



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL

ESTUDIO ANALÍTICO DE ELEMENTOS DE BORDE DE MURO SOMETIDOS A
DISTINTAS CONFIGURACIONES DE CONFINAMIENTO Y PRE-TRACCIÓN

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PABLO SALVADOR HERRERA ROJAS

PROFESOR GUÍA:

LEONARDO MASSONE SANCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

AUGUSTO HOLMBERG FUENZALIDA

FERNANDO YAÑEZ URIBE

SANTIAGO DE CHILE

NOVIEMBRE 2013

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: PABLO HERRERA R.
FECHA: 18/11/2013
PROF. GUIA: SR. LEONARDO MASSONE

“ESTUDIO ANALÍTICO DE ELEMENTOS DE BORDE DE MURO SOMETIDOS A
DISTINTAS CONFIGURACIONES DE CONFINAMIENTO Y PRE-TRACCIÓN”

Nuestro país se caracteriza por ser altamente sísmico debido a las condiciones geotectónicas de su territorio. Por otra parte, la construcción constituye uno de los principales exponentes del crecimiento que nuestro país ha experimentado en los últimos años, y en donde el hormigón armado es el material más utilizado en edificación en altura.

Los elementos estructurales de hormigón armado que más fallencias presentaron en el pasado terremoto fueron los muros y en particular los elementos de borde o “puntas de muro”. El daño se focalizó principalmente en los muros de subterráneo, y se caracterizó por una grieta horizontal acompañada del pandeo del refuerzo longitudinal ubicado en los bordes del elemento. Esto se genera debido a que el descascaramiento prematuro del hormigón perimetral libera de restricción lateral a las barras longitudinales de refuerzo, las cuales se pandean y generan una pérdida considerable en la resistencia del elemento.

En el contexto de las modificaciones a la normativa vigente para el diseño de estructuras de hormigón armado en nuestro país, se hace necesario conocer la respuesta sísmica de estos elementos y comparar los resultados experimentales con los modelos que se encuentran actualmente en la literatura, para así desarrollar requerimientos normativos que mejoren el diseño de estos elementos estructurales.

En el presente trabajo de título se modela la respuesta de elementos de borde, a partir de distintos modelos de hormigón confinado y acero, y posteriormente se compara la respuesta analítica con la respuesta empírica. Los datos experimentales se obtienen del trabajo de título de Pablo Polanco (2012), en donde se ensayan 10 elementos de borde a escala sometidos a compresión pura, cada uno con distintas dimensiones y configuraciones de confinamiento. Adicionalmente, se incluyen otros 14 ensayos que son parte de la tesis de Jesús Núñez (2013).

Los resultados tanto teóricos como experimentales muestran cómo el confinamiento genera una degradación más lenta de la capacidad del elemento de borde, siendo el modelo de Legeron & Paultre el que mejor predice la respuesta del hormigón confinado. La tracción previa de un 2% genera una pérdida de capacidad cercana al 35% en elementos de borde sin confinamiento y cerca de un 15% en aquellos confinados. Se propone un modelo de pérdida de capacidad del elemento de borde por pérdida de recubrimiento con el fin de explicar este fenómeno.

Quisiera dedicar este trabajo a mi madre, quien siempre se preocupó por mi proceso educativo, y que hoy desde el cielo ve los frutos de su esfuerzo. Te amo mamá este trabajo te lo dedico a ti....

Tabla de contenido

1.	Antecedentes Generales	1
1.1.	Introducción	1
1.2.	Motivación	2
1.3.	Objetivos	3
1.4.	Metodología	3
2.	Modelos analíticos para predecir la respuesta del hormigón armado	5
2.1.	Comportamiento del acero	6
2.1.1.	Modelo de Massone & Moroder Monotonico	6
2.1.2.	Modelo de Massone & Moroder Cíclico	18
2.1.3.	Modelo de Dhakal & Maekawa Monotonico	24
2.1.4.	Modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico	27
2.2.	Comportamiento del hormigón	31
2.2.1.	Modelo de Popovics	31
2.2.2.	Modelo de Popovics modificado (Tsai)	32
2.2.3.	Modelo de Mander	33
2.2.4.	Modelo de Saatcioglu	39
2.2.5.	Modelo de Cassun y Paultre	44
2.2.6.	Modelo de Legeron y Paultre	49
2.2.7.	Modelo de cierre de grietas	53
2.3.	Modelos de respuesta para elementos de borde	57
2.3.1.	Modelación de las probetas sin excentricidad de carga	57
2.3.2.	Modelación de las probetas con excentricidad de carga	58
2.3.3.	Modelación de las probetas incluyendo inestabilidad lateral	60
2.3.4.	Modelación de la perdida de recubrimiento por pretracción	63
3.	Datos Experimentales	65
3.1.	Barras de refuerzo longitudinales sometidas a fatiga de bajos ciclos	65
3.2.	Elementos de borde de muro sometidos a compresión	67
4.	Resultados de los Modelos Analíticos	71
4.1.	Modelo de respuesta para barras de refuerzo (Massone & Moroder)	71
4.2.	Modelo de respuesta para elementos de borde	76
4.2.1.	Parámetros y supuestos utilizados	76

4.2.2	Probetas sin pretraccion	81
4.2.3.	Probetas con Pretraccion	90
4.2.4.	Efecto de la Inestabilidad Lateral	94
4.2.5.	Efecto de la Excentricidad de Carga	98
5.	Análisis de Resultados	100
6.	Conclusiones.....	109
7.	Referencias	110

Índice de Tablas

Tabla 1 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Massone & Moroder Monotonico	17
Tabla 2 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Massone & Moroder Cíclico	23
Tabla 3 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Dhakal y Maekawa Monotonico	26
Tabla 4 - Valores recomendados para los parámetros R_o , a_1 y a_2 en el modelo Dhakal & Maekawa Cíclico	28
Tabla 5 - Matriz de Ensayo de las barras de refuerzo longitudinal	66
Tabla 6 - Matriz de Ensayo de los elementos de borde	69
Tabla 7 - Parámetros del acero utilizados para predecir la respuesta cíclica de las barras de refuerzo	71
Tabla 8 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta de los estribos (Acero A63-42H)	76
Tabla 9 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta de los estribos (Acero A44-28H)	77
Tabla 10 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta del refuerzo longitudinal	77
Tabla 11 - Ensayos de cilindro para determinar la resistencia del hormigón	77
Tabla 12 - Parámetros utilizados en el modelo de Popovics	78
Tabla 13 - Parámetros utilizados en el modelo de Mander	78
Tabla 14 - Parámetros utilizados en el modelo de Saatcioglu	78
Tabla 15 - Parámetros utilizados en los Modelos de Cassun y Paultre; y Legeron y Paultre	78
Tabla 16 - Error promedio asociado a cada una de las probetas utilizando el modelo Massone & Moroder	81
Tabla 17 - Error promedio asociado a cada una de las probetas utilizando el modelo de Dhakal & Maekawa	82
Tabla 18 - Error en la estimación del peak de capacidad utilizando el modelo de Dhakal & Maekawa	100
Tabla 19 - Error en la estimación del peak de capacidad utilizando el modelo de Massone & Moroder	101
Tabla 20 - Error en la estimación de la tensión residual al 0,008 de deformación, utilizando el modelo de Dhakal & Maekawa	101
Tabla 21 - Error en la estimación de la tensión residual al 0,008 de deformación, utilizando el modelo de Massone & Moroder	102
Tabla 22 - Estimación de la tensión en los estribos durante el peak de capacidad	102

Indice de Figuras

Figura N° 1.1 - Grieta Horizontal en Muro Subterráneo durante el terremoto del 27-F.....	1
Figura N° 1.2 - Pandeo del refuerzo longitudinal en elementos de borde durante el terremoto del 27-F.....	2
Figura N° 2.1 - Esquema del modelo de Massone & Moroder.....	6
Figura N° 2.2 - Esquema del modelo de Mander para acero en tracción	6
Figura N° 2.3 – Formación de la rótula plástica.....	7
Figura N° 2.3 – (a) Respuesta promedio (b) Respuesta dentro del largo de daño, Lp (c) Respuesta fuera del largo de daño.....	7
Figura N° 2.4 - Distribución de Deformaciones en el Modelo de Massone & Moroder	7
Figura N° 2.5 - Ley Constitutiva Cíclica utilizada en el Modelo de Massone & Moroder Monotonico	10
Figura N° 2.6 - Esquema de construcción de la ley constitutiva cíclica en el Modelo Massone & Moroder	11
Figura N° 2.7 - Ubicación de las rotulas plásticas en el Modelo de Massone & Moroder.....	11
Figura N° 2.8 - Imperfección Inicial	12
Figura N° 2.9 - Aplicación de la carga axial	13
Figura N° 2.10 - Equilibrio de Fuerzas.....	15
Figura N° 2.11 - Modelo de fibras en la sección transversal	16
Figura N° 2.12 - Resultados del modelo de Massone y Moroder Monotonico	17
Figura N° 2.13 - Curva de vida a la fatiga.....	18
Figura N° 2.14 - Modificaciones en el modelo Massone & Moroder Cíclico	18
Figura N° 2.15 - Ley constitutiva cíclica en el Modelo Massone & Moroder Cíclico	19
Figura N° 2.16 - Modificaciones en el Modelo Massone & Moroder Cíclico.....	19
Figura N° 2.17 - Descripción del Algoritmo	20
Figura N° 2.18 - Modelo de fibras para la sección transversal en el Modelo Massone & Moroder	21
Figura N° 2.19 - Resultados del modelo de Massone & Moroder Cíclico	23
Figura N° 2.20 - Datos Experimentales para el modelo de Dhakal y Maekawa.....	25
Figura N° 2.21 - Esquema del modelo de Dhakal y Maekawa Monotonico	26
Figura N° 2.22 - Resultados del modelo de Dhakal y Maekawa Monotonico.....	27
Figura N° 2.23 - Esquema del modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico	28
Figura N° 2.24 - Resultados del Modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico	30
Figura N° 2.25 - Resultado del Modelo de Popovics hormigon no confinado en compresión.....	32
Figura N° 2.26 - Resultados del modelo de Popovics Modificado (Tsai) para hormigon en tracción.....	33
Figura N° 2.27 - Modelo de Mander	34
Figura N° 2.28 - Área de confinamiento efectivo en el modelo de Mander	35
Figura N° 2.29 - Resultados del Modelo de Mander	38
Figura N° 2.30 - Distribución de presiones laterales para barras longitudinales poco espaciadas	39
Figura N° 2.31 - Distribución de presiones laterales para barras longitudinales muy espaciadas	40
Figura N° 2.32 - Presión Lateral Equivalente y Presión Lateral Promedio en el modelo de Saatcioglu	40
Figura N° 2.33 - Equilibrio en la sección transversal (Saatcioglu).....	41
Figura N° 2.34 - Resultados del modelo de Saatcioglu	44
Figura N° 2.35 - Esquema del proceso iterativo para calcular la tensión en la armadura de confinamiento (Cassun & Paultre).....	47
Figura N° 2.36 - Resultados del modelo de Cusson & Paultre	48
Figura N° 2.37 - Concepto de Columna circular equivalente en el modelo de Legeron &Paultre	51
Figura N° 2.38 - Resultados del modelo de Legeron & Paultre	52

Figura N° 2.39 - Esquema del modelo de cierre de grietas (Chang & Mander)	53
Figura N° 2.40 - Resultados del modelo de cierre de grietas.....	56
Figura N° 2.41 - Materiales que componen la sección transversal del elemento de borde.....	57
Figura N° 2.42 - Partición de la sección transversal en la modelación de elementos con excentricidad de carga	58
Figura N° 2.43 - Esquema de compatibilidad de deformaciones en la modelación de elementos con excentricidad de carga	59
Figura N° 2.44 - Esquema del modelo en Opensees	60
Figura N° 2.45 - Fibras que componen la sección transversal y materiales utilizados en el modelo Opensees	61
Figura N° 2.46 - Resultados del modelo concrete06 (Opensees)	61
Figura N° 2.47 - Material Histeretico (Opensees)	62
Figura N° 2.48 - Modelo Histeretico v/s Massone&Moroder para un 2% de pretraccion.....	62
Figura N° 2.49 - Efecto P-Delta	63
Figura N° 2.50 - Agrietamiento del hormigon debido a la pretraccion (Probeta 8).....	63
Figura N° 2.51 - Modelo propuesto para determinar la resistencia del hormigon perimetral en función de la pretraccion.....	64
Figura N° 2.52 - Resultados del modelo de pérdida de recubrimiento en probetas sin confinamiento (a) Sin considerar el modelo (b) Considerando el modelo.	64
Figura N° 3.1 - maquina universal para pandeo Instron modelo 600LX de 60 toneladas	65
Figura N° 3.2 - Barras de refuerzo longitudinal ensayadas	66
Figura N° 3.3 - Esquema de armado de las probetas.....	67
Figura N° 3.4 - Ubicación de los Ldvt's.....	68
Figura N° 3.5 - Ubicación de los Strain Gauges.....	68
Figura N° 3.6 - Tipos de confinamiento utilizados en la zona central.....	70
Figura N° 3.7 - Probeta Ensayada	70
Figura N° 4.1 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°1	72
Figura N° 4.2 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2.....	72
Figura N° 4.3 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°1	73
Figura N° 4.4 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°2.....	73
Figura N° 4.5 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°1.....	74
Figura N° 4.6 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2.....	74
Figura N° 4.7 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°1.....	75
Figura N° 4.8 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2.....	75
Figura N° 4.9 - Curvas Tensión - Deformación para las armaduras de refuerzo.....	76
Figura N° 4.10 - Zona de concentración de daño	79
Figura N° 4.11 - (a) Esquema de la curva tensión-deformación experimental (b) Esquema de los ldvt	80
Figura N° 4.12 - Respuesta post-peak considerando diferentes longitudes de daño (Probeta 13)	81
Figura N° 4.13 - Variable Espesor (Sin confinamiento, 130 [mm], 180 [mm] y 250 [mm])	83
Figura N° 4.14 - Variable Espesor (Confinamiento tipo A, 130 [mm], 180 [mm] y 250 [mm])	83
Figura N° 4.15 - Variable tipo de acero estribos (Conf. A v/s Conf. M @150[mm])	84
Figura N° 4.16 - Variable Confinamiento (Espesor = 130[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento	84
Figura N° 4.17 - Variable Confinamiento (Espesor = 180[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento	85
Figura N° 4.18 - Variable Confinamiento (Espesor = 250[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento)	85
Figura N° 4.19 - Variable espaciamiento entre estribos (Conf. M @150 [mm] v/s @ 100 [mm]).....	86
Figura N° 4.20 - Variable espaciamiento entre estribos (Conf. A @150 [mm] v/s @ 100 [mm])	86
Figura N° 4.23 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. A @100 [mm] v/s Conf. A2 @100 [mm] v/s Sin Confinamiento).....	87

Figura N° 4.24 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. D1@ 100[mm] v/s Conf. D2@ 100[mm])	87
Figura N° 4.25 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. E1@ 100[mm] v/s Conf. E2@100[mm])	88
Figura N° 4.26 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. E1,E2 ,D1, D2 @100[mm]).....	88
Figura N° 4.27 - Variable Tipo de Confinamiento y armadura longitudinal (Conf. A@100 [mm] v/s Conf. D1, D2 @100[mm]).....	89
Figura N° 4.28 - Variable Tipo de Confinamiento y armadura longitudinal (Conf. A@100 [mm] v/s Conf. E1, E2 @100[mm])	89
Figura N° 4.29 - Variable nivel de pretraccion (Sin Confinamiento).....	90
Figura N° 4.30 - Variable Confinamiento (Conf.A@10[cm] v/s Sin Confinamiento).....	91
Figura N° 4.31 - Variable Esbeltez (Conf.A@10[cm],H=1[m] v/s H=1.6 [m]).....	91
Figura N° 4.32 - Variable Espaciamiento entre estribos (Conf.A@10[cm] v/s Conf.A@15[cm])	92
Figura N° 4.33 - Variable Confinamiento (Conf.A@15[cm] v/s Sin Confinamiento).....	93
Figura N° 4.34 - Resultados del modelo Opensees, variable altura de la probeta, $e = 0,1''$	94
Figura N° 4.35 - Resultados del modelo Opensees, variable imperfección al centro para las probetas de 1[m].....	95
Figura N° 4.36 - Resultados del modelo Opensees, variable imperfección al centro para las probetas de 1,6 [m].....	95
Figura N° 4.37 - Resultados del modelo Opensees, variable nivel de pretraccion, $h = 1[m]$, $e = 0,1''$	96
Figura N° 4.38 - Resultados del modelo Opensees, variable nivel de pretraccion, $h = 1,6 [m]$, $e = 0,1''$	96
Figura N° 4.31 – Efecto de la inestabilidad lateral con pretraccion, Estudio Experimental (Chrysanidis TA, Tegos IA, 2012).....	97
Figura N° 4.38 - Efecto de la excentricidad de la carga	98
Figura N° 4.39 - Efecto de la excentricidad de la carga (Modelación en Opensees).....	99
Figura N° 5.1 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P1).....	103
Figura N° 5.2 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P2).....	103
Figura N° 5.3 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P3).....	104
Figura N° 5.4 - Modelación Probetas con pretraccion (P7).....	105
Figura N° 5.5 - Modelación Probetas con pretraccion (P8).....	105
Figura N° 5.6 - Modelación Probetas con pretraccion (P9).....	105
Figura N° 5.7 - Modelación Probetas con pretraccion (P10).....	106
Figura N° 5.8 - Modelación Probetas con pretraccion (P11).....	106
Figura N° 5.9 - Modelación Probetas con pretraccion (P16).....	107

1. Antecedentes Generales

1.1. Introducción

En el contexto de las modificaciones a la normativa vigente para el diseño de estructuras de hormigón armado en nuestro país se hace necesario el estudio de aquellos elementos que presentaron gran cantidad de daño en el pasado terremoto del 27 de febrero del año 2010, para así mejorar su diseño y comportamiento en futuros eventos sísmicos.

Debido al gran crecimiento de la industria inmobiliaria, los edificios que se construyen en nuestro país cuentan con un número de pisos cada vez mayor, lo que sumado al momento volcante que actúa sobre el edificio durante eventos de naturaleza sísmica generan altas demandas de compresión (tanto de deformación como de resistencia), en aquellos muros ubicados en la base del edificio.



Figura N° 1.1 - Grieta Horizontal en Muro Subterráneo durante el terremoto del 27-F

Los elementos estructurales de hormigón armado que más fallencias presentaron en el pasado terremoto fueron precisamente los muros y en particular los elementos de borde de muro o “puntas de muro”. El daño se focalizó principalmente en los muros ubicados en la base del edificio, y se caracterizó por una grieta horizontal, acompañada del pandeo del refuerzo longitudinal ubicado en los bordes del elemento. Esto se genera debido a que el descascaramiento prematuro del hormigón perimetral libera de restricción lateral a las barras longitudinales de refuerzo, las cuales se pandean y generan una pérdida considerable en la resistencia del elemento.



Figura N° 1.2 - Pandeo del refuerzo longitudinal en elementos de borde durante el terremoto del 27-F

Para mejorar el comportamiento de muros de hormigón armado ante futuros sismos, se hace entonces necesario confinar los elementos de borde. El refuerzo transversal genera presiones laterales sobre el núcleo de hormigón confinado, lo cual reduce la expansión del hormigón, mejorando su capacidad de carga y deformación, además de dar apoyo lateral a las barras de refuerzo longitudinal, disminuyendo así su longitud de pandeo, lo cual mejora de buena manera la estabilidad lateral de estas.

En el presente trabajo de título se modela la respuesta de elementos de borde, a partir de distintos modelos de hormigón confinado y acero, y posteriormente se compara la respuesta analítica con la respuesta empírica. Los datos experimentales se obtienen del trabajo de título de Pablo Polanco (2012), en donde se ensayan 10 elementos de borde a escala sometidos a compresión pura, cada uno con distintas dimensiones y configuraciones de confinamiento. Adicionalmente, se incluyen otros 14 ensayos que son parte de la tesis de Jesús Núñez (2013).

Paralelamente se comparan los resultados del modelo analítico de Massone & Moroder para barras de refuerzo sometidas a cargas cíclicas, con los datos experimentales extraídos del trabajo de Begoña Hamasaki (2012).

1.2. Motivación

Dentro de las razones que motivan este trabajo de investigación se encuentran las siguientes:

- Chile se ubica en la intersección de la placa de Nazca con la Sudamericana, lo cual lo transforma en un país altamente sísmico, al grado de poseer el terremoto con más energía liberada en la historia de la humanidad (Valdivia, año 1960, Magnitud 9,5 en la escala de Richter y con cifras cercanas a los 10.000 muertos) y tener un promedio de 1 terremoto cada 10 años (45 terremotos en 450 años).

- En los últimos años ha aumentado considerablemente la edificación en altura en nuestro país. El hormigón armado es el material de construcción más utilizado en este tipo de proyectos.
- Considerando los daños observados en el pasado terremoto del 27-F se hace necesario el confinamiento de los elementos de borde para así mejorar la respuesta de ellos ante fenómenos de naturaleza sísmica. Es importante entonces conocer la respuesta de estos elementos y comparar las observaciones experimentales con los modelos que se encuentran actualmente en la literatura, para así desarrollar requerimientos normativos que mejoren el diseño de estos elementos estructurales.
- La principal falla observada durante el 27-F fue el pandeo del refuerzo longitudinal, debido a la alta demanda de compresión actuando sobre este, sumado a la falta de restricción lateral causada por el descascaramiento del hormigón perimetral. Se hace necesario estudiar el comportamiento a compresión incluyendo pandeo, de las barras de refuerzo.

1.3. Objetivos

Como principal objetivo, este trabajo de título tiene la finalidad de estudiar la respuesta de elementos de borde bajo distintos espesores y configuraciones de confinamiento, comparando la respuesta analítica formulada a partir de distintos modelos tanto para el hormigón confinado como para el acero, con la respuesta empírica obtenida a partir de resultados experimentales. Por otra parte, podemos mencionar los siguientes objetivos específicos:

- Comparar los resultados obtenidos mediante el modelo de Massone & Moroder para barras de refuerzo longitudinal sometidas a compresión incluyendo pandeo, con datos experimentales
- Comparar las respuestas obtenidas por los distintos modelos y determinar cuál de ellas es la más representativa
- Corroborar que los supuestos hechos por cada uno de los autores de los modelos analíticos se cumplen en los ensayos. En particular, resulta de interés observar la respuesta de los estribos (armadura de confinamiento) durante el peak de capacidad de la pieza.
- Estudiar la influencia de distintos parámetros en la respuesta de elementos de borde de muro. Se analizarán variables como espesor del elemento de borde, grado y tipo de confinamiento, nivel de pre-tracción, excentricidad de la carga aplicada y cuantía de refuerzo longitudinal.

1.4. Metodología

Para lograr los objetivos propuestos, este trabajo de investigación se divide en las siguientes etapas:

i. Revisión bibliográfica

Se lleva a cabo una revisión bibliográfica con el fin de conocer los distintos modelos analíticos que se encuentran en la literatura y que modelan la respuesta de los materiales en cuestión. Se revisan los modelos más importantes que describen el comportamiento del hormigón confinado, para luego estudiar el comportamiento del acero en compresión con pandeo según distintos autores.

ii. Implementación de los modelos analíticos

Una vez revisado el aspecto teórico de cada uno de los modelos estudiados, se implementan cada uno de ellos. Posterior a su implementación, se ejecutan algunos casos de prueba para observar la respuesta entregada por cada uno de los modelos analíticos.

iii. Obtención y procesamiento de los datos experimentales

En esta etapa se realiza la recopilación de datos experimentales. Al momento de comenzar el presente trabajo se cuenta con 10 probetas ensayadas y sus respectivos registros. Es necesario entonces presenciar los ensayos de las siguientes 14 probetas, para así observar su comportamiento mediante registro fotográfico y/o audiovisual. Es de particular interés observar el modo de falla de cada una de las probetas. Posterior a la etapa de ensayos se procede a analizar los registros obtenidos para así obtener las curvas tensión-deformación de cada una de las piezas.

iv. Comparación de los modelos analíticos con los datos experimentales

Con los datos experimentales analizados, se realizan las comparaciones con los distintos modelos analíticos. Se observa el ajuste de cada uno de ellos a los datos experimentales, tomando en cuenta los siguientes parámetros,

- Tensión Peak
- Tensión residual al 8 por mil (deformación igual a 0,008)
- Error del modelo, en comparación a los datos experimentales

v. Análisis de resultados y Conclusiones

Finalmente se realiza el análisis de los resultados obtenidos, y las respectivas conclusiones del trabajo realizado.

2. Modelos analíticos para predecir la respuesta del hormigón armado

2.1. Comportamiento del acero

2.1.1. Modelo de Massone & Moroder Monotonico

Massone & Moroder desarrollan un modelo analítico para pandeo de barras de refuerzo (respuesta monótonica promedio en compresión) basado en zonas de concentración plásticas y con la capacidad de introducir una imperfección inicial.

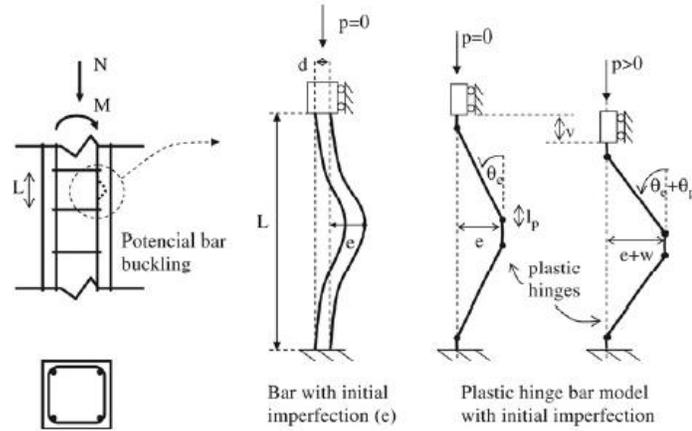


Figura N° 2.1 - Esquema del modelo de Massone & Moroder

- Ley constitutiva del acero
- Comportamiento en tracción

El modelo de pandeo utiliza el modelo de Mander et al. (1984), el cual se muestra a continuación

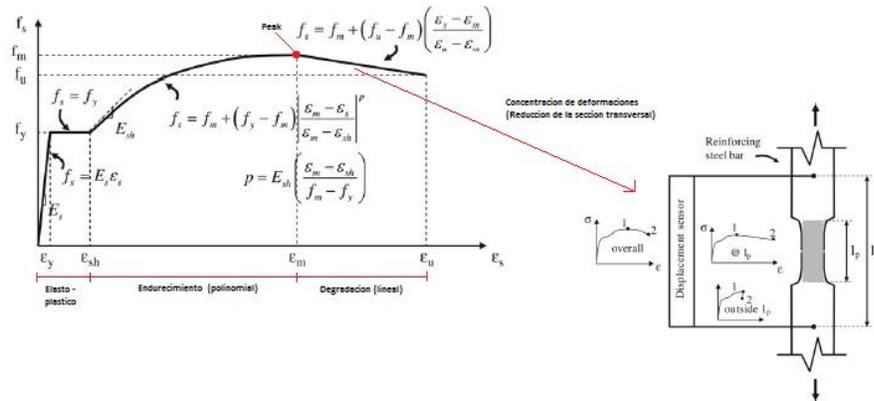


Figura N° 2.2 - Esquema del modelo de Mander para acero en tracción

Mander sugiere 3 tramos para describir el comportamiento a tracción del acero. En una primera etapa el acero sigue un comportamiento elasto-plástico perfecto, seguido por una zona

de endurecimiento polinomial, que se acopla al tramo elasto-plástico mediante con un módulo secante Esh (ver figura). Finalmente, sigue un tramo de degradación post-peak, lineal hasta la rotura. Durante la degradación se generan concentraciones de deformaciones en el acero, llevando a la formación de rótulas plásticas según el proceso que se describe a continuación,

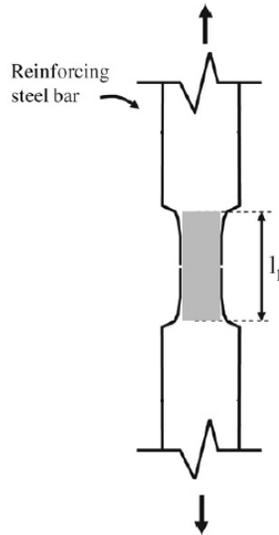


Figura N° 2.3 – Formación de la rótula plástica

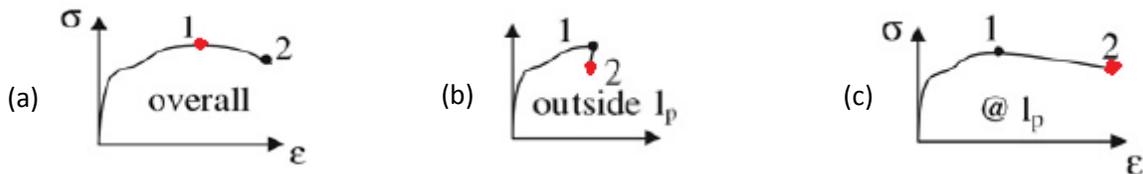


Figura N° 2.4 – (a) Respuesta promedio (b) Respuesta dentro del largo de daño, l_p (c) Respuesta fuera del largo de daño

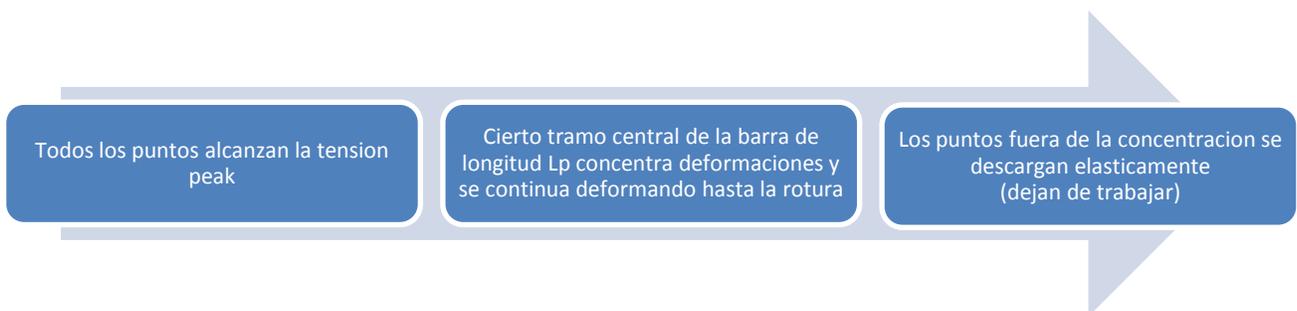


Figura N° 2.5 - Distribución de Deformaciones en el Modelo de Massone & Moroder

El modelo de Massone & Moroder concentra todas las deformaciones de la barra en rótulas plásticas de largo l_p . Al medir la deformación experimental mediante un gauge de largo

$L_g (>L_p)$, la deformación promedio debe ser corregida de tal manera de asumir que toda la deformación se concentra en el largo L_p , por lo tanto,

$$\varepsilon_{\mu,p} = \varepsilon_m + (\varepsilon_{u,g} - \varepsilon_m) \frac{L_g}{L_p} + \frac{(f_u - f_m)}{E_s} \frac{(L_g - L_p)}{L_p} \quad (1)$$

El tercer término de la expresión es despreciable ya que la deformación de los elementos fuera de la rótula plástica debido a la descarga es mínima.

En donde:

$\varepsilon_{\mu,p}$: Deformación de rotura corregida

$\varepsilon_{\mu,g}$: Deformación de rotura medida por el gauge

ε_m : Deformación asociada a la tensión peak medida por el gauge

f_μ : Tensión de rotura medida experimentalmente

f_m : Tensión peak medida experimentalmente

E_s : Modulo elástico del acero

▪ Comportamiento en compresión

El modelo de pandeo utiliza el modelo basado en el comportamiento en tracción, modificado según Dodd y Rastrepo-Posada, el cual se muestra a continuación:

$$f_{s,c} = -f_{s,t}(1 + \varepsilon_{s,t})^2 \quad (2)$$

$$\varepsilon_{s,c} = -\frac{\varepsilon_{s,t}}{1 + \varepsilon_{s,t}} \quad (3)$$

En donde:

$(\varepsilon_{s,t}, f_{s,t})$: Coordenadas de la ley constitutiva en tracción para el acero

$(\varepsilon_{s,c}, f_{s,c})$: Coordenadas de la ley constitutiva en compresión para el acero

La convención de signos es negativa para compresión (descarga) y positiva para tracción (carga)

▪ Comportamiento cíclico

El modelo de pandeo utiliza un modelo cíclico basado en las respuestas monotónicas en tracción y compresión, tal como se describe a continuación. La curva A en la Figura N°2.5 representa el efecto Bauschinger y queda definida mediante el punto de inicio (ε_o , f_o); y el punto final (ε_f , f_f) de la curva, además de una serie de parámetros que dependen de las propiedades del acero, tal como se muestra a continuación,

$$f_s = f_o + E_o(\varepsilon_s - \varepsilon_o) * \left(Q + \frac{1 - Q}{\left(1 + E_o \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_o}{f_f - f_o} \right)^R \right)^{\frac{1}{R}}} \right) \quad (4)$$

En donde,

$$Q = \frac{\frac{E_{sec}}{E_o} - a}{1 - a} \quad (5)$$

$$E_{sec} = \frac{f_f - f_o}{\varepsilon_s - \varepsilon_o} \quad (6)$$

$$a = \left(1 + \left(\frac{E_o}{E_{sec}} \right)^R \right)^{-\frac{1}{R}} \quad (7)$$

Los parámetros E_o y R dependen si la curva A corresponde a un tramo en carga o un tramo en descarga (ver Figura N°2.5). Para el caso de un tramo de carga,

$$E_o = E_s(1 - 3\Delta\varepsilon) \quad (8)$$

$$R = 16 \left(\frac{f_y}{E_s} \right)^{1/3} * (1 - 10\Delta\varepsilon) \quad (9)$$

Y para la recarga,

$$E_o = E_s(1 - \Delta\varepsilon) \quad (10)$$

$$R = 20\left(\frac{f_y}{E_s}\right)^{1/3} * (1 - 20\Delta\varepsilon) \quad (11)$$

En donde,

$$\Delta\varepsilon = \frac{\|\varepsilon_f - \varepsilon_o\|}{2} \quad (12)$$

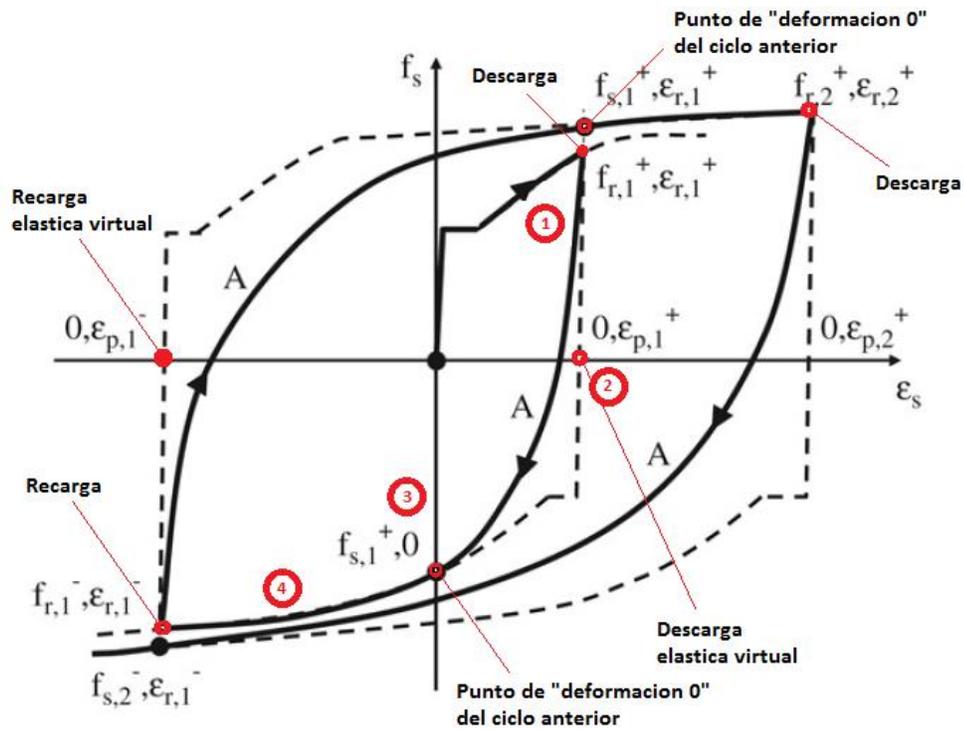


Figura N° 2.6 - Ley Constitutiva Cíclica utilizada en el Modelo de Massone & Moroder Monotonico

La construcción de la curva cíclica para el acero se resume en el siguiente esquema,

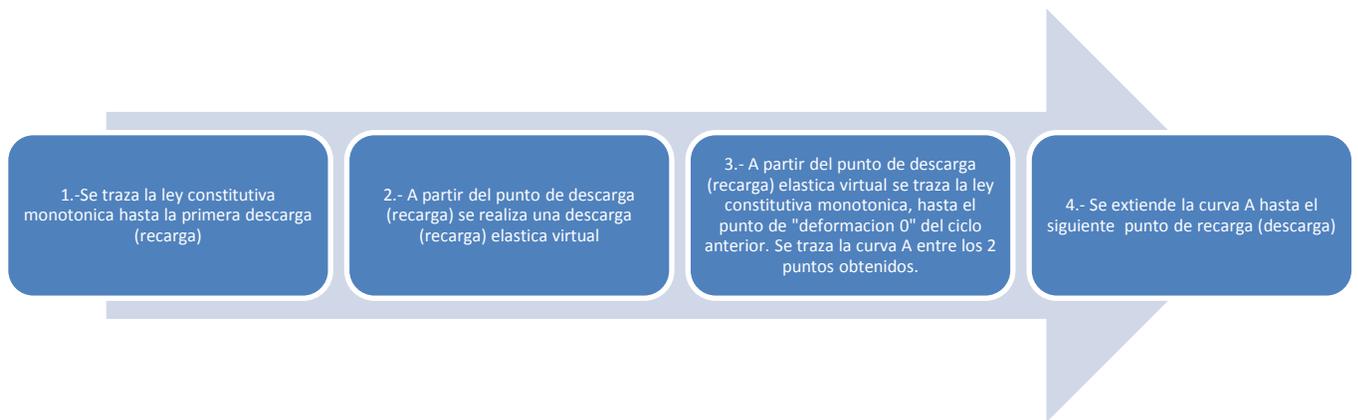


Figura N° 2.7 - Esquema de construcción de la ley constitutiva cíclica en el Modelo Massone & Moroder

▪ Explicación del modelo

El modelo de Massone & Moroder ubica rótulas plásticas en las zonas de momento máximo. La rótula plástica central asociada a momento positivo, se divide en 2 con el fin de generar un problema simétrico.

