



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

**MODELO DE PRICING DINÁMICO PARA PRODUCTOS DE MODA EN RETAILER  
ESPECIALISTA**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL**

**PAULA LATORRES HERNÁNDEZ**

PROFESOR GUÍA:  
LUIS ABURTO LAFOURCADE

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ANDRÉS MUSALEM SAID  
MANUEL REYES JARA

SANTIAGO DE CHILE  
2014

## **MODELO DE PRICING DINÁMICO PARA PRODUCTOS DE MODA EN RETAILER ESPECIALISTA**

El siguiente trabajo se desarrolla en un *retailer* especialista dedicado a la ropa íntima femenina, con una importante oferta de productos de temporada, para los que resulta fundamental la administración de inventario y de precios en el tiempo. De forma complementaria, el *retailer* incorpora información de cámaras de video, donde se observa el tráfico en las distintas tiendas, pudiendo apoyar en las decisiones antes mencionadas.

El objetivo del trabajo es definir una política de precios para productos de moda cuantificando el descuento y el período a realizarlo, usando información transaccional y de cámaras de video. Además se evalúa el aporte de la información de las cámaras para el proceso de fijación de precios y se caracteriza la tasa de conversión de las tiendas y de los productos a evaluar en cuanto a sus principales variables explicativas.

Se utiliza una metodología que modela la demanda como un proceso de poisson que considera la llegada de clientes de la información de cámaras y la probabilidad de comprar dado el precio. Una vez definido el modelo de estimación de demanda se utiliza como input en la estimación de precios óptimos que tiene por objetivo maximizar recursivamente los ingresos esperados. Se trabaja con 23 artículos de la categoría trajes de baño que representan el 27% de las ventas de la categoría en el período.

Se obtuvo una estimación de demanda con un MAPE semanal menor al 25%. Se definió una política de precios que busca concentrar la demanda en la temporada alta, con un precio alto al inicio y descuentos tempranos dejando pocas unidades para el final de la temporada. Actualmente el problema del *retailer* es que comienza de manera tardía con los descuentos, lo que lleva a que al final de temporada se deba rematar un alto porcentaje del *stock*. Con este cambio propuesto en la política de precios se espera tener un aumento de los ingresos de alrededor de un 5%.

En cuanto al aporte de la información de cámaras por sobre la transaccional se concluye que en la estimación de demanda no es mucho mejor (disminuye el error en un 2%), principalmente por la fuerte correlación entre las variables (0,91). Su mayor potencial se encuentra al analizar la tasa de conversión, asociada positivamente a la lealtad de los clientes.

Se cumplieron los objetivos del trabajo, llegando a resultados satisfactorios. Se proponen mejoras en la estimación de demanda al incorporar más información del tráfico a lo largo del tiempo, pudiendo realizarse regresiones sobre estos valores. Se propone también ahondar en otros usos de la información de cámaras, como lo es gestión de personal, de cajas, entre otros.

## AGRADECIMIENTOS

*En esta etapa de finalización no queda más que agradecer a todos los que han estado conmigo a lo largo de la carrera, que contribuyeron a mi crecimiento e hicieron de esta etapa una experiencia mucho mejor.*

*En primer lugar a mi familia, que son un pilar fundamental en mi vida y que siempre sentí su apoyo incondicional.*

*A Daniel, gracias por toda la ayuda y en especial por los momentos felices que pasamos juntos.*

*A la Dani y el Benja, no hubiera sido lo mismo sin ustedes, son el mejor equipo que me hubiera podido tocar.*

*A todos los que he conocido a lo largo de la universidad, en especial a mis amiguitos de primero con los cuales pasé momentos que no olvidaré y a los que se han ido uniendo en el camino.*

*A todos en Penta Analytics, por la buena disposición, en especial a reporting, data mining y al profesor Aburto que siempre con mucho entusiasmo estuvo dispuesto a ayudar.*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1.</b>	<b>ANTECEDENTES GENERALES .....</b>	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO Y JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>4</b>
<b>3.</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>7</b>
<b>4.</b>	<b>ALCANCES .....</b>	<b>8</b>
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS ESPERADOS .....</b>	<b>9</b>
<b>6.</b>	<b>MARCO CONCEPTUAL .....</b>	<b>10</b>
6.1	ESTIMACIÓN DE DEMANDA.....	10
6.2	OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS .....	17
<b>7.</b>	<b>MARCO METODOLÓGICO .....</b>	<b>22</b>
7.1	ANÁLISIS DESCRIPTIVO .....	22
7.2	ESTIMACIÓN DE DEMANDA.....	23
7.3	OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS .....	25
<b>8.</b>	<b>DESARROLLO METODOLÓGICO.....</b>	<b>27</b>
8.1	ANÁLISIS DESCRIPTIVO .....	27
8.2	ESTIMACIÓN DE DEMANDA.....	33
8.3	OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS .....	46
<b>9.</b>	<b>CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....</b>	<b>51</b>
<b>10.</b>	<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>54</b>
<b>11.</b>	<b>ANEXOS .....</b>	<b>55</b>
	ANEXO A: EJEMPLOS PROMOCIONES GROUPON.....	55
	ANEXO B: EXPLICACIÓN PARÁMETROS FUNCIÓN WEIBULL.....	56
	ANEXO C: RESUMEN MODELOS DE ESTIMACIÓN DE DEMANDA.....	58
	ANEXO D: CÓDIGO MATLAB PARA OPTIMIZACIÓN.....	59
	ANEXO E: ARTÍCULOS BIKINIS \$19.995 .....	61
	ANEXO F: PUBLICIDAD EN LA ENTRADA DE LA TIENDA.....	62
	ANEXO G: ESTIMACIÓN DE DEMANDA Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD (MODELO II).....	63
	ANEXO H: OUTPUT AJUSTE WEIBULL R .....	69
	ANEXO I: ESTIMACIÓN DE INGRESOS .....	69
	ANEXO J: PARÁMETROS ESTIMACIÓN DE DEMANDA UNA WEIBULL .....	70
	ANEXO K: RESULTADOS ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA VARIABLE TRÁFICO .....	71
	ANEXO L: PARÁMETROS ESTIMACIÓN DE DEMANDA, MODELO I, PERÍODO ANTERIOR.....	74
	ANEXO M: SENSIBILIDAD AL TRÁFICO, MODELO I, DEMANDA ANTERIOR .....	75
	ANEXO N: OUTPUT REGRESIÓN EN STATA .....	77
	ANEXO O: RESULTADOS REGRESIONES INGRESOS Y TRANSACCIONES.....	78
	ANEXO P: CORRELACIÓN ENTRE TASA DE CONVERSIÓN Y VARIABLES EXPLICATIVAS REGRESIÓN POR SEMANA.....	82
	ANEXO Q: OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS (MODELO II) .....	83

## 1. ANTECEDENTES GENERALES

El *retail* es sin duda uno de los motores de la actividad económica chilena<sup>1</sup>, esta industria ha presentado un fuerte crecimiento en los últimos años y el país se posiciona como uno de los países más atractivos para la inversión en el comercio minorista<sup>2</sup>.

Se define el *retail* como el comercio minorista que relaciona a los proveedores con el consumidor final. Esta industria mueve alrededor 35 millones de dólares en el año 2007 en Chile, lo que representa un 20% del PIB<sup>3</sup>. Dentro de la industria se desarrollan distintos formatos que pueden ser clasificados principalmente por los productos que ofrecen, algunos de ellos son: supermercados, tiendas por departamento, farmacias/perfumerías, etc.

El formato que representa más ventas son los supermercados, seguidos de las tiendas por departamento, más conocidas como “grandes tiendas”. Por otra parte están los *retailers* especialistas, que se caracterizan por enfocarse en una categoría (o un grupo pequeño de éstas), entregando un nivel de especialización mayor.

El siguiente trabajo se enmarca en un *retailer* especialista dedicado al vestuario femenino, en particular a la ropa íntima como lencería, pijamas, trajes de baño, etc. Dentro de país se pueden encontrar empresas en este rubro como Leonisa, Caffarena, Kayser, Flores, Intime, etc. Estas empresas, además de tener tiendas propias, utilizan como canal de venta las tiendas por departamento y en algunas de ellas además se realiza venta por catálogo. A continuación se presenta el número de tiendas propias que poseen las principales empresas de ropa íntima en la región metropolitana:

Empresa	Total de Locales RM	Porcentaje
Kayser	23	28%
Flores	20	24%
Cotys - Triumph	16	20%
Intime	8	10%
Calvin Klein	7	9%
Women Secret	5	6%
Leonisa	3	4%
	<b>82</b>	<b>100%</b>

Tabla 1: Total de Tiendas Propias por Empresa de Ropa Íntima en Región Metropolitana. Fuente: Elaboración Propia en base a información de páginas corporativas correspondientes [Consultada julio 2013]

<sup>1</sup> Fuente: <http://www.capital.cl/poder/informe-retail-2011-a-copar-las-billeteras/>  
[Consultada: Junio 2013]

<sup>2</sup> Fuente: <http://www.economiaynegocios.cl/noticias/noticias.asp?id=99473>  
[Consultada: Junio 2013]

<sup>3</sup> Fuente: <http://cl.nielsen.com/news/documents/Cambiosenelmercadochileno2008w.pdf>  
[Consultada: Junio 2013]

Algunas de estas tiendas están orientadas a estratos socioeconómicos más altos, como Women Secret o Calvin Klein, a diferencia de las demás que tienen diversas líneas de productos, unas más caras que las otras, abarcando un público objetivo más amplio. Las marcas consideradas más económicas son Kayser e Intime. En la tabla se considera como una tienda a Cotys y Triumph debido a la reciente compra por parte de la compañía internacional de las acciones y tiendas de Comercial Coty's, aunque comercialmente operan como marcas independientes<sup>4</sup>.

Dentro de la oferta que presentan estos *retailers* se destacan los productos de moda, que se califican así pues presentan obsolescencia psicológica asociada a la temporada en la que se lanzan. Dentro de los productos de temporada de la empresa en la que se desarrolla el trabajo se destacan trajes de baño y pijamas.

Dados los altos niveles de concentración de la industria y la gran competencia que existe en el mercado, se hace necesaria la introducción de nuevas herramientas que permitan mejorar los pequeños márgenes que caracterizan al *retail* y lograr mejores resultados económicos. En este sentido el precio es un factor fundamental, ya que es una táctica que permite extraer el mayor excedente del consumidor y además reducir los quiebres de stock o el sobre stock al final de la temporada.

Por otra parte, la tecnología ha brindado un fuerte apoyo a la investigación, en particular en el *marketing* cuantitativo, donde actualmente es posible utilizar la información transaccional para generar acciones comerciales o estimar la demanda. Junto con lo anterior en los últimos años ha aumentado la adopción de estrategias de precios dinámicos en el *retail* y otras industrias, principalmente por mayor disponibilidad de la información transaccional, mayor facilidad de ejecutar los cambios de precio en sala y más herramientas para analizar la información de la demanda [1].

Siguiendo esta tendencia, se han incorporado nuevas tecnologías como las cámaras de video, que entregan información más detallada acerca del comportamiento del consumidor como el flujo de clientes, cuánto tiempo están en la tienda, cuántos de los clientes que entran a la tienda efectivamente compran, etc. A continuación se presenta una imagen del dispositivo de que captura la información del flujo de clientes:

---

<sup>4</sup> Fuente: <http://diario.latercera.com/2011/04/27/01/contenido/negocios/10-67136-9-triumph-cierra-compra-de-cadena-de-lenceria-cotys.shtml>  
[Consultada en Noviembre de 2013]



**Ilustración 1: Dispositivo Captura de Información de Flujo de Clientes**

La principal ventaja que tiene esta información por sobre la transaccional es mostrar la “no venta”, es decir determinar cuántos clientes entran a la tienda y están expuestos a los productos, no sólo observar los que efectivamente compran. El mecanismo utilizado se alimenta de diferentes *hardware* como cámaras, sensores de movimiento, información de POS<sup>5</sup> y RFID<sup>6</sup> entre otros. Luego se envía a una base de datos, de manera que se obtiene información casi en tiempo real. Algunos de los resultados generales obtenidos a través de esta tecnología son que en promedio sólo el 10% de las personas que entran a una tienda realizan una compra. De las personas que pasan por fuera de la tienda un 18% entra a la misma en días de semana y en los fines de semana este número aumenta al 27%<sup>7</sup>.

Hoy en día existe considerable evidencia empírica acerca del impacto que tienen diferentes acciones de *marketing* en llevar tráfico a las tiendas, sin embargo, hay muy poca investigación del impacto del tráfico en el desempeño de las tiendas físicas [2]. Una de las preguntas que se busca resolver en este trabajo es cómo impacta el tráfico en la demanda y cómo se relaciona con el precio, por lo cual se presenta el siguiente problema y su justificación.

---

<sup>5</sup> POS: del inglés point of sale, se refiere a la información generada en una transacción.

<sup>6</sup> RFID: del inglés Radio Frequency Identification, se refiere a la información correspondiente al código de barras de un producto.

<sup>7</sup> Fuente: <http://impresa.elmercurio.com/Pages/NewsDetail.aspx?dt=2013-07-14&PaginaId=8&BodyId=2> [Consultada Julio 2013]

## 2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO Y JUSTIFICACIÓN

La industria del *retail*, como se mencionó anteriormente, se caracteriza por ser muy competitiva y por tener márgenes muy bajos por unidad. En este sentido, la aplicación de herramientas matemáticas, computacionales y de optimización para mejorar la gestión de las empresas es fundamental.

El problema se enmarca en una situación en donde el inventario es fijo, es decir sin posibilidad de reposición, por lo cual el precio se presenta como un instrumento útil y efectivo en el corto plazo para adaptarse a los cambios en la demanda y para tener un mejor manejo del inventario [3]. Además *a priori*, la empresa de ropa íntima no realiza gestión de precios, se realizan sólo promociones del tipo 3x2 o descuentos a través de cupones del 50%, razón por la cual un sistema como el que se propone, con descuentos escalonados, sería de gran ayuda.

La gestión de precios es una estrategia que se utiliza bastante en la actualidad, clara muestra de ello son los errores que se tuvo en la medición del IPC realizada por el INE. En esta medición se tomaba el precio inicial de un producto y se consideraba su evolución en el tiempo, que generalmente presentaba una baja considerable (de 50% por ejemplo)<sup>8</sup>, pero que en la realidad era efecto de los cambios de precios cíclicos de los productos de moda o estacionales como los productos escolares.

Para gestionar el precio de productos que presentan obsolescencia (psicológica o física) se utilizan modelos de *pricing* dinámico, que permiten resolver el problema por etapas a través de la programación dinámica estocástica. Este es un problema muy difícil de resolver, pero se pueden realizar simplificaciones para lograr encontrar los resultados en un plazo menor [4].

Anteriormente se han realizado trabajos en esta área en la misma empresa cómo es el caso de Marcelo de la O [5], quien utiliza el modelo multiplicativo propuesto por Smith, Agrawal y McIntyre con algunas modificaciones. Para construir el factor de estacionalidad de este modelo se basa en el propuesto por Bass, que en general es utilizado para productos tecnológicos, por lo cual no se ajusta tan precisamente a la realidad del problema. Con ese modelo obtiene una mejora en los ingresos netos del 6,59% para un grupo de productos y de un 9,04% para otro. Por otra parte Jacqueline Vasquez [6], aplicó un modelo de *pricing* dinámico en una tienda por departamento, obteniendo mejoras en los ingresos de hasta un 50% en algunos casos. En este trabajo se utilizó la metodología propuesta por Bitran [7] en la cual se estima la demanda a partir de 2 parámetros, el precio de reserva y la tasa de compra. Finalmente Brenda Lara [8] obtuvo errores de cerca de un 27% en la estimación de demanda con un modelo multiplicativo de 3 factores y aumentos en los ingresos con respecto a los reales de un 10%.

En comparación con los trabajos anteriores hoy en día se cuenta con más y mejores fuentes de información, como son las cámaras de video. Actualmente se puede observar el tráfico de clientes que entran al *retailer* especialista y con ello distinguir

---

<sup>8</sup> Fuente: [http://blog.latercera.com/blog/eengel/entry/problemas\\_serios\\_con\\_el\\_ipc](http://blog.latercera.com/blog/eengel/entry/problemas_serios_con_el_ipc)  
[Consultada: Junio 2013]



cuántos de los clientes al estar enfrentados a un producto están dispuestos a pagar el precio ofertado y deciden comprar. Por lo tanto se propone aprovechar estos avances en la información disponible y evaluar su uso en un modelo de *pricing* dinámico. Además investigaciones afirman que la información de tráfico permite a los *retailers* identificar los indicadores claves de desempeño de las distintas tiendas y de esta manera tener una visión más ampliada del comportamiento de éstas [2].

En el mercado del vestuario femenino los productos de moda son fundamentales, existen productos que son intrínsecamente de temporada, como los trajes de baño o los pijamas de invierno o verano, y productos a los que la empresa les genera obsolescencia a través de colecciones marcadas por diseños y tendencias de la moda. En particular la categoría “Trajes de Baño” presenta un comportamiento muy estacional y se prevé que tiene las características para poder aplicar modelos de *pricing*.

A continuación se presenta un gráfico del precio y las ventas de un grupo de productos de esta categoría:

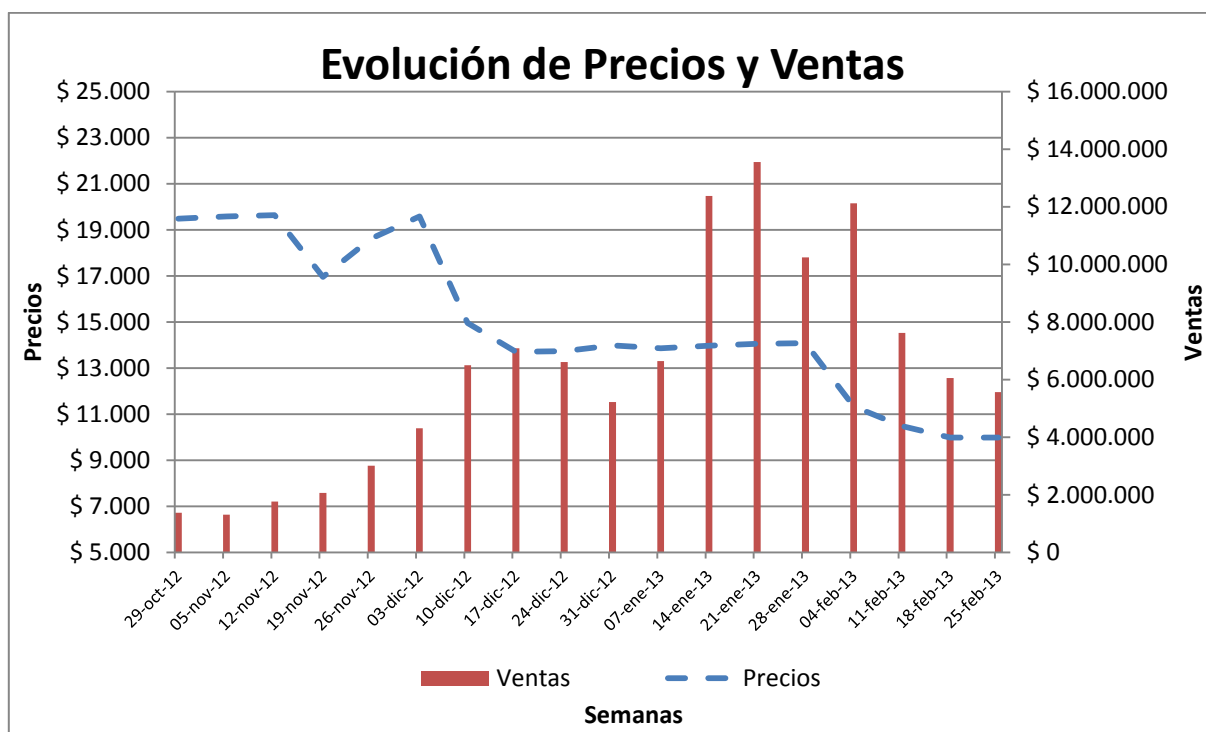


Gráfico 1: Precios y Ventas Trajes de Baño. Fuente: Elaboración propia en base a información transaccional.

Para este gráfico se eligió una muestra de 23 artículos que tienen como precio máximo \$19.995, en la tienda Cousiño, una de las con mayores ventas de la cadena. Se puede observar que el precio de este grupo de productos presenta 2 caídas importantes a lo largo de la temporada, una del 30% del precio original y la segunda del 50%, la pequeña caída presente en Noviembre es posible que se deba al lanzamiento de una promoción de Groupon vigente en la fecha pero no a la política de precios de la categoría (Ver ejemplo en Anexo A).

Con respecto a las ventas se desprende del gráfico un alza importante llegado el mes de diciembre que se puede explicar por 2 factores, el comienzo de la temporada más fuerte de verano y la baja en el precio fijado originalmente, además se observa este último fenómeno nuevamente en febrero de 2013. A partir de lo anterior se puede concluir que el precio efectivamente tiene un impacto en las ventas, que la categoría trajes de baño es evidentemente estacional y por estos dos motivos es una categoría ideal para realizar *pricing*.

A partir de lo anterior nacen preguntas como si es correcto realizar sólo 2 bajas considerables en el precio o será mejor realizar descuentos con una proporción del precio menor, pero en más ocasiones. Se estará comenzando con un precio muy alto, por lo cual se debió anticipar el inicio de los descuentos, muestra de que no se tiene un claro conocimiento del precio de reserva enfrentado por el *retailer* [9]. Con respecto al alza en las ventas presentada en diciembre, se deberá a la baja de precios o a la tendencia propia de la categoría en la fecha. Además se plantean interrogantes con respecto al desempeño de las tiendas y cómo la tasa de conversión, obtenida a partir del tráfico y las transacciones realizadas, puede ser una variable interesante de evaluar. Teniendo la variable tráfico se puede comparar sucursales que enfrenten niveles similares de afluencia de público y evaluar cuáles tienen mejor desempeño en ventas o transacciones, o de manera análoga determinar a un mismo nivel de transacciones que sucursales tienen un menor rendimiento ya que son visitadas por más clientes potenciales. En fin, una serie de interrogantes y factores que hacen de éste un problema muy interesante.

Con el fin de dimensionar la magnitud del problema se propone cuantificarlo con respecto al inventario restante al final de la temporada. Las ventas para la categoría Bañadores o "Trajes de Baño" en el año 2012 ascienden a \$ 1.025.948.573. Suponiendo que al final de la temporada queda remanente un 5% del total de las ventas, el inventario restante corresponde a \$ 51.297.429, los cuales deben ser rematados a precios mucho menores o representan un costo para la empresa de acuerdo a la capacidad de almacenaje que tenga.

Con este trabajo lo que se busca finalmente es entregar una herramienta que permita de una u otra manera nivelar la cancha entre los grandes *retailers* y los de menor tamaño. Los primeros cuentan con sistemas que les permiten fijar precios de manera óptima, mientras que los otros no lo hacen y es aquí donde se encuentra una oportunidad de negocio muy importante.

Se asume que el proyecto es viable pues se cuenta con bastante información para llevarlo a cabo. Si bien el cliente es la empresa de ropa íntima, la memoria se realiza en una empresa de inteligencia de negocios, por lo cual se cuenta con *data* transaccional y de tráfico, pero se carece de mayor profundidad en las variables estratégicas, como por ejemplo la actual fijación de precios. Si bien este es un factor en contra, se considera que no es indispensable para desarrollar el modelo.

En el siguiente apartado se presentan el objetivo general del trabajo y sus objetivos específicos.

### **3. OBJETIVOS**

#### Objetivo General

Definir una política de precios para productos de moda cuantificando el descuento y el período a realizarlo, usando información transaccional y de cámaras de video.

#### Objetivos Específicos

- Definir el porcentaje de descuento a hacer en cada período para los productos y sucursales elegidas.
- Evaluar el aporte de la información de las cámaras para el proceso de fijación de precios, en cuanto al ajuste en la estimación de demanda.
- Comparar el comportamiento en tiendas que presentan características distintas en cuanto a la afluencia de clientes, evaluar su tasa de conversión.

#### 4. ALCANCES

El alcance de esta memoria es generar un modelo de *pricing* dinámico en dos etapas, primero definiendo la demanda y luego a través de herramientas matemáticas y computacionales encontrar los precios óptimos.

Se utilizará la información transaccional y de cámaras de video de algunas sucursales de la empresa. Estas sucursales corresponden a tiendas propias, por lo que los resultados que se obtengan sólo se centrarán en éstas y no en otros canales de venta como las tiendas por departamento. Se desarrollará el modelo con información del período 2012 - 2013 y se centrará principalmente en una categoría en particular.

No se realizará la implementación de las políticas de precios obtenidas, sólo se evaluarán los resultados contrastándolos con los datos reales de una temporada anterior dado lo reciente y acotada que es la información.

No se presentarán soluciones con respecto al manejo de inventario, esto es deseable que se logre a partir de los precios, pero no es el objetivo de esta memoria. Tampoco se incluirán efectos elasticidad precio cruzado o de sustitución, sino que se centrará en los artículos que se defina en un principio.

## 5. RESULTADOS ESPERADOS

Una vez finalizado el trabajo de la memoria se espera obtener:

- Un listado de productos que cumplen las características para realizar el modelo de *pricing*.
- Una política de precios para esos productos, cuantificando el descuento y el período donde se realizará, usando información transaccional y de cámaras de video.
- Una evaluación del aporte que representa la información de cámaras de video con respecto a tener sólo la información transaccional.
- Una comparación del comportamiento de tiendas con distinta afluencia de público en cuanto a la tasa de conversión

## 6. MARCO CONCEPTUAL

En el siguiente apartado se presenta un resumen de la revisión bibliográfica realizada con el fin de especificar los conceptos que se tratarán en esta memoria. Dadas las características de la investigación se revisarán 2 tópicos principales: estimación de demanda y fijación de precios óptimos.

### 6.1 ESTIMACIÓN DE DEMANDA

Existen variados métodos para estimar la demanda de un producto, entre ellas se encuentran las series de tiempo, el Modelo de Bass, Modelo Multiplicativo, etc. Para la realización de este trabajo se utilizará un modelo que contempla primero la llegada de clientes a la tienda y luego, la decisión de comprar o no dada su disposición a pagar [7].

Se eligió este modelo porque captura el efecto de las promociones a través de una tasa de llegada no homogénea de clientes a la tienda, que crece en los períodos en que las promociones de hacen efectivas. Además porque permite tener una medida más precisa del efecto del precio ya que al controlar por el tráfico o flujo de personas, se logra distinguir si el efecto de aumento (o disminución) de ventas se debe a la estacionalidad del producto o a los cambios en los precios.

A grandes rasgos el modelo de estimación de demanda se puede entender como un Proceso de Poisson de tasa lambda  $\hat{\lambda}$ , que se explica según la llegada de clientes a la tienda ( $\lambda$ ) y la probabilidad de que compren dado su precio de reserva. Entonces la llegada se divide en los eventos “comprar” con probabilidad  $p$  y “no comprar” con probabilidad  $1-p$ . Finalmente el evento que nos interesa determinar son los clientes que compran  $\hat{\lambda}$ .

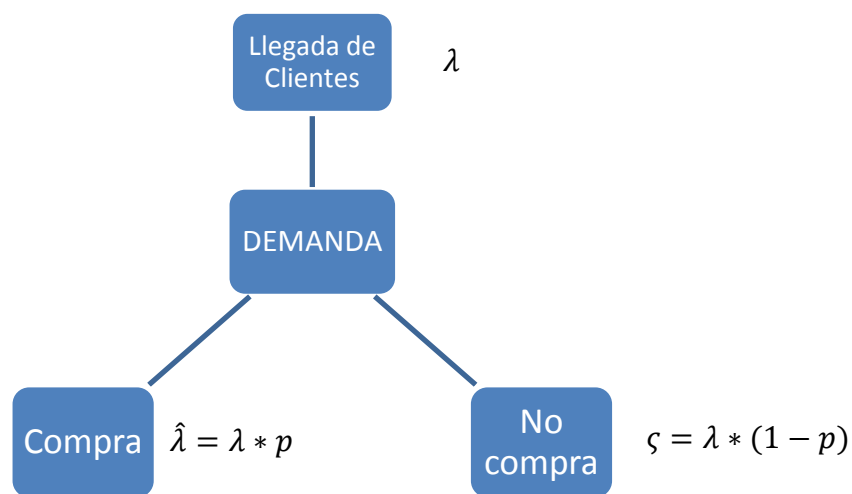


Ilustración 2: Esquema Básico Modelo de Estimación de Demanda. Fuente: Elaboración Propia

Para desarrollar este modelo es necesario definir: períodos de cambio de precio, tasa de llegada de clientes y probabilidad de comprar de acuerdo al precio establecido. Finalmente se especifica los indicadores de ajuste de los modelos que permitirán valorar la calidad de las estimaciones.

#### 6.1.1 Períodos de Cambio de Precio:

Un supuesto del modelo es que los precios se cambian periódicamente de acuerdo a los niveles de inventario y al tiempo restante del horizonte de planeación [7]. En la literatura se ha estudiado la realización de variaciones de precios de forma continua, que por sus características debería llevar a mejores resultados, pero con un apropiado número de revisiones la pérdida experimentada es bastante pequeña [4], además de ser mucho más aplicable.

Entonces, dadas las características de los productos y la realidad de las tiendas donde se venderán es necesario fijar períodos en donde se realizarán los cambios en los precios, esto porque tanto la disposición a pagar por los productos como la afluencia de público cambia en el tiempo. Definir la periodicidad de los cambios de precio *a priori* es un problema difícil de resolver asertivamente porque depende de factores externos como el clima por ejemplo. Además, en la realidad es posible fijar los períodos de cambio de precios en el momento, pero para realizar la programación dinámica es necesario tener establecidos los períodos previamente.

