SELECCIÓN ADVERSA: UNA INTRODUCCIÓN AL DISEÑO DE MECANISMOS*

José María Da Rocha Alvarez**

SÍNTESIS

El objeto de este artículo es introducir al lector en el diseño de contratos en un marco de *selección adversa*, es decir, cuando las decisiones del principal dependen de alguna característica que es información privada de los agentes. Se mostrará que el principal puede inducir a los agentes a revelar honestamente su característica si se les *incentiva* suficientemente. Tras estudiar las características generales del diseño de incentivos en un marco estático, se analiza la forma de los contratos cuando la relación se repite. Prestaremos especial atención a los problemas que surgen si el principal no tiene capacidad para comprometerse y se produce el "efecto *ratchet*". Por último, se presentan dos situaciones en las que el principal puede observar *ex post* alguna señal sobre el tipo del agente.

ABSTRACT

This article purports to acquaint the reader with the design of contract in a frame of adverse selection, that is, when the decisions of the principal depend on some characteristic which is private information to the agents. It will be shown that the principal can compel the agents to honestly reveal their characteristic if they are given adequate incentives. After studying the general characteristics of incentive design in a static frame the form of the contracts is analyzed when the relationship is repeated. Special attention will be devoted to the problems arising if the principal is unable to commit himself and a "ratchet effect" occurs. Finally, situations are presented whereby the principal can observe ex post some signal with respect to the kind of agent.

* Acerca de este artículo, quiero agradecer a Inés Macho Stadler, Consuelo Pazó Martínez y J. David Pérez Castrillo y a un arbitro anónimo sus valiosos comentarios y sugerencias, así como la invitación del Department d'Economia i d'Història Econòmica de la Universitat Autònoma de Barcelona, donde este trabajo ha sido realizado. Por último, quiero agradecer a la "Xunta de Galicia" la financiación recibida para realizar mi estancia en la U.A.B. Este trabajo se ha financiado a través del proyecto DGICYT. PB92-0590.

** Universidad de Vigo y Universitat Autònoma de Barcelona.

SELECCIÓN ADVERSA: UNA INTRODUCCIÓN AL DISEÑO DE MECANISMOS*

José María Da Rocha Alvarez

1. INTRODUCCIÓN

La teoría de la información es uno de los temas a los que más atención se ha prestado en los últimos años. Dentro de este marco, el análisis de los problemas de agencia ha atraído buena parte de la atención. Ello es debido a que las aportaciones en este campo han permitido entender ciertos fenómenos que no era posible abordar en modelos en los que todos los participantes disponen de la misma información.

Uno de los problemas más graves que aparece en una relación de agencia se debe al hecho de que, antes del contrato, el agente tiene más información que el principal sobre algunas de las variables relevantes para la relación. En este caso, el agente se comportará estratégicamente y revelará aquella información que le resulte más beneficiosa. Podemos pensar en:

- una empresa pública, cuyos gestores conocen mejor que el gobierno sus costos de producción, y declara unos costos altos para recibir elevadas subvenciones;
- un trabajador, que conoce su eficiencia mejor que su empleador, y se declara menos eficiente para reducir su nivel de esfuerzo;
- un contribuyente, que conoce su nivel de renta mejor que la agencia recaudadora de impuestos, y falsea su declaración de la renta para pagar menos impuestos.

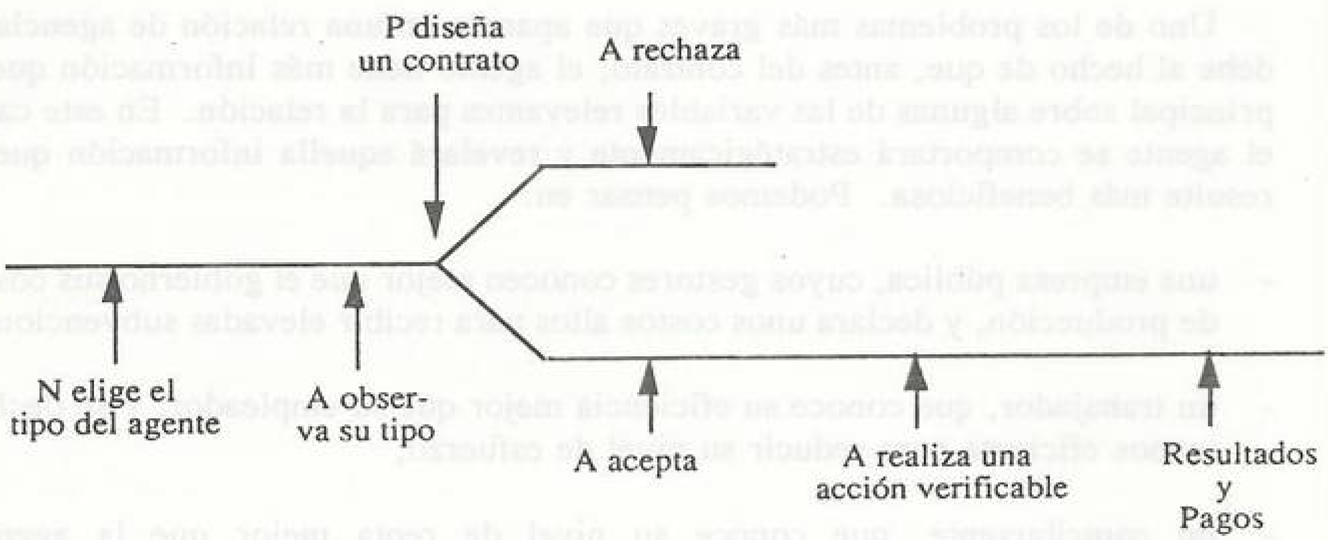
El presente artículo trata de introducir al lector en el diseño de contratos en un marco de selección adversa. Es decir, nos interesamos en un marco en el que existen distintos tipos de agentes y en el cual el principal no los puede identificar

* *Estudios de Economía*, publicación del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile, vol. 20, n°2, diciembre de 1993.

cuando les ofrece el contrato.[1] Supondremos que el principal, que tiene el poder para decidir los términos de la relación, le hará al agente una oferta del tipo *lo tomas o lo dejas*. Si el agente no acepta la oferta del principal, la relación no tiene lugar. Si el agente acepta la oferta, éste realizará alguna acción verificable por el principal en base a la cual es posible establecer contratos. Finalmente, se producen los resultados de la relación y los pagos. El diseño de mecanismos puede representarse como un juego en el que el principal, que actúa como un líder de Stackelberg, diseñará un contrato que es óptimo dada la mejor estrategia del agente, y éste, dado el contrato, escogerá su mejor estrategia condicionada a su información privada (véase figura 1). El principio de revelación nos permite restringirnos a aquellos contratos en que el principal induce a cada agente a comportarse de acuerdo con su tipo.[2]

FIGURA 1

FORMA EXTENSIVA DE UN JUEGO DE SELECCIÓN ADVERSA



N = Naturaleza P = Principal A = Agente

[1] Nos limitaremos, por tanto, a aquellas situaciones en que el principal mueve primero en el juego y ofrece su contrato antes de que el agente realice ninguna acción. Si por el contrario, la parte informada (el agente) realizara alguna acción antes de que el principal le ofrezca el contrato, entonces en vez de un problema de selección adversa nos enfrentaríamos a un problema de señalización. E. Rasmusen (1989) ofrece una útil clasificación de los distintos tipos de modelos con información asimétrica.

[2] Para una demostración formal del principio de revelación, véase Fudenberg y Tirole (1991).

La organización del artículo es como sigue. En la sección 2, presentamos un modelo base sencillo que nos permita derivar las principales características de los contratos óptimos en este marco. En la sección 3, extendemos dicho análisis a un marco continuo. La sección 4 discute dos aplicaciones: la inclusión de *royalties* en los contratos de licencia de una patente, y el diseño de tarifas autoselectivas en un marco de información asimétrica sobre las preferencias de los consumidores. El estudio de la forma de los contratos, cuando la relación entre el principal y el agente se repite, se realiza en la sección 5. En ella se prestará especial atención a aquella situación en la que el principal no puede comprometerse con el agente, y en vez de un contrato a largo plazo se ve obligado a ofrecerle una sucesión de contratos de corto plazo. En este caso, los agentes tienen fuertes incentivos para camuflarse en el presente para obtener rentas en el futuro ("efecto *ratchet*"). En la sección 6, se presentan dos tipos de situaciones en las que el principal observa *ex post* alguna señal sobre el tipo del agente. En la primera de ellas, el agente puede realizar una acción no observable por el principal (modelos de riesgo moral y selección adversa). En la segunda, la observación es imperfecta y costosa (modelos de inspecciones). Antes de concluir, en la sección 7, presentamos dos nuevas aplicaciones, la política óptima de inspección de rentas y la optimalidad de los impuestos para reducir las emisiones de contaminación. Por último, en la sección 8 se presentan las conclusiones.

2. UN MODELO BASE

Consideremos un empresario (el principal) que contrata a un trabajador (el agente) para producir un bien, cuyo nivel de producción es una función de esfuerzo de los trabajadores (por ejemplo, del número de horas de trabajo). Supongamos que la tecnología es tal que si el trabajador realiza e unidades de esfuerzo produce: $x = e$ unidades del bien. Supongamos que existen dos tipos de trabajadores, que se diferencian en el costo en que incurren (en términos de utilidad) para producir el bien. Más explícitamente, un trabajador que realiza un nivel de esfuerzo e, con $e \in R^+$, incurre en una desutilidad (en términos monetarios) de

$$\theta\, \Psi\, (e),\ \theta \in \{\, \underline{\theta},\ \overline{\theta}\, \}\ ,$$

donde $\Psi\ (e)$ es una función que mide la desutilidad del trabajador, siendo $\Psi\ (e) > 0$, $\Psi'(e) > 0$ y $\Psi''(e) > 0$, y θ es un parámetro que sólo es conocido por el trabajador, con $\overline{\theta} > \underline{\theta}$. Es decir, existen dos tipos de trabajadores que se diferencian en la desutilidad que asocian a su esfuerzo. A los trabajadores tipo $\bar{\theta}$ les "cuesta más trabajar" que a los tipos $\underline{\theta}$. El empresario desconoce el parámetro del agente, y le asigna una probabilidad γ al hecho de que el trabajador sea tipo $\underline{\theta}$.

Un contrato será un par (w, e) en el que se especifica el pago, w, que percibirá el trabajador a cambio de realizar un determinado nivel de esfuerzo, e. Dado un contrato, los beneficios del empresario (el nivel de utilidad del principal) se escribe como:

$$\Pi(e, w, \theta) = e - w,$$

donde hemos supuesto que el precio del bien es unitario. El nivel de utilidad que percibe el agente por participar en la relación es la diferencia entre el pago que recibe y la desutilidad del esfuerzo que realiza:

$$U(e, w, \theta) = w - \theta\, \Psi(e).$$

Una de las características básicas de los modelos de agencia es la existencia de "conflicto" entre el principal y el agente, ya que de otro modo el agente no tendría ningún interés en ocultar la información de la que dispone. En nuestro modelo, la existencia de conflicto es manifiesta, pues la utilidad del principal es mayor cuanto menor sea la utilidad del agente, ya que

$$\Pi(e, w, \theta) = e - \theta\, \Psi(e) - U(e, w, \theta).$$

Los contratos dependerán del poder de negociación de las partes. Supondremos que es el principal quien posee todo el poder de negociación en la relación y, por tanto, el agente sólo puede aceptar o rechazar la oferta que realice el principal.[3] En consecuencia, el agente participará en la relación siempre que obtenga un nivel de utilidad al menos igual al que podría obtener en un empleo alternativo (a la cual denominaremos "utilidad de reserva", U^0).

[3] Es decir, no contemplaremos la posibilidad de que exista un proceso de negociación entre el agente y el principal, ya que el agente no puede realizar ningún tipo de contraoferta. Ello suele racionalizarse suponiendo que existe un mercado competitivo de agentes y, por tanto, el principal no se enfrenta a una situación de monopolio bilateral, ya que el poder de negociación de cada uno de ellos por separado es nulo. Para una introducción a los juegos de negociación, véase C. Ponsati Obiols (1988).

Si el principal conociera el tipo al que pertenece el trabajador, los contratos óptimos serían el resultado de resolver el siguiente problema:

$$[P] \equiv \begin{cases} \max\limits_{\underline{w},\, \underline{e},\, \overline{w},\, \overline{e}} \gamma \{\underline{e} - \underline{w}\} + (1 - \gamma)\{\overline{e} - \overline{w}\} \\ \\ \quad s.a. \begin{cases} \underline{w} - \underline{\theta}\, \Psi\, (\underline{e}) \geq U^0 \\ \overline{w} - \overline{\theta}\, \Psi\, (\overline{e}) \geq U^0 \end{cases} \end{cases}$$

donde $\underline{w} = w(\, \underline{\theta}\,)$, $\underline{e} = e(\, \underline{\theta}\,)$, $\overline{w} = w(\, \overline{\theta}\,)$ y $\overline{e} = e(\, \overline{\theta}\,)$, cuya solución es:

$$\Psi'\,(e^*) = \frac{1}{\theta} \qquad \forall \theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$$

$$w^* = \theta \Psi(e^*) + U^0 \quad \forall \theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}.$$

Nótese que $\underline{e}^* > \overline{e}^*$, pues $\Psi''(e) > 0, \ \forall e$. La solución del problema es similar a la de un monopolista que posee dos plantas de producción con costos diferentes. El empresario demanda de cada trabajador aquel nivel de esfuerzo que hace que su desutilidad marginal iguale a su producto marginal, es decir:

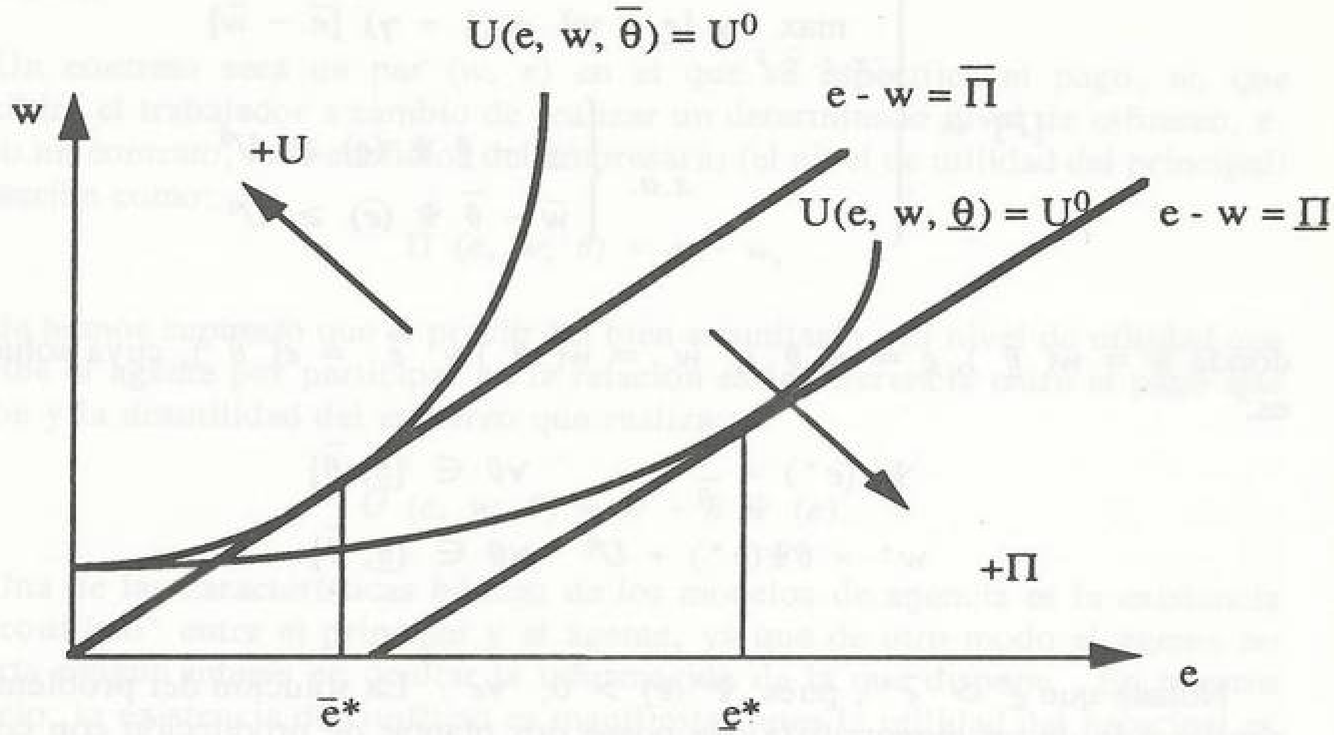
$$1 = \underline{\theta}\ \Psi(\underline{e}) = \overline{\theta}\ \Psi(\overline{e}) \ \Rightarrow \underline{e}^* > \overline{e}^*,$$

de tal modo que a los trabajadores más eficientes se les pide un nivel de esfuerzo superior, pues $\Psi''\,(e) > 0, \ \forall e$. Además, el principal satura las restricciones de participación de cada agente, de tal modo que éstos reciben un salario igual a su utilidad de reserva más la desutilidad del esfuerzo en la que incurren.

