



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE MIGRACIÓN DE FINOS EN MINERÍA DE CAVING

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

SEBASTIÁN ELÍAS IRRIBARRA CADENAS

PROFESOR GUÍA:
RAÚL CASTRO RUIZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
NICOLÁS MONTECINO BASTIAS
ERNESTO ARANCIBIA VILLEGAS

SANTIAGO DE CHILE
2014

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil de Minas
POR: Sebastián Elías Irribarra Cadenas
FECHA: 08/2014
PROFESOR GUÍA: Raúl Castro Ruiz

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE MIGRACIÓN DE FINOS EN MINERÍA DE CAVING

A medida que las reservas mineras superficiales se agotan y las minas subterráneas se profundizan, la minería de Caving aflora como una mejor opción. Dentro de los desafíos de la minería de Caving se encuentra estudiar el flujo gravitacional, el cual influye en la recuperación de las reservas del yacimiento. En particular, la migración de finos incide en el flujo diluyendo reservas, afectando la recuperación y la seguridad de la operación. Esta incidencia se ve acentuada si una gran proporción de las partículas ha fragmentado de tamaño fino en la columna de extracción. Dados estos argumentos y problemáticas que presentan las partículas finas, se vuelve necesario estudiar en mayor profundidad la migración de finos en minería de Caving.

El objetivo de este trabajo es realizar experimentos que permitan estudiar la migración de finos en condiciones similares a las encontradas en minas de Caving y comparar los resultados con aquellos obtenidos en simulaciones. Para esto se llevan a cabo dos experimentos en un modelo físico, uno de extracción uniforme y otro de extracción aislada, que en una escala de 1:200 emulan una mina de Block/Panel Caving en general. Para el diseño del modelo físico se considera el análisis de similitud y los factores de escala. Para la realización de los experimentos el modelo es cargado con 240 [cm] de partículas gruesas (tamaño medio 4.45 [mm]) y por sobre las partículas gruesas son ubicadas partículas finas (tamaño medio 0.14 [mm]). Por otro lado se realizan seis simulaciones en REBOP 3.1 (Rapid Emulator Based On PFC3D) emulando los dos experimentos, tres imitando al experimento de extracción aislada y otras tres imitando al de extracción uniforme. Las simulaciones se diferencian en la variación de la granulometría de las partículas gruesas siendo igual o menor en promedio y desviación estándar a la del modelo físico.

Los resultados experimentales indican que el punto de entrada de la dilución (PED) para los experimentos de extracción uniforme y extracción aislada es de 94.5% y 60.4% respectivamente (si no se considera la masa de la zona estancada ISZ para el experimento de extracción aislada corresponde a 78%). Además, la migración final que alcanza el experimento de extracción aislada es del orden de 3.5 veces mayor al experimento de extracción uniforme.

Las simulaciones con resultados más cercanos a los experimentos registran un PED muy similar al modelo físico, aunque para esto deben ser calibradas. En general las simulaciones son capaces de representar resultados cuantitativos del modelo físico, sin embargo, es posible encontrar diferencias entre las imágenes del modelo físico y de las simulaciones.

Finalmente se concluye que la migración de finos sí es influenciada por la estrategia de extracción, siendo este efecto mayor en una estrategia de extracción aislada. Esto se debe a que una estrategia de extracción aislada genera mayor deformación por corte en las partículas lo que permite la migración. Por otro lado es posible concluir que el software REBOP es capaz de replicar los experimentos una vez calibrado, siendo la calibración una etapa fundamental del proceso de simulación. A modo de recomendación, para facilitar la toma de imágenes en el modelo físico, se sugiere utilizarlo hasta bajas alturas y evitar el uso excesivo barras.

ABSTRACT

As surface mining reserves are depleted and underground mines are deeper, caving mining appears as a better extraction method choice. Among the challenges of caving mining is gravity flow that affects mining recovery. Particularly, fines migration impacts the flow diluting reserves and affecting the recovery and the safety of the operation. This impact is exacerbated when a large proportion of fine particles is fragmented in the draw column. Given these arguments and problems associated by the fine particles, it becomes necessary to study fines migration in caving mining in more detail.

The aim of this work is to perform experiments that allow to study fines migration in similar conditions to those found in caving mines and to compare the results with simulations. To do this, two experiments are carried out in a physical model (a uniform draw and an isolated draw experiment) on a scale of 1: 200 emulating a Block/Panel Caving mine. For the design of the physical model is considered the similarity analysis and the scale factors. To perform the experiments, the model is loaded with 240 [cm] of coarse particles (average size 4.45 [mm]) and above the coarse particles are placed fines particles (average size 0.14 [mm]). On the other hand, six simulations are carried out on REBOP 3.1 (Rapid Emulator Based On PFC3D) emulating two experiments: three for uniform draw experiment and three for isolated draw experiment. The simulations differ in the variation of the size of the coarse particles being equal or less on average and standard deviation in relation to physical model.

Experimental results indicate that the percentage dilution entry (PDE) for the uniform draw and isolated draw experiment are 94.5% and 60.4% respectively (without considering the mass of the stagnant zone ISZ for isolated draw experiment corresponds to 78%). Also, the final migration that achieves the isolated draw experiment it is about of 3.5 times higher than uniform draw experiment.

Simulations with closer results to the experiments have a very similar PDE to physical model, although to do this, simulations must be calibrated. In general, the simulations are able to represent quantitative results of the physical model, however, can be found differences between images of the physical model and simulations.

Finally, it is concluded that fines migration is influenced by the draw strategy being greater in isolated draw strategy. This is because an isolated draw strategy generates more shear strain for particles that allows migration. On the other hand, it can be concluded that the REBOP software is able to replicate experiments once calibrated, being calibration stage a fundamental step of the simulation process. As a recommendation, to facilitate shooting in the physical model, it is suggested to use the physical model until low altitudes and avoid overuse bars.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia por criarme, educarme y brindarme la posibilidad de estudiar. En especial a mi padre por su trabajo sin cesar desde joven, sacrificio que me ha permitido estar donde estoy.

A Daniela, mi compañera, por compartir conmigo su vida y en ello hacerme feliz, espero sigamos juntos mucho tiempo más.

Al Laboratorio de Block Caving (BCLab) por el financiamiento y proposición del proyecto.

A mis amigos por hacer la vida más entretenida.

A las personas del BCLab y de Block Caving Ingeniería y Tecnología (BCTEC) por el apoyo y compañía durante el tiempo en que se llevó a cabo esta memoria.

A la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile y al Departamento de Ingeniería de Minas por la formación a lo largo de estos años.

A los profesores de la comisión por sus correcciones y tiempo dedicado en esta memoria.

Por último, a todos quienes de una u otra manera han influido en mí.

¡Muchas gracias!

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.	Motivación del trabajo.....	1
1.2.	Objetivos.....	1
1.2.1.	Objetivo General.....	1
1.2.2.	Objetivos Específicos.....	2
1.3.	Alcances.....	2
1.4.	Estructura de la memoria.....	2
2.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1.	Laubscher (1994-2000).....	4
2.2.	Bridgwater et al. (1978).....	7
2.3.	Pierce (2009).....	8
2.3.1.	Estudio de migración de finos sobre un punto de extracción aislada en PFC3D.....	8
2.3.2.	Celda de corte en PFC3D comparación con Bridgwater et al. (1978).....	10
2.3.3.	Celda de corte en PFC3D variación de la dirección de la deformación por corte y forma de la partícula.....	12
2.3.4.	Celda de corte en PFC3D con partículas con distribución de tamaños.....	12
2.3.5.	Celda de corte en PFC3D, efecto en la tasa de deformación por corte.....	14
2.3.6.	Formulación de la migración de finos en REBOP.....	15
2.3.7.	Validación de la formulación de REBOP.....	17
2.4.	Hashim, & Sharrock (2009).....	18
2.4.1.	Celda de corte en PFC3D, comparación con Bridgwater et al. (1978) y Pierce (2009).....	18
2.4.2.	Celda de corte en PFC3D, variación de la forma de la partícula.....	19
2.1.	Hashim & Sharrock (2010).....	21
2.2.	Hashim & Sharrock (2012).....	21
2.3.	Conclusiones.....	24
3.	METODOLOGÍA.....	25
3.1.	Análisis de similitud.....	25
3.2.	Condiciones del modelo físico.....	26
3.2.1.	Elección del factor de escala.....	26
3.2.2.	Granulometría utilizada.....	26
3.2.3.	Fuerzas afectando el flujo granular.....	27
3.2.4.	Extracción.....	28
3.3.	Diseño del modelo físico.....	28
3.3.1.	Montaje experimental.....	31
3.4.	Marco experimental.....	31
3.4.1.	Metodología para el estudio experimental.....	31
3.4.2.	Plan experimental.....	32
3.5.	Procedimiento de trabajo.....	34
3.6.	Conclusiones.....	35
4.	RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	36
4.1.	Resultados experimentales.....	36
4.1.1.	Experimento extracción uniforme.....	36
4.1.2.	Experimento extracción aislada.....	38
4.2.	Conclusiones.....	40

5.	SIMULACIONES Y RESULTADOS EN MODELO NUMÉRICO REBOP.....	41
5.1.	Descripción de las simulaciones	41
5.2.	Parámetros de entrada de REBOP	42
5.2.1.	Modelo de bloques	42
5.2.2.	Draw Schedule.....	43
5.2.3.	Puntos de extracción.....	43
5.3.	Resultados de las simulaciones en REBOP	45
5.3.1.	Resultados simulaciones extracción uniforme	45
5.3.2.	Resultados simulaciones extracción aislada.....	50
5.4.	Principales discusiones y conclusiones de las simulaciones	54
5.4.1.	Extracción uniforme	54
5.4.2.	Extracción aislada.....	54
6.	CONCLUSIONES.....	55
6.1.	Conclusiones y recomendaciones	55
6.1.1.	Modelo físico.....	55
6.1.2.	Modelo numérico.....	55
6.2.	Trabajos futuros	56
7.	BIBLIOGRAFÍA	57
8.	ANEXOS	59
8.1.	Anexo A – Determinación de esfuerzos verticales	59
8.2.	Anexo B – Determinación de la granulometría de las partículas gruesas para el modelo físico. 62	
8.3.	Anexo C – Códigos para el procesamiento de imágenes.....	64
8.3.1.	Código para imágenes de un modelo físico.....	64
8.3.2.	Código para las imágenes de REBOP	67

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Altura de interacción (HIZ), Laubscher (2000).	5
Figura 2 Factor de control de tiraje (DCF), Laubscher (2000).....	6
Figura 3 Cálculo de entrada de dilución, Laubscher (1994).....	6
Figura 4 Representación del movimiento de la celda de corte simple de Bridgwater et al (1978). 7	
Figura 5 Vista en planta a través de la capa de finos cuyos colores representan distintas celdas, Pierce (2009).....	8
Figura 6 Posición de partículas gruesas y finas después de 0.25% (izquierda), 2.9% (centro), 4,9% (derecha) de extracción, Pierce (2009).....	9
Figura 7 Desplazamiento vertical de las partículas gruesas vs finas en la celda #2 y #6 en función del volumen extraído, Pierce (2009).....	9
Figura 8 Posición de las partículas finas y gruesas en la celda # 3 después de extraer 0% (a), 3% (b), 6% (c) y 9% (d) del volumen total de modelo, Pierce (2009).	10
Figura 9 Celda de corte en PFC3D de Pierce (2009).	11
Figura 10 Comparación de la tasa de percolación de las pruebas de corte simple de Bridgwater et al. (1978) y las simulaciones en PFC3D de Pierce (2009).	11
Figura 11 Tasa de percolación adimensional para partículas esféricas con corte horizontal, corte vertical y para partículas agrupadas con corte vertical, Pierce (2009).	12
Figura 12 Distribución de tamaños examinados por Pierce (2009) en PFC3D.....	13
Figura 13 Tasa de percolación adimensional para material con distribución Gaussiana en PFC3D, Pierce (2009).....	13
Figura 14 Tasa de percolación para un material con distribución Gaussiana en PFC3D en función de la tasa de deformación, Pierce (2009).....	14
Figura 15 Valores de las constantes k1 y k2 en función de la tasa de deformación por corte, Pierce (2009).....	15
Figura 16 Perfil de velocidad de los discos del IMZ en REBOP, izquierda vista longitudinal, derecha vista en planta.....	15
Figura 17 Comparación de la tasa de percolación de las pruebas de corte simple de Bridgwater et al. (1978) las simulaciones en PFC3D de Pierce (2009) y las de Hashim & Sharrock (2009).	18
Figura 18 Los dos tipos de partículas agrupadas usadas en las pruebas de corte simple de Hashim & Sharrock (2009) en PFC3D.	19
Figura 19 Comparación de la tasa de percolación adimensional de partículas de percolación esféricas en una matriz de paralelepípedos y cilindros, Hashim & Sharrock (2009).....	19
Figura 20 Comparación de la tasa de percolación adimensional de partículas de percolación no esféricas en una matriz de paralelepipedos y cilindros, Hashim & Sharrock (2009).....	20
Figura 21 SCPG de Hashim & Sharrock (2012).	21
Figura 22 Comparación de la DPR obtenida por la SCPG de Hashim & Sharrock (2012) y por Bridgwater et al. (1978).....	22
Figura 23 Granulometría utilizada en los experimentos del modelo físico	27
Figura 24 Perfil longitudinal, distancia en centímetros.....	28
Figura 25 Perfil transversal y Perfil transversal ampliado, distancia en centímetros.	29
Figura 26 Vista en planta, distancia en centímetros.	29
Figura 27 Vista en planta del modelo físico.....	30
Figura 28 Detalle del diseño del pilar zanja y de los puntos de extracción, distancia en centímetros.	30
Figura 29 Perfil longitudinal del modelo físico recién cargado, distancia en centímetros.....	33

Figura 30 Imágenes del experimento de extracción uniforme.	37
Figura 31 Imágenes del experimento de extracción aislada.	38
Figura 32 Acumulación de partículas de menor tamaño en los bordes del IMZ.	39
Figura 33 Geometría rectangular en REBOP.	44
Figura 34 Vista en planta de la geometría y la posición de los puntos de extracción en REBOP.	44
Figura 35 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.	46
Figura 36 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.	46
Figura 37 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.	47
Figura 38 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.	47
Figura 39 al 94,5% Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.	48
Figura 40 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente... ..	51
Figura 41 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente... ..	51
Figura 42 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente... ..	52
Figura 43 Diámetro del elipsoide de movimiento para experimento de extracción aislada y sus simulaciones respectivas en REBOP.	53
Figura 44 Análisis diferencial Janssen – Walker (Nedderman, 1992).	59
Figura 45 Matriz I al inicio del código.	66
Figura 46 Matriz I al final del código.	66
Figura 47 Matriz I al inicio (izquierda) y final (derecha) del código.	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Resumen de las características de los estudios de migración de finos realizados según diferentes autores.....	4
Tabla 2 Parámetros de prueba y partículas usadas en el SCPG, Hashim & Sharrock (2012).....	22
Tabla 3 Resumen de variaciones en la tasa de percolación adimensional según Hashim & Sharrock (2012).....	23
Tabla 4 Resumen de los valores de factores de escala en función del factor de escala de longitud.	25
Tabla 5 Resumen experimentos.....	32
Tabla 6 Resumen de los resultados de los experimentos.....	40
Tabla 7 Descripción de las simulaciones.....	41
Tabla 8 Propiedades utilizadas en el modelo de bloques de REBOP.....	43
Tabla 9 Tamaños de partículas utilizados en el experimento y simulaciones de extracción uniforme.	45
Tabla 10 Punto de entrada de dilución según puntos de extracción para el experimento de extracción uniforme y sus simulaciones correspondientes en REBOP.	49
Tabla 11 Errores cuadráticos medios de las simulaciones en REBOP.....	50
Tabla 12 Tamaño de partículas utilizados en el experimento y simulaciones de extracción aislada.	50
Tabla 13 Punto de entrada de dilución para el experimento de tiraje aislado y sus simulaciones correspondientes en REBOP.	53
Tabla 14 Tabla resumen cálculo carga vertical teórica para prototipo y modelo.....	62
Tabla 15 Porcentaje seleccionado de cada unidad geotécnica.	63
Tabla 16 Porcentaje de masa acumulado para las partículas gruesas en el modelo.	64

1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta la introducción al tema de investigación mostrando la motivación del trabajo junto con su justificación, el objetivo general, los objetivos específicos, los alcances y la estructura de la memoria.

1.1. Motivación del trabajo

Para minería de Caving, el hecho que los fragmentos finos de roca pueden migrar más rápidamente que fragmentos gruesos, puede tener un significativo impacto en la recuperación y/o dilución, particularmente si los finos están asociados a altas o bajas leyes (Pierce 2009). Esto se puede tener por ejemplo, si la mena fragmenta de tamaño fino y la ganga de tamaño más grueso, donde podría ocurrir un enriquecimiento de las reservas a medida que los finos se mueven más rápidamente que los gruesos (Laubscher 2000).

Además, el material fino puede impactar el negocio minero en temas como la seguridad. Existe evidencia que sugiere que los finos pueden acumularse en porciones estancadas del hundimiento (Pierce 2009), con lo que, si el agua está presente, se puede combinar con finos acumulados para formar un barro inestable, presentando un riesgo para los trabajadores (Guest 2008)¹.

El flujo gravitacional de las partículas continúa siendo complejo de determinar y la migración de finos, un tema particular del flujo gravitacional, no escapa de esta regla. Considerando que el material fino presente en minas de Caving puede impactar el negocio minero desde distintos ámbitos como recuperación, dilución y seguridad, el conocimiento para aumentar o mitigar la migración de finos, según sea el caso, se vuelve fundamental en minas de Caving que presenten estos problemas y permite generar valor al negocio.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

El objetivo general de esta memoria es realizar experimentos que permitan estudiar la migración de finos en condiciones similares a las encontradas en minas de Caving y comparar los resultados con aquellos obtenidos en simulaciones.

¹ Citado en (Pierce 2009).

1.2.2. *Objetivos Específicos*

Como objetivos específicos se tiene:

- Definir el estado del arte de la migración de finos.
- Diseñar un modelo físico para poder realizar experimentos de migración de finos.
- Definir y realizar experimentos que permitan estudiar la migración de finos y determinar en ellos si la estrategia de extracción tiene una influencia relevante.
- Realizar simulaciones en REBOP emulando los experimentos anteriores con el fin de comparar los resultados.

1.3. **Alcances**

Se estudia el estado del arte de la migración de finos, esto incluye experimentos en celdas de corte, simulaciones de celdas de corte en PFC3D (*Particle Flow Code in 3 Dimensions*), estudios de extracción aislada en modelos físicos, simulaciones de extracción aislada en PFC3D y la formulación de la migración de finos del software REBOP.

Para el diseño del modelo físico, en el que se busca emular una mina de Caving en general, se considera el análisis de similitud entre el modelo y el prototipo, se estudian los factores de escala a utilizar y se analizan las fuerzas externas a la gravedad que proponen diversos autores.

En relación al estudio experimental, se realizan dos experimentos en un modelo físico en los cuales se ubican partículas finas sobre partículas gruesas. Los experimentos no difieren en nada entre sí con la excepción de que son estudiadas dos estrategias de extracción: extracción uniforme (36 puntos de extracción) y extracción aislada. No son estudiados efectos de la humedad, cambios en la granulometría, cambios en la tasa de extracción, cambios en la geometría y ubicación de los puntos de extracción, ni otras variantes por el estilo. Además, se realizan simulaciones en REBOP (versión 3.1) replicando los experimentos (tres por cada experimento) donde es variada la granulometría.

1.4. **Estructura de la memoria**

- **Capítulo 1: Introducción.** Se presentan la motivación del trabajo, los objetivos, los alcances y la estructura de la memoria.
- **Capítulo 2: Revisión Bibliográfica.** Se realiza una revisión crítica de los estudios que tratan sobre migración de finos. En un inicio se presenta una tabla resumen que describe las características de los estudios realizados por diversos autores, posteriormente se presentan sus estudios, principales resultados y conclusiones.

- **Capítulo 3: Metodología.** Se describe la metodología para la realización de los experimentos en el modelo físico. Se incluye los factores de escala según el análisis de similitud, un análisis de fuerzas externas afectando las partículas, la elección de la escala y el diseño del modelo físico, la descripción de los experimentos a realizar, los materiales utilizados y la forma en que se realizaron las mediciones.
- **Capítulo 4: Resultados experimentales.** Este capítulo presenta los resultados de los experimentos realizados en el modelo físico y su posterior análisis.
- **Capítulo 5: Simulaciones y resultados en modelo numérico REBOP.** En este capítulo se describe el modelamiento numérico realizado en REBOP (versión 3.1). Se comparan los resultados e imágenes de las simulaciones con los presentados en el capítulo de resultados experimentales y así se analizan las semejanzas y diferencias entre el modelo físico y las simulaciones.
- **Capítulo 6: Conclusiones.** Este capítulo resume las principales conclusiones y discusiones relacionadas a los experimentos realizados en el modelo físico y a las simulaciones llevadas a cabo en REBOP. También se presentan algunas recomendaciones para trabajos futuros.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se realiza una revisión crítica de estudios que tratan sobre migración de finos, en general los estudios se presentan en orden cronológico junto con sus principales resultados y conclusiones. Los estudios sirven como base para el trabajo realizado.

En la literatura, el fenómeno de migración de finos se refiere a una percolación interpartícula (Bridgwater et al. 1978)². Hashim (2011) describe la percolación como el movimiento o caída de pequeñas partículas a través de espacios entre partículas más grandes debido a corte, cuya causa puede ser producto de vibraciones, planos de corte locales y/o fuerzas gravitacionales.

En particular la mayoría de los estudios sobre migración de finos están asociados a celdas de corte. Los estudios presentados en este capítulo y sus autores se pueden resumir mediante la siguiente tabla:

<i>Autor(es)</i>	<i>Características del estudio</i>
<i>Laubscher (2000)</i>	<i>Modelo de dilución</i>
<i>Bridgwater et al (1978)²</i>	<i>Experimentos en celda de corte</i>
<i>Castro (2006)</i>	<i>Punto de extracción aislado en modelo físico</i>
<i>Pierce (2009)</i>	<i>Celdas de corte en PFC3D Punto de extracción aislado en PFC3D</i>
<i>Hashim & Sharrock (2009)</i>	<i>Celda de corte en PFC3D</i>
<i>Hashim & Sharrock (2010)</i>	<i>Medición de deformación por corte para punto de extracción aislado en modelo físico</i>
<i>Hashim & Sharrock (2012)</i>	<i>Experimentos en celda de corte</i>

Tabla 1 Resumen de las características de los estudios de migración de finos realizados según diferentes autores.

2.1. Laubscher (1994-2000)

Laubscher (1994) define el porcentaje de entrada de dilución (PED o punto de entrada de dilución) como el porcentaje de la columna que ha sido extraída antes que la dilución aparezca en el punto de extracción.

Basado en diversos trabajos y observaciones empíricas, Laubscher propone estimar el PED de la siguiente manera:

$$PED(\%) = \frac{H_c \cdot S - HIZ}{H_c \cdot S} \cdot DCF \cdot 100$$

Ecuación 1 Punto de entrada de la dilución (PED) Laubscher (2000)

² Citado en Cardew (1981), Pierce (2009), Hashim & Sharrock (2009), Hashim (2011) y Hashim & Sharrock (2012).

Donde:

H_c : corresponde a la altura desde el punto de extracción hasta la interfaz mineral/material diluyente.

S: corresponde al factor de Swell (en inglés *Swell factor*). Laubscher (2000) señala que los valores típicos para el factor de Swell son los siguientes: 1.16 para fragmentación fina, 1.12 para fragmentación media y 1.08 para fragmentación gruesa.

HIZ: es la altura de interacción (en inglés *Height of Interaction Zone*), corresponde a la altura desde la cual se produce interacción entre los elipsoides de movimiento. Este valor es función del espaciamiento de los puntos de extracción a través del ápex mayor y de la diferencia en la calidad de roca medida como la diferencia en frecuencia de fractura [FF/M]. La Figura 1 muestra las curvas empíricas propuestas por Laubscher (2000) y tres ejemplos de cálculo.

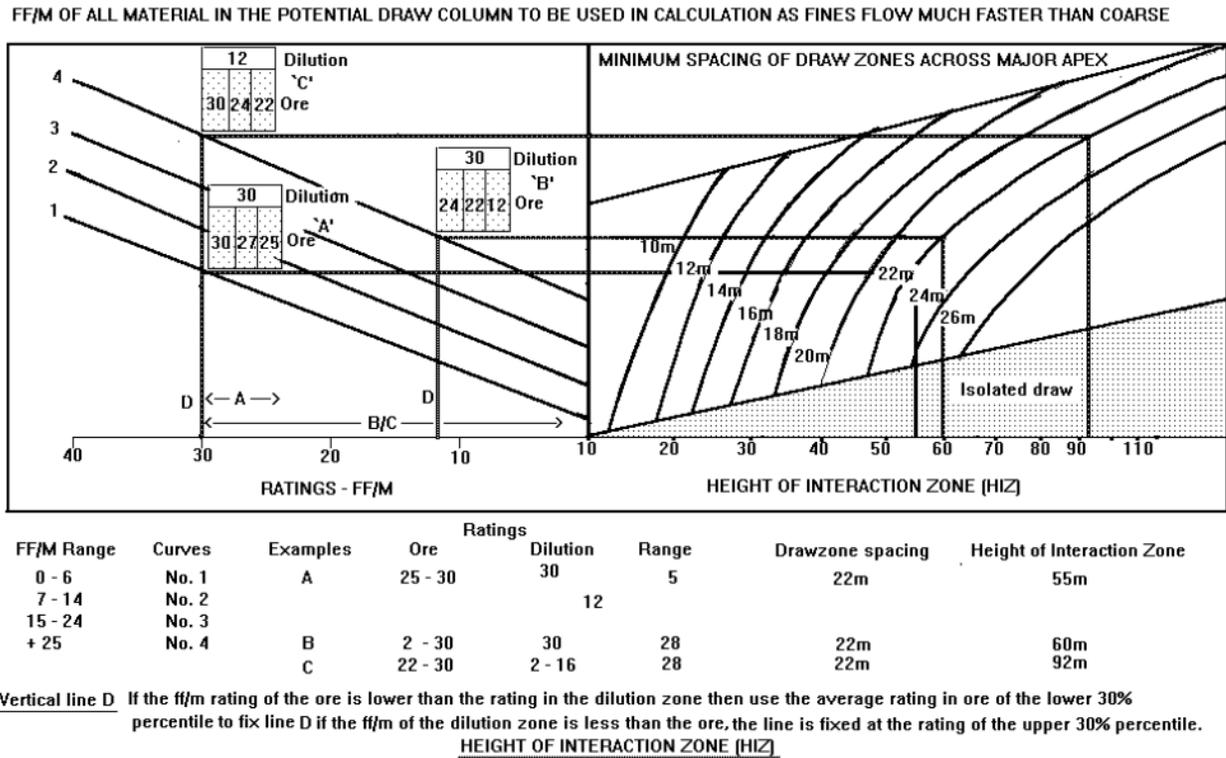
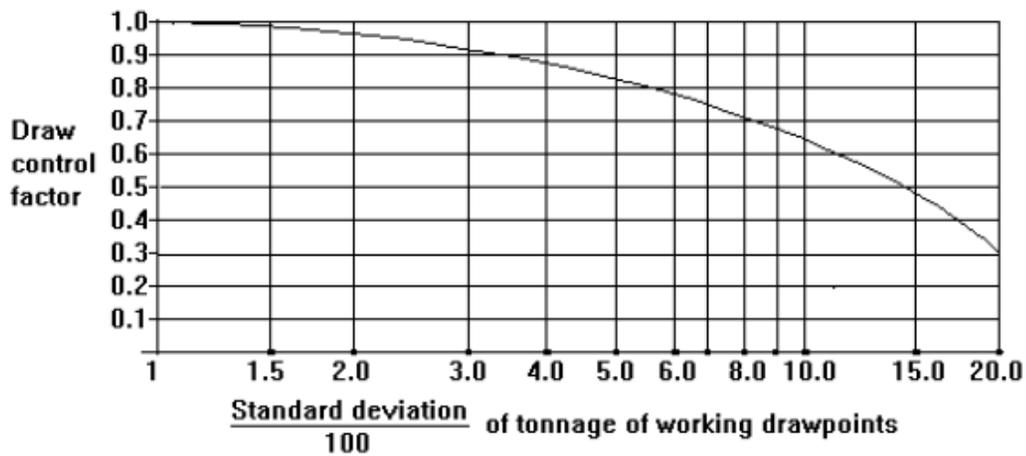


Figura 1 Altura de interacción (HIZ), Laubscher (2000).