Para solucionar este problema se plantea la posibilidad de utilizar los mismos períodos de cambio de precios utilizados en temporadas pasadas, fijar períodos mensuales o quincenales o bien, fijar períodos que se ajusten a los cambios previsible en la demanda. *A priori* se supone que como mínimo los períodos de evaluación de cambio de precios deberían ser quincenales para que los clientes alcancen a notar los cambios y no exista una devaluación tan rápida del valor del producto. Dentro de cada período el precio se mantendrá constante y luego, de acuerdo a los resultados de la optimización, se determinará el precio correspondiente al siguiente período.

#### 6.1.2 Tasa de Llegada ( $\lambda$ )

La llegada de clientes potenciales a la tienda responde a sus procesos habituales de compra más que a una reacción en función de precios individuales [4]. Esta se define a partir de una distribución de Poisson con una tasa dependiente del tiempo, determinando un parámetro distinto para cada período fijado anteriormente de la siguiente manera:

$$\lambda_k \text{ t. q. } k \in \{T_k\} \text{ con } T_k \text{ Período de cambio de precio } k$$

**Ecuación 1: Tasa de Llegada**

Para poder obtener estas tasas es ideal simular las llegadas en períodos anteriores y luego generar una regresión que permita inferir las tasas para períodos futuros. En este punto se presenta un problema fundamental con respecto a la data transaccional puesto que no se tiene las tasas de llegada de las personas sino sólo las transacciones efectivamente realizadas. Por otra parte la información de las cámaras de video resulta ventajosa pues entrega directamente la tasa de llegada a cada tienda, sin embargo sólo

se cuenta con información de un año, por lo cual tampoco se podrá generar una regresión con estos datos.

Se deberá evaluar posteriormente la necesidad de ponderar las tasas de llegada, de ser muy grandes, por la participación en ventas que tenga el producto a modelar, o por algún parámetro que permita obtener un mayor ajuste, ya que sólo se conoce que una persona llegó a la tienda, pero no se sabe ciertamente si pudo observar el producto y decidir si comprar o no.

Por último será necesario evaluar la sensibilidad que presenta el modelo frente a este parámetro, pues se cuenta sólo con una temporada de datos lo puede llevar a errores en la estimación.

### 6.1.3 Decisión de Comprar (p)

La decisión de compra se caracteriza por la disposición a pagar o el precio de reserva del cliente, éste comprará sólo si el precio ofertado por el *retailer* es menor a su precio de reserva. Se considera la distribución de probabilidad del precio de reserva de los clientes con el fin de captar la heterogeneidad de éstos, ya que el *retailer* desconoce la disposición a pagar de cada uno. A continuación se presenta la función de distribución de probabilidad, al modelar la probabilidad de “no” comprar<sup>9</sup> como una distribución de Weibull, dependiente del precio

$$F(\text{precio}) = 1 - e^{-(\text{precio}/a)^b}$$

#### Ecuación 2: Distribución de Probabilidad de una Weibull

Donde *precio* corresponde al precio, *a* es el parámetro de escala y *b* el parámetro de forma de la función Weibull. Esta función está definida para *precio* > 0, y es nula cuando *precio* < 0.

En la literatura se utiliza con frecuencia esta distribución para modelar el problema que la probabilidad de “no” comprar un producto porque es una de las que cumplen la siguiente condición para encontrar el precio óptimo [9]:

$$\frac{(1 - F_t(\text{precio}))^2}{f_t(\text{precio})} \text{ decreciente en precio}$$

#### Ecuación 3: Condición Distribución de Precios

Otra de las propiedades presentadas por la distribución de Weibull que la hace idónea para este tipo de modelos, es que permite captar una gran variedad de comportamientos para el precio de reserva por la flexibilidad que presenta la curva. En el Anexo B se puede encontrar una descripción de cómo se comporta la distribución de probabilidad de acuerdo a variaciones en los parámetros *a* y *b*.

A su vez, un problema que genera este modelo, es la dificultad de interpretar sus parámetros. En este caso no se obtiene directamente el parámetro de la elasticidad-precio del producto, común en los modelos de demanda, sino que se modela a partir de

<sup>9</sup> La función distribución modela la probabilidad de no comprar, entonces, en la estimación de demanda se utilizará la fórmula 1-F(p) para identificar la probabilidad de (si) comprar.

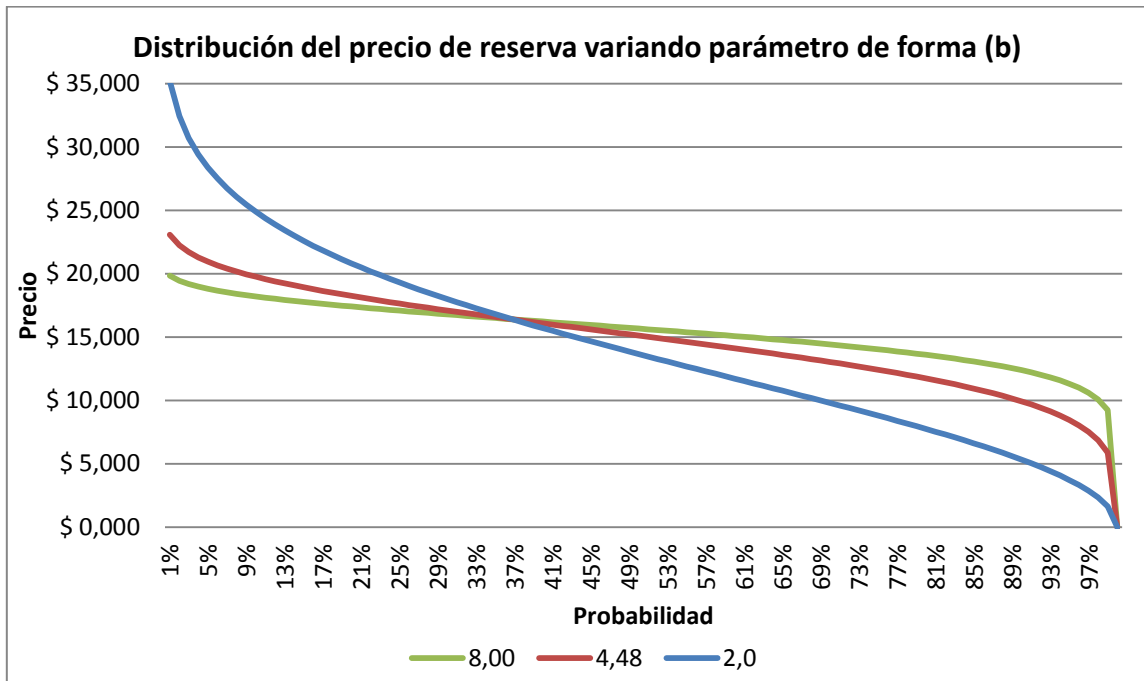


los parámetros propios de la función distribución  $a$  y  $b$ . A continuación se explicará las consecuencias que tienen éstos al definir el precio de reserva de manera aplicada. Se modela la probabilidad de comprar a través de la siguiente fórmula:

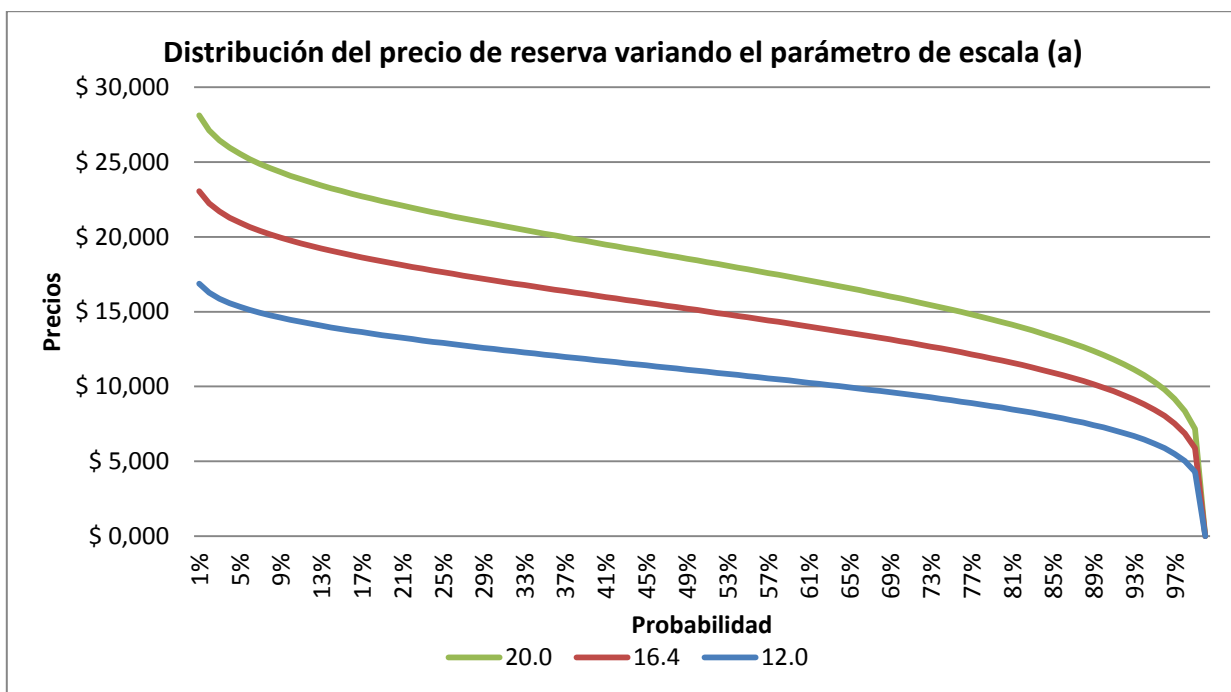
$$1 - F(\text{precio}) = e^{-(\text{precio}/a)^b}$$

**Ecuación 4: Probabilidad de comprar**

En consecuencia se obtiene la siguiente distribución de la probabilidad de comprar, para distintos parámetros de forma y escala:



**Gráfico 2: Distribución del precio de reserva variando el parámetro de forma (b). Fuente: Elaboración Propia**



**Gráfico 3: Distribución del precio de reserva variando el parámetro de escala (a).** Fuente: Elaboración Propia

En estos gráficos teóricos se representa el comportamiento de la distribución del precio de reserva o probabilidad de comprar, al variar los distintos parámetros de la distribución de Weibull. A partir de ellos es posible interpretar como cambia la elasticidad de acuerdo al precio de reserva. Se puede observar que al aumentar el parámetro de forma ( $b$ ) la distribución se vuelve más elástica, es decir, se requiere de variaciones más pequeñas del precio para cambiar en la misma cantidad la probabilidad de comprar. Esta interpretación si bien no entrega una cantidad concreta que comprar (unidades) es bastante clara con respecto a la tendencia de si se comprará más o menos de estas y servirá principalmente cuando se compare entre las distintas distribuciones del precio de reserva que se pueden presentar en el tiempo.

Es importante destacar que también hay diferencias dentro de una misma distribución pues no son lineales, por ejemplo, la línea azul del Gráfico 2 que tiene un parámetro de forma pequeño ( $b = 2$ ) se comporta de forma inelástica para precios altos y bajos, pero para precios medios se vuelve más elástica.

En cuanto a los cambios en el parámetro de escala ( $a$ ), como indica la lógica de su función de densidad, que achata su forma, en el caso de la distribución del precio de reserva se vuelve más elástica al disminuir el parámetro  $a$ .

Los parámetros de la distribución se obtendrán a través de los datos empíricos de los precios a nivel de transacción, éstos se promediarán de manera semanal por cada sucursal. Se deberá validar si efectivamente se ajustan a la distribución mediante un test de hipótesis, para este caso se propone utilizar el test de Kolmogorov Smirnov, que

evalúa si un conjunto de datos se puede extraer de la misma distribución continua con la que se está comparando<sup>10</sup>.

Kolmogorov-Smirnov calcula la máxima distancia que se produce entre los datos empíricos y la distribución a contrastar. La hipótesis nula que se evaluará es si los datos se distribuyen como una Weibull, en caso que el p-valor sea mayor a 0.05 no es posible rechazar la hipótesis nula y por lo tanto los datos se distribuirían como una Weibull. También se puede utilizar un límite de 0.01 que entrega resultados con un menor grado de confianza, pero de todas maneras es aceptable.

Con los parámetros recién mencionados podemos componer tasa de proceso de poisson que determina la demanda como sigue:

$$\hat{\lambda} = \lambda * p$$

**Ecuación 5: Tasa proceso de Poisson**

En este caso p representa la probabilidad de comprar que viene dado por el precio de reserva mencionado anteriormente, de esta forma la ecuación queda como:

$$\hat{\lambda} = \lambda * (1 - F(\text{precio}))$$

**Ecuación 6: Tasa de compra en período k al precio p**

Entonces al evaluar la demanda como un proceso estocástico se tendrá la siguiente probabilidad de que la demanda en el período t sea exactamente j:

$$P[D(t) = j] = \frac{(\hat{\lambda}t)^j * e^{-\hat{\lambda}t}}{j!}$$

**Ecuación 7: Probabilidad Proceso de Poisson**

La media del proceso de Poisson es precisamente  $\hat{\lambda}$ , por lo tanto se deberá utilizar este parámetro en la estimación de demanda para expresar la demanda promedio del período. Sin embargo en la optimización de precios, como lo que se busca maximizar la esperanza de los ingresos se tomará la distribución de probabilidad del proceso de Poisson. A continuación se presenta el valor de  $\hat{\lambda}$  expresado en términos de la distribución de Weibull:

$$\hat{\lambda} = \lambda * (e^{-(\text{precio}/a)^b})$$

**Ecuación 8: Demanda promedio con parámetros Weibull**

En algunas ocasiones esta formulación no logra capturar todas las variaciones y complejidades de la demanda por lo tanto se evaluará, según el error que presente la estimación, si es necesario usar variables de ajuste que capturen estos efectos, o si es necesario establecer como dato el total de unidades que se espera vender. Con estos parámetros la demanda según períodos quedaría descrita según la siguiente fórmula:

---

<sup>10</sup> Fuente: Descripción test ks.test disponible en software R

$$\hat{\lambda}_k = \lambda_k(e^{-(p/a)^b})T_kAjuste_k$$

**Ecuación 9: Tasa Weibull Modificada**

Se ha agregado el subíndice  $k$  para identificar el período que se está estimando. Con la información presentada anteriormente se obtiene una estimación de la demanda basada en la llegada de los clientes que varía período a período y en la distribución del precio de reserva determinado sólo en función del precio para todo el horizonte de planeación. Finalmente se propone el siguiente modelo:

Modelo	Descripción	Fórmula Demanda
<b>Modelo I</b>	Una distribución de precios para todo el horizonte de planeación.	$\hat{\lambda}_k(\text{precio}) = \lambda_k(e^{-(\text{precio}/a)^b})T_kAjuste_k$

**Tabla 2: Resumen Modelo de Estimación de Demanda**

Donde:

- $\hat{\lambda}_k(\text{precio})$  : Demanda en unidades en el período  $k$
- $\lambda_k$  : Tasa de llegada en el período  $k$
- $e^{-(\text{precio}/a)^b}$  : Probabilidad de comprar dada por la distribución del precio de reserva modelada como una Weibull
- $T_k$  : Semanas que dura el período  $k$
- $Ajuste_k$  : Constante de ajuste del período  $k$

Además se planteó una variación al modelo incluyendo distintas distribuciones del precio de reserva o probabilidad de comprar para cada período. Lo que se busca con esto es poder incluir en el modelo la noción de que la elasticidad y por tanto la probabilidad de comprar no sólo depende del precio sino también del período en el que se encuentre dentro de la temporada. Para ver más detalles de este modelo dirigirse al Anexo C.

#### 6.1.4 Indicadores de Ajuste de los Modelos de Estimación de Demanda

En la bibliografía se establecen distintas maneras de evaluar el ajuste de una estimación, a continuación se presentan los indicadores más utilizados en series de tiempo y que se implementarán en el desarrollo del trabajo.

**MAD:** *Mean Absolute Deviation*, mide la diferencia absoluta entre los resultados empíricos ( $R_i$ ) y los estimados por los modelos ( $E_i$ ). Se calcula a través de la siguiente fórmula, donde el sub-índice  $i$  indica el período:

$$MAD: \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n |R_i - E_i|$$

**Ecuación 10: MAD**

**MAPE:** *Mean Absolute Percentage Error*, indica, como lo dice su nombre, el error promedio porcentual de la estimación siguiendo la fórmula:

$$MAPE: \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \left| \frac{R_i - E_i}{R_i} \right|$$

Ecuación 11: MAPE

Es necesario tener cuidado cuando los valores empíricos toman el valor 0 porque en estos casos se indefine la división. En estos casos es necesario tomar medidas como sacar esos valores de la ecuación o utilizar otra métrica de ajuste. Además cuando los valores reales son cercanos a cero, un pequeño error en la estimación presenta un gran error porcentual, por lo cual se debe evaluar si usar este indicador en estos casos.

**RSME:** *Root Mean Square Error*, representa la raíz del promedio de las diferencias entre los valores reales y los estimados elevadas al cuadrado:

$$RSME: \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (R_i - E_i)^2}$$

Ecuación 12: RSME

Mientras menores sean los resultados de los indicadores, es decir, más cercanos a cero la estimación se acercará más a la realidad.

## 6.2 OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS

La optimización de precios tiene como objetivo encontrar los precios que permitan obtener los mayores ingresos. Requiere como input un modelo de estimación de demanda sensible al precio y entrega una política de precios óptimos de acuerdo al período y al stock restante a lo largo de la temporada. Este tipo de problemas se puede resolver a través de programación dinámica estocástica o a través de heurísticas que permitan encontrar más fácilmente el óptimo.

La programación dinámica estocástica consiste en descomponer un problema de optimización en una secuencia de problemas mucho más simples, los que son construidos y resueltos partiendo desde el final del horizonte de planificación, retrocediendo en el tiempo. De esta forma se resuelve el problema de manera recursiva, llegando al óptimo de la función objetivo a través de decisiones que van actualizando las condiciones y el problema a resolver. Se utiliza este tipo de programación en diversos problemas de optimización en donde las decisiones son inter-temporales y la solución es alcanzada a través de una secuencia de estas.

Si bien la programación dinámica estocástica es en sí un problema muy difícil de resolver, se hace más abordable controlando las variables como el número de períodos de cambio de precios o el conjunto de precios factibles directamente. En el siguiente

apartado se presenta el modelo de Bitran, Caldentey y Mondschein [7] para ventas de liquidación en productos de moda.

Supuestos:

- Se considera una cadena de *retail* que vende productos de moda en varias tiendas durante un horizonte de planificación determinado.
- La cadena de *retail* optimiza los precios considerando los niveles de inventario y el tiempo restante del horizonte de planeación.
- Los precios son los mismos en todas las tiendas para un mismo producto.
- La demanda está caracterizada por el flujo de clientes y su disposición a pagar.
- Se consideran dos casos de manejo de inventario, en el primero se distribuye todo el inventario al principio del horizonte de planeación y no se permiten redistribuciones. En el segundo si se permiten transferencias de mercancías entre las tiendas.
- No es posible volver a ordenar más productos durante el horizonte de planeación.
- El objetivo del *retailer* es maximizar los beneficios luego de que las decisiones de inventario están hechas, es decir, el costo de los productos es un costo hundido.

Notación:

$T$  : Largo del horizonte de planeación.

$K$  : Número de veces en que el precio puede ser modificado dentro del horizonte de planeación.

$k$  : Índice que denota el  $k$ -ésimo período en el horizonte de planeación, donde los períodos son contados de manera inversa, es decir, 1 es el último período y  $K$  el primero.

$$k = 1, \dots, K$$

$T_k$  : Largo del  $k$ -ésimo intervalo de tiempo donde el precio permanece constante (medido en semanas).

$$\sum_{k=1}^K T_k = T$$

$n$  : Total de tiendas de la cadena de retail.

$i$  : Índice que denota la  $i$ -ésima tienda de la cadena de retail.

$$i = 1, \dots, n$$

$\lambda_{ik}$  : Tasa de llegada de clientes a la tienda  $i$  en el período  $k$ .

$F_{ik}(p)$  : Distribución acumulada de la probabilidad de NO comprar un producto a un precio  $p$ , en la tienda  $i$ , en el período  $k$ -ésimo.

Entonces  $1 - F_{ik}(p)$  corresponde a la probabilidad de comprar.

$D_{ik}(p)$  : Vector demanda en la tienda  $i$ , en el período  $k$ , cuando el precio es igual a  $p$ .

$c_{ik}$  : Total de unidades en inventario en la tienda  $i$  en el período  $k$ .

$S_o$  : Stock inicial.

$I$  : Conjunto de precios factibles

$V_k(c_{1k}, \dots, c_{nk})$  : Ingresos totales esperados desde el período  $k$  hasta el final del horizonte de planeación si en el período  $k$  el inventario inicial en la tienda  $i$  es  $c_{ik}$ , cuando la política óptima de precios es implementada.

En el *paper* se proponen 2 casos, uno en el que no hay transferencias de inventario y un segundo en el que si se permiten. De no admitirse transferencias de inventario se puede tratar el problema de optimización sin el subíndice  $i$  que denota las tiendas y considerando todas las tiendas como una sola. Tomando esta consideración se propone la siguiente función objetivo:

Función Objetivo:

$$V_k(c_k) = \max_{precio \in I} E_{D_k} [precio * \min\{D_k, c_k\} + V_{k-1}(c_k - \min\{D_k, c_k\})]$$

Ecuación 13: Función Objetivo

Con:

$$P(D_k(precio) = j) = \frac{(\lambda_k(1 - F(precio))T_k)^j e^{-\lambda_k(1 - F(precio))T_k}}{j!}$$

Ecuación 14: Probabilidad de Demanda

La ecuación corresponde a la probabilidad conjunta de los clientes dispuestos a comprar un producto al precio *precio* en el período  $k$ , se busca por lo tanto maximizar la esperanza de los ingresos. Como se definió anteriormente, la probabilidad de la demanda depende del proceso de llegada con parámetro  $\lambda_k$  para cada período y de la probabilidad de comprar el producto  $(1 - F(precio))$  dado que llegaron a la tienda.

El problema se encuentra sujeto a:

$$V_k(\mathbf{0}) = \mathbf{0} \forall k$$

Ecuación 15: Condición de Borde

$$V_o(c) = 0 \forall c$$

**Ecuación 16: Condición de Borde**

Si no hay inventario el *revenue* obtenido será cero, además en el período cero los ingresos obtenidos serán siempre cero independiente del nivel de inventario.

$$c_k = S_0$$

**Ecuación 17: Stock**

El inventario en el período k corresponde al stock inicial de la tienda.

$$c_{k-1} = c_k - \min\{D_k, c_k\} \quad \forall k$$

**Ecuación 18: Recurrencia**

El inventario en el período k-1 corresponde al inventario en el período k menos la demanda del período o el inventario disponible en el período según corresponda.

La optimización no contempla una política de precios decreciente sino que toma decisiones de precios independientes para cada período sólo considerando el inventario disponible y el tiempo restante hasta el final del horizonte de planeación. Se propone evaluar los resultados de imponer esta restricción (que el precio no pueda subir), la cual se implementaría a través de una variable en la función a optimizar que tome un valor muy negativo si elige un precio superior al elegido en el período anterior de la siguiente forma:

Función Objetivo con restricción:

$$V_k(c_k) = \max_{precio \in I} E_{D_k} [precio * \min\{D_k, c_k\} + V_{k-1}(c_k - \min\{D_k, c_k\})] + M$$

**Ecuación 19: Función Objetivo con Restricción de Precios**

Con:

$$P(D_k(\text{precio}) = j) = \frac{(\lambda_k(1 - F(\text{precio}))T_k)^j e^{-\lambda_k(1 - F(\text{precio}))T_k}}{j!}$$

**Ecuación 20: Probabilidad de la Demanda**

Donde:

$$M = \begin{cases} -100.000.000 & \text{si } precio > precio_{k-1} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

**Ecuación 21: Restricción de Precios**

En ocasiones se presentan problemas al trabajar con tasas muy grandes, porque al calcular la probabilidad la exponencial se va a cero (exponencial de un número muy negativo en Ecuación 20) con lo que la probabilidad entera se vuelve cero. Debido a



esto no se pueden observar diferencias entre una probabilidad,  $P(D_k(p) = j)$  y otra  $P(D_k(p) = k)$  con  $j \neq k$ . Para lidiar con este problema se utiliza la siguiente variación de las tasas:

Si la tasa semanal ( $\lambda_{semanal}$ ) es muy grande se propone dividir por siete y de esta manera obtener la tasa promedio diaria:

$$\lambda_{diario} = \frac{\lambda_{semanal}}{7}$$

**Ecuación 22: Transformación Lambda**

Luego, si llegan  $i$  clientes en un día, en la semana llegarán:

$$d = 7 * i * T_k$$

**Ecuación 23: Clientes en la semana**

Considerando esto la función objetivo queda definida por:

$$\mathbb{E}(V_k(p, c_k) | i \text{ clientes por días}) = p * \min\{d, c_k\} + V_k(c_k - \min\{d, c_k\})$$

**Ecuación 24: Función Objetivo como Probabilidad Condicional**

$$\mathbb{E}(V_k(p, c_k)) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{E}(V_k(p, c_k) | i \text{ clientes por días}) * \mathbb{P}(N = i)$$

**Ecuación 25: Función Objetivo Modificada**

Con:

$$N \sim P(\lambda_{diario}(1 - F(p)))$$

**Ecuación 26: Demanda como Poisson**

Cabe mencionar que en el problema de optimización se está asumiendo que las llegadas corresponden a ventas de una unidad, es decir que por cada persona que llegue se venderá a lo más una unidad o ninguna, dependiendo del precio de reserva del cliente.

## 7. MARCO METODOLÓGICO

En el siguiente apartado se detalla cómo se aplicarán los conocimientos presentados en el marco conceptual. Se revisarán los siguientes ítems: análisis descriptivo, estimación de demanda y optimización de precios.

### 7.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO

En esta primera etapa se busca lograr un acercamiento general a los datos y al problema que se intenta resolver. Se interiorizará en la realidad de la empresa a través de datos descriptivos de las sucursales con las que se trabajará, de las principales categorías que se venden y de la información de tráfico con la que se cuenta.

El análisis descriptivo tiene dos hitos relevantes, lograr definir el producto que se utilizará para el modelo y demostrar que tiene características idóneas para realizar gestión de precios. El producto en el cual se trabajará debe cumplir los siguientes requisitos generales de los modelos de *pricing* de productos de moda:

- Presentar algún tipo de estacionalidad, dado que se requiere fijar un horizonte finito de planeación.
- Presentar variaciones del precio que permitan a futuro calcular sensibilidades.
- Tener un volumen de ventas y de información considerable que permita y justifique la aplicación del modelo.
- Conocer el inventario inicial.

Las condiciones son bastante básicas por lo cual cualquier producto, o en su defecto todos podrían cumplirlas. Sin embargo existe un problema con el último requisito ya que no se tiene datos de inventario sino sólo información transaccional. Para resolver este problema se tomará como supuesto que existe un porcentaje de productos que no se vende por lo cual el inventario inicial correspondería al total de las ventas en la temporada más un delta (a priori de un 10%). En otros trabajos realizados en la empresa [5] se han publicado stock iniciales muy superiores a lo que realmente se vende en la temporada, pero finalmente el stock sobrante se traduce en un costo hundido ya que grandes pedidos son requisito de importadores asiáticos, por lo que el supuesto propuesto no se encuentra tan alejado de la realidad.

Se realizará un análisis según los niveles de agregación de los productos. Primero se evaluarán los ingresos y unidades vendidas a nivel de las distintas categorías presentes en el año 2012. Se elegirá preliminarmente las 3 categorías que presenten los mayores valores. Es necesario considerar en este punto que la información con la que se cuenta corresponde a información transaccional e información del flujo de clientes obtenida a través de cámaras de video. Esta última información está disponible sólo para un año desde Abril de 2012 a Marzo De 2013 y para algunas de las tiendas de la empresa, por lo cual se limitará el análisis a esas salas y a los períodos en los que se tenga mayor completitud de información.

Luego de seleccionar la categoría con la que se trabajará y para lograr un mayor impacto y no trabajar a nivel de SKU se agrupará los artículos de acuerdo a dos criterios, el precio máximo que presenten y la semana donde se comienzan a vender. Se agrupará de esta forma porque existen diferentes categorías de productos en el *retailer* que están destinadas a distintos públicos objetivos, con lo cual el precio permitirá identificar los productos que son percibidos de forma similar por los clientes. Además se agruparán los productos que comiencen con ventas la misma semana para no tener aumentos en la demanda en períodos intermedios que se deban a que ingresó un nuevo producto al stock sino que se mantenga el mismo grupo de productos todo el período.

Un detalle importante a destacar es que muchas de las transacciones del *retailer* especialista presentan un precio de \$1, esto corresponde a productos vendidos en promociones ya sea de Groupon (ver ejemplo en Anexo A), 2x1, 3x2, descuentos directos, etc. Para solucionar este problema y mostrar el precio que realmente percibe el cliente se propone reemplazar ese precio por el precio promedio de los productos de la categoría incluidos en la transacción. De esta forma se podrá reconocer los productos que se están vendiendo en promoción del tipo 2x1 o 3x2, pero no hay forma de reconocer los que se venden a partir de Groupones, por lo que inevitablemente se observará una baja en el precio promedio cuando existan de estas promociones vigentes.

Con el fin de evaluar si los productos escogidos exhiben los requisitos de un problema de pricing dinámico se evaluará cómo se comportan variables como el tráfico, las unidades vendidas y la tasa de conversión con respecto al precio. Se espera que éstas presenten una correlación negativa y den cuenta de la sensibilidad al precio.

