



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL

# ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FORMAS DE FONDO EN FLUJOS LAMINARES CON SUPERFICIE LIBRE DE FLUIDOS PSEUDOPLATICOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL

FELIPE IGNACIO NEGRETE SUAREZ

PROFESOR GUIA:  
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISION:  
CHRISTIAN IHLE BASCUÑÁN  
YARKO NIÑO CAMPOS

SANTIAGO DE CHILE  
MARZO 2014

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: FELIPE NEGRETE SUAREZ  
PROF. GUÍA: ALDO TAMBURRINO T.

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE FORMAS DE FONDO EN FLUJOS LAMINARES  
CON SUPERFICIE LIBRE DE FLUIDOS PSEUDOPLASTICOS

El presente trabajo está dedicado al estudio de formas de fondo generadas en un lecho de partículas sólidas bajo la acción de un fluido no newtoniano en superficie libre. Con los resultados experimentales se obtienen relaciones adimensionales que describen bajo que condiciones de escurrimiento y propiedades de los granos se generan formas de fondo y otras que caracterizan la evolución de las mismas. Las formas de fondo son ondas sedimentarias resultantes del movimiento de partículas, debido a la acción de un fluido que fluye sobre ellas. Han sido estudiadas por décadas en flujos de agua, el cual corresponde a un fluido newtoniano. Se pueden encontrar tanto en la naturaleza, en los llamados flujos aluviales, como en la industria, en el transporte hidráulico de sólidos. Prácticamente el total de los estudios ha sido realizado utilizando agua pura como fluido, pero se debe tener en cuenta que, dependiendo principalmente de la concentración de sólidos, la mezcla de partículas finas y agua podría comportarse como un fluido no-newtoniano. Las publicaciones en relación con las formas de fondo en fluidos no-newtonianos son bastante escasas. Esta investigación tiene como objetivo general contribuir a llenar el vacío en este campo, al estudiar experimentalmente la aparición y evolución de formas de fondo en flujos con superficie libre, cuando el fluido es no-newtoniano. Para esto se cuenta con una instalación experimental que permite visualizar el movimiento de las partículas sobre el lecho. Para el desarrollo de la investigación, en primer lugar se realiza una revisión de antecedentes. Esto está enfocado básicamente en conocer tanto la metodología utilizada en los experimentos como los resultados obtenidos en el estudio de formas de fondo en flujos de agua pura, además de verificar que estas ondas también se generan cuando actúa un fluido no-newtoniano. Luego se diseña y construye un canal de 4m de largo y sección transversal rectangular de 0,15 m y 0,2 m de alto y ancho, respectivamente. El sedimento se compone de micro esferas de vidrio y el fluido utilizado es una mezcla de agua con carboximetilcelulosa (CMC), la que genera un fluido equivalente no-newtoniano. Las observaciones en las experiencias y el posterior análisis de datos permite generar variables adimensionales, tales como: el número de Froude ( $Fr$ ), un número de Reynolds definido como  $Re_{Kx} = \frac{\rho u^{2-n} x^n}{K}$  con x la variable  $h, d$  o  $\Delta$  para números de Reynolds asociados al fluido, sedimento o forma de fondo, respectivamente. Además de  $\frac{\lambda}{h}$  y  $\frac{\Delta}{h}$  que son adimensionales de la longitud y amplitud de onda respectivamente y  $c_b = \frac{cgrd}{u_*^3}$  adimensional de la celeridad. Estas variables relacionan propiedades del fluido y del sedimento con características del flujo. Con estas se puede predecir bajo que condiciones hay presencia de formas de fondo. Por otra parte, se obtienen relaciones que ligan las características de las formas de fondo con la reología del fluido. En líneas generales, estos resultados pueden ser aplicados al transporte de relaves mineros en canales abiertos, lo cual se realiza constantemente en el área de la minería.

# Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a mi profesor guía, el Sr. Aldo Tamburrino, por su constante apoyo y excelente disposición para guiar y ayudar en lo que fuese necesario. Agradezco también a Yarko Niño y Christian Ihle por sus correcciones, comentarios y consejos realizados en el transcurso de la investigación.

Muchas gracias a todos aquellos que hicieron que mi estadía en el laboratorio fuese un período agradable, lleno de gratas conversaciones, risas, anécdotas e infaltables asados. Agradezco sinceramente a Sensei Geovanni, Sensei Rolo, Tamayo, Pelao, Toño, Choro Peter, Chalo, Tomás, Jaime, por la ayuda otorgada en la realización del trabajo, y lo más importante, por cada palabra de apoyo y gratos momentos compartidos. A mi tía Jaque por cada gratificante conversación en su oficina.

Agradezco infinitamente a mi polola Nicole por su constante apoyo y amor entregado cuando las cosas no iban bien, y por la paciencia que tuvo cuando mi genio no era de los mejores.

Finalmente, quiero agradecer a mis padres y familia, por guiarme siempre por el camino del bien, esfuerzo y sacrificio. Gracias por los valores y educación otorgada, sin ustedes nada de esto sería posible. ¡Gracias Totales!

# Dedicatoria

A mis padres...

# Tabla de contenido

Agradecimientos	I
Dedicatoria	II
Indice de Figuras	VI
Indice de Tablas	VII
Nomenclatura	VIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Aspectos Generales . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.3. Alcances del Trabajo . . . . .	3
1.4. Organización del Informe . . . . .	3
<b>2. Antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Revisión Bibliográfica . . . . .	5
2.2. Antecedentes teóricos . . . . .	8
2.2.1. Clasificación de los fluidos . . . . .	8
2.2.2. Tipos de Esgurrimientos . . . . .	10
2.2.3. Movimiento Incipiente . . . . .	11
2.2.4. Origen de las Formas de Fondo . . . . .	13
2.2.5. Formas de Fondo en Fluidos Newtonianos . . . . .	15
<b>3. Metodología</b>	<b>20</b>
3.1. Instalación Experimental . . . . .	20
3.2. Generación Fluido No-Newtoniano . . . . .	22
3.3. Sedimento . . . . .	25
3.4. Procedimiento Experimental . . . . .	25
<b>4. Desarrollo Teórico</b>	<b>29</b>
4.1. Diagrama de Shields . . . . .	29
4.2. Caracterización de las Formas de Fondo . . . . .	30

4.3. Influencia de las Formas de Fondo . . . . .	31
<b>5. Presentación de los Experimentos y Análisis de Resultados</b>	<b>33</b>
5.1. Condiciones hidráulicas en las experiencias . . . . .	33
5.2. Partículas en Condición de Movimiento . . . . .	34
5.3. Condiciones de Generación de Formas de Fondo . . . . .	36
5.4. Observaciones de la formación y evolución de formas de fondo . . . . .	37
5.5. Formas de Fondo obtenidas . . . . .	38
5.6. Relación adimensional para la longitud de onda . . . . .	45
5.7. Relación para la amplitud de onda . . . . .	46
5.8. Relación entre celeridad y amplitud de onda . . . . .	50
5.9. Uso de las características de la forma de fondo para la estimación del gasto sólido . . . . .	52
<b>6. Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>58</b>
<b>Anexo</b>	<b>60</b>
<b>A. Curvas Granulométricas</b>	<b>60</b>
A.1. Partículas Tipo I . . . . .	60
A.2. Partículas Tipo II . . . . .	61
A.3. Partículas Tipo III . . . . .	62
<b>B. Datos Experimentales</b>	<b>63</b>
<b>C. Gráficos con barras de error</b>	<b>68</b>

# Índice de figuras

2.1.	Reología de los diferentes tipos de fluidos. . . . .	9
2.2.	Diagrama de fuerzas actuando sobre la partícula. . . . .	12
2.3.	Diagrama de estabilidad para la formación de dunas y antidunas, Niño(1996)	16
2.4.	Secuencia de Formas de Fondo en Fluidos Newtonianos. . . . .	17
2.5.	Representación de los diagramas de Vanoni (1974). . . . .	18
2.6.	Representación de los diagramas de Vanoni (1974). . . . .	19
3.1.	(a) Esquema canal, e (b) Imagen canal. . . . .	21
3.2.	Reómetro utilizado en la determinación de la reología de los fluidos. . . . .	23
3.3.	Reología fluido mezcla CMC 0.22 %. . . . .	23
3.4.	Reología fluido mezcla CMC 0.25 %. . . . .	24
3.5.	Reología fluido mezcla CMC 0.30 %. . . . .	24
3.6.	Granulometría partículas Tipo I. . . . .	26
3.7.	Curva de descarga vertedero de aguas abajo. . . . .	27
4.1.	Diagrama original de Shields definido por una banda de transporte incipiente.	29
4.2.	Curva ajustada por Rouse y posterior corrección de Mantz. . . . .	30
4.3.	Dimensiones características de las formas de fondo. . . . .	31
4.4.	Separación del flujo aguas abajo de la forma de fondo. . . . .	32
5.1.	Condición de arrastre para flujos de fluidos pseudoplásticos. . . . .	35
5.2.	Número de Froude $v/s$ el número de Reynolds modificado. Las rectas dividen las condiciones de un lecho con formas de fondo de uno sin ondas. . . . .	37
5.3.	Estado de las ondas para $t=1$ hr, vista en planta. Experimento número 18, con $Q = 5,6$ l/s, $h = 7$ cm y condición fluido-partícula número 4. El número de Froude es 0.49 y $Re_K = 807$ . . . . .	39
5.4.	Estado de las ondas para $t=3$ hr, vista en planta. Experimento número 18, con $Q = 5,6$ l/s, $h = 7$ cm y condición fluido-partícula número 4. El número de Froude es 0.49 y $Re_K = 807$ . . . . .	40
5.5.	Perfil longitudinal de un tren de ondas. Experimento número 34, con $Q = 4,1$ l/s y condición fluido partícula número 2. El número de Froude es 0.69 y $Re_K = 1235$ . . . . .	41
5.6.	Perfil longitudinal de una onda. Experimento número 40, con $Q = 4,3$ l/s y condición fluido partícula número 2. El número de Froude es 0.41 y $Re_K = 1176$ .	42

5.7.	Formas de Fondo tipo Barchan Dunes. Experimento número 16, con $Q = 2,4$ $l/s$ y condición fluido partícula número 5. El número de Froude es 0.39 y $Re_K = 336$ . . . . .	43
5.8.	Barchan Dunes obtenidas por Mantz (1978). Experimento con partículas de diámetro medio $d = 15 \mu m$ . . . . .	43
5.9.	Formas de fondo obtenidas con agua. Experimento número 114, con $Q = 0,7$ $l/s$ y condición fluido partícula número 11. El número de Froude es 0.129 y $Re_K = 1500$ . . . . .	44
5.10.	Relación adimensional entre longitud de onda, diámetro del sedimento y reología del fluido . . . . .	46
5.11.	Relación experimental entre $C_\Delta$ y $Re_{K\Delta}$ . En anexos se encuentra el gráfico con barras de error incluidas. . . . .	48
5.12.	Relación experimental entre $C_\Delta$ y $Re_{k\Delta}$ en log-log. . . . .	49
5.13.	Coefficiente de arrastre en fluidos newtonianos. . . . .	50
5.14.	Relación adimensional entre celeridad de onda y su amplitud. La línea discontinua corresponde al resultado de Niño et al. (2002) en agua. . . . .	51
5.15.	Relación experimental entre el gasto sólido de fondo y el exceso de esfuerzo de corte. . . . .	53
A.1.	Granulometría Partículas Tipo I. . . . .	60
A.2.	Granulometría Partículas Tipo II. . . . .	61
A.3.	Granulometría Partículas Tipo III. . . . .	62
C.1.	Relación adimensional entre longitud de onda, diámetro del sedimento y reología del fluido. . . . .	68
C.2.	Relación experimental entre $C_\Delta$ y $Re_{K\Delta}$ . . . . .	69



# Índice de tablas

3.1. Características de los fluidos utilizados. . . . .	22
3.2. Diámetro partículas utilizadas. . . . .	25
3.3. Condiciones experimentales para cada combinación fluido-partícula. . . . .	28
5.1. Rango de condiciones hidráulicas de los experimentos. . . . .	33
5.2. Condiciones experimentales de algunos experimentos. . . . .	34
5.3. División de experimentos según resultados obtenidos. . . . .	34
B.1. Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.22 %. . . . .	63
B.2. Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.25 %. . . . .	65
B.3. Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.3 %. . . . .	66
B.4. Condiciones experimentales con agua. . . . .	67

# Nomenclatura

- $c$  : celeridad de la onda
- $C_D$  : coeficiente de arrastre
- $C_L$  : coeficiente de sustentación
- $d_s$  : diámetro medio del sedimento
- $F_D$  : fuerza de arrastre
- $F_L$  : fuerza de sustentación
- $Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}$  : Número de Froude
- $g$  : aceleración de gravedad, valor:  $9.81 \frac{m}{s^2}$
- $h$  : altura de flujo
- $i$  : pendiente del canal
- $J$  : pendiente del plano de carga
- $K$  : coeficiente de consistencia
- $n$  : índice de flujo de ley de potencia
- $q_s$  : gasto sólido de fondo por unidad de ancho
- $q_*$  : gasto sólido de fondo adimensional
- $Q$  : caudal
- $R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$  : densidad específica sumergida del sedimento
- $Re_G = \frac{\sqrt{gd_s^3}}{\nu}$  : número de Reynolds del grano
- $Re_{*p} = \frac{\rho u_*^{2-n} d^n}{K}$  : número de Reynolds del grano asociado a la velocidad de corte para fluidos pseudoplásticos
- $Re_K = \frac{\rho U^{2-n} h^n}{K}$  : número de Reynolds modificado

- $Re_{K\Delta} = \frac{\rho U^{2-n} \Delta^n}{K}$  : número de Reynolds asociado a la forma de fondo
- $Re_c$  : número de Reynolds crítico
- $R_h$  : radio hidráulico
- $U$  : velocidad media del flujo
- $u_*$  : velocidad friccional o de corte
- $y$  : eje perpendicular al fondo
- $\Delta$  : amplitud de onda
- $\lambda$  : longitud de onda
- $\dot{\gamma}$  : tasa de deformación angular
- $\mu_w$  : viscosidad dinámica del agua
- $\mu|_{\dot{\gamma}=100s^{-1}}$  : viscosidad dinámica equivalente a  $\dot{\gamma} = 100s^{-1}$
- $\nu$  : viscosidad cinemática del agua
- $\theta$  : ángulo de inclinación del fondo respecto a la horizontal
- $\rho$  : densidad del fluido
- $\rho_s$  : densidad del sedimento
- $\tau_0$  : esfuerzo de corte en el fondo
- $\tau_{0U}$  : esfuerzo de corte en el fondo en escurrimiento uniforme
- $\tau_f$  : esfuerzo de fluencia
- $\tau_* = \frac{\tau_0}{\gamma R d}$  : esfuerzo de corte adimensional o esfuerzo de Shields
- $\tau_{*c}$  : esfuerzo de Shields crítico

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Aspectos Generales

Un lecho granular móvil no cohesivo sometido a la acción de un flujo puede deformarse generando un patrón de ondas sedimentarias, generalmente conocidas como formas de fondo. Estas pueden encontrarse en cualquier superficie compuesta de material granular que interactúe con un medio fluido, ya sea líquido o gas. Por esta razón son comunes en paisajes fluviales, desiertos o en la industria minera debido al transporte de relaves por canales y tuberías.

Es importante destacar que la presencia de formas de fondo introduce una resistencia adicional al flujo, asociada a las partículas que forman el lecho (Einstein, 1950) e influyen también en gran medida en la tasa de transporte de sedimentos, pudiendo incluso afectar la morfología de canales aluviales.

Las formas de fondo ya han sido estudiadas en numerosas ocasiones para el caso de flujos de agua pura, vale decir, en fluidos newtonianos. Un caso particular e importante de señalar es el estudio realizado por Vanoni (1974), el cual obtuvo gráficos en los que se puede identificar la forma de fondo presente en el lecho, para diversas combinaciones de parámetros adimensionales. Un asunto interesante de comprender es que sucede con las formas de fondo que son generadas en flujos hiperconcentrados, donde la mezcla de partículas finas con agua se comporta como un fluido equivalente de características no-newtonianas, como es el caso de los relaves producto de los desechos mineros.

Los estudios de formas de fondo en flujos de fluidos no-newtonianos en superficie libre son escasos. De estos, se puede destacar los trabajos de Wan & Wang (1994), quienes presentaron resultados de experiencias motivadas por el flujo del Río Amarillo, China, y sus tributarios, el cual contiene una alta concentración de finos. Estos autores encontraron la misma secuencia existente en flujos de fluidos newtonianos, vale decir, duna-lecho plano-antiduna. Las dunas son generadas en flujos subcríticos ( $Fr < 1$ ) mientras que las antidunas lo hacen en flujos supercríticos ( $Fr > 1$ ) y en la transición se observa el lecho plano ( $Fr \sim 1$ ). Por otra parte, Wang & Larsen (1994) estudiaron el efecto que tienen las partículas finas suspendidas

en las características del flujo y su interacción con el lecho. Además Baas & Best (2002) presentaron resultados experimentales realizados en la transición de fluidos newtonianos a no-newtonianos. .

Resulta interesante extender el análisis de formas de fondo y sus implicancias en el flujo, cuando se trata de un fluido no-newtoniano, para poder comprender el efecto de la reología en la generación de ellas. Esto no se debe a una mera curiosidad científica, sino que adquirir un mejor conocimiento de la interacción de un lecho granular y un fluido no-newtoniano es relevante para mejorar y optimizar el diseño y operación de sistemas de conducción de relaves mineros, así como también para tener un mejor entendimiento de una serie de eventos naturales que demandan nuestras habilidades para predecir profundidades y velocidades del flujo, deformaciones del lecho, etc. Por ejemplo, en el transporte de pulpas, relaves y concentrados por canales abiertos es de alto interés conocer bajo que condiciones se generan las formas de fondo, ya que finalmente estas producen una pérdida de energía en el flujo.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Estudiar experimentalmente la aparición, evolución y características (longitud, amplitud y celeridad de onda) de las formas de fondo generadas por la interacción entre un flujo laminar de fluido no-newtoniano y un lecho granular no cohesivo.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

Al realizar este trabajo de título se espera conseguir los siguientes objetivos específicos:

- Habilitar una instalación experimental para el estudio.
- Realizar experiencias en la instalación. Medir los parámetros del flujo y las características de las formas de fondo generadas.
- Obtener relaciones adimensionales que muestren las condiciones de generación de formas de fondo en flujos de fluidos no newtonianos.
- Obtener relaciones adimensionales que ligen las características de las formas de fondo (longitud, amplitud y celeridad de onda) con los parámetros del flujo y del fluido.

### 1.3. Alcances del Trabajo

En esta sección se presentan los alcances del trabajo y las hipótesis consideradas en el mismo.

- El presente estudio aborda la generación y caracterización de formas de fondo generadas en un lecho granular no cohesivo, de manera que no se consideran las fuerzas de interacción electroquímicas que pueden existir entre partículas cohesivas.
- El lecho está compuesto por partículas de granulometría uniforme, de tal manera que se omiten los efectos de mayor exposición o blindaje por parte de partículas de mayor tamaño.
- La reología del fluido no-newtoniano es la de un fluido pseudoplástico y se modela con un ajuste de ley de potencia. Los resultados se presentan en términos de los parámetros de este modelo.
- Las experiencias realizadas son en régimen laminar por lo que la aplicabilidad se limita a esta condición de flujo.

### 1.4. Organización del Informe

El informe consta de siete capítulos, los cuáles se definen a continuación.

- **Introducción:** Se da una breve descripción del contenido de la investigación además de mostrar los objetivos que motivan el desarrollo del trabajo.
- **Revisión Bibliográfica:** Se entrega una revisión de antecedentes de estudios previos relacionados con el presente trabajo que orientan respecto el camino a seguir en esta investigación.
- **Antecedentes:** Se muestran antecedentes teóricos y experimentales de trabajos relacionados, que son de utilidad en el desarrollo del trabajo. En este capítulo se entrega una breve descripción de los fluidos no-newtonianos, las ecuaciones que caracterizan el comportamiento de un escurrimiento uniforme y la corrección que debe aplicarse a escurrimientos con superficie libre gradualmente variados.
- **Metodología:** Se describe la instalación experimental utilizada. Además se muestra la forma de generar el fluido no-newtoniano junto al tipo de sedimento utilizado. Finalmente se detalla el procedimiento experimental y metodología utilizada para las experiencias de laboratorio.
- **Desarrollo Teórico:** Se muestra la teoría empleada para analizar el movimiento de partículas y la generación de formas de fondo. También se da a conocer la forma de caracterizar las formas de fondo.

- **Presentación y Análisis de Resultados:** Se presentan los resultados obtenidos y se muestran distintos gráficos que relacionan números adimensionales, los cuales contienen información de las características del flujo, del fluido y de las formas de fondo.
- **Conclusiones:** Se dan a conocer las principales conclusiones del presente estudio.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Revisión Bibliográfica

La importancia primordial que se le atribuye a las formas de fondo u ondas sedimentarias, y que ha sido la razón por la que numerosos autores se han dedicado a estudiarlas, se debe a que la presencia de ellas introducen una resistencia adicional al flujo (Einstein, 1950), lo cual hace interesante conocer las condiciones de generación y características de ellas, vale decir, amplitud, longitud y celeridad de onda. Sin embargo la mayor parte de los estudios y análisis de estas ondas sedimentarias se han realizado bajo la acción de fluidos newtonianos, es decir, agua pura, y no podemos olvidar que ellas también pueden generarse debido a flujos de fluidos no-newtonianos, los cuales están presentes tanto en la naturaleza como en la industria.

Una crucial pregunta apunta a conocer el cómo y porqué se generan las formas de fondo. La idea de que estas se originan a partir de discontinuidades o efecto de condiciones de borde, ya sea preexistentes o impuestas por el flujo, se remontan a finales del siglo XIX, y constituye el intento más antiguo de explicar su aparición. Muchos investigadores coinciden en que el proceso de generación de las formas de fondo a partir de un lecho plano es un problema de inestabilidad presente en la interfaz fluido-sedimento. Es en este campo en donde se pueden destacar los estudios de Grass (1970) y Williams and Kemp (1971). Estos científicos insisten en la inestabilidad del lecho como responsables del origen de las ondas y que la discontinuidad inicial puede ser una irregularidad de tan solo unas pocas veces el diámetro del grano, creada por el arrastre y transporte de sedimentos. Añaden además, que la separación del flujo en la discontinuidad incrementa la turbulencia, erosión y transporte de sedimento, pero que una caída en la intensidad de la turbulencia aguas abajo del punto reinserción, conduce al depósito de sedimentos y la propagación de la discontinuidad. Para apoyar sus afirmaciones plantean un modelo de inestabilidad interfacial encontrando relaciones que indican bajo que condiciones se generan las pequeñas ondas sedimentarias que dan origen a las formas de fondo.



Valance y Langlois (2005) también apuntaron a estudiar lo señalado en el párrafo anterior. Para ello trabajaron con un fluido viscoso en un flujo de régimen laminar. A partir de sus estudios indican que la tasa de transporte de sedimento no sólo depende del esfuerzo de corte y la pendiente del lecho, si no que también de la inercia del grano. Además concluyen que la inestabilidad del lecho que origina las formas de fondo resulta de la competencia entre el efecto desestabilizador de la inercia del fluido y la estabilidad que intenta imponer la inercia del grano. Por su parte Charru et al. (2002) intenta responder si es realmente necesaria la turbulencia para la formación de rizos. En su análisis derroca este pensamiento al demostrar teóricamente que un flujo viscoso puede ser responsable de la inestabilidad del lecho.

