DISTRIBUCIONES PARETO–LEVY PARA RETORNOS DE ACCIONES EN CHILE*

Jorge Gregoire C.*

EXTRACTO

Este trabajo estudia la distribución empírica de los retornos accionarios, en el mercado chileno. Los resultados indican que los retornos (mensuales) se comportan como si fuesen generados por una distribución estable Pareto–Lévy, con exponente característico α probablemente 1,4 — 1,5. Esta conclusión parece interesante para aplicaciones de modelos financieros modernos.

ABSTRACT

This paper examines the empirical distribution of stock returns in the Chilean market. The results obtained indicate that (monthly) returns behave as if they were generated by a stable Pareto–Lévy distribution, with characteristic expouent α probably around 1,4 1,5. This conclusiou seems relevant for subsequent applications of modern financial models.

*El autor es profesor e investigador de esta Facultad.
Con relación a este artículo, agradece los comentarios de los profesores participantes en el Taller de Moneda, Banca y Finanzas, Departamento de Economía, Universidad de Chile y de dos *referees* anónimos de la Revista. Los errores que persistieran son de mi responsabilidad.

DISTRIBUCIONES PARETO–LEVY PARA RETORNOS DE ACCIONES EN CHILE

Jorge Gregoire C.

1. INTRODUCCION

La distribución probabilística de los cambios de precio (retornos) de acciones, bonos y productos transados en mercados especulativos ha sido frecuente materia de estudio en la economía norteamericana y los países industrializados. Mandelbrot [10], en un trabajo publicado en el año 1963, propuso las distribuciones estables Pareto–Lévy como un modelo más adecuado que la distribución de Gauss para representar los cambios de precio ya mencionados, y al respecto presentó fuerte evidencia empírica para el comportamiento de los precios del algodón. Posteriormente, Fama [5] en un test referido a 30 títulos accionarios transados en el New York Stock Exchange, observó que las distribuciones empíricas de retornos claramente presentaban leptokurtosis, ya que las colas extremas de dichas distribuciones eran significativamente más "gruesas" que lo requerido por la distribución Normal, con una mayor concentración de valores alrededor de un valor central. Sus resultados indicaron entonces un mejor ajuste con una distribución estable paretiana y en tal sentido generalizaron, para el mercado accionario, la hipótesis de Mandelbrot.

Un adecuado tratamiento y exposición de las distribuciones estables se encuentra en Mandelbrot [10, 11], Fama [5] y Fama y Roll [8, 9], aparte por supuesto de las referencias técnicas ahí señaladas. Estas distribuciones poseen la importante propiedad (para la teoría de portfolio en particular) de ser estables o invariantes bajo la adición, y como un corolario de lo anterior, son las únicas distribuciones límite posibles para sumas de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas; así, entonces, permiten obtener un teorema central del límite generalizado.

Las distribuciones estables poseen cuatro parámetros: de localización o posición δ, escala C, $(\gamma = C^{\alpha})$, el "exponente característico" α que es un parámetro de kurtosis, y un índice de sesgo o asimetría β. El exponente α puede tomar valores en el intervalo $0 < \alpha \leqslant 2$ y para $\alpha = 2$ y $\beta = 0$ (simétrica) se obtiene la distribución normal; la distribución de Cauchy se obtiene para $\alpha = 1$, $\beta = 0$, por mencionar los casos más conocidos. Cuando $\alpha < 2$, las colas extremas de la distribución son más gruesas que las de la distribución normal y, a medida que α se hace cada vez menor, las colas extremas se harán progresivamente más gruesas. Finalmente, la varianza poblacional sólo existe (es decir es finita) para la distribución normal ($\alpha = 2$); en los otros casos ($\alpha < 2$), será otro el parámetro de dispersión relevante, ya que el segundo momento no existe.[1] Por otra parte, en todos los casos en que $\alpha > 1$, el parámetro δ corresponderá a la media de la distribución.

La hipótesis de Fama–Mandelbrot ha sido posteriormente evaluada empíricamente por otros autores. Todos ellos reportan distribuciones con "colas gruesas", pero no siempre proponen el modelo estable. Press [15] plantea, como un modelo alternativo, una mezcla de distribuciones normales; Blattberg y Gonedes [1] proponen una distribución t de Student para los retornos diarios.[2] Teichmoeller [20] y, especialmente, Officer [13] presentan evidencia interesante sobre el tema, estudiando la estabilidad del exponente α, en términos *cross–section* (portfolios) y longitudinales, haciendo uso de un test propuesto por Fama y Roll [9].

