



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL**

**ANÁLISIS COMPARATIVO Y CAUSAL DE MODELOS DE
VOLATILIDAD PARA ACTIVOS FINANCIEROS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

SEBASTIÁN MANUEL OROZCO DE LA PAZ

**PROFESOR GUÍA:
JOSÉ MIGUEL CRUZ GONZÁLEZ**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PATRICIO ANDRÉS VALENZUELA AROS
EDUARDO CONTRERAS VILLABLANCA**

**SANTIAGO DE CHILE
AGOSTO 2014**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: SEBASTIÁN OROZCO DE LA PAZ
FECHA: 21 DE AGOSTO DE 2014
PROF. GUÍA: SR. JOSÉ MIGUEL CRUZ

ANÁLISIS COMPARATIVO Y CAUSAL DE MODELOS DE VOLATILIDAD PARA ACTIVOS FINANCIEROS

Dentro del trabajo de memoria, se analizaron los modelos de volatilidad de Desviación Estándar, Alisamiento Exponencial de la Varianza, GARCH con distribución Normal y Normal Inversa Gaussiana y el GJR GARCH, los cuales se aplicaron al precio del cobre, al tipo de cambio dólar-peso observado, al precio de la acción de Copec, al IPSA y a la TIR de un BCP a 10 años, buscando establecer las ventajas y desventajas de cada uno con la finalidad de generar una métrica que permita, al tomador de decisión, escoger el mejor modelo de volatilidad a usar bajo sus requerimientos y recursos. Además, se estudiarán efectos causales de la volatilidad en los activos escogidos para entender de mejor forma las causas que la originan.

Se observó que los modelos GARCH están por sobre los otros dos modelos en todos los criterios escogidos, exceptuando el costo computacional. Además, los resultados de estos modelos son consistentes con la literatura en cuanto a determinar las características de la volatilidad (sensibilidad al corto plazo, persistencia y velocidad de reversión) y que cuando los retornos distribuyen cercanos a una Normal, los modelos GARCH entregan valores similares, los cuales difieren al cambiar la distribución por otra con asimetría o colas más gruesas, donde los modelos NIG y GJR son capaces de capturar información que el otro no puede.

Además se observa que existe una relación fuerte entre el riesgo del cobre con el tipo de cambio dólar-peso, donde el metal genera cambios en el valor de la moneda norteamericana. Adicional a ésta se encontraron otras relaciones débiles.

Se concluye que la volatilidad es causada por tres principales factores, la persistencia, el retorno del activo y el contagio de riesgo con otros activos de la economía. Finalmente, se concluye que una adecuada medición de la volatilidad es de suma importancia, ya que tal como se observó para el caso del tipo de cambio dólar-peso, sin necesariamente cambiar la forma de estimar la provisión, sino utilizando una diferente forma de medir la volatilidad, se puede ahorrar una significativa cantidad de dinero.

Agradecimientos

Me gustaría comenzar agradeciendo a mi comisión, los profesores Contreras y Valenzuela, por su disposición a ayudar a lo largo de este proceso y, por sobre todo, a mi profesor guía, el profesor Cruz, quien a pesar de pasar por momentos complejos, siempre estuvo presente y dispuesto a ayudar.

También me gustaría agradecer a la gente que trabaja o trabajó en el Centro de Finanzas: Sole, Giorgio, Alfonso, Rodrigo y Javier y Cristián por el increíble ambiente laboral que generan, además de ser grandes personas y amigos. También, a José y Ercos por, además de lo anterior, ser mis primeros profesores en finanzas, mostrándome este mundo en el cual me apasiona trabajar.

Quiero darle las gracias a mis amigos del colegio, Javier, Juan Carlos, David, Cristian, Gonzalo, Cristián Valencia, Juan Pablo, Italo, Juan Ignacio, Cristóbal, Ignacio, Luis, Lucas, entre otros y a los de la Universidad, Pablo, Moyra, Reynaldo, Diego, Ulises, Natalia, Nicolás, Benjamín, Pablo Sepúlveda, Alejandro, Fabián, Loreto, Nicolás Padilla, etc., en conjunto con mi equipo de futbol Hey Sabes de F.C. y mis equipos de basketball tanto de la facultad, como el de Maipú, que me han acompañado en este largo proceso.

Finalmente quiero agradecer a mis padres Paulina y Luis, a mis hermanos, Martín y Tomás, a todos mis tíos, primos, abuelos y a mi polola Carolina Tapia, por ser las mejores personas que conozco y ser un constante apoyo.

Gracias totales.

Tabla de contenido

	Página
1) Introducción _____	1
2) Planteamiento del problema y justificación _____	5
3) Objetivos _____	5
3.1) Objetivo general _____	5
3.2) Objetivos específicos _____	6
4) Metodología _____	6
5) Marco conceptual _____	7
6) Alcances _____	19
7) Modelos y criterios escogidos. _____	20
8) Resultados y análisis. _____	21
8.1) Precio del Cobre _____	21
8.1.1) GARCH Normal: _____	21
8.1.2) GARCH NIG _____	22
8.1.3) GJR-GARCH _____	24
8.1.4) EWMA _____	25
8.1.5) Desviación Estándar _____	26
8.1.6) Métrica comparativa _____	26
8.2) Tipo de cambio Dólar-Peso _____	27
8.2.1) GARCH Normal _____	27
8.2.2) GJR-GARCH _____	30
8.2.3) EWMA _____	31
8.2.4) Desviación Estándar _____	32
8.2.5) Métrica comparativa _____	32

8.3)	Precio de la acción de Copec	33
8.3.1)	GARCH Normal	33
8.3.2)	GARCH NIG	34
8.3.3)	GJR-GARCH	35
8.3.4)	EWMA	36
8.3.5)	Desviación Estándar	37
8.3.6)	Métrica comparativa	37
8.4)	IPSA	38
8.4.1)	GARCH Normal	38
8.4.2)	GARCH NIG	39
8.4.3)	GJR-GARCH	40
8.4.4)	Desviación Estándar	42
8.4.5)	Métrica comparativa	42
8.5)	BCP 10 Años	43
8.5.1)	GARCH Normal	43
8.5.2)	GARCH NIG	44
8.5.3)	GJR-GARCH	45
8.5.4)	EWMA	46
8.5.5)	Desviación Estándar	47
8.5.6)	Métrica comparativa	47
8.6)	Análisis de la métrica comparativa	48
8.7)	Estudio de causalidad en la volatilidad	51
9)	Conclusiones	53
10)	Trabajos futuros	55
11)	Bibliografía	56

12) Anexos	58
12.1) Valores y retornos de los datos utilizados	58
12.2) Resultados análisis causales.	61
12.2.1) Test de estacionalidad	61
12.2.2) Test de cointegración	65
12.2.3) Test de causalidad a la Granger	66

Índice de Tablas

Tabla 8-1 Precio del Cobre "Normal"	21
Tabla 8-2 Precio del cobre "NIG"	22
Tabla 8-3 Precio del Cobre "GJR".....	24
Tabla 8-4 Métrica para el Precio del Cobre	27
Tabla 8-5 Métrica para el Precio del Cobre	27
Tabla 8-6 Tipo de Cambio Dólar-Peso "Normal"	27
Tabla 8-7 Tipo de Cambio Dolar-Peso "NIG".....	29
Tabla 8-8 Tipo de Cambio Dólar-Peso "GJR"	30
Tabla 8-9 Métrica Comparativa Tipo de Cambio Dólar-Peso.....	32
Tabla 8-10 Métrica Comparativa Simulada Tipo de Cambio Dólar-Peso.....	33
Tabla 8-11 Precio Acción Copec.....	33
Tabla 8-12 Precio Acción Copec.....	34
Tabla 8-13 Precio Acción Copec "GJR"	35
Tabla 8-14 Métrica Comparativa Acción Copec.....	37
Tabla 8-15 Métrica Comparativa Simulada Acción Copec.....	38
Tabla 8-16 IPSA "Normal".....	38
Tabla 8-17 IPSA "NIG"	39
Tabla 8-18 IPSA "GJR"	40
Tabla 8-19 Métrica Comparativa IPSA.....	42
Tabla 8-20 Métrica Comparativa Simulada IPSA.....	43
Tabla 8-21 BCP 10 "Normal"	43
Tabla 8-22 BCP10 "NIG"	44
Tabla 8-23 BCP 10 "GJR"	45
Tabla 8-24 Métrica Comparativa BCP 10	47

Tabla 8-25 Métrica Comparativa BCP 10	48
Tabla 8-26 Métrica Comparativa Resumen	48
Tabla 8-27 Métrica Comparativa Resumen	49
Tabla 12-1 ADF Cobre	61
Tabla 12-2 KPSS Cobre	61
Tabla 12-3 ADF Copec	61
Tabla 12-4 KPSS Copec	62
Tabla 12-5 ADF IPSA	62
Tabla 12-6 KPSS IPSA	62
Tabla 12-7 ADF BCP10	63
Tabla 12-8 KPSS BCP10	63
Tabla 12-9 ADF VIX	63
Tabla 12-10 KPSS VIX	64
Tabla 12-11 ADF Precio del oro	64
Tabla 12-12 KPSS Precio del oro	64
Tabla 12-13 Test de cointegración Dólar Cobre	65
Tabla 12-14 Test Causalidad Dólar Cobre	66
Tabla 12-15 Test Causalidad Cobre Ipsa	67
Tabla 12-16 Test Causalidad Cobre Oro	68
Tabla 12-17 Test de Causalidad Dólar IPSA	69
Tabla 12-18 Test Causalidad BCP10 Dólar	70
Tabla 12-19 Test Causalidad VIX Dólar	71
Tabla 12-20 Test Causalidad VIX IPSA	72

Índice de Figuras

Figura 8-1 Volatilidad Precio del Cobre “Normal”	22
Figura 8-2 Volatilidad Precio del Cobre “NIG”	23
Figura 8-3 Volatilidad Precio del Cobre “GJR”	25
Figura 8-4 Volatilidad Precio del Cobre “EWMA”	26
Figura 8-5 Volatilidad Precio del Cobre “DE”	26
Figura 8-6 Volatilidad Tipo de Cambio Dolar-Peso "Normal"	28
Figura 8-7 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "NIG"	29
Figura 8-8 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "GJR"	31
Figura 8-9 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "EWMA"	31
Figura 8-10 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "DE"	32
Figura 8-11 Volatilidad Acción Copec “Normal”	34
Figura 8-12 Volatilidad Acción Copec “NIG”	35
Figura 8-13 Volatilidad Precio Acción Copec “GJR”	36
Figura 8-14 Volatilidad Acción Copec “EWMA”	36
Figura 8-15 Volatilidad Precio de Acción Copes "Desviación Estándar"	37
Figura 8-16 Volatilidad IPSA “Normal”	39
Figura 8-17 Volatilidad IPSA “NIG”	40
Figura 8-18 Volatilidad IPSA “GJR”	41
Figura 8-19 Volatilidad EWMA IPSA	41
Figura 8-20 Volatilidad IPSA “DE”	42
Figura 8-21 Volatilidad Precio BCP 10	44
Figura 8-22 Volatilidad BCP 10 “NIG”	45
Figura 8-23 Volatilidad BCP 10 “GJR”	46
Figura 8-24 Volatilidad BCP 10 “EWMA”	46

Figura 8-25 Volatilidad BCP 10 “DE”	47
Figura 12-1 Datos Utilizados Precio del Cobre	58
Figura 12-2 Datos utilizados Tipo de Cambio Dólar Peso	59
Figura 12-3 Datos utilizados Acción Copec	59
Figura 12-4 Datos utilizados IPSA	60
Figura 12-5 Datos Utilizados TIR BCP10.....	60

1) INTRODUCCIÓN

La volatilidad es uno de los aspectos claves dentro del mundo de las finanzas, ya que, primero que todo, es la medición estándar de medición de riesgo de un activo financiero. Además, su valor es usado para el cálculo de portafolios eficientes, para la evaluación de las potenciales pérdidas de una firma o fondo, generar intervalos de confianza de las estimaciones futuras, valorizar activos, etc., por lo que se requiere poseer una buena estimación de la volatilidad, de lo contrario, los resultados que incluyan este valor indudablemente serán inexactos.