Otros investigadores que se dedicaron a estudiar el punto de partida de las formas de fondo son Devauchelle et al. (2008), quienes realizaron un análisis adimensional de estabilidad de un lecho granular inicialmente plano sujeto a erosión por un flujo laminar y de condiciones permanentes. El análisis de este paper se basa en las ecuaciones de Navier-Stokes, a diferencia de anteriores estudios de los mismos autores (2008) en la cual trabajaron con las ecuaciones de Saint Venant (promediadas en la vertical). En ambos estudios se realizó un balance de las partículas que conforman el lecho, en las que actuaban la erosión, depositación y los flujos horizontales de partículas. En esta misma línea, Venditti et al. (2006) proponen dos diferentes formas de iniciación de las ondas sedimentarias. En primer lugar, se deben a defectos o discontinuidades del lecho que se propagan hacia aguas abajo, cuando el transporte de sedimentos es regular y esporádico, y por otra parte, cuando se debe a la existencia de transporte generalizado. Para su estudio emplea un modelo de dos capas o fases. Por un lado acepta la proposición de Liu (1957), quien postula que el movimiento del lecho se puede comparar al de un fluido denso, de tal manera que Venditti et al. (2006) simulan esta primera capa de transporte de sedimento como un fluido pseudoplástico. La segunda capa corresponde a la propia del fluido que genera el movimiento de partículas y confirma que la inestabilidad que se desarrolla entre ambas capas permite la generación de las formas de fondo.

Siguiendo en el área de fluidos newtonianos, pero ahora cuantificando las características de las formas de fondo o sus efectos en la resistencia del flujo y el transporte de sedimentos, es que se han realizados diversos estudios experimentales. Los trabajos realizados por Coleman en el año 1996 y 2000, que a través de experimentos en canales de superficie libre en flujos laminares newtonianos encontraron que la longitud de onda de las formas de fondo depende primordialmente del tamaño medio de los sedimentos que conforman el lecho y que es prácticamente insensible al esfuerzo de corte aplicado sobre el mismo. En tales experiencias se dedicaron a estudiar las pequeñas ondas de arena (“sand wavelets”) que se forman inicialmente tras el flujo sobre un lecho plano. Un importante descubrimiento realizado por este autor, es que a partir de estas ondas de arena se pueden formar tanto rípios como dunas, dependiendo de las condiciones a las que se enfrentan.

Coleman & Melville (1996) realizaron un modelo para un flujo uniforme en el cual consideran que la tasa de transporte de sedimento por unidad de ancho se puede estimar como el producto entre la celeridad y la amplitud de la onda sedimentaria, es decir,  $q_{sh} = c\Delta$ . Más tarde Roudviky & Witte (1990) mejoran el modelo al introducir parámetros del flujo y su efecto en la tasa de transporte. En su estudio encuentran una relación adimensional

entre la celeridad de la onda y la amplitud de la misma, concluyendo que la primera decrece rápidamente con la altura de la onda. Además de lo anterior encontraron que la tasa de generación de formas de fondo incrementa con la tasa de transporte de sedimentos, y a su vez que la tasa de crecimiento decrece en el tiempo.

Es interesante ahora ahondar en el interés que generan los trabajos de fluidos con mayores contenidos de partículas finas. Dependiendo del valor de esta concentración, pueden llegar a formar mezclas que se comportan como fluidos no-newtonianos, en los cuales se basa este trabajo de investigación. Baas & Best (2002) presentan resultados experimentales relacionados con la estructura del flujo y de perfiles de velocidad en flujos turbulentos. Para esto dividen los fluidos en tres tipos, según las concentraciones de finos que ellos poseen: baja, media y alta. Para bajas concentraciones, encuentran que el perfil de velocidad es el característico de un flujo turbulento con un incremento logarítmico. Para concentraciones altas, el flujo adopta una estructura de velocidad con dos capas notorias: una capa basal con alto gradiente de velocidad y una zona superior donde la velocidad es prácticamente invariante con la profundidad. Cuando la concentración de finos es media, se observa un gradiente importante en la cercanía del fondo y se mantiene el perfil logarítmico en la zona superior. El efecto que tienen las partículas finas en las características de un fluido y las interacciones con el lecho han sido parte de la investigación de Wang & Larsen (1994). Dichos investigadores encontraron que la distribución de velocidad en flujos turbulentos, tanto de fluidos newtonianos y no-newtonianos, con y sin formas de fondo, sigue un perfil logarítmico.

Otros investigadores que realizaron trabajos en fluidos newtonianos y no-newtonianos en canales rectangulares abiertos son Alderman y Haldenwang (2007), los cuales presentan modelos numéricos para flujos laminares, turbulentos y en transición. Ellos obtuvieron discrepancias entre las velocidades modeladas y las teóricas, por lo que finalmente concluyen sobre la necesidad de realizar más investigaciones en el área para mejorar las imprecisiones.

Con respecto al estudio de formas de fondo en fluidos no newtonianos, ya se ha mencionado que estos son bastante escasos. Una importante referencia en este marco de investigación es la realizada por Wan & Song (1987). Estos autores encontraron la misma secuencia de formas de fondo en flujos de agua pura, esto es: duna-lecho plano-antiduna. Ellos presentan, además, resultados relacionados con la resistencia en flujos hiperconcentrados.

Es claro que hay una estrecha relación entre las características del fluido, el flujo y los sedimentos. Es por esto que, las formas de fondo afectan directamente a las propiedades del flujo, el cual volverá a inducir alteraciones del lecho, entrando en una interdependencia entre estos factores que es interesante definir. Esta relación entre el tipo de fluido, las partículas del lecho y el flujo, llevan a realizar un estudio más acabado en el marco de formas de fondo en flujos de fluidos no newtonianos para aportar a la escasez de experimentos en este campo.

## 2.2. Antecedentes teóricos

El movimiento de las partículas de un lecho, y en consecuencia la generación de formas de fondo, está supeditada al esfuerzo de corte que ejerce el fluido sobre estas. Al determinar la reología, es decir, la relación entre el esfuerzo de corte aplicado y la deformación angular que este produce, se pueden diferenciar dos tipos de fluidos: newtonianos y no-newtonianos. En el primer grupo se encuentran los fluidos más comunes, aire y agua, en los cuales la viscosidad es independiente del esfuerzo de corte aplicado. Por otra parte, en muchos casos la presencia de partículas finas en el agua altera las propiedades de ésta generando un fluido equivalente no newtoniano. Tal es el caso de aluviones, flujos de barros, flujos de relaves y concentrados producto de la industria minera.

El relevante rol que tiene el fluido en la formación de formas de fondo conduce a caracterizar íntegramente su comportamiento. Si bien en este trabajo se ha utilizado un fluido pseudoplástico para el estudio, conviene tener una amplia visión de los tipos de fluidos que existen y establecer las diferencias que estos presentan.

### 2.2.1. Clasificación de los fluidos

Para entender el origen, desarrollo y dinámica de las formas de fondo es relevante entender los fluidos que dan nacimiento a ellas. Por esta razón, se presenta de manera resumida los tipos tipos de fluidos que se conocen y sus características principales.

#### Fluidos Newtonianos

La característica fundamental de este tipo de fluidos es que la tasa de deformación angular ( $\dot{\gamma}$ ) es directamente proporcional al esfuerzo de corte aplicado ( $\tau$ ), donde el coeficiente de proporcionalidad corresponde a la viscosidad dinámica ( $\mu$ ), propiedad que puede considerarse constante en el tiempo. Matemáticamente lo anterior queda definido como:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

Para el caso de un escurrimiento uniforme unidireccional, la expresión anterior se puede escribir como.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (2.2)$$

donde  $u(y)$  corresponde al perfil de velocidades horizontales en la dirección vertical del flujo  $y$ .

#### Fluidos No-Newtonianos

En un segundo grupo, se encuentran los fluidos no-newtonianos, los cuales se subdividen en plásticos, pseudoplásticos y dilatantes. Los fluidos pertenecientes a este conjunto se caracterizan por requerir de un esfuerzo de corte mínimo, llamado esfuerzo de fluencia, para comportarse como tal. La deformación del fluido ya no tiene comportamiento lineal frente

al esfuerzo de corte aplicado. Esto se observa claramente en la Figura 2.1. La formulación matemática general de un fluido no-newtoniano es la que se muestra en la expresión 2.3.

$$\tau = \tau_f + K\dot{\gamma}^n \quad (2.3)$$

Los fluidos plásticos son aquellos que requieren de un esfuerzo de fluencia para comenzar a fluir. Dentro de estos se encuentra el plástico de Bingham, que se caracteriza por comportarse como fluido newtoniano cuando el esfuerzo de corte sobre pasa el esfuerzo de fluencia. La ecuación que gobierna esta tipo de fluidos es la siguiente.

$$\tau = \tau_f + \mu\dot{\gamma} \quad (2.4)$$

En un segundo sub grupo están los fluidos pseudoplásticos, que es el utilizado en esta investigación. En estos, la tasa de deformación aumenta a medida que se incrementa el esfuerzo de corte. Están caracterizados por la siguiente ecuación.

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad n < 1 \quad (2.5)$$

Por último, los fluidos dilatantes tienden a ser más viscosos y, por lo tanto, la tasa de deformación disminuye a mayor esfuerzo aplicado. Están gobernados por la expresión:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad n > 1 \quad (2.6)$$

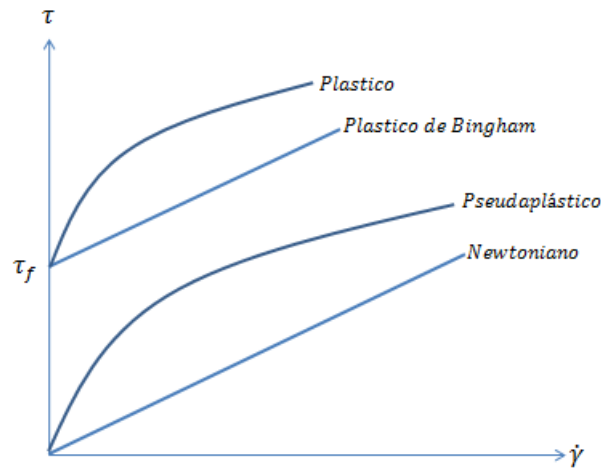


Figura 2.1: Reología de los diferentes tipos de fluidos.

## 2.2.2. Tipos de Escurrecimientos

### Escurrecimiento Uniforme en Fluidos Pseudoplásticos

Como se vio en la sección anterior un fluido pseudoplástico es modelado usando la ley de potencia cuya ecuación viene dada por la ecuación (2.5). Para el caso de un escurrecimiento uniforme en la dirección  $x$ , esa ecuación se puede escribir como:

$$\tau = K \left( \frac{du}{dy} \right)^n \quad (2.7)$$

Por otra parte, mediante un equilibrio entre el peso del fluido como fuerza motriz en un canal inclinado en un ángulo  $\theta$  y la fuerza resistente al movimiento de origen viscoso, se obtiene que, para un flujo permanente uniforme de altura  $h$ , el esfuerzo de corte en el fondo viene dado por:

$$\tau_{0U} = \rho g h \sin(\theta) \quad (2.8)$$

La distribución del esfuerzo de corte en la vertical es lineal y su valor a una distancia  $y$  del fondo es:

$$\tau = \rho g \sin(\theta)(h - y) \quad (2.9)$$

En el trabajo de título de Carrillo(2011) se integra esta ecuación para obtener el perfil de velocidades de un escurrecimiento laminar. Finalmente, se obtiene una ley friccional que relaciona el número de Froude del flujo con el número de Reynolds en un fluido pseudoplástico, lo que puede escribirse como:

$$Fr^2 = \left( \frac{n}{2n + 1} \right)^n Re_K \sin(\theta) \quad (2.10)$$

donde  $Re_K = \frac{\rho \bar{u}^{2-n} h^n}{K}$  y  $Fr^2 = \frac{\bar{u}}{gh}$ , siendo  $\bar{u}$  la velocidad promediada en la vertical

Además, la relación de Haldenwang *et al.*(2010) indica la condición crítica laminar-turbulenta. Según Haldenwang el flujo será laminar si  $Re < Re_C$ , donde:

$$Re = \frac{8\rho u^2}{K \left( \frac{8\bar{u}}{D_h} \right)^n} \quad (2.11)$$

$$Re_c = 853,1 \left( \frac{\mu|_{\dot{\gamma}=100s^{-1}}}{\mu_w} \right)^{-0,21} Fr + 1,263 \cdot 10^4 \left( \frac{\mu|_{\dot{\gamma}=100s^{-1}}}{\mu_w} \right)^{-0,75} \quad (2.12)$$

Es importante señalar que las relaciones (2.11) y (2.12) fueron determinadas para fluidos de diversas reologías, tomando en consideración distintos valores de  $K$  y  $n$ . En estas ecuaciones  $\mu|_{\dot{\gamma}=100s^{-1}}$  corresponde a la viscosidad dinámica equivalente a una tasa de deformación de  $100s^{-1}$ ,  $\mu_w$  es la viscosidad dinámica del agua y  $D_h$  corresponde al diámetro hidráulico definido como cuatro veces el área de escurrimiento sobre el perímetro mojado.

### **Escurrecimiento Gradualmente Variado en Fluidos Pseudoplásticos**

En el caso de que el escurrimiento es gradualmente variado, es decir, deja de ser uniforme y presenta pequeñas variaciones en la dirección del flujo, el esfuerzo de corte se relaciona con el correspondiente al flujo uniforme mediante la relación:

$$\frac{\tau_0}{\tau_{0U}} = \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_K \sin(\theta)} \quad (2.13)$$

Las expresiones  $Re_K$  y  $Fr^2$  se definen de la misma manera que se señala en (2.10) y se evalúan con los valores locales de  $h$  y  $\bar{u}$ .

Es importante tener en consideración esta última expresión, ya que aproximadamente el 65 % de los experimentos de esta investigación ocurren en un escurrimiento gradualmente variado, por lo que se debe trabajar con el esfuerzo de corte adecuado.

### **2.2.3. Movimiento Incipiente**

En esta sección se explica cuáles son las fuerzas que originan el movimiento de las partículas del lecho, ya que finalmente es este el punto de partida a la formación de formas de fondo. La condición a la cual comienza el movimiento de la partícula se denomina condición de transporte incipiente, y esta fue estudiada en la memoria de Carrillo (2011) para el caso de fluidos no-newtonianos. Solo se darán a conocer los conceptos generales del inicio de movimiento del sedimento.

La condición de arrastre incipiente se da cuando las fuerzas hidrodinámicas, que tienden a mover las partículas, se encuentran en equilibrio con las que se oponen al movimiento. Veamos ahora cuáles son estas fuerzas que actúan sobre las partículas.

Una partícula que se encuentre en el lecho y expuesta al flujo está sometida a la acción de fuerzas que estimulan el movimiento, tales como el peso  $W$  debido a la acción de la gravedad, el empuje  $E$  resultante de las fuerzas de presión, y las fuerzas de arrastre y de sustentación,  $F_D$  y  $F_L$  respectivamente, producto del campo de velocidades en torno a la partícula. Además de estas existe una fuerza opositora al movimiento  $F_R$  debido a la fricción por el contacto de la partícula con el fondo. Un esquema de estas fuerzas para un canal inclinado en un ángulo  $\theta$  respecto a la horizontal se esquematiza en 2.2 .

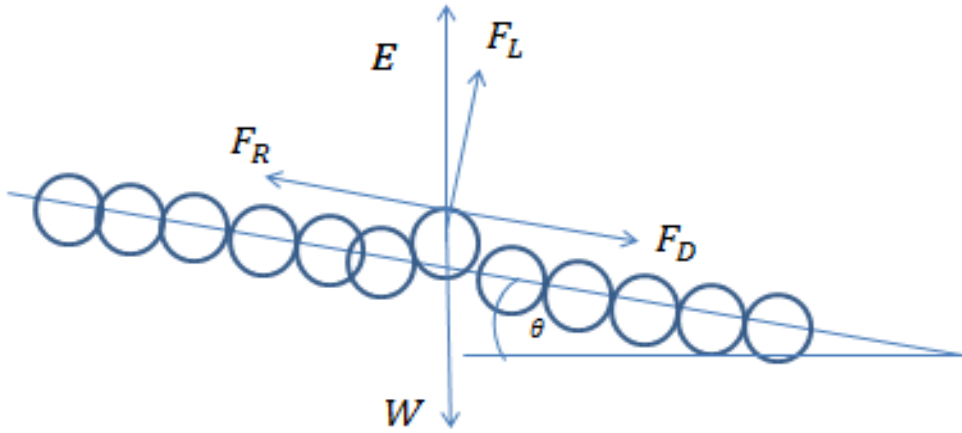


Figura 2.2: Diagrama de fuerzas actuando sobre la partícula.

De acuerdo con la Figura 2.2 y considerando las fuerzas actuando en la dirección del flujo, la condición de movimiento incipiente viene dada por:

$$F_D + (W - E) \sin(\theta) = F_R \quad (2.14)$$

donde  $F_R$  se define como:

$$F_R = \mu N = \mu[(W - E) \cos(\theta) - F_L] \quad (2.15)$$

El peso de la partícula, suponiendo que son esféricas de diámetro  $d$ , se obtiene de:

$$W = \rho_s g \frac{\pi d_s^3}{6}$$

Por otra parte el empuje corresponde al peso del volumen de fluido desplazado por la partícula, es decir:

$$E = \rho g \frac{\pi d_s^3}{6}$$

Finalmente la fuerza arrastre y de sustentación se calculan como:

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A u_f^2$$

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A u_f^2$$

donde  $C_D$  y  $C_L$  corresponden a los coeficientes de arrastre y sustentación, respectivamente,  $u_f$  es la velocidad en la cercanía de la partícula y  $A$  el área transversal de esta que se calcula como  $A = \frac{\pi d_s^2}{4}$ .

Al reemplazar estas expresiones en (2.14) se obtiene.

$$\frac{u_f^2}{gRd_S} = \frac{4}{3} \frac{\mu \cos \theta - \sin \theta}{C_D + \mu C_L} \quad (2.16)$$

donde  $R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$  es la densidad relativa sumergida del sedimento.

La expresión (2.16) corresponde a la condición crítica para el cual comienzan a moverse las partículas sometidas a un flujo en función de la velocidad de aproximación de este.

Esta condición es poco práctica ya que la velocidad de aproximación es difícil de cuantificar. Por esta razón existen otras condiciones expresadas en parámetros más globales, tales como el criterio de velocidad crítica y el de esfuerzo de corte crítico, que no son detalladas en este informe pero pueden ser revisadas en el apunte de Niño (2005).

#### 2.2.4. Origen de las Formas de Fondo

Existe una amplia gama de modelos que intentan explicar las condiciones que llevan al nacimiento de las formas de fondo, algunos de ellos son mencionados en la sección de revisión bibliográfica. No obstante, es claro que éstas se deben a la interacción fluido-partícula que ocurre en la interfaz existente entre el flujo y el lecho. Para lograr entender el punto de partida de las ondas sedimentarias es necesario comprender los conceptos de estabilidad e inestabilidad.

Un sistema cualquiera se considera estable si el resultado de pequeñas perturbaciones decae en el tiempo, y por lo tanto el sistema no cambia de estado. Así por ejemplo, para números de Reynolds suficientemente bajos en régimen laminar, ínfimas variaciones de este parámetro ocasiona pequeños cambios en las propiedades del flujo, pero las características generales del flujo laminar no se ven alteradas.

Por otro lado, existen sistemas en los cuales pequeñas variaciones de cierto parámetro llegan a producir un gran cambio en el comportamiento general del sistema. Así por ejemplo, para cierto valores del número de Reynolds, un pequeño aumento en su valor conduce a un cambio rotundo en el comportamiento del sistema, y es así como un flujo laminar deja de ser estable y comienza un período de transición, para convertirse en un flujo turbulento.

El sistema en cuestión, correspondiente al de un flujo sobre un lecho móvil, bajo ciertas condiciones permanece en estado de equilibrio caracterizado por lecho plano. Pero para otras condiciones del flujo, el lecho se vuelve inestable y después de cierto tiempo tiende a un estado de equilibrio distinto que se caracteriza por un lecho con ondas sedimentarias o formas de fondo. Esta pérdida en la estabilidad inicial se debe a que una o más partículas del lecho, generalmente las que se encuentran más expuestas al flujo, comienzan a moverse (movimiento incipiente) generando inestabilidades locales, las cuales producen cambios en los alrededores de esta discontinuidad que finalmente tienden a una inestabilidad general.



Un método relativamente simple para estudiar la estabilidad del estado base de un sistema dinámico consiste en realizar pequeñas perturbaciones al sistema de ecuaciones que definen el comportamiento de dicho sistema y luego linealizarlas. Una vez linealizado el sistema, si para cierto rango de valores de los parámetros involucrados, la solución muestra que la amplitud de las perturbaciones decae en el tiempo, entonces se concluye que el estado inicial es estable. De no ser así, la solución manifiesta que la amplitud de las perturbaciones crece en el tiempo, entonces dicho estado del sistema es inestable. Se ha demostrado que el análisis lineal predice un decaimiento o crecimiento exponencial en el tiempo de la amplitud de las perturbaciones. En el caso que el sistema sea inestable, el crecimiento exponencial predicho es válido sólo para amplitudes de las perturbaciones suficientemente pequeñas. Vale la pena mencionar que en sistemas dinámicos dependientes del tiempo, el crecimiento o decaimiento de las amplitudes no es necesariamente exponencial.

El sistema de ecuaciones antes mencionado puede escribirse como:

$$f(y, c) = 0 \quad (2.17)$$

donde  $y(x, t)$  es el vector de variables dependientes, el cual es función de un vector de variables independientes correspondientes al vector de coordenadas espaciales ' $x$ ' y de tiempo ' $t$ '. Además ' $c$ ' expresa el vector de parámetros controladores del sistema. Luego, un estado base representado por el vector  $y_0(x, y)$  satisface:

$$f(y_0, c) = 0 \quad (2.18)$$

La linealización de las variables dependientes se realiza mediante una expansión en serie de Taylor en torno al estado base  $y_0$ , por lo cual:

$$y = y_0 + y' \quad (2.19)$$

donde  $y'(x, t)$  representa la pequeña perturbación respecto al estado base. El sistema linealizado, denotado por  $L$ , se puede escribir como:

$$L[f(y, c)] = f(y_0, c) + L[f(y', c)] = 0 \quad (2.20)$$

Utilizando (2.18) se obtiene:

$$L[f(y', c)] = 0 \quad (2.21)$$

Esta última relación corresponde a un sistema de ecuaciones lineales y homogéneas para el vector de perturbaciones  $y'$ . El problema dado por esta última ecuación, más las condiciones de borde correspondientes, representa un problema de valores propios, cuya solución entrega los modos naturales de oscilación del sistema físico considerado, que emergen libremente si los parámetros están dentro del rango para el cual el sistema es inestable.

Niño (1996) aplica el método anterior para analizar la estabilidad del lecho en la formación de barras, dunas y antidunas. Para el caso de la generación de dunas y antidunas utiliza las ecuaciones de Reynolds en la dirección longitudinal y transversal al lecho, la ecuación de continuidad de flujo y la ecuación de continuidad de sedimento (Ecuación de Exner), suponiendo que el sistema flujo-sedimento se comporta de manera cuasi-permanente.

Las ecuaciones se pueden escribir en forma adimensional como:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu_T \nabla^2 u + \frac{\sin \alpha}{F_b^2} \quad (2.22a)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nu_T \nabla^2 w + \frac{\cos \alpha}{F_b^2} \quad (2.22b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.22c)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + Q_0 \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (2.22d)$$

donde  $(x,z)$  son las coordenadas longitudinal y vertical, respectivamente,  $t$  el tiempo,  $(u,w)$  son las componentes de la velocidad en las direcciones longitudinal y vertical, respectivamente,  $p$  es la presión,  $\eta$  la elevación local del lecho y  $q_s$  la tasa volumétrica de arrastre de fondo por unidad de ancho. De igual manera,  $\nu_T$  denota la viscosidad turbulenta.  $Q_0$  y  $F_b$  son variables definidas en función de la densidad relativa sumergida del sedimento, del diámetro y la porosidad del sedimento, y de la altura y velocidad de resbalamiento del flujo.

Al estudiar la estabilidad de este sistema de ecuaciones, llega al resultado que muestra la Figura 2.3, correspondiente a un gráfico que relaciona el Froude del flujo medio ( $F_0$ ) con el número de onda ( $\lambda$ ). Se puede observar que bajo ciertas condiciones el lecho se vuelve inestable para formar dunas o antidunas, y en otras, el lecho permanece estable sin generar formas de fondo. El signo de  $\bar{w}$  indica la dirección de migración de las ondas. Para  $\bar{w} > 0$  migran hacia aguas abajo, mientras que si  $\bar{w} < 0$  las ondas migran hacia aguas arriba.