DCF: Draw control factor, su cálculo se basa en la desviación estándar de los tonelajes extraídos entre un punto y sus vecinos a una escala de extracción mensual. La Figura 2 ilustra el gráfico propuesto por Laubscher (2000) para el cálculo del DCF y un ejemplo de cálculo.



EXAMPLE:-

D/Ps	W/1	E/1	W/2	E/2	W/3	E/3	W/4	E/4
Monthly tonnage	2000	800	1000	2500	600	1500	800	1800

Mean = 1375 Standard deviation = 682/100 = 7

Draw control factor = 0.75

Figura 2 Factor de control de tiraje (DCF), Laubscher (2000).

Laubscher, basado en reglas empíricas, asume que bajo ciertas condiciones de calidad de roca, alturas de columna, geometría del nivel de producción y control de tiraje, un punto de extracción tiene el mismo punto de entrada de dilución sin considerar por ejemplo la forma de las partículas, la relación de tamaño entre el mineral y el material diluyente, su ubicación espacial, entre otros.

A su vez, Laubscher (1994) señala que el gráfico para la entrada de dilución fue hecho originalmente como una línea recta, pero las observaciones subterráneas muestran que, donde hay dilución temprana, la tasa de entrada sigue una línea curva como se muestra en la Figura 3.

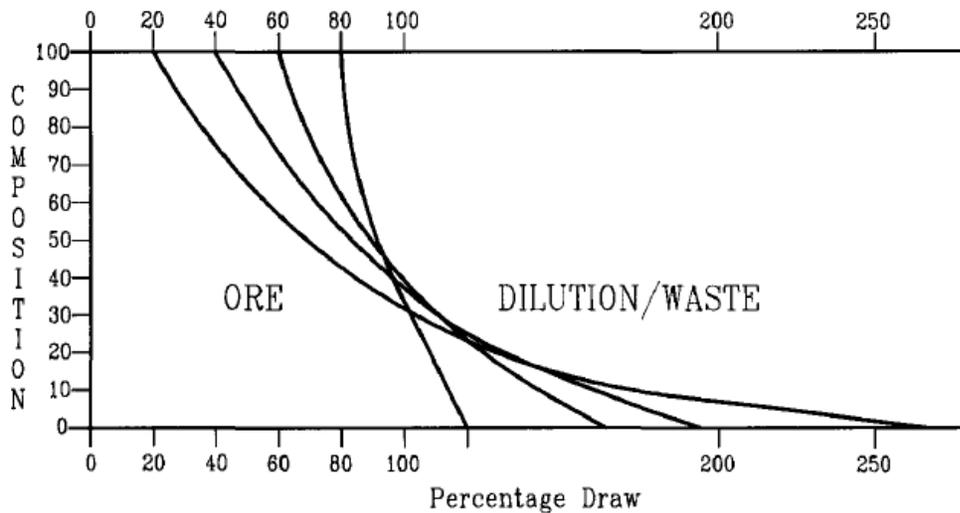


Figura 3 Cálculo de entrada de dilución, Laubscher (1994).

2.2. Bridgwater et al. (1978)

Bridgwater et al. (1978)² llevaron a cabo un gran número de experimentos para medir la percolación, para esto usaron una celda de corte simple con el fin de deformar un lecho rectangular de esferas a la forma de un paralelogramo como lo representa la Figura 4.

Las dimensiones de la celda eran de 354 mm de largo, 355 mm de ancho y 246 mm de alto. Tan solo dos tamaños de partículas eran utilizados para cada experimento (partícula gruesa y partícula fina), abajo se ubicaban las partículas de mayor tamaño y por sobre estas las partículas de menor tamaño. El tiempo requerido para que las partículas finas pasaran por la base fue medido. Variaron el diámetro, densidad y modulo elástico de las partículas y para cada uno de estos cambios la distancia de percolación fue medida. La relación entre el diámetro de partícula fina y el diámetro de partícula gruesa fue el parámetro que tenía el mayor efecto en la tasa de percolación (término adimensional presentado en la Ecuación 2).

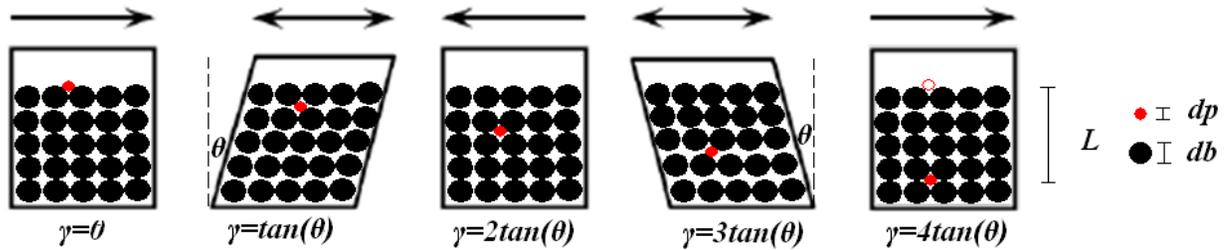


Figura 4 Representación del movimiento de la celda de corte simple de Bridgwater et al (1978).

Así, Bridgwater et al. (1978)² desarrollaron la siguiente expresión donde se relaciona la distancia de percolación media \bar{L} de una partícula fina de tamaño d_p , ubicada en un medio de partículas gruesas de tamaño d_b y que son sometidas a un esfuerzo de corte γ debido al movimiento de la celda de corte (para mayor comprensión ver Figura 4).

$$\frac{\bar{L}}{\gamma d_b} = k_1 \exp\left(-k_2 \frac{d_p}{d_b}\right)$$

Ecuación 2 Tasa de percolación adimensional.

k_1 y k_2 fueron dos constantes equivalentes a 20 y 8 respectivamente. El término de la izquierda de la Ecuación 2 fue denominado tasa de percolación adimensional (en inglés *dimensionless percolation rate* abreviado por DPR), la cual es una medida de la distancia más probable que una partícula fina aislada cae en un medio de partículas esféricas de tamaño d_b sometidas a una deformación por corte de 1, es decir, cuando la celda de corte ha tenido un movimiento de 45° ($\tan 45^\circ = 1$).

La Ecuación 2 indica que cuando el tamaño de las partículas finas se aproxima al tamaño de las partículas gruesas se requiere de una mayor deformación por corte para que la percolación ocurra.

La tasa de percolación adimensional es relativamente insensible a las propiedades del material (excepto al tamaño de partícula) aunque cabe destacar que materiales con densidades mayores mostraron mayores tasas de percolación, al igual que materiales con menores módulos de deformación.

Bridgwater et al (1978)² también hallaron que la tasa de percolación adimensional aumentaba a tasas de deformación por corte bajo 0.4 s^{-1} (velocidad a la que ocurre la deformación por corte en la celda), esto tiene sentido debido a que las partículas finas tienen más tiempo para aprovechar los espacios de las partículas gruesas a tasas de deformación por corte menores.

2.3. Pierce (2009)

2.3.1. Estudio de migración de finos sobre un punto de extracción aislada en PFC3D

Pierce (2009) realizó simulaciones de un punto de extracción aislado en PFC3D con esferas. Las dimensiones del modelo eran 19.25 m x 19.25 m x 42 m de ancho, largo y alto respectivamente y el radio del punto de extracción fue de 7 m. Las partículas gruesas correspondían a dos partículas agrupadas con relación de aspecto 1.5:1:1. Una capa de partículas finas de 0.75 m de espesor fue añadida 20 m sobre el punto de extracción. Las partículas finas tenían propiedades similares a las gruesas excepto que eran esféricas (no agrupadas) y poseían un diámetro uniforme igual al 20% del diámetro promedio de las partículas gruesas.

Los finos, junto con los gruesos agrupados rodeándolos, fueron divididos en celdas circunferenciales de igual ancho para permitir el rastreo de los desplazamientos horizontales. La Figura 5 es una vista en planta en la elevación de la capa de finos mostrando la localización de diferentes celdas, la zona color naranja corresponde a la celda #1 (la más cercana al punto de extracción) y así avanzando se llega hasta la zona color rojo que corresponde a la celda #6. La línea de color negro indica que el borde exterior del punto de extracción está 20 m más abajo y las partículas de color negro es la zona más allá de la celda #6.

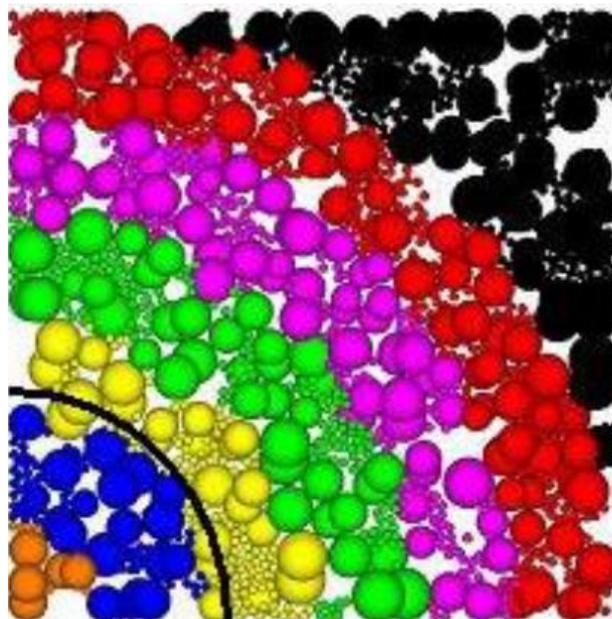


Figura 5 Vista en planta a través de la capa de finos cuyos colores representan distintas celdas, Pierce (2009).

La Figura 6 ilustra la localización de los finos y los gruesos agrupados para cada celda en varias etapas de extracción, las partículas restantes han sido ocultadas. La deformación promedio de las partículas del modelo fueron graficadas en una grilla para indicar el sentido general del movimiento resultante de la extracción.

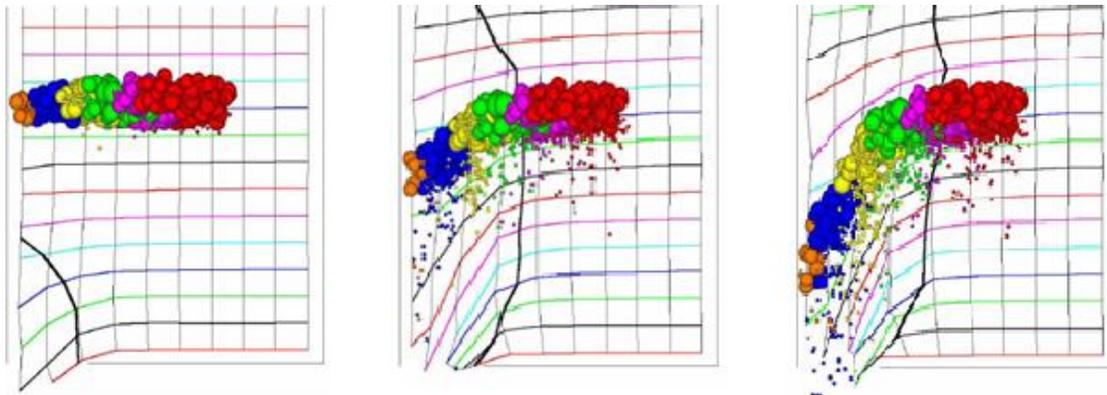


Figura 6 Posición de partículas gruesas y finas después de 0.25% (izquierda), 2.9% (centro), 4.9% (derecha) de extracción, Pierce (2009).

Al examinar la posición de las partículas Pierce (2009) notó que en etapas tempranas de extracción, algunas partículas finas percolan hacia abajo una corta distancia bajo leves perturbaciones. A medida que la extracción continúa, la capa comienza a moverse más rápidamente sobretodo por sobre el punto de extracción (cerca de la celda #1 color naranja), a este punto, el desplazamiento vertical de los finos se incrementa relativo al material grueso. La percolación continúa a una tasa mucho más lenta más lejos del punto de extracción (cerca de la celda #6 color rojo).

Las diferencias en desplazamiento vertical entre partículas finas y gruesas son ilustradas en la Figura 7, la cual considera partículas pertenecientes a la celda #2 (celda cercana al centro del punto de extracción de color azul) vs la celda #6 (celda lejana al centro del punto de extracción de color rojo).

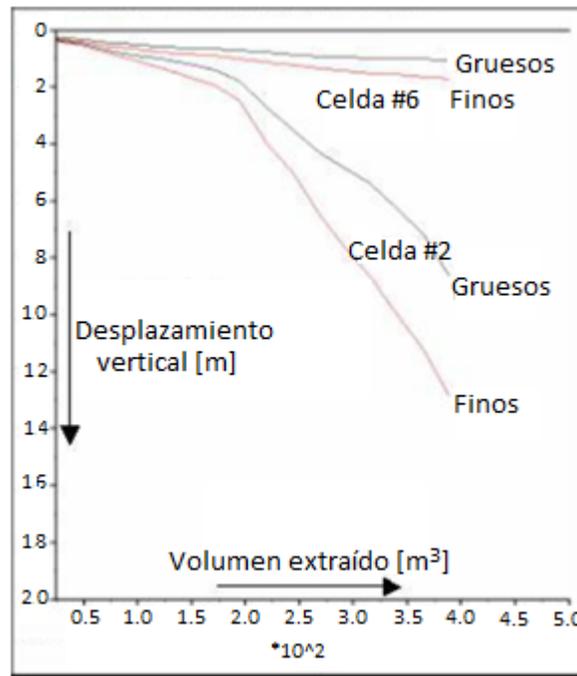


Figura 7 Desplazamiento vertical de las partículas gruesas vs finas en la celda #2 y #6 en función del volumen extraído, Pierce (2009).

La Figura 8 ilustra el movimiento de partículas gruesas y finas desde la celda #3 (ahora color rojo, antes color amarillo) por un periodo de extracción más largo. El resto de las partículas gruesas en el modelo se han ocultado. La deformación promedio de las partículas del modelo se representa como una cuadrícula. La línea de color negro representa el límite de las partículas gruesas que se han desplazado 1 m en vertical.

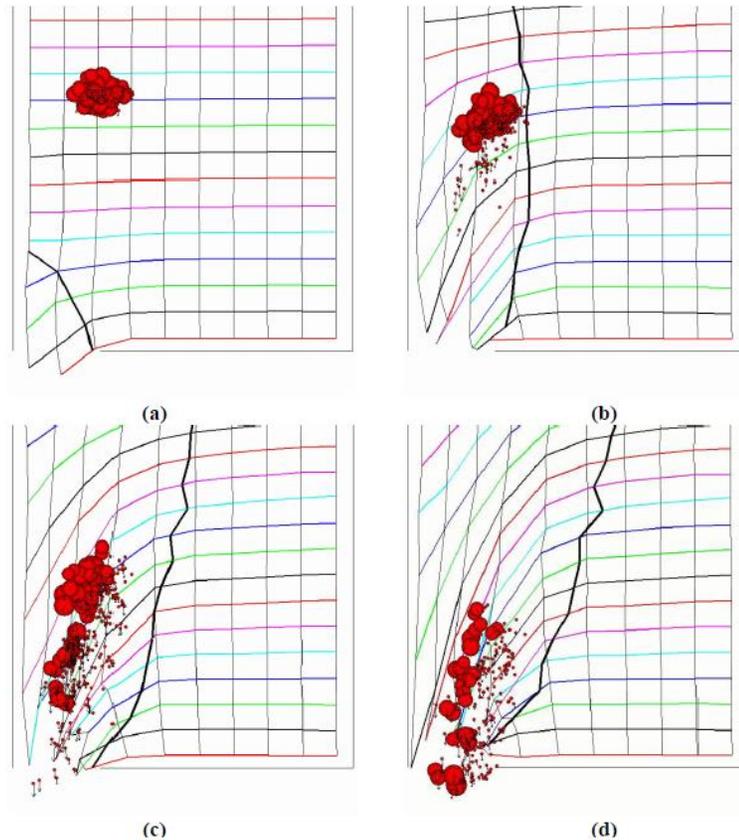


Figura 8 Posición de las partículas finas y gruesas en la celda # 3 después de extraer 0% (a), 3% (b), 6% (c) y 9% (d) del volumen total de modelo, Pierce (2009).

Pierce (2009) concluyó que los finos se mueven menos lateralmente que los gruesos y que cuando migran, en general lo hacen verticalmente.

Considerando además que la zona de movimiento aislada (IMZ) se vuelve cada vez más angosta a medida que las partículas avanzan, se tiene que las partículas finas tienden a migrar más y más cerca de los límites del IMZ, acumulándose ahí, donde las velocidades son más bajas. Pierce (2009) sugirió que este fenómeno era una manera de explicar la acumulación de finos observada en algunas operaciones mineras.

2.3.2. Celda de corte en PFC3D comparación con Bridgwater et al. (1978)

Pierce (2009) construyó un modelo simplificado de la celda de corte de Bridgwater et al. (1978)² en PFC3D (ver Figura 9). El modelo consistía en una caja rectangular de 354 mm de largo, 355 mm de ancho y 246 mm de alto, compuesta de seis paredes planas sin fricción, llenadas con partículas esféricas de tamaño uniforme. La tasa de deformación por corte de la celda también era de 0.4 s^{-1} .

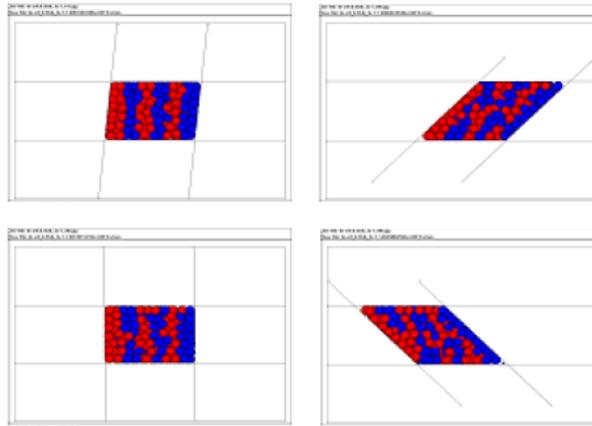


Figura 9 Celda de corte en PFC3D de Pierce (2009).

Con la excepción del módulo de Young, las propiedades de las partículas usadas en el modelo de corte de Pierce (2009) son equivalentes a las esferas usadas en los experimentos de Bridgwater et al (1978)². Las partículas finas tuvieron propiedades equivalentes a las partículas gruesas excepto a su diámetro que era menor.

Las partículas finas fueron ubicadas sobre las gruesas y lo suficientemente apartadas tal que no se interfirieran una a la otra. Tres pruebas fueron llevadas a cabo, estas pruebas se diferenciaron entre sí en diferentes relaciones de diámetros de partícula: 0.25, 0.375 y 0.5. La distancia de percolación de cada partícula fina fue normalizada respecto al diámetro de partícula gruesa y a la deformación por corte para permitir directa comparación con la tasa de percolación adimensional de Bridgwater et al (1978)² Así se obtuvo la Figura 10.

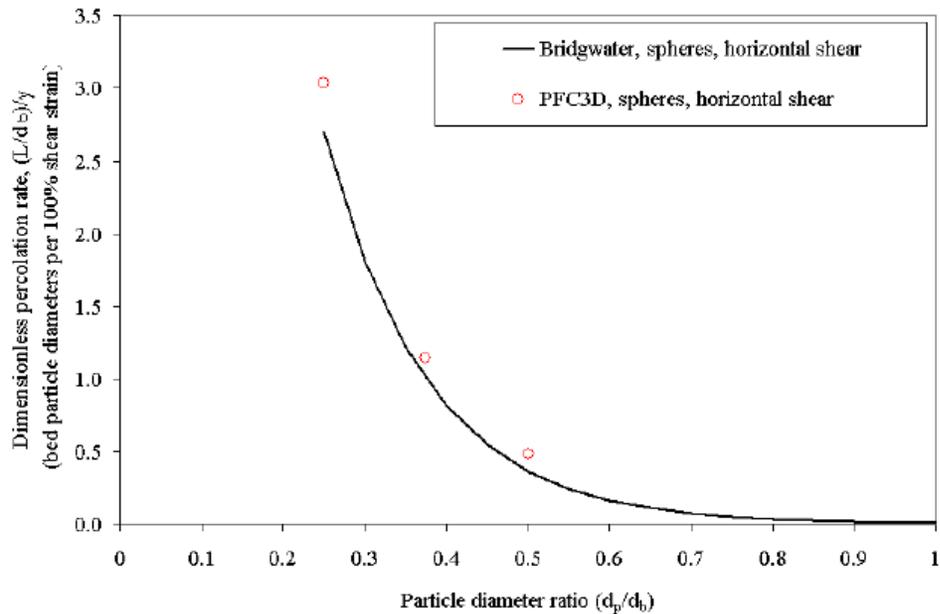


Figura 10 Comparación de la tasa de percolación de las pruebas de corte simple de Bridgwater et al. (1978) y las simulaciones en PFC3D de Pierce (2009).

De la Figura 10 se puede apreciar que entre el resultado experimental y PFC3D casi no hay diferencias por lo que se deduce que PFC3D es capaz de representar las pruebas de corte simple de Bridgwater et al (1978)².

2.3.3. Celda de corte en PFC3D variación de la dirección de la deformación por corte y forma de la partícula

En minas de Block/Panel Caving la diferencia de velocidad entre partículas produce principalmente una deformación por corte vertical. Debido a esto y con el fin de estudiar alguna variación producto de un cambio en la dirección de corte, Pierce (2009) rotó en 90° la dirección de corte de la celda de corte en PFC3D, para determinar el potencial efecto en la tasa de percolación. Para esto utilizó relaciones de diámetro de partícula de 0.25 y 0.375. Además, las pruebas fueron repetidas con dos partículas agrupadas (relación de aspecto 1:1.5), para examinar la influencia de la forma de la partícula en la tasa de percolación.

Como lo muestra la Figura 11 al cambiar la dirección de la deformación por corte la tasa de percolación aumentó ligeramente, indicando que la dirección de corte (relativa a la gravedad) no tiene influencia significativa en la tasa de percolación, sugiriendo que los experimentos en celdas de corte con deformación horizontal son capaces de representar la deformación por corte vertical de minas de Block/Panel Caving. Por otro lado, partículas agrupadas en relación de aspecto 1:1.5 no tuvieron una influencia considerable en la tasa de percolación.

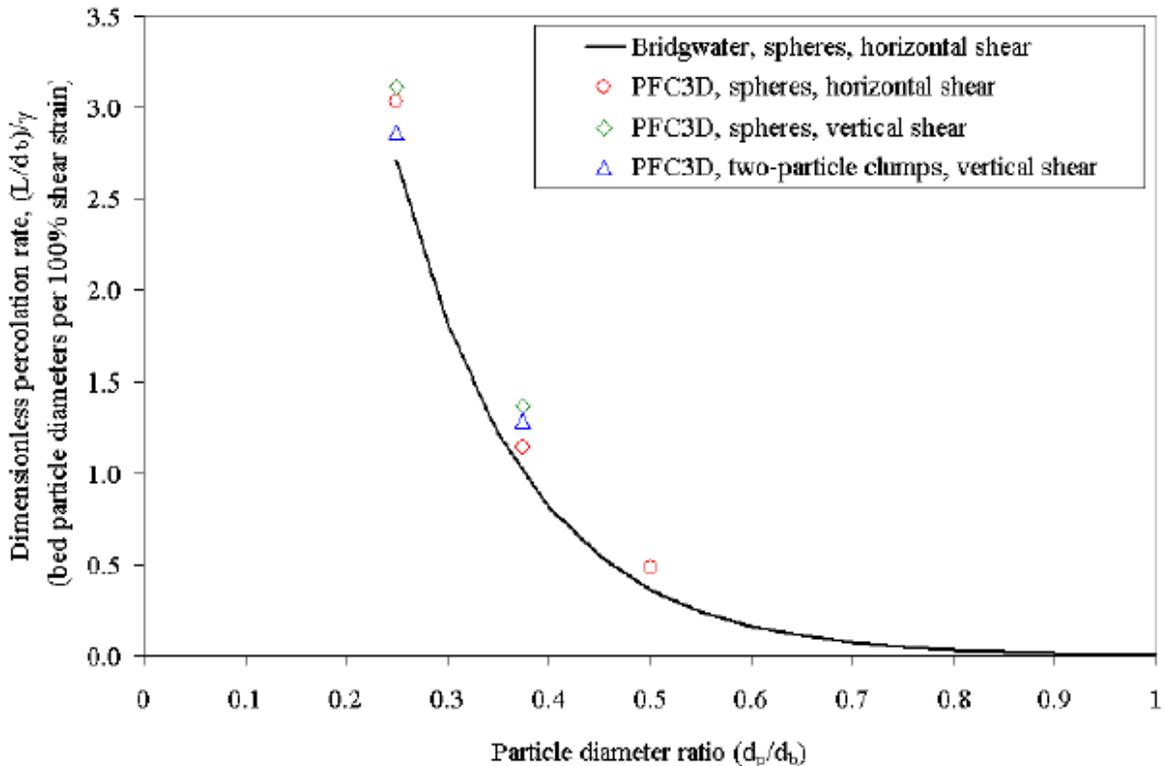


Figura 11 Tasa de percolación adimensional para partículas esféricas con corte horizontal, corte vertical y para partículas agrupadas con corte vertical, Pierce (2009).

2.3.4. Celda de corte en PFC3D con partículas con distribución de tamaños

Con el objetivo de obtener tasas de percolación para materiales más cercanos a representar la roca hundida, Pierce (2009) llevó a cabo una serie de pruebas de corte en PFC3D en modelos de dos partículas agrupadas con distribución de tamaños gaussiana.

El tamaño de la celda de corte fue aumentado a un cubo de 20 m. Pruebas de corte fueron simuladas para cuatro diferentes distribuciones de tamaño según se muestra en la Figura 12.

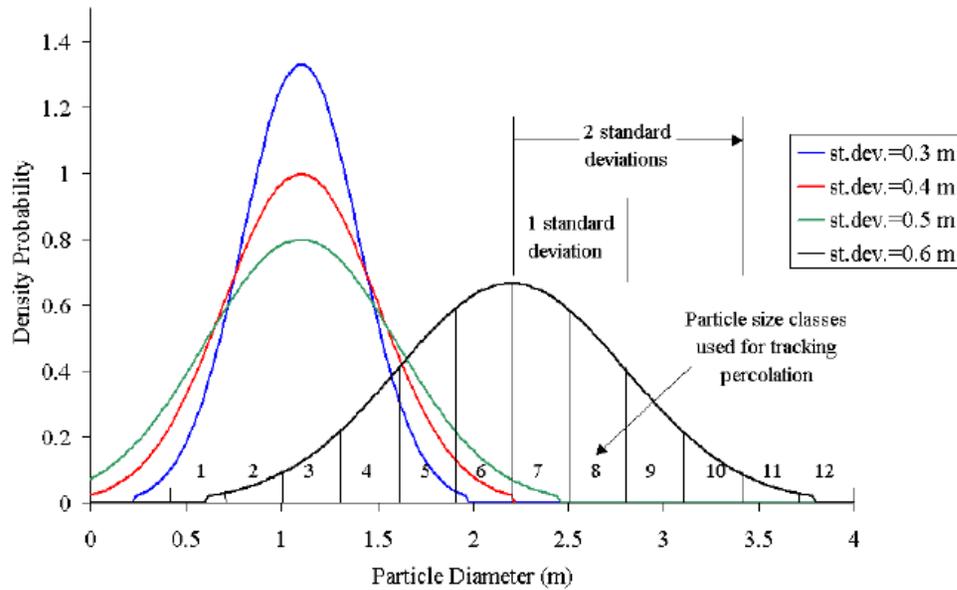


Figura 12 Distribución de tamaños examinados por Pierce (2009) en PFC3D.

Pierce (2009) propuso que, para modelos con distribuciones de tamaño, la distancia de percolación era una función de la relación de los diámetros de partícula promedio, al igual de cómo se tenía anteriormente para modelos mono tamaño. Así se tuvo que la tasa de percolación para una distribución de tamaños, al igual que para partículas de monotamaño, es controlada por la relación de su diámetro con el diámetro promedio del modelo, mediante una ecuación exponencial negativa como lo muestra la Figura 13.