Dado el nivel de importancia que presenta la volatilidad, a través de la historia se han utilizado diversos métodos para su estimación, siendo el más sencillo de todos, la Desviación Estándar, descrito en Alexander (2008) y Brooks (2008), la cual presenta la gran dificultad que señala que la medida pondera de la misma forma todos los retornos durante el período de medición, lo cual no es muy intuitivo.

A continuación se comenzaron a utilizar las series de tiempo para obtener su valor, utilizando primero el ajuste por alisamiento exponencial (EWMA), detallado en Alexander (2008), Morgan (1996) y Hull (2009), el cual pondera de una mayor forma la información más reciente, lo que predice que períodos que presenten grandes cambios, presentarán mayor volatilidad.

Luego, gracias al trabajo, que les significó la obtención del premio Nobel, hecho por Robert Engle en 1982 y Tim Bollerslev en 1986, se comenzó a utilizar modelos autoregresivos condicionales heterocedásticos (GARCH), descritos por Carol Alexander en Alexander (2008), quien considera que las innovaciones temporales pueden presentar auto-correlación, es decir, que su varianza puede cambiar a lo largo del tiempo y que dichas innovaciones pueden no estar distribuidas de manera normal. Adicionalmente, el presente modelo permite hacer un *forecast* de la volatilidad, tal que esta converge a una medida de largo plazo, sobre la cual existen discusiones sobre si es una buena medida, o bien debiese ser superior a esta por la incertidumbre misma de que está en el futuro,

por lo mismo se puede incorporar en el cálculo de los parámetros una volatilidad de largo plazo deseada.

Posteriormente, se consideró necesario estimar la volatilidad de series que dependan de muchos activos, como por ejemplo curvas de tasas, índices de mercados, etc., los cuales son difíciles de calcular utilizando los métodos anteriores, por la dimensión del problema. El trabajo realizado por Alexander y Chibumba en 1996, Alexander en el 2001 y Van Der Weide en 2002, descrito en Alexander (2008), permitió reducir las dimensiones del problema, aplicando un análisis de componentes principales a los activos subyacentes, dando origen al O-GARCH.

Por otra parte, Carol Alexander postula que existe evidencia que los retornos en activos como *commodities* y acciones no presentan simetría, ya que en la mayoría de los casos la volatilidad aumenta de una mayor manera cuando existe un retorno negativo que uno positivo de la misma magnitud, debido a que el mercado toma como positiva la noticia de subida de precios, por lo cual no percibe un mayor riesgo, efecto opuesto al caso de retornos negativos. Por este motivo, se crea una nueva rama de modelos GARCH llamados GARCH Asimétricos, los cuales capturan la estructura recién planteada. Ejemplos de este tipo de Modelos son el Exponential GARCH, el A-GARCH, el GJR-GARCH, entre otros.

Junto con esto, Rober Pindyck muestra en su estudio “Volatility in Natural Gas and Oil Markets”, Pindyck (2001), que el comportamiento de la volatilidad puede depender de otras variables, el caso particular del estudio del autor es ver si la volatilidad estaba siendo afectada por la caída de Enron en el 2001. Por lo tanto, la volatilidad puede también depender de variables externas, pudiendo extender los modelos para mayor precisión, o bien la utilización de estas variables para controlar el tiempo de ejecución de los modelos.

Cabe destacar que el mercado se ve afectado por retornos que no necesariamente distribuyen Normales, por lo cual muchas veces se requiere ajustar la data a una distinta distribución. Una de estas es la distribución Normal Inversa Gaussiana, descrita en Lillestol (1998), la cual permita capturar dos momentos adicionales a la normal (Skewness y Kurtosis), las cuales pueden generar asimetría y colas más gruesas. El efecto de dichas colas ha sido estudiado en numerables casos, por ejemplo en Cont (2001) se muestra que distribuciones con colas muy gruesas generan valores muy extremos con una mayor

probabilidad que el caso Normal; además en Banerjee (2009) se estudia el efecto de la Kurtosis en los costos de liquidez para distintos retornos de acciones.

También hay que identificar que los modelos mencionados no son los únicos que ha utilizado la literatura para la estimación de la volatilidad. Por ejemplo en Robert (2000), asumen que hay tres niveles de volatilidad: bajo, medio y alto, los cuales están relacionados con una cadena de Markov. En Caltvet, Fisher & Thompson (2006), aplican teoría de fractales en conjunto con cadenas de Markov para la estimación del riesgo, donde identifican que la volatilidad del precio del oro y petróleo actúan como *proxies* del riesgo, tanto de la economía global como del político. Además, en Heston (1993) se encuentra una forma cerrada para estimar el precio de una opción bajo el supuesto de que el riesgo se modela con la técnica de la volatilidad estocástica, las limitaciones de esta metodología para aplicarse al mercado local es que, para su calibración, se sugiere la utilización de la volatilidad implícita para ajustar las proyecciones de ésta.

Sin duda, posterior a la obtención del modelo, se requiere proyectar cual será la volatilidad futura, para lo cual los modelos de Desviación Estándar, como el EWMA, no son muy buenos, ya que por sus supuestos (retornos idénticamente distribuidos), asumen que la volatilidad actual (última medida) se va a repetir a lo largo del futuro. En cambio, los modelos GARCH permiten realizar una estimación futura de volatilidad, llegando a una volatilidad de largo plazo. Además, gracias a los criterios utilizados por Carol Alexander en Alexander (2008), se puede ver qué tan persistente a la volatilidad, o qué tan sensible es a shocks de corto plazo, o cuánto se demorará una serie en particular en alcanzar su volatilidad de largo plazo en un modelo GARCH.

Dentro de las dificultades que presenta esta medida es que no posee un valor real para ser comparado, sino que su valor depende del tipo de modelo utilizado, por lo tanto la comparación de qué tan bueno es dicho modelo no es trivial, por lo mismo Robert Engle y Andrew Patto publicaron el año 2001 “What Good Is A Volatility Model” (Engle & Patto (2001)), en el cual se postulan criterios para poder discernir sobre qué tan bueno es un modelo de volatilidad.

Por otro lado, la elección del mejor modelo puede depender del tomador de decisión, ya que existe la posibilidad de que éste desee el resultado más preciso posible y que además posea una cantidad importante de recursos, por lo que estará dispuesto a

esperar el tiempo que sea en estimar el modelo. En cambio, puede existir el caso de un tomador de decisión que no posea tantos recursos y que además, pueda necesitar dentro del mismo día un sinfín de valores de volatilidad, por lo que prefiera un modelo que le entregue el mejor resultado posible, utilizando un menor tiempo de calibración.

Un proxy para estimar que tan buena es ña medición de la volatilidad podría ser la volatilidad histórica, la cual se extrae de los valores de las opciones sobre los activos subyacentes estudiados, pero para el caso de Chile, donde no existen este tipo de derivados, ¿Cómo puedo realizar dicha comparación?.

En los últimos años se han realizado diversos estudios sobre los modelos de volatilidad y de los modelos GARCH como el descrito por Engle (2001), donde señala los usos de dichos modelos en econometría aplicada. También Engle (1982), utilizando modelos GARCH, estima la volatilidad de la inflación del Reino Unido. Por su parte, Robert Pindyck en Pindyck (2001) mide la volatilidad del gas natural y el petróleo con GARCH, utilizando como variable de control el precio de la acción de ENRON, para estudiar si el colapso de la empresa en 2001 tuvo un impacto en el riesgo de los *commodities*. Además, en Heston & Nandi (2000) se logró encontrar una fórmula cerrada para la estimación de opciones, asumiendo que la volatilidad puede ser descrita como un modelo del tipo GARCH.

Adicional a esto, la literatura muestra que se han realizado modificaciones al modelo GARCH. Un ejemplo de esto, Choi & Hammoudeh (2010) quienes lo hicieron para explicar el comportamiento de la volatilidad del petróleo y de acciones para el mercado de acciones de Estados Unidos. Por su parte, Engle & Brownlees (2001) miden la volatilidad para medir el riesgo sistemático; por otro lado, McMillan & Thupayagle (2001) miden la persistencia de la volatilidad para el caso de las acciones africanas. En Engle & Sokalska (2012), se modificó el modelo para poder hacer estimaciones con mayor dinamismo, logrando evaluar la volatilidad dentro del día. Adicionalmente, en Arezki et al. (2012) estiman, con la metodología de Johansen, si existe cointegración entre las volatilidades del precio del oro y su moneda local (Rand). Los presentes hechos muestran la relevancia de la estimación de la volatilidad al existir un grupo importantes de investigaciones en esta línea.

2) PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

Hoy, en el mundo de las finanzas, es fundamental estimar el riesgo que existe dentro del mercado y una de sus aristas es la volatilidad que tienen los activos de éste. Algunos de los usos que tiene la volatilidad es la estimación de la peor pérdida esperada en un intervalo de confianza, el valor de opciones, además de construcción de modelos de tasas y precios, utilizando árboles o procesos continuos, construcción de portafolios, entre otros, por lo que se requiere tener una adecuada estimación de la volatilidad para poder prepararse correctamente al futuro, tomando buenas decisiones y utilizando toda la información disponible.

Por otra parte, existen numerosos modelos que describen la volatilidad, siendo algunos mejores bajo ciertos criterios que otros. Por ejemplo, algunos son mejores estadísticamente, otros se demoran un tiempo excesivo en converger teniendo un elevado costo computacional, de manera que determinar qué modelo utilizar, no sólo debe responder a cual entrega los mejores resultados, ya que para tomador de decisión la variable tiempo puede ser crítica y otro podría estar dispuesto a esperar para tener la mejor respuesta disponible.

Por lo mismo, durante este trabajo, se estudiará un grupo acotado de modelos de volatilidad sobre algunos activos financieros, buscando definir una métrica que permita a diferentes tomadores de decisiones, cada uno con distintos requerimientos y recursos, tomar la mejor decisión disponible en base a sus características.

Finalmente, se realizará una investigación que permita definir, según la literatura existente, qué variables podrían ser causales de la volatilidad dentro de los activos escogidos, los cuales son relevantes para el mercado chileno.

3) OBJETIVOS

3.1) Objetivo general

Construcción de una métrica que permita definir el modelo de volatilidad a implementar para ciertas familias de activos financieros, estudiando posibles causas de ésta.

3.2) Objetivos específicos

- Determinar las falencias y fortalezas de los modelos escogidos de estimación de volatilidad.
- Determinar los diferentes activos financieros representativos que serán estudiados.
- Estimación de los criterios comparativos de los distintos modelos de volatilidad escogidos, en los activos financieros a estudiar.
- Definición y estimación de una métrica que permita al tomador de decisión escoger el modelo según sus necesidades y herramientas.
- Identificar qué factores producen la volatilidad de los activos estudiados.