## 7.2 ESTIMACIÓN DE DEMANDA

Una vez definidos los grupos de productos con los que se trabajará se procede con la etapa de estimación de demanda. Primero se debe realizar el tratamiento de datos faltantes, en este caso sólo se cuenta con datos omitidos en la información de cámaras de video. Para solucionar este problema se reemplazará los datos faltantes con el tráfico del día anterior. En este punto se debe evaluar si la cantidad de datos faltantes podrá afectar la estimación de demanda, para esto se considerará el siguiente criterio: si hay una sucursal con más de un 20% de datos faltantes mensualmente será preferible no utilizar esa sucursal.

La estimación de demanda se realizará a nivel semanal, porque se considera que el nivel de agregación diario es muy pequeño y el mensual muy grande. Además, dependiendo de la temporada donde se venda el producto escogido se elegirán las semanas para la estimación, por ejemplo, en el caso de los trajes de baño, la temporada comienza en Octubre y termina en Febrero del año siguiente. Para la estimación de demanda se considerarán todas las sucursales como una sola debido a que presentan niveles de ventas muy pequeños al tomar cada una por separado de manera semanal.

Entonces se pasarán los datos a nivel semanal sumando el tráfico diario de cada sucursal para obtener las tasas de llegadas por semana. De esta manera se utilizará directamente los datos de cámaras, debido a que no se cuenta con datos de otras temporadas para poder hacer una regresión y estimar el tráfico para la temporada siguiente. Para tomar en cuenta esta limitante se propone realizar posteriormente un análisis de sensibilidad de este punto, para evaluar cómo se comporta el modelo frente a variaciones en la tasa de llegada. Además se procesarán los datos con el fin de obtener las tasas agregadas de todas las sucursales.

Se estimará también las tasas de llegada a partir de la información transaccional, esto con el fin de evaluar cuál se ajusta de mejor manera a la estimación de demanda. Para esto se usará el supuesto de que todas las transacciones generadas en la tienda evaluada corresponden a las llegadas, es decir, que toda persona que ingresa a su vez compra (independiente de la categoría en que se realice la transacción).

Con respecto a la estimación de la distribución del precio de reserva, lo que se hará en la práctica es tomar el promedio de los precios efectivos presentados en las transacciones por semana y sucursal, y finalmente buscar en el software R la distribución de Weibull que mejor se ajuste a estos. De esta manera se obtendrán los parámetros de la Weibull en dos instancias, la primera considera una distribución del precio de reserva para todo el horizonte de planeación y la segunda considera que ésta varía en el tiempo (Modelo I y Modelo II respectivamente). Para el segundo caso se plantea obtener las distintas distribuciones de Weibull de acuerdo a los períodos en los que se pretende cambiar el precio, es decir, si se plantean 3 períodos donde se cambiará el precio se estimará una distribución para cada período (ver Anexo C).

El ajuste de las distribuciones del precio de reserva será determinado con un test de Kolmogorov Smirnov que será realizado en el mismo software, en caso de no obtener un buen ajuste se deberán tomar distintas semanas (más o menos datos) con el fin de encontrar una distribución idónea.

Una vez que se determine que los precios siguen una distribución de Weibull se utilizará el software Matlab para graficar la función obtenida a partir de los parámetros ajustados en R (parámetros  $a$  y  $b$ ) y los datos empíricos dados por el precio y la probabilidad de comprar (transacciones/tráfico). Con estos datos se obtiene la distribución del precio de reserva y se verificará que la distribución concuerda con la teoría, es decir, que hay mayor probabilidad de comprar a precios más bajos y menor probabilidad de comprar a precios mayores.

Luego, con estos parámetros se calculan las ventas estimadas (unidades), utilizando los mismos precios del período anterior con la siguiente fórmula:

$$\hat{\lambda}_k(\text{precio}) = \lambda_k(e^{-(\text{precio}/a)^b})T_kAjuste_k$$

**Ecuación 27: Demanda**

Donde:

$Ajuste_k$  = Parámetro de ajuste

$\lambda_k$  = Tasa de llegada del período  $k$

$e^{-(p/a)^b}$  = Probabilidad de comprar, considerando distribución de probabilidad de Weibull

$T_k$  = semanas de duración del período  $i$

En una primera instancia se realiza la estimación de manera semanal sin utilizar el parámetro de ajuste, luego se incorpora este parámetro que se define a través de la herramienta solver de Excel buscando el mayor ajuste con la demanda real. Se cree que de esta forma se está sobreajustando la demanda por lo cual se decide que no se definirá un parámetro de ajuste para cada semana sino que uno para cada período de cambio de precios.

Con respecto a los períodos de cambio de precios se definió por criterio de expertos que los períodos idóneos son definidos mensualmente, es decir, Octubre, Noviembre, Diciembre, Enero y Febrero.

Con los períodos ya definidos se calculará el parámetro de ajuste determinando uno para cada período de forma de minimizar el error de estimación, pero a la vez no sobreajustar el modelo. Además, con este ajuste se soluciona de cierta forma el problema de tener tasas de llegada muy grandes para cada semana, que traerán problemas también en la optimización de precios.

Con esto queda definida la estimación de demanda, luego se comparará semana a semana los datos reales con los estimados para determinar el ajuste de los modelos. Además posteriormente se realizará un análisis de sensibilidad en el parámetro tráfico para determinar cómo varía el ajuste al variar ese parámetro. Otro análisis de sensibilidad que se realizará es evaluar el ajuste del modelo a datos de una temporada anterior (pues no se cuenta con temporadas futuras), ajustando sólo el total de unidades que se espera vender, de acuerdo al crecimiento que presenta la categoría.

Como se mencionó anteriormente también se calibrará los modelos utilizando sólo información transaccional (no de tráfico), para comparar el ajuste obtenido a partir de ambas fuentes de información y evaluar el aporte de la información de cámaras por sobre la información transaccional. Se evaluará también la correlación que presenten los datos y los factores que afectan la tasa de conversión (transacciones/tráfico).

### 7.3 OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS

La optimización de precios se realizará en el programa Matlab, resolviendo el problema de programación dinámica estocástica presentado en el apartado 6.2. Se eligió este programa porque la mayoría de los software que se utilizan no son capaces de resolver problemas de forma recursiva, por ejemplo GAMS, además porque Matlab presenta gran flexibilidad para poder adaptarse a las condiciones del problema.

Se ingresará como input el vector de precios donde se encuentran los distintos valores que se podrán escoger para la maximización  $I$  y las unidades de stock inicial para vender  $S_0$ . Además, para la optimización se requiere de los parámetros de la estimación de demanda, que se han definido a partir de los datos promedio por período, estos son: tasa de llegada, parámetro de ajuste, semanas que dura cada período y parámetros de

la Weibull. Para el caso de un precio de reserva sólo se ingresan los 2 parámetros de la Weibull (a y b).

En Anexo D es posible ver en detalle la programación en Matlab del problema de optimización, donde el código “pde.m” es el archivo ejecutable en Matlab, se adjuntan también las funciones que permiten calcular los distintos valores de la programación dinámica estocástica. Finalmente se obtiene como resultado un listado de precios óptimos para cada período, considerando las unidades de stock restantes, y el *revenue* esperado de la siguiente forma:

Stock	T1	T2	T3	T4	T5
0	P01	P02	P03	P04	P05
1					
...					
$S_o$	$PS_{o,1}$	$PS_{o,2}$	$PS_{o,3}$	$PS_{o,4}$	$PS_{o,5}$

Tabla 3: Diagrama Solución Optimización de Precios

Esta es una herramienta muy potente para el *retailer* ya que como la programación dinámica estocástica entrega un camino de precios óptimos el *product manager* puede ver en esta tabla, dependiendo del período en que se encuentre y del stock disponible, cuál es el precio óptimo para el período.

A su vez se entrega la matriz de ingresos esperados calculados a partir de los resultados obtenidos en la función objetivo. El esquema con la esperanza de los ingresos es igual al diagrama presentado anteriormente con los precios. La principal utilidad que presenta este resultado es para verificar la calidad de los resultados que se están obteniendo, si son consecuentes con lo que se espera o no.

Finalmente se realizará un análisis de los resultados observando si se apegan a las restricciones, si son soluciones factibles dentro del criterio de lo que espera la empresa, si es necesario hacer modificaciones y agregar más restricciones, etc.

## 8. DESARROLLO METODOLÓGICO

A continuación se presenta el desarrollo de la metodología recientemente expuesta, comenzando con el análisis descriptivo de los datos utilizados, estimación de demanda, y optimización de precios.

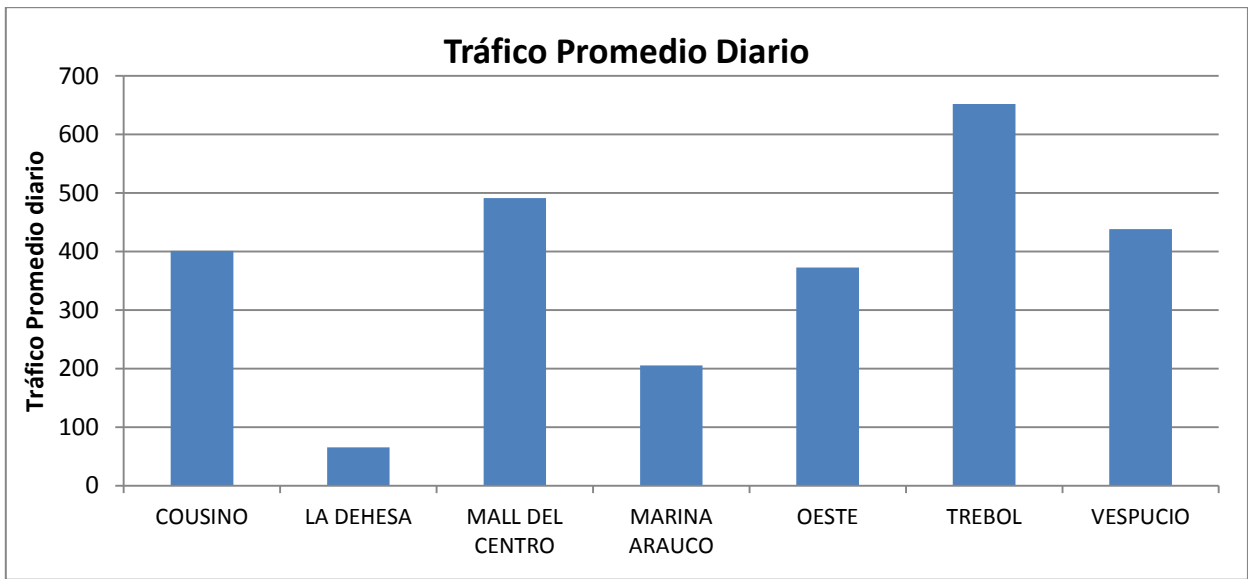
### 8.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO

En esta etapa preliminar se comenzó con un acercamiento general a los datos. Se cuenta con información transaccional desde el año 2010 para todas las sucursales y con información de cámaras de video desde Abril de 2012 hasta Marzo de 2013 para ocho sucursales, correspondientes a:

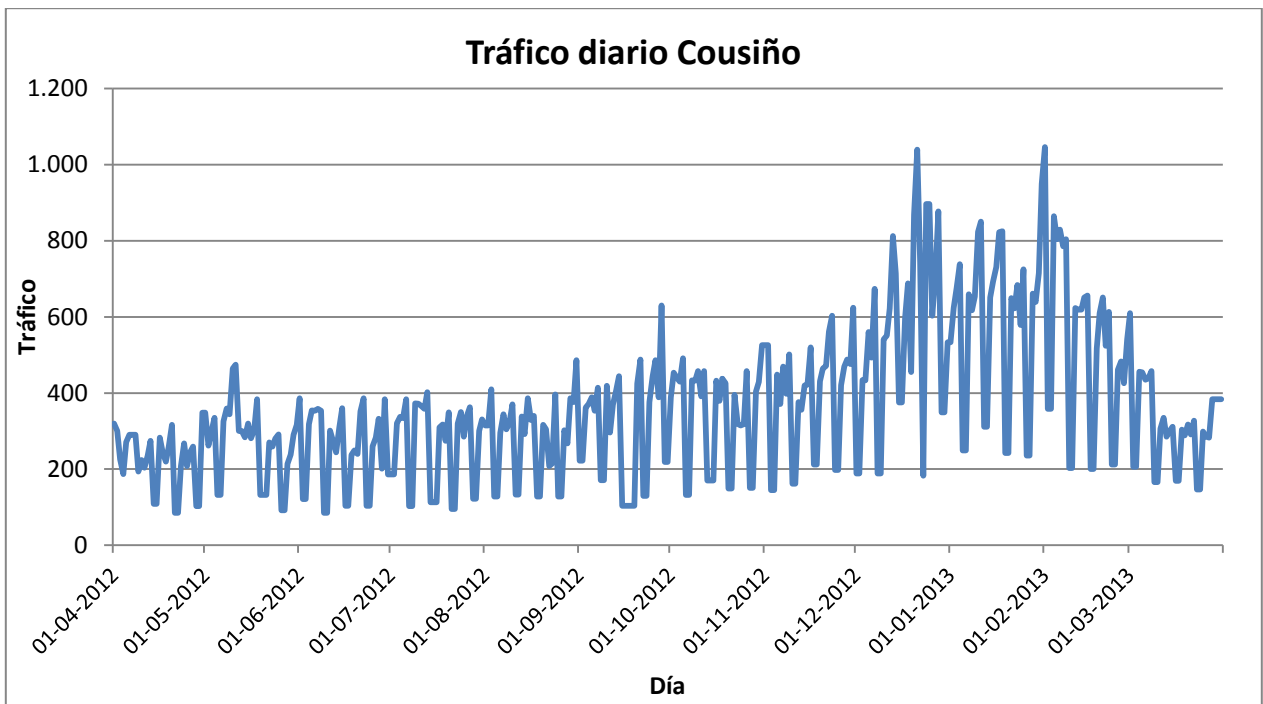
- Apumanque
- Marina Arauco
- Matías Cousino
- Plaza Oeste
- Plaza del Trébol
- Plaza Vespucio
- Portal La Dehesa
- Mall del Centro

En el caso de la tienda ubicada en Plaza del Trébol sólo se cuenta con información desde el 21 de Agosto de 2012 y en Apumanque existen datos faltantes en los meses de Noviembre y Diciembre de 2012 en la información de cámaras.

Las sucursales con mayor tráfico son Plaza del Trebol y Mall del Centro, con un promedio de 652 y 491 visitas promedio diario respectivamente. Las tiendas con menor afluencia de público son La Dehesa (66) y Marina Arauco (205). A continuación se presenta el tráfico promedio diario de las sucursales con más datos (salvo Apumanque) y a modo de ejemplo la serie de tasa de llegadas diarias correspondiente a la sucursal Matías Cousiño. Se reemplazó con la información del día anterior en los días en los que no había datos.



**Gráfico 4: Tráfico Promedio Diario Sucursales con Cámaras. Fuente: Elaboración propia en base a información de cámaras de video**



**Gráfico 5: Serie Tasas de Llegada Matías Cousiño. Fuente: Elaboración propia en base a información de cámaras de video**

Del gráfico se puede observar que el tráfico no presenta grandes variaciones excepto en la época de navidad y también en el período estival, donde se observan más visitas a las tiendas, pero este comportamiento vuelve a su régimen normal en Marzo. Similares son los resultados para las demás sucursales en cuanto a la forma, pero



como se mencionó anteriormente hay algunas con niveles de tráfico mayores y menores. En lo que sigue del trabajo se considerará todas las sucursales que cuentan con información de cámaras como una sola porque como se explicó en el marco metodológico, presentan muy bajas ventas semanales a nivel individual.

Con el fin de escoger el producto con el que se trabajará se analizaron las ventas de las distintas categorías para tener una idea de la estacionalidad y de las categorías más importantes para la empresa. Se concluyó que las principales categorías con respecto a las ventas correspondientes al año 2012 son: corsetería (\$4.036.439.388), pijamas (\$1.135.047.461) y bañadores o trajes de baño(\$1.025.948.573).

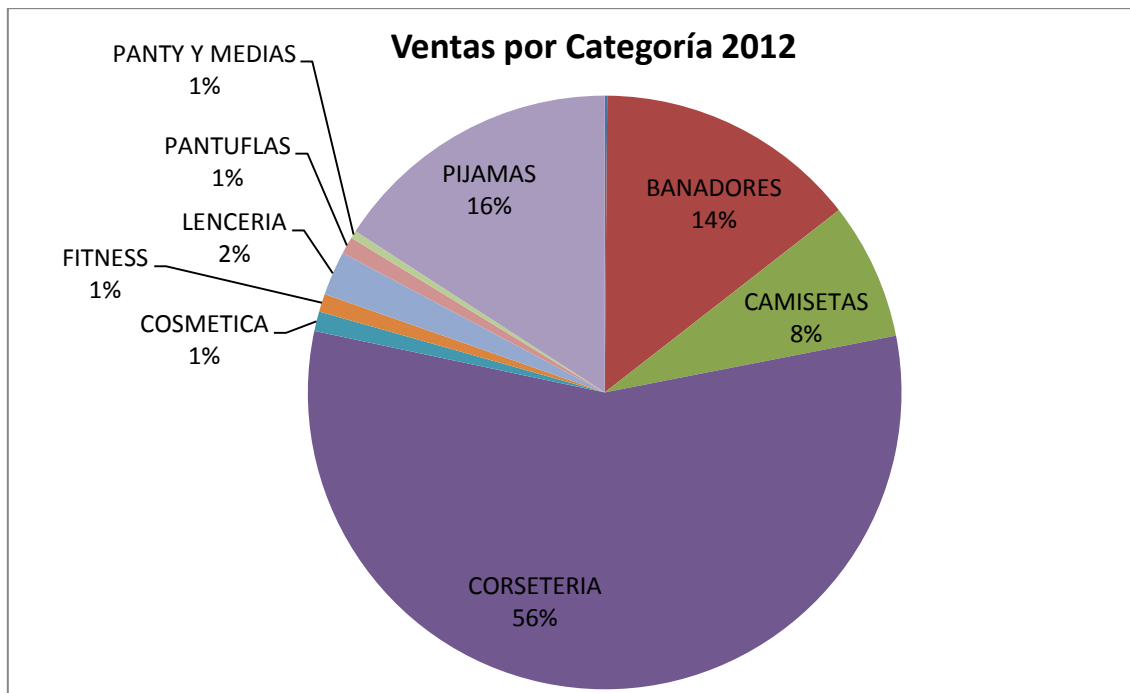
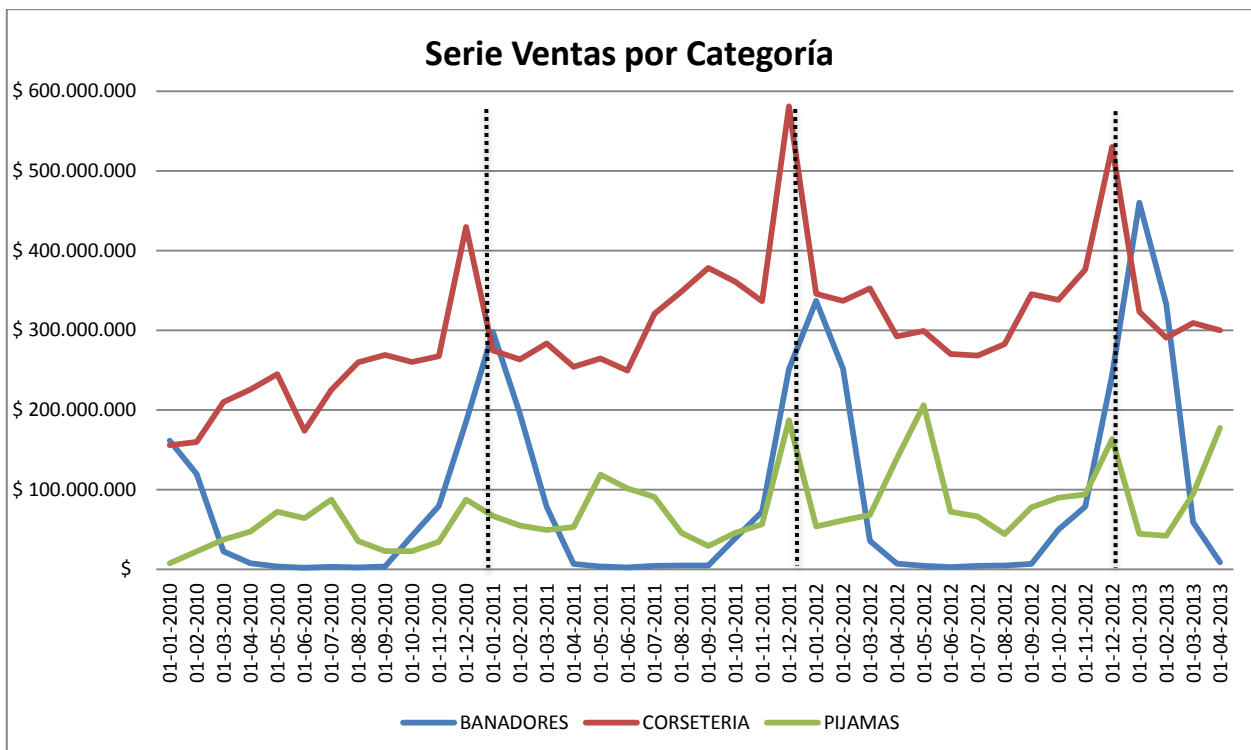


Gráfico 6: Ventas por Categoría 2012. Fuente: Elaboración Propia en base a información transaccional

A priori sería ideal realizar el modelo de *pricing* en la categoría corsetería, que es la que presenta por lejos mayores ventas, pero al analizar la información transaccional a nivel de Artículo y SKU no es posible encontrar estacionalidad. Los productos, incluso los clasificados como “de moda” se venden por largos períodos, no menores a un año, por lo cual se descarta la categoría.

Para seguir con el análisis se observaron las series de ventas de las 3 categorías principales para determinar si existe estacionalidad aparente:



**Gráfico 7: Series de Ventas por Categoría. Fuente: Elaboración propia en base a información transaccional**

Se puede observar en el Gráfico 7 que existen grandes *peaks* de demanda en las festividades del día de la madre (mayo) y navidad (diciembre) y que la categoría Bañadores o Trajes de Baño presenta mayor estacionalidad. En las 2 categorías, Bañadores y Pijamas, al analizar la información a un nivel menor de agregación se pueden observar estacionalidades, representadas en dos temporadas de Pijamas (de invierno y de verano) y una temporada de Trajes de Baño con ventas desde octubre de cada año a marzo del siguiente aproximadamente.

Finalmente se elige la categoría de Trajes de Baño por 3 motivos principalmente: es más evidente su estacionalidad, presenta una política de precios más clara y es más intensiva en ventas en un mismo plazo de tiempo.

Como se mencionó en el marco metodológico luego se elegirá un grupo de artículos de la categoría de acuerdo a los criterios de precio máximo y semana de inicio de ventas. El grupo escogido consiste en 23 artículos cuyo precio máximo es de \$19.995 y se comenzaron a vender la primera semana de Octubre 2012. Se eligió este grupo de productos porque en el tiempo presentaban variaciones de precio similares y dado este, una percepción de valor similar entre los clientes. Además representan el 27% de las ventas y el 35% de las transacciones de la categoría en el período en evaluación (para ver la descripción de los artículos refiérase al Anexo E).

Como se mostró en el Gráfico 1 del ítem Descripción del problema y justificación, los bañadores tienen 3 precios a lo largo de la temporada, el precio full, que se establece al principio de esta, luego un descuento del 30% y finalmente un descuento del 50%. A continuación se presentan 3 gráficas con la información del tráfico, las unidades

vendidas y la tasa de compra, con estas se podrá entender la complejidad de la estimación de la demanda para productos de temporada, que se ven afectados no sólo por el precio, sino también por la estacionalidad.

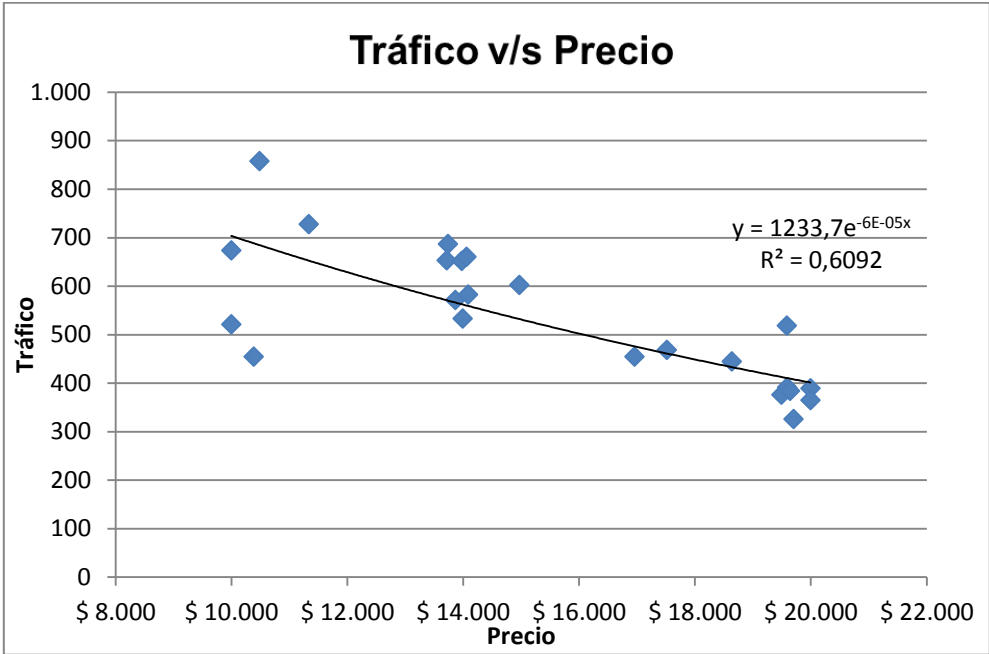
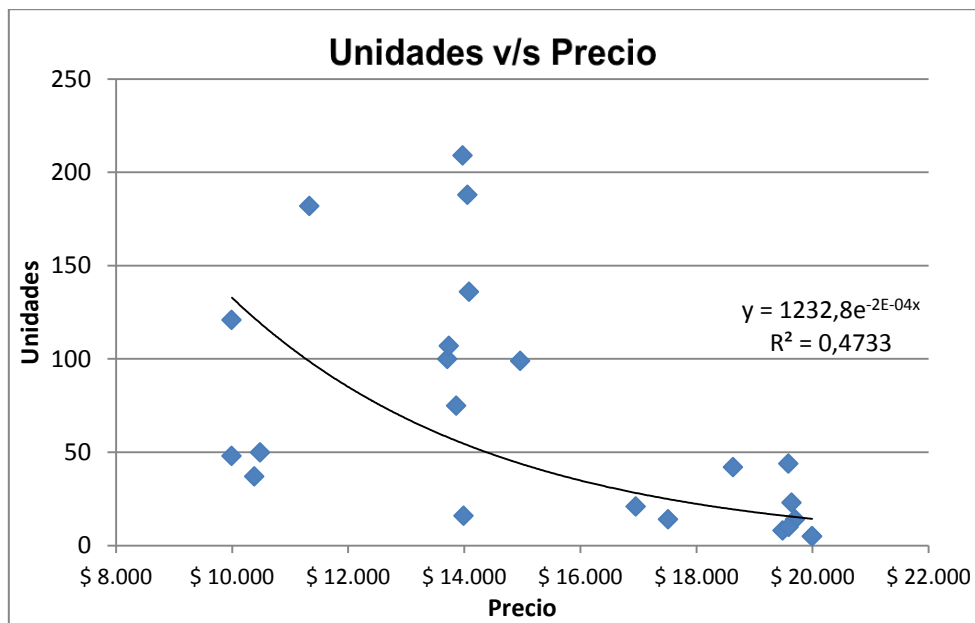


Gráfico 8: Trafico v/s Precio promedio semanal Sucursal Cousiño. Fuente: Elaboración propia en base a información transaccional y de cámaras de video.

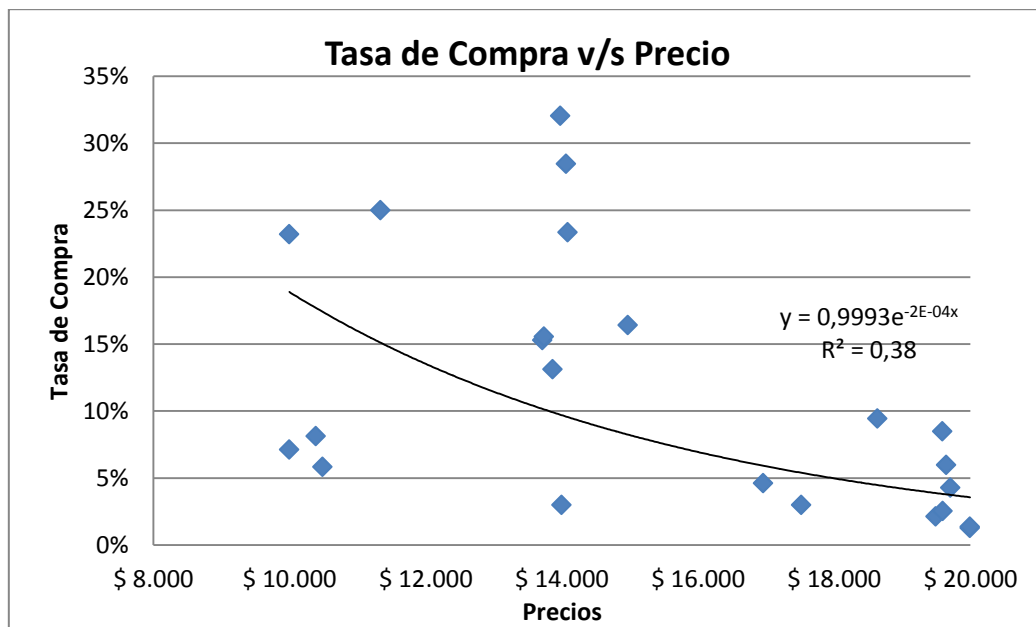
Se puede observar levemente mayor afluencia de público en las semanas en las que el precio es menor, aunque al analizar la tendencia este efecto es mucho menor. Esto principalmente porque las personas desconocen *a priori* el precio de los productos, por lo cual este no influye tan directamente a atraer personas a la tienda, a no ser que exista publicidad específica dirigida a esto, como es el caso de las publicaciones afuera de la tienda (en Anexo F ver imagen de publicidad para atraer tráfico). Esto da cuenta que efectivamente las llegadas a la tienda son una respuesta a los patrones regulares de compra de los clientes, más que una función de los precios individuales [9], a no ser de que existan incentivos externos.

