



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

MOLINO DE JAULA: SU RESISTENCIA Y MODELACIÓN DEL  
PROCESO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
MECÁNICO

CARLOS ALFREDO NAVARRETE CARREÑO

PROFESOR GUÍA:  
ALEJANDRO FRANCISCO FONT FILAX

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ROGER ABDON BUSTAMANTE PLAZA  
GERARDO ARIEL ESPINOSA SILVA

SANTIAGO DE CHILE  
2014

## RESUMEN

Los molinos de jaula son considerados de la clase de molinos de chancado de impacto, pues realizan la molienda del material que ingresa a través de choques con las barras de las jaulas que giran en sentidos opuestos. Las aplicaciones más comunes son para molienda de material seco como carbón, caliza, minerales de hierro, mineral de potasio, entre varios otros materiales. Su principal ventaja sobre otras tecnologías para molienda es la precisión en la obtención de distribuciones granulométricas deseadas con baja generación de finos.

Con el fin de poder hacer mejoras a un diseño de molino del cual se tienen antecedentes y que en operación ha fallado por el fenómeno de corrosión bajo tensión (SCC) por procesar sales húmedas de cloruro de potasio; es que en este trabajo se busca dar respuestas a la interrogante sobre qué distribución granulométrica del material a la salida se esperaría para distintas formas geométricas de las jaulas y variadas condiciones de operación. Se ha guardado reserva respecto de qué empresa es la que opera dicho molino.

Las mejoras que se buscan hacer al molino del cual se tienen antecedentes, son basadas en cambios geométricos de las jaulas, a fin de disminuir los esfuerzos sobre éstas, y así, disminuir el efecto del fenómeno de SCC. Dichas mejoras repercutirían en el desempeño de la molienda. Por lo que en este trabajo se genera un modelo que describe la circulación del material dentro del molino mientras es fraccionado, con el fin de describir la distribución granulométrica del material a la salida y así evaluar el desempeño de la proposición de mejora de geometría.

El modelo desarrollado es capaz de analizar distintas geometrías de jaulas, así como también distintas condiciones de operación y de distribuciones granulométricas del material ingresado.

Se han elegido tres casos de estudio que varían la geometría de las jaulas respecto del molino del cual se disponen antecedentes. El modelo de circulación y fracturación generado indica que los casos de estudio seleccionados producen una distribución granulométrica similar a la del molino de los antecedentes.

Los casos de estudio han sido analizados respecto a su resistencia mecánica mediante software de elementos finitos, resultando tener mejor desempeño que el caso de estudio original (CE1). Se disminuyen drásticamente los esfuerzos hasta un 38% respecto a CE1 en la zona crítica donde presentan fractura los especímenes reales debido al fenómeno de SCC. Este resultado significa además un aumento de la vida del equipo. Por otro lado, se obtiene del análisis de vibraciones que el desempeño de los casos de estudio seleccionados no presentan problemas respecto a efectos dinámicos asociados a resonancia.

En conclusión, se ha generado un modelo físico con el cual se ha podido describir el desempeño en molienda de tres variaciones al modelo original de las jaulas. Las cuales mantienen la distribución granulométrica original y se espera que tengan un mejor desempeño ante SCC, sin problemas de resonancia.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo representa el fin de la carrera, por lo cual quiero agradecer a las personas que han ayudado a hacerlo posible.

A mis padres que desde el comienzo de mi familia entendieron que la educación es fundamental y han hecho grandes sacrificios para llevar a cabo su meta de educar a mi hermano y a mí. Además por sus enseñanzas y amor que me han ido formando hasta hoy.

A mi hermano por el apoyo y ser mi primer maestro en tratar de entender un poco este mundo.

A mi amada compañera por su tierna devoción, apoyo incondicional y por darme tantas alegrías.

A los 4Real por el gran apoyo entre todos y tantos buenos momentos incluso cuando no podíamos dormir.

Al profesor Alejandro por ayudarme a formar una mente criteriosa y enseñarme que las cosas no son difíciles, más bien son desconocidas.

Estoy muy agradecido por tener a estas fantásticas personas en mi camino.

# TABLA DE CONTENIDO

<b>1. Introducción.....</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes generales .....	1
1.2. Motivación .....	1
1.3. Objetivos .....	1
1.3.1. Objetivo General.....	1
1.3.2. Objetivos Específicos .....	2
1.4. Limitaciones .....	2
<b>2. Antecedentes, Discusión Bibliográfica .....</b>	<b>2</b>
2.1. Molino de Jaula .....	2
2.2. Fracturación .....	5
2.3. Condiciones de operación .....	6
2.3.1. Granulometría.....	6
2.3.2. Velocidades de rotación .....	10
2.3.3. Humedad y composición del material procesado.....	10
Flujo de material .....	10
2.3.4. Tiempo de Operación .....	11
2.4. Discusión bibliográfica y metodológica.....	11
2.4.1. Fuerzas internas.....	12
2.4.2. Principio de impulso y momentum .....	12
2.4.3. Movimiento impulsado .....	12
2.4.4. Impacto .....	12
2.4.5. Coeficiente de restitución $e$ .....	14
2.4.6. Medición del trabajo sobre el material.....	15
2.4.7. Pérdidas de energía en el proceso de conminución.....	15
2.4.8. Eficiencia de conminución.....	15
2.4.9. Teorías sobre el trabajo consumido en conminución.....	15
2.4.10. Fenómeno de corrosión bajo tensión .....	16
2.5. Estudio anterior .....	17
2.5.1. Geometría de las barras .....	19
<b>3. Metodología.....</b>	<b>21</b>

<b>4.</b>	<b>Modelos desarrollados.....</b>	<b>22</b>
4.1.	Hipótesis de flujo.....	22
4.2.	Impacto sobre borde interior .....	28
4.3.	Modelo de colisiones de partículas para molino de jaula .....	33
4.3.1.	Características generales del modelo de colisiones.....	33
4.3.2.	Modelando partículas y condiciones de entrada .....	33
4.3.3.	Criterio de impacto .....	34
4.3.4.	Impacto .....	34
4.3.5.	Granulometría .....	37
4.3.6.	Superficie NF(T,V) .....	37
4.3.7.	Atoramiento .....	39
4.3.8.	Zonas predominantes de impacto .....	40
4.3.9.	Procesamiento de elementos .....	41
<b>5.</b>	<b>Modificaciones de geometría al molino original.....</b>	<b>45</b>
5.1.	Modificaciones geométricas.....	45
5.2.	Modificaciones analizadas.....	45
5.2.1.	Cambio de geometría de barras.....	45
5.2.2.	Cambio de número de barras.....	45
5.2.3.	Cambio de velocidad angular de las jaulas.....	45
5.3.	Casos de estudio.....	46
5.3.1.	Cantidad de elementos.....	47
5.4.	Distribuciones granulométricas de los casos de estudio .....	49
5.5.	Análisis de distribuciones granulométricas de los casos de estudio .....	56
<b>6.</b>	<b>Evaluación de resistencia mecánica .....</b>	<b>58</b>
6.1.	Razón de elección .....	58
6.2.	Análisis a realizar .....	58
6.3.	Distribución de esfuerzos .....	59
6.3.1.	Modelos CAD.....	59
6.3.2.	Solicitaciones y condiciones de borde .....	60
6.3.3.	Mallas .....	60
6.3.4.	Resultados.....	62
6.4.	Análisis de vibraciones .....	64
<b>7.</b>	<b>Análisis de resultados .....</b>	<b>65</b>

7.1.	Modelo de colisiones puntuales.....	65
7.2.	Distribución granulométrica .....	65
7.3.	Desempeño de los casos de estudio escogidos .....	65
7.3.1.	Distribución granulométrica .....	65
7.3.2.	Corrosión bajo tensión .....	66
7.4.	Análisis de vibraciones .....	66
<b>8.</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>67</b>
<b>9.</b>	<b>Bibliografía.....</b>	<b>68</b>
<b>10.</b>	<b>Anexo.....</b>	<b>69</b>
1.1.	Anexo A: Plano de Jaula 1 original .....	69
1.2.	Anexo B: Plano de Jaula 2 original.....	70

# 1. INTRODUCCIÓN

El presente informe se centra brindar la documentación necesaria para dar a conocer lo que ha sido el trabajo de título y mostrar el desarrollo del mismo, presentando los resultados obtenidos y ofreciendo comentarios a éstos. En este trabajo se busca generar una herramienta para describir el proceso de molienda de un molino de jaula utilizando medios computacionales y técnicos a través de un modelo físico de la circulación y fracturación del material al interior del molino y así poder describir qué resultados en molienda tendría una cierta geometría de jaulas. Dicho modelo puede ser utilizado para evaluar desempeños en molienda de distintas variaciones de molinos. En este trabajo se utiliza dicho modelo para evaluar mejoras a un molino que falla debido al fenómeno llamado corrosión bajo tensión. Cabe mencionar que el modelo no busca determinar exactamente el proceso de molienda, sino que describirlo para así obtener resultados útiles.

## 1.1. ANTECEDENTES GENERALES

Se disponen de los antecedentes de un molino de jaula en particular, el cual es utilizado para molienda de material húmedo, en específico de sales de cloruro de potasio, material con efectos corrosivos sobre el acero al presentarse humedad. En este trabajo, se ha reservado el nombre de la empresa que opera el molino.

El molino del cual se disponen los antecedentes ha sido diseñado para obtener una distribución granulométrica deseada, lo cual cumple satisfactoriamente. El problema es que presenta problemas de corrosión bajo tensión (SCC). Además, la empresa operadora del molino no cuenta con un modelo que describa el funcionamiento de éste. Situaciones que han afectado negativamente la producción por problemas de disponibilidad y confiabilidad.

## 1.2. MOTIVACIÓN

La motivación de este trabajo es que no se ha podido contar con herramientas para describir el proceso de molienda de un molino de jaula en base a su geometría y condiciones de operación. Por otro lado la motivación también radica en que el diseño del molino de estudio, no es apto para las condiciones del material en cuanto a resistencia mecánica a pesar de que el desempeño en cuanto a molienda (distribución granulométrica) sea adecuado.

## 1.3. OBJETIVOS

Los objetivos del presente trabajo de titulación son los siguientes.

### 1.3.1. *OBJETIVO GENERAL*

Para el molino de Jaula del cual se disponen antecedentes, se busca generar un modelo físico del proceso de conminución que describa la distribución granulométrica del material a la salida, en función de las características del material a la entrada y las condiciones de operación. De forma que se puedan proponer mejoras basadas en

cambios geométricos de las jaulas a fin de que presenten mejor desempeño frente al fenómeno de SCC sin alterar el desempeño en molienda del molino original.

### *1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS*

- Modelar la circulación del material al interior del molino de jaula en función de sus condiciones de entrada y las de operación del molino
- Describir la incidencia de la geometría de las jaulas del molino sobre el proceso de molienda y sus resultados
- Seleccionar morfología/s del jaulas apta/s para el proceso
- Diseñar a la resistencia mecánica y duración la o las morfologías seleccionadas.

### 1.4. LIMITACIONES

Este trabajo se limita a la modelación del molino y su proceso en estado estacionario de operación. Variables a analizar son las siguientes.

1. Distribución granulométrica
2. Velocidades de giro de las jaulas
3. Tasa de restitución en los choques
4. Fragmentación
5. Humedad del material

Se utiliza un modelo CAD de la morfología del molino adaptada con el fin de realizar una simulación mediante elementos finitos y así analizar la resistencia mecánica del diseño.

La Humedad se considera dentro de la modelación de impacto como plasticidad caracterizando el coeficiente de restitución.

## 2. ANTECEDENTES, DISCUSIÓN BIBLIOGRÁFICA

Los antecedentes del molino con los que se cuentan son una recopilación de información de registros internos de la empresa operadora [1]

### 2.1. MOLINO DE JAULA

Un molino de jaula es un molino de chancado de impacto. La principal cualidad de este molino es que sólo se disminuye el tamaño de aquellas partículas con la suficiente masa para ser fracturadas, el resto de las partículas más pequeñas pasan a través del molino sin verse afectadas [2]

La siguiente ecuación representa el máximo esfuerzo al cual se ve sometida una partícula cuando es impactada por un cuerpo de mayor masa.

$$\sigma_{max} \cong K x^{0,6} v^{0,4} \quad (1)$$

Donde  $\sigma_{max}$  [MPa] representa el esfuerzo máximo,  $K$   $\left[MPa \cdot \frac{s^{0,4}}{m}\right]$  es una constante,  $x$ [m] es el tamaño de la partícula y  $v$  [m/s] es la velocidad relativa entre los cuerpos.

A través de esta ecuación se puede explicar la característica selectiva de este tipo de molinos, pues dado un menor tamaño de partícula procesado, se tendrá un menor esfuerzo máximo producto de la colisión de la partícula con las barras de las jaulas. De esta forma dado menor tamaño de partícula, el esfuerzo máximo podría no sobrepasar el valor necesario para producir fractura.

Por otro lado, mientras menor es el tamaño de la partícula, el efecto desacelerador efectuado por el aire se hace más significativo. Haciendo que la velocidad relativa entre los cuerpos disminuya y, por consiguiente, disminuye el esfuerzo máximo debido al impacto.

El material a la salida de estos molinos tiene un amplio porcentaje de partículas en el rango de tamaño deseado. Si bien existe la presencia de partículas de un menor tamaño al requerido a la salida del molino, éstas representan un bajo porcentaje del total de material. Las partículas de menor tamaño al deseado son generadas por la circulación y frotación interna del mismo material. Este tipo de molinos puede prescindir del uso de harneros en ciertas aplicaciones.

El material ingresa al molino por caída libre, direccionado por un chute hacia el centro de las jaulas rotatorias, como se puede apreciar en la siguiente figura.

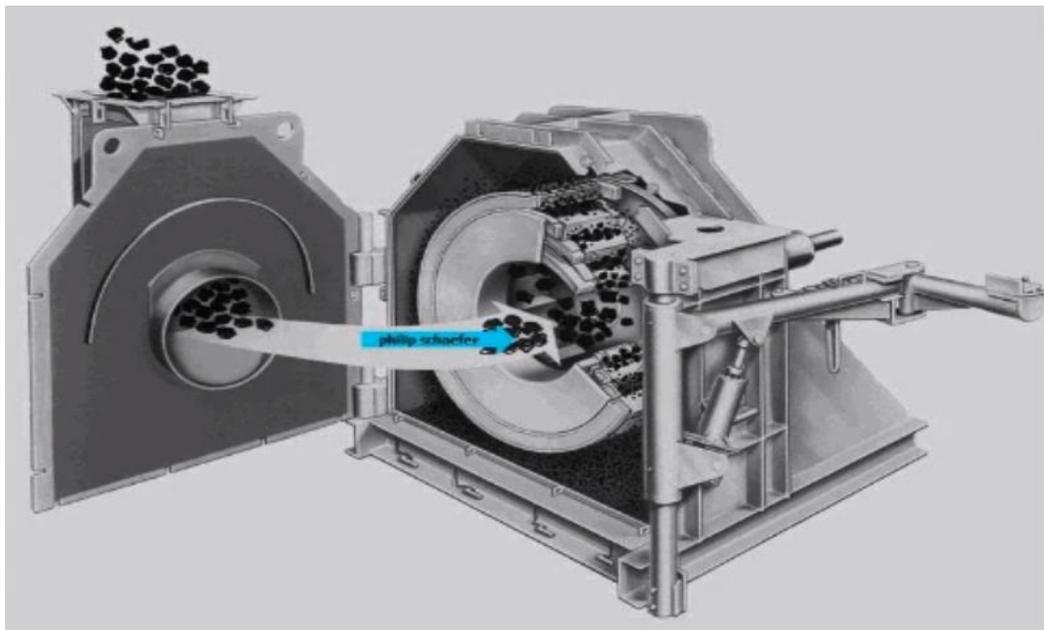


Figura 1. Ingreso del material al molino

El molino se compone básicamente por una carcasa que recibe el material procesado y lo dirige a la salida. Dentro de la carcasa se encuentran dos jaulas.

Cada una de las jaulas rotatorias se compone por dos filas concéntricas de barras. Las barras son las encargadas de impactar al material. Las Jaulas giran en sentidos opuestos. La disposición de las filas de ambas jaulas se intercala con el fin de dar una trayectoria zigzagueante al material mientras es procesado. De esa forma, luego del impacto del material con una de las barra, éste sea dirigido en oposición al movimiento de la siguiente línea circular de barras que gira en sentido contrario.

La fractura del material se realiza por medio de líneas circulares rotatorias de barras. Ver Figura 2, Figura 3, Figura 4, Anexo A y Anexo B.

La trayectoria zigzagueante se resume en la Figura 2, la cual representa un plano transversal del molino mostrando sólo una barra de cada fila circular.

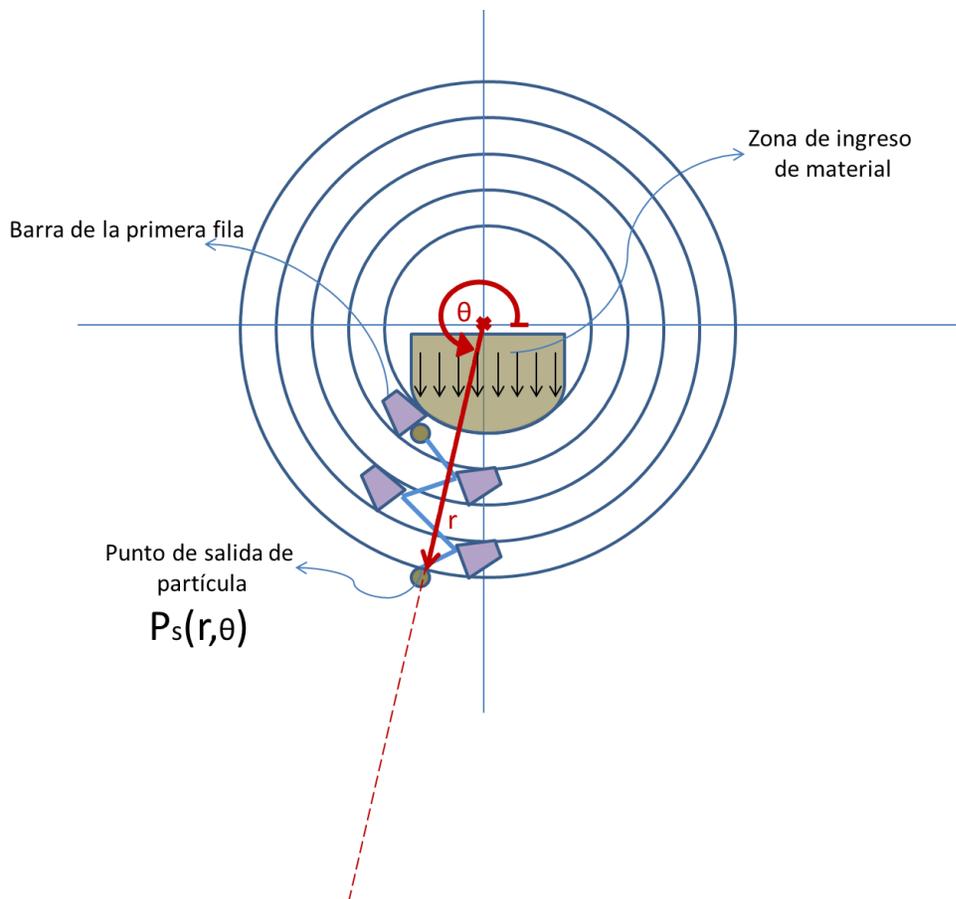


Figura 2. Impactos sucesivos en vista de plano transversal. Se muestran sólo cuatro barras correspondientes a las cuatro filas

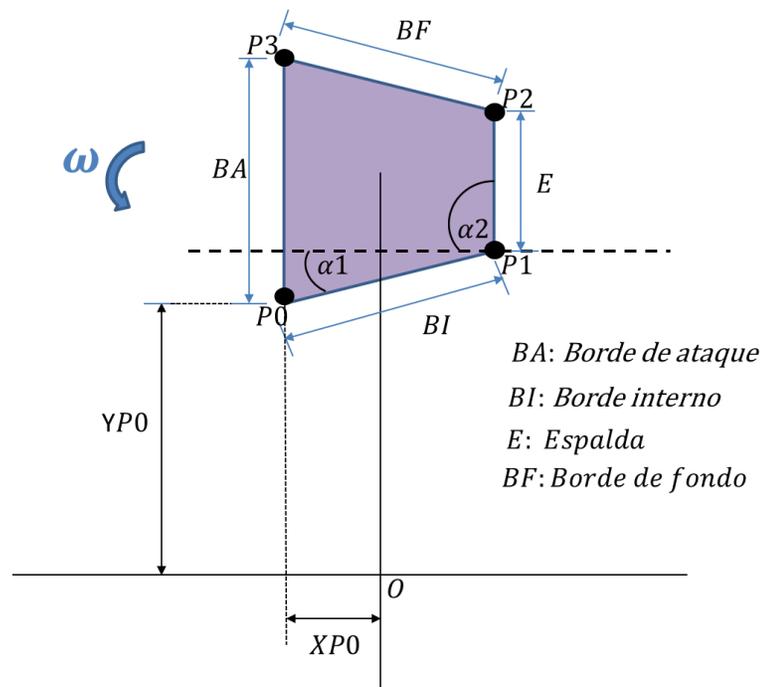


Figura 3. Nomenclatura utilizadas para describir las barras

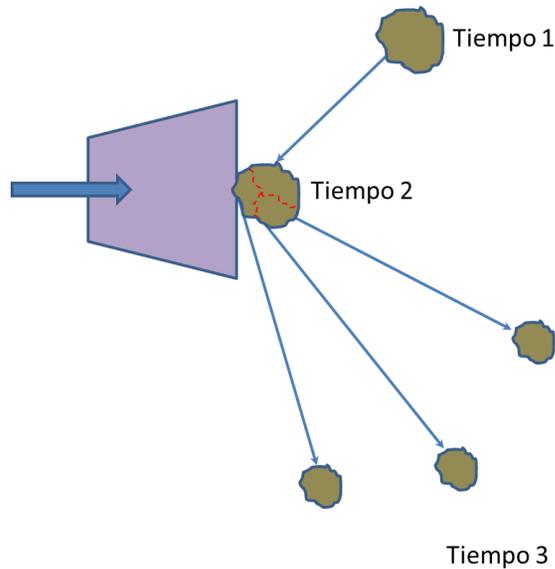


Figura 4. Esquematización de la fracturación de material debido al impacto con una barra

## 2.2. FRACTURACIÓN

El material al ser fracturado debido al impacto con una barra, es dirigido hacia las siguientes filas de barras. Se considera que ocurre choque inelástico con coeficiente de restitución  $e < 1$ . Parte de la energía se consume en dañar las partículas, por lo que la

energía cinética total de éstas después del choque es menor que luego de un choque elástico equivalente en el cual  $e=1$ , por lo que sólo una fracción de la energía que la jaula le transmite a las partículas incide en la energía cinética de las partículas y contribuye al flujo de mineral. Otras fracciones de la energía se transforman en la producción de vibraciones, disipación por roce, movimiento de aire, entre otros. Más adelante se trata el tema del coeficiente de restitución con mayor detalle.

## 2.3. CONDICIONES DE OPERACIÓN

A continuación se exponen las condiciones de operación a las que es sometido el molino de jaula del cual se disponen antecedentes.

### 2.3.1. GRANULOMETRÍA

Mediciones de la distribución granulométrica del material de entrada y salida se exponen a continuación. El tamaño de partículas se entrega mediante clasificación por tamiz ASTM.

Tabla 1. Datos de muestras de granulometría a la entrada

Entrada		
Tamiz		%Peso pasante acum.
# ASTM	Mm	% Weight
0,745 inch	18,923	100
0,530 inch	13,462	97,4
0,375 inch	9,525	96,6
0,265 inch	6,731	95,4
4	4,76	94,2
6	3,36	91,4
8	2,38	87,4
12	1,68	81,6
16	1,19	72,1
20	0,841	47,9
30	0,595	29
40	0,42	9
50	0,297	3
400	0,037	0

Tabla 2. Datos de muestras de granulometría a la salida

Salida		
Tamiz		%Peso pasante acum.
# ASTM	mm	% Weight
12 US	1,680	100,0
16 US	1,190	96,2
20 US	0,841	82,2
30 US	0,595	66,1
40 US	0,420	48,8
50 US	0,297	37,9
70 US	0,210	30,4
100 US	0,149	24,1
140 US	0,105	18,7
200 US	0,074	14,3
270 US	0,053	10,8
400 US	0,037	0,0

Utilizando estos datos, es posible obtener un ejemplo de la distribución de los tamaños de partículas y su porcentaje de presencia en peso a la entrada y salida. Ambos ejemplos se presentan a continuación en tabla y gráfico.

Tabla 3. Datos de muestras de porcentaje en peso de presencia según tamaño de partículas a la Entrada del molino

Entrada	
Rango de Tamaño de partícula [mm]	%Peso Retenido
18,923	2,6
13,462	0,8
9,525	1,2
6,731	1,2
4,76	2,8
3,36	4
2,38	5,8
1,68	9,5
1,19	24,2
0,841	18,9
0,595	20
0,42	6
0,297	3
0,037	0

Tabla 4. Datos de muestras de porcentaje en peso de presencia según tamaño de partículas a la salida del molino

Salida	
Rango de Tamaño de partícula [mm]	%Peso Retenido
1,68	3,8
1,19	13,9
0,841	16,2
0,595	17,2
0,42	10,9
0,297	7,5
0,21	6,3
0,149	5,4
0,11	4,4
0,07	3,5
0,053	10,8
0,037	0,0

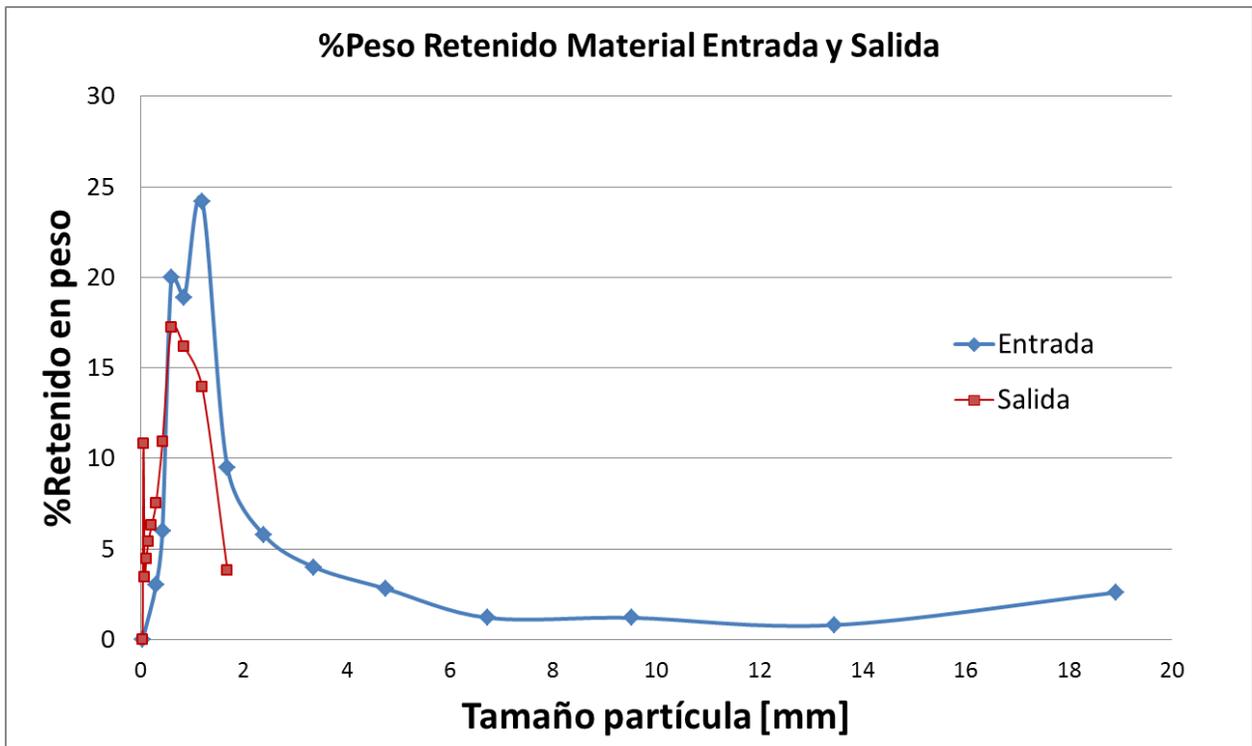


Figura 5. Datos de muestras de presencia en peso según tamaño de partícula a la entrada (Azul) y salida (Violeta) en un día de muestra

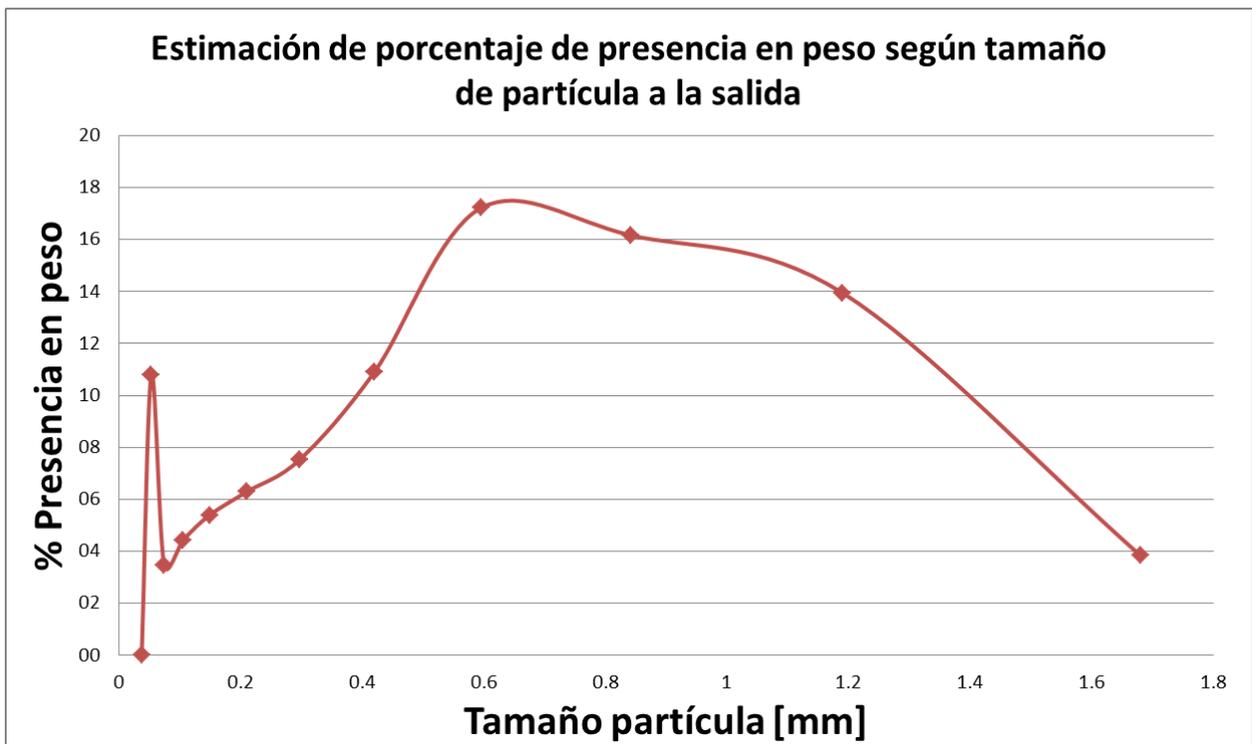


Figura 6. Detalle de presencia en peso según tamaño de partícula a la salida de un día de muestra

### 2.3.2. VELOCIDADES DE ROTACIÓN

Las velocidades de rotación de operación utilizadas son las mismas de diseño. Las dos jaulas que componen al molino giran con velocidades angulares de la misma magnitud pero sentido contrario. La rapidez de rotación expresada en revoluciones por minuto se muestra en lo siguiente.