Las consecuencias de la hipótesis gaussiana o sus alternativas son suficientemente interesantes para justificar estudios como el aquí presentado; acerca de ellas pueden señalarse las siguientes:

(i) De acuerdo a Markowitz–Tobin [12, 21], el supuesto de aversión al riesgo y distribución Normal para los retornos de los títulos individuales permiten desarrollar un modelo de dos parámetros o media/varianza, y resolver el problema del portfolio óptimo. Evidentemente, las extensiones al modelo CAPM (véase Fama y Miller [7]) de equilibrio se obtiene de igual manera. Si la hipótesis paretiana estable es la correcta, se tiene que el segundo momento de esas distribuciones no existe (i.e. infinito) y, por tanto, la varianza tampoco existe. En ese caso, Fama [6] y Samuelson [16] han demostrado que la teoría de portfolio de Markowitz–Tobin sigue en pie si la distribución es Pareto–Lévy con $1 < \alpha < 2$, aunque reconocen que la eficacia de la diversificación de inversiones disminuye en la medida que α se hace menor que 2, volviéndose totalmente ineficaz si $\alpha = 1$. Naturalmente, cuando $\alpha < 2$ los

[1] Por supuesto, para una muestra en particular será posible calcular una varianza correspondiente, pero el comportamiento de estos estadísticos será altamente errático, reflejando así que la varianza poblacional no existe.

[2] En ambos casos se plantea un proceso estocástico subordinado, en que las varianzas (finitas) de las distribuciones normales siguen un proceso determinado (gamma–2 en Blattberg y Gonedes).

efectos de la diversificación ya no podrán medirse con relación a la varianza del retorno del portfolio, sino con respecto a otra medida de dispersión o escala (recorrido intercuartílico, desviación absoluta media). Fama y Roll [9] proponen un recorrido interfractílico $\hat{c}$ como un buen estimador del parámetro de escala en esos casos. En resumen, la teoría de portfolio y el CAPM no requieren necesariamente distribuciones normales de retornos, rigen teóricamente con distribuciones estables paretianas, siempre que α sea, al menos, mayor que 1. Véase también, Blattberg y Gonedes [1].

(ii) Asimismo, de acuerdo al modelo CAPM clásico, el riesgo de un activo financiero está dado por la covarianza de su retorno con el retorno del portfolio de mercado; ése es el riesgo que el mercado premia y no otro. Para la realización de pruebas empíricas del modelo y aplicaciones del mismo, una medida del riesgo señalado (sistemático o no diversificable) se obtiene mediante los estimadores ($\hat{\beta}_i$) mínimo–cuadráticos del "modelo de mercado" (Véanse Fama y Miller [7], Samuelson [16] y Sharpe [18]). Si los residuos del modelo se distribuyen normalmente (modelo clásico de regresión lineal), los estimadores señalados tendrán las propiedades usuales de insesgados, consistentes y eficientes, pero, si $\alpha < 2$ dejarán de ser eficientes, conservando las otras propiedades. (Pindyck y Rubinfeld [14].) En resumen, la aceptación de una u otra hipótesis distributiva afectará la validez de aplicar los tests usuales de significancia estadística y la interpretación misma de resultados de pruebas empíricas de CAPM y de eficiencia del mercado. Por ejemplo, podría llevar erróneamente, en el extremo, a rechazar la validez empírica de esos modelos, sobre la base de información incorrecta acerca de la distribución de retornos.

Cabe mencionar aquí, que de acuerdo al modelo propuesto por Blattberg y Gonedes [1], la distribución t de Student es adecuada para los retornos diarios, y converge a la distribución Normal para intervalos de tiempo mayores, de modo que para retornos mensuales la distribución gaussiana es una buena hipótesis de trabajo. Por el contrario, para la hipótesis estable ($\alpha < 2$) esto no ocurre evidentemente. Las consecuencias de esto se discutieron ya, en el párrafo anterior.

El objetivo de este trabajo es efectuar un estudio empírico, referido a los retornos de acciones comunes, transadas en la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile. Concretamente, se busca dar una respuesta, al menos como una primera aproximación formal, acerca de si la distribución normal o de Gauss es una buena representación del comportamiento de los retornos en acciones o si, por el contrario, los resultados tienden a sustentar la hipótesis alternativa de Fama–Mandelbrot [5, 10]. Se efectúa también una estimación del exponente característico α, aunque no se estudia su estabilidad, quedando, esto último, para un trabajo posterior con un tamaño de muestra más grande.