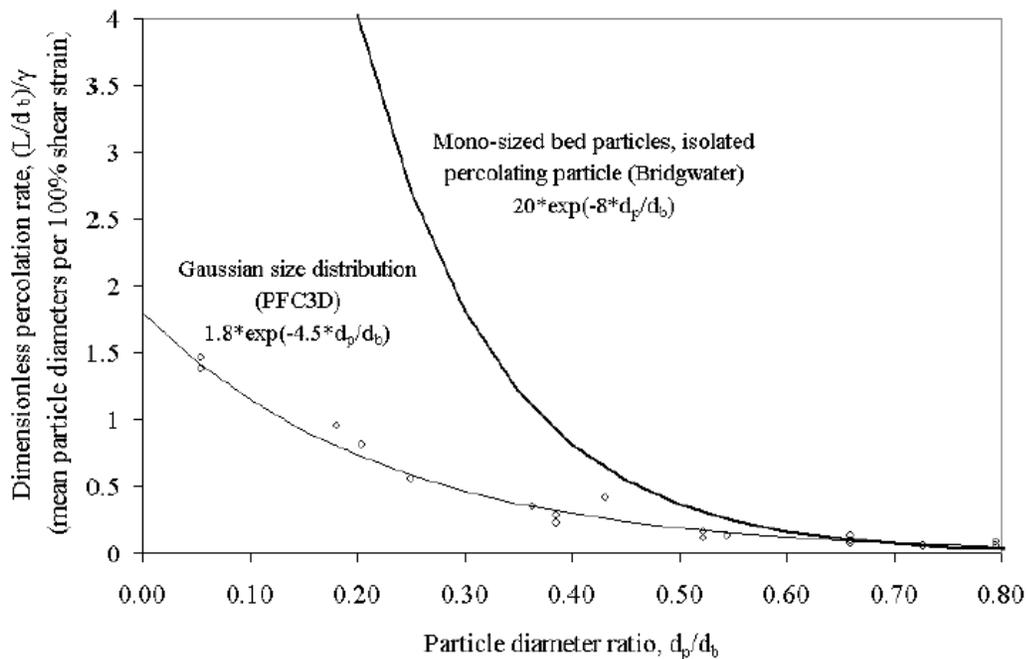


Figura 13 Tasa de percolación adimensional para material con distribución Gaussiana en PFC3D, Pierce (2009).

Sin embargo, las tasas de percolación son mucho más bajas porque al tener las partículas una distribución de tamaño restringen la habilidad de los finos para percolar descendientemente debido a que los espacios vacíos tienden a ser rellenados por partículas gruesas menores al diámetro promedio.

2.3.5. Celda de corte en PFC3D, efecto en la tasa de deformación por corte

Con el fin de estudiar el efecto de la tasa de deformación por corte (es decir, la velocidad a la cual ocurre la deformación por corte en la celda) Pierce (2009) utilizó tasas de deformación de 0.1 s^{-1} y 0.2 s^{-1} (anteriormente solo se habían ocupado de 0.4 s^{-1}) que fueron modeladas en PFC3D, para determinar la influencia en las tasas de percolación para un material con distribución gaussiana. El resultado, que se encuentra graficado en la Figura 14, muestra que la tasa de deformación por corte tiene una significativa influencia en la tasa de percolación adimensional. Esto tiene sentido porque los espacios que se forman entre partículas gruesas están abiertos por menos tiempo a medida que la tasa de deformación por corte de la celda se incrementa, entonces, la probabilidad para una partícula fina de pasar a través de una capa de gruesas disminuye. Mayores tasas de extracción en una mina explotada por Block/Panel de Caving pueden estar asociadas a mayores tasas de deformación por corte en las partículas, con lo que se disminuye la migración de finos.

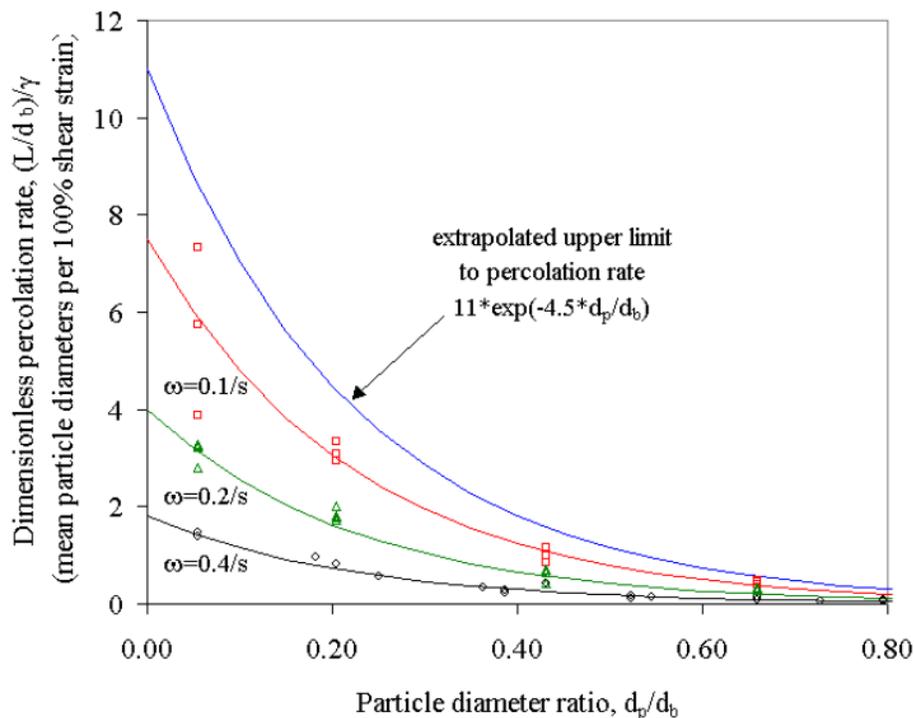


Figura 14 Tasa de percolación para un material con distribución Gaussiana en PFC3D en función de la tasa de deformación, Pierce (2009).

Al ajustar los datos de la Figura 14 a curvas exponenciales negativas según la Ecuación 2 Pierce (2009) estableció los valores de las constantes k_1 y k_2 en función de la tasa de deformación por corte de la celda. Extrapolando hacia una tasa de deformación igual a cero, se obtienen las constantes que representa un límite superior (tasa de deformación por corte igual a cero). La variación de las constantes k_1 y k_2 en función de la tasa de deformación por corte de la celda se encuentra graficada en la Figura 15.

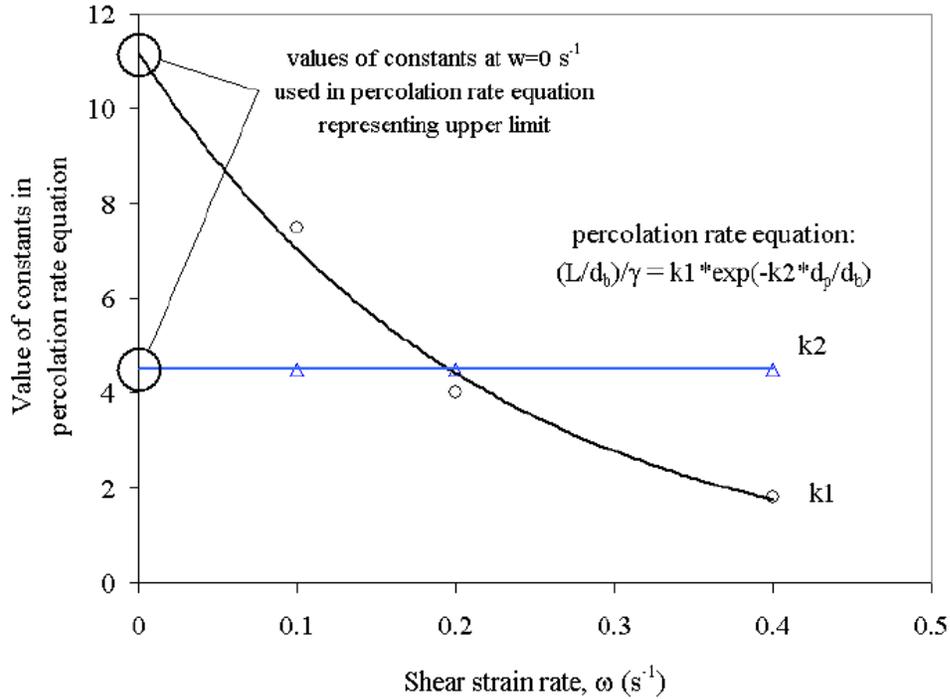


Figura 15 Valores de las constantes k_1 y k_2 en función de la tasa de deformación por corte, Pierce (2009).

De la Figura 15 es posible concluir que k_2 no depende de la tasa de deformación por corte, al menos para partículas gruesas con distribución de tamaños gaussina.

2.3.6. Formulación de la migración de finos en REBOP

REBOP discretiza el elipsoide de movimiento a través de múltiples discos de diferentes diámetros a diferentes alturas. Para un disco en particular de radio R , el perfil de velocidad pasa linealmente desde velocidad cero en el borde del elipsoide de movimiento, a velocidad máxima en un intervalo de ancho w (correspondiente aproximadamente a diez veces el diámetro promedio de las partículas del disco), luego, desde w hasta $2R-w$ la velocidad permanece constante, es decir equivale siempre a la velocidad máxima y finalmente desde $2R-w$ hasta $2R$ se pasa linealmente a velocidad cero según como lo muestra la imagen izquierda de la Figura 16.

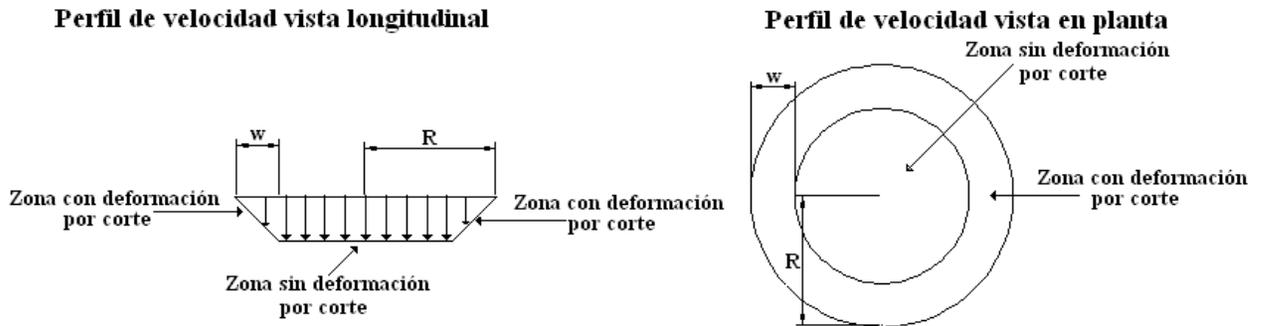


Figura 16 Perfil de velocidad de los discos del IMZ en REBOP, izquierda vista longitudinal, derecha vista en planta.

Así, según este perfil de velocidad y como lo muestra la imagen derecha de la Figura 16, lo que se tiene es un disco más pequeño de ancho $R-w$ donde no hay deformación por corte (velocidad constante en función del espacio) y rodeando este se forma un anillo de ancho w donde sí hay deformación por corte (velocidad variable en función del espacio). Esto es relevante pues como se ha visto durante este capítulo, la percolación es directamente proporcional a la deformación por corte y así también es planteada en REBOP, con lo que una zona sin deformación por corte no tiene percolación.

Cabe destacar que este perfil de velocidad corresponde a un punto de extracción aislado, para múltiples puntos los perfiles de velocidad se suman obteniendo así un perfil más irregular.

Pierce (2009) señala que para un marcador, dentro del anillo de corte, que está sujeto a un desplazamiento vertical incremental Δz_m la deformación por corte es controlada por el valor mínimo entre el radio R del disco y el ancho w del anillo de corte al cual reside según la Ecuación 3.

$$\Gamma = \frac{\Delta z_m}{\min(R, w)}$$

Ecuación 3 Deformación por corte en REBOP, Pierce (2009).

Pierce (2009) sugiere que la ecuación de percolación para materiales con distribución gaussiana tiene la siguiente forma:

$$\bar{L} = \Gamma \bar{d} k_1 \exp\left(-4.5 \frac{d_p}{\bar{d}}\right)$$

Ecuación 4 Distancia de percolación promedio teórica de una partícula en REBOP, Pierce (2009).

La Ecuación 4 se deriva de la Ecuación 2 despejando \bar{L} (desplazando hacia la derecha la deformación por corte junto con el tamaño promedio de partícula gruesa). \bar{L} corresponde a la distancia de percolación promedio, Γ está relacionado a la deformación por corte (Ecuación 3) y d_p/\bar{d} es la relación del diámetro de la partícula de percolación y el diámetro promedio de las partículas. k_1 depende de la Figura 15 donde se establece que su valor límite corresponde a 11 para tasas de deformación por corte muy bajas y k_2 ya ha sido reemplazado por 4.5 según la Figura 15.

Así, conociendo el tamaño de la partícula de percolación, tomando el valor 11 para k_1 y considerando la Ecuación 3 para calcular la deformación por corte, Pierce (2009) pudo establecer la distancia de percolación promedio para una partícula fina. Cabe destacar que REBOP permite la migración solo de las partículas que poseen un diámetro menor que el diámetro promedio de todas las demás partículas que pertenecen a un mismo disco (es decir las partículas “gruesas” no migran).

Por otro lado, los experimentos de Bridgwater et al (1978)² indicaron que hay una significativa variación con respecto al promedio de la distancia de percolación, frente a esto Pierce (2009) consideró el estudio de Cardew (1981) quien derivó el número de Peclet (adimensional) para las condiciones modeladas por Bridgwater et al. (1978)².

El número de Peclet es presentado a continuación donde σ corresponde a la desviación estándar del tiempo de residencia medio de las partículas finas en la celda de corte y t_m es el tiempo de residencia medio de las partículas finas en la celda, todo esto dentro de una celda de corte de altura L .

$$P_e = 2 \frac{d_b}{L} \left(\frac{t_m}{\sigma} \right)^2$$

Ecuación 5 Número de Peclet, Cardew (1981).

Luego, para poder calcular la variación de la distancia de percolación media, Pierce (2009) substituyó el tiempo de residencia medio t_m por la distancia de percolación media \bar{L} , y la desviación estándar del tiempo de residencia medio σ por la desviación estándar de la distancia de percolación L^* , así obtuvo lo siguiente:

$$L^* = \sqrt{\frac{2d_b\bar{L}}{P_e}}$$

Ecuación 6 Desviación estándar en la distancia de percolación, Pierce (2009).

Bajo el supuesto que las partículas finas no ascienden, Cardew (1981) notó que el número de Peclet de las partículas finas correspondía a 2, así Pierce (2009) reemplazó el número de Peclet por 2 y obtuvo:

$$L^* = \sqrt{d_b\bar{L}}$$

Ecuación 7 Desviación estándar en la distancia de percolación considerando el número de Peclet igual a 2, Pierce (2009).

Según la Ecuación 4 y la Ecuación 7, Pierce (2009) estableció la distancia de percolación promedio junto con la desviación estándar de la distancia de percolación respectivamente, así, es posible asignarle una distancia de percolación variable a cada partícula en función de la distancia de percolación promedio junto con la desviación estándar. Mediante un proceso iterativo de naturaleza estocástica, la distancia de percolación de una partícula no es igual en momentos distintos bajo las mismas condiciones.

2.3.7. Validación de la formulación de REBOP

Para la validación de la formulación de migración de finos Pierce (2009) replicó en REBOP el experimento físico IS-T1 de Castro (2006) quien había estudiado la migración de finos en un modelo físico tridimensional de gran tamaño (3.5 [m] de ancho, 2.5 [m] de largo y 3.3 [m] de alto) representando un punto de extracción aislado. En particular, en el experimento de Castro (2006) denominado IS-T1, examinó cuatro relaciones de tamaño entre “partícula bajo estudio” y partícula de tamaño medio, d_p/d_{50} : 0.11, 0.3, 0.6 y 2.2.

El flujo preferencial fue cuantificado a través de un índice de percolación definido como:

$$p(\%) = \frac{m_{50} - m_p}{m_{50}} \cdot 100$$

Ecuación 8 Índice de percolación, Castro (2006).

Donde m_{50} y m_p eran la masa de llegada de marcadores de 20 mm y de las partículas bajo estudio respectivamente, ubicadas a similares posiciones iniciales (x,y,z).

En la validación Pierce (2009) varió tres diferentes parámetros en REBOP: la habilidad de las partículas de moverse lateralmente durante la percolación, el valor de k_1 y el valor del número de Peclet (Ecuación 6). Bajo la variación de estos parámetros es posible establecer el índice de percolación promedio y su correspondiente desviación estándar para cada caso. El tiempo de extracción para cada marcador fue guardado y comparado con los marcadores de 20 mm originales en la misma ubicación con el fin de calcular el índice de percolación y compararlo con los resultados de Castro (2006). Finalmente, la mejor comparación que obtuvo fue al no permitir el movimiento lateral durante la percolación, considerando un valor de k_1 igual a 11 y un valor de 2 para el número de Peclet.

2.4. Hashim, & Sharrock (2009)

2.4.1. Celda de corte en PFC3D, comparación con Bridgwater et al. (1978) y Pierce (2009)

Hashim & Sharrock (2009) también construyeron en PFC3D un modelo simplificado del aparato experimental de Bridgwater et al. (1978)² pero variando las dimensiones de la celda a casi el doble (700 mm de largo, 700 mm de ancho y 500 mm de alto). Cuatro diferentes relaciones de diámetros de partícula fina/gruesa fueron examinados (0.32, 0.38, 0.45 y 0.5) que estaban asociados a cuatro diferentes diámetros de partícula fina (4.00 mm, 9.50 mm, 11.20 mm y 12.50 mm).

Al igual que Pierce (2009) y Bridgwater et al (1978), Hashim & Sharrock (2009) utilizaron una tasa de deformación por corte de 0.4 s^{-1} . Con el objetivo de prevenir efectos de interacción, las partículas de percolación fueron ubicadas lo suficientemente apartadas para no interferirse las unas a las otras, así, se tuvo lo siguiente:

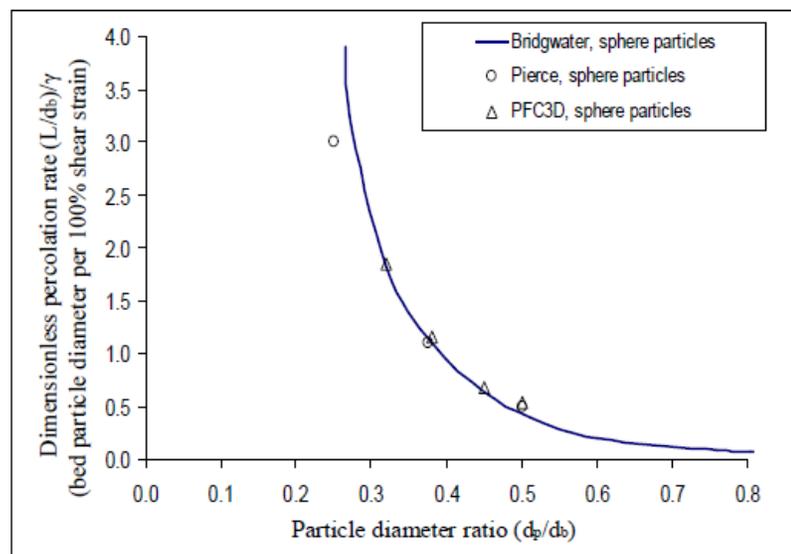


Figura 17 Comparación de la tasa de percolación de las pruebas de corte simple de Bridgwater et al. (1978) las simulaciones en PFC3D de Pierce (2009) y las de Hashim & Sharrock (2009).

De la Figura 17 se aprecia que los resultados de la simulación de Hashim & Sharrock (2009) son en general bastantes cercanos con los experimentos físicos de Bridgwater et al (1978) y las simulaciones previas en PFC3D de Pierce (2009) con lo que se vuelve a validar PFC3D como una herramienta capaz de modelar los experimentos en celdas de corte.

2.4.2. Celda de corte en PFC3D, variación de la forma de la partícula

Por otro lado, Hashim & Sharrock (2009) realizaron simulaciones en PFC3D a partículas de forma esférica, forma cilíndrica y en forma de paralelepípedo (tres y cuatro partículas agrupadas respectivamente, para las dos últimas, ver Figura 18) utilizando nuevamente una tasa de deformación por corte de 0.4 s^{-1} .

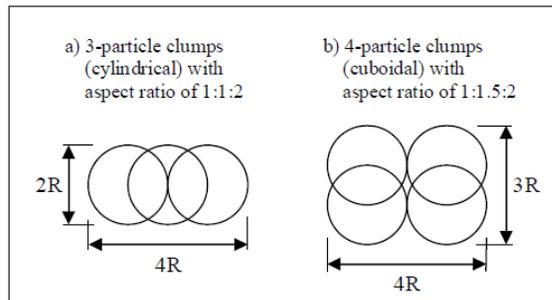


Figura 18 Los dos tipos de partículas agrupadas usadas en las pruebas de corte simple de Hashim & Sharrock (2009) en PFC3D.

Inicialmente la forma de la partícula fue cambiada solo para las partículas gruesas y no para las partículas de finas. Las relaciones de aspecto de 1:1:2 y 1:1.5:2 fueron seleccionadas para representar formas cilíndricas y esféricas respectivamente.

Los resultados, ilustrados en la Figura 19, muestran que la tasa de percolación es significativamente afectada por la forma de la partícula. En particular, las tasas de percolación fueron más afectadas por la forma de paralelepípedo comparado con la forma cilíndrica o esférica.

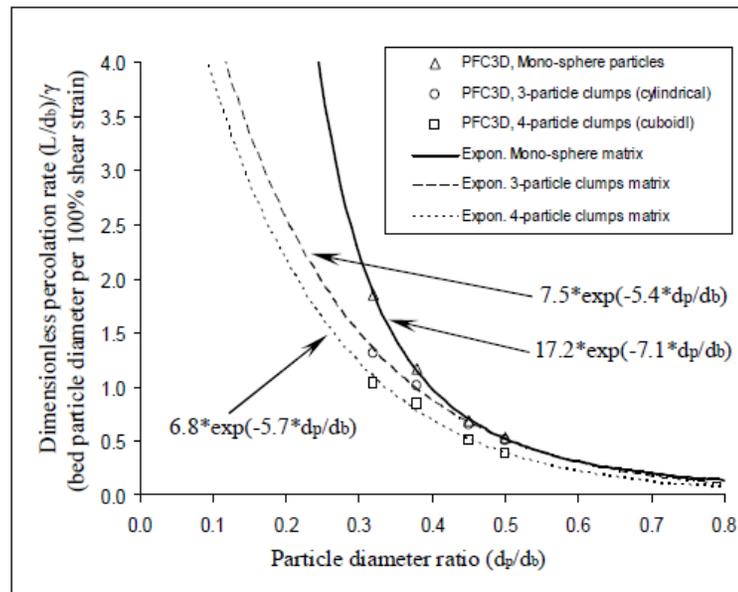


Figura 19 Comparación de la tasa de percolación adimensional de partículas de percolación esféricas en una matriz de paralelepípedos y cilindros, Hashim & Sharrock (2009).

La alta relación de aspecto de las partículas agrupadas de a cuatro, relativo con las otras formas de partículas, promueve mayor trabamamiento y esto reduce significativamente la tasa de percolación.

Hashim & Sharrock (2009) luego cambiaron también la forma de las partículas de finas (anteriormente solo habían cambiado las gruesas), pasaron de esferas a 3 partículas agrupadas (forma cilíndrica) y 4 partículas agrupadas (forma de paralelepípedo) según la Figura 18. Así hallaron que las tasas de percolación para partículas finas de forma no esférica eran menores que las de partículas esféricas como lo muestra la Figura 20.

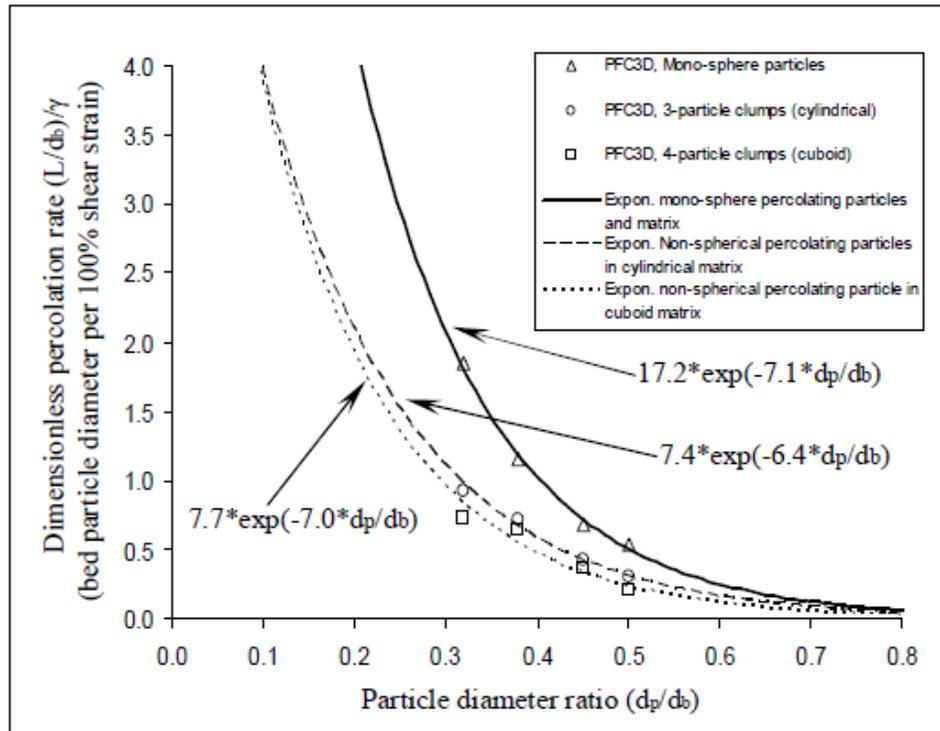


Figura 20 Comparación de la tasa de percolación adimensional de partículas de percolación no esféricas en una matriz de paralelepípedos y cilindros, Hashim & Sharrock (2009).

También Hashim & Sharrock (2009) hallaron que la tasa de percolación de partículas de forma no esférica decrece entre 25-45% para los paralelepípedos y 30-40% para los cilindros donde sugirieron que una posible explicación para este fenómeno es que la densidad de los paralelepípedos, como esferas agrupadas, es mayor que la de los cilindros y esferas, minimizando su vacío. Esto puede reducir los espacios que se forman entre partículas gruesas durante el corte, así, con una menor probabilidad para una partícula fina de pasar a través de un espacio, es esperable que las tasas de percolación se reduzcan significativamente.

2.1. Hashim & Sharrock (2010)

Como se ha visto anteriormente, la deformación por corte constituye un factor fundamental para que exista percolación (directamente proporcional a la distancia de percolación según la Ecuación 2). Es por esto que Hashim & Sharrock (2010) en un experimento de extracción aislada en un modelo físico midieron la deformación por corte por evento de extracción. Para esto pintaron ciertas partículas y procesaron las imágenes obtenidas del modelo físico, así ellos concluyeron que por evento de extracción la deformación por corte era menor a 0.05 en el centro ($\gamma = \tan(\theta) < 0.05$) del elipsoide de movimiento y variaba entre 0.01 y 0.1 en los bordes ($0.01 < \gamma = \tan(\theta) < 0.1$).

2.2. Hashim & Sharrock (2012)

Hashim & Sharrock (2012) replicaron los experimentos de Bridgwater et al (1978)² en una celda de corte pero esta vez utilizando basalto triturado para las partículas gruesas en vez de partículas esféricas. A la celda de corte le llamaron “Shear Cell for Percolation of Geomaterials” (SCPG) y sus dimensiones correspondían a 355 mm de largo x 355 mm de ancho y 250 mm de alto, además utilizaron una tasa de deformación por corte de 0.04 s^{-1} y no de 0.4 s^{-1} como los experimentos de Bridgwater et al (1978)² y las simulaciones de Pierce (2009) y Hashim & Sharrock (2009). La Figura 21 corresponde a una imagen de la celda de corte de Hashim & Sharrock (2012).