La solución del problema puede representarse en el eje (e, w) de esfuerzos y salarios, y ello puede ayudarnos a entender la naturaleza del problema. Recordemos que las curvas de indiferencia de los agentes son convexas, mientras que las curvas isobeneficio del principal son rectas de 45 grados. Nótese que la existencia de conflicto entre el principal y el agente se plasma en que el principal incrementa sus beneficios si se desplaza hacia el sureste, mientras que la utilidad del agente se incrementa con asignaciones hacia el noreste. Los contratos óptimos $(w(\theta),\ e(\theta))$ se corresponden con aquellos puntos en que la pendiente de las curvas de indiferencia de los agentes se iguala a la pendiente de las curvas de isobeneficio (es decir, donde $\underline{\theta}\Psi'(\underline{e}) = \overline{\theta}\Psi'(\overline{e}) = 1$).

FIGURA 2

CONTRATOS CON INFORMACIÓN SIMÉTRICA



El principal obtiene de cada tipo de trabajador los beneficios

$$\underline{\Pi} = \underline{e}^* - \underline{\theta}\Psi(\underline{e}^*) - U^0$$

$$\bar{\Pi} = \bar{e}^* - \bar{\theta}\Psi(\bar{e}^*) - U^0,$$

de tal modo que sus beneficios esperados son:

$$E\Pi^* = \gamma\, \underline{\Pi} + (1 - \gamma)\, \bar{\Pi}.$$

Además, los agentes más eficientes son más rentables que los agentes menos eficientes, es decir $\underline{\Pi} > \bar{\Pi}$. Para probarlo basta verificar que

$$\Pi(\underline{e}^*, \underline{\theta}) > \Pi(\bar{e}^*, \underline{\theta}) > \Pi(\bar{e}^*, \bar{\theta})$$

pues $e - \underline{\theta}\Psi(e) > e - \bar{\theta}\Psi(e), \forall e$, y en particular para $\bar{e}^*$.

¿Qué ocurre cuando el principal no puede distinguir el tipo de agente al que contrata? En este caso, los contratos que eran óptimos cuando había información simétrica ahora no lo son, pues los trabajadores tipo $\underline{\theta}$ prefieren firmar el contrato de los trabajadores menos eficientes. De esta forma, "camuflándose", obtienen un nivel de utilidad,

$$U(\bar{w}^*, \bar{e}^*, \underline{\theta}) = \bar{w}^* - \underline{\theta}\Psi(\bar{e}^*) = (\bar{\theta} - \underline{\theta})\Psi(\bar{e}^*) + U^0,$$

que es mayor que el de reserva. Por tanto, si el principal ofrece los contratos óptimos cuando el tipo del agente es información pública, todos los trabajadores firmarán el contrato $(\bar{w}^*, \bar{e}^*)$.

En consecuencia, ahora el principal deberá ofrecer contratos que además de verificar las restricciones de participación, induzcan a los agentes a no camuflarse. Así, el principal ofrece un menú de contratos[4]

$$M = \left\{\left(w(\underline{\theta}),\ e(\underline{\theta})\right),\ \left(w(\bar{\theta}),\ e(\bar{\theta})\right)\right\}$$

que verifique las siguientes restricciones:

$$w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq w(\bar{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \tag{1}$$

$$w(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \geq w(\underline{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \tag{2}$$

$$w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq U^0 \tag{3}$$

$$w(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \geq U^0 \tag{4}$$

Las ecuaciones (1) y (2) nos indican que cada agente firmará el contrato que le corresponde de acuerdo con su tipo. Estas restricciones se denominan "restricciones de incentivos", mientras que las restricciones (3) y (4) nos indican, como en la situación de información simétrica, que los agentes participarán en la relación, es decir, aceptarán el contrato que les está destinado. Son por tanto las "restricciones de participación" de los agentes.

Antes de resolver el problema del principal, caracterizaremos los mecanismos que verifican las restricciones de incentivos y participación, para posteriormente seleccionar aquel que es óptimo para el principal.

Una primera característica de los contratos que ofrece el principal es que los agentes menos eficientes nunca realizarán esfuerzos superiores a los de los agentes más eficientes.

[4] Un menú de contratos es siempre al menos tan bueno como un único contrato (que tenga en cuenta que los agentes pueden ser de un tipo u otro y que sea aceptado por todos los agentes), ya que este último no es más que un caso particular de un menú de contratos en que $w(\underline{\theta}) = w(\bar{\theta})$ y $e(\underline{\theta}) = e(\bar{\theta})$.

Lema 1. *Una condición necesaria para que los contratos verifiquen las restricciones de incentivos es que* $e(\overline{\theta}) \leq e(\underline{\theta})$.

Demostración. En efecto, las restricciones (1) y (2) implican que

$$(\overline{\theta} - \underline{\theta})\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq (\overline{\theta} - \underline{\theta})\Psi(e(\overline{\theta})),$$

luego, como $\overline{\theta} > \underline{\theta}$ y $\Psi'\left(e(\theta)\right) > 0$, tenemos $e(\underline{\theta}) \geq e(\overline{\theta})$.

Para resolver el problema del principal, nótese en primer lugar que si las restricciones (1) y (4) se saturan, entonces se verifican las restricciones (2) y (3). Más exactamente

-- Si (1) y (4) se saturan, es decir, si el trabajador menos eficiente participa, entonces el trabajador más eficiente también participa. La idea es que siempre puede firmar el contrato destinado al agente para el cual el esfuerzo es más costoso y obtener un nivel de utilidad superior al de reserva. Formalmente:

$$w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) = w(\overline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) = (\overline{\theta} - \underline{\theta})\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) + U^0 > U^0 \ ,$$

ya que $w(\overline{\theta}) = \overline{\theta}\ \Psi\left(e(\overline{\theta})\right) + U'$ Así, mientras que el trabajador menos eficiente obtiene su nivel de utilidad de reservas, U^0, los trabajadores más eficientes obtienen niveles de utilidad superiores. El excedente, $(\overline{\theta} - \underline{\theta})\ \Psi\left(e(\overline{\theta})\right)$ recibe el nombre de rentas informacionales y es el equivalente al incremento en el nivel de utilidad que obtendrían si se camuflasen. Estas rentas hacen que declarar la verdad sea tan atractivo como hacerse pasar por el otro tipo de agente.

-- Si (1) y (4) se saturan, entonces se verifica (2), es decir los agentes menos eficientes no desean firmar los contratos dirigidos a los trabajadores más eficientes. En efecto, a pesar de que los salarios dirigidos a los trabajadores más eficientes, $w(\underline{\theta})$, son superiores a los que perciben los trabajadores menos eficientes, $w(\overline{\theta})$ pues $w(\underline{\theta}) = w(\overline{\theta}) + \underline{\theta}\left[\Psi\left(e(\underline{\theta})\right)\ \Psi\left(e(\overline{\theta})\right)\right]$ y $\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq \Psi\left(e(\overline{\theta})\right)$, los trabajadores menos eficientes no firman los contratos de los más eficientes ya que con ello no incrementan su utilidad, pues:
$$w(\underline{\theta}) - \overline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) = w(\overline{\theta}) - \overline{\theta}\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) + (\overline{\theta} - \underline{\theta})\left[\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) - \Psi\left(e(\underline{\theta})\right)\right]$$
que es menor que $w(\overline{\theta}) - \overline{\theta}\ \Psi\left(e(\overline{\theta})\right)$ pues $\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) - \Psi\left(e(\underline{\theta})\right)$ es negativo.

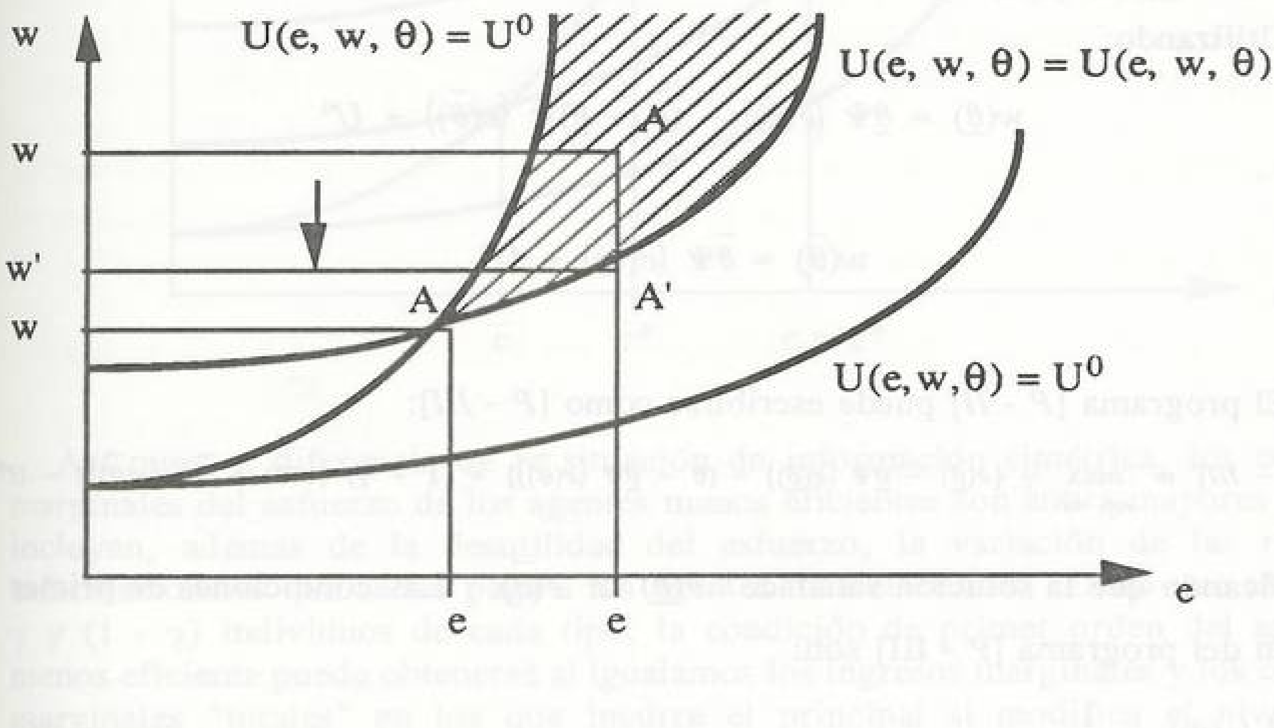
Por último, nótese que el principal siempre satura (1) y (3), ya que, en caso contrario, siempre podría ofrecer otros contratos que, verificando la restricción de incentivos del agente más eficiente, le permitiesen reducir los salarios ofrecidos a los trabajadores. Para verlo, nótese que el contrato para los agentes más eficientes depende del contrato que se le ofrece a los menos eficientes. Así, dado un contrato como el $\bar{A} = (\bar{w}, \bar{e})$, el contrato de los agentes más eficientes ha de estar en la zona rayada de la figura 3 para que se verifiquen las restricciones de incentivos.[5] Por tanto, dado el contrato ofrecido a los agentes menos eficientes, un contrato como el $\underline{A}$ no es óptimo para el principal, puesto que puede implementar el mismo nivel de esfuerzo con un contrato como el $\underline{A}'$, que es más barato. Así, los contratos óptimos han de verificar que:

$$U(\underline{e}, \underline{w}, \underline{\theta}) = U(\bar{e}, \bar{w}, \underline{\theta}) > U^0$$

$$U(\bar{e}, \bar{w}, \bar{\theta}) = U^0$$

FIGURA 3

CONTRATOS IMPLEMENTABLES



[5] Las asignaciones situadas en la zona rayada son mejores que $\bar{A}$ para los agentes más eficientes y peores que $\bar{A}$ para los agentes menos eficientes.

Volvamos al problema que nos ocupa. El programa original del principal se escribe como:

$$
[P - I] \equiv \begin{cases} \max\limits_{w(\underline{\theta}),\, e(\underline{\theta}),\, w(\bar{\theta}),\, e(\bar{\theta})} \gamma \{e(\underline{\theta}) - w(\underline{\theta})\} + (1 - \gamma)\{e(\bar{\theta}) - w(\bar{\theta})\} \\ \\ s.a. \begin{cases} w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq w(\bar{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \\ w(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \geq w(\underline{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \\ w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) \geq U^0 \\ w(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \geq U^0 \end{cases} \end{cases}
$$

dada la discusión anterior sobre qué restricciones son efectivas, es equivalente a resolver el programa [*P* - *II*]:

$$
[P - II] \equiv \begin{cases} \max\limits_{w(\underline{\theta}),\, e(\underline{\theta}),\, w(\bar{\theta}),\, e(\bar{\theta})} \gamma\{e(\underline{\theta}) - w(\underline{\theta})\} + (1 - \gamma)\{e(\bar{\theta}) - w(\bar{\theta})\} \\ \\ s.a. \begin{cases} w(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) = w(\bar{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) \\ w(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) = U^0 \\ e(\underline{\theta}) \geq e(\bar{\theta}) \end{cases} \end{cases}
$$

Utilizando:

$$w(\underline{\theta}) = \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) + (\bar{\theta} - \underline{\theta})\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) + U^0$$

y

$$w(\bar{\theta}) = \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right) + U^0$$

El programa [*P* - *II*] puede escribirse como [*P* - *III*]:

$$[P - III] \equiv \max_{e(\underline{\theta}),\, e(\bar{\theta})} \gamma\left\{e(\underline{\theta}) - \underline{\theta}\Psi\left(e(\underline{\theta})\right) - (\bar{\theta} - \underline{\theta})\Psi\left(e(\bar{\theta})\right)\right\} + (1 - \gamma)\left\{e(\bar{\theta}) - \bar{\theta}\Psi\left(e(\bar{\theta})\right)\right\} - U^0$$

verificando que la solución satisface $e(\underline{\theta}) \geq e(\bar{\theta})$. Las condiciones de primer orden del programa [P - III] son:

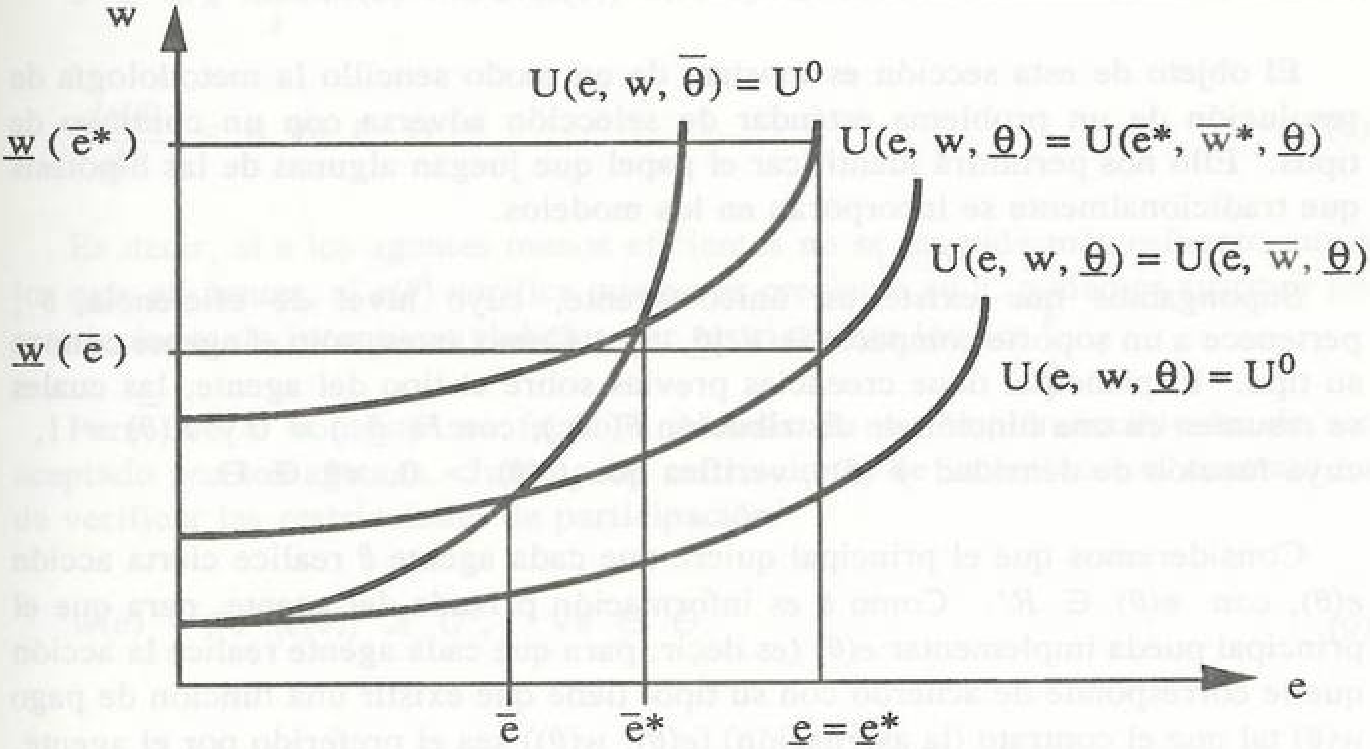
$$\Psi'\left(e(\underline{\theta})\right) = \frac{1}{\underline{\theta}} \tag{5}$$

$$\Psi'\left(e(\bar{\theta})\right) = \frac{\alpha}{\theta} \tag{6}$$

donde $\alpha = \dfrac{(1 - \gamma)\overline{\theta}}{\theta - \gamma\underline{\theta}} < 1$. Luego, de las condiciones de primer orden se deduce que el principal no distorsiona el nivel de esfuerzo que le pide al trabajador más eficiente, $\underline{e}^* = e(\underline{\theta})$, pero reduce el nivel de esfuerzo de los trabajadores menos eficientes, $\overline{e}^* > e(\overline{\theta})$. El objeto de esta reducción es disminuir las rentas informacionales que le ha de pagar a los agentes más eficientes para que no se camuflen.