2. DATOS BAJO ESTUDIO

Los datos básicos aquí estudiados comprenden series históricas de retornos mensuales para 37 títulos accionarios (comunes) transados en la Bolsa de Comercio de Santiago, abarcando un período de nueve años correspondiente a enero de 1973--diciembre 1981. Es decir, para cada título se dispone de 108 observaciones. Los títulos considerados presentan una mayor frecuencia de transacciones, aun cuando algunos de ellos presentan diferencias no despreciables al respecto.

Estas series de retornos han sido producidas por el mismo autor de este trabajo, como parte de un proyecto más amplio y han sido procesadas en el Computador IBM 3031 del Campus Andrés Bello de la Universidad de Chile. Los retornos excluyen comisiones e impuestos y son calculados como se indican a continuación:

$$R_{j,t} = (V_{j,t} / V_{j,t-1}) - 1 \qquad (1)$$

donde $R_{j,t}$ es el retorno para la acción de la empresa j en el período t; $V_{j,t}$ es el valor de mercado de la inversión en el título j a fines del período t; y $V_{j,t-1}$ es el valor de mercado a fines de $(t-1)$. El valor de mercado a fines de un mes cualquiera corresponde al producto de multiplicar el precio de cierre de la acción en esa fecha por el número de acciones que se mantienen, y éste último es igual a la inversión inicial de una acción ajustada por todas las variaciones de capital ocurridas hasta ese momento, es decir, se efectúan ajustes por dividendos en acciones (emisiones liberadas), canjes de acciones, emisiones de pago, dividendos en acciones de otras compañías, dividendos opcionales y eventos similares. Cuando se recibe un dividendo en efectivo se supone que dicha cantidad es reinvertida en acciones de la propia compañía, las que se agregan a la inversión vigente. El tratamiento particular de cada uno de estos eventos y los supuestos adicionales necesarios son los usuales en la literatura especializada. La masa total de datos representa unos 1.250 K. Bytes de memoria.

3. TESTS Y RESULTADOS

En este trabajo, contrastamos una hipótesis nula de que los retornos se comportan de acuerdo a la distribución de Gauss ($\alpha = 2$) con la hipótesis alternativa de una distribución estable no gaussiana ($\alpha < 2$). Para estos efectos aplicaremos un test referido al Recorrido Studentizado (SR) que corresponde al ratio o cuociente entre el recorrido muestral y la desviación estándar muestral, es decir:

$$\widehat{SR} = [\mathrm{Max}\,(X_j) - \mathrm{Min}\,(X_j)] \,/\, S(X_j) \qquad (2)$$

Fama y Roll [9] han estudiado, en términos comparativos, la potencia de este estadístico mediante experimentos Monte–Carlo, y proponen su utilización. Adicionalmente, se aplicarán dos antiguos tests de bondad del ajuste de normalidad, referidos al tercer y cuarto momentos estandarizados muestrales, los estadísticos $\sqrt{b_1}$ y b_2 de sesgo (asimetría) y kurtosis, respectivamente:

$$\sqrt{b_1} = m_3 \,/\, m_2^{3/2} \qquad\qquad b_2 = m_4 \,/\, m_2^2 \tag{3}$$

donde $m_r = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^r / n$, y $\bar{x}$ es la media muestral. Saniga y Miles [17], mediante experimentos de simulación similares a los de Fama y Roll, obtienen como resultado que la potencia estadística del test de b_2 es bastante alta, aún para detectar distribuciones estables asimétricas; el test referido al estadístico $\sqrt{b_1}$ sólo es más apropiado cuando está presente un alto grado de asimetría o se dispone de mnestras pequeñas. Las tres pruebas aplicadas son de naturaleza *ad hoc*, ya que los momentos de segundo orden o superiores correspondientes a la población no existen, excepto para el caso en que $\alpha = 2$, esto es, nuestra hipótesis nula. Sin embargo, estas pruebas presentan una adecuada potencia estadística para detectar procesos que generan errores con varianza infinita. (Fama y Roll [9], Saniga y Miles [17] más las referencias ahí indicadas).[3]

RESULTADOS DE LOS TESTS

Test de SR: La tabla 1 resume los cálculos del Recorrido Studentizado $\hat{SR}$ para cada uno de los títulos, obteniéndose una media $\hat{\overline{SR}}$ igual a 7,00. De acuerdo a las tabulaciones efectuadas por David, Hartley y Pearson [4], un valor de SR igual a 7,00 es altamente improbable de observar si la muestra efectivamente proviene de una distribución normal; concretamente, valores de SR superiores a 6,54 se observarían en no más de 0,5 por ciento de los casos al sacar muestras aleatorias de tamaño T = 100, de una población Normal.[4]

La impresión anterior se ve corroborada fuertemente al observar los SR individuales; de los 37 títulos, 21 de ellos presentan un SR que sobrepasa al valor crítico ya señalado anteriormente, correspondiente al fractil 0,995

[3] Adicionalmente, estas pruebas son sencillas de aplicar y presentan esta ventaja sobre sus competidores, por ejemplo pruebas de chi–cuadrado, con potencia estadística comparable.