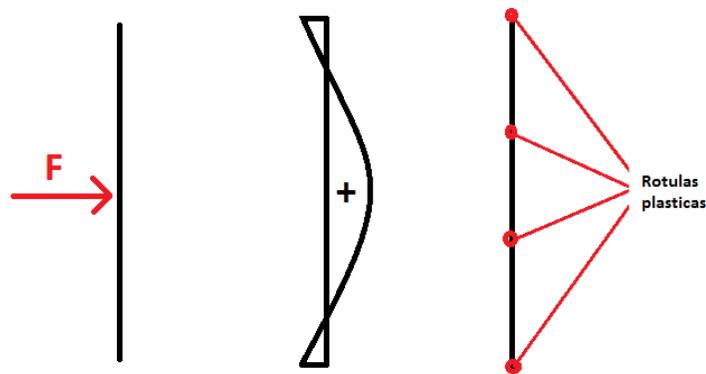


Figura N° 2.8 - Ubicación de las rótulas plásticas en el Modelo de Massone & Moroder

▪ Imperfección inicial

La imperfección inicial e , generada por la aplicación de una fuerza transversal en el centro de la barra ($L/2$) se modela como una curvatura inicial, continua a lo largo de las 4 rótulas plásticas.

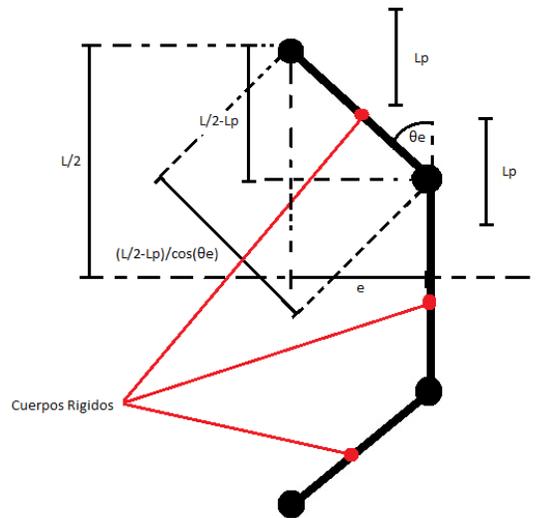


Figura N° 2.9 - Imperfección Inicial

De la Figura N°2.8,

$$\tan(\theta_e) = \frac{e}{\frac{L}{2} - L_p} \quad (13)$$

$$\theta_e = \phi_e L_p \quad (14)$$

Luego,

$$\phi_e = \frac{1}{L_p} \arctan\left(\frac{e}{\frac{L}{2} - L_p}\right) \quad (15)$$

▪ **Aplicación de la carga axial**

La carga axial genera una tensión vertical uniforme, más una distribución de momento similar a la generada debido a la aplicación de la fuerza transversal que genera la imperfección inicial. Por lo tanto la carga axial genera las mismas rotulas plásticas y no otras adicionales.

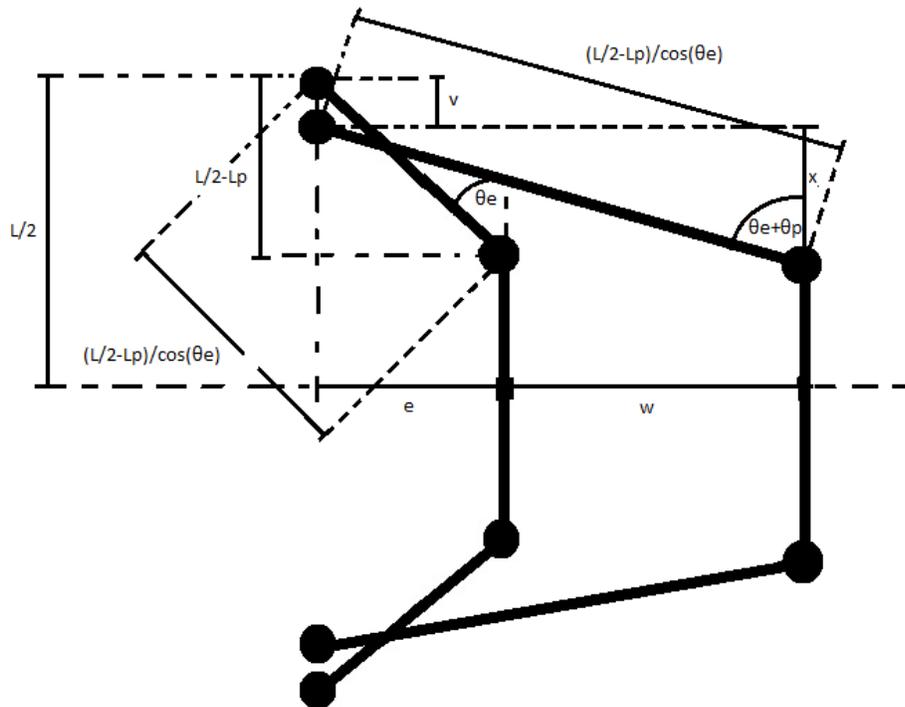


Figura N° 2.10 - Aplicación de la carga axial

De la Figura N°2.9,

$$\sin(\theta_e + \theta_p) = \frac{e + w}{\frac{1}{\cos(\theta_e)} \left(\frac{L}{2} - L_p \right)} \quad (16)$$

Luego,

$$e + w = \frac{\sin(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)} \left(\frac{L}{2} - L_p \right) \quad (17)$$

La deformación vertical (y por tanto también el desplazamiento) de la barra debido a la aplicación de la carga axial se puede descomponer en 2 partes, una debido al desplazamiento vertical (uniforme) y otra debido a la curvatura (Navier).

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{pi} + \phi x_i \quad (18)$$

$$v = v_\varepsilon + v_\phi \quad (19)$$

En donde,

$$v_\varepsilon = 4L_p\varepsilon_p \quad (20)$$

Para calcular v_ϕ , de la Figura N°2.9 se tiene que,

$$\frac{v_\phi}{2} = \left(\frac{L}{2} - L_p\right) - x \quad (21)$$

Por otra parte,

$$\cos(\theta_e + \theta_p) = \frac{x}{\frac{1}{\cos(\theta_e)}\left(\frac{L}{2} - L_p\right)} \quad (22)$$

$$x = \frac{\cos(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)}\left(\frac{L}{2} - L_p\right) \quad (23)$$

$$\frac{v_\phi}{2} = \left(\frac{L}{2} - L_p\right) - \frac{\cos(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)}\left(\frac{L}{2} - L_p\right) \quad (24)$$

$$v_\phi = (L - 2L_p) - \frac{\cos(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)}(L - 2L_p) = (L - 2L_p)\left(1 - \frac{\cos(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)}\right) \quad (25)$$

Finalmente,

$$v = v_\varepsilon + v_\phi = 4L_p\varepsilon_p + (L - 2L_p)\left(1 - \frac{\cos(\theta_e + \theta_p)}{\cos(\theta_e)}\right) \quad (26)$$

▪ **Equilibrio de fuerzas**

Tomando en cuenta la mitad superior de la barra y las fuerzas involucradas se tiene que:

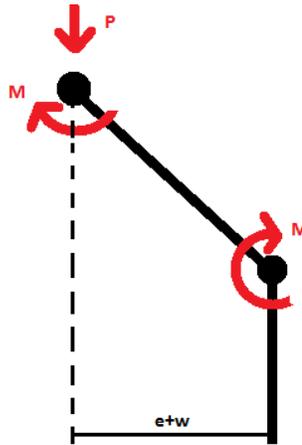


Figura N° 2.11 - Equilibrio de Fuerzas

$$M = P\left(\frac{e + w}{2}\right) \quad (27)$$

Y el equilibrio interno,

$$P = -\sum \sigma_i A_i \quad (28)$$

$$M = P\left(\frac{e + w}{2}\right) = \sum \sigma_i A_i x_i \quad (29)$$

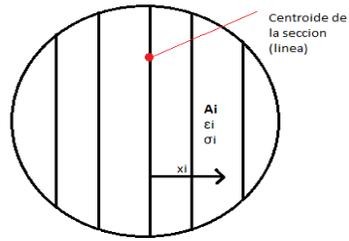


Figura N° 2.12 - Modelo de fibras en la sección transversal

En donde,

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{pi} + \phi x_i \quad (30)$$

Finalmente se obtiene la respuesta promedio de la barra,

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{\sum A_i} \quad (31)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{v}{L} \quad (32)$$

▪ **Resultados del modelo**

A continuación se muestran los resultados del modelo para distintas relaciones largo-diámetro (L/d). Las propiedades del acero utilizadas se muestran en la Tabla N°1.

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fy	477	MPa
ϵ_y	0.0024	[]
ϵ_{sh}	0.151	[]
Esh	7000	MPa
fm	682	MPa
ϵ_{sm}	0.123	[]
fu	600	MPa
ϵ_u	0.3	[]

Tabla 1 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Massone & Moroder Monotonico

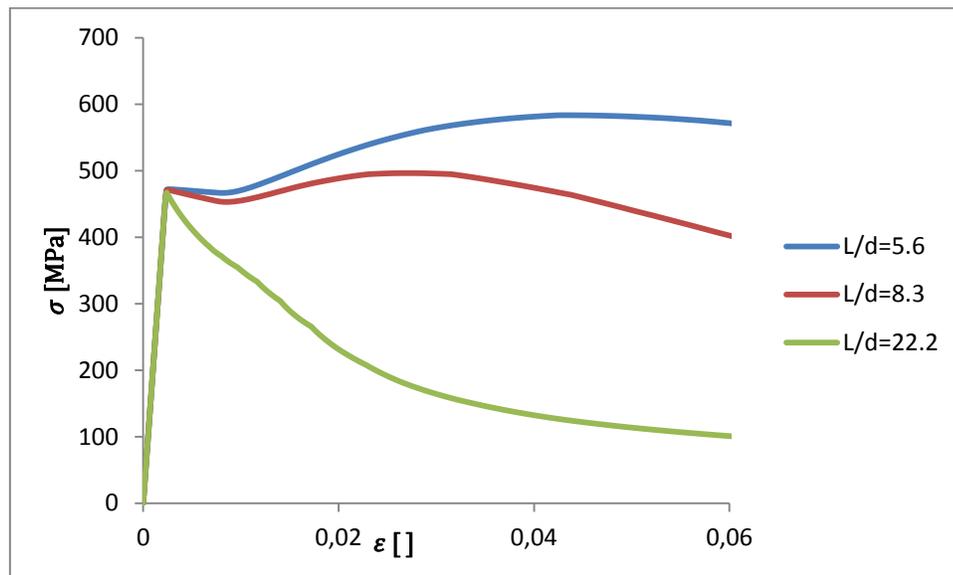


Figura N° 2.13 - Resultados del modelo de Massone y Moroder Monotonico

2.1.2. Modelo de Massone & Moroder Cíclico

El modelo original se modifica por Lacaze con el fin de representar la respuesta cíclica en barras de refuerzo, particularmente aquellas sometidas a fatiga de bajos ciclos (grandes amplitudes de deformación que llevan al material al rango plástico).

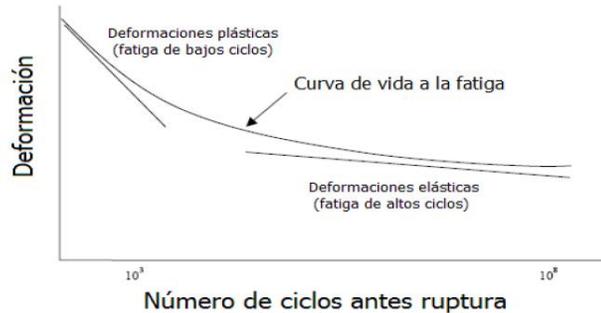


Figura N° 2.14 - Curva de vida a la fatiga

Con este propósito, el modelo original que representaba de buena manera la respuesta monotónica en compresión de una barra de refuerzo, sufre las siguientes modificaciones,

- Para poder modelar correctamente el comportamiento en tracción de la barra, solo los giros se concentran en las rotulas plásticas, mientras que la deformación axial se distribuye en todo el largo de la barra. Por lo tanto, la expresión v_ε toma el siguiente valor,

$$v_\varepsilon = \varepsilon_p L \quad (33)$$

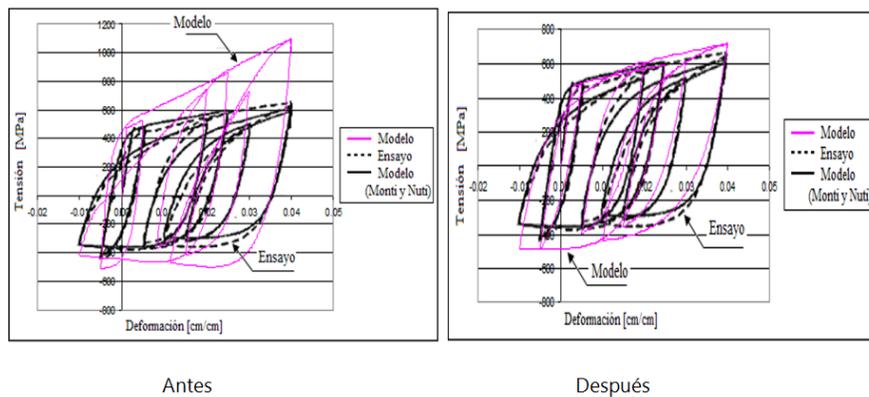


Figura N° 2.15 - Modificaciones en el modelo Massone & Moroder Cíclico

- Se modifica el comportamiento cíclico propuesto en el modelo original, en función de los datos experimentales encontrados en la literatura.

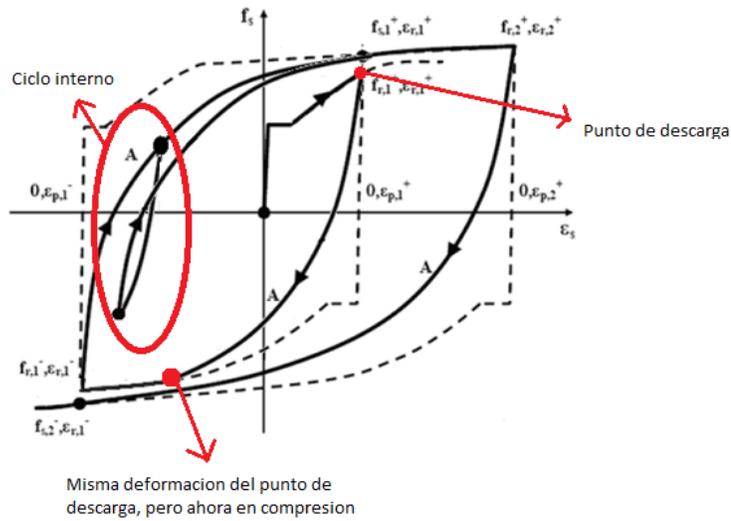


Figura N° 2.16 - Ley constitutiva cíclica en el Modelo Massone & Moroder Cíclico

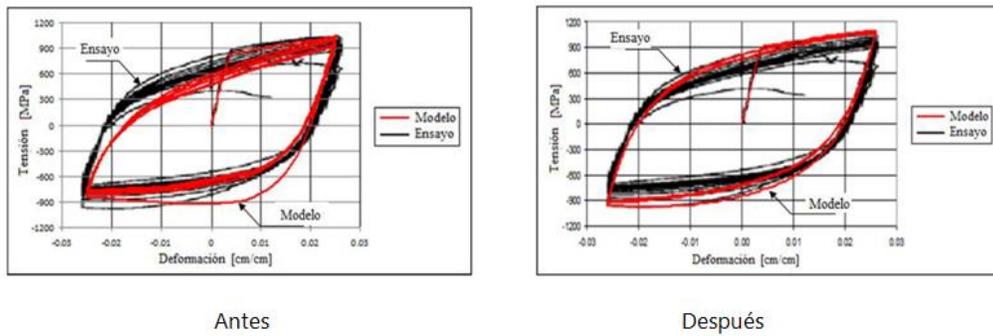


Figura N° 2.17 - Modificaciones en el Modelo Massone & Moroder Cíclico

La modelación del comportamiento cíclico del acero sufre 2 modificaciones. En primer lugar se altera el comportamiento durante el primer ciclo. El punto final de la curva A deja de ser el punto de “deformación 0” del ciclo anterior, y ahora corresponde a la misma deformación en tracción en el primer punto de descarga, reflejada ahora en compresión. Esto es solo en el primer ciclo, y para los ciclos restantes se mantiene el comportamiento propuesto en el modelo original. En segundo lugar se incorporan ciclos internos a la ley constitutiva.

▪ **Descripción del algoritmo**

Para obtener la respuesta de la barra de refuerzo el código opera de la siguiente forma:

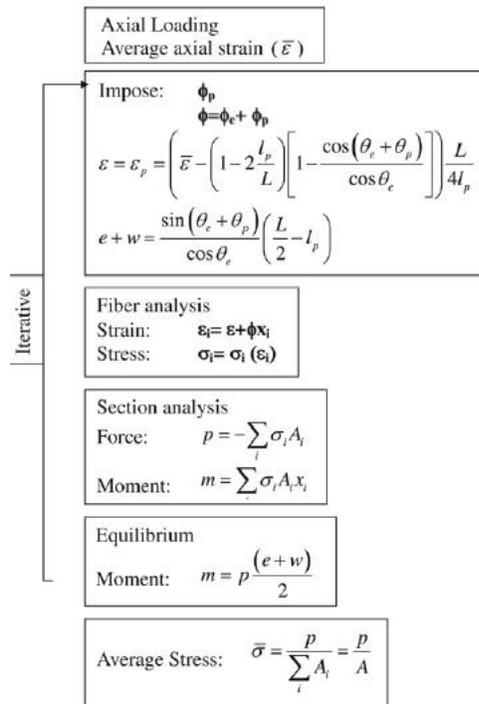


Figura N° 2.18 - Descripción del Algoritmo

- Se definen los inputs del programa:
 - Número de fibras de la sección transversal (m =20 fijo)
 - Diámetro de la barra (d)
 - Largo de la barra (L)
 - Imperfección inicial (e)
 - Numero de ciclos (NoCy)
 - Número de pasos de deformación (NoP)
 - Deformación máxima en tracción y compresión (emax)
 - Ley constitutiva del acero
 - Largo de la rótula plástica (Lp)

- Se carga un vector $\bar{\varepsilon}$ el cual incluye las deformaciones promedio (o pasos de deformación) que serán analizadas para obtener la respuesta de la barra.
- Para cada paso de deformación promedio $\bar{\varepsilon}_i$, se impone una curvatura ϕ_p . Luego,

$$\varepsilon_p = \bar{\varepsilon} - \left(1 - 2 \frac{L_p}{L}\right) \left(1 - \frac{\cos(\phi_e L_p + \phi_p L_p)}{\cos(\phi_e L_p)}\right) \quad (34)$$

$$\phi_e = \frac{1}{L_p} \arctan\left(\frac{e}{\frac{L}{2} - L_p}\right) \quad (35)$$

- Con la curvatura impuesta se estima la distribución de deformaciones en la sección (Deformación de cada una de las 20 fibras):

$$\varepsilon_i = \varepsilon_p + (\phi_e + \phi_p)x_i = \bar{\varepsilon} - \left(1 - 2 \frac{L_p}{L}\right) \left(1 - \frac{\cos(\phi_e L_p + \phi_p L_p)}{\cos(\phi_e L_p)}\right) + (\phi_e + \phi_p)x_i \quad (36)$$

$$\phi_e = \frac{1}{L_p} \arctan\left(\frac{e}{\frac{L}{2} - L_p}\right) \quad (37)$$

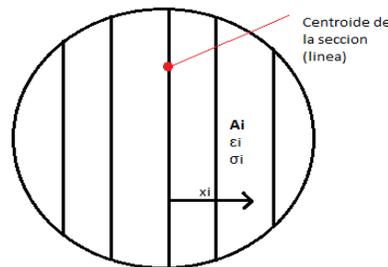


Figura N° 2.19 - Modelo de fibras para la sección transversal en el Modelo Massone & Moroder

ε_i : Deformación en la fibra ubicada a una distancia x_i del centroide de la sección
 σ_i : Tensión en la fibra ubicada a una distancia x_i del centroide de la sección

- Con la distribución de deformaciones en la sección se estima la distribución de tensiones mediante la ley constitutiva del acero,

$$\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i) \quad (38)$$

- Se determinan las fuerzas en la sección producto de la curvatura impuesta:

$$P = - \sum \sigma_i A_i \quad (39)$$

$$M = \sum \sigma_i A_i x_i \quad (40)$$

- Se chequea que el equilibrio se satisface

$$M = P \left(\frac{e + w}{2} \right) \quad (41)$$

$$e + w = \frac{\sin(\phi_e L_p + \phi_p L_p)}{\cos(\phi_e L_p)} \left(\frac{L}{2} - L_p \right) \quad (42)$$

$$\phi_e = \frac{1}{L_p} \arctan\left(\frac{e}{\frac{L}{2} - L_p}\right) \quad (43)$$

- Si el equilibrio no se satisface se itera sobre ϕ_p hasta conseguirlo. La iteración sobre la curvatura se realiza mediante el método de la bisección.
- Finalmente si el equilibrio se satisface se obtiene la tensión promedio para el paso de deformación $\bar{\varepsilon}_i$:

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{\sum A_i} \quad (44)$$

▪ **Resultados del modelo**

A continuación se muestran las respuestas de algunos casos ejecutados mediante el modelo de Massone & Moroder modificado. En todos los casos se divide la sección transversal de la barra en 20 fibras. Las propiedades del acero utilizadas se muestran en la Tabla N°2.

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fy	477	MPa
εy	0.0024	[]
εsh	0.151	[]
Esh	7000	MPa
fm	650	MPa
εsm	0.11	[]
fu	682	MPa
εu	0.3	[]

Tabla 2 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Massone & Moroder Cíclico

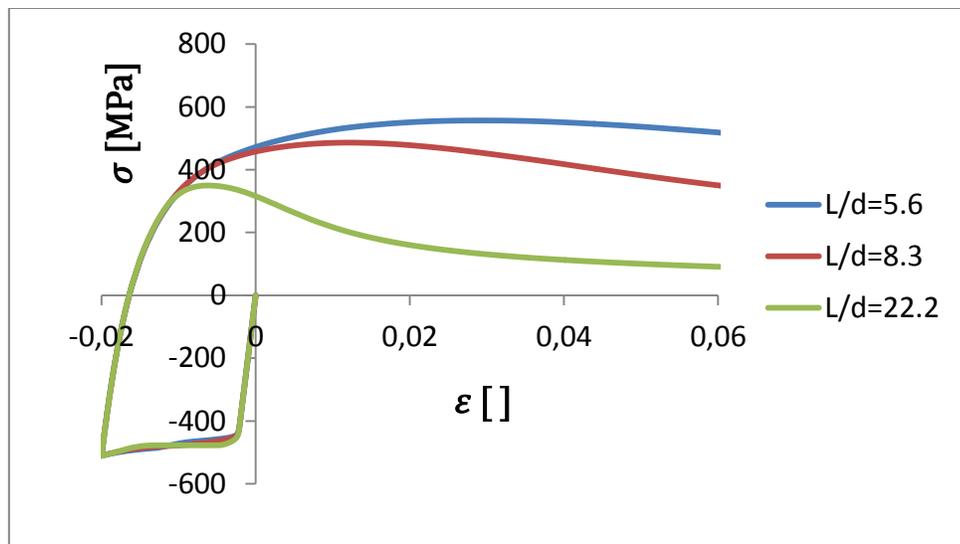


Figura N° 2.20 - Resultados del modelo de Massone & Moroder Cíclico

2.1.3. Modelo de Dhakal & Maekawa Monotonico

Dhakal y Maekawa plantean un modelo para barras de refuerzo sometidas a compresión, incluyendo pandeo, que a diferencia del modelo de Massone & Moroder se implementa de manera explícita, sin la necesidad de iteraciones y que por lo tanto la respuesta promedio de una barra de refuerzo se puede representar mediante una función paramétrica $\sigma_{sc} = f(\epsilon_{sc})$.

Para formular este modelo, los autores realizan una serie de ensayos en donde las barras de refuerzo restringidas tanto de giro como desplazamiento en sus extremos, son ensayadas a compresión. Posterior a esto, se realiza un estudio paramétrico observando la respuesta de cada una de las barras de refuerzo, en función de sus propiedades geométricas y mecánicas. Como parámetros principales se estudian el largo de la barra (L), su diámetro (D) y la tensión de fluencia respectiva (f_y). En base a este estudio paramétrico se obtienen las siguientes conclusiones,

- i. La respuesta promedio en compresión de las barras puede ser descrita completamente mediante el parámetro $L/D\sqrt{f_y}$
- ii. La respuesta promedio en compresión de la barra se ubica bajo la envolvente en tracción de la misma, cuando estas se grafican simultáneamente.
- iii. La tendencia de la degradación de la respuesta en compresión de la barra depende del parámetro $L/D\sqrt{f_y}$ y también de la envolvente en tracción
- iv. Independientemente del parámetro $L/D\sqrt{f_y}$ de cada barra, la degradación de la respuesta en compresión toma una pendiente negativa constante igual a un 20% del módulo de elasticidad del acero (E_s), una vez sobrepasado cierto nivel de deformación.
- v. La tensión promedio en compresión toma un valor constante una vez alcanzado el 20% de la tensión de fluencia.

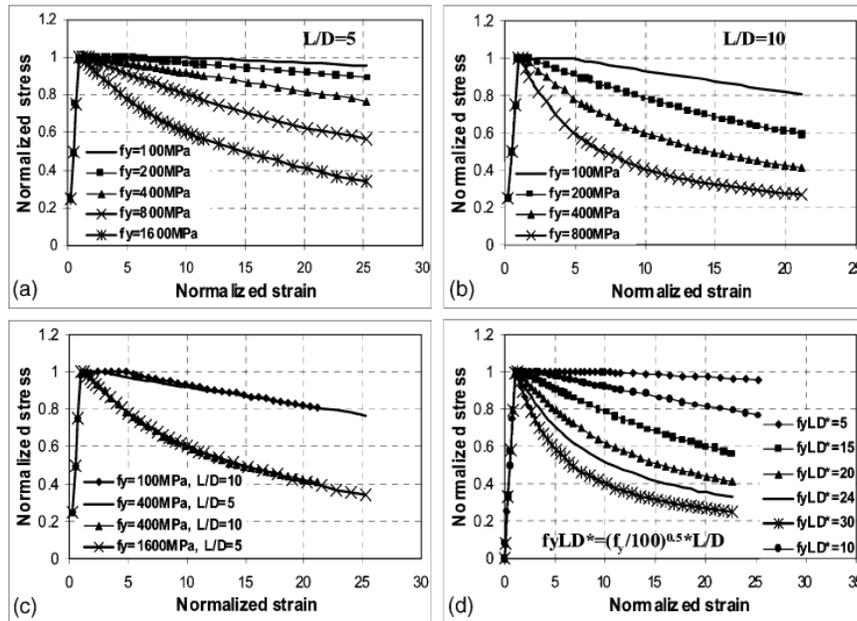


Figura N° 2.21 - Datos Experimentales para el modelo de Dhakal y Maekawa

En base a las conclusiones obtenidas del estudio experimental-paramétrico, Dhakal & Maekawa proponen el siguiente modelo para la respuesta en compresión incluyendo pandeo de barras de refuerzo,

$$\sigma_{sc}(\varepsilon_{sc}) = \begin{cases} E_s * \varepsilon_{sc}, & \varepsilon_{sc} < \varepsilon_y \\ \sigma_t(\varepsilon_{sc}) \left(1 - \left(1 - \frac{f_i}{f_{it}} \right) \left(\frac{\varepsilon_{sc} - \varepsilon_y}{\varepsilon_i - \varepsilon_y} \right) \right), & \varepsilon_y \leq \varepsilon_{sc} < \varepsilon_i \\ f_i - 0.02 E_s * (\varepsilon_{sc} - \varepsilon_i) \geq 0.2 f_y, & \varepsilon_{sc} \geq \varepsilon_i \end{cases} \quad (45)$$

En donde,

$\sigma_t(\varepsilon_{sc})$: Envolvente en tracción del acero.

ε_i, f_i : Coordenadas del punto intermedio definidos más adelante.

f_{it} : Envolvente en tracción del acero evaluada en el punto ε_i , $\sigma_t(\varepsilon_i)$

La envolvente en tracción utilizada por estos autores corresponde al modelo de Mander, descrito en secciones anteriores. Por otra parte, las coordenadas del punto intermedio (ε_i, f_i), se calibran mediante datos experimentales. La mejor correlación se obtiene mediante las siguientes expresiones,

$$\varepsilon_i = \varepsilon_y * \left(55 - 2.3 \sqrt{\frac{f_y}{100} * \frac{L}{D}} \right), \quad \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_y} \geq 7 \quad (46)$$

$$f_i = f_{it} * \alpha \left(1.1 - 0.016 \sqrt{\frac{f_y}{100} * \frac{L}{D}} \right), \quad \frac{f_i}{f_y} \geq 0.2 \quad (47)$$

Se calibra además el factor α , con el fin de incluir el efecto de la naturaleza del endurecimiento del acero en cada barra. Este se calcula mediante la expresión,

$$\alpha = 0.75 + \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}}{300\varepsilon_y}, \quad \alpha \geq \frac{f_u}{1.5f_y}, \quad 0.75 \leq \alpha \leq 1 \quad (48)$$

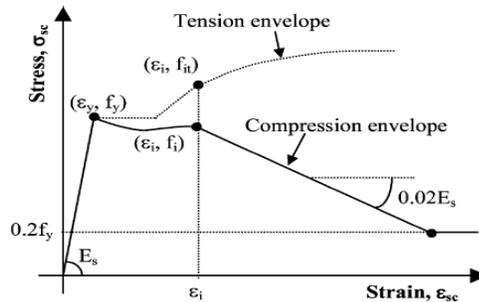


Figura N° 2.22 - Esquema del modelo de Dhakal y Maekawa Monotónico

▪ Resultados del Modelo

A continuación se muestran los resultados del modelo para distintas relaciones largo-diámetro (L/d). Los parámetros para el acero utilizados se muestran en la Tabla N°3.

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fy	477	MPa
εy	0.0024	[]
εsh	0.151	[]
Esh	7000	MPa
fm	650	MPa
εsm	0.11	[]
fu	682	MPa
εu	0.3	[]

Tabla 3 - Parámetros de prueba utilizados en el modelo de Dhakal y Maekawa Monotónico

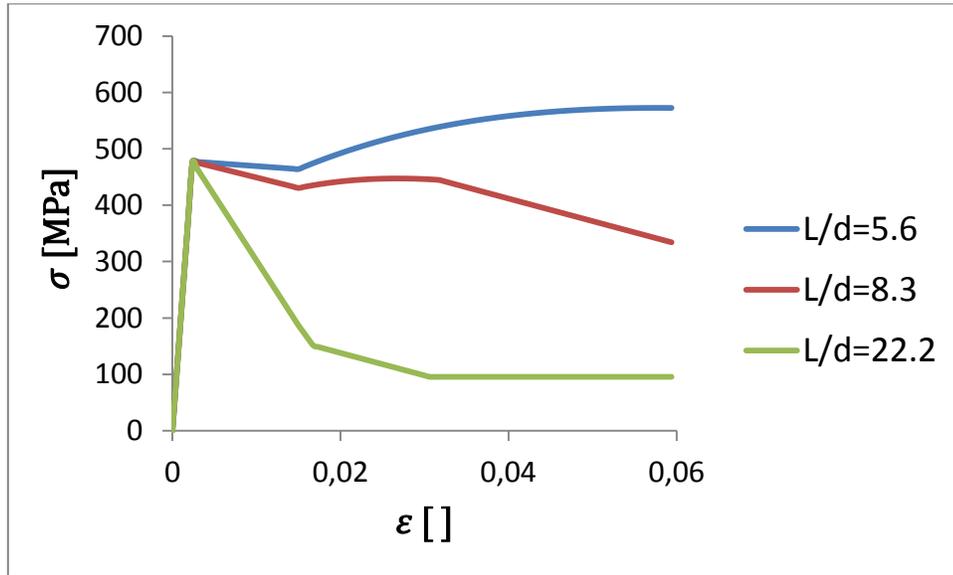


Figura N° 2.23 - Resultados del modelo de Dhakal y Maekawa Monotonico

2.1.4. Modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico

Usando las envolventes en compresión y tracción descritas anteriormente, Dhakal & Maekawa desarrollan un modelo de respuesta cíclico para barras de refuerzo incluyendo pandeo, basándose en el modelo de Giuffre–Menegotto–Pinto descrito a continuación:

$$\sigma_{eq} = b * \varepsilon_{eq} + (1 - b) * \frac{\varepsilon_{eq}}{(1 + \varepsilon_{eq}^R)^{1/R}} \quad (49)$$

$$\varepsilon_{eq} = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_r}{\varepsilon_o - \varepsilon_r} \quad (50)$$

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma_s - \sigma_r}{\sigma_o - \sigma_r} \quad (51)$$

$$R = R_o - \frac{a1 * \xi}{a2 + \xi} \quad (52)$$

$$b = \frac{E1}{Eo} \quad (53)$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_o}{\varepsilon_{sy}} \quad (54)$$

En donde,

R_0, a_1, a_2 : Parámetros determinados experimentalmente

(ϵ_r, σ_r) : Punto de inicial o de retorno

$(\epsilon_{max}, \sigma_{max})$: Punto final o Punto objetivo

ϵ_{sy} : Deformación de fluencia del acero

E_1 : Rigidez inicial o de descarga

E_0 : Rigidez final u objetivo

(ϵ_0, σ_0) : Punto de intersección entre las rectas tangentes en los puntos de inicio y final (ver figura)

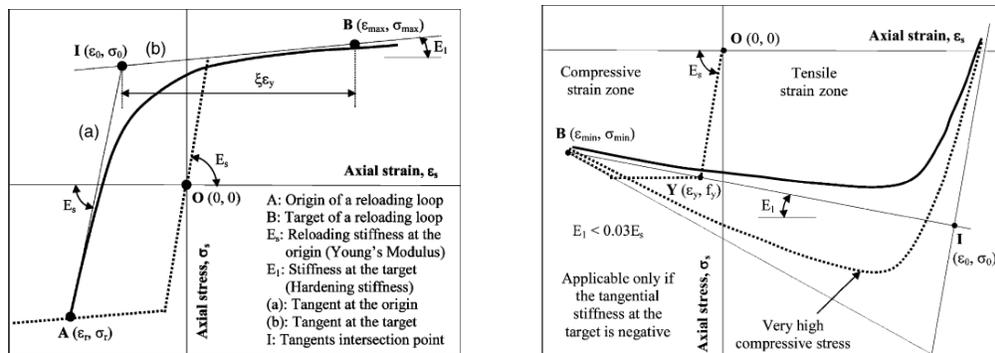


Figura N° 2.24 - Esquema del modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico

▪ **Valor de los parámetros experimentales**

Después de realizar numerosos ensayos, los autores recomiendan utilizar los siguientes valores para los parámetros R_0, a_1 y a_2 ,

Parametro	Valor
R_0	20
a_1	18,5
a_2	0,15

Tabla 4 - Valores recomendados para los parámetros R_0, a_1 y a_2 en el modelo Dhakal & Maekawa Cíclico

▪ **Rigidez al inicio y al final**

Si se invierte el sentido de la carga en un punto posterior a la región de fluencia en la envolvente de tracción, se observa en función de datos experimentales, que la rigidez de descarga E_1 disminuye al aumentar la deformación plástica en tracción, ϵ_m . Basándose en el trabajo de Dodd y Rastrepo-Posada es posible estimar la rigidez de descarga mediante la siguiente expresión:

$$E1 = E_s * \left(0,82 + \frac{1}{5,55 + 1000 * \epsilon_m} \right) \quad (55)$$

La deformación plástica en tracción ϵ_m se calcula mediante,

$$\epsilon_m = \epsilon_r - \frac{\sigma_r}{E_s} \quad (56)$$

La rigidez objetivo E1 se determina como la pendiente de aquella recta que une el punto de deformación objetivo (ϵ_{max} , σ_{max}) y el punto de fluencia del acero (ϵ_{sy} , σ_{sy}), la cual si resulta negativa ($E1 < 0$) no debe sobrepasar un 3% de la rigidez del acero E_s ,

$$E1 = \frac{\sigma_{sy} - \sigma_{max}}{\epsilon_{sy} - \epsilon_{max}} \geq -0.03 * E_s \quad (57)$$

Con las rigideces inicial y final ya definidas es posible definir el punto de intersección (ϵ_o , σ_o),

$$\epsilon_o = \frac{E1 * \epsilon_{max} - E_o * \epsilon_r + \sigma_r - \sigma_{max}}{E1 - E_u} \quad (58)$$

$$\sigma_o = E1 * (\epsilon_o - \epsilon_{max}) + \sigma_{max} \quad (59)$$

▪ **Resultados del Modelo**

A continuación se muestran los resultados del modelo para una pre-tracción de un 2% seguido de una carga en compresión hasta la falla, para distintas relaciones largo-diámetro (L/d),

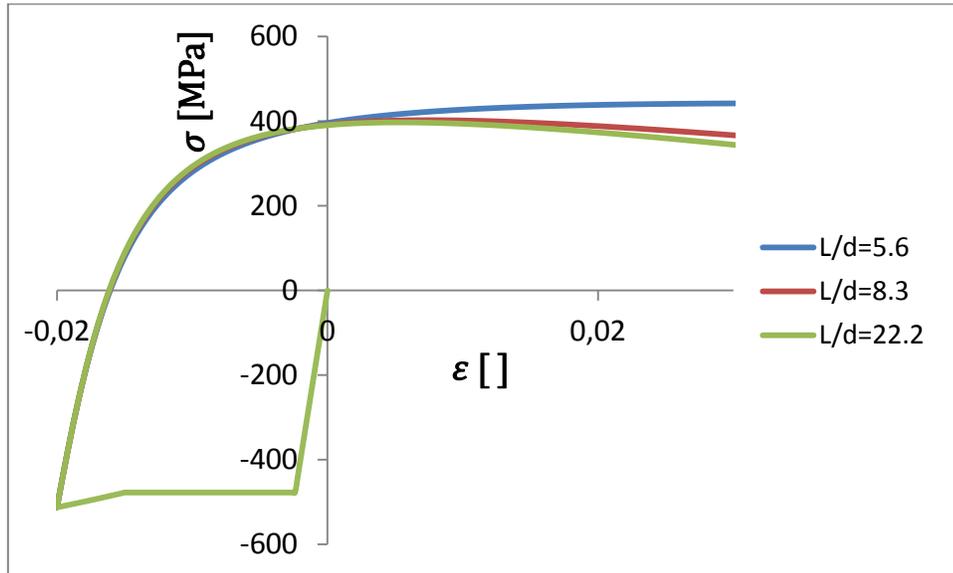


Figura N° 2.25 - Resultados del Modelo de Dhakal & Maekawa Cíclico

2.2. Comportamiento del hormigón

En esta sección se describen distintos modelos para describir el comportamiento en compresión del hormigón. En primer lugar se describe el modelo de Popovics para hormigón no confinado. Posteriormente se muestran 4 modelos para hormigón confinado. Estos se diferencian principalmente en los supuestos que asume cada autor (por ej. La fluencia de los estribos en el peak de capacidad), en la calibración de los distintos parámetros involucrados en los modelos, los cuales se basan en datos experimentales obtenidos por los distintos investigadores, y también en la metodología para implementar el modelo.