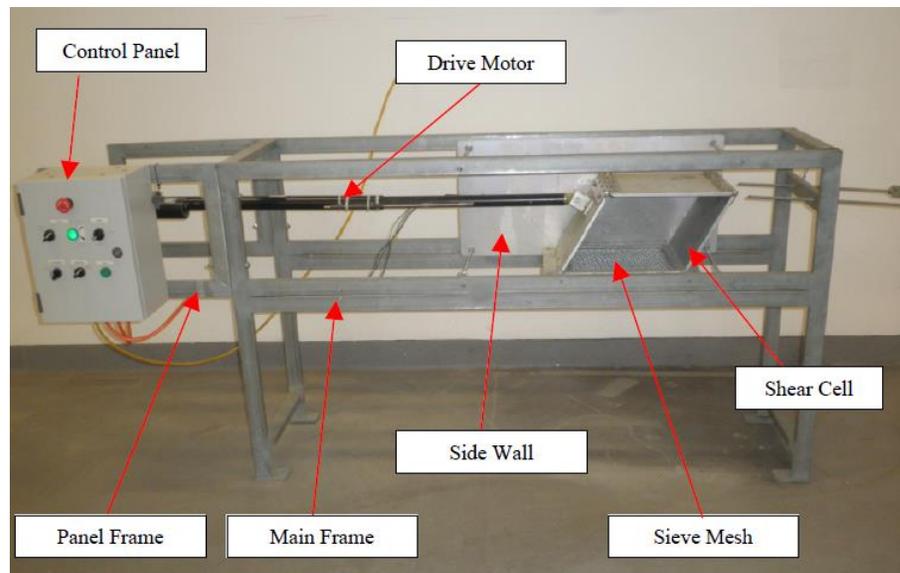


Figura 21 SCPG de Hashim & Sharrock (2012).

La celda SCPG imita una deformación por corte horizontal. Típicamente en minas de Block Caving, la diferencia de velocidad que existe a diferentes radios del centro del IMZ produce una deformación por corte vertical. Pierce (2009) en sus simulaciones en PFC3D demostró que al deformar una celda de corte en sentido vertical (en relación a la gravedad), se obtienen prácticamente los mismos resultados que al hacerlo horizontalmente. Considerando esto se tiene que los experimentos en celdas de corte son capaces de representar lo que se produce en un fenómeno de flujo gravitacional y en particular la celda SCPG lo hace de mejor manera, en relación a la de Bridgwater et al (1978)², al utilizar partículas no esféricas (basalto triturado).

Hashim & Sharrock (2012) variaron el tamaño, forma y densidad de las partículas, además de la tasa de deformación por corte de la celda. La Tabla 2 resume las variaciones de estos parámetros utilizados en la SCPG.

Parámetro de prueba	Partícula de percolación	Partícula gruesa
Efecto de la relación de los diámetros de partícula.	4.00, 5.00, 6.00 mm esferas de vidrio	15.75 mm esfera de vidrio
	2.86, 4.05, 5.21, 6.18 mm basalto triturado	15.75 mm esfera de vidrio
	4.00, 5.00, 6.00 mm esferas de vidrio	13.20 mm basalto triturado
	2.86, 4.05, 5.21, 6.18 mm basalto triturado	13.20 mm basalto triturado
Efecto de la tasa de deformación.	4.00, 5.00, 6.00 mm esferas de vidrio	15.75 mm esfera de vidrio
	2.86, 4.05, 5.21, 6.18 mm basalto triturado	15.75 mm esfera de vidrio
	4.00, 5.00, 6.00 mm esferas de vidrio	13.20 mm basalto triturado
	2.86, 4.05, 5.21, 6.18 mm basalto triturado	13.20 mm basalto triturado
Efecto de la forma de la partícula.	4.00 mm esfera, cubo, cilindro o bi-cono de vidrio	15.75 mm esfera de vidrio
	4.05 mm basalto triturado	15.75 mm esfera de vidrio
	4.00 mm esfera, cubo, cilindro o bi-cono de vidrio	13.20 mm basalto triturado
	4.05 mm basalto triturado	13.20 mm basalto triturado
Efecto de la densidad de la partícula.	4.00 mm esfera de plástico, vidrio o acero	15.75 mm esfera de vidrio
	4.05 mm basalto triturado	15.75 mm esfera de vidrio
	4.00 mm esfera de plástico, vidrio o acero	13.20 mm basalto triturado
	4.05 mm basalto triturado	13.20 mm basalto triturado

Tabla 2 Parámetros de prueba y partículas usadas en el SCPG, Hashim & Sharrock (2012).

Como resultados general se obtuvieron tasas de percolación menores que las de Bridgwater et al (1978)² según lo muestra la Figura 22.

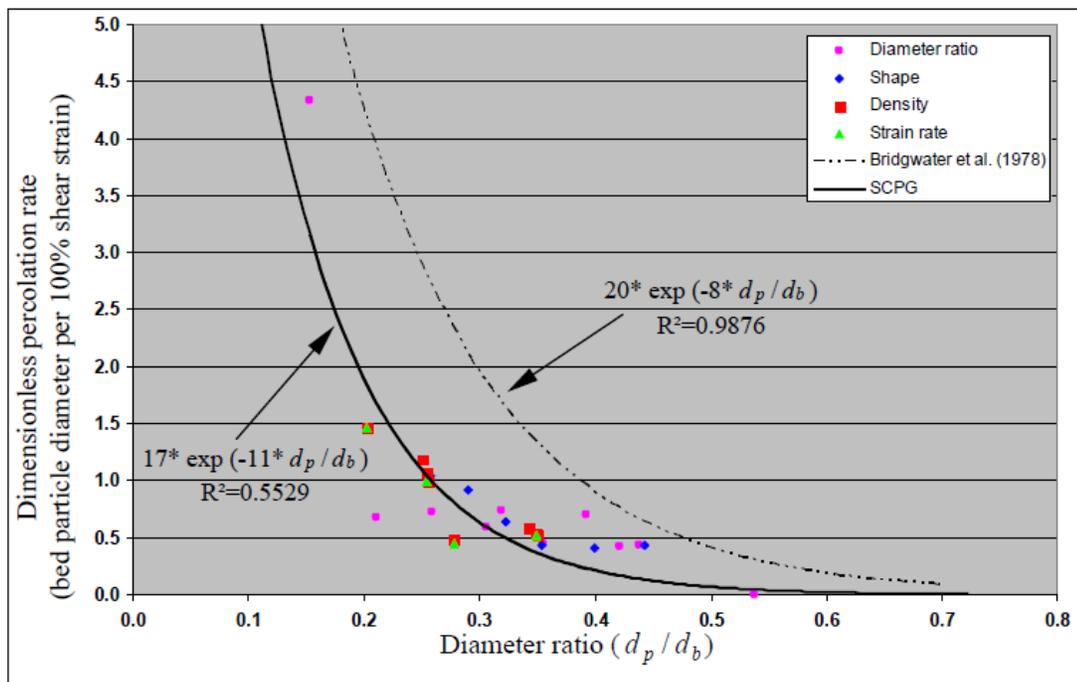


Figura 22 Comparación de la DPR obtenida por la SCPG de Hashim & Sharrock (2012) y por Bridgwater et al. (1978).

A pesar de que al utilizar una menor tasa de deformación por corte se podría inferir que los experimentos de Hashim & Sharrock (2012) presentarían una mayor tasa de percolación adimensional (DPR) que los de Bridgwater et al. (1978)², el hecho de utilizar partículas angulosas (basalto triturado) en vez de partículas esféricas para las partículas gruesas de la celda disminuye considerablemente la DPR. El menor valor de k_1 obtenido por Hashim & Sharrock (2012) indica que producto de la utilización de partículas angulosas se necesita una mayor deformación por corte para alcanzar similares tasas de percolación. De todas formas, la ecuación exponencial desarrollada por Bridgwater et al (1978)² es aplicable a los resultados obtenidos por Hashim & Sharrock (2012).

Por otro lado, de la Figura 22 no queda claro qué sucede a relaciones de diámetro de partícula fina/gruesa menores a 0.2. En teoría a relaciones de diámetro cercanas a cero la tasa de percolación adimensional debiese tomar el valor de k_1 , en este caso 17, pero es probable que si la partícula fina es lo suficientemente pequeña se pueda ver afectada por fuerzas externas, con lo que la tasa de percolación adimensional para estas partículas debiese ser menor. Pruebas en una celda de corte con partículas muy finas responderían a esta interrogante.

En general, la Tabla 3 resume cómo cambia cualitativamente la percolación bajo cambios de algunos parámetros.

Parámetro	Comentario
Relación diámetro de partícula.	Tiene el mayor efecto comparado con otros parámetros, a menor relación mayor percolación.
Tasa de deformación por corte.	A menores tasas de deformación por corte mayor percolación.
Forma de la partícula.	Formas redondeadas percolan más rápido que formas angulares.
Esfuerzo normal.	Un incremento en el esfuerzo normal reduce la velocidad de percolación.
Densidad de la partícula.	Partículas con densidades mayores percolan más rápido que partículas con densidades menores.
Módulo elástico.	Partículas con módulos elásticos pequeños percolan más rápido que partículas con módulos elásticos más grandes
Efectos de la pared.	Partículas más pequeñas percolan más rápido en la pared que en el centro.
Propiedades de la superficie.	En superficies más suaves percolan más rápido que superficies rugosas.

Tabla 3 Resumen de variaciones en la tasa de percolación adimensional según Hashim & Sharrock (2012).

2.3. Conclusiones

De la Ecuación 2 de Bridgwater et al (1978)² no es posible medir los factores k_1 y k_2 directamente en un modelo físico, pues la deformación por corte que sufren las partículas es variable en torno al tiempo, al espacio y además, una partícula que percola cambia su posición con respecto al lugar inicial donde sufrió la deformación por corte. Por otro lado, de la ecuación también se desprende que la deformación por corte es una condición necesaria para que exista migración, de hecho es directamente proporcional, con lo que en teoría a deformación por corte cero (extracción extremadamente uniforme) la percolación de una partícula es cero. Esta deducción viene a través de experimentos en celdas de corte con lo que surge la pregunta si es directo asumir para minas que: ¿Una buena estrategia de extracción permite fomentar o mitigar la deformación por corte de las partículas y en consecuencia la migración de finos?

Otra pregunta interesante a responder es si realmente sucede el fenómeno de acumulación de finos descrito por Pierce (2009) (ver Estudio de migración de finos sobre un punto de extracción aislada en PFC3D página 8), para esto la realización de un experimento de extracción aislada en un modelo físico ayudaría a complementar o rechazar la idea.

Poder responder a cuánto será el PED en una mina de Caving producto de dilución por finos no es una respuesta trivial. Frente a esto los estudios en celdas de corte no permiten responder a esta pregunta pues lo que se busca en ellos es conocer la percolación bajo ciertas condiciones en una celda de corte y no es aplicable directamente a minas de Caving, donde por ejemplo no se conocen con certeza esas condiciones tales como la deformación por corte o la tasa de deformación por corte que sufren las partículas. El modelo de dilución de Laubscher (2000) puede dar respuesta al PED y la mezcla pero no considera aspectos relevantes como la forma de las partículas, la relación de tamaño entre el mineral y el material diluyente, su ubicación espacial, entre otros. PFC3D asoma también como una posibilidad, pero el software presentaría problemas de tiempo de resolución si se utilizan muchos puntos de extracción con lo cual por ahora su uso es improbable para minas de Block/Panel Caving.

Dado los múltiples problemas que pueden ocasionar los finos, y con el objetivo de conocer qué pasa en una mina de Caving con la migración de finos cuando partículas finas se encuentran sobre partículas gruesas, se realizan dos experimentos en un modelo físico donde se emula una mina de Caving en general, la cual posee una columna de extracción de partículas gruesas y por sobre estas se han depositado partículas finas. En los experimentos son estudiadas dos estrategias de extracción, extracción uniforme (36 puntos de extracción) y extracción aislada, con el fin de comparar estas estrategias de extracción opuestas y además observar si ocurre el fenómeno de acumulación de finos descrito por Pierce (2009) para el experimento de extracción aislada.

Los experimentos en el modelo físico no presentan cambios en la granulometría, es por esto que, para conocer qué sucede con cambios en la granulometría y además comparar los resultados con el modelo físico, se utiliza el software REBOP (versión 3.1) donde se realizan simulaciones replicando los experimentos (tres por cada experimento) variando la granulometría.

3. METODOLOGÍA

Este capítulo describe la metodología para la realización de los experimentos en el modelo físico. Incluye los factores de escala según el análisis de similitud junto con un análisis de fuerzas externas, el diseño del modelo físico, la descripción de los experimentos a realizar, los materiales utilizados además de la forma en que se realizaron las mediciones.

Temas como el cálculo de los esfuerzos teóricos en el modelo y la determinación de la granulometría a utilizar son tratados en el capítulo 8 de anexos, desde la página 59 en adelante.

3.1. Análisis de similitud

Orellana (2012) señala que un prototipo corresponde a una situación a escala natural que se desea estudiar y en la cual se incluyen todas las características de interés, por otro lado, se denomina modelo a una representación física simplificada del prototipo, en la cual se incluyen solo los aspectos esenciales para lograr que el fenómeno en el modelo sea semejante al del prototipo.

Pineda (2012) establece que la similitud implica el concepto de homología entre dos sistemas: un prototipo y un modelo, existen tres tipos de similitud.

- **Similitud geométrica:** dos sistemas son geoméricamente similares cuando la distancia entre puntos homólogos es dada por un factor de escala de longitud constante λ_L .
- **Similitud cinética:** dos sistemas son similares en su cinemática cuando dos eventos homólogos ocurren a un factor de escala de tiempo constante λ_T .
- **Similitud dinámica:** dos sistemas son dinámicamente similares en puntos homólogos cuando la relación entre la inercia y cualquier fuerza externa es constante entre el modelo y el prototipo.

Para respetar las similitudes antes descritas Castro (2001), Orellana (2012) y Pineda (2012) sugieren los siguientes valores para los factores de escala en función del valor del factor de escala de longitud (o geometría) λ_L :

Variable	Factor	Factor de escala
Longitud	λ_L	λ_L
Área	λ_A	λ_L^2
Volumen	λ_{Vol}	λ_L^3
Velocidad	λ_V	$\lambda_L^{1/2}$
Tiempo	λ_T	$\lambda_L^{1/2}$
Peso	λ_W	λ_L^3
Tasa de extracción	λ_Q	$\lambda_L^{5/2}$
Esfuerzos	λ_σ	λ_L
Ángulo de fricción	$\lambda_{tan(\theta)}$	1

Tabla 4 Resumen de los valores de factores de escala en función del factor de escala de longitud.

En los experimentos solamente la similitud geométrica y cinética son consideradas. La similitud dinámica no puede ser respetada del todo pues no es posible mantener constante la relación entre la inercia y cualquier otra fuerza entre el modelo y el prototipo. En particular esto viene dado por no respetar el factor de esfuerzos (λ_σ) el cual se cumple en un orden del 50% el sugerido por el factor de escala. El cálculo de los esfuerzos teóricos en el modelo físico se realiza según la metodología de Janssen-Walker descrito por Nedderman (1992) la cual se encuentra descrita en la página 59, Anexo A – Determinación de esfuerzos verticales.

3.2. Condiciones del modelo físico

3.2.1. Elección del factor de escala

Con respecto a la selección del factor de escala cabe destacar que existe evidencia que sugiere que resultados factibles pueden ser obtenidos usando un factor de escala 1:100 (Castro 2006) y 1:200 (Pineda 2012).

Orellana (2012) señala que a mayor tamaño del modelo físico, de mejor forma son replicados los fenómenos presentes en la naturaleza, pero el manejo de un modelo demasiado grande trae consigo ciertas dificultades, por ejemplo su construcción, el manejo de materiales y el tiempo de ejecución de los experimentos. Por otro lado, un modelo físico muy pequeño es difícil de construir y en él pueden aparecer fuerzas externas preponderantes por sobre la gravedad, con lo que no se está reproduciendo los fenómenos presentes en la realidad y se están distorsionando los resultados.

Considerando lo anterior se escoge el factor de escala más pequeño técnicamente posible de construir, es decir 1:200, pues así se permite representar una mayor cantidad de puntos de extracción y una mayor altura de columna, en un menor espacio y bajo un menor requerimiento de material.

3.2.2. Granulometría utilizada

La Figura 23 corresponde a las dos granulometrías utilizadas en el modelo físico, se considera como tamaño máximo 3/8" (9.525 [mm]) para no tener problemas de trabaduras con el sistema de extracción. El tamaño medio para las partículas finas corresponde a 0.14 [mm] y para las partículas gruesas 4.45 [mm], donde la relación de los tamaños medios de las partículas finas y gruesas corresponde a 1:31.1. Más detalles de la granulometría utilizada pueden ser encontrados en página 62, Anexo B – Determinación de la granulometría de las partículas gruesas para el modelo.

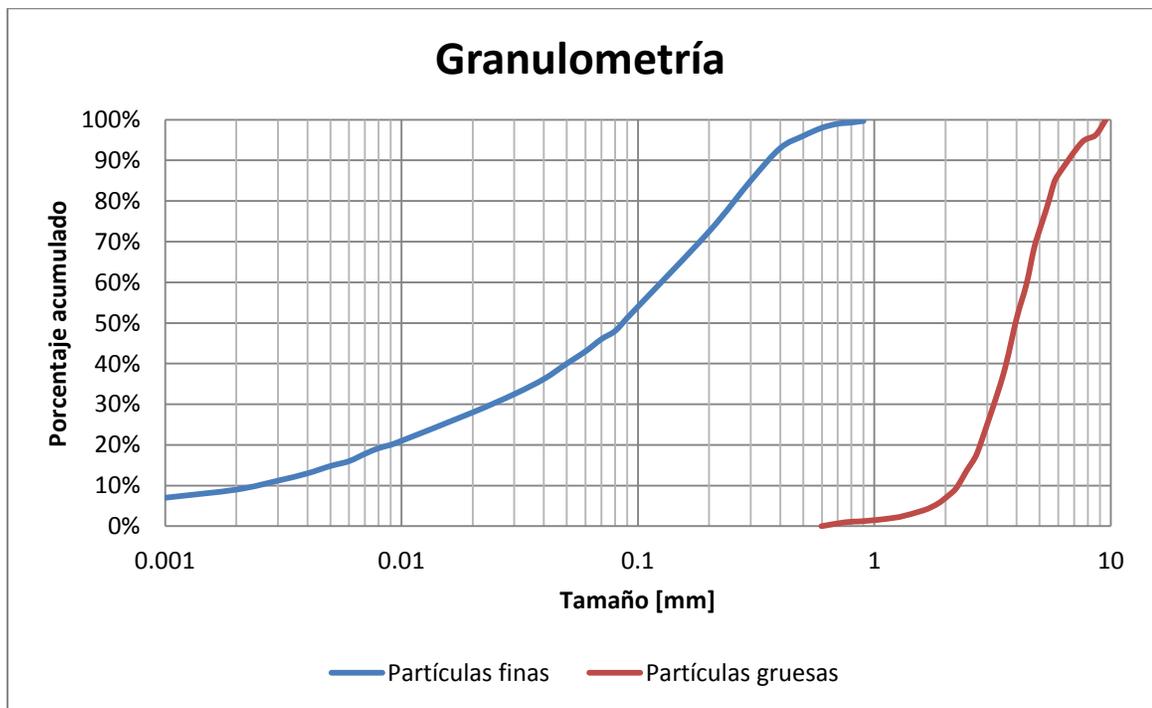


Figura 23 Granulometría utilizada en los experimentos del modelo físico

3.2.3. Fuerzas afectando el flujo granular

Según los trabajos de Fuentes (1996)³ y Lifshitz (1956)⁴ es posible estimar la fuerza de Van der Waals afectando las partículas. En esta memoria se considera como criterio que la fuerza de gravedad debe ser al menos 10 veces más grande que la fuerza de Van der Waals para las partículas gruesas (mismo criterio utilizado por Pineda (2012)), esta relación ocurre al tamaño 0.4 [mm]. Considerando que el tamaño más pequeño de las partículas gruesas es 0.6 [mm] y que para ese tamaño la fuerza de gravedad es 34 veces la fuerza de Van der Waals se tiene el criterio cumplido.

Por otro lado, según la ecuación para la fuerza de capilaridad presentada por Pineda (2012), la que es aplicable cuando la humedad está sobre el 65% en el material, el diámetro para que una partícula tenga una relación igual a 1 entre la fuerza de gravedad y la fuerza de capilaridad corresponde a 4.12 [mm], es por esto que las partículas finas son secadas en un horno eléctrico con el fin de evitar los efectos de las fuerzas capilares y que estas no se comporte como un material cohesivo.

De Pineda (2012), cuando las partículas cargadas en reposo interactúan se interrelacionan a través de fuerzas electrostáticas, a pesar de esto, la fuerza de Van der Waals sigue siendo dominante por sobre el resto de fuerzas electrostáticas, y por lo tanto, el efecto de la fuerza electrostática puede ser despreciado. Por otro lado, en relación a la fuerza magnética, dependiendo del grado de magnetización una gran fuerza atractiva puede ser alcanzada, pero si el material no se encuentra magnetizado la fuerza magnética puede ser despreciada.

³ Citado en Castro (2001)

⁴ Citado en Pineda (2012)

3.2.4. Extracción

El sistema electrónico del modelo físico imita el sistema de extracción de un LHD. Anteriormente en la Tabla 4 se resumen los factores de escala sugeridos donde en particular se tiene para el factor de escala de extracción:

$$\lambda_Q = \lambda_L^{5/2}$$

Ecuación 9 Relación entre factor de escala de tasa de extracción y factor de escala de longitud

Donde λ_Q es el factor de escala de extracción y λ_L el factor de escala de longitud. La tasa de extracción promedio llevada a cabo en el experimento de extracción uniforme fue de 176.3 gr/hr por punto de extracción. Lo anterior es equivalente a 2393.4 tpd por punto de extracción en el prototipo, es decir, 23.9 veces más alto si es que se desea emular una producción de 100 tpd por punto de extracción, un valor bastante alto pero, producto del tiempo de experimentación no es posible realizar los experimentos a tasas de extracción menores.

3.3. Diseño del modelo físico

Para el diseño del modelo físico se intenta emular una mina explotada mediante el método de Block/Panel Caving, para esto se consideran 36 puntos de extracción distribuidos en tres calles de producción, la geometría de los puntos de extracción, pilares zanja y pilar corona representan una mina en general en una escala de 1:200. En la Figura 24 se presenta un perfil longitudinal del modelo físico, sus dimensiones corresponden a 70 [cm] de largo por 250 [cm] de alto que representan 140 [m] de calle y 500 [m] de columna de extracción respectivamente.

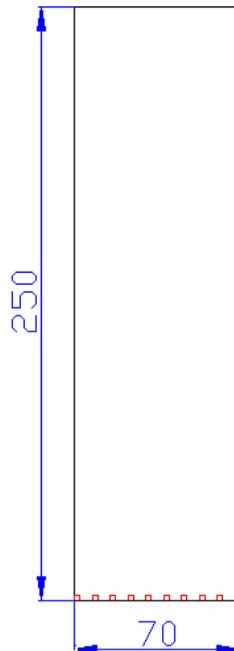


Figura 24 Perfil longitudinal, distancia en centímetros.

En la Figura 24, producto del perfil longitudinal, se aprecian tan solo nueve puntos de extracción, aunque más adelante en la Figura 26 es posible apreciar que en total son 36 puntos de extracción los que se encuentran señalados con dos líneas rojas cada uno.

La Figura 25 corresponde a un perfil transversal (izquierda) y perfil transversal ampliado (derecha) del modelo físico. Es posible notar las dimensiones y la ubicación del pilar corona. Las líneas en rojo corresponden a la ubicación de la base de los puntos de extracción. En la imagen de la derecha las dos líneas rojas interiores corresponden a corridas de puntos de extracción interiores en una misma calle de producción y las líneas rojas exteriores son dos corridas de puntos exteriores correspondientes a calles distintas.

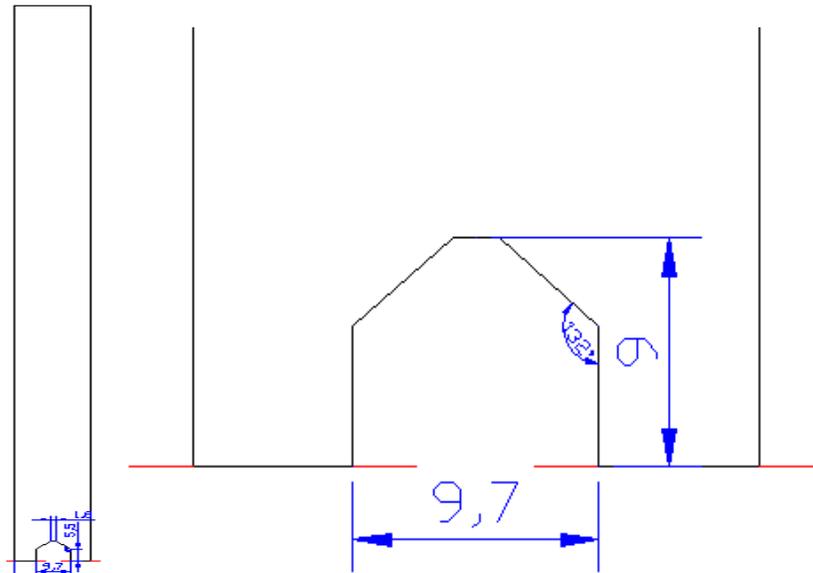


Figura 25 Perfil transversal y Perfil transversal ampliado, distancia en centímetros.

La Figura 26 muestra una vista en planta del diseño del modelo. Los puntos de extracción son reflejados nuevamente con el color rojo donde se aprecia que son 36 en total. El pilar corona se ubica en el centro de las dos corridas de puntos de extracción interiores correspondientes a una misma calle. Además se ha agregado, a modo de notación, los números de los puntos de extracción con color negro.

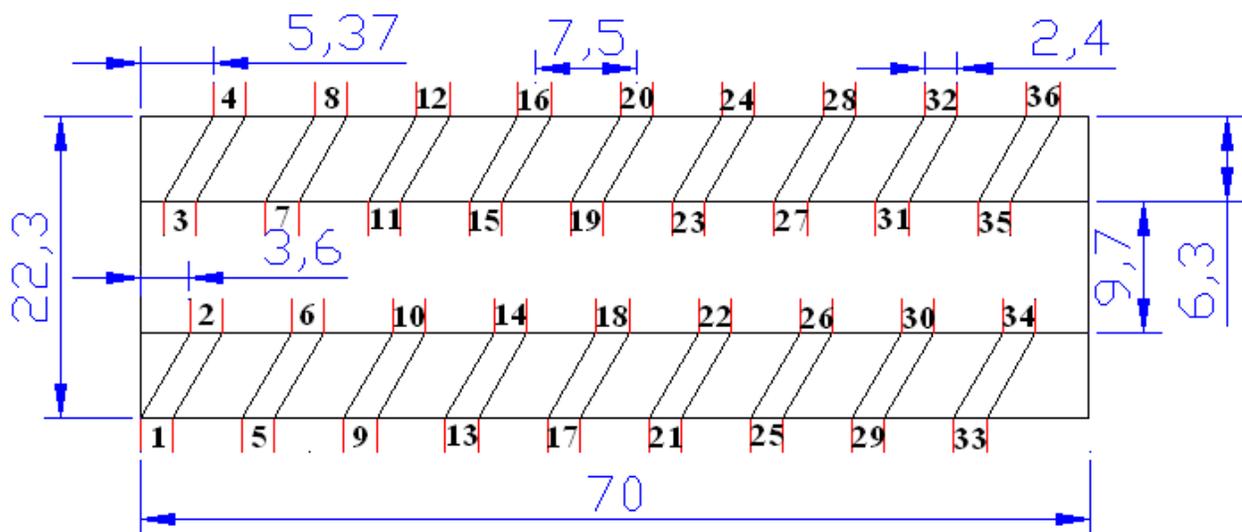


Figura 26 Vista en planta, distancia en centímetros.

La utilización de cuatro corridas de puntos de extracción y no dos se debe a que a un mayor ancho del modelo físico se disminuye el efecto arco y así se aumenta la presión según la metodología de Janssen-Walker descrita por Nedderman (1992) que se encuentra descrita en la página 59, Anexo A – Determinación de esfuerzos verticales. Más de cuatro corridas de puntos de extracción aumenta la cantidad de puntos volviendo aún más engorroso el proceso de extracción.