[4] El tamaño de muestra efectivo es T = 108 observaciones, pero las tablas solamente dan SR (p, T) para T igual 100, como tamaño de muestra más cercano. La discrepancia resultante es despreciable y los resultados no cambian al efectuarse una interpolación gruesa.

de la distribución muestral referida. Asimismo, para 28 de los títulos, es decir algo más de las tres cuartas partes, se observan unos SR que exceden al fractil 0,975, representado por un valor crítico de 6,11 si la muestra proviene de una distribución normal. Finalmente, para 31 títulos se sobrepasa el valor crítico 5,68 correspondiente al fractil 0,90.

En resumen, si alguna tendencia muestran los datos bajo análisis, ella es en la dirección de sustentar la hipótesis de que los retornos (mensuales) de los títulos accionarios, al menos los aquí estudiados, se comportan como si fuesen generados por una distribución estable con $\alpha < 2$, y por tanto a rechazar una hipótesis nula gaussiana.

Test de b_2: La tabla 2 resume los cálculos del estadístico b_2 para cada uno de los títulos bajo estudio. R. D'Agostino y E.S. Pearson [3] han producido resultados empíricos para la distribución de b_2 en muestras normales, lo cual provee de valores críticos para la aplicación práctica del test.

Las estimaciones de la tabla 2 parecen bastante grandes en comparación con lo que esperaríamos observar si las muestras proviniesen realmente de una distribución Normal. De acuerdo a las funciones de distribución acumulativa desarrolladas por D'Agostino y Pearson, citadas ya anteriormente, al extraer muestras al azar de tamaño n = 108 provenientes de una población Normal, la probabilidad de obtener valores de b_2 mayores a 5,26 será realmente muy pequeña, no mayor de 0,1 por ciento o uno en mil; pues bien, los datos de la tabla 2 revelan que para la totalidad, excepto uno de los 37 títulos,se encontró un b_2 mayor que dicho valor crítico, correspondiente al fractil 0,999 de la distribución de b_2 en muestras Normales. Aún más, el título restante sobrepasa a su vez el fractil 0,9975 representado por un valor crítico 4,86 en muestras de tamaño n = 108. Los resultados del test replican entonces, en términos mucho más claros, los resultados del test anterior, en el sentido de rechazar la hipótesis nula gaussiana y en favor de una distribución estable con $\alpha < 2$.

La aplicación de los dos tests anteriores ha llevado entonces a detectar la presencia de leptokurtosis, y esta apreciación se ve confirmada en la tabla 3 que permite analizar directamente las colas extremas de la distribución de datos, comparando el número esperado de valores o frecuencias con el número efectivamente observado, para distancias expresadas en términos de desviación estándar: retornos que caen más allá de 2, 3, 4 y 5 desviaciones estándar desde la media muestral. El número esperado es evidentemente igual al número total de datos en la muestra (n = 108) multiplicado por la probabilidad teórica de encontrar, en muestras aleatorias normales, valores que caen más allá de 2, 3, 4 y 5 desviaciones estándar desde la media, los cuales los da directamente una tabla usual de la distribución normal estándar

N(0 , 1). Los resultados de la tabla 3 indican que al acercarnos a las colas extremas se observa un alto número de datos que caen en ellas, pese a que teóricamente y si se tratara realmente de datos provenientes de una población normal, prácticamente no debería haberse observado ninguno dado n = 108, aquí considerado.

Test de $\sqrt{b_1}$: Los resultados de aplicar el test (no se reportan en una tabla) los podemos resumir diciendo que para la totalidad de los títulos accionarios bajo estudio se detecta la presencia de asimetría respecto de $\bar{x}$, con un cierto sesgo a la derecha, vale decir una mayor concentración de valores a la izquierda de la media y una cola más larga a la derecha. Concretamente, los 37 valores calculados para $\sqrt{b_1}$ son todos de signo positivo y van desde un mínimo igual a 1,40 a un máximo observado igual a 8,65 en circunstancias que, si las muestras efectivamente provinieran de una población normal, la probabilidad de obtener valores de $\sqrt{b_1}$ superiores a un valor crítico 0,82 es realmente pequeña: aproximadamente 0,08 a 0,07 por ciento, o 7 a 8 en diez mil, de acuerdo a la distribución muestral empírica de $\sqrt{b_1}$ obtenida por R. D'Agostino y E.S. Pearson [3].[5] Estos resultados son concordantes con los tests anteriores, en cuanto a rechazar la hipótesis nula gaussiana.