4) Metodología

En primer lugar, es clave una revisión extensiva de los modelos de estimación de volatilidad existentes con una visión crítica y teórica de sus características, con la finalidad de levantar potenciales fortalezas y según su robustez estadística y realidad de los supuestos asumidos por cada uno de ellos.

Es clave además, realizar un levantamiento bibliográfico para conocer sobre qué variables se encuentran en trabajos ya realizados, sobre qué factores inciden en la volatilidad.

Además, se debe escoger al menos un activo representativo de las siguientes familias de activos financieros:

- Tasas
- Acción
- Tipo de cambio
- *Commodity*
- Índice

Asimismo, se considerarán activos que sean relevantes para la industria chilena, ya que el trabajo realizado será una aplicación para el caso chileno.

A continuación, se requiere definir criterios comparativos de los modelos escogidos, enfocándose en satisfacer necesidades de diferentes tomadores de decisiones, con la finalidad de definir bajo que parámetros se va a escoger a un modelo por sobre otro.

Para poder incluir en los modelos comparativos el tiempo de convergencia de los modelos, será necesario estimarlos para cada uno de ellos.

Posterior a estimar todos los modelos requeridos y los parámetros a estudiar, se requiere hacer un análisis de los resultados de los modelos obtenidos, concluyendo sobre las características de cada uno de éstos para establecer las diferencias que poseen.

Se realizarán pruebas retrospectivas y de proyección de los modelos estimados para establecer el poder predictivo de éstos.

Para poder comparar los criterios escogidos se definirán medidas numéricas, intencionando que sean comparables para, de esta forma, establecer una métrica que permita medir el desempeño de los modelos estudiados.

Para establecer si existen variables que causen volatilidad en los activos escogidos, se empleará la metodología propuesta por Toma & Yamamoto (1995), la cual será explicada en el siguiente capítulo.

Finalmente, se evaluarán si un grupo de variables afectan a la volatilidad de los activos escogidos, buscando encontrar una respuesta a la pregunta la pregunta: ¿De qué depende la volatilidad de los activos escogidos?

5) Marco conceptual

El marco conceptual de este trabajo consta básicamente en calibrar diferentes modelos para estimar la volatilidad de un activo financiero y, a través de diferentes mecanismos, poder estimar qué tan bueno es el valor obtenido y cómo se comporta la estimación del valor en el futuro con respecto al valor “real” entregado por el mismo modelo.

Carol Alexander en Alexander (2008), postula que la volatilidad de un activo es “una medida anualizada de la dispersión del proceso estocástico que es usado para modelar los retornos logarítmicos”.

Por otra parte, Brooks define la volatilidad histórica en Brooks (2008) como la desviación estándar o varianza de los retornos del activo.

En Morgan (1996) se describe que la volatilidad histórica puede ser definida por el estimador insesgado de la varianza para las últimas m observaciones, el cual se define como:

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (u_{n-i} - \bar{u})^2$$

Con:

σ_n : volatilidad del activo en el período n utilizando m datos

Donde se define que u_i es el retorno logarítmico del activo el cual se define de la siguiente forma:

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Y \bar{u} es el promedio de u_i calculado como:

$$\bar{u} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m u_{n-i}$$

Ventajas:

- Facilidad de cálculo.
- Alta eficacia computacional, lo cual implica menor tiempo de calibración de los modelos.

Desventajas:

- Pondera de la misma manera todos los datos, lo cual es una desventaja, ya que independiente del largo de la muestra, la información pasada pesa lo mismo que la reciente.
- Asume que los retornos son independientes e igualmente distribuidos (i.i.d.), lo cual no es necesariamente verdad.

- Para hacer predicciones utiliza el último valor obtenido y asume que ese será el valor futuro para todos los períodos posteriores.

A continuación, en Alexander (2008) se define que utilizar la misma volatilidad para todo el período estudiado no es suficiente. Por lo tanto, para tener un resultado más dinámico se debe escoger una ventana de un largo fijo que se mueva en el tiempo. A esta técnica se le llama *Equally Weighted Moving Averages*, donde se ponderan todos los datos de la misma manera y la forma de calcular la volatilidad de esa ventana sigue el mismo procedimiento de la volatilidad histórica descrito recientemente donde m es el largo de la ventana escogida.

Por otra parte, se describió que la ponderación de pesos iguales era una debilidad, ya que se esperaba que el modelo escogido pudiese incorporar de manera rápida la nueva información, lo cual se hace de suma relevancia al ingresar en períodos de estrés.

El problema recientemente descrito se soluciona con la inclusión del alisamiento exponencial, llamado en inglés *Exponentially Weighted Moving Averages* (EWMA), a la volatilidad, asignándole un mayor peso a la volatilidad de los datos más recientes.

Al aplicar un modelo EWMA la volatilidad queda descrita por la siguiente fórmula:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda)\varepsilon_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2$$

$$\varepsilon_t = r_t - \bar{r}$$

Donde r es el retorno del activo en el período anterior al estimado, \bar{r} es la media del retorno, la cual puede estimarse como el promedio y λ es el ponderador de la información; en Alexander (2008) se postula que para valores de λ cercanos a 0,75 significa que el activo reacciona a cambios en el corto plazo. En cambio, para valores cercanos a 0,98 el activo presenta una alta persistencia a la volatilidad.

JP Morgan en Morgan (1996) define que para estimaciones diarias se tome un $\lambda = 0,94$. Por otra parte, el valor de λ puede ser estimado al maximizar la función de máxima verisimilitud de la ecuación de volatilidad la cual es:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\ln(\sigma_t^2))$$

Una de las suposiciones que hacen los modelos EWMA y la desviación estándar es que los retornos están idénticamente distribuidos (i.i.d.), lo que implica que el valor de la última observación de la volatilidad es el valor que se va a mantener en el tiempo, por lo tanto para hacer *forecasting*, el valor de la volatilidad en el futuro es igual al valor de la volatilidad hoy.

Ventajas:

- Facilidad de cálculo.
- Alta eficacia computacional.
- Estima la mejor ponderación para datos más recientes.

Desventajas:

- Asume que los retornos son independientes e igualmente distribuidos.
- Para hacer predicciones utiliza el último valor obtenido y asume que ese será el valor futuro para todos los períodos posteriores.

Por otra parte, se puede incluir heterocedasticidad al problema de buscar el valor de la volatilidad, gracias al trabajo realizado por Engle y Bollerslev. El primero de ellos, descrito en Engle & Bollorsel (1982), el modelo *Autorregresive Conditional Heteroscedasticity* de orden n (ARCH(n)), el cual incluye que el valor de la volatilidad puede depender de los pasados describiendo dicho valor de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

Donde:

w, α_i son los parámetros a estimar.

ε_t representa los *shocks* de mercado, o retornos inesperados, el cual es estimado de la siguiente forma:

$$\varepsilon_t = r_t - \bar{r}$$

Donde:

r_t es el retorno del activo en el período t .

\bar{r} es la media de los retornos, la cual puede estimarse como el promedio.

Bollorslev en el año 1986 extiende el resultado encontrado por Engle al incluir regresores de la varianza en el modelo que llama *Generalized Autorregresive Conditional Heteroscedasticity de orden n por m* (GARCH(n,m)), que utiliza para estimar la varianza. Dicho modelo queda descrito en Alexander (2008) de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^n \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=0}^m \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde:

w , α_i , y β_j son los parámetros a estimar.

ε_t representa los *shocks* de mercado, o retornos inesperados, el cual es estimado de la misma forma que para el modelo ARCH(n).

Además, comúnmente se asume que ε distribuye Normal, es decir:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$$

El modelo GARCH al permitir Heterocedasticidad, posibilita encontrar una volatilidad a largo plazo, en donde se encontrará que:

$$\sigma_t^2 = \bar{\sigma}^2 \forall t$$

La cual se encuentra resolviendo:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{w}{1 - (\sum \alpha_i + \sum \beta_j)}$$

La cual también recibe el nombre de volatilidad incondicional.

Las restricciones que debe cumplir un modelo GARCH son:

$$w > 0$$

$$\sum \alpha_i + \sum \beta_j < 1$$

Para asegurar que la varianza incondicional sea finita y positiva. Por otra parte se debe cumplir que:

$$\alpha_i, \beta_j \geq 0 \forall i$$

Para que la varianza condicional sea siempre positiva.

En Alexander (2008), se sugiere no poner las restricciones previamente mencionadas al modelo de optimización, ya que de ser necesario implicaría que la volatilidad a estudiar no es modelable de manera apropiada con GARCH. Además, en caso de imponer las restricciones y llegar a una solución borde de que $\alpha = 0$ esto implicaría que el modelo es inservible para hacer pronósticos.

Además el mismo autor define los siguientes criterios que permiten caracterizar el activo estudiado:

- El parámetro α del modelo GARCH mide la reacción de la volatilidad condicional a *Shocks* de mercado. Cuando α es mayor a 0,1 se dice que el activo es muy sensible a eventos de mercado
- El parámetro β mide la persistencia de la volatilidad condicional a eventos de mercado. Cuando β es grande (sobre 0,9) se dice que la volatilidad toma un tiempo mayor en cambiar producto de cambios en el mercado
- La suma de $\alpha+\beta$ determina el ratio de convergencia de la volatilidad condicional a la volatilidad de largo plazo (volatilidad incondicional). Cuando $\alpha+\beta$ es mayor a 0,99 entonces la estructura de los pronóstico de volatilidad serán relativamente planos.
- El parámetro w , junto a $\alpha+\beta$ determinan el nivel de la volatilidad de largo plazo a través de la fórmula explicada con anterioridad.

Para realizar el *forecasting* de la volatilidad se requiere utilizar la fórmula del GARCH, obteniendo la volatilidad de mañana con la volatilidad de hoy y así sucesivamente.

Los parámetros se estiman a través de la maximización de la función de verosimilitud, la cual es descrita en Patton (2001) como:

$$\ln L(\theta) = \sum_{t=1}^T \left(\ln \left\{ \frac{g(Y_t - \mu_t)}{\sqrt{h_t}} \right\} - \ln(h_t) \right)$$

con:

$$Y_t = \mu_t + \sqrt{h_t}Z_t$$

Donde Y_t son las observaciones de los retornos, μ_t es un valor esperado (o estructural), $\sqrt{h_t}$ es la volatilidad y Z_t es la innovación en el período t, donde se asume que poseen la misma función de densidad g.

Para el caso particular de una distribución Normal queda:

$$\ln L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln(\sigma_t^2) + \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t} \right)^2 \right)$$

Además, se debe considerar que los modelos GARCH pueden aceptar otras distribuciones, tales como la Normal Inversa Gaussiana la cual se define en Lillestol (1998) en el siguiente párrafo:

La Normal Gaussiana Inversa está caracterizada por cuatro parámetros ($\alpha, \beta, \mu, \delta$), donde α está relacionado con la pendiente, β con la simetría, μ con la localización y δ con la escala donde la función de distribución de una Normal Inversa Gaussiana (NIG) queda descrita de la siguiente manera:

$$X|Z = z \sim N(\mu + \beta z, z).$$

$$Z \sim IG(\delta, \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}), \text{ donde } 0 < |\beta| < \alpha$$

Donde su función de densidad queda descrita como:

$$g(x; \alpha, \beta, \mu, \delta) = a(\alpha, \beta, \mu, \delta) q\left(\frac{x - \mu}{\delta}\right) K_1\left(\delta \alpha q\left(\frac{x - \mu}{\delta}\right)\right) e^{\beta x}$$

Con:

$$q(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

$$a(\alpha, \beta, \mu, \delta) = \pi^{-1} \alpha \exp\left(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} - \beta \mu\right)$$

Y K_1 es la función inversa Bessel de tercer orden e índice 1¹.

