de la gran mayoría de las fórmulas al incorporarlo. Se comprobó que la mejor metodología para realizar esto es la fórmula propuesta por Esterhuizen (2010).

Al analizar las fórmulas desarrolladas para el escalamiento de ensayos de laboratorio se concluye que estas no son capaces de clasificar adecuadamente el estado de estabilidad de los pilares, ya que no incorporan factores de escalamiento del macizo rocoso, solamente logran buenos resultados al considerar la forma del testigo a ensayar.

Se identifican diversos factores por lo cual las fórmulas actuales no son consistentes en ambas escalas. En las fórmulas actuales de pilares se observa que los parámetros utilizados no permiten recuperar el valor del UCS₅₀, obteniendo valores estimados mucho más bajos que los reales. Además, la mayoría de las fórmulas para pilares carecen de un factor que incorpore la calidad de la roca, por lo que entregan la misma resistencia para de buena calidad que para rocas más débiles. En las fórmulas para datos de laboratorio falta un factor que permita escalar desde roca intacta a escala de macizo rocoso.

Dado lo anterior, se plantea la necesidad de desarrollar una nueva fórmula que permita consistencia entre escala de pilares con la escala de ensayos de laboratorio. La fórmula propuesta se compone de funcionales ya existentes en otras fórmulas que presenten buenos desempeños en alguna de las escalas analizadas. Combinar funcionales permite obtener mejores resultados, corrigiendo los errores que presentan las fórmulas actuales.

La fórmula propuesta incorpora todos los parámetros que se consideran como relevantes al realizar un estudio sobre resistencia de pilares. Incorpora la calidad de la roca, sus dimensiones y la resistencia de la roca intacta, además considera tanto el efecto forma como el efecto escala. Esta combinación de funcionales permite obtener buenos resultados para ambas escalas, presentando un mejor resultado para pilares que las fórmulas actuales para pilares y un mejor desempeño a escala de laboratorio que las fórmulas actuales desarrolladas para escala de laboratorio. Los tres funcionales deben ir combinados para lograr los resultados esperados.

Los resultados obtenidos en el desempeño de la fórmula propuesta son consistentes para distintos rangos de RMR. Esto se observa claramente al comparar el desempeño para pilares estables cuando se eliminan los datos que presenten RMR=70, mostrando mejores resultados que las otras fórmulas. Aún más, el desempeño de la fórmula propuesta es superior al de las otras fórmulas para pilares en distintos rangos de RMR.

Al comparar los valores obtenidos por la fórmula propuesta al estimar la resistencia con los de otras fórmulas, se observan semejanzas con la fórmula de González cuando se tiene un $RMR(B)=70$ o menos, esto cambia a medida de que aumenta la calidad de la roca, siendo la fórmula de González la que presenta menores valores de resistencia. Además se observa que en los valores extremos, menores a 1 y mayores a 2.5, las diferencias también son relevantes, lo que se evidencia posteriormente en el caso de estudio, donde en bajas profundidades las diferencias son más notorias. Por otro lado, la fórmula propuesta entrega un ancho de pilar mayor que las fórmulas de Lunder o Laubscher, por lo que es posible concluir que dichas fórmulas sobreestiman la resistencia del pilar.

Otro aspecto importante de destacar es la pendiente que presenta la fórmula propuesta en la curva de ancho del pilar a medida que aumenta la profundidad, dicha pendiente es más acostada que las otras fórmulas debido a la presencia de f_3 . Este funcional genera que la resistencia del pilar disminuya a medida que aumenta el ancho del pilar, por lo que el incremento del ancho debe ser mayor que en las otras fórmulas para que se genere un incremento en el valor de la resistencia.

La fórmula puede ser utilizada para cualquier pilar de roca in-situ que presente una calidad expresada en RMR mayor a 50, una razón de W/H del pilar entre 0.5 y 3, pero el ancho puede ir desde valores tan pequeños como los utilizados en laboratorio a tan grandes como 50 metros.

En cuanto a las profundidades, la mayoría de los pilares se encuentran por bajo los 350 metros, sin embargo, una alta cantidad de pilares se encuentran en el rango de profundidad cercana a los 600 metros, por lo que utilizar la fórmula a profundidades menores, sería lo apropiado.

Finalmente, es necesario señalar que la metodología empleada para medir el desempeño de las fórmulas para el diseño de pilares presenta limitaciones debido a que es un método para evaluar desempeños cuando se tienen dos clases y no tres, por lo que se tiene que dividir el análisis en casos de estudio de dos categorías. Para realizar esto se debe agrupar dos clases en 1. En consecuencia, se tiene que esta metodología penaliza de igual manera equivocarse en una categoría o en dos, es decir, pesa lo mismo equivocarse en clasificar el pilar como fallado cuando es estable a clasificarlo como inestable y viceversa.