Una estimación del exponente α: Con el objeto de lograr una mejor descripción de la distribución alternativa, se intenta, en esta sección, una estimación del exponente característico α, la cual se lleva a cabo mediante un método propuesto por Fama y Roll [9] basado en el comportamiento de los fractiles superiores de distribuciones estables y simétricas. Para establecer si la distribución estable que hemos detectado anteriormente, es o no simétrica o al menos razonablemente simétrica, se aplica a continuación un test no—paramétrico, el cual aparece especialmente justificado por cuanto la teoría muestral de distribuciones estables con $\alpha < 2$ aún no provee de otras pruebas más potentes.

Se trata de una variante del test de signo (Siegel [19], Cohen [2]). En la presente aplicación a los datos de retornos mensuales, se efectúa un test de simetría alrededor de la media truncada en 50 por ciento, que según los experimentos de Fama y Roll [8] es un buen estimador (mínimo sesgo y dispersión) del parámetro de posición poblacional δ cuando $1 \leqslant \alpha < 2$ (la media muestral $\bar{x}$ será el mejor estimador de la media poblacional, sólo cuando $\alpha = 2$). El número esperado de retornos a un lado de la media truncada es E (np) = 54, bajo la hipótesis de simetría total, y la tabla 4 resume los cálculos de la aplicación del test. Al comparar con los valores críticos apropiados (Cohen [2]), resulta que los datos bajo estudio no nos permiten rechazar la

[5] Las tablas dan valores críticos para n = 100 como lo más aproximado al n = 108, efectivamente usado aquí, pero las conclusiones no deberían alterarse por este hecho.

hipótesis nula de simetría ni aún al nivel del 10 por ciento (aproximado) de error (I),[6] con la sola excepción de uno de los títulos que rechaza la hipótesis nula, al nivel del 1 por ciento aproximado de error.[7] Finalmente, al aplicar el mismo test, pero esta vez referido a simetría alrededor de la media muestral $\bar{x}$, los resultados rechazan claramente la hipótesis nula de simetría: 34 títulos lo hacen al nivel del 1 por ciento de error (aproximado) y los otros tres, al nivel de 5 por ciento (aproximado). Esto es enteramente consistente con el rechazo de una distribución gaussiana y propio del comportamiento que puede esperarse de una muestra de datos provenientes de una distribución estable con $\alpha < 2$, razonablemente simétrica. Los métodos de Fama y Roll [9] son por consecuencia aplicables.

El exponente característico α permite una mejor descripción de una distribución estable, ya que precisamente a medida que α declina, las colas extremas de la distribución se tornan progresivamente más gruesas. Fama y Roll [9] observan una declinación monotónica en los valores de los fractiles superiores de una distribución estable simétrica, a medida que α se hace mayor, y proponen un estimador interfractílico $\hat{\alpha}_{.f}$. Para ello definen:

$$\hat{Z}_{.f} = \frac{(\hat{X}_{.f} - \hat{X}_{1-.f})}{2\hat{C}} = \frac{(\hat{X}_{.f} - \hat{X}_{1-.f})}{(\hat{X}_{.72} - \hat{X}_{.28})}\, .827 \qquad (4)$$

donde, para una muestra de tamaño N, $\hat{X}_{.f}$ corresponde al estadístico de orden .f (N + 1), $\hat{Z}_{.f}$ es una estimación del fractil .f de una función de distribución acumulativa estable simétrica estandarizada, y $\hat{C}$ es una estimación del parámetro de escala. De acuerdo al método, $\hat{Z}_{.f}$ obtenido es referido a una tabla de valores estandarizados para obtener una estimación $\hat{\alpha}_{.f}$ del exponente característico. Fama y Roll [8] proveen de esa clase de tablas.

Para tamaños de muestra como el aquí disponible (n = 108), los autores señalados proponen aplicar el método considerando un fractil superior comprendido en el intervalo $.95 \leqslant {}_{.f} \leqslant .97$ por razones de mínimo sesgo y dispersión. Mediante experimentos Monte–Carlo, Fama y Roll [9] estudiaron las propiedades muestrales del estimador, y concluyen que todos los $\hat{\alpha}_{.f}$ presentan algún sesgo hacia abajo para cualquier valor de α cuando N no es muy grande, como ocurre en la presente aplicación; asimismo, presentan alta dispersión. El tamaño de muestra aquí disponible permite sin embargo una aproximación razonable al problema.

