



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**ESTIMACIÓN DE TARIFAS ÓPTIMAS DE ABONOS DE TRANSPORTE PÚBLICO
PARA LA CIUDAD DE SANTIAGO, CHILE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

CÉSAR ALEJANDRO CASANOVA MORALES

PROFESOR GUÍA:
SERGIO JARA DÍAZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
PATRICIO CONCA KEHL
FERNANDO ORDOÑEZ PIZARRO

SANTIAGO DE CHILE
2014

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Industrial
POR: César Alejandro Casanova Morales
FECHA: 09/06/2014
PROFESOR GUÍA: Sergio Jara Díaz

ESTIMACIÓN DE TARIFAS ÓPTIMAS DE ABONOS DE TRANSPORTE PÚBLICO PARA LA CIUDAD DE SANTIAGO, CHILE

El siguiente trabajo pretende encontrar la tarifa óptima de un abono T y el precio por viaje P en el sistema de transporte público para la ciudad de Santiago de Chile, resolviendo un problema de tarificación óptima con cobertura de costos (second best) en una sociedad estratificada por su ingreso. Este problema está basado en el modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013), el cual considera dos principales efectos relacionados con el ingreso de los individuos sobre la demanda de transporte público. El primero, corresponde a un efecto de corto plazo, llamado “efecto ingreso disponible”, que corresponde a la variación en la demanda individual del usuario cuando éste, adquiere un abono de transporte. Por otro lado, el segundo efecto corresponde al efecto socioeconómico del ingreso, denominado “efecto tasa de motorización”, pues corresponde a la disminución de la demanda de transporte público a medida que aumenta el ingreso, el cual está correlacionado con la posesión y uso del automóvil.

Para encontrar las tarifas óptimas, se avanza en la obtención de los parámetros del modelo desde dos principales fuentes de datos, que son la encuesta origen destino y las declaraciones de costos de los operadores de buses. En este sentido dentro de este trabajo, se desarrolla un procedimiento de obtención de dichos parámetros debido a las particularidades que presentan las fuentes de información antes mencionadas. Si bien se desarrolla para el caso de la ciudad de Santiago de Chile, al ser las fuentes de información genéricas podría ser aplicado en otras ciudades.

Una vez estimado los parámetros requeridos, el modelo se resuelve mediante la evaluación de todos los casos posibles de las alternativas de pagos a los que pueden optar los individuos de los estratos, llegando a un valor óptimo de $T^* = 22.176$ y de $P^* = 663$ con un alcance superior al 90% que elige la alternativa del abono por sobre el pago por viaje.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
2. Antecedentes Generales	3
2.1. Efectos de la implementación de abonos de transporte	3
2.2. El modelo de Carbajo (1988)	4
2.3. El modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013).....	10
2.4. Síntesis y comentarios	19
3. Representación analítica de demandas, costos y beneficios	21
3.1. Representación de la demanda.....	21
3.2. Elasticidades	22
3.3. Curvas de Indiferencia	23
3.4. Excedentes del consumidor y beneficio de los usuarios	23
3.5. Representación de los costos	24
3.6. Ganancias	24
3.7. Beneficio Social.....	25
3.8. Modelo y soluciones analíticas	26
3.9. Síntesis y Comentarios	27
4. Representación empírica de demandas y costo	28
4.1. Descripción de los datos	28
4.2. Transformación y tratamiento de los datos	39

4.3. Efectos del Ingreso	51
4.4 Síntesis y comentarios	55
5. Resolución del modelo.....	56
5.1. Método de resolución numérica.....	56
5.2. Resultados	58
5.3 Análisis de resultados	65
5.4 Sensibilidad de costos.....	67
6. Síntesis y conclusiones.....	69
7. Bibliografía	72
8. Anexos.....	73
A.1. Función Logística	73

Capítulo 1

Introducción

La tarificación del transporte público se ha convertido en un tema recurrente dentro de las políticas públicas en la mayoría de los países, pues influye directamente sobre la demanda de este servicio y las ganancias de los operadores; un mal cálculo de las tarifas puede disminuir el uso del transporte público y aumentar el uso del transporte privado, provocando conocidas externalidades como la congestión y contaminación, incluso podría menoscabar los ingresos de los operadores y llevar el sistema a tener pérdidas económicas. En el caso contrario, una correcta determinación podría aumentar la demanda por viajes en transporte público, y esto último es “uno de los objetivos declarados más comunes en políticas de transporte urbano” (Gschwender y Jara-Díaz, 2007), pero esto no se debe traducir en un aumento de costos para los operadores.

Para determinar las tarifas óptimas del transporte público, se han desarrollado líneas de investigación sobre diversos modelos de tarificación que dependen tanto de la estructura tarifaria como del criterio que se pretende optimizar, esto es el objetivo de este trabajo al aplicar de forma particular el modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013) a la ciudad de Santiago de Chile, para estimar las tarifas óptimas que maximicen el bienestar social, entendido como la suma del beneficio de los usuarios y las ganancias del operador, considerando además una restricción de cobertura de costos para que las ganancias de los operadores no sean negativas, dando sustentabilidad al sistema.

El modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013), pretende obtener las tarifas a la cual se enfrentan los usuarios en la siguiente estructura tarifaria: un abono de transporte y un pago por viaje. El abono de transporte es una modalidad en la cual, por un monto fijo de dinero, se pueden hacer ilimitados viajes en transporte público en un cierto periodo de tiempo, mientras que el pago por viaje, corresponde a un precio fijo a pagar por cada vez que se utiliza el servicio. En la actualidad el pago por viaje es la única alternativa de pago que existe en el transporte público de Santiago de Chile.

Esta estructura tarifaria que se analizará, se encuentra en muchos sistemas de transporte público a lo largo del mundo, con la particularidad que el abono de transporte, se ha vuelto el medio de pago más utilizado por los usuarios al desplazar al pago por viaje al poco tiempo desde su implementación. Pero no solo se convierte en el medio de pago más utilizado, sino también

aumenta la generación de viajes en transporte público, que es una conducta deseable para las autoridades reguladoras del transporte. Estas consecuencias en la introducción del abono, lo convierten en un medio de pago exitoso debido a que su implementación surge como respuesta al aumento de la tasa de motorización y disminución del uso del transporte público observado en los periodos previos a su puesta en marcha.

El modelo desarrollado por Jara-Díaz y Cruz (2013) extiende el modelo prevaleciente de Carbajo (1988), al considerar dos importantes efectos generados por el ingreso de los individuos, que no habían sido capturados hasta el momento. El primero de ellos el efecto ingreso disponible y el segundo el efecto tasa de motorización. Además en la demanda por transporte público se pretende introducir de forma directa los efectos que genera la tasa de motorización en ésta.

En el transcurso del trabajo, se avanza en una metodología para obtener los parámetros del modelo desde fuentes de datos conocidas como: las encuestas origen destino y las declaraciones de costo de los operadores de transporte público y se incluyen evidencias para el caso de Santiago de Chile de las relaciones entre el ingreso, tasa de motorización y demanda por transporte público a nivel individual.

Para iniciar el recorrido hacia la obtención de las tarifas óptimas, en el siguiente capítulo se revisa de forma detallada los antecedentes empíricos de la implementación del abono en las capitales europeas y también se proveen los antecedentes teóricos microeconómicos, en cuanto a los principales modelos desarrollados por Carbajo (1988) y la extensión de Jara-Díaz y Cruz (2013). En el Capítulo 3 se presenta de forma exhaustiva el modelo que será estimado, en el Capítulo 4, se presenta la estimación de todos los parámetros del modelo, antes de ser mostrar su resolución en el Capítulo 5, donde además se discuten y analizan las soluciones que entrega éste. El trabajo en su capítulo final, Capítulo 6, termina con una discusión sobre la conveniencia del modelo y las líneas futuras de investigación que puedan ser desarrolladas más adelante.

Capítulo 2

Antecedentes Generales

Un buen punto de partida para analizar los efectos de la introducción de un abono en el sistema de transporte público, es examinar los antecedentes empíricos de la implementación de éstos en ciudades que han llevado adelante dicha experiencia y cuentan con estudios sobre los resultados que se han observado debido a la introducción de esta alternativa. En este sentido, el capítulo comienza con una revisión de las principales conclusiones de los trabajos de White (1981), FitzRoy & Smith (1998) y Matas (2004) sobre los efectos de los abonos en diversas ciudades europeas.

El capítulo continúa con el sustento teórico a nivel microeconómico, que permite entender la elección del usuario por una u otra alternativa a la que se ve enfrentado. Esta interacción ha sido objeto de diversas modelaciones, destacando entre dichos trabajos el concebido por Carbajo (1988) con Economía de tarjeta multiviaje, y la posterior extensión desarrollada por Jara-Díaz y Cruz (2013), Tarjetas multiviaje con efectos del ingreso.

2.1. Efectos de la implementación de abonos de transporte

Las estructuras tarifarias en otras ciudades tienen más alternativas de pago que la presente en Santiago, pues no sólo se puede optar a pagar un pasaje por cada viaje realizado, sino que también existen alternativas a esto, como packs de tickets, y abonos de transporte con diversas duraciones. Cómo se observa en Cruz (2013), en las capitales de los grandes países europeos, existe una compleja mezcla de las modalidades de pago nombradas anteriormente, con distintos alcances debido a la existencia de zonas y periodos tarifarios. El panorama al que pueden optar los usuarios en las ciudades estudiadas se amplía, si a lo anterior, se agrega la posibilidad de transferir el abono u obtener descuentos en casos de familias numerosas.

Lo interesante es indagar en cómo se han comportado los usuarios del sistema de transporte público al introducir un modo de pago como éstos, dichos comportamientos han sido estudiados por White (1981), FitzRoy y Smith (1998) y Matas (2004) para el caso de distintas ciudades europeas. Las observaciones realizadas en esas ciudades, que incluyen entre otras a París, Zúrich, Madrid, etc. en períodos no superiores a diez años desde su implementación, coinciden en:

- Posicionamiento del abono como el método de pago más utilizado.
- Aumento en los viajes en transporte público, gracias al abono, entre un rango de 5% y 16% aproximadamente dependiendo de la ciudad.

Respecto al aumento de la demanda existe un consenso entre los investigadores, tanto White (1981) como Matas (2004), acerca de tres hipótesis que podrían explicar este fenómeno:

- Una vez que el abono es adquirido, se elimina la preocupación del usuario por el valor de la tarifa pues se viaja a precio marginal nulo.
- Los tiempos de acceso y espera se reducen debido a que es un sistema de pago más “cómodo”.
- Desaparecen las penalidades por cambiarse de modo de transporte.

2.2. El modelo de Carbajo (1988): La economía de las tarjetas multiviaje

La tarificación de abonos o tarjetas multiviaje ha sido desarrollada por Carbajo (1988) para el caso del mercado del transporte, aplicando la teoría de tarificación en dos partes para modelar simultáneamente el abono y el pago por viaje. La teoría de tarificación en dos partes consiste en el cobro de un servicio de forma diferenciada, entre un valor fijo T , llamado entrada al mercado, y un valor variable P por viaje como alternativas donde una de las componentes es nula, según se muestra en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1.: Resumen de modelo de abono y pago por viaje

Estructura Tarifaria	Valor Variable	Entrada al mercado
Abono de transporte	$P = 0$	$T > 0$
Pago por viaje	$P > 0$	$T = 0$

Tras comprender cómo Carbajo modela las alternativas de pago, aún falta entender la elección de los usuarios quienes optan por alguna de éstas según el beneficio que les reporte a ellos en términos del excedente marshalliano del consumidor (EMC). Dichos excedentes, en este modelo, estarán asociados a un parámetro de gusto θ que da cuenta del grado de uso del sistema de transporte público, distinguiendo diferentes usuarios que a su vez reportan distintos EMC por alternativa. Las características de éste parámetro son que a medida que θ crece dentro de la población, mayor será su demanda.

Jara-Díaz y Cruz (2013) ejemplifican este mecanismo de elección al individualizar tres tipos diferentes usuarios. En la Figura 2.1, se observan las áreas definidas por las demandas inversas para cada uno de los tipos de usuarios que configuran los excedentes por elegir la alternativa de pago por viaje EMC_P cuando el precio por viaje es P_0 . En el caso que los usuarios elijan la alternativa del abono, su excedente EMC_T se calcula como el área bajo la curva de demanda menos el precio del abono T . Además en la Tabla 2.2. Se sintetizan los excedentes en ambos casos.

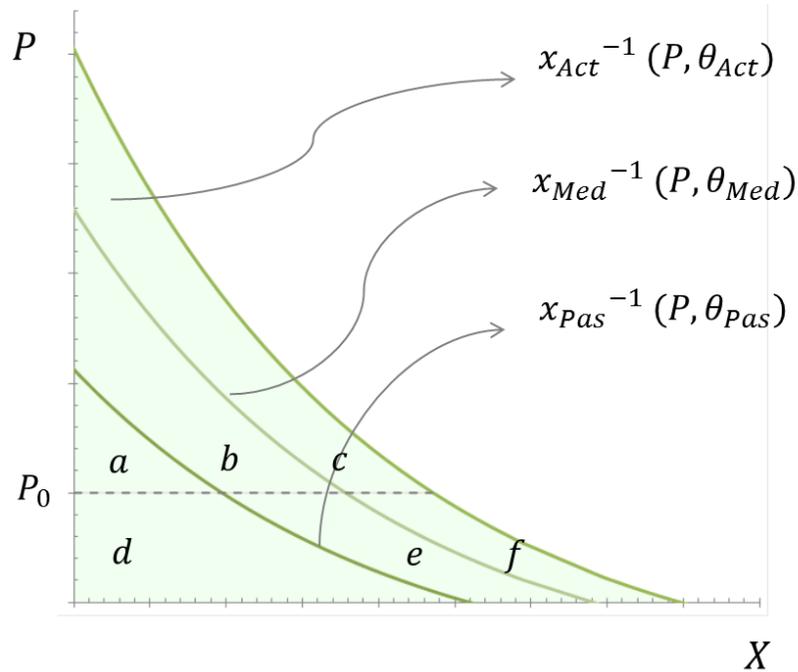


Figura 2.1.: Demandas inversas para tres tipos de usuarios: Activos (Act), Medios (Med) y Pasivos (Pas)

Tabla 2.2.: Excedentes para cada tipo de usuario frente a ambas elecciones

Usuario	EMC_P	EMC_T
Activo	$a + b + c$	$a + b + c + d + e + f - T$
Medio	$a + b$	$a + b + d + e - T$
Pasivo	a	$a + d - T$

Fuente: Jara-Díaz y Cruz (2013)

El criterio de elección por el modo de pago es el que genere más beneficios al usuario. Por ejemplo, si se asume arbitrariamente, tal cual lo hace como lo hace Carbajo, que el valor del abono es igual a $T = d + e$, se observa que en el caso del usuario activo se decidiría por la

modalidad del abono, pues se cumpliría $EMC_P < EMC_T$. Por el contrario para el usuario pasivo la decisión se revierte, ya que $EMC_P > EMC_T$ eligiendo por lo tanto el pago por viaje P . Un aspecto a analizar es la cantidad de viajes que realizarán una vez elegida la alternativa correspondiente, si el usuario elige el pago por viaje realizará $X(P_0, \theta)$ viajes, mientras que al optar por el abono se realizarán $X(0, \theta)$ para un gusto θ dado.

Es relevante comprender el caso donde se produce la igualdad de excedentes por parte del usuario medio que no posee una elección definida por una alternativa de pago en particular, debido a que le es indiferente una u otra. Al ser θ la variable distribuida continuamente dentro de la población que diferencia a los usuarios en cuanto a su demanda por transporte, existirá un gusto crítico que caracteriza al usuario que cumple la relación de indiferencia, y puede dar cuenta de la elección de los otros usuarios en relación a éste. Para el caso $P = P_0$ y $T = d + e$ este gusto crítico es θ_{Med} ; quienes cumplan la relación $\theta > \theta_{Med}$, elegirán el abono tal como lo hace el usuario activo, y en el caso opuesto, quienes tengan un parámetro de gusto por debajo del gusto del usuario medio escogerán pagar por cada viaje a un precio P .

Finalmente cómo se mostró en el párrafo anterior, el gusto crítico depende tanto del precio por viaje P como del valor del abono T y será denominado gusto indiferente $\tilde{\theta}(P, T)$. Para completar la caracterización de este parámetro de gusto, se acota en un rango $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ y se distribuye continuamente con una función de densidad $h(\theta)$ y una función acumulada $H(\theta)$.

A continuación, se presentan el modelo analítico de Carbajo (1988), desde (i) hasta (vii) en la notación adaptada por Cruz (2013), con el fin de realizar una comparación entre ambos modelos más adelante.

i. Elección de alternativa de pago

Para encontrar la elección de los individuos por su alternativa más conveniente, primero se debe obtener el gusto indiferente $\tilde{\theta}$ desde la siguiente condición (2.1)

$$\int_0^{\infty} x(P, \tilde{\theta}) dP - T = \int_P^{\infty} x(P, \tilde{\theta}) dP \quad (2.1)$$

Desde esta expresión se tiene $\tilde{\theta}(P, T)$, que sirve para conocer la elección del usuario según su gusto θ de acuerdo al siguiente criterio:

$$\begin{array}{ll} \theta < \tilde{\theta}(P, T) & \text{usuario elige el pago por viaje } P \\ \theta > \tilde{\theta}(P, T) & \text{usuario elige el pago del abono } T \end{array}$$

ii. Demanda total por viajes en transporte público

La demanda agregada dentro de la población, debe ser separada según la elección, el primer término corresponde a la demanda de todos los usuarios que optan por el pago por viaje, mientras que el segundo es la demanda de todos quienes optan por el pago del abono, y ésta obedece a (2.2)

$$D_{TP} = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta + \int_{\bar{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} x(0, \theta) h(\theta) d\theta \quad (2.2)$$

iii. Elasticidad precio de la demanda

Desde la demanda expresada en (2.2) se pueden obtener la elasticidad precio de la demanda (2.3) que será útil para expresar los resultados del modelo.

$$\epsilon = \frac{\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}(P,T)} \frac{\partial x(P, \theta)}{\partial P} h(\theta) d\theta}{\int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta} P \quad (2.3)$$

iv. Beneficio de los usuarios

El beneficio de los usuarios corresponde a la agregación de los excedentes de cada uno de los usuarios según su elección, por lo tanto, es pertinente revisar los excedentes individuales:

$$EMC_P = \int_P^{\infty} x(P, \theta) dP \quad \text{si se elige alternativa P} \quad (2.4)$$

$$EMC_T = \int_0^{\infty} x(P, \theta) dP - T \quad \text{si se elige alternativa T} \quad (2.5)$$

Cómo se observa en (2.6), el beneficio de los usuarios queda definido por dos términos, el primero de ellos es el beneficio de todos los usuarios dentro de la población que eligen pagar por viaje P , mientras que el segundo término es el beneficio de todos quienes eligen pagar por el abono T .

$$BU = \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} \int_P^{\infty} x(P, \theta) h(\theta) dP d\theta + \int_{\tilde{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} \left[\int_0^{\infty} x(P, \theta) - T \right] h(\theta) dP d\theta \quad (2.6)$$

v. Costos

Los costos totales del productor por entregar el servicio están en (2.7), donde m corresponde al costo marginal por cada viaje extra realizado en el sistema y F son los costes fijos.

$$CT = F + m \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta + m \int_{\tilde{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} x(0, \theta) h(\theta) d\theta \quad (2.7)$$

vi. Ganancias

Para obtener una expresión para la ganancia (profit) del productor se deben restar a los ingresos los costos, obteniéndose los tres términos de la expresión (2.8): el primero asociado a la ganancia de quienes pagan por cada pasaje, el segundo son las ganancias de quienes optan por cancelar el abono y el tercer término es el costo fijo. Cabe destacar que en el segundo término, los ingresos por abono no dependen de la demanda, sino que sólo de la cantidad de los usuarios que optan por él, no así los costos, que sí dependen de la demanda.

$$\pi = (P - m) \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta + \int_{\tilde{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} (T - m x(0, \theta)) h(\theta) d\theta - F \quad (2.8)$$

vii. Beneficio Social

El beneficio social corresponde a la suma del beneficio de los usuarios y ganancias del productor (2.9)

$$BS = BU + \pi \quad (2.9)$$

Reemplazando el beneficio usuario desde (2.6) y la ganancia desde (2.8) en (2.9) esto resulta:

$$\begin{aligned}
BS = & \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} \int_P^{\infty} x(P, \theta) h(\theta) dP d\theta + \int_{\tilde{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} \left[\int_0^{\infty} x(P, \theta) dP - T \right] h(\theta) d\theta \\
& + (P - m) \int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta + \int_{\tilde{\theta}(P,T)}^{\bar{\theta}} (T - m x(0, \theta)) h(\theta) d\theta - F \quad (2.10)
\end{aligned}$$

Una vez obtenidas todas las funciones, el problema a resolver es la maximización del bienestar social sujeta a una restricción de costos, tal como se muestra en la expresión (2.12).

$$\max_{P,T} BS(P, T) \quad (2.12)$$

$$s. a \quad \pi(P, T) > 0 \quad (\lambda)$$

La expresión para el precio por viaje que resulta de resolver (2.12) es conocida como mark-up ratio tal como se muestra en (2.13)

$$\frac{(P - m)}{P} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\epsilon} \left[1 + \frac{x(0, \tilde{\theta}) (1 - H(\tilde{\theta}))}{\int_{\underline{\theta}}^{\tilde{\theta}(P,T)} x(P, \theta) h(\theta) d\theta} \right] \quad (2.13)$$

Se observa que el mark up ratio es inversamente proporcional a la elasticidad y se encuentra ponderado por un término correspondiente a la restricción de costo, el termino restante es una ponderación relacionada tanto con la cantidad de viajes que realiza el usuario indiferente, así como la cantidad de personas que realizaría dichos viajes.

Mientras que para el caso del valor del abono, la solución está expresada en (2.14)

$$T = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \left(\frac{1 - H(\tilde{\theta})}{h(\tilde{\theta}) \frac{\partial \tilde{\theta}(P, T)}{\partial T}} \right) + \{P x(P, \tilde{\theta}) + m (x(0, \tilde{\theta}) - x(P, \tilde{\theta}))\} \quad (2.14)$$

En esta expresión para el abono se observa que es inversamente proporcional a la fracción de gente que compra T pero directamente proporcional a la restricción de cobertura de costos sumado a un término relacionado con la cantidad de viajes realizados por ambas alternativas de pago con el precio por pasaje y el costo marginal.

2.3. El modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013): Tarjetas multiviaje considerando efectos del ingreso

Si bien Carbajo (1988) no especifica qué es el gusto representado por θ , sugiere que podría ser visto como el ingreso. Sin embargo, si así fuese, el modelo sufriría una omisión al no considerar los efectos que produce el ingreso en la demanda por viajes en transporte público. Dicha omisión es la principal razón por la cual, Jara-Díaz y Cruz (2013) desarrollan una extensión del modelo de Carbajo, con el fin de incluir los principales efectos vinculados al ingreso.

