



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS
ESCUELA DE ECONOMÍA Y ADMINISTRACIÓN**

UNA COMPARACIÓN DE MEDIDAS DE RIESGO FINANCIERO

Seminario para optar al título de
Ingeniero Comercial, Mención Administración

Tesista: Alejandra Díaz Cáceres

Profesor guía: José Luis Ruiz Vergara

Junio 2014

Santiago – Chile

Contenido

I. Resumen.....	1
II. Revisión Bibliográfica	2
III. Value-at-Risk (VaR).....	6
Definiciones.....	6
Críticas al modelo	7
IV. Expected Shortfall	9
Definiciones.....	9
V. Evidencia Empírica	10
Elección de datos y parámetros	10
Metodología Paramétrica	12
VI. Conclusiones.....	17
Referencias.....	18
Anexos.....	20
Anexo 1: Ecuación de Expected Shortfall.....	20
Anexo 2: Ponderaciones IPSA.....	21
Anexo 3: Rentabilidad, Varianza y Desviación Estándar de activos	22
Anexo 4: VaR y ES individuales.....	23

I. Resumen

Hoy en día, la información actualizada es una prioridad para todo ámbito empresarial, donde aquella institución que no está dispuesta a innovar constantemente en aprendizaje, adaptación a las necesidades del cliente y tecnología, va quedando atrás y tiene alta probabilidad de dejar de existir totalmente. Lo mismo ocurre en el ámbito de las instituciones financieras, donde si no adoptan las últimas regulaciones, son multados por las fiscalizadoras; si no tienen buenos sistemas de información, caen en ineficiencias en las operaciones; y si no utilizan los últimos avances en las mediciones de riesgo, tendrán más pérdidas que aquellas instituciones que sí resguardan de manera adecuada sus inversiones.

Es por esto que se vuelve relevante el analizar las últimas medidas de riesgo, para que las empresas que manejan distintos portafolios, ya sea de inversión o como cobertura para otros activos financieros, sepan cómo cubrirse de la volatilidad del mercado y así disminuir la posible pérdida frente a malas circunstancias.

En este trabajo, se analiza la principal medida de riesgo Value-at-Risk, y se compara con la nueva medida Déficit Esperado, que se está colocando por sobre las demás medidas, al cumplir una serie de propiedades que la vuelven más eficiente y óptima al estimar posibles pérdidas.

Se encuentra que la principal diferencia entre ambas medidas, es que el Déficit Esperado calcula un riesgo mayor que el del VaR al utilizar un coeficiente de estimación mayor, por lo que es más conservador; pero que frente a circunstancias normales de mercado, como es el caso del mercado chileno, los activos no son altamente volátiles y el portafolio no tendrá posibles pérdidas mayores a las esperadas, por lo que la estimación del VaR es suficiente como análisis de riesgo. En casos donde el portafolio contenga activos muy volátiles, se recomienda el uso del Déficit Esperado y siempre a un nivel de confianza del 99% en ambas medidas.

La estructura del trabajo consiste en: una revisión bibliográfica sobre ambos temas; seguida de las definiciones teóricas y matemáticas de ambas medidas de riesgo, con las críticas al VaR y el por qué no es una medida de riesgo coherente; luego, se realiza una evidencia empírica para analizar estas medidas empíricamente, aplicada a las acciones pertenecientes al IPSA del mercado chileno a través de los últimos tres años; y se termina concluyendo los resultados y la conveniencia de las medidas.

II. Revisión Bibliográfica

Debido a los constantes cambios económicos que se generan en el mundo, diversos instrumentos, tales como acciones, bonos y derivados financieros se han visto afectados por variaciones de su precio, lo que genera incertidumbre en los diversos stakeholders. Esta incertidumbre está reflejada en el riesgo que cada instrumento posee, que a su vez es asumido por sus dueños y se manifiesta en las ganancias o pérdidas que tenga la empresa. Es por esto, que las diversas instituciones financieras y no financieras, utilizan derivados financieros para cubrirse de otros instrumentos que pueden verse fluctuados por cambios económicos; en lo que se denomina como administración del riesgo financiero. Este riesgo financiero es medido a través de modelos, donde el más utilizado es el Value-at-Risk o VaR y que compararemos con el VaR condicional o Déficit Esperado (ES por sus siglas en inglés), para definir cuál es el más eficaz al administrar el riesgo financiero.

Cruz (2012) analiza las diferentes mediciones de riesgo y sus diferencias, aplicándolo luego a México, e indica que las empresas están expuestas a tres tipos de riesgo: riesgo del negocio, riesgo estratégico y riesgo financiero. El primero tiene que ver con la industria en que se desenvuelve la empresa, sus innovaciones tecnológicas, la variación del producto, etc. El segundo es sobre la toma de decisiones de la empresa, sus procesos y estrategias. Y el tercero, que trata sobre la probabilidad de ocurrencia de un evento que tenga consecuencias negativas para la organización, teniendo la posibilidad de administrar su exposición y disminuir la posible pérdida ocasionada.

Jorion (2001) expone que existen cinco tipos de riesgos financieros: (1) riesgo de mercado, que proviene de movimientos en la volatilidad de los precios del mercado; (2) riesgo de crédito, que se origina al posible incumplimiento de obligaciones de la otra parte; (3) riesgo de liquidez, que es una pérdida excesiva por enajenación de activos o descuentos inusuales para obtener dinero; (4) riesgo operacional, que provienen de errores o accidentes humanos y técnicos; y (5) riesgo legal, que resulta cuando una transacción no puede ser aplicable por ley. La administración del riesgo financiero busca proporcionar estabilidad en los flujos financieros, donde Romero (2004) analiza los orígenes de las medidas de riesgo, las definiciones y críticas de VaR, sus alternativas y cómo calcularlo; y define que esta administración funciona como cobertura del riesgo de mercado y el riesgo de crédito, de manera similar a una adquisición de un seguro que protege a la empresa de efectos adversos.

Desde que existió la necesidad de administrar el riesgo financiero, se han presentado diversos autores a través del tiempo con sus respectivos modelos. Romero (2004), antes mencionado, identifica tres períodos de importantes desarrollos en las finanzas modernas: (1) media-varianza 1952-1956 que fue iniciado por Markowitz, donde establece medidas de riesgo para inversiones individuales (el cuadrado de la desviación con respecto a la media de la distribución de los retornos, que es la varianza) y para una combinación de activos o portafolio (elegir ponderaciones para cada activo que minimice la varianza del portafolio¹); (2) modelos en tiempo continuo 1969-1973 iniciado por Robert Merton, Fisher Black y Myron Scholes, que permiten abordar problemas asociados a la valoración de opciones y otros derivados; (3) medidas de riesgo 1997 – actualidad, que fue iniciado por Artzner et al (1997, 1999), donde se modelan situaciones más reales como el sesgo en el retorno de activos o skewness, leptocurtosis y/o colas anchas. Estos orígenes se ven respaldados por el trabajo de Cruz (2012), también mencionado anteriormente, donde además de proponer el trabajo de Markowitz y Black-Scholes, agrega el modelo CAPM²(*Capital Asset Pricing Model*) para la valoración de activos, que se basa en una relación lineal entre rendimiento esperado y riesgo (el rendimiento esperado se iguala al combinar el activo libre de riesgo y la cartera de mercado que incluye el riesgo sistemático denominado β); y también agrega el modelo APT³(*Arbitrage Pricing Theory*), que es una generalización del CAPM y se le conoce como modelo multifactorial, ya que supone que la correlación de los activos proviene de diferentes factores de riesgo y el CAPM sólo de una fuente.