FIGURA 4

CONTRATOS ÓPTIMOS CON INFORMACIÓN ASIMÉTRICA



Así pues, a diferencia de la situación de información simétrica, los costos marginales del esfuerzo de los agentes menos eficientes son ahora mayores pues incluyen, además de la desutilidad del esfuerzo, la variación de las rentas informacionales que se les paga a los agentes más eficientes. Dado que existen γ y $(1 - \gamma)$ individuos de cada tipo, la condición de primer orden del agente menos eficiente puede obtenerse si igualamos los ingresos marginales y los costos marginales "totales" en los que incurre el principal si modifica el nivel de esfuerzo de los agentes menos eficientes, es decir

$$(1 - \gamma) = (1 - \gamma)\, \overline{\theta}\Psi'\left(e(\overline{\theta})\right) + \gamma(\overline{\theta} - \underline{\theta})\Psi'\left(e(\overline{\theta})\right),$$

mientras que la condición de primer orden que determina el nivel de esfuerzo de los agentes más eficientes es la misma que en la información simétrica, pues su nivel de esfuerzo no afecta más que al costo de su contrato. la no distorsión de los niveles de esfuerzo de los agentes más eficientes es una de las propiedades de los modelos de selección adversa, conocida como "no distorsión en lo alto". Por último, nótese que la solución al programa [P - III] verifica la restricción $e(\underline{\theta}) \geq e(\theta)$, pues $e(\underline{\theta}) = e^* > \overline{e}^* > e(\theta)$.

3. UN CASO CONTINUO

Resolver problemas discretos con más de dos tipos de agentes resulta sumamente tedioso. Además, existe un gran número de casos cuya resolución se facilita si nos situamos en el caso límite de un continuo de tipos.

El objeto de esta sección es mostrar de un modo sencillo la metodología de resolución de un problema estándar de selección adversa con un continuo de tipos. Ello nos permitirá identificar el papel que juegan algunas de las hipótesis que tradicionalmente se incorporan en los modelos.

Supongamos que existe un único agente, cuyo nivel de eficiencia, θ, pertenece a un soporte compacto $\Theta = [\underline{\theta}, \overline{\theta}]$. Como antes, sólo el agente conoce su tipo. El principal tiene creencias previas sobre el tipo del agente, las cuales se resumen en una función de distribución $F(\theta)$, con $F(\underline{\theta}) = 0$ y $F(\overline{\theta}) = 1$, cuya función de densidad $f(\theta)$, verifica que $f(\theta) > 0, \forall\theta \in \Theta$.

Consideremos que el principal quiere que cada agente θ realice cierta acción $e(\theta)$, con $e(\theta) \in R^+$. Como θ es información privada del agente, para que el principal pueda implementar $e(\theta)$ (es decir, para que cada agente realice la acción que le corresponde de acuerdo con su tipo) tiene que existir una función de pago $w(\theta)$ tal que el contrato (la asignación) $(e(\theta), w(\theta))$ sea el preferido por el agente, es decir: $w(\theta) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right) \geq w(\hat{\theta}) - \theta\Psi\left(e(\hat{\theta})\right), \quad \forall(\hat{\theta}, \theta) \in \Theta^2$ que es la condición equivalente a las ecuaciones (1) y (2) del caso directo. Antes de caracterizar el conjunto de contratos que verifican las restricciones de incentivos, nótese que las preferencias del agente

$$U(w, e, \theta) = w - \theta\Psi(e)$$

verifican la "condición de Spence - Mirrlees"

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\frac{\partial U/\partial e}{\partial U/\partial w}\right] = -\theta\Psi_e'(e) > 0,$$

ya que $\Psi'(e)$ es positivo. Es decir, la Relación Marginal de Sustitución entre esfuerzo y salario varía de un modo decreciente con los tipos de los agentes. La condición de Spence-Mirrlees nos indica que los agentes con θ más bajos (el trabajador más eficiente) requieren de compensaciones menores (salarios más bajos) para inducirles a incrementar el nivel de esfuerzo. Así, es posible asociar a cada nivel de esfuerzo un salario que nos permita separar a los distintos tipos de agentes (en general, esta condición nos garantiza que la curvas de indiferencia de los agentes sólo se cortan una vez, véase figura 3, y por ello también es conocida en la literatura como *single crossing*). Esta hipótesis sobre las preferencias de los agentes es muy usual en las aplicaciones de la teoría, puesto que permite expresar las restricciones de incentivos de los agentes del siguiente modo:

$$\theta \in arg \max_{\hat{\theta}} \; w(\hat{\theta}) - \theta\Psi\left(e(\hat{\theta})\right) \; \forall(\hat{\theta}, \theta) \in \Theta^2 \tag{7}$$

$$\frac{de(\theta)}{d\theta} \leq 0 \; \forall\theta \in \Theta. \tag{8}$$

Es decir, si a los agentes menos eficientes no se les pide más esfuerzo que a los más eficientes, si $e(\theta)$ verifica que no es creciente en θ, podemos sustituir las restricciones de incentivos globales por restricciones locales.[6]

Para que el contrato sea factible, además de ser implementable ha de ser aceptado por los agentes. Junto a las restricciones de incentivos, el contrato ha de verificar las restricciones de participación[7]

$$w(\theta) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right) \geq U^0, \quad \forall\theta \in \Theta. \tag{9}$$

Por tanto, el problema del principal se escribe:

[6] Para una demostración de este resultado, véase Guesnerie y Laffont (1984). Una versión simplificada del análisis general puede encontrarse en Laffont (1989), capítulo 10 y Fudenberg y Tirole (1991), capítulo 7.

[7] Estamos suponiendo implícitamente que el nivel de utilidad de reserva de los agentes, U^0, es independiente de su característica.

$$[p - I] \equiv \begin{cases} \max\limits_{w(\theta),\, e(\theta)} \int_{\Theta} \{e(\theta) - w(\theta)\} dF(\theta) \\ s.a. \begin{cases} \theta \in arg \max\limits_{\hat{\theta}} w(\hat{\theta}) - \theta\Psi\left(e(\hat{\theta})\right) \; \forall \; (\hat{\theta}, \theta) \in \Theta^2 \\ w(\theta) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right) \geq U^0 \qquad \forall\theta \in \Theta \\ \dfrac{de(\theta)}{d\theta} \leq 0 \qquad \forall\theta \in \Theta \end{cases} \end{cases}$$

Podemos dividir el programa del principal en dos etapas. En primer lugar, para cada función $e(\theta)$ que se quiera implementar ha de buscarse los salarios $w(\theta)$ que nos garanticen que el agente va a elegir efectivamente el contrato que le corresponde. En segundo lugar, de entre las funciones de esfuerzo que son implementables, escoger la que maximice la utilidad del principal.

Entonces, el problema del principal puede resolverse de un modo explícito. Para ello, en primer, lugar nótese que las restricciones de incentivos de los agentes

$$\theta \in arg \max_{\hat{\theta}} w(\hat{\theta}) - \theta\Psi\left(e(\hat{\theta})\right)$$

impican que el nivel de utilidad que cada agente obtiene al firmar el contrato que se corresponde con su tipo, $U(\theta)$, varía a la tasa de:

$$\frac{dU(\theta)}{d\theta} = \frac{dU\left(e(\hat{\theta}),\, w(\hat{\theta}), \theta\right)}{d\theta}\Big|_{\hat{\theta} = \theta} = \frac{\partial U\left(e(\theta),\, w(\theta),\, \theta\right)}{\partial\theta} = -\Psi(e).$$

En consecuencia, agentes más eficientes, con θ menores, han de alcanzar niveles de utilidad mayores. Ello nos permite prescindir de las restricciones de participación de todos los agentes, salvo del menos eficiente. En efecto, la restricción de incentivos nos asegura que si el agente menos eficiente, el $\theta = \overline{\theta}$, participa, entonces también participarán todos los demás. De este modo, el programa del principal es equivalente al $[P - II]$,

$$[P-II] \equiv \begin{cases} \max\limits_{w(\theta),\, e(\theta)} \int_{\Theta} \{ e(\theta) - w(\theta) \} dF(\theta) \\ s.a. \begin{cases} \dfrac{dU(\theta)}{d\theta} = -\Psi(e) & \forall \theta \in \Theta \\ w(\overline{\theta}) - \overline{\theta}\Psi\left(e(\overline{\theta})\right) \geq U^0 \\ \dfrac{de(\theta)}{d\theta} \leq 0 & \forall \theta \in \Theta \end{cases} \end{cases}$$

Para resolverlo usaremos la función de utilidad indirecta del agente para eliminar la función de pago, $w(\theta)$, de la función objetivo. Es decir, integrando la restricción de incentivos podemos expresar el nivel de utilidad de cada agente θ como

$$U(\theta) = U(\overline{\theta}) + \int_{\theta}^{\overline{\theta}} \Psi\left(e(\xi)\right) d\xi$$

una función del nivel de utilidad del agente menos eficiente, $U(\overline{\theta})$, más las rentas informativas que obtendrá para que no se camufle. Dado que para cada agente su nivel de utilidad es la diferencia entre el pago que recibe y la desutilidad en la que incurre

$$U(\theta) = w(\theta) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right)$$

podemos obtener la función de pago $w(\theta)$ que verifica las restricciones de incentivos y participación de los agentes para cada nivel de esfuerzo, como:

$$w(\theta) = \theta\Psi\left(e(\theta)\right) + \int_{\theta}^{\overline{\theta}} \Psi\left(e(\xi)\right) d\xi + U(\overline{\theta}).$$

Como en el caso discreto, $w(\theta)$ nos indica que agentes más eficientes recibirán salarios mayores. Además, el pago para cada agente depende del nivel de utilidad del agente menos eficiente. Por tanto, el principal reducirá el costo de los contratos si satura la restricción de participación de los agentes menos eficientes, luego $U(\theta) = U^0$. De lo anterior se deduce que $[P - II]$ puede resolverse si lo relajamos en el $[P - III]$ y verificamos que la solución satisface la restricción de monotonía. Así pues

$$[P-III] \equiv \max_{e(\theta)} \int_{\Theta} \left\{ \left(e(\theta)\right) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right) - \int_{\theta}^{\overline{\theta}} \Psi\left(e(\xi)\right) d\,\xi \right\} dF(\theta) - U^0$$

que podemos resolver[8]

$$\max_{e(\theta} \int_{\Theta} \{ e(\theta) - \theta\Psi\left(e(\theta)\right) - \Psi\left(e(\theta)\right) \frac{F(\theta}{f(\theta)} \} f(\theta)d\theta - U^0 \quad ,$$

cuya solución es:

$$\Psi'_e\left(e(\theta)\right) = \frac{1}{\theta + z(\theta)} \ \forall\theta \in \Theta \quad ,$$

donde $z(\theta) = \dfrac{F(\theta)}{f(\theta)}$, que es la versión continua de nuestro caso discreto. Como en el caso discreto la acción de los agentes tipo θ es distorsionada para reducir las rentas informacionales de todos los agentes tipo $\theta' < \theta$ (pues $z(\theta) > 0, \forall\theta < \bar{\theta}$ y, por tanto, $e(\theta) < e^*(\theta)$). Además, como en el caso discreto, se verifica la propiedad de "no distorsión en lo alto", es decir $e(\underline{\theta}) = e^*(\underline{\theta})$. En efecto, si $\theta = \underline{\theta}$, entonces $z(\underline{\theta}) = 0$ y, por tanto, el nivel de esfuerzo del agente tipo más eficiente es:

$$\Psi'_e\left(e(\underline{\theta})\right) = \frac{1}{\underline{\theta}}$$

que coincide con el nivel de esfuerzo que el principal le pediría en un marco de información simétrica.

¿Verifica $e(\theta)$ la restricción de monotonía? Una condición suficiente para que la solución de $[P - III]$ verifique la condición de monotonía de la función $e(\theta)$ y, por tanto, el procedimiento utilizado sea lícito es:

Hipótesis de monotonía de ratio de riesgo: $\dfrac{d}{d\theta}\left[\dfrac{F(\theta)}{f(\theta)}\right] \geq 0.$ [9]

Por último, si no se verificase la hipótesis de monotonía del ratio de riesgo, es posible que la solución al $[P - III]$ no verifique que $e(\theta)\ \forall\theta$. En este caso, la solución divide a los agentes en dos subconjuntos. Uno, en que se verifica la monotonía de $e(\theta)$, y otro en el que todos los agentes realizan el mismo nivel de esfuerzo. Aplicando el Principio del Máximo es posible caracterizar ambos subconjuntos.

[8] Dado que, integrando por partes

$$\int_{\Theta} \{ \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \Psi(e(\xi))d\ \xi\}dF(\theta) = F(\theta) \int_{\theta}^{\bar{\theta}} \Psi\left(e(\xi)\right) d\ \xi\ \Big|_{\theta=\underline{\theta}}^{\theta=\bar{\theta}} - \int_{\Theta} -\Psi\left(e(\theta)\right) F(\theta)d\theta = \int_{\Theta} \Psi\left(e(\theta)\right) F(\theta)\ d\theta$$

pues el primer término de la integral por partes es igual a cero.

[9] Distribuciones como la uniforme, normal o exponencial verifican esta propiedad.

4.1. Inclusión de *royalties* en los contratos de licencia de una patente

Los contratos de licencias, por los que se cede la utilización de alguna innovación, suelen tener una forma sencilla. Constan de un pago fijo, más un pago por unidad del bien producido con la tecnología cedida (*royalties*). Pese a que la utilización de este tipo de contratos es muy frecuente, el uso de *royalties* no es en general óptimo en un marco de información simétrica. Seamos más precisos, supongamos que un laboratorio de investigación (el principal) posee una innovación de proceso que permite reducir los costos de producción de un determinado bien. El bien es producido por un monopolista (el agente), cuya función de costos es $C(q) = c_0 q$. Si el monopolista compra el derecho a utilizar la tecnología sus costos unitarios de producción se reducen en $c_0 - c_1$ unidades con $c_1 < c_0$. Sea $\Pi^m(c) = [p^m(c) - c]q^m(c)$ los beneficios del monopolista que produce el bien con unos costos c, donde $p^m(c)$ es el precio que maximiza sus beneficios, es decir:

$$p^m(c) \in arg \max_p \, [p - c] \, D(p)$$

y $q^m(c) = D(p^m(c))$ la cantidad vendida por el monopolista cuando sus costos unitarios son c.