El primer efecto del cual se hace cargo el nuevo modelo, es considerar al ingreso como característica socioeconómica dentro de los diversos estratos en los que se puede dividir a la sociedad. Esto se basa en diversos estudios citados por Cruz (2013) como, “Gschwender y Jara-Díaz (2007) muestran que las elasticidades observadas de la demanda por transporte público con respecto al ingreso tiene valor negativo en general, salvo en casos donde se ha invertido mucho para mejorar el sistema (Matas, 2004)” (p.4), es decir, a medida que aumenta el ingreso del individuo entre estrato, menos se utiliza el transporte público y más el transporte privado, siendo un efecto atribuible a la posesión y uso del automóvil, por esto que es denominado “efecto tasa de motorización”. En la Tabla 2.3. Se puede observar un resumen de las elasticidades ingreso de la demanda encontrada por los autores citados anteriormente, además en la ilustración de la Figura 2.2. se muestra el efecto tasa de motorización.

Tabla 2.3.: Elasticidades ingreso de la demanda por transporte público

País o Ciudad	Elasticidad
Australia	-0,8
Canadá	-0,16
Reino Unido	-0,5 a -0,1
Francia	-0,08 a -0,05
Madrid	+0,15

Fuente: Gschwender y Jara-Díaz (2007)

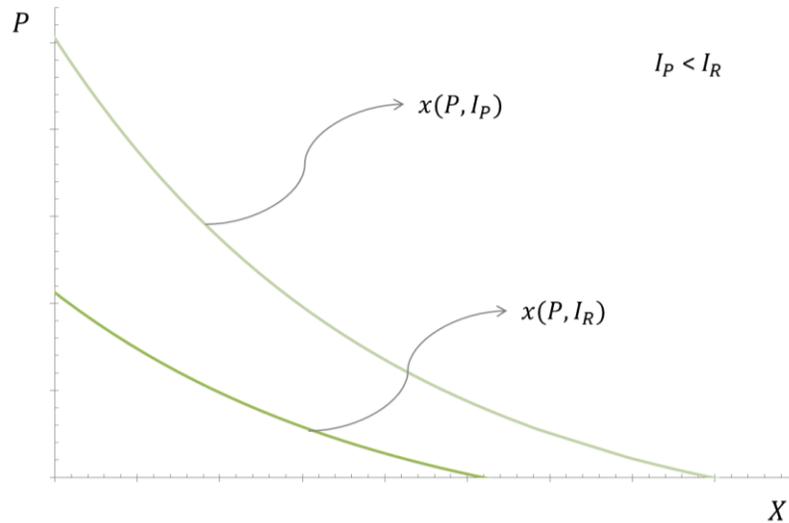


Figura 2.3.: Efecto tasa de motorización

El segundo efecto corresponde a considerar el valor del abono T como una reducción del ingreso del individuo que lo adquiere, y disminuye consecuentemente el ingreso efectivo para gastar en otros bienes, lo que reduce a su vez, el número de viajes de las personas. Este nuevo efecto es denominado “efecto ingreso disponible” y manifiesta que la cantidad demandada por transporte público al comprar el abono, depende del valor de éste siendo $X(0, I_i - T)$, y se presenta como una diferencia importante respecto al modelo de Carbajo, quien considera que la demanda una vez adquirido el abono es $X(0, I_i)$. Para una mayor comprensión del efecto, éste se ilustra en la Figura 2.3.

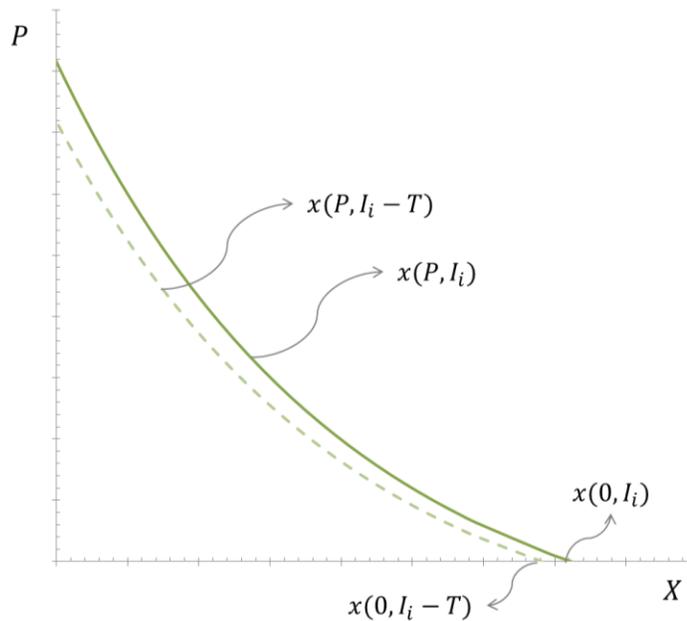


Figura 2.3.: Efecto ingreso disponible

Los efectos actúan en sentido inverso: el primero aleja la demanda del origen a medida que disminuye el ingreso, esto ocurre entre individuos de diferentes estratos y es independiente del valor del abono, mientras que el segundo efecto actúa dentro de cada estrato, contrayendo la demanda y acercándola al origen a medida que disminuye el ingreso disponible y sí depende del valor del abono.

En este modelo existe un usuario dentro de la población que es indiferente a una u otra alternativa de pago, y esa indiferencia está dada cuando los excedentes de los usuarios para ambas modalidades de pago se igualan $EMC_P = EMC_T$, obteniendo el ingreso indiferente $\tilde{I}(P, T)$ que sirve para determinar la elección de los usuarios dependiendo si su ingreso es mayor o menor que éste.

En este sentido, es importante destacar que los excedentes se pueden igualar en muchos pares (P, T) para un mismo estrato " i " y originan un lugar geométrico que Jara-Díaz y Cruz (2013) denominaron curva de indiferencia, que se encuentra determinado por el ingreso del estrato. Dicha curva es una función $I_i(P, T)$ y se representa en el plano PT .

Si se analizan los otros puntos del plano que no se encuentran en la curva, es decir, donde no se igualan los excedentes de las alternativas de pago, tendremos dos casos para analizar primero los puntos que se encuentren por sobre dicha curva de indiferencia, reportarán mayor excedente por la alternativa del abono que eligiendo el pago por viaje, o sea $EMC_T > EMC_P$ y el segundo caso son los puntos que se encuentren por debajo de la curva de indiferencia, donde el excedente mayor es para la alternativa de pago por viaje, cumpliéndose $EMC_P > EMC_T$.

En la ilustración de la Figura 2.4, se observa a la izquierda la demanda por viajes en transporte público para el estrato i graficada en el plano PX . Dicha curva define las áreas que configuran finalmente los excedentes del consumidor para un usuario de ese estrato. A la derecha de la Figura 2.4, se observa la curva de indiferencia del estrato de ingreso I_i en el plano PT , además se colorean las regiones donde se cumplen las condiciones explicadas en el párrafo anterior. Se puede detallar la forma de obtener los excedentes en la Tabla 2.4

Tabla 2.4.: Excedentes para cada tipo de usuario según su elección

Elección	Condición	Calculo
Elige T	$EMC_T > EMC_P$	$a + b + c - T > a$
Indiferente	$EMC_T = EMC_P$	$a + b + c - T = a$
Elige P	$EMC_T < EMC_P$	$a + b + c - T < a$

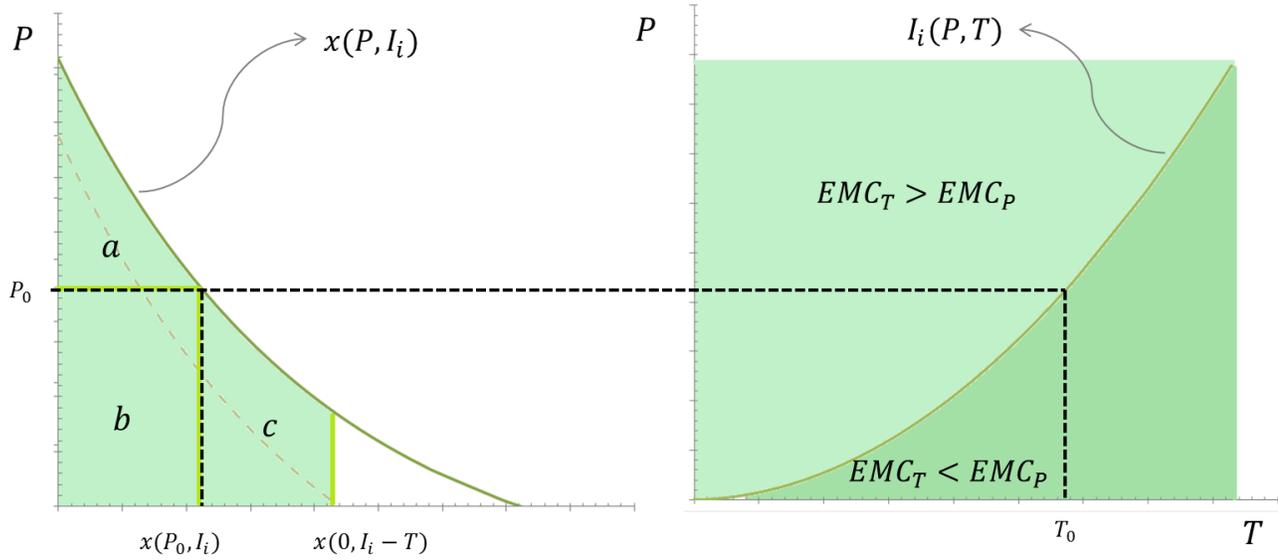


Figura 2.4.: Demanda, excedentes y curvas de indiferencia

Por último, como ya se conoce el mecanismo de elección para un estrato dado, se debe analizar la situación entre los diversos estratos que conforman la población. Como la demanda queda determinada por la intensidad de uso del transporte público, y esta a su vez está determinada por el ingreso, el valor del abono que estará dispuesto a pagar un estrato más pobre para un nivel de precio dado, será de mayor valor que el que está dispuesto a pagar uno más rico. Esto se puede deducir para algún usuario de las expresiones de la Tabla 2.5, en la cual el abono de indiferencia para un precio dado es $T = b + c$; sin embargo, se sabe que b y c de un pobre son mayores que b' y c' de un rico, debido a que la demanda de un estrato más pobre está más alejada del origen que la de un estrato más rico, por lo tanto se obtiene la expresión $T_{pobre} = b + c > b' + c' = T_{rico}$.

Si se analiza en el plano PT el resultado del párrafo anterior, la curva de indiferencia de un estrato rico estará más cercana al eje P que la de un estrato pobre en el rango de valores donde T es relevante. Esto se puede observar en la Figura 2.5, donde se cumple $I_1 < I_2 < \dots < \tilde{I} < \dots < I_{n-1} < I_n$. Además dicha ilustración sirve para analizar la elección de los usuarios que pertenecen a distintos estratos, debido a que cuando enfrentamos a todos éstos a un mismo precio por viaje P^* y tarifa de abono T^* , todos los usuarios deben optar por una de las alternativas de pago. Debido a los supuestos anteriores se define $\tilde{I}(P^*, T^*)$ cuya curva de indiferencia pasa por el par (P^*, T^*) donde se igualan los excedentes y marcará el límite entre quienes optan por cada alternativa, de tal forma que los estratos que tienen ingresos menores a \tilde{I} , tendrán una curva de indiferencia que pasará por debajo de la curva del ingreso indiferente; luego el punto (P^*, T^*) para este estrato más pobre se encontrará en la región por sobre la curva de indiferencia donde recordemos se cumple $EMC_{T^*} > EMC_{P^*}$.

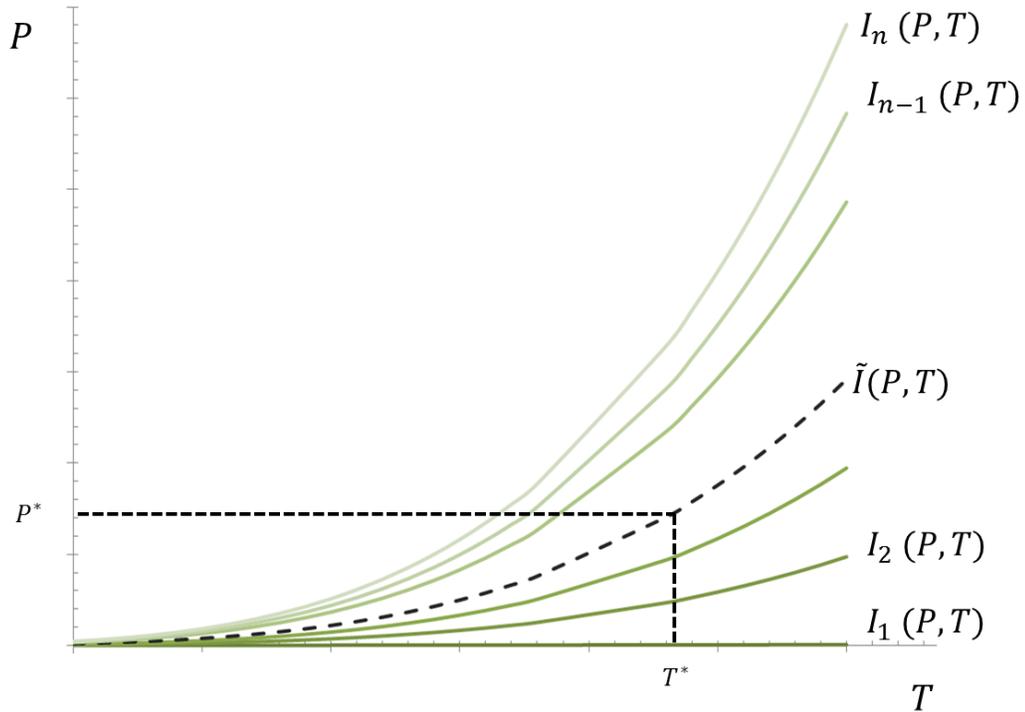


Figura 2.5: Curvas de indiferencia e ingreso indiferente

Al extrapolar dicho razonamiento, se tendrá que todos los estratos que posean curvas de indiferencia por debajo de la curva de ingreso indiferente tendrán mayor excedente del consumidor por la alternativa del abono que por el pago por viaje, eligiendo la primera opción. Si se realiza el mismo análisis para el caso de las curvas de indiferencia definidas por ingresos mayores a \tilde{I} , encontraremos que el punto (P^*, T^*) estará en la otra región donde se cumple $EMC_{T^*} < EMC_{P^*}$ y por lo tanto, dichos estratos con ingresos mayores elegirán pagar por cada viaje.

Finalmente ya se conoce el procedimiento de lección de los usuarios respecto a un ingreso indiferente y se puede presentar el modelo analítico de Jara-Díaz y Cruz (2013) que abarca desde los apartados (i) hasta (vii).

i. Elección de alternativa de pago

Para encontrar la elección por la alternativa de pago de los individuos, primero se debe encontrar el ingreso indiferente al igualar la siguiente condición (2.15)

$$\int_0^{x(0, I-T)} x^{-1}(x', \tilde{I}) dx' - T = \int_P^\infty x(P', \tilde{I}) dP' \quad (2.15)$$

Donde $x^{-1}(x, I_i)$ es la demanda inversa. El ingreso de indiferencia queda expresado como $\tilde{I}(P, T)$, además desde la misma condición (2.15) se obtienen las curvas de indiferencia $I_i(P, T)$ para cada estrato. La elección queda expresada por el siguiente criterio

$$\begin{aligned} I_i > \tilde{I}(P, T) & \quad \text{usuario elige el pago por viaje } P \\ I_i < \tilde{I}(P, T) & \quad \text{usuario elige el pago del abono } T \end{aligned}$$

ii. Demanda total por viajes en transporte público

La demanda agregada dentro de la población vista como un conjunto de i estratos con N_i el número de individuos pertenecientes a dicho estrato, debe ser separada según la elección de la alternativa elegida por los usuarios, obedeciendo a (2.16) en donde el primer término es la demanda total de viajes de quienes optan por la alternativa de pago por viaje y el segundo término de quienes optan por el abono.

$$D_{TP} = \sum_{I_i > \tilde{I}(P, T)} N_i x(P, I_i) + \sum_{I_i < \tilde{I}(P, T)} N_i x(0, I_i - T) \quad (2.16)$$

ii. Elasticidades precio de la demanda

Desde la demanda expresada en (2.16) se pueden obtener las elasticidades de la demanda, que serán útiles para expresar los resultados del modelo. A continuación, la elasticidad precio de la demanda (2.17).

$$|\eta_{P, I_i}| = \frac{\partial x(P, I_i)}{\partial P} \frac{P}{x(P, I_i)} \quad (2.17)$$

La elasticidad de la demanda respecto del valor del abono es (2.18)

$$|\eta_{T, I_i}| = \frac{\partial x(0, I_i - T)}{\partial T} \frac{T}{x(0, I_i - T)} \quad (2.18)$$

iii. Beneficio de los usuarios

Antes de calcular el beneficio de los usuarios, se debe conocer los excedentes del consumidor según sea su elección por alguna alternativa de pago se expresan según esta en (2.19) y (2.20)

$$EMC_P = \int_P^{\infty} x(P', I_i) dP' \quad \text{si se elige P} \quad (2.19)$$

$$EMC_T = \int_0^{x(0, I_i - T)} x^{-1}(x', I_i) dx' - T \quad \text{si se elige T} \quad (2.20)$$

Por otra parte, el beneficio de los usuarios se presenta en (2.21)

$$BU = \sum_{I_i > \bar{I}(P, T)} N_i \int_P^{\infty} x(P', I_i) dP' + \sum_{I_i < \bar{I}(P, T)} N_i \left[\int_0^{x(0, I_i - T)} x^{-1}(x', I_i) dx' - T \right] \quad (2.21)$$

iv. Costos

Los costos totales del productor al proveer el sistema están en (2.22); donde m corresponde al costo marginal por cada usuario que se le agrega al sistema, y F son los costes fijos.

$$CT = F + m \sum_{I_i > \bar{I}(P, T)} N_i x(P, I_i) + m \sum_{I_i < \bar{I}(P, T)} N_i x(0, I_i - T) \quad (2.22)$$

v. Ganancias

Para obtener la expresión para las ganancias del productor (2.23), se deben restar a los ingresos los costos, tal como sigue:

$$\pi = (P - m) \sum_{I_i > \bar{I}(P, T)} N_i x(P, I_i) + T \sum_{I_i < \bar{I}(P, T)} N_i - m \sum_{I_i < \bar{I}(P, T)} N_i x(0, I_i - T) - F \quad (2.23)$$

vi. Beneficio Social

El beneficio social corresponde a la suma del beneficio de los usuarios y ganancias del productor (2.22)

$$BS = BU + \pi \quad (2.24)$$

El beneficio social es (2.23):

$$BS = \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i \int_P^\infty x(P', I_i) dP' + \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i \left[\int_0^{x(0, I_i - T)} x^{-1}(x', I_i) dx' - T \right] \\ + (P - m) \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i x(P, I_i) + T \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i - m \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i x(0, I_i - T) - F \quad (2.25)$$

Una vez obtenido el beneficio social se puede plantear el problema a resolver, que es la maximización del bienestar social sujeta a una restricción de costos, tal como se muestra en la expresión (2.26):

$$\max_{P,T} BS(P, T) \quad (2.26)$$

$$s. a \quad \pi(P, T) > 0 \quad (\lambda)$$

La solución analítica para el pago por viaje queda expresada en términos del mark up ratio y corresponde a las siguiente expresión (2.27):

$$\frac{(P - m)}{P} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\sum_{I_i > I} \alpha_i |\eta_{X,P}|} \quad (2.27)$$

Donde el parámetro α_i corresponde a la proporción de viajes en transporte público para el estrato i al que opta por la alternativa de pago por viaje a un precio P (2.28)

$$\alpha_i = \frac{N_i x(P, I_i)}{\sum_{I_j > I} N_j x(P, I_j)} \quad (2.28)$$

Mientras que para el caso del valor del abono, la solución está expresada en (2.29)

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} \beta_i |\eta_{T, I_i}| x(0, I_i - T) [x^{-1}(x, I_i) - (1 + \lambda) m] \quad (2.29)$$

En este caso β_i es la proporción de usuarios que utiliza el abono y se expresa en (2.28)

$$\beta_i = \frac{N_i}{\sum_{I_j < I} N_j} \quad (2.28)$$

2.4. Síntesis y comentarios

A partir de la teoría de tarificación en dos partes, Carbajo (1988) modela una estructura tarifaria consistente en el pago por viaje P y el pago mediante un abono T , además contribuye con una caracterización de los usuarios de acuerdo un parámetro de gusto, relacionado con la intensidad del uso del transporte público.

Por su parte, Jara-Díaz y Cruz (2013) extienden el trabajo de Carbajo, al explicar el comportamiento de los usuarios en cuanto a la intensidad de uso del transporte público a través del ingreso de éstos y realizan importantes consideraciones en cuanto a sus efectos. El primero de ellos es sobre los viajes que se realizarán una vez que un individuo elige el abono, pues ellos consideran que sí dependen del valor de éste, por lo menos en el caso del transporte público, donde la proporción del gasto en transporte puede alcanzar un gran porcentaje del ingreso de los individuos. De manera simultánea a lo anterior ocurre el segundo efecto a través de la tasa de motorización, pues a medida que aumenta el ingreso entre estratos aumenta también la posesión y uso del automóvil. Esto sugiere que los efectos dentro de la población no son homogéneos entre las personas de diferentes ingresos por lo cual se mira a la sociedad de forma segmentada en un conjunto de estratos. Un aspecto importante que mantiene la extensión de Jara-Díaz y Cruz (2013) en relación a Carbajo (1988), es la utilización de un usuario indiferente a una u otra alternativa de pago dentro de la población que sirve como indicador para conocer la elección de los otros usuarios, sin embargo, el modelo más reciente utiliza las curvas de indiferencia de cada estrato para conocer la elección del usuario. En la Tabla 2.5. se muestra una síntesis de las principales características para cada modelo.

Tabla 2.5.: Resumen de características de ambos modelos

Indicadores	Carbajo (1988)	Jara-Díaz y Cruz (2013)
Parámetros de intensidad de uso	θ : Gusto	I : Ingreso
Distribución en la población	Continuo, $h(\theta)$ densidad	Discreto $i \in \{\text{Estratos}\}$
Demanda una vez adquirido T	$x(0, \theta)$	$x(0, I_i - T)$
Diferencias entre individuos	$x(P, \theta_1) > x(P, \theta_2)$ $\theta_1 > \theta_2$	$x(P, I_i - T) > x(P, I_j - T)$ $I_i < I_j$

Finalmente, en la Tabla 2.6. se resumen las soluciones analíticas. En este sentido es conveniente destacar que en ambos casos el mark up ratio es inversamente proporcional a la elasticidad ponderada por un término asociado a la restricción de costo, sin embargo, difieren en un término relacionado con la cantidad de personas que pagan por cada viaje. En el caso de las expresiones para obtener el valor del abono, son inversamente proporcionales a la fracción de gente que lo adquiere, vinculado de igual forma a la restricción de cobertura de costos a través de su multiplicador.