En la actualidad, existe una medida uniforme de riesgo llamada Value-at-Risk, que Basilea I 1996 la definió como el enfoque preferido, donde su metodología fue desarrollada por el banco J.P.Morgan en 1994, pero que con el tiempo ha sido criticada por varios autores como Artzner et al (1999), Rockafellar y Uryasev (1999), Acerbi et al (2008), entre otros. Esto ha generado el desarrollo de modelos complementarios al VaR, como el Déficit Esperado o ES (*Expected Shortfall*) o VaR Condicional (CVaR), AverageVar, entre otros. Artzner et al (1999), describe tres métodos que se usan actualmente: SPAN, desarrollado por Chicago Mercantile Exchange; las reglas del SEC (*Security and Exchange Comission*) usadas por NASD; y el método VaR; explicándolos matemáticamente y demostrando su validez.

¹ La varianza del portafolio de Markowitz está definida por: $\sigma^2 = x_1^2\sigma_1^2 + 2x_1x_2\sigma_{12} + x_2^2\sigma_2^2$

² Equilibrio descrito en el modelo CAPM: $E(r_i) = r_f + \beta_{im}(E(r_m) - r_f)$

³ Modelo APT:

$E(R_j) = R_f + \beta_{1j}[E(F_1) - R_f] + \beta_{2j}[E(F_2) - R_f] + \dots + \beta_{nj}[E(F_n) - R_f]$

Después de analizar el contexto y para poder definir qué método es el más conveniente de usar, es que necesitamos describir el modelo VaR y ES, y estudiar sus ventajas y críticas. VaR se define como “máxima pérdida esperada sobre un horizonte de tiempo a un nivel de confianza y bajo condiciones normales de mercado” (Jorion, 2001), que contiene tres metodologías para ser calculado según un artículo de J.P.Morgan: la analítica o paramétrica, simulación histórica y simulación de Monte Carlo. Romero (2004) y García (2005), exponen las diversas maneras de estimación, y explican de manera simple VaR y CVaR o ES, para luego aplicarlo a las empresas de seguros. Cruz, antes mencionado, explica de manera concisa la segunda y tercera metodología para calcular el VaR, explicando también otros métodos de medición de riesgo, y los analiza todos para establecer si son medidas coherentes de riesgo (deben cumplir cuatro propiedades: homogeneidad positiva, subaditividad, monotonicidad e invarianza transicional), para luego terminar con el cómo estimar un portafolio de inversión. Castro (2011), analiza distintas volatilidades para el cálculo del VaR (histórica, condicional GARCH y condicional GJR-GARCH) y distintos tests de back-testing; encontrando que los modelos condicionales se ajustan mejor para un portafolio compuesto por activos financieros, ya que el supuesto de volatilidad constante que posee el modelo histórico no se cumple para este tipo de activos, y recomienda el test de independencia de Haas 2001 como back-testing, ya que presenta un mejor desempeño y mayor información para la gestión de una cartera de inversiones.

Al definir el método de Expected Shortfall o ES, que es “la esperanza de la pérdida dado o condicionado que ésta es mayor al nivel VaR”, nos basamos en el análisis de Yamai y Yoshida (2002), definen ES, estiman su error, ejemplifican la estimación, descomponen ambos métodos y optimizan los portafolios según ES, concluyendo que a pesar de que ES es fácil de descomponer y optimizar, necesita grandes muestras para cierto nivel de confianza. Otro trabajo que ahonda en el tema, es el de Bertsimas et al (2004), que compara las propiedades de ES con las medidas de desviación estándar, VaR, momentos parciales menores y las medidas coherentes de riesgo, demostrando que los problemas de optimización con ES pueden desarrollarse utilizando convexidad de manera eficiente y que el problema de muestra para este tipo de problema se puede tratar de manera lineal. Y por último, Acerbi y Tasche (2001), que demuestran cómo ES cumple las medidas de coherencia de riesgo, explicando la eficiencia del método y lo simple que sería cambiarse desde VaR.

Para evaluar las críticas existentes en estos métodos, nos basamos en una serie de trabajos, como el de Yamai y Yoshida (2002), que define ambos métodos (VaR y ES), evalúa las críticas al VaR, estima la aplicabilidad de ES y expone precauciones para utilizar el VaR como medida de riesgo financiero, concluyendo que aunque el método ES es más confiable también es más difícil de utilizar por lo que convendría utilizarlo en portafolios más vulnerables. Acerbi et al (2008), revisan ejemplos de la ineficacia del VaR, pros y contras, el por qué conviene elegir VaR y la definición de las medidas coherentes de riesgo, concluyendo que ES es mejor que el método VaR. Uryasev (1999) explica la metodología de ambos modelos, sus críticas, utilizando estadística para ejemplificar el desarrollo de ambos en portafolios de activos.

Para compararlos directamente, Fera y Oliver (2006) grafican de manera simple ambas metodologías, describiendo las limitaciones del VaR, utilizando probabilidades sencillas, graficando sus distribuciones de pérdidas y realizando aplicación empírica, termina concluyendo que ES es conveniente para distribuciones asimétricas y colas gruesas (fat tails). Otro trabajo comparativo, es el de Yamai y Yoshida (2005), que revisa el riesgo de colas de ambos métodos, analiza las restricciones que imponen en un mismo portafolio y la estimación de error en ambas, concluyendo que al tener las dos diferentes desventajas es necesario complementarlas para un monitoreo de riesgo más efectivo.