Cuando la información es perfecta, el problema del principal es determinar un contrato de cesión de tecnología (F, r), donde F es el pago fijo y r es el pago por unidad producida (el *royalty*), tal que:

$$[P] \equiv \begin{cases} \max\limits_{F,\, r} \; F + rq^m\,(c_1 + r) \\ \\ s.a. \begin{cases} \Pi^m\,(c_1 + r) - F \geq \Pi^m\,(c_0) \\ c_o - c_1 \geq r \geq 0 \end{cases} \end{cases}$$

La solución a este problema es:

$$F = \Pi^m(c_1) - \Pi^m(c_0) \qquad r = 0 \quad ,$$

donde $q^m(c + r)$ es la cantidad que vende el monopolista cuando produce con unos costos marginales de c_1 y paga r unidades monetarias en concepto de *royalties* por el uso de la tecnología. La solución pone de manifiesto que el principal prefiere no distorsionar los costos del monopolista estableciendo *royalties*, los cuales reducirían los beneficios de la empresa en una cuantía superior a lo recaudado por el laboratorio. Así, con un pago fijo el principal obtiene unos ingresos superiores y, por tanto, en un marco de información simétrica los contratos que incluyen *royalties* no son óptimos.[10]

¿Qué ocurre si el valor de la innovación es información privada del monopolista? Supongamos que existen dos tipos de monopolistas, que se diferencian en la reducción de costos que le supondría disponer de la nueva tecnología. Más exactamente, supongamos que dependiendo del tipo de monopolista la tecnología permite producir con costos unitarios $\underline{c}_1$ o $\overline{c}_1$, con $c_0 > \overline{c}_1 > \underline{c}_1$. En este caso, el vendedor de la tecnología está interesado en ofrecerle a los compradores dos tipos de contratos que permitan separar a los monopolistas.

Proposición 1 (Macho Stadler y Pérez Castrillo, 1991). *Si el valor de la innovación es información privada del monopolista, el laboratorio de investigación ofrece un menú de contratos separadores* $\{ F(\underline{c}_1), r(\underline{c}_1), F(\overline{c}_1), r(\overline{c}_1)\}$, tal que $F(\overline{c}_1) < F(\underline{c}_1) < F^*(\underline{c}_1)$ y $r(\overline{c}_1) > r(\underline{c}_1) = 0$.

[10] Dado que la variación de los beneficios del monopolista ante una variación en los costos unitarios de producción es:

$$\frac{d\Pi^m(c)}{dc} = q^m(c)$$

el contrato óptimo $F^*(c_0, c_1)$ puede escribirse como:

$$F^*(c_0, c_1) = \Pi^m(c_1) - \Pi^m(c_0) = \int_{c_0}^{c_1} -q^m(\xi)d\xi$$

Cualquier contrato con $r > 0$ reduce los ingresos del principal. En efecto, si $r > 0$, entonces los ingresos del principal son:

$$F(c_0, c_1 + r) + rq^m(c_1 + r) = [\Pi^m(c_1 + r) - \Pi^m(c_0)] + rq^m(c_1 + r) = \int_{c_0}^{c_1 + r} -q^m(\xi)d\xi + rq^m(c_1 + r)$$

y, por tanto, dado que $q^m(c)$ es no creciente en c (pues la demanda es decreciente en precios y el precio de un monopolio es no decreciente en c), es fácil ver que

$$F^*(c_0, c_1) - [F(c_0, c_1 + r) + rq^m(c_1 + r)] = \int_{c_1}^{c_1 + r} q^m(\xi)d\xi - rq^m(c_1 + r) = r[q^m(\varphi) - q^m(c_1 + r)] \geq 0$$

ya que $q^m(\varphi) \geq q^m(c_1 + r)$ pues $\varphi \in [c_1, c_1 + r]$.

Demostración. Sea $\underline{r} = r(\underline{c}_1)$ y $\bar{r} = r(\bar{c}_1)$. El laboratorio resuelve:

$$[P - I] = \left\{ \begin{array}{l} \max\limits_{F(\underline{c}_1 + \underline{r}),\, \underline{r},\, F(\bar{c}_1 + \bar{r}),\, \bar{r}} \alpha \{F(\underline{c}_1 + \underline{r}) + \underline{r}q^m (\underline{c}_1 + \underline{r})\} + (1 - \alpha) \{ F(\bar{c}_1 + \bar{r}q^m (\bar{c}_1 + \bar{r})\} \\ s.a. \left\{ \begin{array}{ll} \Pi^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) - F(\underline{c}_1 + r) \geq \Pi(\bar{c}_1 + \bar{r} \mid \underline{c}_1) - F(\bar{c}_1 + \bar{r}) & \left(R.I.(\underline{c}_1)\right) \\ \Pi^m(\bar{c}_1 + \bar{r}) - F(\bar{c}_1 + \bar{r}_1) \geq \Pi(\underline{c}_1 + \underline{r} \mid \bar{c}_1) - F(\underline{c}_1 + \underline{r}) & \left(R.I.(\bar{c}_1)\right) \\ \Pi^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) - F(\underline{c}_1 + \underline{r}) \geq \Pi(c_0) & \left(R.P.(\underline{c}_1)\right) \\ \Pi^m(\bar{c}_1) + \bar{r}) - F(\bar{c}_1 + \bar{r}) \geq \Pi(c_0) & \left(R.P.(\bar{c}_1)\right) \\ c_0 - \underline{c}_1 \geq \underline{r} \geq 0 & \\ c_0 - \bar{c}_1 \geq \bar{r} \geq 0 & \end{array} \right. \end{array} \right.$$

donde $\Pi(\bar{c}_1 + \bar{r} \mid \underline{c}_1)$ $\left(\Pi(\underline{c}_1 + \underline{r} \mid \bar{c}_1)\right)$ son los beneficios que obtiene el monopolista tipo $\underline{c}_1$ $(\bar{c}_1)$ si se camufla. Las restricciones de incentivos, $\left(R.I.(\underline{c}_1)\right)$ y $\left(R.I.(\bar{c}_1)\right)$ implican que:

$$\Pi^m (\underline{c}_1 + \underline{r}) + \Pi^m (\bar{c}_1 + \bar{r}) \geq \Pi(\bar{c}_1 + \bar{r} \mid \underline{c}_1) + \Pi(\underline{c}_1 + \underline{r} \mid \bar{c}_1) .$$

Nótese que los monopolistas cuando se camuflan no realizan beneficios óptimos, ya que ello los delataría y, por tanto,

$$\Pi(\bar{c}_1 + \bar{r} \mid \underline{c}_1) = \Pi^m(\bar{c}_1 + \bar{r}) + (\bar{c}_1 - \underline{c}_1)q^m(\bar{c}_1 + \bar{r})$$

y

$$\Pi(\underline{c}_1 + \underline{r} \mid \bar{c}_1) = \Pi^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) + (\underline{c}_1 - \bar{c}_1)q^m(\underline{c}_1 + \underline{r}).$$

En consecuencia, una condición necesaria para que se verifiquen las restricciones de incentivos es:

$$(\bar{c}_1 - \underline{c}_1) [q^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) - q^m (\bar{c}_1 + \bar{r})] \geq 0 \Rightarrow q^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) \geq q^m(\bar{c}_1 + \bar{r})$$

Si saturamos las restricciones $\left(R.I.(\underline{c}_1)\right)$ y $\left(R.P.(\bar{c}_1)\right)$, podemos escribir los pagos fijos de los contratos como:

$$F(\underline{c}_1 + \underline{r}) = \Pi^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) - \Pi^m(c_0) - [\Pi(\overline{c}_1 + \overline{r} \mid \underline{c}_1) - \Pi^m(\overline{c}_1 + \overline{r})] =$$

$$\int_{c_0}^{\underline{c}_1 + \underline{r}} - q^m(\epsilon)d\epsilon - (\overline{c}_1 - \underline{c}_1)\, q^m(\overline{c}_1 + \overline{r})$$

y

$$F(\overline{c}_1 + \overline{r}) = \Pi^m(\overline{c}_1 + \overline{r}) - \Pi(c_0) = \int_{c_0}^{\overline{c}_1 + \overline{r}} -q^m(\epsilon)d\epsilon$$

Así, en vez de resolver $[P - I]$, lo relajamos en $[P - II]$

$$[P - II] \equiv \begin{cases} \max\limits_{\underline{r},\, \overline{r}} \ \alpha\, \{F(\underline{c}_1 + \underline{r}) + \underline{r} q^m(\underline{c}_1 + \underline{r})\} + (1 - \alpha)\{F(\overline{c}_1) + \overline{r}) + \overline{r} q^m(\overline{c}_1 + \overline{r})\} \\ \qquad s.a. \begin{cases} F(\underline{c}_1 + \underline{r}) = \int_{c_0}^{\underline{c}_1 + \underline{r}} -q^m(\epsilon)d\epsilon - (\overline{c}_1 - \underline{c}_1)\, q^m(\overline{c}_1 + \overline{r}) \\ F(\overline{c}_1 + \overline{r}) = \int_{c_0}^{\overline{c}_1 + \underline{r}} - q^m(\epsilon)d\epsilon \\ \underline{r} \geq 0 \\ \overline{r} \leq c_0 - \overline{c}_1 \end{cases} \end{cases}$$

y verificamos que la solución satisface la restricción global de incentivos $\left(q^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) \geq q^m(\overline{c}_1 + \overline{r}) \right)$, la de no negatividad del *royalty* dirigido a los tipos $\overline{c}_1$ $(\overline{r} \geq 0)$ y la restricción sobre el valor máximo que puede alcanzar el *royalty* dirigido a los monopolistas tipo $\underline{c}_1(\underline{r} \leq c_0 - \underline{c}_1)$. Así, las condiciones de primer orden de $[P - II]$ son:

$$\frac{\partial L(.)}{\partial \underline{r}} = \alpha \underline{r}\, \frac{dq^m(\underline{c}_1 + \underline{r})}{d\underline{r}} \leq 0 \qquad \underline{r} \geq 0, \qquad \underline{r} \left[\frac{\partial L(.)}{\partial \underline{r}} \right] = 0$$

$$\frac{\partial L(.)}{\partial \overline{r}} = [(1 - \alpha)\overline{r} - \alpha(\overline{c}_1 - \underline{c}_1)]\, \frac{dq^m(\underline{c}_1 + \overline{r})}{d\overline{r}} - \lambda = 0, \quad \lambda \geq 0,$$

$$\overline{r} - (c_0 - \overline{c}_1) \leq 0, \quad \lambda[\overline{r} - (c_0 - \overline{c}_1)] = 0,$$

donde $L(.)$ es el *Lagrangiano* de $[P - II]$. Luego los *royalties* óptimos son:

$$\alpha \underline{r}\, \frac{dq^m(\underline{c}_1 + \underline{r})}{d\underline{r}} < 0 \Rightarrow \underline{r} = r(\underline{c}_1) = 0$$

y

$$\overline{r} = r(\overline{c}_1) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\,(\overline{c}_1 - \underline{c}_1) & si\ \alpha < \dfrac{c_0 - \overline{c}_1}{c_0 - \underline{c}_1} \\ c_0 - \underline{c}_1 & en\ otro\ caso. \end{cases}$$

El lector puede comprobar que la solución de [*P - II*] es la solución al problema del laboratorio pues verifica las restricciones

$$q^m(\underline{c}_1 + \underline{r}) \geq q^m(\overline{c}_1 + \overline{r}), \quad \overline{r} \geq 0, \quad \underline{r} \leq c_0 - \underline{c}_1.$$

Así, cuando el comprador de la innovación tiene información privada respecto a su valor, a los monopolistas que valoran mucho la innovación se les ofrece un contrato de pago fijo, mientras que los contratos que incorporan el pago de *royalties* van dirigidos a los compradores que valoran menos la innovación. Es decir, ahora es óptimo utilizar *royalties* pues ello permite reducir las rentas informacionales que se le han de conceder al monopolista con costos $\underline{c}_1$.[11] Así, ofreciendo un contrato "ineficiente" a los monopolistas tipo $\overline{c}_1$ se reducen las rentas informacionales de los monopolistas tipo $\underline{c}_1$ y, por tanto, se incrementa el pago que están dispuestos a realizar.

4.2. Discriminación autoselectiva. Descuentos a la cantidad

Es frecuente encontrarnos con ofertas del tipo "compre tres por el precios de dos". ¿Cuál es la racionalidad de dicha política de precios? Como en el caso anterior, la economía de la información nos ha permitido explicar la racionalidad de un fenómeno muy extendido.

Supongamos que un monopolista produce en un mercado en el que participan distintos tipos de consumidores que se diferencian en la valoración del bien. Las preferencias para el consumidor, i, $i = 1, 2$, pueden representarse como

$$V_i(q, T) = \begin{cases} U(q, \theta_i) - T & si\ consume\ q\ y\ paga\ T \\ \underline{U}_i \equiv 0 & si\ no\ consume, \end{cases}$$

[11] Sus rentas informacionales que se escriben

$$\Pi(\overline{c}_1 + r \mid \underline{c}_1 - \Pi^m(\overline{c}_1 + r) = (\overline{c}_1 - \underline{c}_1)q^m(\overline{c}_1 + r)$$

son claramente decrecientes en r, por tanto el *royalty* óptimo que se le ofrece a los tipos $\overline{c}_1$ es positivo.

donde θ_i es un parámetro que depende del tipo de consumidor considerado. Supondremos que los consumidores tipo θ_2 valoran más el bien que los individuos θ_1.[12] Además, las demandas están ordenadas de modo creciente por el tipo al que pertenece el consumidor. Formalmente: $U'_q(q, \theta_1) \leq U'_q(q, \theta_2)$ y $U''_{qq}(q,\theta_1) \leq U''_{qq}(q, \theta_2)\ \forall q$. Denotaremos α_i el número de agentes de tipo θ_i. El monopolista conoce el número de consumidores que existe de cada tipo, pero carece de información que le permita identificar el tipo al que pertenece cada consumidor. El monopolista ofrece a cada consumidor un paquete $\{Ti, q_i\}$, i = 1, 2., donde T_i representa el pago total que el consumidor realiza por el consumo de q_i unidades del bien.

El problema del monopolista es maximizar sus beneficios sujeto a las restricciones de participación y de incentivos de los consumidores:

$$[P] \equiv \begin{cases} \max\limits_{T_1,\, q_1,\, T_2,\, q_2} \sum\limits_{i=1}^{2} \alpha_i \left[T_i - cq_i \right] - K \\ \text{s.a.} \begin{cases} U(q_2, \theta_2) - T_2 \geq U(q_1, \theta_2) - T_1 \\ U(q_1, \theta_1) - T_i \geq U(q_2, \theta_1) - T_2 \\ U(q_2, \theta_2) - T_2 \geq U_2^0 \equiv 0 \\ U(q_1, \theta_1) - T_1 \geq U_1^0 \equiv 0 \, . \end{cases} \end{cases}$$

La política óptima del monopolista es tal que:

$$U'_q(q_1, \theta_1) = c + \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} U'_q(q_1, \theta_2)$$

$$U'_q(q_2, \theta_2) = c.$$

Por tanto, el monopolista distorsiona el nivel de consumo de los agentes que valoran menos el bien $U'_q(q_1, \theta_1) > c$, para extraerle una parte mayor del excedente a los consumidores tipo θ_2. El monopolista puede implementar los contratos mediante un menú de tarifas en dos partes.

$$\begin{aligned} T_1 &= A_1 + p_1 q \quad si\ q \leq q_1 \\ T_2 &= A_2 + p_2 q \quad si\ q > q_1, \end{aligned}$$

[12] Podríamos suponer que los consumidores tienen los mismos gustos sobre el bien pero, distintos niveles de renta. En este caso θ puede interpretarse como un parámetro que recoge la valoración en términos monetarios del consumo del bien. Así, los individuos tipo θ_2, con mayores niveles de renta, estarían dispuestos a pagar más por el bien, ya que su Relación Marginal de Sustitución entre renta y consumo sería menor.

y permitir que los consumidores elijan la cantidad que desean consumir. Así pues, los precios marginales de las tarifas son:

$$T'(q_1) = p_1 = U'_q(q_1,\ \theta_1) > c$$
$$T'(q_2) = p_2 = U'_q(q_2,\ \theta_2) = c\ .$$

Si en vez de dos tipos de consumidores tuviéramos un continuo de agentes, la tarifa óptima vendría caracterizada por:

$$T'_q\left(q(\theta)\right) = c + \frac{1 - F(\theta)}{f(\theta)}\ U''_{\theta q}\left(q(\theta),\theta\right),$$

donde $T'_q\left(q(\theta)\right) = U'_q\left(q(\theta),\theta\right)$. Es posible demostrar que $T(q)$ es cóncava,[13] lo cual nos permite deducir:

- Los consumidores que valoran más el bien pagan precios medios más bajos por cada unidad comprada. Por tanto, los descuentos a la cantidad son una política óptima de discriminación autoselectiva.

- La función de pago óptima, $T(q(\theta))$, puede implementarse mediante un menú de tarifas lineales en dos partes

$$T\left(q(\theta)\right) = A\left(q(\theta)\right) + p\left(q(\theta)\right)q,$$

que permite separar a los consumidores de acuerdo con su nivel de consumo. Así, a medida que los consumidores consumen mayores cantidades del bien pagan partes fijas más altas y precios unitarios menores.