Criterio	Carbajo (1988)	Jara-Díaz y Cruz (2013)
Mark up	$\frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{\epsilon} \left[1 + \frac{x(0, \tilde{\theta}) (1 - H(\tilde{\theta}))}{\int_{\tilde{\theta}}^{\theta} x(P, \theta) h(\theta) d\theta} \right]$	$\frac{\lambda}{1+\lambda} \frac{1}{\sum_{I_i > I} \alpha_i \eta_{X,P} }$
Abono	$\frac{\lambda}{1+\lambda} \left(\frac{1-H(\tilde{\theta})}{h(\tilde{\theta}) \frac{\partial \tilde{\theta}(P,T)}{\partial T}} \right) + \left\{ P x(P, \tilde{\theta}) + m \left(x(0, \tilde{\theta}) - x(P, \tilde{\theta}) \right) \right\}$	$\frac{1}{\lambda} \sum_{I_i < I} \beta_i \eta_{T, I_i} x(0, I_i - T) [x^{-1}(x, I_i) - (1 + \lambda) m]$

Capítulo 3

Representación analítica de demandas, costos y beneficios

Una vez que se han analizado los modelos de tarificación y sus implicancias, queda solo presentar, de manera exhaustiva, el modelo analítico definitivo con el cual se hará el posterior cálculo del abono y el precio por viaje, labor que se realizará en el presente capítulo. El modelo utilizado será el desarrollado por Jara-Díaz y Cruz (2013), con ciertas adaptaciones, en cuanto a la demanda usada y las medidas de bienestar que surgen de éstas; además, se proporcionarán las interpretaciones correspondientes para todos los parámetros que se utilizan.

El capítulo comienza con la representación de la demanda para continuar con la de los excedentes del consumidor, así como también se exhiben los costos y la ganancia del productor; para confluir en el bienestar social, que es el criterio que será maximizado dentro de la reformulación del modelo junto a sus soluciones analíticas.

3.1 Representación de la Demanda

La representación para la demanda que será utilizada, es la recta que aparece en la ecuación (3.1):

$$x(P, I_i - T) = A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i - T} \quad (3.1)$$

El parámetro A_i corresponde a los viajes totales, considerando los viajes en transporte público y privado, que hace un individuo del estrato i , esto se incluye debido a que el modelo se hace cargo del efecto que genera la posesión y uso del automóvil dentro de cada estrato. El parámetro B_i representa la sensibilidad a las tarifas, ya sea el precio que se paga por viaje P o bien, la tarifa del abono T . Mientras que el parámetro restante Δ_i , que cumple la condición $\Delta_i > 0$, es un parámetro que refleja la tasa de motorización de cada estrato, y se ha modelado para capturar los viajes mínimos de un estrato en el transporte privado. De esta forma, aunque el

transporte fuese gratuito, los individuos no realizarían todos sus viajes en transporte público, pues siempre existiría una fracción de individuos del estrato que, a pesar de la gratuidad, seguirían realizando viajes en automóvil.

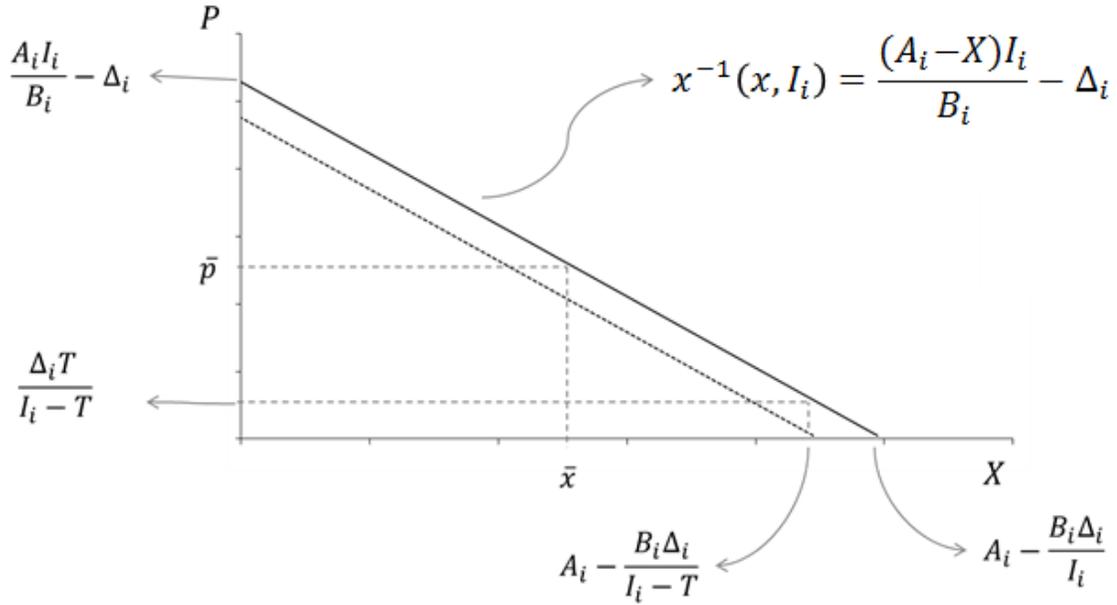


Figura 3.1.: Puntos críticos de la demanda

3.2. Elasticidades

Desde la demanda expresada en (3.1) se pueden obtener las elasticidades tanto para el precio por viaje como para el valor del abono. Para la elasticidad precio de la demanda es la expresión contenida en (3.2):

$$|\eta_{X,P}| = \frac{P}{\frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i}{I_i} (P + \Delta_i) \right)} = \frac{B_i P}{I_i x(P, I_i)} \quad (3.2)$$

A mayores valores de B_i , mayor será la sensibilidad del usuario frente al precio del pago por viaje.

En el caso de la elasticidad de la demanda respecto al valor del abono (3.3):

$$|\eta_{x,T}| = \frac{T}{\frac{(I_i - T)^2}{B_i \Delta_i} \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i - T} \right)} = \frac{B_i \Delta_i T}{(I_i - T)^2 x(0, I_i - T)} \quad (3.3)$$

En este caso se observa que los usuarios más sensible a la variación en el valor del abono está relacionado no sólo con un parámetro B_i alto, sino que también con aquellos que tienen mayor tasa de motorización, es decir, valores grandes de Δ_i .

3.3. Curvas de Indiferencia

Una de las herramientas que se utilizan para encontrar la elección de los individuos es la curva de indiferencia, la cual se obtiene despejando el precio por viaje P en función del valor del abono T desde la expresión (3.4), que iguala los excedentes de ambas alternativas.

$$EMC_P(P) = EMC_T(T) \quad (3.4)$$

De esta manera se obtiene el ingreso indiferente $\tilde{I}(P, T)$ para los P y T prevalecientes. Además se puede obtener finalmente la curva de indiferencia del estrato i que corresponde a la expresión (3.5)

$$P(T) = \frac{A_i I_i}{B_i} - \Delta_i - \frac{I_i}{B_i} \sqrt{\left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i} \left(1 - \frac{T}{I_i - T} \right) \right) \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i - T} \right) - \frac{2B_i}{I_i} T} \quad (3.5)$$

3.4. Excedente del consumidor y beneficio de los usuarios

Los excedentes individuales del consumidor son los indicados en las ecuaciones (3.6), resulta perentorio recordar que dependen de la elección del individuo.

$$\begin{aligned} EMC_P &= \frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i}{I_i} (P + \Delta_i) \right)^2 && \text{si se elige P} \\ EMC_T &= \frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i} \left(1 - \frac{T}{I_i - T} \right) \right) \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i - T} \right) - T && \text{si se elige T} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Una vez que los estratos han realizado su elección, la suma de los excedentes del consumidor en todos los usuarios del sistema da cuenta del beneficio de los usuarios, tal como se muestra en la ecuación (3.7). Aquí se puede observar que el primer término corresponde al excedente de aquellos usuarios que han elegido pagar por cada viaje, es decir; son aquellos que tienen su curva de indiferencia por sobre el ingreso indiferente: $I_i > \tilde{I}(P, T)$ y el segundo término corresponde al beneficio de los usuarios de los estratos que han optado por el abono, cuyo ingreso es menor al ingreso indiferente $I_i < \tilde{I}(P, T)$.

$$BU = \sum_{I_i > \tilde{I}(P, T)} N_i \frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i}{I_i} (P + \Delta_i) \right)^2 + \sum_{I_i < \tilde{I}(P, T)} N_i \left[\frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i} \left(1 - \frac{T}{I_i - T} \right) \right) \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i - T} \right) - T \right] \quad (3.7)$$

3.5. Representación de los costos

Los costos del sistema de transporte público son tanto fijos F como variables CV , este último depende de la elección del estrato, en la medida que la cantidad de viajes en transporte público de un usuario depende de dicha elección, éstos se presentan en las ecuaciones (3.8).

$$CV_P = m \sum_{I_i > \tilde{I}(P, T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i} \right) \quad \text{si se elige P}$$

$$CV_T = m \sum_{I_i < \tilde{I}(P, T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{\Delta_i}{I_i - T} \right) \quad \text{si se elige T} \quad (3.8)$$

Si se agregan los costos se obtiene el costo total de servir toda la demanda tal como se detalla en la expresión (3.9):

$$CT = F + m \sum_{I_i > \tilde{I}(P, T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i} \right) + m \sum_{I_i < \tilde{I}(P, T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{\Delta_i}{I_i - T} \right) \quad (3.9)$$

3.6. Ganancias

Para obtener la expresión de las ganancias (profits) del productor se debe primero considerar los ingresos del productor (revenue) R_i , los cuales, al igual que los costos variables

dependen de la elección de la alternativa de pago por parte de los usuarios del estrato. Sin embargo no dependen de la misma forma, pues por cada viaje que realice el estrato que eligió pagar por cada viaje ingresará un monto P , por el contrario para el estrato que eligió pagar el abono existirá un ingreso que depende únicamente de la cantidad de personas que lo adquieren. En el caso de los costos de los viajes de quienes adquieren el abono éstos no dependen del número de personas que adquieren el abono, sino que depende de la cantidad de viajes que realiza el estrato que opta por el abono. En las ecuaciones (3.10) se muestran los términos detallados anteriormente.

$$\begin{aligned}
 R_P &= P \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i} \right) && \text{si se elige P} \\
 R_T &= T \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i && \text{si se elige T}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Para obtener las ganancias solo basta restar los costos a los ingresos, esta expresión es la que se presenta en (3.11)

$$\begin{aligned}
 \pi &= (P - m) \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i} \right) \\
 &\quad + T \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i + m \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{\Delta_i}{I_i - T} \right) - F
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

3.7. Beneficio Social

El beneficio social corresponde a la suma del beneficio de los usuarios y ganancias del productor (3.12)

$$BS = BU + \pi \tag{3.12}$$

El beneficio social detallado es (3.13):

$$\begin{aligned}
BS = & \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i \frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left(A_i - \frac{B_i}{I_i} (P + \Delta_i) \right)^2 \\
& + \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i \frac{1}{2} \frac{I_i}{B_i} \left[A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i} \left(1 - \frac{T}{I_i - T} \right) \right] \left(A_i - \frac{B_i \Delta_i}{I_i - T} \right) \\
& + (P - m) \sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{(P + \Delta_i)}{I_i} \right) \\
& + m \sum_{I_i < \bar{I}(P,T)} N_i \left(A_i - B_i \frac{\Delta_i}{I_i - T} \right) - F
\end{aligned} \tag{3.13}$$

3.8. Modelo y soluciones analíticas

El problema a resolver se muestra en la siguiente expresión (3.14)

$$\begin{aligned}
\max_{P,T} \quad & BS(P, T) \\
s. a \quad & \pi(P, T) > 0 \quad (\lambda)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Las soluciones analíticas sufren leves variaciones. Para el precio por cada viaje resulta la expresión (3.15) que es conocido como el mark-up ratio, y es necesario recalcar, que desde esta expresión no siempre se puede despejar el precio, debido a que en el lado derecho se encuentra la elasticidad precio de la demanda, la cual también depende de P .

$$\frac{(P - m)}{P} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{\sum_{I_i > \bar{I}(P,T)} \alpha_i |\eta_{X,P}|} \tag{3.15}$$

Donde α_i es la proporción de viajes del estrato i entre quienes optan por el pago por cada viaje tal como se indica en (3.16)

$$\alpha_i = \frac{N_i x(P, I_i)}{\sum_{I_j > \bar{I}(P,T)} N_j x(P, I_j)} \tag{3.16}$$

Mientras que para el caso del valor del abono, la solución está expresada en (3.17)

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{I_i < I} \beta_i \frac{B_i \Delta_i T}{(I_i - T)^2} \left[\frac{\Delta_i T}{I_i - T} - (1 + \lambda) m \right] \quad (3.17)$$

Donde β_i es la proporción de personas del estrato i entre quienes optan por el pago por el abono tal como se indica en (3.18)

$$\beta_i = \frac{N_i}{\sum_{I_j < I} N_j} \quad (3.18)$$

3.9 Síntesis y Comentarios

Es necesario destacar que la demanda utilizada originalmente en la extensión de Jara-Díaz y Cruz (2013) adopta otra representación para la demanda aunque de igual forma es lineal y diferenciada para para cada estrato i .

El inconveniente que acarrea dicha representación es que en realidad, se trata de dos demandas diferenciadas para un mismo estrato reguladas por una variable dicotómica; una para el abono y otra para el pago por cada viaje. En ese sentido la demanda no depende del ingreso disponible explícitamente, sino que lo hace a través de la proporción del gasto T/I_i . En estas circunstancias, se hacía necesario introducir una nueva representación e interpretación de los parámetros, que considerara directamente el efecto ingreso disponible; es decir, sin demandas diferenciadas a través de un parámetro dicotómico y en segundo lugar se hacía necesario capturar de forma directa el efecto de la tasa de motorización en la demanda, lo que fue realizado al introducir el parámetro Δ_i . Finalmente en ambas representaciones para la demanda, el efecto socioeconómico del ingreso es controlado por el parámetro A_i que son los viajes totales realizados por el estrato.

Capítulo 4

Representación empírica de demandas y costo

En este capítulo se pretende estimar todos los parámetros que determinan tanto la demanda como los costos, así como los excedentes y las medidas de bienestar que surgen de éstos. En las siguientes secciones, primero se describirán y explicarán las fuentes de datos que se utilizarán en este trabajo. La primera es la Encuesta Origen Destino de los Hogares del año 2001, la que llamaremos desde ahora “EODH”. La segunda es la base de datos generada a través de los Estados de Resultados de los operadores de buses del Transantiago entre los años 2007 - 2013, abreviada “ER”. Un apartado importante de este capítulo es la justificación empírica de un supuesto del modelo, que indica que el comportamiento de los usuarios, frente a las opciones planteadas, está dado por su ingreso al generar dos principales efectos; uno llamado “Ingreso disponible” y el otro “Tasa de motorización”. Finalmente, se explicará el procedimiento de tratamiento y transformación de los datos utilizados, así como también se obtendrán los resultados de dicha estimación.

4.1. Descripción de los datos

En la descripción de los datos se seguirá el siguiente orden en cada una de las secciones: se presentan los datos que sirven para estimar los parámetros de la demanda, que es principalmente la encuesta origen destino de hogares EODH luego, se explicarán los datos con los cuales se estimaron las funciones de costos desde los estados de resultados ER y los viajes provistos por Transantiago.

4.1.1. Encuesta Origen Destino

La encuesta origen destino es una importante herramienta en la que se estudia el comportamiento de los usuarios del transporte, dentro de la ciudad de Santiago. El levantamiento de los datos es realizado por un ente externo a pedido de la Secretaría de Transportes (SECTRA),

y se caracteriza por efectuar cuatro principales tareas; la encuesta a hogares (EODH), la encuesta de interceptación (EODI), la medición del flujo vehicular y la medición del nivel de servicio.

En este trabajo, la encuesta analizada corresponde a la muestra de la EODH realizada el año 2001 por el DICTUC, la cual consistió en entrevistar personalmente a todos los miembros de los más de 15.000 hogares seleccionados, aleatoriamente, dentro de la ciudad. Los miembros del hogar detallan sus patrones de viajes para días hábiles o fines de semana, durante algún periodo del año (normal o estival). Describen diversas características que estos viajes puedan tener, entre las que destacan; el propósito del viaje, el origen, el destino, el tiempo empleado, el gasto incurrido, el número de combinaciones, el modo de viaje, ruta de viaje, etc. También se detallan características estructurales del hogar encuestado como su composición familiar, la posesión de automóviles, la ubicación de la vivienda, etc. Así como también las características socioeconómicas (SE) de los encuestados; tales como la edad, profesión, género, ingresos, etc.

A los datos obtenidos en la muestra se le agregan otros datos de diversas fuentes de información, con el fin de expandirlos a toda la población. Estas fuentes son también de origen público, como las declaraciones del Servicio de Impuestos Internos, Registros municipales de patentes, inscripción de automóviles en el Registro Civil, Censo de Población y Viviendas 2002, etc. Con este procedimiento de cruce de datos, se encuentran los factores de expansión de cada hogar e individuo, que sirven a su vez, para proyectar las cantidades demandadas de viajes para toda la población.

Los principales resultados de la EODH serán reportados en estratos de ingreso. Respecto a este último punto, es necesario destacar que para la elaboración de dichos estratos socioeconómicos, se utilizaron los deciles generados por la Encuesta de Caracterización Socioeconómica de los hogares del año 2000 (CASEN)¹, que clasifica a los hogares en alguno de los deciles, según el ingreso per cápita del hogar. En la Tabla 4.1 se detallan los estratos o deciles según el intervalo de ingreso, además se entrega el porcentaje de la muestra que pertenece a cada decil.

Esta estratificación es de suma importancia, pues al ser un objetivo de la memoria capturar los efectos del ingreso en los abonos de transporte todos los análisis estarán basados en dicha segmentación. En los siguientes apartados se realizará el análisis exploratorio de los datos provistos por la EODH que se encuentra estructurado de la siguiente forma primero la información relativa a los hogares encuestados, luego la caracterización de las personas pertenecientes a dichos hogares y finalmente se analiza el patrón de viajes de las personas.

¹ Es el instrumento público utilizado a la hora de estratificar a la población chilena cuando se requiere focalizar políticas públicas.

Tabla 4.1.: Denominación de estratos, intervalos de ingreso y porcentajes de personas

Estrato	Intervalo de Ingreso [\$]	Personas
I	[0 ; 22.500 [4,5%
II	[22.500 ; 45.000 [15,5%
III	[45.000 ; 60.000 [13,9%
IV	[60.000 ; 75.000 [13,6%
V	[75.000 ; 98.278 [14,1%
VI	[98.278 ; 121.555 [10,5%
VII	[121.555 ; 184.681 [14,4%
VIII	[184.681 ; 247.808 [5,6%
IX	[247.808 ; 371.711 [4,3%
X	[371.711 ; 0 [3,6%

Fuentes: Estructura de los ingresos de hogares CASEN 2000, EODH 2001.

4.1.1.1. Hogares Encuestados

El número promedio de personas por hogar es alrededor de 3,9, pero varían según el estrato socioeconómico; los hogares más pobres tienen mayor número de miembros, 4,6 personas en promedio, con un 47% de hogares con más de cinco miembros, mientras que el estrato más rico alcanza a 3,1 personas en promedio, pues el 48,3% de dicho estrato, tiene dos o menos miembros en el hogar.

Los hogares encuestados se concentran, mayoritariamente, en el sector Sur de Santiago alcanzando un 25,9% de concentración en dicha zona, mientras que en el centro de la capital, sólo se encuestó al 4,1%.

Debido a que Santiago es una ciudad espacialmente segregada, la concentración dentro de los estratos no es uniforme, es decir, un 68,9% de los hogares del estrato más rico se encuentran en la zona oriente, siendo ésta la zona más acomodada de la ciudad; por el contrario, las personas del estrato más pobre alcanzan su mayor concentración en la zona Sur de la capital, llegando al 36,9% de los hogares.

Respecto al número de automóviles, el promedio es 0,53 automóviles por hogar; un 30,1% de éstos posee sólo un auto, mientras que el 9,7% posee dos o más. Si se analizan los datos por estrato se revelan las desigualdades en su distribución, pues en los estratos más pobres el 85,6% de los hogares no posee automóvil, mientras que la cifra se revierte al analizar al estrato

más rico, el que alcanza solo un 17,6% de hogares que no poseen automóvil y un, no despreciable, 41,7% que posee dos o más automóviles. Para mayores detalles ver los histogramas de la Figura 4.1.

4.1.1.2. Personas

En cuanto a las personas, la edad promedio es de 35,4 años, número que varía entre las personas según su estrato socioeconómicos. Mientras más pobre es el estrato se observa una edad promedio más joven, bordeando los 28,9 años, debido a que en dicho estrato el 54,6% es menor de 25 años. Sin embargo, en los estratos más ricos se muestran edades promedios mayores, al alcanzar un rango de 40,2 años con solo un 32,6% de menores de 25 años.

El máximo nivel de educación que alcanzan los encuestados se concentra en el grado secundario con un 35,5%, mientras que sólo un 7,2% de la muestra alcanza la educación universitaria. Si se analiza este dato por estratos las diferencias son aún más evidentes, pues aquellos más pobres manifiestan la menor proporción de educación terciaria (Técnica profesional o Universitaria completa e incompleta) al alcanzar un 6,4% de la muestra; mientras que los estratos más ricos logran un 64,1% en los mismos niveles de educación, donde se destaca un 41,6% de educación universitaria completa.

Finalmente, respecto a las personas, la distribución de las actividades muestra que el 51,6% trabaja; la minoría de los encuestados lo hace de forma parcial u ocasional, en contraste con el 39,6%, que lo hace de forma completa, al destinar más de 40 horas semanales al trabajo. En el análisis según estratos socioeconómicos, la tendencia muestra que los estratos más pobres tienen trabajos más inestables u ocasionales, pues sólo el 8,5% presenta un trabajo de más de 40 horas semanales. Mientras que en los estratos más ricos el tipo de trabajo que predomina es aquel que considera una jornada completa, lo que se expresa en el sector más adinerado con un 61,1%. Para mayores detalles ver los gráficos de barras de la Figura 4.2.