En el siguiente gráfico se busca evaluar si existe sensibilidad al precio de los productos que se analizará, factor fundamental para poder realizar la optimización de precios.



**Gráfico 9: Unidades Vendidas promedio semanal Sucursal Cousiño. Fuente: Elaboración propia en base a información transaccional.**

En general se observa que existe una correlación negativa entre el precio y las unidades vendidas, pero de todas formas se presentan datos que no son intuitivos como que las mayores compras se realicen a un precio intermedio, o que cuando el precio es bajo (alrededor de \$10.000) no se vendan tantas unidades (en promedio 50). Este fenómeno puede explicarse por la dualidad que presentan los productos de moda, donde la demanda no sólo depende del precio sino también tiene un factor estacional que hace variar la disposición a pagar. Entonces para el caso donde se venden pocas unidades a pesar de que el precio está bajo se explica porque corresponde a las últimas semanas de la temporada, donde el interés por estos productos es menor. Por su parte las fuertes ventas realizadas a precios intermedios corresponden a semanas de temporada alta y cercanas a navidad.



**Gráfico 10: Tasa Compra v/s Precio promedio semanal Sucursal Cousiño. Fuente: Elaboración propia en base a información transaccional y de cámaras de video.**

Una variable interesante a observar de la nueva información disponible es la tasa de compra, que expresa cuántas transacciones se realizan sobre el tráfico. Se puede observar la correlación negativa que presenta la tasa de compra con los precios e indica que a menores precios hay más compras sobre los que entran. Esto da pie para fundamentar la influencia que tienen los precios en la decisión de comprar de los clientes una vez que están en la tienda, razón por la cual la gestión de precios se vuelve tan importantes. Los valores que se salen más de la norma son precisamente los relacionados con las últimas semanas de ventas, lo que da cuenta también de la estacionalidad de los productos, ya que al final de la temporada, a pesar de que se baje el precio, el público no va a estar interesado.

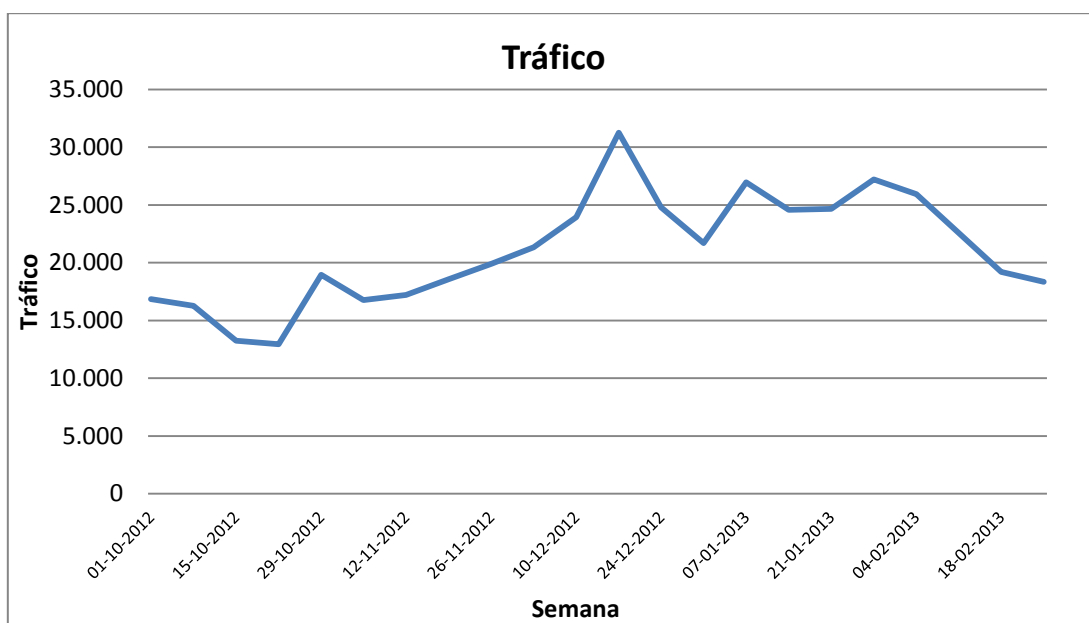
Luego, a partir de lo anterior se fundamenta que los productos elegidos presentan estacionalidad y además su demanda se ve afectada por el precio, con lo que se concluye que son idóneos para la realización del modelo de *pricing* dinámico.

## 8.2 ESTIMACIÓN DE DEMANDA

En el siguiente apartado se presentará la estimación de demanda para los productos escogidos anteriormente, utilizando un precio de reserva para todo el período.

### 8.2.1 Estimación de demanda con un precio de reserva (Modelo I)

Se tomaron los datos de tráfico diarios y se sumaron para obtener la estimación de la tasa semanal. Se utilizaron todas las sucursales menos Apumanque porque tenía un mes de datos faltantes dentro de la temporada. En el siguiente gráfico se puede analizar las variaciones de tráfico en el tiempo:



**Gráfico 11: Tráfico Semanal**

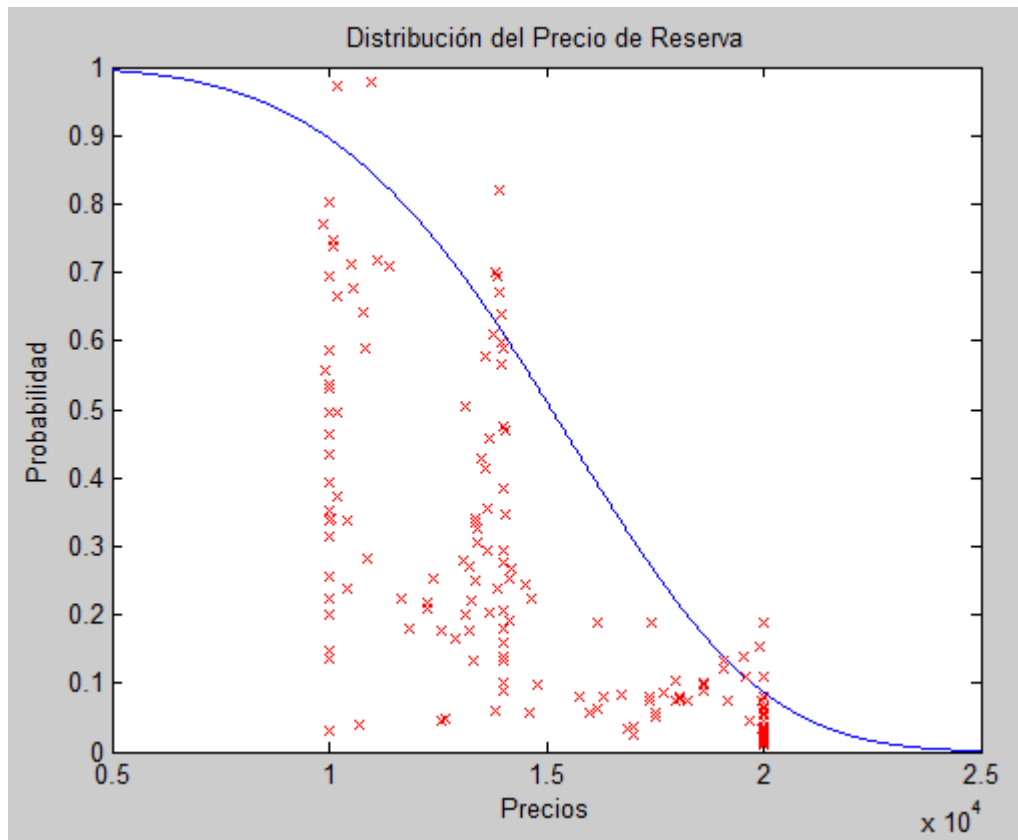
En los primeros meses (octubre) se presenta un tráfico menor, que luego asciende a su *peak* en la semana previa a navidad y se mantiene en un nivel relativamente alto en las primeras semanas de enero para luego decaer en febrero. La tasa semanal va desde las 13.000 personas por semana, hasta superar las 30.000, correspondiente a 7 sucursales con datos de tráfico.

Se tomó el precio por transacción del grupo de productos escogidos y presentados en la sección anterior. Luego se ingresaron al software R y utilizando el paquete MASS y el comando `fitdistr()` se encontraron los parámetros de la función Weibull que más se ajustaba. Finalmente se realizó el test de Kolmogorov-Smirnov, que arrojó un p-valor de 0.01308, con lo cual se confirma que los precios se distribuyen como una función Weibull con los siguientes parámetros:

Parámetro	Valor
<b>p-valor</b>	0.013
<b>a</b>	16404.27
<b>b</b>	4.48

**Tabla 4: Parámetros Weibull. Fuente: Elaboración Propia (Ver output R en Anexo H)**

Con estos datos se utilizó el programa Matlab para graficar la curva obtenida y de esta manera poder observar el ajuste con los datos. A continuación se presenta el gráfico de la distribución del precio de reserva generado:



**Ilustración 3: Distribución del Precio de Reserva. Fuente: Elaboración Propia en Matlab**

Se desprende del gráfico anterior que en general los precios presentan un buen ajuste a la distribución de Weibull, aunque existen valores que se escapan de la norma. Al igual que en gráficos anteriores es posible que sea por el efecto estacional que presentan estos productos. Se concluye que a menores precios la probabilidad de comprar es muy alta y cuando el precio asciende a su precio máximo la probabilidad de comprar es mucho menor.

Luego se construye la demanda de cada período a partir de la tasa de llegada y la probabilidad de comprar dada por la distribución de Weibull a través de la siguiente fórmula:

$$\hat{\lambda} = \lambda_k(e^{-(p/a)^b})$$

**Ecuación 28: Demanda promedio**

Con esos datos se obtiene la siguiente estimación a nivel semanal de la demanda:

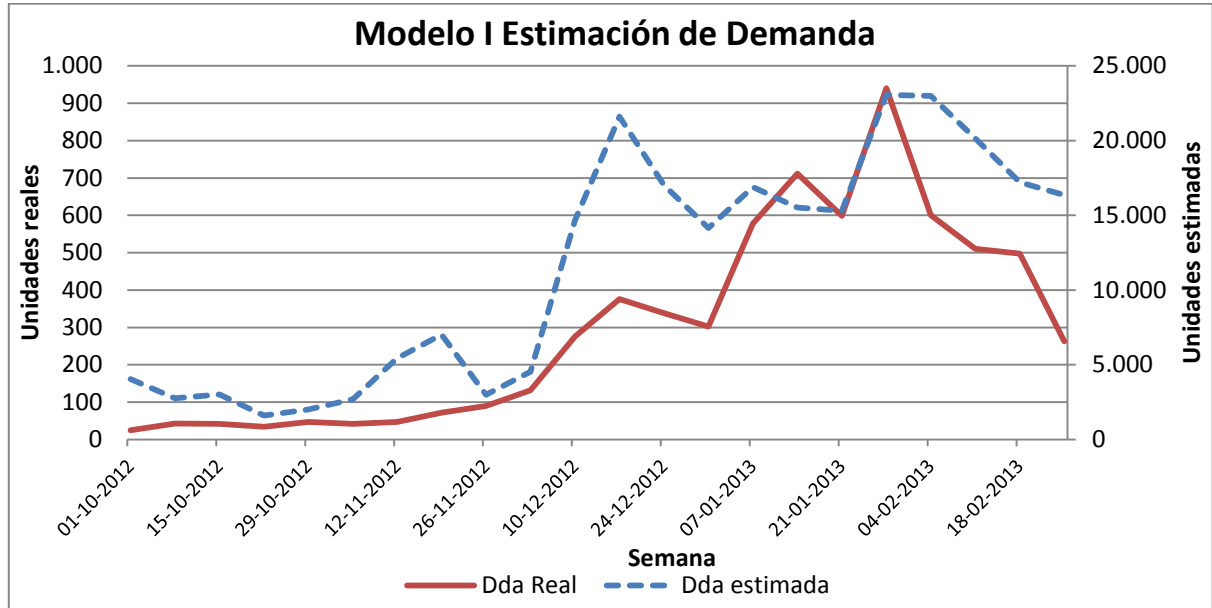


Gráfico 12: Estimación de Demanda simple. Fuente: Elaboración propia

El modelo presenta errores al sobrestimar la demanda, pero se aprecia también que la forma de la curva no difiere tanto de la real, por lo cual se decidió que para mejorar la estimación se debían definir ciertas constantes de ajuste. Estas corresponden a parámetros mensuales que minimicen el error promedio porcentual, con lo cual se obtiene el siguiente resultado:

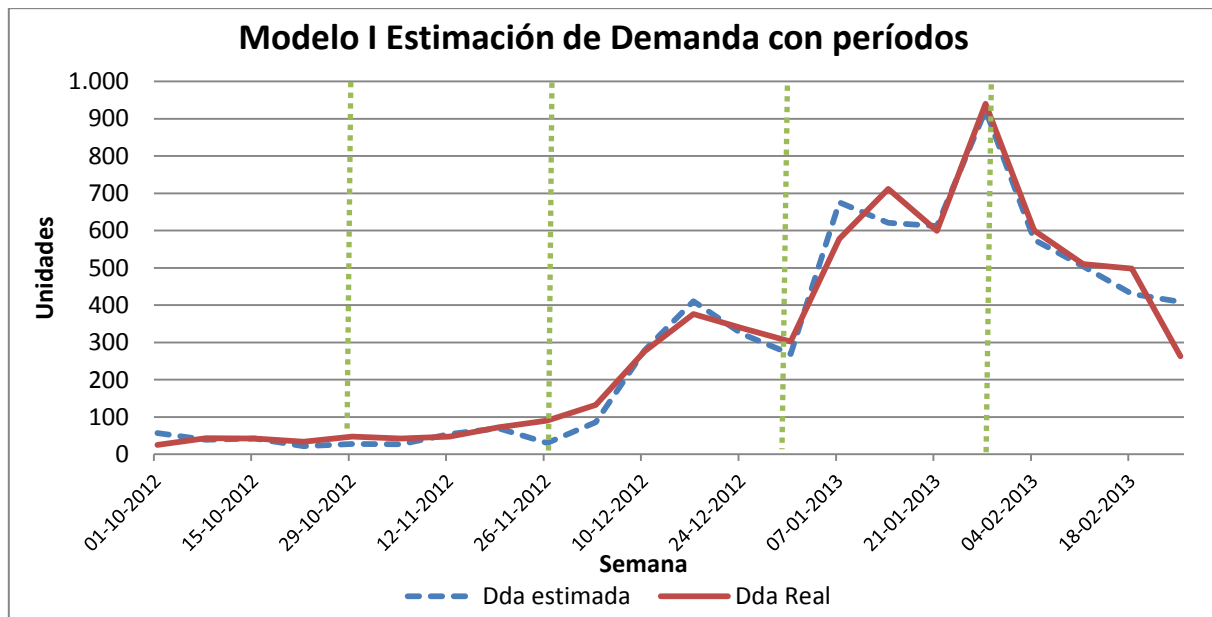


Gráfico 13: Estimación de demanda con períodos Modelo I. Fuente: Elaboración propia



Cabe destacar que los períodos corresponden a los mismos períodos en los cuales se propondrán cambios en los precios. Al incluir estos períodos se obtiene un acercamiento mucho mayor a la demanda real, lo mismo ocurre al estimar de los ingresos, que se puede apreciar en el Anexo I. A continuación se presentan los indicadores de ajuste para esta estimación:

Indicador	Valor
<b>MAD</b>	33,9
<b>MAPE</b>	22,8%
<b>RSME</b>	50

Tabla 5: Indicadores de Ajuste Estimación de demanda con períodos y un precio de reserva

Las mayores diferencias se producen en la primera semana de estimación, esto principalmente porque se comienza vendiendo muy pocas unidades. De no considerar esa semana el error porcentual promedio bajaría a un 17%. Finalmente el resumen de los parámetros con los cuales se modeló la demanda se puede encontrar en el Anexo J.

En general se aprecia un muy buen comportamiento del modelo. Una de las ventajas de utilizar el primero por sobre el Modelo II (en Anexo G) es que requiere de menos parámetros. Con respecto a los indicadores de ajuste ambas estimaciones presentan un comportamiento similar, por lo cual este valor no permite elegir uno por sobre el otro. A continuación se analiza la sensibilidad de las soluciones con el fin de evaluar cómo se comportan los modelos con respecto a variaciones en sus parámetros y así tener una visión más amplia de la aplicabilidad de cada uno.

### 8.2.2 Análisis de sensibilidad

El primer análisis de sensibilidad que se presentará es cómo varían los errores de estimación al hacer variar el tráfico. Para esto se realizarán 100 simulaciones en donde el tráfico variará cada semana hasta un 15% (más o menos con respecto al valor original), con lo cual se obtienen las siguientes variaciones de los errores de estimación:

Modelo I	Valores Originales	Promedio	Mínimo	Máximo
<b>MAD</b>	33,9	41,9	27	57,2
<b>MAPE</b>	22,8%	24,7%	20,6%	28,1%
<b>RMSE</b>	50	59,3	40,7	79,8

Tabla 6: Variación de métricas de ajuste Modelo I, con respecto a variaciones en el tráfico.  
Fuente: Elaboración Propia

En promedio el error porcentual aumento en menos de un 2%, lo cual es satisfactorio ya que aun así se encuentra bajo un 25% y en el peor de los casos, en el máximo error presentado en las 100 iteraciones el error absoluto porcentual no superó el 30%.

En cuanto al error absoluto promedio este crece en 8 unidades para ambos modelos, en cambio el indicador RMSE aumenta de 50 a 60 aproximadamente. Se concluye que con respecto a las variaciones que pudiesen existir en el tráfico ambos modelos se comportan de manera estable. Para ver en detalle los resultados dirigirse a Anexo K.

Continuando con el análisis de sensibilidad se evaluó el comportamiento del modelo en otra temporada para determinar qué tan bien predice la demanda con datos desconocidos. Para esto se tomó los artículos vendidos en la temporada 2011-2012 cuyo precio máximo fuera de \$19.995, esto porque no se cuenta con información de la temporada siguiente por lo tanto se utilizó los datos de la temporada anterior a la que se calibró el modelo. Además, como no se dispone de información de tráfico para ese período, se utilizó los datos de cámaras modificados en un 15% más o menos para simular el tráfico en esa temporada.

En total resultaron ser 20 artículos de los cuales se vendieron un total de 5.441 unidades a lo largo de la temporada. Este dato es importante porque será necesario ajustar el tamaño de la curva para pronosticar de un período a otro de acuerdo a valores como el crecimiento presentado por la empresa o simplemente a la cantidad de artículos disponibles en el rango de precios. De esta manera el modelo considera como input el total de unidades que se espera vender a lo largo de la temporada, variable que va integrada en los parámetros de ajuste y los precios reales aplicados en esa temporada. A continuación se puede observar la estimación de demanda realizada:

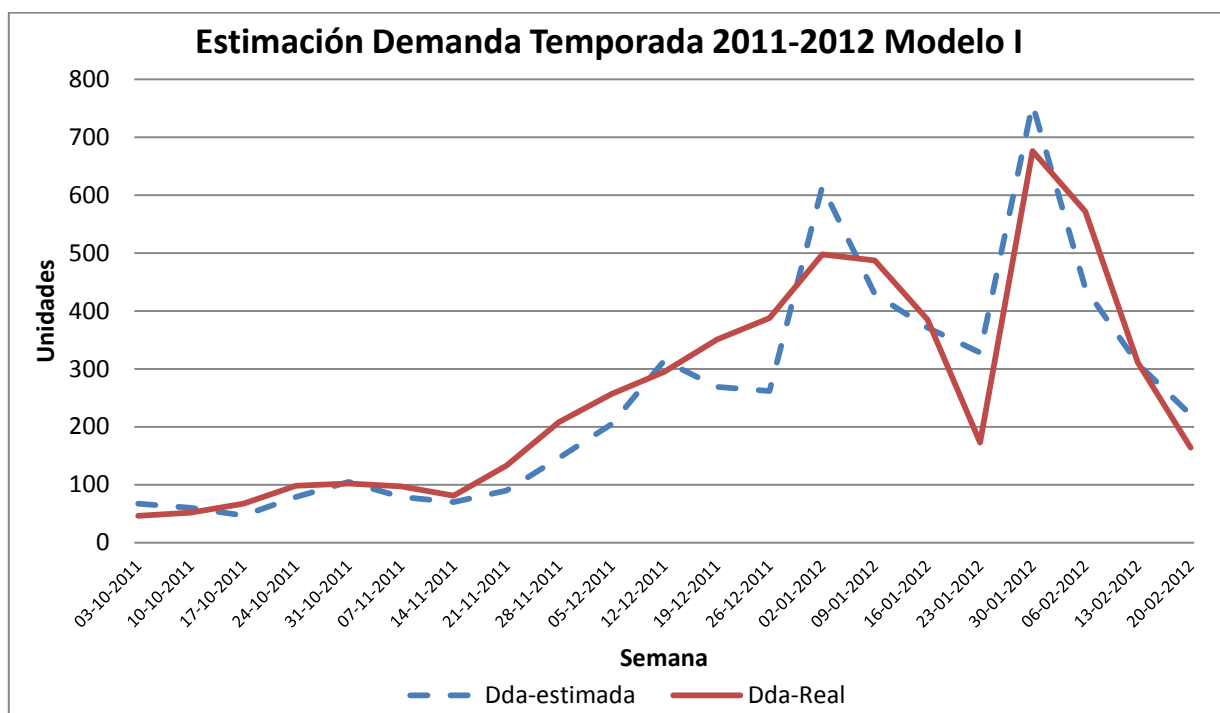


Gráfico 14: Estimación de Demanda Temporada 2011-2012, Modelo I (ver Anexo L). Fuente: Elaboración Propia

Al observar el gráfico se aprecia un ajuste alentador ya que sigue de forma bastante precisa los cambios en la demanda. Como se ha hecho oscilar el tráfico de manera aleatoria también se presentará a continuación el resumen de las métricas de ajuste observadas en 100 iteraciones:

Modelo I - Demanda Anterior	MAD	MAPE	RMSE
<b>Promedio</b>	56,8	27,5%	77,1
<b>Mínimo</b>	42,7	21,8%	59,2
<b>Máximo</b>	67,4	31,5%	93,5

Tabla 7: Resumen Indicadores de Ajuste Modelo I Demanda 2011-2012

Se obtiene un error un tanto mayor al presentado en la temporada donde se calibró el modelo, pero incluso variando el tráfico el valor máximo obtenido en el indicador MAPE es de un 31,5%. Para mayor detalle refiérase a Anexo M.

### 8.2.3 Comparación información transaccional y de tráfico

Uno de los objetivos de este trabajo es evaluar el potencial que tiene la información de cámaras en comparación con la información transaccional, tanto en el modelo de estimación de demanda como en otras aplicaciones interesantes para esta nueva información.

Con este fin se redefinió la estimación de demanda evaluada anteriormente pero utilizando sólo información transaccional, reemplazando la información de tráfico por las transacciones registradas en las sucursales, supuesto regularmente utilizado cuando no se cuenta con información de tráfico [2]. Con este cambio fue necesario volver a calcular los parámetros de ajuste, pero no las distribuciones de precios pues no se ven afectadas por el tráfico. A continuación se presentan los resultados del modelo I con este nuevo método:

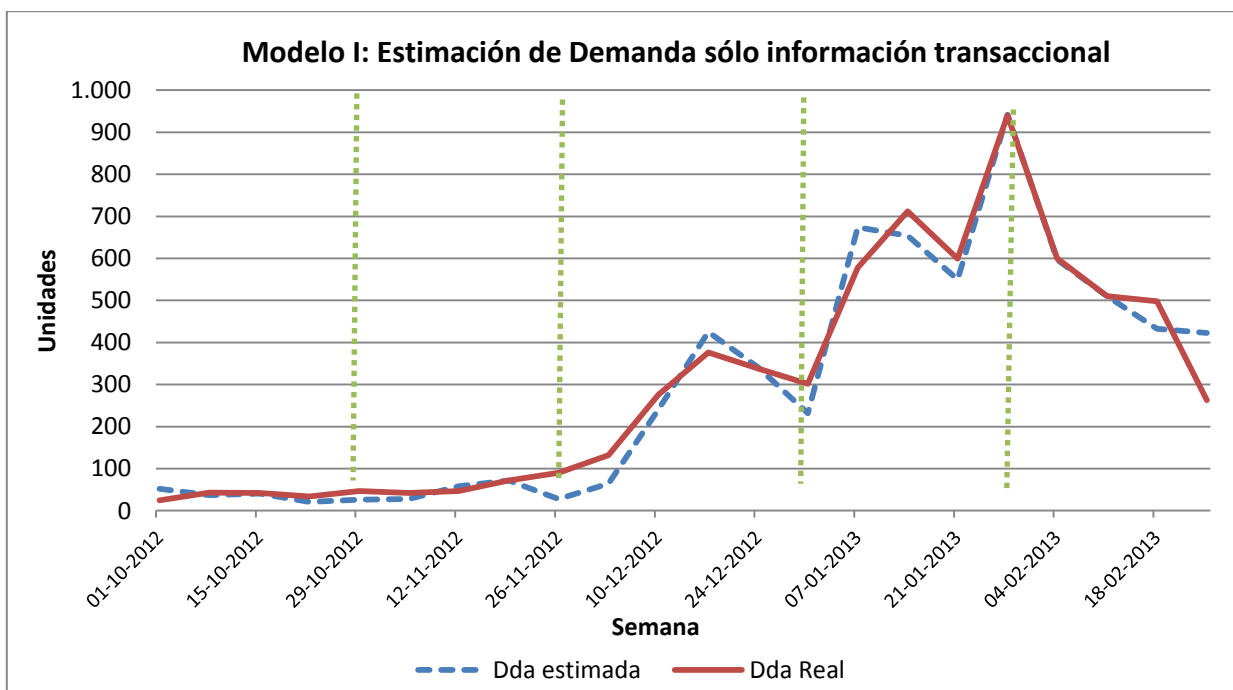
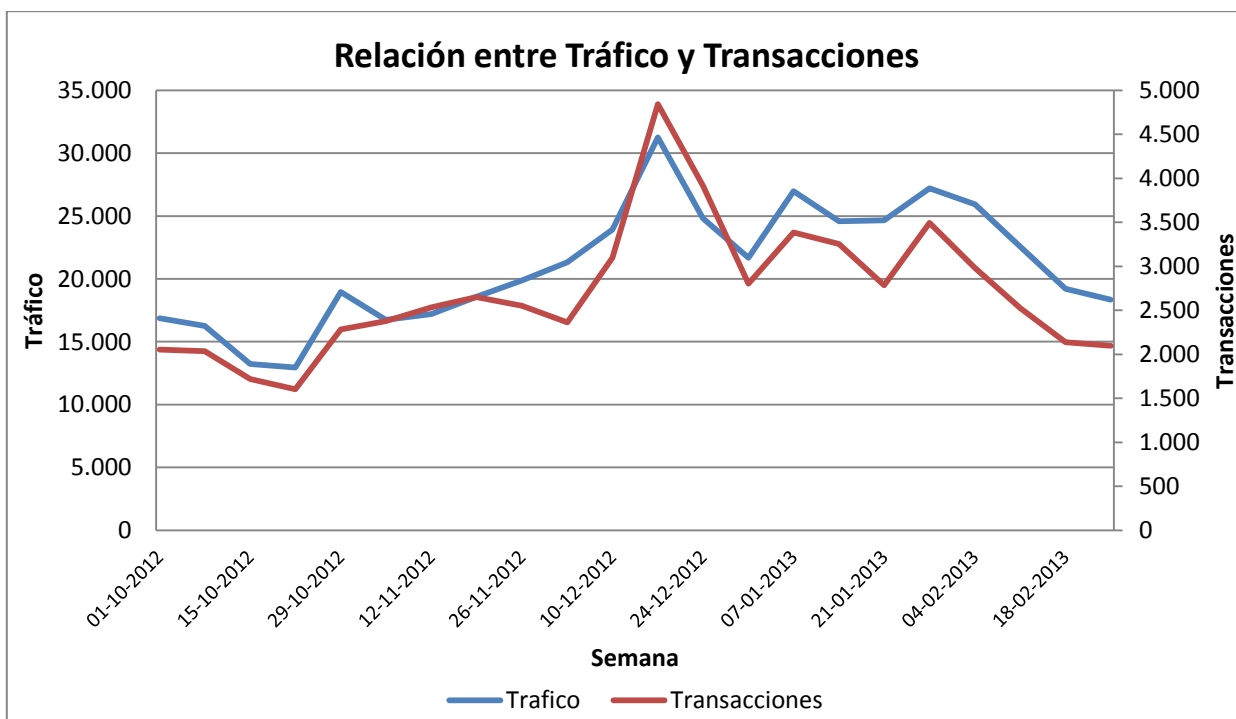


Gráfico 15: Estimación de demanda modelo I usando sólo información transaccional. Fuente: Elaboración propia.