Tabla 5. Rapidez de rotación

Rapidez rotación [RPM]	392 [RPM]
------------------------	-----------

### 2.3.3. HUMEDAD Y COMPOSICIÓN DEL MATERIAL PROCESADO

El material procesado es Silvita húmeda, que corresponde principalmente a Cloruro de Potasio. La composición química del material puede verse a continuación.

Tabla 6. Composición química del material procesado

Componente	TOTAL	NaCl	KCl	Carnalita	Yeso	K <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	MgCl <sub>2</sub>	MgSO <sub>4</sub>	LiCl	H <sub>2</sub> O
Sal sólida (%Por peso)	100,0	68,2	28,9	0,7	2,2	-	-	-	-	-
Salmuera (%Por peso)	100,0	11,6	7,9	-	-	0,0	8,5	3,8	1,0	67,3

Las condiciones del material procesado se aprecian en la siguiente tabla.

Tabla 7. Condiciones del material procesado

Condición	Valor
Temperatura entrada y salida	Temperatura ambiente
Contenido de salmuera	20 [%Peso]
Densidad de las partículas	2107 [kg/m <sup>3</sup> ]
Densidad de la salmuera	1278 [kg/m <sup>3</sup> ]
Densidad del lodo	1865/m <sup>3</sup> ]

### FLUJO DE MATERIAL

El flujo másico de material de diseño, así como también el flujo másico de operación se aprecia en la siguiente tabla.

Tabla 8 .Flujo de material en diseño y operación

	Flujo másico
Operación	440 [MTPH]
Diseño	486 [MTPH]

#### 2.3.4. TIEMPO DE OPERACIÓN

Está previsto que el molino opere de forma continua, 24 horas al día, 360 días al año.

Tabla 9. Tiempo de operación del molino

Operación de diseño	Durante 24[h], 360[días/año]
---------------------	------------------------------

#### 2.4. DISCUSIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLÓGICA

Para el correcto desarrollo de este trabajo se considera la utilización de bibliografía en los temas de choque y fraccionamiento de partículas por impacto. También se planifica utilizar bibliografía para los temas de diseño a resistencia y duración frente a corrosión bajo tensión.

En este desarrollo bibliográfico se hace una revisión a los siguientes libros en los temas de:

Impacto:

Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., David F. Mazurek, Phillip J. Cornwell, Elliot R. Eisenberg: “**Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics**”, McGraw-Hill Companies, New York, 2010, Novena Edición. [3]

Fracturación:

Arthur F. Taggart: “**Elements of ORE DRESSING**”, John wiley & sons Inc., New York, 1951, Primera Edición. [4]

Gustáv Tarján: “MINERAL PROCESSING VOLUME I Fundamentals, Comminution, Sizing and Classification”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1981, Primera Edición. [5]

En el libro utilizado para el tema de impacto, se desarrollan temas de mecánica con aplicación para ingenieros. A continuación se hace descripción de ciertos temas considerados pertinentes para el desarrollo y entendimiento de este trabajo.

### 2.4.1. FUERZAS INTERNAS

Por fuerzas internas se entienden como aquellas fuerzas de acción y reacción que se generan entre las partículas que integran un sistema. No considera las fuerzas externas que actúan sobre las partículas.

Sobre este tópico se quiere destacar el hecho de que para un sistema de partículas, el efecto de las fuerzas internas no altera la posición ni trayectoria que lleva el centro de masa del sistema. Por lo cual si no hay acción de fuerzas internas sobre un sistema de partículas, el centro de masa sigue una trayectoria recta de desplazamiento.

### 2.4.2. PRINCIPIO DE IMPULSO Y MOMENTUM

El principio de impulso y momentum es el único método aplicable cuando se tiene impacto con pérdida de energía, dejando de lado el método de la aplicación directa de la segunda ley de Newton  $F = ma$  y el método de trabajo y energía.

El principio de impulso y momentum se deriva de la segunda ley de Newton. Establece que cuando sobre una partícula actúa una fuerza neta durante un intervalo de tiempo, el momentum final de la partícula se puede obtener adicionando vectorialmente su momentum inicial y el impulso que genera la fuerza. El impulso corresponde a la integral de la fuerza con respecto al tiempo entre el tiempo que inicia la aplicación de la fuerza sobre la partícula y el cese de la aplicación.

### 2.4.3. MOVIMIENTO IMPULSADO

Cualquier fuerza que actúe durante un pequeño periodo y que sea lo suficientemente grande como para producir una considerable variación en el momentum es llamada fuerza de impulso y el movimiento resultante es llamado movimiento impulsado.

Cuando se analiza movimiento impulsado, cualquier fuerza que no sea una fuerza impulsiva puede ser despreciada. Esto es que el impulso correspondiente  $F\Delta t$  sea demasiado pequeño.

### 2.4.4. IMPACTO

Una colisión entre dos cuerpos que ocurre en un muy pequeño intervalo de tiempo y durante el cual dos cuerpos ejecutan relativamente grandes fuerzas sobre cada una se le llama *impacto*.

La normal común a las superficies en contacto durante el impacto es llamada *línea de impacto*.

Si el centro de masa de los dos cuerpos que impactan se localizan en la línea de impacto se obtiene lo llamado impacto central. De otra manera se obtiene lo que se llama impacto excéntrico.

Si las velocidades de las dos partículas que impactan tienen la misma dirección que la línea de impacto, el impacto es llamado impacto directo. Si de otra manera, las partículas se mueven por direcciones que sean distintas a las de la línea de impacto, entonces el impacto se llama impacto oblicuo

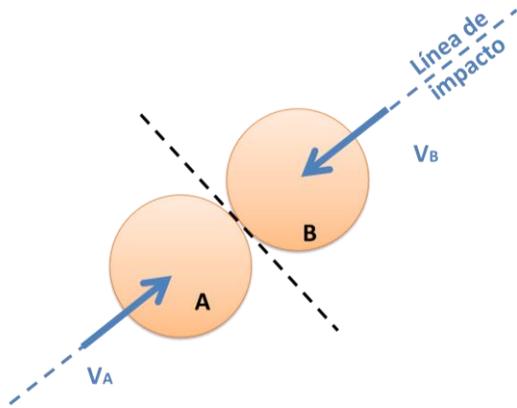


Figura 7. Impacto central directo

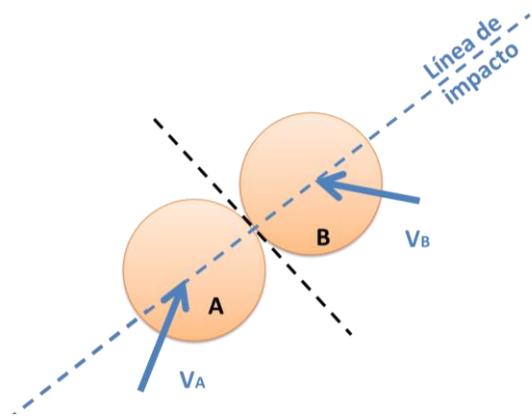


Figura 8. Impacto central oblicuo

Durante el impacto, las partículas se deforman. Esto ocurre en lo llamado periodo de deformación. Es entonces cuando un periodo de restitución toma lugar, dependiendo de la magnitud de las fuerzas de impacto y los materiales involucrados, las dos partículas pueden recobrar su forma original o bien permanecer deformadas.

Sobre una partícula durante el periodo de deformación, actúa una fuerza impulsiva llamada  $P$ , ejercida por el otro cuerpo.

Sobre la misma partícula, pero en el periodo de restitución, actúa una fuerza impulsiva llamada  $R$ , ejercida por la otra partícula, con misma dirección y que la fuerza impulsiva  $P$ .

El impulso de la fuerza impulsiva  $P$  y la fuerza impulsiva  $R$  que actúan sobre la partícula durante el periodo correspondiente se denotan  $\int P dt$  y  $\int R dt$  respectivamente. En general la magnitud del impulso  $\int P dt$  resulta ser mayor que la magnitud del impulso  $\int R dt$ .

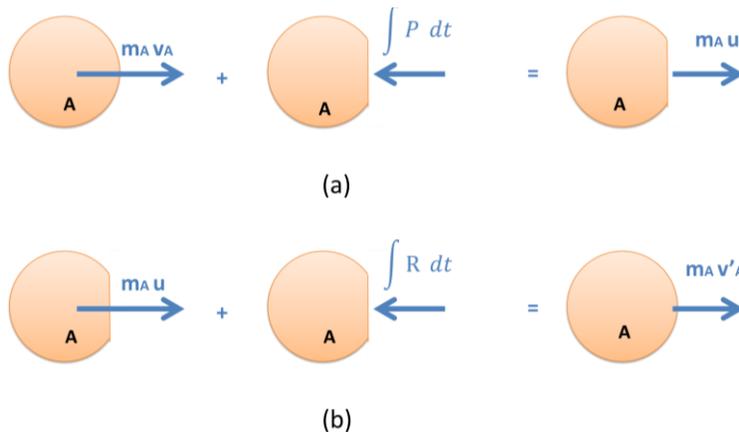


Figura 9. (a) Periodo de deformación. (b) Periodo de restitución

#### 2.4.5. COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN $e$

La proporción entre las magnitudes de los impulsos correspondientes al periodo de restitución y al periodo de deformación es llamada **coeficiente de restitución** y se denota por:

$$e = \frac{\int Rdt}{\int Pdt} \quad (1)$$

El valor del coeficiente de restitución  $e$  está siempre entre 0 y 1. Su valor dependerá de las características de los materiales involucrados, la velocidad de impacto y la forma y tamaño de los dos cuerpos impactados.

El coeficiente  $e$  relaciona las velocidades relativas de los cuerpos antes y después del impacto. Dicha relación para un impacto central directo es la siguiente.

$$v_r' = ev_r \quad (2)$$

Donde  $v_r'$  y  $v_r$  representa la velocidad relativa entre los dos cuerpos después del impacto y antes del impacto respectivamente.

Esta propiedad puede ser utilizada para determinar experimentalmente el valor del coeficiente de restitución de dos materiales a cierta velocidad.

Como ya se detalló, para un impacto central directo el coeficiente de restitución se define por  $e = \frac{\int Rdt}{\int Pdt}$  y puede variar entre 0 y 1. Se pueden detallar dos casos particulares:

- $e = 0$  Se trata de un impacto perfectamente plástico. En este tipo de impacto, no existe periodo de restitución y ambos cuerpos permanecen juntas con la misma velocidad luego del impacto.
- $e = 1$  Se trata de un impacto perfectamente elástico. En este impacto las velocidades relativas entre las partículas no varían antes y después del impacto. El impulso recibido por las partículas en el periodo de deformación y en el periodo de restitución son iguales

Cuando el coeficiente de restitución es igual a 1, se tiene que luego del impacto, la energía cinética de las partículas se conserva. Por otro lado cuando el coeficiente de restitución toma valores distintos de 1, se tiene que la energía cinética de las partículas es transformada en calor, se emplea en la generación de ondas elásticas y deformación en los materiales de los cuerpos impactados, entre otras transformaciones.

A continuación se exponen los temas relevantes en cuanto a la bibliografía sobre fracturación.

#### 2.4.6. *MEDICIÓN DEL TRABAJO SOBRE EL MATERIAL*

Tal como menciona el autor Taggart, el trabajo hecho sobre una roca no es directamente medible en el caso de un molino.

La diferencia entre los balances de energía de un molino operando sin carga, versus los balances de energía operando con carga hace eco de variadas transformaciones de energía que contemplan el movimiento y roce del material, disipaciones térmicas en descansos por ejemplo, vibraciones, entre otras fuentes de pérdida. Es por esto que no es posible medir directamente la cantidad de energía destinada a la fracturación del material.

#### 2.4.7. *PÉRDIDAS DE ENERGÍA EN EL PROCESO DE CONMINUCIÓN*

Como postula el autor Gustáv Tarján, de la energía utilizada directamente en la fragmentación de un material existen pérdidas exclusivamente del proceso de conminución. Estas pérdidas pueden ser clasificadas en tres principales.

La primera es la utilización de energía en la formación de microplasticidad en las puntas de las grietas. La segunda corresponde al trabajo de deformación elástica no absorbido por la superficie de fractura sino que transformado, primero en energía cinética (vibraciones y energía de los trozos fragmentados expulsados), pero finalmente en calor debido a colisiones por fricción interna y externa. La tercera principal pérdida ocurre si el sólido, además de la deformación microplástica en las puntas de las grietas, experimenta grandes deformaciones plásticas también [...]; En materiales frágiles macroscópicamente, las pérdidas del primer y segundo tipo son relevantes. Ambas también dependen del tamaño de grano (Tarján, 1981: 229; trad. a.)

#### 2.4.8. *EFICIENCIA DE CONMINUCIÓN*

La eficiencia de conminución se define como el cociente entre cantidad de energía de superficie sobre la cantidad de energía de conminución.

$$\eta = \frac{\text{Energía de superficie}}{\text{Energía de conminución}}$$

De acuerdo a calorimetría, se obtiene para la roca de sal:

$$\eta = \frac{276}{26.100} = 1,05\%$$

(Tarján, 1981: 230)

#### 2.4.9. *TEORÍAS SOBRE EL TRABAJO CONSUMIDO EN CONMINUCIÓN*

El autor Tarján presenta las tres principales teorías de autores que tratan el trabajo consumido en conminución, las cuales se presentan a continuación:

- Rittinger: Trabajo consumido  $\propto$  Incremento de superficie
- Kick y Kirpichev: Trabajo consumido  $\propto$  Volumen del sólido
- Bond: Trabajo consumido  $\propto$  Tamaño de grietas generadas

Rittinger y Kick solamente consideran respectivamente, la energía de romper la cohesión entre las superficies y la energía de deformación entre las superficies antes de la fractura. Sin embargo ambas deben ser consideradas, cosa que hace Bond. (Tarján, 1981: 236-237)

#### 2.4.10. FENÓMENO DE CORROSIÓN BAJO TENSIÓN

El fenómeno de corrosión bajo tensión conocido como SCC (Stress corrosión cracking) es entendido como un sistema en el cual influyen variados factores y no es sólo un problema de materiales.

SCC se define como el inicio y lento crecimiento de grietas bajo la simultánea influencia de esfuerzos de tracción y ambientes corrosivos.

Además el fenómeno de SCC, dentro de todos los ataques corrosivos es catalogado como el de más rápido daño a los materiales.



Figura 10. Interrelación entre los factores que producen SCC

- Etapas del proceso:

El proceso se divide en tres etapas:

1. Incubación
2. Crecimiento de grieta
3. Fractura

La etapa de incubación es la más importante en cuanto al tiempo de vida de un componente y la propagación de la grieta puede ser intergranular o transgranular.

- Características

La fractura del material ocurre a escala macroscópica sin deformación, y perpendicular a la dirección del esfuerzo. No presenta remoción de material medible y no se observan productos de corrosión. Además que en la mayoría de los casos el inicio de la corrosión es difícil de detectar

- Principales Mecanismos

1. Disolución anódica del metal, acelerado por esfuerzos de tracción. Es un proceso controlado por fenómenos electroquímicos
2. Adsorción que induce fractura frágil. Ocurre que en la punta de la grieta se adsorbe o difunden moléculas extrañas al material, debilitando las fuerzas de unión metálica. El principal problema es con el hidrógeno que produce fragilización.

- Estrategias para evitar corrosión bajo tensión

1. Controlar susceptibilidad del material: Tratamientos inadecuados pueden conllevar pérdida de la protección que brinda la aleación de Cromo. Aleaciones con Níquel son beneficiosas cercanas al 20%. El Molibdeno aleado junto a la aleación con concentración crítica de níquel, aumenta el esfuerzo mínimo al cual se activa el fenómeno de SCC.
2. Evitar esfuerzos sobre el material: Esfuerzos internos pueden ser reducidos con tratamientos térmicos adecuados. Esfuerzos externos pueden ser a menudo disminuidos aplicando consideraciones de diseño. Es importante evitar esfuerzos sobre soldaduras o en zonas afectada térmicamente.
3. Evitar ambientes agresivos o bien disminuir la agresividad.

En el caso del molino en estudio, la velocidad de 392 RPM genera una aceleración centrípeta de 149 veces g en la corrida de barras exterior que rotan con un radio de 864 mm. Por un estudio previo, se conocen los puntos de mayor tensión y que éstos se deben a la fuerza centrífuga que actúa sobre las barras. Esto se toma en cuenta más adelante para la selección de las geometrías de barras para disminuir tales tensiones.

## 2.5. ESTUDIO ANTERIOR

Se cuenta con un estudio anterior, en el cuál se evalúa por medio de elementos finitos la zona de mayor concentración de tensiones y se ofrece una alternativa a la geometría original, que luego se muestra, la cual mejora la resistencia mecánica pero no se sabe cómo altera la granulometría.

Debido al giro de las jaulas, por inercia, las barras se flectan produciendo altos esfuerzos locales en el encuentro de las barras con el anillo que las sujeta (ver Figura 11).

Producto del estudio anterior, se visualiza que los esfuerzos se concentran en el sector de cambio de sección entre el anillo y las barras. Además esta es una zona afectada térmicamente por el proceso de soldadura. Esto, unido al ambiente corrosivo, propicia el surgimiento de grietas, las cuales conllevan a fractura y falla del equipo.

La distribución de esfuerzos se ve a continuación en Figura 12 (No se cuenta con datos de la malla utilizada. El análisis ha sido hecho con software inventor 2013).

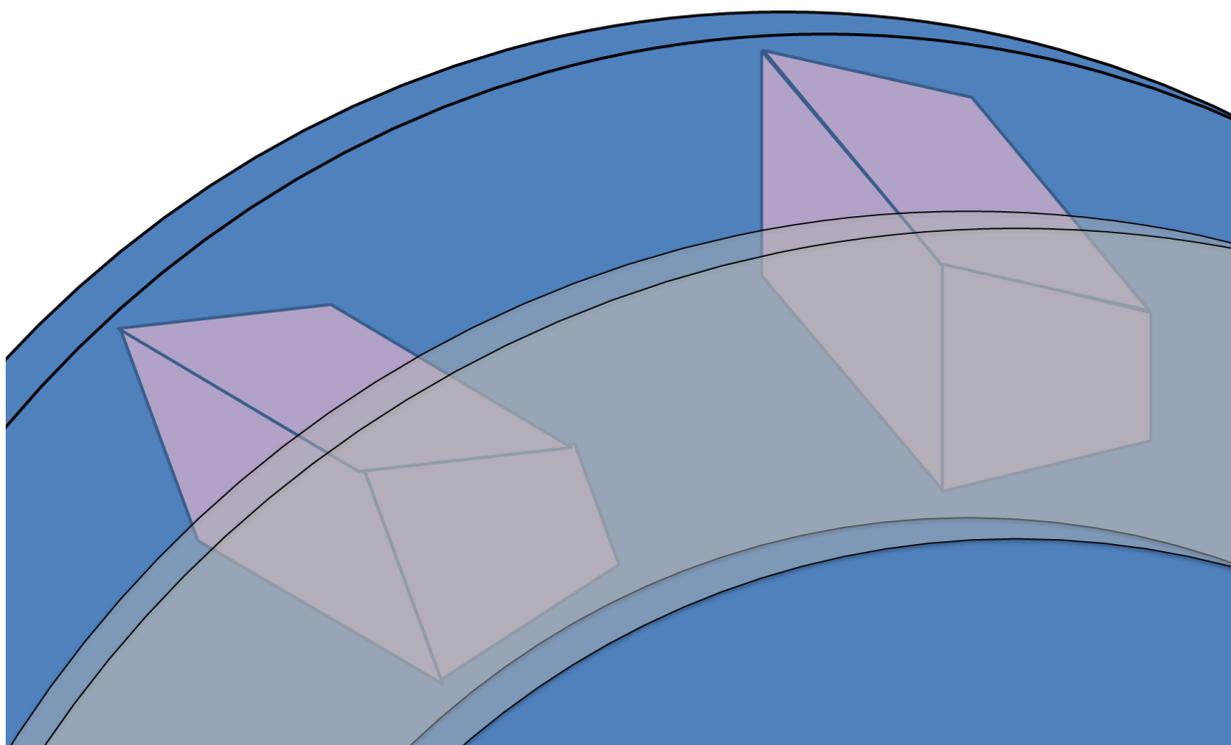


Figura 11. Esquema para visualizar el anillo que sujeta las barras

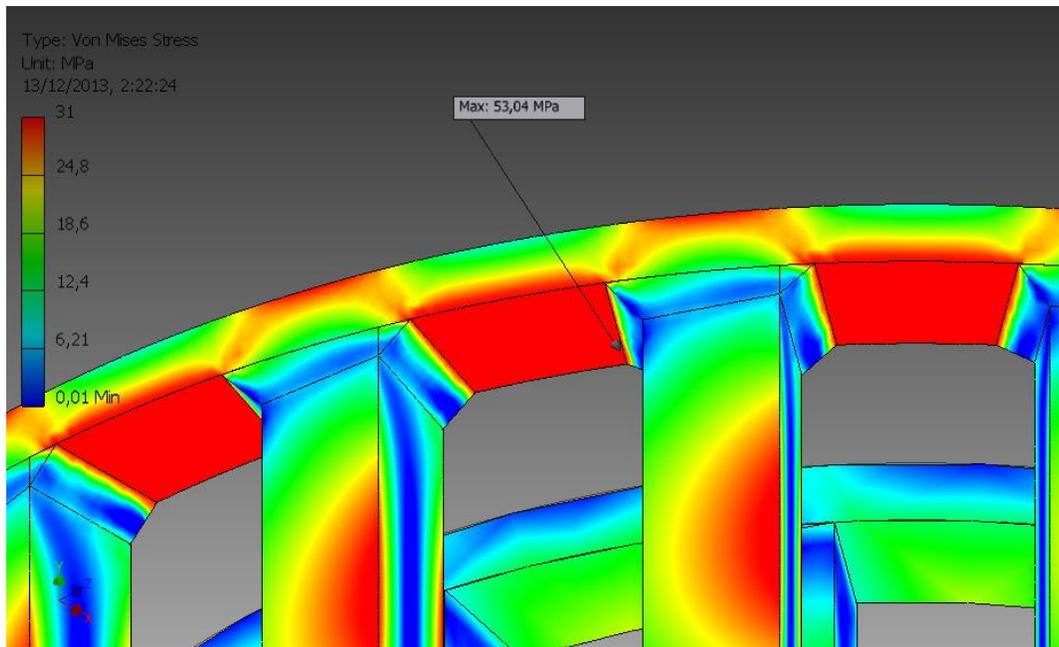


Figura 12. Distribución de esfuerzos de Von Mises en jaula mayor

### 2.5.1. GEOMETRÍA DE LAS BARRAS

Originalmente la geometría de las barras es como se aprecia en la siguiente figura

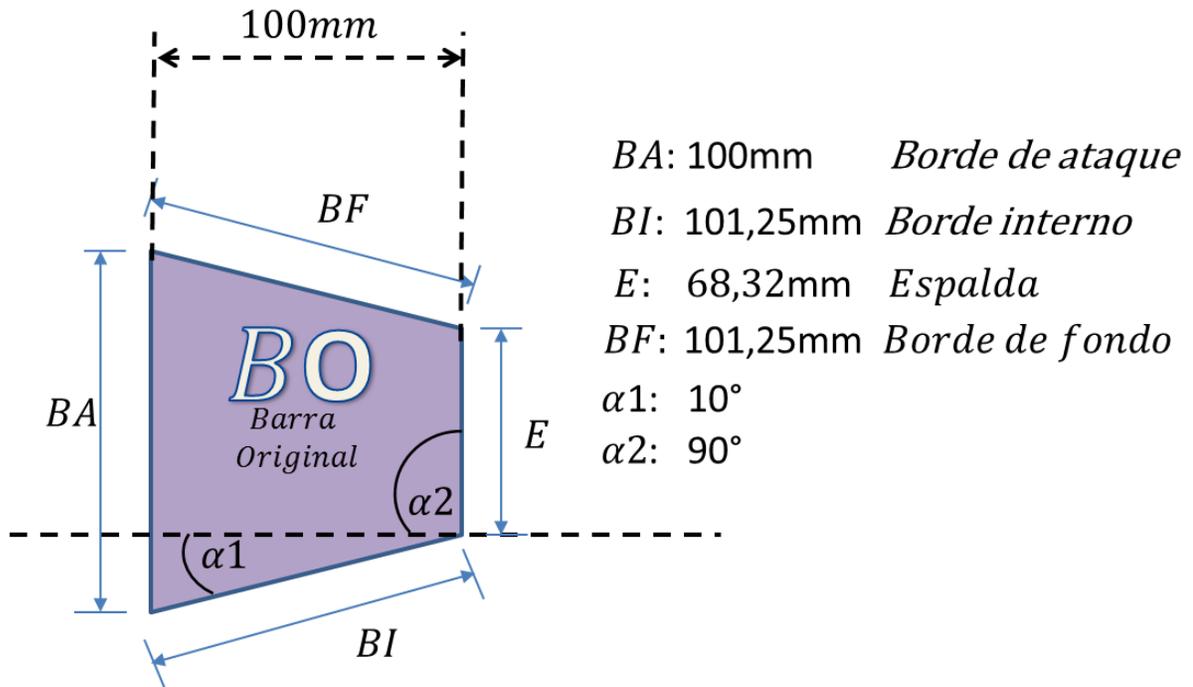


Figura 13. Geometría original de las barras (BO)

Si se aumentara el tamaño del borde de ataque BA se aumentaría el módulo inercia de la barra, con lo cual se disminuye la flexión de ésta y por lo tanto disminuirían los esfuerzos sobre el anillo.