A continuación, en la Figura 27, es posible apreciar una vista en planta del modelo físico ya construido, se puede ver en el centro de izquierda a derecha el pilar corona, entre cruzado a este se ven los múltiples pilares zanjas.



Figura 27 Vista en planta del modelo físico.

La Figura 28 representa tanto el diseño del pilar zanja (izquierda) como el diseño de los puntos de extracción (derecha), estas dimensiones en centímetros representan una mina de Block/Panel Caving en una escala de 1:200.

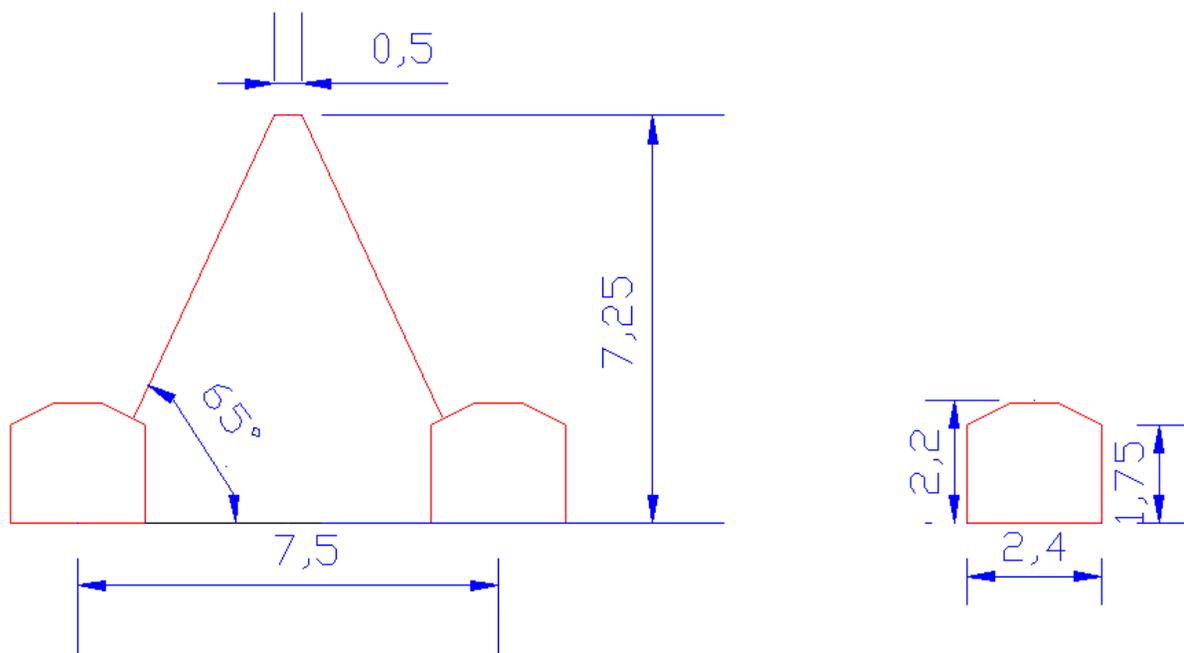


Figura 28 Detalle del diseño del pilar zanja y de los puntos de extracción, distancia en centímetros.

3.3.1. Montaje experimental

El modelo físico construido consiste en los siguientes componentes:

- **Conjunto principal:** El conjunto está formado por paredes de acrílico desmontables y la base del conjunto incorpora el sistema de extracción (36 puntos de extracción). El conjunto se apoya en cuatro columnas verticales de acero y barras horizontales dan a la estructura la estabilidad necesaria. Las dimensiones del modelo son 250 [cm] alto x 70 [cm] de largo x 22.3 [cm] de ancho.
- **Sistema de carga:** El material se carga manualmente. El material fino y grueso se almacena en baldes y se manejan usando poruñas. Al mismo tiempo que se van agregando las partículas gruesas, van siendo ubicadas líneas de 1.5 [kg] de color verde o azul cada 20 [cm] de altura para observar el flujo y la deformación por corte vertical de las partículas.
- **Materiales sistema de extracción:** Consiste en 36 puntos de extracción donde cada uno tiene una pala instalada. Cada pala está vinculada a un servomotor que le da un impulso eléctrico y simula la extracción de un LHD. El servomotor es controlado por un software que permite la activación o desactivación de los servomotores que sean necesarios. Además, cada punto de extracción posee un sensor que identifica cuando el material fluye o se ha producido una colgadura.

3.4. Marco experimental

3.4.1. Metodología para el estudio experimental

En la presente investigación se estudia el flujo de partículas finas ubicadas sobre de partículas gruesas, basado en los resultados del modelo físico se determina cuán influyente es una estrategia de extracción en la migración de finos. El modelamiento físico considera una serie de etapas descritas a continuación:

- **Análisis de similitud:** Se tienen distintos factores de escala para las variables de interés, estos factores dependen de las fuerzas que dominan el fenómeno así como características del material del prototipo (mina) y el material para ser utilizado en el modelo. Cuán bien o mal se respetan estos factores define las limitaciones de los resultados del modelo y permite validarlo o no.
- **Construcción del modelo físico y el sistema de extracción:** en esta etapa el modelo es construido basado en el diseño propuesto que a su vez se encuentra basado en el análisis de similitud y en la representación de una mina Block/Panel Caving en una escala de 1:200.
- **Diagnóstico y calibración del modelo:** En esta etapa en el laboratorio las experiencias permiten verificar el funcionamiento del sistema de extracción, con lo que de existir problemas, como por ejemplo mal ángulo o mala frecuencia en el movimiento de los servomotores, estos son corregidos.

- **Experimentos:** Una vez que el equipo experimental se ha construido; los experimentos se realizan según lo detalla más adelante el plan experimental y el procedimiento de trabajo.
- **Propuesta para trabajos futuros:** Como resultado final de los experimentos se analizan los resultados, se establecen conclusiones y con esto se proponen trabajos futuros. Además, gracias a la experiencia adquirida se realizan comentarios y sugerencias para futuras personas que utilicen el modelo físico.

3.4.2. Plan experimental

El plan experimental contempla los siguientes experimentos cuyos objetivos y resultados a medir se señalan a continuación:

Experimento	Estrategia de extracción	Objetivo	Mediciones
N°1	Extracción uniforme	Estudiar la migración de finos bajo condiciones de extracción uniforme	- PED (al 0%).
N°2	Extracción aislada	Establecer las diferencias con respecto a resultados de migración de finos en relación al experimento de extracción uniforme.	- PED (al 0%). - Diámetro del IMZ

Tabla 5 Resumen experimentos.

Para ambos experimentos se llena el modelo físico hasta 240 [cm] de columna con partículas gruesas y sobre estas son puestas partículas finas. Con el fin de diferenciar visualmente las partículas gruesas de las finas se pintan estas últimas con tierra de color roja. Por otro lado líneas de color azul y verde son depositadas cada 20 centímetros en las partículas gruesas con el fin de estudiar visualmente el flujo, para esto parte de las partículas gruesas son pintadas con spray azul o verde según corresponda y cada línea se compone de 1.5 kilogramos.

La Figura 29 representa el modelo recién cargado para ambos experimentos.

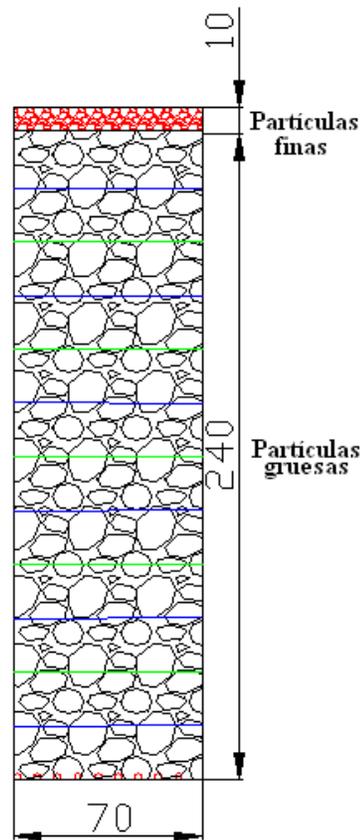


Figura 29 Perfil longitudinal del modelo físico recién cargado, distancia en centímetros.

La explicación de cómo los resultados de los experimentos son medidos se detalla a continuación:

PED

Una vez que se aprecian visualmente partículas finas en un punto de extracción (sin importar cantidad ni proporción másica), la extracción se finaliza en el punto y se obtiene así el PED del punto de extracción, el cual corresponde a 36 veces la división entre la masa extraída en el punto y la masa total (masa de partículas gruesas que se utiliza para llenar el modelo hasta los 240 [cm]) lo cual queda reflejado por la Ecuación 10. Con respecto al criterio de aparición de partículas finas, este es netamente visual, favorecido gracias a que las partículas finas se encuentran teñidas con tierra de color roja.

$$PED_i = 36 \cdot \frac{\text{Masa extraída punto de extracción } i}{\text{Masa total}}$$

Ecuación 10 Punto de entrada de la dilución (PED) para experimento de extracción uniforme.

Producto que existe una gran zona estancada en el experimento de extracción aislada, se calcula un PED con y sin considerar la masa de la zona estancada, para esto se mide el área de la zona estancada visualmente.

Las ecuaciones de ambos PED se presentan a continuación:

$$PED_1 = \frac{\text{Masa extraída punto de extracción aislado}}{\text{Masa total}}$$

Ecuación 11 Punto de entrada de la dilución (PED) para experimento de extracción aislada.

$$PED_2 = PED_1 \cdot [1 - \text{porcentaje de zona aislada}]$$

Ecuación 12 Punto de entrada de la dilución (PED) para experimento de extracción aislada.

Diámetro del IMZ.

Finalmente, el diámetro del IMZ es medido en el experimento de extracción aislada de manera visual, observando el elipsoide de movimiento de las imágenes del experimento, para esto se considera solo el mayor diámetro presente en el elipsoide. La finalidad de esta medición es conocer la forma del elipsoide de movimiento en el experimento de extracción aislada y compararlo con el de las simulaciones, para esto los valores obtenidos en el experimento son multiplicados por 200 para tener directa comparación con las simulaciones.

Cabe destacar que la medición para el experimento se pudo realizar hasta pequeños porcentajes de extracción de la columna in-situ (2.8%) debido a que luego de esto el elipsoide de movimiento se salía del largo del modelo físico.

3.5. Procedimiento de trabajo

El procedimiento de trabajo cuenta con los siguientes pasos:

- **Preparación del material:** Para obtener la granulometría anteriormente presentada el material grueso es procesado a través de harneros y tamices según corresponda, además el material fino es secado en un horno eléctrico con el fin de eliminar el efecto de la humedad y la capilaridad. Por otro lado, cierta cantidad de partículas gruesas son pintadas de color azul o verde mediante sprays con el fin de conocer visualmente el flujo en la columna de extracción.
- **Calibración del sistema de extracción:** Antes del llenado y también durante los experimentos, el sistema de extracción es calibrado cambiando la posición o ciertos elementos del sistema de extracción. Esta calibración es llevada a cabo para intentar asegurar extracción uniforme entre los puntos de extracción.

- **Llenado:** Durante esta etapa el material se carga en el modelo físico usando poruñas, antes de ser cargado el material es pesado con el fin de conocer el peso total cargado en el modelo físico. Inicialmente solo se carga con partículas gruesas, una vez que se han alcanzado 20 [cm] más de carga, 1.5 [kg] de material pintado de color azul o verde según corresponda (intercaladamente) son cargados. Una vez alcanzados los 240 [cm] de carga el modelo es cargado con partículas finas y a medida que la extracción se efectúa, va siendo recargado de partículas finas hasta utilizar 125 [kg] de estas.
- **Proceso de extracción:** En el proceso de extracción el material es removido de los puntos de extracción por medio del mecanismo de los servomotores. Para cada ciclo, el material de cada punto de extracción es depositado en su respectivo recipiente (tubo de PVC), para lo cual los recipientes deben estar previamente posicionados, luego de la extracción los tubos son pesados y la masa de cada uno es guardada. Finalmente, todos los puntos de extracción son revisados con el fin de asegurar que no se encuentren colgados, en caso de estarlo, los puntos son descolgados y luego de esto se inicia un nuevo proceso de extracción.

3.6. Conclusiones

En el modelo físico solo la similitud cinética y geométrica son consideradas, es por esto que la presión es del orden de 50% la sugerida por el factor de escala de presión según lo calculado en la página 59, Anexo A – Determinación de esfuerzos verticales. Una presión menor puede traducirse en una mayor porosidad lo cual aumenta los intersticios y así permite mayor migración.

A su vez, por razones prácticas (tiempos de experimentación demasiado largos), la tasa de extracción es del orden de 24 veces la sugerida lo cual afecta la forma del elipsoide de extracción (elipsoide más delgado y alto) y posiblemente también aumenta la tasa de deformación por corte, lo cual, según el capítulo 2 disminuye la migración (las partículas tienen menos tiempo para pasar a través de los intersticios).

Los efectos de la presión y la tasa de extracción en la migración de finos no son cuantificados, a pesar de esto, el resto de los factores de escala sí han sido respetados por lo cual el modelo físico da una idea de los mecanismos que gobiernan el flujo de las partículas gruesas y finas.

Por otro lado, se sugiere que no construir modelo físicos con puntos intermedios ni con bases demasiado bajas pues el proceso de descuelgue demanda mucho trabajo.

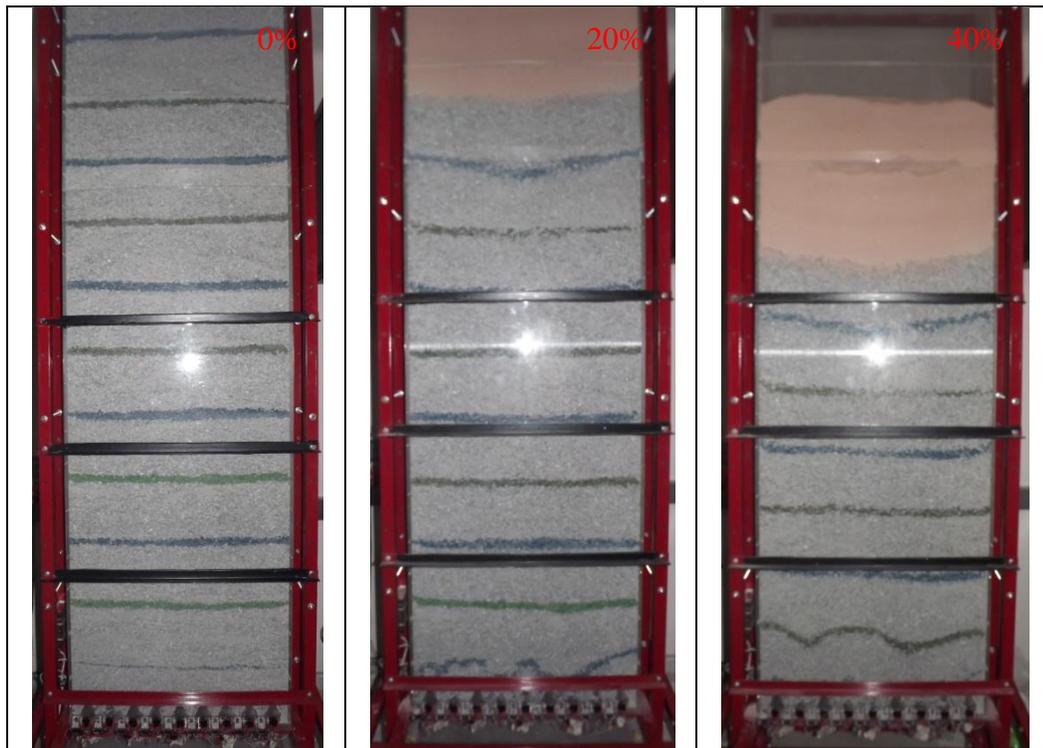
4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Este capítulo presenta los resultados de los experimentos junto con su análisis. Los experimentos fueron realizados con el objetivo de conocer la migración de finos en estrategias de extracción totalmente opuestas y se encuentran descritos en el capítulo anterior.

4.1. Resultados experimentales

4.1.1. Experimento extracción uniforme

A continuación, se presentan imágenes del experimento de extracción uniforme cada aproximadamente 20% de extracción de la columna in-situ. Dado la posición y gran altura del modelo físico fue imposible tomar una foto global de este aunque las imágenes suelen llegar a los 220 [cm], es decir, es posible ver casi toda la columna in-situ.



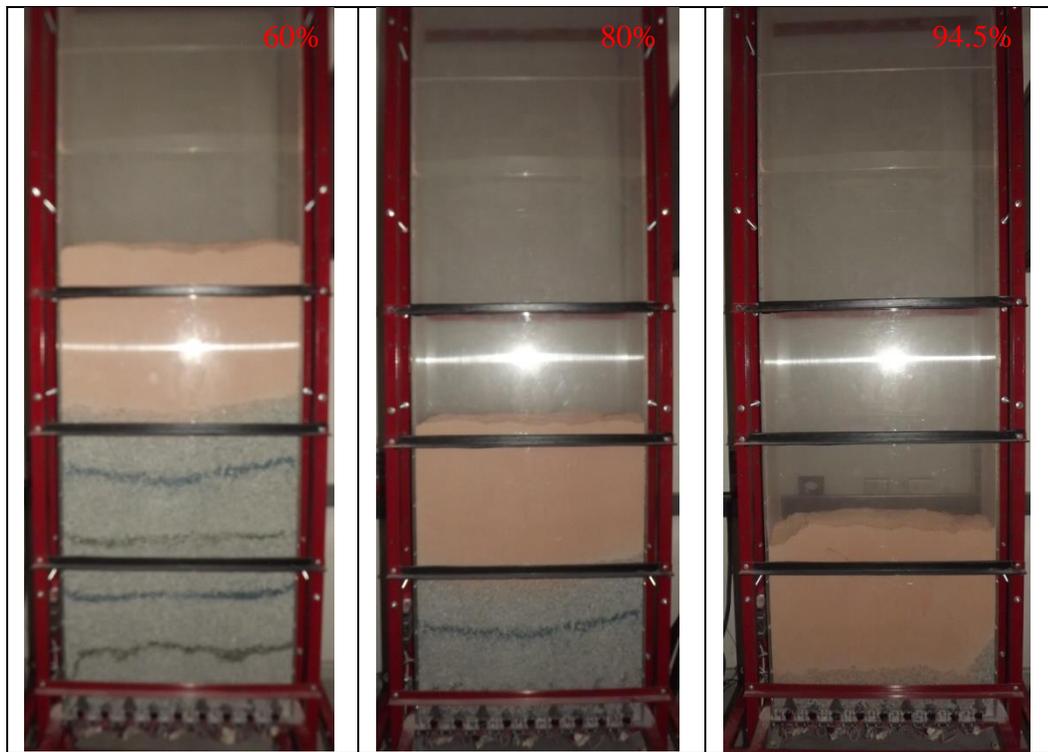


Figura 30 Imágenes del experimento de extracción uniforme.

En las tres primeras imágenes de la Figura 30 (página anterior), se puede notar visualmente, en las líneas de partículas gruesas pintadas de color verde y azul, que la deformación por corte es baja (las líneas de color se mantienen rectas), con excepción cuando las líneas están a baja altura, cerca de los puntos de extracción, que es cuando pierden su forma y la deformación por corte ocurre. Esto sucede porque a mayores alturas la deformación por corte que produce cada elipsoide de movimiento se ve afectada por las de otros elipsoides de movimiento (los elipsoides de movimiento se traslapan) anulando sus deformaciones por corte entre sí, a diferencia de cuando se está cerca de los puntos de extracción donde el movimiento de una partícula se ve mucho más influido por el flujo del punto de extracción más cercano que el resto de los puntos de extracción lo que se traduce en una mayor deformación por corte.

Además, en las imágenes inferiores (página actual), al centro y a la izquierda, las partículas finas se mantienen con una leve migración. En cambio, en la imagen de la derecha (etapa ya tardía de la extracción) las partículas finas ya han entrado a los puntos de extracción, esto es debido a que la deformación por corte ocurre principalmente al final, debido a que el traslapamiento entre los elipsoides de movimiento pasa a ser menor. Todo esto se observa en las líneas verdes y azules que dejan de ser rectas cerca de los puntos de extracción y es ahí, cerca de los puntos de extracción cuando ocurre la migración. Si se considera que la migración es directamente proporcional a la deformación por corte según lo visto en el capítulo 2 esto tiene lógica.

Punto de entrada de dilución

En el experimento de extracción uniforme, el PED fue calculado como la cantidad de masa extraída en el punto, dividido por la masa total de partículas gruesas utilizada para cargar el modelo y por los 36 puntos de extracción. El PED promedio que se tuvo para los puntos de extracción corresponde a 94.5% y la desviación estándar a 11.3%.

Si se considera el avance final promedio que tuvieron las partículas finas por sobre las partículas gruesas relativo a la altura de la columna in situ como: 100% -PED, se tiene un avance final promedio de 5.5% el largo de la columna in-situ, lo que es equivalente a 13.2 [cm].

4.1.2. Experimento extracción aislada

A continuación se presentan imágenes del experimento de extracción aislada cada aproximadamente 20% de extracción de la columna in-situ. Como se señala anteriormente, dada la posición y gran altura del modelo físico es imposible tomar una foto global, a pesar de esto las imágenes suelen llegar a los 220 [cm].

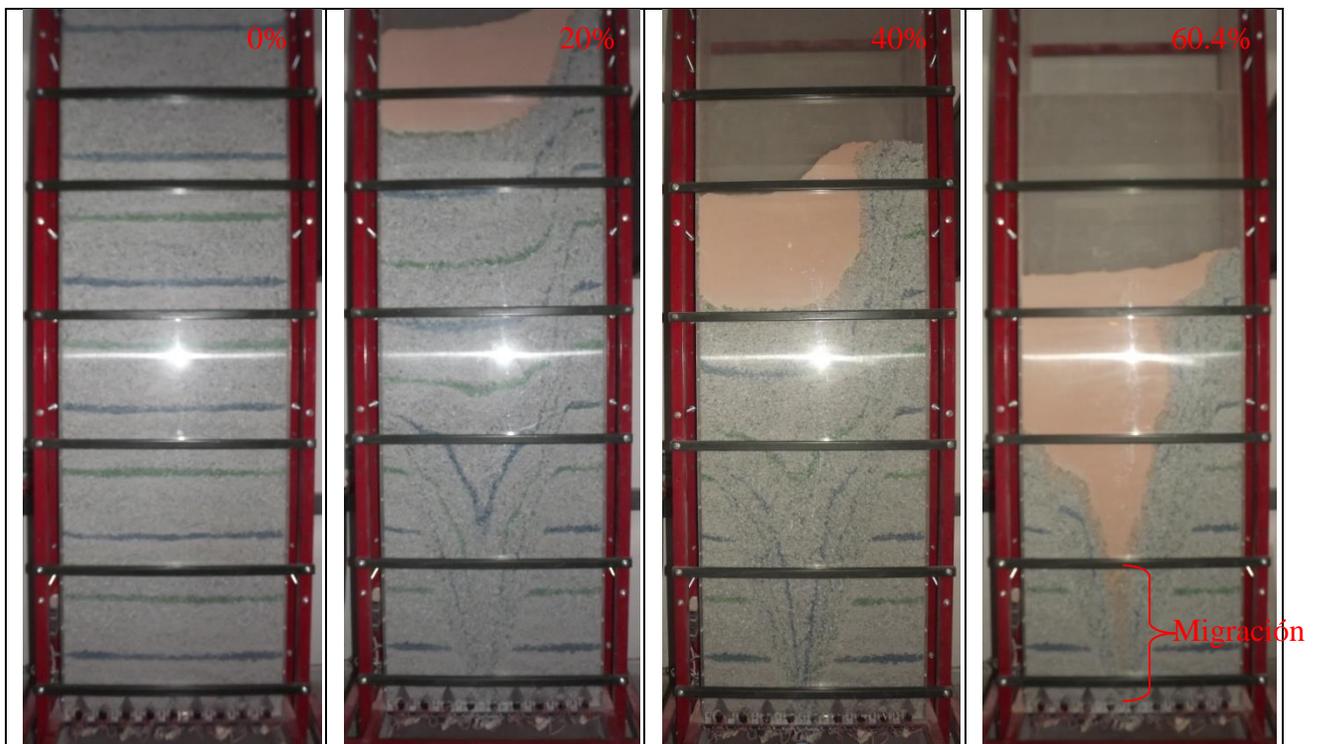


Figura 31 Imágenes del experimento de extracción aislada.

Se observa que el elipsoide de movimiento ya se ha salido del modelo físico antes del 20% de extracción de la columna in-situ, además, en las líneas azules y verdes se nota la deformación por corte que han sufrido las partículas debido a la extracción desde tan solo un punto y no múltiples puntos que podrían anular o disminuir en cierta manera la deformación por corte.

Finalmente en la imagen de más a la derecha de la Figura 31 es apreciable una alta migración en las etapas finales de la extracción la que se ha representado mediante un paréntesis de color rojo. Esta migración, o avance de las partículas finas relativo a las partículas gruesas, es del orden de 47 [cm], que representa un 18.33% de la columna in-situ.

Otro resultado interesante que se puede apreciar de las imágenes del experimento de extracción aislada es que “las partículas más pequeñas” de las partículas gruesas quedan atrapadas en los límites del IMZ. Esto concuerda con lo que señala Pierce (2009) en su simulación de un punto de extracción aislada en PFC3D (ver página 8) donde evidencia atrapamiento de partículas más pequeñas en los bordes del IMZ. La acumulación de estas partículas puede ser apreciada en la Figura 32 mediante flechas de color rojo y se justifica porque las partículas que se encuentran ya cerca del límite del IMZ tienden a percolar verticalmente donde pasan a estar, o en una zona de menor velocidad, o en la zona estancada (ISZ), donde quedan atrapadas.

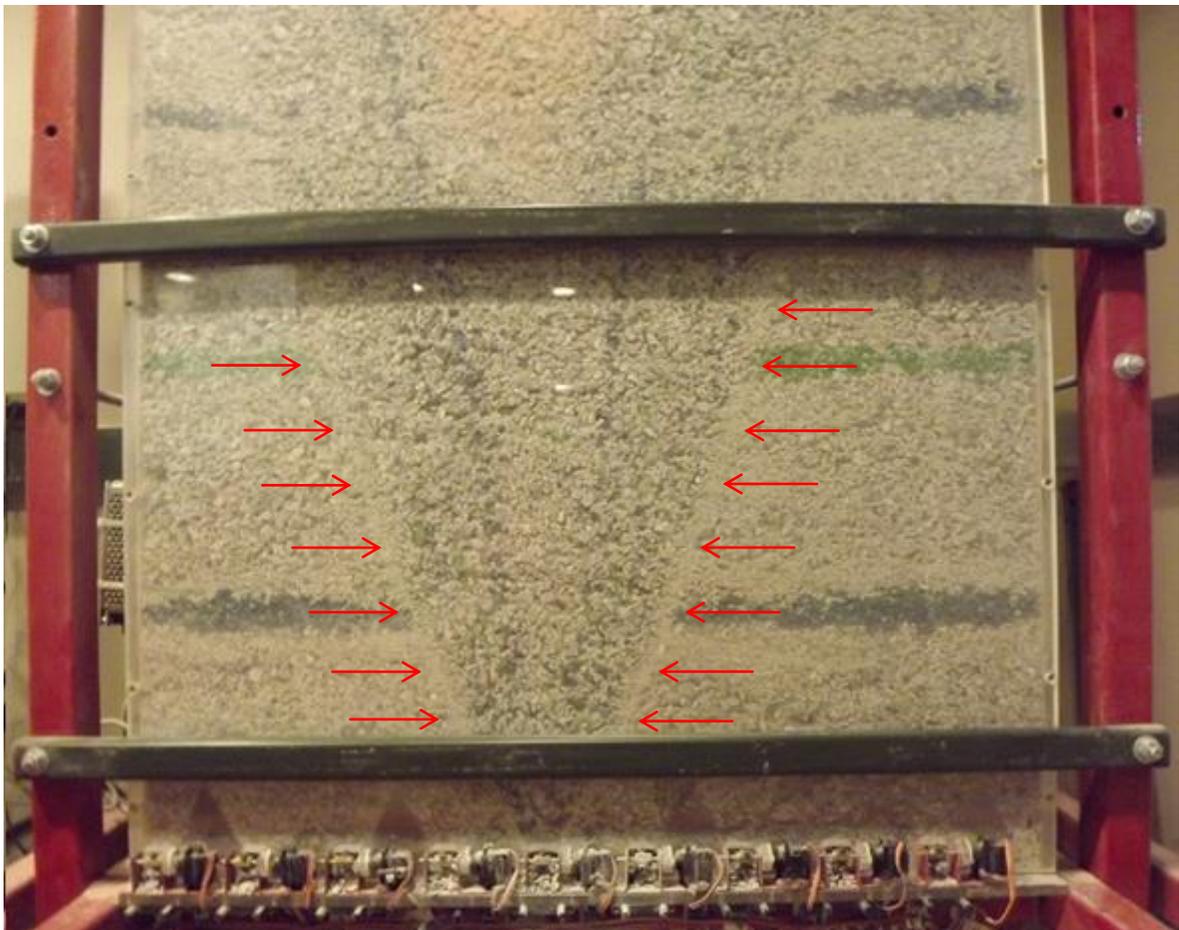


Figura 32 Acumulación de partículas de menor tamaño en los bordes del IMZ.