8. REFERENCIAS

- [1] D. F. Coates, "Rock mechanics principles 3rd edn," in *Min. Br. Monograph 874*, Ottawa, 1981.
- [2] D. H. Laubscher, "A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design," *J. S. Afr. Inst. Min. Metall*, vol. 90, pp. 257-273, 1990.
- [3] P. J. Lunder and R. Pakalnis, "Determination of the strength of hard-rock mine pillars," *Bull. Can. Inst. Min. Metall*, vol. 90, pp. 51-59, 1997.
- [4] P. J. Lunder, "Hard rock pillar strength estimation an applied empirical approach," British Columbia, Thesis for Master of Applied Science 1994.
- [5] L. Obert and W. I. Duvall, "Rock mechanics and the design of structures in rock," Wiley, New York 1967.
- [6] Z. T. Bieniawski, "Propagation of brittle fracture in rock," in *Proc. 10th Symp. Rock Mechanics. AIME.*, Nueva York, 1972, pp. 409-427.
- [7] J. Soberg, "Failure modes and pillar behaviour in the Zinkgruvan mine," in *Proc. 33th U.S. Symp. Rock Mech*, Rotterdam, 1992, pp. 491-500.
- [8] N. Krauland and P. E. Soder, "Determining pillar strength from pillar observation," *Eng. Min. J*, vol. 8, pp. 34-40, 1987.
- [9] D. G. Hedley and F. Grant, "Stope and pillar design for the Elliot Lake uranium mines," *Can. Inst. Min. Metall. Bull.*, vol. 65, pp. 37-44, 1972.
- [10] M. D. G. Salamon and A. H. Munro, "The study of the strength of coal pillars," *J.S. Afr. Inst. Min. Metall*, vol. 67, pp. 55-67, 1967.
- [11] C. González-Nicieza, M. I. Alvarez-Fernández, A. Menéndez-Díaz, and A. E. Alvarez-Vigil, "A Comparative Analysis of Pillar Design Methods and its Application to Marble Mines," *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 39, pp. 421-444, 2006.
- [12] P. R. Sheorey, M. N. Das, D. Barat, R. K. Prasad, and B. Singh, "Coal pillar strength estimation from failed and stable cases," *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, vol. 24, pp. 347-355, 1987.
- [13] P. R. Sheorey and B. Singh, "Strength of rectangular pillars in partial extraction," *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr*, vol. 11, pp. 41-44, 1974.
- [14] H. Wagner, "Pillar design in coal mines," *J. S. Afr. Inst. Min. Metall.*, vol. 80, pp. 37-45, 1980.
- [15] G. Esterhuizen, "Pillar strength in underground stone mines in the United States," *Int. J. Rock. Mech. Mining Sci*, 2010.
- [16] E. Hoek and E. T. Brown, "The Hoek-Brown failure criterion - a 1998 update," in *Proc. 15th Symp. Rock. Mech.*, Toronto, 1988, pp. 31-8.
- [17] N. Turk and W. R. Dearman, "A correction equation on the influence of length to diameter ratio on the uniaxial compressive strength of rocks," *Engineering Geology*, vol. 22, pp. 293-300, 1986.
- [18] T. Fawcett, "An introduction to ROC analysis.," *Pattern Recognition Letters*, vol. 27, pp. 861-874, 2006.
- [19] Y. Potvin, "Investigation of underground mine pillar design procedures," Quebec, Thesis. Master of Applied Science 1985.
- [20] W. J. Darlington, P. G. Ranjith, and S. K. Choi, "The effect of specimen size on strength and other properties in laboratory testing on Rock and Rock-like Cementitious brittle materials," vol. 44, pp. 513-529, 2011.

- [21] K. Mogi, "The influence of the dimensions of specimens on the fracture strength of rock," vol. 40, pp. 175-185, 1962.
- [22] M. I. Koifman and M. M. Protodiakonov, "The scale effect in investigations of rock and coal," Leipzig, 1963.
- [23] J. R. Hoskings and F. G. Horino, "The influence of spherical head size and specimen diameter on the uniaxial compressive strength of rock," 1969.
- [24] H. R. Pratt, A. D. Black, W. S. Brown, and W. R. Brace, "The effect of specimen size on the mechanical properties of unjointed diorite," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, vol. 9, pp. 513-529, 1972.
- [25] A. T. Haile and A. J. Jager, "Guidelines for the design of pillar systems for shallow and intermediate depth, tabular, hard rock mines " SIMRAC1995.
- [26] P. Tepnarong, "Theoretical and experimental studies to determine compressive and tensile strengths of rocks, using modified point load testing," Thesis for MSc of Eng. Geotech.2001.

ANEXO A

En este anexo se describe las estadísticas básicas completas de la base de datos.

| Ancho | |
|---------------------------|-------|
| Promedio | 13.9 |
| Cuenta | 267.0 |
| Mínimo | 2.6 |
| Moda | 15.0 |
| Mediana | 13.2 |
| Máximo | 61.0 |
| Desviación estándar | 7.6 |
| Varianza | 57.6 |
| Curtósis | 6.0 |
| Coefficiente de asimetría | 1.6 |

| Ancho efectivo según Wagner | |
|------------------------------------|-------|
| Promedio | 15.8 |
| Cuenta | 267.0 |
| Mínimo | 3.1 |
| Moda | 20.0 |
| Mediana | 14.0 |
| Máximo | 61.0 |
| Desviación estándar | 9.7 |
| Varianza | 94.2 |
| Curtósis | 3.7 |
| Coefficiente de asimetría | 1.7 |