La modificación de geometría propuesta para las barras en el trabajo previo es la siguiente.

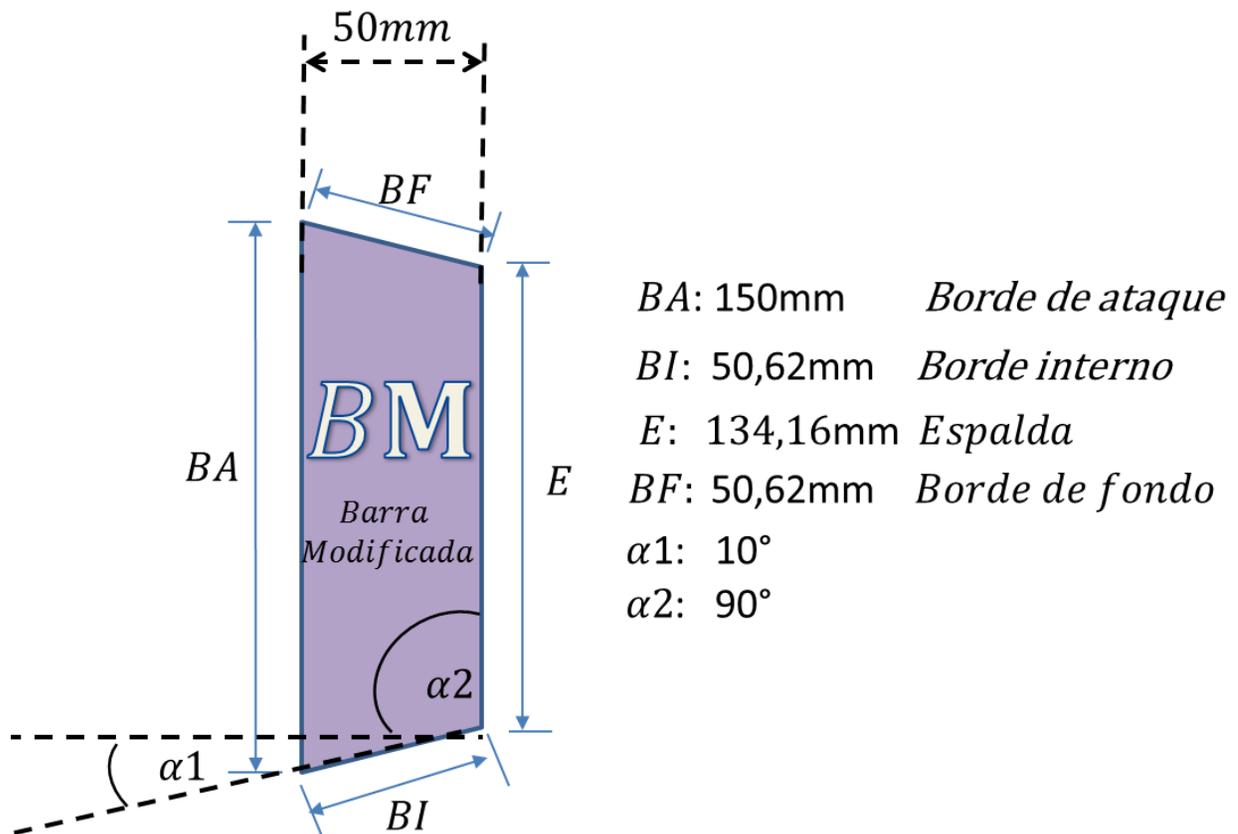


Figura 14. Geometría de las barras modificadas (BM)

A las barras de geometría original se les designa con BO. De esta forma si se habla de que una fila circular de barras tiene 15 BO se está hablando de que la fila tiene 15 Barras originales. Ahora si fuera 15 BM se está hablando de 15 barras modificadas.

Ésta es la única variación a la geometría de las barras que se contempla en este trabajo

### 3. METODOLOGÍA

En cuanto a la metodología que se aplica para el desarrollo del trabajo de título, ésta ha sido pensada con el fin de realizar los pasos lógicos para el cumplimiento de los objetivos planteados.

Para la realización del trabajo de titulación se realiza las siguientes etapas a modo de disponer una metodología consecuente con los objetivos planteados.

1. Búsqueda, recopilación y análisis de antecedentes:

Actividad para conocer las variables importantes del funcionamiento del molino, energía de fracturación y colisiones elásticas e inelásticas.

2. Determinación de las Variables importantes:

En esta etapa se definen las variables importantes del funcionamiento y resistencia mecánica que caracterizan al proceso y al equipo de molino de jaula de SQM.

3. Generación del modelo físico del proceso de molienda:

Se genera un modelo físico en base a las variables seleccionadas, utilizando las teorías pertinentes analizadas en antecedentes y desarrollo bibliográfico. El modelo tiene por fin describir el desempeño y resultados del molino del cual se disponen antecedentes, situación que es evaluada mediante datos del desempeño real del molino.

4. Búsqueda de posibles mejoras al diseño del molino de SQM (Resistencia y duración):

El rediseño es evaluado, en primer término, en cuanto a su desempeño en el proceso de molienda. Luego es evaluado en cuanto a términos de resistencia y duración del equipo.

5. Redacción de informe:

Se realiza la redacción del informe durante la realización de las actividades anteriores para así lograr un informe con la información fresca.

## 4. MODELOS DESARROLLADOS

### 4.1. HIPÓTESIS DE FLUJO

Es de suma importancia que el modelo del proceso de molienda considere la relación entre el flujo de entrada y el de salida de material. Se podría dar la situación de que mientras el material esté siendo procesado en el molino, hayan partículas que se retrasen en su salida, pudiendo producir un estancamiento, o en caso contrario, podrían haber partículas que salgan del molino antes que el resto.

Para lo siguiente se consideran coordenadas polares con origen en el centro de la jaula. Cuando una partícula es procesada, dadas las características del proceso de molienda, ésta desarrolla un movimiento zigzagueante a través de las filas circulares de barras hasta salir.

Se le llama “Punto de salida de partícula” al punto por el cual la partícula sale desde la última fila circular de barras. Dicho punto se caracteriza por la distancia radial al origen de las coordenadas polares elegidas y el ángulo  $\theta$  que toma el vector y la horizontal. En resumen el punto de salida de partícula se caracteriza por el vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$  (ver siguiente figura).

A continuación se presenta un esquema del seguimiento de una partícula desde su ingreso hasta su salida considerando únicamente, para el ejemplo, que la partícula es impactada por bordes de ataque. Sin embargo el concepto del punto de salida de partícula se mantiene para todos los casos de trayectoria de las partículas que salen del molino aunque sean impactadas por otros bordes de las barras.

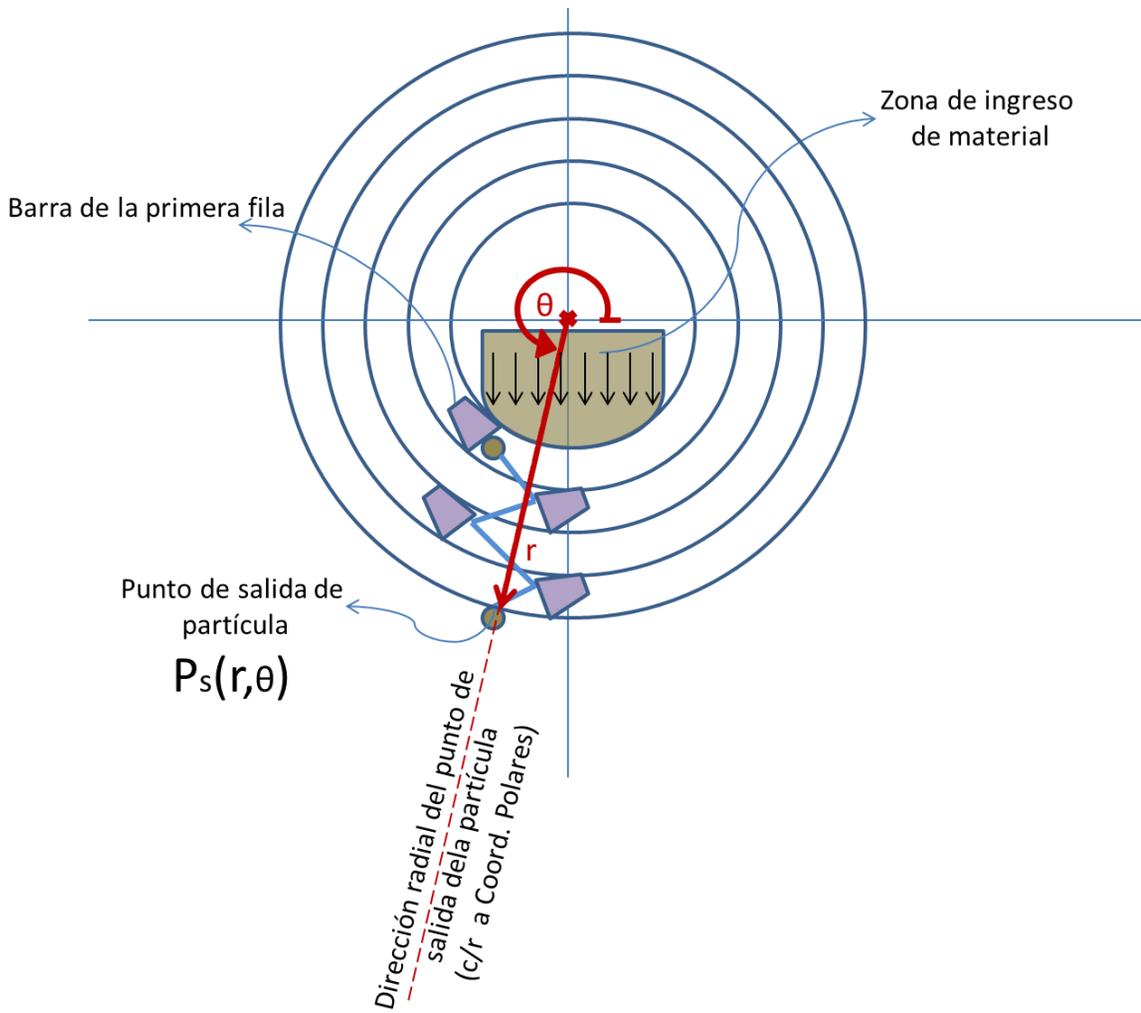


Figura 15. Esquema de seguimiento a una partícula desde ingreso hasta salida considerando solamente impactos con borde de ataque de las barras

Ya definido el punto de salida de partícula, caracterizado por el vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$ , es posible establecer que el tiempo de permanencia de la partícula en el molino es resultado de la velocidad  $\vec{V}$  que ésta desarrolla mientras es procesada. En específico, el tiempo de permanencia va a depender exclusivamente de la componente de la velocidad que tenga la misma dirección que el vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$ . A dicha componente se le llamará  $V_{P_s}$ .

Los factores que alteran la componente  $V_{P_s}$  de la velocidad de las partículas y por ende su tiempo de permanencia en el molino son las siguientes.

1. Choque de las partículas con algún elemento del molino: Para que este acontecimiento varíe el tiempo de residencia de las partículas en el molino, debe cumplirse que como resultado del impacto debe generarse un impulso cuya dirección de la línea de impacto tenga al menos una componente en la dirección del vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$ .

2. Fractura: Producto del impacto con algún cuerpo (ya sea otra partícula de material procesado o barras), las partículas pueden fracturarse. Debido a que antes de la ruptura de los enlaces atómicos y moleculares, la partícula recibe energía desde el otro cuerpo involucrado en la colisión, la cual es utilizada en parte para generar deformación elástica sobre la partícula. Luego de la ruptura de los enlaces, dicha energía, en parte es destinada a variar la cantidad de movimiento de las partículas resultantes de la fractura. Esto puede generar una variación en la componente  $V_{P_s}$  de la velocidad de éstas.

Esto puede apreciarse en la siguiente imagen, en la cual se puede distinguir que producto de la fractura, los tres trozos resultantes toman orientaciones distintas de velocidad y desplazamiento, lo cual repercute en la componente de desplazamiento con dirección del vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$ , afectando la componente  $V_{P_s}$ . Por ejemplo puede notarse que la partícula resultante “3” resulta con una menor variación de la componente de velocidad  $V_{P_s}$  respecto de la partícula resultante “2”

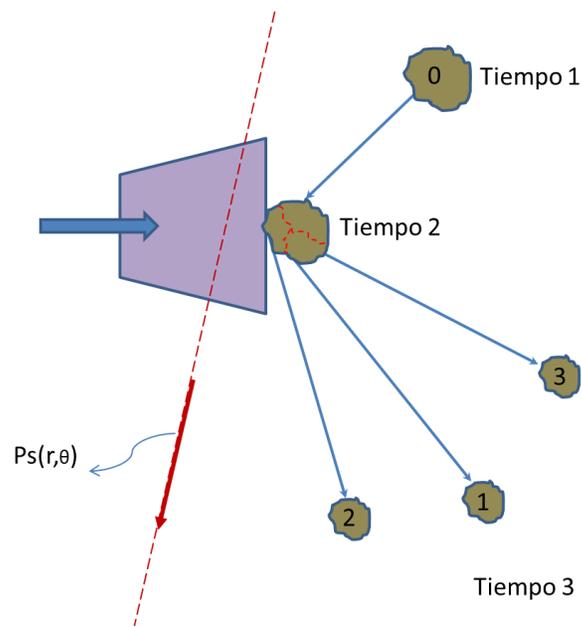


Figura 16. Cambio de trayectoria de partículas resultantes debido a impacto y fractura

Cabe destacar que la dirección y ángulo del direccionamiento tendrá relación con la orientación de la estructura cristalográfica de los granos donde se produce la fractura respecto de la superficie del otro cuerpo involucrado en la colisión, por ejemplo el borde de ataque de la barra.

Se considera que la dispersión de trayectorias de las partículas resultantes de la fractura generada es de forma cónica simétrica. Visto desde un plano se genera una dispersión triangular.

3. Colisión entre partículas: Tal como el primer factor, para que este acontecimiento varíe el tiempo de residencia de las partículas en el molino, debe cumplirse que como resultado del impacto debe generarse un impulso cuya línea de impacto tenga al menos una componente en la dirección del vector  $\vec{P}_s(r, \theta)$ .

Ya establecidas las principales dependencias de la componente  $V_{P_s}$  de la velocidad que influye en la salida del material procesado hacia el exterior de las jaulas, se puede establecer la siguiente hipótesis:

*“El proceso de molienda puede ser descrito por un modelo que considere el desplazamiento de las partículas procesadas, sin que éstas luego de las colisiones que producen fractura se dispersen en distintos trozos de menor tamaño, sino que siga la misma trayectoria de un cuerpo impactado pero no fracturado, considerando las transformaciones de energía pertinentes”*

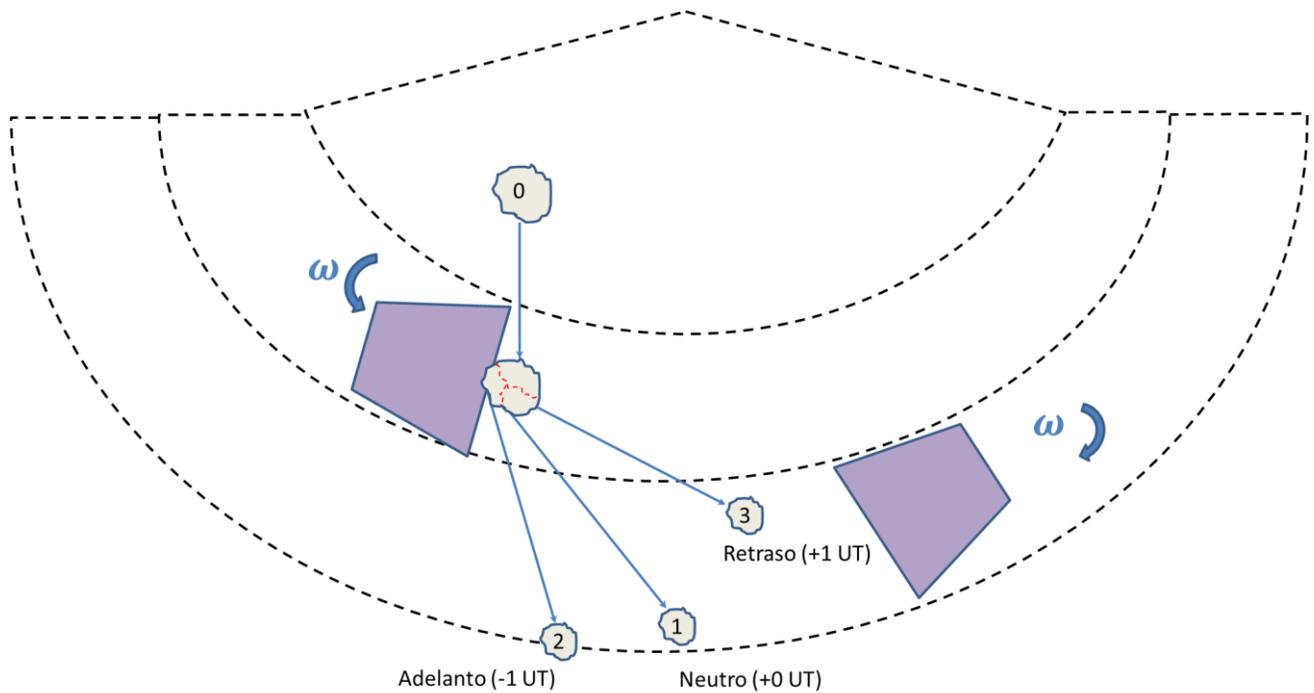


Figura 17. Descripción de nomenclatura y conceptos de “Retraso” “Adelanto” y “Neutro”

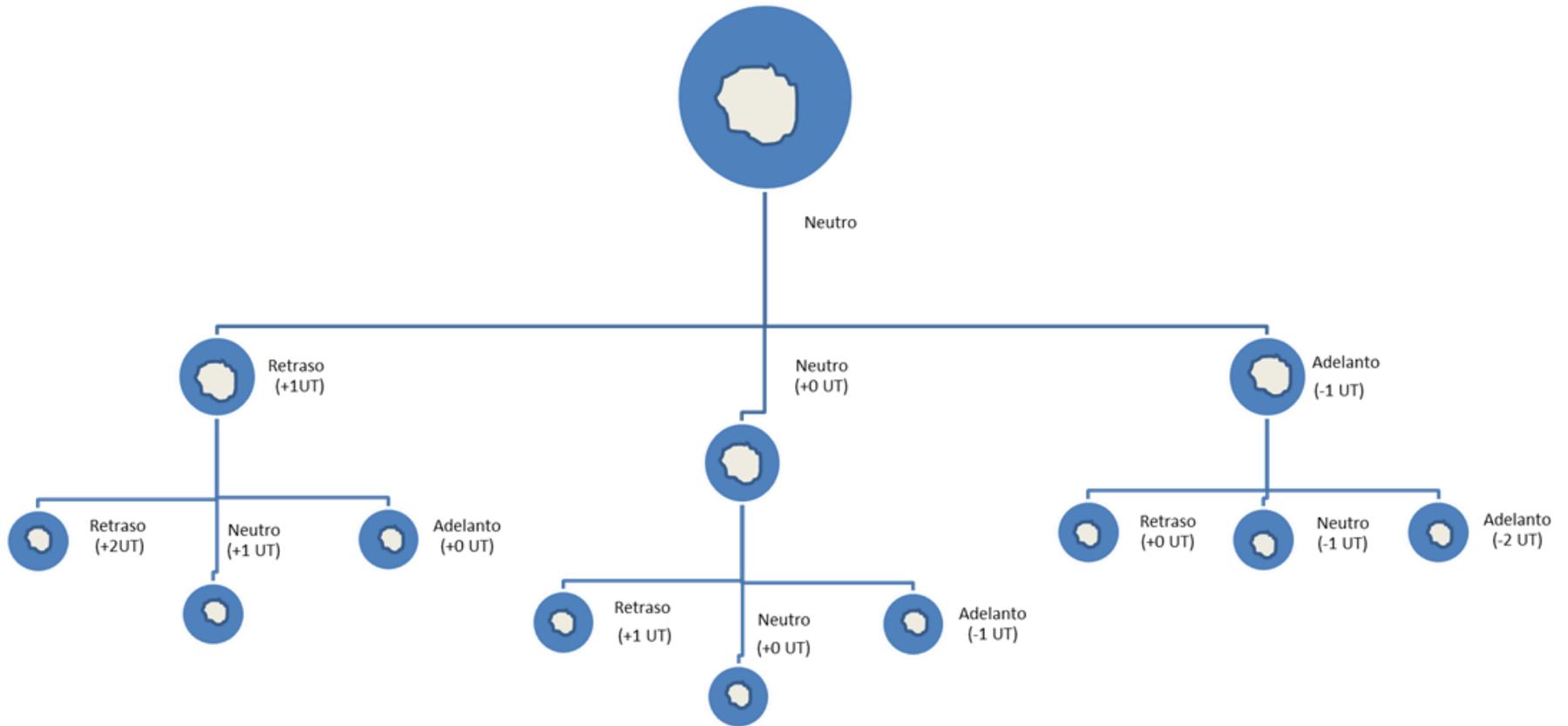


Figura 18. Esquematización de efectos de los retrasos, adelantos y neutros tras fraccionamientos

Esta hipótesis puede ser defendida bajo el siguiente argumento del cual hacen eco las dos Figuras anteriores. Cuando se produce la fractura de una partícula de material dentro del molino, se obtiene como resultado partículas de menor tamaño las cuales son expulsadas con diferentes ángulos. Para efectos de esta explicación se resumen tres posibles trozos con sus tres posibles trayectorias. Se llama neutro al fragmento que resulte con la trayectoria que vaya entre las otras dos trayectorias de los otros dos trozos de material. Los otros trozos pueden experimentar adelanto o retraso.

Un adelanto se considera una disminución del tiempo necesario para llegar a la siguiente fila circular de barras, mientras que un retraso es justamente lo contrario, demorar más en llegar a la siguiente fila de barras. Todo esto considerándose en referencia a la partícula neutra resultante.

Un adelanto favorece la disminución del tiempo de permanencia de la partícula en el molino ya que será procesada antes que las otras. Caso contrario con los retrasos.

Se asume simetría entre la trayectoria de la partícula con retraso y la con adelanto. Con esto, el trozo neutro es el de referencia y el trozo de retraso experimenta, para dar un ejemplo numérico, una unidad de tiempo de demora (+ 1 UT) mientras que el adelanto experimenta una disminución en el tiempo de llegada a la siguiente línea circular de barras (-1 UT).

Haciendo seguimiento al resultado consiguiente de la fracturación de esos trozos, cada uno en otros tres, y haciendo la sumatoria de adelantos y retrasos se llega a que el tiempo resultante es (0 UT), o sea que el efecto de las partículas adelantadas respecto a las partículas neutras se contrarresta a la demora de las partículas con retraso.

Para efectos de flujo de material, pueden ser analizadas solamente las partículas neutras, más aún no sería necesario analizar divisiones algunas de los materiales para obtener un modelo que explique el fenómeno de molienda en esta tecnología. Así, las Partículas neutras representarían a las otras.

Ya explicado este argumento, es posible encontrar la objeción éste de que tanto la simetría de desplazamientos como la magnitud de los retrasos y adelantos no pudieran darse exactamente en la realidad. Sin embargo cabe destacar que el argumento no es inválido ya que la intención es generar un modelo del proceso de molienda, no describir de forma determinística la trayectoria de cada una de las partículas resultantes hasta la salida del molino.

Esta hipótesis es la base del modelo de colisiones de partículas que se lleva a cabo para explicar el funcionamiento del molino de jaula.

## 4.2. IMPACTO SOBRE BORDE INTERIOR

Comenzando el análisis de cómo es el proceso al que se ve sometido el material que ingresa al molino, se genera la idea de un posible escenario. Éste escenario consiste en que al pasar una barra colisionando el borde de ataque con las partículas, se genere un barrido de material tal que imposibilite el impacto de cierto sector del borde interno de la barra. Esto se le llama «sombra» de material. Para mejor entendimiento observar la siguiente figura.

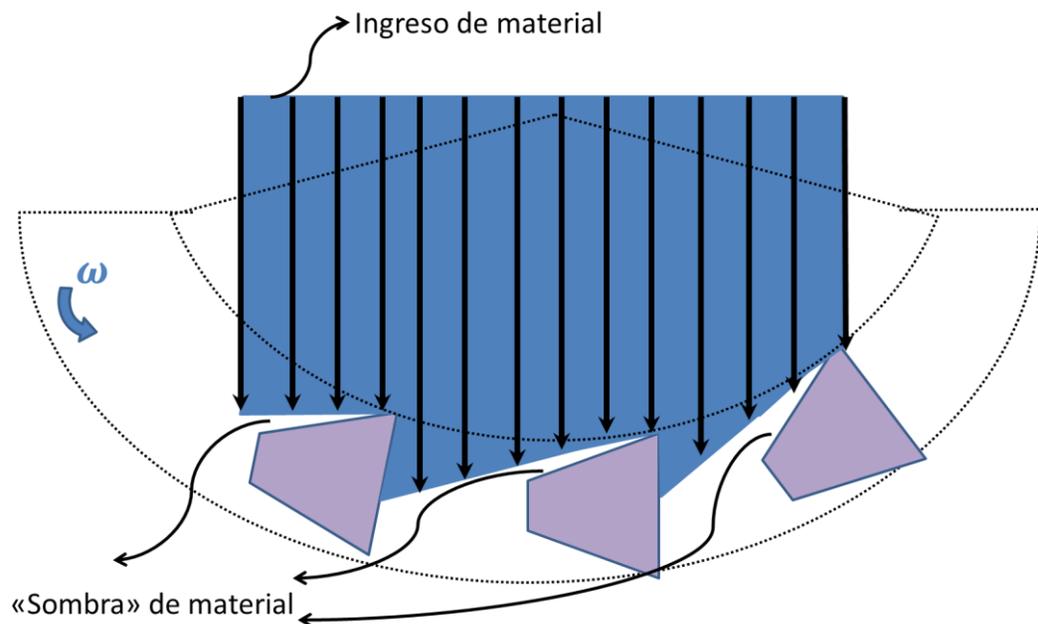


Figura 19. Esquema para el concepto de «sombra» de material

Para aclarar esta situación se realiza un modelo en base a las características geométricas de las barras de la primera fila circular y a las condiciones de operación tales como velocidad de rotación de la jaula y altura de caída libre del material para su ingreso al molino, por lo tanto su velocidad de ingreso. Se analiza desde que la barra en cuestión contacta al material hasta que deja de hacerlo.

El análisis se realiza en software Mathcad con lo que obtiene un comparador el cual indica la diferencia entre la posición respecto al eje vertical del material que tiene cada sector del Borde interior de forma instantánea en cada momento durante el tiempo de análisis,  $Y_m(BS,t)$  y la posición de dicho sector del Borde interior  $Y_{rs}(BS,t)$ . Donde BS representa el sector del borde interior como se aprecia en la siguiente figura. Esto es no considerando que el material colisione con la barra sino que la atraviesa sin verse afectada en su recorrido. Además el material procesado es modelado como un continuo.

Así el comparador es una función de dos variables que entrega un valor negativo dado determinado tiempo y sector del borde superior cuando dicho sector del borde interior presenta colisión con material.