[6] De acuerdo a las tablas de Cohen [1], para un test bidireccional, el valor crítico correspondiente al nivel aproximado del 10 por ciento de error es 63, efectuando una interpolación simple.

[7] Cabe señalar que los resultados del test son compatibles con la hipótesis de simetría perfecta como también con una "pequeña" asimetría. Los datos muestran, efectivamente, algún sesgo a la derecha.

La tabla 5 resume los resultados de la presente estimación del exponente característico correspondiente a cada título accionario; se excluye en los cálculos el único título para el cual la hipótesis de simetría pareció dudosa. Las estimaciones corresponden a $\hat{\alpha}_{.97}$. El valor medio obtenido para los 36 títulos sitúa al exponente $\hat{\alpha}$ en 1,40 aproximadamente, aun cuando se observa alguna dispersión; dicha estimación está sesgada hacia abajo, como ya se expresó. Los resultados confirman además que existe una fuerte discrepancia con el ajuste normal.

Adicionalmente se realizó una estimación del exponente característico, basada en $\hat{\alpha}_{.96}$, obteniéndose un valor medio de $\hat{\alpha}$, para 36 títulos, de aproximadamente 1,35 y con una dispersión algo mayor que la estimación anterior. Por último se estimó $\hat{\alpha}$ para el retorno en la cartera del I.G.P.A. de la Bolsa de Comercio de Santiago, obteniéndose un valor de 1,45; asimismo para una cartera compuesta por unos 100 títulos transados en la Bolsa y con igual ponderación individual, se obtuvo $\hat{\alpha}$ igual a 1,3 – 1,4 para $\hat{\alpha}_{.96}$ y $\hat{\alpha}_{.97}$, respectivamente. Todos los cálculos consideran $n = 108$, en el mismo período 1973–1981.

En resumen, aun reconociendo las limitaciones de la muestra disponible, las estimaciones de $\hat{\alpha}$ confirman un rechazo al ajuste normal y sitúan el exponente característico en la cercanía de 1,4 a 1,5, lo cual es semejante a los valores encontrados por Officer [13] para retornos mensuales en el mercado norteamericano de pre Segunda Guerra Mundial ($\alpha = 1{,}5$), aunque inferior a estimaciones para períodos posteriores que sitúan α cercano a 1,8.

4. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha investigado la distribución de retornos en el mercado accionario en Chile. La evidencia muestral obtenida sustenta un rechazo de la hipótesis gaussiana, en favor de una distribución estable Pareto–Lévy con $1 < \alpha < 2$. Las estimaciones del exponente característico α, lo sitúan en 1,4 – 1,5 probablemente, por lo tanto cae en el rango apropiado para que la diversificación de inversiones sea eficaz, aunque no tanto como si $\alpha = 2$.

Los resultados implican que la varianza del retorno ya no es una medida apropiada de riesgo o dispersión. Fama y Roll [8, 9] proponen estimadores apropiados de los parámetros poblacionales de posición y escala y estudian sus propiedades muestrales. Asimismo en aplicaciones del llamado modelo de mercado (Samuelson [16], Sharpe [18]), si los residuos del modelo presentan un comportamiento no gaussiano como el descrito, los estimadores mínimo cuadráticos del modelo, en particular $\hat{\beta}$ una medida del riesgo sistemático, ya no serán eficientes aunque si insesgados y consistentes (Fama [5], Pindyck y Rubinfeld [14]).

Los datos empíricos de este trabajo respaldan la hipótesis de Mandelbrot—Fama, pero como se indicó al comienzo no descartan otros modelos alternativos con varianza finita (y colas gruesas), tales como los propuestos por S.J. Press [15] y Blattberg y Gonedes [1].

Al respecto, debe señalarse que el presente trabajo representa sólo una primera aproximación al problema, y no se intenta por lo tanto la aplicación de tests adicionales de estabilidad del parámetro α, como los efectuados por Officer [13], Teichmoeller [20] y Blattberg y Gonedes [1] que permitirían probablemente obtener información acerca de la existencia o no de convergencia hacia un proceso normal.

Los resultados aquí reportados no permiten trabajar con una hipótesis de normalidad para retornos mensuales, lo cual puede ser una aceptable hipótesis de trabajo en el mercado de EE.UU., por ejemplo. Por lo tanto, los tests empíricos de eficiencia del mereado y del CAPM en Chile, deben tomar esto en consideración.