### 2.2.5. Formas de Fondo en Fluidos Newtonianos

En flujos de fluidos newtonianos sobre lechos granulares no cohesivos se han encontrado una gran variedad de formas de fondo que se generan bajo distintas condiciones hidráulicas. Así por ejemplo, en condiciones de flujo subcrítico ( $Fr < 1$ ) se pueden encontrar tanto dunas como rizos, mientras que en flujos supercríticos ( $Fr > 1$ ) aparecen las llamadas antidunas.

Es importante destacar, que un mismo lecho de sedimentos las formas de fondo presentes pueden ir variando en el transcurso del tiempo debido a cambios en las condiciones de flujo que las mismas ondas pueden producir. Es así como los rizos, que se generan para  $Fr \ll 1$ , pueden transformarse en dunas y luego en antidunas si las condiciones son propicias para su existencia. En la Figura 2.4 se puede observar la secuencia de formas de fondo para flujos en régimen inferior o subcrítico y flujos en régimen superior o supercrítico. Además de éstas

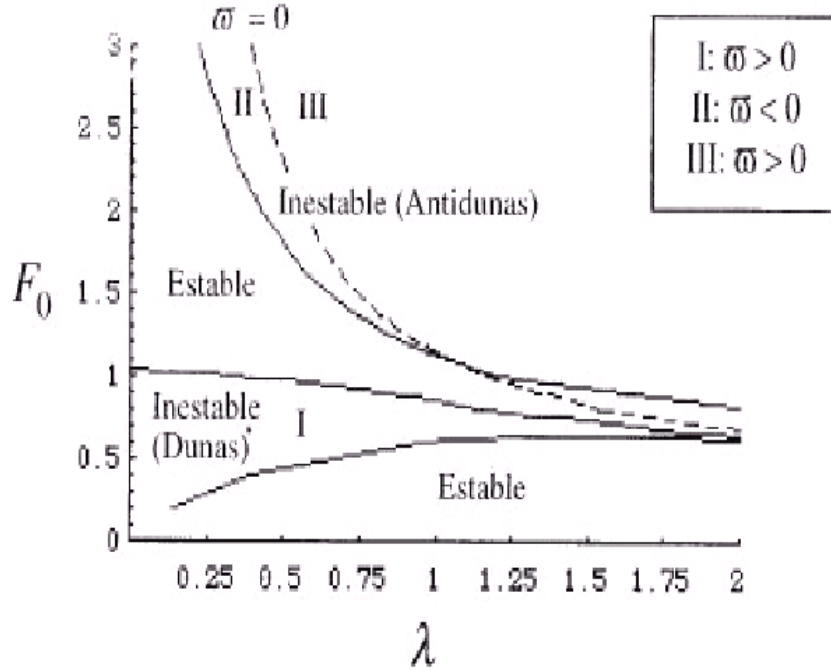


Figura 2.3: Diagrama de estabilidad para la formación de dunas y antidunas, Niño(1996)

formas de fondo, existen barras, pozas y caídas que también pueden encontrarse en la naturaleza. Vanoni (1974) estudió de forma experimental las condiciones de generación de formas de fondo logrando obtener diagramas de variables adimensionales, que permiten determinar el tipo de onda que se produce para distintas condiciones de flujo y características de los sedimentos.

Según Vanoni (1974), el conjunto de parámetros adimensionales que determinan la formación de formas de fondo es:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}, \quad \frac{h}{d_s}, \quad Re_G = \frac{\sqrt{gd_s^3}}{\nu}, \quad R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad (2.23)$$

Vanoni construyó una serie de gráficos, para distintos valores de  $Re_G$ , donde relaciona el número de Froude,  $Fr$ , con  $h/d_s$  e identifica regiones para las cuales se distinguen las distintas formas de fondo. Un ejemplo de estas gráficas se muestran en la Figura 2.5.

Respecto a formas de fondo bajo la acción de flujos laminares, Devauchelle(2008) estudia numérica y experimentalmente la formación de ondas de arena enfocadas en los patrones encontrados en la playa debido al vaivén de olas en la orilla.

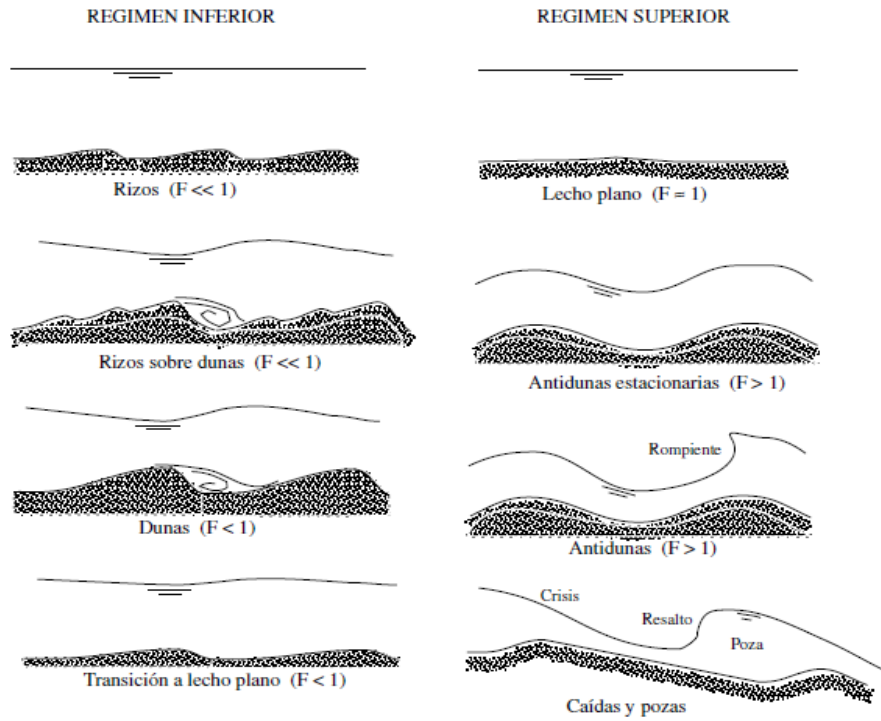


Figura 2.4: Secuencia de Formas de Fondo en Fluidos Newtonianos.

No se encontró referencias de flujos laminares en fluidos altamente viscosos, por lo que los resultados de este trabajo aportan a esa área de investigación.

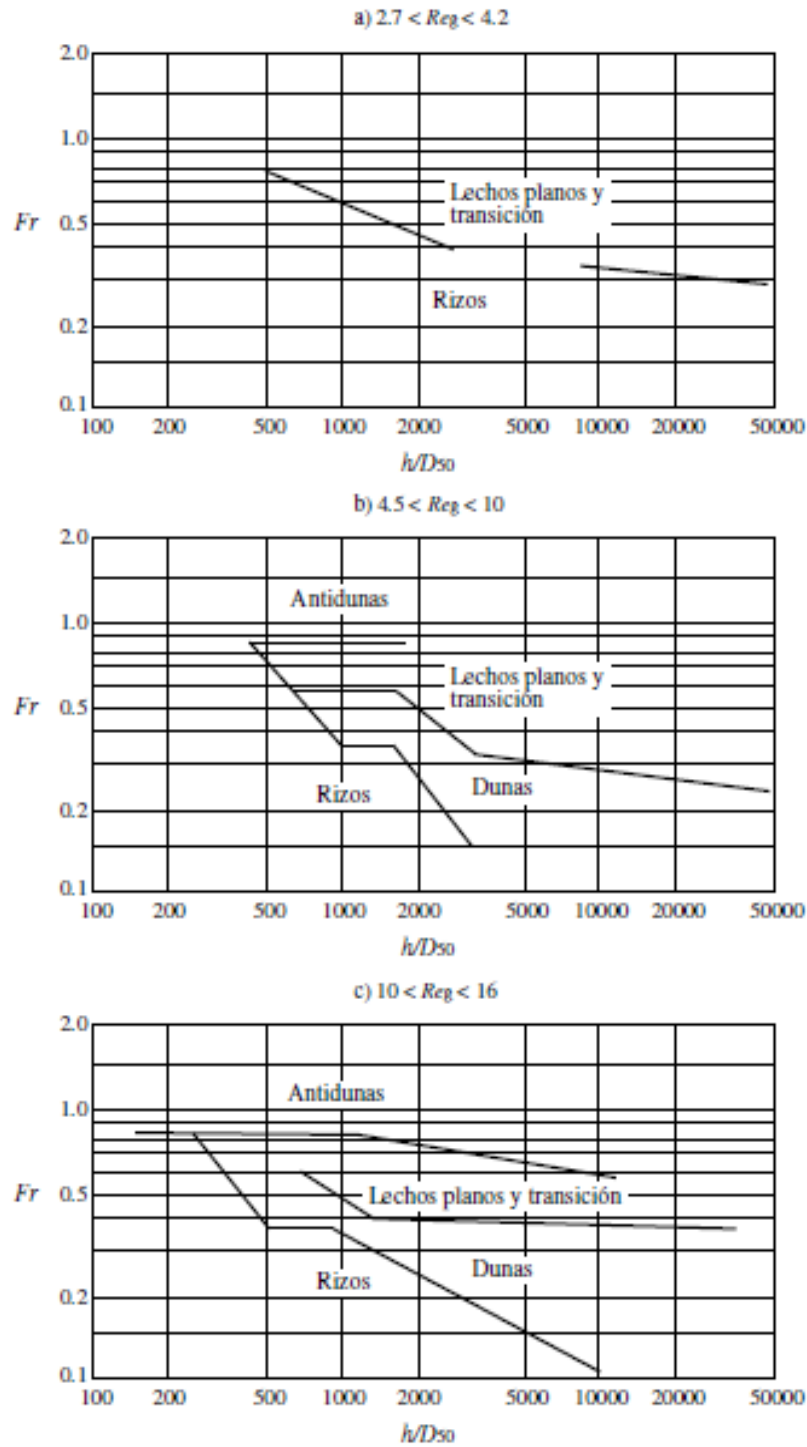


Figura 2.5: Representación de los diagramas de Vanoni (1974).

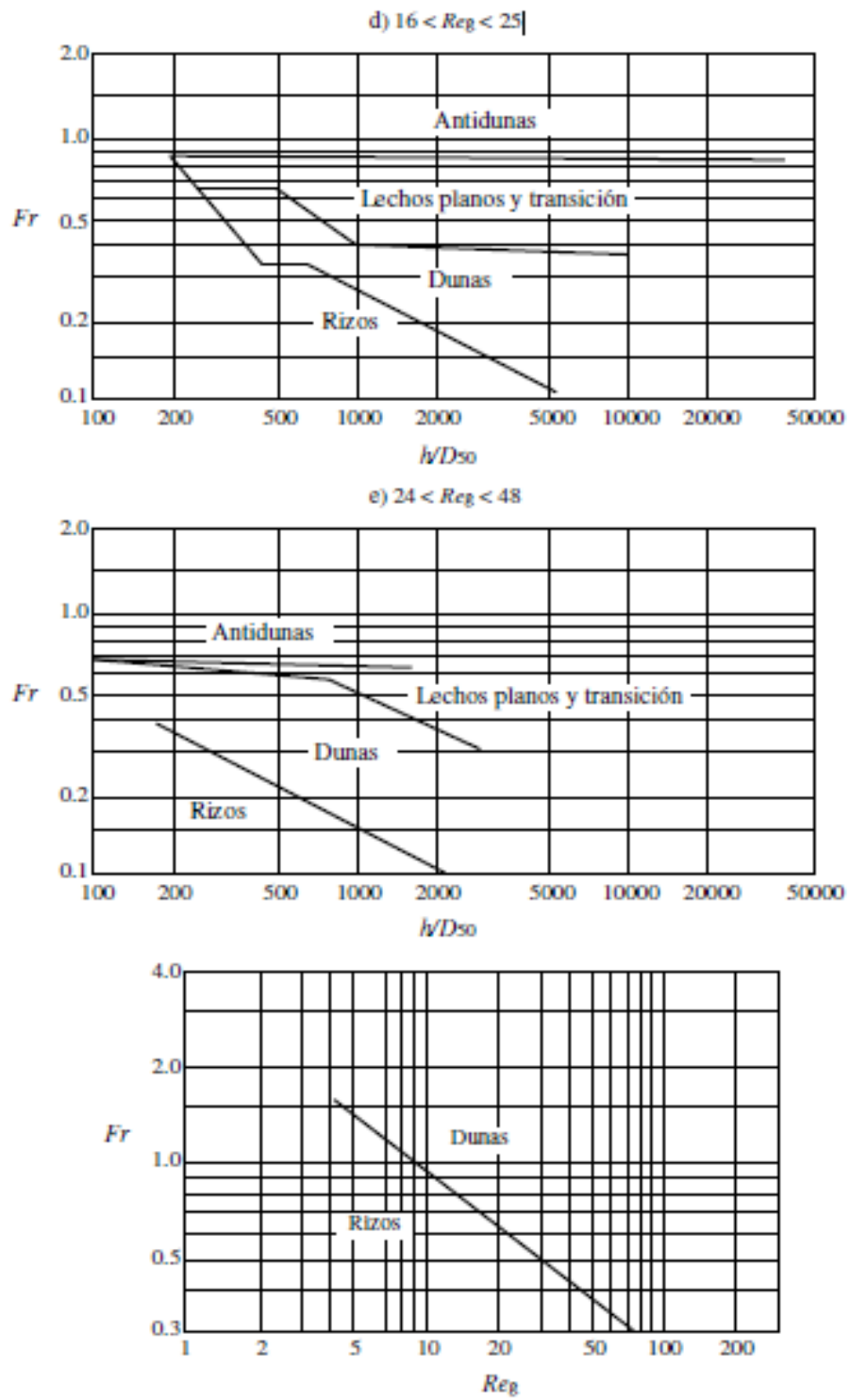


Figura 2.6: Representación de los diagramas de Vanoni (1974).

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Instalación Experimental

Al ser este un trabajo de investigación experimental se requiere de una instalación en la cual se pueda generar un flujo de fluido no-newtoniano, que sea capaz de interactuar con el lecho para producir su deformación en formas de fondo. El canal está construido de acrílico, que al ser transparente permite la visualización del lecho y del flujo. En la Figura 3.1 se esquematizan los principales componentes de la instalación experimental.

Los componentes de la instalación experimental según la Figura 3.1 son:

1. Canal de acrílico de 4 m de largo y una sección transversal rectangular de 20 cm de ancho y 15 cm de alto.
2. Estanque cilíndrico de descarga, con un diámetro de 55 cm y una altura de 85 cm, con una capacidad de 200 L.
3. Tubería de PVC y 2" de diámetro, mediante la cual se recircula el fluido desde el estanque de descarga al estanque de carga.
4. Bomba Centrífuga EBARA 3M 50-125/3. Impulsa el fluido que será transportado por la tubería.
5. Estanque de carga superior de 22x22x25 cm (largo x ancho x alto). Recibe el fluido directamente de la bomba y lo dirige al estanque de carga inferior. El estanque puede regular su altura mediante 4 tornillos ubicados en su base.
6. Rebalses. Controlan que el estanque de carga no supere su capacidad evacuando el fluido que sobrepase los 15 cm de altura.
7. Estanque de carga inferior de 30x20x40 cm (largo x ancho x alto). Recibe el fluido de la tubería de recirculación para volver a enviarlo al canal.

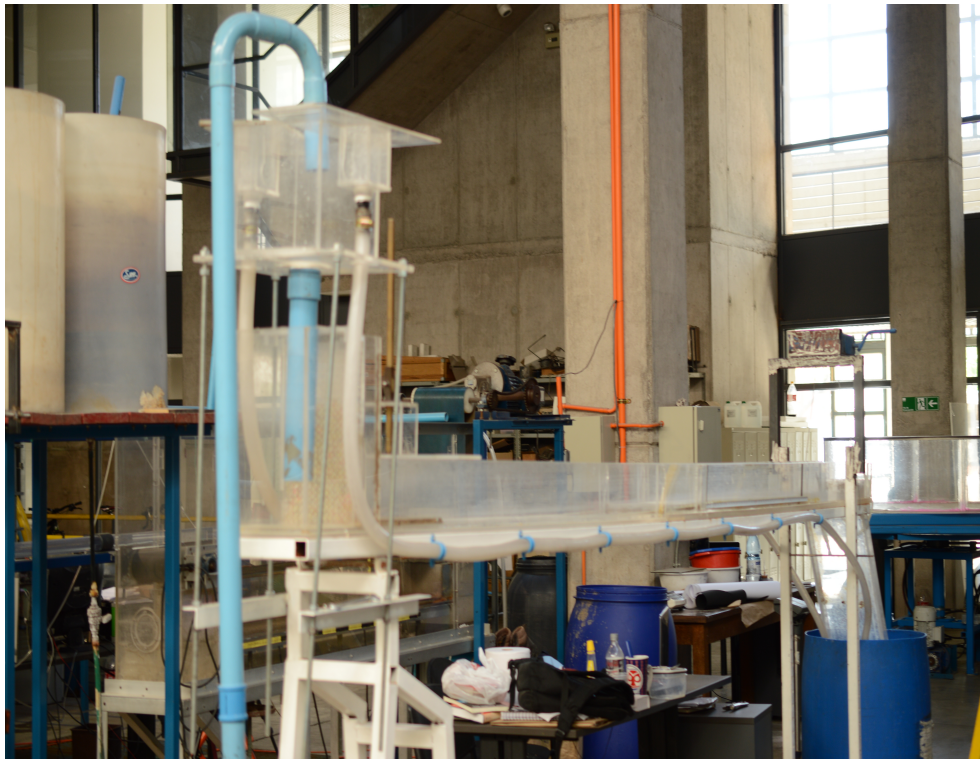
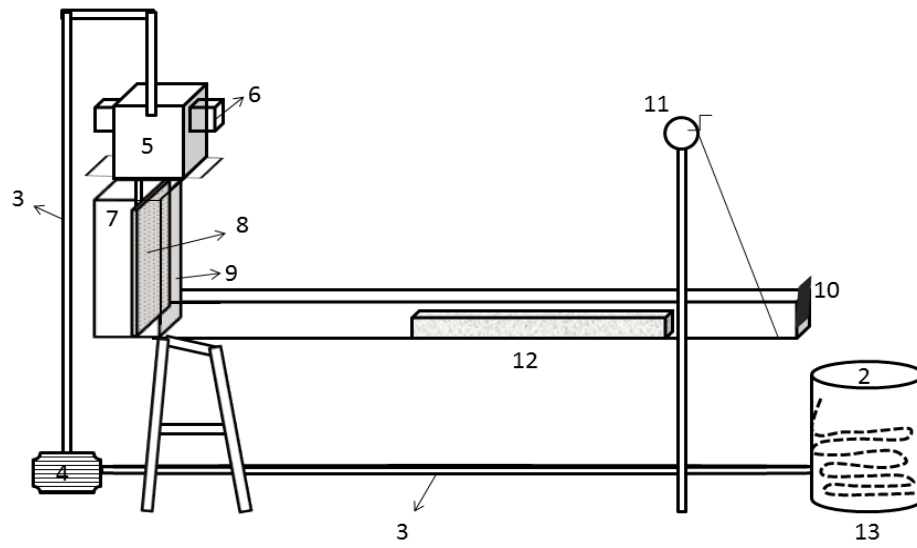


Figura 3.1: (a) Esquema canal, e (b) Imagen canal.



8. Aquietador de flujo. Produce pérdida de energía al flujo, controlando así la turbulencia de entrada al canal.
9. Compuerta de entrada.
10. Vertedero de salida.
11. Regulador de pendiente.
12. Trampa de sedimentos de 1 m de largo y 2 cm de alto en el cual se deposita el sedimento y se forma el lecho plano previo a la experiencia.
13. Intercambiador de calor. Corresponde a una manguera por la cual se recircula agua helada que permite mantener la temperatura de la mezcla estable.

## 3.2. Generación Fluido No-Newtoniano

En base a los experimentos realizados anteriormente por Carrillo(2011) en su trabajo de título, se concluye que la solución de agua en carboximetilcelulosa (CMC) es capaz de generar un fluido pseudoplástico apto para el estudio. Esto se debe a que bajas concentraciones de CMC genera un importante cambio en la reología del fluido, sin alterar en gran magnitud la transparencia del agua, característica fundamental al momento de tomar mediciones. En las experiencias se utilizan tres diferentes mezclas de agua-CMC, a diferentes concentraciones peso-peso, que se traduce en las tres combinaciones de coeficientes  $n$  y  $K$  del ajuste de potencia detalladas en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Características de los fluidos utilizados.

Tipo de Solución	Concentración Peso-Peso	$K$	$n$
Agua-CMC	0.22 %	0.022	0.86
Agua-CMC	0.25 %	0.048	0.82
Agua-CMC	0.30 %	0.032	0.78

La reología de cada tipo de solución fue determinada mediante el reómetro RheolabQC Anton Paar (Figura 3.2) con el cual bastaba utilizar tan solo 200 ml de solución para el análisis. Las Figuras 3.3 , 3.4 y 3.5 revelan los resultados de los análisis de cada solución, utilizando una ley de potencia para la modelación. Estos muestran que las soluciones ensayadas son efectivamente fluidos pseudoplásticos al ajustarse de manera correcta a la ecuación (2.5).



Figura 3.2: Reómetro utilizado en la determinación de la reología de los fluidos.

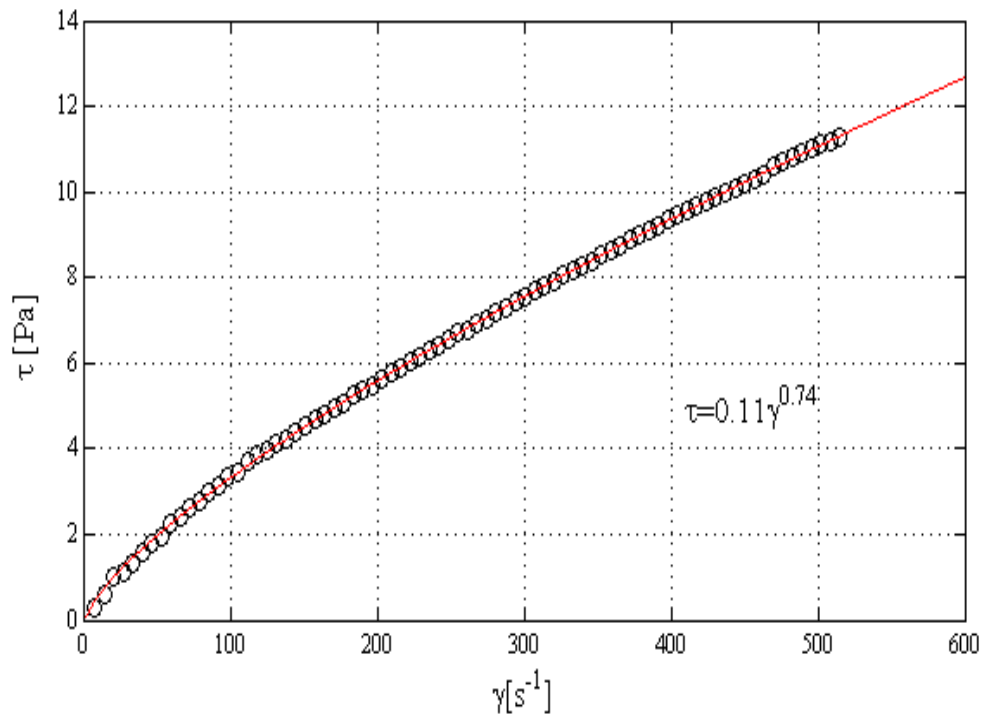


Figura 3.3: Reología fluido mezcla CMC 0.22 %.