Algunas veces, en vez de un menú de tarifas lineales, el monopolista puede ofrecer una sola tarifa de precios multiparte, en las que el consumidor paga precios distintos por cada unidad consumida. Supongamos que existen tres tipos de consumidores. En este caso, $T(q)$ es:

$$T(q) = A + \begin{cases} p_1 q & si\ q \leq q_1 \\ p_1 q_1 + p_2(q - q_1) & si q_1 < q \leq q_2 \\ p_1\ q_1 + p_2(q_2 - q_1) + p_3(q - q_2) & si q_2 < q, \end{cases}$$

donde $p_1 > p_2 > p_3$.

[13] Véase Tirole (1988), capítulo 3.

5. CONTRATOS REPETIDOS

Una característica de muchas relaciones entre un principal y un agente, es que los participantes no se encuentran una sola vez. En principio, podría pensarse que la información revelada por el agente al inicio de la relación puede utilizarse en los períodos siguientes para reducir la ventaja informacional que el agente posee sobre el principal. De este modo, diseñando contratos que en cada período dependiesen de la información revelada en el pasado por el agente, deberíamos mejorar las asignaciones estáticas. Sin embargo, el mejor de los contratos que el principal puede ofrecerle al agente es una réplica de los contratos estáticos, en los que el principal se compromete a no utilizar la información revelada por el agente en el pasado. Es evidente que dicho contrato depende de la capacidad del principal para comprometerse a lo largo de la relación. Es decir, una vez obtenida información sobre el tipo de agente al principio de la relación, ¿puede comprometerse el principal a mantener los contratos ofrecidos o, por el contrario, utilizará dicha información para reducir las rentas informacionales de los agentes? Si el principal puede comprometerse, entonces los contratos pueden derivarse aplicando de un modo "anidado" el principio de revelación usado en el caso estático. Si por el contrario el principal no puede comprometerse a no utilizar la información en el segundo período, el problema es mucho más complejo, puesto que los agentes tienen fuertes incentivos a no revelar honestamente su tipo (salvo que el tipo de los agentes en cada período sea totalmente independiente):

5.1. Compromiso total

Supongamos que existen dos períodos. Al principio del período uno, el trabajador conoce su tipo θ_1 y el principal tiene como en el caso estático unas creencias previas $F_1(\theta_1)$, cuya función de densidad es $f_1(\theta_1) > 0$, $\forall \theta_1 \in \Theta_1$. Al principio del período dos, el agente observa θ_2, el cual es una función de θ_1 y de una variable aleatoria ϵ (cuyo soporte es independiente del tipo del agente). Es decir, $\theta_2 = \theta_2(\theta_1, \epsilon) \in \Theta_2$, que es información pública, se distribuye de acuerdo con una función de distribución condicionada $F_2(\theta_2 | \theta_1)$, cuya función de densidad es $f_2(\theta_2 | \theta_1)$ (ambas son información pública). Esto supone que la característica en $t = 2$ está relacionada con la de $t = 1$, aunque no sea la misma. Supondremos que $\theta_2(.)$ es no decreciente en θ_1, de tal modo que agentes menos eficientes en el período uno tienen una mayor probabilidad de ser menos eficientes en el período dos que los agentes que son más eficientes en el período uno. Formalmente, $\dfrac{\partial F_2(\theta_2 | \theta_1)}{\partial \theta_1} \leq 0 \quad \forall (\theta_1, \theta_2)$.

El principal se enfrenta pues con un problema de selección adversa al inicio de cada período, pero con la complicación adicional de que el mensaje del trabajador en el período uno, $\hat{\theta}_1$, transmite información sobre el nivel de eficiencia en el período siguiente.

Ahora, el principal diseña al principio de la relación un mecanismo que especifica los pagos y los niveles de esfuerzo en cada uno de los períodos:

$$\{w_1(\hat{\theta}_1), e_1(\hat{\theta}_1), w_2(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2), e_2(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)\} \qquad \forall \theta_i \in \Theta_i \quad i = 1, 2.$$

El mecanismo puede caracterizarse aplicando el Principio de Revelación de un modo "anidado", tal como fue desarrollado por Baron y Besanko (1984b). En primer lugar, dado cualquier anuncio en el primer período, el agente θ_2 revelará honestamente su parámetro de eficiencia en el segundo período si se le garantiza que cuando revele θ_2 obtendrá un nivel de utilidad:

$$U_2(\hat{\theta}_1 | \theta_2) = \int_{\theta_2}^{\bar{\theta}_2} \Psi\left(e_2(\hat{\theta}_1, \xi)\right) d\xi + U^0.$$

Para determinar el nivel de esfuerzo y el salario del período uno, el principal ha de tener en cuenta cómo se modifican las rentas informativas del trabajador en el período dos. Así, la restricción de incentivos cuando se firma el contrato es:

$\theta_1 \in \arg\max_{\hat{\theta}_1} w_1(\hat{\theta}_1) - \theta_1 \Psi\left(e_1(\hat{\theta}_1)\right) + \delta \int_{\Theta_2} U_2(\hat{\theta}_1 | \theta_2)\, dF_2(\theta_2 | \theta_1)$, donde δ es la tasa de descuento intertemporal.

La solución al problema del principal (que se resuelve de forma idéntica al caso estático) es:[14]

$$\Psi_e'\left(e(\theta_1)\right) = \frac{1}{\theta_1 + z(\theta_1)} \tag{10}$$

$$\Psi_e'\left(e(\theta_2)\right) = \frac{1}{\theta_2 + z(\theta_1)\dfrac{\partial F_2(\theta_2 | \theta_1)/\partial\theta_1}{f_2(\theta_2 | \theta_1)}}, \tag{11}$$

[14] Para resolver el problema nótese que la restricción de incentivos se verifica si:

$$\frac{dU(\theta_1)}{d\theta_1} = -\Psi\left(e_1(\theta_1)\right) + \delta \int_{\Theta_2} \Psi\left(e_2(\theta_1, \theta_2)\right) \frac{\partial F_2(\theta_2 | \theta_1)}{\partial\theta_1}\, d\theta_2$$

y que la función objetivo del principal es en este caso:

$$\int_{\Theta_1} \{ (e_1(\theta_1) - w_1(\theta_1)) + \delta \int_{\Theta_2} ((e_2(\theta_1, \theta_2) - w_2(\theta_1, \theta_2))\, dF_2(\theta_2 | \theta_1)\}\, dF_1(\theta_1),$$

donde $dF_2(\theta_2 | \theta_1) = f_2(\theta_2 | \theta_1) d\theta_2$.

donde $z(\theta_1) = \dfrac{F_1(\theta_1)}{f_1(\theta_1)}$. La política óptima lleva a que las distorsiones en el primer período sean similares a las del marco estático. En el período dos, sin embargo, las distorsiones dependen de lo "informativo" que sea el parámetro del período uno. Supongamos que la relación entre θ_2 y θ_1 es la siguiente: $\theta_2 = \alpha\theta_1 + (1 - \alpha)\epsilon$, $\alpha \in [0, 1]$, donde θ_2, θ_1 y ϵ tienen el mismo soporte (por ejemplo, están distribuidas de un modo normal). En este caso el nivel de esfuerzo óptimo en el segundo período es:[15]

$$\Psi'_e\left(e(\theta_2)\right) = \frac{1}{\theta_2 + \alpha\, z(\theta_1)}.$$

- Si θ_2 es totalmente independiente de θ_1 (caso $\alpha = 0$), entonces el principal no distorsiona el nivel de esfuerzo del período dos, puesto que el agente no tiene en el primer período (que es el momento en el que se firma el contrato) ninguna ventaja informativa relativa a $t = 2$ sobre el principal. Por tanto, en este caso los contratos óptimos sólo presentan distorsiones en el primer período.

- Si por el contrario el tipo del agente es el mismo en ambos períodos[16] (caso $\alpha = 1$), el anuncio del parámetro de eficiencia en el período uno es totalmente informativo sobre el parámetro de eficiencia del período dos. Sin embargo, pese a lo que podría esperarse, el nivel de esfuerzo óptimo en el período dos es el mismo que en el uno, es decir el mecanismo dinámico óptimo consiste en replicar en ambos períodos el mecanismo estático, y no utilizar en el período dos la información que el principal obtiene en el período uno.

5.2. El efecto *Ratchet*

¿Qué ocurre cuando el principal no puede comprometerse? Si la característica del agente en cada período es independiente de los demás, entonces los contratos óptimos en cada período son la sucesión de contratos óptimos estáticos. Por el contrario, cuando las características están correlacionadas, el agente tiene grandes incentivos para no revelar toda su información en el primer período a fin de

[15] La función de distribución de θ_2 condicionada a θ_1, puede escribirse como:

$$F_2(\theta_2 \mid \theta_1) = G\,\frac{\theta_2 - \alpha\theta_1}{1 - \alpha},$$

donde $G(.)$ es la función de distribución de ϵ. Entonces,

$$\frac{\partial F_2(\theta_2 \mid \theta_1)/\partial\theta_1}{f_2(\theta_2 \mid \theta_1)} = \frac{-\alpha G'(.)/(1 - \alpha)}{G'(.)/(1 - \alpha)}.$$

[16] Es suficiente con que θ_1 y θ_2 estén perfectamente correlacionados.

obtener alguna renta informacional en el segundo. En otro caso, el principal utilizaría la información del período uno para eliminar las rentas de los agentes en el período dos. En consecuencia, cuando los contratos que rigen la relación son una sucesión de contratos a corto plazo, período a período, se produce el "efecto *ratchet*", es decir los trabajadores eficientes tienden a comportarse como trabajadores ineficientes en el primer período para obtener rentas informacionales en el segundo.[17] Así pues, para separar a los agentes en el primer período habría que ofrecerles a los agentes más eficientes grandes rentas informacionales en este momento, pero entonces los agentes menos eficientes firmarían los contratos de los más eficientes y después abandonarían la empresa (no firmarían el contrato del segundo período). Por tanto, en general, el principal no puede separar totalmente a los agentes (véase, Laffont y Tirole, 1988).[18]

Supongamos una vez más que nuestros trabajadores pueden ser de dos tipos ($\theta \in \{\underline{\theta},\bar{\theta}\}$), que la probabilidad de que un trabajador sea $\underline{\theta}$ es γ, y que el principal establece salarios que están restringidos a la clase de pagos $w(e) = A + we$, es decir, una parte fija A y un pago por unidad de producto (esfuerzo) que realiza el trabajador, w.[19]

Consideremos, como marco de referencia, que el principal conoce el tipo del agente. Entonces, dado que el trabajador decide su nivel de esfuerzo como:

$$\max_{e} A + we - \theta\Psi(e)$$

$$s.a.\ A + we - \theta\Psi(e) \geq U^0,$$

el principal fija $A = \theta\Psi(e) + U^0 - we$, y determina el esfuerzo resolviendo: $\max_{e} e - \theta\Psi(e)$, cuya condición de primer orden $1 - \theta\Psi'(e) = 0$ nos indica cual ha de ser el salario por unidad de esfuerzo para que el agente elija el nivel de esfuerzo óptimo. Así, dado que $w = \theta\Psi'(e)$

$$w^* = 1.$$

[17] La traducción literal de *ratchet* es trinquete. En castellano coloquial podríamos decir que el principal "atornilla" al agente en el segundo período si éste revela honestamente su tipo en el primero.

[18] Otra situación en la que el contrato óptimo no separa totalmente a los agentes es cuando el principal adopta una situación intermedia de compromiso. Es decir, se compromete a no modificar el contrato pero no puede comprometerse a no renegociarlo. Nótese que el principal tiene incentivos a renegociar *ex post* los contratos del segundo período ya que éstos no son eficientes dada la información revelada en el primera período. En este caso, el agente eficiente también tiene fuertes incentivos a camuflarse en el primer período. A pesar de que los agentes no pueden abandonar la relación, pues los contratos que se han firmado son de largo plazo, el principal le resulta demasiado costoso ofrecer contratos totalmente separadores (véase Laffont y Tirole (1990)).

[19] Limitarnos a contratos lineales de este tipo nos permite simplificar el análisis de un modo considerable. Laffont y Tirole (1987b) han derivado los contratos repetidos óptimos en un marco sin compromiso.

Es decir, el salario por unidad de esfuerzo se iguala a la productividad marginal del esfuerzo.

¿Qué ocurre si el principal no conoce θ? En este caso, si el principal está restringido a ofrecer el mismo esquema de pago a ambos trabajadores, de las restricciones de participación:

$$A + w\underline{e} - \underline{\theta}\Psi(\underline{\theta}) \geq U^0$$

$$A + w\overline{e} - \overline{\theta}\Psi(\overline{\theta}) \geq U^0$$

es fácil deducir que:

a) La parte fija del contrato queda determinada por la condición de participación del trabajador menos eficiente, es decir:

$$A = \overline{\theta}\Psi(\overline{e}) - w\overline{e} + U^0, \text{ y}$$

b) dado que $w = \theta\Psi'_\theta(e)$, $\forall\theta \in \{\underline{\theta}, \overline{\theta}\}$, entonces: $\underline{e} > \overline{e}$.

El problema del principal es pues:

$$\max_w \gamma \{\underline{e} - w\underline{e} - A\} + (1 - \gamma) \{\overline{e} - w\overline{e} - A\}$$

$$s.a. \begin{cases} w = \underline{\theta}\Psi'(\underline{e}) = \overline{\theta}\Psi'(\overline{e}) \\ A = \overline{\theta}\Psi(\overline{e}) - w\overline{e} + U^0 \end{cases}$$

Las dos primeras ecuaciones definen implícitamente las funciones $\overline{e}(w)$ y $\underline{e}(w)$. El programa es, por tanto, equivalente a

$$\max_w \gamma \left(\underline{e}(w) - w \left(\underline{e}(w) - \overline{e}(w)\right)\right) + (1 - \gamma)\, \overline{e}(w) - \overline{\theta}\Psi \left(\overline{e}(w)\right) - U^0,$$

cuya condición de primer orden es:

$$w = 1 - \frac{\gamma(\underline{e} - \overline{e})}{\gamma\underline{e}' + (1 - \gamma)\overline{e}'} < w^*.$$

¿Por qué el salario por unidad de esfuerzo es inferior al producto marginal del esfuerzo? Porque con ello se reduce el costo de los contratos. Supongamos que ofrecemos salarios iguales al producto marginal; una reducción δw^* no altera los niveles de esfuerzo (salvo en efectos de segundo orden) pero reduce de un modo directo el costo de contratar a los trabajadores más eficientes en $(\underline{e} - \bar{e})\delta w$ unidades monetarias. En consecuencia, el salario se reducirá hasta que las reducciones en el nivel de producción.

$$\{\gamma \underline{e}' + (1 - \gamma)\bar{e}'\}\delta w$$

se igualen a las reducciones en el costo de los contratos

$$\{\gamma w \underline{e}' + (\underline{e} - \bar{e})\}\ \delta w + (1 - \gamma) w \bar{e}' \delta w \ .$$

Antes de iniciar el análisis de los contratos en un marco dinámico, nótese lo siguiente:

i) El salario óptimo en un marco estático de información asimétrica es decreciente en la probabilidad de que el trabajador sea eficiente (que hemos llamado γ).

ii) El nivel de utilidad del trabajador más eficiente $U(\underline{\theta}) = w(\underline{e} - \bar{e}) + \left(\bar{\theta}\Psi(\bar{e}) - \underline{\theta}\Psi(\underline{e})\right)$ es creciente en w.

El primer resultado queda claro del análisis de la distorsión que el principal realiza. Cuanto mayor sea la probabilidad de que el trabajador sea tipo $\underline{\theta}$, mayores serán las ganancias derivadas de una reducción en w, y, por tanto, menor será w. Por otro lado, cuanto mayor sea w, mayores serán los ingresos del trabajador más eficiente, para un mismo nivel de esfuerzo.[20]

Consideremos ahora una relación de dos períodos en la que el principal no puede comprometerse a no utilizar en el período dos la información de la que disponga. En este caso, si los parámetros de eficiencia del agente en cada período están perfectamente correlacionados, $\theta_1 = \theta_2$, el agente sabe que si el principal conoce el tipo, entonces en el segundo período la parte fija de la estructura de pago será $A(\theta) = \theta\Psi\left(e(\theta)\right) - we(\theta) + U^0$ y el salario $w = 1$. Por tanto, el agente tiene incentivos a ocultar su característica cuando decide su nivel de esfuerzo en el período uno. El equilibrio del juego entre el agente y el

[20] Diferenciando el salario y el nivel de utilidad del agente se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{dw}{d\gamma} = -\frac{(\underline{e} - \bar{e})\bar{e}'}{[\gamma\underline{e}' + (1 - \gamma)\bar{e}']^2} < 0$$

$$\frac{dU(\underline{\theta})}{dw} = (\underline{e} - \bar{e}) > 0.$$

principal es un *equilibrio bayesiano perfecto* en el que el principal renueva de un modo bayesiano sus creencias sobre la productividad de los trabajadores, dadas las estrategias del principal y del trabajador en el período uno, y las estrategias del trabajador y del principal son óptimas dadas las creencias del principal.