III. Value-at-Risk (VaR)

Definiciones

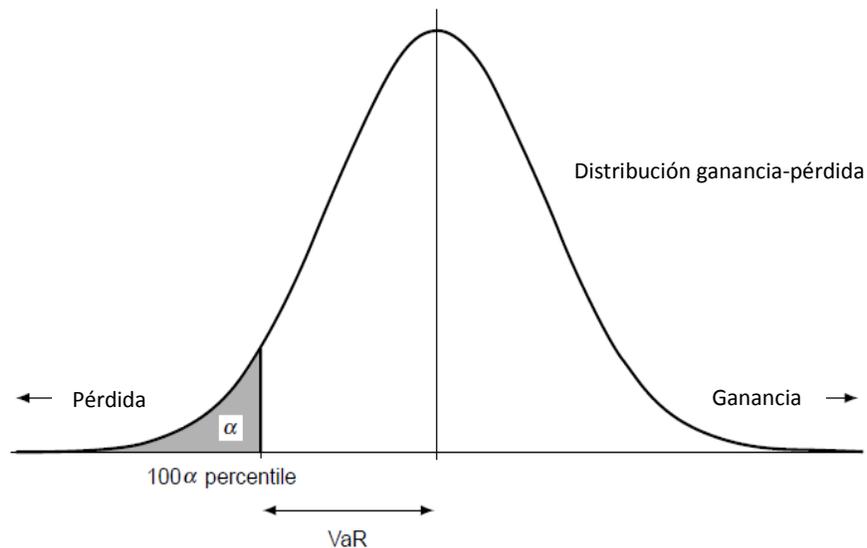
VaR se define como “máxima pérdida esperada sobre un horizonte de tiempo a un nivel de confianza y bajo condiciones normales de mercado” (Jorion, 2001). Al ser una estimación estadística, requiere del establecimiento de una serie de parámetros: el nivel de confianza asociado al cálculo, que denominaremos α (siendo 95% o 99%); una unidad de tiempo t (igual a 1 día); una moneda de referencia (el dólar); y una hipótesis sobre la distribución de la variable, que será normalidad.

Artzner et al. (1999), define matemáticamente el VaR al nivel de confianza $100(1-\alpha)$, como se observa a continuación:

$$VaR_{\alpha}(X) = -\inf\{x|P[X \leq x] > \alpha\}$$

Donde X es la ganancia-pérdida dada del portafolio, $\inf\{x|A\}$ es el límite más bajo de x dado el evento A , y $\inf\{x|P[X \leq x] > \alpha\}$ indica el percentil 100α más bajo de la distribución ganancia-pérdida.

Ilustración 1: Distribución ganancia-pérdida, VaR.



Fuente: Extraído de Yamai (2002).

Críticas al modelo

Diversos autores han criticado este modelo, entre ellos se destacan Artzner et al. (1999), Acerbi (2008), Uryasev (1999), Yamai & Yoshida (2002), entre otros; quienes concuerdan que VaR no es una medida coherente de riesgo y que debería ser modificada. A continuación se resumen sus críticas:

- Falta de coherencia

Para que una medida de riesgo sea coherente, debe cumplir cuatro propiedades matemáticas:

i. Homogeneidad positiva $\rho(\lambda X) = \lambda\rho(X)$

El cambiar el tamaño de un portafolio por un factor lambda manteniendo las cantidades relativas de sus activos, debería ser igual al multiplicar la medida de riesgo por lambda.

ii. Monotonicidad $X \leq Y \rightarrow \rho(Y) \leq \rho(X)$

Si un portafolio X tiene retornos menores que otro portafolio Y en todos los estados posibles, su medida de riesgo debería ser mayor.

iii. Invarianza transicional $\rho(X + k \cdot r) = \rho(X) - k$

El aumentar el portafolio en una cantidad de dinero k, su medida de riesgo debería disminuir k.

iv. Subaditividad $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$

Indica que la medida de riesgo de la fusión de dos portafolios no debería ser mayor que la suma de sus medidas de riesgo por separado, principio fundamental de la diversificación de riesgo.

Las tres primeras propiedades establecen que la medida de riesgo equivale a la cantidad de dinero necesaria para añadir al portafolio para que su riesgo sea aceptable, la cuarta propiedad indica que la diversificación reduce el riesgo. Es esta última propiedad que el VaR no cumple, ya que el VaR del portafolio es mayor a la suma de los VaR individuales; lo que hace que no sea una medida de riesgo coherente.

- Riesgo de cola

Este riesgo es dependiente de la distribución ganancia-pérdida del portafolio, ya que en caso que la distribución no sea normal (lo que en muchos casos no es), las colas se vuelven más anchas y la pérdida esperada aumenta, por lo que el VaR subestima la peor pérdida.

Esta situación es crítica cuando los inversionistas deciden invertir en un activo cuya pérdida es poco probable pero alta, caso que se da en portafolios vulnerables como lo son los de opciones y créditos (Yamai & Yoshida, 2002, analizan estos portafolios mostrando su vulnerabilidad), por lo que se debe tener cuidado en tales casos.

IV. Expected Shortfall

Definiciones

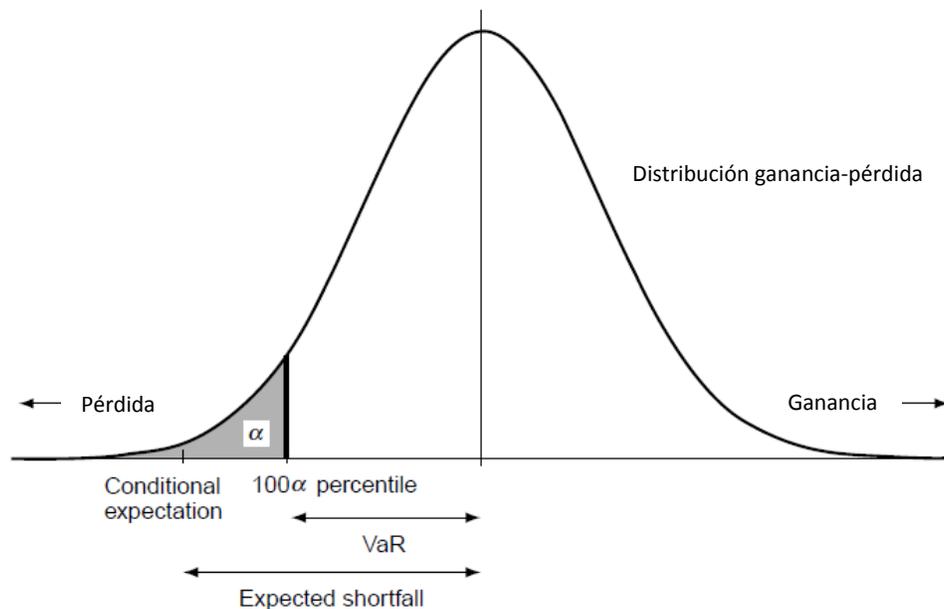
El VaR Condicional o ES, fue propuesto por Artzner *et al.* (1997), y se define como “la esperanza condicional de la pérdida dado que ésta es mayor al nivel VaR”. En otras palabras, responde la pregunta: ‘si las cosas se vuelven malas, cuál es la pérdida esperada’; a diferencia del VaR que responde: ‘cuán mal se pueden volver las cosas’.

Suponiendo que X es una variable aleatoria que denota la ganancia-pérdida de un portafolio y el $VaR_\alpha(X)$ es el VaR al nivel de confianza $100(1-\alpha)$; el déficit esperado o $ES_\alpha(X)$, matemáticamente es:

$$ES_\alpha(X) = E[-X | -X \geq VaR_\alpha(X)]$$

Después de aplicar álgebra⁴, se llega a:
$$ES_\alpha(X) = \frac{e^{-\frac{q_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \sigma_X$$

Ilustración 2: Distribución ganancia-pérdida, VaR, ES.