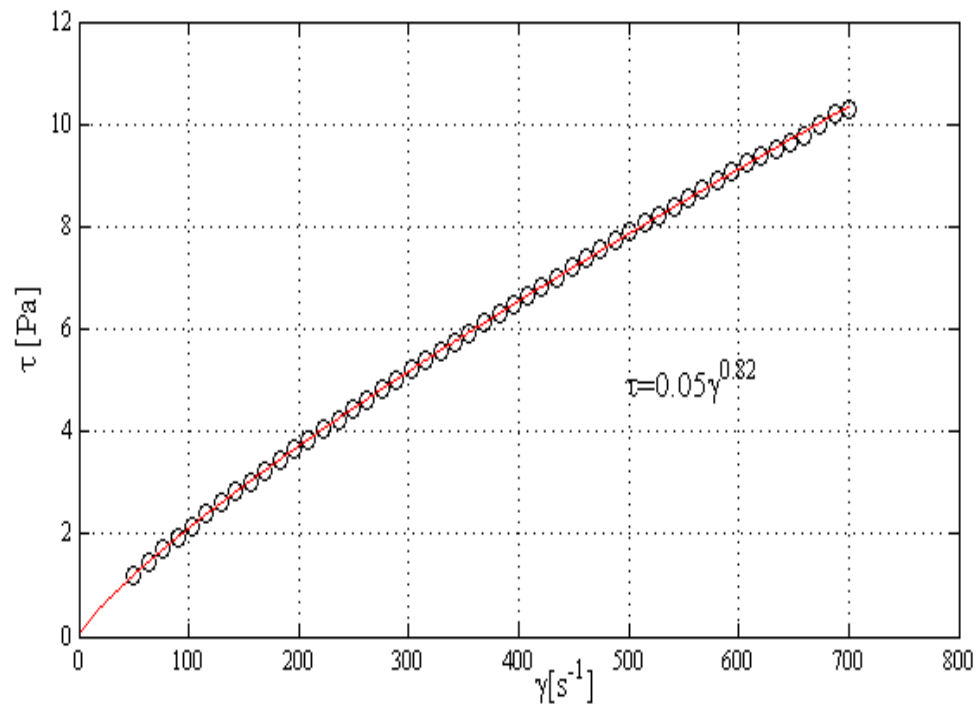


Figura 3.4: Reología fluido mezcla CMC 0.25 %.

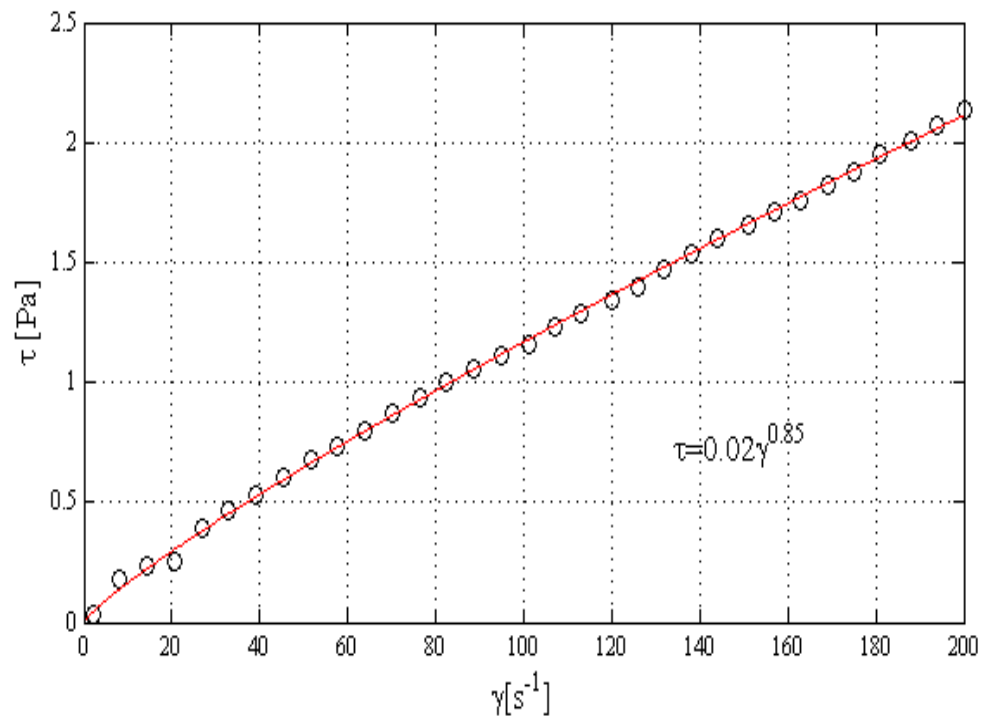


Figura 3.5: Reología fluido mezcla CMC 0.30 %.

### 3.3. Sedimento

Como se mencionó anteriormente, este trabajo está orientado al transporte de material sólido en la industria minera. Las partículas más grandes que contienen estas mezclas decantan en el fondo de los canales o tuberías utilizadas para su transporte. Para simular este fenómeno se utiliza un lecho de fondo plano compuesto de esferas de vidrio marca Ballotini. Se emplean tres diferentes modelos de estas partículas (AF-AG-AD), cada una con un diámetro medio característico y gravedad específica  $G_S = 2,6$ , la cual es similar a la del sedimento natural. La granulometría del sedimento se obtuvo tamizando una muestra de las partículas y luego se pesa cada porción para obtener el porcentaje del total correspondiente. En la Tabla 3.2 se puede observar los valores de diámetro medio de cada tipo de sedimento utilizado y en la figura 3.6 se ve la granulometría de las partículas Tipo I. El resto de las curvas se encuentran en el anexo A.

Las partículas usadas tienen comportamiento no cohesivo, y por lo tanto, las fuerzas electroquímicas no influyen en la interacción entre ellas. Debido a lo anterior, el flujo es capaz de producir movimiento independiente entre las partículas, para lograr así generar las formas de fondo. Los sedimentos dispuestos en el lecho presentan un alto grado de uniformidad y así el diámetro medio utilizado es representativo del total de la muestra utilizada.

Tabla 3.2: Diámetro partículas utilizadas.

Partícula Tipo	Diámetro Medio, $d_s [\mu m]$
I	75
II	106
III	202

Previo a los experimentos, las partículas son saturadas con agua para evitar que la presencia de aire intersticial afecte el movimiento de ellas. Luego se disponen en la trampa de sedimentos y se aplana el lecho como condición inicial para la posterior generación de formas de fondo.

### 3.4. Procedimiento Experimental

Para la realización de los experimentos, en primer lugar se llena el estanque de descarga con la mezcla de fluido a utilizar. Luego se prepara el sedimento, como ya fue mencionado, y se emplazan en la trampa de sedimentos del canal para luego ser emparejados. Esta trampa de sedimentos tiene como objetivo evitar posibles influencias de las condiciones de borde hidráulicas impuestas por la salida desde el estanque de carga y la compuerta. Luego, se enciende la bomba para generar el flujo partiendo con un caudal pequeño, el cual se incrementa paulatinamente hasta observar movimiento de partículas.

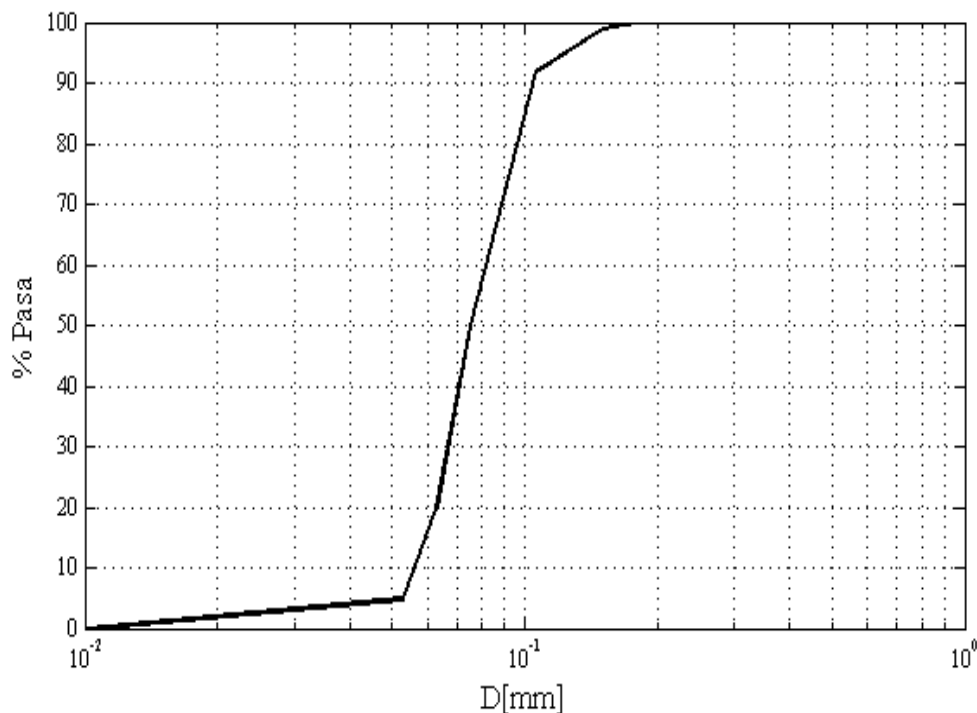


Figura 3.6: Granulometría partículas Tipo I.

Una vez que se produce arrastre generalizado de las partículas del fondo, se espera hasta que se generan las formas de fondo. El experimento acaba cuando estas alcanzan una condición permanente en lo que a amplitud, longitud y celeridad de onda se refiere. En cada experiencia se registran dichas características de las ondas sedimentarias, además de las condiciones del flujo. Vale decir, caudal, altura de escurrimiento y pendiente del canal. Además, a lo largo de la experiencia se mide la temperatura del fluido para verificar que esta no varíe sustancialmente.

La medición del caudal se realiza aforando tres veces y tomando un valor promedio de las medidas. Además se ajusta una curva de descarga (Figura 3.7) del vertedero final y se compara con las medidas del aforo para establecer mayor precisión en la toma de datos. La amplitud de la onda se mide con un limnómetro de precisión y se toman las medidas de las ondas generadas a lo largo de la trampa en el eje central de la dirección del flujo. Finalmente, se utiliza un valor promedio de estas amplitudes, que generalmente coincide con la amplitud de la onda para la altura media de escurrimiento. Las características de las formas de fondo, vale decir, celeridad, amplitud y longitud de onda, se registran cuando estas alcanzan una condición de equilibrio. Esto es, dejan de aumentar su tamaño y la longitud de onda y celeridad permanecen constantes.

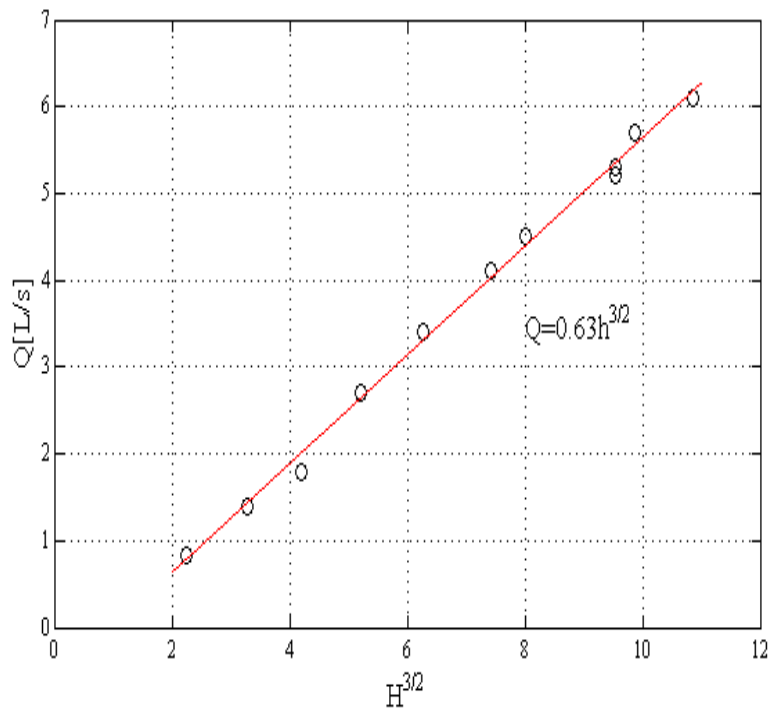


Figura 3.7: Curva de descarga vertedero de aguas abajo.

Para cada combinación de tipo fluido y sedimento, se varía tres veces la altura de escurrimiento (alta, media y baja) y tres veces la pendiente del canal. En la Tabla 3.3 se observan las distintas combinaciones fluido-partícula experimentadas, con el número de experiencias realizadas por cada condición. Además en el anexo B se puede ver el desglose de las condiciones de cada experimento.

Tabla 3.3: Condiciones experimentales para cada combinación fluido-partícula.

Condición			
Fluido-Partícula	Tipo Mezcla	Tipo Sedimento	Nro. Experimentos
1	CMC 0.22 %	I	17
2	CMC 0.22 %	II	15
3	CMC 0.22 %	III	13
4	CMC 0.25 %	I	14
5	CMC 0.25 %	II	12
6	CMC 0.25 %	III	13
7	CMC 0.30 %	I	15
8	CMC 0.30 %	II	12
9	CMC 0.30 %	III	10
10	Agua	I	6
11	Agua	II	6
12	Agua	III	3
Total Experimentos			136

# Capítulo 4

## Desarrollo Teórico

### 4.1. Diagrama de Shields

El diagrama de Shields describe las condiciones críticas para que las partículas del lecho plano comiencen a ser transportadas debido al esfuerzo de corte ejercido por el flujo. Siendo más específico, el diagrama se refiere al transporte incipiente de partículas que están sometidas al esfuerzo de corte producido por un flujo uniforme en un canal. El diagrama de Shields (1936) se basa en una relación experimental entre el esfuerzo de corte adimensional,  $\tau_{*c}$ , que genera el comienzo del movimiento, y el número de Reynolds de la partícula  $Re_{*p}$ . Cabe destacar, que Shields en un comienzo ajustó los datos a una banda (Figura 4.1), la cual posteriormente fue ajustada a una curva por Rouse (1939). Luego Mantz (1978) modificó el tramo inicial de la curva ( $Re_{*p} < 1$ ), obteniendo finalmente lo que se muestra en la Figura 4.2. El diagrama de Shields es válido tanto para lechos hidrodinámicamente lisos como lechos hidrodinámicamente rugosos.

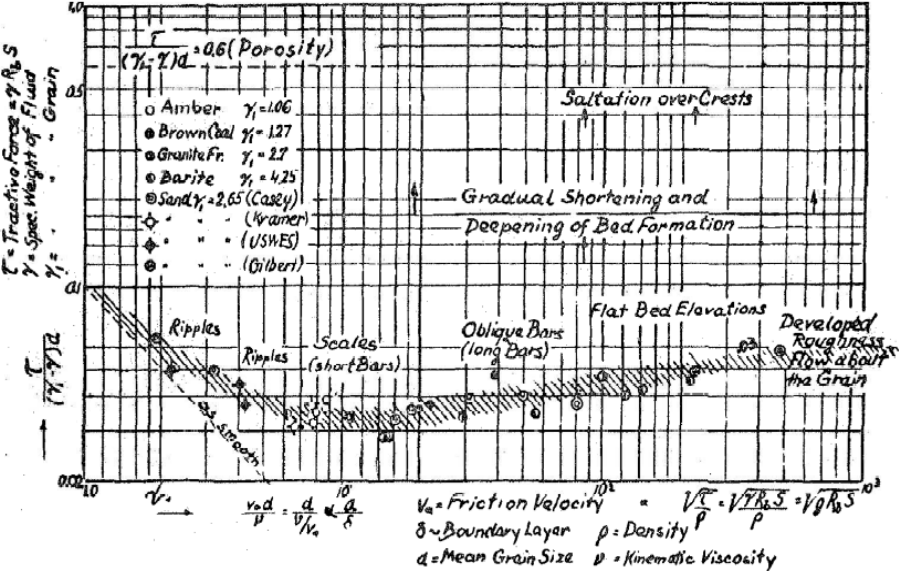


Figura 4.1: Diagrama original de Shields definido por una banda de transporte incipiente.



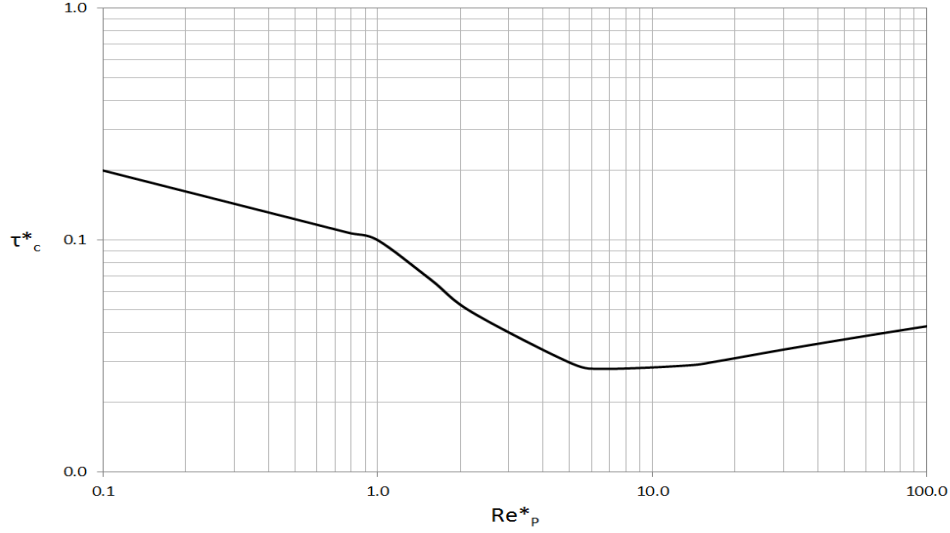


Figura 4.2: Curva ajustada por Rouse y posterior corrección de Mantz.

En la Figura 4.2, el esfuerzo de corte adimensional viene dado por:

$$\tau_* = \frac{\tau_0}{\rho g R d} \quad (4.1)$$

donde  $\tau_0$  es el esfuerzo de corte que ejerce el fluido sobre el lecho, determinado por la ecuación (2.13),  $\rho$  es la densidad del fluido,  $d$  el diámetro medio de las partículas del lecho con densidad  $\rho_s$ .  $R = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$  corresponde a la densidad específica sumergida del sedimento y  $g$  es la aceleración de gravedad.

Por otra parte, el número de Reynolds de la partícula,  $Re_{*p}$ , se define como:

$$Re_{*p} = \frac{\rho u_* d}{\mu} \quad (4.2)$$

con  $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$  la velocidad friccional o velocidad de corte, y  $\mu$  es la viscosidad dinámica.

## 4.2. Caracterización de las Formas de Fondo

Las formas de fondo muestran una forma de onda cuasi periódica y geometría bien definida. Para caracterizar estas ondas se deben definir ciertas dimensiones que ayudan a modelar y comprender el comportamiento de ellas. Para esto se muestra un esquema de las formas de fondo que ayuda a caracterizar su geometría.

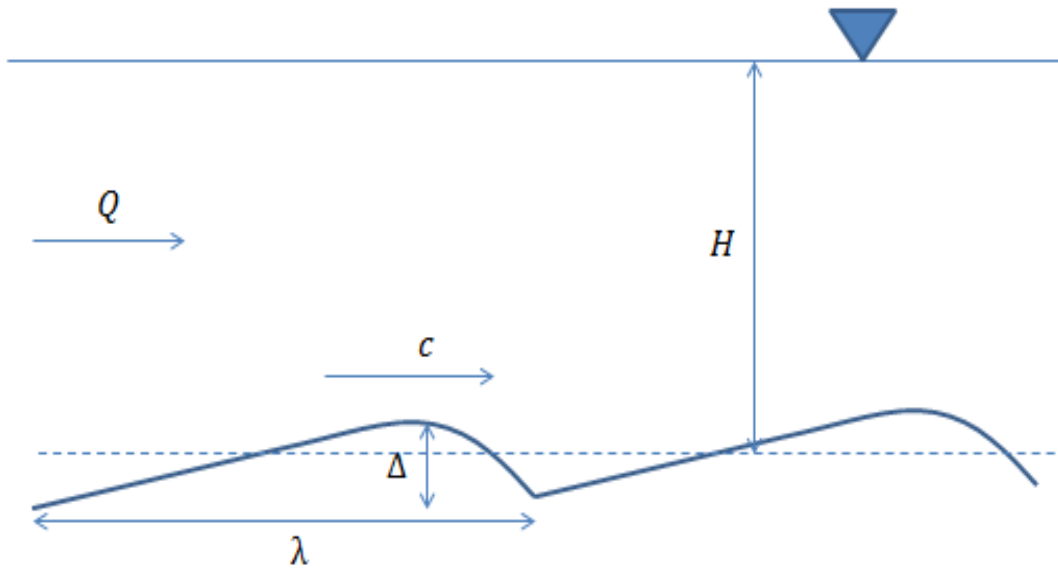


Figura 4.3: Dimensiones características de las formas de fondo.

En la figura 4.3,  $c$  representa la celeridad de la onda con unidades de  $[L/T]$ ,  $\Delta$  corresponde a la amplitud y  $\lambda$  define la longitud de onda, ambas con unidades de longitud  $L$ .

### 4.3. Influencia de las Formas de Fondo

Hay una estrecha relación entre el flujo, sedimento y formas de fondo. Como ya se ha mencionado, el flujo genera un movimiento del sedimento presente en el lecho y estos llevan a la formación de formas de fondo. En adición a esto, las partículas del sedimento y las formas de fondo responden al flujo al introducir resistencia a través del factor de fricción, generando así una interconexión entre estos tres elementos.

Esta es la principal importancia que se le atribuye a las formas de fondo y que hace interesante su estudio: la resistencia adicional que genera al flujo. Esto se debe a que se produce una separación del flujo inmediatamente aguas abajo de la onda sedimentaria (Figura 4.4), produciendo, de esta forma, una fuerza de arrastre sobre el lecho, lo que implica una resistencia adicional por efecto de la forma, la cual se añade a la resistencia propia del grano, resultando en una fricción mayor a la que se tiene sin la presencia de formas de fondo.

Para analizar el esfuerzo de corte total actuando en el fondo, Einstein (1950) realizó una disociación del esfuerzo de corte para tomar en cuenta la fricción asociada al grano ( $\tau'$ ) y por otra parte la asociada a la forma de fondo ( $\tau''$ ). De este modo, considera una superpo-

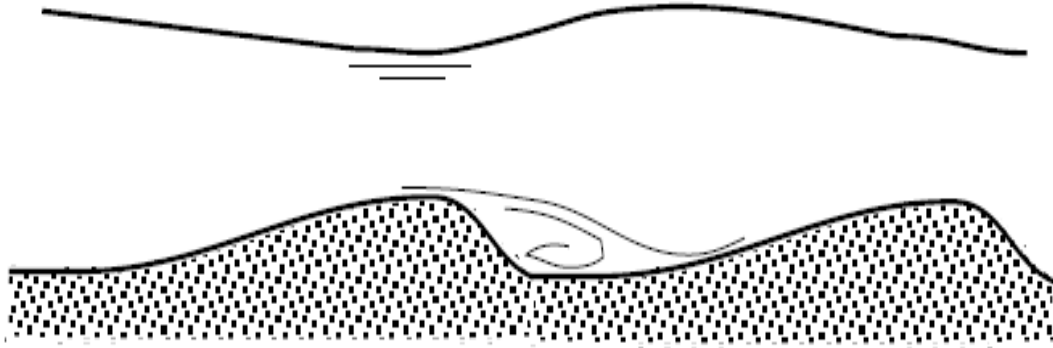


Figura 4.4: Separación del flujo aguas abajo de la forma de fondo.

sición lineal de estos efectos, de tal manera que  $\tau = \tau' + \tau''$ . En analogía a lo realizado por Einstein (1950), se plantea que en régimen laminar, para la determinación del esfuerzo de corte total existe una contribución por fricción por efecto del propio lecho ( $\tau_f$ ), determinado por las relaciones clásicas de la mecánica de fluidos, y otra contribución debido a la presencia de las formas de fondo ( $\tau_{ff}$ ). De tal manera que:

$$\tau = \tau_f + \tau_{ff} \quad (4.3)$$

La contribución por fricción se determina por las relaciones clásicas de la mecánica de fluidos, mientras que la influencia de la forma de fondo depende básicamente de las características geométricas de las ondas. Más adelante se proponen relaciones que permiten caracterizar las ondas para ciertas condiciones del flujo y tipo de fluido.