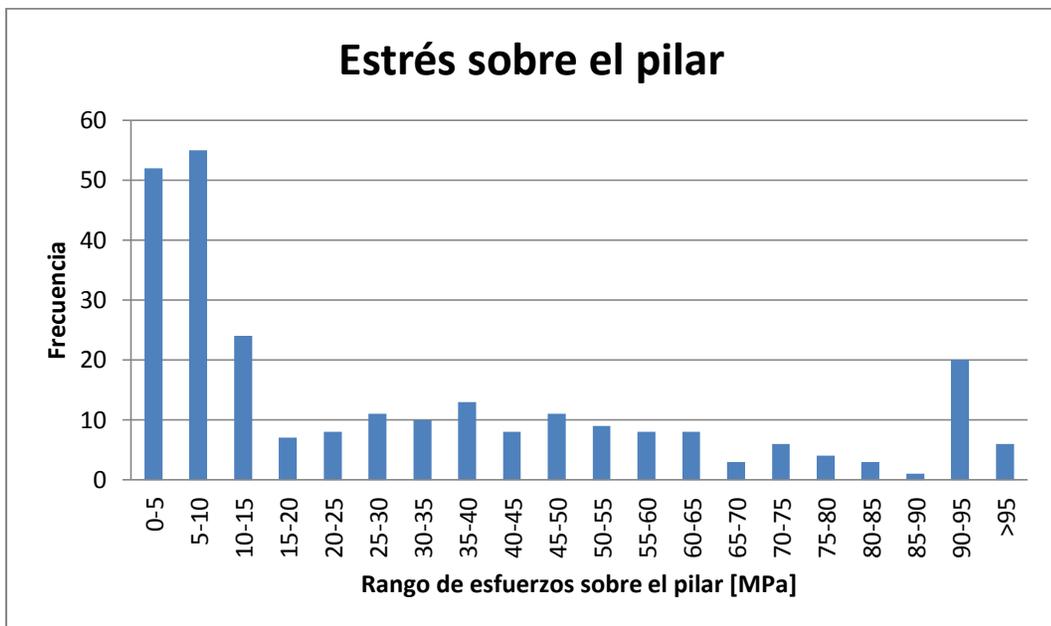
| Ancho efectivo según Esterhuizen | |
|---|-------|
| Promedio | 14.9 |
| Cuenta | 402.0 |
| Mínimo | 2.6 |
| Moda | 6.1 |
| Mediana | 13.9 |
| Máximo | 61.0 |
| Desviación estándar | 8.8 |
| Varianza | 76.9 |
| Curtósis | 4.9 |
| Coefficiente de asimetría | 1.8 |

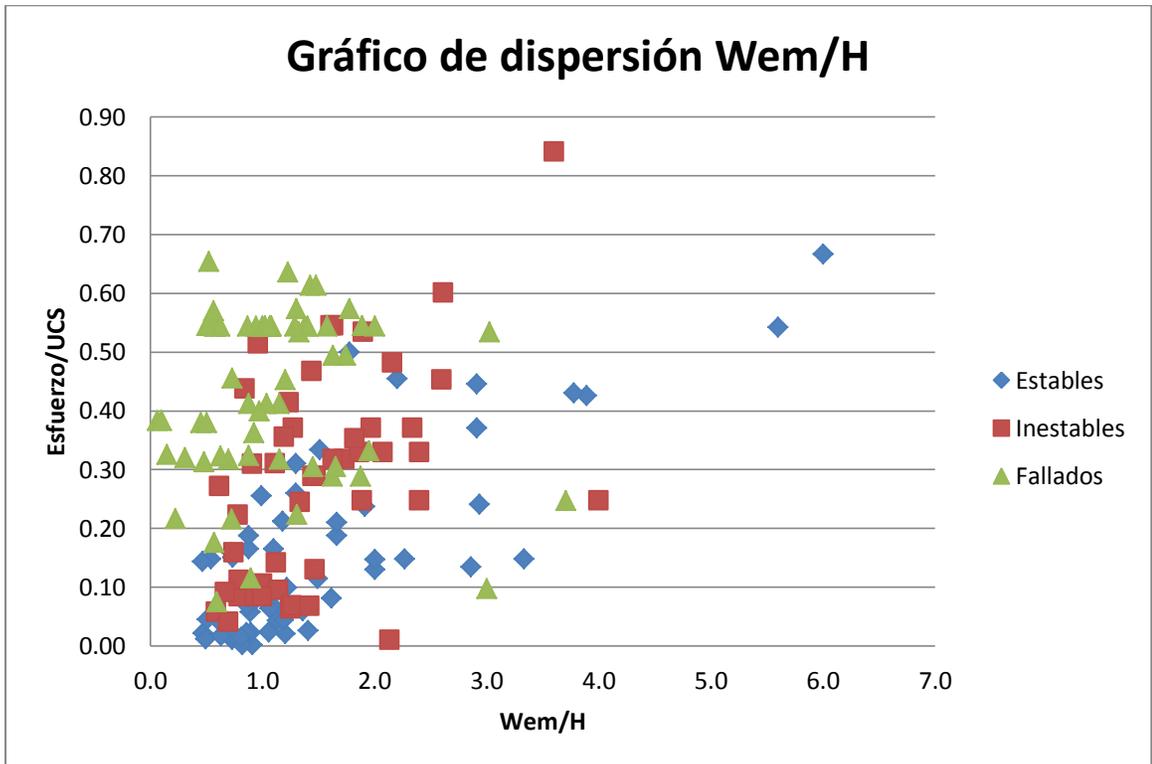
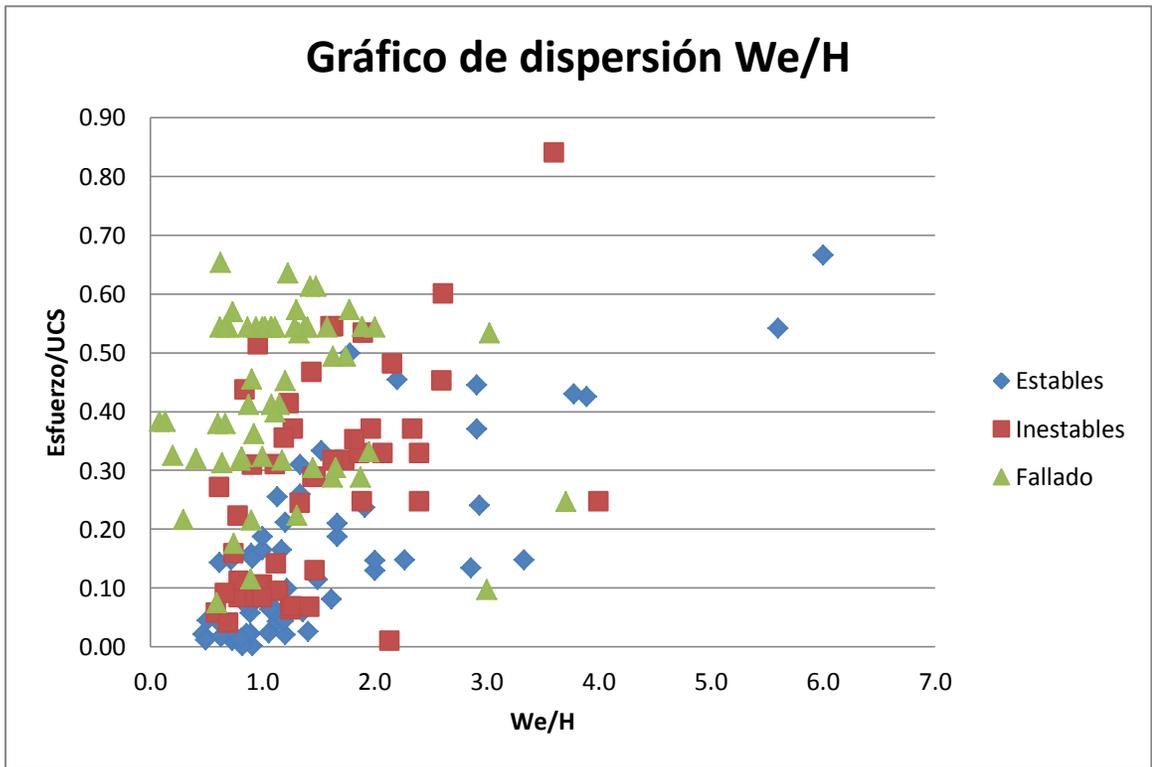
| Largo | |
|---------------------------|-------|
| Promedio | 19.6 |
| Cuenta | 267.0 |
| Mínimo | 3.1 |
| Moda | 15.2 |
| Mediana | 15.0 |
| Máximo | 90.0 |
| Desviación estándar | 15.2 |
| Varianza | 232.2 |
| Curtosis | 3.0 |
| Coefficiente de asimetría | 1.8 |