El confinamiento del hormigón se logra mediante la utilización de estribos y/o ganchos. Los distintos modelos que se muestran a continuación consideran una presión lateral de confinamiento otorgada por estos elementos, lo que demoran la expansión del hormigón, mejorando su capacidad de carga y deformación.

2.2.1. Modelo de Popovics

Popovics propone la siguiente expresión para modelar el comportamiento del hormigón en compresión sin confinamiento,

$$f_c(\varepsilon) = f_c' * \left(\frac{r * \frac{\varepsilon c}{\varepsilon_0}}{r - 1 + \frac{\varepsilon c^{r*k}}{\varepsilon_0}} \right) \quad (60)$$

$$k = 1 \quad (61)$$

$$r = 1,55 + \left(\frac{f_c'}{32,4} \right)^3 \quad (62)$$

En donde,

f_c' : Tensión peak del hormigón no confinado

ε_0 : Deformación asociada a la tensión peak del hormigón no confinado

▪ Resultados del Modelo

A continuación se muestran los resultados del modelo de Popovics para $f_c'=39.1$ [MPa] y $\varepsilon_0= 0,002$

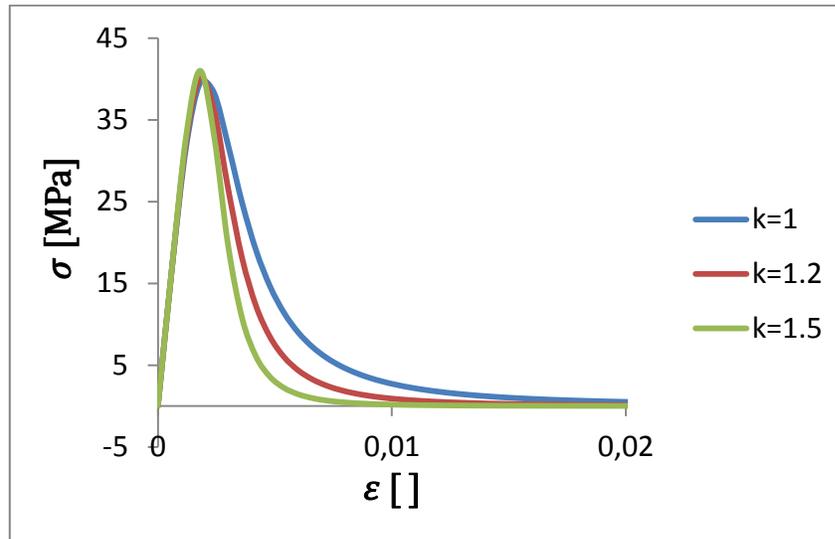


Figura N° 2.26 - Resultado del Modelo de Popovics hormigón no confinado en compresión

2.2.2. Modelo de Popovics modificado (Tsai)

Tsai propone una forma generalizada del modelo de Popovics para describir el comportamiento el hormigón (confinado y no confinado) en tracción,

$$f_t(\varepsilon_t) = f_r \left[\frac{n \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_r}}{\left(1 + \left(n - \frac{r_t}{r_t - 1} \right) \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_r} + \frac{\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_r} \right)^{r_t}}{r_t - 1} \right)} \right] \quad (63)$$

$$n = E_c \left(\frac{\varepsilon_r}{f_r} \right) \quad (64)$$

En donde,

ε_r : Deformación de rotura en tracción

f_r : Tensión peak en tracción

E_c : Modulo elástico del hormigón

r_t : Factor de forma

Se utilizara un valor de 0,00008 para la deformación de rotura en tracción ϵ_r , según el estudio de Belardi y Thomas, mientras que la tensión de rotura en tracción se toma como $0.33\sqrt{f_c}$, según el trabajo de Collins & Mitchell.

▪ **Resultados del modelo**

A continuación se muestran los resultados del modelo para $f_c'=39.1$ [MPa]

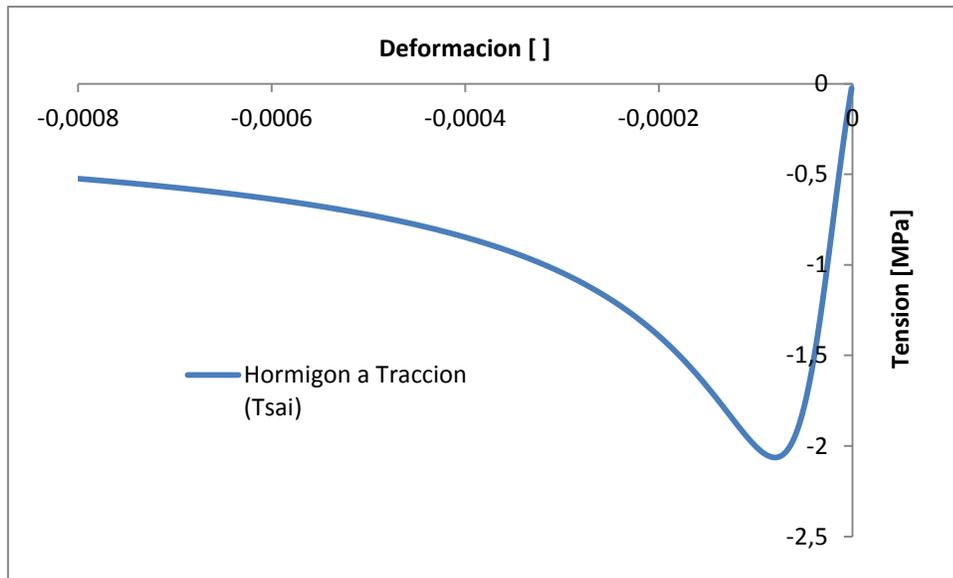


Figura N° 2.27 - Resultados del modelo de Popovics Modificado (Tsai) para hormigón en tracción

2.2.3. Modelo de Mander

Investigadores han demostrado que la tensión peak y su respectiva deformación longitudinal en este peak para un hormigón confinado por la presión hidrostática de un fluido cualquiera, pueden ser representadas por las siguientes relaciones,

$$f_{cc'} = f_{co'} + k_1 * f_l \tag{65}$$

$$\epsilon_{cc'} = \epsilon_{co} * \left(1 + k_2 * \frac{f_l}{f_{co'}} \right) \tag{66}$$

En donde,

f_{cc}' : Tensión peak del hormigón confinado por la presión hidrostática de un fluido cualquiera
 ϵ_{cc}' : Deformación asociada a la tensión peak del hormigón confinado por la presión hidrostática de un fluido cualquiera
 f_{co}' : Tensión peak del hormigón sin confinar
 ϵ_{co} : Deformación asociada a la tensión peak del hormigón sin confinar
 f_l : Presión lateral que ejerce el fluido sobre el núcleo de hormigón
 k_1, k_2 : Coeficientes que dependen de la mezcla del hormigón y la presión lateral que ejerce el fluido

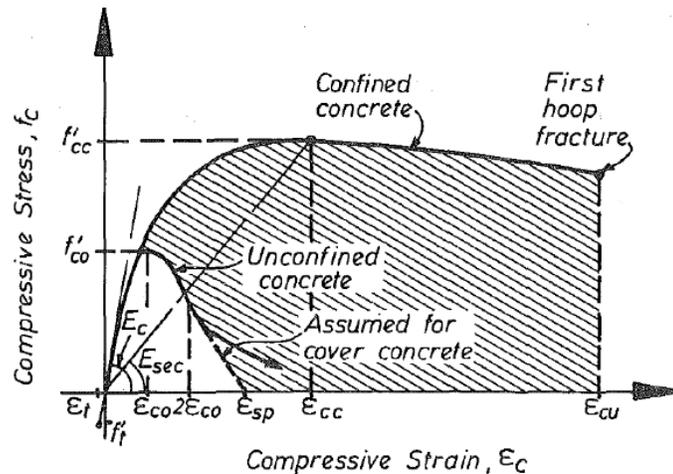


Figura N° 2.28 - Modelo de Mander

Según estudios realizados un buen confinamiento se asegura bajo las siguientes condiciones:

- 1.- El refuerzo transversal está relativamente poco espaciado
- 2.- Se incluye refuerzo transversal suplementario ("trabas" o ganchos)
- 3.- Las barras de refuerzo longitudinales están bien distribuidas a lo largo del perímetro
- 4.- El cociente entre el volumen de refuerzo transversal y el volumen del núcleo de hormigón confinado se incrementa
- 5.- Se incrementa la resistencia (fluencia) del refuerzo transversal
- 6.- Se utilizan configuraciones circulares o en espiral, en lugar de configuraciones rectangulares en el refuerzo transversal

▪ **Curva tensión - deformación para carga en compresión monotónica**

El modelo propuesto por Mander et al. (1984) se basa en el modelo propuesto por Popovics (1973). La curva tensión - deformación está dada por:

$$f_c(\varepsilon) = f_{cc'} * \left(\frac{r1 * x}{r1 - 1 + x^{r1}} \right) \quad (67)$$

$$x = \frac{\varepsilon c}{\varepsilon_{cc}} \quad (68)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} * \left(1 + 5 * \left(\frac{f_{cc'}}{f_{co'}} - 1 \right) \right) \quad (69)$$

$$r1 = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (70)$$

$$E_{sec} = \frac{f_{cc'}}{\varepsilon_{cc}} \quad (71)$$

En donde,

$f_{cc'}$: Tensión peak del hormigón confinado

ε_c : Deformación longitudinal del hormigón confinado

$f_{co'}$, ε_{co} : Tensión peak y su respectiva deformación para el hormigón no confinado

▪ **Confinamiento lateral efectivo y coeficiente de confinamiento lateral efectivo, K_e**

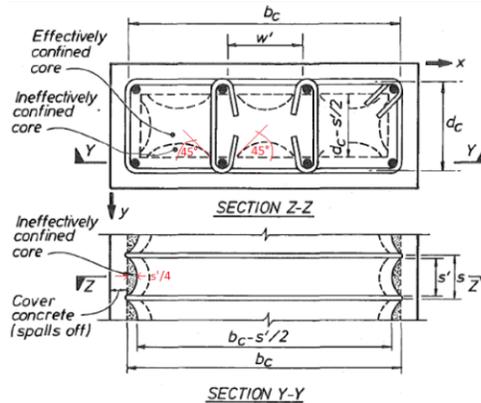


Figura N° 2.29 - Área de confinamiento efectivo en el modelo de Mander

Basados en el modelo de Sheik y Uzumeri (1980), dentro del área del núcleo confinado (Acc) se define un área de confinamiento efectivo (A_e) y un área de confinamiento inefectivo (A_i). En el corte Z-Z (horizontal) se aprecia que el área de confinamiento inefectivo está compuesta por la suma del área de las parábolas de tangente inicial y final de 45°, que se trazan entre las barras longitudinales espaciadas a lo largo del perímetro de la sección. En el corte Y-Y (vertical) también se aprecia el área de confinamiento inefectivo definido por las parábolas

descritas anteriormente, y que se trazan entre estribos. De este análisis se desprende que el área que queda efectivamente confinada (A_e) es menor al área del núcleo de hormigón confinado (A_{cc}), es decir $A_e < A_{cc}$. Para incluir este efecto en el modelo se define un coeficiente de confinamiento efectivo K_e , el cual afecta la presión lateral con el fin de reflejar este fenómeno.

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (72)$$

$$f_{lp} = K_e * f_l \quad (73)$$

$$A_{cc} = A_c * (1 - \rho_{cc}) \quad (74)$$

$$A_c = b_c * d_c \quad (75)$$

$$\rho_{cc} = \frac{A_s}{A_c} \quad (76)$$

En donde,

A_e : Área de confinamiento efectivo (Área encerrada por las parábolas)

f_{lp} : Presión lateral de confinamiento efectivo

A_c : Área confinada total

A_{cc} : Área confinada neta (Área encerrada por los estribos menos el área de la armadura longitudinal)

De la figura, y considerando que el área de cada parábola es igual a $w_i^2/6$, el área efectiva de confinamiento se puede calcular como:

$$A_e = \left(b_c * d_c - \sum_i^n \frac{w_i^2}{6} \right) * \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) * \left(1 - \frac{sp}{2d_c} \right) \quad (77)$$

Luego,

$$K_e = \frac{A_e}{A_{cc}} = \frac{\left(1 - \sum_i^n \frac{w_i^2}{6} \right) * \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) * \left(1 - \frac{sp}{2d_c} \right)}{\left(1 - \frac{A_s}{b_c * d_c} \right)} \quad (78)$$

▪ Presión lateral de confinamiento, f_l

Para obtener la presión lateral de confinamiento f_l , se realiza el equilibrio en la dirección transversal, asumiendo la fluencia de la armadura transversal,

$$\sum F_x : Asx * f_{yh} = s * dc * flx \Rightarrow flx = Asx * \frac{f_{yh}}{s * dc} \quad (79)$$

$$\sum F_y : Asy * f_{yh} = s * dc * fly \Rightarrow fly = Asy * \frac{f_{yh}}{s * dc} \quad (80)$$

En donde flx , fly son las presiones laterales de confinamiento actuando en las direcciones x e y respectivamente. Si se define el cociente entre el volumen de refuerzo transversal y el volumen del núcleo confinado en cada dirección,

$$\rho_{sx} = \frac{Asx * bc}{bc * dc * s} = \frac{Asx}{dc * s} \quad (81)$$

$$\rho_{sy} = \frac{Asy * dc}{bc * dc * s} = \frac{Asy}{bc * s} \quad (82)$$

Es posible reescribir las presiones de confinamiento en cada dirección como:

$$flx = Asx * \frac{f_{yh}}{s * dc} = \rho_{sx} * f_{yh} \quad (83)$$

$$fly = Asy * \frac{f_{yh}}{s * bc} = \rho_{sy} * f_{yh} \quad (84)$$

Y por tanto las presiones laterales efectivas son,

$$flx' = Ke * \rho_{sx} * f_{yh} \quad (85)$$

$$fly' = Ke * \rho_{sy} * f_{yh} \quad (86)$$

▪ **Tensión peak del hormigón confinado, f_{cc}**

Investigaciones anteriores muestran que la tensión peak del hormigón se puede estimar mediante la expresión,

$$f_{cc'} = f_{c0'} * \left(1 + A * xb * \left(0,1 + \frac{0,9}{1 + B * xb} \right) \right) \quad (87)$$

En donde,

$$A = 6,8886 - (0,6069 + 17,275 * r) * e^{-4,989*r} \quad (88)$$

$$B = \frac{4,5}{\left(\frac{5}{A} * (0,9849 - 0,6306 * e^{-3,8939*r}) - 0,1 \right)} - 5 \quad (89)$$

$$r = \frac{f_{lx'}}{f_{ly'}} \quad (90)$$

$$xb = \frac{f_{lx'} + f_{ly'}}{2f_{c0'}} \quad (91)$$

Resultados del Modelo

La siguiente figura muestra los resultados del modelo para espaciamientos de 10 [cm], 15 [cm] y 20 [cm].

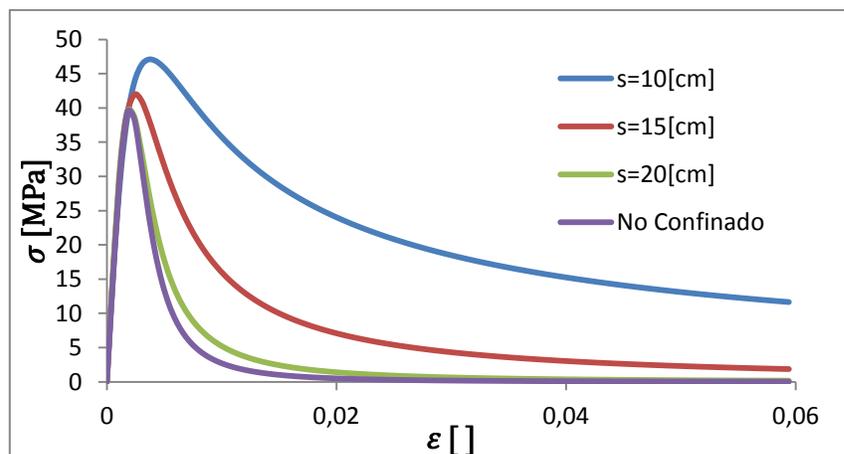


Figura N° 2.30 - Resultados del Modelo de Mander

2.2.4. Modelo de Saatcioglu

Al cargar una columna de hormigón confinado, el refuerzo transversal genera presiones laterales sobre el núcleo de hormigón, lo que sumado a la carga axial aplicada constituye un estado triaxial de tensiones. Es posible expresar este estado triaxial de esfuerzos en términos de la resistencia uniaxial y la presión lateral de confinamiento,

$$f_{cc'} = f_{co'} + k_1 * f_l \quad (92)$$

El coeficiente k_1 , que determina la influencia de la presión lateral de confinamiento sobre la resistencia uniaxial, es función de la misma presión lateral y puede ser obtenida mediante datos experimentales. En base a datos de investigadores como Richard et al. (1928) es posible obtener la siguiente relación,

$$k_1 = 6,7 * f_l^{-0,17} \quad (93)$$

- **Presión lateral de confinamiento equivalente, f_{le}**

La distribución de la presión lateral de confinamiento que actúa sobre el perímetro del núcleo confinado variara en función de la configuración de la armadura de refuerzo. Así por ejemplo, en el caso de contar con armadura longitudinal poco espaciada y con restricción al desplazamiento lateral otorgada mediante refuerzo suplementario (ganchos), la distribución de presiones será casi uniforme,

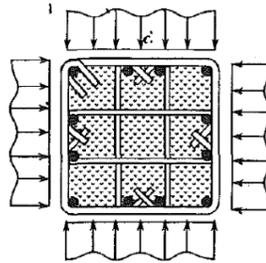


Figura N° 2.31 - Distribución de presiones laterales para barras longitudinales poco espaciadas

Por otro lado, si contamos con una columna con armadura de refuerzo longitudinal ubicada solo en sus esquinas, atadas por estribos perimetrales con espaciamientos muy grandes, se generará una distribución de presiones "nodal" en donde las fuerzas se concentran en los puntos de apoyo del estribo. Esto se debe a que tanto la armadura longitudinal, como los ganchos funcionan como apoyos para los estribos, otorgando una mayor rigidez al elemento de confinamiento,

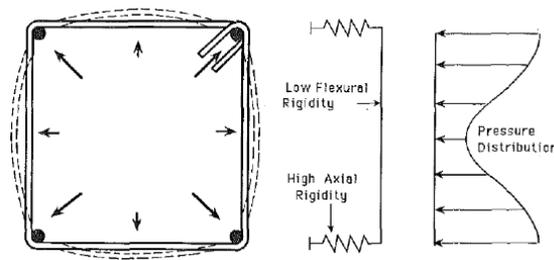


Figura N° 2.32 - Distribución de presiones laterales para barras longitudinales muy espaciadas

Como hemos visto, la distribución de presión lateral de confinamiento es no-uniforme lo que hace necesario definir una magnitud equivalente para esta. Una presión promedio no puede reflejar el verdadero efecto de la presión lateral no uniforme, pues sobrestimaría su valor. Por tanto, se define una presión equivalente (fle),

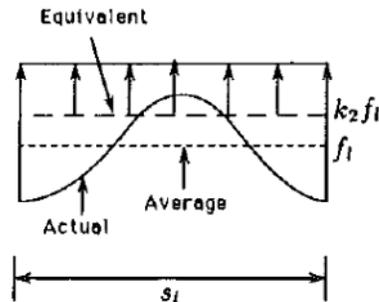


Figura N° 2.33 - Presión Lateral Equivalente y Presión Lateral Promedio en el modelo de Saatioglu

Las ecuaciones planteadas quedan entonces de la siguiente forma,

$$f_{cc'} = f_{co'} + k_1 * fle \quad (94)$$

$$fle = k_2 * fl \quad (95)$$

$$k_1 = 6,7 * fl^{-0,17} \quad (96)$$

El valor de fl se puede obtener mediante el equilibrio transversal, asumiendo la fluencia de los estribos (ver Figura N°2.33). El valor del coeficiente k2 se calibra en base a un gran volumen de datos experimentales. De la discusión previa, es claro que el valor de este coeficiente debería ser menor para grandes espaciamientos entre barras longitudinales (sl) y espaciamiento entre estribos (s). Por otra parte, mediante los datos experimentales se encontró dependencia de la presión lateral de confinamiento. La expresión obtenida de la regresión de los datos es la siguiente,

$$k_2 = 0,26 * \sqrt{\left(\frac{bc}{s}\right) \left(\frac{bc}{sl}\right) \left(\frac{1}{fl}\right)} \leq 1 \quad (97)$$

En donde,

bc: Largo del nucleo confinado

s: Espaciamiento entre estribos

sl: Espaciamiento entre barras longitudinales en la sección transversal

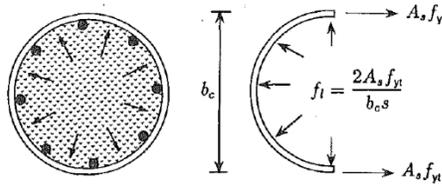


Figura N° 2.34 - Equilibrio en la sección transversal (Saatcioglu)

Para el caso de columnas rectangulares, será necesario definir una presión equivalente para cada sentido (lado largo y lado corto). Luego,

$$k_{2x} = 0,26 * \sqrt{\left(\frac{bcx}{s}\right) \left(\frac{bcx}{slx}\right) \left(\frac{1}{flx}\right)} \leq 1 \quad (98)$$

$$k_{2y} = 0,26 * \sqrt{\left(\frac{bcy}{s}\right) \left(\frac{bcy}{sly}\right) \left(\frac{1}{fly}\right)} \leq 1 \quad (99)$$

Por lo tanto, las presiones laterales efectivas actuando en cada sentido se obtienen mediante,

$$flex = k_{2x} * flx \quad (100)$$

$$fley = k_{2y} * fly \quad (101)$$

Las presiones de confinamiento f_{lx} y f_{ly} se obtienen mediante el equilibrio en cada dirección,

$$\sum F_x: A_s x * f_{yh} = s * b_{cy} * f_{lx} \Rightarrow f_{lx} = A_s x * \frac{f_{yh}}{s * b_{cy}} \quad (102)$$

$$\sum F_y: A_s y * f_{yh} = s * b_{cx} * f_{ly} \Rightarrow f_{ly} = A_s y * \frac{f_{yh}}{s * b_{cx}} \quad (103)$$

Finalmente se calcula la presión efectiva promedio,

$$f_{le} = \frac{f_{lex} * b_{cx} + f_{ley} * b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}} \quad (104)$$

▪ **Curva tensión - deformación para carga en compresión monotónica**

La curva propuesta para modelar el comportamiento en compresión del hormigón confinado se divide en 2 tramos. Un tramo de ascenso parabólico hasta al peak, seguido de un descenso lineal que comienza en el peak de resistencia y termina en una tensión residual igual al 20% de la tensión peak. Posterior a este valor se asume una tensión residual constante igual al 20% de la tensión peak. Es decir,

$$f_c(\epsilon_c) = \begin{cases} f_{cc'} \left(2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_1} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_1} \right)^2 \right)^{\frac{1}{1+2K}}, & \text{si } \epsilon_c \leq \epsilon_1 \\ m * \epsilon_c + n, & \text{si } \epsilon_1 < \epsilon_c \leq \epsilon_{20} \\ 0,2 f_{cc'}, & \text{si } \epsilon_c > \epsilon_{20} \end{cases} \quad (105)$$

En donde,

f_c, ϵ_c : Tensión y deformación axial en el hormigón confinado, respectivamente
 $f_{cc'}$: Tensión peak en el hormigón confinado, obtenida mediante ()

El valor ϵ_1 corresponde a la deformación asociada a la tensión peak en el hormigón confinado. En base a trabajos anteriores (Mander et al. (1988); Balmer 1949), es posible obtener este valor mediante la siguiente expresión, la cual entrega una buena correlación en base a datos experimentales,

$$\epsilon_1 = \epsilon_{01}(1 + 5K) \quad (106)$$

$$K = k_1 * \frac{fle}{fc0'} \quad (107)$$

En donde,

f_{c0}' , ϵ_{01} : Tensión peak y su respectiva deformación en el hormigón no confinado. A falta de datos experimentales el valor de ϵ_{01} puede tomar el valor 0.002

Para la rama lineal descendente post-peak, la pendiente se estima en base a la recta cuyos punto inicial corresponde a la tensión peak y su respectiva deformación, es decir, el punto (ϵ_{1}, f_{ccp}), y cuyo punto final corresponde a una tensión residual del 85% de la tensión peak y su respectiva deformación, es decir el punto ($\epsilon_{85}, 0.85f_{ccp}$). El valor de ϵ_{85} se puede obtener mediante la siguiente expresión, obtenida mediante datos experimentales,

$$\epsilon_{85} = 260\epsilon_1 * \rho + \epsilon_{085} \quad (108)$$

$$\rho_{sx} = \frac{Asx * bx}{bcx * bcy * s} = \frac{Asx}{bcy * s} \quad (109)$$

$$\rho_{sy} = \frac{Asy * by}{bcx * bcy * s} = \frac{Asy}{bcx * s} \quad (110)$$

$$\rho = \rho_{sx} + \rho_{sy} = \frac{Asx + Asy}{s(bcx + bcy)} \quad (111)$$

En donde,

ρ : Cociente entre el volumen de refuerzo transversal y el volumen del nucleo confinado

ϵ_{085} : Deformación asociada a una tensión residual del 85% de la tensión peak en el hormigón no confinado. En caso de no tener datos experimentales es posible tomar el valor 0.0038 para este parámetro.

Luego los valores de m y n para el tramo rectilíneo descendente post-peak se calculan como,

$$m = \frac{fcc' - 0,85 * fcc'}{\epsilon_1 - \epsilon_{85}} \quad (112)$$

$$n = fcc' - m * \epsilon_1 \quad (113)$$

El punto final del tramo descendente, que corresponde a una tensión residual del 20% de la tensión peak y su respectiva deformación, es decir, el punto $(\epsilon_{20}; 0,2f_{ccp})$ se obtiene intersectando la rectas $m \cdot \epsilon + n$ y la recta $f_c = 0,2f_{ccp}$, de donde se obtiene,

$$\epsilon_{20} = \frac{0,2 * f_{cc'} - n}{m} \quad (114)$$

▪ **Resultados del Modelo**

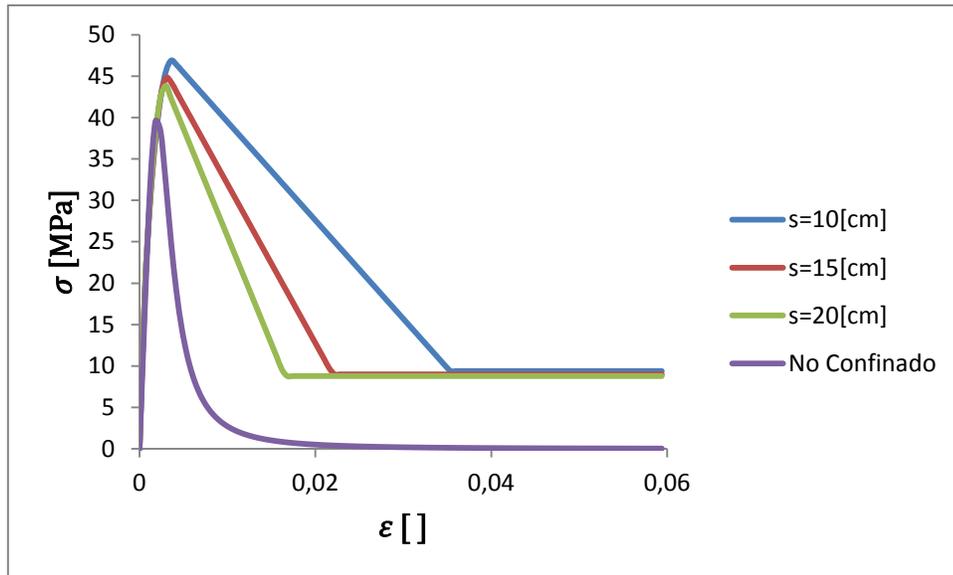


Figura N° 2.35 - Resultados del modelo de Saatcioglu

2.2.5. Modelo de Cassun y Paultre

En base al trabajo realizado por Richart et al. (1928), la tensión peak del hormigón confinado toma la siguiente forma:

$$f_{cc'} = f_{co'} + 4,1 * f_l \quad (115)$$

En donde la presión lateral de confinamiento f_l se calcula a partir del equilibrio, de donde resulta,

$$\sum F_x : A_{sx} * f_{yh} = s * b_{cy} * f_{lx} \Rightarrow f_{lx} = A_{sx} * \frac{f_{yh}}{s * b_{cy}} \quad (116)$$

$$\sum F_y : A_{sy} * f_{yh} = s * b_{cx} * f_{ly} \Rightarrow f_{ly} = A_{sy} * \frac{f_{yh}}{s * b_{cx}} \quad (117)$$

Luego,

$$fl = flx + fly = \frac{(Asx + Asy)fyh}{s(bcx + bcy)} \quad (118)$$

En base a las investigaciones de Sheik and Uzumeri (1982) y el posterior trabajo de Mander et al. (1988), en donde se consideran áreas de confinamiento efectivo e inefectivo es posible calcular el coeficiente de confinamiento efectivo Ke como,

$$Ke = \frac{Ae}{Acc} = \frac{\left(1 - \sum_i^n \frac{wp_i^2}{6}\right) * \left(1 - \frac{s'}{2bc}\right) * \left(1 - \frac{sp}{2dc}\right)}{\left(1 - \frac{As}{bc * dc}\right)} \quad (119)$$

De esta expresión se aprecia que el confinamiento se vuelve inefectivo cuando $sp > 2dc$, o bien $sp > 2bc$ (el factor de confinamiento efectivo toma valores negativos). Mediante este coeficiente es posible calcular la presión de confinamiento efectiva fle mediante,

$$fle = Ke * fl = Ke * \frac{(Asx + Asy)fyh}{s(bcx + bcy)} \quad (120)$$

▪ **Índice de confinamiento efectivo, Ice**

El índice definido por la expresión,

$$I = \rho * \frac{fyh}{fc0'} \quad (121)$$

$$\rho = \rho sx + \rho sy = \frac{(Asx + Asy)}{s(bcx + bcy)} \quad (122)$$

Ha sido utilizado por distintos investigadores (Park et al. , 1982; Muguruma et al. , 1983; Saatcioglu et al. , 1993) como indicador de la efectividad del confinamiento en columnas de hormigón armado. Sin embargo es posible que distintas configuraciones en la armadura de confinamiento generen distintas respuestas, aun teniendo un índice de confinamiento efectivo I , igual para todas ellas. Más aún, si los estribos no llegan a la fluencia durante el peak de resistencia del hormigón confinado, el índice I sobreestimaré el real grado de confinamiento de la columna. Por este motivo se define un nuevo índice de confinamiento efectivo Ice como,

$$Ice = \frac{fle}{fc0'} \quad (123)$$

Mediante un gran volumen de datos experimentales se estableció la relación entre la ganancia de resistencia (i.e. f_{ccp}/f_{c0p}) y el índice de confinamiento efectivo I_{ce} , obteniendo una buena correlación mediante la siguiente expresión,

$$\frac{f_{cc'}}{f_{c0'}} = 1 + 2,1 * I_{ce}^{0,7} \quad (124)$$

También se calibraron expresiones para relacionar la ganancia de deformación y la ganancia de ductilidad con el índice de confinamiento efectivo I_{ce} . La ganancia de deformación se define como la diferencia entre la deformación asociada a la tensión peak del hormigón confinado y la deformación asociada a la tensión peak en el hormigón no confinado, mientras que la ganancia de ductilidad se define como la diferencia entre la deformación asociada a una tensión residual del 50% de la tensión peak en el hormigón confinado y la deformación asociada a una tensión residual del 50% de la tensión peak en el hormigón no confinado.

$$\varepsilon_{cc} - \varepsilon_{c0} = 0,21 * I_{ce}^{1,7} \quad (125)$$

$$\varepsilon_{c50} - \varepsilon_{c050} = 0,15 * I_{ce}^{1,1} \quad (126)$$

En caso de no contar con datos experimentales, se recomienda utilizar los valores 0.002 y 0.004 para los parámetros ε_{c0} y ε_{c050} , respectivamente.