Fuente: Extraído de Yamai (2002).

⁴ Ver [Anexo 1](#).

V. Evidencia Empírica

A continuación, se desarrollará una aplicación práctica basada en el trabajo de Feria y Oliver (2006) pero aplicado al mercado chileno, con el propósito de aplicar los conceptos anteriormente expuestos y demostrar por qué debería dejar de utilizarse el VaR y sí el ES.

Elección de datos y parámetros

Para medir el riesgo financiero, es necesario formar una cartera de activos y evaluar su rendimiento a través de un tiempo determinado. Para esto, se seleccionaron las acciones pertenecientes al índice IPSA del mercado chileno para el día 10/07/2012, y se ajustaron las ponderaciones⁵ acorde al IPSA del día 16/05/2014, considerando una inversión inicial de \$100 millones de pesos, tal como se ve a continuación:

Cuadro 1: Posición inicial de la cartera.

ACCIONES	PONDERACIÓN	MONTO	PRECIO	N° DE TÍTULOS
AESGENER CC	1,73%	\$ 1.730.382,29	\$ 286,89	6.031,52
AGUAS/A CC	2,56%	\$ 2.555.331,99	\$ 317,77	8.041,45
ANDINAB CC	1,28%	\$ 1.277.666,00	\$ 2.785,00	458,77
ANTAR CC	2,20%	\$ 2.203.219,32	\$ 7.799,00	282,50
BANMED CC	0,75%	\$ 754.527,16	\$ 890,00	847,78
BCI CI	3,65%	\$ 3.651.911,47	\$ 30.588,00	119,39
BESALCO CC	0,26%	\$ 261.569,42	\$ 835,00	313,26
BSAN CC	5,41%	\$ 5.412.474,85	\$ 37,12	145.810,21
CAP CC	2,19%	\$ 2.193.158,95	\$ 18.437,00	118,95
CCU CC	2,28%	\$ 2.283.702,21	\$ 6.338,90	360,27
CENCOSUD CI	5,37%	\$ 5.372.233,40	\$ 2.792,90	1.923,53
CFR CC	1,01%	\$ 1.006.036,22	\$ 111,00	9.063,39
CGE CC	0,82%	\$ 824.949,70	\$ 2.250,00	366,64
CHILE CI	3,63%	\$ 3.631.790,74	\$ 68,78	52.803,01
CMPC CI	3,28%	\$ 3.279.678,07	\$ 1.997,90	1.641,56
COLBUN CC	3,02%	\$ 3.018.108,65	\$ 139,37	21.655,37
CONCHA CC	1,25%	\$ 1.247.484,91	\$ 970,00	1.286,07
COPEC CC	9,42%	\$ 9.416.498,99	\$ 7.177,10	1.312,02
CORPBANC CI	3,25%	\$ 3.249.496,98	\$ 6,25	520.002,72
CRUZBLAN CC	0,43%	\$ 432.595,57	\$ 530,00	816,22

⁵ Ponderaciones extraídas de la Bolsa de Comercio de Santiago (Ver [Anexo 2](#)).

ECL CC	0,87%	\$ 865.191,15	\$ 1.128,16	766,90
EMBONOB CC	0,36%	\$ 362.173,04	\$ 1.060,00	341,67
ENDESA CC	6,83%	\$ 6.830.985,92	\$ 855,31	7.986,56
ENERSIS CC	8,93%	\$ 8.933.601,61	\$ 187,64	47.610,33
ENTEL CC	1,94%	\$ 1.941.649,90	\$ 9.460,60	205,24
FALAB CC	5,47%	\$ 5.472.837,02	\$ 4.538,40	1.205,90
FORUS CC	0,49%	\$ 492.957,75	\$ 2.020,00	244,04
IAM CC	1,01%	\$ 1.006.036,22	\$ 838,45	1.199,88
LAN CC	7,92%	\$ 7.917.505,03	\$ 12.342,00	641,51
PARAUCCO CC	1,27%	\$ 1.267.605,63	\$ 900,00	1.408,45
RIPLEY CC	0,81%	\$ 814.889,34	\$ 457,32	1.781,88
SALFACOR CC	0,33%	\$ 331.991,95	\$ 1.003,10	330,97
SECUR CC	1,41%	\$ 1.408.450,70	\$ 171,00	8.236,55
SK CC	0,59%	\$ 593.561,37	\$ 1.189,00	499,21
SMCHILEB CI	2,05%	\$ 2.052.313,88	\$ 164,70	12.460,92
SMSAAM CC	0,73%	\$ 734.406,44	\$ 56,32	13.039,89
SONDA CC	1,48%	\$ 1.478.873,24	\$ 1.346,40	1.098,39
SQM/B CC	3,16%	\$ 3.158.953,72	\$ 27.739,00	113,88
VAPORES CC	0,53%	\$ 533.199,20	\$ 60,40	8.827,80
Total	100,00%	\$ 100.000.000		

Fuente: Elaboración propia.

Los precios de las acciones son del día en el que se calcula el VaR 10/07/2012, destinando las ponderaciones acorde al IPSA actual.

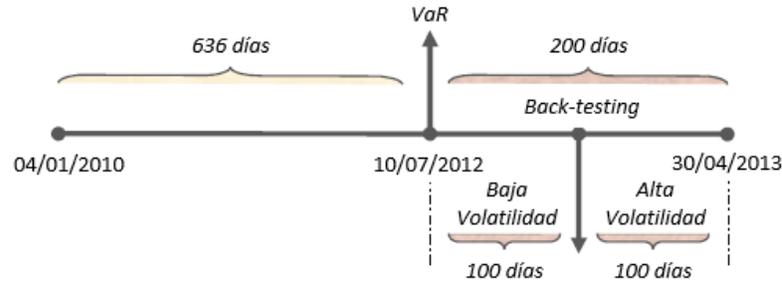
Con respecto a los parámetros estadísticos necesarios para estimar el VaR y ES, serán los explicados anteriormente: unidad de tiempo de 1 día, nivel de confianza de 95% y 99%, moneda de referencia peso chileno y se asumirá normalidad de los datos.

La ventana temporal que se utilizará para evaluar los datos estará comprendida entre el 04/01/2010 y el 30/04/2013, teniendo un total de 836 días negociados. Esta ventana se dividirá en dos secciones:

- 04/01/2010 al 09/07/2012, se utilizará como punto de partida de la estimación de riesgo y comprenderá 636 días negociados.

- 10/07/2012 al 30/04/2013, que se utilizará como periodo de contraste o back-testing de la metodología. Este contraste tiene dos subperiodos para lograr mayor información, 100 días de baja volatilidad, seguidos de 100 días de alta volatilidad.

Ilustración 3: Ventana temporal para evaluación de datos y Back-testing.