Dado un esquema de pago para el período uno (A_1, w_1), el trabajador con productividad baja siempre escogerá el nivel de esfuerzo $\overline{e}_1(w_1)$ que corresponde al que escogería en un contexto estático, es decir, $\overline{e}_1(w_1) = \overline{e}(w_1)$. Por su parte, el trabajador más eficiente elegirá bien el nivel de esfuerzo correspondiente a un agente eficiente, o bien se camufla y escoge el nivel de esfuerzo $\underline{e}(w_1)$, es decir $\underline{e}_1(w_1) \in \{\underline{e}(w_1), \overline{e}(w_1)\}$.

Así pues, dado un esquema de pago en el primer período, son posibles tres tipos de equilibrios en la continuación del juego:

-- *Equilibrio Agrupador*. En él, ambos trabajadores escogen en el primer período el mismo nivel de esfuerzo,

$$\underline{e}_1(w_1) = \overline{e}_1(w_1) = \overline{e}(w_1).$$

El principal no revisa sus creencias y, por tanto, en el período dos asigna a cada uno de los tipos de trabajadores la misma probabilidad que en el uno.

-- *Equilibrio Separador*. Cada trabajador escoge en el primer período el nivel de esfuerzo que corresponde a su tipo, es decir:

$$\underline{e}_1(w_1) = \underline{e}(w_1) \quad \overline{e}_1(w_1) = \overline{e}(w_1).$$

El principal revisa sus creencias y, por tanto, en el período dos conoce el tipo de trabajador con el que contrata.

-- *Equilibrio Semiseparador*. El trabajador menos eficiente escoge en el primer período el nivel de esfuerzo que corresponde a su tipo, es decir $\overline{e}_1 (w_1) = \overline{e} (w_1)$, pero el trabajador más eficiente juega estrategias mixtas (con probabilidad x el trabajador juega $\underline{e}_1 (w_1) = \underline{e} (w_1)$ y revela su tipo y con probabilidad (1 - x) el trabajador se camufla al escoger $\underline{e}_1 (w_1) = \overline{e}(w_1)$). El principal revisa sus creencias y por tanto la probabilidad ν_2 de que el trabajador sea tipo $\overline{\theta}$ es:

$\nu_2 = (1 - \gamma_2) \in (1 - \gamma, 1)$ si el trabajador escoge $\overline{e} (w_1)$

$\nu_2 = (1 - \gamma_2) = 0$ si el trabajador escoge $\underline{e} (w_1)$.

Cuando el trabajador más eficiente se camufla en un equilibrio semiseparador manipula las creencias del principal para que éste revise al alza el salario en el período dos, pues

$$v_2 = Pr(\theta/e_1 = \bar{e}) = \frac{1-\gamma}{(1-\gamma)+(1-x)\gamma} = \frac{1-\gamma}{1-x\gamma} > (1-\gamma)$$

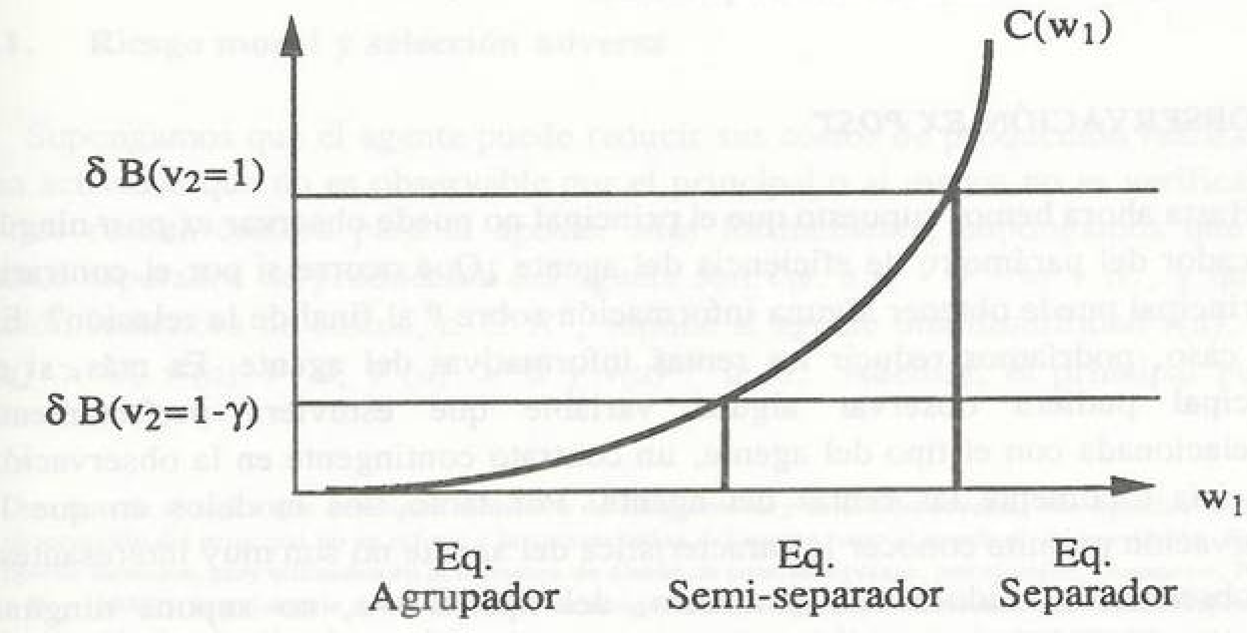
(recuérdese que w es creciente en $(1 - \gamma)$).

¿De qué dependerá el tipo de equilibrio? Dependerá de los costos y los beneficios en que incurra el agente al camuflarse o revelar su tipo en el período uno. Cuando el agente se camufla, incurre en unos costos, $C(w_1)$, iguales a la diferencia entre el nivel de utilidad que percibiría si revelase su tipo y el que obtiene camuflándose, es decir

$$C(w_1) = U(\underline{e}(w_1)|\theta) - U(\bar{e}(w_1)|\theta)$$

FIGURA 5

EQUILIBRIOS EN LA CONTINUACIÓN DEL JUEGO



Los beneficios de camuflarse son las rentas informativas que obtiene en el período dos, las cuales dependen de las creencias del principal sobre su tipo $B(v_2) = U(\underline{e}_2(w_2(v_2)), A_2(v_2)|\theta)$.

Dada una tasa de descuento (δ), para cada w_1, existe un único equilibrio continuador, tal que sí:

$C(w_1) \leq \delta B (1 - \gamma)$ *el equilibrio es agrupador*

$\delta B(1 - \gamma) < C(w_1) < \delta B(1)$ *el equilibrio es semiseparador*

$C(w_1) \geq \delta B (1)$ *el equilibrio es separador.*

Así pues, ¿cuál es la política óptima en este caso? En primer lugar, si el salario óptimo en el caso estático, $w(1 - \gamma)$, es separador, entonces también es el salario óptimo en un marco dinámico sin compromiso, $w_1^d = w(1-\gamma)$. En este caso, la no existencia de compromiso no genera ninguna pérdida adicional de eficiencia pues el mecanismo coincide con el óptimo con compromiso, o sea, la réplica del contrato estático. Sin embargo, ello sólo ocurrirá para tasas de descuento muy bajas, es decir, existe un nivel crítico, $\delta_0 < 1$, a partir del cual el principal prefiere no separar a los agentes. Ahora, no podemos garantizar que el principal prefiera, como en el caso con compromiso, separar a los agentes y, por tanto, el salario óptimo en este caso no coincidirá con el eficiente en un marco estático. En general, si los costos de camuflarse en el primer período, $C(w_1)$, son crecientes en w_1 entonces $w_1^d \leq w(1-\gamma)$, y los contratos sin compromiso nunca son mejores que los contratos con compromiso.

6. OBSERVACIÓN *EX POST*

Hasta ahora hemos supuesto que el principal no puede observar *ex post* ningún indicador del parámetro de eficiencia del agente ¿Qué ocurre si por el contrario el principal puede obtener alguna información sobre θ al final de la relación? En este caso, podríamos reducir las rentas informativas del agente. Es más, si el principal pudiera observar alguna variable que estuviera perfectamente correlacionada con el tipo del agente, un contrato contingente en la observación reduciría totalmente las rentas del agente. Por tanto, los modelos en que la observación permite conocer la característica del agente no son muy interesantes. La observación ruidosa del parámetro, del tipo $\tilde{\theta} = \theta + \epsilon$, no supone ninguna complicación adicional.

Consecuentemente, sólo tendrán interés aquellas situaciones en que la observación *ex post* no permita conocer de un modo inequívoco el parámetro del agente. La literatura ha prestado atención a dos tipos de modelos. En primer lugar, aquellos en que si bien el soporte de la observación está correlacionado con la característica, es decir, observamos alguna variable que depende de θ, el agente puede manipular la observación. Estos son los modelos de Laffont y Tirole (1986) o Picard (1987) en los que se supone que el agente puede realizar una acción no observable por parte del principal, lo que induce problemas de riesgo moral. El principal preferirá distorsionar la acción del agente si con ello reduce el costo de los contratos.[21]

En el segundo tipo de modelos, muy similares en su estructura a los de riesgo moral, el principal observa una variable cuyo soporte es independiente del tipo del agente. Sin embargo, la observación es informativa (aunque imperfecta) porque los agentes se diferencian en la probabilidad con que obtienen los resultados posibles. La diferencia fundamental con los modelos de riesgo moral es que aquí el agente no tiene capacidad para manipular ni la probabilidad del resultado (como en los modelos de riesgo moral), ni el soporte (como en los modelos de riesgo moral y selección adversa). De hecho, si el principal pudiera establecer multas lo suficientemente elevadas, los agentes revelarían honestamente su parámetro sin obtener rentas informativas. Sin embargo, estos modelos han sido utilizados para estudiar las políticas óptimas de inspección cuando éstas son costosas para el principal y además las multas están acotadas (como ocurre casi siempre en la práctica).

6.1. Riesgo moral y selección adversa

Supongamos que el agente puede reducir sus costos de producción realizando una actividad que no es observable por el principal o al menos no es verificable, y que resulta costosa para el agente. Más formalmente, supongamos que los costos esperados de producción del agente son: $C(\theta,\ a\ e) = (\theta - a)\ \Psi\ (e)$, y que la acción reductora de costos, $a \in R^+$, supone al agente una desutilidad $\nu(a)$, con $\nu(a) > 0$, $\nu'(a) > 0$, $\nu''(a) > 0$ y $\nu(a)''' \geq 0$. Además, el principal puede

[21] Otro tipo de modelos que combinan elementos de riesgo moral y selección adversa, son aquellos en que la observación del principal no se refiere a la característica del agente, sino al resultado de la relación. En este tipo de modelos, muy utilizados en la literatura de diseño de contratos (véase, por ejemplo, Guesnerie, Picard y Rey (1989)), la existencia de un problema de riesgo moral no genera distorsiones adicionales respecto de la situación de selección adversa. Así, supongamos en nuestro modelo que el principal observa $x = e + \epsilon$, con $E\epsilon = 0$. Ello no induce pérdida adicional de eficiencia, pues un contrato lineal en x, del tipo $w(\hat{\theta},x) = s(\hat{\theta}) + \hat{\theta}\Psi(e(\hat{\theta}))[x - e(\hat{\theta})]$, cuyo pago esperado, $s(\hat{\theta})$, coincide con el pago que induce revelación honesta del parámetro θ cuando podíamos observar $e(\theta)$. En otras palabras, recordemos que el pago esperado sería $s(\hat{\theta}) = \hat{\theta}\Psi\left(e(\hat{\theta})\right) + \int_{\hat{\theta}}^{\bar{\theta}} \Psi(e(\xi))d\xi$ que permite, no sólo que el agente anuncie honestamente su característica, sino que, además, implemente el mismo nivel de esfuerzo que cuando se observaba la acción. Es decir: $(\theta, e(\theta)) \in arg \max_{\hat{\theta},\hat{e}} \int_{\Omega} w(\hat{\theta}, \hat{e} + \epsilon)\ dG(\epsilon) - \theta\Psi(\hat{e})$ donde Ω es el soporte de ϵ, y $G(\epsilon)$ su función de distribución.

observar *ex post* los costos de producción del agente, si bien la observación se realiza de un modo imperfecto (alternativamente podemos suponer que son los costos los que dependen de una variable aleatoria). Es decir, el principal observa $\tilde{C}$, donde:

$$\tilde{C} = C(\theta, a, e) + \epsilon ,$$

siendo ϵ una variable aleatoria que se distribuye sobre un soporte compacto Ω con $E\epsilon = 0$. Si el principal conociera la característica de cada agente, o pudiera observar el nivel de a y los costos, el contrato sería:

$$w = (\theta - a)\Psi(e) + v(a) + U^0$$

$$\Psi'(e) = \frac{1}{(\theta - a)}$$

$$v'(a) = \Psi(e).$$

es decir, el salario sería igual a los costos en que incurre el trabajador (costos directos de producción más la desutilidad de la acción reductora en costos) más la utilidad de reserva. El nivel de producción se determina igualando el producto marginal al costo marginal y el principal está dispuesto a que los costos se reduzcan hasta que la desutilidad marginal de la acción se iguale a la disminución marginal de los costos.

Para analizar los efectos de la observación de los costos es útil tener como referencia cuál sería el nivel de la acción reductora de costos si el principal se comprometiese a no observarlos *ex post*. En este caso, la existencia de una acción no observable por parte del principal no introduce ninguna ineficiencia adicional: el agente, con independencia del esquema de pago que le proponga el principal, determinará su nivel de a de un modo eficiente, es decir, minimizador de costos. Por tanto, dado $w(\hat{\theta})$ y $e(\hat{\theta})$, el agente resuelve $\min_{a}(\theta - a)\Psi(e(\hat{\theta})) - v(a)$

Por tanto, si no se observan los costos, el principal se enfrenta a un problema de selección adversa en el que el agente escoge la acción eficiente para cada nivel de esfuerzo que el principal le pida.

¿Qué ocurre si se observan *ex post* los costos? En este caso el principal induce un problema de riesgo moral, pues el agente tiene incentivos a no determinar a de acuerdo con la regla $v'(a) = \Psi(e)$. Si así lo hiciera, el principal al observar los costos obtendría una información precisa sobre el parámetro de eficiencia del agente, de tal modo que éste no tendría más remedio que anunciarla honestamente sin obtener a cambio ninguna renta informativa.[22] Entonces, ¿cómo se comportará el trabajador? El agente realizará aquel nivel de a que le permita camuflar un anuncio $\hat{\theta}$ sin que éste sea detectado por el principal cuando observe los costos, $\tilde{C}$. El "conjunto de mentiras" del agente no detectable por el principal es: $\hat{\theta} - a(\hat{\theta}) = \theta - \hat{a}$, es decir, cada agente θ determina para cada anuncio $\hat{\theta}$ el nivel de acción reductora de costos, $\hat{a} = a(\hat{\theta})) + (\theta - \hat{\theta})$, que le permite camuflarse ante el principal cuando éste observe los costos. Por tanto el principal se enfrenta ahora a un problema de riesgo moral y selección adversa, en el que no sólo ha de extraer la información sobre la característica del agente, sino que además ha de inducirle a realizar el nivel de actividad reductora que desee implementar.

Ahora, el contrato ha de inducir al agente a anunciar honestamente el valor de θ, y además a escoger el nivel de acción que el principal le pida. Nótese que ahora el contrato entre el agente y el principal consta del reembolso de los costos observados y de una transferencia $t(.)$ que depende tanto del anuncio del agente como de los costos observados, es decir:

$$T(\hat{\theta},\tilde{C}) = \tilde{C} + t(\hat{\theta},\tilde{C}).$$

Por tanto, la restricción de incentivos se escribe como: $(\theta,a\left((\theta)\right) \in arg \max_{\hat{\theta},\hat{a}} \int_{\Omega} t\left(\hat{\theta},\tilde{C}\left(\hat{\theta},\hat{a}|\theta\right)\right)dG(\epsilon) - v(\hat{a})$ donde $t(\hat{\theta},\tilde{C}\left(\hat{\theta},\hat{a}|\theta\right))$ es el pago que recibe un agente θ cuando firma el contrato de los agentes $\hat{\theta}$ y obtiene unos costos $\tilde{C}$.