▪ **Estado tensional de la armadura transversal durante el peak de resistencia del hormigón confinado fsh**

La fluencia de los estribos ha sido una suposición adoptada por la mayoría de los modelos de hormigón confinado existentes para estimar la presión lateral efectiva actuando sobre el núcleo de hormigón confinado. Esta premisa puede ser válida solo en ciertos casos, como por ejemplo en aquellas columnas confinadas con acero de alta resistencia. Sheikh y Uzumeri (1982) sugieren que la tensión desarrollada por los estribos durante el peak de resistencia del hormigón confinado es la que se debe utilizar para el cálculo de la presión lateral efectiva. Para estimar la tensión en los estribos f_{hcc} , durante el peak, se hace necesario primero calcular la deformación de los estribos en este instante ε_{hcc} . Asumiendo igualdad de tensiones y deformaciones en ambas direcciones en el plano transversal, es posible estimar ε_{hcc} mediante la expresión,

$$\varepsilon_{hcc} = \nu * \varepsilon_{cc} - (1 - \nu) \frac{f_{le}}{E_{sec}} \quad (127)$$

$$E_{sec} = \frac{f_{cc'}}{\varepsilon_{cc}} \quad (128)$$

El valor ν corresponde al módulo de Poisson del hormigón armado en el peak de resistencia el cual puede tomarse como 0.5. De esta forma la deformación en los estribos durante el peak toma la forma,

$$\varepsilon_{hcc} = 0,5 * \varepsilon_{cc} \left(1 - \frac{f_{le}}{E_{sec}} \right) \quad (129)$$

$$f_{sh} = 0,5 * \varepsilon_{cc} \left(1 - \frac{f_{le}}{f_{ccp}} \right) E_s \quad (130)$$

El valor de f_{le} es dependiente de f_{sh} , que a su vez es dependiente de ε_{hcc} , por lo tanto es necesario un proceso iterativo para obtener el valor de ε_{hcc}

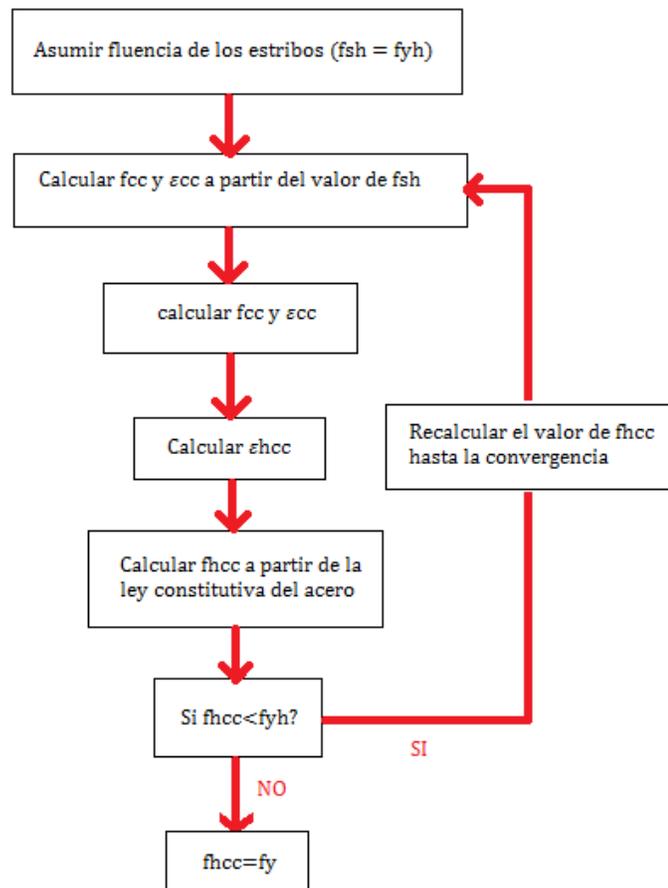


Figura N° 2.36 - Esquema del proceso iterativo para calcular la tensión en la armadura de confinamiento (Cassun & Paultre)

▪ **Curva tensión - deformación para carga en compresión monotonica**

Como es usual la curva queda dividida en 2 tramos, un tramo ascendente pre-peak y un tramo descendente post-peak. El tramo ascendente se basa en el trabajo de Popovics (1973).

$$f_c(\epsilon_c) = \begin{cases} f_{cc'} \left(\frac{k \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \right)}{k - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \right)^k} \right), & \text{si } \epsilon_c \leq \epsilon_{cc} \\ f_{cc'} * e^{k_1(x-\epsilon_{cc})^{k_2}}, & \text{si } \epsilon_c > \epsilon_{cc} \end{cases} \quad (131)$$

$$k = \frac{E_c}{E_c - \frac{f_{cc'}}{\epsilon_{cc}}} \quad (132)$$

$$k_1 = \frac{\ln(0,5)}{(\epsilon_{c50} - \epsilon_{cc})^{k_2}} \quad (133)$$

$$k_2 = 0,58 + 16 * I_{ce}^{1,4} \quad (134)$$

El factor k determina la forma del ascenso, mientras que los factores k1 y k2 determinan la pendiente y curvatura del tramo de descenso. Todos estos coeficientes fueron calibrados en base a datos experimentales.

▪ **Resultados del Modelo**

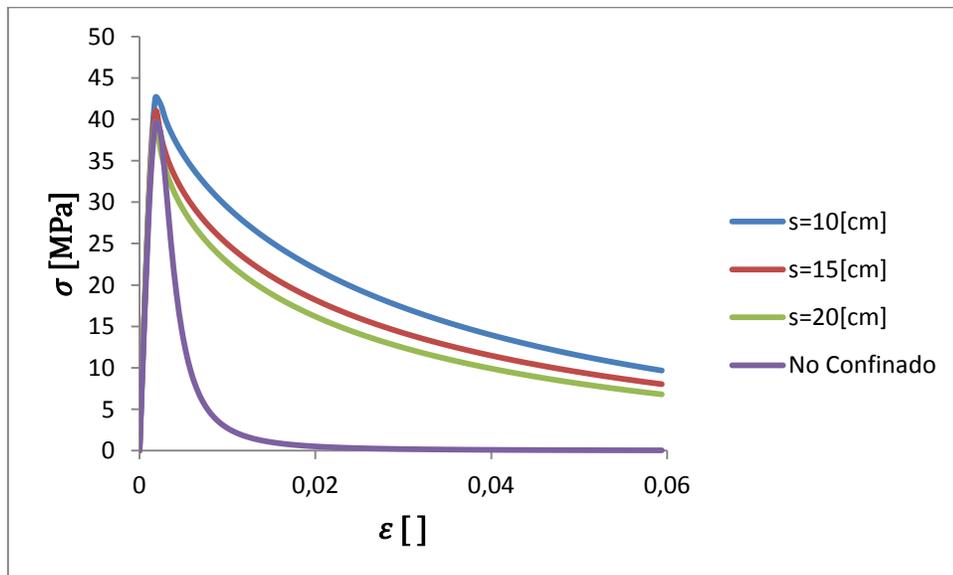


Figura N° 2.37 - Resultados del modelo de Cusson & Paultré

2.2.6. Modelo de Legeron y Paultre

El modelo propuesto por Cassun y Paultre (1994) representa de buena manera el comportamiento del hormigón confinado. Sin embargo su aplicación se hace compleja al tener que realizar un proceso iterativo para obtener el estado tensional en la armadura de confinamiento. Este modelo propone una metodología para estimar este estado tensional sin necesidad de iterar.

- **Curva tensión - deformación para carga en compresión monotónica**

En base el trabajo de Cassun y Paultre (1994), la curva propuesta tiene la siguiente forma,

$$f_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} f_{cc'} \left(\frac{k \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)}{k - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \right)^k} \right), & \text{si } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cc} \\ f_{cc'} * e^{k_1(x-\varepsilon_{cc})^{k_2}}, & \text{si } \varepsilon_c > \varepsilon_{cc} \end{cases} \quad (135)$$

$$k = \frac{E_c}{E_c - \frac{f_{cc'}}{\varepsilon_{cc}}} \quad (136)$$

$$k_1 = \frac{\ln(0,5)}{(\varepsilon_{c50} - \varepsilon_{cc})^{k_2}} \quad (137)$$

$$k_2 = 1 + 25 * Ice50^2 \quad (138)$$

En donde,

$$\frac{f_{cc'}}{f_{c0'}} = 1 + 2,4 * Ice^{0,7} \quad (139)$$

$$\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{c0}} = 1 + 35 * Ice^{1,2} \quad (140)$$

$$\frac{\varepsilon_{c50}}{\varepsilon_{c0}} = 1 + 60 * Ice50 \quad (141)$$

$$Ice = \frac{f_{le}}{f_{c0'}} \quad (142)$$

$$f_{le} = \rho_{se} * f_{sh} \quad (143)$$

$$\rho_{se} = \rho_{sex} + \rho_{sey} \quad (144)$$

$$\rho_{sex} = \frac{Ke * Asx}{s * bcx} \quad (145)$$

$$\rho_{sey} = \frac{Ke * Asy}{s * bcy} \quad (146)$$

Asx: Área de armadura de confinamiento en la dirección X
Asy: Área de armadura de confinamiento en la dirección Y
bcx, bcy: Largo y ancho del núcleo confinado respectivamente
s: Espaciamiento entre estribos
Ke: Índice de confinamiento efectivo (Modelo de Mander)

La dependencia de la ganancia de resistencia (f_{ccp}/f_{c0p}) y la ganancia de deformación ($\epsilon_{cc}/\epsilon_{c0}$), con respecto al índice de confinamiento efectivo (I_{ce}) fueron calibradas en base a datos experimentales, obteniendo buenas correlaciones para las expresiones señaladas anteriormente. El factor I_{ce50} corresponde al índice de confinamiento efectivo, evaluado en una tensión residual del 50% de la tensión peak en el hormigón confinado. En este estado de esfuerzos se asume la fluencia de los estribos por lo tanto,

$$I_{ce50} = \frac{\rho_{se} * f_{sy}}{f_{c0'}} \quad (147)$$

La dependencia del cociente $\epsilon_{c50}/\epsilon_{c0}$ con este factor fue calibrada en base a datos experimentales y se muestra en la ecuación anterior. La deformación de la armadura de refuerzo transversal puede ser estimada mediante la siguiente expresión,

$$\epsilon_{hcc} = \nu * \epsilon_{cc} - (1 - \nu) \frac{f_{le}}{E_{sec}} \quad (148)$$

Dividiendo por ϵ_{c0} ,

$$\frac{\epsilon_{hcc}}{\epsilon_{c0}} = \nu * \frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{c0}} - \frac{(1 - \nu)}{E_{sec}} * \frac{f_{le}}{\epsilon_{c0}} \quad (149)$$

Para reflejar el efecto de la no uniformidad en la distribución de la presión lateral de confinamiento, se trabaja con una columna circular "equivalente",

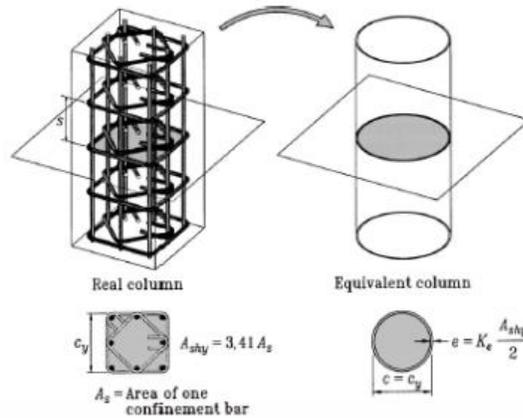


Figura N° 2.38 - Concepto de Columna circular equivalente en el modelo de Legeron &Paultre

De esta forma el modulo secante E_{sec} , se puede calcular como,

$$E_{sec} = \alpha * \frac{f_{cc'}}{\epsilon_{cc}} \quad (150)$$

En donde $\alpha > 1$ es un parámetro que refleja el concepto de "columna circular equivalente"

Reemplazando se obtiene,

$$\frac{\epsilon_{hcc}}{\epsilon_{c0}} = (1 + 35 * I_{ce}^{1,2}) \left(\nu * \frac{(\nu - 1)}{\alpha} * \frac{I_{ce}}{1 + 2,4 * I_{ce}^{0,7}} \right) \quad (151)$$

En base a datos experimentales es posible calibrar la relación entre $\epsilon_{hcc}/\epsilon_{c0}$ e I_{ce} . Los valores que entregan la mejor correlación corresponden a $\nu=0.43$ y $\alpha=1.1$. Luego, la expresión anterior se reduce a,

$$\frac{\epsilon_{hcc}}{\epsilon_{c0}} = 0,25 + 10I_{ce} \geq 0,43 \quad (152)$$

Para obtener la tensión en el acero de refuerzo transversal, se calibra un factor k , de modo que,

$$f_{sh} = \begin{cases} f_{hy} & , si k \leq 10 \\ \frac{0,25f_{c0'}}{\rho_{se} * (k - 10)} & , si k > 10 \end{cases} \quad (153)$$

En donde,

$$k = \frac{f_{c0'}}{\rho_{se} * E_s * \epsilon_{c0}} \quad (154)$$

▪ Resultados del Modelo

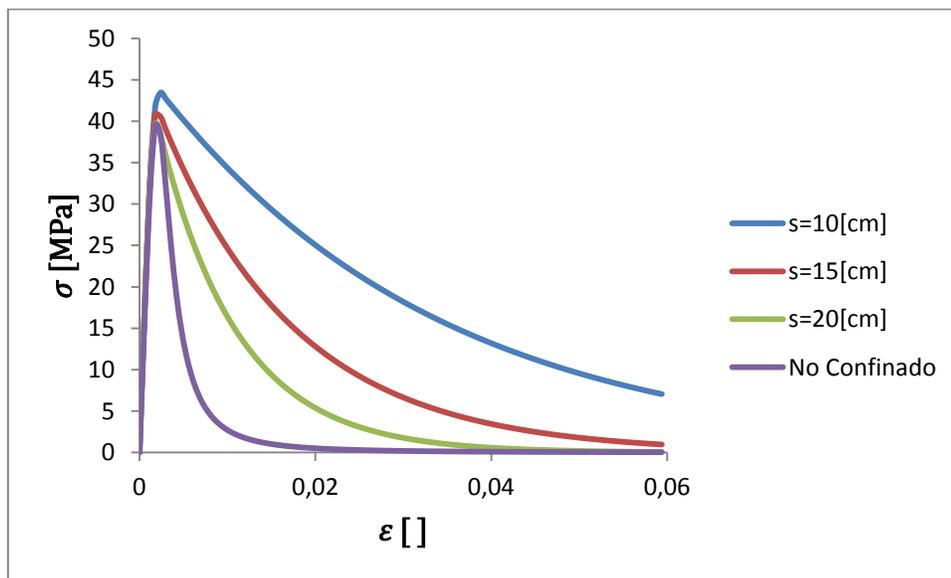


Figura N° 2.39 - Resultados del modelo de Legeron & Paultre

2.2.7. Modelo de cierre de grietas

Para realizar la modelación de las probetas sometidas a tracción-compresión se utiliza el modelo de cierre de grietas desarrollado por Chang y Mander. Este modelo consiste en una curva de ensamble entre el punto de retorno y el peak de capacidad de la pieza (Figura N°2.39).

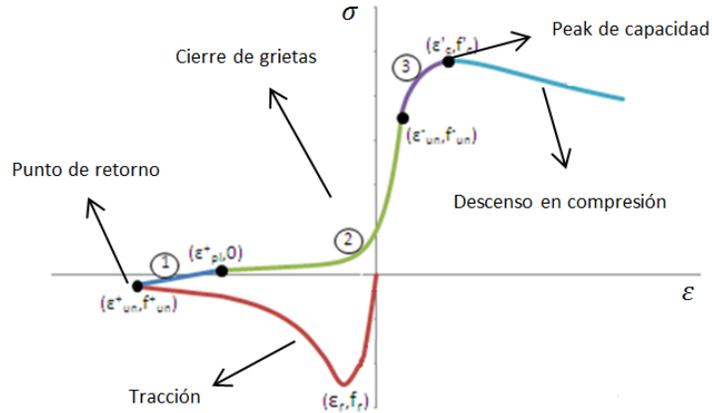


Figura N° 2.40 - Esquema del modelo de cierre de grietas (Chang & Mander)

El modelo consiste en una curva definida en 3 tramos (1,2 y 3 en la Figura N°2.39). Cada tramo queda descrito por la misma función (fci), pero la forma de esta varía en función de los puntos de inicio y final del tramo respectivo. La función que describe cada tramo está definida mediante la siguiente expresión,

$$fci(x, fi, \epsilon_i, Ei, Ai, Ri) = fi + (x - \epsilon_i) * (Ei + Ai * |x - \epsilon_i|^{Ri}) \quad (155)$$

$$Ri = \frac{Ef - Esec}{Esec - Ei} \quad (156)$$

$$Esec = \frac{ff - fi}{\epsilon f - \epsilon i} \quad (157)$$

$$Ai = \frac{Esec - Ei}{|\epsilon f - \epsilon i|^{Ri}} \quad (158)$$

En donde,

(ϵ_i, fi) : Punto inicial del tramo i

(ϵ_i, fi) : Punto final del tramo i

Ei, Ef : Rigidez inicial y final del tramo i , respectivamente.

▪ **Puntos de inicio y final de cada tramo**

Para el primer tramo la deformación inicial ε_{i1} corresponde al nivel de pretracción de la probeta en estudio (1% o 2% según corresponda), mientras que la tensión inicial del primer tramo f_{i1} corresponde al valor respectivo en la envolvente en tracción para una deformación ε_{i1} ,

$$\varepsilon_{i1} = -1\% \text{ o } -2\% , \text{ segun corresponda} \quad (159)$$

$$f_{i1} = f_{ct}(\varepsilon_{i1}) \quad (160)$$

En donde,

$f_{ct}(\varepsilon)$: *Envolvente en tracción del hormigón*

La deformación final para el primer tramo está definida por la siguiente expresión,

$$\varepsilon_{f1} = \varepsilon_{i1} - \frac{f_{i1}}{E_{sec}^+} \quad (161)$$

$$E_{sec}^+ = E_c * \left(\frac{\left| \frac{f_{i1}}{E_c * \varepsilon_r} \right| + 0,67}{\left| \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_r} \right| + 0,67} \right) \quad (162)$$

En donde,

E_c : *Modulo de elasticidad del hormigón*

ε_r : *Deformación asociada a la tensión peak en tracción del hormigón (0,00008)*

La tensión final del primer tramo es igual a 0 MPa,

$$f_{f1} = 0 \text{ MPa} \quad (163)$$

Cabe notar que la curva es continua y por lo tanto el punto final de un tramo es igual al punto inicial del tramo siguiente. Es decir,

$$\varepsilon_{i2} = \varepsilon_{f1} \quad (164)$$

$$f_{i2} = f_{f1} \quad (165)$$

$$\varepsilon_{i3} = \varepsilon_{f2} \quad (166)$$

$$f_{i3} = f_{f2} \quad (167)$$

El punto final del segundo tramo queda determinado mediante las siguientes expresiones,

$$\varepsilon_{f2} = 0.0016 \quad (168)$$

$$f_{f2} = f_c(\varepsilon_{f2}) \quad (169)$$

En donde,

$f_c(\varepsilon)$: Ley constitutiva del hormigón en estudio (confinado o no confinado)

Finalmente el punto final del tercer tramo se calcula mediante,

$$\varepsilon_{f3} = \varepsilon_{cc'} \quad (170)$$

$$f_{f3} = f_{cc'} \quad (171)$$

En donde,

$\varepsilon_{cc'}$: Deformación asociada a la tensión peak del hormigón en estudio

$f_{cc'}$: Tensión peak del hormigón en estudio

▪ **Rigidez inicial y final de cada tramo**

Para el tramo inicial las rigideces inicial y final son las siguientes,

$$E_{i1} = E_c \quad (172)$$

$$E_{f1} = \frac{E_c}{\left| \frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_r} \right|^{1,1} + 1} \quad (173)$$

Como se mencionó anteriormente la curva es continua y por lo tanto la rigidez final de un tramo será igual a la rigidez inicial del tramo siguiente,

$$Ei2 = Ef1 \quad (174)$$

$$Ei3 = Ef2 \quad (175)$$

La rigidez final del segundo tramo se calcula mediante,

$$Ef2 = \frac{ff2}{\varepsilon f2 - \varepsilon pl^-} \quad (176)$$

$$\varepsilon pl^- = \varepsilon f2 - \frac{ff2}{Esec^-} \quad (177)$$

$$Esec^- = Ec * \left(\frac{\left| \frac{ff2}{Ec * \varepsilon cc} \right| + 0,57}{\left| \frac{\varepsilon f2}{\varepsilon cc} \right| + 0,57} \right) \quad (178)$$

Finalmente la rigidez final del tercer tramo es igual a 0 MPa,

$$Ef3 = 0 \text{ MPa} \quad (179)$$

▪ **Resultados del Modelo**

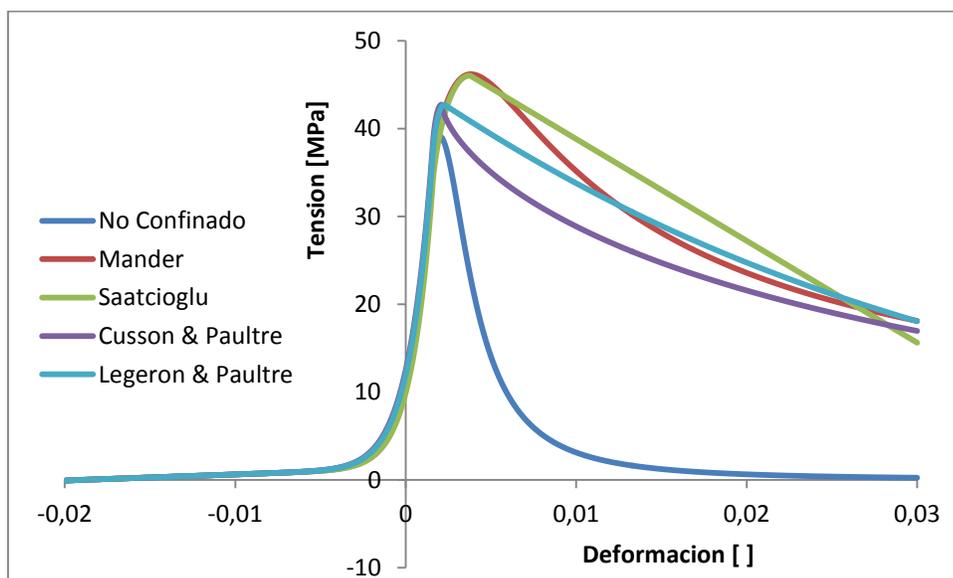


Figura N° 2.41 - Resultados del modelo de cierre de grietas

2.3. Modelos de respuesta para elementos de borde

En esta sección se presentan los modelos propuestos para modelar la respuesta de elementos de borde. Estos consisten en modelos seccionales (2D) en donde se asume que la sección transversal del elemento de borde está compuesto por 3 materiales: Hormigón confinado, Hormigón no confinado y Acero.

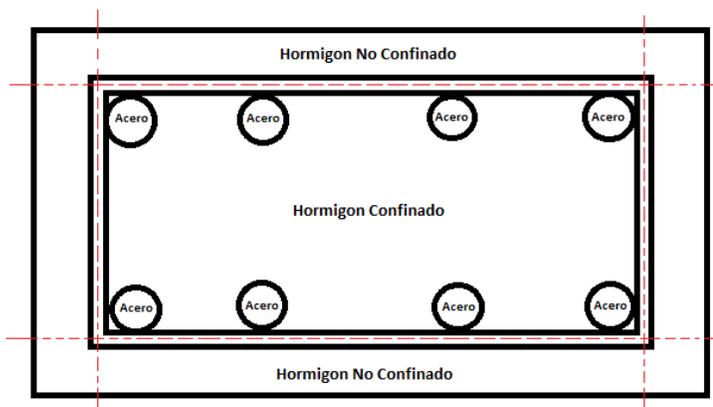


Figura N° 2.42 - Materiales que componen la sección transversal del elemento de borde

Para los casos en que el factor de confinamiento efectivo (K_e) tome valores negativos, es decir, para aquellos casos en que $s > b_c$ o bien $s > d_c$ se considera que el confinamiento es inefectivo y por lo tanto se toma en cuenta que la sección transversal está compuesta solo de hormigón no confinado y acero. Se utilizan las leyes constitutivas descritas anteriormente, y se determina que combinación se aproxima de mejor manera a los datos experimentales.

La longitud de pandeo para la armadura longitudinal utilizada en las probetas sin confinamiento es de 40 [cm], es decir, la relación largo/diámetro toma el valor de 22.2. Para las probetas confinadas se considera una longitud de pandeo de $2*s$ (2 veces el espaciamiento de la armadura de confinamiento).

2.3.1. Modelación de las probetas sin excentricidad de carga

Para modelar las probetas sin excentricidad de carga se utilizan las siguientes ecuaciones de compatibilidad y equilibrio,

- **Equilibrio**

$$P = \sigma_s * A_s + \sigma_c * A_c + \sigma_{nc} * A_{nc} \quad (180)$$

▪ **Compatibilidad**

$$\varepsilon = \varepsilon_s = \varepsilon_c = \varepsilon_{nc} \quad (181)$$

2.3.2. Modelación de las probetas con excentricidad de carga

Para modelar el comportamiento en flexo-compresión de cada una de las piezas se realiza un análisis seccional en donde se divide la sección transversal de hormigón en 50 fibras (Figura N°2.42). El acero se considera puntual y ubicado en el centro de cada una de las barras,

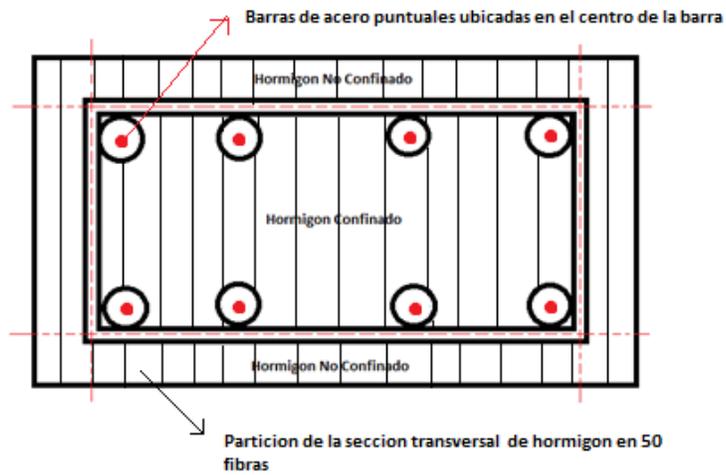


Figura N° 2.43 - Partición de la sección transversal en la modelación de elementos con excentricidad de carga

Las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad son las siguientes,

▪ **Equilibrio**

$$P = \frac{M}{e} \quad (182)$$

$$P = \sum \sigma_{s_i}(\varepsilon_{s_i}) * A_{s_i} + \sum \sigma_{cc_i}(\varepsilon_{c_i}) * A_{cc_i} + \sum \sigma_{nc_i}(\varepsilon_{nc_i}) * A_{nc_i} \quad (183)$$

$$M = \sum \sigma_{s_i}(\varepsilon_{s_i}) * A_{s_i} * y_{s_i} + \sum \sigma_{cc_i}(\varepsilon_{c_i}) * A_{cc_i} * y_{c_i} + \sum \sigma_{nc_i}(\varepsilon_{nc_i}) * A_{nc_i} * y_{nc_i} \quad (184)$$

▪ **Compatibilidad**

$$\epsilon S_i = \phi * y S_i \quad (185)$$

$$\epsilon C_i = \phi * y C_i \quad (186)$$

$$\epsilon n C_i = \phi * y n C_i \quad (187)$$

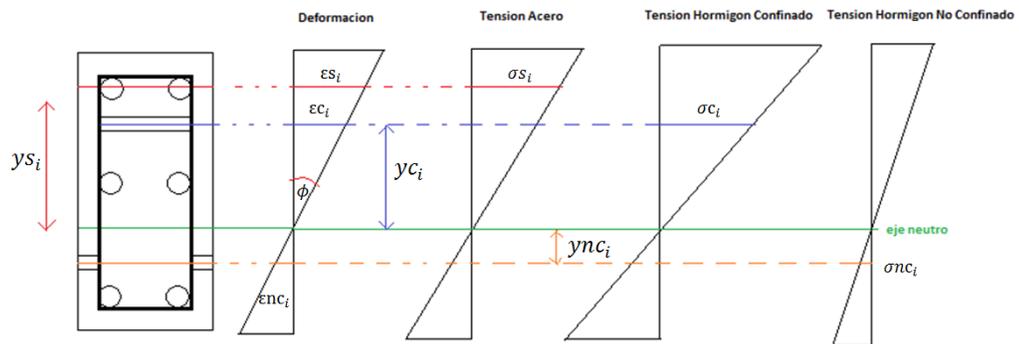


Figura N° 2.44 - Esquema de compatibilidad de deformaciones en la modelación de elementos con excentricidad de carga

2.3.3. Modelación de las probetas incluyendo inestabilidad lateral

Con el fin de incluir el efecto de la inestabilidad lateral de las probetas, se desarrolla un modelo numérico en la plataforma OpenSees. El modelo está compuesto por 6 nodos y 5 elementos tipo Displacement Based, el cual se basa en la formulación de desplazamientos y considera plasticidad distribuida a lo largo del elemento. El modelo también considera una imperfección inicial en su centro con el fin de representar posibles errores de fabricación en las probetas. En cuanto a condiciones de borde, se considera el elemento simplemente apoyado en su base (desplazamiento vertical y horizontal restringidos, pero libre de giro) y con apoyo deslizante vertical en la parte superior (desplazamiento horizontal restringido pero libre de giro y desplazamiento vertical).

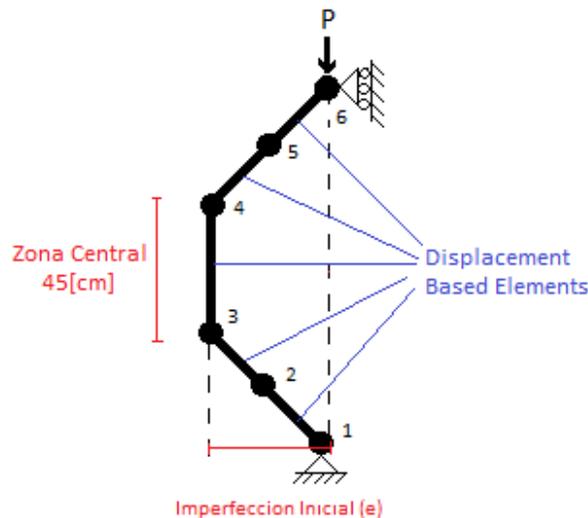


Figura N° 2.45 - Esquema del modelo en Opensees

La sección transversal se construye en base a fibras orientadas en la dirección del lado largo, con el fin de incluir el efecto de la inestabilidad lateral que se genera en torno al eje débil de la sección. En cuanto a materiales, la sección se divide en hormigón confinado, hormigón no confinado y acero, al igual que en los modelos previos.

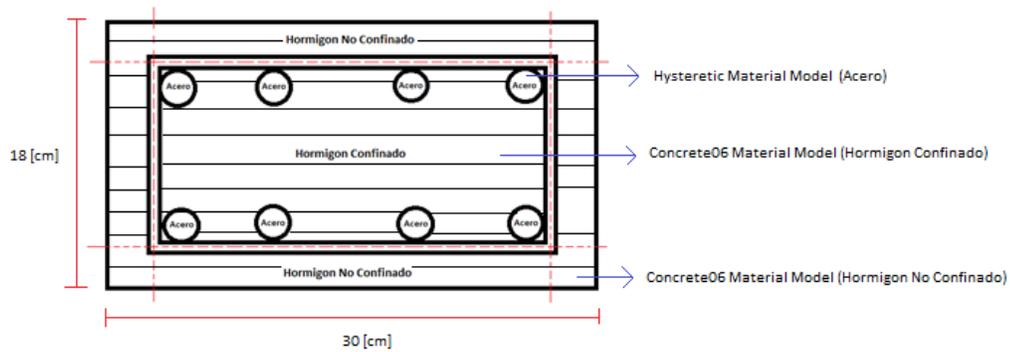


Figura N° 2.46 - Fibras que componen la sección transversal y materiales utilizados en el modelo Opensees

Para modelar el hormigon (tanto confinado como no confinado) se utilizó el material concrete06 desarrollado por Massone, el cual se basa en el modelo de Popovics,

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = \begin{cases} f_c' * \frac{n * \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^{n*k}} & \text{si } \varepsilon_c > 0 \text{ (Compresion)} \\ \left(\frac{f_{cr}}{\varepsilon_{cr}}\right) * \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_{cr} < \varepsilon_c < 0 \\ f_{cr} * \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_c}\right)^b & \text{si } \varepsilon_{cr} > \varepsilon_c \end{cases} \quad (188)$$

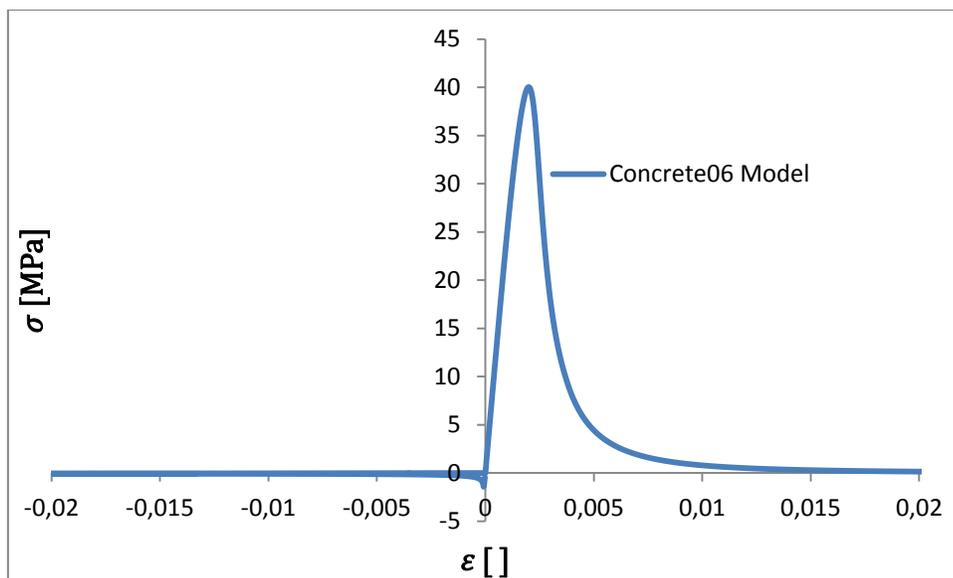


Figura N° 2.47 - Resultados del modelo concrete06 (Opensees)

Para modelar la respuesta del acero, incluyendo pandeo se utiliza un modelo Histeretico trilineal, ajustado a las envolventes en tracción y compresión dadas por el modelo Massone & Moroder.

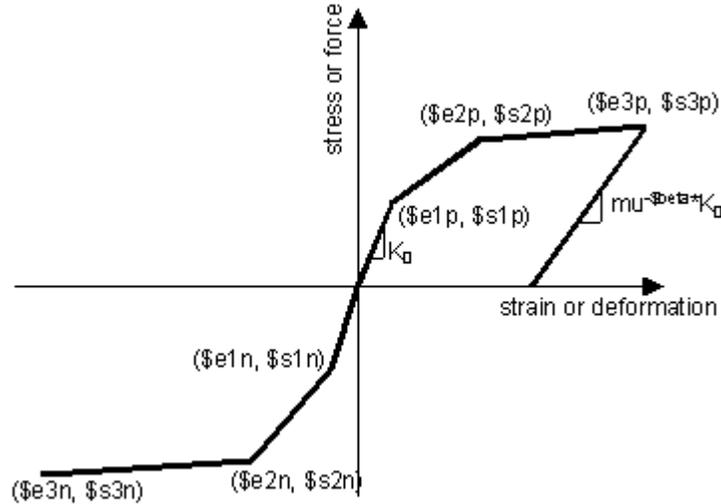


Figura N° 2.48 - Material Histeretico (Opensees)

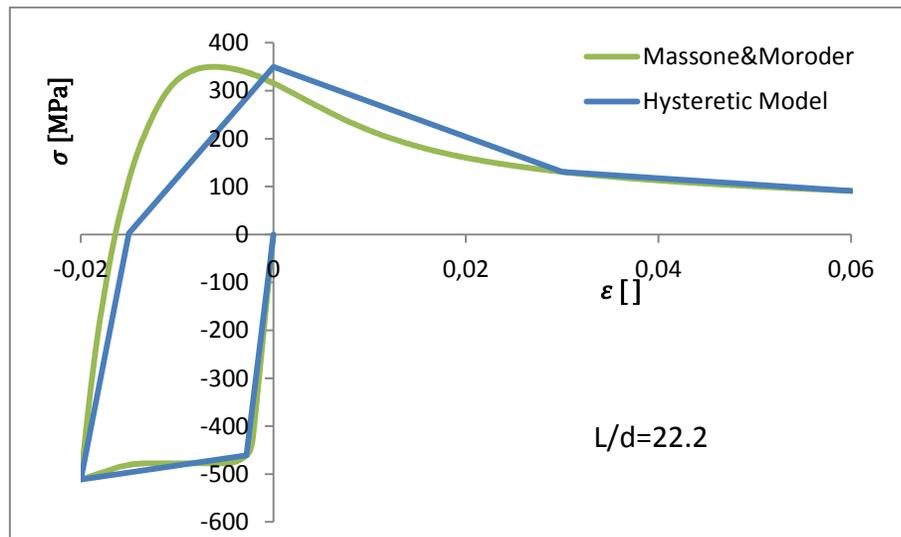


Figura N° 2.49 - Modelo Histeretico v/s Massone & Moroder para un 2% de pretraccion

El efecto de la inestabilidad lateral se introduce en el modelo mediante la aplicación de una transformación geométrica tipo Pdelta, la cual considera el momento adicional generado por el desplazamiento transversal (Δ) del elemento (Figura N°2.49).