Indicador	Modelo I	
	Sólo Información Transaccional	Con información de tráfico
<b>MAD</b>	37	33,9
<b>MAPE</b>	24,6%	22,8%
<b>RSME</b>	53,7	50

Tabla 8: Comparación de Indicadores de ajuste

Se observa que se obtiene un ajuste similar al alcanzado con la información de tráfico, aumentando el error porcentual promedio sólo en un 2% al utilizar sólo la información transaccional. En este sentido el aporte de la información de cámaras en la calidad de la estimación sería menor al esperado, esto se explica principalmente por la gran correlación que existe entre ambas variables, cuyo valor es de 0,91, con lo cual usar una u otra fuente de información no generaría mayores diferencias. En el siguiente gráfico se muestra la variación del tráfico y de la cantidad de transacciones en el período en estudio, con el fin de mostrar la correlación de las variables:



**Gráfico 16: Relación tráfico y transacciones**

Se observa que efectivamente ambas variables están muy correlacionadas, el *peak* tanto de tráfico como de transacciones se sitúa en las semanas previas a navidad y luego decaen a sus valores estándar. Otra métrica interesante para evaluar la relación entre el tráfico y las transacciones efectuadas en los locales es el ratio tasa de conversión:

$$Tasa\ de\ Conversión = \frac{Transacciones}{Tráfico}$$

**Ecuación 29: Tasa de Conversión**

Este ratio permite determinar cuántas de las personas que entraron en la tienda finalmente compraron algún producto y con esto, evaluar el desempeño dentro del local (una vez que entraron a la tienda). La tasa de conversión está creciendo en importancia entre los *retailers* porque existe evidencia que afirma que un crecimiento en este ratio se encuentra asociado positivamente con la lealtad del cliente [2].

En el siguiente gráfico se muestra el tráfico, las transacciones y la tasa de conversión representada por el volumen de las burbujas para las distintas sucursales con información de cámaras:

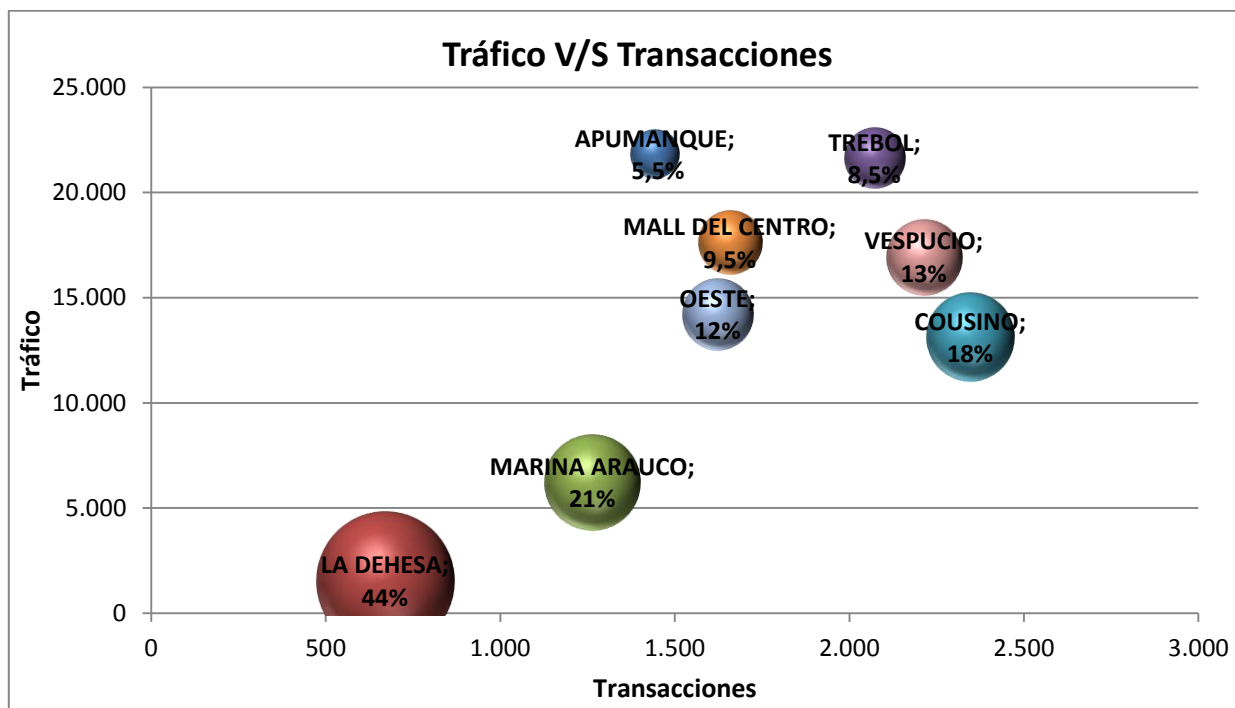


Gráfico 17: Comparación tasa de conversión entre sucursales. Fuente: Elaboración Propia

Los valores presentados son promedio de las sucursales en el período en estudio. Hay tiendas con una tasa de conversión muy grande como La Dehesa (44%) y otras muy pequeñas como Apumanque (5,5%), en general se cumple que a mayor tráfico la tasa de conversión es menor. Si bien esa es la tendencia, hay tiendas con tráfico similar que rompen esta regla, como es el caso de las sucursales de Oeste y Cousiño, que teniendo niveles similares de tráfico la segunda convierte del orden de mil transacciones más o en otras palabras su tasa de conversión es un 50% mayor.

Existe entonces una relación entre la tasa de conversión y el tráfico, donde el primer indicador explica si los productos con todas sus características son interesantes para el cliente una vez que está dentro de la tienda y el tráfico por su parte explica si la tienda en general es atractiva para los potenciales clientes ya que decidieron entrar. Estas son dos etapas de las que se debe encargar el *retailer*, tener una tienda atractiva, ubicada en un sector donde lleguen clientes del perfil que se ofrece para aumentar el tráfico y una vez que están en la tienda idear una experiencia de compra que convierta ese una compra potencial en una transacción para mejorar la tasa de conversión.

Al integrar la información de cámaras con la transaccional llega a conclusiones desde otra perspectiva que no se tiene sólo con la información de las boletas. Se puede ver sucursales con alto tráfico pero baja tasa de conversión como es el caso de

Apumanque o Mall del Centro por ejemplo, se sugiere mejorar el resultado dentro del local. En general las medidas para mejorar este desempeño están orientadas a cantidad de personal y atención al público, surtido, precios, *layout* más atractivo, etc. por lo tanto el modelo de *pricing* que propone este trabajo se presenta como una buena opción para mejorar el desempeño dentro de las tiendas, porque permite obtener los beneficios del *revenue management*.

Por otra parte están las tiendas con alto tráfico y nivel de transacciones, son sucursales con un comportamiento ideal, donde las mejoras podrían venir por aumentar los niveles de ventas a través del ticket promedio por ejemplo.

Finalmente se encuentra un grupo con bajos niveles de tráfico y de transacciones, pero que aún así presentan una tasa de conversión mayor, en estos casos se sugiere generar acciones de marketing que permitan atraer más público a la tienda, porque el desempeño una vez que están en la tienda es satisfactorio (ver ejemplo en Anexo F). En el siguiente gráfico se ilustran los distintos tipos de sucursales y el tipo de acción de marketing sugerida:

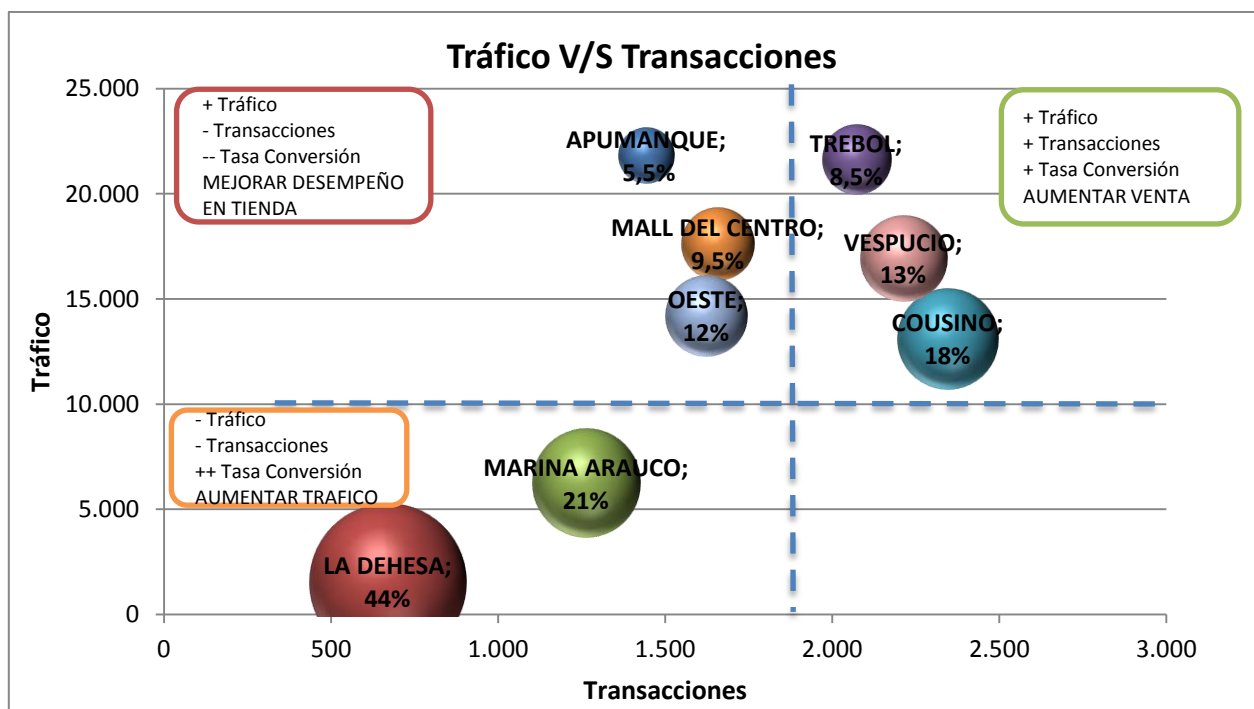


Gráfico 18: Tráfico v/s Transacciones v/s Tasa de Conversión. Fuente: Elaboración propia

Otro factor que no fue considerado en el análisis anterior es el perfil que tienen los Mall donde están ubicadas las tiendas. Por ejemplo en el último cuadrante estudiado nace la discusión de si estas tiendas son del segmento objetivo de Flores, ya que están ubicadas en sectores asociadas a perfiles ABC1. Si el *retailer* define que estos segmentos están dentro de su público objetivo deberá tomar medidas distintas para

mejorar el desempeño, en particular el tráfico, que en tiendas más masivas como es el caso de Trebol o Mall del Centro. Algunas medidas orientadas a segmentos de mayores ingresos son productos más exclusivos, mejor atención, vitrinas más llamativas, marcas que sólo se vendan en esas sucursales, entre otras. Pero finalmente es el retailer el que debe buscar una orientación de acuerdo a los productos que ofrece.

Se estudió por otra parte la tasa de conversión de los artículos evaluados en la estimación de demanda. Con esto se busca evaluar cuáles son los factores que más afectan la tasa de conversión de estos artículos y cómo se relacionaban entre sí. Con este fin se definió la siguiente regresión lineal:

$$Tasa\ de\ Conversión = \beta_0 + \beta_1 * Precio + \beta_2 * Tienda + \beta_3 * Período$$

Ecuación 30: Regresión Tasa de Conversión

Se definieron los mismos períodos utilizados en el modelo I y usando datos semanales se obtuvo una regresión con un R<sup>2</sup> ajustado de 0,63. Se obtuvo que 5 de las variables explicaban la tasa de conversión de manera significativa (\*\*\*):

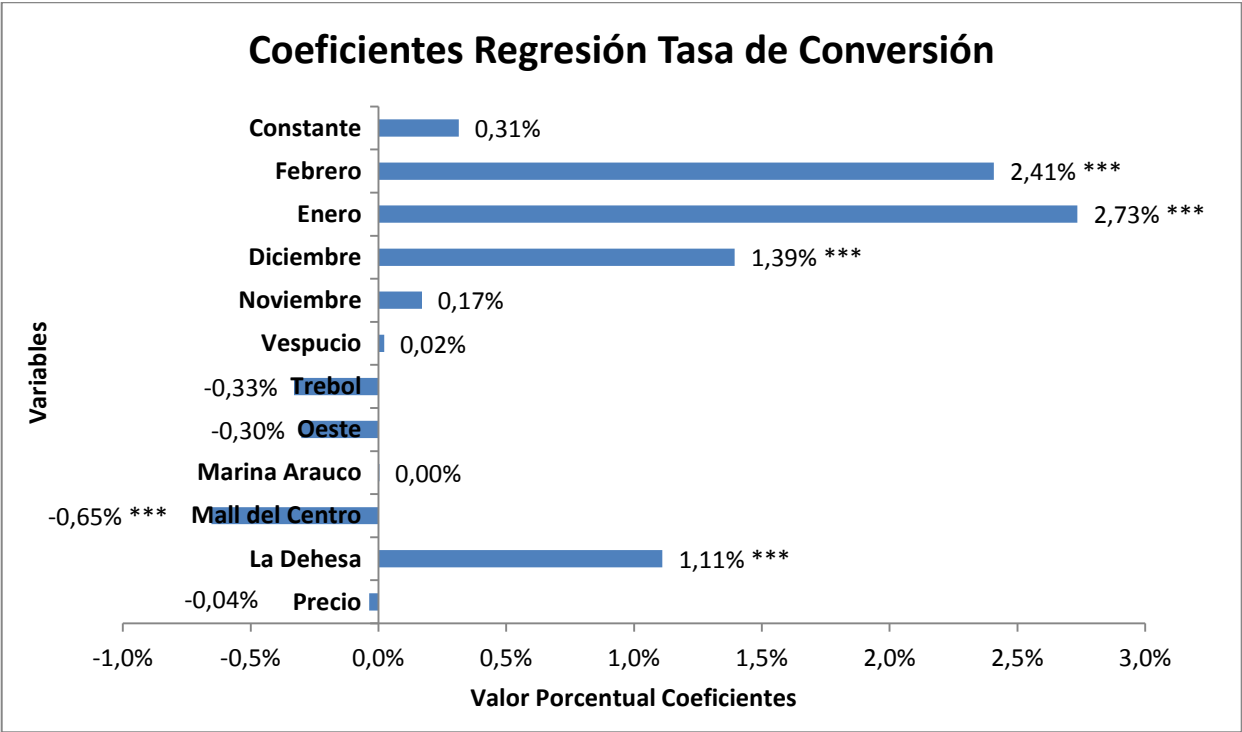


Gráfico 19: Regresión Lineal Tasa de Conversión. Fuente: Elaboración propia

De la regresión se concluye que los artículos son efectivamente estacionales, explicando principalmente la tasa de conversión los meses de diciembre, enero y febrero. Además hay sucursales que explican positivamente la tasa de conversión como es el caso de La Dehesa y otras como Mall del Centro tienen el efecto contrario (output



de Stata en anexo N). Para tener un análisis más acabado de cómo se compone la demanda se realizaron regresiones sobre los ingresos y las transacciones, obteniéndose en general las mismas variables relevantes que para el caso de la tasa de conversión (ver Anexo O).

A pesar de que la regresión definió que el precio es una variable que no es significativa se destaca por la alta correlación existente entre esta variable y la tasa de conversión (correlación de -0,56, ver resultados de correlaciones en anexo P).

### 8.3 OPTIMIZACIÓN DE PRECIOS

La optimización de precios busca maximizar los ingresos en el período resolviendo el problema de forma recursiva en las distintas etapas que se definan. En el siguiente apartado se presentarán los datos, funciones y restricciones utilizadas se mostrarán 2 resultados, primero sin restricciones de precios y segundo donde no se permite que el precio suba de un período a otro, es decir una política de descuentos permanentes.

#### 8.3.1 Restricciones e Input del Modelo

En esta instancia es importante recordar que lo que se busca es maximizar los ingresos a partir de la siguiente función objetivo:

$$V_k(c_k) = \max_{p \in I} E_{D_k} [p * \min\{D_k, c_k\} + V_{k-1}(c_k - \min\{D_k, c_k\})]$$

**Ecuación 31: Función Objetivo**

Con:

$$P(D_k(p) = j) = \frac{(\lambda_k(1 - F(p))T_k)^j e^{-\lambda_k(1 - F(p))T_k}}{j!}$$

**Ecuación 32: Probabilidad de la Demanda**

En el caso del modelo con restricciones, en la cual no se permite que el precio suba, se modificó la función objetivo de la siguiente manera:

Función Objetivo con restricción:

$$V_k(c_k) = \max_{p \in I} E_{D_k} [p * \min\{D_k, c_k\} + V_{k-1}(c_k - \min\{D_k, c_k\})] + M$$

**Ecuación 33: Función Objetivo con Restricción de Precios**

Donde:

$$M = \begin{cases} -100.000.000 & \text{si } p > p_{t-1} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

**Ecuación 34: Restricción de Precios**

Para resolver el problema de optimización numéricamente se definió un conjunto factible de precios de acuerdo a las políticas de precios utilizadas por la empresa como sigue:

$$I = \{\$9.990, \$10.990, \dots, \$20.990, \$21.990\}$$

**Ecuación 35: Conjunto de Precios Factibles**

Además se consideró un stock inicial un 10% mayor a las unidades vendidas en la temporada:

$$S_0 = 7.223 \text{ unidades}$$

**Ecuación 36: Stock Inicial**

Dado lo anterior, a continuación se detallan los valores de los parámetros utilizados para cada período en el caso del modelo que considera una distribución del precio de reserva para toda la temporada:

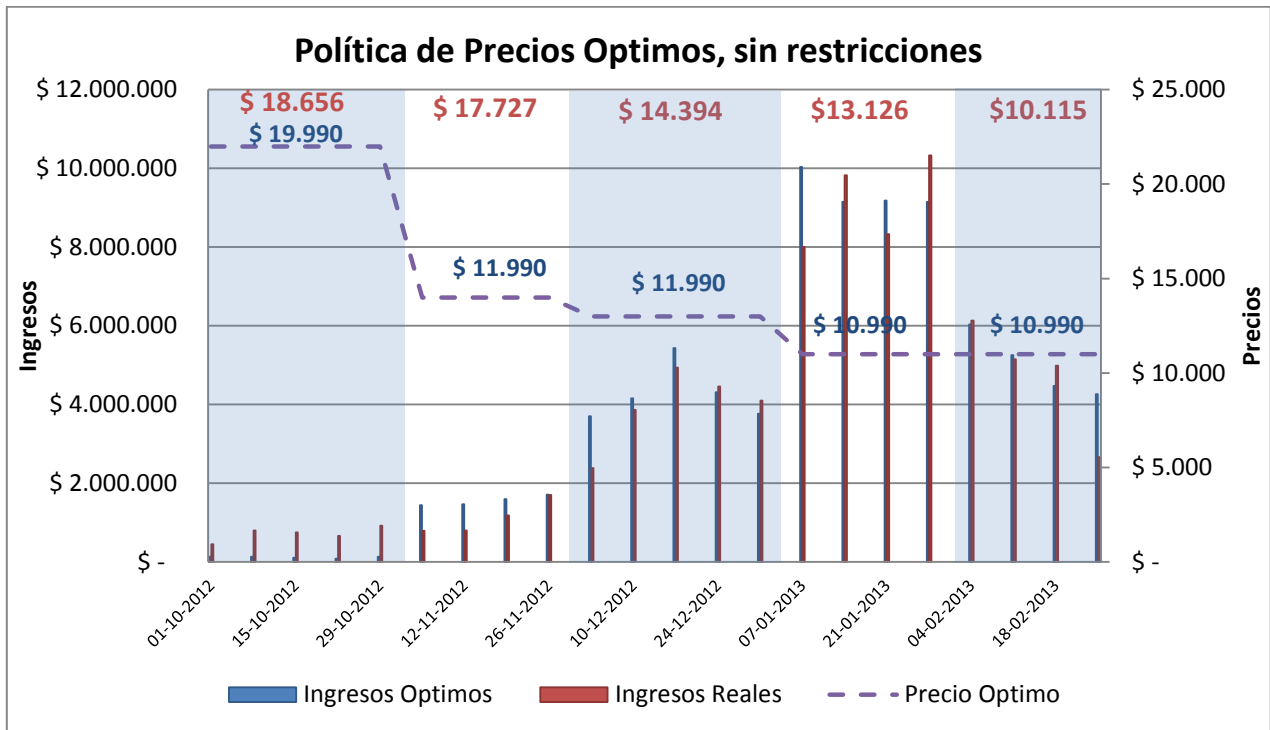
Período	k	T	Lambda	Ajuste	a	b
1	5	5	15.649	0,014	16.404,27	4,48
2	4	4	18.102	0,010	16.404,27	4,48
3	3	5	24.601	0,019	16.404,27	4,48
4	2	4	25.854	0,040	16.404,27	4,48
5	1	4	21.515	0,025	16.404,27	4,48

**Tabla 9: Parámetros Optimización de Precios Modelo I**

Es importante destacar que la función objetivo representa la esperanza de los ingresos, por lo cual los resultados corresponden a la maximización de la probabilidad conjunta detallada anteriormente. Se recalca este punto porque a pesar de que la optimización recibe como input el modelo de estimación de demanda este modelo no se presenta como probabilístico sino como la tasa del proceso de poisson que lo representa, es decir, la media. En este sentido se tomarán los precios que maximicen la esperanza, además cabe recordar que la optimización decide de acuerdo al período y al stock restante qué precio poner considerando los resultados pasados de manera recursiva. Con estos parámetros se obtienen los resultados de los modelos de optimización.

### 8.3.2 Resultados Optimización Modelo I

- Caso sin restricciones



**Gráfico 20: Política de precios óptimos, Modelo I sin restricciones**

Las barras azules representan los ingresos estimados al aplicar la política de precios óptimos propuesta, graficada en la serie azul. Para poder comparar con la política real de precios se ha especificado el precio real promedio en cada período en rojo.

Al principio de la temporada no es posible aumentar drásticamente la demanda a través de incentivos de precios por lo que se decide imponer un precio alto, que a pesar de no generar tan altos ingresos permitirá tener más unidades para los períodos siguientes. Luego se continúa con un precio inferior al real para comenzar a incentivar más la demanda. En los períodos de alta demanda la optimización propone precios inferiores a los reales, esto porque se busca vender todas las unidades disponibles. Se observa una baja y posteriormente un aumento en el precio porque dadas las unidades restantes la optimización arrojó que era necesario incentivar más la demanda, pero luego se desaceleró ese crecimiento. A nivel macro los resultados obtenidos a través de este modelo son los siguientes:

Indicador	Resultado
<b>Ingresos Reales</b>	\$ 83.202.653
<b>Ingresos Óptimos</b>	\$ 88.893.770
<b>Crecimiento</b>	6,84%
<b>Unidades Vendidas</b>	7.223

**Tabla 10: Resumen Resultados Optimización Modelo I sin restricciones**

- Caso con restricciones

En este caso se ha agregado la restricción de que los precios no puedan subir de un período a otro en orden cronológico como sucede en el modelo sin restricciones. Se obtiene los siguientes resultados:

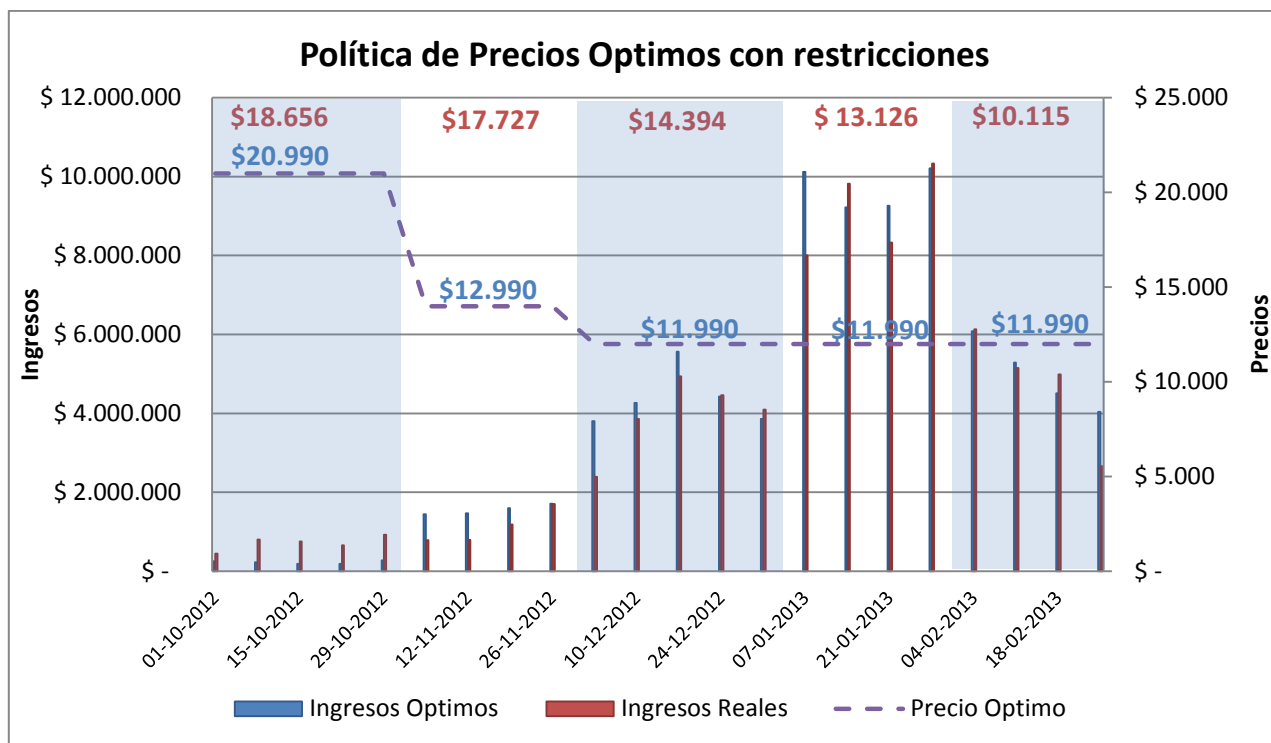


Gráfico 21: Política de precios óptimos, Modelo I con restricciones

Indicador	Resultado
Ingresos Reales	\$ 83.202.653
Ingresos Óptimos	\$ 87.977.770
Crecimiento	5,74%
Unidades Vendidas	7.223

Tabla 11: Resumen Resultados Optimización Modelo I con restricciones

La lógica de precios es similar a la solución anterior, sólo que desde el período 3 la restricción impuesta no permite que se baje el precio y luego se vuelva a subir. En los primeros dos períodos se aprecia un precio mayor al impuesto en el modelo sin restricciones y al real observado en la tienda, esto con el fin de concentrar la demanda en las etapas posteriores, ya que como se mencionó anteriormente al principio de la temporada es más difícil generar cambios considerables en la demanda dada la estacionalidad de los productos.

En todos los modelos se presenta una relación similar entre los precios impuestos por el *retailer* especialista y los generados por la optimización. La principal diferencia con el *retailer* es que este comienza los descuentos en una etapa muy tardía por lo que termina vendiendo muchas unidades a un precio muy bajo al final de la temporada. Lo

que propone la optimización es concentrar aún más la venta en los períodos de plena estación, bajando los precios drásticamente entre los períodos de más alta demanda, para evitar que queden muchas unidades en el último período. En las semanas *peak* de ventas se propone un precio relativamente inferior al impuesto por el *retailer*.

Finalmente dados los resultados de ambos modelos se propone como política de precios óptimos comenzar con un precio alto de \$20.990, luego en noviembre realizar una baja considerable en los precios a \$12.990 para aprovechar el comienzo de la estacionalidad. En el mes de diciembre volver a bajar el precio en una cantidad menor \$11.990, que es menor al establecido por el *retailer* en este período *peak* para incentivar aún más la demanda, y desde ese mes mantener el precio ya que se ajusta para vender el *stock* restante en ese período. Con esta política de precios se espera tener un aumento de los ingresos de alrededor de un 5%.

## 9. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En el presente trabajo se plantea una metodología de fijación de precios óptimos para productos de moda en un retailer especialista, utilizando información transaccional y de cámaras de video.

Las políticas de precios óptimos se presentan como una herramienta eficaz y eficiente para ajustar de forma dinámica la intensidad de la demanda con el fin de obtener mejores resultados económicos. En este sentido se cumplió el objetivo de la memoria pues finalmente se definió una política de precios para productos de moda, estableciendo el precio en cada período a través del uso de información transaccional y de tráfico.

La metodología utilizada propuesta por Bitran [7] consta de dos partes, estimación de demanda y optimización de precios. Para la estimación de demanda se utiliza la tasa de llegada de clientes a la tienda y la probabilidad de que compren dado su precio de reserva. Para la optimización de precios se busca maximizar el *revenue* esperado de manera recursiva a través del proceso estocástico generado a partir del modelo de estimación de demanda.

Se concluye que la metodología se adecua de buena manera a las características del problema. En una etapa preliminar se determinó la estacionalidad de la demanda, la sensibilidad al precio que presentaban los clientes y que el tráfico no dependía de los patrones habituales de compra de los clientes. Con lo anterior se cumplen los supuestos del modelo. Se destaca que a partir de esta metodología se puede filtrar el efecto neto del precio en la estimación de demanda, independiente del tráfico, característica que pocos modelos presentan.