| Ratio de extracción | |
|----------------------------|-------|
| Promedio | 0.6 |
| Cuenta | 206.0 |
| Mínimo | 0.3 |
| Moda | 0.5 |
| Mediana | 0.6 |
| Máximo | 0.9 |
| Desviación estándar | 0.2 |
| Varianza | 0.03 |
| Curtosis | -1.1 |
| Coefficiente de asimetría | -0.3 |

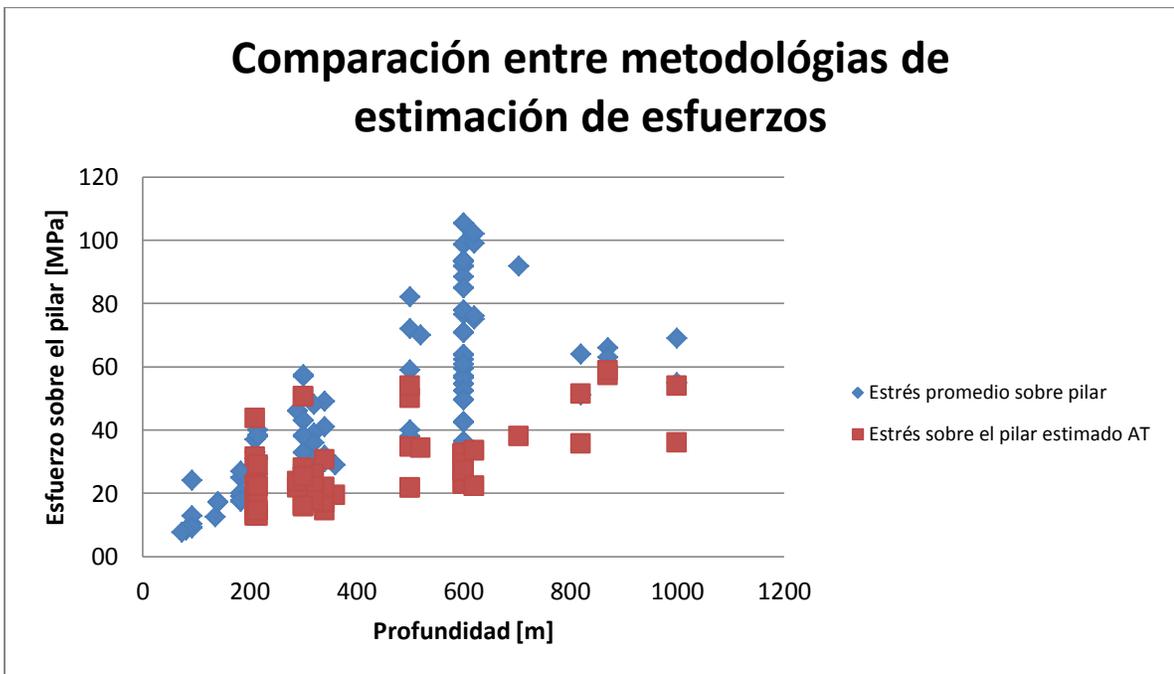
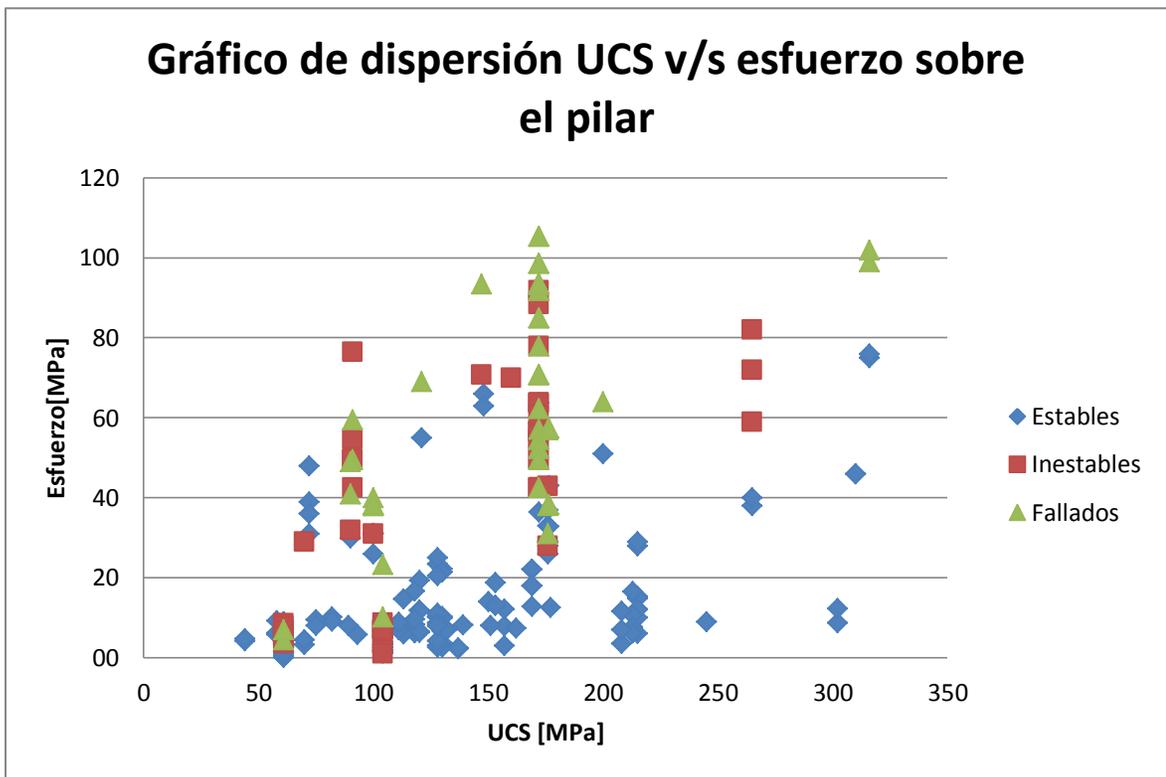
| Estrés sobre el pilar de la base de datos | |
|--|-------|
| Promedio | 31.2 |
| Cuenta | 267.0 |
| Mínimo | 0.1 |
| Moda | 93.5 |
| Mediana | 16.7 |
| Máximo | 105.4 |
| Desviación estándar | 30.6 |
| Varianza | 935.5 |
| Curtosis | -0.4 |
| Coefficiente de asimetría | 0.9 |