Para tomar en cuenta este fenómeno se propone la siguiente función para determinar la resistencia del hormigón perimetral, en función de la pretracción a la que fue sometida la probeta,

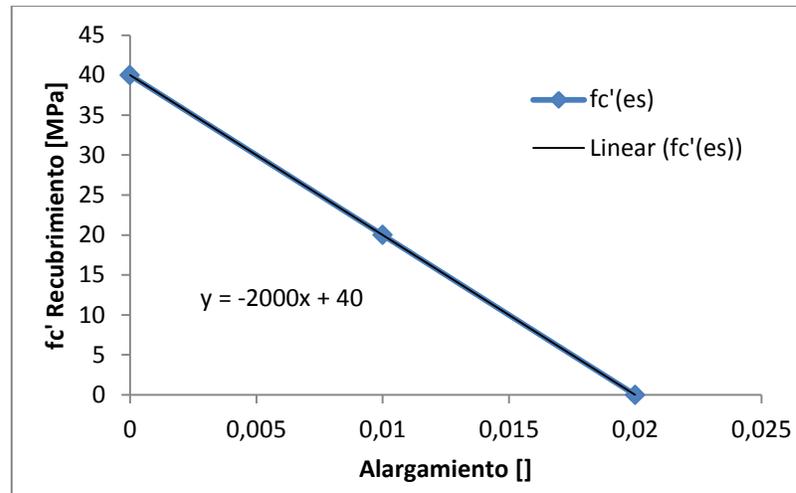


Figura N° 2.52 - Modelo propuesto para determinar la resistencia del hormigón perimetral en función de la pretracción

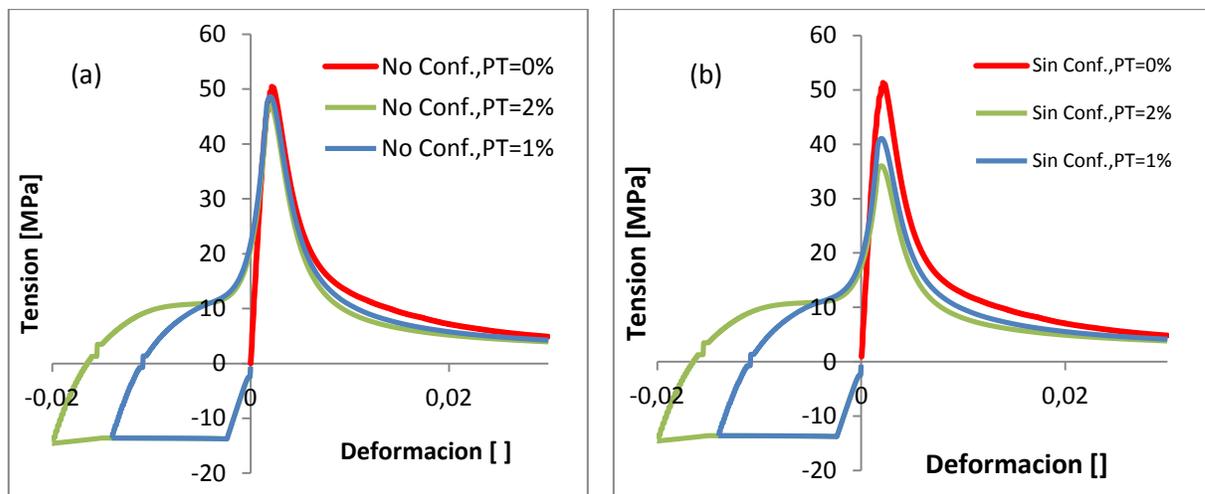


Figura N° 2.53 - Resultados del modelo de pérdida de recubrimiento en probetas sin confinamiento (a) Sin considerar el modelo (b) Considerando el modelo.

3. Datos Experimentales

Los modelos presentados en el capítulo anterior son validados en base a datos experimentales. Para ello se utilizan los datos extraídos del trabajo de título de Hamasaki [11] para validar la ley constitutiva del acero que se utiliza en los modelos de respuesta para elementos de borde. Por otra parte, la respuesta experimental de elementos de borde se extrae del trabajo de Polanco [10]. A continuación se presenta un breve resumen con la descripción de los ensayos.

3.1. Barras de refuerzo longitudinales sometidas a fatiga de bajos ciclos

En el trabajo de Hamasaki [11] se estudia el comportamiento cíclico de barras de refuerzo de calidad A630-420H, con distintas relaciones largo-diámetro (L/d) y con amplitudes de deformación que varían desde un 1% a un 5%. En la Figura N°3.1 se muestra el equipo utilizado para la realización de los ensayos, correspondiente a la maquina universal para pandeo Instron modelo 600LX de 60 toneladas.



Figura N° 3.1 - maquina universal para pandeo Instron modelo 600LX de 60 toneladas

▪ **Matriz de ensayos**

En la tabla N°5 se muestra un resumen con los ensayos realizados, con los distintos diámetros y largos de las barras utilizadas, además de las amplitudes de deformación con las que se ejecutan los ensayos.

Diametro [mm]	Relacion Largo-Diametro (L/d)	Amplitud de deformacion [%]
8	6	1,2,3,4 y 5
	8	1,2,3,4 y 5
	12	1,2,3,4 y 5
	16	1,2,3,4 y 5
	20	1,2,3,4 y 5
	28	1,3 y 5
16	8	1,3 y 5
	12	1,3 y 5
	16	1,3 y 5
	20	1,2,3,4 y 5

Tabla 5 - Matriz de Ensayo de las barras de refuerzo longitudinal

En la comparación del modelo de Massone & Moroder con datos experimentales, se utilizan los datos correspondientes a las barras de 8 [mm] de diámetro, y para amplitudes de deformación de un 3 [%] y un 5 [%]



Figura N° 3.2 - Barras de refuerzo longitudinal ensayadas

3.2. Elementos de borde de muro sometidos a compresión

Polanco [10] estudia el comportamiento de elementos de borde de muro a escala, con distintas configuraciones de confinamiento, mediante el ensayo de 10 probetas (ver Tabla N°6) con el fin de establecer parámetros influyentes para así mejorar su comportamiento bajo cargas uniaxiales.

Todas las probetas poseen una zona central con un largo aproximado de 40 [cm] y cuyo armado varia de una probeta a otra. Los extremos de las probetas (fuera de la zona central) se arman de igual manera en todo el set de piezas, tal como se muestra en la Figura N°3.3.

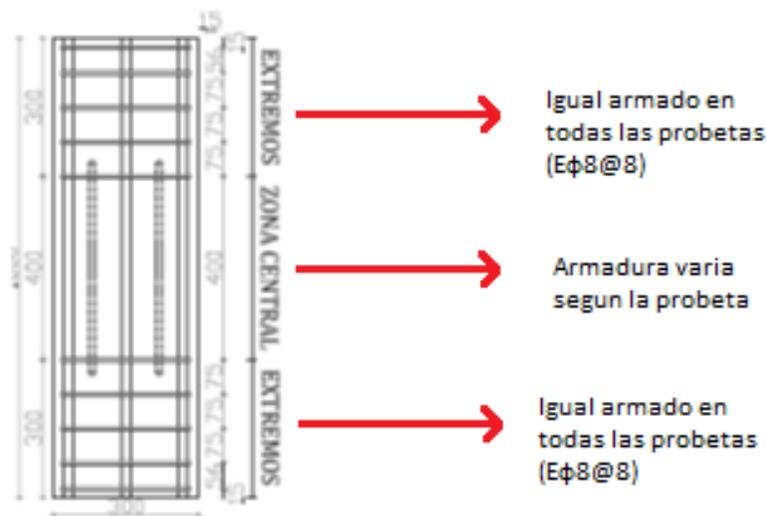


Figura N° 3.3 - Esquema de armado de las probetas

Las probetas se instrumentan con los siguientes sensores:

- i. 4 ldvt's externos para medir deformación longitudinal
- ii. 4 ldvt's centrales para medir deformación longitudinal
- iii. 2 sdpt's para medir el giro de la sección
- iv. 2 ldvt's transversales para medir la expansión del hormigón

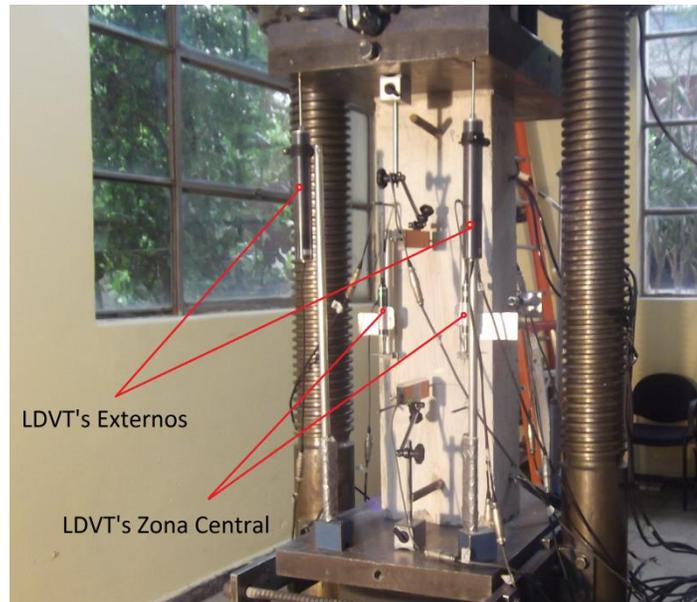


Figura N° 3.4 - Ubicación de los Ldvt's

La finalidad de los Ldvt's centrales es medir las deformaciones previas al peak de capacidad de la pieza, pues en este instante el descascaramiento del hormigón es tal, que los sensores se desprenden de la misma. Después del peak los Ldvt's externos continúan midiendo la deformación de la pieza debido a que estos no están en contacto directo con la probeta y por tanto el descascaramiento del hormigón no afecta su funcionamiento.

Adicionalmente a estos sensores, se instalan strain gauges en distintas barras de refuerzo, tanto longitudinales como transversales, con la finalidad de observar su comportamiento a lo largo del ensayo. La ubicación de los gauges se muestra en la Figura N°3.5.

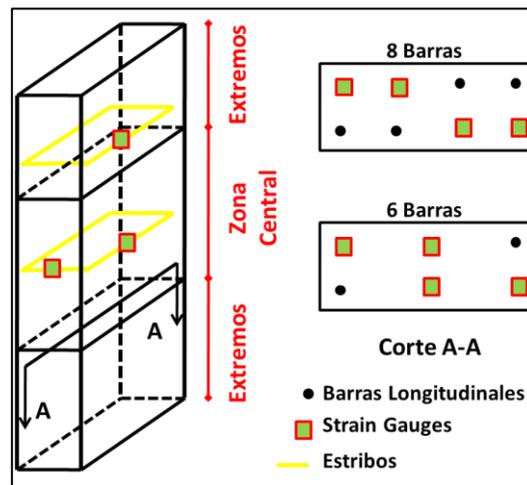


Figura N° 3.5 - Ubicación de los Strain Gauges

▪ **Matriz de Ensayos**

A continuación se muestran las configuraciones de confinamiento utilizadas en los distintos ensayos,

Probeta	Altura [m]	Pre-tr. [%]	Conf.	s [mm]	Ancho [mm]
1	1	0	-	-	130
2	1	0	-	-	180
3	1	0	-	-	250
4	1	0	A	100	130
5	1	0	A	100	180
6	1	0	A	100	250
7	1	1	-	-	180
8	1	2	-	-	180
9	1,6	2	-	-	180
10	1	2	A	100	180
11	1,6	2	A	100	180
12	1,6	0	A	100	180
13	1	0	A	150	180
14	4	0	M	150	180
15	4	0	M	100	180
16	1	2	A	150	180
17	1	0	M	150	180
18	1	0	M	100	180
19*	1	0	A	100	180
20	1	0	A2	100	180
21	1	0	D1	100	180
22	1	0	D2	100	180
23	1	0	E1	100	180
24	1	0	E2	100	180

*10% de excentricidad en el lado largo (e = 3 [cm])

Tabla 6 - Matriz de Ensayo de los elementos de borde

Las probetas P14 y P15 fueron re-ensayadas y por tanto no son consideradas en los análisis. En su lugar se toman en cuenta los datos experimentales de las probetas re-ensayadas P17 y P18.

La nomenclatura utilizada para describir las configuraciones de confinamiento en la zona central se muestran en la Figura N°3.6.

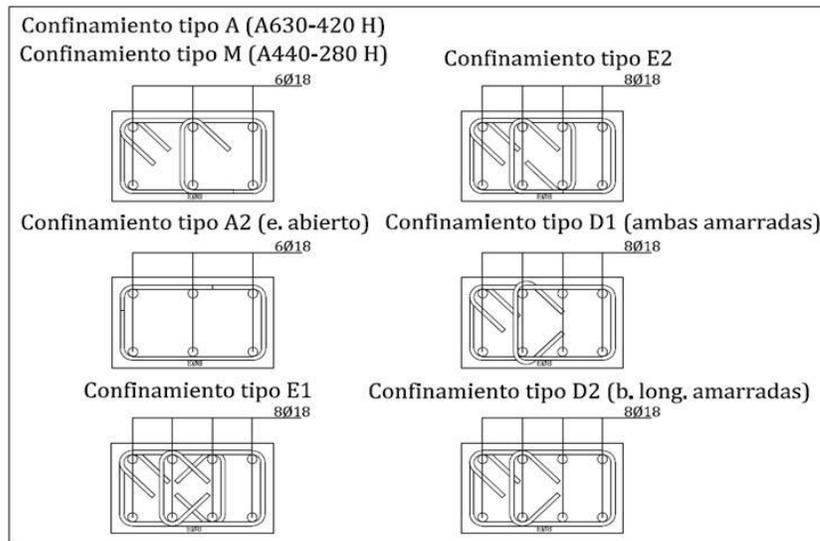


Figura N° 3.6 - Tipos de confinamiento utilizados en la zona central



Figura N° 3.7 - Probeta Ensayada

4. Resultados de los Modelos Analíticos

4.1. Modelo de respuesta para barras de refuerzo (Massone & Moroder)

A continuación se comparan los resultados obtenidos mediante el modelo, con los datos experimentales extraídos a partir del trabajo de Hamasaki [11]. En este trabajo se ensayan barras de diámetro 8 [mm] de manera cíclica, alcanzando deformaciones máximas de un 3% y un 5%. Se utilizan relaciones largo/diámetro de 12 y 20 ($L/d=12$ y $L/d=20$).

▪ **Parámetros del acero**

Para realizar la comparación, en primer lugar se estiman los parámetros de Mander para modelar el comportamiento en tracción del acero. Para ello se realiza un ajuste mediante mínimos cuadrados a datos experimentales de barras ensayadas a tracción pura. Los valores obtenidos se muestran a continuación,

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fy	530	MPa
ϵ_y	0,003	[]
ϵ_{sh}	0.025	[]
Esh	6500	MPa
fm	745	MPa
ϵ_{sm}	0.704	[]
fu	682	MPa
ϵ_u	0.3	[]

Tabla 7 - Parámetros del acero utilizados para predecir la respuesta cíclica de las barras de refuerzo

▪ **Barras de relación Largo-Diámetro igual a 12 ($L/d=12$)**

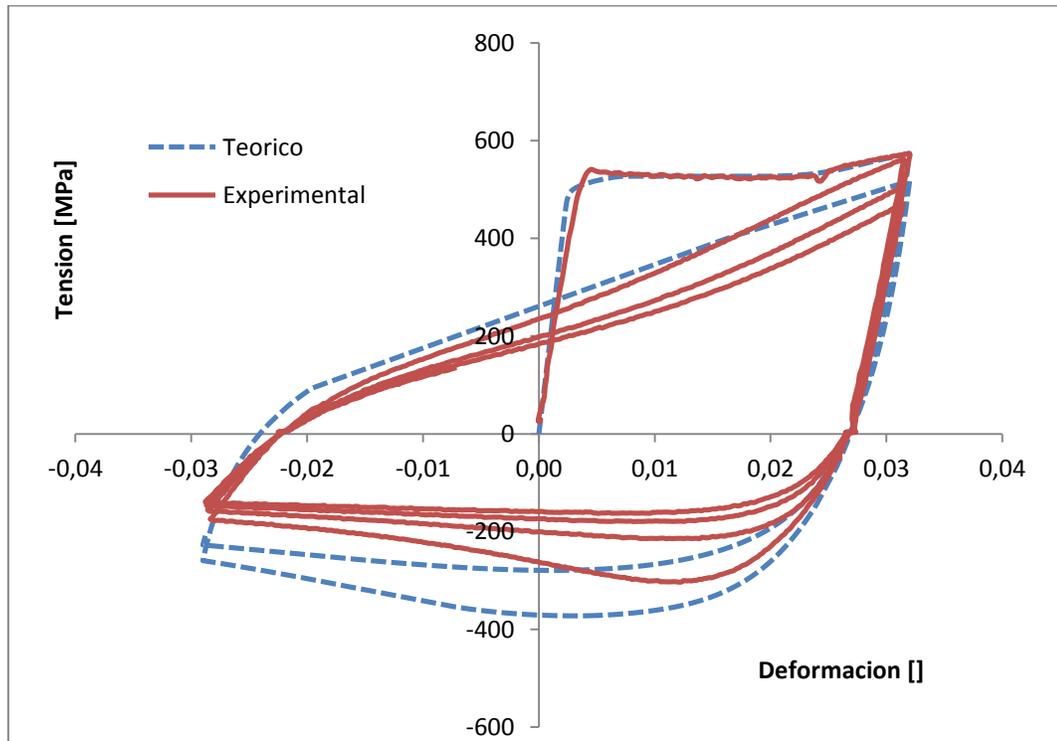


Figura N° 4.1 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°1

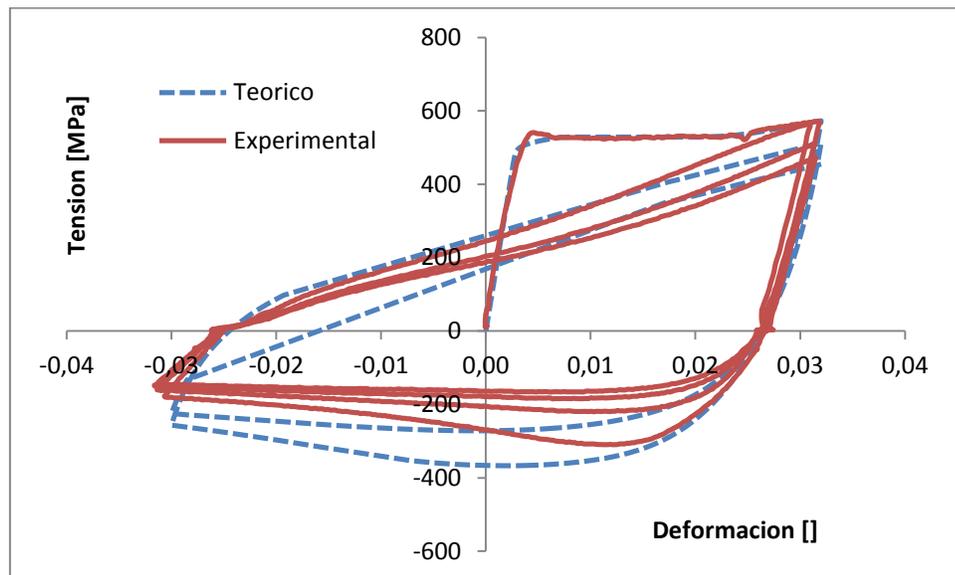


Figura N° 4.2 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2

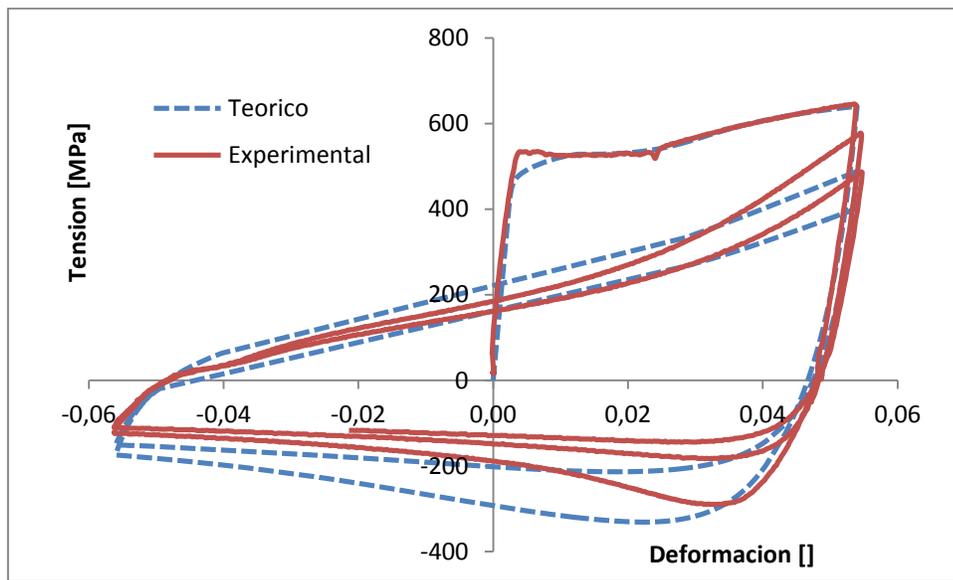


Figura N° 4.3 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°1

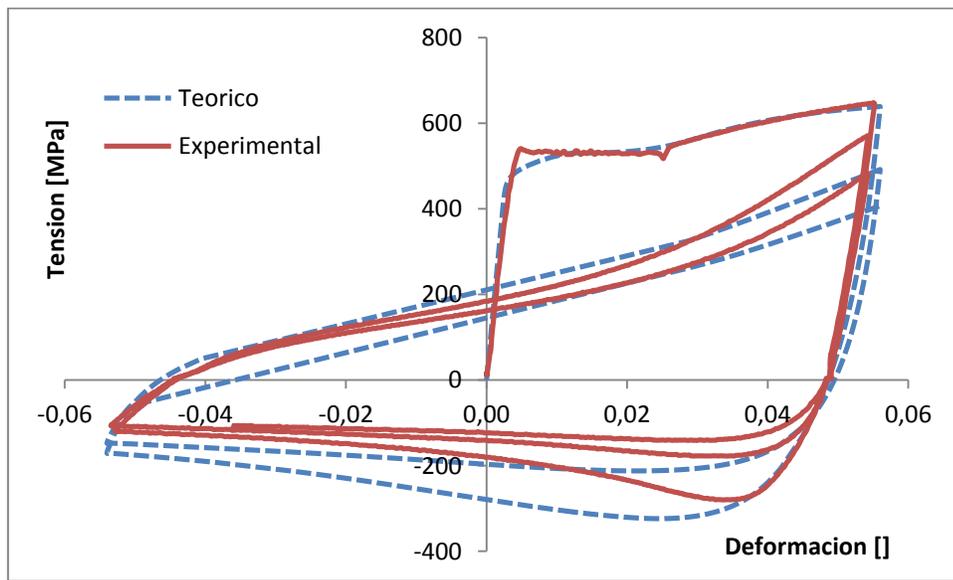


Figura N° 4.4 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=12$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°2

▪ **Barras de relación Largo-Diámetro igual a 20 ($L/d=20$)**

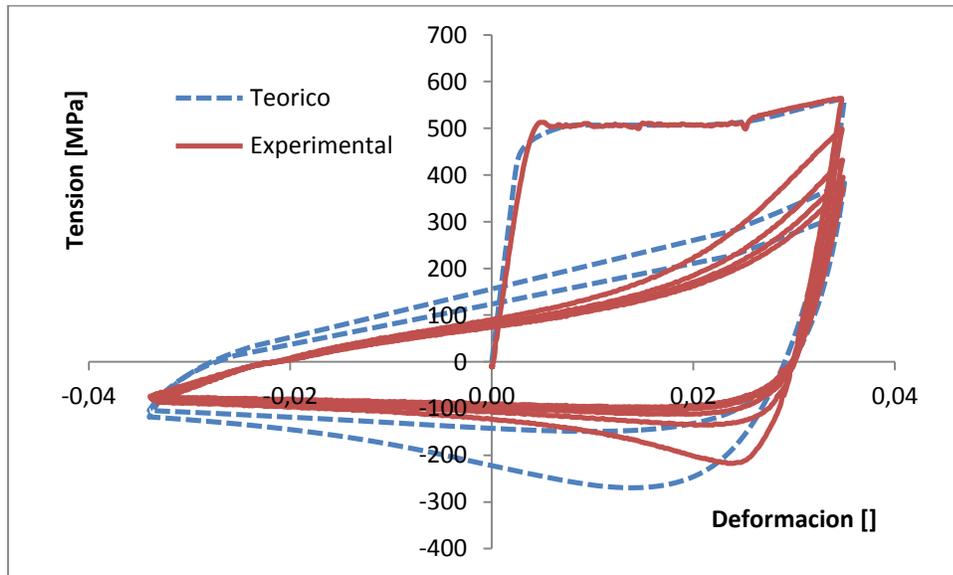


Figura N° 4.5 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°1

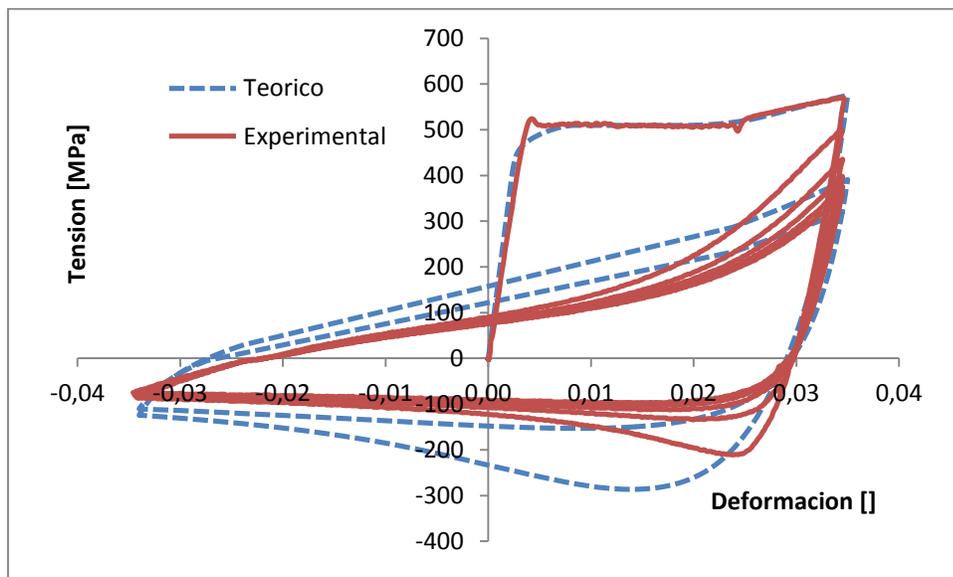


Figura N° 4.6 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2

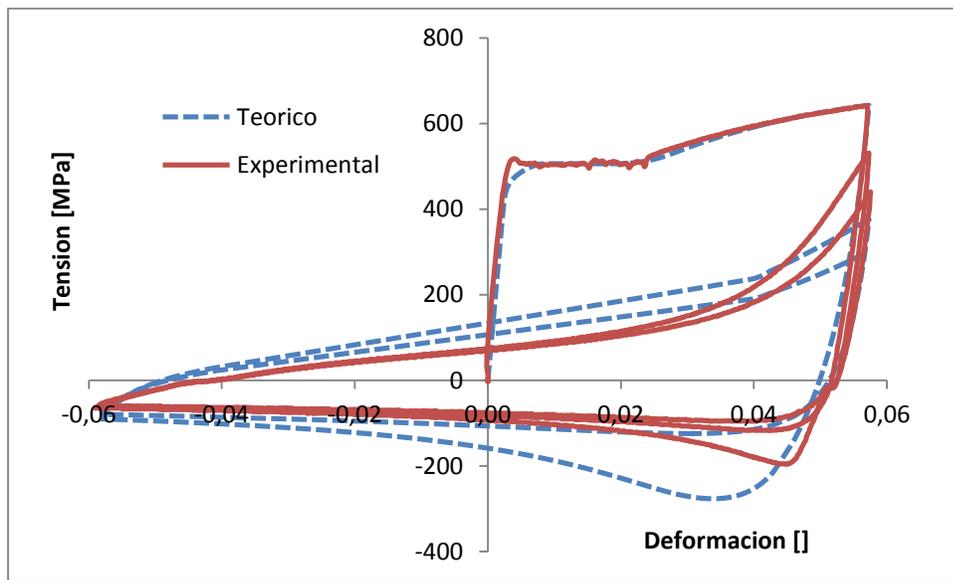


Figura N° 4.7 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 5\%$, Barra N°1

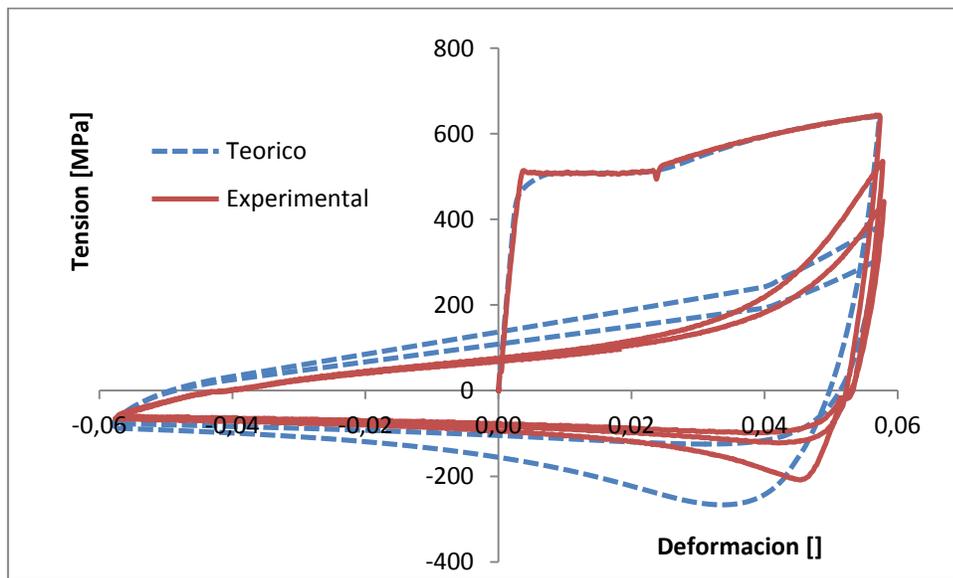


Figura N° 4.8 - Comparación del modelo Massone & Moroder para $L/d=20$, $e_{max}=e_{min} = 3\%$, Barra N°2

En términos generales, se aprecia que el modelo de Massone & Moroder es capaz de predecir de buena forma la respuesta del acero ante sollicitaciones cíclicas, sobreestimando levemente la capacidad de las barras de refuerzo.

4.2. Modelo de respuesta para elementos de borde

En esta sección se presenta la comparación entre los modelos analíticos y los datos experimentales extraídos del trabajo realizado por Polanco [10] y Núñez [12]. Además se presentan todos los parámetros y supuestos utilizados en la modelación.

4.2.1 Parámetros y supuestos utilizados

A continuación se presentan los parámetros utilizados en los distintos modelos analíticos. En el caso de contar con datos experimentales, se realiza un ajuste de mínimos cuadrados para obtener el valor de estos, mientras que en ausencia de ellos se utilizaron valores recomendados por los autores.

▪ Parámetros acero

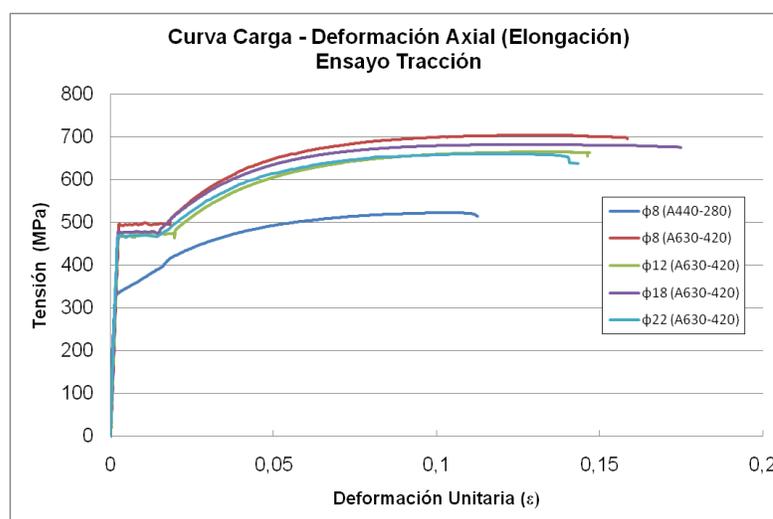


Figura N° 4.9 - Curvas Tensión - Deformación para las armaduras de refuerzo

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fyt	495	MPa
εy	0,002	[]

Tabla 8 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta de los estribos (Acero A63-42H)

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fyt	330	MPa
ϵ_y	0,002	[]

Tabla 9 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta de los estribos (Acero A44-28H)

Parametro	Valor	Unidad
Es	200000	MPa
fy	477	MPa
ϵ_y	0,002	[]
ϵ_{sh}	0.015	[]
Esh	7500	MPa
fm	682	MPa
ϵ_{sm}	0.123	[]
fu	600	MPa
ϵ_u	0.3	[]

Tabla 10 - Parámetros del acero utilizados para modelar la respuesta del refuerzo longitudinal

▪ Parámetros Hormigon

La resistencia del hormigón se obtuvo a partir del ensayo de 9 cilindros, los cuales entregan un promedio de 39.1 [MPa].

Cilindro	Seccion	Resistencia a la compresión (kN)	fc'[Mpa]
1	150/300	660,6	37,4
2	150/300	748	42,3
3	150/300	588,1	33,3
4	150/300	715,5	40,5
10	150/300	746,4	42,2
11	150/300	537,3	30,4
13	150/300	774,5	43,8
15	150/300	802,9	45,4
16	150/300	638,3	36,1
Promedio			39,1

Tabla 11 - Ensayos de cilindro para determinar la resistencia del hormigon

Parametro	Valor	Unidad
f_{c0p}	39,1	MPa
ϵ_{c0}	0,002	[]
k	1,000	[]

Tabla 12 - Parámetros utilizados en el modelo de Popovics

Parametro	Valor	Unidad
f_{c0p}	39,1	MPa
ϵ_{c0}	0,002	[]
E_c	24050	MPa

Tabla 13 - Parámetros utilizados en el modelo de Mander

Parametro	Valor	Unidad
f_{c0p}	39,1	MPa
ϵ_{01}	0,002	[]
ϵ_{085}	0,0038	[]

Tabla 14 - Parámetros utilizados en el modelo de Saatcioglu

Parametro	Valor	Unidad
f_{c0p}	39,1	MPa
ϵ_{01}	0,002	[]
ϵ_{050}	0,0040	[]
E_c	24050	MPa

Tabla 15 - Parámetros utilizados en los Modelos de Cassun y Paultre; y Legeron y Paultre

▪ Zona de concentración de daño

Después de haber alcanzado el peak de capacidad se genera una concentración de daño en algún lugar a lo largo de la altura de la probeta. Esto implica que este sector de concentración de daño sigue tomando carga luego del peak, mientras que la zona fuera de él se descarga.

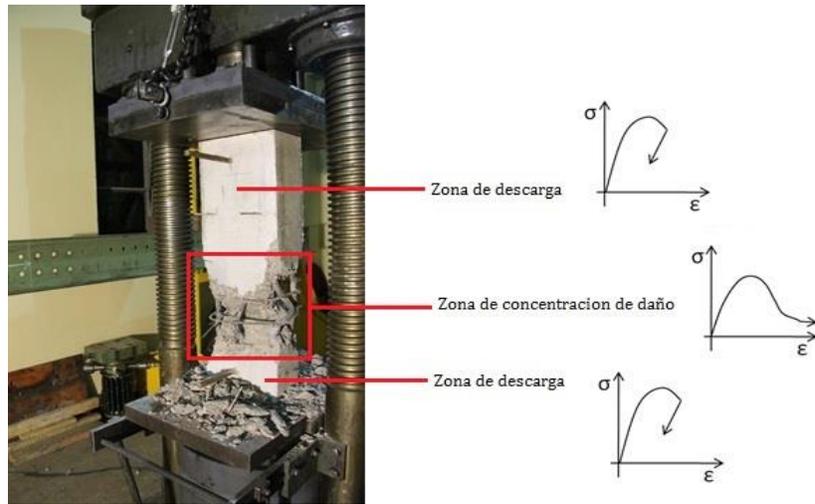


Figura N° 4.10 - Zona de concentración de daño

En base a un estudio fotográfico realizado por Núñez [12], se considera un largo de daño igual a $2*s$ (2 veces el espaciamiento de la armadura de confinamiento) para las probetas con confinamiento en la zona central, y 45 [cm] para aquellas probetas sin confinamiento en la zona central.