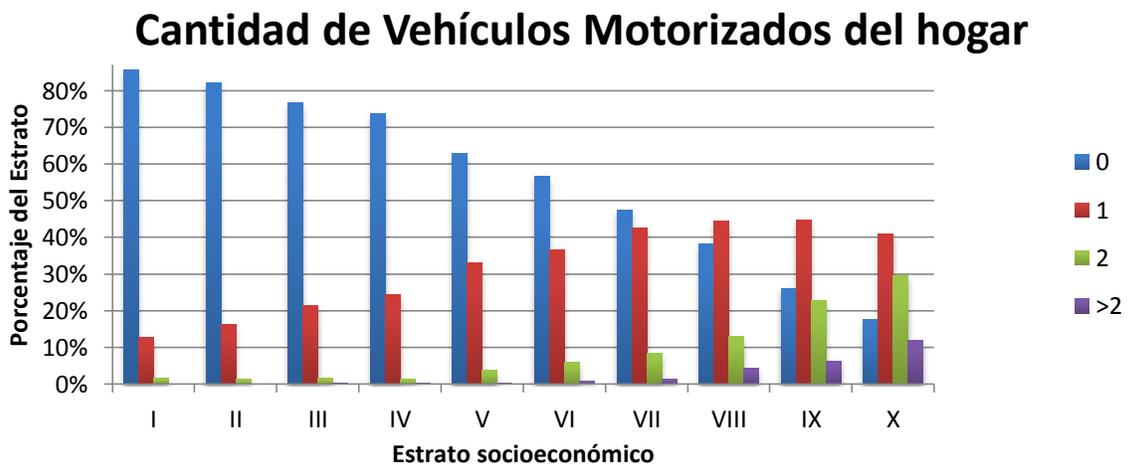
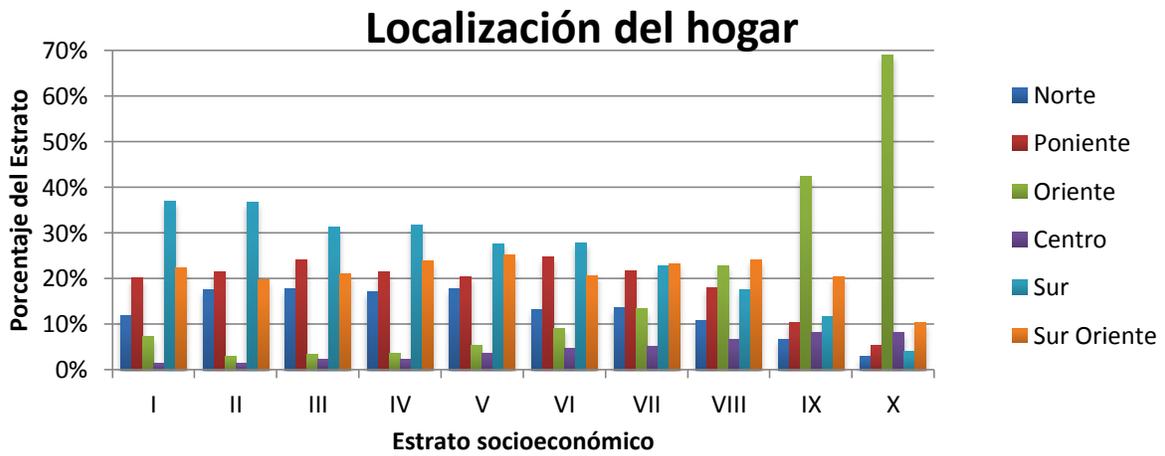
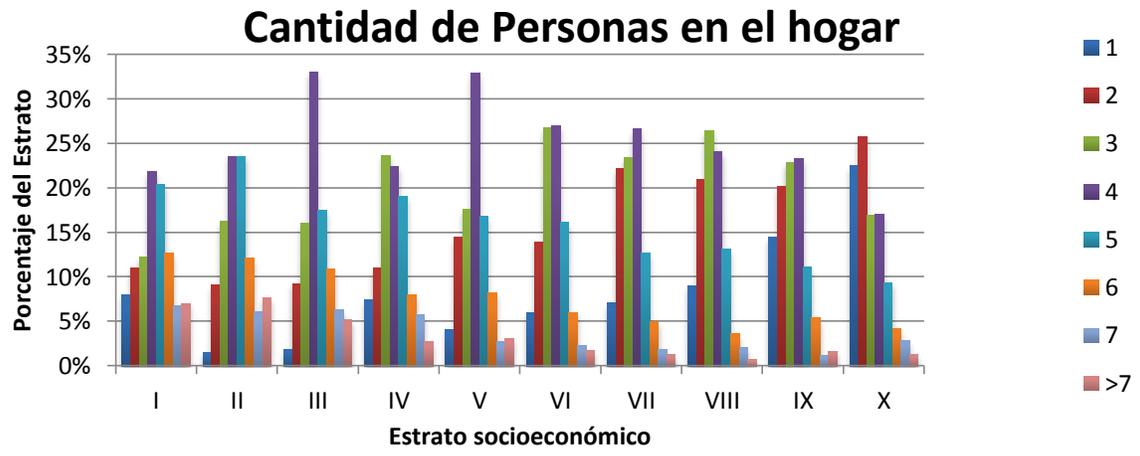


Figura 4.1.: Distribución por estratos de las principales características estructurales del hogar, las columnas dentro de cada estrato totalizan el 100%.

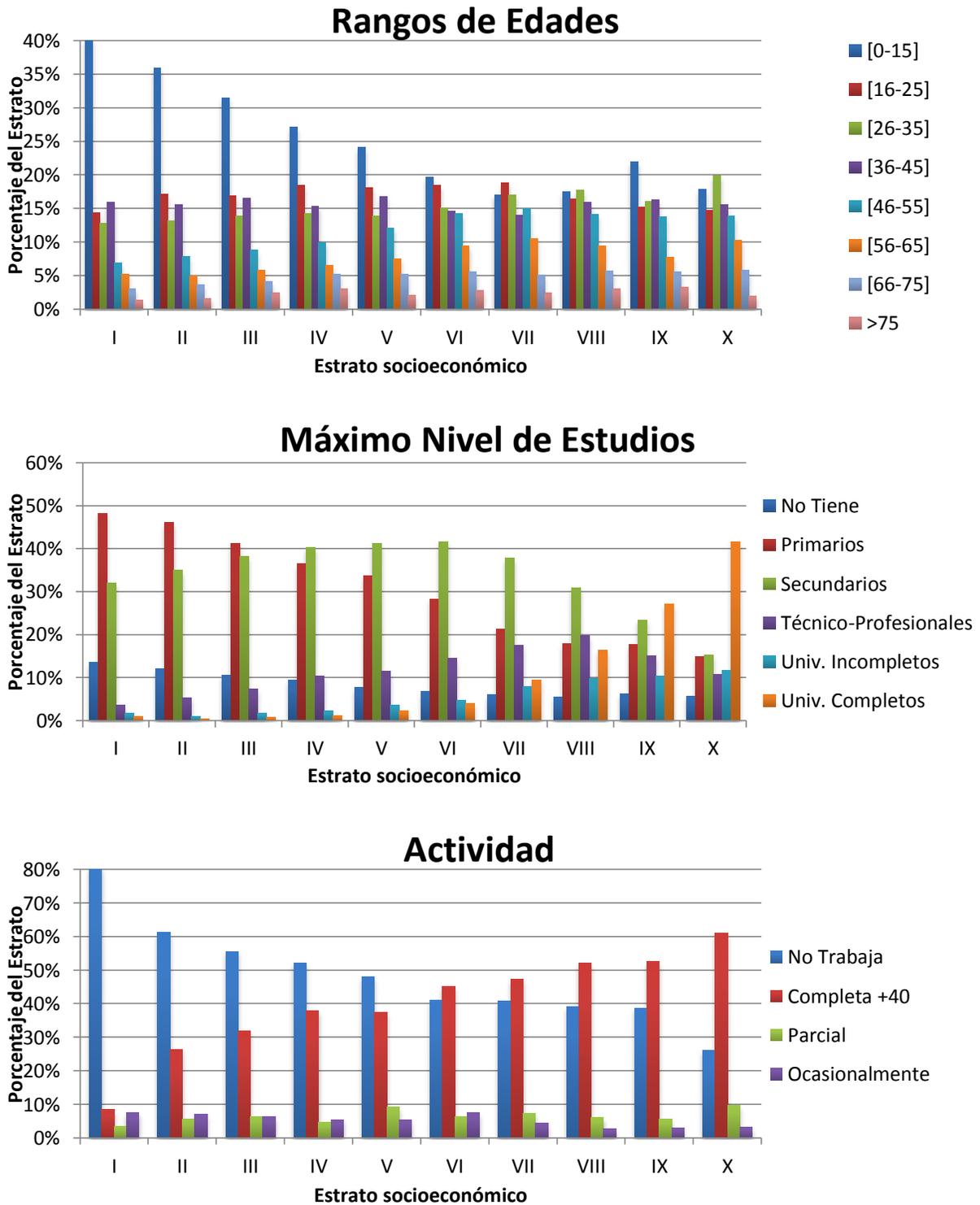


Figura 4.2: Distribución por estratos de las principales características de las personas, las columnas dentro de cada estrato totalizan el 100%.

4.1.1.3. Viajes Motorizados

Hasta ahora, tanto para la caracterización de los hogares como para la de las personas, no ha sido necesario distinguir entre los días de la semana, sin embargo en cuanto a viajes se refiere, éstos sí dependen del día en que se realiza, por lo tanto la estructura del análisis considera el día de la semana si este es un día laboral o si es fin de semana.

El promedio de viajes totales para un individuo promedio, considerando transporte público y privado en un día laboral (desde lunes a viernes) es de 2,71 viajes, este número aumenta el día sábado a 2,76 viajes, y disminuye el día domingo a 2,59 viajes. En todas las muestras pertenecientes tanto a los días laborales como fines de semana, el mayor porcentaje de viajes realizados es dos, alcanza su mayoría en el estrato más pobre al llegar a un 75,6%. Sin embargo, llama la atención que a medida que aumenta el ingreso, los estratos realizan más viajes diarios; sólo un 10,2% del estrato más pobre realiza tres o más viajes motorizados diarios, mientras que en el estrato más rico un 57,8% realiza tres o más viajes. Esta última variable será abordada y profundizada en secciones posteriores.

La situación descrita anteriormente para un día laboral, se revierte cuando se analiza por modo de transporte (transporte privado versus transporte público), pues se observa un descenso sostenido en la proporción de viajes en transporte público a medida que aumenta el ingreso. En transporte público los viajes promedio son menores alcanzando 2,1 viajes para cada sub-muestra diaria, sin embargo, al analizar por estrato socioeconómico, el estrato más pobre alcanza un mayor número de viajes promedio alcanzando 2,22 viajes, mientras que el estrato más rico alcanza sólo un 2,08 de viajes promedios realizados en transporte público para un día laboral, pero que en el fin de semana disminuye al 1,93 viajes promedio. Con estas cifras se puede calcular la participación modal del transporte público dentro de los estratos como se indica en la Figura 4.3.

Al analizar la proporción de viajes, en uno u otro sistema para los distintos días, se observa que las tendencias se mantienen a medida que crecen los ingresos, sin embargo, es importante destacar que, a diferencia de los días laborales, en el fin de semana se observa paulatinamente un aumento en el uso del transporte privado en los estratos medios, por ejemplo el estrato V alcanza su máximo aumento el día sábado logrando un 19,1% de diferencia en su proporción a favor del transporte privado, mientras que el estrato VI el día domingo tiene una diferencia de un 25,1% más de viajes en transporte privado respecto a un día laboral, esto da indicios que los estratos medios utilizan el automóvil sólo el fin de semana.

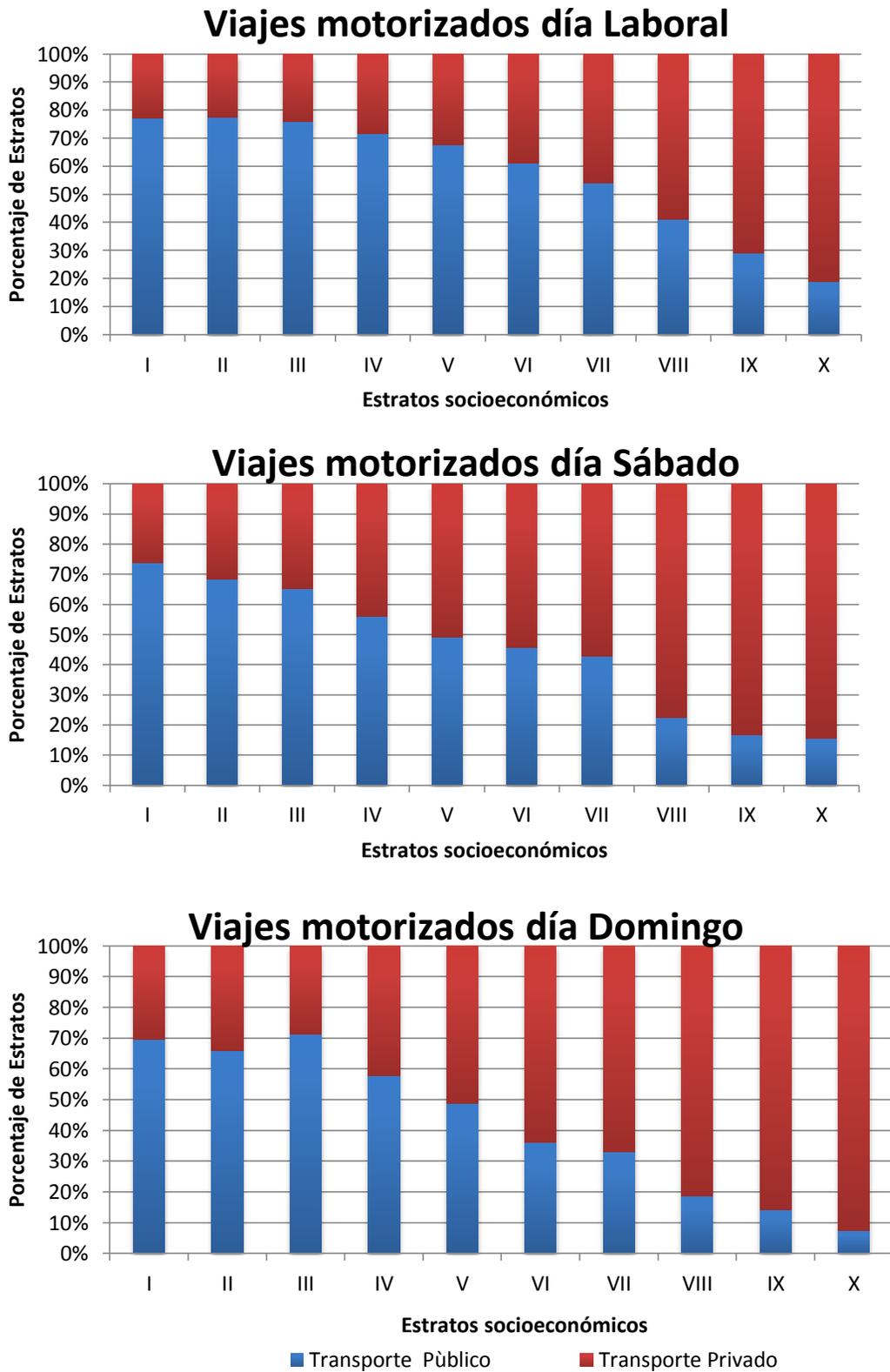


Figura 4.3.: Proporción de viajes en transporte público y transporte privado por estratos

4.1.2. Estados de Resultados y viajes del Transantiago

Por normativa de la Superintendencia de Valores y Seguros (SVS) las sociedades anónimas deben enviar un informe estandarizado con sus estados financieros denominada FECU (Ficha Estadística Codificada Uniforme) con una frecuencia trimestral (Q: quarter). En este informe se presentan tanto el Estado de Situación Patrimonial como el Estado de Resultados, es éste último desde donde se extraen los costos detallados de cada operador que forma o formó² en algún momento parte del Sistema de Transporte Público de Santiago entre los años 2007 y 2013. Es decir, se cuenta con los costos del sistema de transporte público de superficie durante un periodo de 24 trimestres, así como también la cantidad de viajes totales del sistema, extraída desde la Directorio de Transporte Público Metropolitana (DTPM), en dichos periodos con el fin obtener los costos fijos y variables del sistema. Es importante destacar que en el sistema de transporte público de Santiago existen dos tipos de servicios que pueden prestar los operadores según las área que atienden, uno de ellos es el servicio Alimentador que sirve tramos cortos y el otro es el servicio Troncal que sirve tramos más largos que el anterior, prestar uno de éstos servicios no es excluyente con el otro, por lo que existen empresas que prestan ambos servicios.

4.1.2.1 Características de las empresas

Las empresas que conforman el sistema se pueden observar en la Tabla 4.1.2:

Tabla 4.2.: Descripción de las empresas que pertenecieron al sistema de transporte público Transantiago en el periodo 2007 - 20013

Nombre Empresa	Tipo Servicio	Trimestres Operando
RedBus Urbano S.A	Alimentador	1Q 2007 - Actualidad
STP Stgo S.A	Alimentador	1Q 2007 - Actualidad
Unión del Transporte S.A.	Alimentador	1Q 2007 - 1Q 2012
Buses Gran Santiago S.A.	Troncal - Alimentador	1Q 2007 - 4Q 2011
Transaraucarias S.A.	Alimentador	1Q 2007 - 3Q 2012
Comercial Nuevo Milenio S.A.	Alimentador	1Q 2007 - 1Q 2012
Inversiones Alsacia S.A.	Troncal	1Q 2007 - Actualidad
SuBus S.A.	Troncal - Alimentador	1Q 2007 - Actualidad
Express de Santiago Uno S.A	Troncal - Alimentador	1Q 2007 - Actualidad
Buses Vule S.A	Troncal - Alimentador	4Q 2009 - Actualidad
Buses Metropolitana	Troncal - Alimentador	1Q 2007 - Actualidad

Fuentes: Sitio web www.Transantiago.cl

² En el transcurso del periodo analizado, las empresas se han fusionado, quebrado o se ha puesto término a su licitación.

Inicialmente eran cuatro líneas puramente troncales, cinco líneas alimentadores y una empresa con ambos roles distribuidos dentro de las diez zonas en que se encuentra dividido hasta ahora el sistema. De acuerdo a la evolución de éste mismo, consistente en el quiebre de algunos operadores, la fusión de otros y nuevas licitaciones, hoy se cuenta con sólo dos empresas puramente troncales, dos alimentadores y tres troncales-alimentadores, en síntesis siete empresas o unidades de negocios para las mismas zonas.

Además desde las fuentes de sistema de Transporte se obtuvieron todos los viajes realizados durante el mismo periodo, para cada empresa que haya sido parte del sistema de transportes. En la Tabla 4.3. se presentan los costos medios de todos los operadores que han pertenecido o pertenecen al sistema de transporte público, es importante destacar que todas las cifras han sido corregidas por la inflación con base en el año 2013.

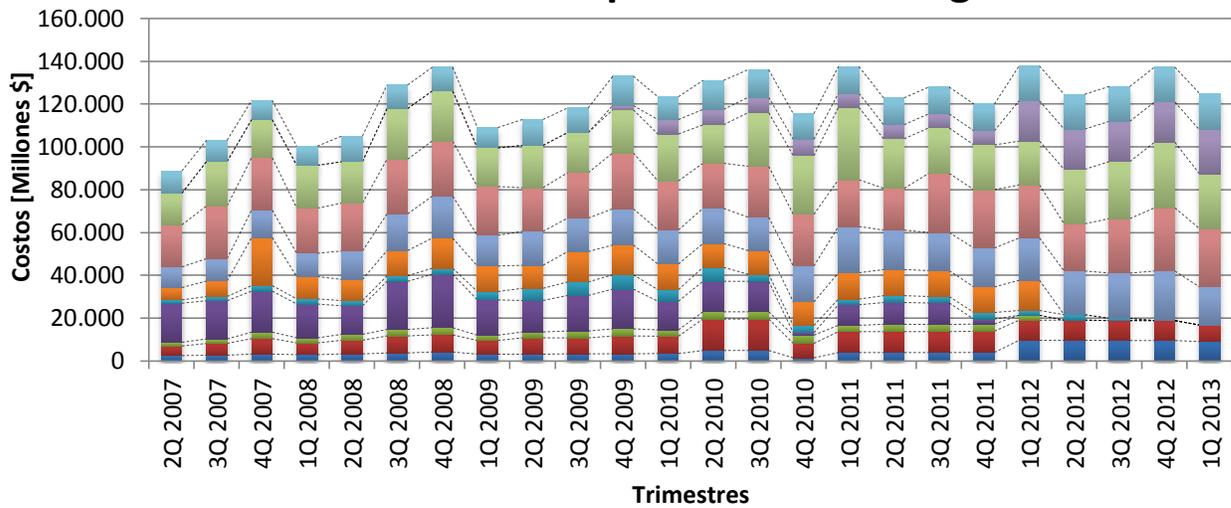
Tabla 4.3: Descripción de los costos y viajes acumulados de las empresas pertenecientes al sistema de transporte público en el periodo 2007 y 2013.

Nombre Empresa	Costos Acumulados [MM\$]	Cantidad de Viajes	Costo Medio por viaje [\$]
RedBus Urbano S.A	151.875.980	373.255.013	406,9
STP Stgo S.A	258.730.458	587.568.240	440,3
Unión del Transporte S.A.	72.680.716	211.875.538	343,0
Buses Gran Santiago S.A.	336.321.728	600.412.998	560,2
Transaraucarias S.A.	92.617.456	224.277.130	413,0
Comercial Nuevo Milenio S.A.	295.593.936	589.727.541	501,2
Inversiones Alsacia S.A.	518.362.533	781.587.074	663,2
SuBus S.A.	738.462.349	1.111.360.212	664,5
Express de Santiago Uno S.A	693.079.993	1.216.704.503	569,6
Buses Vule S.A	207.642.060	360.417.370	576,1
Buses Metropolitana	386.271.843	810.547.348	476,6

Fuentes: Directorio Transporte Público Metropolitano (DTPM), Superintendencia Valores y Seguros (SVS)

En los gráficos de la Figura 4.4 se puede observar la participación que tiene cada empresa dentro de los costos y viajes trimestrales del sistema de transporte, así como también se observa que las diferencias entre costos y viajes entre los mismos semestres, el trimestre más costoso es el primero del año 2012, mientras que la mayor cantidad de viajes se realizó durante el último trimestre del año 2008.

Costos Anuales Empresas Transantiago



Viajes trimestrales Empresas Transantiago

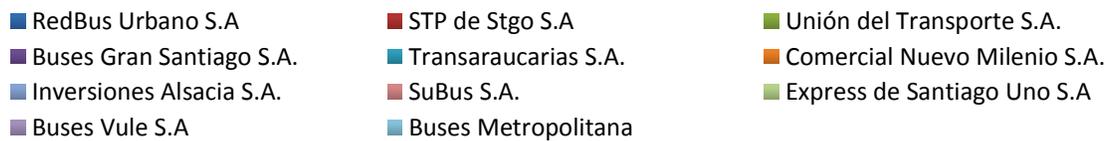
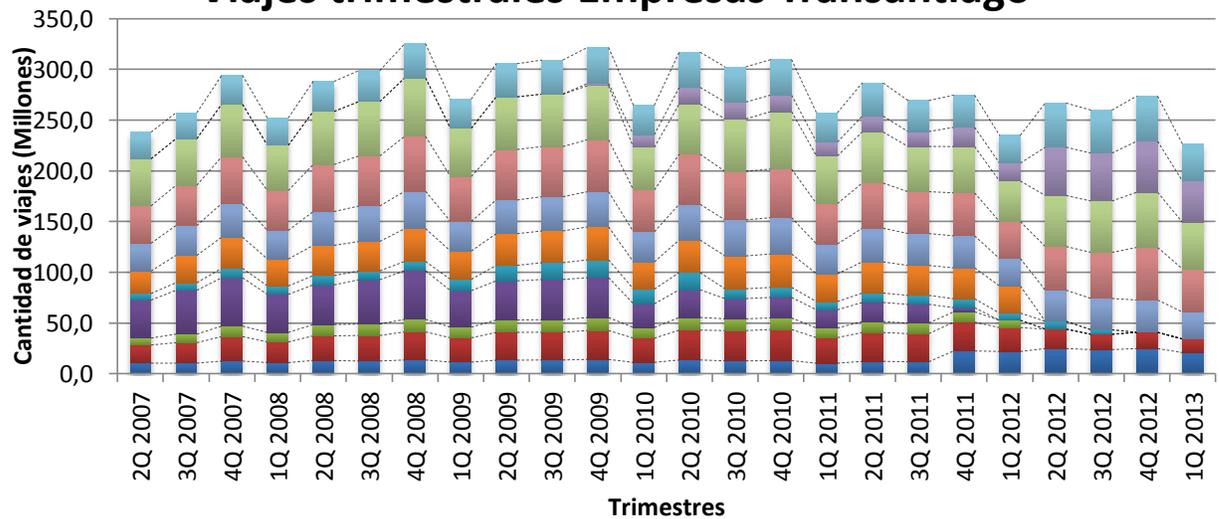


Figura 4.4: Proporción de viajes en transporte público y transporte privado para cada empresa por trimestre.