Ventajas:

¹ Mayor información en Abramowitz y Stegun (1972).

- Estima la mejor ponderación para datos más recientes.
- No asume retornos i.i.d.
- Utiliza regresores del valor a estimar, lo cual permite que la información pasada sea relevante para la información actual.
- Permite realizar un *forecasting*, donde se tiende a una volatilidad de largo plazo que es obtenida a partir de los datos existentes, lo cual es una ventaja frente a los otros modelos que simplemente mantenían el último valor.
- Permite múltiples funciones de distribución de los retornos, generando una medida acorde al activo estudiado.
- Permite capturar asimetría en la volatilidad, al incluir distribuciones que no son simétricas

Desventajas:

- Menor eficacia computacional.

Además, en Alexander (2008) se destaca que en ciertos activos, como precios de acciones o *commodities* la volatilidad no necesariamente cambia de la misma forma por un retorno de la misma magnitud pero diferente signo, dado que en general los retornos positivos son asimilados como buenas noticias. En cambio, las bajadas con las que alarman a los inversionistas y hacen que el mercado esté más volátil.

Uno de los modelos de GARCH Asimétricos es el GJR-GARCH postulado por Glosten en 1993, el cual agrega un parámetro adicional (λ) para capturar la asimetría de la volatilidad, por lo que el modelo queda de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = w + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

En donde el parámetro que acompaña a λ toma el valor 1 cuando el retorno es menor a 0 y toma el valor 0 si no.

Para poder hacer predicciones de la volatilidad, la ecuación que la describe es la siguiente:

$$\sigma_t^2 = w + \alpha \sigma_{t-1}^2 + \lambda 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}} \sigma_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Por lo tanto, sabiendo que para alcanzar el nivel de largo plazo la volatilidad del período siguiente es igual a la del anterior y que, por simetría del error, la dummy alcanzará un valor menor a 1 la mitad de las veces, la volatilidad de largo plazo puede despejarse de la siguiente ecuación:

$$\sigma_{LP}^2 = w + \alpha\sigma_{LP}^2 + 0.5\lambda\sigma_{LP}^2 + \beta\sigma_{LP}^2$$

Es decir la volatilidad de largo plazo es:

$$\sigma_{LP}^2 = \frac{w}{1 - (\alpha + 0.5\lambda + \beta)}$$

Ventajas:

- Estima la mejor ponderación para datos más recientes.
- No asume retornos i.i.d.
- Utiliza regresores del valor a estimar.
- Realiza un *forecasting* donde se tiende a una volatilidad de largo plazo que es obtenida a partir de los datos existentes.
- Permite múltiples funciones de distribución de los retornos.
- Permite asimetrías en la volatilidad

Desventajas:

- Permite un solo regresor de los errores y de la volatilidad, lo cual no necesariamente es el óptimo.
- Intenta capturar la simetría en un solo parámetro, lo cual no necesariamente es estadísticamente efectivo.

Por otra parte, se requerirá evaluar los modelos según diferentes parámetros por lo que se requerirá saber cuál modelo ajusta mejor a la data, para lo cual se utilizará el *Bayesian information criterion* (BIC) el que Alexander (2008) lo define de la siguiente forma:

$$BIC = T^{-1}(k\ln T - 2\ln L)$$

Donde T es el número de datos en la muestra, k es el número de parámetros estimados y L es el valor optimizado del logaritmo de la función de verosimilitud.

Además, se evaluará el poder predictivo de los diferentes modelos realizando un *backtesting* a una parte a estimar de la data disponible, evaluando la distancia relativa del valor proyectado al observado.

Una forma de medir el error de la predicción es utilizando el *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), que mide el error porcentual medio y el cual en Brooks (2008) se describe como:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum \frac{|\hat{y}_t - y_t|}{y_t} * 100$$

Con:

\hat{y}_t el valor estimado.

y_t el valor real.

n el número total de datos.

Otro de los criterios será el *Value at Risk* (VaR), el cual es definido por Hull (2009) como la máxima pérdida de un activo a un nivel de confianza en un período de tiempo dado.

El VaR paramétrico del factor de riesgo i, el cual asume retornos idénticamente distribuidos y normales, puede ser estimado de la siguiente manera:

$$VaR_i = VP_i k \sigma_i \sqrt{t}$$

Donde:

VP es el valor presente del activo i

K es el valor de una normal inversa estándar al nivel de confianza deseado.

σ_i es la volatilidad del activo i.

t es el plazo de evaluación.

Además, se puede obtener el peor valor a un nivel de confianza como el percentil de uno menos ese nivel en la simulación de los retornos y como en los modelos GARCH

la volatilidad la describe un modelo estocástico para simularla se debe seguir la siguiente metodología.

Si es dentro de la muestra se conoce el nivel σ_t entonces se puede simular el retorno, ya que cada modelo asume una distribución en particular. Para análisis sobre la muestra se debe realizar el siguiente procedimiento.

Se conoce la última volatilidad “observada”, con ese valor se simula el primer nivel de retorno, a dicha simulación se le calcula la varianza y se utiliza como el valor del error y de la volatilidad del período anterior para estimar la volatilidad del periodo siguiente y así sucesivamente.

Además, para distribuciones difíciles de simular se puede utilizar la aproximación de Cornish y Fisher, para aproximar un percentil de una distribución dado sus cuatro primeros momentos (Alexander (2009)).

$$\bar{x}_\alpha \approx z_\alpha + \frac{\hat{t}}{6}(z_\alpha^2 - 1) + \frac{\hat{x}}{24}z_\alpha(z_\alpha^2 - 3) + \frac{\hat{t}}{36}z_\alpha(2z_\alpha^2 - 5)$$

Donde:

\bar{x}_α es el percentil de una distribución con media cero y varianza uno, $z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$ el percentil α de una distribución normal estándar y \hat{t} con \hat{x} son la skewness y exceso de kurtosis respectivamente (cabe recordar que una distribución con skewness negativa está desplazada hacia la izquierda de la media y positiva viceversa además que un exceso de kurtosis superior a cero indica colas más gruesas que una normal y menores lo contrario). Entonces, si la media y la varianza son $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$ respectivamente, el percentil α de una distribución con esos cuatro primeros momentos es:

$$x_\alpha = \bar{x}_\alpha \hat{\sigma} + \hat{\mu}$$

Para poder comparar si los modelos escogidos son coherentes con el nivel de confianza escogido, se seguirá la metodología empleada en el compendio de Basilea II sobre backtesting.

Para testear si existe causalidad entre las volatilidades (contagio) o con otras variables, se utilizará la metodología planteada por Toda & Yamamoto (1995), la cual queda descrita a continuación:

1. Testear orden de integración (ADF, KPSS), el autor sugiere utilizar dos modelos con hipótesis nulas contrarias dado que los test de estacionariedad tienen un error de tipo uno muy grande, por lo que, al usar hipótesis contrapuestas se disminuye tal efecto. El orden de integración es el mayor entre los test, es decir si un test de que es de orden 0 y otro de orden 1, el orden de integración de activo es 1.
2. El orden máximo de integración del par es m, es decir si un activo es de orden 0 y el otro de orden 1 entonces m=1.
3. Preparar el vector auto-regresivo (VAR) para la pareja de activos.
4. Determinar el máximo de lags(p) de acuerdo a los sugeridos por los criterios de información (AIC, SBIC, etc.).
5. Ver si está bien especificado, para esto se debe cumplir que no exista correlación en los errores, de no ser así aumentar p hasta que sí lo sea.
6. Si tienen el mismo orden de integración probar cointegración.
7. Tomar el VAR con m lags adicionales (donde m es el orden de integración de la pareja).
8. Testear causalidad de Granger haciendo un test sobre los p lags (no sobre los p+m lags).
9. Comprobar si existe o no causalidad y hacia qué lado.
10. Realizar un *cross-check* con la cointegración ya que de existir cointegración debe existir causalidad a la Granger pero no viceversa.

Se realizará el test de integración de Augmented Dickey-Fuller, donde su hipótesis nula es que el coeficiente ω es igual a cero (es decir no tiene raíz unitaria):

$$\Delta y_t = \omega y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \mu_t$$

Además se realizará el test KPSS el cual tiene como hipótesis nula que el coeficiente ω es distinto de cero.

Por otra parte, se verificará si los modelos están cointegrados, esto sucede de acuerdo a Alexander (2008) cuando X e Y, dos procesos integrados, cumplen que existe un α tal que se cumple que la siguiente relación es estacionaria

$$Z = X - \alpha Y$$

Donde se utilizará la metodología de Johansen, descrita en Alexander (2008), para determinar si es que dichas series están cointegradas.

Por otra parte, se medirá si es que existe causalidad entre las variables y para eso se utilizará la Causalidad a la Granger, la cual implica se cumple si existe una variable tal que su inclusión ayuda a describir a la otra, por lo cual debe cumplirse que si

$$\Delta X_t = \alpha_1 + \sum_{i=1}^m \beta_{11}^i \Delta X_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_{12}^i \Delta Y_{t-i} + \gamma_1 Z_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$\Delta Y_t = \alpha_2 + \sum_{i=1}^m \beta_{21}^i \Delta X_{t-i} + \sum_{i=1}^m \beta_{22}^i \Delta Y_{t-i} + \gamma_2 Z_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

Entonces puedo decir que

Y causa a la Granger a X $\leftrightarrow H_0: \beta_{12}^1 = \beta_{12}^2 = \dots = \beta_{12}^m = \gamma_1 = 0$ es rechazada

X causa a la Granger a Y $\leftrightarrow H_0: \beta_{21}^1 = \beta_{21}^2 = \dots = \beta_{21}^m = \gamma_2 = 0$ es rechazada

Aquí es posible ver por qué si existe cointegración debe existir causalidad a la Granger, ya que de cumplirse lo primero se cumple la relación entre X, Y y Z, por lo cual asegura que γ_1 y/o γ_2 deben ser distintas de cero, por lo cual una de las dos hipótesis de causalidad será rechazada. Además, el test que mide si se cumplen o no estas condiciones se denomina test de Wald.

6) Alcances

Dentro de la memoria se buscó encontrar una métrica que permita, para algunos modelos de volatilidad existentes, definir, según un grupo de criterios, qué modelo es mejor, permitiendo al tomador de decisión escoger el modelo a utilizar según sus requerimientos y recursos.

Se espera definir esta métrica para un número acotado de activos financieros, donde se tendrá al menos uno por cada uno de los grupos mencionados con anterioridad.

La primordial razón de utilizar un grupo acotado de modelos y activos es poder realizar el trabajo en el tiempo estimado para terminar una memoria.

Por lo recién mencionado, se dejará definida la metodología a seguir en el caso que se desee evaluar distintos modelos a los escogidos en la presente memoria. Dicha metodología deberá servir de la misma forma para estudiar activos diferentes a los estudiados en el presente trabajo.

En el marco de la memoria, se definirá, según la literatura, cuáles son las variables que podrían generar volatilidad, las cuales se evaluarán dentro de los activos escogidos para testear si las variables encontradas generaron volatilidad dentro de los activos escogidos.