Considerando lo anterior, la deformación post-peak de las probetas se calcula como,

$$\varepsilon_{Post-peak} = \varepsilon_m + (\varepsilon_{ext} - \varepsilon_m) * \frac{L_{ext}}{L_{daño}} + \frac{\sigma_u - \sigma_m}{E_s * \frac{A_s}{A_g} + E_c * \frac{A_c}{A_g}} * \frac{L_{ext} - L_{daño}}{L_{daño}} \quad (189)$$

$$\varepsilon_{ext} = \frac{\delta_{ext}}{L_{ext}} \quad (190)$$

$$\varepsilon_{cen} = \frac{\delta_{cen}}{L_{cen}} \quad (191)$$

$$\sigma = \frac{F}{A_g} \quad (192)$$

En donde,

- ε_m : Deformación medida en el peak de capacidad
- ε_{ext} : Deformación medida por el ldvt externo
- L_{ext} : Largo total de la probeta
- $L_{daño}$: Longitud de daño
- L_{cen} : Longitud del ldvt interno
- σ_u : Tensión ultima
- σ_m : Tensión peak
- δ_{ext} : Desplazamiento medido por el ldvt externo
- δ_{cen} : Desplazamiento medido por el ldvt interno
- F : Fuerza aplicada a la probeta
- A_s : Área de acero en la sección transversal
- A_c : Área de hormigon en la sección transversal
- A_g : Área de la sección transversal
- E_s : Modulo de elasticidad del acero
- E_c : Modulo de elasticidad del hormigon

Antes del peak la deformación se calcula mediante,

$$\varepsilon_{pre-peak} = \varepsilon_{cen} = \varepsilon_{ext} \quad (193)$$

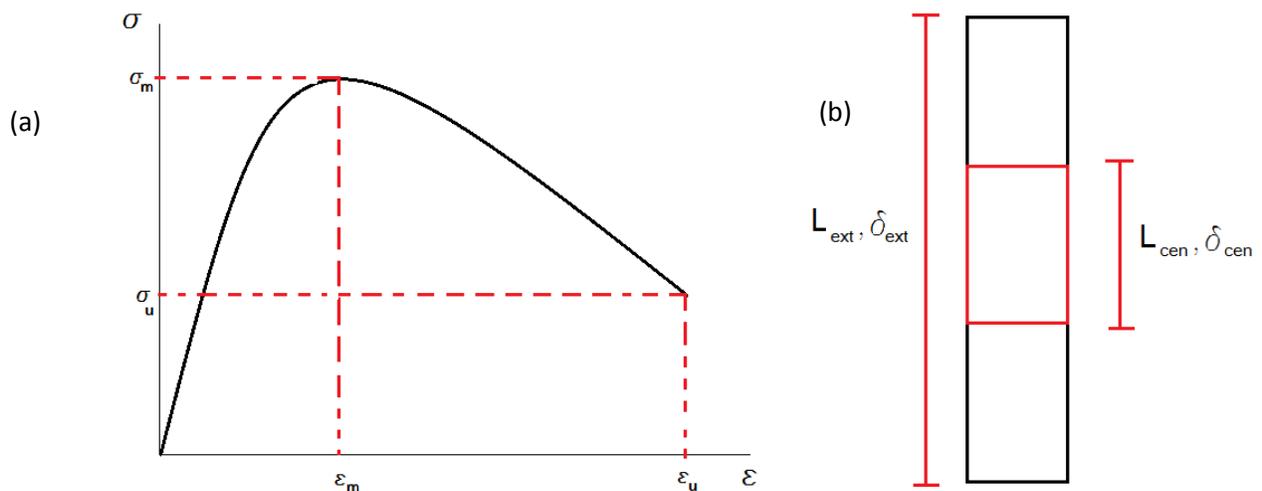


Figura N° 4.11 – (a) Esquema de la curva tensión-deformación experimental (b) Esquema de los ldvt

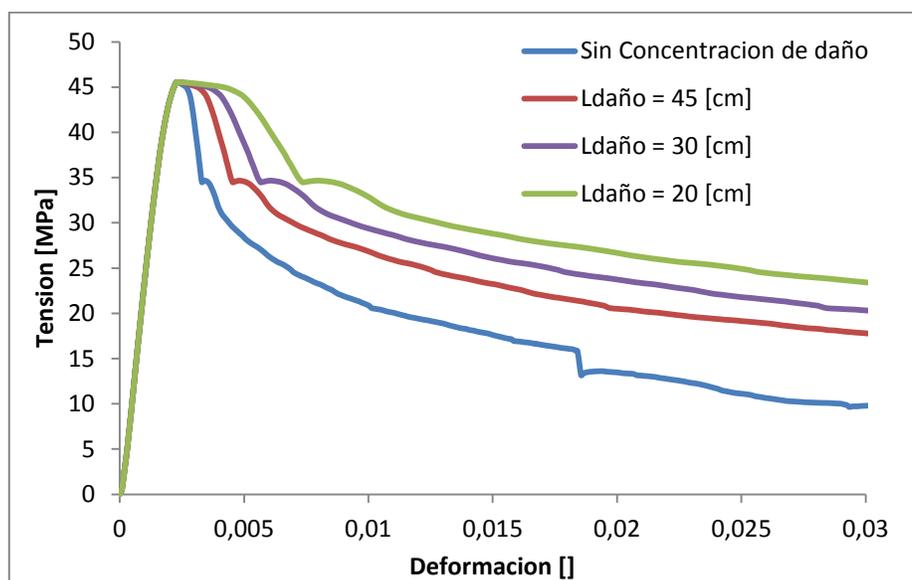


Figura N° 4.12 – Respuesta post-peak considerando diferentes longitudes de daño (Probeta 13)

4.2.2 Probetas sin pretraccion

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la modelación realizada utilizando los distintos modelos de hormigón confinado y acero presentados anteriormente. Para determinar la mejor combinación se utiliza como parámetro la desviación estándar entre los datos experimentales de 14 probetas, y los respectivos modelos.

$$\text{Error (Modelo)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (fcc(\varepsilon_i, \text{Modelo}) - \sigma_i)^2} \quad (194)$$

En las Tablas 16 y 17 se muestran los errores arrojados por cada una de las combinaciones entre los distintos modelos.

Error Modelo []	P4	P5	P6	P13	P14	P15	P17	P18	P20	P21	P22	P23	P24	Error Acumulado []
Mander	4,5	2,6	2,0	6,6	8,5	5,1	9,6	4,0	9,2	4,3	5,1	6,1	9,4	76,9
Saatcioglu	4,4	4,6	4,4	6,9	7,5	5,6	8,6	4,3	8,6	5,7	7,7	8,7	9,2	86,2
CassunPaultre	4,3	3,4	3,0	5,4	6,2	4,9	8,2	3,8	9,0	6,0	6,9	8,7	9,2	78,8
LegeronPaultre	4,0	2,9	2,2	5,9	7,3	5,0	8,6	3,5	9,4	4,8	5,8	7,1	7,2	73,7

Tabla 16 - Error promedio asociado a cada una de las probetas utilizando el modelo Dhakal & Maekawa

Error Modelo []	P4	P5	P6	P13	P14	P15	P17	P18	P20	P21	P22	P23	P24	Error Acumulado []
Mander	5,1	2,2	1,5	5,9	7,7	3,6	8,9	3,0	10,2	4,0	4,1	5,2	4,0	65,4
Saatcioglu	4,7	3,4	3,3	6,3	6,7	4,2	8,1	3,6	9,2	4,6	5,8	7,1	7,0	74,0
CassunPaultre	4,4	1,9	2,2	5,0	5,5	3,6	8,1	2,9	9,9	5,1	5,1	7,0	6,9	67,5
LegeronPaultre	4,3	2,0	1,6	5,5	6,5	3,7	8,2	2,7	10,4	4,4	4,4	5,8	5,0	64,4

Tabla 17 – Error promedio asociado a cada una de las probetas utilizando el modelo de Massone & Moroder

Se observa que independiente del modelo utilizado para el acero de refuerzo (Dhakal & Maekawa o Massone & Moroder), el modelo de Legeron & Paultre es el modelo de hormigón confinado que mejor se ajusta a los datos experimentales. Por otra parte se puede apreciar una mínima diferencia entre los modelos de Massone & Moroder y Dhakal & Maekawa, en cuanto a sus resultados.

Considerando lo anterior, a continuación se muestran los resultados de la modelación de las probetas sin pretracción, utilizando el modelo de hormigón confinado de mejor ajuste (Legeron y Paultre) y el modelo de Massone & Moroder para el acero de refuerzo. Los datos se agruparon según variables como espaciamiento entre estribos, espesor de la probeta, tipo de confinamiento, tipo de acero de refuerzo y otros. A la izquierda se muestran los resultados experimentales y a la derecha los resultados de la modelación.

Figura N° 4.13 - Variable Espesor (Sin confinamiento, 130 [mm], 180 [mm] y 250 [mm])

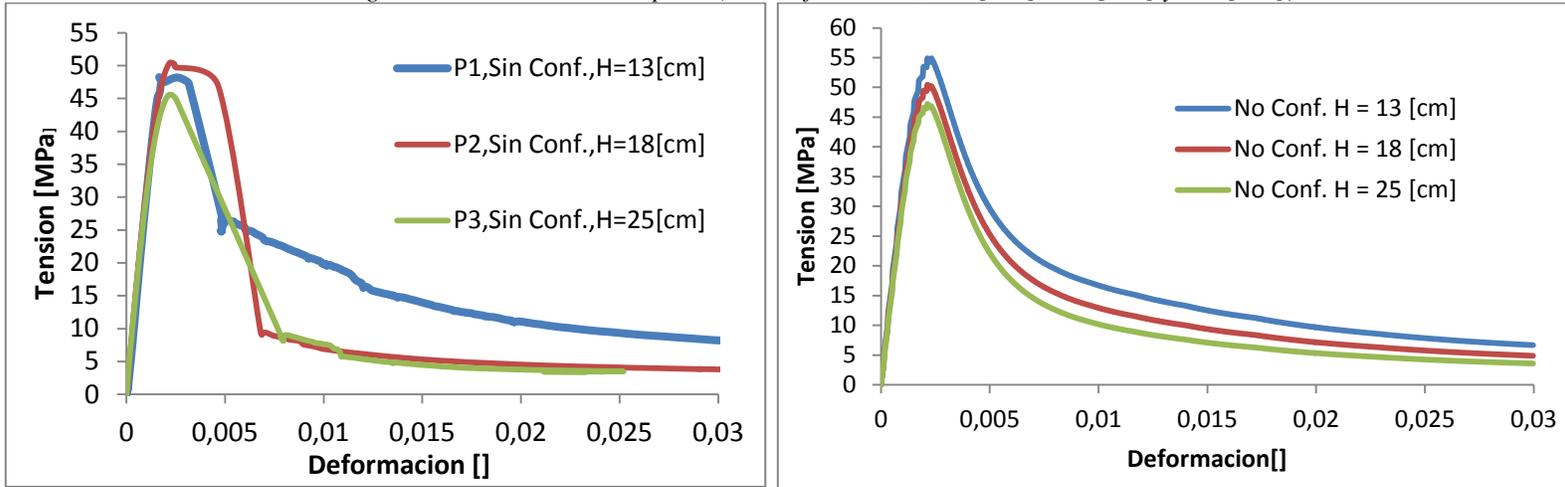
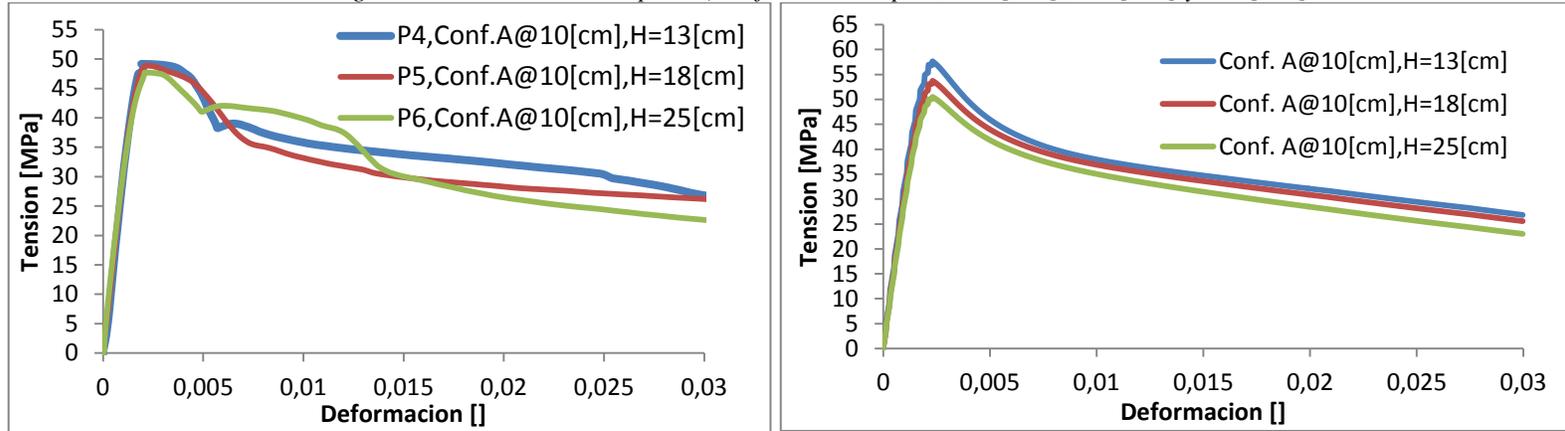


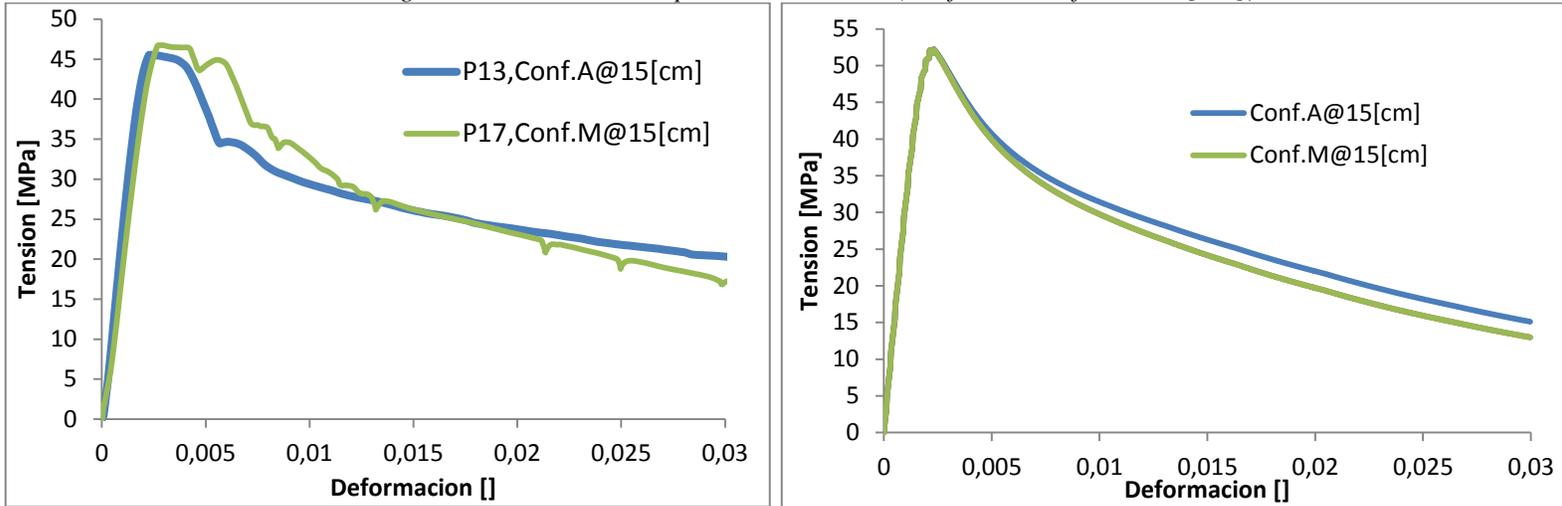
Figura N° 4.14 - Variable Espesor (Confinamiento tipo A, 130 [mm], 180 [mm] y 250 [mm])



Las probetas sin confinamiento (Figura N°4.13) muestran una respuesta poco dúctil, con una baja abrupta en la resistencia luego de haber alcanzado el peak de capacidad. Además, el peak que alcanzan varía levemente en función del espesor de la probeta. Los modelos muestran una tendencia similar, aunque se observa que estos predicen una mayor resistencia a menor espesor. Este fenómeno se genera, debido a que los modelos se basan en la tensión promedio actuando en la sección transversal, y por tanto a menor espesor, mayor cuantía de acero (las probetas poseen distinto espesor pero igual número de barras de refuerzo), obteniendo así una mayor tensión promedio en las probetas de menor espesor.

Al incorporar confinamiento (Figura N°4.14) la respuesta se hace más dúctil con respuesta similar entre los tres espesores distintos. El peak de capacidad no tiene grandes diferencias en comparación al caso no confinado.

Figura N° 4.15 - Variable tipo de acero estribos (Conf. A v/s Conf. M @150[mm])



En cuanto a la resistencia (fluencia) del acero utilizado en la armadura de confinamiento (Figura N°4.15), la evidencia experimental muestra diferencias poco significativas en cuanto al peak y la respuesta post-peak. Por su parte, los modelos predicen una leve mejoría en la ductilidad al utilizar un acero A63-42H en comparación a un A44-28H. El peak de capacidad teórico no se ve afectado por la resistencia del acero utilizado en la armadura de confinamiento, fenómeno que coincide con la evidencia experimental.

Figura N° 4.16 - Variable Confinamiento (Espesor = 130[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento)

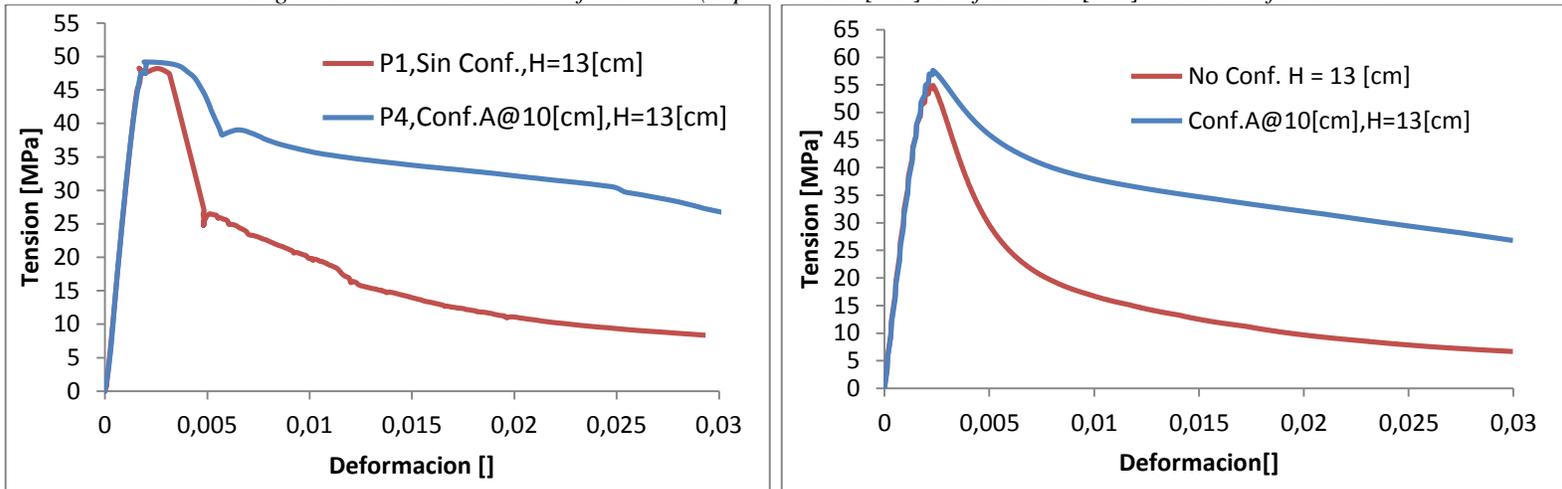


Figura N° 4.17 - Variable Confinamiento (Espesor = 180[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento)

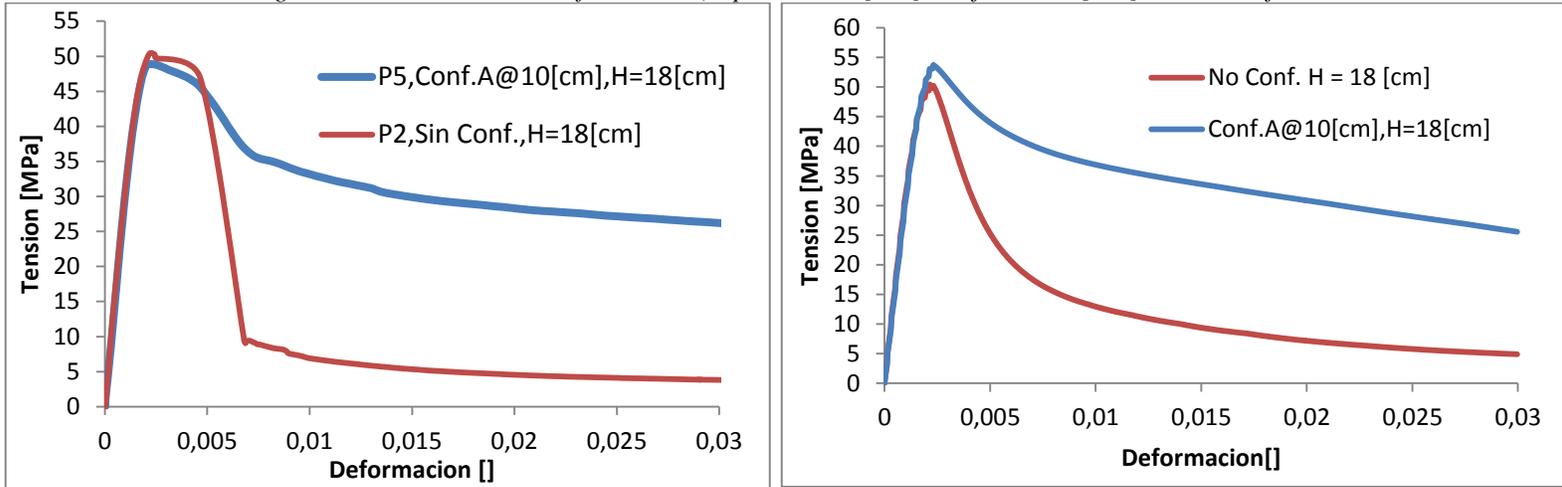
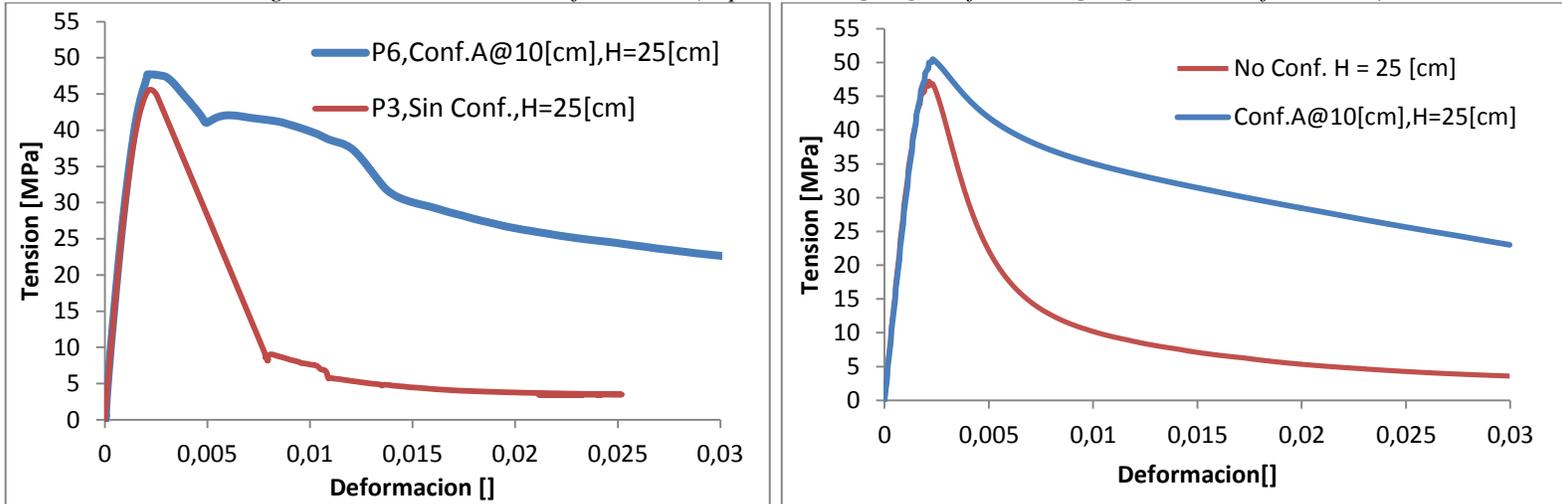


Figura N° 4.18 - Variable Confinamiento (Espesor = 250[mm] Conf. A@100 [mm] v/s Sin Confinamiento)



Al comparar las probetas con y sin confinamiento, las diferencias en la respuesta post-peak son notorias (Figura N°4.16, 4.17 y 4.18). Las probetas sin confinamiento muestran una caída de resistencia abrupta, mientras que las probetas confinadas muestran una lenta degradación de la capacidad. El confinamiento además genera un leve aumento en el peak alcanzado, fenómeno que se observa en la evidencia experimental y que los modelos logran capturar.

Figura N° 4.19 - Variable espaciamiento entre estribos (Conf. M @150 [mm] v/s @ 100 [mm])

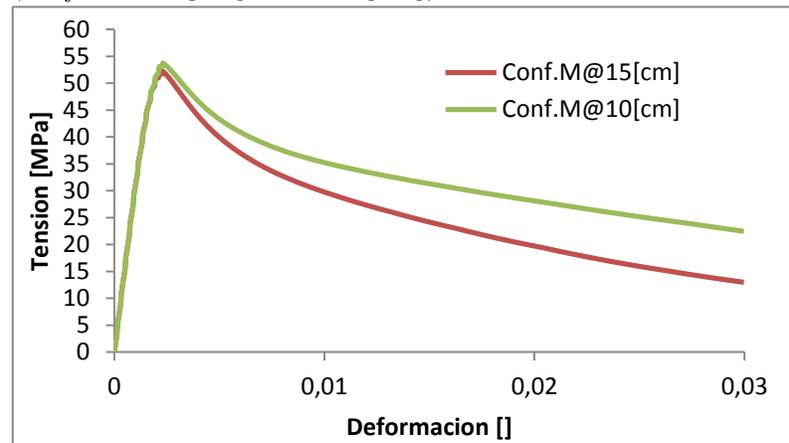
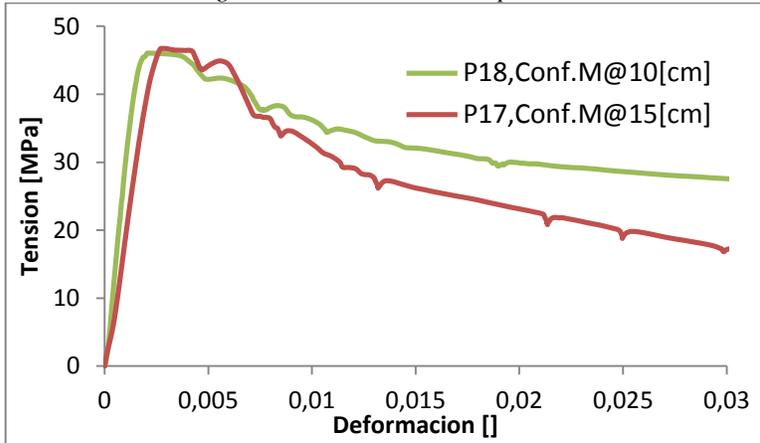
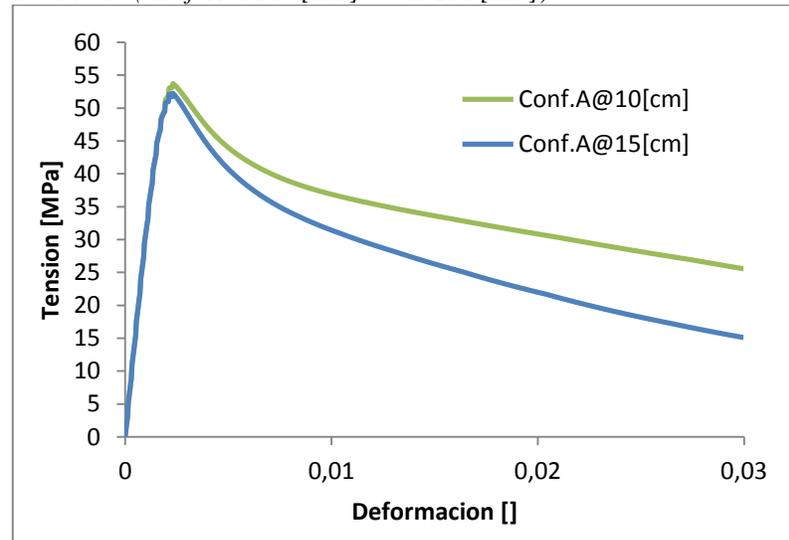
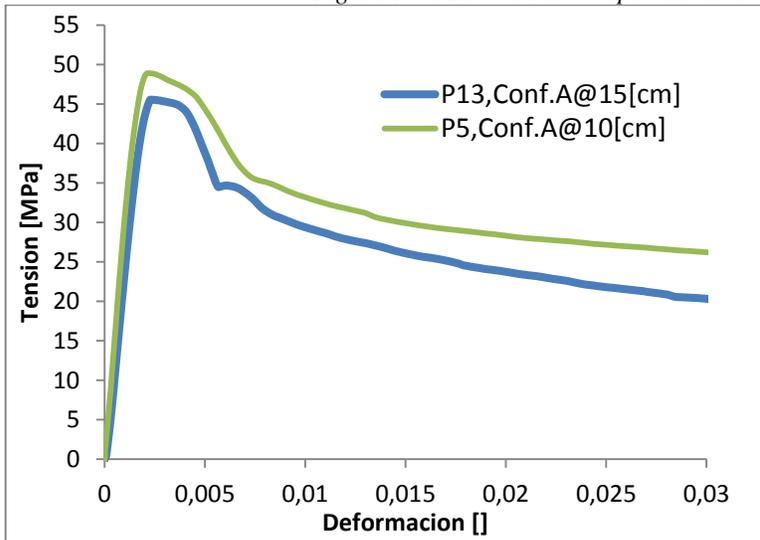


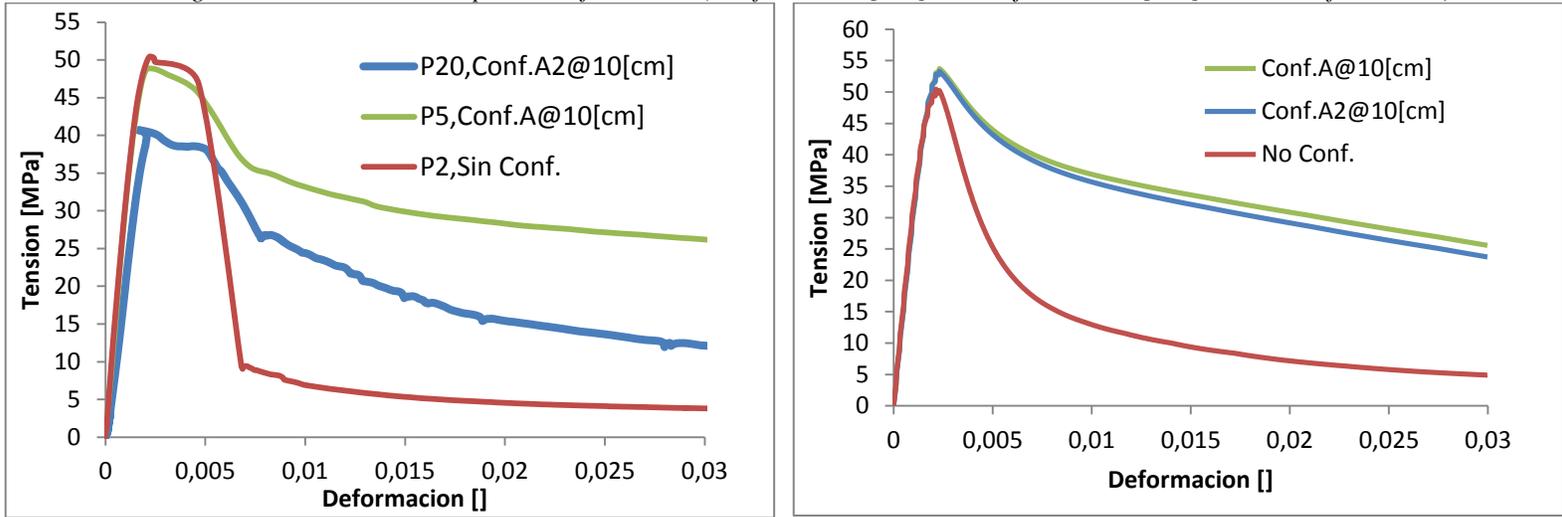
Figura N° 4.20 - Variable espaciamiento entre estribos (Conf. A @150 [mm] v/s @ 100 [mm])



La variación de espaciamiento genera también un impacto en la respuesta, tanto para estribos de alta como baja resistencia (Figura N°4.19 y 4.20). El impacto, de carácter moderado, indica que a mayor confinamiento, existe una más lenta degradación de la capacidad. La respuesta post-peak en el caso de estribos de menor resistencia (Figura N°4.19), la mejora en la separación es más significativa en la respuesta, indicando que en esa zona el acero alcanzaría la fluencia. Análisis de strain gauges indican que en general la fluencia de estribos se alcanza en la zona de degradación de las probetas.

En ambos casos, los modelos capturan de buena forma lo observado experimentalmente.

Figura N° 4.21 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. A @100 [mm] v/s Conf. A2 @100 [mm] v/s Sin Confinamiento)



El confinamiento tipo A2 (ganchos en 90°) no logra desarrollar la misma ductilidad que muestra el confinamiento tipo A (ganchos en 135°), por lo cual la degradación es más rápida, e incluso similar al caso no confinado. Los modelos por su parte, al no tomar en cuenta el ángulo de doblé de la armadura de confinamiento, predicen una respuesta similar para los confinamientos tipo A y A2.

Figura N° 4.22 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. D1@ 100[mm] v/s Conf. D2@ 100[mm])

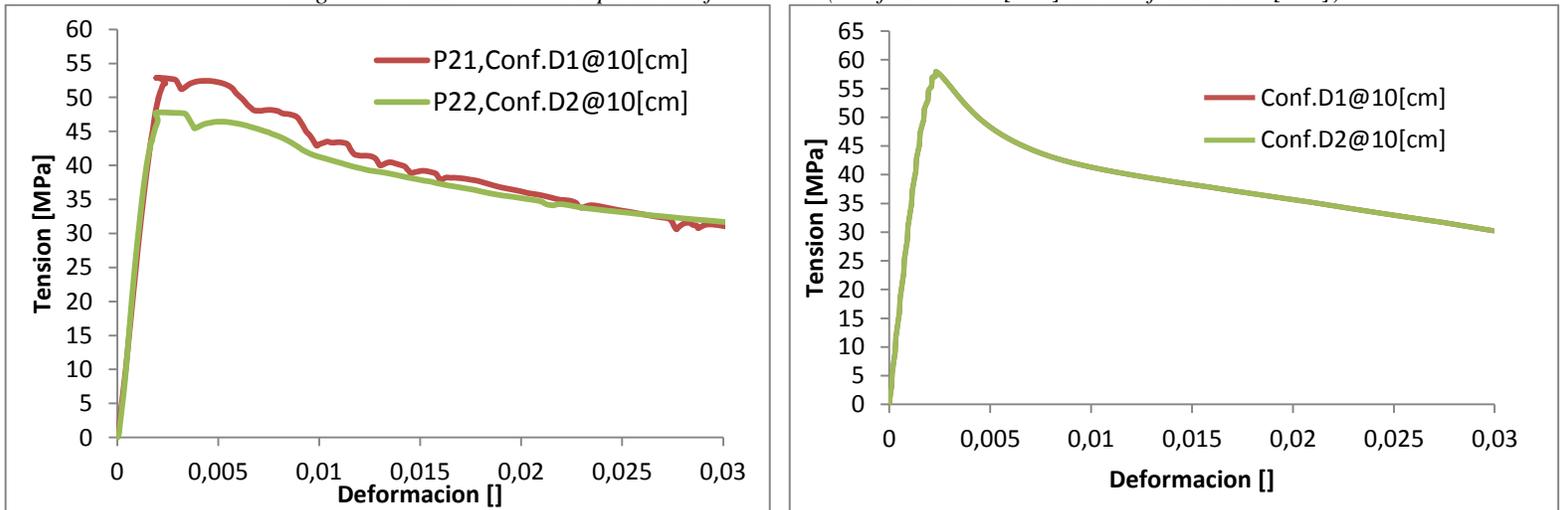


Figura N° 4.23 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. E1@ 100[mm] v/s Conf. E2@100[mm])

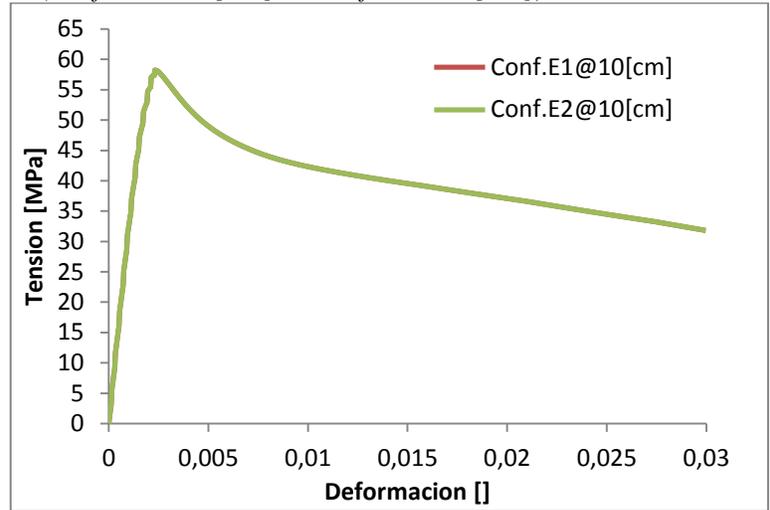
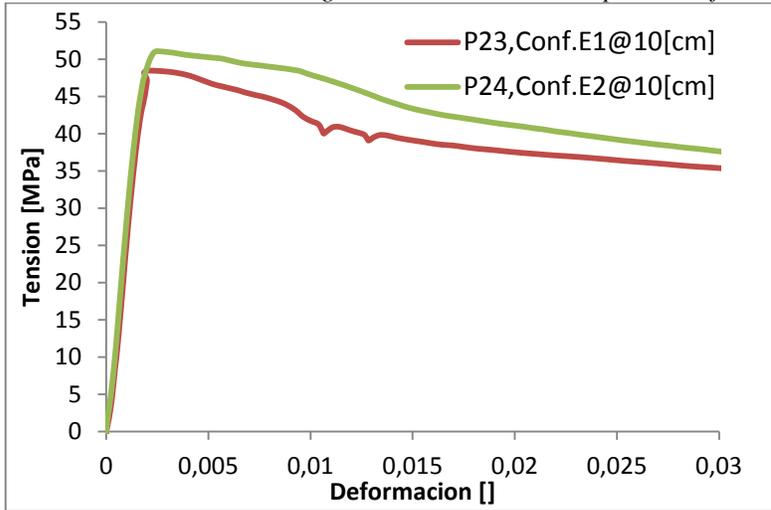
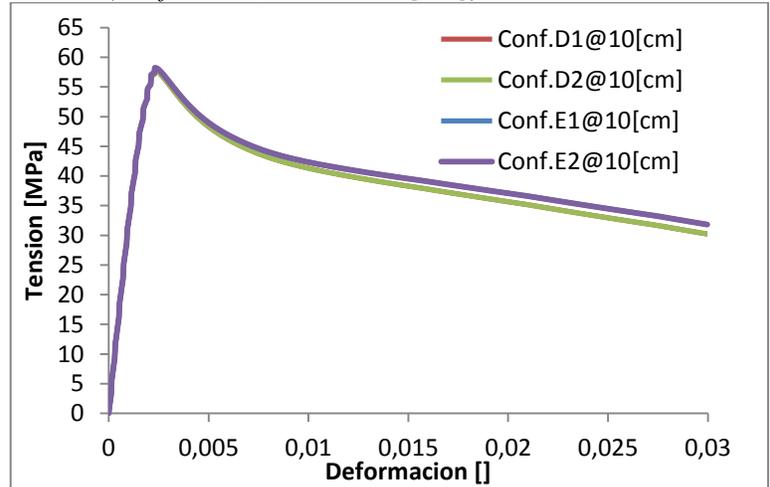
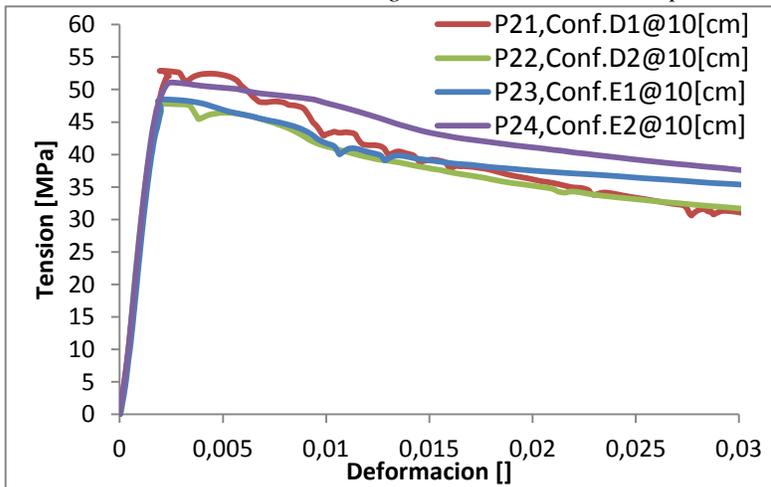


Figura N° 4.24 - Variable Tipo de Confinamiento (Conf. E1,E2 ,D1, D2 @100[mm])



Las configuraciones alternativas de refuerzo transversal D1 y D2 (Figura N°4.24), y, E1 y E2 (Figura N°4.25), presentan similar respuestas entre sí en la zona de degradación. Ganchos de 135° en ambos extremos o tomar el refuerzo transversal con la traba no tiene un impacto importante en elementos de borde de menores dimensiones como el ensayado. En bordes largos podría tener un impacto mayor, ya que como se vio en los ensayos, en el caso de ganchos de 135°, estos fluyeron y se cortaron en muchos casos ante grandes deformaciones axiales de la probeta, mientras que con ganchos de 90° en un extremo, estos tendían a deslizarse en muchos casos. Esas diferencias, aunque son pequeñas en estos ensayos, solo se ven sobre un 3% de deformación axial.