Metodología Paramétrica

Para analizar correctamente esta metodología, se explicarán sus etapas secuenciales por paso, recordando que está basado en un estudio previo y traído al contexto chileno.

1. Se transforman las series históricas de precios diarios a rentabilidades logarítmicas.
2. Se calcula la desviación estándar de cada activo, utilizando medias móviles exponenciales según la metodología Riskmetrics con un factor de decaimiento $\lambda=0,94$. Es decir:

$$\sigma_t^2 = \sum_i \alpha_i r_{t-i}^2$$

$$\sigma_t^2 \approx (1 - \lambda) \sum_i \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$$

$$\sigma_t^2 \approx \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

Las rentabilidades promedios de cada activo, su varianza y desviación estándar, se pueden observar en el [Anexo 3](#).

3. Se calculan los VaR individuales para el día 10/07/2012. Por lo que se utiliza la expresión genérica del VaR paramétrico:

$$VaR_{individual} = -W_0 \cdot Z^* \cdot \sigma_{diario} \cdot \sqrt{t}$$

Con W_0 el valor inicial de cada posición en acciones; σ_{diario} es la volatilidad diaria de cada acción, recogida en la tabla anterior; \sqrt{t} es un factor de ajuste que permite convertir la volatilidad

diaria a plazos superiores (en nuestro caso es igual a 1); Z^* depende del nivel de confianza elegido: para un 95% de confianza toma un valor -1,6449 y para un 99% de confianza es igual a -2,3263.

En el [Anexo 4](#) se puede observar el VaR y ES para cada acción, según diferentes niveles de confianza.

Al ser el VaR sólo una multiplicación de la desviación estándar, es considerada una extensión de la teoría de carteras de Markowitz, que como criticamos anteriormente, al guiarse por una distribución normal subestima las posibles pérdidas.

4. Incorporar el efecto de covarianza entre activos.

Para calcular el VaR del portafolio, se necesita utilizar lo siguiente:

$$VaR_{portafolio} = Z^* \frac{\sqrt{X^T \cdot \Sigma \cdot X}}{\sigma_p \cdot P_0}$$

Con X las ponderaciones de cada activo según su valor inicial, que en este caso están ponderados según el IPSA actual (sin contar a la acción ILC que no pertenecía al IPSA en la fecha calculada); X^T es el vector traspuesto de estos valores iniciales; Σ la matriz var-cov y Z^* el nivel de confianza.

Realizando la multiplicación entre matrices antes señalada junto a los respectivos niveles de confianza (1,6449 y 2,3263), tenemos los siguientes resultados para el VaR:

$$VaR_p(95\%) = \$ 948.543,01$$

$$VaR_p(99\%) = \$ 1.341.477,06$$

5. Se calculan el Déficit Esperado o ES para el mismo portafolio. Aquí la principal diferencia, es el coeficiente que se utiliza para calcular la confianza estadística, que para el 95% de confianza es 2,06 y para el 99% es 2,67 (esto está calculado según la fórmula explicada en su definición y que se ve en mayor detalle en el Anexo 1).

A continuación, se comparan las estimaciones del VaR según la matriz var-cov y las del ES para los diferentes niveles de confianza:

Nivel de confianza	VaR	ES
95%	\$ 948.543,01	\$ 1.187.913,31
99%	\$ 1.341.477,06	\$ 1.539.674,04

El ES siempre será igual o mayor que el VaR, ya que utiliza un coeficiente mayor para los cálculos de confianza; y serán iguales en el caso de que la distribución de la pérdida sea efectivamente normal.

El día analizado tuvo una pérdida real de \$ 594.731,45, por lo que se puede comprobar que ambos modelos incluyen la pérdida en sus estimaciones.

6. Se realiza la verificación de datos o *Back-testing*, que busca comprobar el grado de precisión de las estimaciones anteriores. Para esto se calculan el número de excepciones observadas dentro de la ventana temporal de 200 días, contando el número de días en que la pérdida real fue mayor a la calculada por el VaR y si ésta excede el 5% o 1%, respectivamente; y se calcula lo mismo para la pérdida calculada por ES.

Lo que se debería observar, es como máximo 10 días de excepciones para el 95% de confianza, y 2 días para el 99% de confianza. Esto ya que el periodo de *Back-testing* es de 200 días, con cien días de volatilidad baja, seguidos de cien días de volatilidad alta.

Se comienza entonces, calculando todas las pérdidas y ganancias durante este periodo, teniendo como referencia las variaciones de valor de hoy con respecto al día anterior. Se resumen a continuación la información recopilada:

Ganancia Máxima	\$ 1.693.624,83
Pérdida Máxima	-\$ 2.234.250,31
Promedio	-\$ 9.689,87
Desviación Estándar	\$ 559.574,77
Asimetría	-0,46
Curtosis	1,36

Una asimetría negativa nos indica que la media de la distribución de ganancias-pérdidas está desviada hacia la derecha; y una curtosis positiva indica que es leptocúrtica, significando que es más apuntada que la normal, lo que enfoca los datos en el centro y no en las colas.

Luego se estima para cada día, el VaR y ES respectivo y la pérdida real, donde aquellos días que la pérdida es mayor se detallan a continuación, evaluando sus diferencias para cada caso:

Cuadro 2: Pérdidas mayores que las estimadas por VaR y ES al 95% de confianza.

Fecha	Pérdida Real	VaR 95%	ES 95%	Excepción	Amplitud	Exceso
23-07-2012	-\$ 1.027.274,98	-\$ 931.809,75	-\$ 1.166.957,31	VaR	-\$ 95.465,23	-\$ 235.147,56
26-07-2012	-\$ 1.652.530,21	-\$ 906.571,87	-\$ 1.135.350,51	VaR y ES	-\$ 745.958,34	-\$ 228.778,64
01-08-2012	-\$ 1.170.475,76	-\$ 879.701,30	-\$ 1.101.699,00	VaR y ES	-\$ 290.774,46	-\$ 221.997,70
02-08-2012	-\$ 1.410.143,77	-\$ 867.926,26	-\$ 1.086.952,46	VaR y ES	-\$ 542.217,51	-\$ 219.026,20
07-08-2012	-\$ 983.885,58	-\$ 877.641,40	-\$ 1.099.119,27	VaR	-\$ 106.244,17	-\$ 221.477,87
22-08-2012	-\$ 1.000.217,95	-\$ 895.569,45	-\$ 1.121.571,57	VaR	-\$ 104.648,50	-\$ 226.002,12
19-10-2012	-\$ 1.211.934,10	-\$ 902.876,37	-\$ 1.130.722,43	VaR y ES	-\$ 309.057,73	-\$ 227.846,06
20-02-2013	-\$ 1.624.310,50	-\$ 939.824,81	-\$ 1.176.995,02	VaR y ES	-\$ 684.485,68	-\$ 237.170,21
06-03-2013	-\$ 1.019.053,57	-\$ 925.459,62	-\$ 1.159.004,69	VaR	-\$ 93.593,95	-\$ 233.545,07
15-03-2013	-\$ 986.464,02	-\$ 890.733,08	-\$ 1.115.514,71	VaR	-\$ 95.730,94	-\$ 224.781,63
25-03-2013	-\$ 1.033.549,41	-\$ 886.641,38	-\$ 1.110.390,44	VaR	-\$ 146.908,04	-\$ 223.749,06
03-04-2013	-\$ 1.068.783,19	-\$ 878.457,62	-\$ 1.100.141,46	VaR	-\$ 190.325,57	-\$ 221.683,84
05-04-2013	-\$ 1.276.334,94	-\$ 866.463,45	-\$ 1.085.120,50	VaR y ES	-\$ 409.871,49	-\$ 218.657,05
15-04-2013	-\$ 2.247.617,60	-\$ 852.557,91	-\$ 1.067.705,82	VaR y ES	-\$ 1.395.059,68	-\$ 215.147,91

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 3: Pérdidas mayores que las estimadas por VaR y ES al 99% de confianza.