# Capítulo 5

## Presentación de los Experimentos y Análisis de Resultados

### 5.1. Condiciones hidráulicas en las experiencias

Las dimensiones del canal y el tipo de bomba utilizada permiten trabajar en un rango acotado de condiciones hidráulicas. En este sentido, la Tabla 5.1 muestra el rango cubierto de la velocidad media del flujo  $U$ , el número de Reynolds modificado  $Re_K$ , el número de Froude  $Fr$  y la altura de escurrimiento.

Tabla 5.1: Rango de condiciones hidráulicas de los experimentos.

Parámetro	Rango
$U[m/s]$	0.02-0.65
$Re_K$	68-1500
$Fr$	0.06-0.7
$h[cm]$	0.5-9

Los experimentos realizados con fluidos no-newtonianos son todos en régimen laminar, mientras que sólo un porcentaje de los experimentos con agua pasaron al régimen turbulento. La Tabla 5.2 muestra la combinación de las condiciones hidráulicas de 10 experimentos. En el anexo B se muestra el total de las experiencias realizadas con las respectivas condiciones hidráulicas.

De un total de 136 experimentos realizados con éxito, en gran parte de ellos se generaron formas de fondo, en otros no había movimiento de partículas y además en algunos se producía arrastre generalizado sin generar ondas sedimentarias. La Tabla 5.3 muestra esta subdivisión de los experimentos.

Tabla 5.2: Condiciones experimentales de algunos experimentos.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$
1	0.050	0.368	0.536	550	0.143	0.412
2	0.030	0.226	0.417	300	0.145	0.420
3	0.030	0.303	0.569	288	0.167	0.534
4	0.070	0.419	0.506	845	0.229	0.174
5	0.060	0.489	0.628	893	0.266	0.224
6	0.045	0.261	0.393	336	0.225	0.196
7	0.045	0.169	0.255	202	0.183	0.119
8	0.070	0.404	0.487	807	0.101	0.450
9	0.045	0.190	0.285	230	0.086	0.347
10	0.028	0.251	0.479	217	0.124	0.645

Tabla 5.3: División de experimentos según resultados obtenidos.

Tipo Fluido	Con FF	Sin FF	Sin Movimiento
CMC 0.22 %	31	1	13
CMC 0.25 %	21	6	12
CMC 0.30 %	17	8	12
Agua	15	0	0

Nota: En la Tabla 5.3 la columna correspondiente a "Sin FF" se refiere a que sólo existía arrastre generalizado, sin generar formas de fondo.

## 5.2. Partículas en Condición de Movimiento

Como se mencionó en el capítulo anterior, la curva de Shields muestra bajo qué condiciones las partículas del lecho se encuentran en movimiento. Un primer paso a la obtención de condiciones de generación de formas de fondo es comprobar, utilizando el diagrama mencionado, si las condiciones hidráulicas con las que se trabaja son capaces de producir movimiento de partículas. Para esto se presentan en el diagrama de Shields las condiciones de los experimentos realizados, lo cual se observa en la Figura 5.1. En esta figura,  $\tau_*$  está dado por la ecuación (4.1) mientras que el número de Reynolds de la partícula adimensional es redefinido, adaptándose a fluidos no-newtonianos, de tal manera que:

$$Re_{*p} = \frac{\rho u_*^{2-n} d^n}{K} \quad (5.1)$$

En la Figura 5.1, la curva continua corresponde a la curva de Rouse ajustada en el diagrama de Shields y corregida por Mantz para  $Re_{*p}$ .

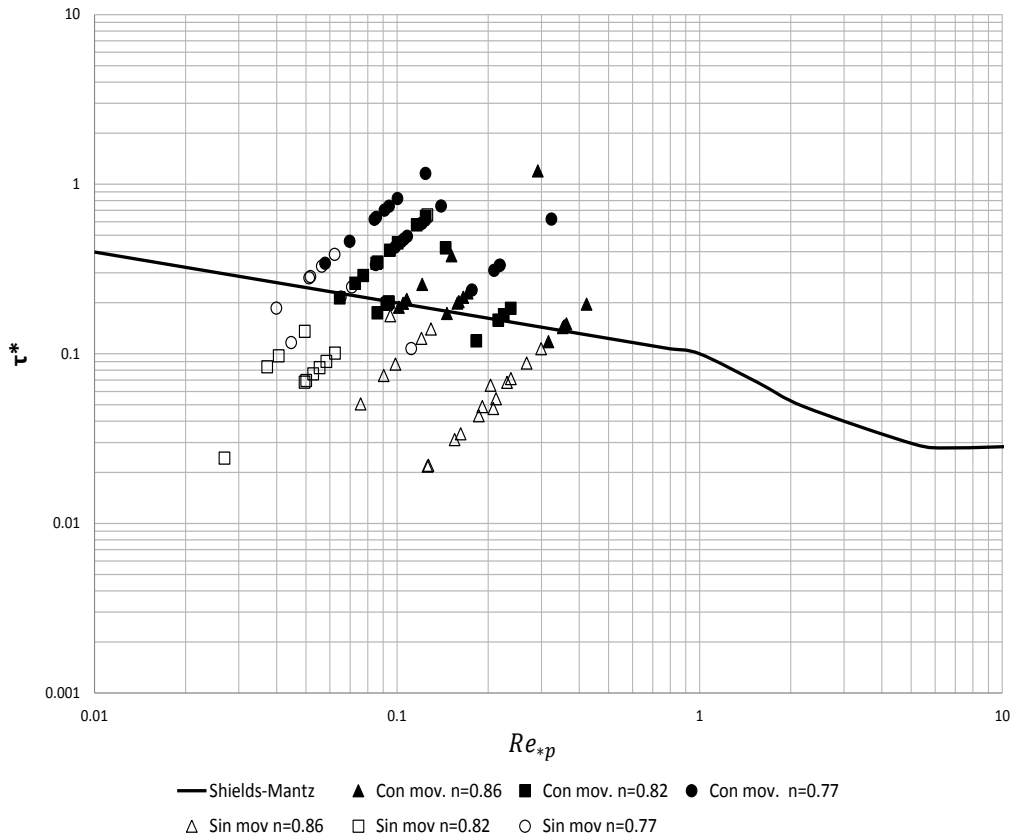


Figura 5.1: Condición de arrastre para flujos de fluidos pseudoplásticos.

Se observa en la Figura 5.1 que efectivamente los puntos en los que se observó movimiento de partículas (puntos rellenos) se encuentran sobre la curva de Shields-Mantz y los puntos en los cuales no hubo movimiento (puntos vacíos) se sitúan bajo dicha curva. Luego, se puede concluir que se cumplen las condiciones que producen movimiento de partículas, y se podrían generar formas de fondo.

Otra característica que resalta a la vista, es la tendencia lineal de los puntos en la Figura 5.1, lo cual se da para partículas de las mismas características sometidas a fluidos de la misma reología, independiente de las condiciones de flujo. Lo anterior, se deduce de lo siguiente:

$$Re_{*p} = \frac{\rho u_*^{2-n} d^n}{K} \quad (5.2)$$

$$\tau_* = \frac{u_*^{2-n} d^n}{gRd} \quad (5.3)$$

Despejando  $u_*$  de 5.2 y reemplazando en 5.3 se obtiene:

$$\tau_* = \frac{d^{\frac{n+2}{n-2}} d^n}{gR} \left( \frac{K}{\rho} \right)^{\frac{2}{2-n}} Re_{*p}^{\frac{2}{2-n}} \quad (5.4)$$

La ecuación 5.4 indica que en un gráfico log-log, para un fluido y partícula dada, los datos se ubican en una recta de pendiente  $m = \frac{2}{2-n}$ , que para fluidos pseudoplásticos se cumple  $1 < m < 2$ .

### 5.3. Condiciones de Generación de Formas de Fondo

Con la finalidad de encontrar para qué condiciones de flujo se generan formas de fondo, se toma en consideración que depende tanto de las características del flujo como las del fluido. Por esta razón se construye un gráfico del número de Froude,  $Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}$ , que contiene información de las características del flujo, en función del número de Reynolds modificado,  $Re_k = \frac{\rho U^{2-n} h^n}{K}$ , que incluye las propiedades del fluido. El resultado se muestra en la Figura 5.2.

De la Figura 5.2 se puede reconocer en primer lugar que el movimiento de las partículas con las que se trabajó se produce para  $Fr > 0,2$ . A pesar de encontrarse en movimiento, el sedimento es capaz de originar formas de fondo solo cuando  $Re_k > 60$  ya que para valores menores a este no se generan ondas y solo se observa arrastre generalizado manteniendo el lecho plano. Las rectas de la Figura 5.2 están representadas por las ecuaciones:

$$Fr = 0,2 \quad Fr = 1,15 \log(Re_K) - 1,84 \quad (5.5)$$

Luego, se propone que las formas de fondo en fluidos no-newtonianos se generan para:

$$Re_K \geq 10^{\frac{Fr+1,84}{1,15}} \quad (5.6)$$

y  $Fr \geq 0,2$ .

Es importante destacar que, como se observa en la figura 5.2, la recta inferior que se ha propuesto ( $Fr = 0,2$ ), que divide las condiciones en la cual un lecho genera formas de fondo de uno sin movimiento de partículas, es válida tanto para flujos de agua como de fluidos pseudoplásticos.

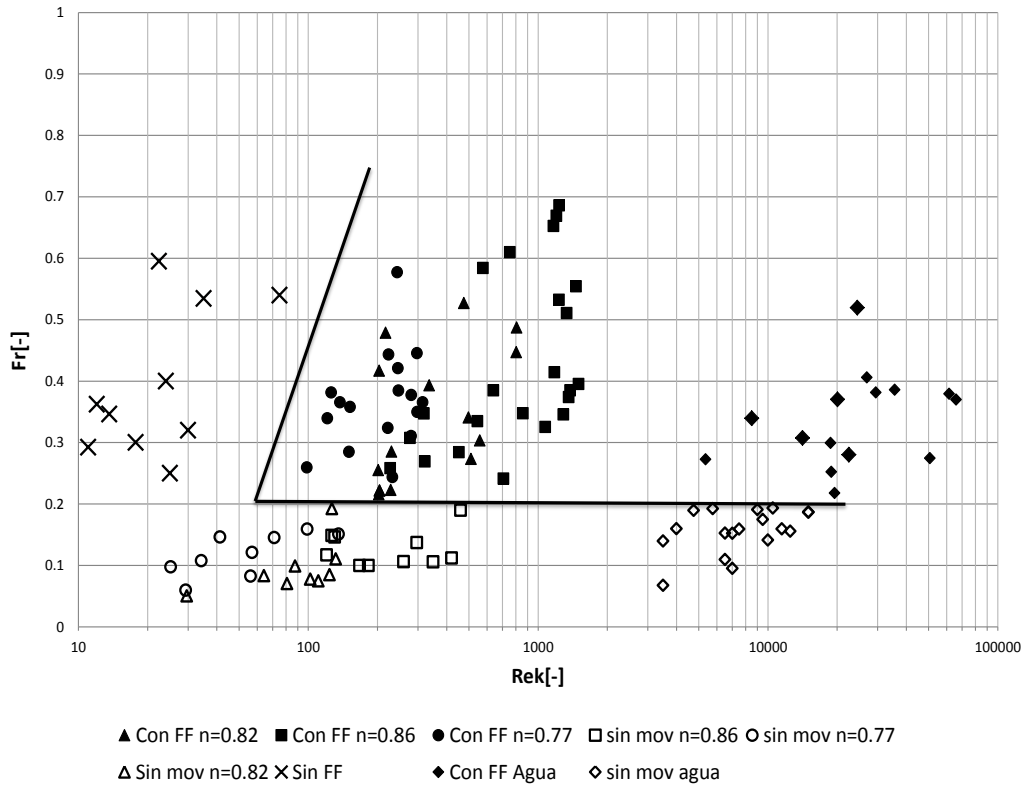


Figura 5.2: Número de Froude  $v/s$  el número de Reynolds modificado. Las rectas dividen las condiciones de un lecho con formas de fondo de uno sin ondas.

## 5.4. Observaciones de la formación y evolución de formas de fondo

Las experiencias realizadas en régimen laminar sobre un lecho granular móvil muestran que, cuando se cumplen ciertas condiciones, se genera un patrón de ondas, las que llamamos formas de fondo. Solo en el caso de caudales muy pequeños (menores a  $0,3 \text{ l/s}$ ) y alturas de escurrimiento bajas se observa sólo arrastre generalizado sin la formación de ondas. Posiblemente esto último se debe a que hay transporte por resuspensión viscosa.

Cuando las condiciones eran adecuadas para la generación de formas de fondo, se advertía la aparición de ‘estrías’ en el lecho plano, a los pocos minutos de iniciada la experiencia. Luego, se veía la deformación del lecho en la zona central del canal que a medida que transcurría el



tiempo comenzaba a tomar una forma de onda definida. Posteriormente, esta onda comenzaba a expandirse en el ancho del canal y a avanzar en la dirección del flujo.

En muchos casos, las ondas inicialmente separadas comenzaron a juntarse y de apoco incrementaba el tamaño de éstas. Finalmente, luego de un instante de tiempo, se notaba que estas formas de fondo estaban presentes en todo el lecho y avanzaban sin que se apreciara un aumento de su amplitud, momento que se consideraba como el estado de equilibrio.

El intervalo de tiempo en que las ondas iniciales alcanzaban el estado de equilibrio dependía de las condiciones del flujo. Así, para caudales grandes, las ondas alcanzaban rápidamente esta condición ( $t < 1$  h), mientras que para caudales más pequeños el equilibrio podía alcanzarse incluso después de 4 horas iniciada la experiencia.

Otra observación realizada durante la evolución de las formas de fondo corresponde a la manera de migrar de éstas. Este proceso se produce cuando las partículas de la parte posterior de la onda avanzan sobre la superficie de ésta hasta llegar al punto más alto de la estructura, para luego caer debido a la gravedad, quedando atrapadas en la zona de despegue del flujo, inmediatamente aguas abajo de la forma de fondo. Así, se van incorporando otras partículas a la onda para repetir el proceso mientras la onda va creciendo en tamaño y trasladando por el lecho.

## 5.5. Formas de Fondo obtenidas

Si bien las formas de fondo observadas en las experiencias realizadas tienen similitud a lo que en flujos de fluidos newtonianos refiere a rizos o dunas, no se puede hacer tal diferencia entre una y otra, debido a que el tamaño de las ondas es mucho menor. Por esta razón, se restringe a denominar a todas las ondas sedimentarias visualizadas en el lecho simplemente como formas de fondo.

Tras comenzar el movimiento de partículas y luego de un instante de tiempo que varía dependiendo de las condiciones del flujo, se empieza a observar ondas de pequeña amplitud y espaciadas a intervalos de unos pocos centímetros.

Esta situación se muestra en la Figura 5.3, la cual es una foto tomada luego de una hora de iniciado el movimiento de partículas. En ella se percibe un patrón de ondas relativamente equiespaciadas, en una longitud de aproximadamente dos centímetros.

Estas ondas siguen su movimiento en la dirección del flujo, y en el caso del experimento mencionado, después de tres horas alcanza un estado de equilibrio en que las ondas adquieren una mayor amplitud y una longitud de onda bastante mayor a la inicial, además de expandirse en todo el ancho del canal (Figura 5.4).

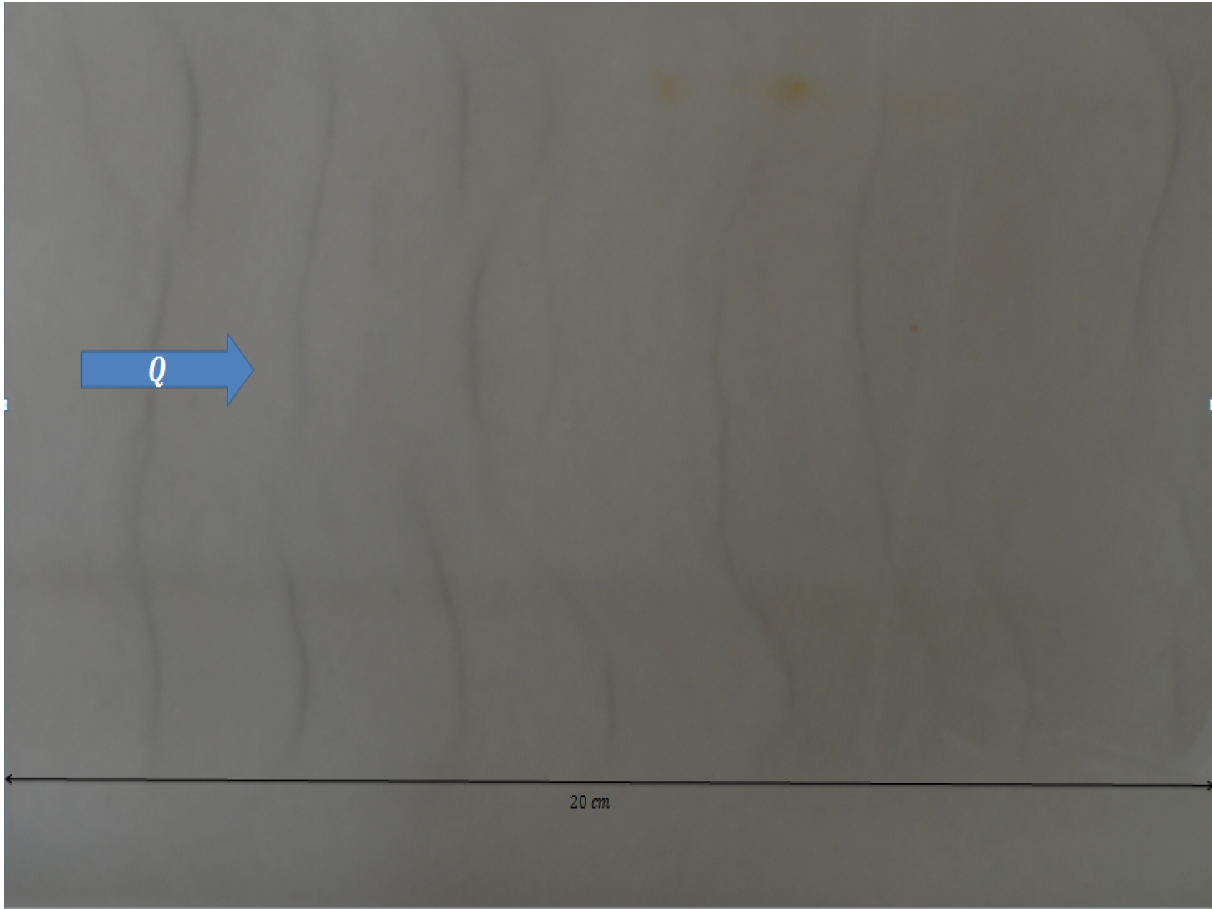


Figura 5.3: Estado de las ondas para  $t=1$  hr, vista en planta. Experimento número 18, con  $Q = 5,6$  l/s,  $h = 7$  cm y condición fluido-partícula número 4. El número de Froude es 0.49 y  $Re_K = 807$ .

En cuanto al perfil longitudinal de las formas de fondo observadas, estas presentan un aspecto similar a las dunas, como se puede apreciar en las Figuras 5.5 y 5.6. En ellas se muestran formas de fondo que alcanzan los 7 mm de amplitud y una longitud de onda de 9 cm.

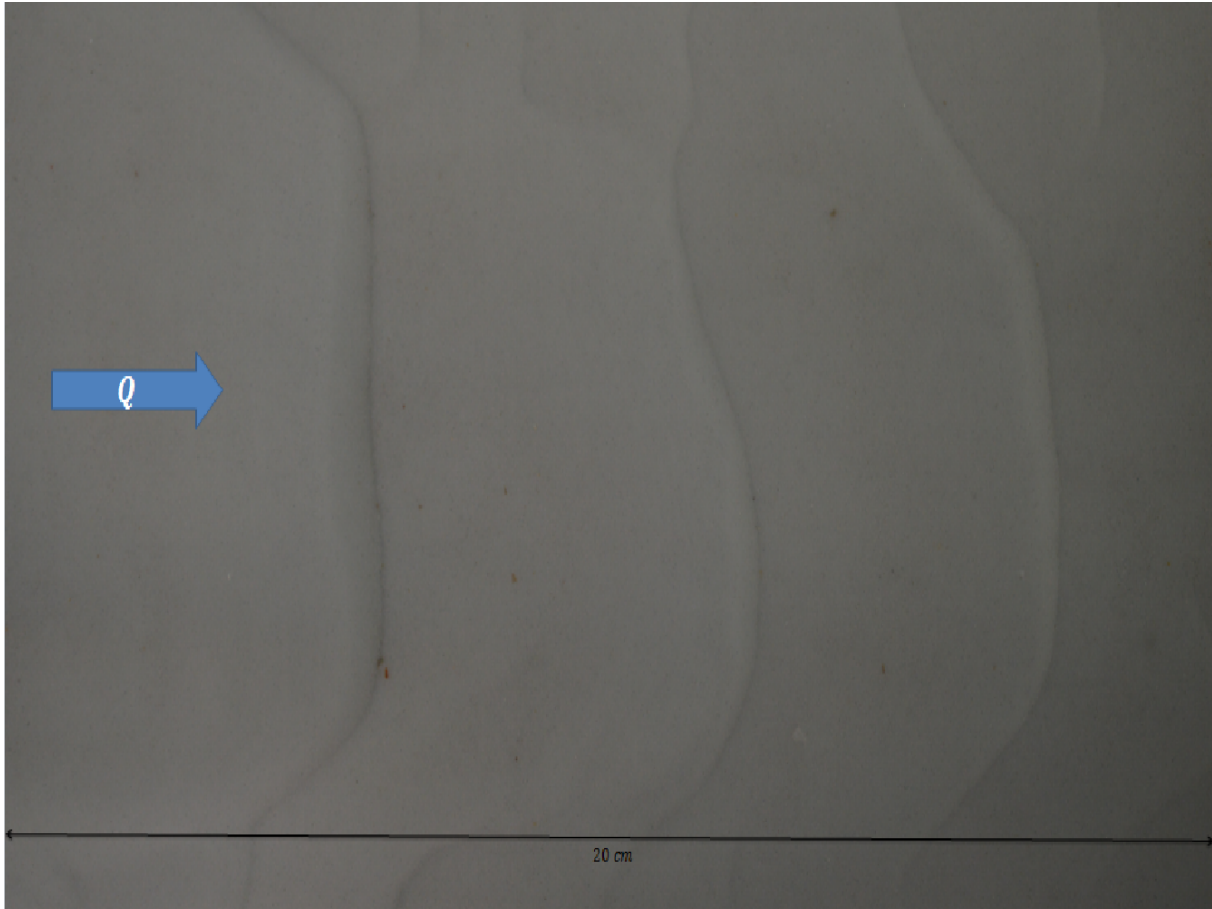


Figura 5.4: Estado de las ondas para  $t=3$  hr, vista en planta. Experimento número 18, con  $Q = 5,6$  l/s,  $h = 7$  cm y condición fluido-partícula número 4. El número de Froude es 0.49 y  $Re_K = 807$ .

Además de este tipo de formas de fondo, en algunos casos se observó la formación de pequeñas ondas aisladas denominadas ‘Barchan Dunes’, típicas formas de fondo generadas por la acción del viento en desiertos. La Figura 5.7 muestra este tipo de ondas obtenidas para la condición fluido-partícula número 6, en un flujo con  $Fr = 0,261$ ,  $Re_k = 225$  y pendiente de fondo  $i = 0,1\%$ .

Este tipo de dunas fue observada también en los experimentos de Mantz (1978), quien plantea que estas peculiares formas podrían deberse a que ellas son “blindadas” por los granos de mayor tamaño impidiendo el movimiento regular de la onda. Cabe señalar, que los sedimentos con diámetro característico  $d = 0,2$  mm es la muestra menos uniforme entre las tres utilizadas, presentando partículas de gran tamaño comparadas con el resto, lo cual se condice con la explicación de Mantz. La Figura 5.8 muestra las ondas obtenidas por Mantz y se ve la similitud evidente con las formas de la Figura 5.7.