Por otra parte, se plantea encontrar nuevas componentes de la volatilidad, en el caso que las planteadas en la literatura no sean causales dentro de los activos escogidos.

7) MODELOS Y CRITERIOS ESCOGIDOS.

Los modelos escogidos son la desviación estándar de una ventana móvil de treinta datos, Alisamiento Exponencial de la Varianza (EWMA), los modelos GARCH con distribución Normal y Normal Inversa Gaussiana y el GARCH GJR, dado a que su utilización es común en la industria y permiten comparar los criterios estadísticos mencionados previamente.

Los criterios escogidos para generar la métrica comparativa de los modelos de volatilidad son:

Robustez estadística de los modelos, considerando las ventajas y desventajas encontradas en la literatura.

Tiempo de convergencia del modelo para capturar la eficacia computacional.

MAPE contrastando el nivel de la variable con respecto al valor pronosticado por el modelo².

Se medirá la evolución del VaR a un día del activo con un 99% de confianza, al cual se verá en primera instancia si el porcentaje de las pérdidas por sobre dicho nivel no

² Para esta parte no se vuelve a estimar el modelo, sino que dado los coeficientes estimados con anterioridad y el retorno del período se obtiene el nivel "real" de la variable.

superan en ese porcentaje, y por otra parte se medirá la suma del valor absoluto de la diferencia entre el VaR dado que si esa diferencia es muy grande, el costo de oportunidad asociado a ese monto también lo es. Además, se medirá la pérdida efectiva, medida como la pérdida por sobre el VaR. Dicho análisis se realizará dentro de la muestra con los valores obtenidos por el modelo y fuera de ésta con los valores proyectados.

Por otra parte, se volverá a hacer el mismo análisis pero ahora con los resultados de las simulaciones de cada uno los GARCH.

8) RESULTADOS Y ANÁLISIS.

8.1) Precio del Cobre

Posterior a la calibración de los modelos se encontraron los siguientes parámetros que identifican las características del retorno y de la volatilidad:

8.1.1) GARCH Normal:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001461	0.000413	3.5382	0.000403
omega	0.000008	0.000003	2.792	0.005238
alpha1	0.098258	0.017678	5.5582	0
beta1	0.886059	0.020437	43.3565	0

Tabla 8-1 Precio del Cobre "Normal"

De los parámetros podemos observar que los retornos poseen una media significativamente superior a cero.

El mejor modelo, según el criterio bayesiano para una distribución Normal es una GARCH (1,1) el cual queda descrito de la siguiente forma:

$$\sigma_t^2 = 7.57E - 06 + 0.0982\varepsilon_{t-1}^2 + 0.886\sigma_{t-1}^2$$

Lo cual muestra que la volatilidad del cobre, de acuerdo a los criterios de Alexander, es sensible a cambios de corto plazo y no muy persistente. Del modelo descrito se obtiene la Figura 8-1, el cual muestra la evolución de la volatilidad v/s su proyección, donde se observa que los niveles más altos de volatilidad se producen en la época de crisis *Subprime*. Además, se observa que la volatilidad proyectada baja exponencialmente

hasta llegar a su nivel de largo plazo. Sumado a que dicho modelo entrega una volatilidad de largo plazo:

$$\sigma_{LP} = 2.26\%$$

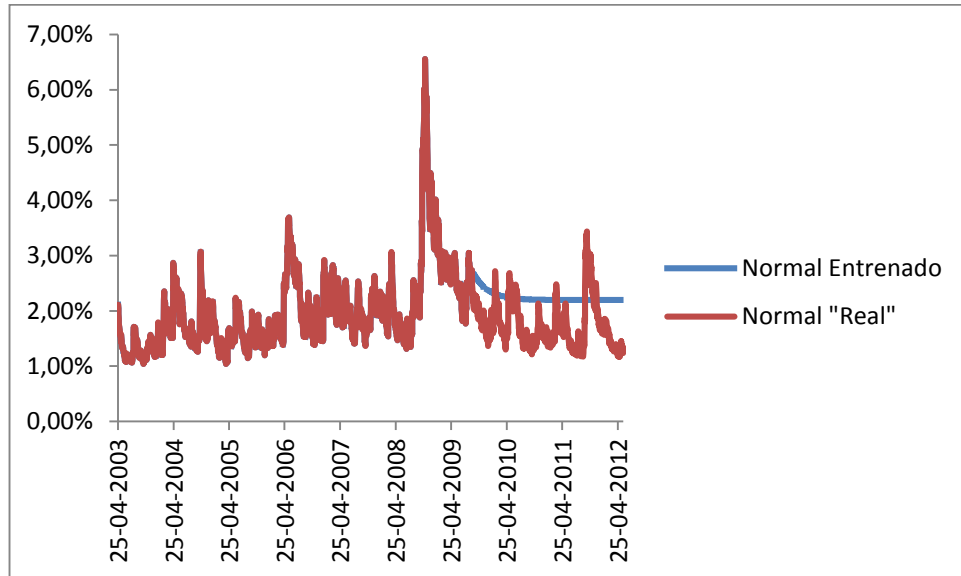


Figura 8-1 Volatilidad Precio del Cobre “Normal”

8.1.2) GARCH NIG

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001412	0.000416	3	0.000678
omega	0.000006	0.000003	2	0.016325
alpha1	0.095746	0.018137	5	0
beta1	0.892275	0.02056	43	0
skew	-0.049099	0.062868	-0.78097	0.434817
shape	6	3	2	0.012689

Tabla 8-2 Precio del cobre “NIG”

De la Tabla 8-2 Precio del cobre “NIG” se puede observar que, consistente con el resultado Normal, la distribución de los retornos posee una media significativamente mayor a cero, por otra parte no posee una *skewness* significativamente diferente de cero, lo cual significa que la distribución es simétrica, pero si posee una medida de exceso de *kurtosis* superior a cero, lo cual significa que posee colas más gruesas que las estimadas por una distribución Normal.

Por otra parte, nuevamente consistente con el resultado encontrado para la distribución Normal, el mejor modelo para esta distribución es un GARCH-NIG (1,1) con la siguiente especificación:

$$\sigma_t^2 = 6.29E - 06 + 0.0957\varepsilon_{t-1}^2 + 0.892\sigma_{t-1}^2$$

Con una volatilidad de largo plazo:

$$\sigma_{LP} = 2.24\%$$

La cual posee un valor similar a la previamente descrita: Con dicha especificación y volatilidad de largo plazo se construye la Figura 8-2, en cual se observa que los saltos del nivel de riesgo ocurren en el mismo tiempo que en el caso anterior.

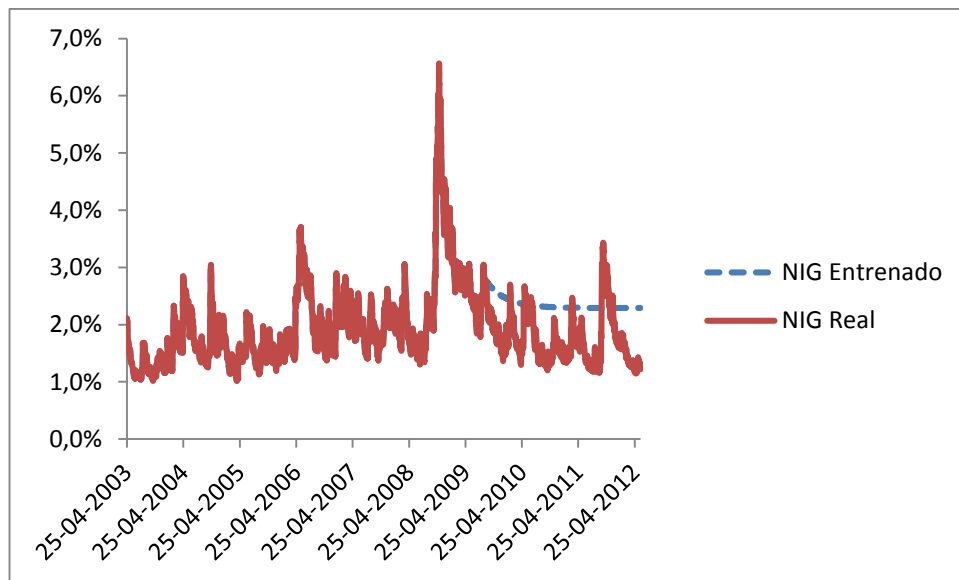


Figura 8-2 Volatilidad Precio del Cobre “NIG”

8.1.3) GJR-GARCH

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001391	0.000422	3.29675	0.000978
omega	0.000008	0.000003	2.83452	0.004589
alpha1	0.091559	0.018923	4.83841	0.000001
beta1	0.884057	0.020821	42.45931	0
gamma1	0.014808	0.018005	0.82247	0.41081

Tabla 8-3 Precio del Cobre “GJR”

De la Tabla 8-3, se puede observar que se mantiene el resultado sobre la media de la distribución, cabe señalar que el parámetro de asimetría no es muy significativo lo que es consistente con el resultado de la *skewness* anterior.

El modelo encontrado para un GARCH-GJR es:

$$\sigma_t^2 = 7.92E - 06 + 0.0915\varepsilon_{t-1}^2 + 0.0148 * 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}}\varepsilon_{t-1}^2 + 0.884\sigma_{t-1}^2$$

Con una volatilidad de largo plazo:

$$\sigma_{LP} = 2.17\%$$

Por lo cual la diferencia de subir o bajar una unidad de volatilidad de largo plazo es de 0.016%, lo que represente un 0,712% de la volatilidad de convergencia. Además, dicho modelo entrega la siguiente evaluación de su volatilidad, en conjunto con su proyección, para la ventana de tiempo escogida, donde nuevamente la volatilidad proyectada desciende hasta estancarse.

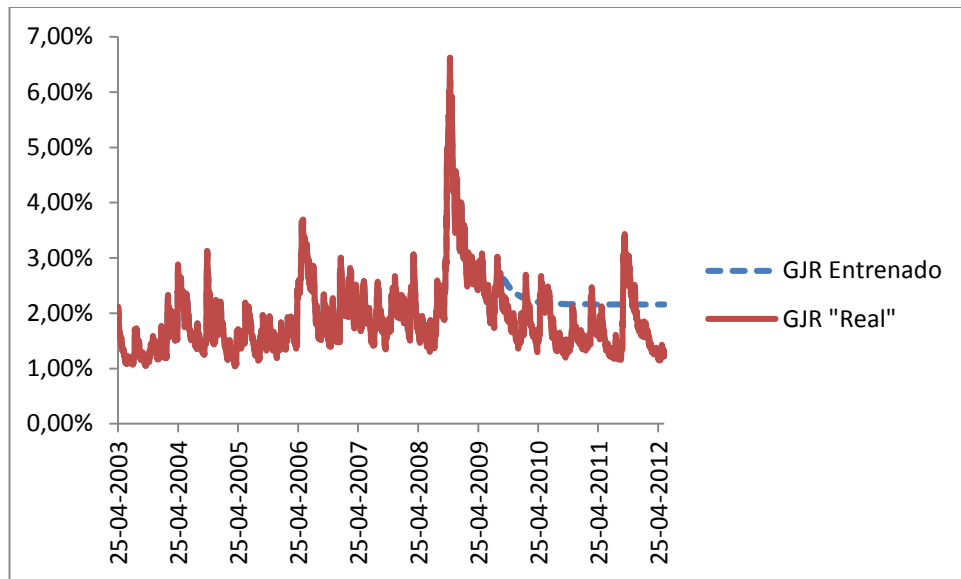


Figura 8-3 Volatilidad Precio del Cobre “GJR”

8.1.4) EWMA

La calibración de un Alisamiento Exponencial de la Varianza da como resultado el modelo que sigue a continuación, mostrando un parámetro lambda de 92%, ligeramente inferior al sugerido por JP Morgan:

$$\sigma_t^2 = (1 - 0.920)r_{t-1}^2 + 0.920\sigma_{t-1}^2$$

El modelo descrito previamente entrega la Figura 8-4 de volatilidades proyectadas y “observadas”, donde cabe destacar que, por los supuestos del modelo, el mejor estimador de la proyección de la volatilidad es el último valor medido.