Punto de entrada de dilución al 0%

En el experimento de extracción aislada, el PED fue calculado como la cantidad de masa extraída en el punto, dividido la masa total de partículas gruesas utilizada para cargar el modelo. El PED al único punto de extracción utilizado en este experimento corresponde a 60.4%. Por otro lado, si no se considera la masa de la zona estancada (ISZ), el PED del experimento de extracción aislada asciende a 78% aproximadamente.

4.2. Conclusiones

De los experimentos es posible concluir que la estrategia de extracción juega un papel fundamental en la migración de finos. En particular se puede apreciar que en el experimento de extracción aislada se evidencia un avance final por parte de las partículas finas de 47 [cm], en cambio, en el experimento de extracción uniforme se tiene un avance final promedio de 13.2 [cm], en otras palabras, la percolación final evidenciada al pasar de una extracción uniforme a una extracción aislada es del orden de 3.5 veces mayor. Este aumento también se observa en términos de PED, donde el experimento de extracción aislada presenta un PED menor al de extracción uniforme (producto de una mayor migración). Como resumen de resultados se tiene la siguiente tabla:

	PED	Percolación final
Extracción uniforme	94.5%	13.2 [cm]
Extracción aislada	60.4% ⁵ o 78% ⁶	47.0 [cm]

Tabla 6 Resumen de los resultados de los experimentos.

Al observar las líneas de color azul y verde se aprecia que el experimento de extracción aislada presenta una mayor deformación por corte. Según la teoría presentada en esta memoria la percolación es directamente proporcional a la deformación por corte, con lo que esto concuerda con los resultados de los experimentos donde a mayor deformación por corte se tiene una mayor percolación. Así, se confirma que en el experimento de extracción aislada la mayor deformación por corte que se tuvo permitió una mayor percolación.

En el experimento de extracción aislada se evidencia el fenómeno de acumulación de finos descrito por Pierce (2009) (ver Estudio de migración de finos sobre un punto de extracción aislada en PFC3D en página 8), con lo que se refuerza la idea de que este fenómeno explica las acumulaciones de finos observadas en operaciones mineras.

⁵ Considerando la masa de la zona estancada (ISZ).

⁶ Sin considerar la masa de la zona estancada (ISZ).

5. SIMULACIONES Y RESULTADOS EN MODELO NUMÉRICO REBOP

En este capítulo se describe el modelamiento numérico realizado en REBOP (versión 3.1). Las simulaciones en REBOP emulan los experimentos en el modelo físico bajo las mismas condiciones con excepción que a veces se utilizan distintas granulometrías para las partículas gruesas.

El propósito de las simulaciones es de establecer una comparación con los resultados experimentales presentados en esta memoria, para así comprobar si el modelo numérico es capaz de representar los experimentos y si es posible calibrarlo. Por otro lado también se busca conocer los cambios en los resultados bajo variaciones en la granulometría de las partículas gruesas. Para esto se comparan y analizan los resultados obtenidos y así se establece si el software es capaz de replicar los experimentos realizados y si es posible calibrarlo.

5.1. Descripción de las simulaciones

Las simulaciones en REBOP replican los experimentos detallados en el capítulo 3, seis simulaciones son realizadas, tres imitando al experimento de extracción uniforme y otras tres imitando al experimento de extracción aislada.

Cabe destacar que REBOP presenta ciertas opciones como por ejemplo permitir la migración de finos o la fragmentación secundaria, en este caso y con el fin de emular los experimentos, se habilita la migración de finos y no la fragmentación secundaria.

En las simulaciones se aumentó el tamaño del modelo físico junto con el tamaño de las partículas finas 200 veces, es decir las partículas finas poseen un tamaño medio de 0.029 [m]. Con respecto al tamaño de las partículas gruesas estas fueron aumentadas entre 200 (valor utilizado 0.899 [m]) y 50 (valor utilizado 0.225 [m]) veces según lo muestra la Tabla 7:

Simulación	Granulometría partículas gruesas		Experimento que emula
	Tamaño medio [m]	Desviación estándar [m]	
N°1	0.899	0.334	N°1 Extracción uniforme
N°2	0.450	0.167	N°1 Extracción uniforme
N°3	0.225	0.084	N°1 Extracción uniforme
N°4	0.899	0.334	N°2 Extracción aislada
N°5	0.599	0.223	N°2 Extracción aislada
N°6	0.450	0.167	N°2 Extracción aislada

Tabla 7 Descripción de las simulaciones.

De las simulaciones se midieron los siguientes resultados para tener una comparación directa con el modelo físico:

- PED.
- Diámetro del IMZ.

5.2. Parámetros de entrada de REBOP

El software requiere ciertos parámetros de entrada los cuales son detallados a continuación:

5.2.1. Modelo de bloques

El modelo de bloques en REBOP debe incluir ciertos parámetros que se detallan a continuación:

Easting, Northing y Elevation – Se refieren a la posición este, norte y elevación del centro del bloque. Todos los bloques deben estar alineados con las dirección de las coordenadas y el tamaño de los bloques debe ser el mismo para todos, en este caso se utiliza el tamaño 10 [m] x 10 [m] x 10 [m] que en el modelo físico representa un bloque de 5 [cm] x 5 [cm] x 5 [cm]. A diferencia del modelo físico, en REBOP no se puede ir agregando partículas finas una vez que ya ha comenzado la extracción, por lo cual al modelo de bloques se le fue agregado 500 [m] de partículas finas (equivalente a 250 [cm] en el modelo)

CavePeriod – Equivale al periodo en el archivo “Draw Schedule” (el archivo donde se ingresa la tasa de extracción de los puntos) al cual el bloque es capaz de fluir. Producto que el material en el modelo físico es capaz de fluir desde el primer instante, el CavePeriod seleccionado para todos los bloques fue 1.

SolidsDen – Corresponde a la gravedad específica del material del bloque, en este caso se utiliza 2.7 [ton/m³].

InSituPor – Porosidad in-situ del material del bloque. Esta es la porosidad que el material del bloque exhibe antes de comenzar a fluir y corresponde al cociente entre el volumen de vacíos y el volumen total, en el caso particular de la simulación corresponde a 45.6%.

MaxPor – Máxima porosidad del material. Es la porosidad que exhibe el material una vez que se ha dilatado completamente durante el flujo, es decir la porosidad dentro del IMZ, su valor asignado es de 1.1 veces el valor de InSituPor.

FricAng – Ángulo de fricción, corresponde al ángulo de fricción que la roca hundida exhibe dentro del IMZ a su máxima porosidad. El ángulo de fricción tanto para las partículas finas como para las partículas gruesas es 33° por lo que sus valores asignados en el modelo de bloques también corresponden a eso.

MeanDia – Equivale al diámetro promedio de la fragmentación primaria en el bloque, asume distribución Gaussiana, sus valores varían si el bloque pertenece a partícula fina o partícula gruesa donde se asigna 0.899 [m] y 0.02865 [m] respectivamente.

SDDia – Desviación estándar en el diámetro de la fragmentación primaria esperada en el bloque, su valor también varía si el bloque pertenece a partícula fina o partícula gruesa donde se tiene 0.33405 [m] o 0.0288 [m] respectivamente.

UCS – Corresponde a la resistencia a la compresión uniaxial del bloque intacto, REBOP considera el UCS para procesos como fragmentación secundaria, como esta no fue habilitada al UCS se le asigna el valor de 1000 [MPa] por defecto.

En la Tabla 8 se muestra un resumen de las principales propiedades utilizadas para el modelo de bloques.

Propiedad	Bloque de partícula fina	Bloque de partícula Gruesa	Unidad
CavePeriod	1	1	Adimensional
Grade1	0	100	%
SolidsDen	2.7	2.7	[ton/m ³]
InSituPor	0.459	0.459	Adimensional
MaxPor	0.505	0.505	Adimensional
FricAng	33	33	Grados
MeanDia	0.0287	0.899	[m]
SDDia	0.0288	0.334	[m]
UCS	1000	1000	[MPa]

Tabla 8 Propiedades utilizadas en el modelo de bloques de REBOP.

Cabe destacar que son agregados distintos valores de leyes entre los bloques (0% para las partículas finas, 100% para las partículas gruesas) solo para identificarlos con distintos colores.

5.2.2. Draw Schedule

La tasa de extracción también se ingresa como un archivo txt donde en las filas se tienen los puntos de extracción y en las columnas los periodos, así es posible asignar la masa a extraer para un punto de extracción en un cierto periodo. Las unidades de la extracción son coincidentes con las del modelo de bloques y en este caso particular corresponde a toneladas por periodo.

La masa extraída del modelo es dividida por λ_L^3 (es decir multiplicada por 200^3) para poder establecer la masa a extraer en REBOP y se mantienen la misma cantidad de periodos utilizados en los experimentos donde se asigna la duración en tiempo de 1 día a cada periodo para las simulaciones.

Además, se agregan más periodos que incluyen más masa a los archivos de tasa de extracción de REBOP, esto por si no se alcanzaba el PED antes que el modelo para continuar la extracción hasta alcanzarlo, por lo que para las simulaciones de extracción uniforme varios puntos de extracción continúan extrayendo a pesar de que ya tienen dilución y no se detienen sino hasta que todos los puntos estén diluidos.

5.2.3. Puntos de extracción

REBOP permite dos tipos de geometrías para los puntos de extracción, geometría cónica o rectangular. En este caso fue seleccionada la geometría rectangular, mediante la Figura 33 es posible apreciar los distintos valores que deben ser asignados para definir definitivamente la geometría de las bateas.

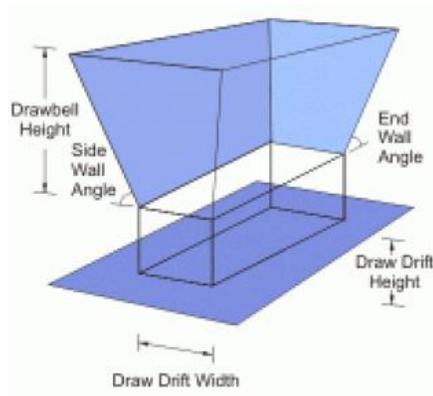


Figura 33 Geometría rectangular en REBOP.

Los valores asignados son los siguientes:

- Draw Drift Width 4.8 [m]
- Draw Drift Height 3.5 [m]
- Drawbell Height 11 [m]
- Side Wall Angle 65° .
- End Wall Angle 90° .

El hecho de que el End Wall Angle sea 90° es debido a que la pared del modelo físico corta los puntos de extracción en 90° .

Además de la geometría debe ser ingresado la posición de los puntos de extracción en un archivo txt la que es ingresada replicando la posición de los puntos de extracción del modelo físico pero considerando el aumento de tamaño de 200 veces.

En la Figura 34 se puede apreciar la posición y geometría de los puntos de extracción en color rojo, la zona en color azul representa bloques de partícula fina y la zona de color violeta bloques de partícula gruesa.

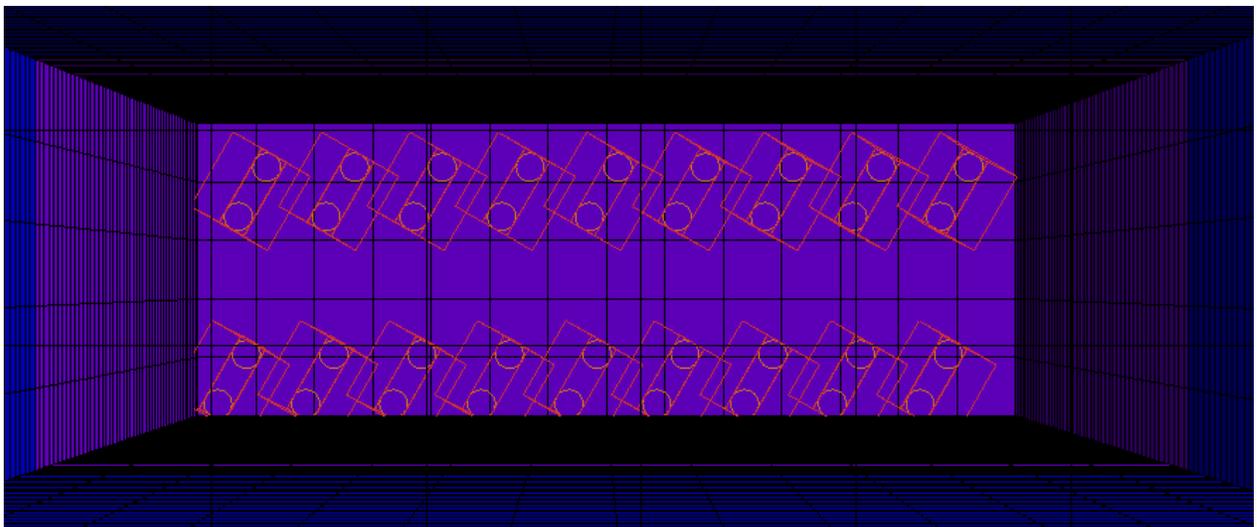


Figura 34 Vista en planta de la geometría y la posición de los puntos de extracción en REBOP.

Como limitación de las simulaciones se tiene que por motivos del tamaño de los bloques (cubos) no es posible replicar exactamente el largo y ancho del modelo físico, por lo cual la cantidad de puntos de extracción a lo ancho (4) no es suficiente para aislar el efecto de las paredes.

5.3. Resultados de las simulaciones en REBOP

El PED es obtenido al visualizar las leyes obtenidas en los puntos de extracción. Los diámetros del elipsoide de movimiento son obtenidos de REBOP mediante planillas Excel que el programa entrega como output y que describen el diámetro del elipsoide de movimiento a diferentes alturas.

5.3.1. Resultados simulaciones extracción uniforme

Imágenes simulaciones

A continuación se presentan los tamaños de las partículas empleadas en el experimento N°1 y las simulaciones N°1, 2 y 3 en REBOP (experimentos y simulaciones de extracción uniforme).

	Experimento de extracción uniforme	Simulación N°1	Simulación N°2	Simulación N°3
Tamaño medio [m]	0.045	0.899	0.450	0.255
Desviación estándar [m]	0.017	0.334	0.167	0.084

Tabla 9 Tamaños de partículas utilizados en el experimento y simulaciones de extracción uniforme.

Imágenes del experimento N°1 y las simulaciones N°1, 2 y 3 en REBOP (experimentos y simulaciones de extracción uniforme) pueden ser apreciados a continuación. Los porcentajes de extracción de la columna in-situ se encuentran descritos con números en color rojo.

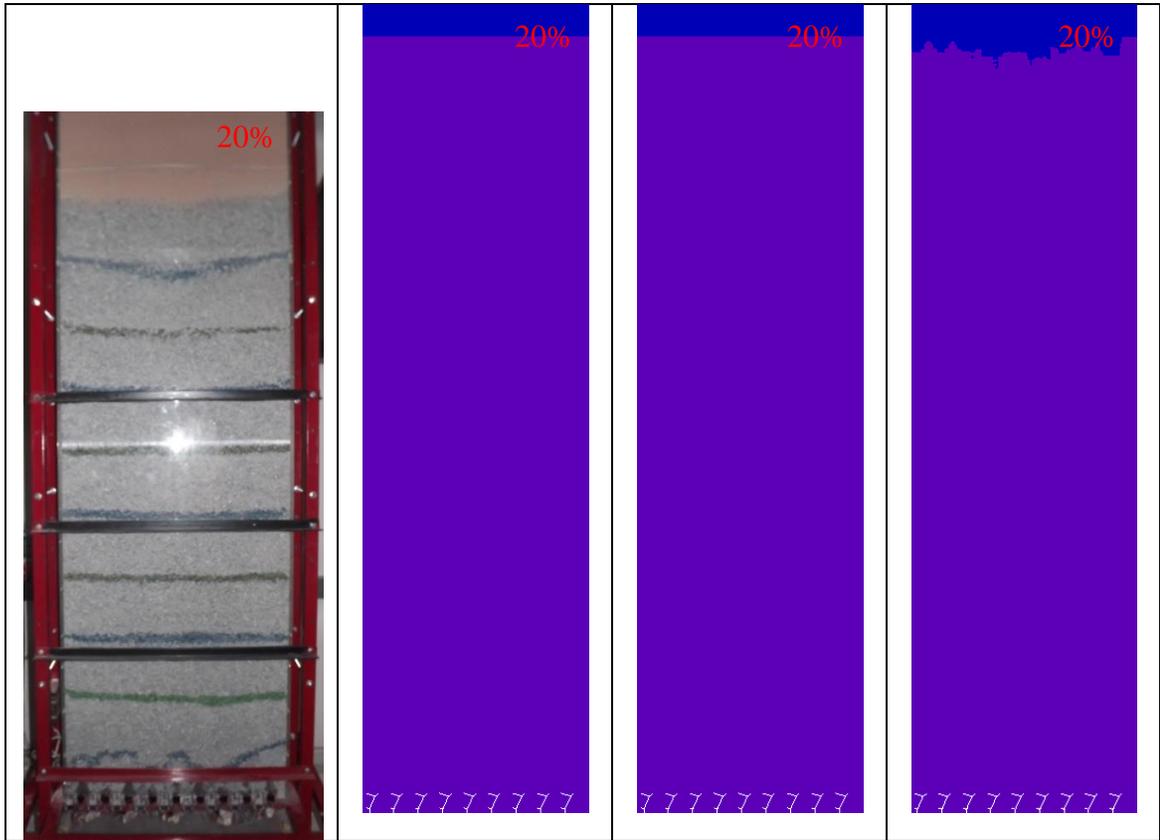


Figura 35 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.

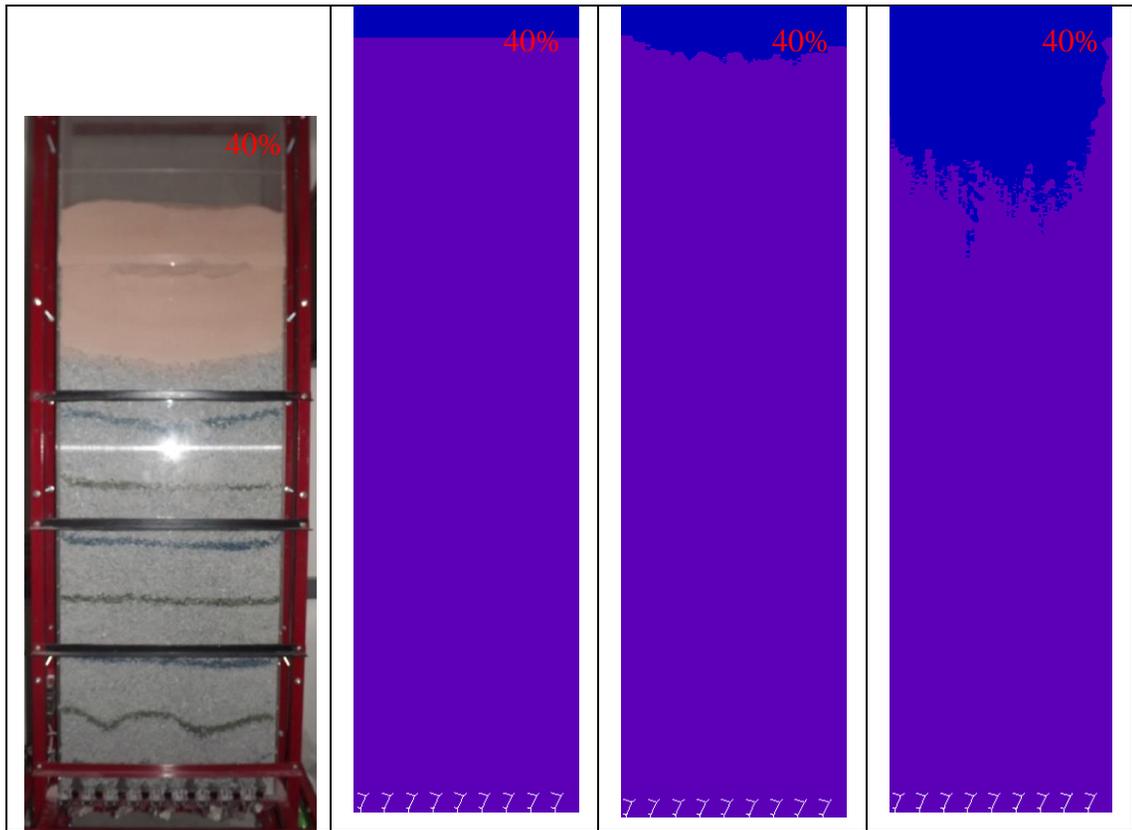


Figura 36 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.

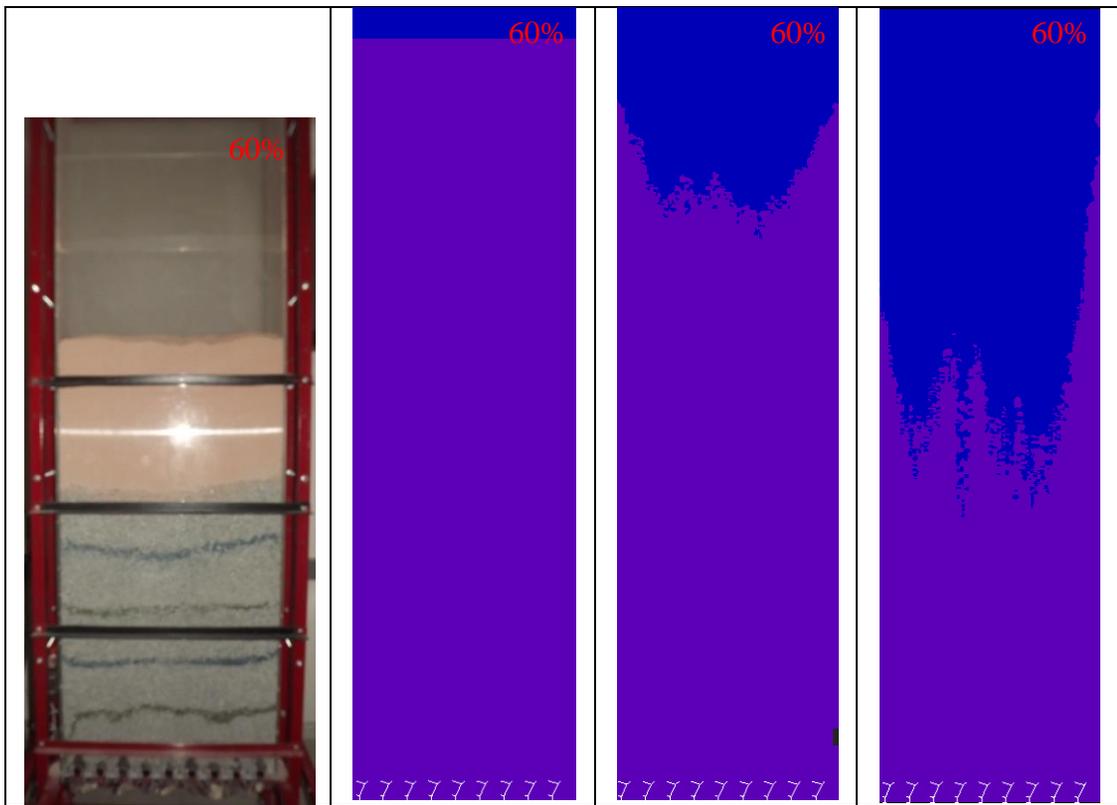


Figura 37 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.

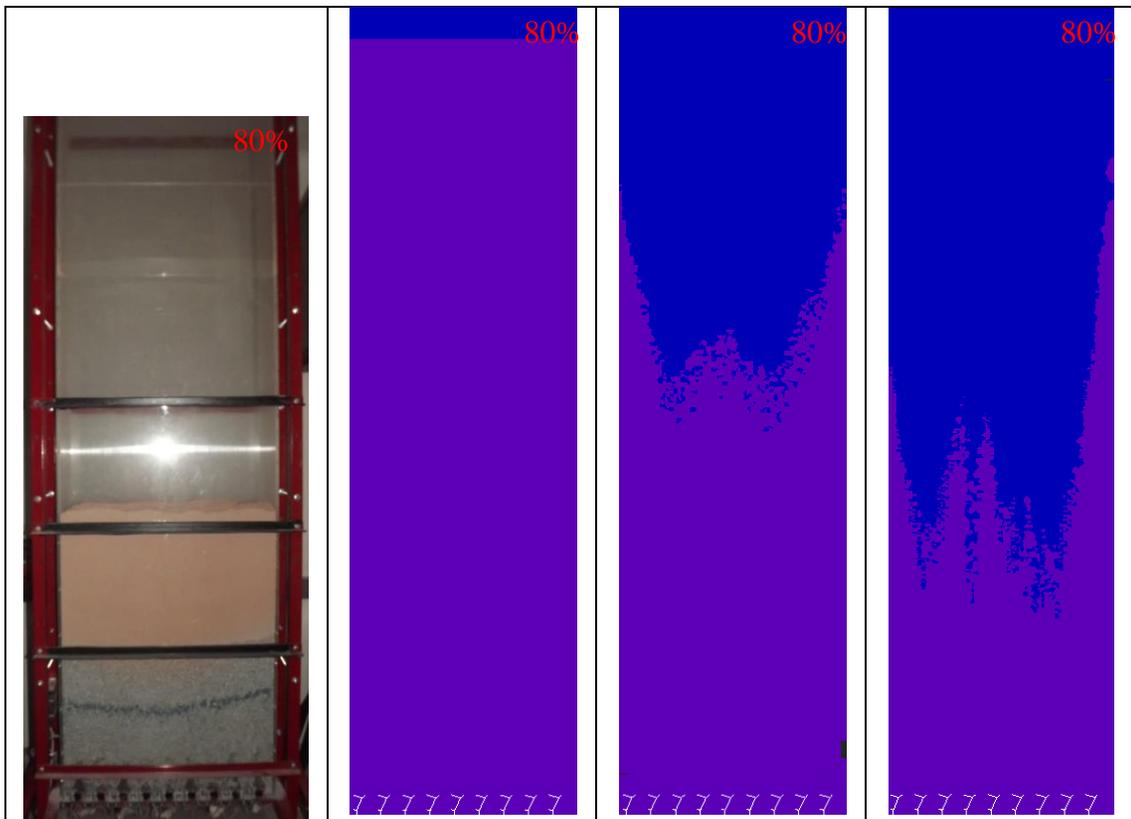


Figura 38 Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.