TABLA 1

RECORRIDO STUDENTIZADO (SR)
Estimaciones para 37 títulos, 1973–1981

	($\hat{S}R/n = 108$)
Alimar	6,9874
Banco Edwards	7,2054
B.H.C.	8,0539
Banco Chile	10,2512
Banco Concepción	6,8813
Banco Sudamericano	6,2193
Cartones	8,6676
C.C.U.	5,6326
Chilemar	5,5860
Cía. Industrial	6,1556
C.I.C.	7,8140
COIA	7,4911
Concha y Toro	6,9089
Copec	6,9396
Electric. Industrial	5,6172
Elecmetal	7,2713
Embotelladora Andina	8,5661
Eperva	5,8534
Forestal	7,9210
Gas Santiago	5,8014
Indugas	6,5037
Pesquera Iquique	7,1457
Lucchetti	5,3223
Mackay	5,2397
Maderas Cholguán	7,4344
Madeco	9,0264
Masisa	9,2289
Minera Valparaíso	6,1896
Pasur	5,4816
Pizarreño	6,9073
Renta Urbana	6,5510
Sintex	9,7851
Tabacos	6,2587
Tattersall	5,8107
Teléfonos	6,3410
Vapores	7,7421
Volcán	6,3854

$\hat{\overline{SR}} = 7{,}0047$
(1,2559)

TABLA 2

KURTOSIS ESTIMADA SEGUN b_2 MUESTRAL

	b_2
Alimar	10,207
Banco Edwards	35.912
B.H.C.	31,695
Banco Chile	86,340
Banco Concepción	29,210
Banco Sudamericano	14,049
Cartones	36,626
C.C.U.	5,603
Chilemar	5,189
Cía. Industrial	7,849
C.I.C.	18,808
COIA	18,254
Concha y Toro	14,448
Copec	13.620
Electric. Industrial	7,071
Elecmetal	12,717
Embotelladora Andina	34,261
Eperva	5.881
Forestal	21,469
Gas Santiago	8,943
Indugas	11,938
Pesquera Iquique	20,430
Lucchetti	6,390
Mackay	8,009
Maderas Cholguán	22,860
Madeco	41,082
Masisa	48,186
Minera Valparaíso	11,854
Pasur	7,871
Pizarreño	12,194
Renta Urbana	14,610
Sintex	41,633
Tabacos	7,255
Tattersall	7,921
Teléfonos	13,792
Vapores	19,944
Volcán	16,333

TABLA 3

NUMERO ESPERADO Y OBSERVADO DE VALORES EXTREMOS*

	>2S	>3S	>4S	>5S
Número esperado	4,9140000	0,2916000	0,0068000	0,0000648
Número observado:				
Alimar	7	3	1	0
Banco Edwards	3	3	2	2
Banco B.H.C.	4	2	2	1
Banco Chile	1	1	1	1
Banco Concepción	3	3	3	2
Banco Sudamericano	6	4	1	1
Cartones	3	2	1	1
C.C.U.	10	2	0	0
Chilemar	7	1	0	0
Cía Industrial	3	3	2	0
CIC	4	2	2	1
COIA	4	2	1	1
Concha y Toro	3	2	1	1
Copec	3	2	1	1
Electricidad Industrial	6	4	1	0
Elecmetal	4	2	1	1
Embotelladora Andina	3	3	2	1
Eperva	6	2	0	0
Forestal	4	2	1	1
Gas Santiago	7	4	1	0
Indugas	5	2	2	1
Pesquera Iquique	4	3	2	1
Lucchetti	6	4	0	0
Mac Kay	7	3	0	0
Maderas Cholguán	3	3	2	1
Madeco	3	2	1	1
Masisa	4	1	1	1
Minera Valparaíso	5	3	2	0
Pasur	6	3	0	0
Pizarreño	4	2	1	1
Renta Urbana	6	2	2	1
Sintex	3	2	1	1
Tabacos	5	2	1	0
Tattersall	6	4	1	0
Teléfonos	5	4	2	1
Vapores	3	3	1	1
Volcán	3	3	2	1

*S = desviación estándar muestral, n = 108

TABLA 4

TEST DE SIGNOS: NUMERO DE OBSERVACIONES A LA IZQUIERDA DE LA MEDIA TRUNCADA EN 50 POR CIENTO TM (0,5)

	<TM (0,5)
Alimar	57
B.H.C.	55
Banco Chile	57
Banco Concepción	61
Banco Edwards	80
Banco Sudamericano	58
Cartones	57
C.C.U.	57
Cía. Industrial	59
Chilemar	58
C.I.C.	57
COIA	58
Concha y Toro	56
Copec	58
Electric. Industrial	60
Elecmetal	59
Embotelladora Andina	59
Eperva	54
Forestal	58
Gas Santiago	54
Indugas	57
Pesquera Iquique	61
Lucchetti	61
Mackay	59
Maderas Cholguán	55
Madeco	57
Masisa	63
Minera Valparaíso	56
Pasur	58
Pizarreño	59
Renta Urbana	58
Sintex	57
Tabacos	56
Tattersall	54
Teléfonos	60
Vapores	56
Volcán	62

E(np) = 54.