Fecha	Pérdida Real	VaR 99%	ES 99%	Excepción	Amplitud	Exceso
26-07-2012	-\$ 1.652.530,21	-\$ 1.274.704,21	-\$ 1.463.035,83	VaR y ES	-\$ 377.826,00	-\$ 188.331,62
02-08-2012	-\$ 1.410.143,77	-\$ 1.220.331,00	-\$ 1.400.629,23	VaR y ES	-\$ 189.812,77	-\$ 180.298,23
20-02-2013	-\$ 1.624.310,50	-\$ 1.321.285,92	-\$ 1.516.499,76	VaR y ES	-\$ 303.024,58	-\$ 195.213,85
05-04-2013	-\$ 1.276.334,94	-\$ 1.218.167,21	-\$ 1.398.145,75	VaR	-\$ 58.167,72	-\$ 179.978,54
15-04-2013	-\$ 2.247.617,60	-\$ 1.198.590,07	-\$ 1.375.676,17	VaR y ES	-\$ 1.049.027,53	-\$ 177.086,10

Fuente: Elaboración propia.

En la columna “Excepción” se detallan el o los modelos que subestiman la pérdida real; la “Amplitud” corresponde a la diferencia entre la pérdida y lo estimado por el VaR; y el “Exceso” pronosticado corresponde a la distancia entre ES y VaR para una misma fecha.

En primer lugar, se puede observar que el número de excepciones se reduce al aumentar el nivel de confianza, lo que comprueba que aquellas estimaciones del 99% son más conservadoras. En segundo lugar, se observa que las excepciones del VaR son mayores a lo establecido por ambos niveles de confianza, en tanto que el ES sólo excede las excepciones al 99% de confianza. Esto significa que el VaR subestima la pérdida para toda la muestra, independiente del nivel de confianza, lo que hace al ES un modelo más confiable.

Al comparar los periodos con distintas volatilidades, que la diferencia entre ambos periodos se observa en la magnitud de la diferencia y no en la frecuencia de ocurrencia, es decir, para el periodo de alta volatilidad se presenta el mismo número de casos al 95% de confianza, sin embargo la magnitud de la diferencia entre la pérdida real y la estimada es mayor. Análogamente para el 99% de confianza, existe una excepción más en el periodo de alta volatilidad, pero la diferencia antes mencionada es superior.

VI. Conclusiones

Como se pudo observar a través del trabajo, la principal diferencia entre ES y VaR es la fórmula que utilizan para calcular el coeficiente de la estimación estadística; donde el primero contempla la posibilidad de otra distribución a parte de la normal para los datos de ganancias-pérdida, lo que hace que el coeficiente sea mayor y así el riesgo estimado es más conservador. Cabe destacar que en el caso que la distribución sea efectivamente normal, el riesgo calculado debería coincidir.

Otra diferencia existente, es el hecho de que el VaR no es considerado una medida coherente de riesgo al no cumplir la propiedad de subaditividad, que sí cumple ES, por lo que este último es preferido en términos de validación matemática.

Observando la evidencia empírica, se puede verificar como al aumentar el nivel de confianza se reducen las excepciones de que la pérdida real sea mayor a la calculada por el VaR y ES; y también, que puede existir el caso de que el VaR estime una pérdida menor que la real, donde ES sí la tenía considerada, haciendo este último más confiable. Esta situación hace que la elección de medida de riesgo y/o nivel de confianza, dependa de la disposición del inversionista a resguardar su portafolio de posibles pérdidas mayores a las esperadas; situación que depende tanto de la volatilidad de los activos que conforman el portafolio como de la volatilidad del mercado en general, del tamaño del portafolio y su diversificación.

Como recomendación, se sugiere utilizar el VaR a un nivel de confianza de 99% o ES a un nivel de confianza de 95%, para obtener resultados más certeros; y en caso de tener activos muy volátiles como parte del portafolio, se sugiere ser lo más conservador posible y utilizar ES, ya que en caso de distribuciones no-normales o de colas anchas y condiciones anormales del mercado, esta medida cubre las peores pérdidas pasado el nivel del VaR.

Referencias

- Acerbi, C., & Dirk, T. (2001). *Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk*.
- Acerbi, C., Nordio, C., & Sirtori, C. (s.f.). *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*. 2008.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance, Vol 9, N°3*, 203-228.
- Berry, R. (s.f.). *Value-at-Risk: An Overview of Analytical VaR*. Obtenido de J.P. Morgan:
<http://www.jpmorgan.com/tss/General/email/1159360877242>
- Bertsimas, D., Lauprete, G., & Samarov, A. (2004). Shortfall as a risk measure: properties, optimization and applications. *Journal of Economic Dynamics & Control, N°28*, 1353-1381.
- Bolsa de Comercio de Santiago*. (s.f.). Obtenido de
<http://www.bolsadesantiago.com/theme/IndicesBursatiles.aspx?NEMO=IPSA&DIVIDEND O=S>
- Carver, L. (28 de Febrero de 2012). *Goodbye VAR? Basel to consider other risk metrics*. Obtenido de Risk.net, Financial Risk Management News and Analysis: <http://www.risk.net/risk-magazine/news/2154611/goodbye-var-basel-consider-risk-metrics>
- Castro Vogel, G. (2011). *Desempeño de Value at Risk: análisis en tiempos de alta volatilidad*. Santiago.
- Cruz, J. A. (2012). *Análisis de medidas de riesgo para la selección de un portafolio de inversión en el entorno mexicano (2004-2010)*. México.
- Feria, J. M., & Oliver, M. D. (2006). *Más allá del valor en riesgo (VeR): el VeR condicional*.
- García, R. (2005). *Optimización del Condicional Value at Risk: Aplicación a las Compañías de Seguros de Chile*.
- Jorion, P. (2001). *Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk*. McGraw-Hill.
- Magazine, R. (1 de Marzo de 2007). *VAR versus expected shortfall*. Obtenido de Risk.net, Financial Risk Management News and Analysis: <http://www.risk.net/risk-magazine/technical-paper/1506669/var-versus-expected-shortfall>

- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (1999). *Optimization of Conditional Value-at-Risk*.
- Romero, R. (2004). Medidas de Riesgo Financiero. *Economía y Administración*, N°148, 57-63.
- Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2002). *Comparative Analysis of Expected Shortfall and Value-at-Risk: Their Estimation, Error, Decomposition and Optimization*.
- Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2002). *On the Validity of Value-at-Risk: Comparative analysis with expected shortfall*.
- Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2005). Value-at-Risk versus expected shortfall: A practical perspective. *Journal of Banking & Finance*, N°29, 997-1015.