4.2. Transformación y tratamiento de los datos:

Para comenzar esta sección es necesario realizar una introducción del marco teórico de las técnicas de análisis de datos que son ampliamente utilizadas en este trabajo al momento de calibrar el modelo de Jara-Díaz y Cruz (2013). Dichas técnicas son la imputación de datos mediante regresión lineal y matching basado en características socioeconómicas, ambas abordadas y discutidas en Munizaga et al (2010).

En el caso de la información de los usuarios, se hace necesario ahondar sobre los estudios que construyen los patrones de viaje de éstos, desde las observaciones para días aislados hasta obtener ciclos semanales o mensuales. Esto se debe a que, por lo general el diseño de nuestra fuente de datos, la encuesta origen destino (EOD), no posee observaciones mayores a un día, mientras que se requieren comportamientos mensuales para el desarrollo del trabajo. Por otro lado, la información provista en los Estados de Resultados (ER) resiste un tratamiento econométrico directo para aplicar métodos de regresión usuales.

La forma más sencilla de afrontar el primer caso, es considerarlo como una pérdida parcial de datos, “donde se tiene la información de un día laboral de un encuestado pero no su comportamiento durante el fin de semana” Munizaga et al. (2010). Un método posible es imputar los datos a través de regresiones, donde se obtienen los parámetros para los usuarios que tengan la información completa, y mediante estos parámetros obtener los valores para los usuarios incompletos. Sin embargo, este método no se puede aplicar a los datos de la EOD debido a que ningún dato que se posee tiene toda la información requerida, pues la EOD no posee ninguna observación semanal o mensual. Por otra parte, este método de imputación, sí es aplicable a nuestra segunda base de datos con información de los costos y viajes de los operadores (ER), ya que en ciertos casos se tiene pérdida parcial de datos de la variable dependiente, pero que se pueden conocer, a través de los parámetros ajustados de la mayoría de los datos completos y de la variable independiente. A continuación, se presenta el problema de regresión (4.1) para posteriormente formalizar el procedimiento de imputación mediante regresión:

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i; \beta)]^2 \quad (4.1)$$

Este método se utiliza cuando se posee un conjunto de datos (x_i, y_i) con $i \in \{1 \dots n\}$ para ajustar funciones no lineales, donde $f(x_i; \beta)$ es la función que se desea ajustar a los datos y β es el vector de parámetros de dicha función.

La imputación mediante un método de regresión, se realiza cuando una parte de los datos está incompleta, x_i con $i \in \{1 \dots m\}$, pero aun así, la mayoría de los datos se encuentran con toda su información, es decir, (x_i, y_i) con $i \in \{1 \dots n - m\}$. El procedimiento que sigue para los datos que no poseen su variable dependiente, es completarlos a través del valor teórico de una

regresión ajustada sobre los datos completos y luego se agregan a la base m datos imputados con el valor $(x_i, f(x_i; \beta))$.

Una vez resuelto el problema del tratamiento de datos para la base ER, aún queda pendiente explicar la técnica para tratar la EOD. En este sentido, existen un conjunto de técnicas utilizadas para tratar muestras provenientes desde conjuntos disjuntos, basadas en buscar alguna “similitud” en ciertas características observables entre individuos desde los distintos conjuntos encuestados. Estas técnicas son conocidas como matching y se dividen en dos tipos: una donde se obtiene un “score” para cada individuo, mientras que otras se basan en las características observables en toda la muestra (Imbens 2004). La diferencia entre ambas, es que la primera reduce la dimensionalidad del problema al condensar la información del individuo en un puntaje, mientras que la segunda, mantiene la dimensionalidad pero, por contrapartida, se deben definir, de manera precisa las características observables que hacen a los individuos semejantes entre sí.

La técnica que se usará en este trabajo es del segundo tipo, y está basada en características socioeconómicas y geográficas propias del individuo o del hogar al cual pertenece, esto se sustenta en el patrón de actividades que realizan. El fundamento de éstas afirmaciones se encuentra en Jara-Díaz et al, (2011) donde las características más relevantes para los individuos son: edad, ingreso, género y nivel educacional; mientras que las características estructurales de los hogares de los individuos son: número de vehículos per cápita, zona de residencia y composición familiar del hogar (número de integrantes y porcentaje de mujeres).

Un aspecto relevante es definir el algoritmo que hará el matching; Munizaga et al. (2010) utiliza una técnica creada por Krell et al (2008), que genera un individuo ficticio mediante un problema de optimización, dicho individuo es una combinación de la información de otros individuos. En este trabajo, se utiliza el enfoque usual que es desarrollado por Abadie e Imbens (2006), en el que usan el algoritmo del “vecino más cercano” con distancias euclidianas, basadas en las características antes mencionadas para todos los individuos que serán modelados. El algoritmo busca, para un trabajador encuestado durante un día laboral, el individuo más cercano dentro de los otros conjuntos, ya sean encuestados el día sábado o domingo y realiza la asignación entre éstos, generando así el matching. Es necesario recalcar que el procedimiento asigna a un individuo encuestado en un día laboral, el sujeto más cercano que haya sido encuestado tanto para el día sábado como domingo.

Especial mención merece el tratamiento de la distancia, pues es el parámetro que termina por definir la cercanía entre entidades de las variables socioeconómicas mencionadas anteriormente. Sólo se definen distancias en las variables no categóricas. En el caso que la variable sea categórica, el matching queda restringido a asignar personas con los mismos valores de las variables; por ejemplo, si es una mujer (sexo variable categórica) la encuestada en el día laboral, se le asignará otra mujer encuestada. En las demás variables, para corregir posibles efectos de distorsiones en las distancias, se optó por estandarizarlas con media 1, es decir, dividir los datos por su media. A través de dicha estandarización, las variables con distancias menores que 1 están por debajo de la distancia media entre individuos, cabe destacar que la distancias no pueden ser negativas, por lo tanto la mínima distancia posible es cero.

4.2.1. Tratamiento de datos EODH

Cómo se mencionó anteriormente la particularidad que posee el levantamiento de la EODH y que tiene incidencia en el análisis posterior, corresponde a la estructura en que se encuentra la información de los viajes diarios, pues los individuos de los hogares son entrevistados por su patrón de viajes en un solo día de la semana. Como las actividades por lo general no cambian durante la semana laboral, según Jara-Díaz et al. (2011), se puede asumir que los días laborales son indistintos entre sí, es decir, las actividades realizadas un día particular, desde lunes a viernes no difieren mayoritariamente entre ellas al ser rutinarias, por lo tanto, no afecta el uso de tiempo de los usuarios y tampoco los viajes totales de éstos en el día. Es por esto que se considera como un único día genérico, sin embargo, no ocurre lo mismo con los viajes realizados durante el fin de semana, donde el patrón de viajes difiere notablemente, como se observó en la sección 4.1.1.3; dicha particularidad yace, en que los hogares encuestados para los días laborales, sábado y domingo conforman conjuntos disjuntos, por ende, no se tiene información del patrón de viajes semanal ni menos mensual, sin embargo como el abono que se evalúa en este trabajo considera un horizonte de un mes, los datos deben ser transformados a través de un matching para llevarlos a datos mensuales.

4.2.1.1 Matching

Al requerir el modelo personas con ingreso, se decide modelar sólo a los trabajadores de la encuesta, descartando estudiantes y adultos inactivos, por lo tanto se hace matching para cada uno de los 10.950 trabajadores encuestados algún día laboral, con los 2.247 trabajadores del día sábado y los 2.463 trabajadores del día domingo. Entre éstos pares, se observa que el promedio de las distancias mínimas es 0,46 para el matching entre día laboral y sábado, mientras que es 0,44 para el caso laboral-domingo, se adjunta el histograma en la Figura 4.5, con la distribución de las distancias mínimas para ambos días, donde se observa que en el matching sólo un 5,0% supera la distancia media entre individuos para el día Sábado mientras que un 4,6% lo hace para el día domingo.

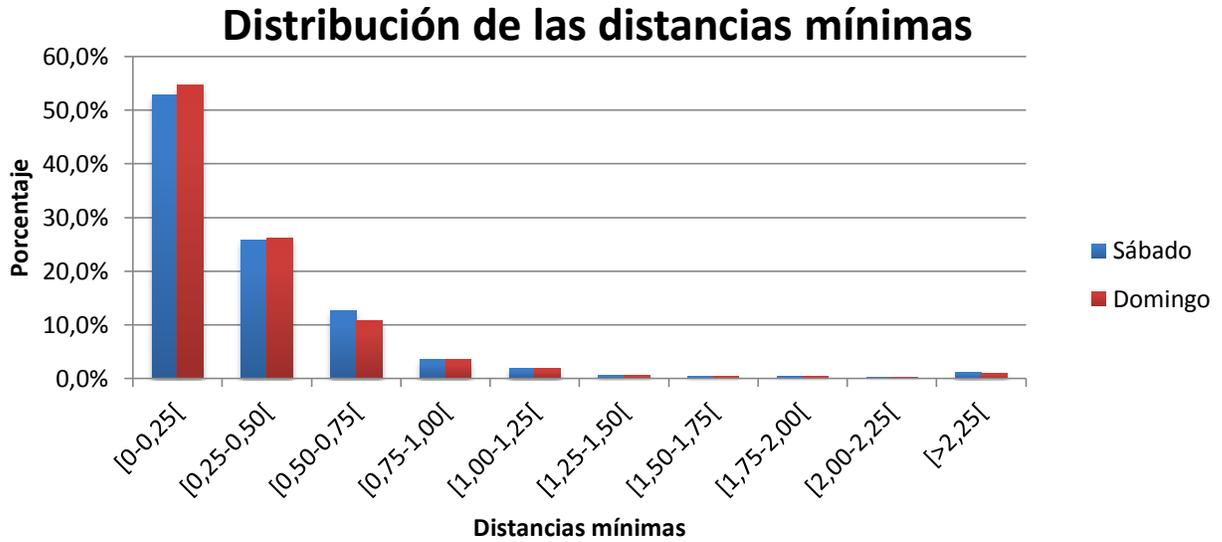


Figura 4.5: Distribución de las distancias mínimas escogidas durante el matching para ambos casos.

4.2.2. Tratamiento de datos Estados de Resultados

Si bien existe información completa para la mayoría de las firmas durante los 24 periodos analizados, existen casos donde los datos trimestrales no se encuentran, debido a que ciertas empresas, en su mayoría operadores de tramos alimentadores, no reportaron de forma periódica su información financiera a la SVS. Sin embargo, sí se encuentran disponibles las demandas de dichos trimestres que provienen de las fuentes del DTPM, en este sentido nos encontramos con un típico caso de datos perdidos. El procedimiento para construir dichos datos, imputación, es mediante la información disponible en los datos obtenidos para los otros periodos de la misma firma, calibrando un modelo de regresión lineal que explica el costo a través de la demanda para dicha firma en particular. Una vez obtenido los parámetros, mediante las demandas trimestrales se obtienen los costos que serán imputados. Como se observa en el gráfico de la Figura 4.6. los costos imputados aparecen rodeados por una circunferencia negra y son 12 de un total de 228 datos.

Datos empresas Transantiago

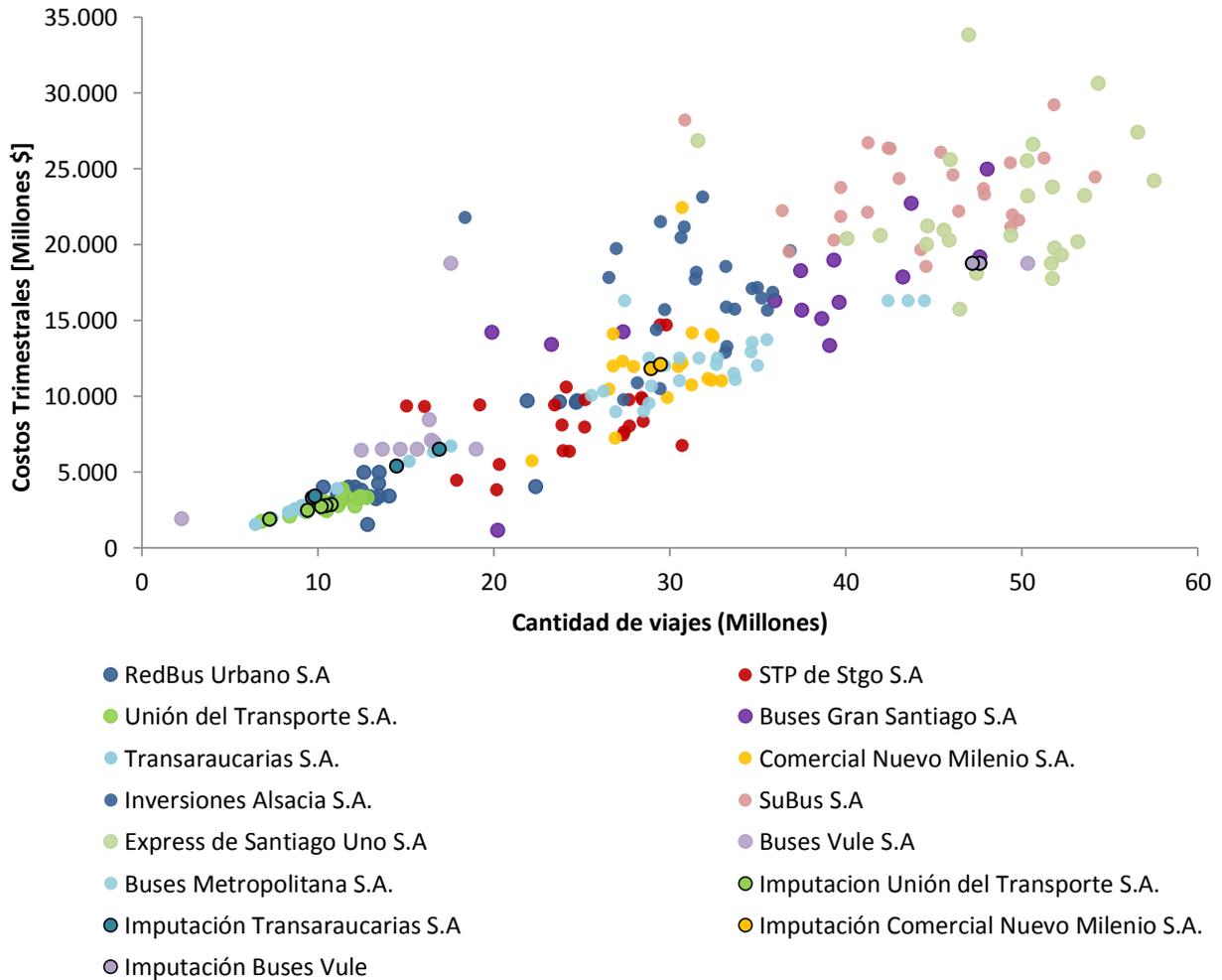


Figura 4.6: Datos de todas las firmas que pertenecen a Transantiago, incluye los casos de datos imputados.

Previamente los costos de cada firma en cada trimestre fueron convertidos desde sus valores nominales a costos reales mediante los índices trimestrales de inflación provistos por el INE, con el fin de hacerlos comparables la base utilizada es Diciembre de 2013.

4.2.3 Transformación de los datos EODH

Una vez obtenidos los resultados del matching, ahora sí es posible construir el patrón de viajes semanales de los individuos, ya que se conoce como viajan. Por ser considerado cualquier día laboral como indistinto, al construir el patrón semanal, se utiliza cinco veces dentro de una semana y a este se le agregan los viajes que realiza el individuo asignando los viajes durante el día sábado y el día domingo, consecuentemente el mes se construye considerando cuatro veces el

patrón semanal del individuo. Es importante destacar, que los viajes totales son la suma tanto de los viajes en transporte público como los viajes en transporte privado.

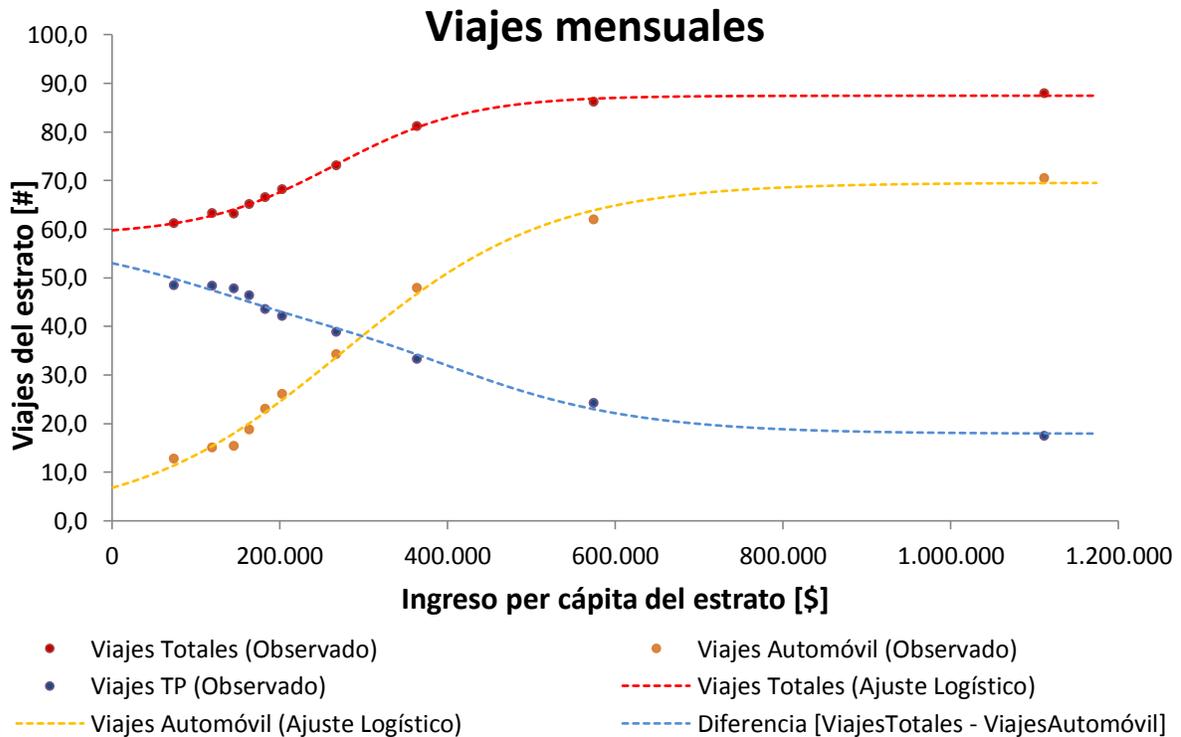


Figura 4.7: Viajes mensuales de un individuo promedio de un estrato

En el gráfico de la Figura 4.7. se muestran los viajes mensuales del individuo medio del estrato, esto es obtenido mediante el promedio de viajes que realizan, ya sea en transporte privado o público. Con el fin de obtener el comportamiento en los diferentes modos de transporte analizados, a este usuario promedio se le asigna el ingreso medio del estrato al cual pertenece, además se ajusta a este comportamiento individual una función logística, o curva S (Ver Anexo: Función Logística o Curva S).

En este gráfico se observa que los viajes totales crecen a medida que aumenta el ingreso de los individuos, misma tendencia que siguen los viajes en transporte privado, no así con los viajes en transporte público que disminuyen a medida que aumenta el ingreso. También es importante notar que por más pobre que sea el individuo del estrato, igual realizará viajes en automóvil, cifra que llega a un 20,9%, análogamente la participación del transporte privado tampoco alcanza su totalidad en el estrato más rico ya que un 19,9% ocupa el transporte público como se aprecia en la Tabla 4.4

Tabla 4.4.: Descripción de la participación mensual de los distintos modos de transporte para el usuario medio de cada estrato.

Estrato	Ingreso Medio	Viajes Totales (1)	Viajes TP (2)	Viajes Auto (3)	(2) / (1)
I	74.333	61,2	48,4	12,8	79,1%
II	119.650	63,3	48,3	15,0	76,3%
III	145.970	63,2	47,7	15,4	75,6%
IV	164.288	65,1	46,3	18,8	71,1%
V	182.966	66,5	43,5	23,0	65,4%
VI	203.535	68,1	42,1	26,1	61,7%
VII	267.811	73,1	38,8	34,3	53,1%
VIII	363.701	81,2	33,3	47,9	41,0%
IX	574.484	86,2	24,3	61,9	28,1%
X	1.112.151	87,9	17,5	70,5	19,9%

Los viajes totales están acotados por un máximo de 87,4 viajes mensuales, casi tres viajes diarios, es decir, aunque siguiera aumentando el ingreso de las personas, no realizarían más viajes.

4.2.3.1 Estimación de la Demanda y Curvas de indiferencia

Una vez que se ha obtenido el número de viajes mensuales para cada individuo promedio de cada estrato, se puede obtener directamente desde los resultados de la encuesta la tarifa media que cancela por cada uno de sus viajes en transporte público. Con esta información se tiene un punto que sirve para estimar la demanda, como se decidió utilizar una representación lineal, solo basta otro punto para trazarla.

4.2.3.2 Precio Máximo

Al analizar la decisión de los usuarios y con el fin de encontrar el comportamiento de la demanda, el criterio utilizado para encontrar el segundo punto es el de precio máximo, que corresponde al precio en el cual los usuarios salen del mercado del transporte público y empiezan a utilizar el transporte privado. En este sentido es directo concluir, que si las personas tienen que pagar un precio tan alto por ocupar el transporte público como pagar por un taxi, los usuarios preferirán utilizar este modo de transporte saliendo del mercado del transporte público.

Tabla 4.5: Distribución de tarifas canceladas por uso de taxi.

Intervalos [\$]	N° Personas	% Acumulado
[0 ; 500]	11,6%	11,6%
]500 ; 1.000]	39,2%	50,8%
]1.000 ; 1.500]	18,7%	69,5%
]1.500 ; 2.000]	8,9%	78,4%
]2.000 ; 2.500]	6,7%	85,1%
]2.500 ; 3.000]	4,3%	89,4%
]3.000 ; 3.500]	1,7%	91,1%
]3.500 ; 4.000]	1,8%	92,8%
]4.000 ; 4.500]	0,8%	93,7%
] >4.500]	6,3%	100,0%

El taxi es considerado una forma de transporte privado según la definición utilizada por la EODH y su tarifa es en dos partes, un valor fijo, popularmente conocido como “bajada de bandera”, así como también un precio variable dependiente tanto del tiempo como distancia recorrida durante el trayecto.

Una forma de estimar el precio máximo en que las personas abandonarían el transporte público prefiriendo el taxi, es analizar las diferentes tarifas que declararon los usuarios en la EODH, y definir un nivel tarifario que acumule a gran parte de la población que declara usar taxi, en este caso es cercano al 80%. Esto se puede observar en la Tabla 4.5, donde se muestran los intervalos de tarifa y el porcentaje acumulado.

En síntesis, el precio máximo luego del análisis queda fijo como \$2.000, que es el máximo precio que paga el 80% de los usuarios de este modo. Por lo tanto si el transporte público alcanzara dicha cifra las personas dejarían de usarlo, es decir, la demanda sería nula. Es de esta forma que se obtiene el segundo punto para estimar la demanda lineal ($P=2.000; 0$) para todos los estratos. En el gráfico de la Figura 4.8. se observa la distribución de la tarifa en taxi.