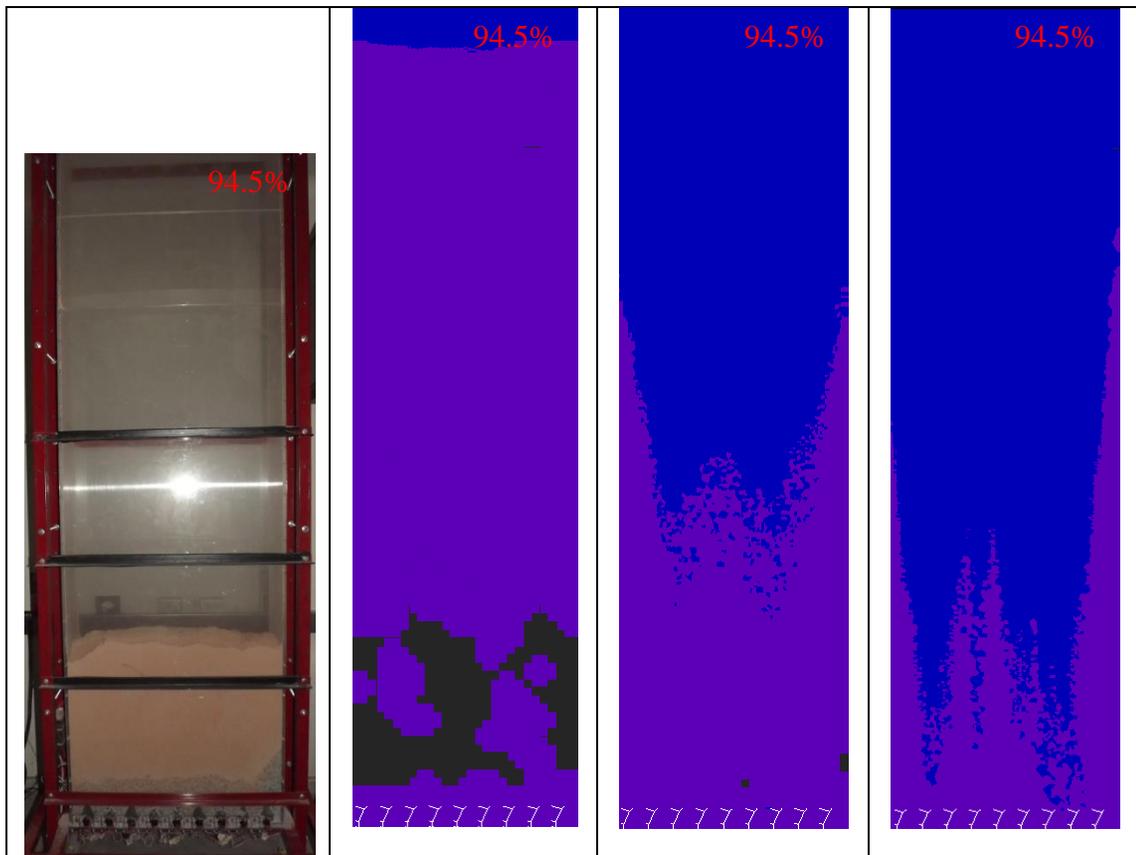


Figura 39 al 94,5% Experimento N°1 y simulaciones N°1, 2 y 3 de extracción uniforme respectivamente.

De las imágenes es posible notar que en la simulación N°1 (la de más a la izquierda) los elipsoide de movimiento casi no alcanzan la interfaz partícula fina/partícula gruesa (la alcanzan recién al final) con lo que esa simulación no refleja lo sucedido en el modelo físico.

Al disminuir el tamaño de las partículas gruesas para la simulación N°2 y N°3, los elipsoides de movimiento se vuelven más delgados y por lo mismo alcanzan antes la interfaz partícula fina/partícula gruesa con lo que en estos casos es posible imitar de mejor manera lo que sucede en el experimento de extracción uniforme del modelo físico. Aún así, en las simulaciones N°2 y N°3 la suma de múltiples perfiles de velocidad genera múltiples zonas con deformación por corte según el perfil de velocidad asociado a los elipsoides (ver página 15 Figura 16) lo que se traduce en migración, a diferencia del experimento de extracción uniforme del modelo físico donde la migración ocurre solo al final.

PED

La Tabla 10 muestra el PED para los distintos puntos de extracción según sea en el experimento de extracción uniforme del modelo físico o en sus simulaciones respectivas. Para la simulación N°1 no se alcanzó el PED con lo que sus resultados se han representado como “+ de 100%”. Cabe destacar que en el modelo físico existen puntos de extracción dentro del pilar corona donde el proceso de descuelgue era solamente posible realizar una vez que terminaba un periodo de extracción, es decir, cuando la mayoría de los recipientes se encontraban llenos, es por esto que los puntos de extracción dentro del pilar tienden a presentar un menor punto de entrada de dilución en relación a los puntos de extracción que se encontraban más accesibles a descuelgue.

Punto de extracción	Modelo físico extracción uniforme	Simulación N°1 Granulometría 1	Simulación N°2 Granulometría 1/2	Simulación N°3 Granulometría 1/4
1	98.7%	+ de 100%	106.7%	102.7%
2	75.1%	+ de 100%	79.1%	79.1%
3	89.4%	+ de 100%	93.5%	68.3%
4	105.3%	+ de 100%	105.3%	81.8%
5	99.7%	+ de 100%	103.7%	103.7%
6	74.6%	+ de 100%	78.6%	73.2%
7	80.4%	+ de 100%	84.4%	64.0%
8	106.7%	+ de 100%	103.2%	87.0%
9	99.9%	+ de 100%	103.9%	103.9%
10	77.7%	+ de 100%	77.7%	60.4%
11	86.2%	+ de 100%	86.2%	70.3%
12	102.3%	+ de 100%	100.0%	84.5%
13	100.6%	+ de 100%	104.7%	69.8%
14	80.6%	+ de 100%	84.6%	62.8%
15	78.2%	+ de 100%	82.3%	98.3%
16	104.5%	+ de 100%	104.5%	112.6%
17	101.0%	+ de 100%	105.0%	70.9%
18	92.4%	+ de 100%	92.4%	86.8%
19	84.5%	+ de 100%	84.5%	92.5%
20	106.4%	+ de 100%	102.4%	110.5%
21	100.8%	+ de 100%	104.8%	104.8%
22	86.8%	+ de 100%	86.8%	85.5%
23	76.2%	+ de 100%	76.2%	84.3%
24	106.0%	+ de 100%	100.9%	110.0%
25	99.9%	+ de 100%	96.2%	103.9%
26	104.3%	+ de 100%	95.1%	102.1%
27	84.7%	+ de 100%	81.4%	88.7%
28	106.1%	+ de 100%	101.4%	105.1%
29	104.1%	+ de 100%	97.3%	101.3%
30	83.2%	+ de 100%	77.9%	82.7%
31	84.7%	+ de 100%	80.2%	84.7%
32	107.9%	+ de 100%	107.9%	101.9%
33	108.8%	+ de 100%	108.8%	105.8%
34	98.5%	+ de 100%	98.5%	97.8%
35	99.1%	+ de 100%	103.1%	103.1%
36	106.9%	+ de 100%	123.0%	101.2%
Promedio	94.5%	+ de 100%	95.1%	90.2%
Desviación estándar	11.3%		11.6%	15.3%

Tabla 10 Punto de entrada de dilución según puntos de extracción para el experimento de extracción uniforme y sus simulaciones correspondientes en REBOP.

Se observa que el promedio del PED para el experimento de extracción uniforme corresponde a 94.5% y que la simulación que más se le acerca es la simulación N°2, con un 95.1% y una desviación estándar muy similar.

Con el fin de calcular la precisión de las simulaciones se presenta el error cuadrático medio para cada caso el cual se define por la Ecuación 13:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (V_{obs} - V_{sim})^2}{N}}$$

Ecuación 13 Error cuadrático medio.

Donde V_{obs} corresponde al valor observado, V_{sim} al valor simulado y N la cantidad de datos. Al calcular según la Ecuación 13 los errores cuadráticos medios según cada caso se tiene los siguientes resultados:

Simulación	RMSE
N°1	--
N°2	4.7%
N°3	12.5%

Tabla 11 Errores cuadráticos medios de las simulaciones en REBOP.

Así, la simulación que mejor se ajusta bajo el criterio de PED (su valor, desviación estándar y error cuadrático medio) es la simulación N°2. En particular el error cuadrático medio de la simulación N°2 es bastante más bajo que el de la simulación N°3 (del orden de 3 veces menor).

Si bien es posible decir que en términos de resultados cuantitativos REBOP sí puede ser calibrado de buena manera con respecto al experimento de extracción uniforme, al comparar las imágenes del modelo físico y la simulación N°2 se aprecie claras diferencias, donde en el modelo físico casi no es posible notar migración, en cambio en el modelo numérico sí.

5.3.2. Resultados simulaciones extracción aislada

Imágenes simulaciones

A continuación se presentan los tamaños de las partículas empleadas en el experimento N°2 y las simulaciones N°4, 5 y 6 en REBOP (experimentos y simulaciones de extracción aislada).

	Experimento de extracción uniforme	Simulación N°4	Simulación N°5	Simulación N°6
Tamaño medio [m]	0.045	0.899	0.599	0.450
Desviación estándar [m]	0.017	0.334	0.223	0.167

Tabla 12 Tamaño de partículas utilizados en el experimento y simulaciones de extracción aislada.

Imágenes del el experimento N°2 y las simulaciones N°4, 5 y 6 en REBOP (experimentos y simulaciones de extracción aislada) pueden ser apreciados a continuación. Los porcentajes de extracción de la columna in-situ se encuentran descritos con números en color rojo.

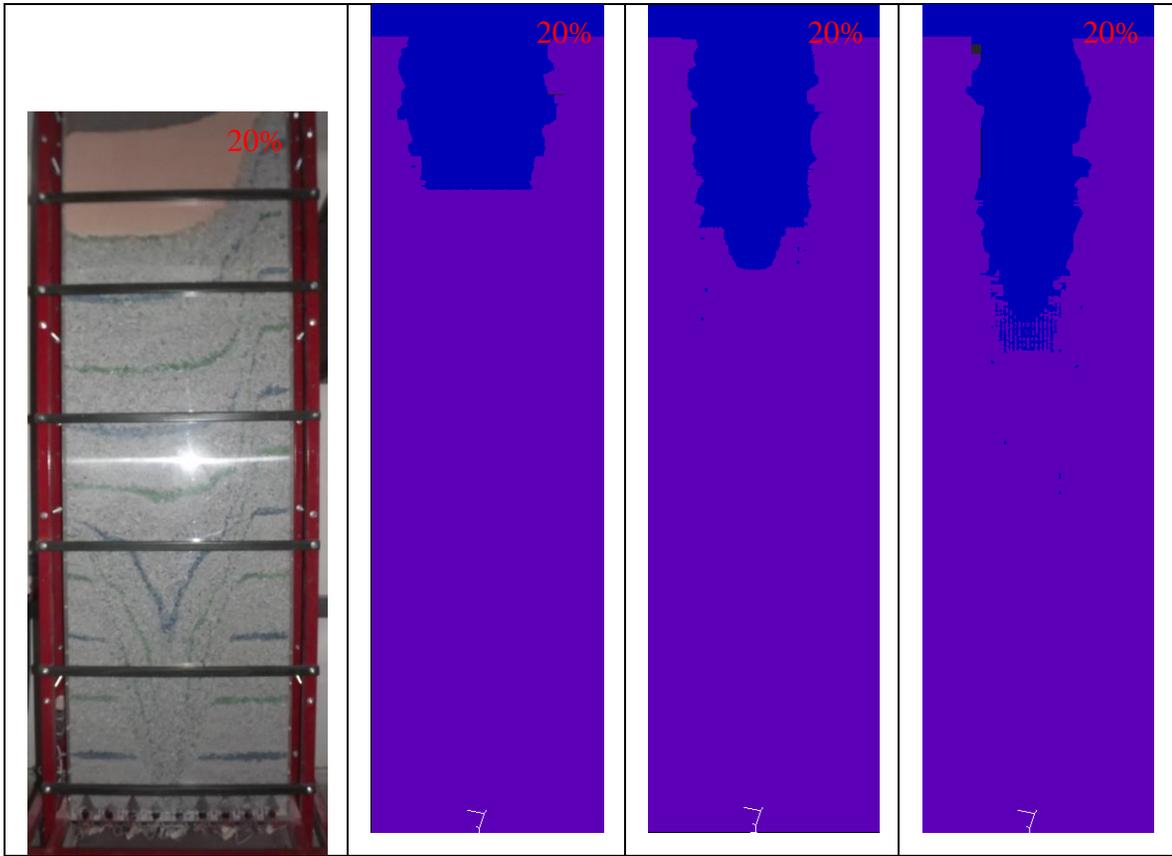


Figura 40 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente.

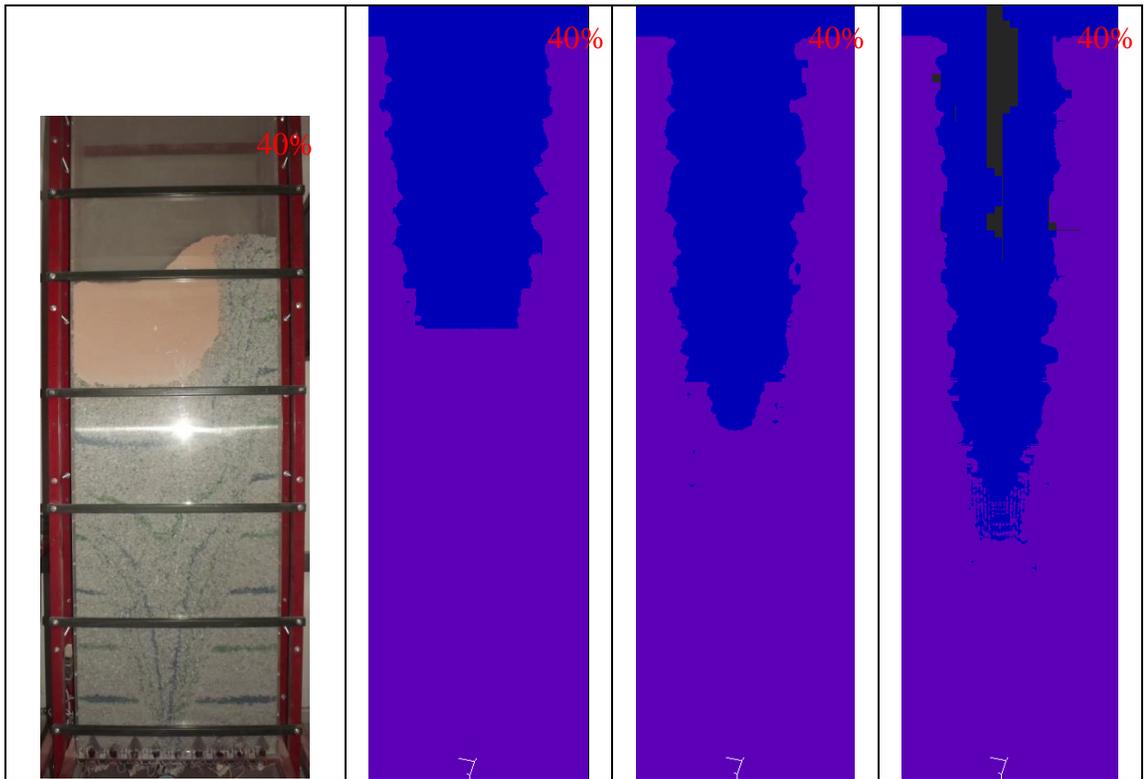


Figura 41 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente.

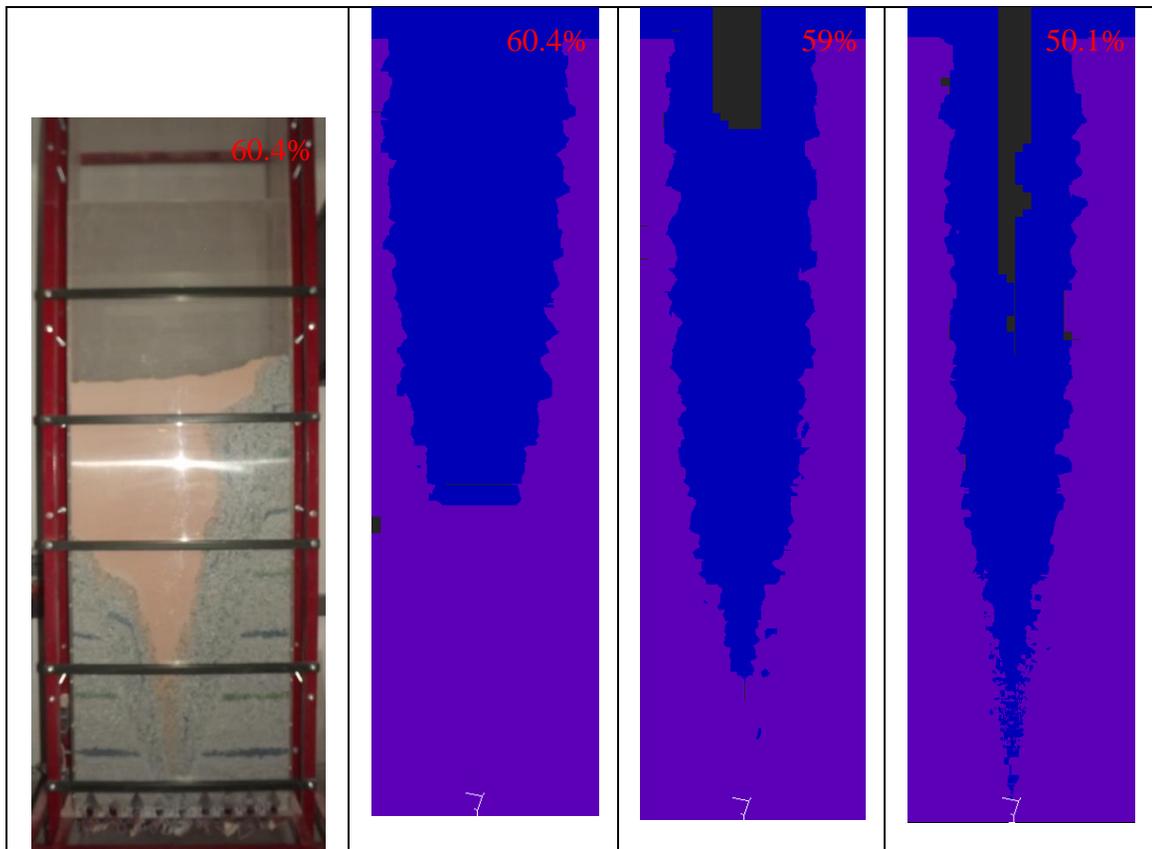


Figura 42 Experimento N°2 y simulaciones N°4, 5 y 6 de extracción aislada respectivamente.

La simulación N°4 no imita de buena manera el experimento de extracción aislada, presentando un flujo más retrasado. La simulación N°5 es parecida al experimento de extracción aislada donde se aprecia que al 59% de extracción ha ocurrido una migración muy parecida a la ocurrida en el modelo físico. La simulación N°6, al poseer la granulometría más fina, deja una zona estancada muy grande y además adelanta la entrada de la dilución en relación al experimento de extracción aislada.

Diámetro del IMZ

Con el fin de comparar la forma de los elipsoides de movimiento, se mide el mayor diámetro del elipsoide de movimiento en función del porcentaje de extracción de la columna in-situ para el experimento de extracción aislada y sus simulaciones correspondientes. En las simulaciones de extracción aislada de REBOP, el mayor diámetro del elipsoide de movimiento fue arrojado por el mismo programa, en cambio, en el experimento de extracción aislada la medición fue realizada de manera visual y fue ponderada por 200 para tener una directa comparación con las simulaciones.

La medición del diámetro del IMZ en el modelo físico solo se pudo efectuar hasta etapas tempranas de la extracción, producto que luego de esto el elipsoide de movimiento se sale del modelo físico. A pesar de esto el máximo valor en el experimento de extracción aislada nunca fue superado por las simulaciones (incluso en etapas cercanas al 100% de extracción de la columna in-situ) con lo que es posible concluir que el ancho del elipsoide de movimiento en el experimento de extracción aislada es siempre mayor al de las simulaciones.

Por otro lado, en los resultados de las simulaciones, es posible apreciar que el diámetro del elipsoide de movimiento es mayor cuando se tiene una granulometría más grande según lo muestra la Figura 43. Esto concuerda en cierta manera con Vargas (2010) quien realizó simulaciones en REBOP (versión 3.1) con distintas fragmentaciones ($d_{80} = 0.2$ [m]; 2.5 [m]; 5[m]) y observó un aumento en el diámetro del elipsoide de extracción IEZ (no IMZ) a mayores tamaños de d_{80} .

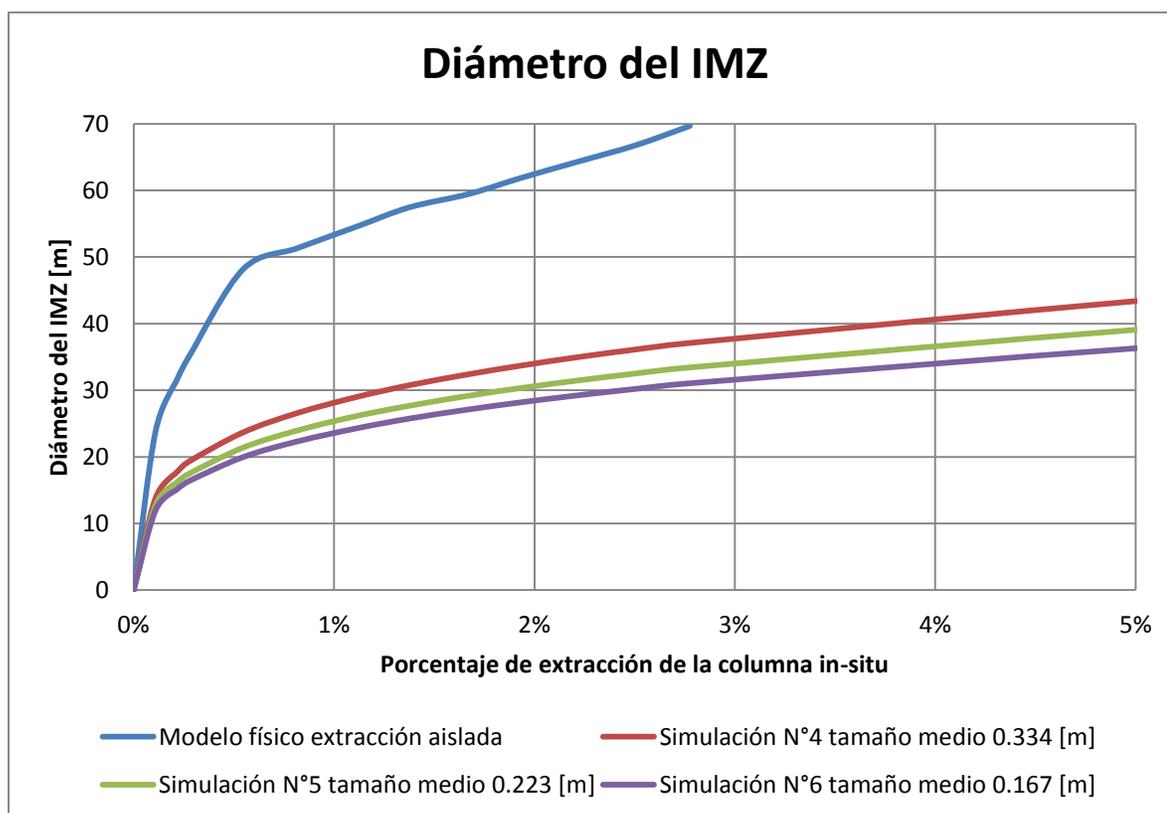


Figura 43 Diámetro del elipsoide de movimiento para experimento de extracción aislada y sus simulaciones respectivas en REBOP.

PED

Los puntos de entrada de dilución del experimento de extracción aislada y sus respectivas simulaciones son presentados en la Tabla 13.

Modelo físico extracción aislada	Simulación N°4 Granulometría 1	Simulación N°5 Granulometría 2/3	Simulación N°6 Granulometría 1/2
60.4%	79.1%	59.0%	50.1%

Tabla 13 Punto de entrada de dilución para el experimento de tiraje aislado y sus simulaciones correspondientes en REBOP.

La simulación que mejor se ajusta bajo el criterio de PED es la simulación N°5.

5.4. Principales discusiones y conclusiones de las simulaciones

5.4.1. Extracción uniforme

En general se concluye que al calibrar REBOP este sí es capaz de imitar el experimento de extracción uniforme en términos de punto de entrada de dilución. Por otro lado se aprecian diferencias entre los experimentos y las simulaciones, en particular sucede que en los experimentos la interfaz partícula fina partícula gruesa se mueva prácticamente al 0% de extracción de la columna in-situ, no así en las simulaciones lo cual ocurre a porcentajes de extracción mayores (sobre 10% para extracción uniforme). Esto sucede debido a que en las simulaciones la altura de los elipsoides de movimiento no alcanza la interfaz partícula fina partícula gruesa de inmediato sino una vez que ha sido extraída una cantidad de masa considerable. Otra diferencia cualitativa evidenciada entre el experimento de extracción uniforme y las simulaciones de extracción uniforme es que en las imágenes obtenidas de REBOP se aprecia visualmente migración y en las del experimento no. Así se concluye que REBOP es capaz de reproducir los experimentos en términos cuantitativos pero eso no implica necesariamente que lo haga en términos cualitativos.

De todas formas la simulación que mejor se ajusta al experimento de extracción uniforme corresponde a la simulación N°2 (1/2 de granulometría) la que en particular se ajusta muy bien para el punto de entrada de la dilución.

5.4.2. Extracción aislada

Las simulaciones de extracción aislada presentan un mejor ajuste con el experimento en relación a las simulaciones de extracción uniforme. En particular en términos de punto de entrada de dilución es posible calibrar REBOP donde la simulación que mejor se ajusta es la N°5, aun así se encuentran diferencias como por ejemplo que el experimento presenta un elipsoide de movimiento de mayor diámetro que todas las simulaciones. De todas formas, al menos en lo que respecta a las imágenes obtenidas del modelo físico y las simulaciones de extracción aislada, es posible concluir que la simulación N°5 imita la migración de finos final observada en el experimento de extracción aislada.

6. CONCLUSIONES

Este capítulo resume las principales conclusiones y discusiones relacionadas a los experimentos realizados en el modelo físico y las simulaciones llevadas a cabo en REBOP, además se presentan algunas recomendaciones para trabajos futuros.

6.1. Conclusiones y recomendaciones

6.1.1. Modelo físico

En el experimento de extracción uniforme no ocurre migración de finos porque casi no existe deformación por corte que permita que las partículas finas percolen. La deformación por corte ocurre muy cerca de los puntos de extracción (cuando los elipsoides de movimiento se traslapan menos y el flujo se vuelve más irregular), por lo que la migración sucede casi al finalizar la extracción, esto se traduce en un PED muy tardío y cercano al 100%. Por otro lado, en el experimento de extracción aislada hay mayor deformación por corte, con lo cual se aprecia una migración más clara al final de la extracción. En particular esta migración ocurre por el centro del modelo físico y es del orden de 3.5 veces mayor a la observada en el experimento de extracción uniforme. Así, es posible concluir que la estrategia de extracción sí influye en la migración de finos, sobre todo a alturas más bajas (bajo 50 [cm]), donde una extracción uniforme es capaz de mitigar la percolación hasta etapas muy tardías de la extracción. En particular, si en minería de Caving se llegase a extraer en un estado perfectamente uniforme, la deformación por corte sería nula con lo cual la migración de finos también. En la práctica esto no sucede aunque es posible concluir que buenas prácticas de extracción reducen la migración de finos.

Otra conclusión importante es que se confirma la acumulación de finos en los bordes del IMZ descrita en el Estudio de migración de finos sobre un punto de extracción aislada en PFC3D de Pierce (2009). Esto se evidencia en la Figura 32 y ocurre debido a que partículas finas migran verticalmente entre los límites del IMZ pasando al ISZ donde quedan estancados. Esto sugiere que al abrir puntos de extracción adyacentes a puntos de extracción ya explotados en una mina de Caving se generaría, en un inicio, un mayor flujo de partículas finas, esto producto que algunas partículas finas acumuladas en los bordes del IMZ del punto antiguo pasarían a estar dentro del IMZ del nuevo punto de extracción abierto, terminando con su estado estancado y fluyendo hacia el nuevo punto de extracción.

6.1.2. Modelo numérico

En las simulaciones de REBOP de extracción uniforme se presentan diferencias con respecto al modelo físico. Una de estas diferencias corresponde a que en las imágenes de las simulaciones se aprecia migración y en las del modelo no.

Otra diferencia clara, entre las simulaciones y los experimentos de extracción uniforme y extracción aislada, es que para que la interfaz partícula fina/partícula gruesa se mueva en las simulaciones se requiere una cantidad de masa extraída considerable, no así en los experimentos donde esto ocurre prácticamente al 0% de extracción.

Por otro lado, al no variar la granulometría en las simulaciones REBOP no entrega una buena comparación con los experimentos, de hecho en el caso de la simulación N°1 los resultados son pésimos al comparar con el experimento de extracción uniforme, a pesar de esto, REBOP sí entrega una buena comparación al ser calibrado por lo que se concluye que la calibración es algo necesario. De todas formas, a pesar de estar calibrado con respecto a resultados cuantitativos, REBOP presenta diferencias a los experimentos, estas son posibles apreciar por ejemplo entre las imágenes del experimento de extracción uniforme donde no se presenta migración y las imágenes de la simulación N°2 donde sí se aprecia.