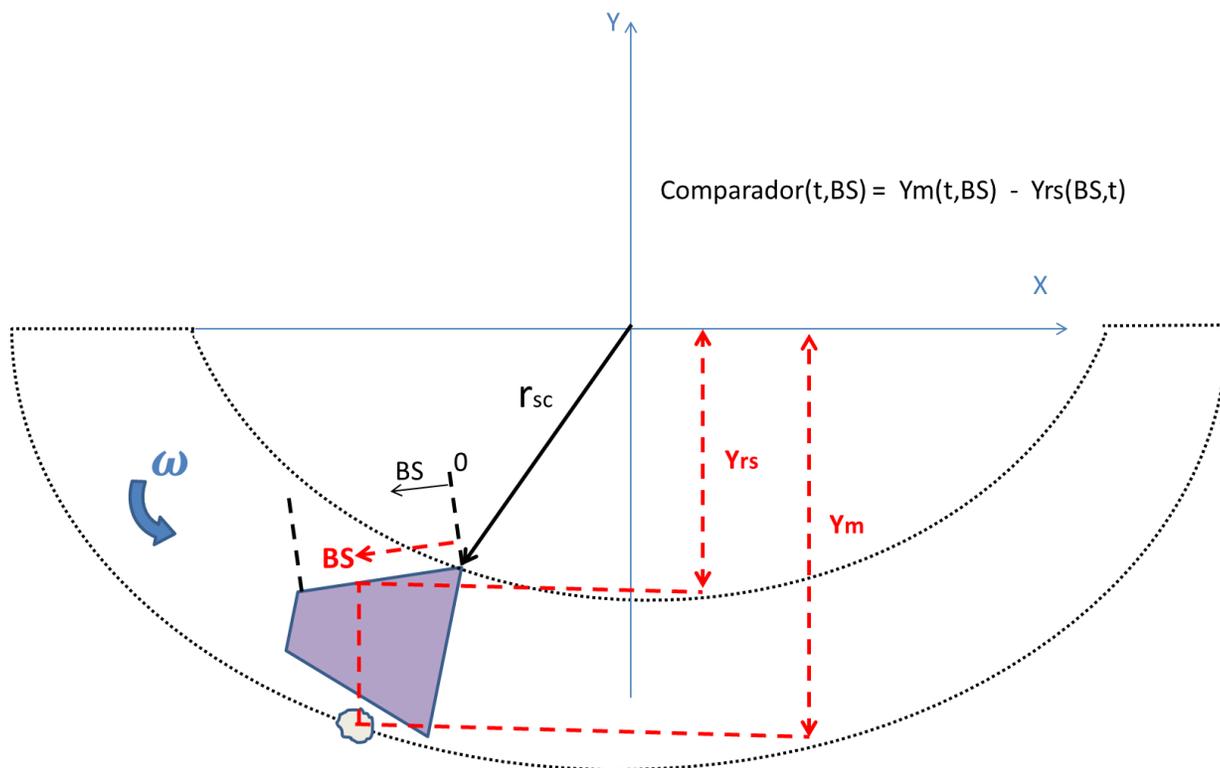


Figura 20. Esquema de nomenclatura para modelo de impacto sobre borde interior

Producto del modelo se obtienen gráficas 3D del comparador y las variables para la el diseño de barras original y las condiciones de operación de ejemplo presentadas en antecedentes. Dichas gráficas se exponen en lo siguiente.

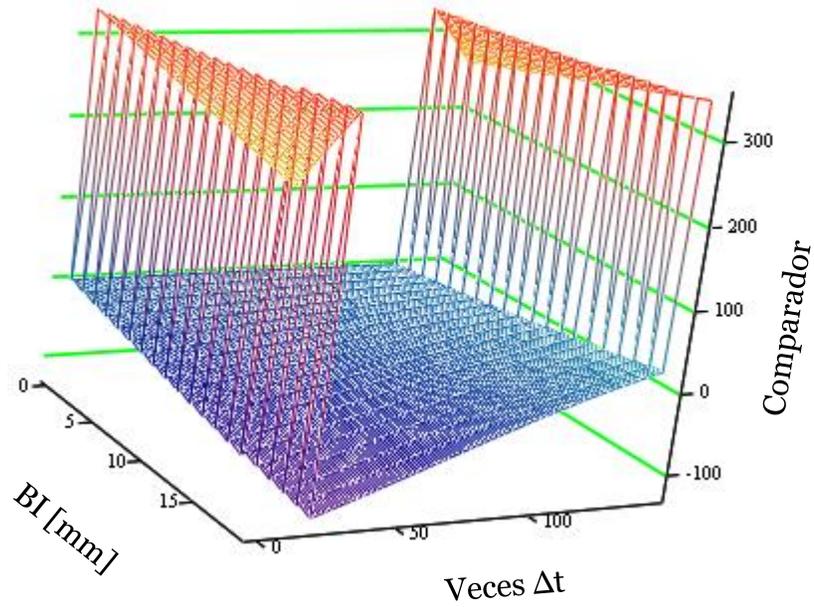


Figura 21. Gráfica 3D de la función Comparador (BS,t).  $\Delta t=2,8*10^{-4}$ [s]

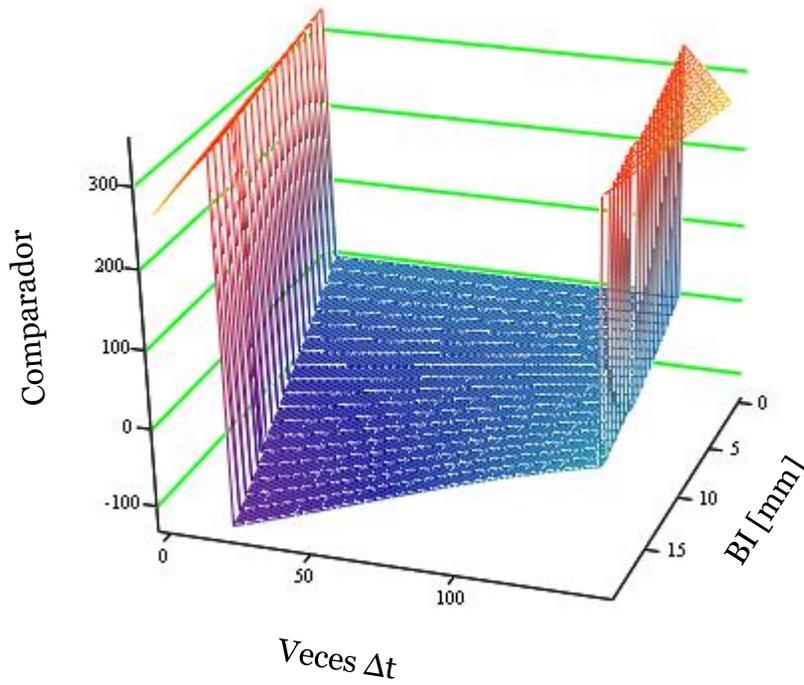


Figura 22. Gráfica 3D de la función Comparador (BS,t).  $\Delta t=2,8*10^{-4}$ [s]

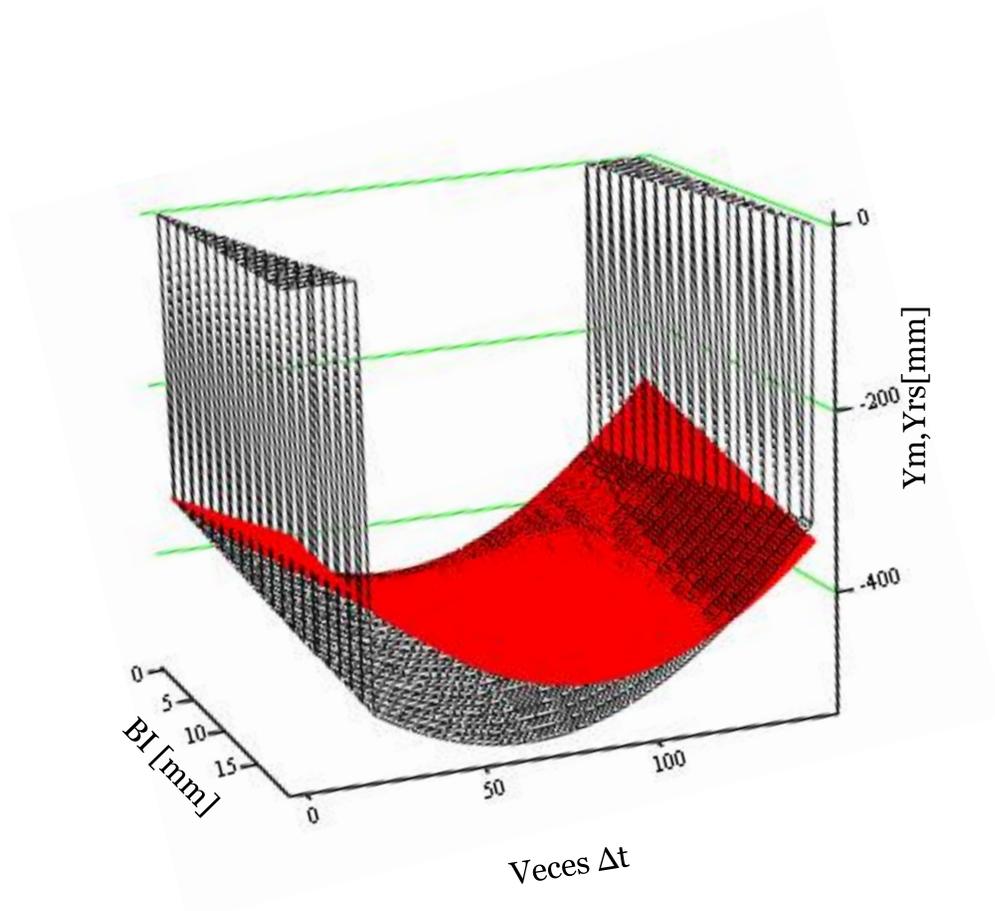


Figura 23. Gráfica 3D de la función  $Y_m(BS,t)$  (negro) e  $Y_{rs}(BS,t)$  (Rojo).  
 $\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-4}$  [s]

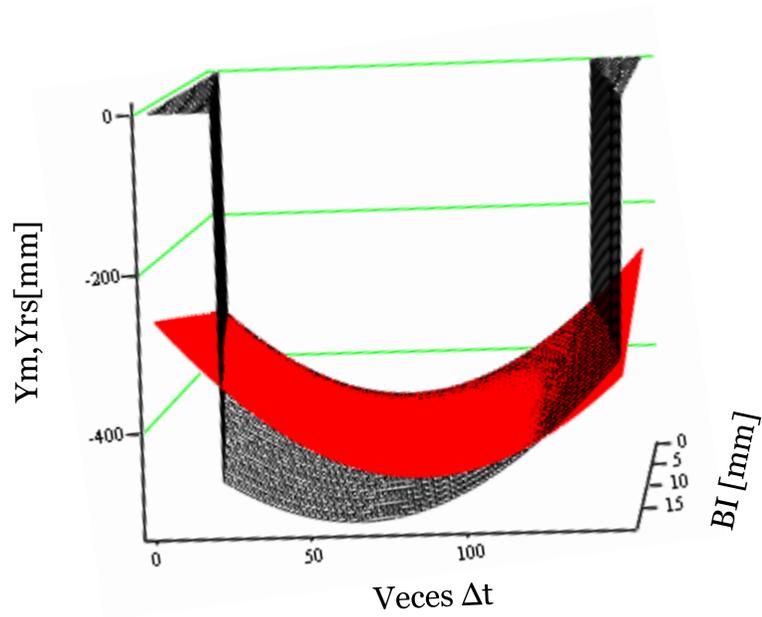


Figura 24. Gráfica 3D de la función  $Y_m(BS,t)$  (negro) e  $Y_{rs}(BS,t)$  (Rojo).  
 $\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-4} [s]$

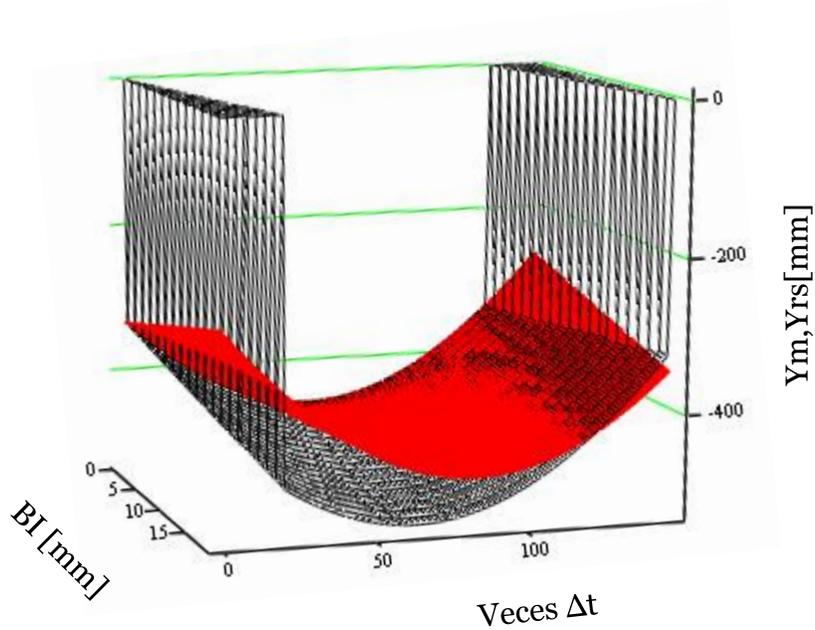


Figura 25. Gráfica 3D de la función  $Y_m(BS,t)$  (negro) e  $Y_{rs}(BS,t)$  (Rojo).  
 $\Delta t = 2,8 \cdot 10^{-4} [s]$

Del análisis del modelo se puede desprender lo siguiente.

Los valores mayor a cero que toma la función Comparador(BS,t) ocurren cuando no hay material en la línea vertical de determinado sector del borde interno (BS).

Para el diseño de las barras de la primera línea circular del molino de jaulas y considerando las condiciones de operación expuestas en la muestra de ejemplo de antecedentes, se concluye que existe la llamada «sombra» de material. Sin embargo esta «sombra» de material ocurre sólo para un pequeño trozo del borde inferior al final del tiempo de análisis.

Con esto se cuenta con una herramienta de diseño con el cual se pueden buscar posibles re-diseños que mejoren el desempeño, por ejemplo si se busca disminuir la cantidad de material impactado por el borde interior.

### 4.3. MODELO DE COLISIONES DE PARTÍCULAS PARA MOLINO DE JAULA

#### 4.3.1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL MODELO DE COLISIONES

La intención de este trabajo es contar con un modelo con el que se puedan evaluar tendencias sobre la granulometría de salida que se obtienen por medio de cambios en las variables importantes del proceso

El modelo describe el proceso de molienda en un plano, es decir considerando dos dimensiones, la vertical y horizontal, desprovisto de profundidad.

El modelo considera velocidades de las jaulas invariables, a pesar de las colisiones con las partículas de material. Modela funcionamiento estacionario de las jaulas, sin considerar la puesta en movimiento de las jaulas desde el reposo.

No se considera interacción entre partículas, salvo en el caso de que producto del re-direccionamiento de un elemento debido a un impacto, éste se dirija hacia el sector al centro de las jaulas por donde hace ingreso el material. En ese caso el elemento de material experimenta la aceleración para obtener velocidad vertical igual a la velocidad inicial de ingreso, con lo cual es re-direccionado hacia la primera jaula.

Para el modelo se determina la discretización de tiempo adecuada a las velocidades de rotación de las jaulas y de ingreso de los elementos. Con lo cual es posible generar la circulación del material.

El modelo es programado en software Mathcad 15.

#### 4.3.2. MODELANDO PARTÍCULAS Y CONDICIONES DE ENTRADA

El modelo de partículas realizado utiliza la hipótesis de flujo mencionada con anterioridad.

*“El proceso de molienda puede ser descrito por un modelo que considere el desplazamiento de las partículas procesadas, sin que éstas luego de las colisiones que producen fractura se dispersen en distintos trozos de menor tamaño, sino que siga la misma trayectoria de un cuerpo impactado pero no fracturado, considerando las transformaciones de energía pertinentes”*

Debido a lo anterior, el modelo que describe el proceso de molienda trata a las partículas que ingresan al molino como elementos puntuales indivisibles. Sin embargo cada elemento de material posee un determinado tamaño, el cuál será explicado más adelante. Además cada elemento tiene como condición de entrada una velocidad horizontal inicial nula y una velocidad vertical inicial correspondiente a la caída libre actual, que es de siete metros.

Se genera un arreglo matricial de posición inicial respecto al eje horizontal identificado como  $X_{i,j}$  y un arreglo matricial respecto al eje vertical identificado como  $Y_{i,j}$ . En los que tanto  $i$  como  $j$  representan la posición del elemento en la matriz correspondiente.

Misma situación ocurre con la velocidad:  $VXE_{i,j}$  y  $VYE_{i,j}$  representando las velocidades de los elementos  $i, j$ .

#### 4.3.3. CRITERIO DE IMPACTO

Los elementos de material impactan con las barras de las jaulas si es que para determinado tiempo del análisis la posición del elemento resulta al interior del espacio determinado por las intersecciones de las cuatro líneas constituyentes de cada barra (Borde de ataque, Borde interno, Espalda y Borde de fondo).

Para que este criterio pueda ser implementado se generan matrices que guardan la dirección y sentido de las normales correspondientes a cada línea constitutiva de cada una de las barras. Esto es guardando el ángulo de la normal  $\theta_{P,L}$  medido desde el centro de las jaulas y el eje horizontal contra el sentido de giro del reloj. Donde  $P, L$  representan uno de los cuatro puntos constitutivos de las barras y qué línea circular de barras se está analizando respectivamente.

#### 4.3.4. IMPACTO

Dentro del tiempo de análisis, si se cumple el criterio de impacto para un elemento y barra, se determina cuál es la línea constituyente de la barra que colisiona al material. Así, se cuenta con la dirección de impacto pues ésta coincide con el vector normal de la línea constituyente, con ángulo  $\theta_{nn}$ . Además se calcula la pendiente  $m$  de la línea constitutiva que impacta al elemento. A continuación se explica el procedimiento para obtener velocidad resultante de un elemento luego de ser impactado por una barra.

Luego es necesario conocer el ángulo de la posición del elemento respecto al sistema de referencia ya mencionado. Esto se realiza mediante la siguiente ecuación

$$RPIB = \sqrt{(XE_{i,j})^2 + (YE_{i,j})^2} \quad (3)$$

Con  $RPIB$  el radio medido desde el centro al punto de impacto con la barra (posición del elemento de material)

$$\theta_{1EXY} = \begin{cases} 2\pi + \text{asin}\left(\frac{YE_{i,j}}{RPIB}\right) & \text{si } \text{asin}\left(\frac{YE_{i,j}}{RPIB}\right) \leq 0 \\ \text{asin}\left(\frac{YE_{i,j}}{RPIB}\right) & \text{si } \text{asin}\left(\frac{YE_{i,j}}{RPIB}\right) > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Donde  $\theta_{1EXY}$  es el ángulo del vector posición del elemento medido desde el origen sobre el sistema de referencia X-Y. El número 1 indica que corresponde al instante antes del impacto.

$$\theta_{vPIBxy} = \begin{cases} \theta_{1EXY} + \frac{\pi}{2} & \text{si } \omega_L \geq 0 \\ \theta_{1EXY} + \frac{\pi}{2} + \pi & \text{si } \omega_L < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Con  $\theta_{vPIBxy}$  el ángulo del vector velocidad de la barra en el punto de impacto. Se consideran diferenciados los casos cuando una jaula gira en sentido de las agujas del reloj ( $\omega_L < 0$ ) y cuando no ( $\omega_L \geq 0$ ).

Luego se transforma el sistema de referencia a uno rotado de tal forma que el eje X quede coincidente en dirección y sentido con el vector normal. El nuevo sistema de referencia lleva por ejes a  $\hat{n}$  y  $\hat{t}$  (Normal y tangente a la superficie de impacto respectivamente).

$$\theta_{vPIBnt} = \theta_{vPIBxy} - \theta_{nn} \quad (6)$$

Con  $\theta_{vPIBnt}$  el ángulo del vector velocidad de la barra en el punto de impacto medido según las coordenadas del sistema de referencia  $\hat{n} - \hat{t}$  (rotación del sistema de referencia X-Y en un ángulo  $\theta_{nn}$ ).

$$v_{PIBn} = |\omega_L| \cdot RPIB \cdot \cos(\theta_{vPIBnt}) \quad (7)$$

$$v_{PIBt} = |\omega_L| \cdot RPIB \cdot \sin(\theta_{vPIBnt}) \quad (8)$$

Donde  $v_{PIBn}$  y  $v_{PIBt}$  corresponden a las magnitudes de las componentes del vector velocidad según los ejes  $\hat{n}$  y  $\hat{t}$  respectivamente.

Ya definidos en el nuevo sistema coordinado los vectores relevantes para el modelo de impacto. Se procede a calcular las velocidades resultantes.

Como simplificación se considera que la barra (por consiguiente, también las jaulas) no experimenta variación de velocidad angular luego de un impacto ya que la transferencia de energía de movimiento desde la barra hacia la partícula impactada es compensada con el torque transmitido desde los motores hacia las jaulas.

Considerando lo anterior se plantea la ecuación del impacto con lo que se relacionan las velocidades resultantes.

$$v'_n = e \cdot v_n \quad (9)$$

$$(v_{2En} - v_{PIBn}) = e(v_{PIB} - v_{1Et}) \quad (10)$$

$$v_{2En} = e(v_{PIB} - v_{1Et}) + v_{PIBn} \quad (11)$$

Donde  $v'_n$  y  $v_n$  son las velocidades relativas en la línea de impacto entre la partícula y la barra, después y antes del impacto respectivamente. Además  $v_{2En}$  corresponde a la componente normal de la velocidad resultante de la partícula luego del impacto. Y  $e$  es el coeficiente de restitución.

Dado que el modelo no considera roce, la componente de velocidad tangencial a la superficie de impacto de la partícula no se ve afectada. Así se puede calcular entonces la magnitud de la velocidad resultante del elemento  $v_{2E}$ , y su dirección (ángulo  $\theta_{v_{2EXY}}$  del vector velocidad resultante según los ejes X-Y).

$$v_{2E} = \sqrt{v_{2En}^2 + v_{1Et}^2} \quad (12)$$

$$\theta_{v_{2Ent}} = \begin{cases} \text{asin}\left(\frac{v_{1Et}}{v_{2E}}\right) & \text{si } \text{asin}\left(\frac{v_{1Et}}{v_{2E}}\right) \geq 0 \\ 2\pi + \text{asin}\left(\frac{v_{1Et}}{v_{2E}}\right) & \text{si } \text{asin}\left(\frac{v_{1Et}}{v_{2E}}\right) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\theta_{v_{2EXY}} = \theta_{v_{2Ent}} + \theta_{nn} \quad (14)$$

Así se puede conocer las componentes de la velocidad resultante del elemento luego del impacto según los eje X e Y.

$$v_{2X} = v_{2E} \cdot \cos(\theta_{v_{2EXY}}) \quad (15)$$

$$v_{2Y} = v_{2E} \cdot \sin(\theta_{v_{2EXY}}) \quad (16)$$

Donde  $v_{2X}$  corresponde a la componente según eje X de la velocidad del elemento resultante al impacto y  $v_{2Y}$  es según el eje Y.

#### 4.3.5. GRANULOMETRÍA

El modelo considera la distribución granulométrica del material de ingreso según los antecedentes experimentales disponibles; para esto se genera una matriz de puntos que representa mediante el tamaño de cada uno de ellos la distribución granulométrica del material de ingreso.

Cuando un elemento cumple el criterio de impacto, entonces se evalúa en cuántos trozos se dividiría según la velocidad y tamaño. Para realizar la evaluación se genera una superficie llamada NF (Por número de fragmentos).

NF es dependiente de dos variables, la velocidad relativa normal a la superficie de impacto y el tamaño de la partícula impactada.

Si bien no se modela una separación cinemática de los elementos luego de que se detecta que ocurre fractura, existe división de tamaños, para reflejar el cambio de granulometría. Si una partícula es fraccionada, entonces se guarda la información de los tamaños resultantes y posteriormente si ocurre un nuevo impacto, se evalúa la superficie NF para cada uno de aquellos tamaños. De esta forma, luego de terminado el análisis se obtiene una distribución granulométrica del material de salida.

#### 4.3.6. SUPERFICIE $NF(T, V)$

Para obtener resultados más ajustados a la realidad, sería necesario realizar de forma experimental una medición del número de fragmentos y tamaños de material generados producto de una colisión en función de las velocidades y tamaños. Se deberían tomar cuantos datos sean necesarios para generar una superficie que represente a  $NF(T, V)$ .

En este trabajo no se realiza dicha medición, sino que se genera una superficie tridimensional con la cual el número de fraccionamiento sea mayor en cuanto mayor sea la velocidad o mayor el tamaño, y viceversa. Además se cuenta con valores de velocidad y tamaño mínimos para los cuales no ocurre fractura cualquiera sea la configuración del impacto.

El que no ocurra fractura significa que cuando se da un impacto, se evalúa la superficie NF para un tamaño a la velocidad relativa normal a la superficie de impacto resultando el valor 1, es decir que producto del impacto, dicha partícula sigue siendo una.

La superficie considerada se muestra gráficamente a continuación.

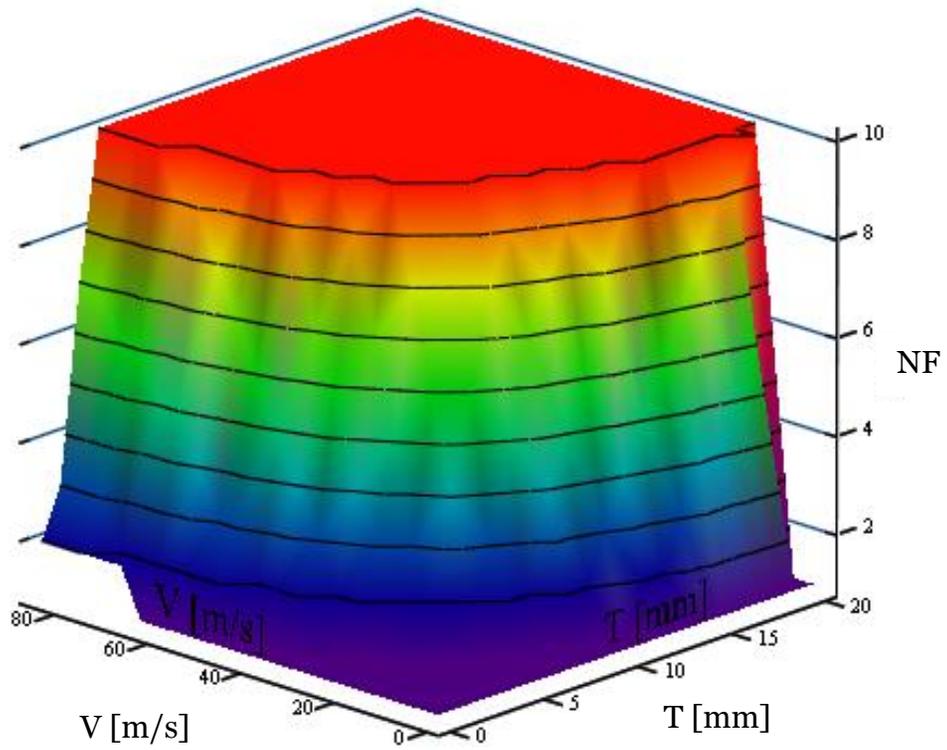


Figura 26. Visualización gráfica de la superficie  $NF(T,V)$

#### 4.3.7. ATORAMIENTO

Es de especial importancia tener un indicador si modificaciones a la geometría del molino produciría atoramiento de material al interior.

El atoramiento de material al interior del molino se produce si es que la tasa de ingreso de material es mayor a la tasa de salida.