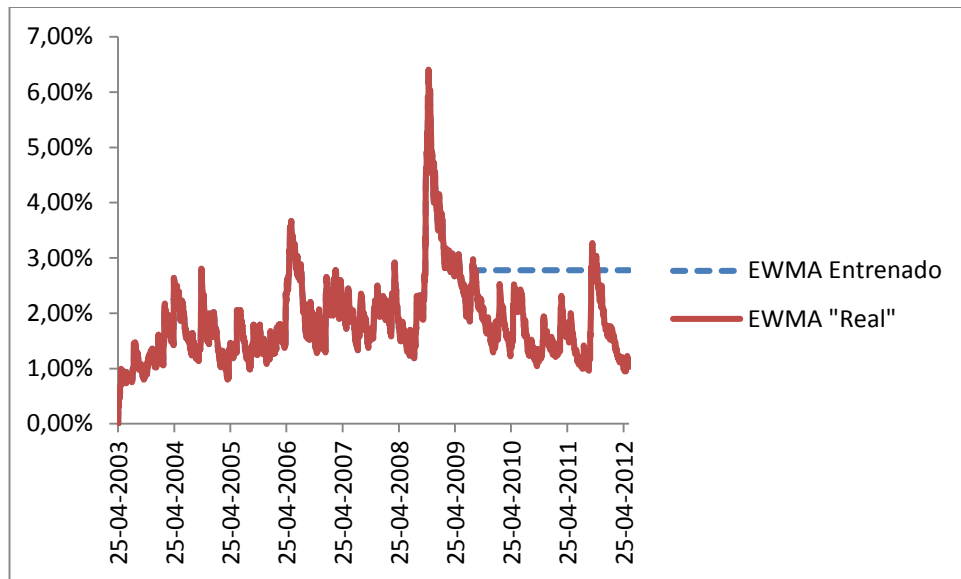


Figura 8-4 Volatilidad Precio del Cobre “EWMA”

8.1.5) Desviación Estándar

Al ajustar la volatilidad como la desviación estándar de una ventana que se mueve en el tiempo se llega a la Figura 8-5, el cual muestra que se comienza a proyectar la volatilidad en un punto superior a los que le siguen.

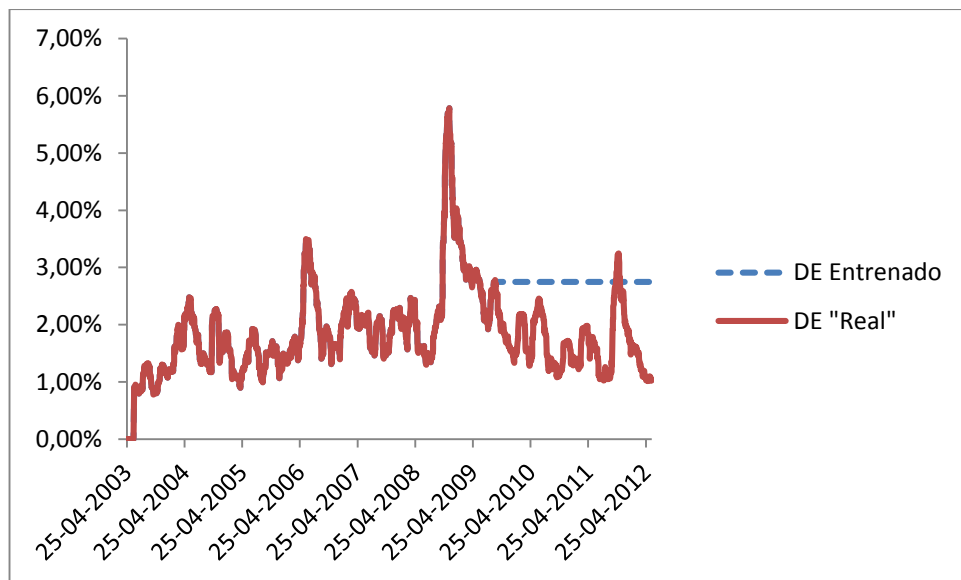


Figura 8-5 Volatilidad Precio del Cobre “DE”

8.1.6) Métrica comparativa

Los modelos previamente descritos, más la inclusión de la desviación estándar entregan la siguiente métrica comparativa:

	Tiempos	Mape	Ex-Post			Ex - Ante		
			% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	87.6	43.57%	0.29%	37.9146	0.0168	0.93%	76.5140	0.1210
Normal	10.19	38.22%	0.58%	36.3276	0.0244	0.87%	76.3788	0.1205
DE	0.38	76.48%	0.15%	44.1969	0.0002	1.39%	73.2530	0.1971
EWMA	3.04	79.63%	0.00%	44.7104	-	1.14%	73.5795	0.1632
GJR	21.92	36.80%	0.73%	35.7335	0.0289	0.99%	76.3477	0.1634

Tabla 8-4 Métrica para el Precio del Cobre

Donde los modelos con mejores proyecciones son el GARCH Normal y el GJR, por otra parte los cinco modelos no se pasan de un 1% en sus proyecciones de peores pérdidas y los que tienen menos pérdidas por efectivas son los modelos de Desviación Estándar y EWMA. Además, para el análisis previo al corte los modelos GARCH están dentro del orden de magnitud del 1% de pérdidas sobre el nivel estimado, contrario a los otros dos modelos. Por otra parte, las series con menores pérdidas efectivas son el Normal y el NIG seguidos muy de cerca por la distribución Normal.

	Ex-Post Simulado			Ex - Ante Simulado		
	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	0.00%	61.1327	-	0.13%	120.5536	0.0165
Normal	0.58%	37.1132	0.0205	0.89%	75.0979	0.1416
GJR	0.73%	35.8674	0.0249	1.01%	75.0333	0.1597

Tabla 8-5 Métrica para el Precio del Cobre

Por otra parte, los resultados son consistentes con los resultados del VaR paramétrico, con la excepción del VaR que utiliza una distribución Normal Inversa Gaussiana

8.2) Tipo de cambio Dólar-Peso

Posterior a la calibración de los modelos, se encontraron las siguientes funciones descriptivas de la volatilidad:

8.2.1) GARCH Normal

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	-0.00028	0.000139	-2.0078	0.044664
omega	2.09E-07	0	1.5671	0.117096
alpha1	0.075508	0.018321	4.1213	0.000038
beta1	0.922715	0.017791	51.8651	0

Tabla 8-6 Tipo de Cambio Dólar-Peso "Normal"

De la tabla anterior se puede observar que la distribución del retorno del Tipo de cambio observado, posee una media significativamente menor a cero (aunque muy pequeña), además de que el mejor modelo es un GARCH (1,1) (que se encuentra a continuación) el cual es poco sensible a cambios en el corto plazo y su volatilidad es persistente.

$$\sigma_t^2 = 2.09E - 07 + 0.0755\varepsilon_{t-1}^2 + 0.922\sigma_{t-1}^2$$

Dicho modelo posee una volatilidad de largo plazo:

$$\sigma_{LP} = 1.08\%$$

Dicho modelo genera la Figura 8-6 tanto para la volatilidad estimada como la "observada", donde cabe destacar que posterior a la crisis se ven múltiples subidas del nivel de riesgo de la variable. Además, se observa que dado el punto de corte, la volatilidad va creciendo hasta que comienza a frenarse al acercarse al valor de la volatilidad de largo plazo

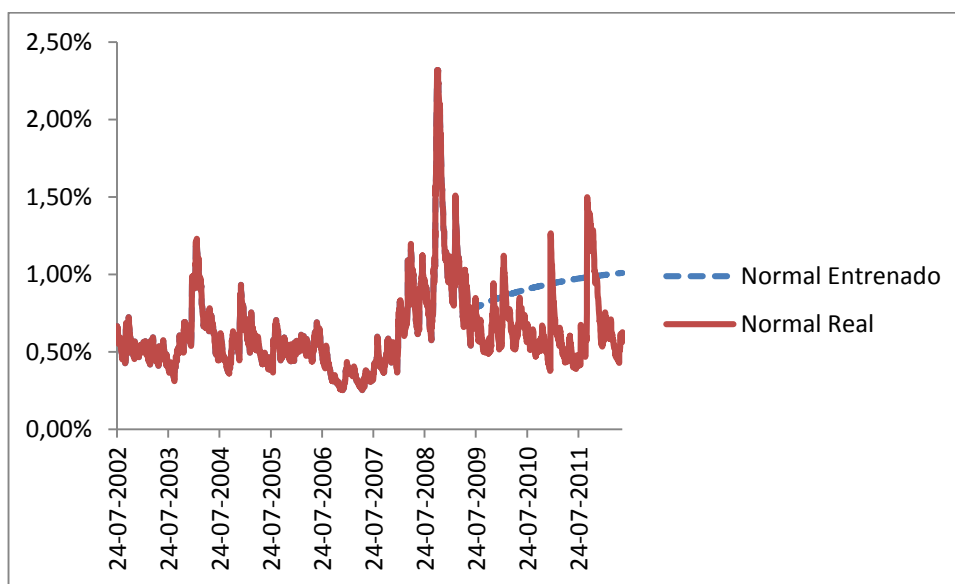


Figura 8-6 Volatilidad Tipo de Cambio Dolar-Peso "Normal"

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	-0.000309	0.000118	-2.62112	0.008764
omega	2.99E-07	0	2.13006	0.033167
alpha1	0.079534	0.015681	5.07209	0
beta1	0.915882	0.015774	58.06123	0
skew	0.016638	0.035731	0.46564	0.641471
shape	3.315066	0.899751	3.68443	0.000229

Tabla 8-7 Tipo de Cambio Dolar-Peso "NIG"

De la Tabla 8-7 se puede observar que la media de la distribución del retorno, consistentemente con la Normal, es significativamente negativa, además no posee una *skewness* significativa, por lo cual está centrada en la media la distribución y su *shape* es cercana a tres, por lo cual posee más *Kurtosis* que es mayor a la de una Normal. El modelo que mejor describe la volatilidad asumiendo distribución NIG es un GARCH (1,1) con las mismas características descritas para el caso Normal pero con una volatilidad de largo plazo inferior.

$$\sigma_t^2 = 2.99E - 07 + 0.0795\varepsilon_{t-1}^2 + 0.915\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 0.81\%$$