La formulación de la migración de finos en REBOP para una simulación de extracción aislada sugiere que la migración ocurra por los bordes del elipsoide del movimiento y no por el centro, contrario a como sucede en el experimento de extracción aislada. De todas formas la simulación N°5 imita de muy buena manera el experimento con lo que se concluye que REBOP imita el mecanismo en migración de finos para este experimento.

6.2. Trabajos futuros

Es probable que en el modelo físico la migración se haya visto disminuida producto de fuerzas externas. Cabe destacar que según las ecuaciones de Fuentes (1996)⁷ y Lifshitz (1956)⁸ para el tamaño medio de las partículas finas (0.0143 [cm]) la fuerza de Van der Waals es 2.16 veces mayor que la fuerza de gravedad. Además, si bien las partículas finas fueron secadas en un horno (hasta una humedad de 0.35%), es probable que hayan tomado humedad del aire durante el tiempo en que se realizaron los experimentos y así se hayan visto afectadas en cierto grado por fuerzas capilares. Estos efectos no se encuentran cuantificados y estudios más acabados son requeridos para asegurar si es aplicable o no la teoría de migración de finos presentada en esta memoria a partículas tan pequeñas como las partículas finas utilizadas en los experimentos de extracción uniforme y aislada. En particular se requeriría realizar experimentos con celdas de corte similares a los detallados en el capítulo de antecedentes y observar cómo se comportarían partículas tan pequeñas con la teoría, donde, posiblemente, se requiera un ajuste a la ecuación de Bridgwater et al. (1978)² para partículas de percolación de tamaños pequeños.

Además, se aconseja realizar nuevos experimentos de extracción uniforme variando la granulometría de las partículas finas y/o gruesas para así establecer una curva “PED vs relación de tamaños” o una curva “avance final promedio vs relación de tamaños”. De utilizar el modelo físico presentado en esta memoria se debe tener en cuenta considerar un tamaño máximo de partículas de 3/8” para no tener problemas con el sistema de extracción.

Para facilitar la toma de imágenes en el modelo físico se sugiere utilizarlo hasta alturas en que se pueda tomar una imagen completa de este, además de evitar, dentro de lo posible, el uso excesivo de barras.

Por otro lado, sería interesante simular en REBOP los experimentos realizados en esta memoria sin aumentar 200 veces ni el tamaño del modelo físico, ni el tamaño de las partículas, ¿los resultados son los mismos a los obtenidos al aumentar 200 veces el tamaño del modelo físico como ocurre en las simulaciones realizadas en esta memoria?

⁷ Citado en Castro (2001)

⁸ Citado en Pineda (2012)

7. BIBLIOGRAFÍA

- Cardew, P. T. 1981. Percolation and mixing in failure zones. *Powder Technology*, 28(2), 119-128.
- Castro, R. 2001. Escalamiento para modelo físico de flujo gravitacional, Memoria de Ingeniero Civil de Minas. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Castro, R. 2006. Study of the Mechanisms Of Gravity Flow for Block Caving. Tesis de doctorado. Australia, University of Queensland. pp 65-81.
- Hashim, M. 2011. Particle Percolation in block Caving mines. Tesis de doctorado. Australia, University of New South Wales.
- Hashim, M. H. M., & Sharrock, G. B. 2012. Dimensionless percolation rate of particles in block Caving mines. En: *MassMin 2012: 6th International Conference and Exhibition on Mass Mining*. Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum.
- Hashim, M. H. M., & Sharrock, G. B. 2010. Quantification Of Shear-Strains In A 2D Block Cave Scaled Physical Model. En: *ISRM International Symposium-6th Asian Rock Mechanics Symposium*. International Society for Rock Mechanics.
- Hashim, M. H. M., & Sharrock, G. B. 2009. Numerical Investigation of the Effect of Particle Shape On Percolation. En: *43rd US Rock Mechanics Symposium & 4th US-Canada Rock Mechanics Symposium*. American Rock Mechanics Association.
- Laubscher, D. 2000. A practical manual on block Caving. *International Caving Study (1997-2000) Capítulo Design Topic – Dilution*
- Laubscher, D. H. 1994. Cave mining-the state of the art. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 94(10), 2279.
- Nedderman, R. 1992. Static and Kinematics of Granular Material. Inglaterra. pp 84-104.
- Orellana, L. 2012. Estudio de variables de diseño del sistema de minería continua a partir de experimentación en laboratorio, tesis de magíster en minería, Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Pierce, M. 2009, A model for gravity flow of fragmented rock in block Caving mines, Tesis de doctorado. Australia. University of Queensland, pp 234-263.
- Pierce, M et al. 2008. REBOP Version 3.1 For Block Caving User Guide. [Manual de usuario para software REBOP 3.1]. Estados Unidos.
- Pineda, M. 2012. Study of the gravity flow mechanisms at goldex by means of a physical model. Tesis de magíster en minería. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

SRK consulting (Canada) Inc. 2009. Chuquicamata Underground Project 2009 Fragmentation Assessment FINAL DRAFT.

Vargas, R. 2010. Metodología de diseño de malla de extracción en Block y Panel Caving incorporando back-análisis, tesis de magíster en minería, Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, pp 41-42.

8. ANEXOS

El capítulo Anexos pone un mayor énfasis en temas o resultados tratados en la memoria los cuales no fueron detallados. Las razones por la cual estos temas y resultados son presentados fuera de la memoria son para facilitar la lectura de esta y ser leídos solo si es de interés del lector.

En particular este capítulo ahonda sobre cómo fueron determinados los esfuerzos verticales tanto en el modelo como en el prototipo (Anexo A) y la metodología empleada para establecer la granulometría de las partículas utilizadas en el modelo (Anexo B). Además se ha incluido un anexo de códigos sobre procesamiento de imágenes (Anexo C) los cuales son aplicables tanto para modelos físicos como para REBOP. Si bien los códigos no fueron mencionados en la memoria, se agregan en este capítulo para que futuros trabajos en modelos físicos y simulaciones en REBOP tenga la posibilidad de acceder a esta información de manera más fácil y así puedan desarrollar aplicaciones interesantes.

8.1. Anexo A – Determinación de esfuerzos verticales

Para poder determinar los esfuerzos verticales del modelo y el prototipo se considera el análisis de Janssen-Walker descrito por Nedderman (1992) el cual permite calcular teóricamente el esfuerzo vertical en la base de una sección transversal cualquiera que se encuentra llena con un material no cohesivo de densidad γ . Se procede a estimar la carga vertical teórica tanto sobre el modelo físico como sobre un área abierta de dimensiones que podrían equivaler a una mina de block/panel Caving en general.

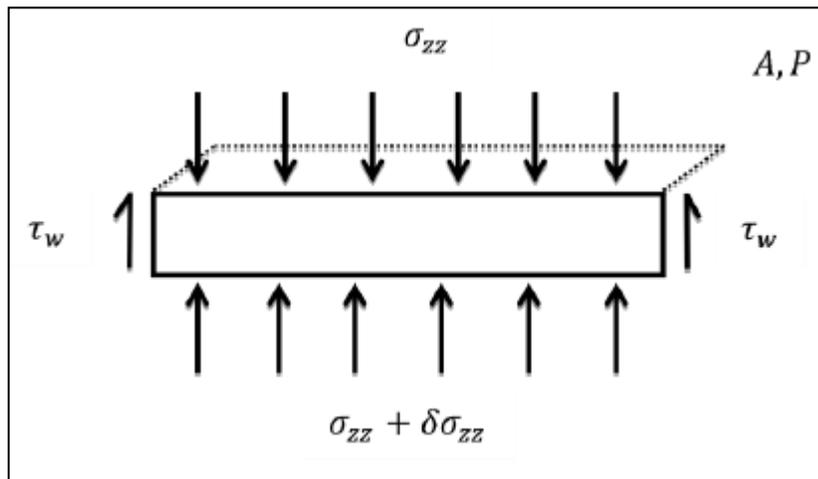


Figura 44 Análisis diferencial Janssen – Walker (Nedderman, 1992).

Mediante balance de fuerza para la Figura 44 se tiene la Ecuación 14, donde A corresponde al área de la sección y P a su perímetro y τ_w el esfuerzo de corte medio en torno al perímetro de las paredes del sistema.

$$A\sigma_{zz} + A\gamma\delta z = A(\sigma_{zz} + \delta\sigma_{zz}) + P\delta z\tau_w$$

Ecuación 14 Balance de fuerzas.

Despejando γ se tiene:

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{P}{A}\tau_w = \gamma$$

Ecuación 15 Balance de fuerzas.

Como se está considerando un material no cohesivo, luego:

$$\tau_w = \mu_w \sigma_w$$

Ecuación 16 Esfuerzo de corte.

Donde σ_w y μ_w corresponden al esfuerzo normal y al coeficiente de fricción de la pared respectivamente. Es posible describir μ_w a partir del ángulo de fricción de la pared ϕ_w tal que:

$$\mu_w = \tan(\phi_w)$$

Ecuación 17 Coeficiente de fricción de la pared en función del ángulo de fricción pared.

Se define la constante de Janssen K como:

$$\sigma_w = K\sigma_{zz}$$

Ecuación 18 Constante de Janssen.

Reemplazando la Ecuación 18 en la Ecuación 15 se tiene:

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{P\mu_w K}{A}\sigma_{zz} = \gamma$$

Ecuación 19 Balance de fuerzas.

Considerando que el radio hidráulico corresponde al área dividido el perímetro A/P se tiene lo siguiente:

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{\mu_w K}{R_h}\sigma_{zz} = \gamma$$

Ecuación 20 Balance de fuerzas.

La ecuación anterior corresponde a una ecuación diferencial de primer orden que se puede escribir como:

$$\frac{dy}{dx} + \alpha y(x) = f(x)$$

Ecuación 21 Ecuación diferencial de primer orden.

Cuya solución viene dada por:

$$y(x) = e^{-\alpha(x-x_0)} \left(y_0 + \int_{x_0}^x f(z) e^{\alpha(z-x_0)} dz \right)$$

Ecuación 22 Solución general ecuación diferencial de primer orden.

Dado que $f(x) = b = cte$ y $x_0=0$

$$y(x) = y_0 e^{-\alpha x} + \frac{b}{\alpha} (1 - e^{-\alpha x})$$

Ecuación 23 Solución particular para la ecuación diferencial de primer orden.

Reemplazando según la Ecuación 20 y la Ecuación 21 se tiene:

$$\sigma_{zz}(z) = Q_o e^{\frac{-z\mu_w K}{R_h}} + \frac{\gamma R_h}{\mu_w K} \left[1 - \exp\left(\frac{-z\mu_w K}{R_h}\right) \right]$$

Ecuación 24 Esfuerzo vertical obtenido.

Donde Q_o corresponde a una sobrecarga uniforme en la superficie del modelo, en este caso en particular este valor es igual a 0. Finalmente se define para z :

$$\sigma_{zz}(z) = \frac{\gamma R_h}{\mu_w K} \left[1 - \exp\left(\frac{-z\mu_w K}{R_h}\right) \right]$$

Ecuación 25 Ecuación de Janssen-Walker.

Donde:

γ : densidad del material [t/m³].

R_h : Radio hidráulico [m].

μ_w : coeficiente de fricción de la pared.

K : constante de Janssen (caso activo, es decir, cuando las partículas no están estáticas sino en movimiento).

La constante de Janssen puede ser calculada de la siguiente manera según Walker (1973)⁹

$$K = \frac{1 + k \operatorname{sen}(\phi) \cos\left(\frac{\operatorname{sen}(\phi_w)}{\operatorname{sen}(\phi)} + k\phi_w\right)}{1 - k \operatorname{sen}(\phi) \cos\left(\frac{\operatorname{sen}(\phi_w)}{\operatorname{sen}(\phi)} + k\phi_w\right)}$$

Ecuación 26 Constante de Walker.

Donde $k=-1$ en el caso activo, $k=1$ en el caso pasivo, ϕ es la relación ángulo de fricción interna material y ϕ_w es la fricción pared-material.

Considerando un área y un perímetro a representar del prototipo de 35900 [m²] y 800 [m] respectivamente, se tiene un radio hidráulico de 44.9 [m] [m]. La altura de columna para el prototipo se considera como 655 [m]. Para el modelo, dadas sus dimensiones anteriormente presentadas, se tiene un radio hidráulico de 0.085 [m] y una altura de columna de 2,5 [m].

⁹ Citado en Neddermann (1992).

Asumiendo para el prototipo una densidad del material de 2700 [kN/m³], un esponjamiento del orden de 30% y una aceleración de la gravedad de 9.8 [m/s²] se obtiene un peso específico de 20.35 [kN/m³] La densidad aparente para las partículas gruesas del modelo corresponde en promedio a 1470 [kg/m³] y considerando la anterior aceleración de la gravedad se obtiene un peso específico de 14.41 [kN/m³].

El ángulo de fricción de las partículas gruesas corresponde a 33° y el ángulo de fricción de la pared del modelo que corresponde a 19.5°, con esto, al aplicar la función tangente a estos ángulos se obtiene el coeficiente de fricción que equivale a 0.65 y 0.35 respectivamente según la Ecuación 27.

$$\mu = \tan(\phi)$$

Ecuación 27 Relación coeficiente de fricción con ángulo de fricción.

Para encontrar la constante de Janssen K, se ajusta su valor con tal que los esfuerzos verticales medidos por Orellana (2012) de seis experimentos (Mineral, Grava, Ladrillo, Yeso, Carbón y Mortero) concuerden con los resultados teóricos obtenidos a través de la ecuación de Janssen. Luego de esto se promedian los seis valores obtenidos siendo el valor promedio 0.63.

Con todos los datos anteriores es posible estimar la carga vertical teórica, tanto para el prototipo como para el modelo, donde se tiene 2.19 [MPa] y 0.006 [MPa] respectivamente. Cabe destacar que la relación entre el esfuerzo del modelo y el esfuerzo del prototipo que se busca para mantener la similitud dinámica corresponde a 1:200 con lo que, para las dimensiones del modelo, se tiene un 49.7% del esfuerzo deseado.

A continuación se presenta una tabla resumen con todos los datos utilizados y el resultado final obtenido al estimar la carga vertical teórica tanto para el prototipo como para el modelo:

		Prototipo	Modelo	Unidad
A	Área	35900	0.156	[m ²]
P	Perímetro	800	1.844	[m]
R_h	Radio hidráulico	44,9	0.085	[m]
z	Altura columna	655	2.5	[m]
γ	Peso específico	20.35	14.41	[kN/m ³]
μ_w	Fricción	0.65	0.35	
K	Constante de Janssen (activo)	0.63	0.63	
σ_{zz}	Carga vertical (Janssen)	2.19	0.005	[MPa]

Tabla 14 Tabla resumen cálculo carga vertical teórica para prototipo y modelo.

8.2. Anexo B – Determinación de la granulometría de las partículas gruesas para el modelo físico.

Del informe de fragmentación de Chuquicamata de SRK (ver referencias) se tiene la fragmentación primaria en metros de las unidades geotécnicas PEK, PES, Q>S, Q=S y Q<S de la futura mina Chuquicamata subterránea.

Para poder pasar los metros cúbicos a metros se asume un factor de forma. En el anexo A de Castro (2006) se señala que de 4080 fragmentos analizados a través de imágenes que fueron tomadas desde 10 puntos de extracción diferentes en la mina Palabora durante agosto del 2003, la relación de aspecto promedio que se tuvo de estos fragmentos fue de 1:2.23. Tomando estos datos provenientes de mina, asumiendo una relación de aspecto final de 0.5:1:2.23 y una forma de partícula de paralelepípedo es posible determinar el volumen y diámetro equivalente y relacionar estos entre sí mediante la siguiente forma:

$$V_e = L_1 \cdot L_2 \cdot L_3 = (0,5 \cdot L_2) \cdot L_2 \cdot (2,23 \cdot L_2) = 1,12 \cdot L_2^3$$

Ecuación 28 Volumen equivalente en función del largo medio.

Despejando:

$$L_2 = \sqrt[3]{\frac{V_e}{1,12}}$$

Ecuación 29 Largo medio en función del volumen equivalente.

Por otro lado, el diámetro se relaciona al largo medio mediante la siguiente forma:

$$d_e = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{3} = \frac{0,5 \cdot L_2 + L_2 + 2,23 \cdot L_2}{3} = 1,24 \cdot L_2$$

Ecuación 30 Diámetro equivalente en función del largo medio.

Despejando:

$$L_2 = \frac{d_e}{1,24}$$

Ecuación 31 Largo medio en función del diámetro equivalente.

Juntando la Ecuación 29 con la Ecuación 31 y despejando el diámetro equivalente se tiene:

$$d_e = 1.24 \cdot \sqrt[3]{\frac{V_e}{1,12}}$$

Ecuación 32 Diámetro equivalente en función del volumen equivalente.

Luego, la Ecuación 32 relaciona el diámetro equivalente (metros) con el volumen equivalente (metros cúbicos) que corresponde al dato que se tiene del informe de fragmentación de SRK.

Por otro lado, considerando los siguientes porcentajes de cada unidad geotécnica:

Unidad geotécnica	
PEK	17,4%
PES	14,6%
Q>S	11,8%
Q=S	43,3%
Q<S	12,8%

Tabla 15 Porcentaje seleccionado de cada unidad geotécnica.

Y ponderando cada porcentaje de cada unidad geotécnica de la Tabla 15 por su curva granulométrica que se tiene en el informe de fragmentación de Chuquicamata de SRK, es posible establecer la curva granulométrica en metros cúbicos del prototipo. Utilizando la Ecuación 32 es posible transformar esta curva a metros. Al dividir por 200 los tamaños de la curva granulométrica del prototipo se obtiene a priori la curva granulométrica para las partículas gruesas del modelo.

Por otro lado, al realizar un análisis de fuerzas al que se ven expuestas las partículas del modelo se determina que el tamaño más pequeño posible para las partículas gruesas corresponde a 425 $[\mu\text{m}]$ o equivalentemente 0.425 $[\text{mm}]$, pero dado que el d_0 de las partículas gruesas es superior a este tamaño no se tiene problemas con los finos de la curva granulométrica de las partículas gruesas del modelo.

Por razones técnicas del sistema de extracción de los servomotores y de las dimensiones de los puntos de extracción del modelo físico, tamaños sobre 3/8" (o 9.53 $[\text{mm}]$) no pueden ser extraídos, por lo que este tamaño es considerado como cota máxima (d_{100}) con lo que se debe eliminar el 2.9% más grueso del material.

Finalmente, al eliminar el 2.9% más grueso del material se tiene la curva granulométrica para las partículas gruesas del modelo que se encuentra reflejada en la Tabla 16 o anteriormente presentada, junto con la granulometría de las partículas finas, en la página 27, Figura 23.

Tamaño [mm]		Partículas gruesas
0.425	0.60	0%
0.60	0.85	1.2%
0.85	1.18	2.0%
1.18	1.70	4.4%
1.70	2.36	11.8%
2.36	3.35	32.8%
3.35	4.75	68.6%
4.75	6.35	88.4%
6.35	9.53	100.0%

Tabla 16 Porcentaje de masa acumulado para las partículas gruesas en el modelo.

8.3. Anexo C – Códigos para el procesamiento de imágenes

8.3.1. Código para imágenes de un modelo físico

A continuación se presenta un código escrito en el lenguaje MATLAB para imágenes tomadas desde el modelo físico de esta memoria (aplicable a otros modelos físicos). El código identifica los píxeles rojos, verdes y azules. Para esto algunas partículas gruesas fueron pintadas con spray de color rojo, verde y azul en el modelo físico. Una vez identificado los píxeles cualquier usuario que sepa programar en MATLAB puede trabajar los datos a su disposición y según la aplicación que desee utilizar (porcentaje de píxeles rojos, verdes y azules, centros de masa, etc).

A modo de introducción, una imagen de $m \times n$ pixeles corresponde a una matriz de $m \times n \times 3$ donde cada pixel posee tres datos. En particular el primer dato corresponde a su valor en rojo, el segundo a su valor en verde y el tercero a su valor en azul (RGB o Red Green Blue). Estos valores varían desde 0 a 255 donde los valores (0,0,0) corresponde al tono negro (ausencia total de colores), los valores (255,255,255) corresponden al tono blanco (presencia absoluta de colores) y los valores (255,0,0); (0,255,0) y (0,0,255) corresponden a los colores rojo, verde y azul respectivamente. Así, combinando valores entre 0 y 255 es posible obtener una gran cantidad de colores.

Como criterio de selección para diferenciar y hallar colores para las imágenes en el modelo físico se selecciona que: un pixel se considera rojo cuando su valor en rojo supera a su valor en verde y a su valor en azul por sobre un cierto factor. Así también se establece que: un pixel se considera verde si su valor en verde supera por sobre un cierto factor su valor en rojo y su valor en azul. El mismo criterio se tiene para determinar cuándo un pixel es azul. Así, los factores definidos para el código presentado en este anexo son: 1.1 para rojo, 1.1 para verde y 1.08 para azul.

El código y su resultado final puede ser apreciado desde ahora en adelante donde se han agregado comentarios en color verde para un mayor entendimiento.

```
-----  
  
%Elimina toda variable anteriormente usada.  
clear  
  
%Lee la imagen S6A 34 5.jpg y la guarda en la matriz I  
I=imread('S6A 34 5.jpg');  
  
%Se calcula el tamaño de la matriz I  
dimension=size(I);  
  
%Se definen los factores que se utilizan para definir qué es rojo, verde o  
azul  
Factor=ones(3,1);  
Factor(1,1)=1.1;  
Factor(2,1)=1.1;  
Factor(3,1)=1.08;  
  
%Se recorre la imagen I desde sus dos tamaños principales  
for i=1:dimension(1)  
    for j=1:dimension(2)  
  
        %Si el valor del pixel rojo es mayor que el factor rojo por los  
valores de  
        %los pixeles verde y azul entonces...  
        if I(i,j,1)>Factor(1,1)*I(i,j,2) && I(i,j,1)>Factor(1,1)*I(i,j,3)  
  
            %Se pinta lo definido rojo como rojo  
            I(i,j,1)=255;  
            I(i,j,2)=0;  
            I(i,j,3)=0;  
  
        end  
    end  
end
```

```

%Si el valor del pixel verde es mayor que el factor verde por los
valores de
%los pixeles rojo y azul entonces...
if I(i,j,2)>Factor(2,1)*I(i,j,1) && I(i,j,2)>Factor(2,1)*I(i,j,3)

    %Se pinta lo definido verde como verde
    I(i,j,1)=0;
    I(i,j,2)=255;
    I(i,j,3)=0;
end

%Si el valor del pixel azul es mayor que el factor azul por los
valores de
%los pixeles rojo y verde entonces...
if I(i,j,3)>Factor(3,1)*I(i,j,1) && I(i,j,3)>Factor(3,1)*I(i,j,2)

    %Se pinta lo definido rojo como rojo
    I(i,j,1)=0;
    I(i,j,2)=0;
    I(i,j,3)=255;
end
end
end

%Se muestra la matriz I como imagen
imshow(I);

```

La Figura 45 y la Figura 46 corresponden a la matriz I como imagen al inicio y al final del código respectivamente:



Figura 45 Matriz I al inicio del código.

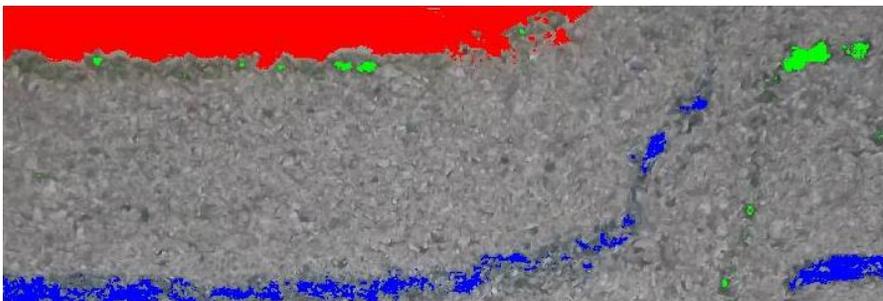


Figura 46 Matriz I al final del código.

8.3.2. Código para las imágenes de REBOP

A continuación se presenta un código general escrito en el lenguaje MATLAB para poder identificar pixeles de distintos colores en REBOP.

Como criterio de selección esta vez no se ocuparon factores sino que intervalos para definir los colores. Estos intervalos fueron definidos a criterio propio y gracias a la utilización del programa ImageJ el cual permite ver los valores de los pixeles de las imágenes. En particular se definió:

- Un pixeles se considera violeta (partícula fina) si su valor rojo es mayor a 91 y su valor azul mayor a 30.
- Un pixeles se considera azul (partícula gruesa) si su valor rojo es menor a 91 y su valor azul mayor a 30.

Además, al igual que para el modelo físico y a modo de identificación visual, los pixeles que son considerados violetas fueron pintados rojos (255,0,0) y los considerados azules, azules (0,0,255).

El código y su resultado final puede ser apreciado desde ahora en adelante donde se han agregado comentarios en color verde para un mayor entendimiento.

```
-----  
  
%Elimina toda variable anteriormente usada.  
clear  
  
%Lee la imagen R6 33.2.jpg y la guarda en la matriz I  
I=imread('R6 33.2.JPG');  
  
%Se calcula el tamaño de la matriz I  
dimension=size(I);  
  
%Se recorre la imagen I desde sus dos tamaños principales  
for i=1:dimension(1)  
    for j=1:dimension(2)  
  
        %Si el valor del pixel rojo es mayor que 91 y el azul mayor que 30  
        entonces...  
        if I(i,j,1)>91 && I(i,j,3)>30  
  
            %Se pinta lo definido violeta como rojo  
            I(i,j,1)=255;  
            I(i,j,2)=0;  
            I(i,j,3)=0;  
  
        end  
  
        %Si el valor del pixel rojo es menor que 91 y el azul mayor que 30  
        entonces...  
        if I(i,j,1)<91 && I(i,j,3)>30  
  
            %Se pinta lo definido azul como azul  
            I(i,j,1)=0;
```

```
I(i,j,2)=0;  
I(i,j,3)=255;  
  
    end  
end  
end  
  
%Se muestra la matriz I como imagen  
imshow(I);
```

La Figura 47 muestra la matriz I como imagen al inicio (izquierda) y al final del código (derecha) respectivamente:

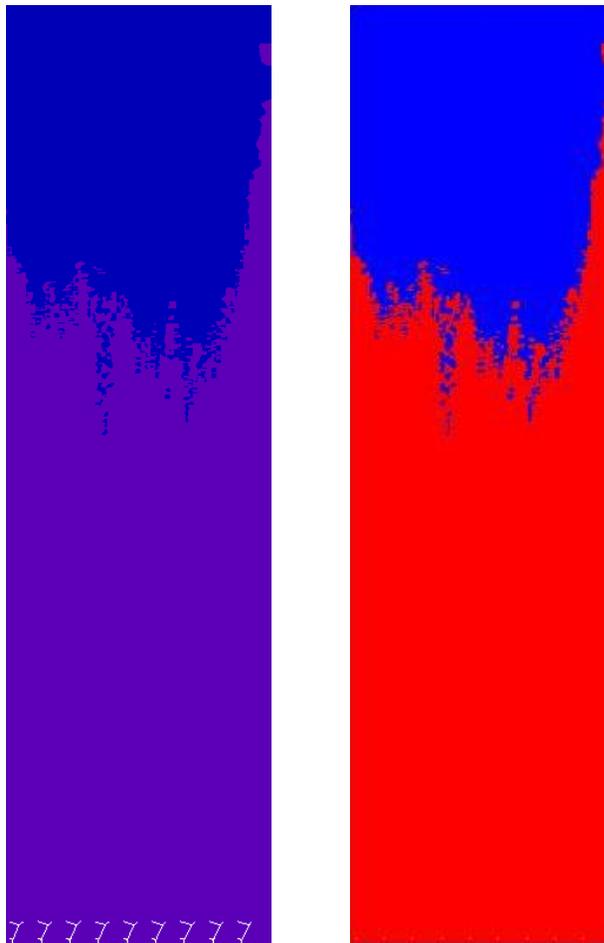


Figura 47 Matriz I al inicio (izquierda) y final (derecha) del código.