La estimación de demanda se realizó de dos maneras, la primera considerando una distribución del precio de reserva en todo el horizonte de planeación y la segunda, considerando distintos precios de reserva. Ambos modelos presentaron un buen ajuste, con un error porcentual promedio de 22,8% para el modelo I y del 24,7% para el modelo II. Del análisis de sensibilidad realizado se desprende que ambos modelos se adaptan bien a nuevas características de tráfico. Además cuando se evaluó el modelo I en otra temporada presentó un error bajo de un 27,5%, sin embargo no se obtuvo buenos resultados para el modelo II pues los resultados son muy dependientes de la calibración del precio de reserva, que fue con precios decrecientes en el tiempo y la otra temporada presentaba un precio relativamente alto para todo el período. Bajo estos resultados se elige el modelo I porque presenta mejor adaptabilidad a distintas características de precios sin sobreestimar la elasticidad a este como lo hace el modelo II, además se modela la distribución del precio de reserva con más datos lo cual arroja un resultado más riguroso.

En cuanto al aporte de la información de cámaras por sobre la información transaccional en el ajuste del modelo se concluye que son bastante similares, pero que la información de tráfico presenta leves mejoras. Esto sucede principalmente porque ambos datos se encuentran muy correlacionados (0,91).

Se estudió el ratio correspondiente a la tasa de conversión de cada tienda y de los productos que se están evaluando. Se determinó que en este sentido la información de

cámaras adquiere mayor relevancia. En estudios anteriores se determinó que este ratio se encuentra asociado positivamente con la lealtad del cliente [2] por lo cual está tomando fuerza entre los retailers. En las sucursales con un flujo alto y baja de conversión el precio se presenta como una herramienta útil para gestionar el desempeño una vez que los clientes están en el local.

Con esta nueva información se realizó una evaluación alternativa del desempeño de las sucursales que sin datos de cámaras sería imposible de realizar, concluyendo que el *retailer* debe centrarse en 2 etapas, la primera es buscar una ubicación y una imagen de la tienda atractiva para los clientes para poder aumentar el tráfico. Luego, una vez que los clientes están en la tienda se evalúa el desempeño interno de ésta a través de la tasa de conversión. Se observaron 3 tipos de sucursales, el primero con alto tráfico y baja tasa de conversión al cual se le propone mejorar su desempeño interno para lo cual el modelo de *pricing* se presenta como una alternativa interesante. Un segundo grupo con alto tráfico y a su vez una alta tasa de conversión, estas sucursales se consideran optimas y sólo se recomienda buscar alternativas para aumentar indicadores como el ticket promedio. Finalmente se encuentran tiendas con bajo tráfico pero muy alta tasa de conversión, donde el desempeño interno de la tienda es muy positivo. Para estas tiendas se propone en primer lugar definir si realmente son del segmento objetivo del *retailer* y luego, si se define que sí buscar alternativas que permitan aumentar el tráfico que vayan orientadas al perfil de clientes de esas tiendas.

Se realizó una regresión para explicar los factores que afectan la tasa de conversión de los productos que se están estudiando, se obtuvo un  $R^2$  ajustado de 0,63 y las siguientes conclusiones: existen 4 variables que explican positivamente la tasa de conversión, que son las dummies correspondientes a diciembre, enero y febrero y la sucursal de La Dehesa. Por su parte la sucursal del Mall del Centro afecta negativamente la tasa de conversión de estos productos. Si bien el precio no resultó ser una variable significativa en el modelo, se destaca de todas maneras pues presenta una correlación de -0,56 con la tasa de conversión.

Con respecto a la optimización de precios se obtuvo 4 resultados, correspondientes a los modelos I y II con y sin restricciones de política decreciente de precios. Finalmente se decidió que la política óptima, que cumple con los requerimientos y con las características de los productos de moda consiste en comenzar con un precio alto de \$20.990, luego en noviembre realizar una baja considerable en los precios a \$12.990 para aprovechar el comienzo de la estacionalidad. En el mes de diciembre volver a bajar el precio en una cantidad menor \$11.990, que es menor al establecido por el retailer en este período *peak* para incentivar aún más la demanda, y desde ese mes mantener el precio ya que se ajusta para vender el *stock* restante en ese período. Con esta política de precios se espera tener un aumento de los ingresos de alrededor de un 5%. El efecto que tienen estos precios es concentrar la demanda aún más en la temporada alta, vendiendo menos unidades al principio y al final, esto porque el supuesto de que al bajar los precios al principio se aumentará la demanda considerablemente se considera alejado de la realidad, además se propone un precio mayor que el real en el último período para adaptarse al bajo stock que ya queda a esa altura. Los precios intermedios aprovechan tanto la estacionalidad como la sensibilidad al precio presente en la temporada.



Se concluye que el problema de la fijación de precios del *retailer* especialista es que comienza de manera tardía con los descuentos, lo que desenlaza en que al final de la temporada de tiene mucho stock disponible el cual debe ser rematado a precios muy bajos. La solución propuesta es arriesgada ya que la mejora porcentual en los ingresos obtenida es menor que el error porcentual de la estimación de demanda, pero aún así la lógica desarrollada es mejor que la actual y en comparación con otros modelos de predicción de precios se considera que los resultados son positivos.

Se plantea que el trabajo realizado presenta gran potencial pero se podría aprovechar aún más en *retailers* con mayor cantidad de transacciones. Además, se cree que el trabajo adquirirá mayor relevancia cuando se lleve más tiempo registrando el tráfico y se puedan realizar análisis más exhaustivos, es un gran avance haber incorporado esta información pero es un campo que en el país recién está comenzando. Al incorporar más años de información se podrían realizar grandes mejoras al modelo, encontrando distribuciones de precios más acorde y realizando regresiones sobre el tráfico para poder estimar cómo variará en las temporadas futuras.

Se propone además evaluar otras distribuciones que se adecuen al problema, para determinar cuáles presentan mejor desempeño. En este sentido si bien la distribución de Weibull generó buenos resultados, resulta poco intuitivo ver cómo se representa la elasticidad-precio en esta distribución. Se sugiere además relacionar más directamente la esperanza de los ingresos que se está obteniendo con las unidades efectivamente vendidas en cada periodo, esto porque el problema de optimización considera como decisión independiente el precio que se pone en un período con respecto al siguiente. El problema de optimización planteado decide de acuerdo al período en que se encuentra y a las unidades disponibles qué precio tomar, entregando al *retailer* un camino de precios óptimos.

## 10. BIBLIOGRAFIA

- [1] W. Elmaghraby y P. Keskinocak, «Dynamic Pricing in the Presence of Inventory Considerations: Research Overview, Current Practices and Future Directions,» *Management Science*, 2003, pp. 1287-1309.
- [2] O. Perdikaki, S. Kesavan y J. Swaminathan, «Effect of Traffic on Sales and Conversion Rates of Retail Stores,» de *Manufacturing & Service Operations Management*, 2012, pp. 145-162.
- [3] G. Bitran y R. Caldentey, «An Overview of Pricing Models for Revenue Management,» 2003, pp. 203-229.
- [4] G. Bitran y S. Mondschein, «Pricing Perishable Products: An Application to the Retail Industry,» 1993.
- [5] M. A. De La O Fernández, *Modelo de Pricing Dinámico para Productos de Moda en un Retailer Especialista*, Santiago, 2010.
- [6] J. Vásquez, *Modelo de Pricing Dinámico para Productos de Moda en una Tienda por Departamento*, Santiago, 2010.
- [7] G. Bitran, R. Caldentey y S. Mondschein, «Coordinating Clearance Markdown Sales of Seasonal Products in Retail Chains,» *Operations Research*, Volumen 46, No. 5, Septiembre-Octubre 1998, pp. 609-622.
- [8] B. E. Lara Vallejos, *Pricing Dinámico para Productos de Moda en Tiendas por Departamento usando Información Transaccional de Clientes*, Santiago, 2010.
- [9] G. Bitran y S. Mondschein, *Periodic Pricing of Seasonal Products in Retailing*, 1997.
- [10] P. Chapman, J. Clinton y R. Kerber, *CRISP-DM: Step by step data mining guide*, 2000.
- [11] Tan, Steinbach y Kumar, «Introduction to Data Mining,» Boston, 2006, p. 2.
- [12] U. M. e. a. Fayyad, «From data mining to knowledge discovery: an overview,» AAI Press/ The MIT Press, 1996.
- [13] J. Moine, S. Gordillo y A. Haedo, «Análisis comparativo de metodologías para la gestión de proyectos de minería de datos,» de *CACIC 2011 - XVII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*, pp. 931-938, 2011.

## 11. ANEXOS

### Anexo A: Ejemplos Promociones Groupon

**\$5.000 y lleva \$10.000 en ropa interior de todas las tiendas Flores del país**



Referencia	Beneficio	Ahorras
\$10.000	50%	\$5.000

Este Groupon caducó el:  
27 de Septiembre de 2012

Más de 15.000 Groupones entregados

Destacados

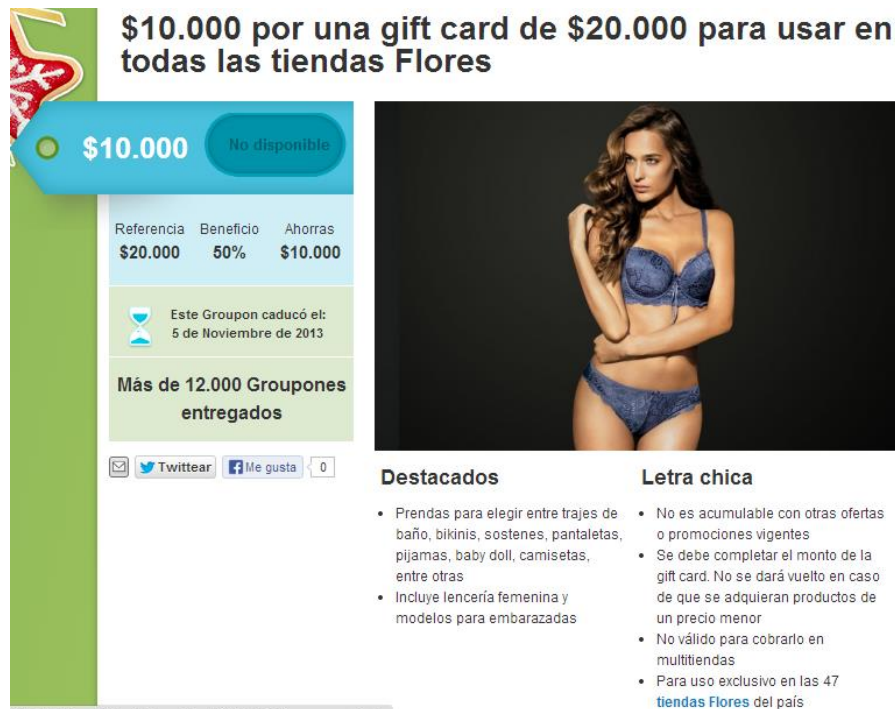
- Prendas para elegir entre trajes de baño, sostenes, pantaletas, colaless, bikinis, pijamas, baby doll, camisetas, entre otros.

Letra chica

- Groupones acumulables entre sí
- Válido para ser canjeada en cualquier tienda propia de Flores a lo largo del país.

Ilustración 4: Groupon Flores Septiembre 2012. Fuente: <http://www.groupon.cl/descuentos/productos/5000-y-lleva-10000-en-ropa-interior-de-todas-las-tiendas-flores-del-pais-1> [Consultada Noviembre 2013]

**\$10.000 por una gift card de \$20.000 para usar en todas las tiendas Flores**



Referencia	Beneficio	Ahorras
\$20.000	50%	\$10.000

Este Groupon caducó el:  
5 de Noviembre de 2013

Más de 12.000 Groupones entregados

Destacados

- Prendas para elegir entre trajes de baño, bikinis, sostenes, pantaletas, pijamas, baby doll, camisetas, entre otras
- Incluye lencería femenina y modelos para embarazadas

Letra chica

- No es acumulable con otras ofertas o promociones vigentes
- Se debe completar el monto de la gift card. No se dará vuelto en caso de que se adquieran productos de un precio menor
- No válido para cobrarlo en multitiendas
- Para uso exclusivo en las 47 [tiendas Flores](#) del país

Ilustración 5: Groupon Flores Noviembre 2013

## Anexo B: Explicación parámetros función Weibull

El siguiente gráfico muestra el comportamiento de la distribución de densidad de probabilidad en función de distintos valores para el parámetro de forma ( $b$ ). Se observa que para valores pequeños ( $b < 1$ ) se generan distribuciones que decaen de forma exponencial al crecer la variable que se está modelando. Para valores medios ( $b$  entre  $(2, 6)$ ), se observa densidades de probabilidad que se asemejan a la distribución normal, pero con pequeñas diferencias en las colas. Finalmente para valores elevados del parámetro de forma ( $b > 10$ ), la densidad de la distribución adopta la forma de una función creciente similar a una exponencial, sin embargo después llegar a su valor máximo se observa una caída fuerte en la curva.

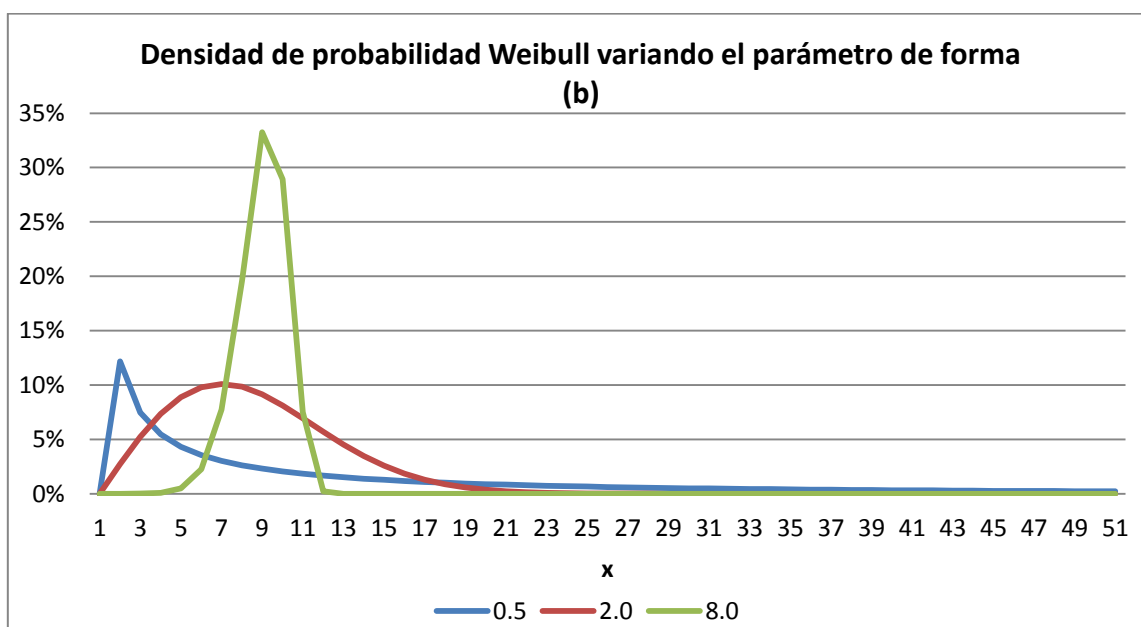
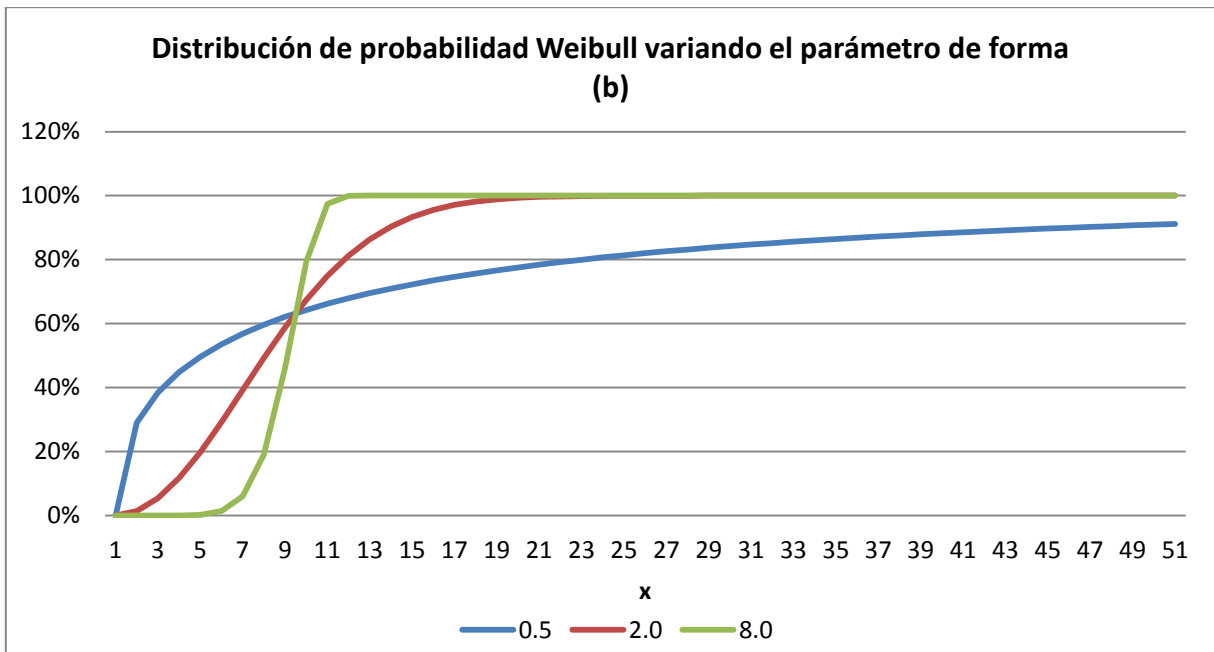


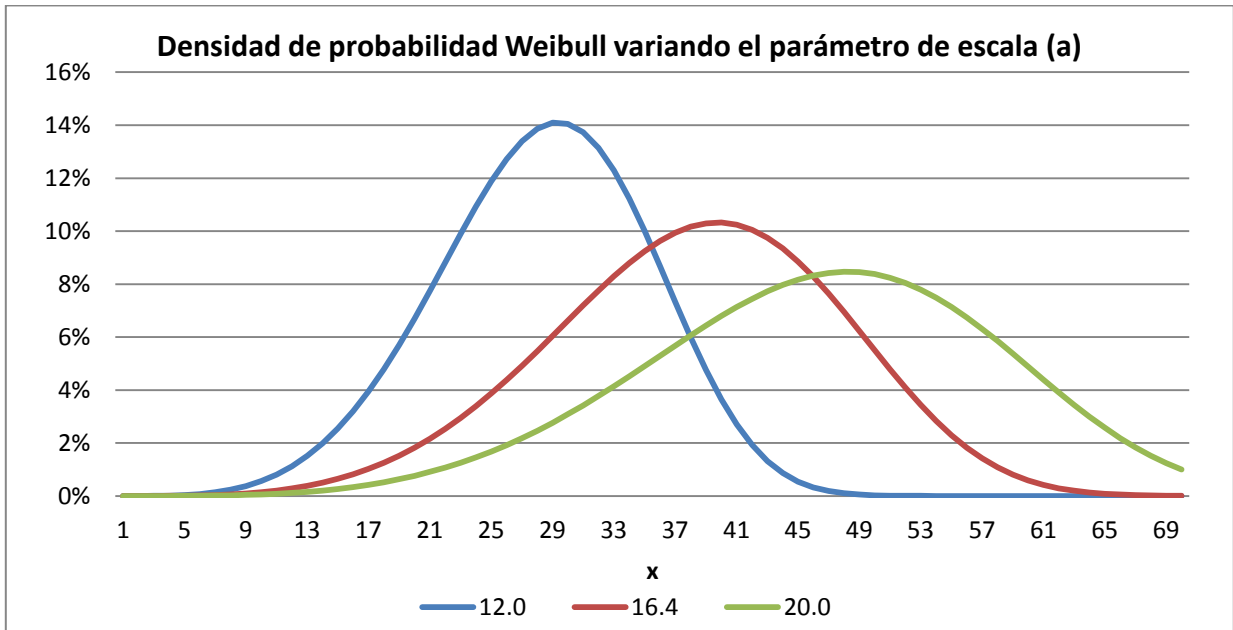
Gráfico 22: Función densidad de probabilidad de una Weibull variando el parámetro de forma ( $b$ ). Fuente: Elaboración propia

Luego se exponen las distribuciones de probabilidad correspondientes a las densidades presentadas en el gráfico anterior asociadas mediante su color de identificación. Las tres curvas deben alcanzar valores del 100% por tratarse de distribución de probabilidad, sin embargo lo alcanzan a distintos ritmos debido a las diferencias en el parámetro de forma. Para valores bajos de forma ( $b < 1$ ), esta curva alcanza de manera más rápida la unidad, ya que su densidad de distribución es alta para dominios bajos. Para valores medios ( $b$  entre  $(2, 6)$ ) se observa una distribución que se asemeja la distribución normal, y para distribuciones con valores altos de forma ( $b > 10$ ), se observan curvas que alcanzan la unidad de manera más lenta, ya que su densidad empieza a crecer a partir de dominios altos.



**Gráfico 23: Función Distribución de Probabilidad Weibull variando el parámetro de forma (b). Fuente: Elaboración propia**

Con respecto al parámetro de escala se realizaron los siguientes gráficos para explicar su comportamiento:



**Gráfico 24: Función densidad de probabilidad de una Weibull variando el parámetro de escala (a). Fuente: Elaboración propia**

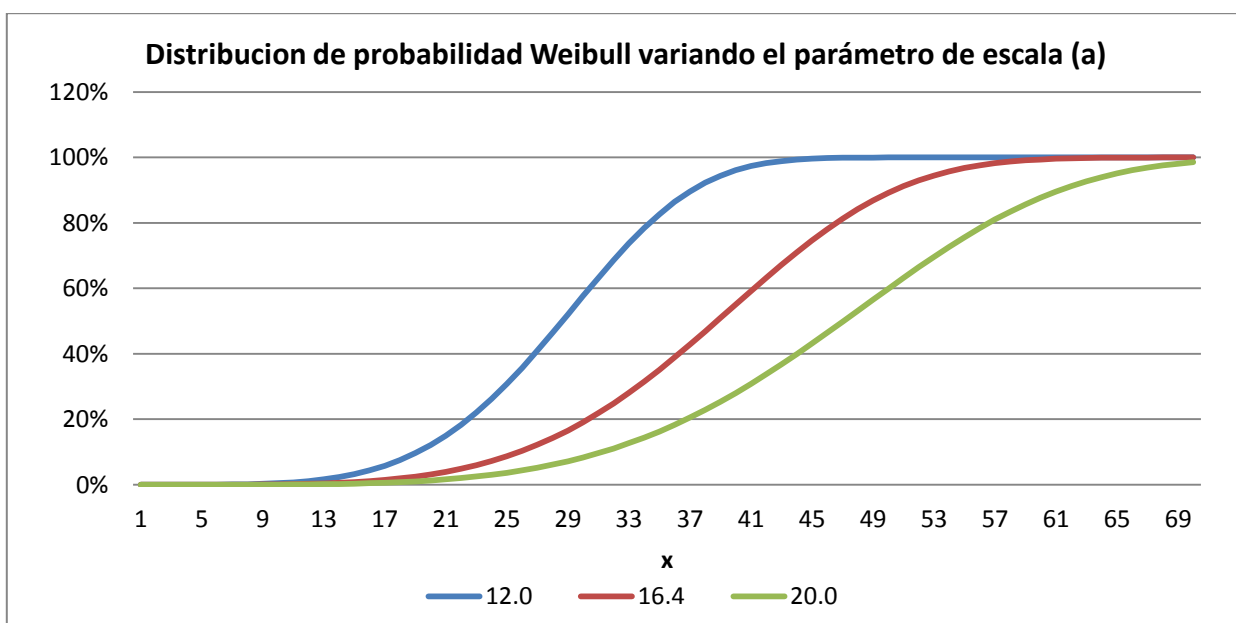


Gráfico 25: Función distribución de probabilidad de una Weibull variando el parámetro de escala (a). Fuente: Elaboración propia

Los gráficos recién expuestos presentan un factor de forma de  $b = 4,48$  fijo, lo que se busca mostrar es el efecto que tiene el factor de escala  $a$ , que en resumen lo que hace es “alargar” las curvas a lo largo del eje  $x$ . Como lo muestra el Gráfico 24 de densidad de probabilidad al aumentar el valor de  $a$  la curva se enancha y en consecuencia también presenta una figura más achatada. Esto mismo sucede en la función de distribución correspondiente, donde al crecer la densidad más lentamente, se produce el mismo efecto en la distribución, llegando más paulatinamente al valor 100%.

#### Anexo C: Resumen Modelos de Estimación de Demanda

Modelo	Descripción	Fórmula Demanda
<b>Modelo I</b>	Una distribución de precios para todo el horizonte de planeación.	$\hat{\lambda}_k(\text{precio}) = \lambda_k(e^{-(\text{precio}/a)^b})T_kAjuste_k$
<b>Modelo II</b>	Distintas distribuciones de precios para cada período.	$\hat{\lambda}_k(\text{precio}) = \lambda_k(e^{-(\text{precio}/a_k)^{b_k}})T_kAjuste_k$

Tabla 12: Resumen Modelos de Estimación de Demanda

Períodos de cambio de precios:

Modelo	Período I	Período II	Período III	Período IV	Período V
<b>Modelo I</b>	Octubre	Noviembre	Diciembre	Enero	Febrero
<b>Modelo II*</b>	Octubre- Noviembre	Diciembre	3 primeras semanas de Enero	Última semana de Enero	Febrero

\*Para el segundo caso se presenta un comportamiento más irregular en la estimación porque sobredimensiona la elasticidad precio en algunos períodos, por lo que se definió períodos de distinto largo.