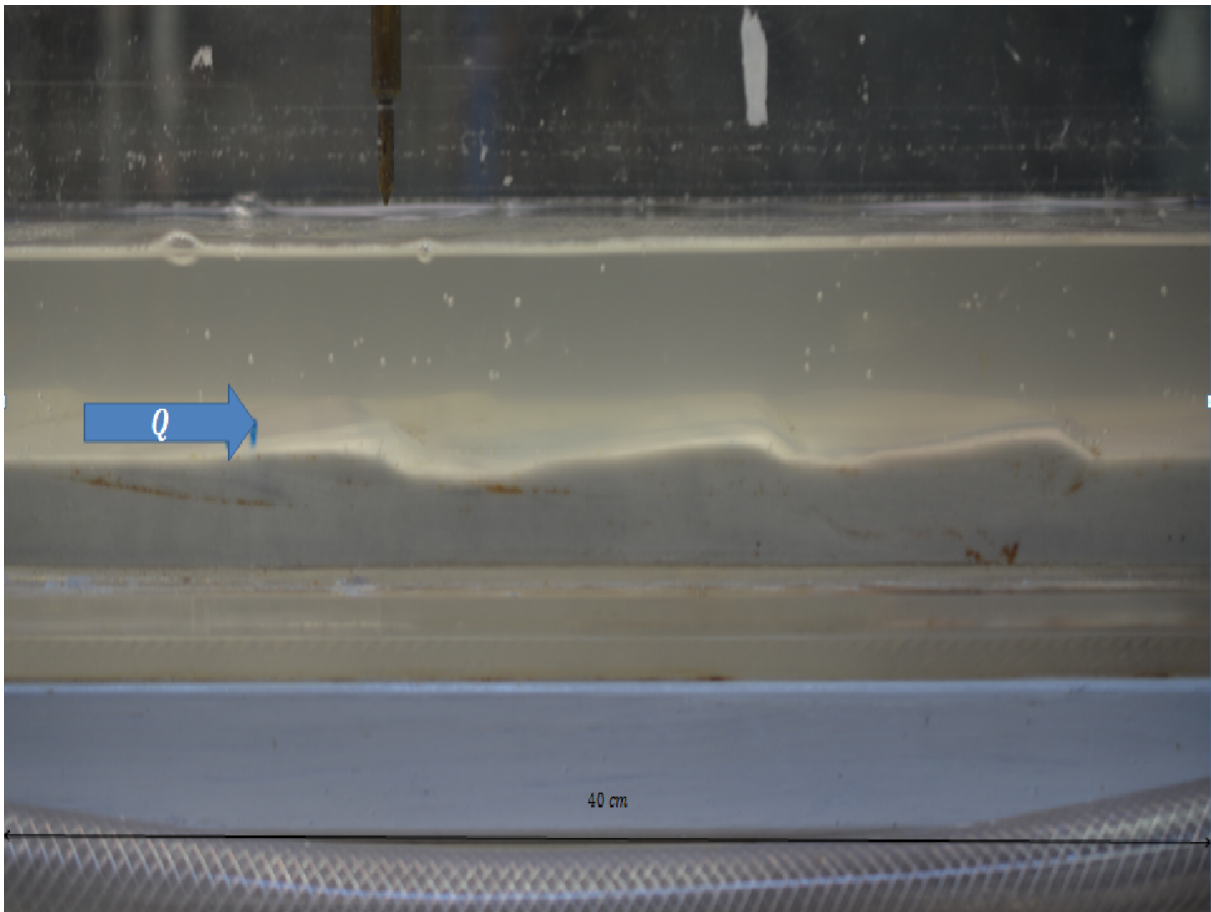


Figura 5.5: Perfil longitudinal de un tren de ondas. Experimento número 34, con  $Q = 4,1$   $l/s$  y condición fluido partícula número 2. El número de Froude es 0.69 y  $Re_K = 1235$ .

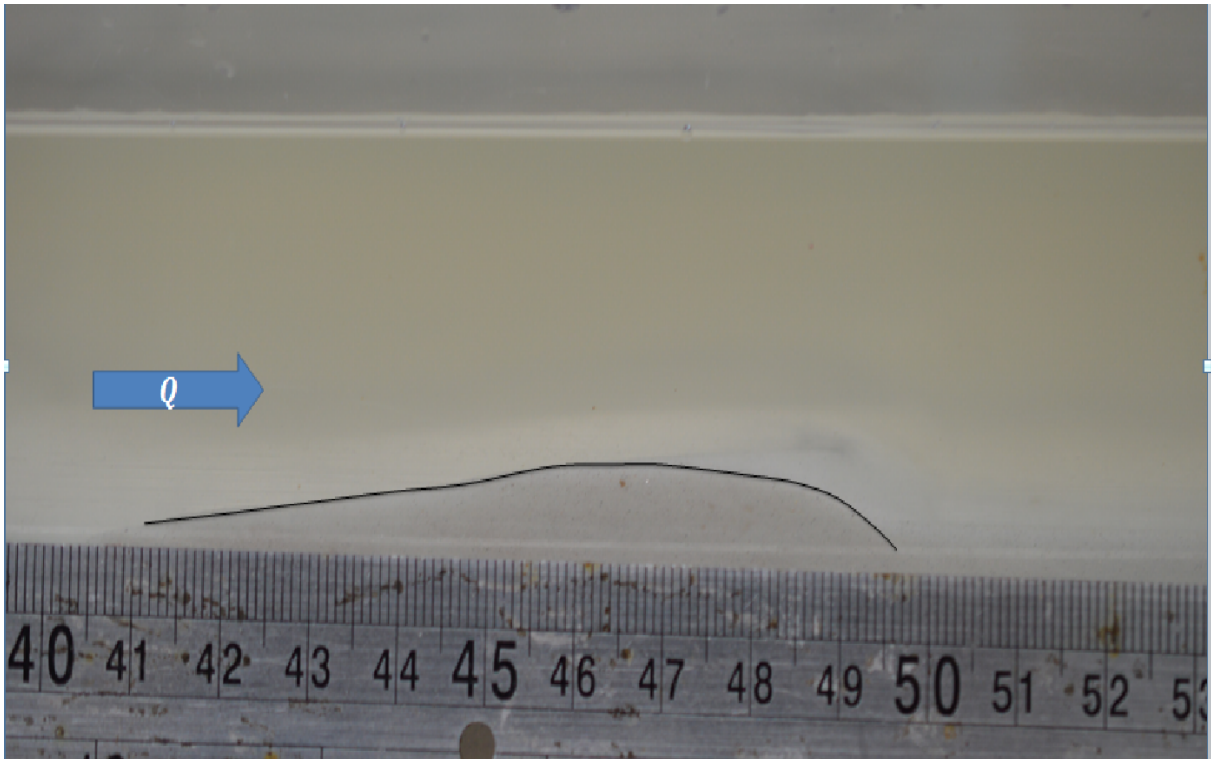


Figura 5.6: Perfil longitudinal de una onda. Experimento número 40, con  $Q = 4,3 \text{ l/s}$  y condición fluido partícula número 2. El número de Froude es 0.41 y  $Re_K = 1176$ .

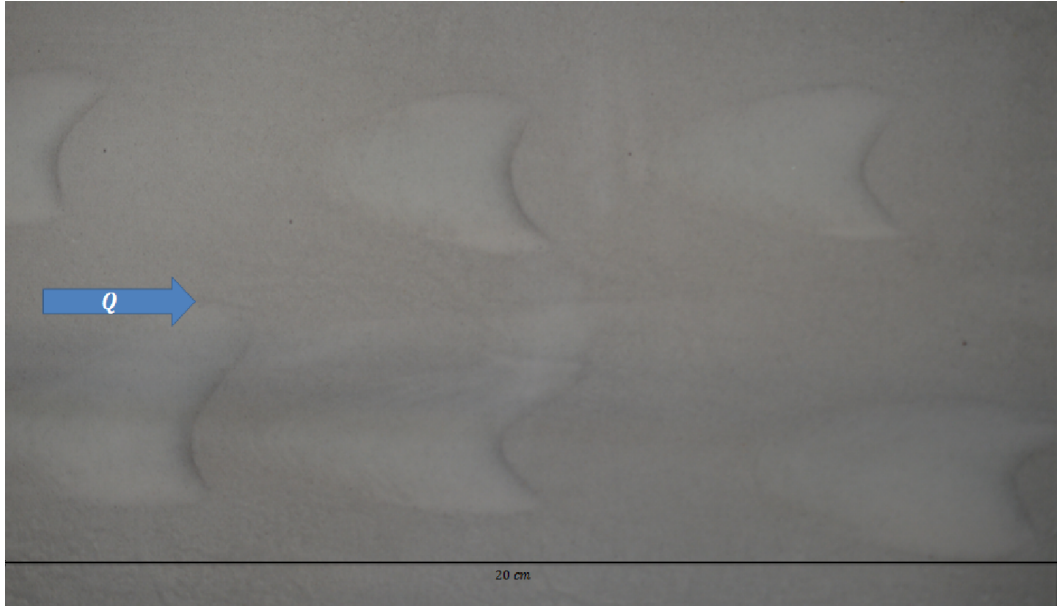


Figura 5.7: Formas de Fondo tipo Barchan Dunes. Experimento número 16, con  $Q = 2,4 \text{ l/s}$  y condición fluido partícula número 5. El número de Froude es 0.39 y  $Re_K = 336$ .

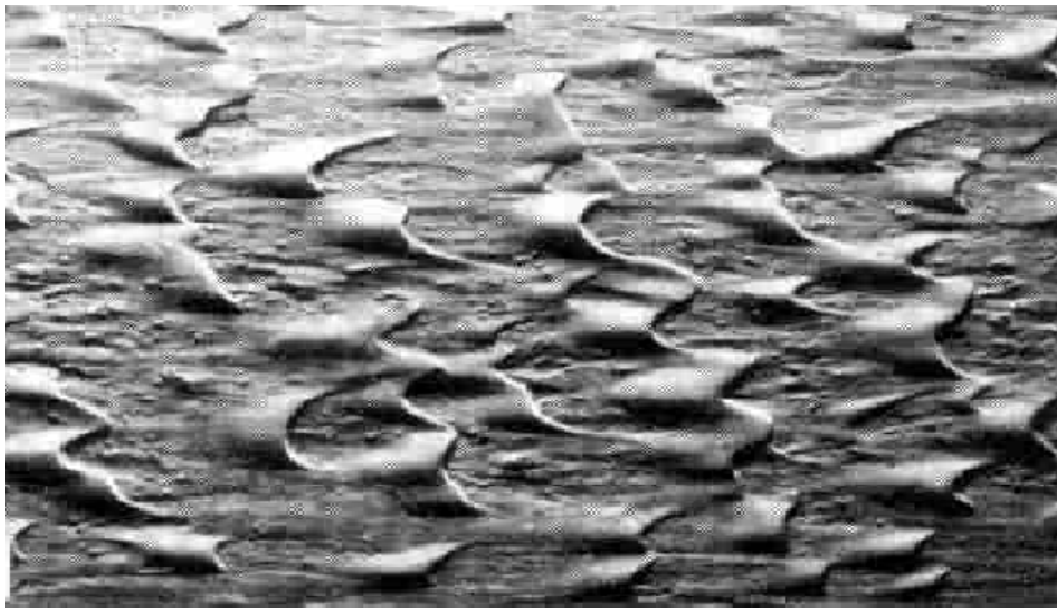


Figura 5.8: Barchan Dunes obtenidas por Mantz (1978). Experimento con partículas de diámetro medio  $d = 15 \mu\text{m}$ .

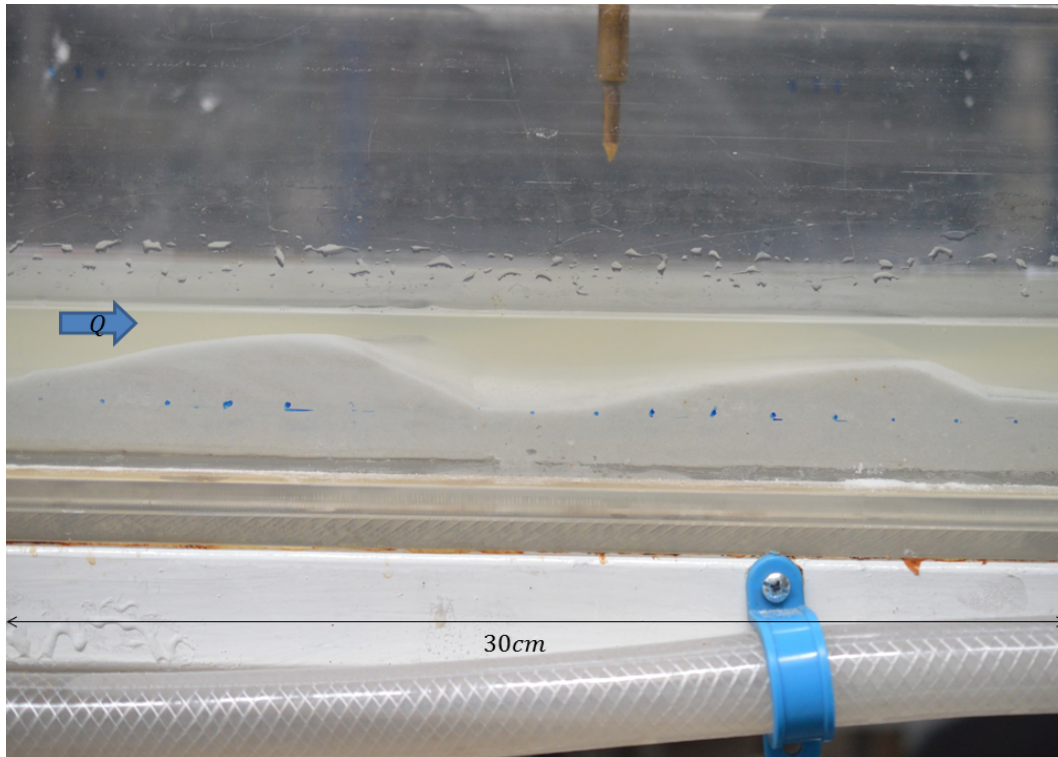


Figura 5.9: Formas de fondo obtenidas con agua. Experimento número 114, con  $Q = 0,7 \text{ l/s}$  y condición fluido partícula número 11. El número de Froude es 0.129 y  $Re_K = 1500$ .

Al ver la Figura 5.9, que corresponde a uno de los experimentos utilizando agua como fluido, se aprecia que el perfil longitudinal de las ondas generadas en fluidos no-newtonianos y newtonianos es similar. Sin embargo, la amplitud alcanzada en las formas de fondo de estos últimos fluidos es mayor que las que se generan en los fluidos más viscosos.

## 5.6. Relación adimensional para la longitud de onda

Muchos investigadores han propuesto que la longitud de onda de las formas de fondo tienen estrecha relación con el tamaño del grano representado en el diámetro medio del sedimento. En este sentido Coleman (1996), mediante relaciones empíricas encontró que la longitud de onda en flujos laminares depende primordialmente del tamaño de los sedimentos y es insensible al esfuerzo de corte aplicado.

Con el afán de encontrar una relación adimensional que relacione la longitud de onda, el diámetro de la partícula y las características del fluido, se calcula el siguiente número adimensional:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{h}$$

donde  $\lambda$  corresponde a la longitud de onda y  $h$  representa la altura media de escurrimiento.

Por otra parte, se define un número adimensional que toma en cuenta las características del fluido y el tamaño del sedimento mediante:

$$Re_{Kd} \equiv \frac{\rho U^{2-n} d^n}{K}$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $U$  la velocidad media del flujo,  $d$  el diámetro medio del sedimento, y  $n$  y  $K$  los parámetros del ajuste de potencias del fluido pseudoplástico.

De esta manera se puede llevar a un gráfico estos parámetros adimensionales definidos resultando lo que se muestra en la Figura C.1.

A partir de la Figura C.1 se propone que la relación entre la longitud de onda y las características del fluido, del flujo y del sedimento, viene dada por:

$$\frac{\lambda}{h} = 0,75 \left( \frac{\rho U^{2-n} d^n}{K} \right)^{0,38} \quad (5.7)$$

La relación anterior indica que para fluidos pseudoplásticos, la longitud de onda es mayor mientras mayor sea el diámetro de la partícula, lo cual se condice con lo encontrado por otros investigadores, tales como Julien & Klaassen (1995) y Coleman (1996). Además, esta expresión muestra que para características conocidas del flujo, fluido y sedimento, es posible predecir la longitud de onda que alcanzará la forma de fondo en su estado de equilibrio.



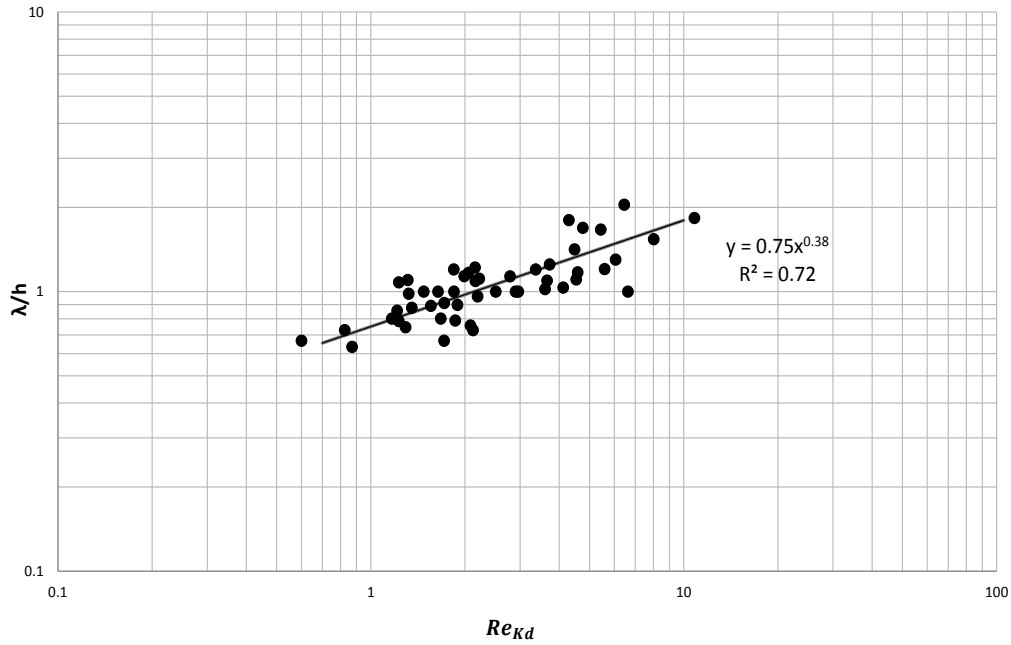


Figura 5.10: Relación adimensional entre longitud de onda, diámetro del sedimento y reología del fluido

## 5.7. Relación para la amplitud de onda

Con la intención de encontrar una relación entre la amplitud de la onda, parámetros del flujo y del fluido, se toma en cuenta la importancia que tiene la amplitud de la onda en el coeficiente de fricción, lo que finalmente determina la resistencia al flujo. Además este coeficiente de fricción está directamente relacionado con el esfuerzo de corte, ya que  $\tau = \rho C_f U^2$ , siendo  $C_f$  el coeficiente de fricción.

Se sabe que:

$$\tau_0 = \gamma h J \quad (5.8)$$

donde  $\gamma = \rho g$  corresponde al peso específico del fluido y  $J$  es la pendiente del plano de carga. Para un escurrimiento uniforme se cumple que:

$$J = i = \sin \theta$$

De tal manera que,

$$\tau_{0U} = \gamma h i \quad (5.9)$$

Usando la ecuación (2.13) para un escurrimiento gradualmente variado:

$$\frac{\tau_0}{\tau_{0U}} = \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_K \sin \theta} \quad (5.10)$$

y reemplazando (5.8) y (5.9) en (5.10) se obtiene:

$$\frac{\gamma h J}{\gamma h \sin \theta} = \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_k \sin \theta} \quad (5.11)$$

Simplificando resulta:

$$J = \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_K} \quad (5.12)$$

Se define entonces:

$$C_\Delta \equiv \left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_K} \quad (5.13)$$

Por otra parte, se define un número de Reynolds asociado a la forma de fondo  $Re_{K\Delta}$ , de tal manera de tomar en cuenta el efecto de la amplitud de la forma de fondo en la resistencia al flujo.

$$Re_{K\Delta} = \frac{\rho U^{2-n} \Delta^n}{K} \quad (5.14)$$

donde  $\Delta$  corresponde a la amplitud de la onda.

La Figura C.2 muestra el resultado de graficar los dos números adimensionales definidos anteriormente.

Mediante el ajuste de la curva se obtiene la siguiente relación:

$$C_\Delta = 0,02(Re_{k\Delta})^{-0,94}$$

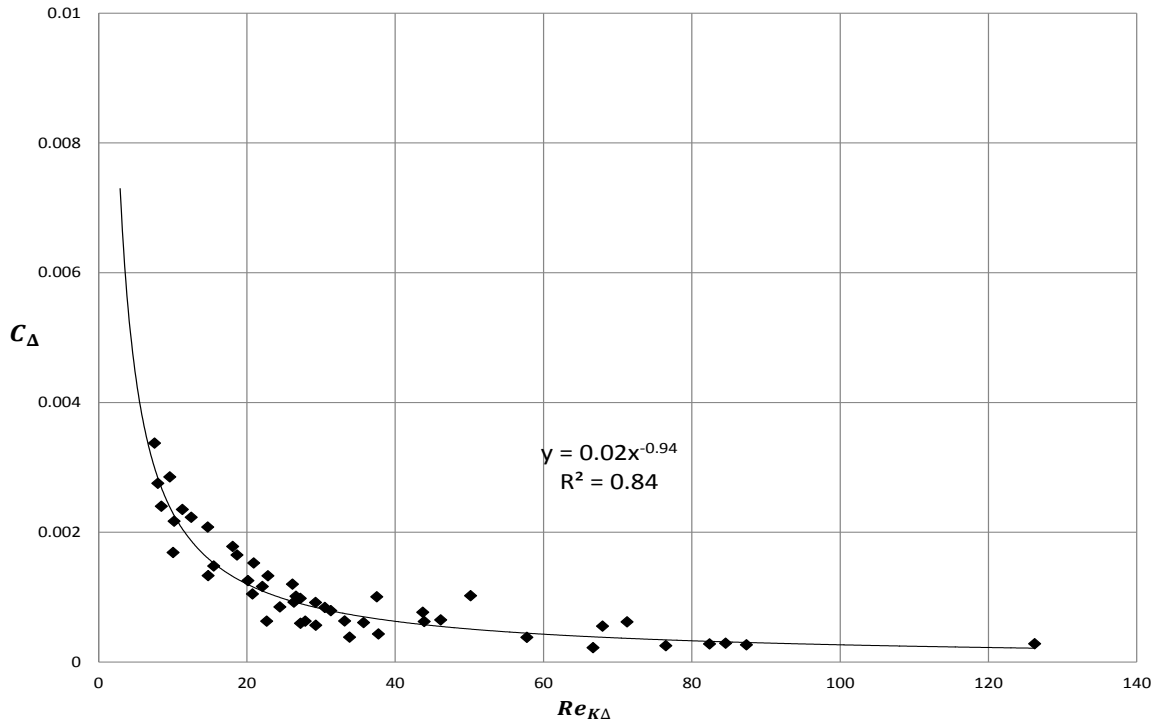


Figura 5.11: Relación experimental entre  $C_{\Delta}$  y  $Re_{K\Delta}$ . En anexos se encuentra el gráfico con barras de error incluidas.

Al reemplazar los adimensionales por la manera en que estos se definen:

$$\left(\frac{2n+1}{n}\right)^n \frac{Fr^2}{Re_k} = 0,02 \left(\frac{\rho U^{2-n} \Delta^n}{K}\right)^{-0,94} \quad (5.15)$$

De esta manera, al igual que el caso anterior, para ciertas condiciones del flujo conocidas, y para un fluido dado, es posible cuantificar el valor de la amplitud que la forma de fondo alcanza en su estado de equilibrio.