Para evaluar lo anterior se procede a analizar el funcionamiento del molino durante dos segundos de operación, tiempo suficiente para que el material que primero ingresa, salga del molino. Mientras comienza a salir material se sigue introduciendo elementos, para al final del análisis evaluar la totalidad de elementos que han hecho ingreso menos la totalidad de elementos que han salido del molino para cada discretización de tiempo. Esta cantidad representa el número de elementos que hay al interior del molino en determinado momento. A esta cantidad se le llama NEP (Número de elementos en proceso)

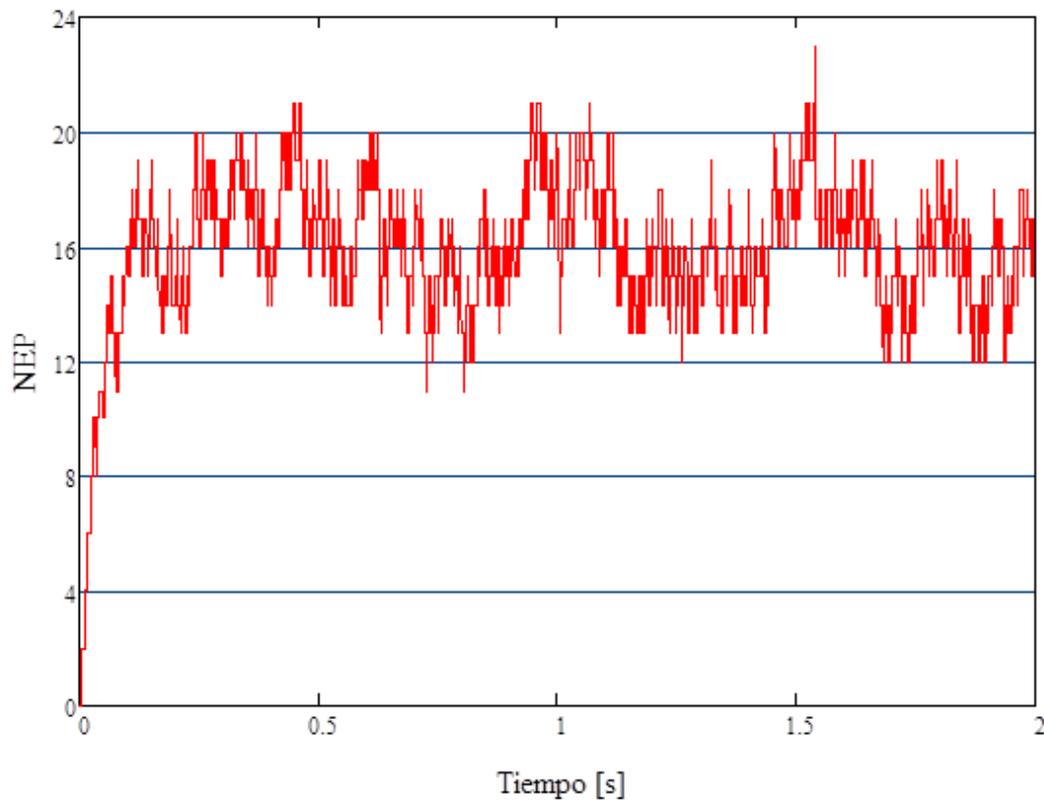


Figura 27. Gráfico de NEP para el molino de geometría y condiciones de operación originales.

El valor de NEP está referido a los elementos del modelo que representan al material procesado real. Es por esto que no se puede considerar, por ejemplo, que haya 16 partículas al segundo 1 ya que la densidad de elementos analizados no es acorde a la real. Sin embargo esto sirve para describir el flujo de elementos. Para analizar con resultados más cercanos a la realidad sería necesario que el modelo de colisiones no funcione con elementos puntuales sino que con el tamaño real y que considerara

interacción entre las partículas y dividir los elementos cinemática y granulométricamente.

#### 4.3.8. ZONAS PREDOMINANTES DE IMPACTO

Para esclarecer cuántas barras son las que a cada instante impactan mayor cantidad de elementos, respecto de las otras, el modelo entrega gráficos de los números de impactos que ocurren en determinados ángulos. Un ejemplo se puede apreciar a continuación.

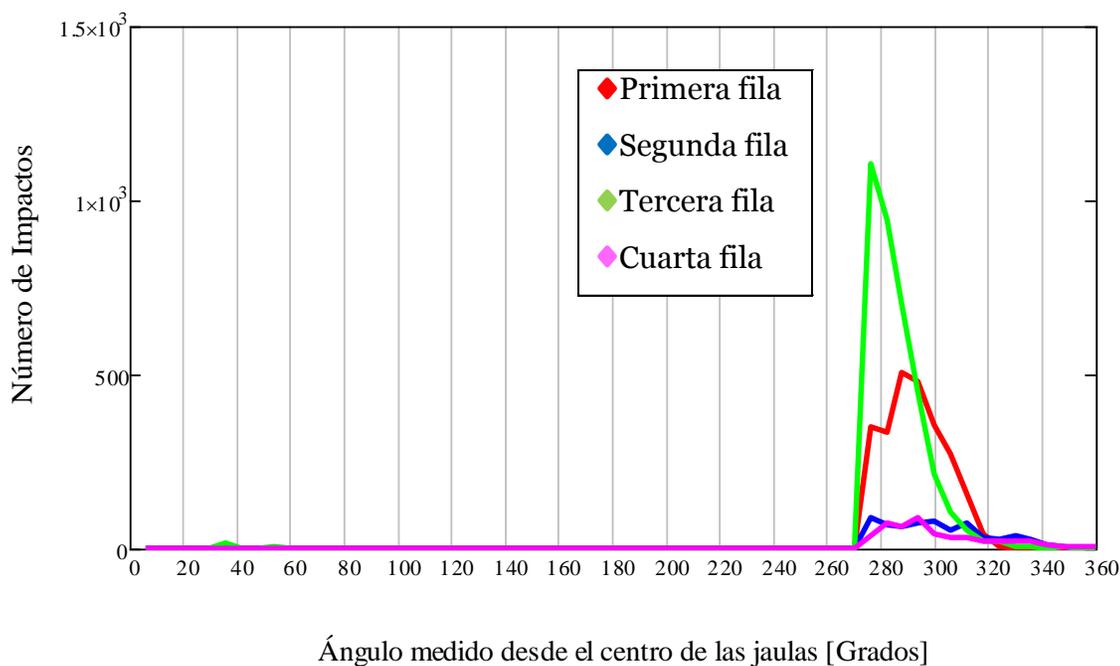


Figura 28. Número de impactos para la primera fila (Rojo), segunda fila (Azul), Tercera fila (Verde) y cuarta fila (Rosado)

Con esta información es posible saber para cada fila cuántas barras son las que más impactos realizan en cada momento y además conocer la participación de cada línea de barras, por ejemplo en el ejemplo anterior, es la tercera línea la que más impactos realiza.

Estos datos consideran cualquier impacto, ya sea con el borde de ataque, el borde interno, la espalda o el borde inferior.

#### 4.3.9. PROCESAMIENTO DE ELEMENTOS

Para visualizar los desplazamientos, impactos redirecciones, entre otros, se generan animaciones en las cuales se puede presenciar los elementos de material y las barras.

Se generan animaciones del procesamiento de 100 y 4.900 elementos como bloque, es decir que sólo se procesa un bloque de arreglo de elementos, sin entrada continua de material. Además se genera otra animación donde la alimentación es continua. Capturas de dichas animación se presentan a continuación.

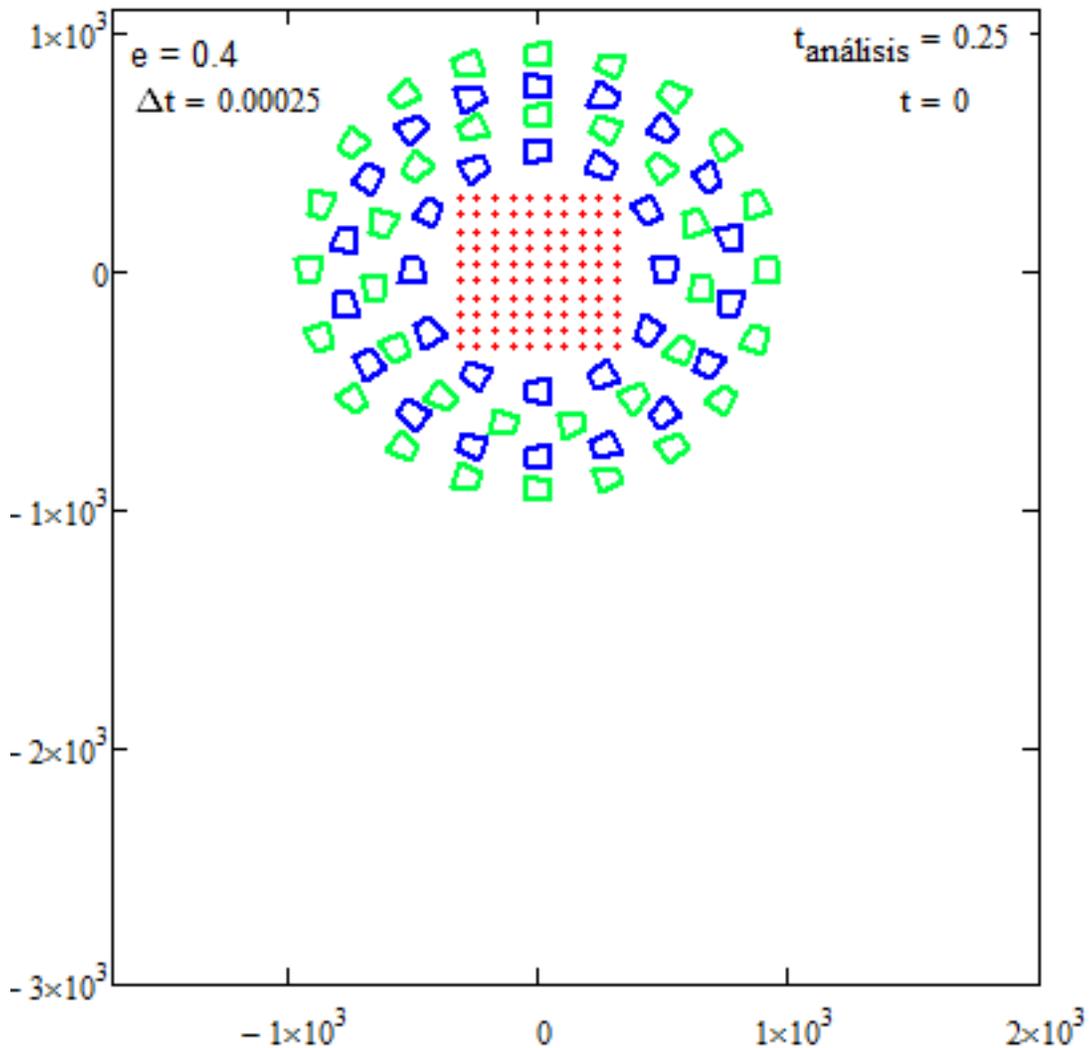


Figura 29. Toma de animación del modelo de impactos puntuales. 100 Partículas en la zona central, Tiempo transcurrido = 0 s

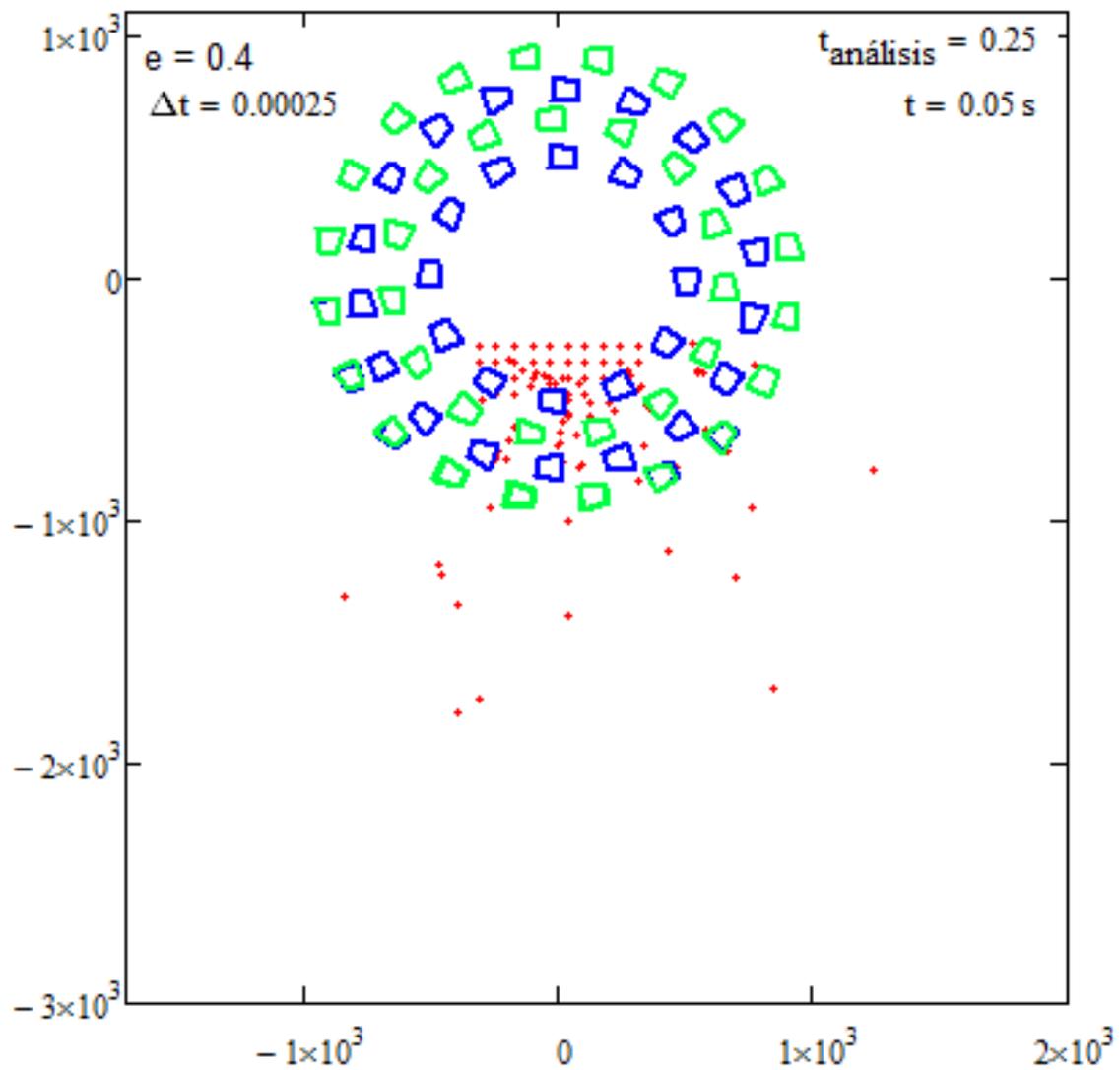


Figura 30. Toma de animación del modelo de impactos puntuales. 100 Partículas en la zona central, Tiempo transcurrido = 0,05 s

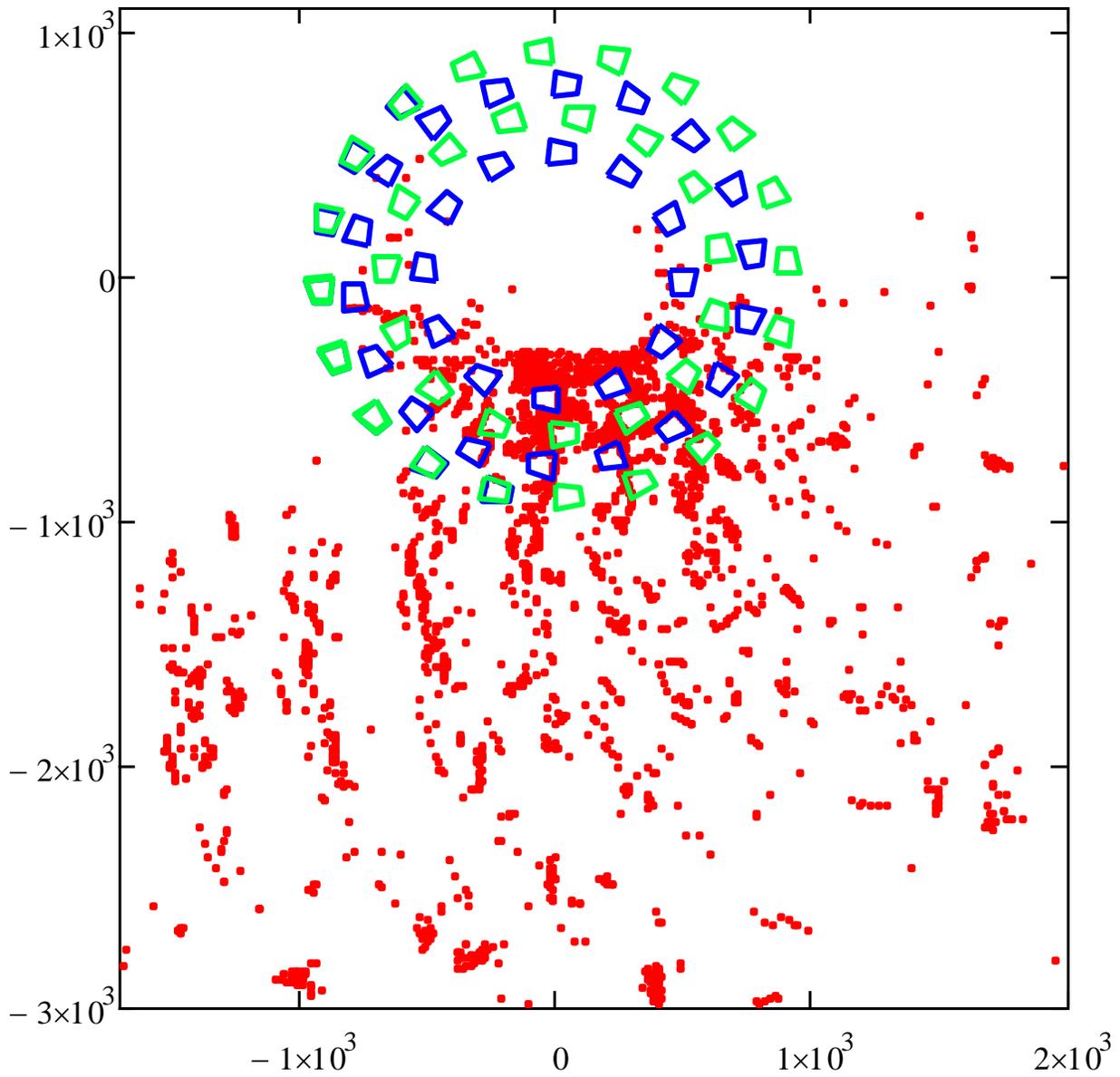


Figura 31. Toma de animación del modelo de impactos puntuales. 4.900 Partículas en la zona central, Tiempo transcurrido = 0,05 s

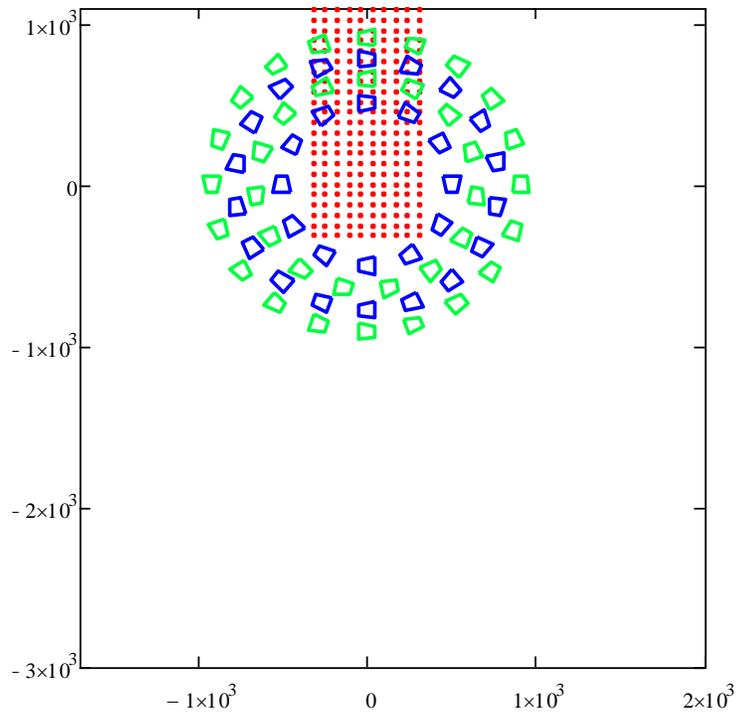


Figura 32. Toma de animación del modelo de impactos puntuales. Alimentación continua con la misma densidad de puntos que en la figura 31, Tiempo transcurrido = 0 s

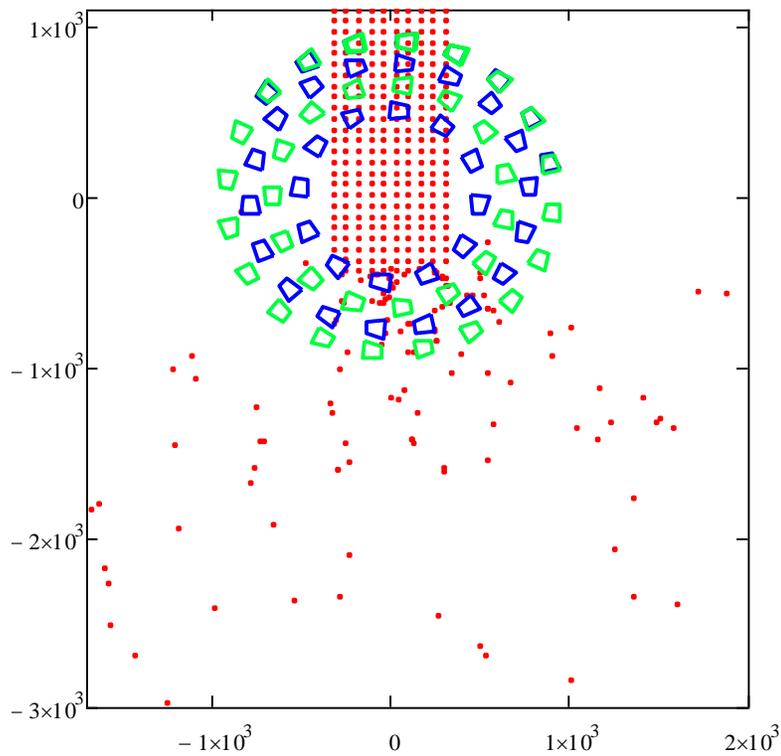


Figura 33. Toma de animación del modelo de impactos puntuales. Alimentación continua con la misma densidad de puntos que Figura 27, Tiempo transcurrido=0,25 s

## 5. MODIFICACIONES DE GEOMETRÍA AL MOLINO

### ORIGINAL

#### 5.1. MODIFICACIONES GEOMÉTRICAS

Con el fin de disminuir las tensiones de tracción en los sectores con mayores tensiones, se evalúa el molino original para tenerlo como referencia y estimar el nivel de las mejoras logradas en término de tensiones.

#### 5.2. MODIFICACIONES ANALIZADAS

Para conocer el efecto de determinadas modificaciones a la geometría original del molino y de la modificación de condiciones de operación sobre la distribución granulométrica del material procesado, se realizan distintas variaciones y se evalúan los resultados.

Las modificaciones realizadas son de tres tipos:

- Cambio de geometría de barras
- Cambio de número de barras
- Cambio de velocidad angular de las jaulas

##### 5.2.1. *CAMBIO DE GEOMETRÍA DE BARRAS*

Las geometrías utilizadas en este trabajo corresponden únicamente a la geometría original y geometría modificada propuesta por el trabajo anterior, las cuales han sido descritas en los antecedentes.

##### 5.2.2. *CAMBIO DE NÚMERO DE BARRAS*

Para identificar las filas circulares de barras, éstas se cuentan desde el interior hacia el exterior. Así la primera fila corresponde a aquella que está más cerca al centro o que tiene menor diámetro. Siendo la cuarta fila la más alejada del centro.

El molino original tiene 12 BO en la primera fila, 15 BO en la segunda fila, 18 BO en la tercera fila y 20 BO en la cuarta fila.

En este trabajo se hace análisis de proceso y resistencia a distintas variaciones de número de barras en las filas.

##### 5.2.3. *CAMBIO DE VELOCIDAD ANGULAR DE LAS JAULAS*

Este tipo de variación es sobre las condiciones de operación. En este trabajo se hace análisis con tres velocidades: 392RPM que corresponde a la velocidad de rotación con la cual se obtuvieron los datos experimentales de distribución granulométrica presentada en antecedentes. Las otras dos velocidades utilizadas es el 90% y 70% de 392RPM, es decir 352 [RPM] y 275 [RPM] respectivamente. Además de un caso especial a 314 RPM.

### 5.3. CASOS DE ESTUDIO

Los casos de estudio son distintas configuraciones de los cambios sobre el molino original comentados anteriormente. En cada caso de estudio las velocidades de rotación de ambas jaulas son de igual magnitud, es por esto que se habla solamente de una velocidad angular, expresada en RPM. Los casos de estudio se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 11 Detalle de los casos de estudio

Caso de estudio	N° de Barras Primera Fila	N° de Barras Segunda Fila	N° de Barras Tercera Fila	N° de Barras Cuarta Fila	RPM
CE1	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BO</b>	<b>392</b>
CE2	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BO</b>	<b>352</b>
CE3	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BO</b>	<b>275</b>
CE4	08 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BO</b>	<b>392</b>
CE5	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	10 <b>BO</b>	<b>392</b>
CE6	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	24 <b>BM</b>	<b>392</b>
CE7	08 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	10 <b>BM</b>	<b>275</b>
CE8	05 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	10 <b>BM</b>	<b>275</b>
CE9	00 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	10 <b>BM</b>	<b>275</b>
CE10	10 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BM</b>	<b>275</b>
CE11	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	20 <b>BM</b>	<b>392</b>
CE12	12 <b>BO</b>	15 <b>BO</b>	18 <b>BO</b>	18 <b>BM</b>	<b>392</b>
CE13	10 <b>BM</b>	15 <b>BM</b>	18 <b>BM</b>	18 <b>BM</b>	<b>275</b>
CE14	12 <b>BM</b>	22 <b>BM</b>	26 <b>BM</b>	0	<b>314</b>

Cada caso se analiza con el modelo de impactos puntuales obteniendo distribuciones granulométricas del material a la salida. Los datos se grafican con el porcentaje en peso retenido en la ordenada y tamaño en la abscisa, además se ajustan curvas polinómicas.

Las curvas ajustadas se utilizan para visualizar los efectos de los cambios geométricos y de condiciones de operación sobre la distribución granulométrica.

Las curvas correspondientes a cada caso de estudio se comparan la con la curva obtenida correspondiente a la geometría y condición de operación original.

Se evalúa si la curva se desplaza hacia la izquierda, obteniendo mayor cantidad de fino o a la derecha, mayor cantidad de grueso respecto al molino original y condiciones de operación original.

Cabe mencionar que por tratarse de curvas de ajuste, en ciertos casos ocurre que toma éstas toman valores negativos. A pesar de esto, las curvas sirven para describir y visualizar gráficamente los resultados

### 5.3.1. CANTIDAD DE ELEMENTOS

Se evalúa si la cantidad de cien (100) elementos para analizar con el modelo de colisiones es válida. Para esto se analiza y compara gráficamente la distribución granulométrica obtenida con 100 y 4.900 elementos. A continuación se presentan los gráficos.