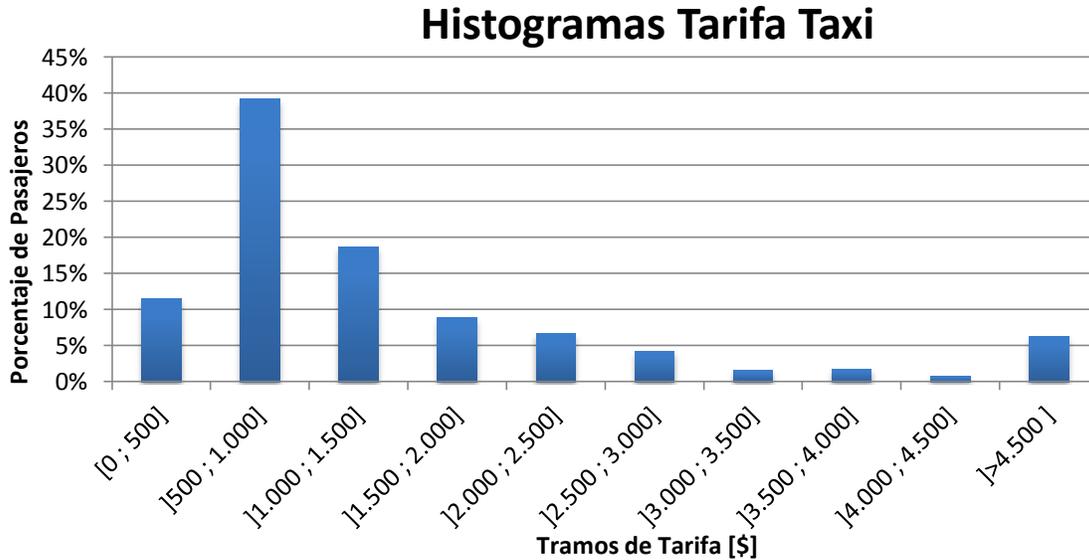


Figura 4.8: Distribución de tarifa de los usuarios de taxi

En la siguiente Tabla 4.6. se muestra el punto de equilibrio para cada uno de los estratos, podemos notar que en cada caso el precio observado es distinto debido a que no todos los usuarios de un mismo estrato cancelan la misma tarifa, pues los operadores de transporte público de la época contaban con la libertad de fijar el precio, el cual oscilaba entre el siguiente rango [290;320]. Este punto de equilibrio con el punto de salida del mercado son utilizados para trazar las demandas lineales. Destacar que la representación de la demanda ya fue explicada en profundidad en el capítulo 3, donde se presenta el modelo tarifario de forma analítica.

Tabla 4.6.: Precios y viajes observados para el individuo medio de cada estrato.

Estrato	PrecioObs [\$]	Viajes Mensuales Obs
I	298,3	61,8
II	304,6	63,9
III	305,4	65,5
IV	308,4	66,9
V	307,4	68,5
VI	308,4	70,5
VII	307,8	76,8
VIII	310,7	83,7
IX	310,7	87,2
X	310,9	87,4

Finalmente se observa en el gráfico en la Figura 4.9. como quedan trazadas las demandas y en la Tabla 4.7 se encuentran los parámetros de cada una de las rectas.

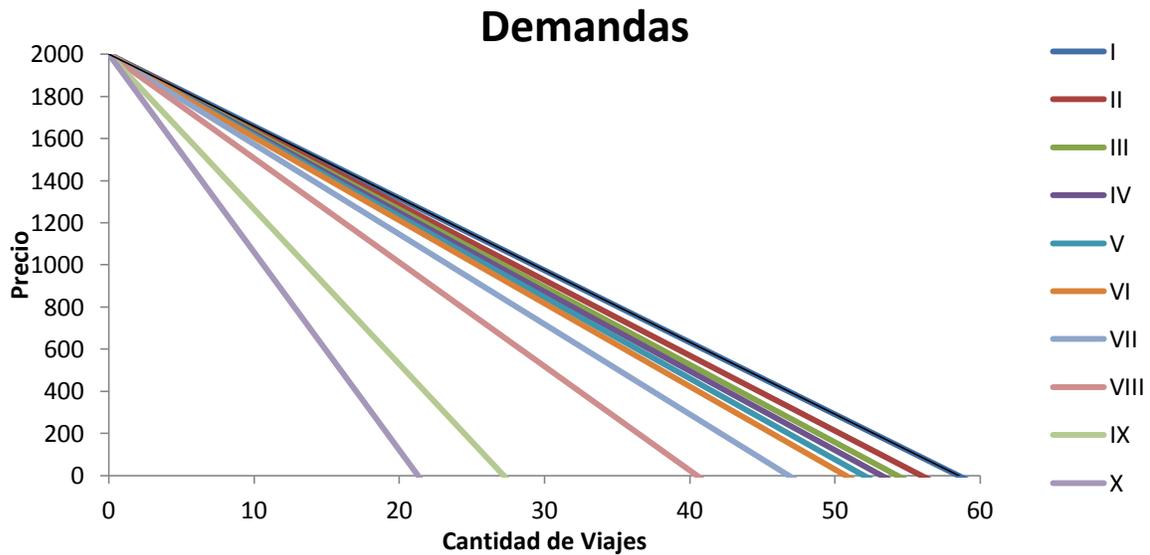


Figura 4.9.: Demandas para cada estrato.

Tabla 4.7: Parámetros de la demanda, recordar que sigue la ecuación (3.1)

A_i [#Viajes]	B_i [#Viajes]	Δ_i [\$]	I_i [\$]	N_i [# Personas]
69,9	2.612,5	390,8	74.333	67.593
71,3	3.346,5	549,6	119.650	234.593
72,4	3.962,0	665,8	145.970	210.602
73,3	4.370,3	756,5	164.288	205.612
74,3	4.755,7	859,9	182.966	214.250
75,7	5.162,7	983,5	203.535	159.398
80,5	6.268,0	1.440,5	267.811	218.319
87,2	7.363,3	2.306,8	363.701	85.566
91,1	7.809,6	4.698,6	574.484	65.917
90,8	11.835,1	6.528,1	1.112.151	54.759

Fuente: Elaboración Propia

4.2.4. Transformación de los datos de Estados de Resultados

Una vez que se han obtenido los costos de cada empresa para cada trimestre, se pueden conocer los costos de todo el sistema de transporte público sumando de dichos costos también se tiene la información de los viajes totales del sistema, pues son la suma de los viajes de cada firma durante los mismos periodos trimestrales. Es importante destacar que, agregando tanto costos como viajes, se puede estimar de mejor forma la representación de los costos totales del sistema, sin tener que hacer consideraciones particulares para las distintas firmas basado en criterio como el largo del recorrido o poseer distintos vehículos y tamaños de flota, etc.

Es evidente que los costos para cada firma dependerán de dichas características, sin embargo, adoptar el enfoque anterior, considerando el sistema en su conjunto, desestima dichas particularidades pues lo que se necesita para estimar el modelo no es la representación de una firma específica, sino que el costo del sistema. El resultado de la agregación se puede observar en la siguiente Tabla 4.8 donde se muestran los costos y viajes trimestrales de todo el sistema.

Tabla 4.8.: Costos y viajes Trimestrales del sistema de transporte público Transantiago periodo entre 2007 – 2013

Datos	Trimestres	Costos [Millones \$]	Viajes Trimestrales [Millones]
1	jun-07	89.756,2	238,2
2	sep-07	100.329,1	257,2
3	dic-07	125.351,0	294,1
4	mar-08	99.521,1	252,1
5	jun-08	105.026,4	288,3
6	sep-08	128.665,2	298,9
7	dic-08	136.770,8	325,4
8	mar-09	105.881,9	270,7
9	jun-09	114.524,6	305,6
10	sep-09	118.716,7	309,3
11	dic-09	133.297,9	321,8
12	mar-10	120.912,8	264,6
13	jun-10	133.855,3	317,0
14	sep-10	134.683,4	302,5
15	dic-10	115.747,5	309,7
16	mar-11	137.514,2	257,2
17	jun-11	122.108,1	286,7

18	sep-11	126.969,5	269,4
19	dic-11	119.156,3	274,6
20	mar-12	135.169,3	235,1
21	jun-12	141.186,2	266,9
22	sep-12	142.847,8	259,9
23	dic-12	150.917,4	273,7
24	mar-13	107.147,3	189,8

Fuentes: Directorio Transporte Público Metropolitano (DTPM), Superintendencia Valores y Seguros (SVS)

4.2.4.1. Estimación de los Costos

Como se vio en la sección 2.3, se deben encontrar los parámetros de la función lineal que representa los costos, donde el parámetro F es el Costo Fijo y el parámetro m corresponde al costo marginal por cada viaje que hacen los usuarios. De la forma que se han presentado los datos es directo ajustar una regresión lineal a éstos. A continuación la Tabla 4.9. muestra los detalles de la regresión lineal, tanto el valor de los coeficientes como los estadísticos, mientras que en la Figura 4.11. se muestra el gráfico y la recta resultante.

Tabla 4.9.: Resumen del ajuste lineal para explicar los costos en función de los viajes

Costo	Coefficiente	Error típico	Estadístico t	Proba
F	8,00E+10	2,78E+10	2,87E+00	8,80E-03
m	153,8	99,6	1,5	0,1

Es importante destacar dos aspectos: primero que el ajuste es con respecto al año base 2006 que es el utilizado para hacer comparables los datos y segundo que si bien el coeficiente de determinación es bajo ($R^2=0,1$), sí se encuentra que los costos están en el orden de magnitud al ser comparado con el estudio de Batarce (2012) que determina el costo marginal de cada viaje extra en el sistema es aproximadamente \$220 mostrando sólo un 13% de discrepancia cuando son comparados con el mismo año base.

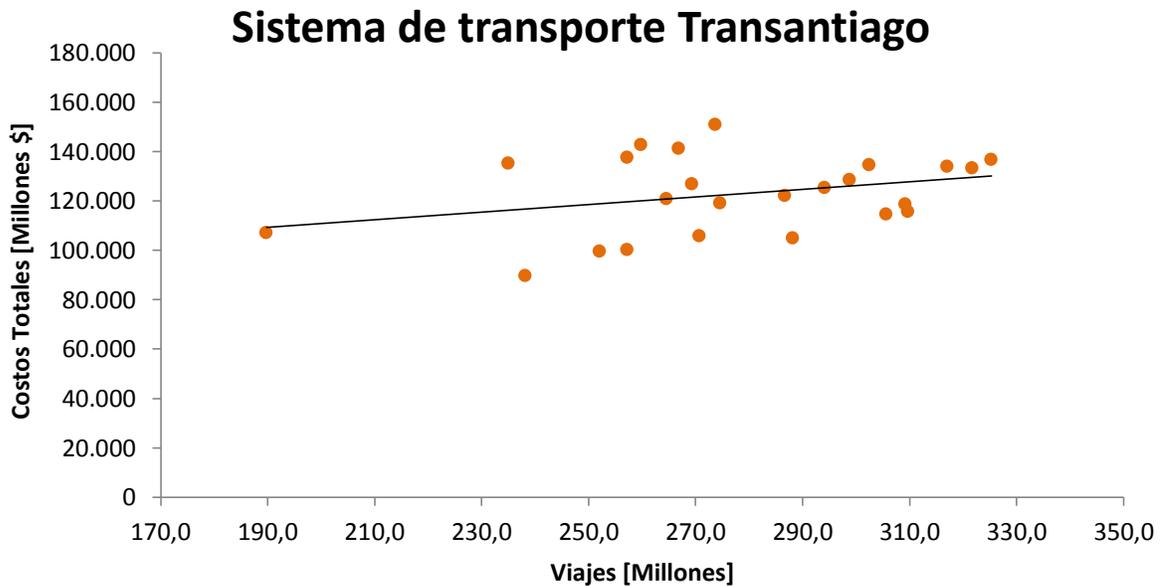


Figura 4.11.: Costos del sistema de transporte Transantiago, en función de los viajes y su correspondiente ajuste lineal

4.3. Efectos del ingreso

Para analizar los efectos del ingreso en la demanda del transporte público es importante analizar también los efectos que surte el ingreso en el principal sustituto de éste, que es el transporte privado, así como la interacción entre ambos modos. La evidencia será mostrada en el siguiente orden, primero el efecto del ingreso en la tasa de motorización, para luego analizar su evidente influencia en los viajes en transporte privado y público de los estratos.

4.3.1. Tasa de motorización dependiendo del ingreso

El creciente aumento de la tasa de motorización dentro de la ciudad de Santiago no se produce de forma homogénea dentro de sus habitantes, esto queda de manifiesto al analizar la tasa de motorización de cada estrato con los datos provenientes de la EODH. Como muestra la Tabla 4.10, es evidente que mientras el promedio es 383,5 autos por cada 1000 habitantes en toda la ciudad, el estrato más pobre sólo cuenta con un poco más de un auto cada 10 personas, mientras que el estrato más rico cuenta con casi un auto por persona.

Tabla 4.10: Tasa de motorización para cada estrato

Estrato	Tasa de motorización (N° Vehículos / Miles de Hab)
I	123,5
II	177,7
III	210,3
IV	219,7
V	276,3
VI	300,5
VII	385,0
VIII	514,7
IX	752,3
X	938,2

Fuente: EODH

El hecho más considerable en este aspecto es que se puede ajustar una función logística, muy similar a la que sigue la curva de los viajes mensuales (ver el gráfico de la Figura 4.7.), dejando en evidencia que la tasa de motorización afecta notoriamente los viajes en automóvil de cada estratos. Siguiendo el procedimiento adoptado en la sección 4.2.3. se le asigna a un individuo medio el ingreso promedio del estrato y la tasa de motorización, tal como se muestra en el gráfico de la Figura 4.12.

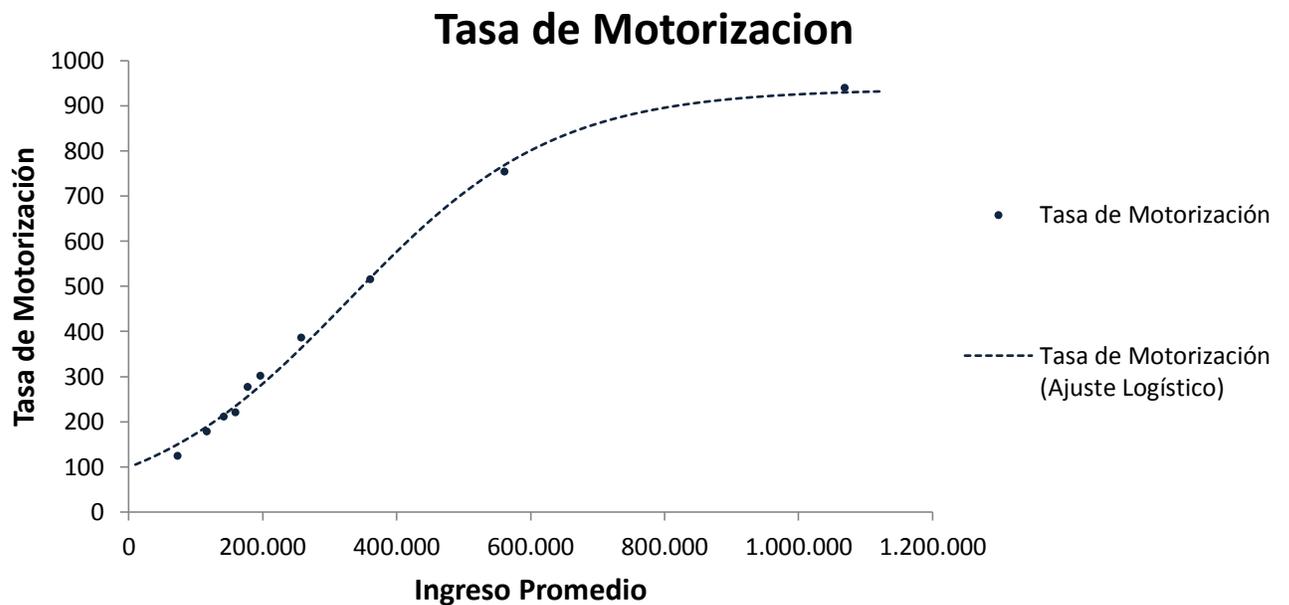


Figura 4.12: Tasa de Motorización en función del ingreso

En este punto es importante destacar que el comportamiento descrito muestra un crecimiento exponencial en los individuos de estratos más pobres hasta un punto de inflexión, donde comienza a decaer porque se produce una “competencia” respecto al recurso, en este caso automóviles, alcanzando una cota de saturación de automóviles, este punto es interpretativo y podría estar relacionado con diversos fenómenos, entre ellos, la escasez de estacionamientos, menor espacio físico para guardar el auto, etc. Destacar que dicha cota es cercana al valor de un automóvil por persona.

4.3.2. Efecto Tasa de Motorización

Una forma de demostrar que a medida que los estratos aumentan sus ingresos disminuyen el uso de transporte público, es a través de la curva de Engel, correspondiente a una relación entre ingreso y gasto en un bien o servicio determinado, si la pendiente es negativa es porque el bien es inferior (a mayor ingreso, menor gasto), y es precisamente lo que ocurre cuando se sobrepasa un cierto nivel, en este caso alrededor de 100.000 pesos, el transporte público presenta una pendiente negativa respecto al ingreso, no así en los estratos más pobres, donde la pendiente es positiva donde se comporta como un bien normal, principalmente debido a que predomina en esos niveles de ingreso un efecto generación (se realizan más viajes). En la Figura 4.13. se ilustra la curva de Engel para el transporte público en la ciudad de Santiago.

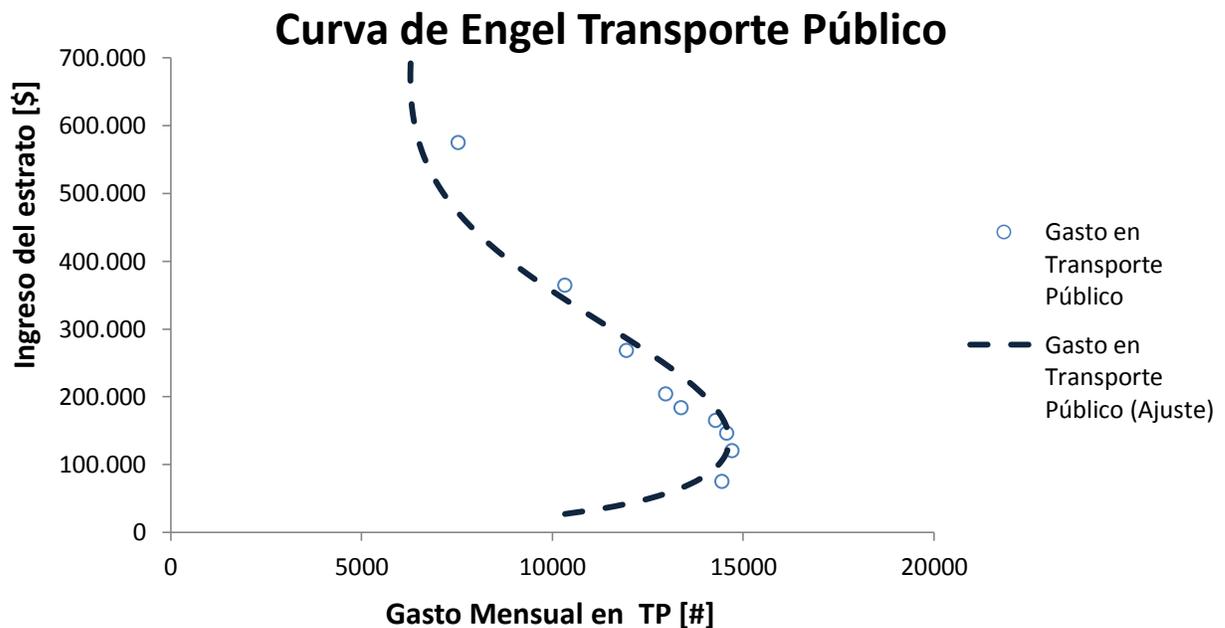


Figura 4.13.: Ilustración de la curva de Engel para el transporte público

4.3.3. Efecto Ingreso Disponible

Una forma de sustentar este supuesto, sin conocer el valor del abono a priori, es analizar cómo sería el comportamiento de los viajes que realizan los usuarios si se le sustrajera un monto comparable al de un abono, y a su vez no tuviesen que gastar en transporte público ($P=0$). Pareciera sensato lograr esto restando al ingreso el gasto promedio (G) que realizan en transporte público los individuos de los estratos y adicionalmente buscar este comportamiento en la curva de los viajes en transporte público mensuales (ver el gráfico de la Figura 4.7.) y asignarlo finalmente al individuo del estrato.

Usando dicha parametrización con el nuevo ingreso disponible $I - G$, se obtienen los puntos y la posterior curva que pasa por $X(P = 0, I - G)$ justo por debajo de las cantidades demandadas $X(P = 0; I_i)$. Además de predecir el resultado intuitivo de disminución de la demanda, se observa también que éste fenómeno no funciona de la misma manera para todos los individuos representativos de los estratos y en algunos casos la contracción de la demanda es mayor, tal como lo predice el efecto es más notorio en los estratos más pobres y va disminuyendo a medida que aumenta el ingreso, debido a que dichos estratos son menos sensibles al efecto ingreso por contar con más recursos.

Considerando ambas evidencias, el resultado se presenta en el gráfico de la Figura 4.14., donde las barras rojas indican la diferencia de viajes para un mismo estrato pero con ingresos diferentes en un monto G que suponemos similar al valor del abono.