Notar que el coeficiente  $C_{\Delta}$  del gráfico anterior presenta una similitud importante con el coeficiente de arrastre  $C_D$ , presente en la determinación de la fuerza de arrastre:

$$F_D = \frac{1}{2} = \rho C_D A U^2 \quad (5.16)$$

Para una mejor visualización de esto se cambia el gráfico anterior a escala logarítmica y se compara con las relaciones conocidas del coeficiente de arrastre.

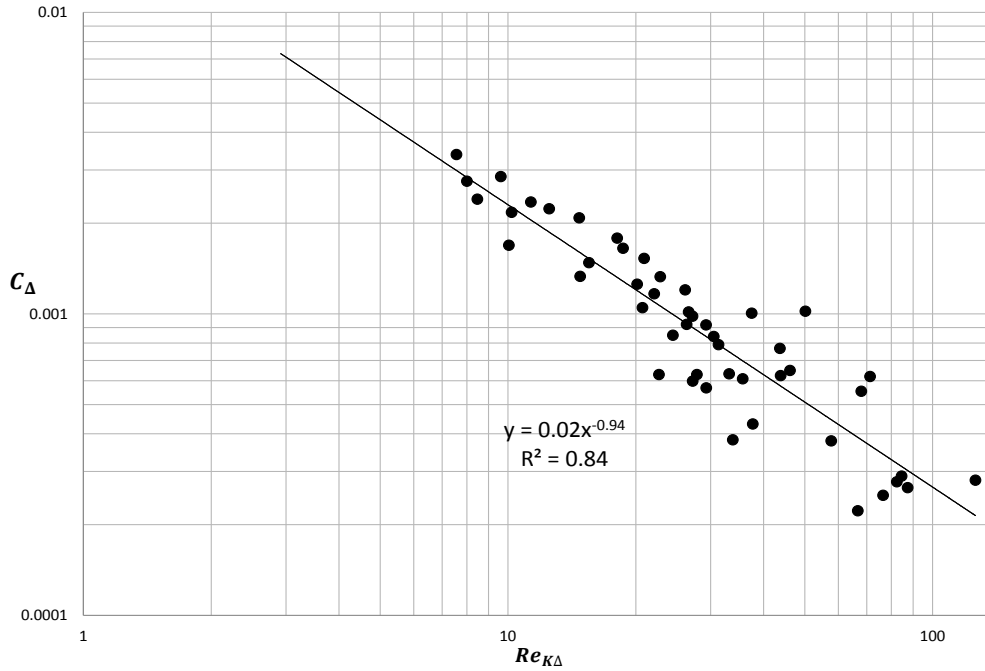


Figura 5.12: Relación experimental entre  $C_{\Delta}$  y  $Re_{k\Delta}$  en log-log.

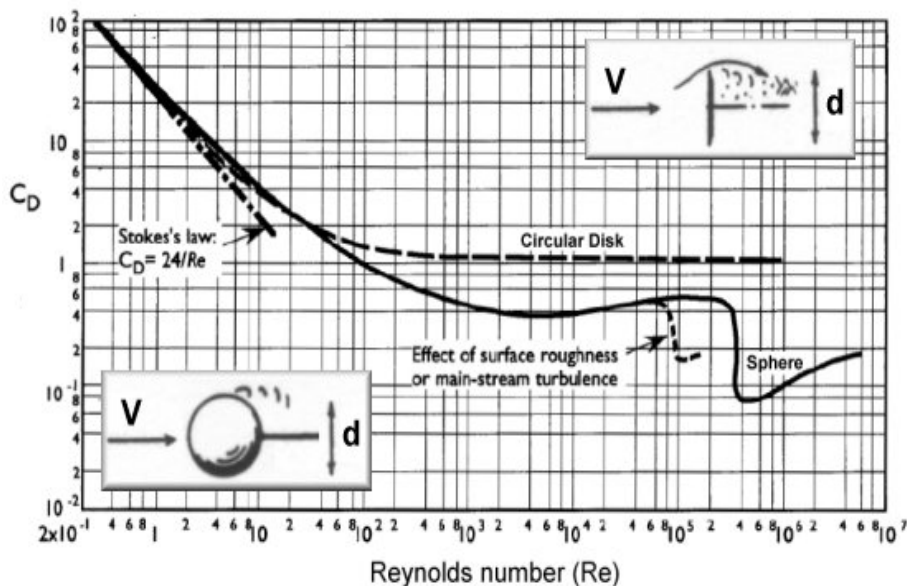


Figura 5.13: Coeficiente de arrastre en fluidos newtonianos.

Al ver a las formas de fondo como una barrera al flujo, es posible realizar una analogía a lo que sucede con el estudio del coeficiente de arrastre bajo la presencia de otro tipo de barreras (Figura 5.13). Se puede notar que en régimen laminar, el coeficiente de arrastre presenta una relación lineal con el número de Reynolds, con una pendiente de -1 en un gráfico log-log. Asimismo, en 5.12 se observa la dependencia cuasi-lineal del coeficiente  $C_\Delta$  con el número de Reynolds asociado a la forma de fondo  $Re_{K\Delta}$  con una pendiente de  $-0,94$ , es decir, bastante cercana al caso del coeficiente de arrastre.

A partir de lo anterior se puede apreciar la importancia de la forma de fondo en el arrastre de sedimentos. En el principio del movimiento, la fuerza de arrastre es efectiva solamente con las partículas más expuestas al flujo. Sin embargo, una vez que se generan las formas de fondo y comienzan a aumentar de tamaño, la partícula de sedimento por si sola no es suficiente para la determinación del arrastre de fondo ya que la forma de fondo como un todo comienza a influir en el flujo.

## 5.8. Relación entre celeridad y amplitud de onda

Las observaciones realizadas en las experiencias indicaban que a medida que la forma de fondo aumentaba su tamaño su velocidad disminuía. Además de esto, investigaciones anteriores en fluidos newtonianos presentan a través de modelos teóricos y datos experimentales que la celeridad de la onda disminuye con el aumento de la amplitud. Un ejemplo de esto se observa en Niño et al. (2002) quienes grafican los adimensionales que

siguen más abajo, encontrando una relación inversamente proporcional entre ellos.

$$C_b = \frac{cgRd}{u_*^3} \quad \Delta' = \frac{\Delta}{H} \quad (5.17)$$

donde  $c$  es la celeridad de la onda y  $\Delta$  su amplitud.

Para verificar lo observado en las experiencias y lo predicho por estos investigadores se procede a graficar los adimensionales ya mencionados. La Figura 5.14 muestra el resultado obtenido.

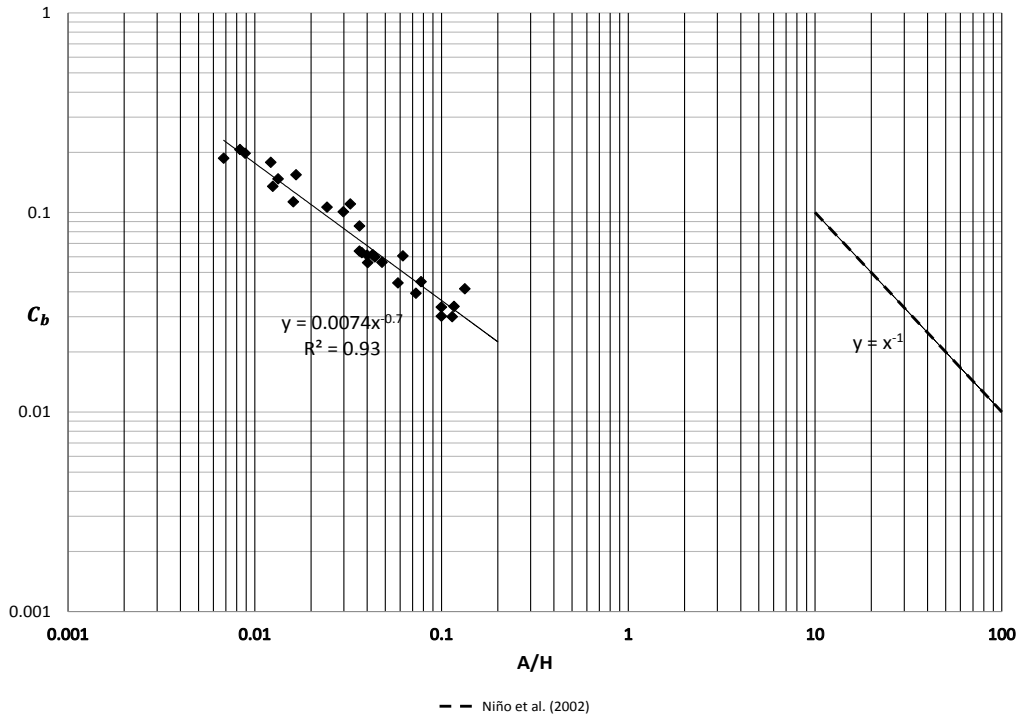


Figura 5.14: Relación adimensional entre celeridad de onda y su amplitud. La línea discontinua corresponde al resultado de Niño et al. (2002) en agua.

A partir de la Figura 5.14 se puede obtener la siguiente relación:

$$C_b = 0,0074 \cdot \left( \frac{\Delta}{h} \right)^{-0,7} \quad (5.18)$$

Reemplazando  $C_b$  y reordenando términos se llega a:

$$\frac{\Delta}{h} = 0,0009 \cdot \left( \frac{cgRd}{u_*^3} \right)^{-1,43} \quad (5.19)$$

La expresión (5.19) liga las características del flujo y del sedimento con las de la onda.

La Figura 5.14 permite comprobar que la celeridad de la onda disminuye a medida que la onda crece, lo cual se condice con la conclusión de Niño et al. (2002) en experiencias realizadas con fluido newtoniano (agua). Además, se observa que el rango de celeridades de onda obtenidas es similar en ambos fluidos pero que la amplitud de la onda que alcanza esas velocidades es mucho mayor en agua que en fluidos no-newtonianos.

Este comportamiento se debe a que al aumentar la amplitud de la onda, el trayecto que deben recorrer las partículas que avanzan sobre esta es mayor y por lo tanto disminuye la velocidad de migración de las formas de fondo.

## 5.9. Uso de las características de la forma de fondo para la estimación del gasto sólido

Si las condiciones del flujo superan a las de arrastre incipiente se genera arrastre generalizado del sedimento en el lecho. A diferencia de los mecanismos de transporte conocidos en flujos turbulentos (saltación, rotación y traslación), en las experiencias realizadas se observó transporte semejante a la resuspensión viscosa. Es importante poder cuantificar esta tasa de transporte denominado gasto sólido.

En el caso de fluidos newtonianos, la relación de Meyer-Peter y Müller (1948) es una de las más conocidas para la estimación del gasto sólido de fondo, aunque hay muchas otras para estimar este valor.

Para intentar encontrar una relación entre el gasto sólido de fondo y el exceso de esfuerzo de corte crítico, en primer lugar se acepta que el gasto sólido de fondo se estima correctamente mediante el producto de la celeridad  $c$  y la amplitud de la forma de fondo  $\Delta$ , es decir:

$$q = c\Delta \quad (5.20)$$

donde  $q$  es la tasa de transporte de sólidos por unidad de ancho.

Al adimensionalizar el gasto sólido se tiene:

$$q_* = \frac{q}{\sqrt{gd^3}} = \frac{c\Delta}{\sqrt{gd^3}} \quad (5.21)$$

con  $d$  el diámetro medio del sedimento.

Por otra parte, se calcula el exceso de esfuerzo de corte adimensional, esto es  $\tau_* - \tau_{*c}$  con  $\tau_* = \frac{\tau_0}{\gamma R d}$  y  $\tau_0$  el esfuerzo de corte actuando en el fondo. El sub índice 'c' representa la condición crítica o de arrastre incipiente.

Con esto es posible obtener la Figura 5.15, que relaciona el gasto sólido adimensional con el exceso de esfuerzo de corte. A partir de este se puede proponer la siguiente relación para la estimación del gasto sólido de fondo:

$$q_* = \frac{c\Delta}{\sqrt{gd^3}} = 3,2(\tau_* - \tau_{*c})^{1,3} \quad (5.22)$$

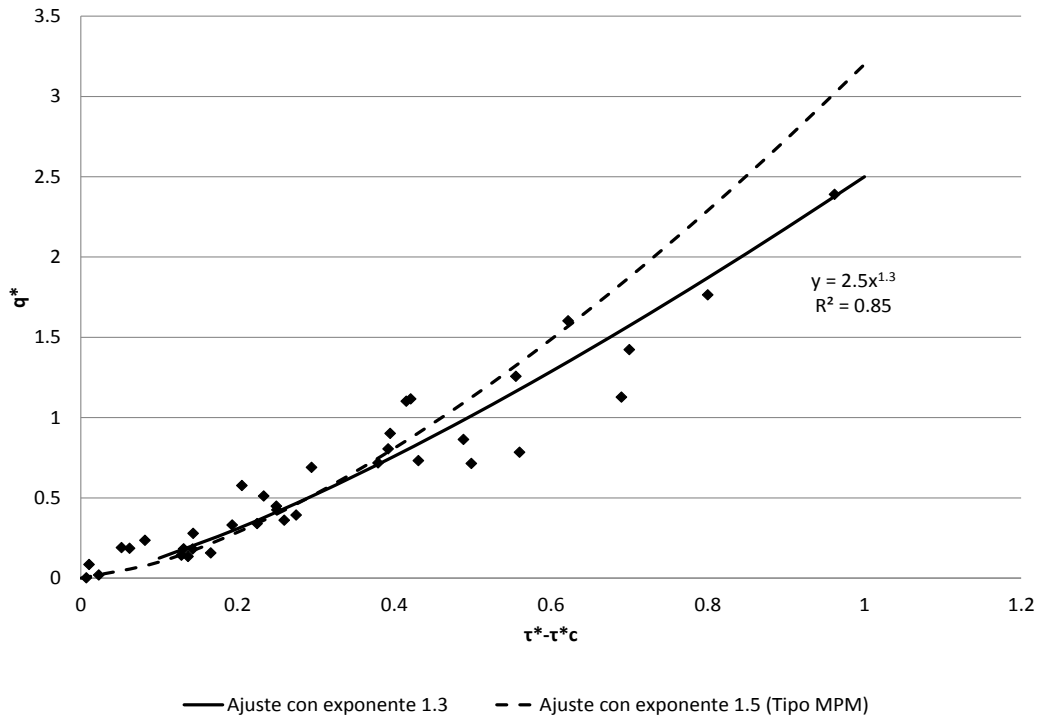


Figura 5.15: Relación experimental entre el gasto sólido de fondo y el exceso de esfuerzo de corte.

Notar que el ajuste experimental obtenido se asemeja bastante a las expresiones propuestas por otros investigadores para estimar el gasto sólido de fondo, como la de Meyer-Peter y Müller, Fernandez-Luque y van Beek (1976) entre otros que son de la forma que muestra (5.23).



Además de asimilarse a las expresiones de dichos investigadores, esta relación tiene una explicación con base teórica que puede ser revisada en Niño (2005). Aquí se puede entender la forma de la relación para la determinación del gasto sólido.

$$q_* = a(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \quad (5.23)$$

A partir de este buen ajuste, se puede afirmar que mediante las características de las ondas sedimentarias se puede estimar de manera correcta el gasto sólido de fondo siempre y cuando las ondas se expandan por el ancho del canal.

Notar también que, al calcular el gasto sólido a partir de las expresiones obtenidas para la celeridad y amplitud de onda, se llega a un resultado distinto, ya que esta última expresión no depende de la diferencia de esfuerzos de corte. La diferencia de estos resultados puede deberse a que las expresiones utilizadas para el cálculo de celeridad no tienen un sustento físico como lo es el caso de las expresiones del tipo (5.15).

# Capítulo 6

## Conclusiones

En este trabajo se han realizado una serie de experimentos para poder encontrar relaciones que indiquen bajo qué condiciones se pueden generar formas de fondo, debido a la existencia de un flujo de un fluido no-newtoniano. Por otra parte, se ha podido caracterizar estas ondas desde el punto de vista geométrico y cinemático, logrando encontrar relaciones entre estas características, y más aún, utilizarlas para estimar otro tipo de variables que no han sido medidas.

La caracterización del régimen de flujo se ha basado en la relación de Haldenwang et al. (2010) y según el procesamiento de datos se comprobó que los experimentos han sido realizados en régimen laminar. Además, en cuanto a la variación de la altura de escurrimiento, se ha trabajado con escurrimientos de tipo uniforme y gradualmente variados. Para el caso de estos últimos los esfuerzos de corte en el lecho se han calculado según lo indicado en el trabajo de Carrillo (2011).

En esta sección se detallan las principales conclusiones que se pueden destacar del trabajo experimental realizado.

En primer lugar, se encontró que bajo ciertas condiciones de flujo de un fluido no-newtoniano, y debido a su interacción con un lecho de granulometría uniforme y no cohesivo, se generan ondas sedimentarias, las que llamamos formas de fondo. En particular se obtuvo que para números de Froude  $Fr$  mayor a 0.2 y Reynolds  $Re_K$  mayor a 60 aparecen dichas formas de fondo. Más aún, se observa que la recta divisoria  $Fr = 0,2$  es válida tanto para la generación de ondas bajo la acción de fluidos pseudoplásticos como flujos de agua. Para números de Reynolds más bajos, debido a la circulación de caudales pequeños, no se generan formas de fondo pero si existe un arrastre generalizado importante de sedimento, independiente del número de Froude del flujo. Es importante señalar que para un fluido más viscoso que los utilizados, definido por un coeficiente  $n$  del ajuste potencia menor a 0.75, se observó también arrastre generalizado sin generación de formas de fondo. Como estas experiencias fueron parte de los experimentos preliminares, no se registraron. Ante este resultado, queda abierta la pregunta de si es posible la generación de formas de fondo para fluidos pseudoplásticos más viscosos que los utilizados.

Respecto al origen de las formas de fondo, mediante las observaciones realizadas en las experiencias, se puede señalar que éstas se originan como pequeñas 'estrías' que se visualizan en la parte central del canal, en donde existe una mayor velocidad del flujo. Luego, estas pequeñas ondas comienzan a crecer y a interactuar con ondas cercanas hasta generar las formas de fondo. Estas llegan a un estado de equilibrio cuando no siguen aumentando su tamaño y migran hacia aguas abajo a velocidad constante.

Las formas de fondo visualizadas, en su mayoría presentan similitud a las típicas dunas y/o rizos generadas bajo la acción de fluidos newtonianos. Además se observó también la presencia de 'barchan dunes', también características de flujos de fluidos newtonianos y se deben a la no uniformidad perfecta del lecho, ya que las partículas de mayor diámetro tienden a blindar a las de menor tamaño generando un avance y formación irregular de la onda. En resumen, en cuanto a la geometría de las formas de fondo en fluidos no-newtonianos, al parecer éstas no presentan mayor diferencia con las generadas en fluidos newtonianos. Sin embargo, se aprecia la considerable diferencia entre el tamaño (amplitud) que estas ondas alcanzan. En fluidos newtonianos, la amplitud de la forma de fondo en su estado final, es mayor que la que logra bajo la acción de un fluido no-newtoniano, mientras que la celeridad de onda es similar para ambos fluidos.

La amplitud de las formas de fondo observadas, no alcanzaron a generar grandes variaciones de la altura de escurrimiento del flujo. Sin embargo, se debe tener en cuenta que estas influyen directamente en la resistencia al flujo, al aumentar el coeficiente de fricción, como fue señalado en el capítulo de análisis de resultados.

Las mediciones de las características de las formas de fondo no han sido del todo precisas, por lo que están sujetas a un error sistemático importante, siendo la amplitud de onda el parámetro más susceptible a presentar errores. Sin embargo, se han encontrado relaciones que ligan las características geométricas y cinemáticas de las formas de fondo, con las características del flujo y reología del fluido, tales como:

$$\frac{\lambda}{h} = 0,75 \left( \frac{\rho U^{2-n} d^n}{K} \right)^{0,38}$$

$$\left( \frac{2n+1}{n} \right)^n \frac{Fr^2}{Re_k} = 0,02 \left( \frac{\rho U^{2-n} \Delta^n}{K} \right)^{-0,94}$$

Con estas relaciones es posible estimar la longitud y amplitud de la onda conociendo las condiciones del flujo y las características del sedimento y del fluido.

También se ha comprobado la relación que existe entre la celeridad y la amplitud de onda. Es decir, se confirma que, al igual que en flujos de fluidos newtonianos, a medida que crece la amplitud de la onda, menor es la celeridad con la que ésta se mueve hacia aguas abajo. Esta relación se puede ver fácilmente en el gráfico de la Figura 5.13. Sin embargo, se concluye que, si bien las celeridades de onda en ambos tipos de fluidos es similar, no sucede

lo mismo con la amplitud, ya que en flujos de agua las ondas generadas crecen considerablemente más que en el caso de fluidos no-newtonianos.

Otro aspecto importante de señalar, es la buena estimación del gasto sólido de fondo que se puede realizar, conociendo las características de las formas de fondo, específicamente, la celeridad y la amplitud. En la Figura 5.14 se observa claramente la tendencia del gasto sólido de fondo adimensional frente a la diferencia de esfuerzos de corte crítico. Esta tendencia es la misma que se encontraron diversos investigadores para el caso de fluidos newtonianos, siendo la más conocida la de Meyer-Peter y Müller. Vale la pena comentar, que la gran dispersión en el gráfico es común para el gasto sólido.

Finalmente se puede decir que este trabajo ha aportado a sumar investigaciones al estudio de interacción de un lecho granular con un fluido no-newtoniano, que de por cierto son bastante escasas. Es interesante además, extender el trabajo realizado al análisis con otros tipos de fluidos no-newtonianos, por ejemplo, plástico de Bingham (fluidos con esfuerzo de fluencia), además de expandir también al caso de flujos en régimen turbulento.

# Bibliografía

- [1] Alderman, N.J. & Haldenwang, R. (2007) ‘A review of Newtonian and non-Newtonian flow in rectangular open channels’. Hydrotransport 17. The 17th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy and the BHR Group.
- [2] Andreotti, B.; Claudin, P.; Devauchelle, O.; Duran, O. & Furrière, A. (2011) ‘Bedforms in a turbulent stream: ripples, chevrons and antidunes’ *Journal of Fluid Mechanics*, 690, 94-128.
- [3] Baas, J.H. & Best, J. (2002) ‘Turbulence modulation in clay-rich sediment-laden flows and some implications for sediment deposition’, *J. Sedimentary Res.*, 72(3), 336-340.
- [4] Carrillo, D. (2011) ‘Arrastre Incipiente de Partículas en Flujos de Fluidos No Newtonianos’ Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile.
- [5] Coleman, S.E. & Melville, B.W. (1996) ‘Initiation of bed forms on a flat sand bed’, *J. Hyd. Engng.*, 122(6), 310.
- [6] Coleman, S.E. & Eling, B. (2000) ‘Sand wavelets in laminar open-channel flows’, *J. Hyd. Res.*, 38, 331-338.
- [7] Devauchelle, O.; Malverti, L.; Lajeunesse, E.; Lagrée, P.Y.; Jossierland, C. & Nguyen Thu-Lam, K.D. (2010) ‘Stability of bedforms in laminar flows with free-surface: from bars to ripples’, *J. Fluid Mech.*, 642, 329-348.
- [8] Devauchelle, O.; Malverti, L.; Lajeunesse, E.; Lagrée, P.Y.; Jossierland, C.; Lagrée, P.Y. & Métivier, F. (2008) ‘Rhomboid beach pattern: a benchmark for shallow water geomorphology.’ *J of Geophysical Research* Submitted.
- [9] Einstein, H.A. (1950) ‘The Bedload function for bedload transportation in open channel flows’, *Technical Bull. No. 1026*, USDA, Soil Conservation Service, 1-71.
- [10] Haldenwang, R., Slatter, P.T., & Chhabra, R.P. (2010) ‘An experimental study of non-newtonian fluid flow in rectangular flumes in laminar, transition and turbulent flow regimes.’ *Journal of the South African Institution of Civil Engineering* 52(1), 11-19.
- [11] Julien, P. & Klaassen, G. (1995) ‘Sand-Dune Geometry of Large Rivers during Floods’ *J. Hyd. Engng*, 121(19), 657-663.