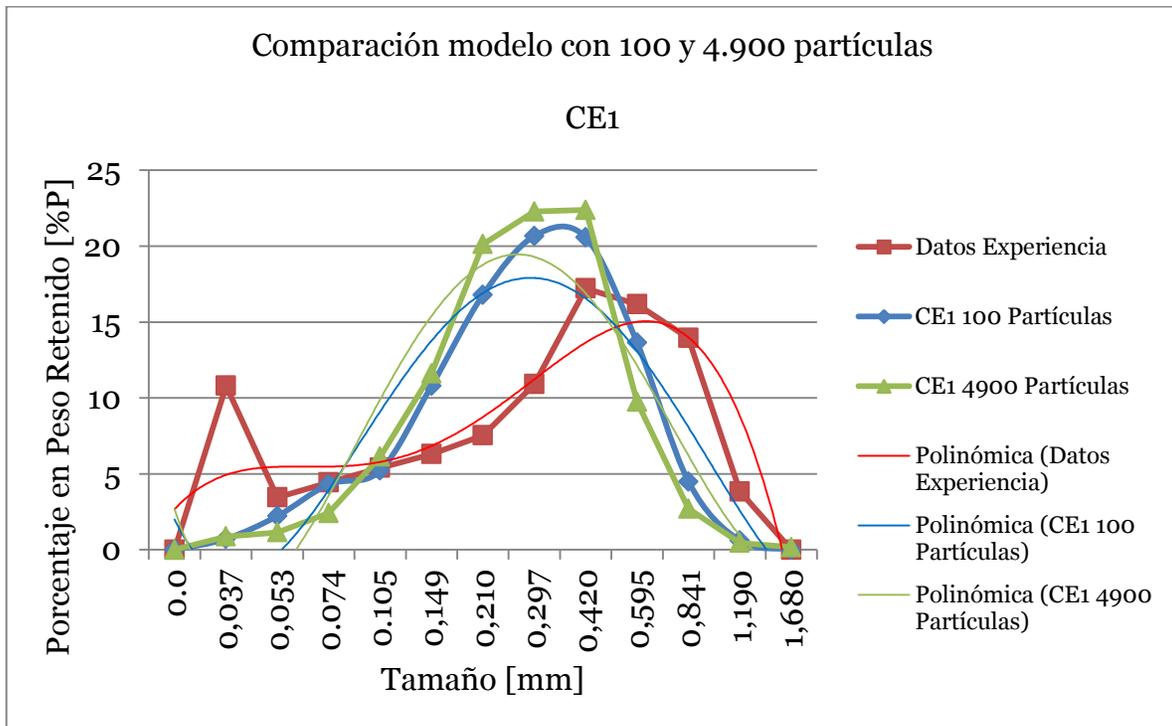


Figura 34. Comparación de la distribución granulométrica obtenida con 100 y 4.900 elementos

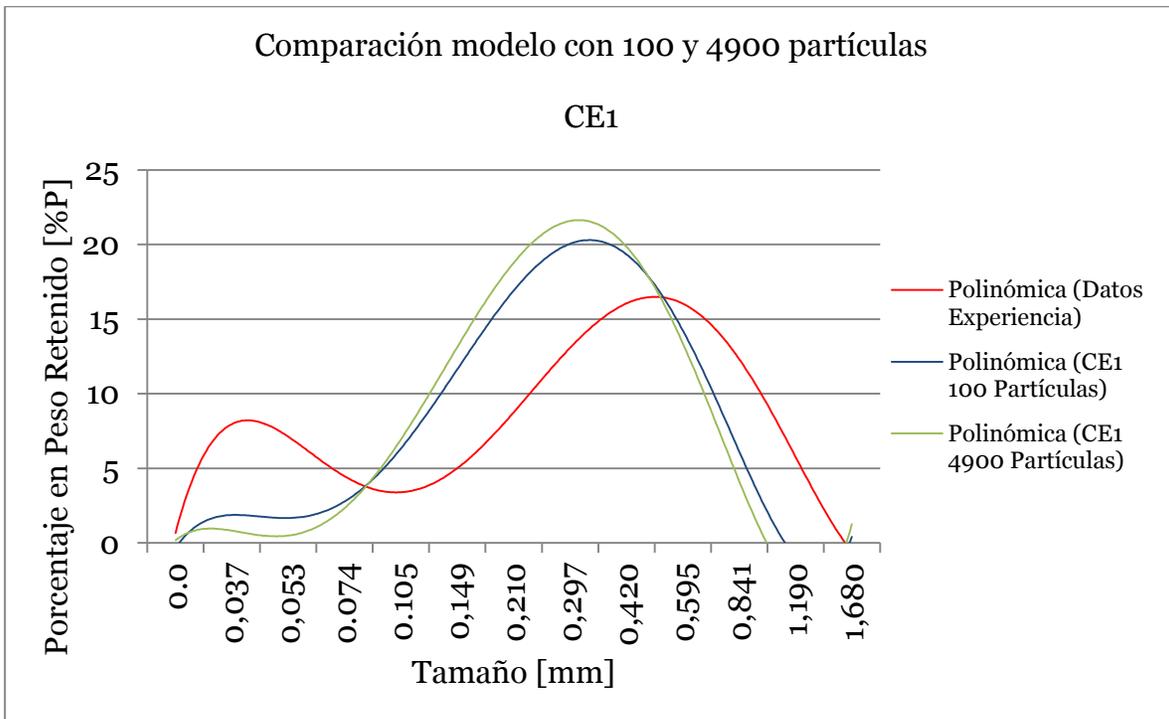


Figura 35. Comparación de la distribución granulométrica obtenida con 100 y 400 elementos. Sólo se presentan las curvas de ajuste

Con esto se puede notar que no hay gran diferencia en los resultados de evaluar 100 o 4.900 elementos con el modelo de colisiones. Por lo tanto se decide realizar el resto de los análisis de granulometría utilizando 100 elementos. El tiempo de cálculo para 100 partículas varía alrededor de los ocho minutos utilizando software Mathcad 15 en ordenador hp con 2 GB de RAM, procesador Intel Pentium Dual de 1,46 GHz con sistema operativo de 32 bits.

Comparando los resultados experimentales con los obtenidos mediante el modelo, difieren. Esto es debido a que no se cuenta con una superficie  $NF(T,V)$  ajustada a mediciones reales experimentales. Sin embargo los resultados pueden ser utilizados para describir hacia dónde se moverían los resultados en la realidad, por ejemplo si se disminuyera el número de barras de cierta fila los resultados podrían moverse hacia granulometrías más gruesas.

## 5.4. DISTRIBUCIONES GRANULOMÉTRICAS DE LOS CASOS DE ESTUDIO

Los resultados obtenidos mediante el modelo de colisiones puntuales evaluando los casos de estudio se exponen en las siguientes figuras. Los gráficos muestran únicamente las curvas de ajuste con excepción de aquellos casos que lo requieren para una mejor visualización.

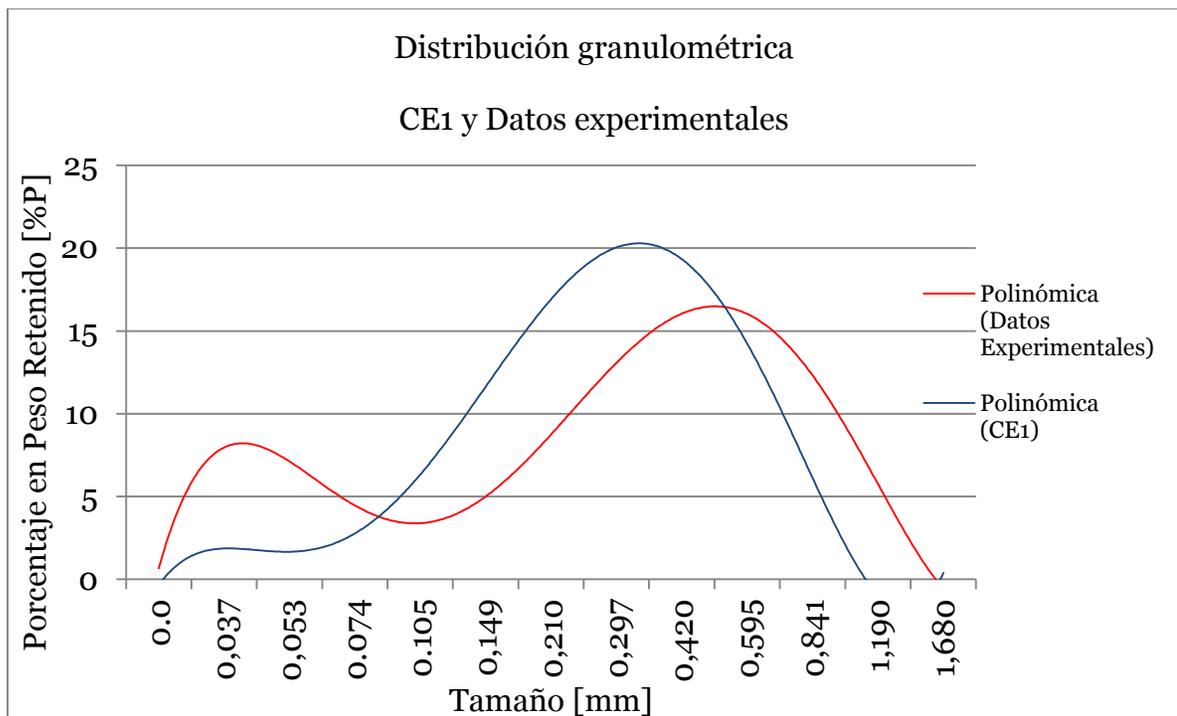


Figura 36. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y datos experimentales