| Estrés sobre el pilar según Área Tributaria | |
|--|-------|
| Promedio | 16.7 |
| Cuenta | 267.0 |
| Mínimo | 0.1 |
| Moda | 32.4 |
| Mediana | 14.1 |
| Máximo | 58.7 |
| Desviación estándar | 12.7 |
| Varianza | 160.7 |
| Curtosis | 0.2 |
| Coficiente de asimetría | 0.8 |





Al incorporar el efecto del largo se observa que los datos se dispersan más, lo que podría generar un mayor traslapamiento de los estados.



Del gráfico anterior se observa que existen diferencias entre los métodos para estimar el estrés sobre un pilar. Como regla general se tiene que el método de modelamiento numérico entrega mayores resultados que el método de área tributaria.

ANEXO B

Métricas desglosadas para el desempeño de las fórmulas actuales de pilares.

| | W - CASO ESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------------------|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 158 | 108 | 0 | 1 | 1.00 | 0.99 | 0.01 | 0.01 | 0.60 |
| Bieniawski | 158 | 108 | 0 | 1 | 1.00 | 0.99 | 0.01 | 0.01 | 0.60 |
| Sjoberg | 143 | 26 | 15 | 83 | 0.91 | 0.24 | 0.67 | 0.68 | 0.85 |
| Krauland & Soder | 144 | 30 | 14 | 79 | 0.91 | 0.28 | 0.64 | 0.65 | 0.84 |
| Lunder | 151 | 44 | 7 | 65 | 0.96 | 0.40 | 0.55 | 0.58 | 0.81 |
| Hedley & Grant | 139 | 37 | 19 | 72 | 0.88 | 0.34 | 0.54 | 0.55 | 0.79 |
| Salamon & Munro | 40 | 1 | 118 | 108 | 0.25 | 0.01 | 0.24 | 0.21 | 0.55 |
| Laubscher | 142 | 36 | 16 | 73 | 0.90 | 0.33 | 0.57 | 0.59 | 0.81 |
| González | 108 | 2 | 50 | 107 | 0.68 | 0.02 | 0.67 | 0.62 | 0.81 |
| Sheorey | 90 | 6 | 68 | 103 | 0.57 | 0.06 | 0.51 | 0.47 | 0.72 |

| | W - CASO INESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|---------------------|----|----|-----|------|------|-------|-------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 1 | 49 | 217 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.81 |
| Bieniawski | 0 | 1 | 49 | 217 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.81 |
| Sjoberg | 10 | 14 | 39 | 204 | 0.20 | 0.06 | 0.14 | 0.17 | 0.80 |
| Krauland & Soder | 14 | 19 | 35 | 199 | 0.29 | 0.09 | 0.20 | 0.23 | 0.80 |
| Lunder | 10 | 19 | 39 | 199 | 0.20 | 0.09 | 0.12 | 0.14 | 0.78 |
| Hedley & Grant | 8 | 18 | 41 | 200 | 0.16 | 0.08 | 0.08 | 0.10 | 0.78 |
| Salamon & Munro | 3 | 23 | 46 | 195 | 0.06 | 0.11 | -0.04 | -0.05 | 0.74 |
| Laubscher | 11 | 15 | 38 | 203 | 0.22 | 0.07 | 0.16 | 0.19 | 0.80 |
| González | 8 | 19 | 41 | 199 | 0.16 | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.78 |
| Sheorey | 4 | 21 | 45 | 197 | 0.08 | 0.10 | -0.01 | -0.02 | 0.75 |