- [12] Mantz, P. (1978) 'Bedforms produced by fine, cohesionless, granular and flakey sediments under subcritical water flows' *Sedimentology* 25, 83-103.
- [13] Niño et al. (2002) 'Discrete Particle Model for Analyzing Bedform Development.' *J. Hyd. Engng.*, 128(4), 381-389.
- [14] Niño, Y. (2005) 'Hidráulica Fluvial y Transporte de Sedimentos'. Apunte curso CI61F Transporte Hidráulico de Sólidos.
- [15] Maurel, A.; Cobelli, P.; Pagneux, V.; & Petijeans, P. (2009) 'Experimental and theoretical inspection of the phase-to-height relation in Fourier transform profilometry'. *Optical Society of America*
- [16] Valance, A. & Langlois, V. (2005), 'Ripple formation over a sand bed submitted to a laminar shear flow', *Eur. Phys. J. B* , 43, 283-294.
- [17] Venditti, J.; Church, M. & Bennet, S. (2006), 'On interfacial instability as a cause of transverse subcritical bed forms', *Water Resour. Res.*, 42, W07423, doi:10.1029/2005WR004346.
- [18] Wan, Z. & Wang, Z. (1994), 'Fundamentals of digital particle image velocimetry', *Meas. Sci. Technol.* 8, 1379-1392.
- [19] Wang, Z.Y. & Larsen, P. (1994) 'Turbulence structure of flows of water and clay suspensions with bedload', *J. Hyd. Engng.*, 120, 577-600.

# Anexo A

## Curvas Granulométricas

Las curvas granulométricas representan en un gráfico el porcentaje del total de partículas que pasan por diámetro de abertura de las mallas. A través de estas se puede concluir si las muestras son uniformes.

### A.1. Partículas Tipo I

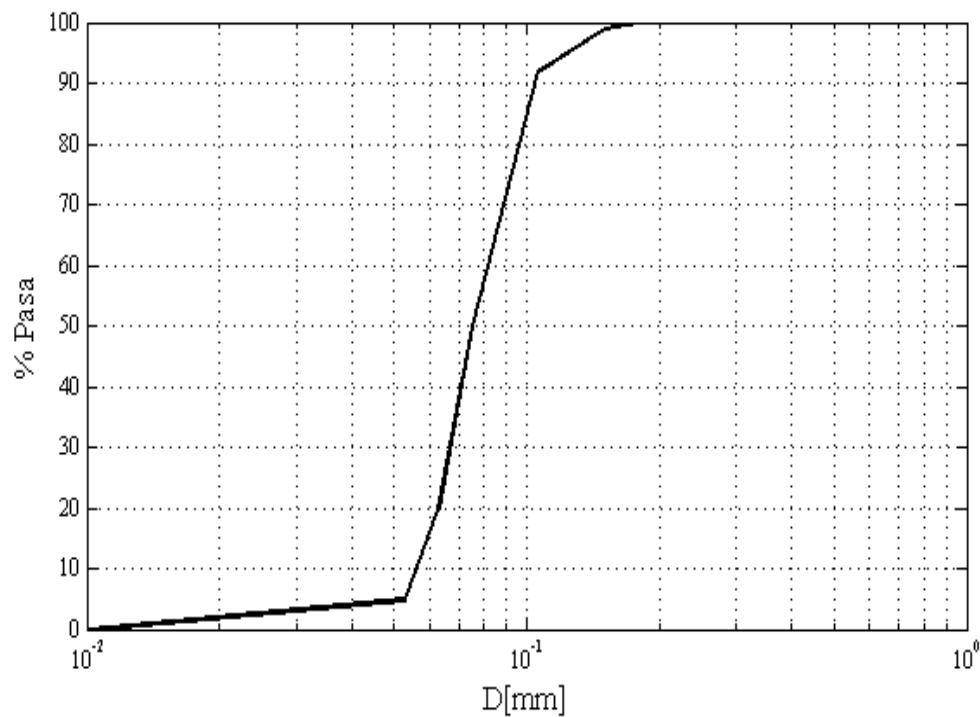


Figura A.1: Granulometría Partículas Tipo I.

## A.2. Partículas Tipo II

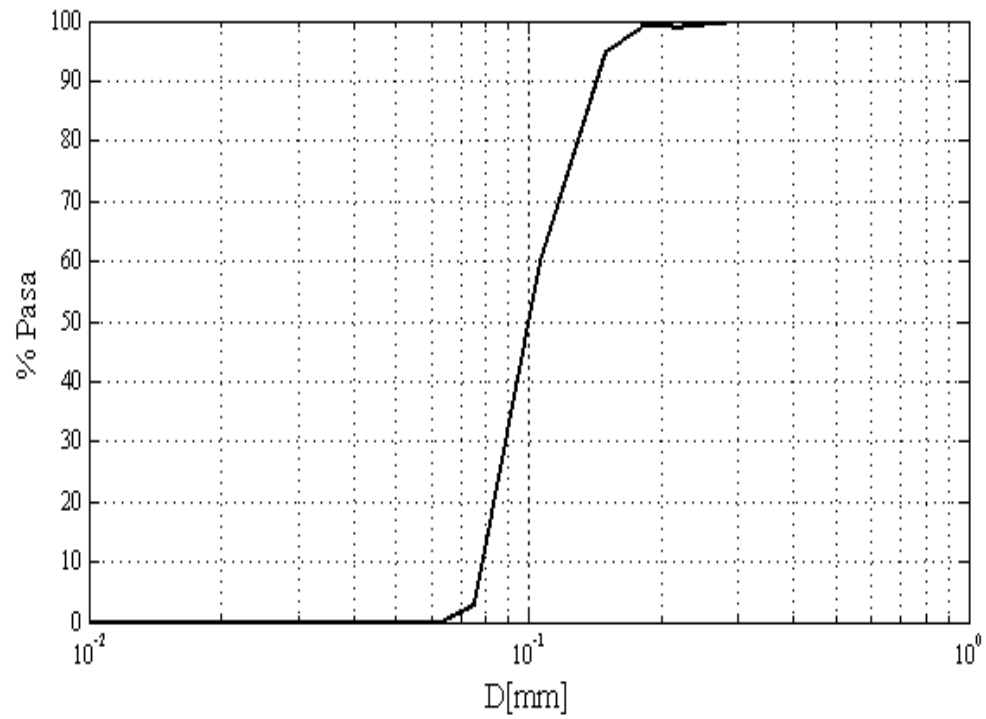


Figura A.2: Granulometría Partículas Tipo II.



### A.3. Partículas Tipo III

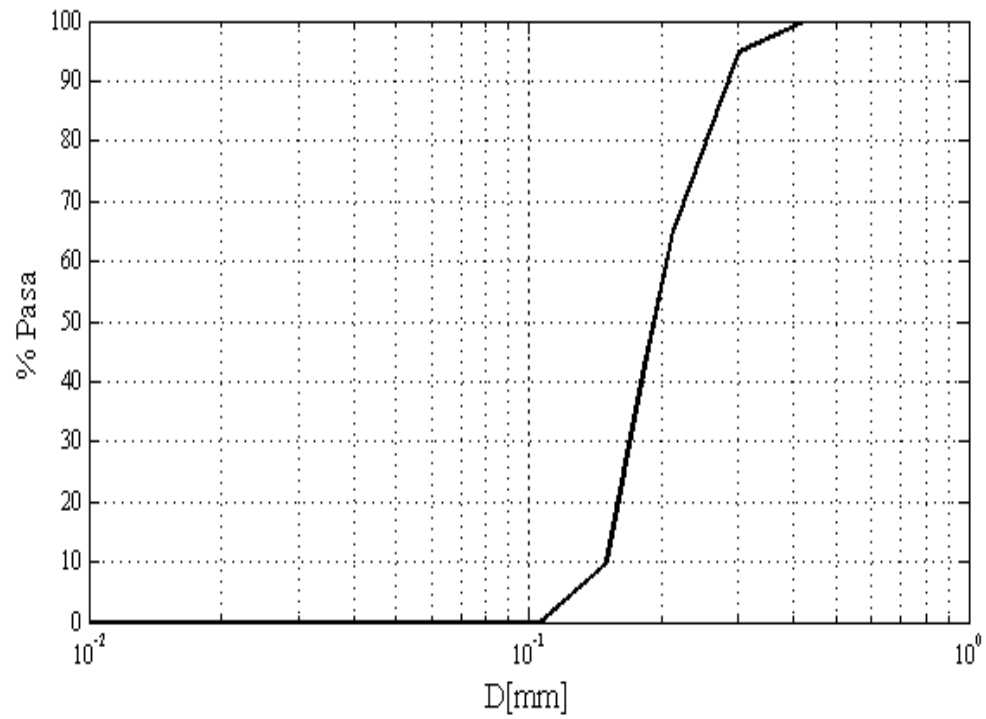


Figura A.3: Granulometría Partículas Tipo III.

# Anexo B

## Datos Experimentales

Tabla B.1: Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.22 %.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$	n	K
1	0.045	0.444	0.669	1201	0.151	0.378	0.86	0.023
2	0.080	0.306	0.346	1288	0.095	0.167	0.86	0.023
3	0.030	0.188	0.347	318	0.121	0.256	0.86	0.023
4	0.045	0.433	0.653	1167	0.149	0.370	0.86	0.023
5	0.080	0.350	0.395	1500	0.102	0.188	0.86	0.023
6	0.045	0.222	0.335	545	0.108	0.208	0.86	0.023
7	0.030	0.140	0.258	227	0.105	0.198	0.86	0.023
8	0.030	0.317	0.584	576	0.156	0.400	0.86	0.023
9	0.005	0.189	0.702	68	0.292	1.197	0.86	0.023
10	0.077	0.334	0.385	1378	0.130	0.140	0.86	0.023
11	0.060	0.392	0.511	1331	0.158	0.198	0.86	0.023
12	0.045	0.456	0.686	1235	0.196	0.289	0.86	0.023
13	0.030	0.167	0.307	277	0.146	0.173	0.86	0.023
14	0.041	0.102	0.162	208	0.099	0.087	0.86	0.023
15	0.074	0.277	0.325	1074	0.121	0.123	0.86	0.023
16	0.065	0.331	0.414	1176	0.140	0.160	0.86	0.023
17	0.060	0.125	0.163	362	0.090	0.074	0.86	0.023
18	0.037	0.162	0.269	321	0.130	0.141	0.86	0.023
19	0.080	0.400	0.452	1747	0.252	0.079	0.86	0.023
20	0.055	0.391	0.532	1233	0.299	0.107	0.86	0.023
21	0.035	0.357	0.610	754	0.357	0.146	0.86	0.023
22	0.078	0.327	0.374	1358	0.231	0.068	0.86	0.023
23	0.060	0.267	0.348	859	0.238	0.071	0.86	0.023
24	0.060	0.425	0.554	1461	0.298	0.106	0.86	0.023
25	0.045	0.256	0.385	639	0.268	0.088	0.86	0.023

Continuación Tabla B.1.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$	n	K
26	0.070	0.200	0.241	707	0.192	0.049	0.86	0.023
27	0.045	0.189	0.284	453	0.231	0.368	0.86	0.023
28	0.041	0.104	0.164	211	0.099	0.088	0.86	0.023
29	0.041	0.220	0.346	496	0.144	0.167	0.86	0.023
30	0.041	0.294	0.464	692	0.166	0.215	0.86	0.023
31	0.070	0.297	0.358	1108	0.128	0.137	0.86	0.023
32	0.070	0.400	0.484	1559	0.148	0.177	0.86	0.023
33	0.080	0.350	0.396	1501	0.101	0.188	0.86	0.023
34	0.080	0.394	0.445	1717	0.108	0.208	0.86	0.023
35	0.070	0.407	0.491	1587	0.149	0.180	0.86	0.023
36	0.070	0.468	0.565	1863	0.160	0.203	0.86	0.023
37	0.060	0.340	0.443	1132	0.148	0.176	0.86	0.023
38	0.060	0.460	0.600	1601	0.171	0.228	0.86	0.023
39	0.055	0.557	0.688	1845	0.356	0.145	0.86	0.023
40	0.055	0.455	0.550	1805	0.287	0.099	0.86	0.023
41	0.070	0.558	0.674	2275	0.317	0.118	0.86	0.023
42	0.060	0.480	0.625	1677	0.317	0.118	0.86	0.023
43	0.060	0.633	0.725	2299	0.363	0.149	0.86	0.023
44	0.045	0.403	0.607	1073	0.350	0.130	0.86	0.023
45	0.045	0.648	0.696	1847	0.423	0.196	0.86	0.023
46	0.063	0.473	0.601	1720	0.307	0.119	0.86	0.023
47	0.063	0.626	0.676	2369	0.352	0.142	0.86	0.023

Tabla B.2: Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.25 %.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$	n	K
48	0.050	0.368	0.536	550	0.143	0.412	0.82	0.048
49	0.030	0.226	0.417	300	0.145	0.420	0.82	0.048
50	0.030	0.303	0.569	288	0.167	0.534	0.82	0.048
51	0.070	0.419	0.506	845	0.229	0.174	0.82	0.048
52	0.060	0.489	0.628	893	0.266	0.224	0.82	0.048
53	0.045	0.261	0.393	336	0.225	0.196	0.82	0.048
54	0.045	0.169	0.255	202	0.183	0.119	0.82	0.048
55	0.070	0.404	0.487	807	0.101	0.450	0.82	0.048
56	0.045	0.190	0.285	230	0.086	0.347	0.82	0.048
57	0.028	0.251	0.479	217	0.124	0.645	0.82	0.048
58	0.052	0.154	0.216	203	0.073	0.260	0.82	0.048
59	0.045	0.350	0.527	475	0.116	0.575	0.82	0.048
60	0.080	0.269	0.304	557	0.077	0.289	0.82	0.048
61	0.067	0.276	0.341	498	0.085	0.341	0.82	0.048
62	0.075	0.383	0.447	804	0.095	0.407	0.82	0.048
63	0.045	0.104	0.157	114	0.065	0.213	0.82	0.048
64	0.007	0.440	0.535	35	0.183	1.247	0.82	0.048
65	0.08	0.331	0.374	713	0.108	0.257	0.82	0.048
66	0.051	0.157	0.222	204	0.093	0.197	0.82	0.048
67	0.041	0.241	0.381	284	0.129	0.343	0.82	0.048
68	0.082	0.245	0.273	510	0.093	0.197	0.82	0.048
69	0.055	0.164	0.223	228	0.092	0.196	0.82	0.048
70	0.069	0.079	0.300	18	0.176	0.583	0.82	0.048
71	0.007	0.044	0.107	18	0.086	0.174	0.82	0.048
72	0.017	0.045	0.069	42	0.055	0.082	0.82	0.048
73	0.044	0.107	0.069	42	0.055	0.105	0.82	0.048
74	0.084	0.269	0.298	579	0.169	0.002	0.82	0.048
75	0.008	0.064	0.230	16	0.264	0.221	0.82	0.048
76	0.076	0.404	0.468	865	0.216	0.158	0.82	0.048
77	0.054	0.350	0.480	551	0.238	0.185	0.82	0.048
78	0.008	0.056	0.199	13	0.246	0.197	0.82	0.048

Tabla B.3: Condiciones experimentales de mezclas CMC al 0.3%.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$	n	K
79	0.080	0.256	0.289	256	0.077	0.538	0.75	0.108
80	0.060	0.295	0.385	247	0.094	0.741	0.75	0.108
81	0.041	0.232	0.366	137	0.100	0.821	0.75	0.108
82	0.041	0.366	0.577	244	0.124	1.155	0.75	0.108
83	0.087	0.225	0.244	232	0.070	0.539	0.75	0.108
84	0.067	0.306	0.378	281	0.090	0.823	0.75	0.108
85	0.044	0.170	0.260	98	0.081	0.620	0.75	0.108
86	0.007	0.156	0.595	22	0.190	1.282	0.75	0.108
87	0.048	0.083	0.122	43	0.058	0.341	0.75	0.108
88	0.007	0.095	0.362	12	0.152	1.577	0.75	0.108
89	0.075	0.300	0.350	298	0.085	0.635	0.75	0.108
90	0.040	0.213	0.339	121	0.121	0.588	0.75	0.108
91	0.060	0.150	0.196	106	0.085	0.336	0.75	0.108
92	0.055	0.309	0.421	245	0.124	0.164	0.75	0.108
93	0.080	0.275	0.311	280	0.098	0.426	0.75	0.108
94	0.045	0.238	0.358	152	0.121	0.586	0.75	0.108
95	0.077	0.305	0.351	310	0.105	0.473	0.75	0.108
96	0.008	0.058	0.208	17	0.140	0.743	0.75	0.108
97	0.075	0.313	0.365	315	0.108	0.492	0.75	0.108
98	0.055	0.209	0.285	150	0.103	0.459	0.75	0.108
99	0.008	0.058	0.208	11	0.164	0.960	0.75	0.108
100	0.070	0.366	0.442	363	0.201	0.291	0.75	0.108
101	0.042	0.610	0.650	471	0.324	0.622	0.75	0.108
102	0.020	0.175	0.395	57	0.256	0.437	0.75	0.108
103	0.060	0.342	0.446	297	0.209	0.310	0.75	0.108
104	0.049	0.307	0.443	223	0.219	0.333	0.75	0.108
105	0.007	0.101	0.387	13	0.324	0.621	0.75	0.108
106	0.065	0.258	0.324	222	0.177	0.237	0.75	0.108
107	0.008	0.097	0.346	14	0.298	0.544	0.75	0.108
108	0.037	0.230	0.387	126	0.218	0.31	0.75	0.108

Tabla B.4: Condiciones experimentales con agua.

Nro. Experimento	h[m]	U[m/s]	$Fr$	$Re_k$	$Re_{*p}$	$\tau_*$
109	0.080	0.359	0.406	28750	0.275	0.014
110	0.060	0.236	0.308	14150	0.257	0.010
111	0.040	0.213	0.339	8500	0.299	0.013
112	0.087	0.259	0.280	22500	0.224	0.008
113	0.067	0.300	0.370	20100	0.275	0.011
114	0.027	0.056	0.108	1500	0.186	0.005
115	0.061	0.075	0.098	4600	0.144	0.002
116	0.032	0.047	0.084	1500	0.157	0.002
117	0.007	0.071	0.273	500	0.415	0.005
118	0.082	0.195	0.218	16000	0.267	0.004
119	0.061	0.295	0.382	18000	0.381	0.010
120	0.040	0.188	0.299	7500	0.375	0.009
121	0.087	0.356	0.386	31000	0.351	0.008
122	0.057	0.189	0.252	10750	0.315	0.006
123	0.024	0.063	0.129	1500	0.280	0.005
124	0.071	0.129	0.154	9150	0.233	0.003
125	0.048	0.064	0.093	3050	0.199	0.003
126	0.017	0.024	0.058	400	0.204	0.003
127	0.081	0.330	0.370	26700	0.698	0.004
128	0.061	0.402	0.519	24500	0.888	0.006
129	0.040	0.269	0.429	10750	0.897	0.006
130	0.045	0.478	0.719	21500	1.129	0.020
131	0.087	0.233	0.274	22050	0.591	0.003
132	0.067	0.307	0.379	20600	0.742	0.004
133	0.005	0.113	0.510	565	1.646	0.022
134	0.065	0.105	0.132	6850	0.441	0.002
135	0.042	0.026	0.056	1500	0.319	0.001
136	0.004	0.093	0.467	370	1.665	0.022

# Anexo C

## Gráficos con barras de error

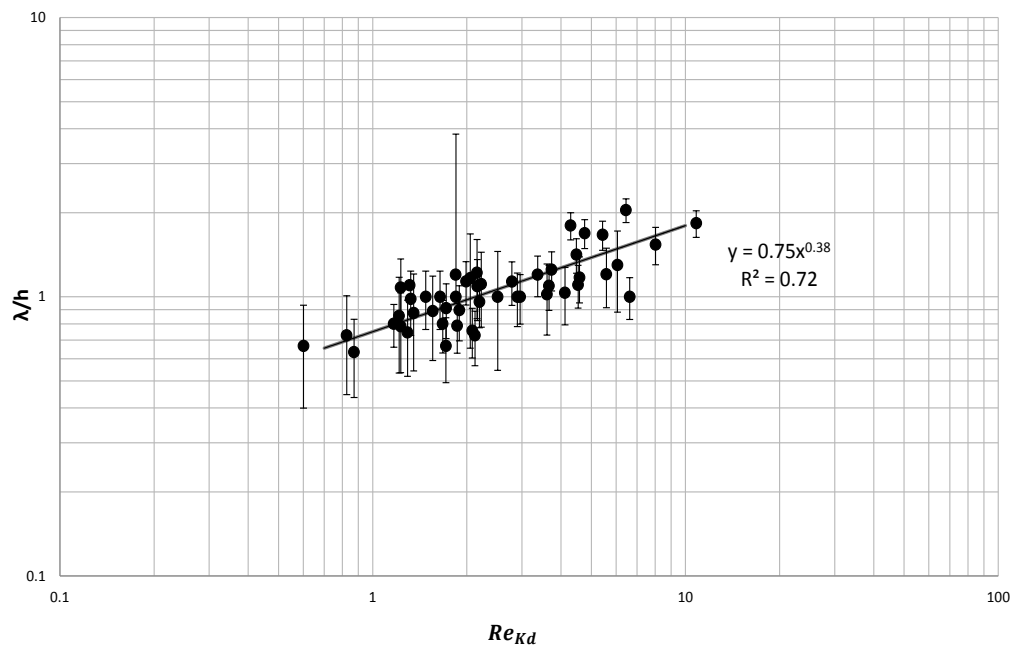


Figura C.1: Relación adimensional entre longitud de onda, diámetro del sedimento y reología del fluido.

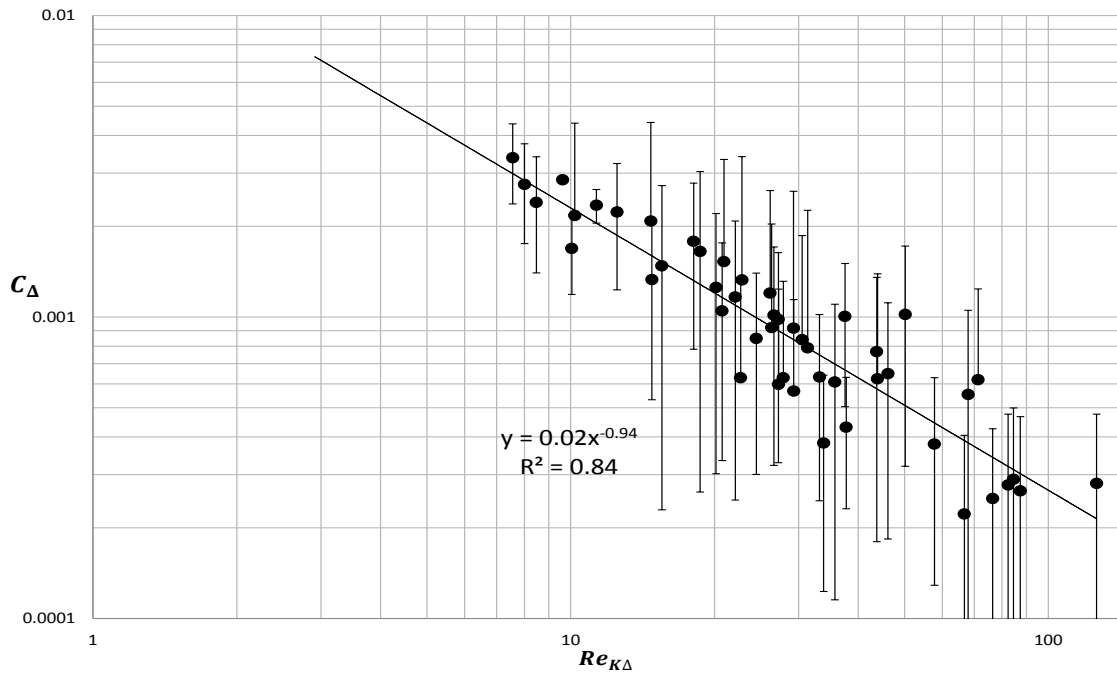


Figura C.2: Relación experimental entre  $C_{\Delta}$  y  $Re_{K\Delta}$ .