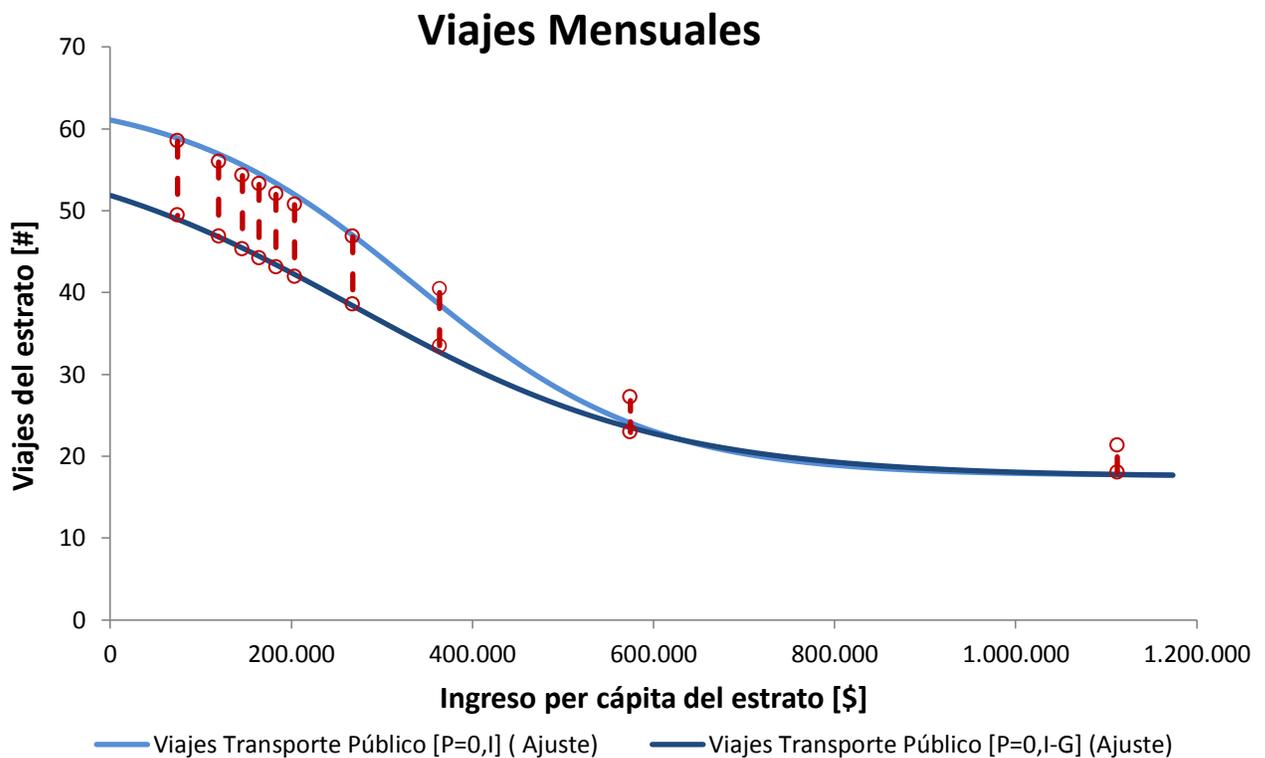


Figura 4.14.: Efecto Ingreso Disponibles, caso particular $T=G$

4.4. Síntesis y comentarios

En el presente capítulo se estimaron los parámetros de la demanda y costos para obtener el criterio de maximización finalmente que es el beneficio de los usuarios. En primera instancia se hace el análisis exploratorio de las dos principales fuentes de datos desde donde se estiman los parámetros que son la encuesta origen-destino de hogares EODH para estimar la demanda y los estados de resultados ER en el caso de los costos.

Debido a las particularidades que presentan dichas fuentes de datos, se hace una sección para analizar el tratamiento de éstos, en cuanto a seleccionar submuestras que resultaran útiles al momento de abordarlos, es por esto que en el caso de la EODH se seleccionan solo a las personas con ingreso, mientras que en los ER los trimestres desde 2007 hasta mediados de 2013.

Es en estas submuestras donde se transforman los datos en información útil y relevante para continuar con la estimación, es así como antes de estimar la demanda se rehacen desde las observaciones diarias, perfiles semanales y mensuales de los patrones de viajes mediante un matching y en el caso de los costos se imputan datos que se encuentran perdidos al tener ajustes líneas de los costos de cada operador.

El último paso en la estimación, es finalmente obtener las rectas que representan tanto a la demanda como a los costos; en el primer caso la recta se traza sobre el punto de equilibrio observado y el punto que indica la salida del mercado de los usuarios de cada estrato, mientras que para los costos al agregar los costos trimestrales del sistema de transporte se ajusta una regresión lineal.

Un último apartado es el que explica de forma breve los efectos del ingreso y de la posesión y uso del automóvil desde los datos transformados entregando luces de la interacción entre ingreso , tasa de motorización y viajes en transporte público.

Capítulo 5

Resolución del modelo empírico

Al resolver el modelo, el resultado esperado es un par óptimo (P^*, T^*) de tarifas tanto para el valor del pago por viajes como para el abono que maximiza el bienestar social, y que una vez obtenido este par, nos dé cuenta de la elección de los individuos en los diversos estratos. Para superar lo anterior y alcanzar dichos resultados, es fundamental entender primero el método de resolución del problema más a fondo, pues para obtener la elección del estrato es necesario conocer el ingreso indiferente y esto requiere de las elecciones a priori, sin embargo, la elección no se conocerá hasta que se obtienen las tarifas óptimas, por lo cual se requiere de un algoritmo que resuelve el problema asumiendo conocida la elección según las diversas combinaciones posibles, logrando encontrar los mínimos locales y finalmente entre los mínimos anteriores encuentra el mínimo global.

Entre los resultados que serán mostrados dentro de este capítulo destacan: el par óptimo, el ingreso indiferente, los beneficios sociales, las variaciones en los viajes con respecto a la situación actual de pago por viaje y en el gasto en transporte público. Estos tres apartados serán analizados y se explicará por qué ocurren de forma detallada. Además se comentarán los resultados o variaciones que en un principio no eran esperados.

El capítulo termina con un análisis de sensibilidad, en el cual se variarán parámetros críticos del mismo problema en un par de escenarios diferentes, con el fin de observar el comportamiento de las soluciones frente a dichos cambios. Esto permite profundizar el conocimiento del modelo con la finalidad de encontrar ciertas tendencias en los valores.

5.1 Método de resolución numérica

Hasta el momento, sólo se había hablado de la forma en que se modelaba la decisión del usuario mediante un estrato de indiferencia determinado por el ingreso de indiferencia, el cual se asumía conocido, sin embargo este ingreso se expresa de la siguiente forma $\tilde{I}(P^*, T^*)$, es decir, depende del par óptimo, el cual a su vez, no se conoce de antemano pues se debe conocer la elección del individuo, según lo constata en su propio trabajo Cruz (2013).

Es en este sentido, que la resolución del problema debe asumir conocida dicha elección e identificar todos los casos posibles de elección ($k + 1$ casos, donde k es el número de estratos) y resolver el problema para cada uno de los casos. Analíticamente como se observa en el problema de maximización en (5.1), se resuelve el modelo planteado en el capítulo 3, restringido a cada caso en particular, asumiendo en cada uno de éstos, que la curva de indiferencia del par óptimo, se encuentra entre las curvas de indiferencia de dos estratos consecutivos, o lo que es equivalente, que para el estrato que se asume indiferente, se tiene que cumplir que el excedente por la tarjeta sea mayor que el excedente por la tarifa por cada viaje, de esta forma se encuentra la solución (P_i, T_i) para dicho caso, que será llamada óptimo local.

$$\max_{P,T} BS(P,T) \quad (5.1)$$

$$s. a \quad \begin{aligned} \pi(P,T) &> 0 \\ EMC_{P,I_i}(P) &< EMC_{T,I_i}(T) \\ EMC_{P,I_{i+1}}(P) &> EMC_{T,I_{i+1}}(T) \end{aligned}$$

Tabla 5.1.: Casos a resolver para solucionar el modelo

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Caso Base	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Caso 1	T	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Caso 2	T	T	P	P	P	P	P	P	P	P
Caso 3	T	T	T	P	P	P	P	P	P	P
Caso 4	T	T	T	T	P	P	P	P	P	P
Caso 5	T	T	T	T	T	P	P	P	P	P
Caso 6	T	T	T	T	T	T	P	P	P	P
Caso 7	T	T	T	T	T	T	T	P	P	P
Caso 8	T	T	T	T	T	T	T	T	P	P
Caso 9	T	T	T	T	T	T	T	T	T	P
Caso 10	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

Los casos que se han generado en este trabajo son once en total, considerando el caso base que es la situación actual, cuando todos pagan por cada viaje que realizan y se detallan en la Tablas 5.1. La nomenclatura indica P , si el individuo del estrato elige pagar la tarifa plana y T si éste elige pagar por el abono. Una vez obtenidos los resultados óptimos locales en los casos que sean factibles, el óptimo global es el que tenga mayor bienestar social asociado.

Cada caso en su resolución, define una región en la cual se encontrará el ingreso indiferente, según se aprecia en las restricciones del problema (5.1). Dichas regiones se pueden observar en el gráfico de la Figura 5.1., y que corresponden al espacio de soluciones factibles. En la mayoría de los casos, las regiones corresponden al área entre dos curvas de indiferencia, salvo cuando se habla del caso base y el caso 10; el primero es la región entre la curva de indiferencia del estrato más pobre y el eje X, mientras que el segundo, corresponde a la región entre la curva de indiferencia del estrato más rico y el eje Y, el resto de las regiones de los casos, se pueden ordenar en sentido anti-horario desde el caso base donde todos eligen *P* hasta el caso 10 donde todos eligen *T*.

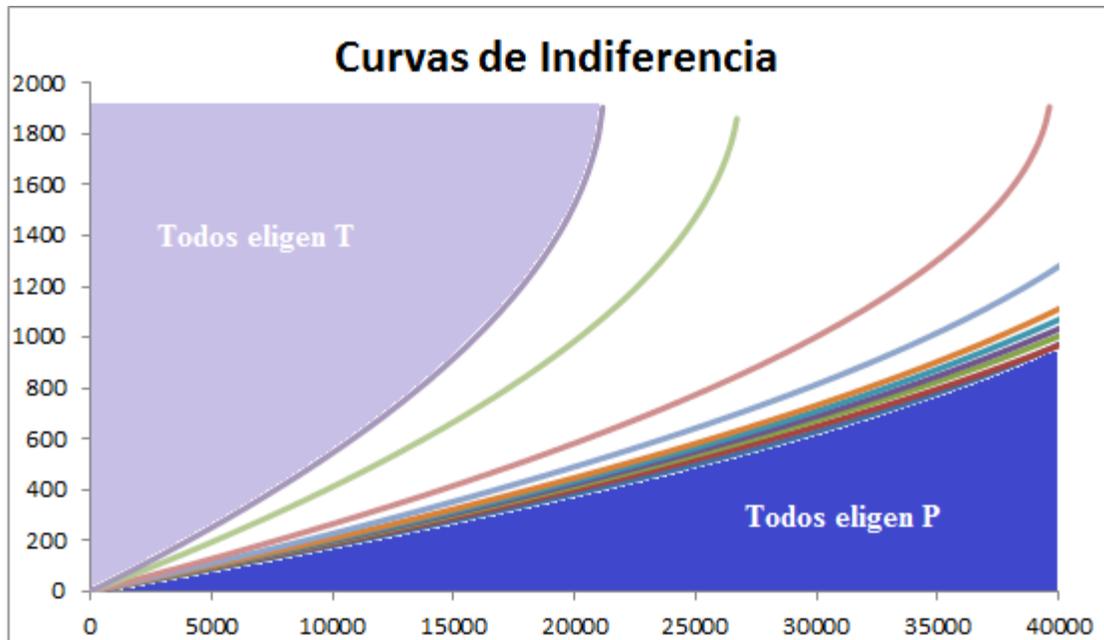


Figura 5.1: Regiones factibles para casos principales.

5.2. Resultados

Los resultados serán presentados como las tarifas obtenidas para cada caso planteado, además de las tarifas que se alcanzan en el óptimo global, y serán acompañadas por el nivel de bienestar social como un porcentaje de “mejora” respecto a la situación actual de pago por viaje para todos los estratos (caso base). En segundo lugar serán incluidos los viajes que realizaría un individuo de alguno de los estratos en cada caso, así como también las variaciones de dichos viajes y finalmente su impacto en la demanda agregada.

Un último punto que se presentará, es sobre la evolución del gasto de los individuos para cada caso resuelto, ya que el gasto en transporte, conecta las variables anteriores, pues es el resultado del producto entre viajes individuales de un estrato y precio por viaje, el fin de obtener el gasto es compararlo con el monto del abono.

5.2.1 Tarifas

En la Tabla 5.2. se presentan los resultados del algoritmo y las mejoras porcentuales respecto al bienestar social del caso base, como se explicó en la resolución, el máximo bienestar social alcanzado es el óptimo global del problema, el cual se encuentra en color rojo dentro de la tabla y corresponde al de mayor variación porcentual de bienestar respecto al caso base, con un 8,04% a su favor. Esto ocurre en el Caso 8, que quiere decir que hasta el octavo estrato se elige la tarjeta y sólo los dos estratos más pudientes, son quienes pagan la tarifa plana. En este caso, la tarjeta beneficiaría a más del 90% de la población.

Tabla 5.2.: Tarifas y variación de bienestar social para cada caso resuelto

Nombre de Caso	P	T	Δ BS
Caso Base	556	0	0,00%
Caso 1	551	27.075	0,59%
Caso 2	545	25.273	2,28%
Caso 3	534	24.857	3,78%
Caso 4	530	24.227	4,97%
Caso 5	529	23.654	6,10%
Caso 6	534	23.252	6,87%
Caso 7	567	22.566	7,80%
Caso 8	663	22.176	8,04%
Caso 9	1.121	21.705	7,84%
Caso 10	Infactible	Infactible	0,00%

En la Figura 5.2, se muestran todas las soluciones de los casos, que fueron encontradas a medida que se resolvía el problema, en este aspecto, es interesante destacar la evolución del algoritmo hasta que se encuentra el óptimo global. En los primeros casos, enmarcados dentro de la elipse verde, se observa que el precio no varía demasiado desde el que se encuentra en el caso base (línea gris segmentada), esto se cumple para prácticamente los primeros siete casos y se muestra un leve y sostenido descenso en el valor de la tarifa del abono, pues a medida que se avanza en número de los casos se integran más estratos al pago del abono, este fenómeno hace que el precio del mismo descienda en un rango que bordea los cinco mil pesos.

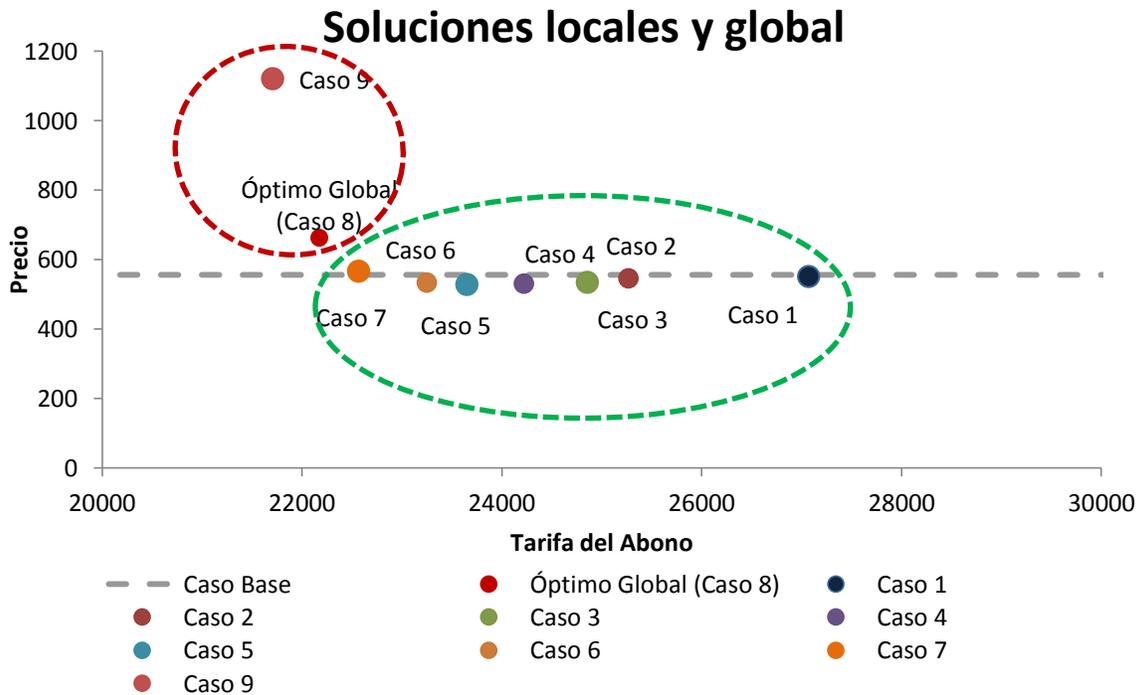


Figura 5.2: Soluciones de cada caso incluyendo el óptimo global

Una particularidad que muestra la solución, es cuando se resuelven los siguientes casos, desde el 7 en adelante, esta vez enmarcados en la elipse roja, pues el pago por viaje aumenta en mayor proporción alcanzando más del doble del valor que el máximo alcanzado en los casos dentro de la elipse verde. Por último, es interesante analizar que los casos 7 y 9 representan similares mejoras porcentuales respecto al caso base, sin embargo lo hacen con combinaciones distintas de tarifas.

5.2.2 Viajes individuales y equivalentes

En la Tabla 5.3. se presentan las variaciones de los viajes respecto al caso base, a medida que se resolvía el problema. En verde se presentan los aumentos de viajes y en rojo las disminuciones. Se presentan también, con el fin de contrastar, los viajes que se ganan o se pierden, si la elección hubiese sido la contraria dentro del estrato, es decir, aquellos que eligen el abono sin éste haber estado diseñado para ellos y quienes eligen pagar por viaje sin tener que hacerlo, en ambos casos se elige lo contrario a lo que plantea el modelo. Una lectura de esta última comparación es conocer el “costo de oportunidad” en términos de viajes por no elegir la opción del modelo. Éstos “costos de oportunidad” en viajes se presentan en la Tabla 5.4. donde se muestran dichas diferencias.

Además en el gráfico de la Figura 5.4 se entrega la nueva curva de viajes individuales de transporte público entre estratos, considerando una implementación del caso óptimo. Se pueden observar las diferencias con la situación observada, es decir, como aumentan los viajes totales y por transporte público en los estratos que eligen adquirir el abono, para realizar el gráfico se siguió la misma metodología explicada para la Figura 4.2.4 con los viajes mensuales observados.

Tabla 5.3: Variación de viajes individuales respetando la elección del modelo para cada caso.

Casos	Estratos Socioeconómicos									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Caso 1	23,0%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%
Caso 2	24,5%	28,3%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%
Caso 3	24,9%	28,5%	29,0%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%
Caso 4	25,4%	28,8%	29,3%	29,4%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%
Caso 5	25,9%	29,1%	29,6%	29,7%	29,6%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%
Caso 6	26,2%	29,3%	29,7%	29,8%	29,8%	29,7%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%
Caso 7	26,7%	29,6%	30,0%	30,1%	30,1%	30,0%	-0,8%	-0,8%	-0,8%	-0,8%
Caso 8	27,0%	29,8%	30,2%	30,3%	30,3%	30,2%	29,5%	28,1%	-7,4%	-7,4%
Caso 9	27,3%	30,0%	30,4%	30,5%	30,5%	30,4%	29,7%	28,3%	25,7%	-39,1%
Caso 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 5.4: Variación de viajes individuales sin respetar la elección para cada caso

Caso	Estratos Socioeconómicos									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Caso 1	0,3%	27,3%	28,0%	28,1%	28,1%	28,0%	27,3%	25,6%	22,4%	27,2%
Caso 2	0,8%	0,8%	28,8%	29,0%	28,9%	28,8%	28,1%	26,6%	23,5%	28,0%
Caso 3	1,5%	1,5%	1,5%	29,1%	29,1%	29,0%	28,3%	26,8%	23,8%	28,1%
Caso 4	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	29,4%	29,3%	28,6%	27,1%	24,2%	28,4%
Caso 5	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	29,5%	28,8%	27,4%	24,5%	28,7%
Caso 6	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	29,0%	27,6%	24,8%	28,8%
Caso 7	-0,8%	-0,8%	-0,8%	-0,8%	-0,8%	-0,8%	-0,8%	27,9%	25,2%	29,1%
Caso 8	-7,4%	-7,4%	-7,4%	-7,4%	-7,4%	-7,4%	-7,4%	-7,4%	25,4%	29,3%
Caso 9	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	-39,1%	29,5%
Caso 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

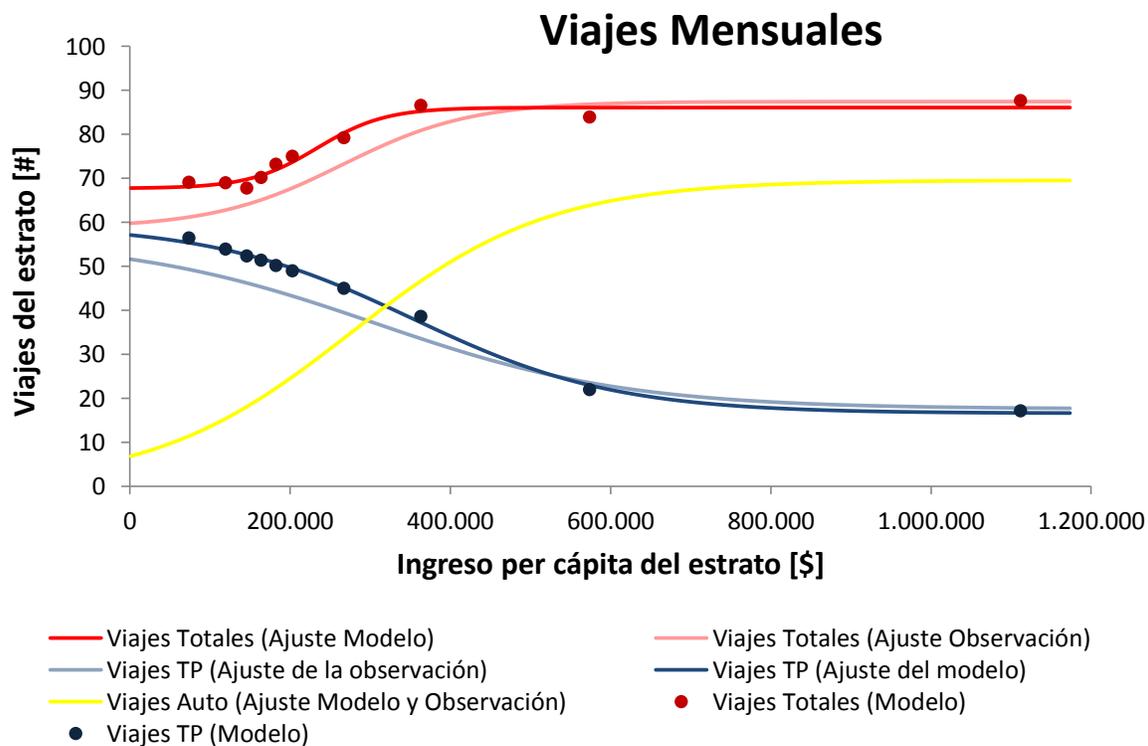


Figura 5.4: Viajes mensuales del individuo promedio de cada estrato bajo nueva estructura tarifaria

Se presentan también los viajes equivalentes, que es sencillamente el ratio entre el valor del abono con el pasaje o tarifa plana, dichos resultados se pueden ver en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Viajes equivalentes para cada caso resuelto

Nombre de Caso	T/P
Caso 1	49,1
Caso 2	46,4
Caso 3	46,6
Caso 4	45,7
Caso 5	44,7
Caso 6	43,6
Caso 7	39,8
Caso 8	33,4
Caso 9	19,4
Caso 10	-

Finalmente, se entregan los resultados de la demanda agregada o total de transporte público durante un mes, que corresponde a los viajes individuales del estrato ponderado por la cantidad de personas que pertenecen a dicho estrato, es esta variable la que es observable y se mencionó su variación en el capítulo 2 como un antecedente empírico que fluctuaba entre un 7% y 15%. En el caso óptimo, el aumento es de un 8,1% como se aprecia en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6: Demanda total por transporte público por estrato (millones de viajes) y aumento respecto al caso base.