Figura N° 4.25 - Variable Tipo de Confinamiento y armadura longitudinal (Conf. A@100 [mm] v/s Conf. D1, D2 @100[mm])

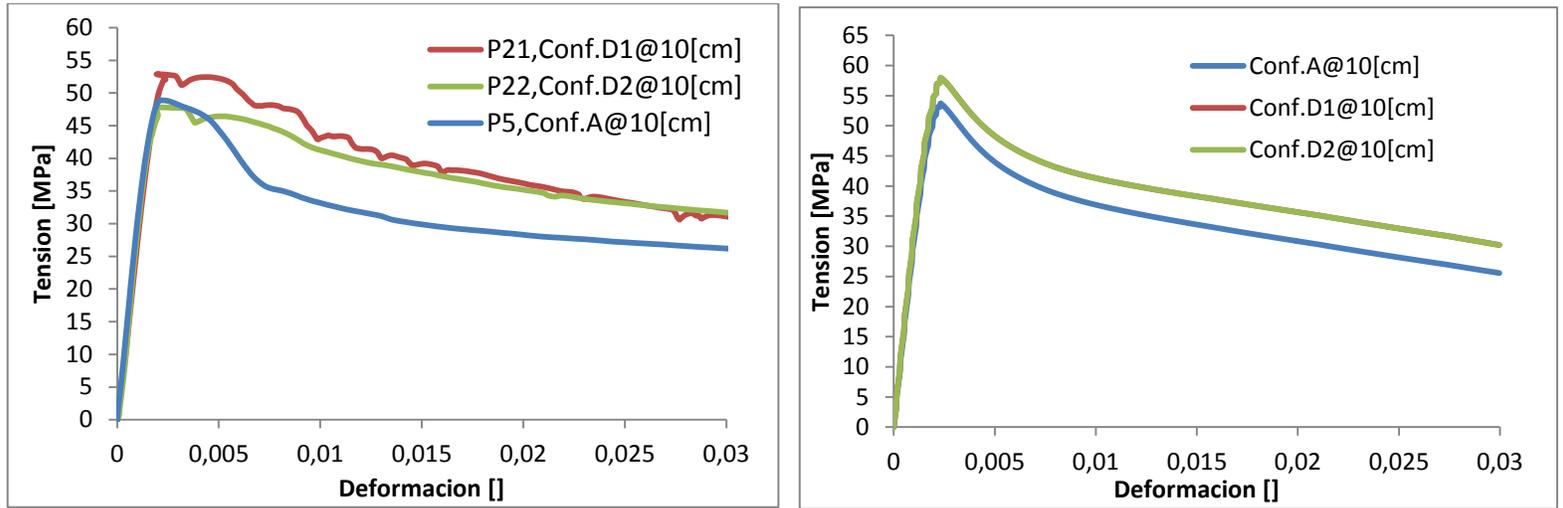
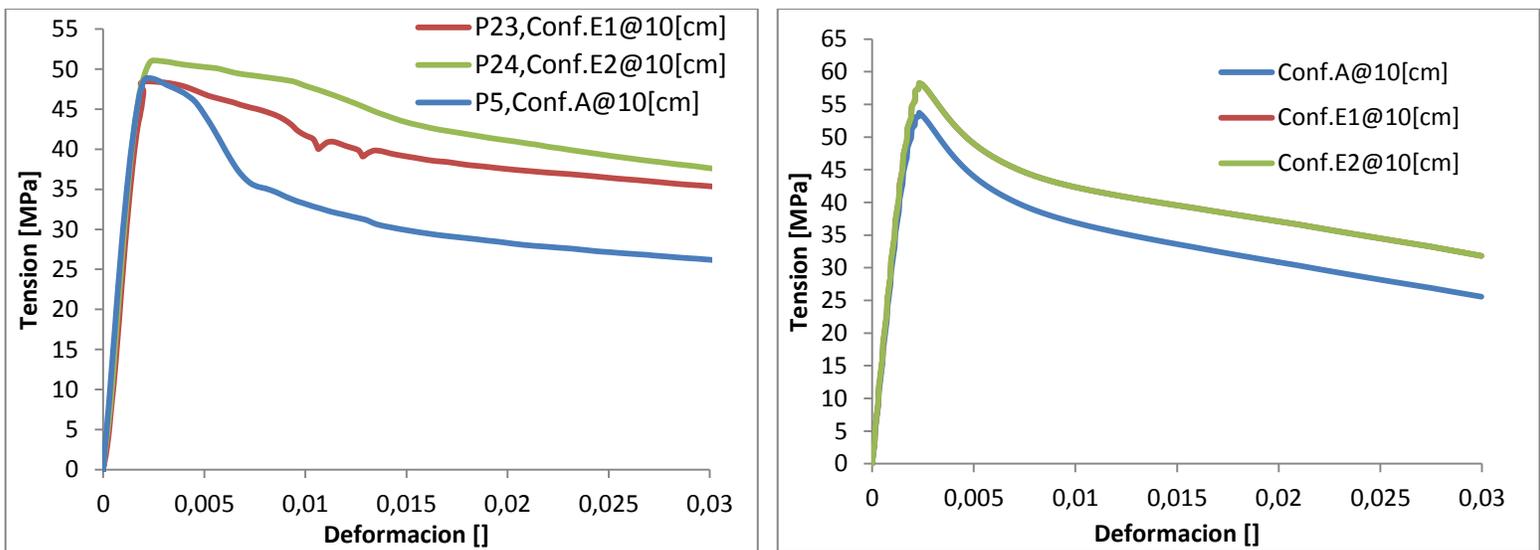


Figura N° 4.26 - Variable Tipo de Confinamiento y armadura longitudinal (Conf. A@100 [mm] v/s Conf. E1, E2 @100[mm])

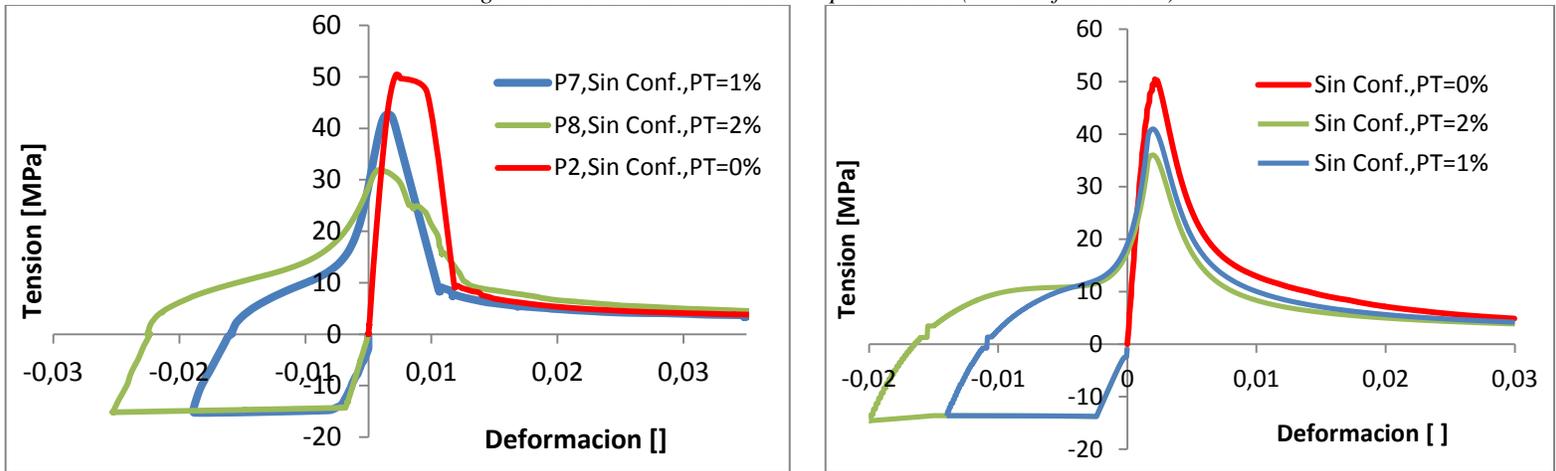


Al aumentar el número de barras longitudinales se genera una mayor resistencia de las probetas como era de esperar. En cuanto al confinamiento utilizado, se aprecia que los confinamientos D1, D2, E1 y E2, generan una respuesta levemente más dúctil en relación al confinamiento tipo A, esto debido a las trabas adicionales que se agregan.

4.2.3. Probetas con Pretraccion

Para la modelación de la probetas con pretracción se considera el modelo de mejor ajuste presentado en el apartado anterior (Legeron & Paultre). Además se considera el efecto de la pérdida de recubrimiento por pretracción descrito en el punto 2.3.4.

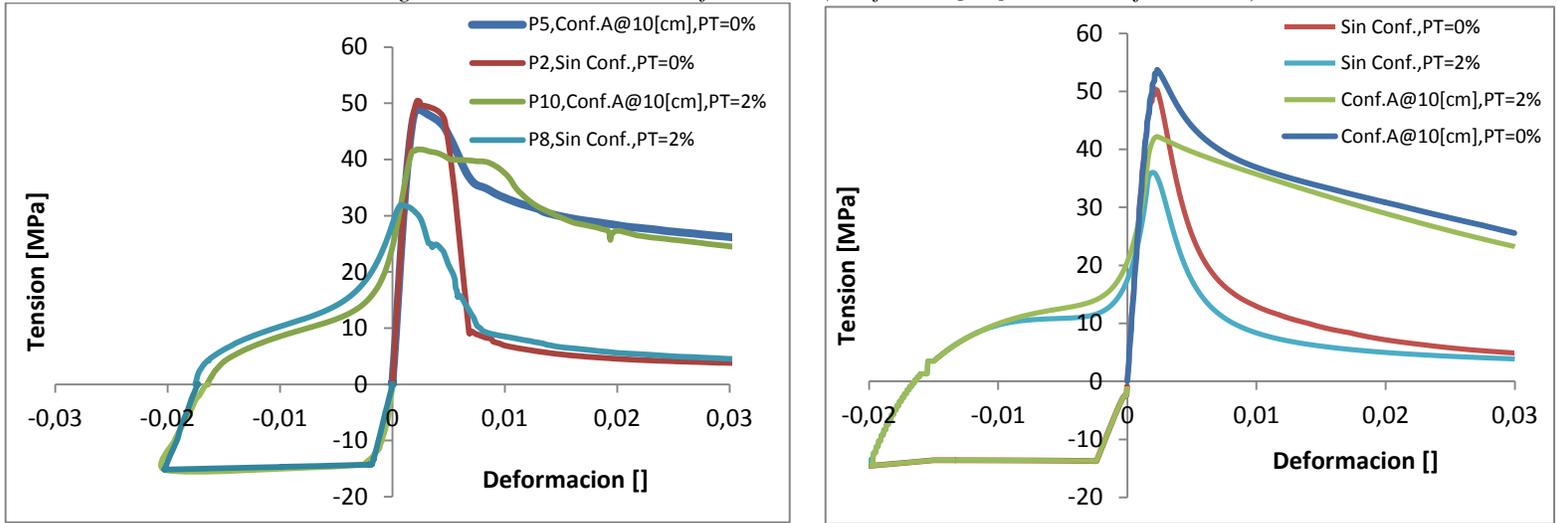
Figura N° 4.27 - Variable nivel de pretraccion (Sin Confinamiento)



En las probetas sin confinamiento (Figura N°4.29) se aprecia una pérdida de capacidad a medida que aumenta en el nivel de pretraccion, alcanzando una reducción de hasta un 35% en la capacidad para un 2% de alargamiento inicial.

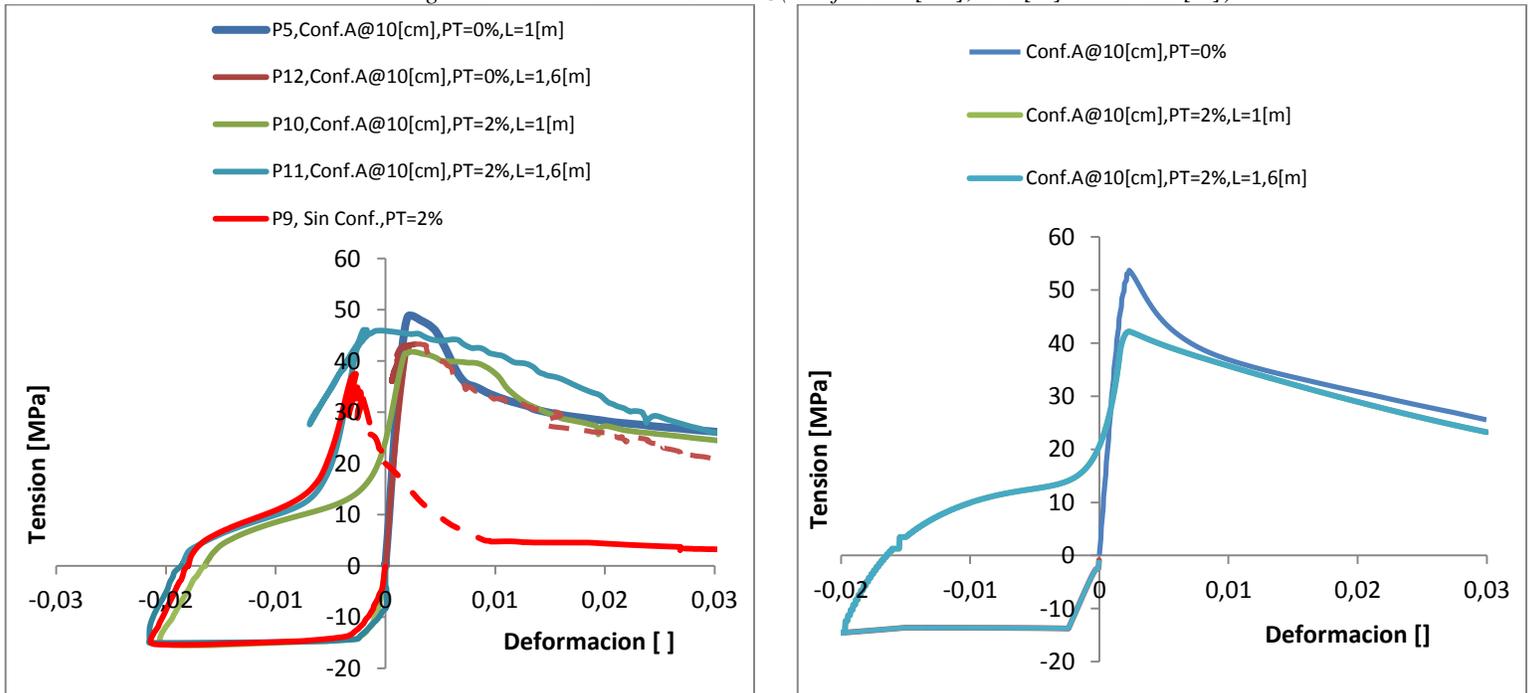
Estas diferencias se deben probablemente a que el inicio del pandeo del refuerzo longitudinal empuja hacia afuera el recubrimiento, reduciendo su aporte a la capacidad de compresión en el peak. De esta forma se propone una expresión simple para evaluar la efectividad del hormigón de recubrimiento (Ver apartado 2.3.4), donde la capacidad efectiva es 100% para 0% de pretracción y disminuye a 0% para 2% de alargamiento. Mediante este modelo de pérdida de recubrimiento, las curvas teóricas son capaces de capturar de buena forma la pérdida de resistencia debido a la pretracción.

Figura N° 4.28 - Variable Confinamiento (Conf.A@10[cm] v/s Sin Confinamiento)



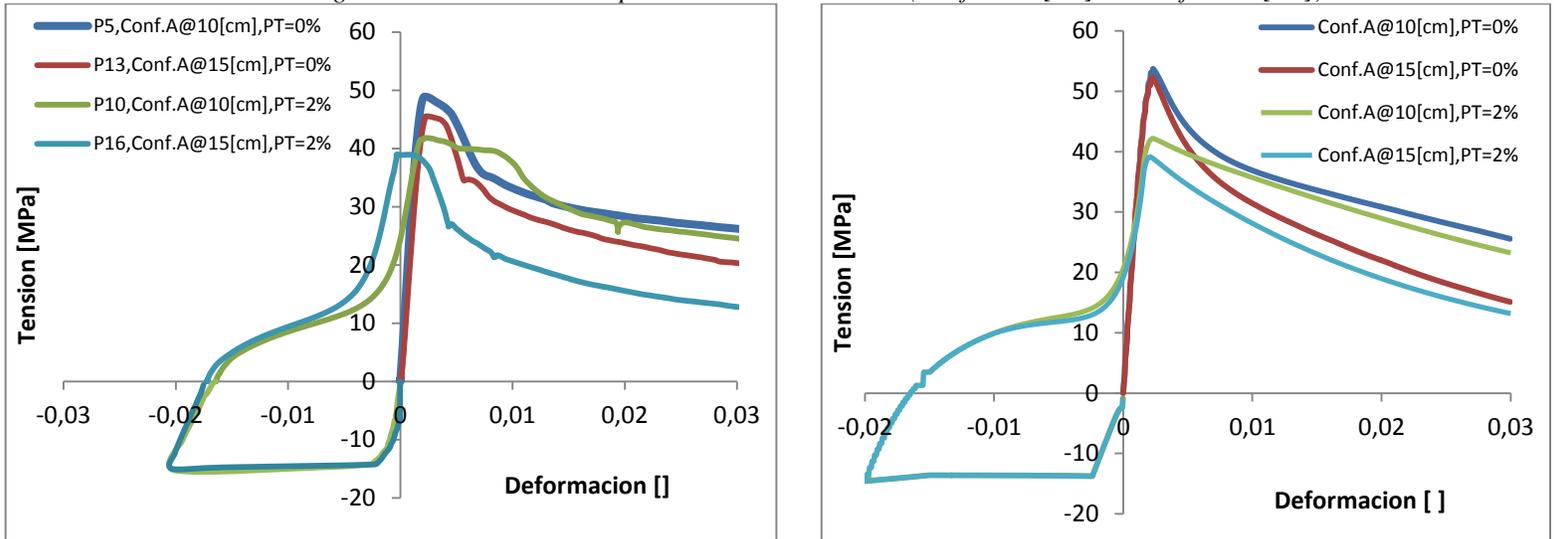
En el caso de las probetas con confinamiento (Figura N°4.30), la situación es similar. Se observa una pérdida de capacidad producto de la pretracción de la probeta, aunque esta pérdida es menor en comparación al caso no confinado. La respuesta post-peak no se ve mayormente afectada por la pretracción aplicada. Al incorporar el modelo de degradación se puede capturar el descenso de capacidad, que en este caso es menor ya que los estribos restringen el pandeo del refuerzo.

Figura N° 4.29 - Variable Esbeltez (Conf.A@10[cm], H=1[m] v/s H=1.6[m])



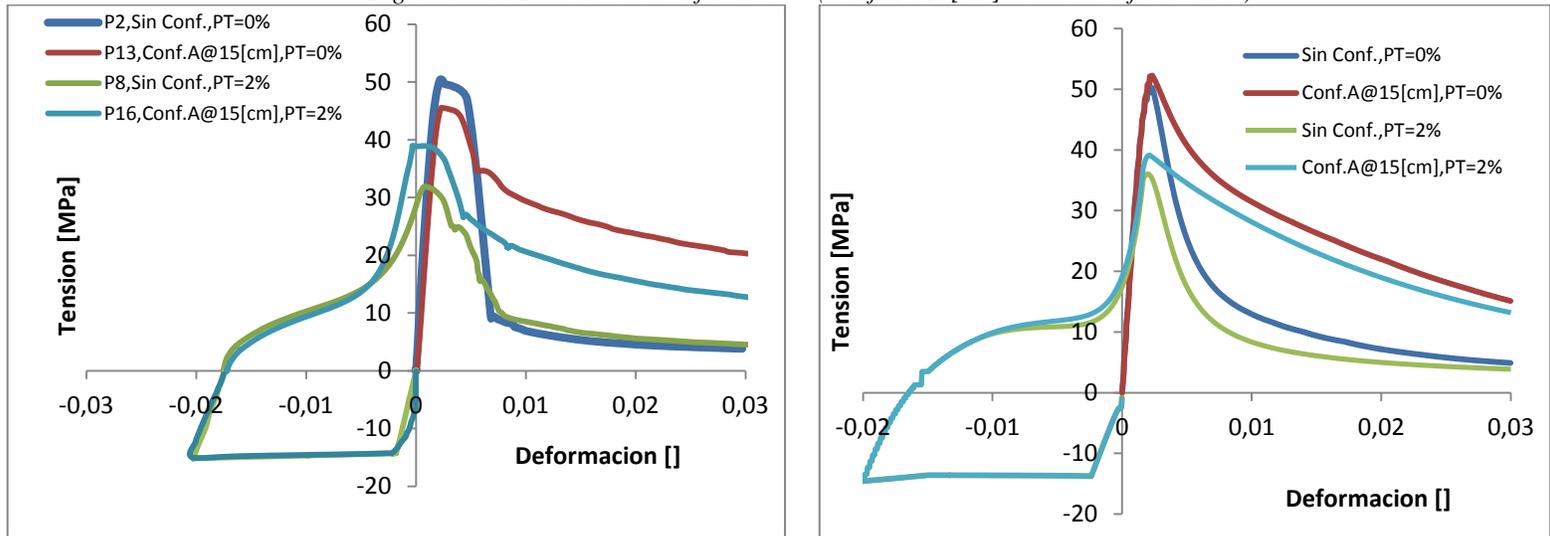
En el caso de las probetas con mayor esbeltez ($h=1.6m$), estas no muestran una degradación de capacidad relevante, sin embargo, el peak de capacidad tiende a moverse hacia la izquierda (P9 y P11, Figura N°4.31), situación no anticipada por los modelos. Esto podría estar relacionado con una tendencia a cerrar prematuramente las grietas, aunque un análisis más profundo es requerido. La probeta P12 muestra una línea punteada luego del peak de capacidad ya que sólo se cuenta con la instrumentación interna. La probeta P9 también posee una zona de curva punteada debido a que se perdieron los datos en ese tramo.

Figura N° 4.30 - Variable Espaciamiento entre estribos (Conf.A@10[cm] v/s Conf.A@15[cm])



Al analizar el espaciamiento entre estribos considerando pretracción, se aprecia que las diferencias aumentan entre la probeta con un espaciamiento de 10 [cm] y la de 15[cm], en relación al caso sin pretracción. La pérdida de capacidad por pretracción se observa nuevamente, y es mayor para la probeta con mayor espaciamiento en su armadura de confinamiento. El modelo planteado logra capturar estos fenómenos.

Figura N° 4.31 - Variable Confinamiento (Conf.A@15[cm] v/s Sin Confinamiento)



El confinamiento, al igual que en el caso sin pretracción, genera una degradación mucho más lenta en comparación al caso no confinado. La pérdida de capacidad se aprecia, pero en menor medida en el caso confinado.

4.2.4. Efecto de la Inestabilidad Lateral

A continuación se presentan los resultados que entrega la modelación realizada en Opensees. Para considerar el efecto de la inestabilidad lateral se estudian las probetas sin confinamiento en la zona central. Se analizan variables como altura de la probeta, magnitud de la imperfección inicial y nivel de pretracción.

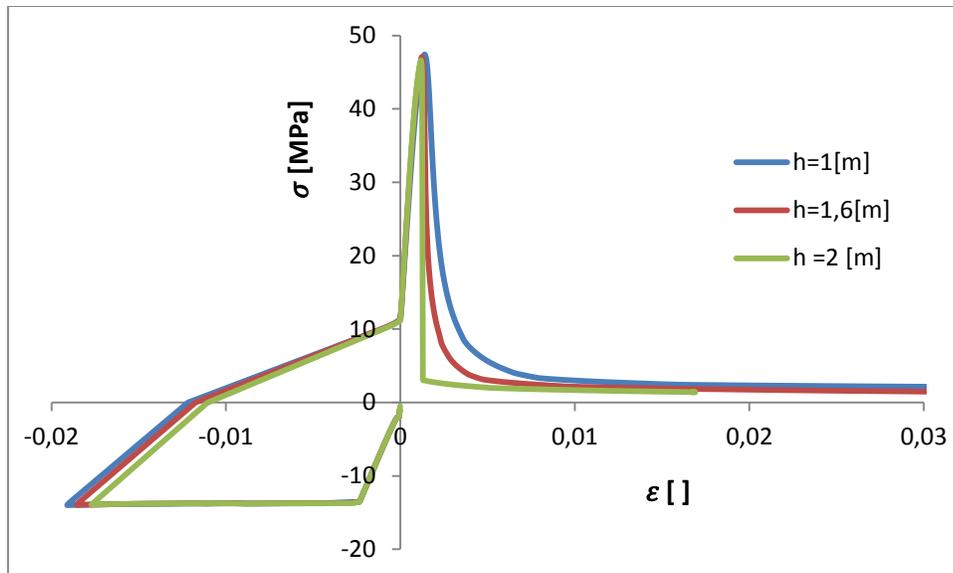


Figura N° 4.32 - Resultados del modelo Opensees, variable altura de la probeta, $e = 0,1''$

En primer lugar se estudia como varía la respuesta de la probeta al considerar distintas alturas. Para ello se modela la respuesta de probetas de 1[m], 1.6 [m] y 2[m] de altura, considerando una imperfección en el centro de la probeta de $0,1''$, con el fin de inducir la inestabilidad lateral (Figura N°4.34).

Al observar los resultados, los modelos muestran que la respuesta post-peak se torna más abrupta a medida aumenta la altura de la probeta. Por otra parte, el peak de capacidad no se ve afectado por el aumento de esbeltez.

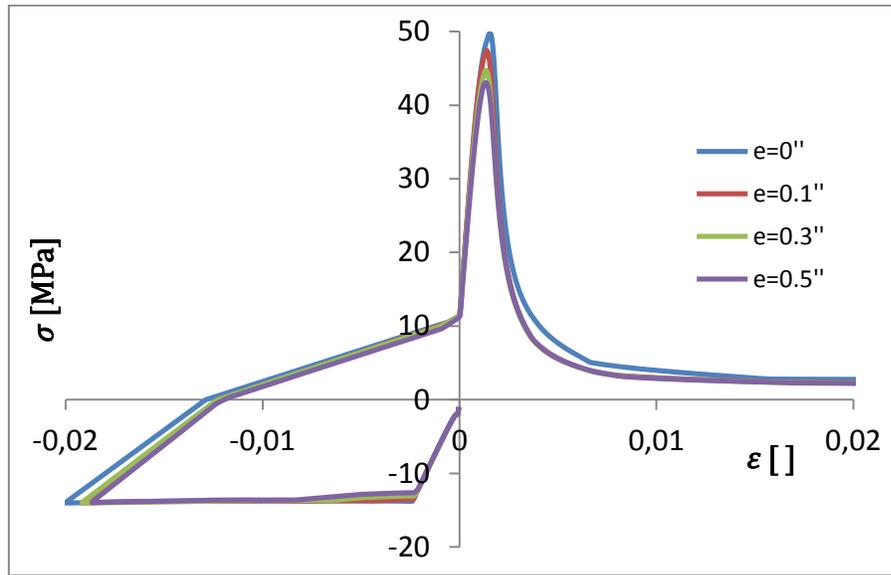


Figura N° 4.33 - Resultados del modelo Opensees, variable imperfección al centro para las probetas de 1[m]

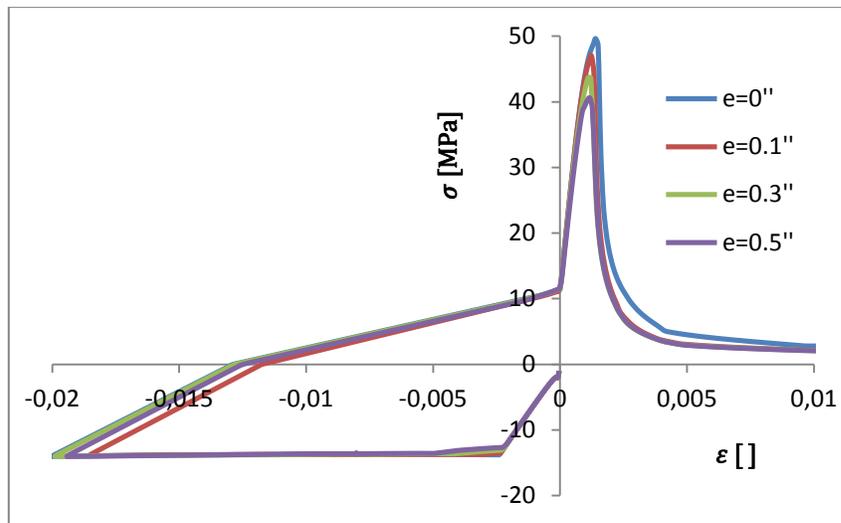


Figura N° 4.34 - Resultados del modelo Opensees, variable imperfección al centro para las probetas de 1,6 [m]

El efecto de la magnitud de la imperfección al centro de la probeta se estudia para el caso de probetas de 1[m] (Figura N°4.35) y de 1.6 [m] de altura (Figura N°4.36). Los modelos indican que, independiente de la altura de la probeta, el aumentar la imperfección al centro de esta, genera una disminución en el peak de capacidad. Para el caso de las probetas de 1[m] ésta es cercana al 20% para una imperfección al centro de 0.5'' ($e=0''$ corresponde al caso sin inestabilidad lateral). Las probetas de 1.6 [m] de altura muestran el mismo fenómeno aunque en este caso la degradación es levemente mayor.

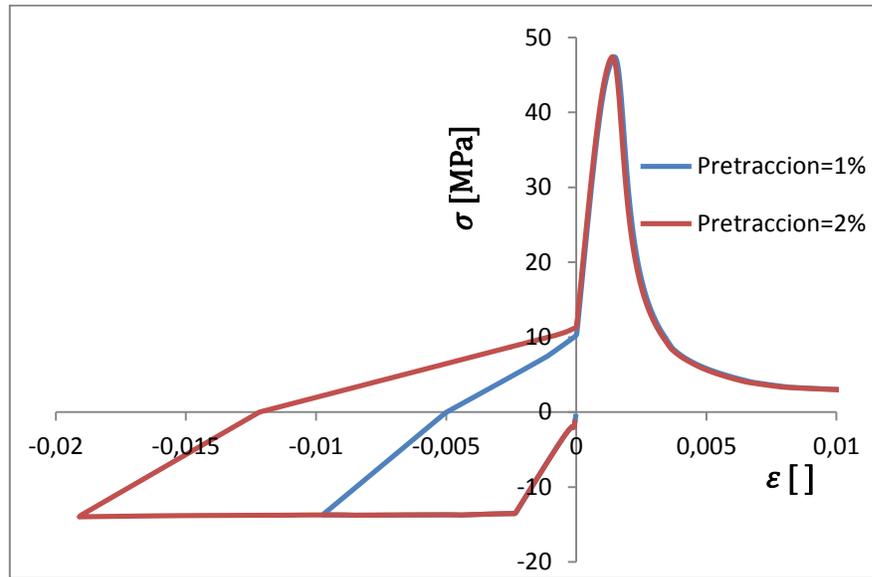


Figura N° 4.35 - Resultados del modelo Opensees, variable nivel de pretraccion, $h = 1[m]$, $e = 0.1''$

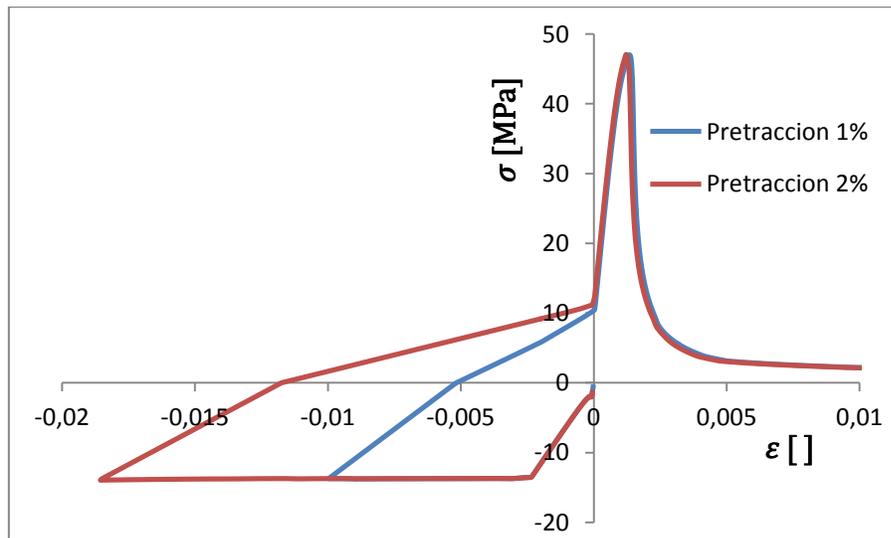


Figura N° 4.36 - Resultados del modelo Opensees, variable nivel de pretraccion, $h = 1,6 [m]$, $e = 0.1''$

Se estudia también como afecta el nivel de pretracción en la respuesta de la probeta al considerar el efecto de la inestabilidad lateral. Para ello, se analiza la respuesta de probetas de 1[m] (Figura N°4.37) y de 1.6 [m] de altura (Figura N°4.38), sometidas a niveles de pretracción de un 1% y un 2%. Los resultados del modelo muestran que considerando estos niveles de pretracción y esbeltez, la respuesta de las probetas no se ve afectada tanto en el peak de capacidad como en la respuesta post-peak.

De acuerdo a los análisis realizados, es posible concluir que incorporar el efecto de inestabilidad lateral en estos elementos tiene sólo un leve impacto en la respuesta post-peak para las probetas esbeltas, incluso en el caso de probetas con pretracción. Evidencia experimental corrobora esta afirmación [13].