TABLA 5

ESTIMACIONES DEL EXPONENTE CARACTERISTICO

Alimar	1,26
B.H.C.	1,15
Banco Chile	1,55
Banco Concepción	1,06
Banco Sudamericano	1,14
Cartones	1,55
C.C.U.	1,46
Cía. Industrial	1,80
Chilemar	1,36
C.I.C.	1,28
COIA	1,28
Concha y Toro	1,43
Copec	2,00
Electricidad Industrial	1,56
Elecmetal	1,45
Embotelladora Andina	1,11
Eperva	1,51
Forestal	1,49
Gas de Santiago	1,14
Indugas	1,37
Pesquera Iquique	1,11
Lucchetti	1,71
Mackay	1,44
Maderas Cholguán	1,30
Madeco	1,33
Masisa	1,00
Minera Valparaíso	1,43
Pasur	1,48
Pizarreño	1,70
Renta Urbana	1,37
Sintex	1,49
Tabacos	1,51
Tattersall	1,36
Teléfonos	1,15
Vapores	1,49
Volcán	1,46

$\hat{\alpha} = 1{,}40$

$S(\hat{\alpha}) = 0{,}21$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

[1] Blattberg R. y N. Gonedes, "A comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices", *The Journal of Business*, vol. 47, 2, abril de 1974.

[2] Cohen J., *Statistical power analysis for the behavioral sciences*, Academic Press, Nueva York y Londres, 1969.

[3] D'Agostino R. y E.S. Pearson, "Tests for departure from normality. Empirical results for the distributions of b_2 and $\sqrt{b_1}$". *Biometrika*, 60, 1973: 613–22.

[4] David, H.A., H.O. Hartley y E.S. Pearson, "The distribution of the ratio, in a single normal sample, of range to standard deviation", *Biometrika*, 41, 1954: 482–93.

[5] Fama, E.F., "The behavior of stock market prices", *Journal of Business*, 38, 1965: 34–105.

[6] ——————, "Portfolio analysis in a stable paretian market", *Management Science*, 11, enero de 1965: 404–19.

[7] Fama E. y M. Miller, *The theory of finance*, Holt, Rinehart y Winston, 1972.

[8] Fama, E.F. y R. Roll, "Some properties of symmetric stable distributions", *Journal of the American Statistical Association*, 63, septiembre de 1968: 817–36.

[9] ——————, "Parameter estimates for symmetric stable distributions", *Journal of the American Statistical Association*, 66, junio de 1971: 331–38.

[10] Mandelbrot B., "The variation of certain speculative prices", *Journal of Business*, 36, octubre de 1963: 394–419.

[11] Mandelbrot, B., 'New Methods in Statistical Economics", *Journal of Political Economy*, 61, octubre de 1963.

[12] Markowitz H., "Portfolio selection", *Journal of Finance*, marzo de 1952.

[13] Officer, R.R., "The distribution of stock returns", *Journal of the American Statistical Association*, 67, diciembre de 1972: 807–12.

[14] Pindyck, R.S. y D. Rubinfeld, *Econometric models and economic forecast*, Mc Graw–Hill, 1976.

[15] Press, S.J., "A compound events model for security prices", *Journal of Business*, 40, julio de 1968: 317–35.

[16] Samuelson, P.A., "Efficient portfolio selection for Pareto–Lévy investments", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2, 1967.

[17] Saniga, E.M. y J.A. Miles, "Power of some standard goodness of fit tests of normality against asymetric stable alternatives", *Journal of the American Statistical Association*, 74, diciembre de 1979: 861–65.

[18] Sharpe W.F., "A simplified model for portfolio analysis", *Management Science*, 9, 1963.

[19] Siegel, S., *Non-parametric statistics for the behavioral sciences*, Mc Graw–Hill, 1956.

[20] Teichmoeller, J., "A note on the distribution of stock price changes", *Journal of the American Statistical Association*, 66, junio de 1971: 282–84.

[21] Tobin, J., "Liquidity preference as behavior towards risk", *Review of Economic Studies*, febrero de 1958.