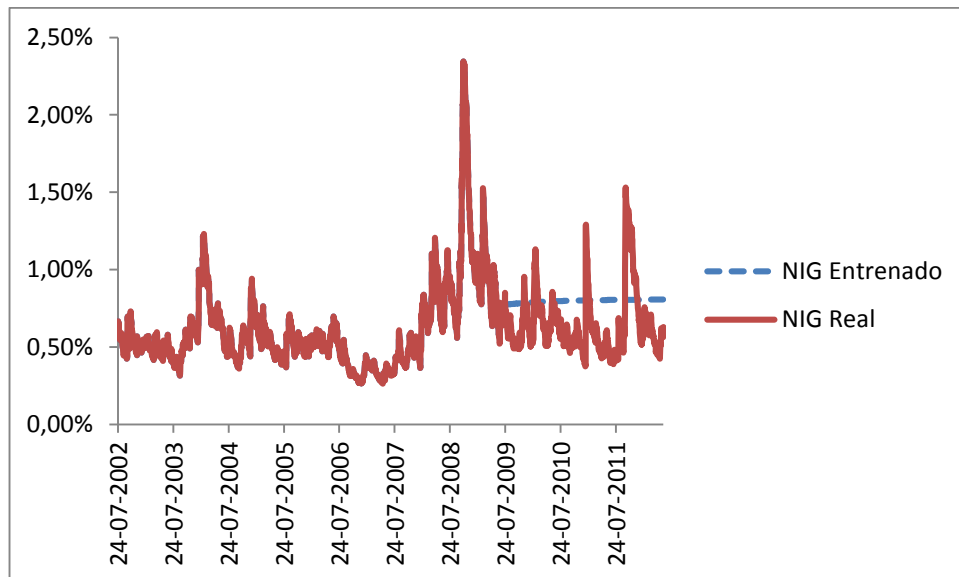


Figura 8-7 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "NIG"

Dicho modelo genera la Figura 8-7 de la volatilidad del Dólar, el cuál es similar al caso Normal, donde es posible observar que la mayor subida de volatilidad post crisis se produce el año 2011, fecha que coincide con la intervención del precio de dicho valor impuesto por el Banco Central de Chile. Además, se observa que el punto de corte se

coincide con un valor de volatilidad cercano al del largo plazo, por lo cual no existen diferencias importantes en el nivel estimado de ésta.

8.2.2) GJR-GARCH

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	-0.000297	0.000124	-2.4021	0.016301
omega	1.87E-07	0	1.857	0.063311
alpha1	0.069623	0.01607	4.33244	0.000015
beta1	0.924227	0.011513	80.27785	0
gamma1	0.0102	0.023669	0.43094	0.666511

Tabla 8-8 Tipo de Cambio Dólar-Peso “GJR”

Nuevamente la distribución del retorno es consistente con las descripciones anteriores. En el presente modelo, el coeficiente que captura la asimetría de la volatilidad no es muy significativo estadísticamente, además la diferencia entre una subida o bajada de volatilidad de una desviación estándar es de 0.007% lo cual representa un 0,5% de la volatilidad de largo plazo.

$$\sigma_t^2 = 1.87E - 07 + 0.0696\varepsilon_{t-1}^2 + 0.0102 * 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}}\varepsilon_{t-1}^2 + 0.924\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.34\%$$

El modelo descrito, permite construir la Figura 8-8 para la ventana escogida, donde se observa que los hechos importantes coinciden con los previamente discutidos. Además al igual que para el caso Normal, se observa que la volatilidad esperada es mayor a la volatilidad donde se efectuó el corte.

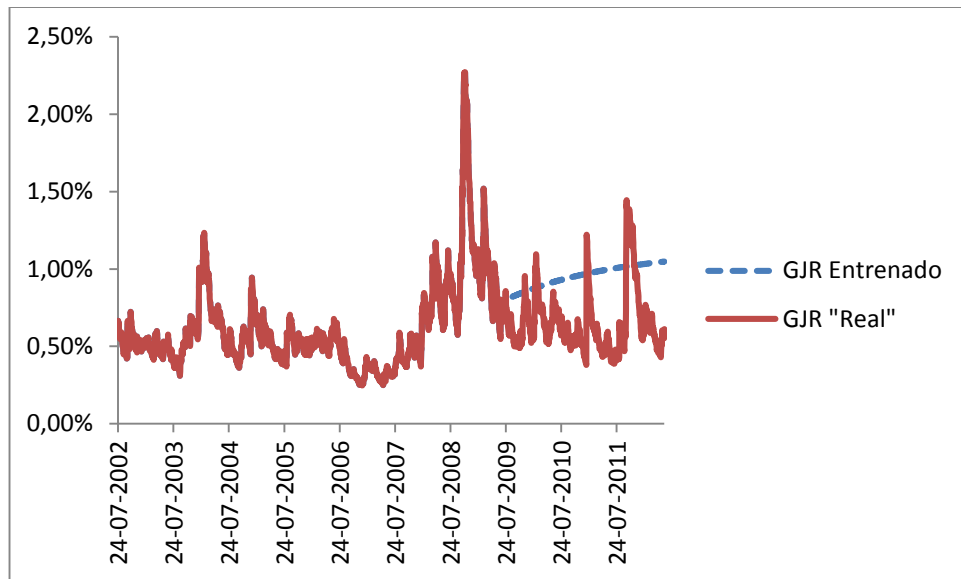


Figura 8-8 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "GJR"

8.2.3) EWMA

El mejor alisamiento exponencial de la varianza contempla un lambda de 9,12%, valor menor al recomendado por JP Morgan, dicho modelo queda descrito y graficado a continuación.

$$\sigma_t^2 = (1 - 0.912)r_{t-1}^2 + 0.912\sigma_{t-1}^2$$

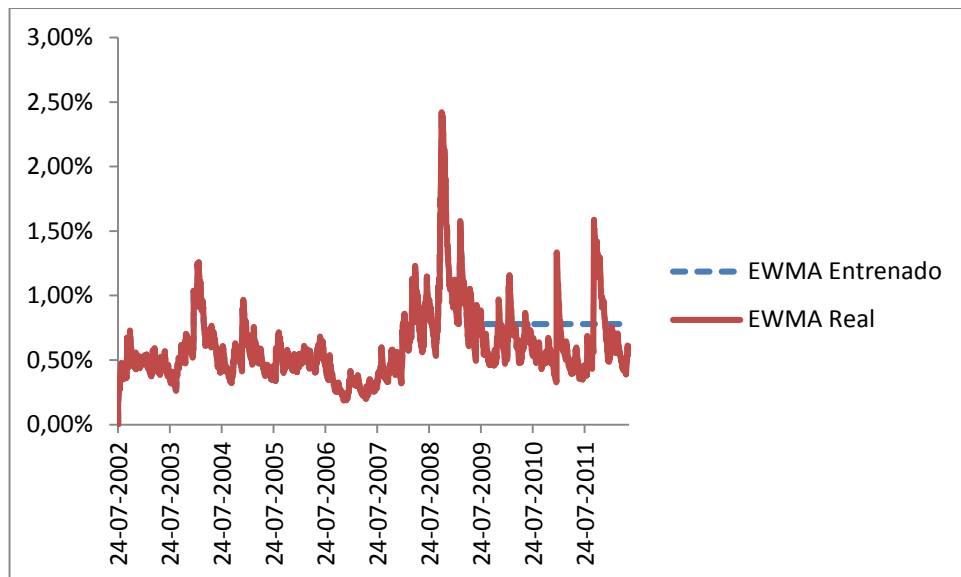


Figura 8-9 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "EWMA"

8.2.4) Desviación Estándar

Por otra parte, el cálculo de la volatilidad con el uso la desviación estándar de una ventana temporal móvil queda descrito en la Figura 8-10, donde se observa que tal como para el caso del EWMA, la volatilidad es mucho menos “ruidosa” que en los casos anteriores.

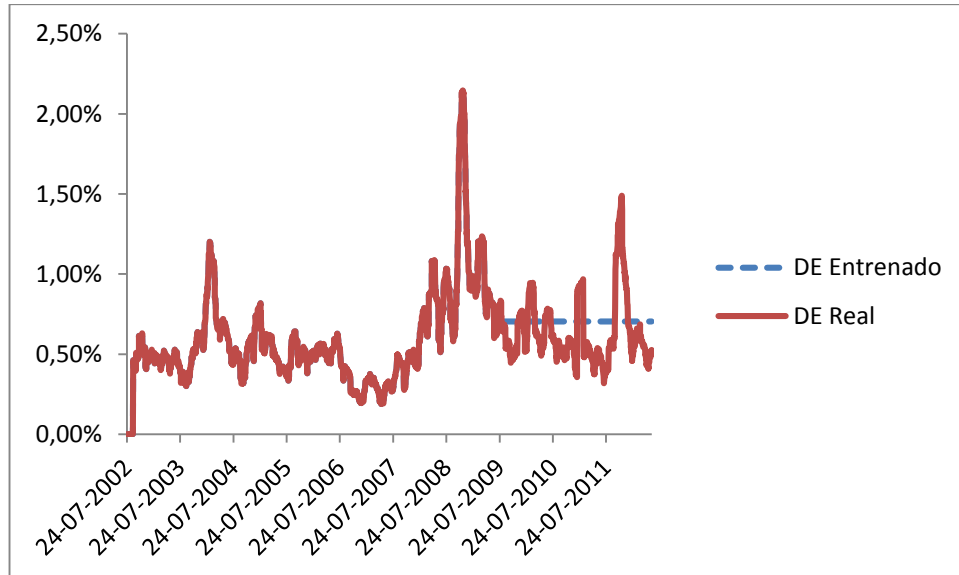


Figura 8-10 Volatilidad Tipo de Cambio Dólar-Peso "DE"

8.2.5) Métrica comparativa

Los modelos previamente calibrados y descritos entregan la siguiente métrica comparativa:

	Tiempos	Mape	Ex-Post			Ex - Ante		
			% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	96.58	38.68%	0.15%	12.6796	0.0013	1.80%	24.4582	0.0758
Normal	9.59	55.56%	0.00%	14.7675	0.0000	1.74%	24.5351	0.0761
DE	0.23	30.51%	0.58%	11.1775	0.0088	2.36%	23.3052	0.1160
EWMA	1.08	41.01%	0.29%	12.3694	0.0020	1.94%	23.3570	0.0942
GJR	12.86	34.14%	0.00%	15.2363	0.0000	1.80%	24.5156	0.0768

Tabla 8-9 Métrica Comparativa Tipo de Cambio Dólar-Peso

Se puede observar que los modelos con mejor poder predictivo son el de la Desviación Estándar y el GARCH GJR, seguidos de cerca por el NIG. Además para el VaR proyectado, los tres modelos GARCH son los mejores en cuanto a menores pérdidas efectivas, mismo resultado que para el análisis del VaR dentro de la muestra, intervalo en el cual tanto la Desviación Estándar como el EWMA superan con creces el 1% de error.

	Ex-Post Simulado			Ex - Ante Simulado		
	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	0.00%	17.1109	-	0.35%	32.4518	0.0153
Normal	0.00%	14.5687	-	1.89%	24.0637	0.0781
GJR	0.00%	15.3333	-	1.83%	24.0570	0.0796

Tabla 8-10 Métrica Comparativa Simulada Tipo de Cambio Dólar-Peso

En la Tabla 8-10, se puede observar que los resultados para el caso Normal y GJR son muy similares que para el VaR Paramétrico y existen diferencias para el caso NIG.