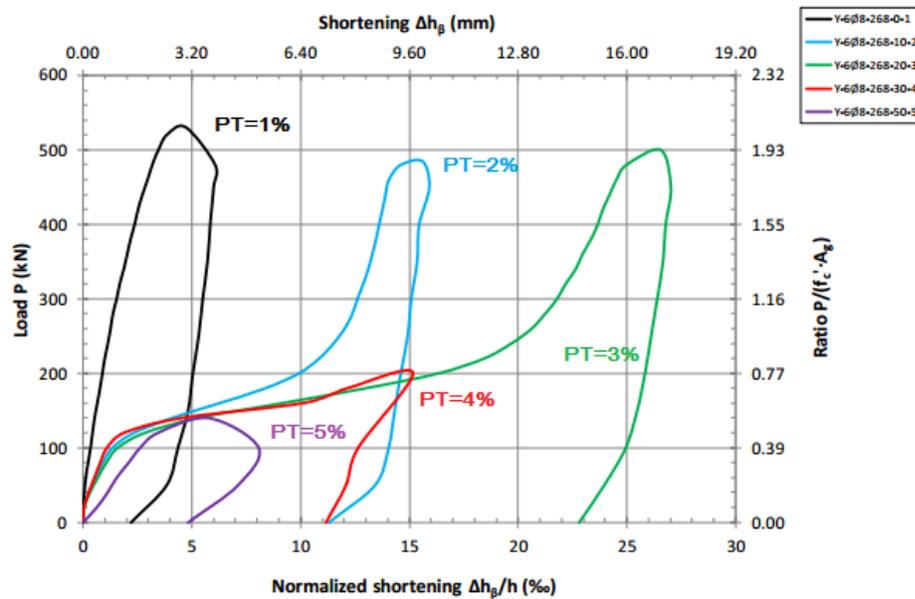
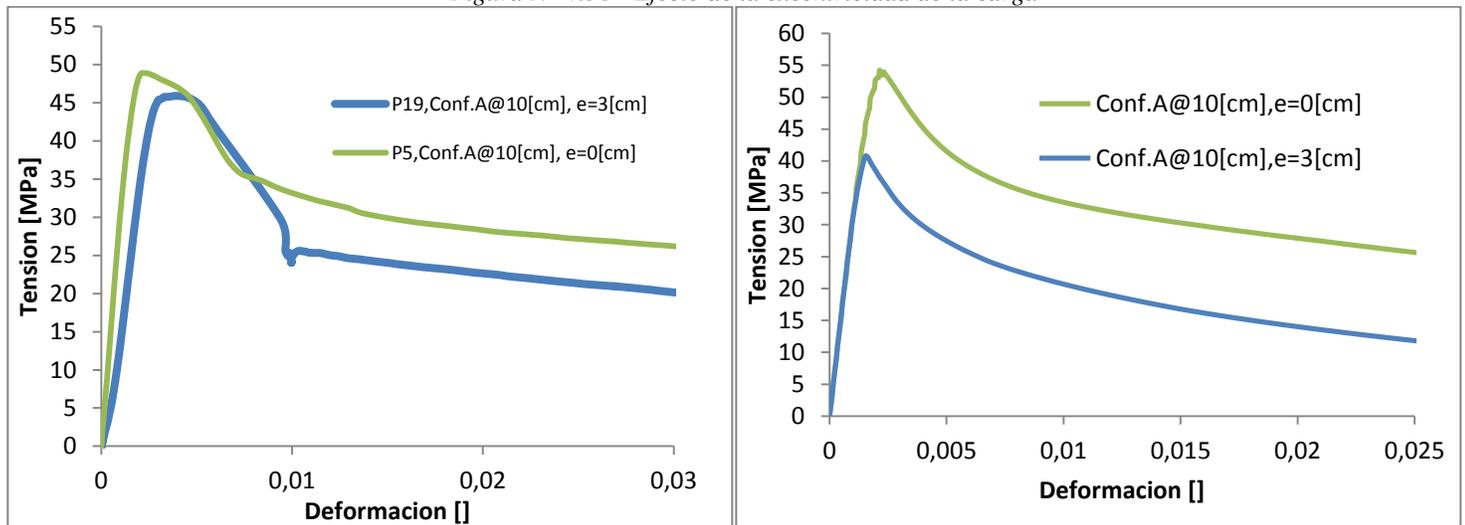


Figura N° 4.37 – Efecto de la inestabilidad lateral con pretracción, Estudio Experimental (Chrysanidis TA, Tegos IA, 2012)

4.2.5. Efecto de la Excentricidad de Carga

Se estudia el efecto de la excentricidad sobre probetas confinadas en su zona central, según lo descrito en 2.3.2.

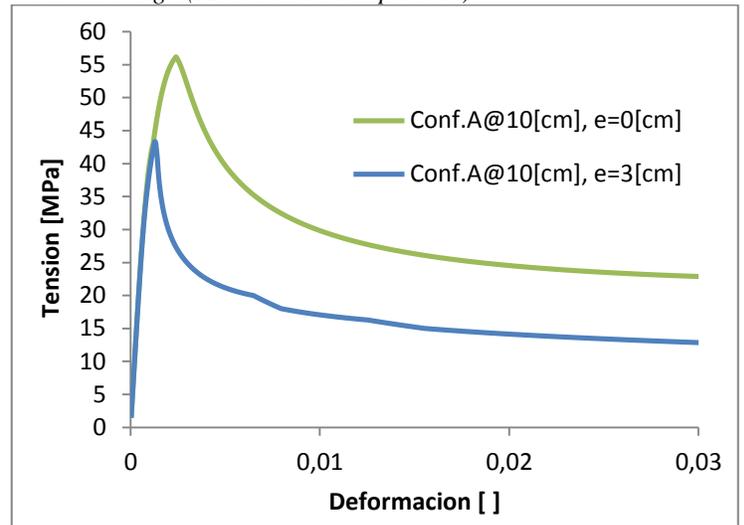
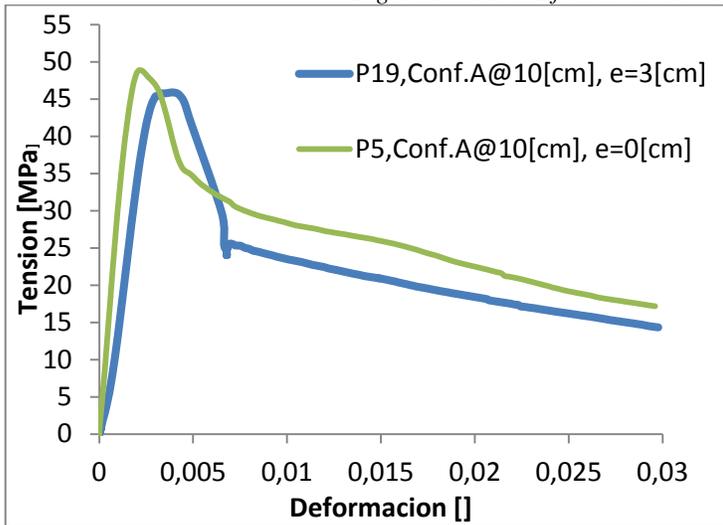
Figura N° 4.38 - Efecto de la excentricidad de la carga



Los modelos muestran que la excentricidad de carga genera una pérdida de capacidad cercana al 25%, fenómeno que no se aprecia en la evidencia experimental, en donde la excentricidad genera principalmente una pérdida de rigidez inicial y el peak de capacidad prácticamente no se ve afectado (Figura N°4.38).

Para confirmar los resultados entregados por el modelo, se realiza un modelo adicional en OpenSees. Se utiliza un modelo de fibras con una partición de la sección transversal según lo descrito en 2.3.2. Los resultados coinciden con la predicción del modelo anterior, sin embargo este modelo entrega una degradación en capacidad menor a la anterior, cercana al 20%.

Figura N° 4.39 - Efecto de la excentricidad de la carga (Modelación en Opensees)



Tomando en cuenta la dificultad de aplicar una carga excéntrica a la probeta, es de esperar que las diferencias entre la evidencia experimental y los modelos desarrollados se deban a errores en el montaje del ensayo.

5. Análisis de Resultados

▪ **Respuesta promedio**

Tomando como parámetro el error promedio entre el modelo y los datos experimentales, el modelo de hormigón confinado que mejor se ajusta a los datos experimentales corresponde al modelo desarrollado por Legeron & Paultre independientemente del modelo de acero de refuerzo utilizado (Tablas 16 y 17).

En cuanto a los modelos de acero de refuerzo, se aprecia que no existe gran diferencia entre los resultados entregados por los modelos de Massone & Moroder y Dhakal & Maekawa, sin embargo es el primero el que entrega mejores resultados por unos pocos puntos.

▪ **Peak de capacidad**

En cuanto al peak de capacidad, se mantiene la misma tendencia en donde el modelo de Legeron & Paultre es el que mejor estima su valor. Sin embargo, se observa que todos los modelos utilizados sobreestiman la capacidad de las probetas en comparación a la evidencia experimental. En las Tablas 18 y 19 se muestran las estimaciones del peak de capacidad determinadas por cada una de las combinaciones de los distintos modelos, y su error porcentual promedio.

Peak de Capacidad [MPa]	4	5	6	13	14	15	17	18	20	21	22	23	24	Error Promedio [%]
Mander	58,6	54,7	51,7	53,7	53,4	54,1	53,4	54,1	54,3	58,9	58,9	59,2	59,2	17,1
Saatcioglu	57,9	53,7	50,8	53,6	53,5	53,7	53,5	53,7	53,7	57,9	57,9	57,9	57,9	15,7
Cassun & Paultre	57,6	53,8	50,7	51,9	51,9	53,7	51,9	53,7	53,1	58,4	58,4	59,2	59,2	15,3
Legeron & Paultre	58,5	54,6	51,3	53,1	53,0	54,6	53,0	54,6	54,1	59,0	59,0	59,3	59,3	17,0
Experimental	49,2	48,9	47,7	45,5	44,5	51,3	46,7	46,0	40,7	52,9	47,8	48,5	51,1	

Tabla 18 - Error en la estimación del peak de capacidad utilizando el modelo de Dhakal & Maekawa

Peak de Capacidad [MPa]	4	5	6	13	14	15	17	18	20	21	22	23	24	Error Promedio [%]
Mander	57,5	53,4	50,6	52,7	52,3	53,0	52,3	53,0	53,2	57,6	57,6	58,0	58,0	14,7
Saatcioglu	56,7	52,5	49,7	52,4	52,4	52,4	52,4	52,4	52,4	56,6	56,6	56,7	56,7	13,2
Cassun & Paultre	56,5	52,8	49,4	50,5	50,3	52,4	50,3	52,4	52,0	57,2	57,2	58,1	58,1	12,7
Legeron & Paultre	57,4	53,5	50,3	52,0	51,9	53,5	51,9	53,5	53,0	57,8	57,8	58,2	58,2	14,6
Experimental	49,2	48,9	47,7	45,5	44,5	51,3	46,7	46,0	40,7	52,9	47,8	48,5	51,1	

Tabla 19 - Error en la estimación del peak de capacidad utilizando el modelo de Massone & Moroder

▪ **Tensión residual al 0,008 de deformación**

Las Tablas 21 y 22 muestran la estimación de la tensión residual al 0,008 de deformación, determinada por cada una de las combinaciones de los distintos modelos. Se observa que el modelo de Legeron & Paultre sigue siendo el que mejor predice los resultados experimentales. Sin embargo, los modelos utilizados también sobrestiman la capacidad residual de las probetas para este nivel de deformación, en comparación a la evidencia experimental.

Tension al 0,008 [MPa]	4	5	6	13	14	15	17	18	20	21	22	23	24	Error Promedio
Mander	43,35	42,86	40,52	33,18	29,31	38,22	29,31	38,22	40,25	48,25	48,25	50,14	50,14	27,4
Saatcioglu	44,53	41,60	38,76	36,83	36,16	40,64	36,16	40,64	39,64	46,72	46,72	48,12	48,12	30,6
Cassun & Paultre	38,56	36,56	34,26	33,43	32,88	35,51	32,88	35,51	35,63	41,26	41,26	42,28	42,28	15,8
Legeron & Paultre	41,50	40,05	38,04	35,77	34,35	38,71	34,35	38,71	38,97	44,72	44,72	45,63	45,63	25,2
Experimental	33,5	29,7	29,7	28,7	33,2	31,6	32,1	32,1	18,5	39,0	37,9	39,0	44,0	

Tabla 20 - Error en la estimación de la tensión residual al 0,008 de deformación, utilizando el modelo de Dhakal & Maekawa

Tension al 0,008 [MPa]	4	5	6	13	14	15	17	18	20	21	22	23	24	Error Promedio
Mander	43,2	42,7	40,4	33,1	29,2	38,1	29,2	38,1	40,1	48,1	48,1	20,3	49,9	21,1
Saatcioglu	44,3	41,5	38,7	36,7	36,1	40,5	36,1	40,5	39,5	46,5	46,5	26,4	47,9	25,9
Cassun & Paultre	38,4	36,4	34,2	33,3	32,8	35,4	32,8	35,4	35,5	41,1	41,1	30,7	42,1	13,1
Legeron & Paultre	41,3	39,9	37,9	35,7	34,3	38,6	34,3	38,6	38,8	44,5	44,5	28,2	45,4	21,4
Experimental	33,5	29,7	29,7	28,7	33,2	31,6	32,1	32,1	18,5	39,0	37,9	39,0	44,0	

Tabla 21 - Error en la estimación de la tensión residual al 0,008 de deformación, utilizando el modelo de Massone & Moroder

▪ **Tensión en los estribos durante el peak de capacidad**

La Tabla 22 muestra el valor de los esfuerzos en los estribos determinados de manera teórica y experimental (lado largo y lado corto). La evidencia experimental muestra que los estribos se encuentran muy por debajo de la fluencia en el momento en que la probeta alcanza el peak de capacidad.

Los modelos de Mander y Saatcioglu asumen la fluencia de los estribos durante el peak de capacidad, tesis errónea considerando lo expuesto anteriormente. Por otra parte, los modelos que no toman en cuenta el supuesto de la fluencia durante el peak (Cusson & Paultre y Legeron & Paultre) no son capaces de estimar de buena manera los valores de la tensión en los estribos, pues ambos sobreestiman su valor. Aun así el modelo de Legeron & Paultre es el que más se acerca a los datos experimentales.

Tension en los estribos durante el peak [MPa]	4	5	6	13	14	15	17	18	19	20	21	22	23	24
Mander	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5
Saatcioglu	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5	477,5
Cassun & Paultre	208,0	212,2	210,8	202,2	202,2	212,2	202,2	212,2	212,2	207,8	215,7	215,7	200,0	223,2
Legeron & Paultre	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0	172,0
Tension en los estribos experimental Lado Largo [MPa]	169,4	95,6	81,2	213,8	138,4	141,2	28,6	72,2	43,4	85,4	182,2	131,8	81,6	148,0
Tension en los estribos experimental Lado Corto [MPa]	-46,4	88,6	279,4	23,4	45,6	0,0	7,6	37,8	203,0	7,2	88,8	55,2	157,4	255,4

Tabla 22 - Estimación de la tensión en los estribos durante el peak de capacidad

■ Probetas sin confinamiento

El modelo de Popovics utilizado en el análisis de las probetas sin confinamiento, entrega buenos resultados en cuanto a peak de capacidad, y respuesta post-peak. Además los modelos de Dhakal & Maekawa y Massone & Moroder logran capturar de buena forma el pandeo del acero longitudinal ($L/d = 22,2$ para las probetas sin confinamiento).

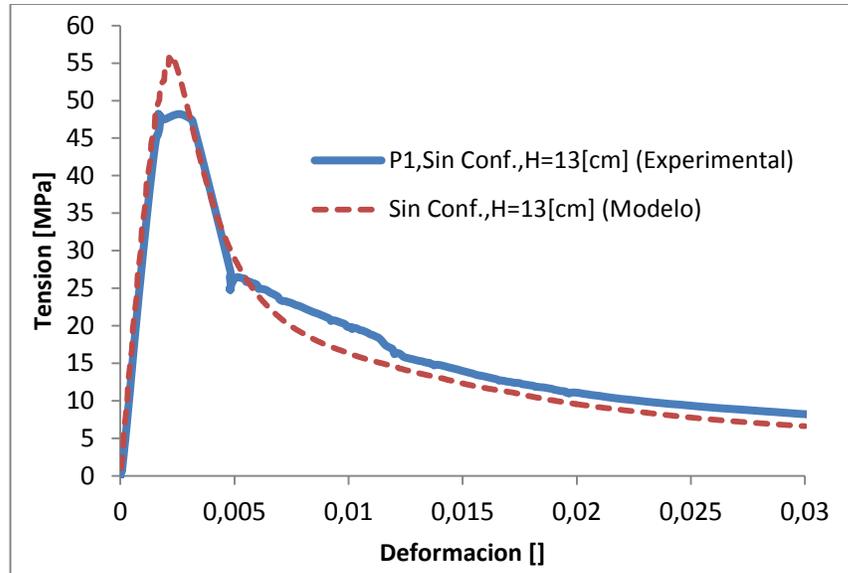


Figura N° 5.1 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P1)

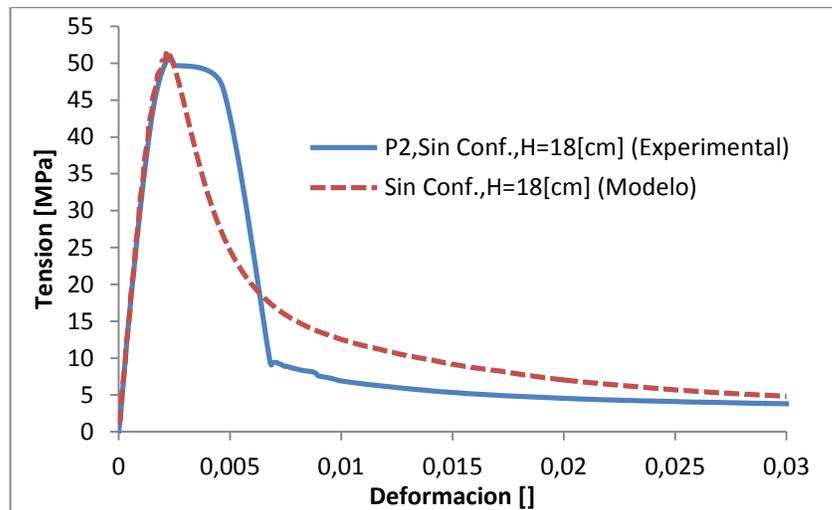


Figura N° 5.2 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P2)

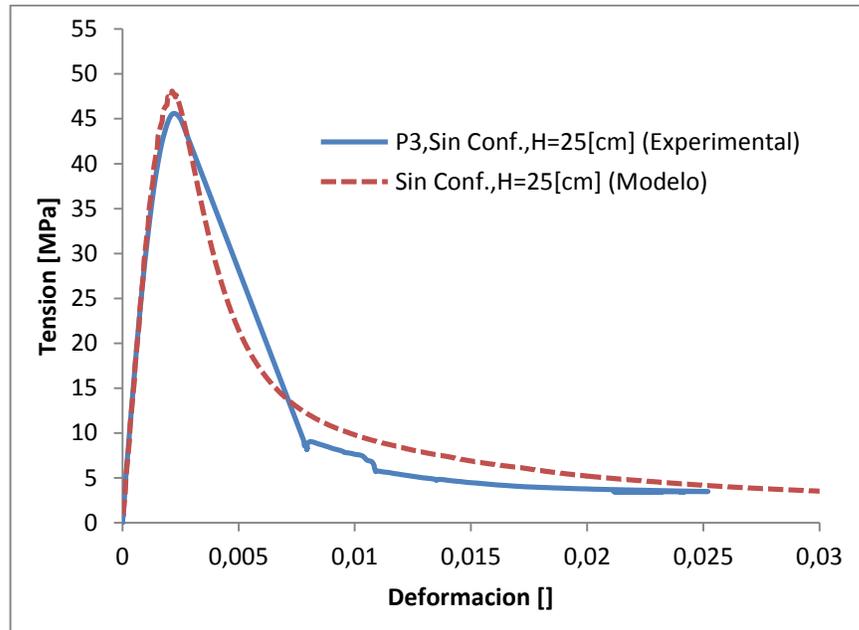


Figura N° 5.3 - Modelación de Probetas sin confinamiento (P3)

- **Probetas con pretracción**

Para el caso de las probetas sin confinamiento, el modelo de pérdida de recubrimiento propuesto logra capturar de buena forma la pérdida de capacidad que se observa en la evidencia experimental tal como se muestra en las Figuras 5.4, 5.5 y 5.6.

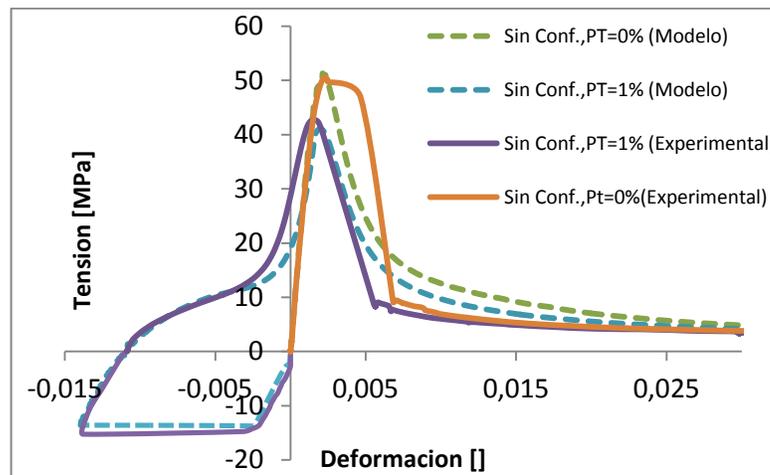


Figura N° 5.4 - Modelación Probetas con pretraccion (P7)

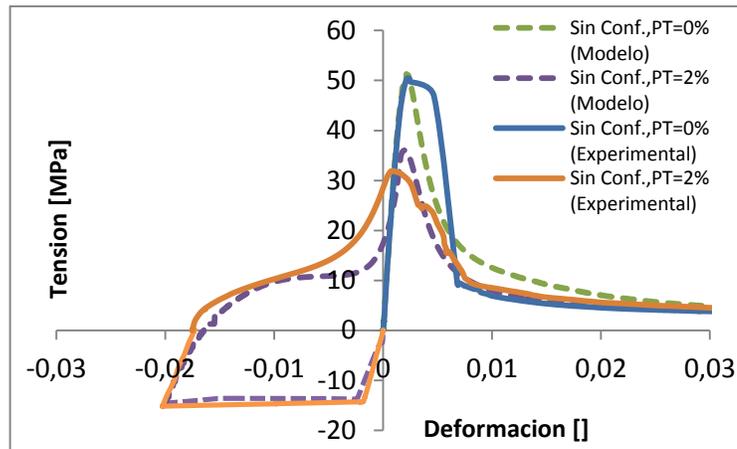


Figura N° 5.5 - Modelación Probetas con pretraccion (P8)

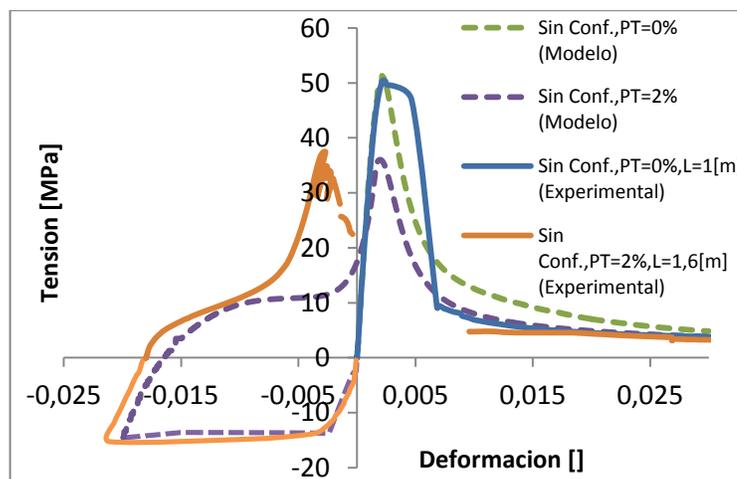


Figura N° 5.6 - Modelación Probetas con pretraccion (P9)

Para el caso de las probetas con confinamiento el modelo propuesto también captura lo observado experimentalmente.

Sin embargo el modelo no logra reflejar el fenómeno de reubicación del peak de capacidad, el cual se posiciona en deformaciones menores a las esperadas según lo visto en los datos experimentales. Este fenómeno se hace más notorio en las probetas más esbeltas (P9 y P11) y podría estar relacionado con una tendencia a cerrar prematuramente las grietas, aunque un análisis más profundo es requerido.

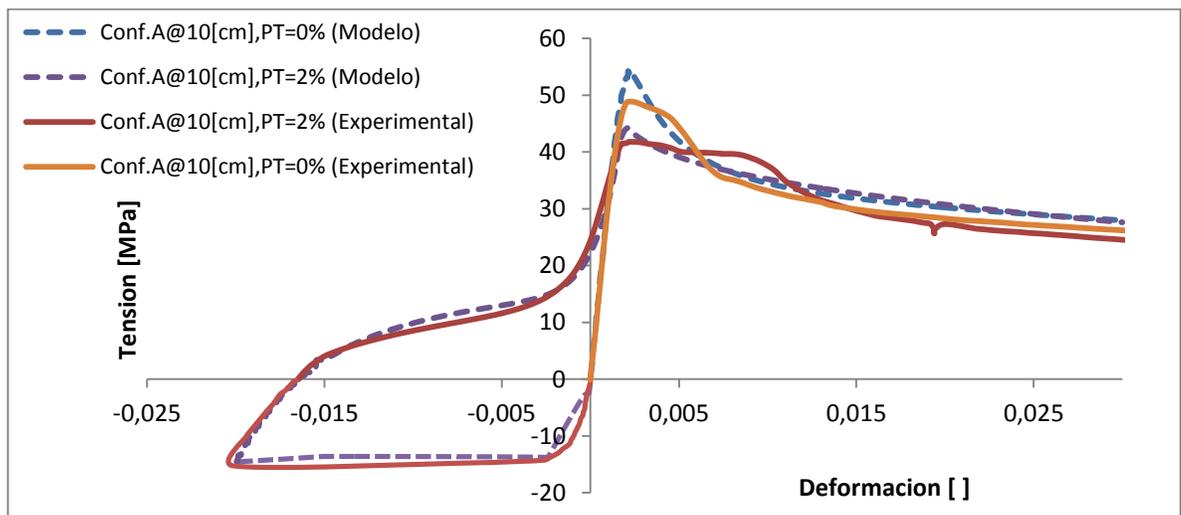


Figura N° 5.7 - Modelación Probetas con pretraccion (P10)

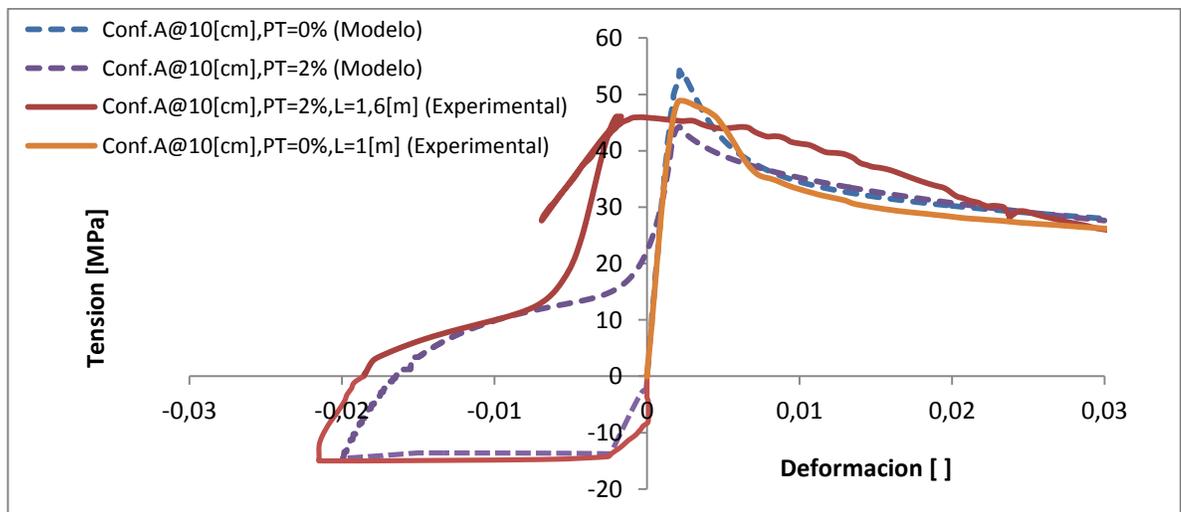


Figura N° 5.8 - Modelación Probetas con pretraccion (P11)

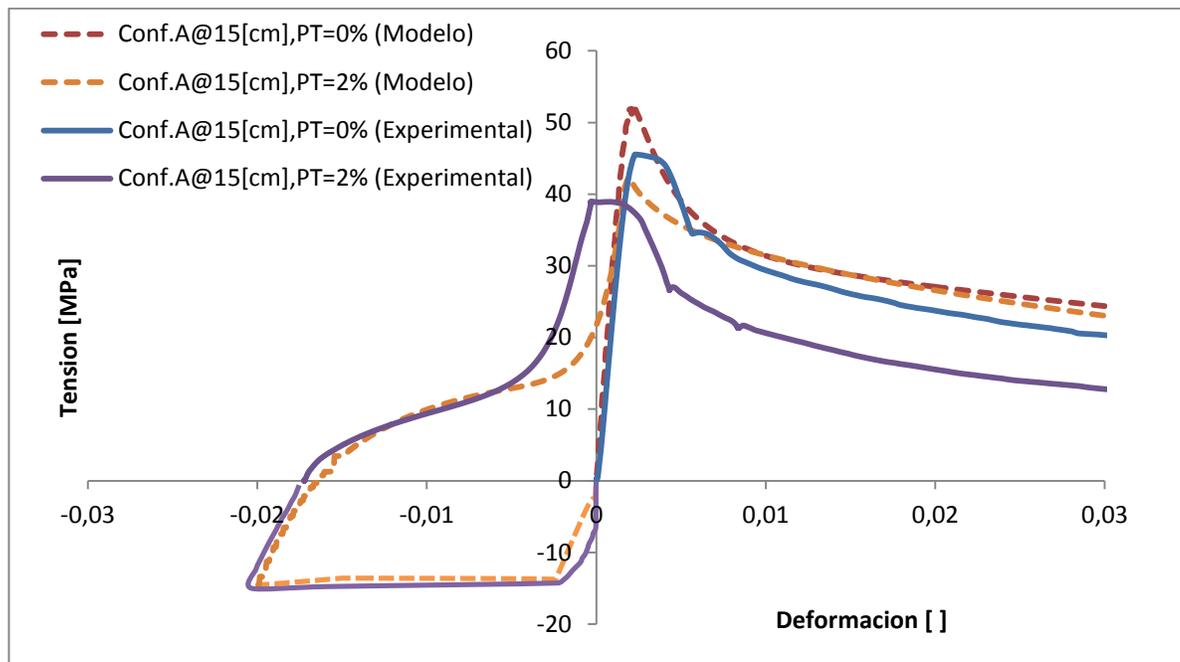


Figura N° 5.9 - Modelación Probetas con pretracción (P16)

- **Efecto de la inestabilidad lateral**

De acuerdo a los análisis realizados, es posible concluir que incorporar el efecto de inestabilidad lateral en estos elementos tiene solo un leve impacto en la respuesta post-peak para las probetas esbeltas, incluso en el caso de probetas con pretracción. Evidencia experimental corrobora esta afirmación [13].

- **Excentricidad de la carga axial**

Los modelos desarrollados establecen una pérdida cercana al 25% en la capacidad de la probeta debido a la excentricidad de carga fenómeno que no se observa en los datos experimentales, en donde la pérdida de capacidad debido a la excentricidad de la carga prácticamente es nula. Además, de los datos experimentales se puede apreciar pérdida de rigidez pre-peak en las probetas, fenómeno que los modelos no logran capturar. Las diferencias entre los modelos implementados y la evidencia experimental se deben probablemente al montaje durante el ensayo, debido a la dificultad de aplicar la excentricidad en la carga.

▪ **Tipo de confinamiento**

Es posible observar como el confinamiento aumenta notoriamente la ductilidad de las piezas en comparación al hormigón sin confinar. Los confinamientos más efectivos resultan ser los del tipo E y D, en comparación a los confinamientos del tipo A y M. A pesar que las configuraciones E y D poseen una mayor cantidad de armadura longitudinal, lo cual puede distorsionar la comparación con los confinamientos tipo A y M, se aprecia que la capacidad se degrada más lentamente en los primeros.

La variación de espaciamiento genera también un impacto en la respuesta, tanto para estribos de alta como baja resistencia (Figura N°4.19 y 4.20). El impacto, de carácter moderado, indica que a mayor confinamiento, existe una más lenta degradación de la capacidad.

Respecto al ángulo del dobléz de los estribos, es posible afirmar que los ganchos en 90° no generan confinamiento efectivo en la probeta, pues su respuesta es prácticamente igual a una probeta sin confinamiento (Figura 4.23).

El aumento del número de barras de refuerzo longitudinales genera un aumento en la resistencia peak de las probetas como era de esperarse, debido al aumento en la cuantía de acero.

En términos generales todos los fenómenos descritos anteriormente se ven bien reflejados en los modelos analíticos, salvo el ángulo de dobléz de los estribos, pues este factor no es considerado por ninguno de los modelos utilizados.

6. Conclusiones

Basado en los resultados presentados anteriormente, se pueden obtener las siguientes conclusiones,

- El modelo que mejor predice la respuesta de las probetas es el modelo de Legeron & Paultre para Hormigón Confinado en conjunto con el modelo de Massone & Moroder para el acero de refuerzo, a pesar de que este último presenta diferencias mínimas con respecto al modelo de Dhakal & Maekawa. En general todos los modelos de hormigón confinado sobreestiman la capacidad de las probetas, pero es el modelo de Legeron & Paultre el que mejor predice el comportamiento de las probetas, sobreestimando su capacidad en un 15% en promedio, tanto en el peak como a una deformación de un 8 por mil. Por otra parte el modelo de Popovics, utilizado en la respuesta del hormigón no confinado, se ajusta de buena manera a los datos experimentales, tanto en la estimación del peak de capacidad como en la respuesta post-peak.
- No es posible utilizar el supuesto de la fluencia de la armadura de confinamiento durante el peak de capacidad, pues los datos experimentales muestran que durante el peak de capacidad los estribos se encuentran muy por debajo de su límite de fluencia. Los modelos de Cusson & Paultre y Legeron & Paultre son capaces de calcular este valor, sin embargo no se ajustan muy bien a la evidencia experimental. Aun así, es el modelo de Legeron & Paultre es el que mejor lo estima.
- El modelo de pérdida de recubrimiento propuesto se ajusta de buena forma a los datos experimentales, tanto para el caso de probetas confinadas como no confinadas, logrando capturar la pérdida de capacidad debido a la retracción. Para el caso de las probetas esbeltas sometidas a retracción estudiadas en este trabajo (P9 y P11), se observa que el peak de capacidad se ubica en deformaciones menores a las esperadas, fenómeno que el modelo propuesto no logra capturar. Este comportamiento observado en las probetas esbeltas, podría estar relacionado con una tendencia a cerrar prematuramente las grietas, aunque un análisis más profundo es requerido debido a que afecta considerablemente el diseño estructural.
- Incorporar el efecto de inestabilidad lateral en la modelación de estos elementos tiene solo un leve impacto en la respuesta post-peak para las probetas esbeltas, incluso en el caso de probetas con retracción.
- Tanto la evidencia experimental como los modelos desarrollados muestran el impacto del confinamiento en la respuesta global de la probeta. Al incluir confinamiento la degradación de la capacidad es más lenta en comparación al caso no confinado, lo que genera una falla más dúctil. Para lograr un buen confinamiento es necesario amarrar de manera efectiva la armadura de confinamiento a las barras longitudinales de refuerzo pues ganchos en 90° no generan

confinamiento efectivo, ya que su respuesta post-peak observada es prácticamente igual a una probeta no confinada.

7. Referencias

1. Massone, L. y Moroder, D. “Buckling modeling of reinforcing bars with imperfections”, *Engineering Structures* V.31, No. 3, 2009, pp 758-769
2. Lacaze, C. “Estudio y modelamiento del impacto del pandeo en la fatiga de bajos ciclos en barras longitudinales para hormigón armado”, Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 2009
3. Maekawa, K. y Prasad, R. “Path-dependent cyclic stress–strain relationship of reinforcing bar including buckling”. *Engineering Structures* 24, 2002, p 1383-1396
4. Mander et al. “Theoretical stress-strain model for confined concrete”, *Journal of Structural Engineering*, V. 114, No. 8, 1988, Paper No 22686.
5. Saatcioglu, M. y Razvi, S. “Strength and ductility of confined concrete”, *Journal of Structural Engineering*, V. 118, No. 6, 1992, Paper No 26631.
6. Cusson, D. y Paultre, P. “Stress-strain model for confined high-strength concrete” , *Journal of Structural Engineering*, V. 121, No. 3, 1995, Paper No 7257.
7. Legeron, F. y Paultre, P. “Uniaxial confinement model for normal and high-strength concrete columns”, *Journal of Structural Engineering*, V. 129, No. 2, 2003
8. Kenneth, J. et al. “Axial capacity model for shear-damaged columns”, *ACI Structural Journal*, V. 102, No. 4, 2005
9. Vecchio, J. y Collins, M. “The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear”, *ACI Structural Journal*, title No. 83-22, 1986
10. Polanco, P. “Estudio experimental de elementos de borde de muro”, Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 2013
11. Hamasaki, B. “Estudio experimental de la fatiga por bajo número de ciclos de barras longitudinales para elementos de hormigón armado”, Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 2013
12. Núñez, J. “Estudio experimental de elementos de borde de muro sujetos a distintas configuraciones de confinamiento y pre-tracción”, Memoria para optar al título de

Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, 2013

13. Chrysanidis TA, Tegos IA. The influence of tension strain of wall ends to their resistance against lateral instability for low-reinforced concrete walls. *15 WCEE*, Lisboa, Portugal 2012, Paper No 5658.