| | W - CASO FALLADOS | | | | | | | | |
|-----------------------------|-------------------|-----|----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Bieniawski | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Sjoberg | 47 | 27 | 13 | 180 | 0.78 | 0.13 | 0.65 | 0.60 | 0.85 |
| Krauland & Soder | 43 | 17 | 17 | 190 | 0.72 | 0.08 | 0.63 | 0.63 | 0.87 |
| Lunder | 34 | 9 | 26 | 198 | 0.57 | 0.04 | 0.52 | 0.58 | 0.87 |
| Hedley & Grant | 43 | 22 | 17 | 185 | 0.72 | 0.11 | 0.61 | 0.59 | 0.85 |
| Salamon & Munro | 59 | 141 | 1 | 66 | 0.98 | 0.68 | 0.30 | 0.17 | 0.47 |
| Laubscher | 43 | 20 | 17 | 187 | 0.72 | 0.10 | 0.62 | 0.61 | 0.86 |
| González | 57 | 73 | 3 | 134 | 0.95 | 0.35 | 0.60 | 0.42 | 0.72 |
| Sheorey | 58 | 88 | 2 | 119 | 0.97 | 0.43 | 0.54 | 0.36 | 0.66 |

| | We - CASO ESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 158 | 109 | 0 | 0 | 1.00 | 1.00 | 0.00 | 0.00 | 0.59 |
| Bieniawski | 158 | 108 | 0 | 1 | 1.00 | 0.99 | 0.01 | 0.01 | 0.60 |
| Sjoberg | 144 | 26 | 14 | 83 | 0.91 | 0.24 | 0.67 | 0.68 | 0.85 |
| Krauland & Soder | 146 | 31 | 12 | 78 | 0.92 | 0.28 | 0.64 | 0.66 | 0.84 |
| Lunder | 154 | 47 | 4 | 62 | 0.97 | 0.43 | 0.54 | 0.58 | 0.81 |
| Hedley & Grant | 143 | 40 | 15 | 69 | 0.91 | 0.37 | 0.54 | 0.56 | 0.79 |
| Salamon & Munro | 40 | 1 | 118 | 108 | 0.25 | 0.01 | 0.24 | 0.21 | 0.55 |
| Laubscher | 146 | 42 | 12 | 67 | 0.92 | 0.39 | 0.54 | 0.56 | 0.80 |
| González | 110 | 2 | 48 | 107 | 0.70 | 0.02 | 0.68 | 0.64 | 0.81 |
| Sheorey | 90 | 6 | 68 | 103 | 0.57 | 0.06 | 0.51 | 0.47 | 0.72 |

| | We - CASO INESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|----------------------|----|----|-----|------|------|-------|-------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 0 | 49 | 218 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.82 |
| Bieniawski | 0 | 1 | 49 | 217 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.81 |
| Sjoberg | 14 | 17 | 35 | 201 | 0.29 | 0.08 | 0.21 | 0.24 | 0.81 |
| Krauland & Soder | 15 | 19 | 34 | 199 | 0.31 | 0.09 | 0.22 | 0.25 | 0.80 |
| Lunder | 11 | 20 | 38 | 198 | 0.22 | 0.09 | 0.13 | 0.15 | 0.78 |
| Hedley & Grant | 6 | 20 | 43 | 198 | 0.12 | 0.09 | 0.03 | 0.04 | 0.76 |
| Salamon & Munro | 3 | 22 | 46 | 196 | 0.06 | 0.10 | -0.04 | -0.05 | 0.75 |
| Laubscher | 10 | 16 | 39 | 202 | 0.20 | 0.07 | 0.13 | 0.16 | 0.79 |
| González | 8 | 18 | 41 | 200 | 0.16 | 0.08 | 0.08 | 0.10 | 0.78 |
| Sheorey | 4 | 21 | 45 | 197 | 0.08 | 0.10 | -0.01 | -0.02 | 0.75 |

| | We - CASO FALLADOS | | | | | | | | |
|-----------------------------|--------------------|-----|----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Bieniawski | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Sjoberg | 46 | 20 | 14 | 187 | 0.77 | 0.10 | 0.67 | 0.65 | 0.87 |
| Krauland & Soder | 42 | 14 | 18 | 193 | 0.70 | 0.07 | 0.63 | 0.65 | 0.88 |
| Lunder | 30 | 5 | 30 | 202 | 0.50 | 0.02 | 0.48 | 0.56 | 0.87 |
| Hedley & Grant | 38 | 20 | 22 | 187 | 0.63 | 0.10 | 0.54 | 0.54 | 0.84 |
| Salamon & Munro | 59 | 142 | 1 | 65 | 0.98 | 0.69 | 0.30 | 0.16 | 0.46 |
| Laubscher | 40 | 13 | 20 | 194 | 0.67 | 0.06 | 0.60 | 0.63 | 0.88 |
| González | 57 | 72 | 3 | 135 | 0.95 | 0.35 | 0.60 | 0.43 | 0.72 |
| Sheorey | 58 | 88 | 2 | 119 | 0.97 | 0.43 | 0.54 | 0.36 | 0.66 |