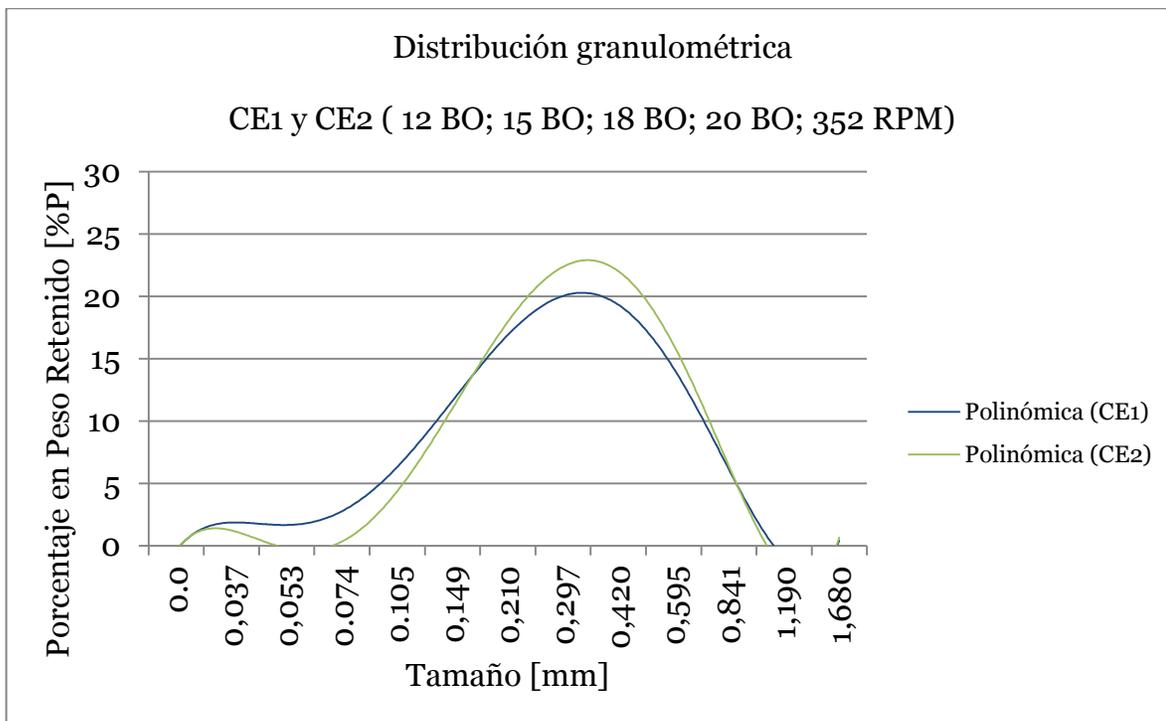


Figura 37. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE2

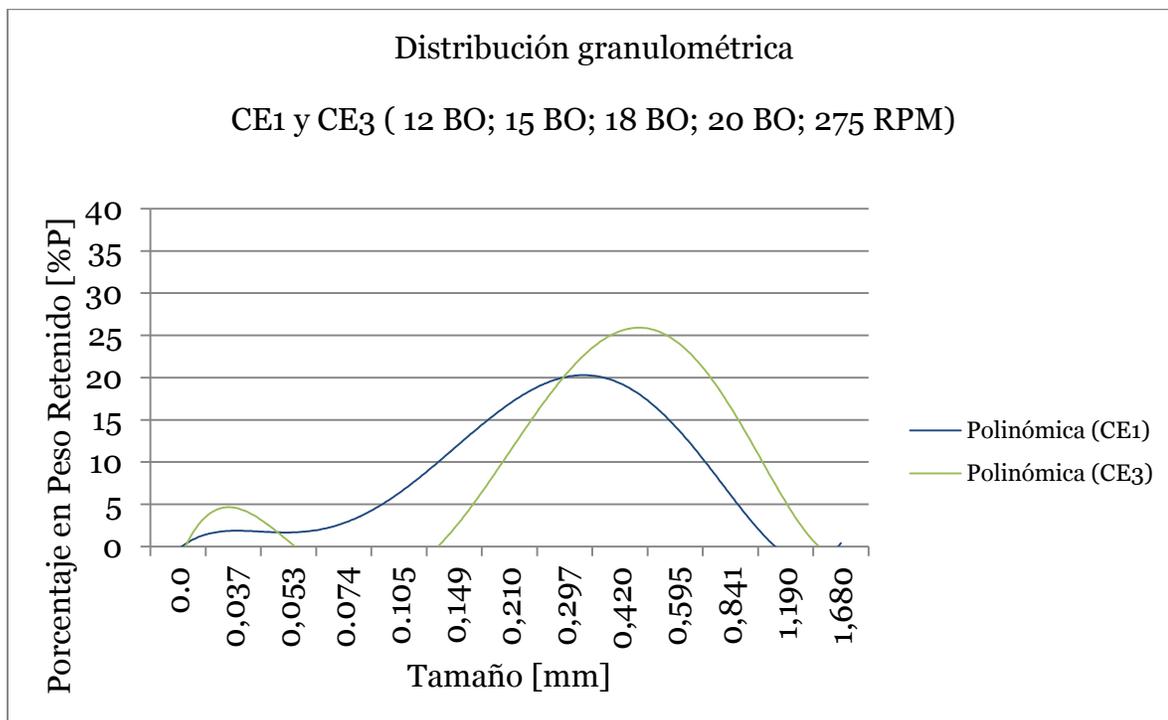


Figura 38. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE3

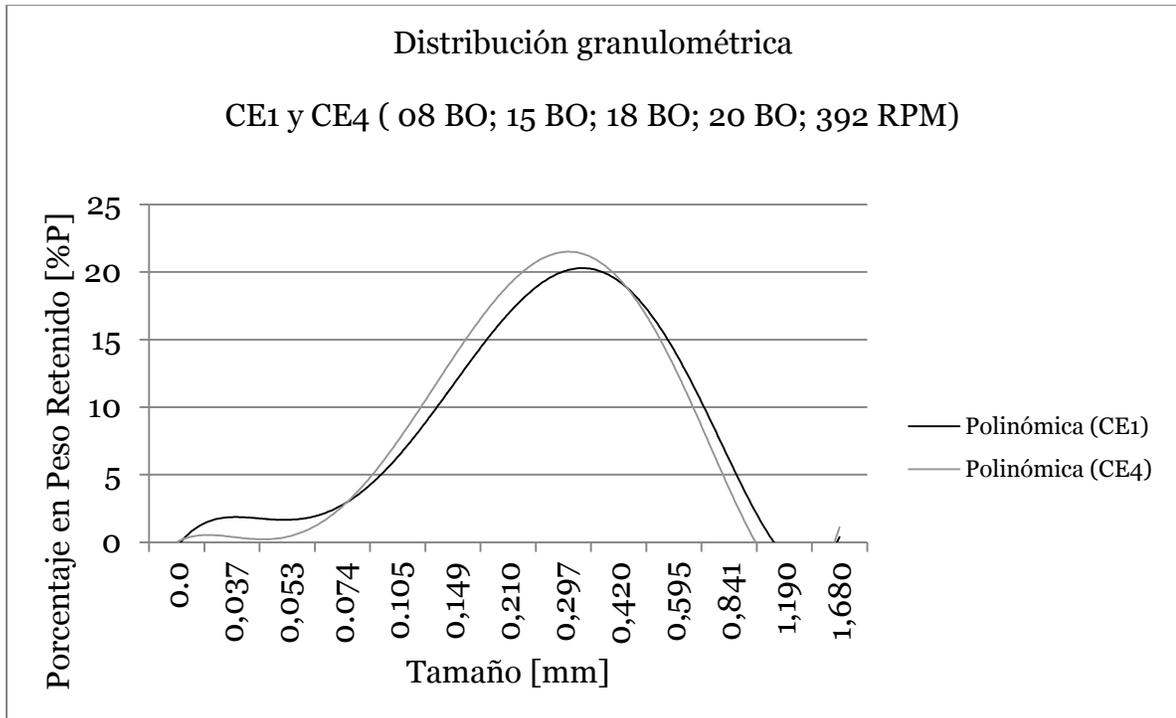


Figura 39. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE4

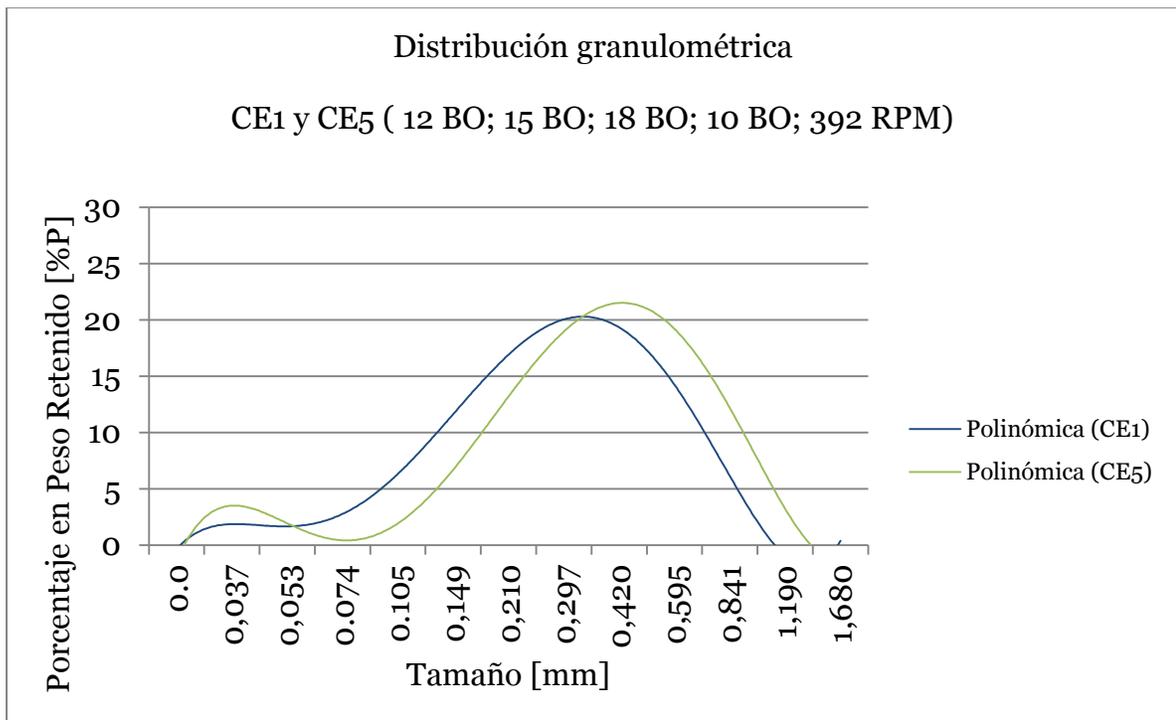


Figura 40. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE5

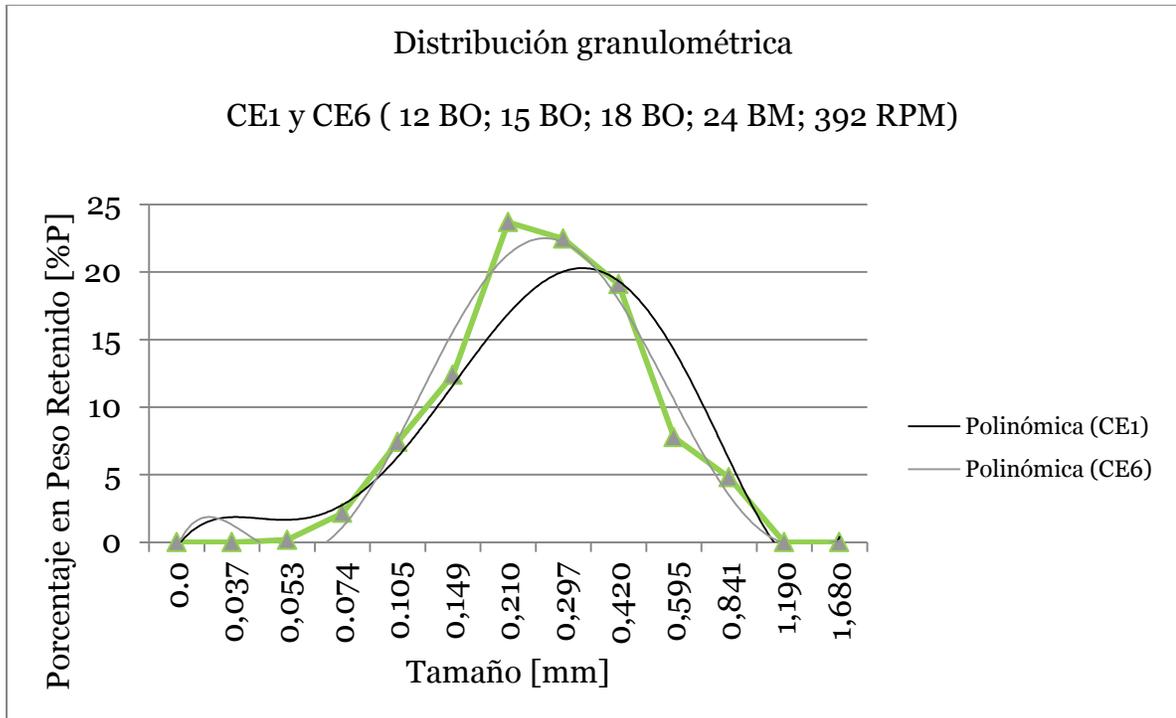


Figura 41. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE6

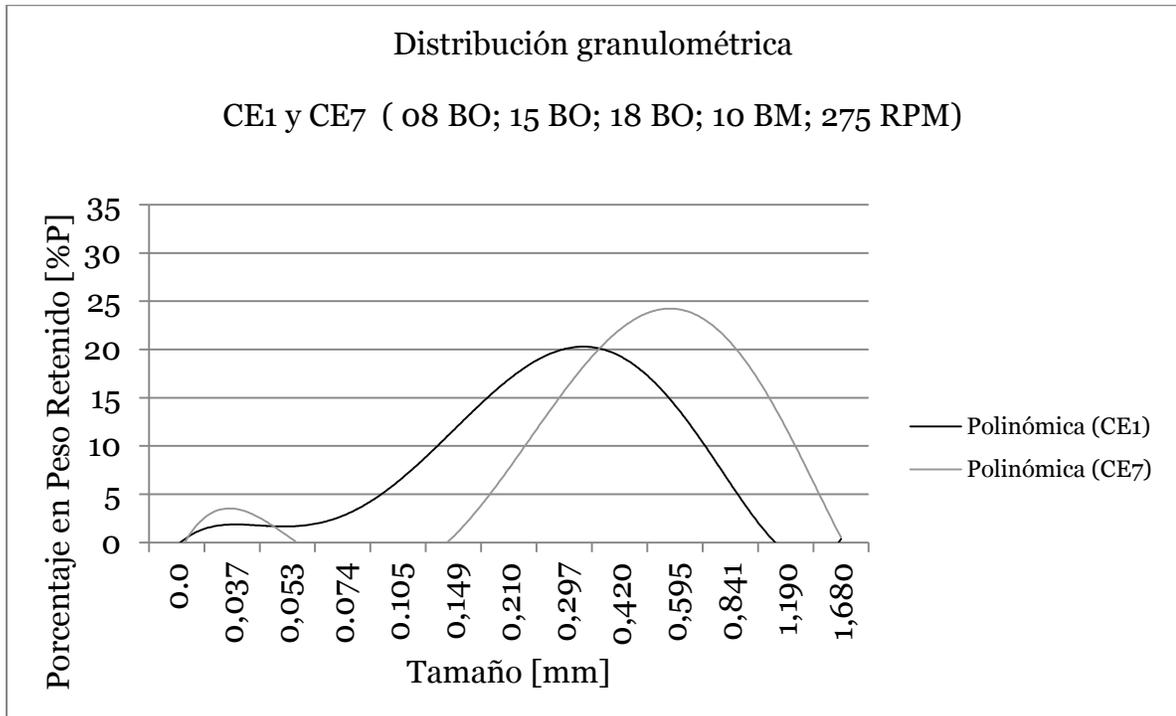


Figura 42. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE7

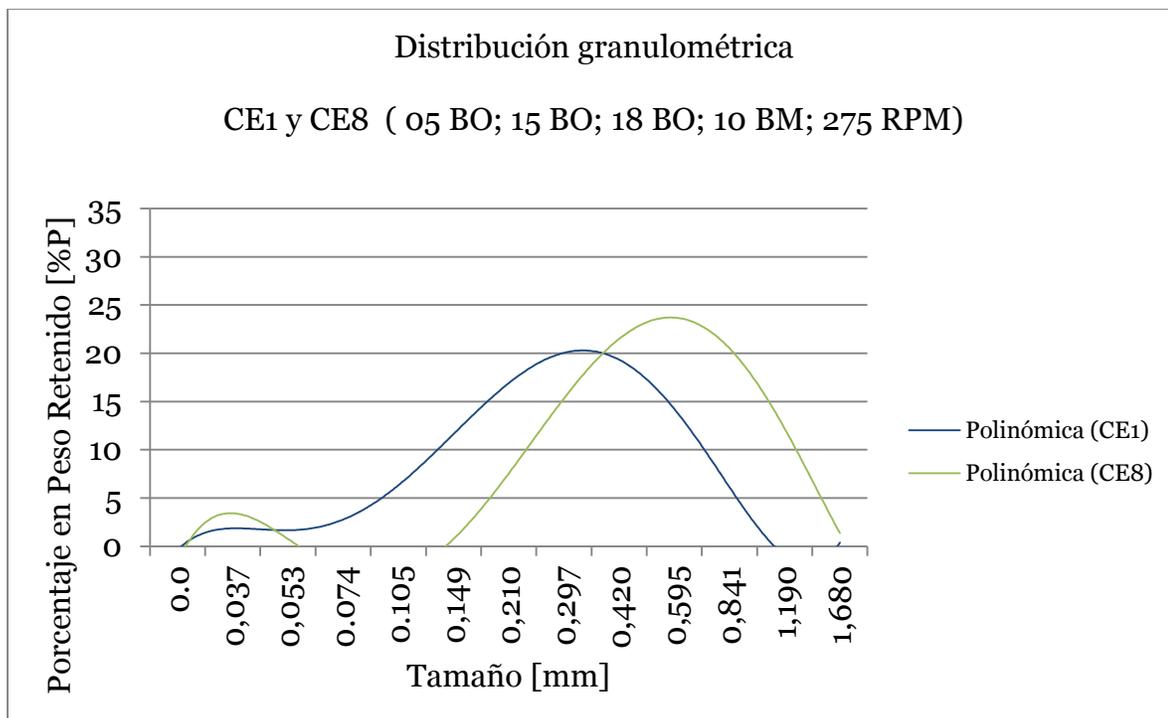


Figura 43. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE8

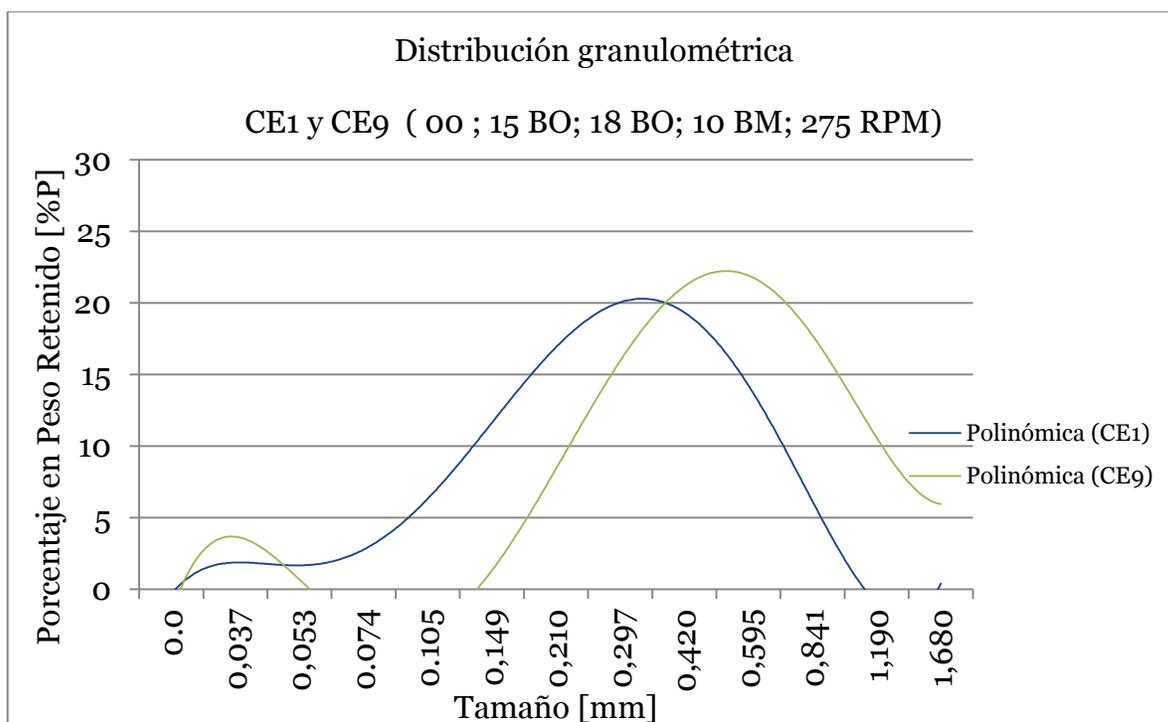


Figura 44. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE9

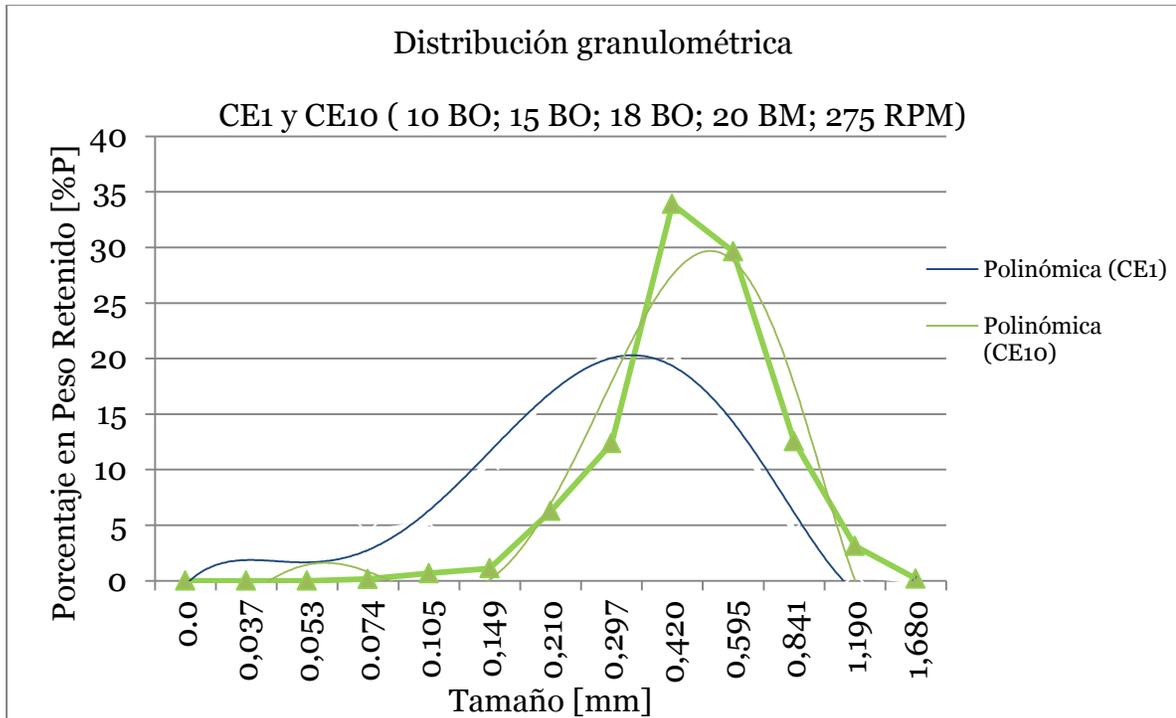


Figura 45. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE10

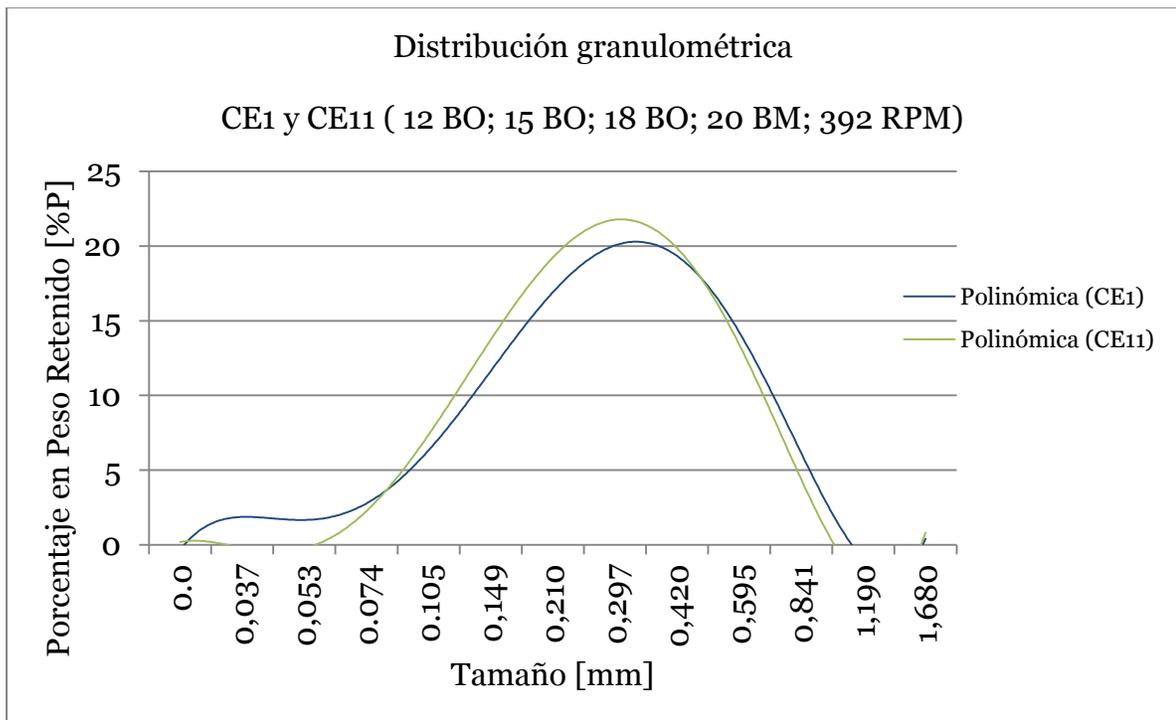


Figura 46. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE11

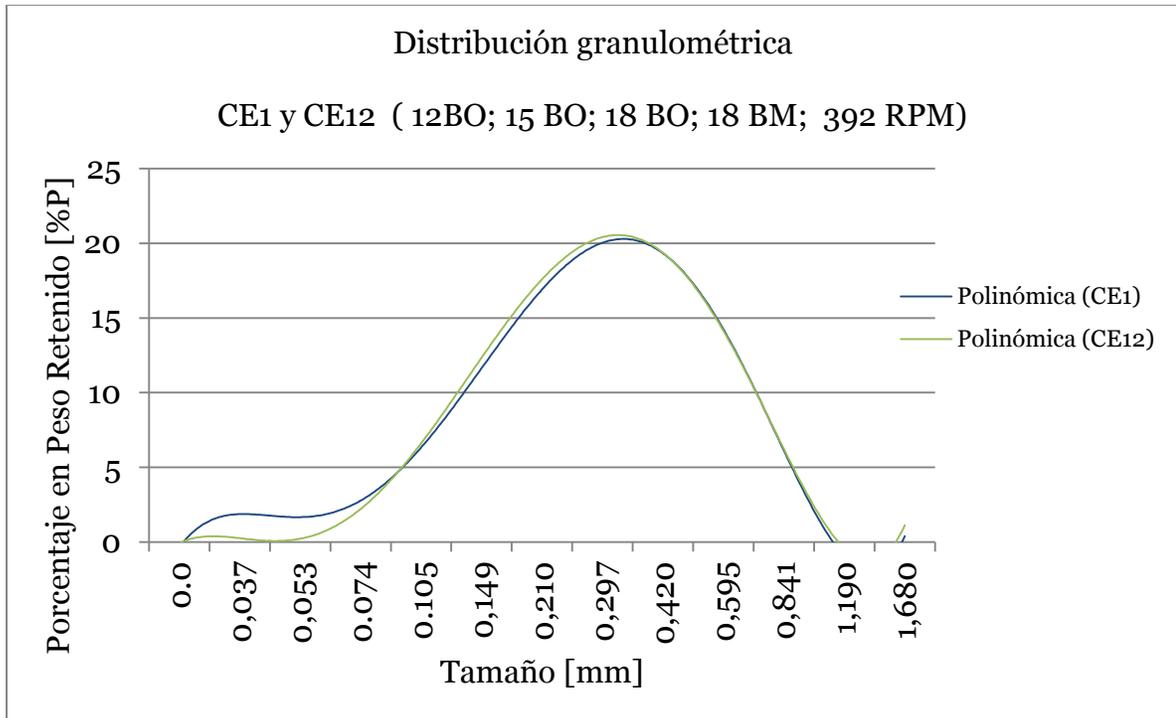


Figura 47. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE12

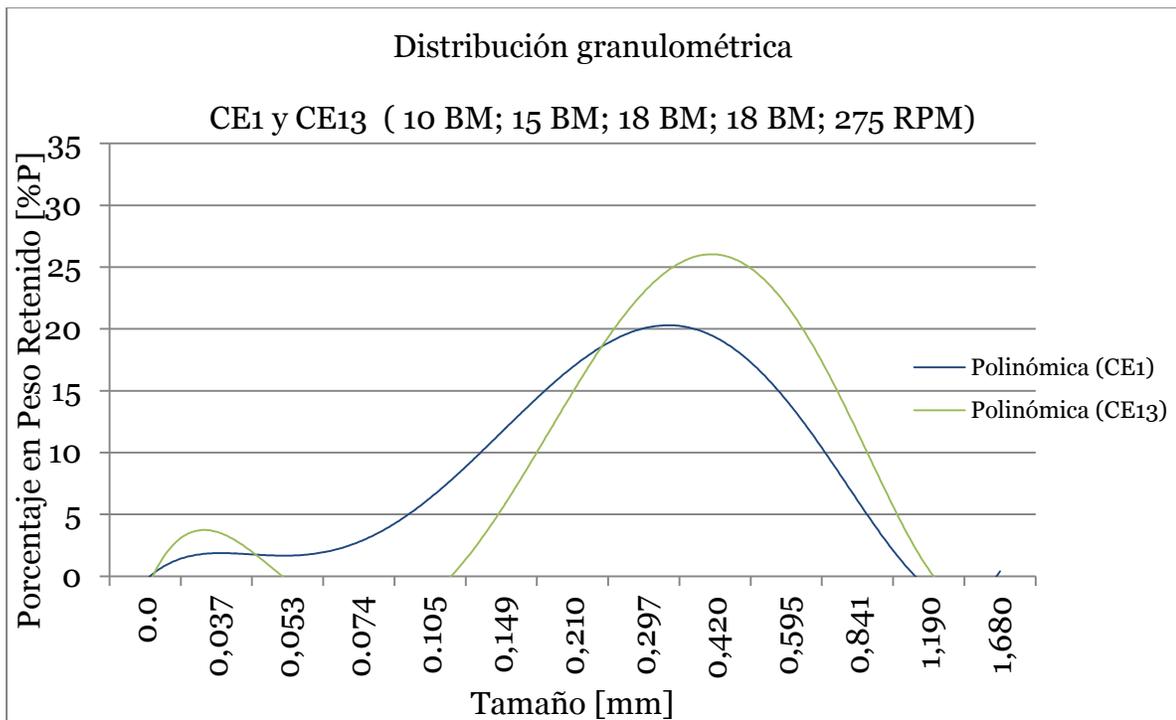


Figura 48. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE13

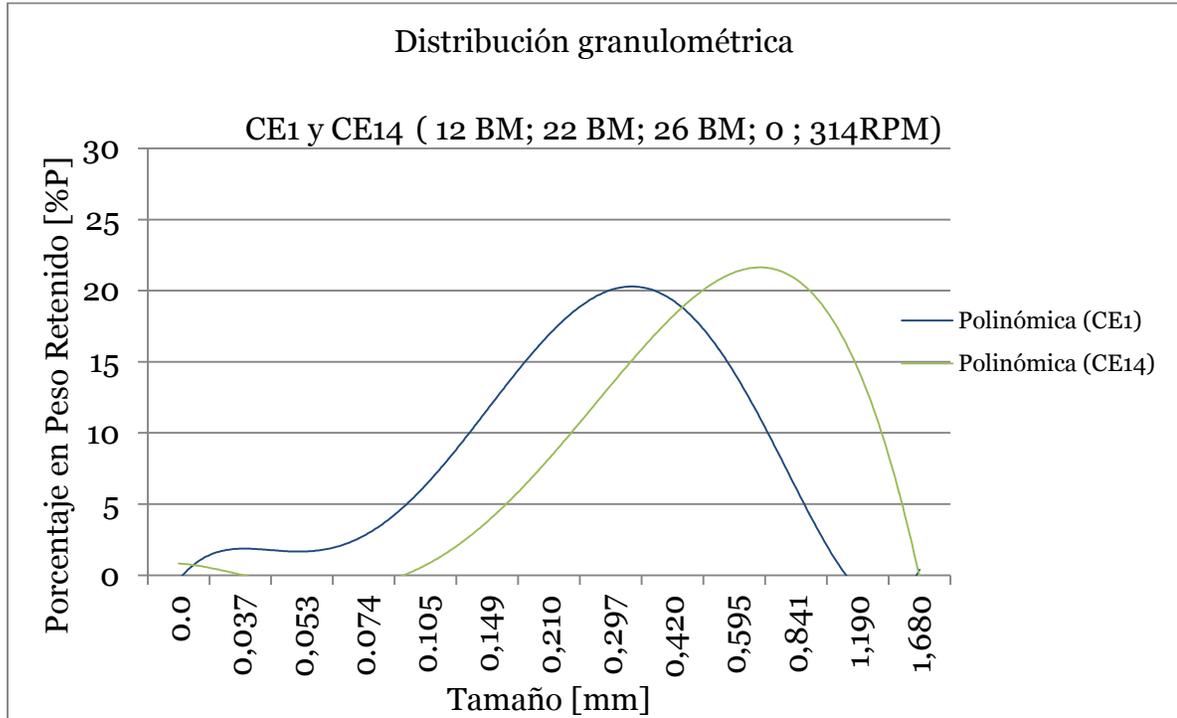


Figura 49. Comparación de distribución granulométrica entre CE1 y CE14

## 5.5. ANÁLISIS DE DISTRIBUCIONES GRANULOMÉTRICAS DE LOS CASOS DE ESTUDIO

Todos los casos son comparados respecto a los resultados obtenidos con el caso de estudio 1 (CE1).

Del Caso de estudio 2 y 3 se puede observar que al disminuir la velocidad de rotación de las jaulas, la distribución de granulometría se desplaza hacia material más grueso.

Del caso de estudio 4 se nota que una disminución del número de barras originales en la primera fila causa un desplazamiento de la curva de granulometría hacia el fino. Esto es principalmente porque al pasar de 12 BO a 8 BO en la primera fila, menos elementos impactan el borde interno de las mismas. Un impacto con el borde interior significa una menor velocidad relativa normal a la superficie de impacto respecto a la que se puede desarrollar en un impacto con los borde de ataque. Con una menor velocidad se esperan menores cantidades de fragmentos generados e incluso que no ocurra fractura. Es por esto que al disminuir las barras de la primera fila, se obtiene mayor cantidad de finos, ya que se propician los impactos con bordes de ataque.

Del CE5 se desprende que pasar de 20 BO a 10 BO, una disminución del 50%, en la última fila no tiene gran efecto sobre la granulometría contrario a lo que podría pensarse al modificar tan radicalmente el número de barras.

Esto se debe a que la participación de impactos de la cuarta fila es la menor de todas, lo cual para el Caso de estudio 1 (molino original) se puede apreciar en la siguiente figura.

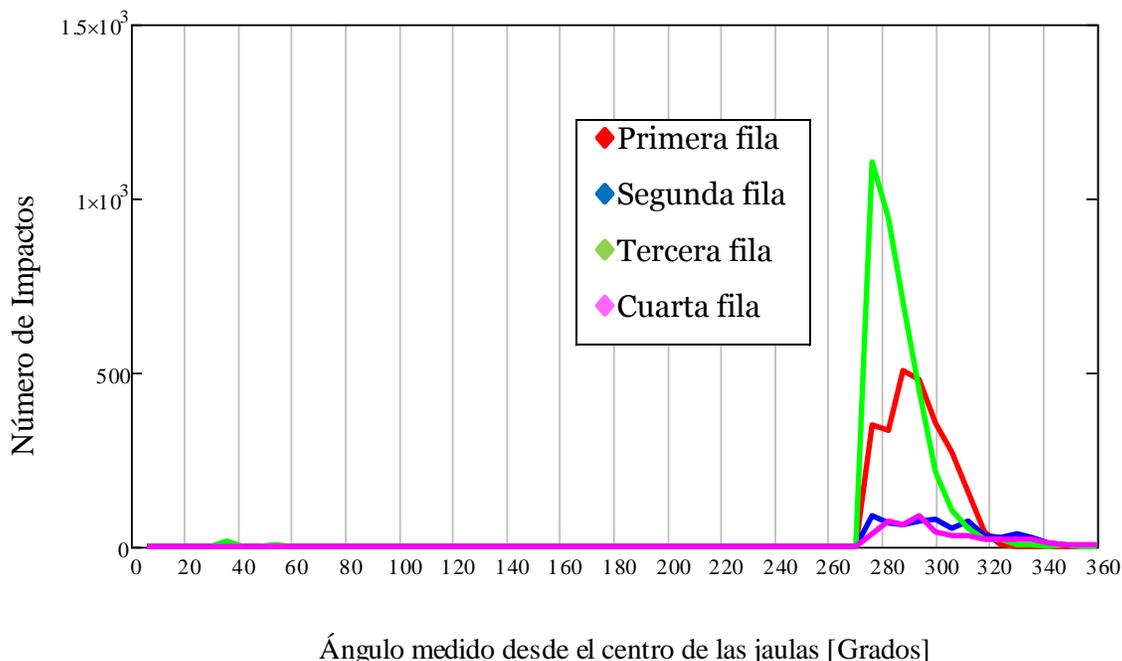


Figura 50. Número de impactos para la primera fila (Rojo), segunda fila (Azul), Tercera fila (Verde) y cuarta fila (Rosado)

Con esto es esperable que una disminución del número de barras en la última fila no tenga gran impacto sobre la granulometría como lo pudiera hacer la misma disminución sobre el número de barras de la tercera o primera fila, que presentan mayor número de impactos con los elementos.

El caso de estudio 6 mantiene una distribución de granulometría similar al caso de estudio

Con los casos de estudio 7, 8, 9, 10, 13 y 14 se intenta compensar entre sí los efectos de disminución de las barras de la primera y última fila, el uso de barras modificadas para mejorar la resistencia mecánica y la disminución de la velocidad de rotación de las jaulas. Los resultados son distribuciones granulométricas bastante distintas a las del

CE1, salvo el CE10 que presenta una disminución notable de los finos pero mantiene el porcentaje para el mayor tamaño de material obtenido para el CE1.

Los CE11 y CE12 presentan distribuciones granulométricas similares al CE1. Siendo el CE12 el de mejor ajuste, presentando además una disminución de presencia de los tamaños más finos.

Ya analizados los casos de estudio, resta elegir cuál o cuáles son los que se deben analizar en cuanto a resistencia mecánica.

El criterio de elección puede ser variado. Se elige el criterio de mayor similitud en la granulometría de salida con el CE1 bajo las mismas condiciones de operación. Por lo tanto se eligen los CE6 y CE11 y CE12.

Se hace notar que en los casos de operar con menores RPM, las tensiones bajan, por lo que la sensibilidad a la SCC disminuye, aumentando la vida del equipo.

## 6. EVALUACIÓN DE RESISTENCIA MECÁNICA

Como se mencionó, se eligen los CE6, CE11 y CE12 para ser analizados en cuanto a resistencia mecánica. Además se analiza el CE1.

### 6.1. RAZÓN DE ELECCIÓN

Los CE6, CE11 y CE12 presentan distribuciones granulométricas bastante similares a CE1 y entre sí son geometrías bastante similares. La diferencia entre estos casos de estudio es que CE6 tiene 24BM en la cuarta fila, CE11 tiene 20 y CE12 tiene 18BM.

Del punto de vista de efectos sobre la distribución granulométrica, los tres casos son bastante similares entre sí.

El efecto de la disminución de barras sobre los esfuerzos a los que se ven solicitadas las jaulas no se puede predecir a primera vista. Ya que al disminuir el número de barras, se puede disminuir la masa que rota, pero los arcos del anillo que sujeta las barras serían mayores. Es por esto que es conveniente analizar la resistencia mecánica de los CE6, CE11 y CE12, para también compararlos con el CE1.

### 6.2. ANÁLISIS A REALIZAR

Distribución de esfuerzos: Los casos de estudio son modelados mediante CAD y se evalúa mediante elementos finitos la distribución de esfuerzos de Von Mises y se reconocen las zonas que presentan mayores solitudes.

Análisis de vibraciones: Los mismos modelos CAD son evaluados mediante análisis de vibraciones y se obtienen las frecuencias naturales de cada caso de estudio. Esto es para verificar que no hay frecuencias de excitación cercanas a las frecuencias naturales.

### 6.3. DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS

El software utilizado para el análisis de esfuerzos por medio de elementos finitos es Inventor 2013 con ordenador hp con 2 GB de RAM, procesador Intel Pentium Dual de 1,46 GHz con sistema operativo de 32 bits. Lo cual ha tomado aproximadamente quince minutos por caso de estudio en generar el mallado y obtener la distribución de esfuerzos de Von Mises.

#### 6.3.1. MODELOS CAD

Los modelos CAD utilizados corresponden a la jaula grande que contiene a la segunda y cuarta fila de barras. Los modelos se aprecian en las siguientes figuras

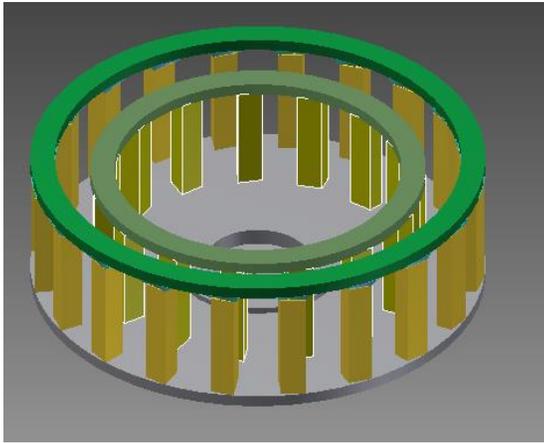


Figura 51. Modelo CAD del CE1

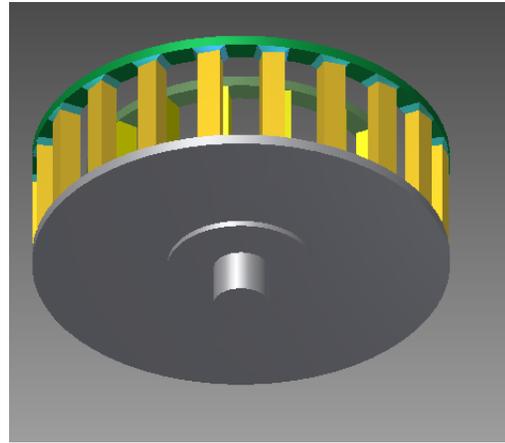


Figura 52. Modelo CAD del CE1

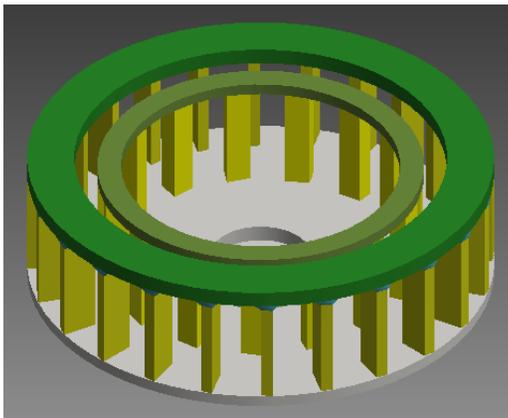


Figura 53. Modelo CAD del CE6

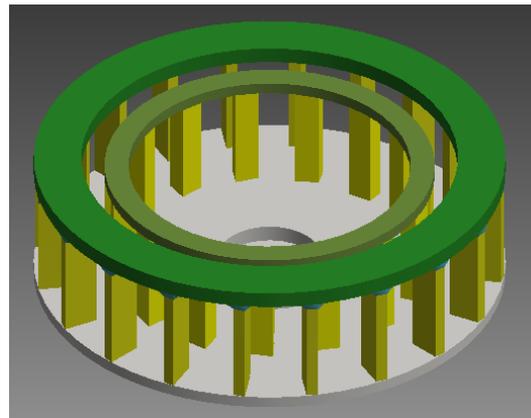


Figura 54. Modelo CAD del CE11

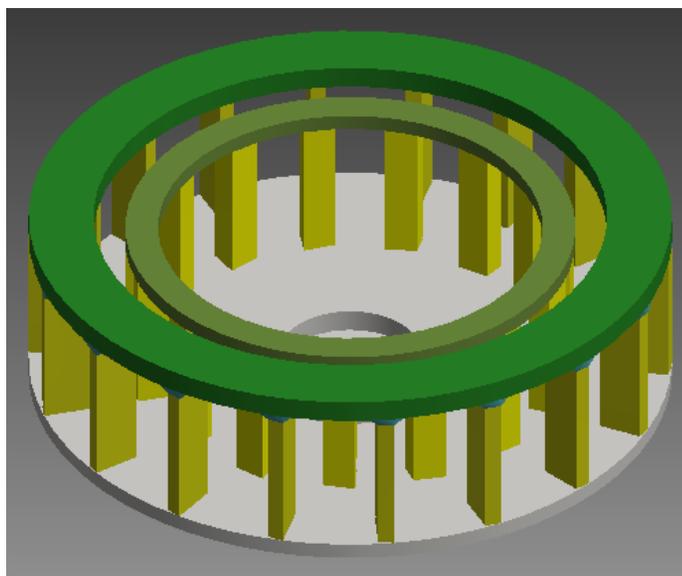


Figura 55. Modelo CAD del CE12

### 6.3.2. SOLICITACIONES Y CONDICIONES DE BORDE

A los modelos CAD se les carga velocidad angular de 400 RPM. Las presiones ejercidas por el material procesado al ser impactado, no son consideradas debido a la baja participación en la colisión de partículas sobre la segunda y cuarta fila de barras.

Se fija con empotramiento la cara libre correspondiente a la sección transversal del eje. Además a la superficie del eje se le da la condición de fijación sin roce.

### 6.3.3. MALLAS

Una muestra de qué tipo de mallas se han utilizado para el cálculo de esfuerzos se aprecia en la siguiente figura. Sólo se muestra la malla del CE12 pues las del resto son similares. Además se presentan las características del mallado.