Anexos

Anexo 1: Ecuación de Expected Shortfall

$$ES_{\alpha}(X) = E[-X | -X \geq VeR_{\alpha}(X)]$$

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{E\left[-X \cdot I_{\{X \leq -VeR_{\alpha}(X)\}}\right]}{\alpha}$$

$$ES_{\alpha}(X) = -\frac{1}{\alpha\sigma_X\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-VeR_{\alpha}(X)} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma_X^2}} \cdot dt$$

$$ES_{\alpha}(X) = -\frac{1}{\alpha\sigma_X\sqrt{2\pi}} = \left[-\sigma_X^2 e^{-\frac{t^2}{2\sigma_X^2}} \right]_{-\infty}^{-VeR_{\alpha}(X)}$$

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{VeR_{\alpha}(X)^2}{2\sigma_X^2}}$$

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{q_{\alpha}^2\sigma_X^2}{2\sigma_X^2}}$$

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{e^{-\frac{q_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \sigma_X$$

$I_{\{A\}}$: dummy que toma el valor 1 cuando A se cumple, y 0 en caso contrario.

q_{α} : 100 α percentil de la distribución normal estándar.

Anexo 2: Ponderaciones IPSA

Nemo	Razón Social	Peso Relativo
AESGENER	AES GENER S.A.	1,72
AGUAS-A	AGUAS ANDINAS S.A., SERIE A	2,54
ANDINA-B	EMBOTELLADORA ANDINA S.A. SERIE B	1,27
ANTARCHILE	ANTARCHILE S.A.	2,19
BANMEDICA	BANMEDICA S.A.	0,75
BCI	BANCO DE CREDITO E INVERSIONES	3,63
BESALCO	BESALCO S.A.	0,26
BSANTANDER	BANCO SANTANDER-CHILE	5,38
CAP	CAP S.A.	2,18
CCU	COMPANIA CERVECERIAS UNIDAS S.A.	2,27
CENCOSUD	CENCOSUD S.A.	5,34
CFR	CFR PHARMACEUTICALS S.A.	1,00
CGE	COMPANIA GENERAL DE ELECTRICIDAD S.A.	0,82
CHILE	BANCO DE CHILE	3,61
CMPC	EMPRESAS CMPC S.A.	3,26
COLBUN	COLBUN S.A.	3,00
CONCHATORO	VINA CONCHA Y TORO S.A.	1,24
COPEC	EMPRESAS COPEC S.A.	9,36
CORPBANCA	CORPBANCA	3,23
CRUZBLANCA	CRUZ BLANCA SALUD S.A.	0,43
ECL	E.CL S.A.	0,86
EMBONOR-B	COCA-COLA EMBONOR S.A. SERIE "B"	0,36
ENDESA	EMPRESA NACIONAL DE ELECTRICIDAD S.A.	6,79
ENERSIS	ENERSIS S.A.	8,88
ENTEL	EMP. NACIONAL DE TELECOMUNICACIONES S.A.	1,93
FALABELLA	S.A.C.I. FALABELLA	5,44
FORUS	FORUS S.A.	0,49
IAM	INVERSIONES AGUAS METROPOLITANAS S.A.	1,00
ILC	INVERSIONES LA CONSTRUCCION S.A.	0,59
LAN	LATAM AIRLINES GROUP S.A.	7,87
PARAUCO	PARQUE ARAUCO S.A.	1,26
RIPLEY	RIPLEY CORP S.A.	0,81
SALFACORP	SALFACORP S.A.	0,33
SECURITY	GRUPO SECURITY S.A.	1,40
SK	SIGDO KOPPERS S.A.	0,59
SM-CHILE B	SOCIEDAD MATRIZ BANCO DE CHILE, SERIE B	2,04
SMSAAM	SOCIEDAD MATRIZ SAAM S.A.	0,73
SONDA	SONDA S.A.	1,47
SQM-B	SOC QUIMICA MINERA DE CHILE S.A. SERIE B	3,14
VAPORES	COMPANIA SUD AMERICANA DE VAPORES S.A.	0,53

Fuente: Bolsa de Santiago.

Anexo 3: Rentabilidad, Varianza y Desviación Estándar de activos

Acciones	Rentabilidad	Varianza	Desviación Estándar
AESGENER CC	0,0350%	0,0160%	1,2078%
AGUAS/A CC	0,0620%	0,0119%	1,0539%
ANDINAB CC	0,0744%	0,0196%	1,3469%
ANTAR CC	-0,0276%	0,0205%	1,3695%
BANMED CC	0,0757%	0,0174%	1,2639%
BCI CI	0,0984%	0,0252%	1,5377%
BESALCO CC	0,1475%	0,0437%	1,9826%
BSAN CC	0,0303%	0,0274%	1,5788%
CAP CC	0,0335%	0,0298%	1,6389%
CCU CC	0,0735%	0,0205%	1,3930%
CENCOSUD CI	0,0770%	0,0320%	1,7059%
CFR CC	0,0260%	0,0209%	0,9000%
CGE CC	-0,0644%	0,0211%	1,3765%
CHILE CI	0,0675%	0,0179%	1,2837%
CMPC CI	-0,3628%	0,8556%	4,1053%
COLBUN CC	0,0117%	0,0168%	1,2149%
CONCHA CC	-0,0206%	0,0232%	1,4481%
COPEC CC	-0,0093%	0,0230%	1,4364%
CORPBANC CI	0,0677%	0,0252%	1,5201%
CRUZBLAN CC	0,0113%	0,0175%	0,7568%
ECL CC	0,0380%	0,0197%	1,2260%
EMBOB CC	0,0842%	0,0121%	1,0335%
ENDESA CC	-0,0010%	0,0120%	1,0350%
ENERSIS CC	-0,0329%	0,0147%	1,1631%
ENTEL CC	0,0406%	0,0156%	1,1922%
FALAB CC	0,0677%	0,0243%	1,4877%
FORUS CC	0,1865%	0,0321%	1,7098%
IAM CC	0,0515%	0,0180%	1,3035%
LAN CC	0,0578%	0,0233%	1,4249%
PARAUCCO CC	0,0706%	0,0269%	1,5492%
RIPLEY CC	0,0178%	0,0283%	1,5791%
SALFACOR CC	0,0249%	0,0381%	1,8490%
SECUR CC	0,0273%	0,0268%	1,5476%
SK CC	0,1502%	0,0333%	1,6974%
SMCHILEB CI	0,1423%	0,0325%	1,7134%
SMSAAM CC	-0,0160%	0,0024%	0,1804%
SONDA CC	0,0858%	0,0225%	1,3934%
SQM/B CC	0,0577%	0,0237%	1,4337%
VAPORES CC	-0,2841%	0,2318%	3,2843%

Fuente: Elaboración propia.