| | Wem - CASO ESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|---------------------|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 158 | 108 | 0 | 1 | 1.00 | 0.99 | 0.01 | 0.01 | 0.60 |
| Bieniawski | 158 | 108 | 0 | 1 | 1.00 | 0.99 | 0.01 | 0.01 | 0.60 |
| Sjoberg | 143 | 26 | 15 | 83 | 0.91 | 0.24 | 0.67 | 0.68 | 0.85 |
| Krauland & Soder | 145 | 31 | 13 | 78 | 0.92 | 0.28 | 0.63 | 0.65 | 0.84 |
| Lunder | 154 | 46 | 4 | 63 | 0.97 | 0.42 | 0.55 | 0.59 | 0.81 |
| Hedley & Grant | 142 | 40 | 16 | 69 | 0.90 | 0.37 | 0.53 | 0.55 | 0.79 |
| Salamon & Munro | 40 | 1 | 118 | 108 | 0.25 | 0.01 | 0.24 | 0.21 | 0.55 |
| Laubscher | 144 | 41 | 14 | 68 | 0.91 | 0.38 | 0.54 | 0.56 | 0.79 |
| González | 109 | 2 | 49 | 107 | 0.69 | 0.02 | 0.67 | 0.63 | 0.81 |
| Sheorey | 90 | 6 | 68 | 103 | 0.57 | 0.06 | 0.51 | 0.47 | 0.72 |

| | Wem - CASO INESTABLES | | | | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------|----|----|-----|------|------|-------|-------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 1 | 49 | 217 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.81 |
| Bieniawski | 0 | 1 | 49 | 217 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | -0.01 | 0.81 |
| Sjoberg | 12 | 18 | 37 | 200 | 0.24 | 0.08 | 0.16 | 0.19 | 0.79 |
| Krauland & Soder | 15 | 19 | 34 | 199 | 0.31 | 0.09 | 0.22 | 0.25 | 0.80 |
| Lunder | 12 | 19 | 37 | 199 | 0.24 | 0.09 | 0.16 | 0.18 | 0.79 |
| Hedley & Grant | 6 | 19 | 43 | 199 | 0.12 | 0.09 | 0.04 | 0.04 | 0.77 |
| Salamon & Munro | 3 | 22 | 46 | 196 | 0.06 | 0.10 | -0.04 | -0.05 | 0.75 |
| Laubscher | 9 | 17 | 40 | 201 | 0.18 | 0.08 | 0.11 | 0.13 | 0.79 |
| González | 8 | 19 | 41 | 199 | 0.16 | 0.09 | 0.08 | 0.09 | 0.78 |
| Sheorey | 4 | 21 | 45 | 197 | 0.08 | 0.10 | -0.01 | -0.02 | 0.75 |

| | Wem - CASO FALLADOS | | | | | | | | |
|-----------------------------|---------------------|-----|----|-----|------|------|------|------|------|
| Fórmula | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
| Obert & Duvall | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Bieniawski | 0 | 0 | 60 | 207 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.78 |
| Sjoberg | 46 | 22 | 14 | 185 | 0.77 | 0.11 | 0.66 | 0.63 | 0.87 |
| Krauland & Soder | 43 | 14 | 17 | 193 | 0.72 | 0.07 | 0.65 | 0.66 | 0.88 |
| Lunder | 31 | 5 | 29 | 202 | 0.52 | 0.02 | 0.49 | 0.57 | 0.87 |
| Hedley & Grant | 39 | 21 | 21 | 186 | 0.65 | 0.10 | 0.55 | 0.55 | 0.84 |
| Salamon & Munro | 59 | 142 | 1 | 65 | 0.98 | 0.69 | 0.30 | 0.16 | 0.46 |
| Laubscher | 41 | 15 | 19 | 192 | 0.68 | 0.07 | 0.61 | 0.63 | 0.87 |
| González | 57 | 72 | 3 | 135 | 0.95 | 0.35 | 0.60 | 0.43 | 0.72 |
| Sheorey | 58 | 88 | 2 | 119 | 0.97 | 0.43 | 0.54 | 0.36 | 0.66 |

Métricas para fórmula propia con 2/3 de la base de datos.