El principal induce a todos los agentes $\theta > \underline{\theta}$ a realizar niveles de a subóptimos (no minimizadores de costos) para reducir las rentas informacionales de los trabajadores. Si comparamos los contratos cuando el principal se compromete a no observar (y no se induce un problema de riesgo moral), con aquellos en que el principal observa *ex post* los costos, puede demostrarse (véase Da Rocha, 1992) que el nivel de producción puede ser similar en ambos casos

[22] **Bastaría con que el principal multase al agente si la diferencia entre los costos observados y los costos esperados que se corresponden con el anuncio no se encontrase en el soporte del error de observación para que éste revelase honestamente su tipo, es decir:**

$$w(\hat{\theta}) = -m \quad si \quad [\tilde{C} - \left(\hat{\theta} - a^*(\hat{\theta})\right) \Psi \left(e(\hat{\theta})\right)] \notin \Omega.$$

pero que la observación *ex post* de los costos permite reducir las rentas informacionales de los agentes y, por tanto, el costo de los contratos.

A diferencia del caso en que no se observan *ex post* los costos, una vez determinados los contratos es preciso buscar una función $t(\hat{\theta}, \tilde{C})$ que permita implementarlos. No existe unicidad en los contratos que permitan implementar la solución del problema del principal. Sin embargo, en la literatura es usual encontrarse con contratos lineales en los costos observados $t(\hat{\theta}, \tilde{C}) = a(\hat{\theta}) + b(\hat{\theta})\ \tilde{C}$.[23]

En este caso, el contrato que permite implementar la solución del principal es tal que permite reescribir el salario como una función no lineal en producción y lineal en costos, es decir: $T(x, \tilde{C}) = S(x) + \tilde{C} + b(x)\ [C^0(x) - \tilde{C}]$, donde $C^0(x)$ es un objetivo en costos que depende del nivel de producción (del tipo del agente) y $0 < b(x) \leq 1$ es una prima sobre la diferencia entre los costos esperados y los observados.[24] Así, si el trabajador incurre en costos inferiores a los esperados obtendrá un premio y si por el contrario sus costos son mayores a los esperados su pago será inferior al esperado. El menú de contratos propuesto es una franquicia distorsionada para que cada agente se autoseleccione de acuerdo a su tipo. En consecuencia, tenemos que para los agentes más eficientes $b(\underline{x}) = 1$, y por tanto $T(\underline{x}, \tilde{C}) = S(\underline{x}) + C^0(\underline{x})$, se les ofrece un contrato de pago fijo con un objetivo en costos muy bajo. Además, la prima por ahorro en costos es creciente en producción, de tal modo que agentes más eficientes, cuyo nivel de producción sea mayor, obtendrán una participación mayor en el ahorro de costos (pero también serán penalizados de un modo más severo si los costos observados superan el objetivo propuesto).

[23] Si el error de observación toma valores sobre un conjunto compacto $\Omega = [-w, +w]$, un contrato que ofrezca un pago fijo, que depende del tipo del agente (o del nivel de producción finalmente observado), si los costos observados pertenecen a un determinado soporte de observación y una multa elevada en otro caso

$$t(e, \tilde{C}) = \begin{cases} S(\hat{\theta})) & si\ \tilde{C} - C(\hat{\theta}) \in [-w, +w] \\ -m & en\ caso\ contrario \end{cases}$$

también lleva a los agentes a anunciar honestamente el valor de θ y permite alcanzar el nivel de $a(\theta)$ que es óptimo en este marco. Sin embargo, si los agentes se diferencian no sólo en sus niveles medios de eficiencia sino también por su precisión (hay agentes más constantes que otros) y ambas características son información privada del agente, los contratos lineales son mejores que los que incorporan multas asociadas al soporte del error de la observación, véase Da Rocha-Macho Stadler (1992).

[24] El mecanismo determinaría un contrato en anuncio $\hat{\theta}$ y costos observados, pero dado que a cada anuncio (que además será honesto) se corresponde una asignación $(x(\hat{\theta}) = e(\hat{\theta}), a(\hat{\theta}))$ siempre existe otro mecanismo en x y $\tilde{C}$ que permite implementar la solución.

6.2. Inspección

En el caso anterior, la observación *ex post* de la eficiencia del agente permitía reducir las rentas informacionales por dos motivos. Primero, la observación era altamente informativa sobre la característica del agente (el soporte de la observación dependía de la característica del agente). Pero además la observación no era costosa. ¿Qué ocurre si relajamos ambos supuestos? Supongamos que el nivel de eficiencia del agente es una variable aleatoria, cuya distribución depende de su característica, pero su soporte es independiente de θ. Más formalmente supongamos que:

-- $\tilde{\theta} \in [\underline{\theta},\overline{\theta}] \forall \theta \in \Theta$.

-- la distribución de $\tilde{\theta}$ *es* $F(\tilde{\theta}|\theta)$, con $E\theta = \theta$.

En este caso, la observación de $\tilde{C}$, sólo permite extraer información imperfecta sobre la característica del agente, ya que, dado un anuncio $\hat{\theta}$, el nivel de eficiencia observado para un agente que realiza un nivel de producción $e(\hat{\theta})$ es:

$$\frac{\tilde{C}}{\Psi\left(e(\hat{\theta})\right)} \in [\underline{\theta},\overline{\theta}] \quad \forall \theta \in \Theta$$

¿En qué se diferencian los agentes? Se diferencian en la probabilidad de obtener resultados malos o buenos. Es decir, supondremos que agentes que, en promedio, son más eficientes que otros también tienen mayor probabilidad de obtener resultados mejores. Es decir: $\dfrac{\partial F(\tilde{\theta}|\theta)}{\partial \theta} < 0$.

Así, si $h(\tilde{C})|\dot{\theta})$ es la función de densidad de la observación (inducida por $F(\tilde{\theta}|\theta)$), la probabilidad de observar resultados menores es mayor si el agente es más eficiente, luego $h_0'(\tilde{C}|\theta) < 0$.

Dado que el principal observa un indicador de la eficiencia del agente, aunque sea imperfecto, puede hacer contingente los contratos a la observación. Pero a diferencia del caso anterior, supondremos que inspeccionar es costoso. En este caso el principal ha de decidir también cuando inspeccionará. Por ello junto al pago, $w(\hat{\theta}, \tilde{C})$, y al nivel de producción, $e(\hat{\theta})$, el principal decidirá si inspeccionará o no, decisión que dependerá del anuncio del agente. El mecanismo consta en este caso de: una asignación contingente en el anuncio del 3agente, $w(\hat{\theta})$, una probabilidad de que el agente sea inspeccionado, $p(\hat{\theta})$, y de un pago contingente a la observación y al anuncio, $t(\hat{\theta}, \tilde{C})$. Así, la utilidad esperada del agente cuyo tipo es θ, será:

$$U(\hat{\theta})|\theta) = w(\hat{\theta}) + p(\hat{\theta}) \int_{C \in \Gamma} t(\hat{\theta}, \tilde{C})\, h(\hat{\theta}|\theta) dC - \theta\Psi\,(e(\hat{\theta})),$$

donde Γ es el soporte de $\tilde{C}$. La existencia de inspecciones permite reducir las rentas informacionales de los agentes.

Lo más llamativo de este tipo de mecanismos es la forma de los pagos contingentes en las observaciones. A diferencia del caso anterior, el principal no premia a sus agentes si obtienen costos menores a los esperados, sino que los multa. Por tanto, una primera característica del mecanismo de inspección es que:

$$t(\hat{\theta}, \tilde{C}) \leq 0 \quad \forall \tilde{C} \in \Gamma$$

Es más, si la multa $t(.)$ no está acotada inferiormente, si $t(.) \rightarrow -\infty$ entonces el agente revela honestamente su característica sin necesidad de que obtenga rentas informacionales.[25] El esquema de pago óptimo es pues:

$$t(\hat{\theta}, \tilde{C}) = \begin{cases} -m \;\; si \;\; \dfrac{\tilde{C}}{\Psi\,(e(\hat{\theta}))} \\ 0 \quad en\ otro\ caso \end{cases}$$

El principal multa del modo más severo posible ($-m$ es la cota inferior de $t(.)$) siempre que el nivel de eficiencia observado, $\bar{\theta}$ sea superior al nivel de eficiencia anunciado. Se multa a los agentes que se observan más eficientes de lo que se han declarado, ya que éstos tienen tendencia a declararse menos eficientes de lo que son para obtener rentas informacionales.

¿A quién se inspecciona? Dentro de la lógica anterior, el principal inspecciona a todos los agentes que declaren un nivel de eficiencia inferior a determinada cota, es decir:

$$p(\hat{\theta}) \begin{cases} > 0 \;\; si\ \hat{\theta} > \theta^c \\ = 0 \;\; en\ otro\ caso\ . \end{cases}$$

[25] Para un análisis detallado del papel de las multas en los modelos de riesgo moral, véase I. Macho-Stadler (1991).

Si los agentes anuncian una característica mayor que un determinado valor crítico, θ^c, entonces serán inspeccionados con cierta probabilidad. Una vez más, dado que los agentes tienen incentivos a declararse menos eficientes de lo que son, la política de inspección se dirige a los agentes menos eficientes.

7. APLICACIONES 2

7.1. Políticas óptimas de inspección fiscal

Los impuestos sobre la renta dependen de las declaraciones de los agentes, que son los únicos que conocen sus niveles de renta. Por ello, a pesar de que están obligados a declararla, tienen fuertes incentivos para falsear su declaración si con ello pueden evadir sus obligaciones fiscales.[26]

Supongamos que existe un continuo de agentes, neutrales al riesgo, cuyos niveles de renta se distribuyen de acuerdo con una función de distribución $F(y)$ sobre un soporte $[\underline{y}, \overline{y}]$. Cada contribuyente realiza una declaración y^d, en base a la cual paga de modo voluntario unos impuestos $t(y^d)$. La administración puede inspeccionar al agente el costo c y observar su verdadero nivel de renta. Sea p la probabilidad con que el contribuyente es inspeccionado. Si el contribuyente es inspeccionado y su declaración es inferior a su renta $y^d < y$, pagará los impuestos que le corresponden más un recargo r por unidad de impuesto defraudada.[27]

Por tanto, a la hora de declarar el contribuyente ha de sopesar el riesgo en el que incurre si falsea su declaración, con los beneficios de una carga impositiva menor si su evasión no es detectada. Así, un agente con un nivel de renta y_i, declara su verdadero nivel de renta sólo si

$$y_i - t(y_i) \geq y_i - t(y_i^d) + p(y_i^d)\,(1 + r)\,[t(y_i) - t(y_i^d)]$$

¿Cuáles son las características de la política de inspección?

-- La probabilidad con que el contribuyente sea inspeccionado, $p(y^d)$ nunca es mayor que $\dfrac{1}{1 + r} < 1$, que es estrictamente inferior a 1.

[26] Para una introducción a la literatura sobre evasión fiscal y mecanismos óptimos de inspección, véase I. Sánchez (1990) y P. Olivella (1992).

[27] A pesar de que en este marco, premios a las declaraciones honestas son óptimos, la posibilidad de que se establezcan acuerdos colusivos entre declarantes e inspectores no aconsejan su utilización. Nótese pues, que el agente no tiene incentivos a declarar más renta que la que tiene.

Sea y_i el nivel de renta de un contribuyente que si revela honestamente su renta paga $t(y_i)$ con independencia de que sea inspeccionado o no. Si $p(y^d) = 1/(1 + r)$, un agente y_i pagará en términos esperados unos impuestos de

$$t(y^d) + p(y^d)\ (1 + r)\ [t(y_i) - t(y^d)] = t(y_i)$$

cuando declara y^d. Por tanto, para inducir declaraciones honestas es suficiente con inspeccionar con una probabilidad menor que 1.[28]

- Los contribuyentes que realizan declaraciones de renta alta no serán inspeccionados con una probabilidad mayor que aquellos que realizan declaraciones de renta baja. Es decir, si $y_i^d > y_j^d$ entonces $p(y_i^d) \leq p(y_j^d)$.

Si la probabilidad con que es inspeccionado un agente es mayor cuanto mayor sea su declaración, es evidente que entonces si un agente decide evadir y declara y_i^d con $p(y_i^d)$, entonces seguro que preferirá declarar un nivel de renta y_j^d menor que y_i^d, pues $p(y_j^d) < p(y_i^d)$.

-- Los individuos con niveles de renta altos no serán más inspeccionados que los individuos con niveles de renta bajos.

Sean dos agentes con niveles de renta y_i e y_j, que declaran unos niveles de renta y_i^d e y_j^d respectivamente. De las restricciones de incentivos se deduce que si el agente y_i declara y_i^d es porque ello es más preferido que declarar y_j^d, es decir:

$$y_i - t(y_i^d) - p(y_i^d)\ (1 + r)\ [t(y_i) - t(y_i^d)] \geq y_i - t(y_j^d) - p(y_j^d)\ (1 + r)\ [t(y_i) - t(y_j^d)].$$

De un modo análogo, el agente y_j prefiere declarar y_j^d a declarar y_i^d,

$$y_j - t(y_j^d) - p(y_j^d)\ (1 + r)\ [t(y_j) - t(y_j^d)] \geq y_j - t(y_i^d) - p(y_i^d)\ (1 + r)[t(y_j) - t(y_i^d)].$$

Por tanto, de ambas restricciones se deduce que:

$$p(y_j^d)\ (1 + r)\ [t(y_i) - t(y_j)] \geq p(y_i^d)\ (1 + r)\ [t(y_i) - t(y_j)]\ .$$

Luego, si los impuestos, $t(y)$, son crecientes en renta, si $y_i > y_j$, entonces

$$p(y_j^d) \geq p(y_i^d).$$

[28] Este es un resultado robusto a cualquier cambio en el modelo. Por ejemplo, se cumple si los contribuyentes son aversos al riesgo.

-- La política de inspecciones induce a los agentes a realizar declaraciones que no son decrecientes con sus niveles de renta.

Dado que la restricción de incentivos implica que si $y_i > y_j$ entonces $p(y_j^d) \geq p(y_i^d)$, y como $p(\ )$ es no creciente en declaraciones, entonces $y_i^d \geq y_j^d$.

Estos resultados ponen de manifiesto que, dado que los impuestos son una función creciente del nivel de renta declarado, los agentes tienen fuertes incentivos a mentir "hacia abajo" y por ello son los niveles de renta más bajos los que han de inspeccionarse con mayor intensidad.

Cuando el objetivo de la agencia inspectora es maximizar los ingresos fiscales netos (impuestos recaudados menos costos de inspección), la política óptima de inspección es:

$$p(y^d) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+r} & si\ y^d < y^c \\ 0 & si\ y^d \geq y^c \end{cases}$$

y en equilibrio la declaración y^d será tal que:

$$y^d = \begin{cases} y & si\ y < y^c \\ y^c & si\ y \geq y^c \end{cases}$$

donde y^c, es aquel nivel de renta para el cual se igualan los costos e ingresos marginales de realizar la inspección, es decir:

$$\left[\frac{1}{1+r}\right] cf(y^c) = t'(y^c)[1 - F(y^c)]$$

Los resultados del modelo son curiosos: los agentes con niveles de rentas más bajos no defraudan y son inspeccionados, mientras que los agentes que no son inspeccionados, los de renta más altos, son los que defraudan.[29] Sin embargo,

[29] En este modelo nunca se detectan fraudes. Sin embargo, si suponemos que la política de inspección es realizada por una agencia cuyo presupuesto está restringido, entonces la política óptima de inspección toma la forma:

$$p(y^d) = \begin{cases} \dfrac{1}{1+r} & si\ y^d < y^0 \\ p < \dfrac{1}{1+r} & si\ y^0 \leq y^d < y^1 \\ 0 & si\ y^d \geq y^1 \end{cases}$$

nótese que las inspecciones a los agentes de rentas más bajas son las que impiden que los agentes con rentas más altas defrauden más.

7.2. Impuestos sobre las emisiones de polución

Supongamos que existen dos tipos de empresas que producen una unidad de un bien y cuyos beneficios dependen de la cantidad de contaminación que emiten, es decir $\Pi(e|\theta) = \theta v(e)$, $\theta \in \{ \theta_1, \theta_2 \}$, donde $\theta_2 > \theta_1$, y $v(e) > 0$, $v'(e) > 0$ y $v''(e) < 0$. Además, supongamos que el nivel máximo de polución que las empresas pueden emitir está acotado, es decir $e \leq \overline{e}$.[30]

La existencia de contaminación genera un nivel de desutilidad social, un daño para el conjunto de la sociedad $D(\sum e) = k \sum e$.

En ausencia de intervención pública, es trivial que todas las empresas produzcan con la tecnología más barata y emitan el nivel máximo de polución $e(\theta_1) = e(\theta_2) = \overline{e}$.