Anexo 4: VaR y ES individuales

VaR 10/07/2010	Valor Inicial	Volatilidad diaria	VaR 95%	VaR 99%	ES 95%	ES 99%
AESGENER CC	\$ 1.730.382,29	1,208%	\$ 34.376,72	\$ 48.617,27	\$ 43.051,877	\$ 55.800,249
AGUAS/A CC	\$ 2.555.331,99	1,054%	\$ 44.297,27	\$ 62.647,42	\$ 55.475,942	\$ 71.903,284
ANDINAB CC	\$ 1.277.666,00	1,347%	\$ 28.307,73	\$ 40.034,21	\$ 35.451,353	\$ 45.949,084
ANTAR CC	\$ 2.203.219,32	1,369%	\$ 49.631,18	\$ 70.190,90	\$ 62.155,892	\$ 80.561,277
BANMED CC	\$ 754.527,16	1,264%	\$ 15.686,99	\$ 22.185,33	\$ 19.645,693	\$ 25.463,107
BCI CI	\$ 3.651.911,47	1,538%	\$ 92.371,26	\$ 130.636,06	\$ 115.681,676	\$ 149.936,929
BESALCO CC	\$ 261.569,42	1,983%	\$ 8.530,20	\$ 12.063,84	\$ 10.682,848	\$ 13.846,216
BSAN CC	\$ 5.412.474,85	1,579%	\$ 140.556,45	\$ 198.781,97	\$ 176.026,676	\$ 228.151,080
CAP CC	\$ 2.193.158,95	1,639%	\$ 59.123,57	\$ 83.615,51	\$ 74.043,741	\$ 95.969,315
CCU CC	\$ 2.283.702,21	1,393%	\$ 52.328,79	\$ 74.006,00	\$ 65.534,263	\$ 84.940,040
CENCOSUD CI	\$ 5.372.233,40	1,706%	\$ 150.746,80	\$ 213.193,68	\$ 188.788,630	\$ 244.692,060
CFR CC	\$ 1.006.036,22	0,900%	\$ 14.893,74	\$ 21.063,47	\$ 18.652,258	\$ 24.175,499
CGE CC	\$ 824.949,70	1,376%	\$ 18.678,47	\$ 26.416,03	\$ 23.392,092	\$ 30.318,877
CHILE CI	\$ 3.631.790,74	1,284%	\$ 76.686,68	\$ 108.454,14	\$ 96.039,005	\$ 124.477,739
CMPC CI	\$ 3.279.678,07	4,105%	\$ 221.468,90	\$ 313.212,41	\$ 277.357,853	\$ 359.488,091
COLBUN CC	\$ 3.018.108,65	1,215%	\$ 60.313,91	\$ 85.298,95	\$ 75.534,472	\$ 97.901,476
CONCHA CC	\$ 1.247.484,91	1,448%	\$ 29.715,37	\$ 42.024,96	\$ 37.214,213	\$ 48.233,956
COPEC CC	\$ 9.416.498,99	1,436%	\$ 222.488,55	\$ 314.654,46	\$ 278.634,822	\$ 361.143,191
CORPBANC CI	\$ 3.249.496,98	1,520%	\$ 81.252,18	\$ 114.910,90	\$ 101.756,633	\$ 131.888,451
CRUZBLAN CC	\$ 432.595,57	0,757%	\$ 5.385,38	\$ 7.616,27	\$ 6.744,409	\$ 8.741,540
ECL CC	\$ 865.191,15	1,226%	\$ 17.448,12	\$ 24.676,00	\$ 21.851,249	\$ 28.321,765
EMBONOB CC	\$ 362.173,04	1,034%	\$ 6.157,02	\$ 8.707,56	\$ 7.710,773	\$ 9.994,061
ENDESA CC	\$ 6.830.985,92	1,035%	\$ 116.294,28	\$ 164.469,20	\$ 145.641,817	\$ 188.768,763
ENERSIS CC	\$ 8.933.601,61	1,163%	\$ 170.917,85	\$ 241.720,59	\$ 214.049,960	\$ 277.433,685
ENTEL CC	\$ 1.941.649,90	1,192%	\$ 38.077,90	\$ 53.851,67	\$ 47.687,075	\$ 61.808,006
FALAB CC	\$ 5.472.837,02	1,488%	\$ 133.927,40	\$ 189.406,84	\$ 167.724,754	\$ 217.390,822
FORUS CC	\$ 492.957,75	1,710%	\$ 13.864,12	\$ 19.607,33	\$ 17.362,810	\$ 22.504,225
IAM CC	\$ 1.006.036,22	1,303%	\$ 21.570,05	\$ 30.505,45	\$ 27.013,380	\$ 35.012,488
LAN CC	\$ 7.917.505,03	1,425%	\$ 185.570,81	\$ 262.443,54	\$ 232.400,678	\$ 301.218,354
PARAUCCO CC	\$ 1.267.605,63	1,549%	\$ 32.301,74	\$ 45.682,75	\$ 40.453,276	\$ 52.432,159
RIPLEY CC	\$ 814.889,34	1,579%	\$ 21.166,37	\$ 29.934,55	\$ 26.507,830	\$ 34.357,236
SALFACOR CC	\$ 331.991,95	1,849%	\$ 10.097,33	\$ 14.280,15	\$ 12.645,448	\$ 16.389,973
SECUR CC	\$ 1.408.450,70	1,548%	\$ 35.855,07	\$ 50.708,03	\$ 44.903,301	\$ 58.199,910
SK CC	\$ 593.561,37	1,697%	\$ 16.572,10	\$ 23.437,09	\$ 20.754,164	\$ 26.899,814
SMCHILEB CI	\$ 2.052.313,88	1,713%	\$ 57.842,28	\$ 81.803,46	\$ 72.439,119	\$ 93.889,538
SMSAAM CC	\$ 734.406,44	0,180%	\$ 2.179,01	\$ 3.081,66	\$ 2.728,891	\$ 3.536,961
SONDA CC	\$ 1.478.873,24	1,393%	\$ 33.896,00	\$ 47.937,42	\$ 42.449,849	\$ 55.019,950
SQM/B CC	\$ 3.158.953,72	1,434%	\$ 74.497,03	\$ 105.357,44	\$ 93.296,789	\$ 120.923,508
VAPORES CC	\$ 533.199,20	3,284%	\$ 28.805,67	\$ 40.738,43	\$ 36.074,952	\$ 46.757,341

Fuente: Elaboración propia.