#### Anexo D: Código Matlab para optimización

```
pde.m
lambda=[21514.75
25854
24601.40
18102.25
15649]; %% Ordenar los lambdas de T1 a T5 (del fin al comienzo);

T=[4
4
5
4
5]; %% Ordenar los periodos de T1 a T5 (del fin al comienzo)

r= 0.0001; % Es el delta para 'achicar' el tamaño de las llegadas

d=r*[0.025
0.040
0.019
0.010
0.014];

S0=7223; %%10% más que stock anterior.
solu=zeros(S0+1,5);
p=zeros(S0+1,5);
K=length(T); % nro períodos

for k=1:K
    if k==K
        [solu(S0+1,5) p(S0+1,5)]= vhopt(S0,d.*lambda,k,T,solu,p);
    else
        for c=0:S0
            [solu(c+1,k) p(c+1,k)] =vhopt(c,d.*lambda,k,T,solu,p);
        end
    end
end
end

vhopt.m
function [revop preop] = vhopt(c,lam,k,T, solu,p)
precios=[9990 10990 11990 12990 13990 14990 15990 16990 17990 18990 19990];
r=0;
prec=0;
z=0;

for i=1:11
    z=vh(c, lam ,precios(i), k, T, solu, p);
    if z>=r %me quedo con el precio más grande donde se alcanzó el óptimo
        r=z;
        prec=precios(i);
    end
end
```

```

end
end
    revop=r;
    preop=prec;
end

```

vh.m

```

function rev = vh(c,lam ,pr, k, T, solu,p)
a=0;
r=0;
for i=1:80
    r=i*T(k)*7;
    if k>1 && c-r>=1
        a=a+(pr*min(r,c)+solu(c-r,k-1))*demanda(lam,i,pr,k)+ delta(pr,p(c-r,k-1));
    else
        a=a+pr*min(r,c)*demanda(lam,i,pr,k);
    end
end
    rev=a;
end

```

delta.m

```

function [dedo]=delta(x,y)
if x>=y
    dedo=0;
else dedo=-1000000000000000;
end

```

demanda.m

```

function dem = demanda(lamd, j, pr, k)
l= (lamd(k)/7)*prob(pr);
dem = (l^j)*exp(-l)/factorial(j);
end

```

prob.m

```

function wei = prob(pre)
weib=[16404.27 4.476924];
wei=exp(-(pre/weib(1,1))^weib(1,2)); %% La weibull está ordenada de T7 a T1
end

```



Anexo E: Artículos Bikinis \$19.995

Descripción	Artículo
TRAJE DE BANO POWERNET 8142 ACMARE	10070
TRAJE DE BANO POWERNET 8504 ACMARE	10072
TANKINI ARCO	11635
TANKINI AMARRA	11636
TANKINI PRETINA	11637
TANKINI CAPA	11638
BIKINI CONJUNTO TRENZAS	21681
BIKINI CONJUNTO BRODERIE	21682
BIKINI CONJUNTO AMARRAS	21683
BIKINI CONJUNTO STRALESS	21684
BIKINI CONJUNTO STRALESS	21685
BIKINI CONJUNTO BRODERIE	21686
TANKINI STRAPLESS	21697
TANKINI TRIANGULO	21698
TANKINI STRAPLESS	21700
TANKINI TRIANGULO	21702
TANKINI STRAPLESS	21704
TANKINI STRAPLESS	21706
TANKINI STRAPLESS	21722
TANKINI STRAPLESS	21723
TANKINI TRIANGULO	21724
TANKINI TRIANGULO	21742
TANKINI TRIANGULO	21744

Tabla 13: Descripción Artículos Tratados

Anexo F: Publicidad en la entrada de la tienda



Ilustración 6: Publicidad fuera de local La Dehesa, Mayo de 2013

## Anexo G: Estimación de demanda y análisis de sensibilidad (Modelo II).

Esta estimación se considera un precio de reserva variable en el tiempo de acuerdo al período dentro de la temporada. Primero se fijaron los períodos, agrupando las semanas en donde la demanda mantenía una tendencia similar. Como resultado se obtuvo 5 períodos que corresponden a:

Período	Semanas	Mes
1	40 - 49	Octubre - Noviembre 2012
2	50 - 53	Diciembre 2012
3	01 - 03	Enero 3 semanas
4	04	Enero última semana
5	05 - 08	Febrero

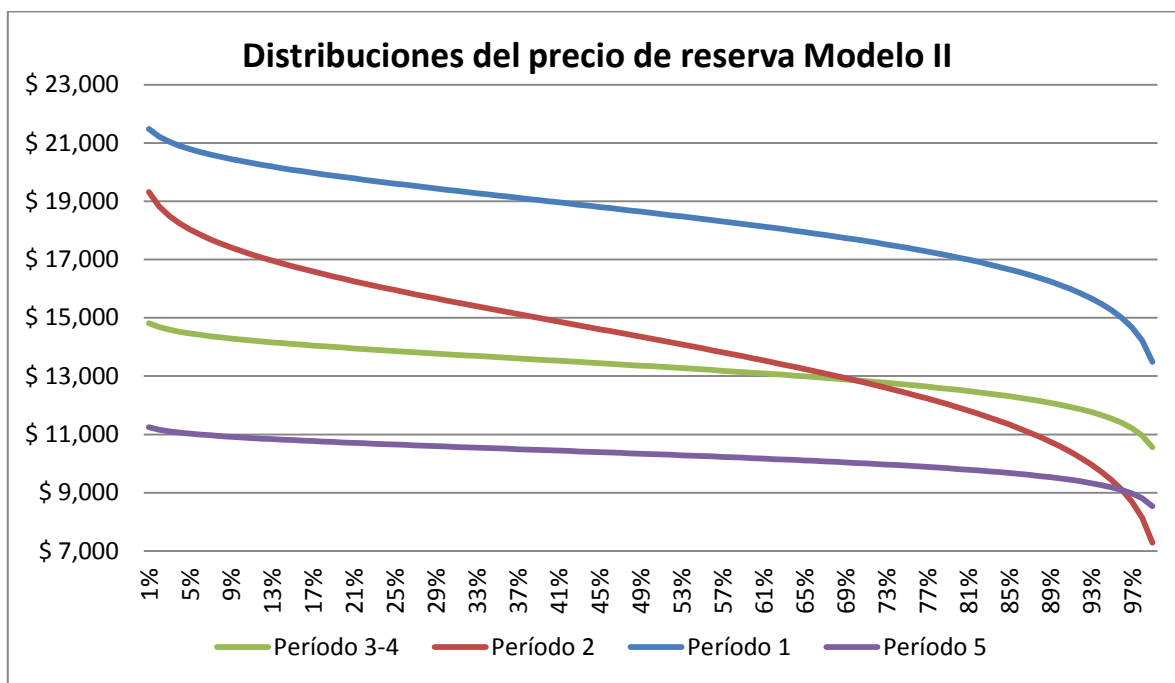
Tabla 14: Períodos de Estimación

En un principio se decidió hacer sólo 4 períodos, tomando todo enero, pero de esta manera no se explicaba de buena manera el *peak* de la demanda, con lo que se decidió agregar un período más para mejorar la estimación, pero conservar la misma distribución del precio de reserva para esos períodos sólo cambiando el parámetro de ajuste. Luego, en cada uno de estos períodos 1, 2, 3-4, y 5 se definió un precio de reserva distinto modelado por una distribución de Weibull. A continuación se presenta los parámetros de cada distribución, el p-valor correspondiente y el parámetro de ajuste:

Período	a	b	p-valor	Ajuste
1	19.131,7	13,2	0,05204	0,005
2	15.147,3	6,3	0,03069	0,021
3	13.613,8	18,0	0,0237	0,096
4	13.613,8	18,0	0,0237	0,036
5	10.496,5	22,3	0,0367	0,035

Tabla 15: Parámetros Weibull Modelo II

En el siguiente gráfico se presentarán las distintas distribuciones del precio de reserva con el fin de interpretar cómo se comporta:



**Gráfico 26: Distribuciones del precio de reserva, Modelo II. Fuente: Elaboración propia.**

Para el período 1 se obtiene una curva cuyos precios varían entre \$21.000 y \$13.000, presenta un comportamiento relativamente inelástico comparado con el resto de las curvas. En el segundo período se obtiene la curva más inelástica de todas y que permite un rango mayor de precios, desde \$19.000 a \$7.000. Se presenta un problema por la forma de la curva correspondiente al período 2 porque al cruzarse con las otras distribuciones provoca que luego, en la optimización se puedan producir caídas y luego alzas en la política de precios óptimos. Para el tercer y cuarto período se generó una curva que va desde los \$15.000 a los \$11.000 aproximadamente, esta presenta un comportamiento bastante elástico, ya que con una pequeña baja en los precios se puede generar una gran alza en la probabilidad de comprar. Finalmente la distribución del último período presenta valores de precios entre los \$11.000 y menos de \$9.000, y es la curva con mayor elasticidad de todas.

A partir de estas distribuciones, las tasas de llegadas de cada semana y los parámetros de ajuste anteriormente expuestos se obtuvo la siguiente estimación de demanda para el modelo II:

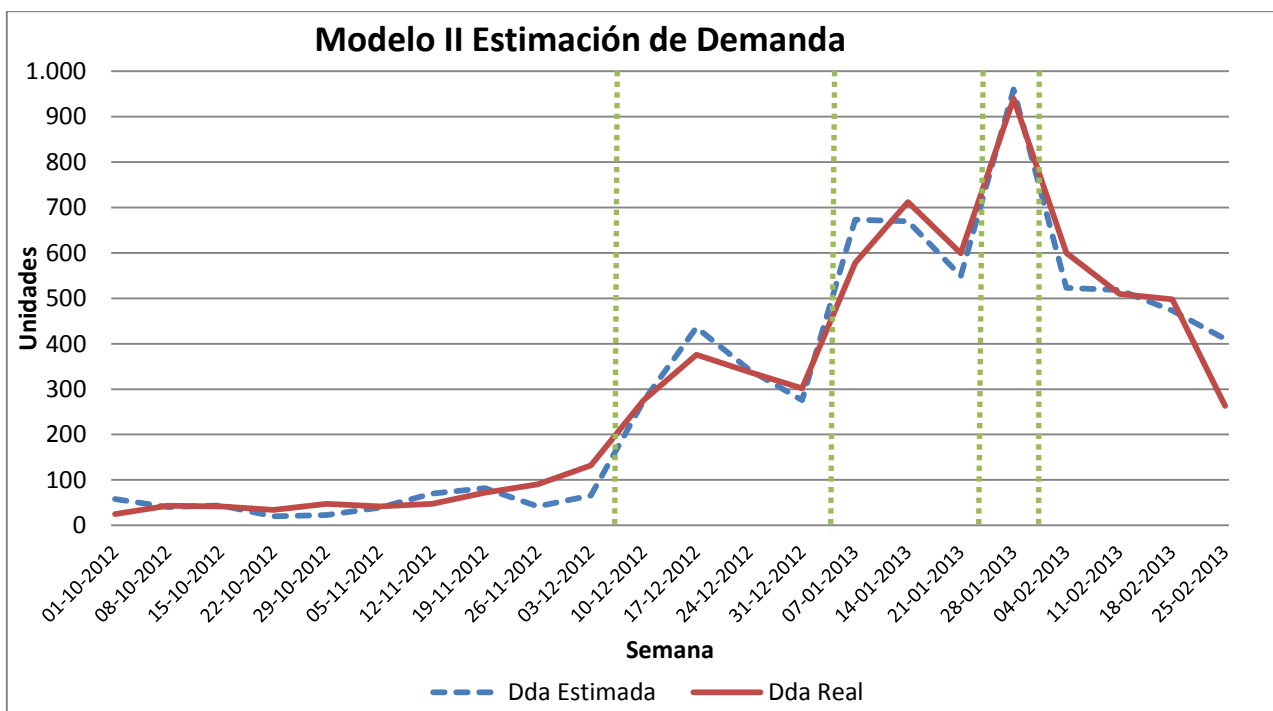


Gráfico 27: Modelo de Estimación Distintos Precios de Reserva

A simple vista se observa un buen ajuste de la estimación, para un análisis más acabado se presentan los indicadores de ajuste que siguen:

Indicador	Valor
<b>MAD</b>	35,6
<b>MAPE</b>	24,7%
<b>RSME</b>	50,2

Tabla 16: Indicadores de Ajuste Estimación de demanda con distintos precio de reserva

Los errores de estimación más grandes se producen al principio del horizonte de planeación, principalmente porque al principio se venden muy pocas unidades. Además la estimación parece exagerar de cierta manera el efecto que tiene el precio en la demanda.

Para el Modelo II se presentan las siguientes variaciones en las métricas de ajuste al hacer variar el tráfico:

Modelo II	Valores Originales	Promedio	Mínimo	Máximo
<b>MAD</b>	35,6	43,5	30,7	59,4
<b>MAPE</b>	24,7%	26,5%	22,3%	31,3%
<b>RMSE</b>	50,2	60,9	45,9	79,5

Tabla 17: Variación de métricas de ajuste Modelo II, con respecto a variaciones en el tráfico.

Fuente: Elaboración Propia

En este caso se observan condiciones similares que en el Modelo I, donde el error promedio no crece más de un 2%, pero si en una de las iteraciones se superó el umbral del 30% en el indicador MAPE, esto principalmente porque el modelo no tiene tan buen ajuste inicial como el anterior, pero de todas maneras son errores considerados aceptables.

Con respecto a la estimación de la demanda de la temporada anterior en el caso del modelo II se presentan los siguientes resultados:

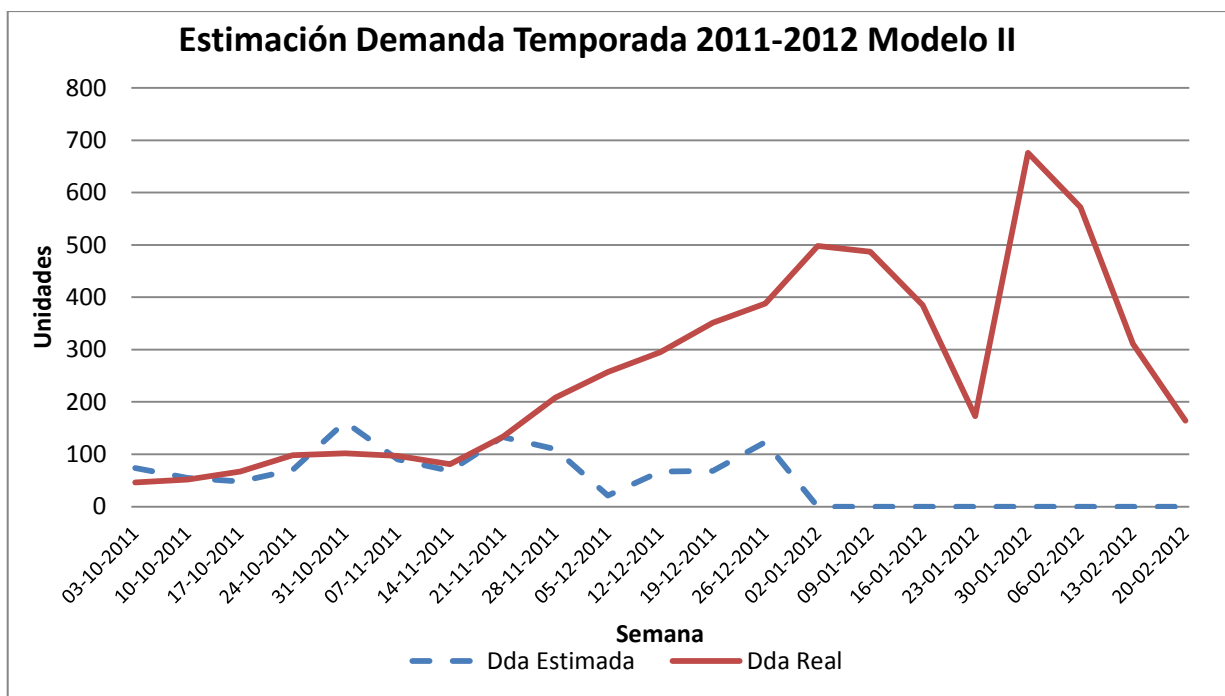
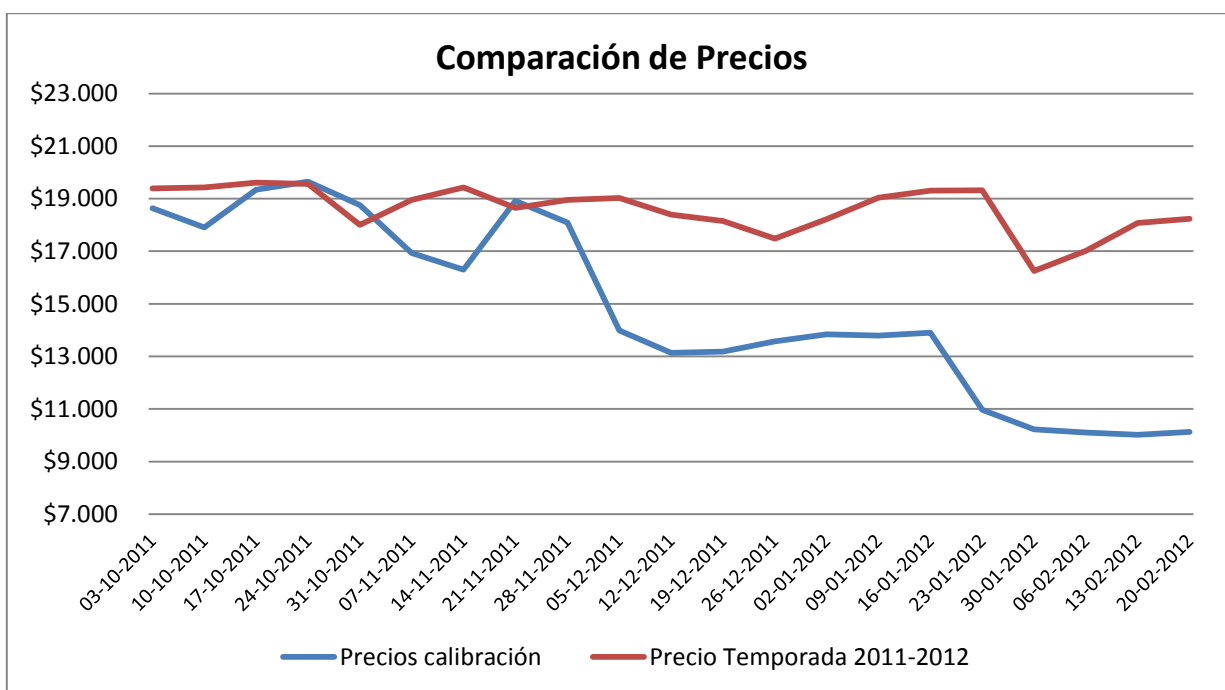


Gráfico 28: Estimación de Demanda Temporada 2011-2012, Modelo II. Fuente: Elaboración Propia

En este caso el modelo no se ajusta de manera adecuada, esto porque se encuentra sujeto a los precios máximos dispuestos en cada período en la calibración, los cuales distan bastantes de los utilizados en la temporada de prueba. En esta temporada (2011-2012) se mantuvo el precio en niveles altos en todas las semanas, como se puede apreciar en el grafico a continuación, sin embargo, en la temporada donde se calibró el modelo (2012-2013) los precios efectivamente bajaban hasta un 50% a lo largo de la temporada, por lo cual, en los últimos períodos se va perdiendo el ajuste ya que asigna probabilidades muy bajas de comprar a precios tan altos comparados con los de calibración.



**Gráfico 29: Comparación precios modelo calibración y precios reales. Fuente: Elaboración propia**

Se presenta esto como una limitante del segundo modelo, ya que las sugerencias de precios que generará a partir de la optimización seguirán la misma lógica y se verán fuertemente afectadas por la situación inicial o de calibración de los modelos. Sin embargo, en teoría los precios presentarían mejores resultados con respecto a los ingresos siendo decrecientes en el tiempo, con lo que los precios originales de la temporada 2011-2012 no son una buena propuesta y se determina que el utilizar precios decrecientes en el tiempo es un buen input para la calibración pues llevará a mejores resultados en la siguiente etapa de optimización de precios.

Además se realizó la estimación de demanda utilizando sólo información transaccional, la cual arrojó el siguiente resultado:

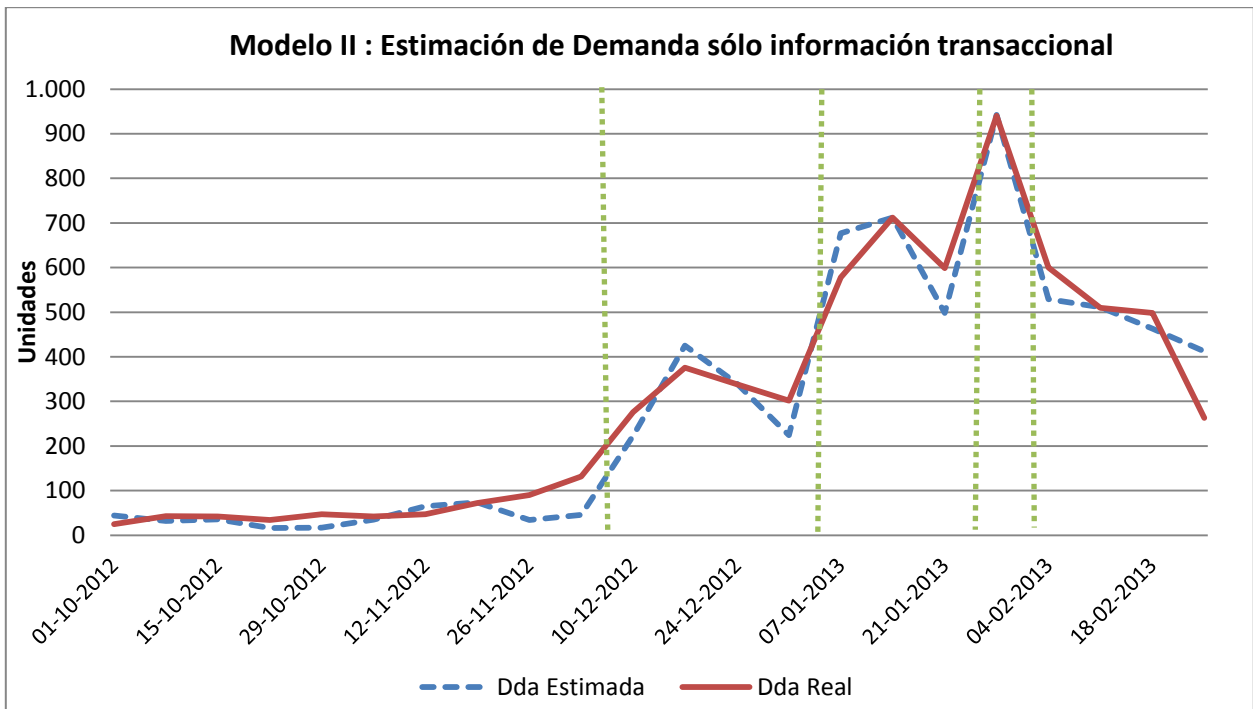


Gráfico 30: Estimación de demanda modelo II usando sólo información transaccional. Fuente: Elaboración propia.

Indicador	Modelo II	
	Sólo Información Transaccional	Con información de tráfico
<b>MAD</b>	40,6	35,6
<b>MAPE</b>	26,7%	24,7%
<b>RSME</b>	57,4	50,2

Tabla 18: Indicadores de Ajuste Modelo II con información Transaccional



## Anexo H: Output ajuste weibull R

```

> fitdistr(weibt2,"weibull")
      shape      scale
4.476924e+00 1.640427e+04
(3.072478e-01) (3.297884e+02)
> ks.test(weibt2,"pweibull",shape=4.476924e+00,scale= 1.640427e+04)

      One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  weibt2
D = 0.135, p-value = 0.01308
alternative hypothesis: two-sided
    
```

## Anexo I: Estimación de Ingresos

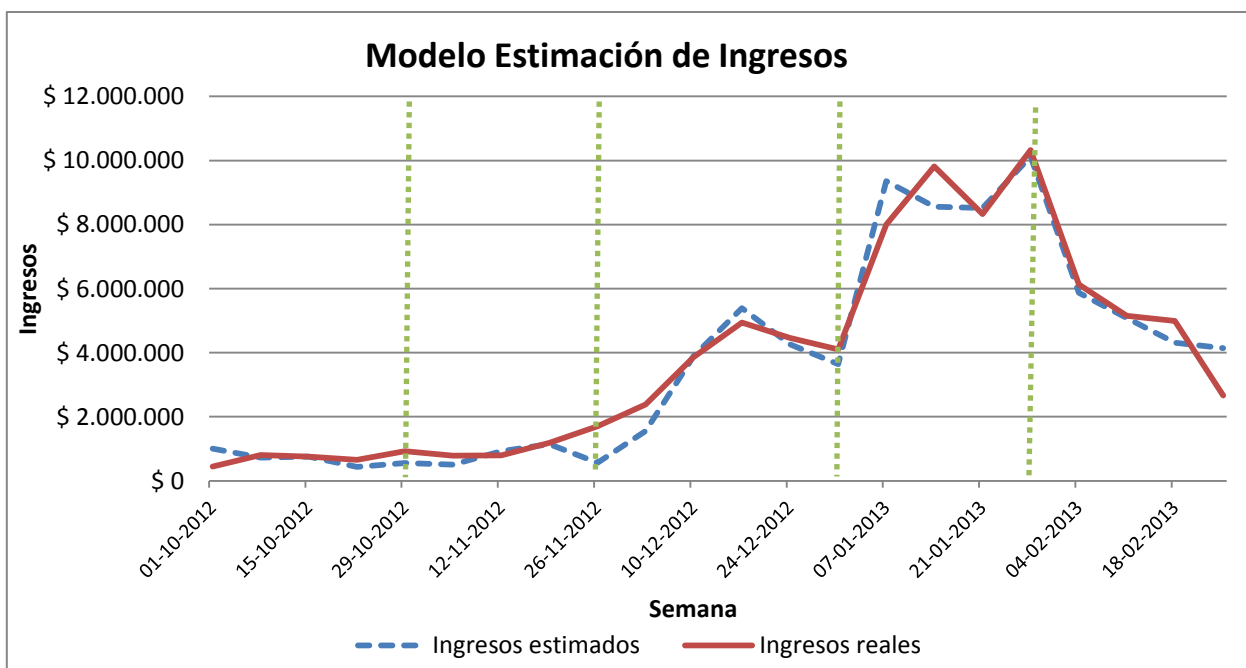


Gráfico 31: Modelo Estimación Ingresos

Indicador	Valor
<b>MAD</b>	\$466.014
<b>MAPE</b>	22,7%
<b>RSME</b>	\$648.035

Tabla 19: Indicadores de Ajuste de Ingresos Modelo I

## Anexo J: Parámetros Estimación de demanda una Weibull

Semana	Fecha	Precio	Trafico	a	b	Ajuste	Dda estimada	Dda Real
201240	01-10-2012	\$ 17.758	16.858	16.404,27	4,48	0,014	57	25
201241	08-10-2012	\$ 18.634	16.257	16.404,27	4,48	0,014	39	43
201242	15-10-2012	\$ 17.905	13.232	16.404,27	4,48	0,014	42	42
201243	22-10-2012	\$ 19.341	12.946	16.404,27	4,48	0,014	22	34
201244	29-10-2012	\$ 19.644	18.952	16.404,27	4,48	0,014	28	47
201245	05-11-2012	\$ 18.762	16.749	16.404,27	4,48	0,010	27	42
201246	12-11-2012	\$ 16.928	17.204	16.404,27	4,48	0,010	54	47
201247	19-11-2012	\$ 16.299	18.571	16.404,27	4,48	0,010	70	72
201248	26-11-2012	\$ 18.921	19.885	16.404,27	4,48	0,010	30	90
201249	03-12-2012	\$ 18.089	21.330	16.404,27	4,48	0,019	86	132
201250	10-12-2012	\$ 13.992	23.936	16.404,27	4,48	0,019	278	276
201251	17-12-2012	\$ 13.132	31.248	16.404,27	4,48	0,019	410	376
201252	24-12-2012	\$ 13.188	24.808	16.404,27	4,48	0,019	323	338
201253	31-12-2012	\$ 13.567	21.685	16.404,27	4,48	0,019	269	302
201301	07-01-2013	\$ 13.841	26.970	16.404,27	4,48	0,040	676	578
201302	14-01-2013	\$ 13.789	24.575	16.404,27	4,48	0,040	621	712
201303	21-01-2013	\$ 13.903	24.665	16.404,27	4,48	0,040	612	599
201304	28-01-2013	\$ 10.970	27.206	16.404,27	4,48	0,040	923	940
201305	04-02-2013	\$ 10.220	25.932	16.404,27	4,48	0,025	575	600
201306	11-02-2013	\$ 10.097	22.570	16.404,27	4,48	0,025	504	510
201307	18-02-2013	\$ 10.016	19.206	16.404,27	4,48	0,025	430	498
201308	25-02-2013	\$ 10.127	18.351	16.404,27	4,48	0,025	409	263
<b>TOTAL</b>							<b>6.485</b>	<b>6.566</b>

Tabla 20: Parámetros estimación de demanda una Weibull

Anexo K: Resultados análisis de sensibilidad de la variable tráfico

Iteraciones	Modelo I			Modelo II		
	MAD	MAPE	RMSE	MAD	MAPE	RMSE
1	43,23	26%	57,91	44,18	28%	63,45
2	42,77	25%	59,87	56,55	30%	76,25
3	41,95	24%	58,19	43,91	29%	58,56
4	41,82	26%	52,37	46,05	27%	67,05
5	47,14	28%	62,97	41,41	27%	61,02
6	47,5	26%	65,29	39,64	24%	61,43
7	30,45	22%	45,37	56,05	28%	79,46
8	48,32	25%	65,08	42,23	26%	59,2
9	50,09	27%	70,38	44,41	26%	64,18
10	45,82	27%	70,18	43,32	24%	58,7
11	35,55	25%	58,06	37,32	26%	55,27
12	44,95	26%	64,2	30,68	26%	45,9
13	35,18	25%	51,08	48,27	26%	69,47
14	50,18	26%	69,85	50	27%	69,85
15	46,14	26%	63,91	46,45	28%	63,51
16	34,82	21%	48,63	32,86	22%	47,09
17	36,86	26%	50,99	46,91	28%	63,66
18	43,59	25%	61,68	43,45	27%	59,41
19	46,32	26%	68,41	40,86	29%	54,93
20	43,14	25%	65,39	53,73	31%	70,08
21	41,64	24%	58,68	32,55	23%	47,69
22	39,41	24%	60,7	42,18	29%	60,88
23	42,73	24%	55,77	42,64	26%	63,73
24	35,5	24%	48,47	39,41	25%	56,42
25	45,95	25%	65,74	45	25%	59,26
26	41	24%	57,82	43,64	26%	62,87
27	39,86	25%	55,92	46,18	26%	61,96
28	45,91	27%	64,05	52,86	28%	71,88
29	39,36	25%	54,71	47,64	25%	68,16
30	37,09	23%	54,24	44,23	28%	60,86
31	54,27	27%	72,32	37,32	27%	55,05
32	36,86	25%	53,23	40,91	25%	58,46
33	40,5	25%	54,07	51,41	29%	72,86
34	40,95	24%	54,62	48,59	26%	69,84
35	38,64	25%	58,44	34,05	26%	49,86
36	39,77	26%	58,12	40,68	28%	57,12
37	36,55	23%	51,28	48,82	27%	64,08

<b>38</b>	29,55	21%	50,44	41,82	26%	59,98
<b>39</b>	30,95	22%	40,71	42,64	25%	61,42
<b>40</b>	39,5	23%	57,16	37,18	27%	57,21
<b>41</b>	40,86	26%	58,71	38,86	23%	56,78
<b>42</b>	44	24%	63,57	43,77	27%	60,76
<b>43</b>	39,82	23%	57,71	37,27	24%	47,48
<b>44</b>	41,27	23%	56,9	43,18	26%	56,25
<b>45</b>	45,14	25%	65,78	44,14	25%	57,54
<b>46</b>	38,5	24%	51,44	43,95	28%	57,77
<b>47</b>	49,59	27%	68,66	45,77	28%	61,12
<b>48</b>	37,36	21%	58,32	52,27	28%	65,61
<b>49</b>	51	26%	70	36,55	23%	50,06
<b>50</b>	39,91	23%	55,77	51,64	28%	70,68
<b>51</b>	45,59	25%	68,07	40,91	26%	63,85
<b>52</b>	44,41	26%	59,58	40,73	27%	59,22
<b>53</b>	49,05	27%	71,96	59,36	31%	77,53
<b>54</b>	30,14	21%	43,62	48,27	27%	63,28
<b>55</b>	35,18	24%	54,82	37,77	24%	53,38
<b>56</b>	44,18	27%	59,66	38,32	25%	53,14
<b>57</b>	30,45	24%	41,24	50,73	27%	71,97
<b>58</b>	36,73	23%	45,87	36,5	25%	53,04
<b>59</b>	44,77	24%	69,39	38,91	25%	57,72
<b>60</b>	52,77	26%	72,2	40,23	25%	57,76
<b>61</b>	43,55	26%	53,13	44,41	30%	61,82
<b>62</b>	47,32	26%	63,77	36,82	25%	51,81
<b>63</b>	49,95	27%	71,92	44,73	26%	59,31
<b>64</b>	42,05	26%	57,96	39,82	27%	53,55
<b>65</b>	39,27	25%	60,47	51,82	27%	70,48
<b>66</b>	35,05	21%	52,01	36,32	26%	54,12
<b>67</b>	37,09	22%	58,58	37,82	26%	54,36
<b>68</b>	39,14	23%	54,24	34	25%	46,46
<b>69</b>	41,64	24%	56,45	49,18	28%	66,3
<b>70</b>	42,95	25%	62,77	48	26%	67,7
<b>71</b>	47,32	26%	70,66	42,59	29%	54,92
<b>72</b>	39,41	24%	56,14	36,14	27%	55,01
<b>73</b>	42,14	25%	58,93	44,68	25%	68,29
<b>74</b>	39,73	23%	55,34	39,09	27%	51,32
<b>75</b>	45,45	26%	57,08	51,41	30%	66,97
<b>76</b>	44,77	26%	73,76	42,09	27%	61,17
<b>77</b>	26,95	21%	42,38	32,36	24%	49,09
<b>78</b>	40,18	24%	56,63	40,23	27%	56,25