Caso	Estratos										D _{TP}	Variación
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X		
Caso 1	2,85	9,48	8,26	7,90	8,04	5,84	7,38	2,50	1,29	0,84	54,39	
Caso 2	3,51	9,50	8,28	7,92	8,07	5,86	7,40	2,51	1,30	0,84	55,19	1,5%
Caso 3	3,56	12,16	8,32	7,96	8,11	5,88	7,44	2,52	1,30	0,85	58,09	6,8%
Caso 4	3,57	12,18	10,65	8,02	8,16	5,93	7,49	2,54	1,31	0,85	60,71	11,6%
Caso 5	3,58	12,21	10,68	10,22	8,19	5,94	7,51	2,55	1,32	0,86	63,05	15,9%
Caso 6	3,59	12,23	10,70	10,24	10,43	5,95	7,52	2,55	1,32	0,86	65,38	20,2%
Caso 7	3,60	12,25	10,71	10,26	10,44	7,57	7,49	2,54	1,31	0,85	67,04	23,3%
Caso 8	3,62	12,28	10,74	10,28	10,46	7,59	7,32	2,48	1,28	0,84	66,90	23,0%
Caso 9	3,63	12,30	10,75	10,29	10,48	7,60	9,55	3,21	1,20	0,78	69,79	28,3%
Caso 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

5.2.3 Gasto en transporte

En este caso, los resultados se muestran en la Tabla 5.7. y se comparan con el precio del abono calculado con respecto al óptimo local en cada caso. Esta comparación tiene como objetivo ilustrar cuál es el monto en el cual los estratos en color rosado se ahorran por no comprar el abono. El caso de color verde representa el estrato indiferente, en específico, el monto adicional por el cual le es indiferente comprar el abono, ya que el abono es más caro que su gasto, al ser todos éstos montos positivos.

Estas mismas diferencias, pueden ser reportadas en números de viajes para cada caso, es decir, la cantidad de viajes adicionales que deberían hacer los individuos del estrato para igualar su gasto en transporte con el valor del abono. En la Tabla 5.8, se muestran dichos viajes y se diferencian dos casos, el de color verde pertenece al estrato indiferente, mientras que el color rojo es el estrato posterior al indiferente y no elige abono. En el caso del óptimo global, se observa que el estrato indiferente sólo debe hacer 6,4 viajes extras para alcanzar la tarifa extra, mientras

que el estrato siguiente debería hacer 15,3 viajes extras, por lo tanto este estrato no compra el abono.

Tabla 5.7.: Diferencia entre el valor del abono y el gasto en transporte público pagando por viaje

Nombre Caso	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Caso 1	3.714	4.733	5.394	5.826	6.312	6.813	8.379	10.903	16.216	18.574
Caso 2	-	3.105	3.761	4.189	4.672	5.169	6.723	9.227	14.499	16.839
Caso 3	-	-	3.614	4.037	4.514	5.004	6.539	9.011	14.217	16.528
Caso 4	-	-	-	3.506	3.981	4.469	5.996	8.457	13.638	15.938
Caso 5	-	-	-	-	3.426	3.914	5.439	7.898	13.074	15.372
Caso 6	-	-	-	-	-	3.406	4.940	7.412	12.616	14.926
Caso 7	-	-	-	-	-	-	3.554	6.120	11.523	13.922
Caso 8	-	-	-	-	-	-	-	4.226	10.123	12.741
Caso 9	-	-	-	-	-	-	-	-	8.310	11.219
Caso 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 5.8: Diferencia entre gasto en transporte público y precio del abono, en términos de viajes para cada caso resuelto.

Nombre de Caso	Estrato i	Estrato i+1
Caso 1	6,7	8,6
Caso 2	5,7	6,9
Caso 3	6,8	7,6
Caso 4	6,6	7,5
Caso 5	6,5	7,4
Caso 6	6,4	9,3
Caso 7	6,3	10,8
Caso 8	6,4	15,3
Caso 9	7,4	10,0
Caso 10	-	

5.3. Análisis de resultados

El resultado de aplicar este modelo es conocer la decisión en cada estrato dependiendo de los resultados prevalecientes que maximizan el bienestar social. Este óptimo, se produce cuando los ocho primeros estratos, desde los más pobres hasta los medios, eligen cancelar el abono por sobre el pago por viaje alcanzando a un 92% de la población, sólo los dos estratos restantes y que son los más ricos y los que menos utilizan el transporte público pagarán por cada viaje realizado.

La tarifa mensual del abono queda entonces optimizada en \$ 22.176, mientras que el pago por viaje alcanza los \$ 663 pesos, tarifa mayor en un 10% a la que a la que se cobra hasta el momento \$ 600. El beneficio social alcanzado es \$ 42.432 millones, que supera en un 8,04% el beneficio alcanzado en el caso base cuando todos optan por el pago por viaje.

Los viajes equivalentes del abono son 33,4 viajes mensuales y los viajes promedio individuales son 41,7 viajes, esta diferencia de casi diez viajes es otra forma de ver la conveniencia del abono por sobre el pago por cada viaje. En la demanda total por viaje se refleja un aumento de un 23,1% superando los antecedentes que se expusieron al principio donde lo observado rondaba el 15% de aumento.

El aumento del beneficio social es considerable respecto al caso base, desde esta situación se puede especular que esto se debe a un aspecto positivos del abono como alternativa de pago generadora de viajes, al respecto, se observa en la solución un aumento en el número de viajes que supera en todos los estratos el 20% en términos individuales. Ésta generación se debe, principalmente, a la posibilidad de viajar individualmente a costo marginal nulo, y le favorece a los estratos medios quienes bajo esta modalidad tarifaria pasan a realizar un promedio un poco más de 10 viajes extra al mes, unos 2,5 viajes semanales, cifra muy por encima de 6,7 viajes a los que equivale el valor del abono dividido por el precio del pago por viaje.

Respecto a quienes no eligen pagar por el abono, ven disminuir sus viajes debido a que el pago por viaje es mucho más alta que el caso base, y aumenta un poco más del doble, por lo tanto, su demanda se ve afectada por este agresivo incremento, este deterioro en los viajes se traduce, en el caso del estrato más rico, sólo en un viaje menos debido a que al ser más rico, tiene menor sensibilidad a la subida del pasaje y a su vez utiliza menos el transporte público pues prefiere el uso del automóvil.

Al analizar otras variables, como favorece el abono a los individuos quienes las eligen, es pertinente revisar el comportamiento del gasto en transporte público frente a la magnitud del abono. Para el caso óptimo, el gasto que tendría el estrato indiferente, que es donde los excedentes del consumidor de los individuos por elegir P o T en el mismo estrato, se igualan, ocurre una situación particular, el individuo podría elegir comprar el abono aunque su gasto en transporte público sea menor. En este caso un individuo del estrato VIII gasta \$ 17.950 en transporte público y el abono es más caro, costando \$22.176 con una diferencia de \$ 4.226. Al

seguir el razonamiento del modelo, el individuo podría gastar más en el abono que por cada viaje, esto sucede, ya que, el criterio de indiferencia es igualar los excedentes del consumidor, quedando en evidencia que esos \$ 4.226 extra que tendría que pagar, son percibidos por él como un beneficio por viajar a costo marginal nulo.

5.3.1 Análisis del Óptimo

Por último para terminar de exponer los resultados, se presenta en el gráfico de la Figura 5.5 el análisis gráfico para el caso del óptimo global y se grafican las curvas de indiferencia que delimitan la región de soluciones factibles. Además se incluyen, en líneas de color rojo oscuro, las curvas de nivel del beneficio social en el plano PT y en línea segmentada la curva de ganancias nulas.

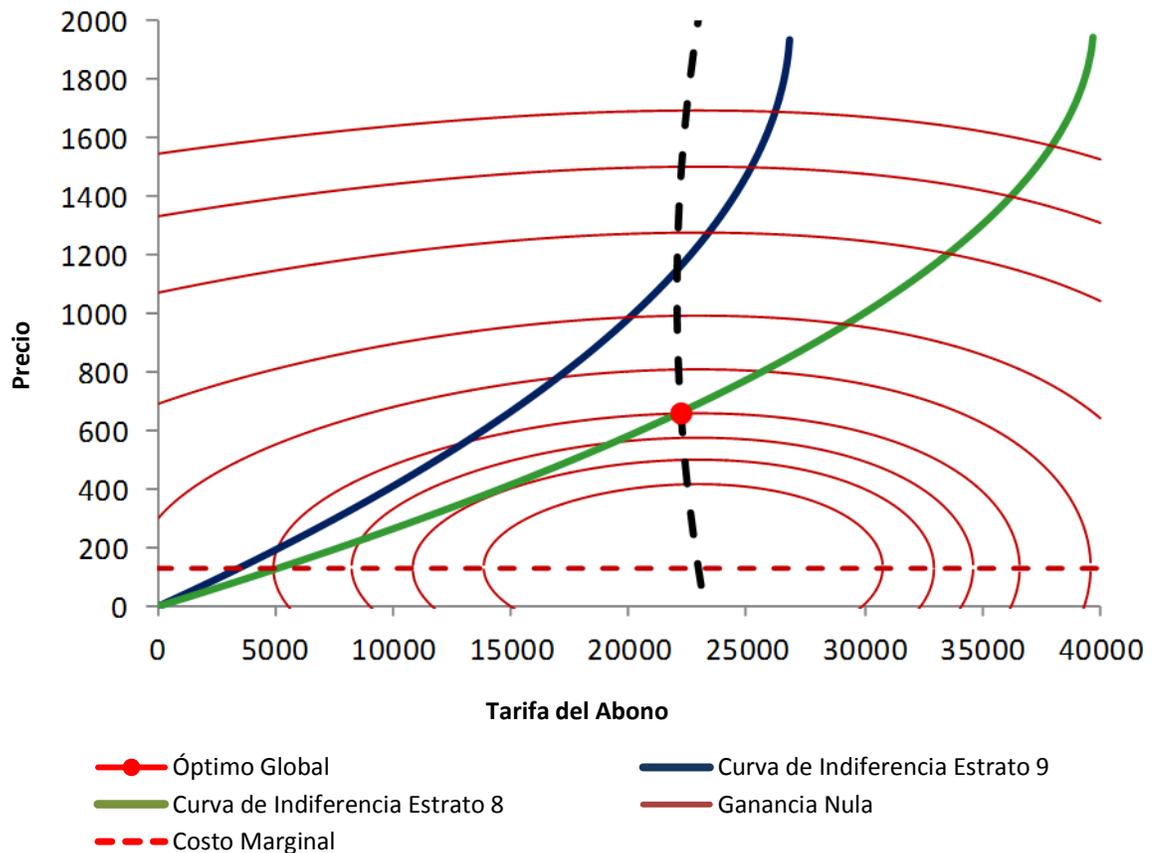


Figura 5.5: Detalle del óptimo global

Se observa que el óptimo global se encuentra sobre la curva de indiferencia del estrato indiferente, esto ocurre porque el beneficio social crece hacia un punto que está por debajo de ésta curva, esto se puede observar en las curvas de nivel de color rojo oscuro, que indican que una elipse tiene el mismo beneficio social para distintos pares (P, T) , el punto de mayor beneficio social del problema irrestricto, se encontrará, tal como indica la teoría, centrado en el costo marginal. La curva segmentada de color negro, representa la restricción de costos, los puntos a la izquierda son infactibles debido a que las ganancias son negativas; el caso contrario ocurre en los puntos a la derecha de dicha curva, pues en éstos puntos se obtienen ganancias positivas, tal como en el caso del óptimo global.

5.4. Sensibilidad de costos marginales

Una de los problemas usuales que pueden presentarse y que podría tener consecuencias negativas para los operadores, es haber subestimado los costos, esto tendría consecuencias en las ganancias del operador incluso se podría violar la restricción de cobertura de costos, haciendo el problema infactible, por lo tanto, se justifica realizar un análisis de sensibilidad en este parámetro para ver las variaciones de la solución. Al respecto, es de nuestro interés estudiar la variación respecto a los costos marginales, en particular si se han subestimado éstos en el proceso de estimación.

En este análisis se variará considerando dos escenarios para el costo marginal, primero se aumentará dicho costo un 25% y posteriormente en un 50%. En la Tabla 5.4.1 se observan las tarifas, tanto para la tarifa plana P como para el valor del abono en cada uno de los escenarios y en el caso original, además se presentan los beneficios sociales y las variaciones de éstos.

Tabla 5.8.: Resultados de tarifas, bienestar social para escenario resuelto

Escenario	Caso	P	T	T/P	Δ BS %
Original	Caso 8	663	22.176	33,4	8,04%
(i) Aumento 25%	Caso 8	724	23.739	32,8	9,13%
(ii) Aumento 50%	Caso 0	787	25.284	32,1	10,41%

Los resultados no varían mayormente, lo que más llama la atención en este sentido, es que se mantiene el mismo caso de elección para el escenario (i), ya que pareciera depender en cierta medida de la estructura de la población, más que de los costos. Los mayores costos son capitalizados entre la gran cantidad de usuarios, tanto en el valor del abono que aumenta un 6,6% y 12,3% como por el pago por viaje que aumenta un 8,3% y un 15,7%, muy lejos del 25% y 50% de aumento en los costos marginales respectivamente. Cuando la situación se traspasa a viajes las variaciones afectan de forma muy marginal a los usuarios, en particular para los viajes equivalentes individuales, éstos sólo disminuyen un viaje mensual, que es un 2,8%.

En la Tabla 5.9 se presentan las variaciones en los viajes para cada estrato que realizan los usuarios en el escenario original y en los alternativos considerados. En esta tabla, el hecho a destacar es el aumento de viajes de los estratos más ricos en el escenario (ii), con respecto a los viajes que realizarían en el óptimo global, esto se explica porque la tarifa del escenario base es mayor a la del escenario (ii)

Tabla 5.9.: Variaciones de viajes para cada escenario resuelto

Caso	Estratos Socioeconómicos									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
(i)	-0,9%	-0,6%	-0,5%	-0,5%	-0,5%	-0,5%	-0,5%	-0,6%	-4,5%	-4,5%
(ii)	-1,9%	-1,2%	-1,1%	-1,0%	-1,0%	-1,0%	-1,1%	-1,2%	-9,2%	-9,2%

Finalmente, se debe analizar como varía el gasto en transporte para cada estrato, ya que este es el producto de los viajes realizados por el precio al que se realizan, en el apartada anterior se vio como disminuían los viajes, sin embargo la tarifa aumenta, por lo tanto no se sabe a priori que efecto domina. En la Tabla 5.10 se presenta el detalle por estrato.

Tabla 5.10.: Gasto por estratos para cada escenario resuelto

Escenari	Estratos Socioeconómicos										D
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	
-	20.24	20.24	20.24	20.24	20.24	20.24	20.24	20.24	12.19	9.545	0,0%
(i)	24.48	24.48	24.48	24.48	24.48	24.48	24.48	24.48	14.27	11.17	20,5%
(ii)	21.31	20.38	19.78	19.38	18.94	18.48	17.05	14.75	9.907	7.755	-8,7%

Se observa que el gasto aumenta considerablemente cuando se aumentan los costos variables, en más de un 20% cuando se aumenta un 25% el costo marginal, sin embargo en el caso que el costo marginal aumenta un 50% el gasto disminuye, esto es explicado porque el óptimo se alcanza cuando todos pagan por viaje y los viajes son los que se reducen en gran proporción, esto también se puede ver que este escenario, (ii) tiene el menor beneficio.

Capítulo 6

Síntesis y conclusiones

En este trabajo se desarrolló una de las líneas de investigación expuesta por Cruz (2013) consistente en aplicar el modelo de tarificación de abonos de transporte a una ciudad descrita de forma más detallada. Es por esto que el principal aporte de este estudio, es obtener la información necesaria y detallar tanto las fuentes de datos como su tratamiento y posterior manipulación, con el fin de estimar los parámetros del modelo y sus resultados.

Una vez definido el marco teórico sobre el cual se desarrollaría el trabajo, sólo restaba por definir las fuentes de datos que se utilizarían, estas fueron: la encuesta origen destino, con información sobre el comportamiento de los usuarios, y las declaraciones de costos trimestrales provistas por los operadores de los servicios. Fue necesario usar las dos bases debido a que en el modelo se necesitan dos fuentes de información bien diferenciadas, una sobre la elección de los usuarios y otra sobre los costos de los operadores. En la primera se obtiene información sobre la demanda mensual y de los excedentes de los usuarios que se calculan sobre ésta, mientras que en la segunda se obtiene la ganancia del productor.

Sin embargo, al elegir dichas fuentes se debió tener consideraciones especiales, debido al diseño y alcance de las mismas, por lo que fue necesario utilizar diversas técnicas estadísticas y econométricas para construir las funciones necesarias. Entre dichas técnicas destaca el matching y los ajustes de las curvas mediante regresiones generalizadas, ambas herramientas tienen un trasfondo teórico para su aplicación y se basan en diversas experiencias que han trabajado con fuentes similares de datos.

Si bien, en la mayoría del trabajo se expone la formulación de Jara-Díaz y Cruz (2013) y se podría haber usado el modelo que proponen íntegramente, se modificó la demanda que ellos utilizaron por una nueva representación desarrollada en conjunto con los autores. Esta nueva formulación pretende considerar de forma directa el efecto de la tasa de motorización en la generación de viajes en los diversos estratos. No obstante, aún queda pendiente una línea de investigación, que debe considerar los efectos que tienen las tarjetas sobre la elección de modo.

Uno de los aspectos más importantes del análisis, era validar si los efectos de los ingresos que considera el modelo tenían asidero en evidencias empíricas para el caso de la ciudad de Santiago, es así como se respaldan dichas hipótesis al observar el fenómeno dentro de la población analizada en todo momento como un conjunto discreto de estratos, donde dentro de éstos se producen con diferentes intensidades.

Una vez obtenidos los parámetros del modelo para la ciudad de Santiago, debía ser resuelto el problema de tarificación para encontrar las tarifas óptimas, y por ende, la elección para cada estrato. Esto se hace al aplicar el método de resolución, que da por resultado que el precio por pasaje óptimo es de $P^* = 663$ pesos, mientras que el abono es $T^* = 22.176$ pesos, muy cercano a la primera simulación del modelo obtenida por Cruz (2013), donde $P = 576$ pesos y el abono es $T = 23.993$ pesos. Es importante destacar que en esta memoria no se utilizó ni la representación de la demanda ni los datos de dicha simulación, sin embargo, la similitud es sorprendente y se puede deber a que Cruz intentó replicar las condiciones de Santiago, en cuanto a la desigualdad del ingreso, pero con sólo tres estratos. Esto deja entrever que las soluciones pueden responder fuertemente a la estructura de la población debido a que dada una estructura ésta determina condiciones sociales que se capturan en el modelo como la posesión y uso del automóvil, sería interesante desarrollar una línea de investigación en ese sentido.

Una de las variables que se difieren con Cruz es en el alcance de la población, pues en su caso sólo un 60% utiliza la tarjeta, mientras que en el desarrollo de esta memoria el público objetivo supera el 90%, esto se debe a que la segmentación realizada captura mejor la heterogeneidad de la población y los efectos del ingreso se dan con diferente intensidad dentro de los estratos.

En conclusión, se observan los efectos del ingreso al aplicar el modelo. El primer efecto del ingreso disponible, cuando se resta al ingreso del estrato al precio del abono, logra disminuir entre 3 y 5 viajes la demanda individual por transporte público, lo que agregadamente se traduce en casi 4 millones de viajes menos de la demanda total. Sin duda estamos frente a una importante precisión en la estimación respecto a lo que predecía el modelo de Carbajo. El segundo efecto, el ingreso como característica socioeconómica, genera para los distintos estratos que el impacto no sea homogéneo, mientras la demanda total por transporte público para los estratos de mayor ingreso sólo disminuye un 7,4% para el estrato más pobre varía un 27,0%.

Si bien estas disminuciones se calculan sobre un modelo sin efectos del ingreso, el resultado de adoptar el abono es siempre un aumento en la demanda total, que en este caso ha sido calculado en un 23%. Mientras que las observaciones empíricas ubican esta cifra entre un 7% y un 14%, esto es un buen signo, al considerar que ese porcentaje de aumento se encuentra por sobre el rango y que nuestro modelo no considera los efectos que podrían tener las elecciones modales de los individuos.

En síntesis, los resultados del modelo son auspiciosos y sirven como un primer acercamiento a la aplicación futura de abonos en el sistema de transporte público, sobre todo al considerar que en Europa se introdujeron debido a que se observaba un aumento sostenido en la tasa de motorización y una simultánea disminución del uso del transporte público, y se diseñó el abono, con el fin de aumentar la competitividad del transporte público frente al transporte privado proveyendo de mayor flexibilidad al introducir esta nueva alternativa de pago. Esta situación, es la que se observa precisamente en la ciudad de Santiago de Chile, donde quizás ya es hora, de introducir nuevas modalidades de pago, robusteciendo la estructura tarifaria actual que permitan mayor flexibilidad a los usuarios a la hora de pagar por el transporte público.

Bibliografía

Carbajo, J.C. (1988) The Economics of Travel Passes. *Journal of Transport Economics and Policy*, 22, 153-173.

Encuesta de Origen y Destino de viajes del Gran Santiago, Mideplan-SECTRA, 2001

FitzRoy, F. and Smith, I. (1998) Public transport demand in Freiburg: why did patronage double in a decade? *Transport Policy*, 5, 163-173.

Gschwender, A. y S. Jara-Díaz. Elasticidades de la Demanda del Transporte Público Urbano: Síntesis e Interrelaciones. *XII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, 2007.

Gschwender, A. (2007) A Comparative Analysis of the Public Transport Systems of Santiago de Chile, London, Berlin and Madrid: What can Santiago learn from the European Experiences? Tesis de Doctorado, Universidad de Wuppertal, Alemania.

Jara-Díaz, S. *Transport Economic*. Elsevier, 2007.

Jara-Díaz, S. y Munizaga M. y Olguín J. The role of gender age and location in the values of work behind time use patterns in Santiago, Chile. 2011.

Jara-Díaz, S. y Cruz, D. Tarificación Óptima de Tarjetas Multiviaje considerando efectos del ingreso. *XVI Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, 2013.

Matas, A. (2004) Demand and revenue implications of an integrated public transport policy: The case of Madrid. *Transport Reviews*, 24, 195-217.

Munizaga, M. y Jara-Díaz, S. y Olguín J. y J.Rivera. (2011) Generating twins to build weekly time use data from multiple single day OD survey. *Transportation*, 38, 511-524.

White, P. R. (1981) "Travelcard" tickets in urban public transport. *Journal of Transport Economics and Policy*, 15, 17-34.

Anexos

A.1 Función Logística

Es un tipo de función utilizada para explicar el crecimiento de poblaciones enfrentadas a consumir un recurso finito. En una primera etapa se obtiene un crecimiento exponencial que prontamente se vuelve logarítmico debido a la misma competencia. Es usada en variedad de modelos evolutivos, sus principales características son: es siempre creciente y sus valores están dentro de un rango definido.

La forma funcional de la función logística se presenta en (A.1)

$$f(I; a, m, n, \tau) = a \frac{1 + me^{-\frac{I}{\tau}}}{1 + ne^{-\frac{I}{\tau}}} \quad (A.1)$$

Los ajustes que se muestran en el gráfico de la Figura (4.7) se detallan en la siguiente Tabla A.1.

Tabla A.1.: Parámetros de forma de la función logística

Ajuste Logístico	<i>a</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	τ	R^2
Viajes Totales	21,9	14,4	21,6	83.042,5	0,9980
Viajes Automóvil	17,7	0,0	7,9	123.589,0	0,9962
Viajes TP	3,7	8,6	1,7	237.101,9	0,9931