Por el contrario, un planificador social limitará los niveles de contaminación de las empresas al incorporar en su función de decisión las externalidades que generan sobre el resto de la sociedad. Por tanto, el planificador resuelve el siguiente programa: $\max\limits_{e_1, e_2} \sum\limits_{i=1,2} \alpha_i \Pi(e_i|\theta_i) - k \sum\limits_{i=1,2} \alpha_i e_i$, cuya solución $\theta_i v'(e_i^*) = k \quad \forall i = 1, 2$ nos indica que se emitirá polución hasta que los beneficios marginales se igualen con los costos marginales sociales.[31] Es fácil ver que las empresas tipo θ_2 emitan niveles de polución superiores a las tipo θ_1. Como es bien conocido, el planificador social puede utilizar impuestos *pigouvianos* para descentralizar la implementación de la asignación eficiente (e_1^*, e_2^*). En efecto, si se fija un impuesto $T(e) = ke$ las empresas internalizarán el costo social de las emisiones y, por tanto, cada una de ellas determinará su nivel de polución al resolver $\max\limits_{e} \theta v(e) - ke$, cuya solución $\theta v'(e) = k$ coincide con el óptimo social.

de tal modo que se induce a defraudar a los agentes cuya renta es $y \geq y^0$, si bien los agentes con rentas $y \in [y^0, y^1)$, son detectados con probabilidad $p < 1/(1 + r)$ y pagan multas. Véase, Sánchez y Sobel (1991).

30 Podemos suponer que existen distintos tipos de tecnologías de producción, que se diferencian por la cantidad de polución que generan cuando producen el bien. Por tanto, estamos haciendo que las tecnologías más limpias son más caras y que además, la tecnología más "sucia", que es la más barata, asocia un nivel $\overline{e}$ de contaminación a la producción del bien.

31 Para simplificar, estamos suponiendo que los beneficios sociales de la producción del bien coinciden sin más con los beneficios privados de las empresas.

¿Qué ocurre si relajamos el supuesto de que el planificador puede observar los niveles de contaminación de las empresas? En este caso, como en el problema de inspección de rentas, la empresa puede emitir un nivel de polución distinto al que declara (en base al que paga los impuestos). Por tanto el regulador determina, junto a una función de impuestos, $T(e^d)$, la probabilidad con la que inspeccionará a la empresa, $p(e^d)$, y las multas que se establecerán tras la inspección si los niveles de emisión reales no coinciden con los declarados, $M(e, e^d)$. La inspección, que es costosa, permite observar el verdadero nivel de emisión de polución y el tipo de empresa.[32] Como en el caso de la inspección de las declaraciones de renta, supondremos que las multas están acotadas legalmente, luego $M(.) \leq \bar{M}$.[33]

Dada la política del planificador, cada empresa determinará el nivel de polución que va a emitir $e(\theta)$ y el que declarará e^d maximizando sus beneficios, es decir resolviendo $\max_{e(\theta),\, e^d} \theta v\left(e(\theta)\right) - \left(1 - p(e^d)\right) T(e^d) - p(e^d)\,[M(e,e^d) - T(e^d)]$.

Puede demostrarse que toda política que induzca revelación honesta del nivel de polución de las empresas, donde $e^d = e\,(\theta)$, verifica las siguientes propiedades:

- Si dos empresas emiten el mismo nivel de polución, realizarán la misma declaración.
- Las empresas tipo θ_2 no emiten menos polución que las tipo θ_1, es decir $e_2 \geq e_1$.
- Las empresas que emiten más polución no pagan menos que las que emiten menos, $T(e_2) \geq T(e_1)$.
- La multa es siempre igual al máximo socialmente admitido, $M(e,e^d) = \bar{M},\ \forall e^d \neq e$.

¿Han de ser crecientes los impuestos sobre las emisiones? No. Para ver por qué en un marco de información asimétrica los impuestos lineales ($T(e) = te^d$) no son óptimos, nótese que la empresa realizará el nivel de emisiones que el regulador le imponga, $e(\theta)$, sólo si sus beneficios en este caso $\theta v\left(e(\theta)\right) - T\left(e(\theta)\right)$

[32] Si el planificador no puede observar el tipo de la empresa, el problema es más complicado. Véase I. Ortuño (1992).

[33] Multas muy altas permitirían extraer prácticamente sin costo la declaración honesta de las empresas, pues si $M(.) \to +\infty$ entonces $p(.) \to 0$ y, por tanto, el costo de las inspecciones $cp(.) \to 0$.

no son menores que los que obtendría si camuflase su declaración $\theta v(\bar{e}) - T(e^d) - p(e^d)\bar{M}$, por tanto, los niveles de contaminación implementables son aquellos $e(\theta)$ tales que:

$$\theta v\left(e(\theta)\right) = \theta v(\bar{e}) + \left(T\left(e(\theta)\right) - T(e^d)\right) - p(e^d)\bar{M}$$

Dado que las empresas tienen incentivos a declarar niveles de polución inferiores a los reales, si $T(e) = te$, la restricción de incentivos a la que se enfrenta el planificador es

$$\theta v\left(e_t(\theta)\right) = \theta v(\bar{e}) + t\left(e(\theta) - e^d\right) - p(e^d)\bar{M}.$$

Por el contrario, una política que establezca un impuesto fijo, $T(e) = T\ \forall e$, que mantenga la capacidad inspectora del planificador (el planificador necesita impuestos para financiar las inspecciones), permite implementar niveles más bajos de contaminación porque reduce los incentivos de las empresas a mentir en sus declaraciones. Así, la restricción de incentivos con una política de impuestos de suma fija, se escribe como: $\theta v\left(e_T(\theta)\right) = \theta v(\bar{e}) - p(e^d)\bar{M}$, luego $e_T(\theta) < e_t(\theta), \forall\theta$.[34]

Aunque sorprendentemente, este resultado pone una vez más de manifiesto el tipo de problemas que genera la existencia de información privada en los mercados. La asignación descentralizada vía precios pierde su efectividad cuando los agentes pueden manipular la información para su propio interés. Así con información simétrica no existe ninguna diferencia entre el establecimiento de impuestos (asignación descentralizada) y los controles vía cantidades (determinar el nivel de polución máximo admisible para cada empresa $\bar{e}^*(\theta_i) = e_i^*$. Sin embargo, en un marco de información asimétrica, una política basada en el establecimiento de niveles máximos de polución (que en nuestro modelo equivale al establecimiento de regulaciones sobre la tecnología que cada empresa puede utilizar) permite obtener niveles menores de polución.[35]

A pesar de que en nuestro modelo la utilización de impuestos crecientes en emisiones de polución es un instrumento dominado, su utilización sigue siendo eficiente cuando, por ejemplo, no es posible regular la cantidad producida del bien (pues un impuesto afecta vía precios a la cantidad producida y, por tanto, es útil reducir las emisiones de polución).

[34] Solo podríamos sostener el mismo nivel de polución con ambos impuestos si la probabilidad de inspección con impuestos lineales es mayor que con impuestos de cuantía fija. Ello no es óptimo, pues las inspecciones son costosas.

[35] Baron (1985), demuestra que la utilización de controles sobre la tecnología es superior a la utilización de impuestos para reducir el nivel de emisiones de contaminación.

8. A MODO DE CONCLUSIÓN

Hemos visto que la existencia de información privada en el seno de la relación genera distorsiones de las asignaciones eficientes. Ello se debe a que el principal está interesado en limitar las rentas informacionales que le concede al agente para que revele honestamente su información. Sin embargo, si el principal se preocupa sólo por la utilidad total que se genera dentro de la relación, la existencia de información privada no supone ninguna pérdida de eficiencia, pues las asignaciones eficientes son implementables. Por ejemplo, supóngase que un monopolista tiene información privada sobre sus costos de producción, y un regulador está interesado en maximizar la suma de los beneficios del monopolio más el excedente del consumidor. Es posible diseñar un mecanismo que induzca a la empresa a revelar honestamente su nivel de costos y que no distorsione las asignaciones, es decir $p = CMg$ (véase Loeb y Magat 1979). Si por el contrario el regulador "valora más" el excedente de los consumidores que los beneficios de la empresa, se producen distorsiones en la asignación para reducir los beneficios de la empresa (véase, Baron y Myerson 1982). Sin embargo, cuando existen varios agentes con información privada y no es posible romper la restricción presupuestaria de la relación, no es posible implementar asignaciones eficientes (véase Myerson y Satterthwaite, 1983).

A pesar de que los contratos a largo plazo nunca son peores que una senda de contratos a corto plazo, es posible pensar en situaciones en las que es preciso revisar los contratos. Por ejemplo, piénsese en un bien duradero escaso, y cuyo valor es distinto para los distintos tipos de agentes que forman una comunidad. Si los agentes conocen el valor que les reporta el bien, el principal podría diseñar una subasta al inicio de la vida del bien y asignarlo mediante un contrato de largo plazo.[36] ¿Qué ocurre si los agentes no conocen el valor del bien si previamente no han disfrutado de su utilización? Dado que los agentes aprenden usando el bien, no es óptimo establecer un contrato de largo plazo con un agente al principio de la relación. R. Burguet (1992) muestra que el mecanismo que permite implementar asignaciones eficientes exige que el contrato sea de corto plazo y, por tanto, es posible que el bien sea reasignado período a período entre los agentes.

La posibilidad de observar *ex post* una señal de la característica del agente, permite diseñar contratos contingentes en la observación que reducen el costo de implementar las asignaciones. Si la observación es perfecta, una combinación de elevadas multas y bajas probabilidades de inspección permite implementar las

[36] Para una introducción al diseño de subastas en un marco de información simétrica, véase McAfee y McMillan (1987). Laffont y Tirole (1987a) diseñan mecanismos de subastas cuando los agentes poseen información privada.

asignaciones eficientes sin rentas informacionales.[37] La observación *ex post* es beneficiosa, incluso si la señal es imperfecta o si la observación genera distorsiones adicionales en el seno de la relación.

Ahora bien, ¿puede ser beneficioso en algún caso no observar? En situaciones de falta de compromiso del principal, o cuando los contratos son incompletos (porque es muy costoso introducir todas las contingencias posibles en el contrato), no es posible diseñar contratos sobre variables observadas *ex post*. Supóngase, como F. Barros (1992), que un agente realiza una acción, e, que no es verificable por el principal, en base a la cual obtiene un resultado θ que puede tomar dos valores, $\theta \in \{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$, con $\underline{\theta} < \overline{\theta}$. Piénsese, por ejemplo, que la acción es una inversión en tecnología, que es costosa para el agente, y θ son los costos con los que se produce el bien. Supóngase que la relación entre esfuerzo y costo no es determinista, pero que niveles más altos de esfuerzo hacen más probable realizaciones de costos bajos. Si es posible contratar sobre la realización del costo, siempre es mejor observar *ex post* que no observar. Por el contrario, si el principal no tiene capacidad de compromiso y observa el costo *ex post*, el agente no se esforzará nunca y los costos serán siempre $\overline{\theta}$. ¿Qué puede hacer en este caso el principal? No observar. Así, el agente tiene incentivos a esforzarse hoy, para obtener rentas informacionales mañana.

[37] Sin embargo, si existen limitaciones institucionales sobre la cuantía de las multas, hemos visto que el problema deja de ser trivial.

REFERENCIAS

BARON, D. (1985): "Regulation of Prices and Pollution under Incomplete Information". *Journal of Public Economics*, Vol. 28, 211-231.

________ (1989): "Design of Regulatory Mechanisms and Institutions". *Handbook of Industrial Organization*, editado por R. Shmaleusee y R. Willig, Elsevier Science Publishers, Holanda, Vol. II.

BARON, D. y D. BESANKO (1984a): "Regulation, Asymmetric Information, and Auditing", *Rand Journal of Economics*, Vol. 15, 447-470.

________ (1984b): "Regulation and Information in a Continuing Relationship". *Information Economics and Policy*, Vol. 1, 267-302.

BARON, D. y R. MYERSON (1982): "Regulating a Monopolist with Unknown Costs". *Econometrica*, Vol. 50, 911-930.

BARROS, F (1992): "Asymmetry of Information as a Commitment in an Oligopoly", *Mimeo, C.O.R.E. y Universidade Católica Portuguesa.*

BURGUET VERDE, R. (1992): "Optimal Trade of a Durable with Learning by Using", *Mimeo*, Instituto de Análisis Económico, CSIC. *Campus Universitat Autònoma de Barcelona.*

DA ROCHA, J.M. (1992): "Precios Óptimos no Lineales para Regular un Monopolio con Costos Desconocidos", P.T. 28.92, *Universitat Autònoma de Barcelona.*

DA ROCHA, J.M. e I. MACHO STADLER (1992): "Selección de Mecanismos en Situaciones de Riesgo Moral y Selección Adversa", P.T. 31.92, Universitat Autònoma de Barcelona.

FREIXAS, X.; R. GUESNERIE y J. TIROLE (1985): "Planning under Incomplete Information and the Ratchet Effect", *Review of Economic Studies*, Vol. 52, 173-192.

FUDENBERG, D. y J. TIROLE (1991): *Game Theory*, MIT Press.

GOLDMAN, M.B.; H.E. LELAND y D.S. SIBLEY (1984): "Optimal Nonuniform Prices", *Review of Economic Studies*, Vol. 51, 305-319.

GUESNERIE R. y J.J. LAFFONT (1984): "A Complete Class of Solutions to a Class of Principal Agent Problems with Application to the Control of the Self-managed Firm", *Journal of Public Economics*, Vol. 25, 329-369.

GUESNERIE, R.; P. PICARD y P. REY (1989): "Adverse Selection and Moral Hazard with Risk Neutral Agents", *European Economic Review*, Vol. 33, 807-823.

LAFFONT, J.J. (1989): *The Economic of Uncertainty and Information*. MIT Press.

LAFFONT, J.J. y J. TIROLE (1986): "Using Cost Observation to Regule Firms", *Journal of Political Economy*, Vol. 94, 614-641.

_________ (1987a): "Auctioning Incentive Contracts", *Journal of Political Economy*, Vol. 95, 921-937.

_________ (1987b): "Comparative Statics of the Optimal Dynamic Incentives Contract", *European Economic Review*, Vol. 31, 901-926.

_________ (1988): "The Dynamics of Incentive Contracts", *Econometrica*, Vol. 56, 1153-1176.

_________ (1990): "Adverse Selection and Renegotiation in Procurament". *Review of Economic Studies*, Vol. 57, 597-626.

LOEB, M. y W.A. MAGAT (1979): "A Decentralized Method for Utility Regulation", *Journal of Law and Economics*, Vol. 22, 399-404.

MACHO STADLER, I. (1991): "Penalties Within the Moral Hazard Problem". Documento de Trabajo 89-04, U.P.V.-E.H.U (de próxima aparición en *Metroeconomica*).

MACHO STADLER, I. y J.D. PEREZ CASTRILLO (1991): "Contracts de Licences et Asymétrie D'Information", *Annales D'Economie et de Statistique*, Vol. 24, 189-208.

_________ (1994): Introducción a la Economía de la Información. *Ed. Ariel, Barcelona* (de próxima aparición).

McAFFE, P. y J.M. MILLAN (1987): "Auctions and Bidding", *Journal of Economic Literature*, Vol. 25, 699-738.

MUSA, M. y S. ROSEN Vol. (1978): "Monopoly and Product Quality", *Journal of Economic Theory*, Vol. 18, 301-317.

MYERSON, R. y M. SATTERTHWAITE (1983): "Efficient Mechanisms for Bilateral Trading", *Journal of Economic Theory*, Vol. 28, 265-281.

OLIVELLA CUNILL, P. (1992): "Un Estudio de la Evasión Fiscal desde la Perspectiva de las Relaciones Principal-Agente", *Revista Española de Economía*, 9, 307-341.

ORTUÑO ORTIN, I. (1992): "Inspections in Model of Adverse Selection", W.P.-A,D, 92-01, Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.

PICARD, P. (1987): "On the Design of Incentive Schemes under Moral Hazard and Adverse Selection", *Journal of Public Economics*, Vol. 33, 305-331.

PONSATI OBIOLS, C. (1988): "Juegos de Negociación", *Cuadernos Económicos de I.C.E.*, Vol. 40, 119-141.

RASMUSEN, E. (1989): *Games and Information. An Introduction to Game Theory*, Basil Blackwell.

________ (1990): "Evasión Fiscal, Regulación y Mecanismos Óptimos de Inspección", *Cuadernos Económicos* de I.C.E., 45, 121, 143.

SÁNCHEZ, I. y J. SOBEL (1991): "Hierarchical Design and Enforcement of Income Tax Policies", Southern European Economics Discussion Series, D.P. 86 (de próxima aparición en *Journal of Public Economics*).

TIROLE, J. (1988): *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press.