<b>79</b>	39,14	24%	53,34	44,41	26%	65,17
<b>80</b>	37,45	25%	55,56	37,36	26%	53,43
<b>81</b>	32,91	22%	49,08	46,32	28%	60,99
<b>82</b>	51,14	27%	70,75	48,59	27%	64,84
<b>83</b>	57,18	27%	75,34	44,82	28%	62,7
<b>84</b>	45,18	25%	63,59	39,95	24%	57,83
<b>85</b>	51,91	28%	76,5	45,55	26%	60,52
<b>86</b>	50,09	28%	68,83	47,27	27%	62,76
<b>87</b>	50,91	26%	71,71	47,95	26%	70,18
<b>88</b>	32,86	23%	44	45,5	26%	63,07
<b>89</b>	30,91	21%	43,94	43,95	24%	65,86
<b>90</b>	46,95	25%	63,41	38,59	26%	58,34
<b>91</b>	40,5	24%	58,63	41,64	23%	59,81
<b>92</b>	49,05	28%	68,55	40,14	28%	60,52
<b>93</b>	43	24%	59,66	41,95	26%	58,29
<b>94</b>	51,41	27%	79,82	49,86	28%	66,5
<b>95</b>	32,5	21%	45,54	44,68	28%	60,32
<b>96</b>	37,86	26%	57,57	36,55	26%	58,8
<b>97</b>	41,68	25%	57,16	50,91	28%	68,55
<b>98</b>	44,23	24%	56,47	47,77	27%	70,82
<b>99</b>	36,14	24%	54,7	50,05	26%	67,95
<b>100</b>	46,23	27%	64,8	42,55	27%	64,46
<b>Promedio</b>	41,86	24,7%	59,31	43,5	26.5%	60,9
<b>Mínimo</b>	26,95	20,6%	40,71	30,7	22.3%	45,9
<b>Máximo</b>	57,18	28,1%	79,82	59,4	31.3%	79,5

Tabla 21: Variaciones en Métricas de ajuste

Anexo L: Parámetros Estimación de demanda, Modelo I, período anterior

Fecha	Precio	Trafico	ajuste total de unidades	a	b	Ajuste	Dda- estimada	Dda- Real
03-10-2011	\$ 19.389,63	15.329,05	2,80	16.404,27	4,48	0,01	73	46
10-10-2011	\$ 19.427,13	11.715,68	2,80	16.404,27	4,48	0,01	54	52
17-10-2011	\$ 19.606,60	11.399,74	2,80	16.404,27	4,48	0,01	48	67
24-10-2011	\$ 19.556,39	20.711,91	2,80	16.404,27	4,48	0,01	90	98
31-10-2011	\$ 18.003,60	17.327,37	2,80	16.404,27	4,48	0,01	106	102
07-11-2011	\$ 18.948,19	17.722,37	2,80	16.404,27	4,48	0,01	74	97
14-11-2011	\$ 19.426,84	19.275,44	2,80	16.404,27	4,48	0,01	64	81
21-11-2011	\$ 18.650,55	22.420,32	2,80	16.404,27	4,48	0,01	106	133
28-11-2011	\$ 18.949,21	19.063,97	2,80	16.404,27	4,48	0,02	151	208
05-12-2011	\$ 19.032,27	25.403,12	2,80	16.404,27	4,48	0,02	193	257
12-12-2011	\$ 18.397,13	33.658,39	2,80	16.404,27	4,48	0,02	337	295
19-12-2011	\$ 18.150,61	22.436,31	2,80	16.404,27	4,48	0,02	248	351
26-12-2011	\$ 17.474,17	24.249,37	2,80	16.404,27	4,48	0,02	342	388
02-01-2012	\$ 18.219,37	23.524,72	2,80	16.404,27	4,48	0,04	532	498
09-01-2012	\$ 19.035,46	24.993,78	2,80	16.404,27	4,48	0,04	400	487
16-01-2012	\$ 19.306,37	23.327,78	2,80	16.404,27	4,48	0,04	329	385
23-01-2012	\$ 19.323,65	27.368,24	2,80	16.404,27	4,48	0,04	382	173
30-01-2012	\$ 16.250,24	23.359,93	2,80	16.404,27	4,48	0,03	627	676
06-02-2012	\$ 17.017,72	21.780,86	2,80	16.404,27	4,48	0,03	469	572
13-02-2012	\$ 18.074,37	18.614,84	2,80	16.404,27	4,48	0,03	278	311
20-02-2012	\$ 18.233,75	18.064,94	2,80	16.404,27	4,48	0,03	254	164
<b>TOTAL</b>							<b>5157</b>	<b>5441</b>

Anexo M: Sensibilidad al tráfico, Modelo I, Demanda anterior

iteraciones	MAD	MAPE	RMSE
1	54	28,10%	73,4
2	57,6	27,20%	72,3
3	58,5	26,40%	77,9
4	63	30,20%	83,4
5	49,3	25,10%	71,1
6	67,1	30,80%	85,8
7	56,6	26,10%	78,5
8	58	28,70%	83
9	63	31,20%	84
10	62,3	28,60%	79,2
11	54,9	28,40%	79,6
12	51,6	25,80%	72,1
13	50,7	24,80%	69,2
14	56,7	27,10%	75,5
15	51,1	25,80%	75
16	60,3	28,10%	83,4
17	61,3	29,40%	81
18	58,3	26,60%	75,1
19	63	29,30%	82,7
20	61,5	28,60%	81,1
21	55,4	26,60%	78,2
22	55,7	27,50%	74,5
23	53	28,00%	74,2
24	54,7	26,90%	79
25	57,4	25,70%	77,9
26	54,2	25,80%	68,5
27	49	24,00%	65,1
28	51,1	25,80%	66,2
29	51	25,70%	75,5
30	53,9	25,60%	73,3
31	45,2	25,30%	71,8
32	61,5	29,20%	79,4
33	55,5	25,50%	77,6
34	52,1	25,90%	72,6
35	58,1	26,70%	75,7
36	56,8	26,80%	83,9
37	58,9	28,10%	76,6
38	57,5	27,70%	74

<b>39</b>	58,6	29,30%	83,5
<b>40</b>	65	30,00%	90,6
<b>41</b>	67,1	30,30%	93,5
<b>42</b>	64,7	31,50%	84,7
<b>43</b>	64,4	30,50%	87,2
<b>44</b>	63,8	29,30%	82,4
<b>45</b>	58,2	25,70%	76,3
<b>46</b>	62,6	27,40%	79,2
<b>47</b>	50	25,40%	70
<b>48</b>	67,4	30,40%	88,6
<b>49</b>	56,3	28,20%	76,2
<b>50</b>	64,9	29,40%	89,9
<b>51</b>	52,4	23,70%	69,3
<b>52</b>	53,2	25,90%	69,2
<b>53</b>	64,5	29,30%	91,4
<b>54</b>	51,6	26,40%	71
<b>55</b>	59,3	28,00%	83,2
<b>56</b>	56,3	27,70%	78,2
<b>57</b>	63,7	27,90%	80,8
<b>58</b>	60,1	29,60%	79,2
<b>59</b>	55,1	27,60%	76,1
<b>60</b>	47,5	28,00%	66,1
<b>61</b>	48,2	25,10%	66
<b>62</b>	42,7	21,80%	59,2
<b>63</b>	57	27,80%	80,8
<b>64</b>	63,6	28,80%	80,6
<b>65</b>	54,1	28,50%	73,2
<b>66</b>	62,4	27,00%	83,2
<b>67</b>	64,1	27,90%	81,4
<b>68</b>	45,2	23,90%	61,3
<b>69</b>	56,6	25,40%	76,5
<b>70</b>	45,9	23,90%	60,8
<b>71</b>	57	29,10%	75,9
<b>72</b>	61	30,10%	81,5
<b>73</b>	51,2	26,60%	76,2
<b>74</b>	58,2	30,20%	80,3
<b>75</b>	48,3	23,80%	64,2
<b>76</b>	52,7	25,70%	73,2
<b>77</b>	64,5	27,30%	86,1
<b>78</b>	56,1	29,60%	73,7
<b>79</b>	53	26,70%	75,6



80	57,8	26,80%	75,8
81	55	26,40%	71,9
82	64,6	29,70%	88,7
83	57,3	26,60%	81,5
84	59,3	29,80%	78,3
85	60,7	29,10%	85,1
86	59,5	28,20%	79
87	56,7	28,50%	77,9
88	54,1	26,90%	73,8
89	59	29,40%	83,3
90	59,2	29,70%	84,1
91	52,7	26,80%	72,1
92	53,3	27,30%	77,8
93	51,2	26,30%	69,5
94	47,6	23,10%	70,7
95	58,1	29,10%	72,4
96	61,4	29,10%	80,8
97	62,8	29,80%	83,8
98	48,3	24,70%	68,7
99	49,8	25,20%	69,5
100	66,5	29,40%	84,2
<b>Promedio</b>	56,8	27,50%	77,1
<b>Mínimo</b>	42,7	21,80%	59,2
<b>Máximo</b>	67,4	31,50%	93,5

## Anexo N: Output Regresión en Stata

```
. xi: reg tasadeconversion i.sucursal i.periodo
i.sucursal  _Isucursal_1-7  (naturally coded; _Isucursal_1 omitted)
i.periodo   _lperiodo_1-5   (naturally coded; _lperiodo_1 omitted)

-----+-----
Source |      SS      df    MS              Number of obs =   152
-----+-----+-----
Model | .022888301   10  .00228883   F( 10, 141) = 27.31
Residual | .011816965  141  .000083808   Prob > F      = 0.0000
-----+-----+-----
Total | .034705266  151  .000229836   R-squared     = 0.6595
                                           Adj R-squared = 0.6354
                                           Root MSE    = .00915
```

tasadeconversion	Beta	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Precio	-0,0004	0,0012259	-0,29	0,77	-0,0027829	0,0020644
La Dehesa	0,0111	0,0027602	4,03	0	0,0056542	0,0165678
Mall del Centro	-0,0065	0,0027602	-2,37	0,019	-0,0119857	-0,0010721
Marina Arauco	0	0,0027935	0,01	0,99	-0,0054888	0,0055564
Oeste	-0,003	0,0027602	-1,09	0,276	-0,0084746	0,002439
Trebol	-0,0033	0,0027935	-1,18	0,24	-0,0088224	0,0022228
Vespucio	0,0002	0,0027602	0,08	0,936	-0,0052352	0,0056784
Noviembre	0,0017	0,0022565	0,75	0,453	-0,0027634	0,0061586
Diciembre	0,0139	0,0022565	6,18	0	0,00948	0,018402
Enero	0,0273	0,0024677	11,08	0	0,022464	0,032221
Febrero	0,0241	0,0021197	11,36	0	0,0198866	0,0282677
Constante	0,0031	0,0023055	1,36	0,176	-0,0014204	0,0076952

Tabla 22: Output regresión tasa de conversión

## Anexo O: Resultados regresiones Ingresos y Transacciones

### Regresión Ingresos

. xi: reg ingresos precio i.sucursal i.periodo

i.sucursal    \_lsucursal\_1-7   (naturally coded; \_lsucursal\_1 omitted)

i.periodo     \_lperiodo\_1-5   (naturally coded; \_lperiodo\_1 omitted)

```

Source |      SS      df      MS      Number of obs =   152
-----+-----
Model | 3.3071e+13   11 3.0065e+12      Prob > F   = 0.0000
Residual | 1.8806e+13  140 1.3433e+11      R-squared  = 0.6375
-----+-----
Adj R-squared = 0.6090
Total | 5.1877e+13  151 3.4356e+11      Root MSE   = 3.7e+05

```

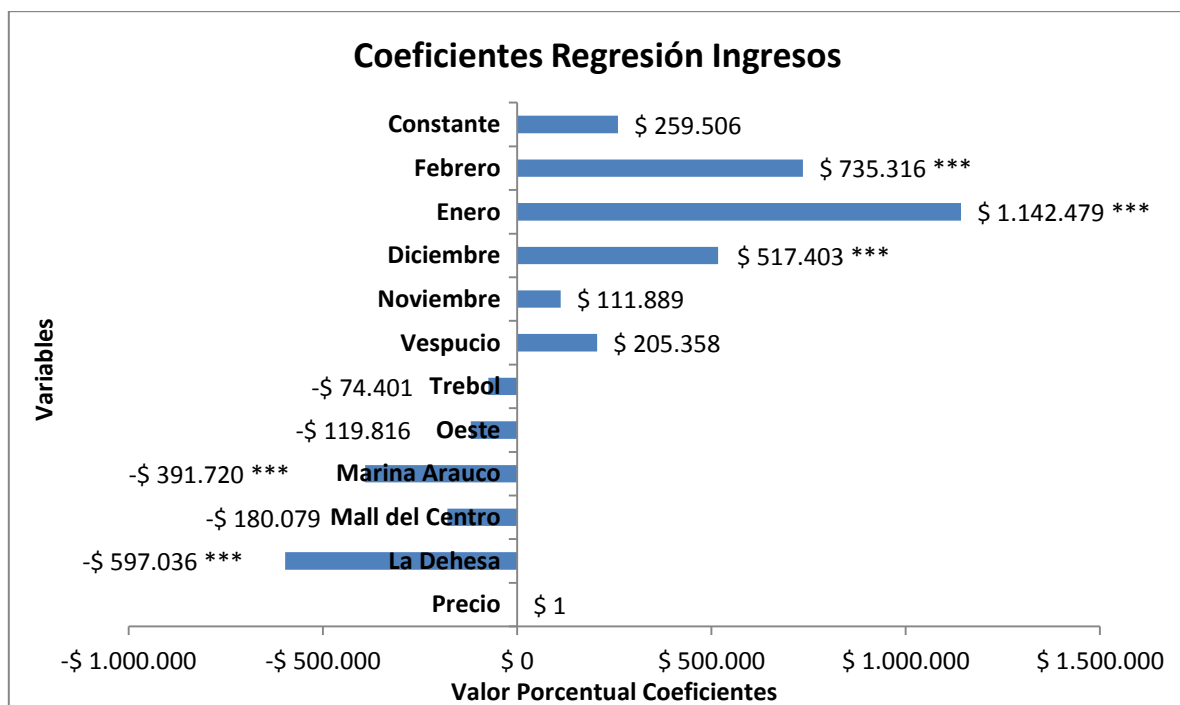


Gráfico 32: Regresión Ingresos

Ingresos	Beta	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Precio	0,6284421	14,66835	0,04	0,966	-28,37168	29,62856
La Dehesa	-597035,8	111148,5	-5,37	0	-816782,4	-377289,3
Mall del Centro	-180079,4	110687,6	-1,63	0,106	-398914,6	38755,92
Marina Arauco	-391720	113302,7	-3,46	0,001	-615725,6	-167714,4
Oeste	-119816,1	110508,3	-1,08	0,28	-338296,9	98664,76
Trebol	-74400,62	111926,1	-0,66	0,507	-295684,6	146883,3
Vespucio	205357,9	110545,7	1,86	0,065	-13196,86	423912,7
Noviembre	111888,8	93702,17	1,19	0,234	-73365,44	297143
Diciembre	517402,9	118673,8	4,36	0	282778,5	752027,3
Enero	1142479	122276,1	9,34	0	900732,7	1384226
Febrero	735315,7	150068,1	4,9	0	438622,9	1032008
Constante	259506,4	292521,4	0,89	0,377	-318824,1	837836,8

Tabla 23: Output regresión ingresos

## Regresión Transacciones

```
. xi: reg transacciones precio i.sucursal i.periodo
i.sucursal   _lsucursal_1-7   (naturally coded; _lsucursal_1 omitted)
i.periodo    _lperiodo_1-5   (naturally coded; _lperiodo_1 omitted)
```

```
Source |      SS      df    MS        Number of obs =   152
-----+-----
Model | 222060.339   11 20187.3036    Prob > F   = 0.0000
Residual | 131357.003  140 938.264305    R-squared   = 0.6283
-----+-----
Total | 353417.342  151 2340.5122    Adj R-squared = 0.5991
Root MSE = 30.631
```

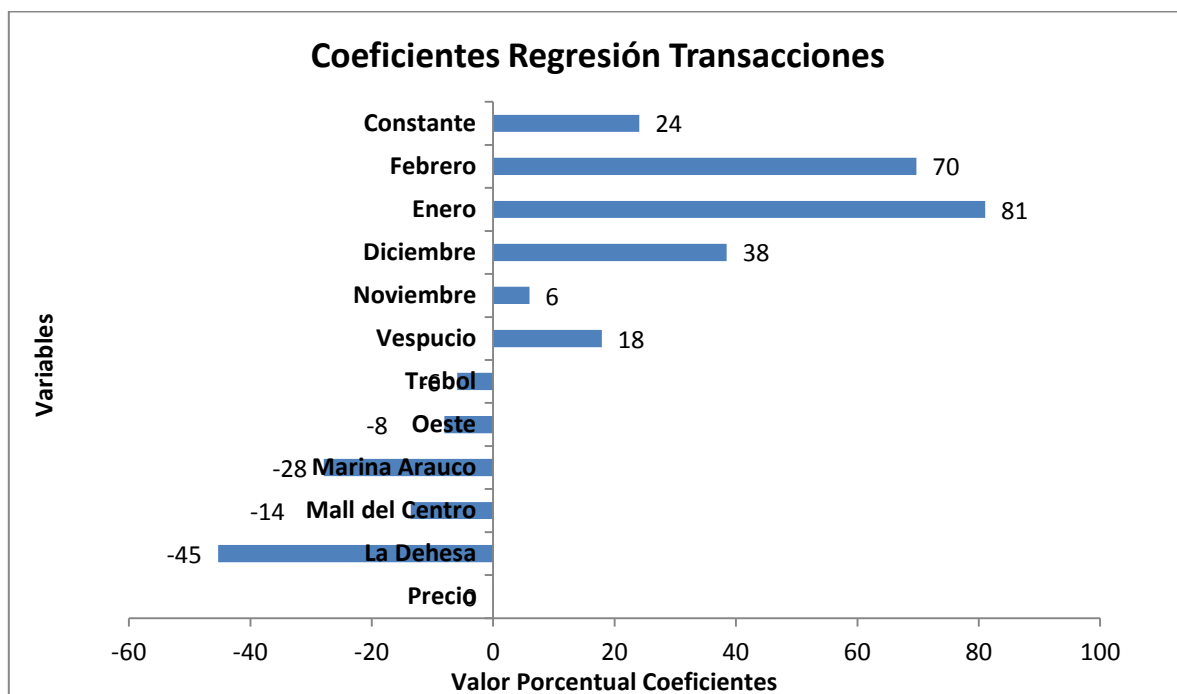


Gráfico 33: Regresión Transacciones

Transacciones	Beta	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Precio	-0,0003593	0,0012259	-0,29	0,77	-0,0027829	0,0020644
La Dehesa	-45,29188	9,289171	-4,88	<b>0</b>	-63,65707	-26,92669
Mall del Centro	-13,57282	9,250649	-1,47	0,145	-31,86185	4,716207
Marina Arauco	-27,90753	9,469211	-2,95	<b>0,004</b>	-46,62867	-9,186389
Oeste	-8,037272	9,235666	-0,87	0,386	-26,29668	10,22214
Trebol	-5,903856	9,35416	-0,63	0,529	-24,39753	12,58982
Vespucio	17,88908	9,238792	1,94	0,055	-0,3765068	36,15467
Noviembre	5,967215	7,831104	0,76	0,447	-9,515299	21,44973

<b>Diciembre</b>	38,47729	9,918091	3,88	0	18,86869	58,08589
<b>Enero</b>	81,03796	10,21916	7,93	0	60,83414	101,2418
<b>Febrero</b>	69,72357	12,54186	5,56	0	44,92764	94,51949
<b>Constante</b>	24,07419	24,4473	0,98	0,326	-24,25944	72,40782

Tabla 24: Output regresión transacciones

Anexo P: Correlación entre tasa de conversión y variables explicativas regresión por semana

<b>Correlaciones</b>	<b>tasadeconversion</b>
tasadeconversion	1
precio	-0,555
LA DEHESA	0,3034
MALL DEL CENTRO	-0,1768
MARINA ARAUCO	0,017
OESTE	-0,0812
TREBOL	-0,0713
VESPUCIO	0,007
_lsem~201241	-0,1635
_lsem~201242	-0,1696
_lsem~201243	-0,1829
_lsem~201244	-0,1776
_lsem~201245	-0,1664
_lsem~201246	-0,1819
_lsem~201247	-0,1576
_lsem~201248	-0,1508
_lsem~201249	-0,1218
_lsem~201250	0,0048
_lsem~201251	0,042
_lsem~201252	0,0374
_lsem~201253	0,0158
_lsem~201301	0,188
_lsem~201302	0,2782
_lsem~201303	0,1934
_lsem~201304	0,4046
_lsem~201305	0,1886
_lsem~201306	0,0994
_lsem~201307	0,1774
_lsem~201308	-0,008

Tabla 25: Correlaciones entre Tasa de Conversión y Variables explicativas8

## Anexo Q: Optimización de precios (Modelo II)

Para el modelo con distintas distribuciones del precio de reserva se utilizó:

Período	k	T	Lambda	Ajuste	a	b
1	5	10	17.198	0,005	19.131,67	13,18
2	4	4	25.419	0,021	15.147,29	6,28
3	3	3	25.403	0,096	13.613,84	18,04
4	2	1	27.206	0,036	13.613,84	18,04
5	1	4	21.515	0,035	10.496,54	22,26

Tabla 26: Parámetros Optimización de Precios Modelo II

### Resultados Optimización Modelo II

En el caso del Modelo II, donde se presentan distintas distribuciones para el precio de reserva en el tiempo se obtienen los siguientes resultados:

- Caso sin restricciones

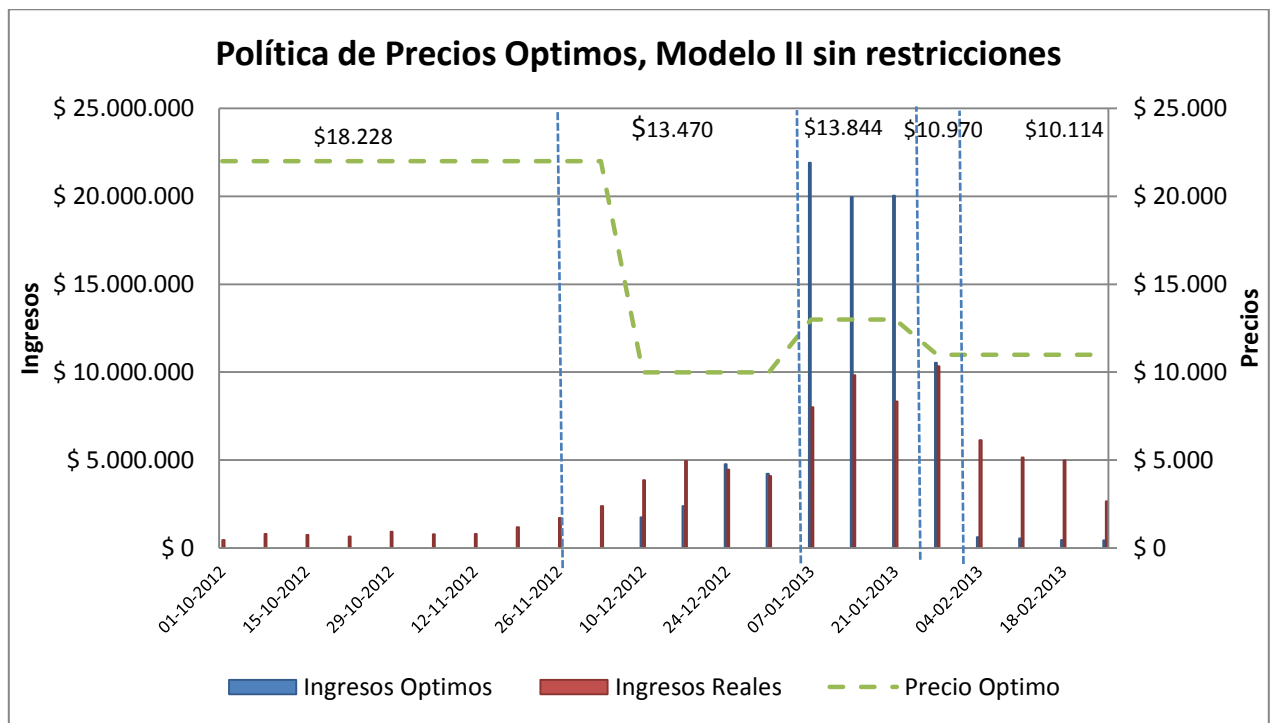


Gráfico 34: Política de precios óptimos, modelo II sin restricciones. Fuente: Elaboración propia

Indicador	Resultado
Ingresos Reales	\$ 83.202.653
Ingresos Óptimos	\$ 87.595.770
Crecimiento	5,3%
Unidades Vendidas	7.223

Tabla 27: Resumen Resultados Optimización Modelo II sin restricciones

Se obtienen mejores resultados principalmente por el hecho de fijar un precio menor en el período 3, en donde con este cambio los ingresos se disparan por un aumento considerable en las ventas. Se ha fijado un precio máximo alto en el primer período porque resulta más conveniente vender las unidades en etapas más tardías. La fuerte baja en el precio en la etapa 2 se explica principalmente por la elasticidad de la curva que representa el precio de reserva en esa etapa. Como se mostró en la estimación de demanda la distribución de Weibull definida en ese período presentaba valores que oscilaban entre los \$19.000 y los \$7.000, asignándole gran probabilidad de comprar cuando el precio es cercano a estos valores.

- Caso con restricciones

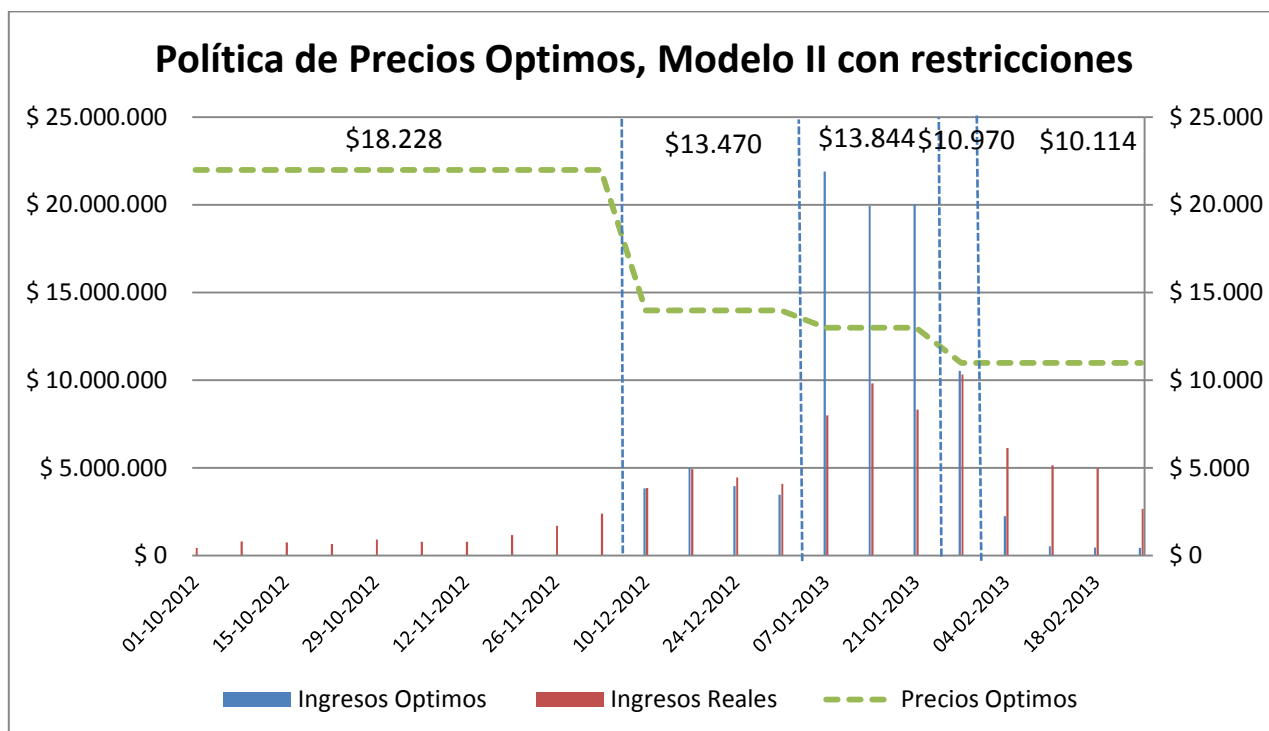


Gráfico 35: Política de precios óptimos, Modelo II con restricciones

Indicador	Resultado
Ingresos Reales	\$ 83.202.653
Ingresos Óptimos	\$ 92.400.770
Crecimiento	11%
Unidades Vendidas	7.223

Tabla 28: Resumen Resultados Optimización Modelo II con restricciones



La mejora en los resultados se encuentra principalmente basada en adelantar la venta desde el último período y bajar la venta en las primeras etapas para que se concentre en el período correspondiente a diciembre, período en el cual se impone un precio levemente menor al presentado en las transacciones.