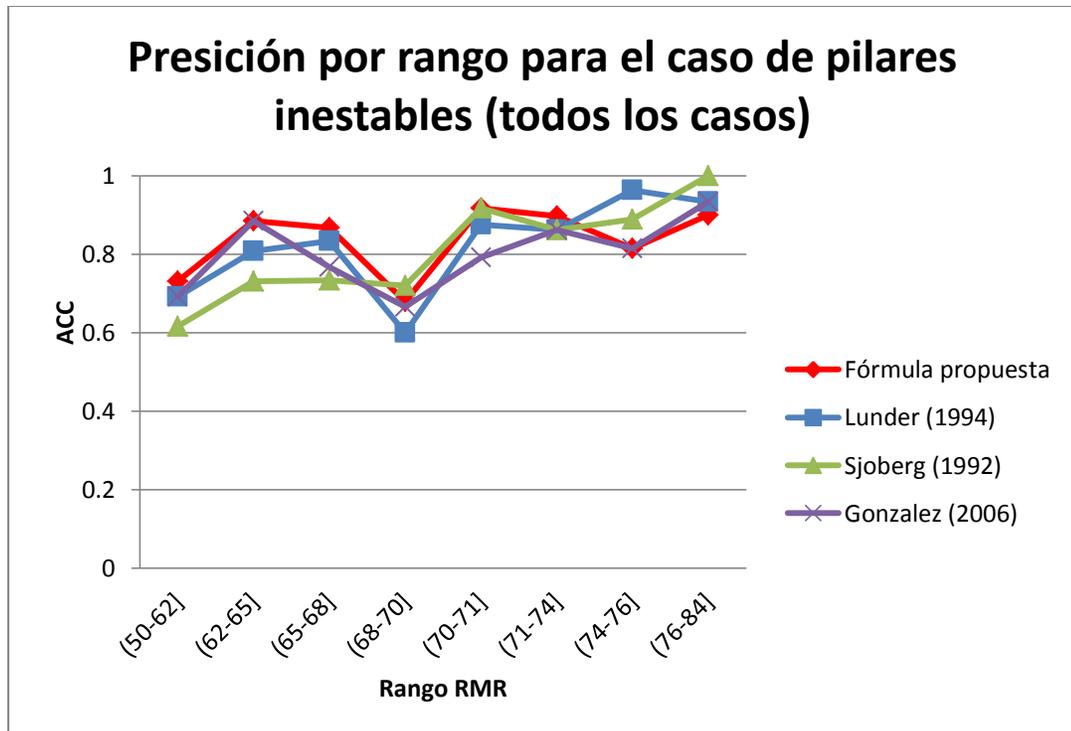
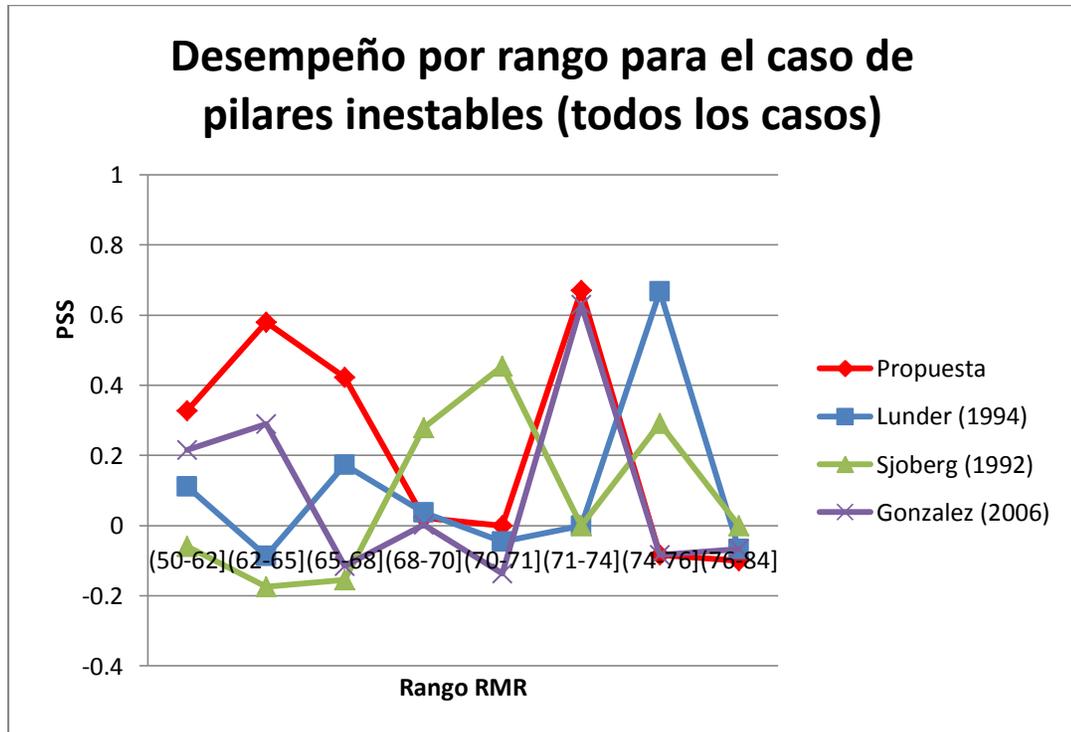
| Estado | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
|-----------|----|----|----|-----|------|------|------|------|------|
| Estable | 72 | 3 | 26 | 77 | 0.73 | 0.04 | 0.70 | 0.68 | 0.84 |
| Inestable | 7 | 8 | 28 | 135 | 0.20 | 0.06 | 0.14 | 0.18 | 0.80 |
| Fallado | 42 | 62 | 3 | 87 | 0.93 | 0.42 | 0.52 | 0.35 | 0.66 |

Métricas para fórmula propia con 1/3 de la base de datos.

| Estado | TP | FP | FN | TN | TPR | FPR | PSS | HSS | ACC |
|-----------|----|----|----|----|------|------|------|------|------|
| Estable | 44 | 1 | 16 | 28 | 0.73 | 0.03 | 0.70 | 0.62 | 0.81 |
| Inestable | 3 | 4 | 11 | 71 | 0.21 | 0.05 | 0.16 | 0.20 | 0.83 |
| Fallado | 15 | 27 | 0 | 52 | 1.00 | 0.34 | 0.66 | 0.38 | 0.71 |

ANEXO C

Desempeño y precisión de las fórmulas para distintos rangos de RMR para el caso de pilares inestables



ANEXO D

Como se mencionó en el trabajo, al dividir la base de datos, las partes deben seguir tendencias similares a la base de datos completa, de manera de no generar sesgos al ajustar los parámetros. Principalmente se analizan la cantidad de pilares por estado y la calidad de roca de cada grupo de datos.

| | Muestra 2/3 | | Muestra 1/3 | | Completo | |
|---------|-------------|------------|-------------|------------|----------|------------|
| | Cantidad | Porcentaje | Cantidad | Porcentaje | Cantidad | Porcentaje |
| (40-50] | 0 | 0% | 2 | 2% | 2 | 1% |
| (50-60] | 12 | 7% | 7 | 8% | 19 | 7% |
| (60-70] | 93 | 52% | 43 | 48% | 136 | 51% |
| (70-80] | 71 | 40% | 34 | 38% | 105 | 39% |
| (80-90] | 2 | 1% | 3 | 3% | 5 | 2% |

Se observa que para la calidad de la roca, la tendencia de distribución de los datos es bastante similar.

| | Muestra 2/3 | | Muestra 1/3 | | Completo | |
|-----------|-------------|------------|-------------|------------|----------|------------|
| | Cantidad | Porcentaje | Cantidad | Porcentaje | Cantidad | Porcentaje |
| Estable | 98 | 55% | 60 | 67% | 158 | 59% |
| Inestable | 35 | 20% | 14 | 16% | 49 | 18% |
| Fallado | 45 | 25% | 15 | 17% | 60 | 22% |

Para la distribución de los estados, la tendencia es similar en ambas muestras.