Tabla 12. Características de mallado para CE12

Tamaño medio de elemento (Como fracción del diámetro del modelo)	0,1
Mínimo tamaño de elemento (Como fracción del tamaño medio de elemento. Se recomienda alrededor de 0,2)	0.2
Grading Factor (Es recomendable alrededor de 1,5)	1,5
Máximo ángulo de giro (Recomendado entre 30 y 60 deg)	60 deg
Crear elementos curvos de mallado	No

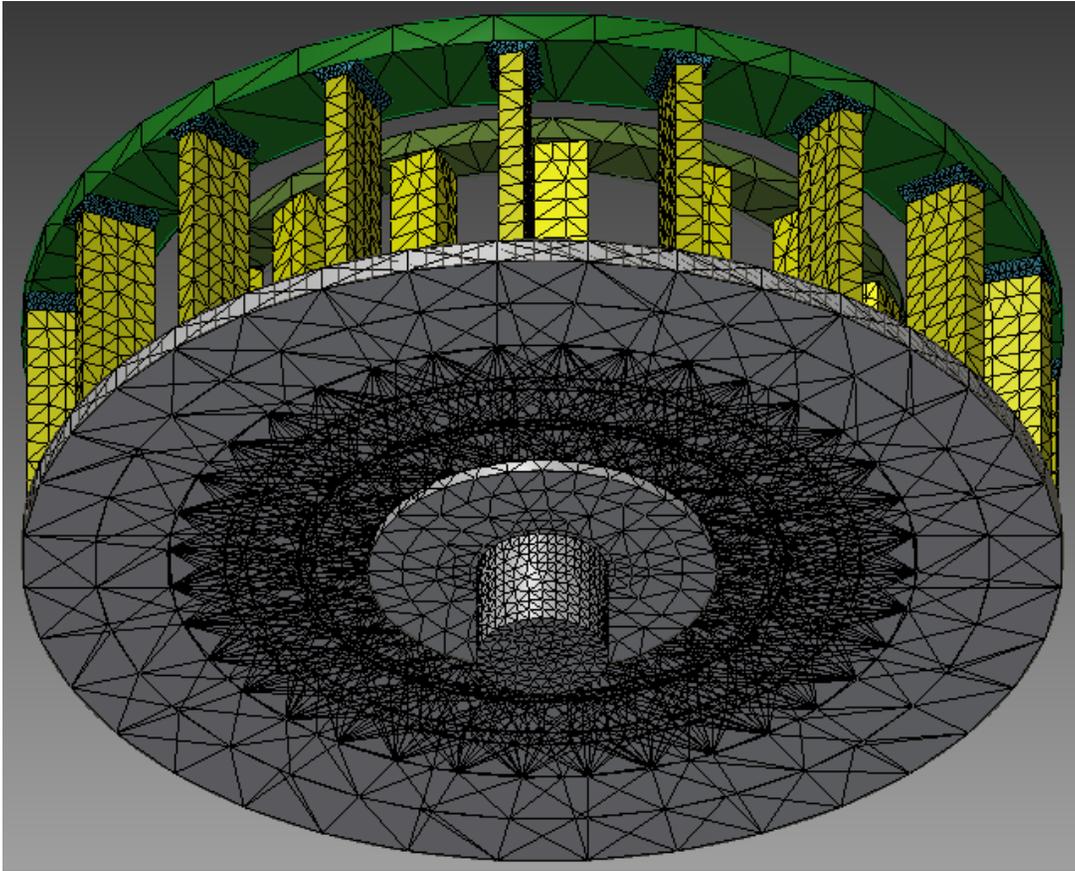


Figura 56. Vista isométrica del mallado para CE12

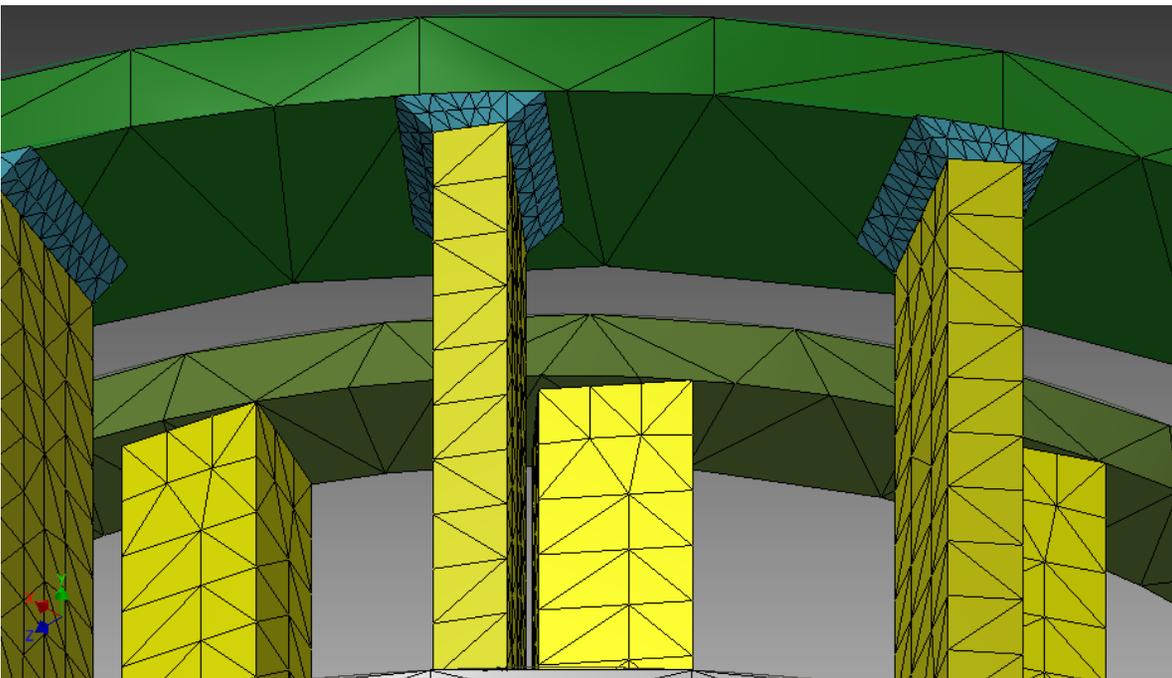


Figura 57. Detalle del mallado en zona de unión del anillo con barras para CE12

### 6.3.4. RESULTADOS

Los resultados se presentan de forma gráfica y luego en tabla comparando los resultados en porcentaje con el CE1..

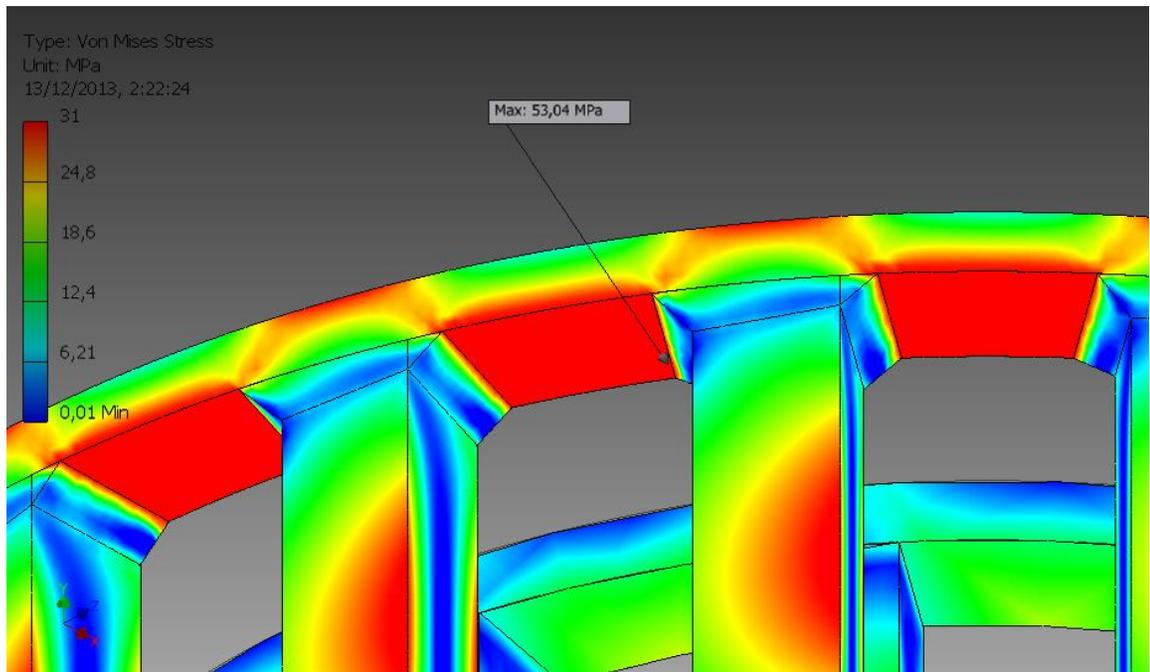


Figura 58. Distribución de esfuerzos de Von Mises sobre la zona crítica en CE1

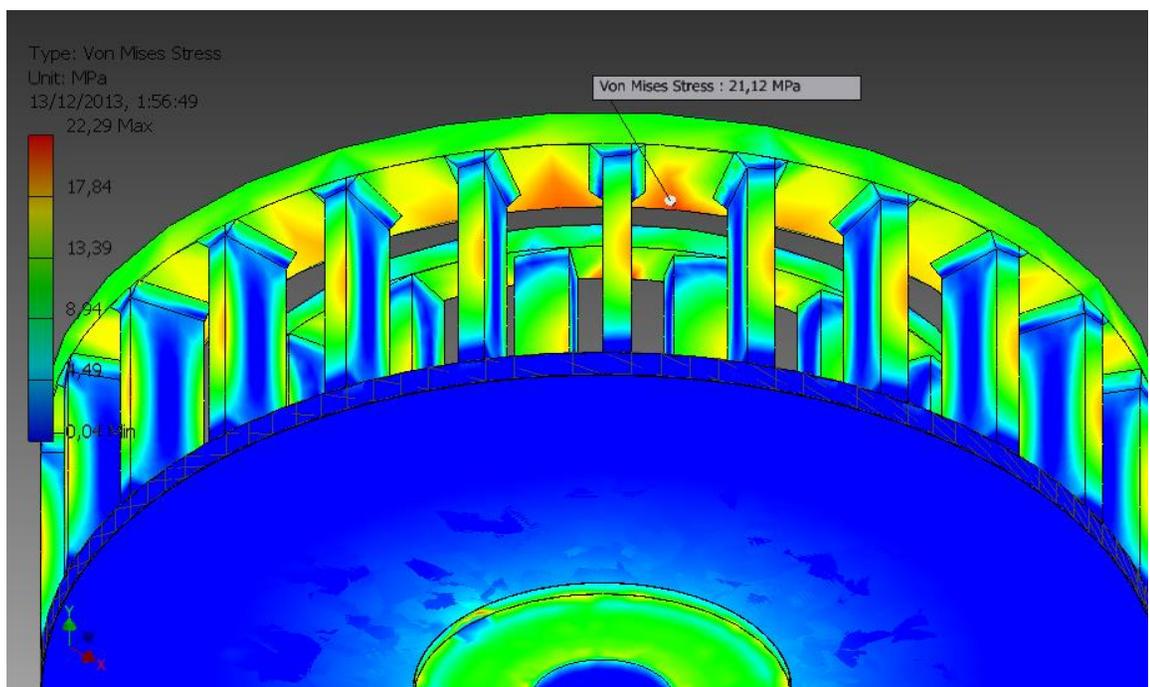


Figura 59. Distribución de esfuerzos de Von Mises sobre la zona crítica en CE6

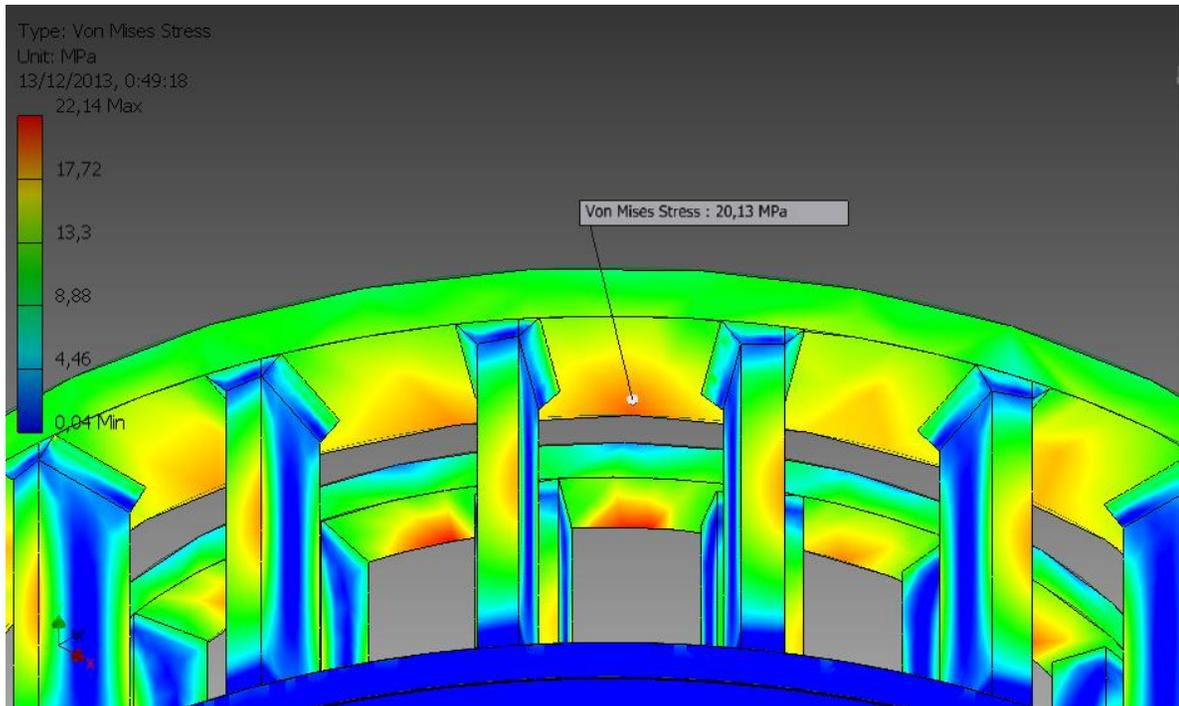


Figura 60. Distribución de esfuerzos de Von Mises sobre la zona crítica en CE11

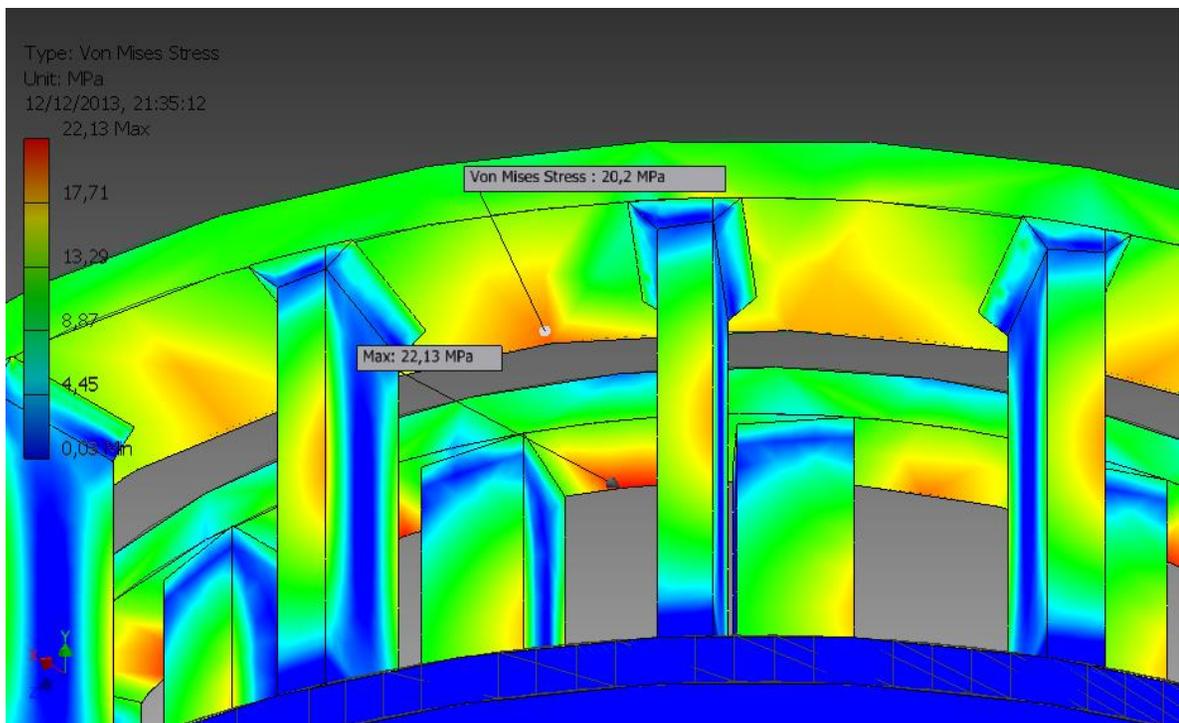


Figura 61. Distribución de esfuerzos de Von Mises sobre la zona crítica en CE12

Tabla 13. Resumen de valores máximos de esfuerzos de Von Mises en la zona crítica del anillo de las cuartas filas

Caso de estudio	Máximo esfuerzo en anillo [MPa]	% Respecto a CE1
CE1	53,04	100
CE6	21,12	39,82
CE11	20,13	37,95
CE12	20,20	38,08

#### 6.4. ANÁLISIS DE VIBRACIONES

Del análisis para conocer las primeras ocho frecuencias naturales de las jaulas se presentan los resultados en la siguiente tabla.

Tabla 14. Resumen de las primeras ocho frecuencias naturales de los CE1, CE6, CE11 y CE12

Número de Frecuencia [Hz]	CE1	CE6	CE11	CE12
F1	27,87	23,74	24,24	24,53
F2	28,03	23,76	24,27	24,54
F3	44,96	39,32	40,13	40,62
F4	81,87	74,90	76,53	77,16
F5	97,69	120,58	120,60	120,33
F6	97,70	120,63	120,67	121,07
F7	214,36	137,98	131,54	127,95
F8	214,84	138,20	132,12	128,73

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de los resultados se centra en los siguientes temas:

- Desempeño del modelo de colisiones puntuales
- Distribuciones granulométricas
- Desempeño de los casos de estudio escogidos
- Análisis de vibraciones

### 7.1. MODELO DE COLISIONES PUNTUALES

El modelo de colisiones puntuales permite obtener tendencias de comportamiento de los datos relevantes para la toma de decisiones y re-diseño del molino estudiado. Así como permite profundizar en el entendimiento de la tecnología del molino.

Es una herramienta flexible pues es de relativa simpleza cambiar geometrías, así como condiciones de operación. Puede ser modificado para obtener otros datos que en la actualidad no entrega. Además tiene la ventaja de estar abierto a recibir datos experimentales para poder ajustarse más aún a describir el proceso de molienda real. Por otro lado al ser un modelo ajustado al problema, resulta ser una herramienta que no requiere grandes recursos computacionales.

El tema de considerar la humedad del material de ingreso se realiza por medio del coeficiente de restitución. Se utiliza un coeficiente de 0,4. Sin embargo es posible realizar pruebas experimentales para ajustar el modelo (no contemplado en este trabajo).

### 7.2. DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA

Las distribuciones granulométricas obtenidas mediante el modelo de colisiones puntuales evaluando los casos de estudio, permiten entender en mayor profundidad los efectos de variables de condiciones de operación así como geometría.

Se observa que al disminuir la velocidad de rotación de las jaulas, las distribuciones granulométricas se mueven hacia el grueso, mientras que al disminuir el número de barras de la primera fila se puede obtener el efecto contrario.

Se observa también que variaciones del número de barras de la segunda y cuarta fila, tiene menor repercusión sobre la distribución granulométrica que cambios equivalentes sobre el número de barras de la primera y tercera fila.

### 7.3. DESEMPEÑO DE LOS CASOS DE ESTUDIO ESCOGIDOS

#### 7.3.1. DISTRIBUCIÓN GRANULOMÉTRICA

Los CE6, CE11 y CE12 tienen similar desempeño en cuanto a la distribución granulométrica del material a la salida respecto al CE1, que corresponde a la configuración original de geometría y operación.

### 7.3.2. CORROSIÓN BAJO TENSIÓN

En este trabajo, el análisis del desempeño en corrosión bajo tensión (CSS) toma en consideración sólo uno de los factores que lo desarrollan (Tensiones).

De Tabla 13 se observa que los CE11 y CE12 disminuyen drásticamente el esfuerzo en la zona crítica que es donde ocurre el cambio de sección entre el anillo y las barras de la cuarta fila, sector donde ocurren las grietas la realidad. Ambos casos de estudios disminuyen el esfuerzo de Von Mises hasta alrededor del 38%.

El desempeño del CE6 es también bastante favorable frente al fenómeno de CSS, ya que disminuye los esfuerzos en la zona del anillo hasta alrededor del 40%.

Estos resultados significan, además, un aumento de la vida del equipo. Se recomienda para cualquier caso que las superficies no presenten muescas ni defectos considerables de maquinación o daño.

Una buena forma de evitar o disminuir los efectos de la CSS es desplazar las soldaduras de donde se concentren los esfuerzos. Además se recomienda realizar tratamientos térmicos para aliviar tensiones internas.

### 7.4. ANÁLISIS DE VIBRACIONES

La velocidad con la giran las jaulas según los datos de que tienen en antecedentes es de 392 RPM. Lo que corresponde a 6,5 Hz.

Cuando el molino presenta desbalanceo, se producen fuerzas de excitación cíclicas cuya frecuencia es la del giro del eje. Si esa frecuencia es cercana a alguna de las frecuencias de los modos normales, se produciría resonancia y, por consecuente resultarían deformaciones elevadas, lo cual llevaría a la falla el molino. Además si la frecuencia de excitación es mayor a la de un cierto modo normal, se espera que para la puesta en marcha desde el reposo, en cierto momento se produzca resonancia al pasar por dicha frecuencia. Esto también puede llegar a ser desfavorable.

Analizando las frecuencias de los modos normales obtenidas para los casos de estudio, se observa que al disminuir una sección de las barras de la cuarta fila (CE6, CE11 y CE12), se obtienen menores frecuencias de resonancia. Esto es básicamente debido a la alteración de la rigidez y masa.

Aunque las frecuencias mínimas disminuyen para los CE6, CE11 y CE12, estas frecuencias son alrededor de cuatro veces mayores que la de giro. Con esto se observa que las modificaciones de los casos de estudio elegidos, no perjudican el desempeño del molino respecto a efectos dinámicos asociados a resonancia.

## 8. CONCLUSIONES

Se ha generado un modelo físico que describe el proceso de conminución para el molino de jaulas del cual se disponen antecedentes. Dicho modelo considera la geometría de las jaulas del molino así como también las condiciones de operación y granulometría de entrada.

El tema de la humedad del material se trata mediante el coeficiente de restitución, el cual toma el valor de 0,4 en el modelo desarrollado. Sin embargo es posible realizar mediciones experimentales para ajustar el modelo a la realidad. Cosa que no está contemplado en este trabajo

Con el modelo de colisiones puntuales se han conocido los efectos de las distintas variables geométricas y de operación explorando distintos casos de estudio. Con esto se han elegido tres casos que mantienen la distribución granulométrica del material a la salida similar a la de la que se tienen antecedentes (geometría y condiciones de operación original).

Los Casos de estudio CE6, CE11 y CE12 han sido analizados respecto a su resistencia mecánica, resultando tener mejor desempeño que el caso original (CE1). Se disminuyen drásticamente los esfuerzos hasta un 38% respecto a CE1 en la zona que es crítica donde presentan fractura los especímenes reales debido al fenómeno de corrosión bajo tensión (SCC). Este resultado significa además un aumento de la vida del equipo.

Una técnica para disminuir los efectos de la SCC es disminuir los esfuerzos donde el fenómeno se presente, cosa que ocurre con CE6, CE11 y CE12.

Por otro lado, se obtiene de análisis de vibraciones que las modificaciones de los casos de estudio elegidos, no perjudican el desempeño del molino respecto a efectos dinámicos asociados a resonancia.

El modelo físico generado ha sido utilizado satisfactoriamente para elegir propuestas de geometría de jaulas para las cuales se espera que reduzcan los efectos del fenómeno SCC. Además el modelo desarrollado puede ser ampliado, mejorado y ratificado con otros estudios que consideren mayores datos experimentales, en especial para el tema de fractura del material considerando velocidades, tamaños y humedad.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

[1] Autor Privado, Registro de Proceso Marzo de 2010, Santiago, Chile, Empresa operadora del molino de jaula del cual se disponen antecedentes, Nombre reservado

[2] “Molino de jaula Cage-Paktor® diseñado para lograr un producto con el menor tamaño posible, un mayor rendimiento del producto y un chancado de mayor eficacia”, [En línea], 2013, [17 de Junio de 2013], <http://www.gundlachcrushers.com.es/crushers/cage-paktor-cage-mill.cfm>

[3] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston, Jr., David F. Mazurek, Phillip J. Cornwell, Elliot R. Eisenberg: “Vector Mechanics for Engineers: Statics and Dynamics”, McGraw-Hill Companies, New York, 2010, Novena Edición.

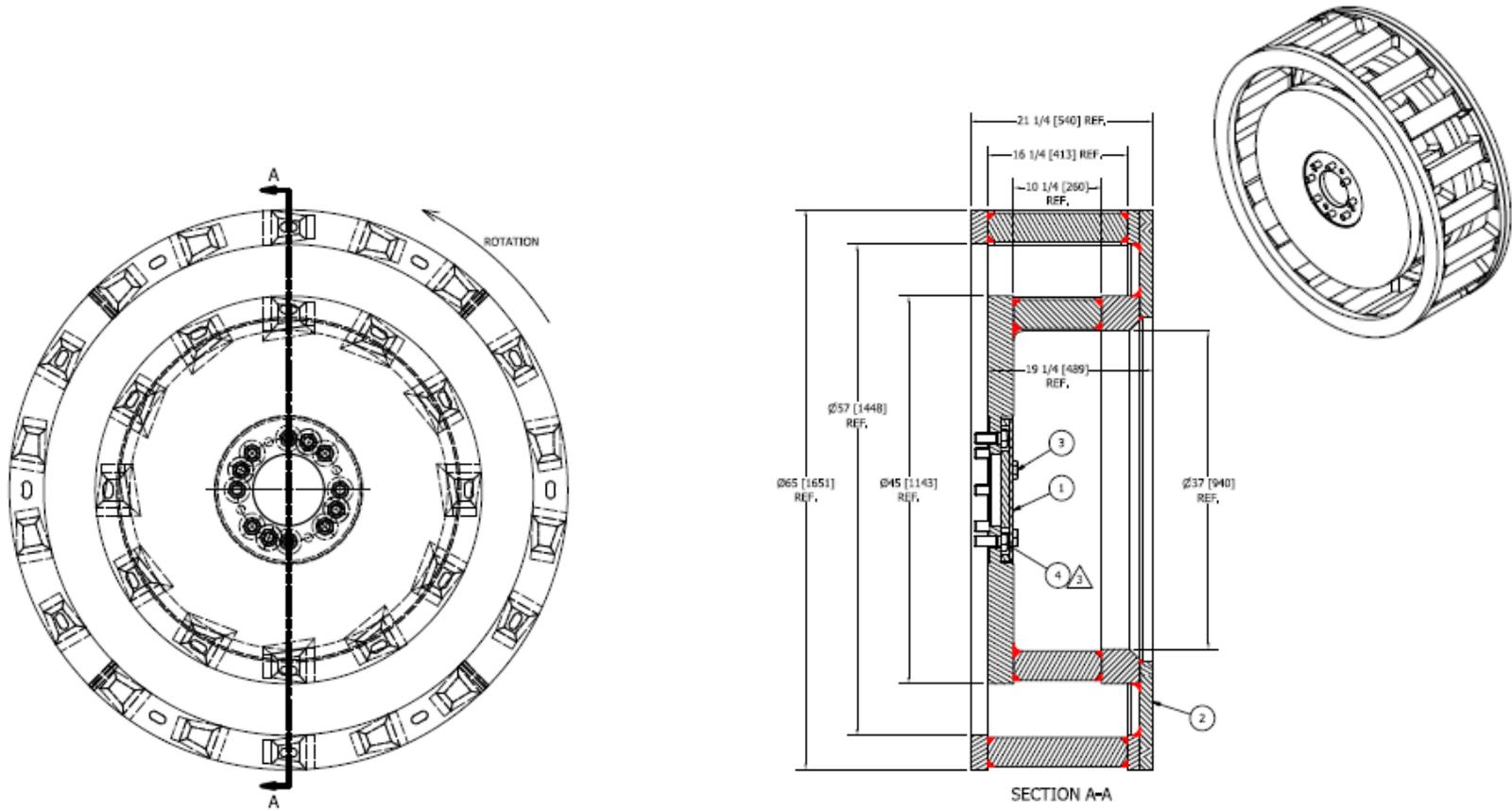
[4] Arthur F. Taggart: “Elements of ORE DRESSING”, John wiley & sons Inc., New York, 1951, Primera Edición.

[5] Gustáv Tarján: “MINERAL PROCESSING VOLUME I Fundamentals, Comminution, Sizing and Classification”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1981, Primera Edición.

[6] “Stress Corrosion Cracking and Fatigue: Mechanical load (tension) + Corrosive environment”, [En línea], 2013, [12 de Diciembre de 2013], [http://www.surface.mat.ethz.ch/education/courses/surfaces\\_interfaces\\_and\\_their\\_applications\\_II/SlIandAII\\_StressCorrCracking\\_Lecture](http://www.surface.mat.ethz.ch/education/courses/surfaces_interfaces_and_their_applications_II/SlIandAII_StressCorrCracking_Lecture)

# 10. ANEXO

## 1.1. ANEXO A: PLANO DE JAULA 1 ORIGINAL



## 1.2. ANEXO B: PLANO DE JAULA 2 ORIGINAL