8.3) Precio de la acción de Copec

Posterior a la calibración de los modelos se encontraron las siguientes funciones descriptivas de la volatilidad:

8.3.1) GARCH Normal

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.000928	0.000299	3.0991	0.001941
omega	0.000007	0.000003	2.8262	0.004711
alpha1	0.127736	0.023989	5.3248	0
beta1	0.242863	0.151701	1.6009	0.109392
beta2	0.598371	0.145283	4.1186	0.000038

Tabla 8-11 Precio Acción Copec

En la Tabla 8-11 se puede observar que al modelar el retorno de la acción de Copec se encuentra una media significativamente positiva. Además, el GARCH que mejor describe su volatilidad es un GARCH (1,2), el parámetro asociado al segundo rezago de la volatilidad es más grande que el primero. Por otra parte, el modelo refleja que la volatilidad es sensible a cambios en el corto plazo y no es persistente.

$$\sigma_t^2 = 7.16E - 06 + 0.127\varepsilon_{t-1}^2 + 0.242\sigma_{t-1}^2 + 0.598\sigma_{t-2}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.5\%$$

La Figura 8-11 muestra cómo dicho modelo describe y proyecta la volatilidad del presente activo, cabe destacar que al igual que en los casos anteriores el mayor nivel alcanzado coincide con la crisis en Estados Unidos. Por otra parte, la volatilidad de corte es cercana a la volatilidad de largo plazo lo que genera que la proyección sea bastante plana.

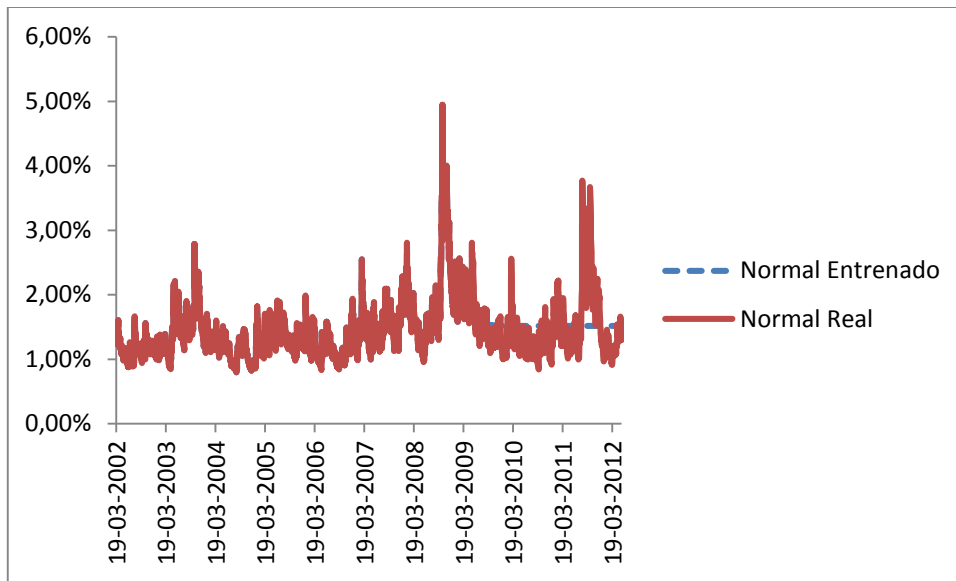


Figura 8-11 Volatilidad Acción Copec “Normal”

8.3.2) GARCH NIG

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.000938	0.000301	3.1124	0.001856
omega	0.000009	0.000003	2.4737	0.013374
alpha1	0.160617	0.033284	4.8257	0.000001
beta1	0.231074	0.128947	1.792	0.073132
beta2	0.576713	0.122809	4.696	0.000003
skew	0.14099	0.048797	2.8893	0.003861
shape	1.964797	0.442982	4.4354	0.000009

Tabla 8-12 Precio Acción Copec

De la Tabla 8-12 se puede apreciar que se mantienen tanto las características de la media del retorno logarítmico del precio de la acción, cómo la especificación y características del modelo encontrado. Por otra parte, la distribución del retorno, se puede apreciar que posee una asimetría positiva y colas más gruesas que una normal.

$$\sigma_t^2 = 8.63E - 06 + 0.161\varepsilon_{t-1}^2 + 0.231\sigma_{t-1}^2 + 0.576\sigma_{t-2}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.69\%$$

Dicho modelo utilizado en la ventana de tiempo escogido entrega el siguiente gráfico, del cual se puede observar que se cumplen los mismos resultados que en el caso anterior con una volatilidad de largo plazo ligeramente superior.

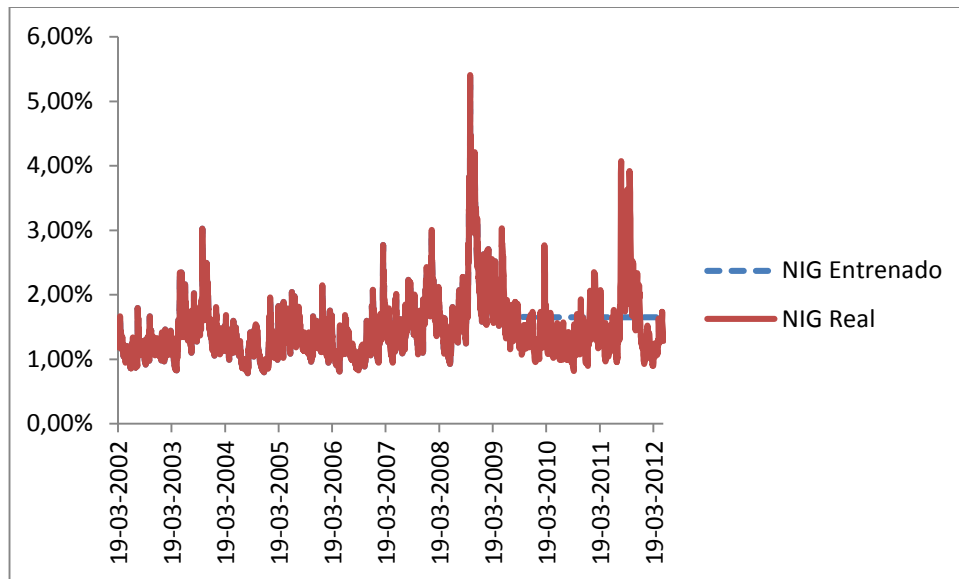


Figura 8-12 Volatilidad Acción Copec “NIG”

8.3.3) GJR-GARCH

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.000804	0.000305	2.6345	0.008427
omega	0.000005	0.000002	2.6908	0.007129
alpha1	0.071804	0.015832	4.5354	0.000006
beta1	0.890949	0.024058	37.034	0
gamma1	0.02823	0.020547	1.3739	0.169469

Tabla 8-13 Precio Acción Copec “GJR”

La distribución del retorno es consistente con los resultados anteriores, ya que posee una media significativamente superior a cero, por otra parte en este caso el parámetro que captura la asimetría es estadísticamente más significativo que para los activos estudiados previamente y la diferencia entre una volatilidad de largo plazo de subida o de bajada es de 0.021%, valor que representa un 1,41% de la volatilidad de convergencia del modelo.

$$\sigma_t^2 = 5.36E - 06 + 0.07186\varepsilon_{t-1}^2 + 0.0282 * 1_{\{\varepsilon_{t-1}<0\}}\varepsilon_{t-1}^2 + 0.891\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.47\%$$

Dicho modelo permite generar la Figura 8-13, en el cual se puede observar cómo va bajando la volatilidad esperada a medida que avanza el tiempo. Por otra parte, es

posible observar que en agosto del 2011 existe una gran subida del riesgo de la acción, fecha coincidente con una gran bajada del precio del petróleo, producto de la incertidumbre en el Eurozona por la crisis que estaba afectándolos en ese período.

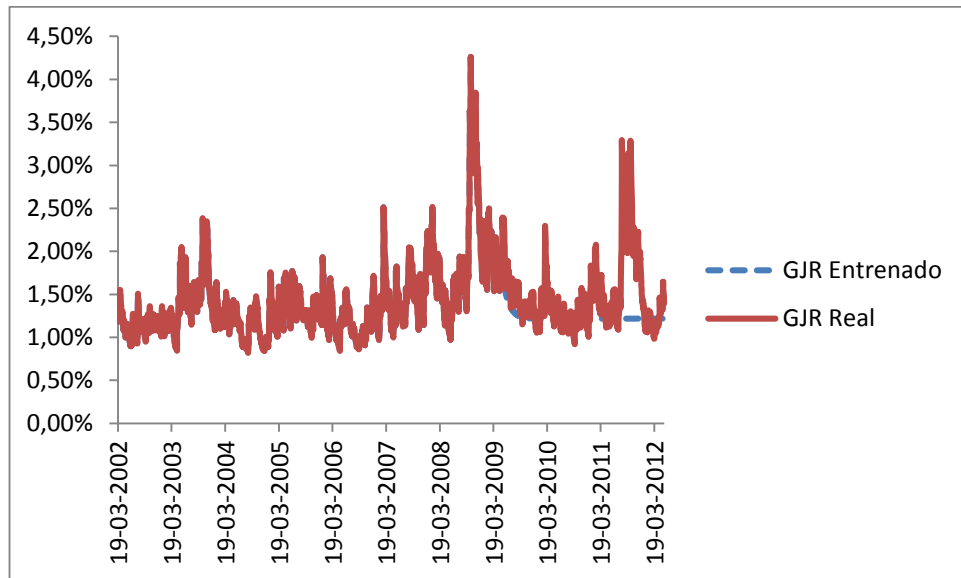


Figura 8-13 Volatilidad Precio Acción Copec “GJR”

8.3.4) EWMA

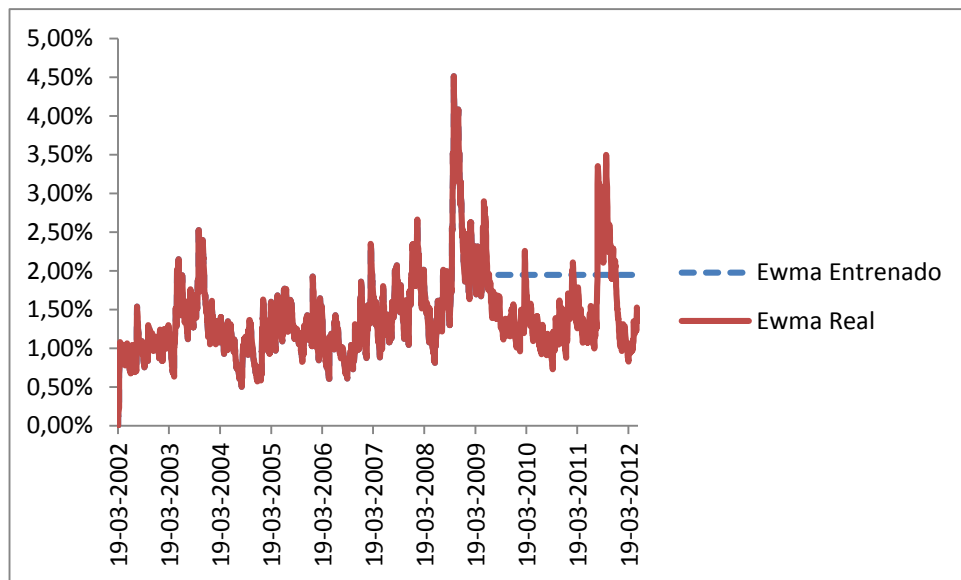


Figura 8-14 Volatilidad Acción Copec “EWMA”

La calibración del modelo con alisamiento exponencial de la varianza entrega un parámetro lambda de 91,3%, nuevamente inferior al sugerido por JP Morgan. Dicho modelo permite construir la Figura 8-14.

$$\sigma_t^2 = (1 - 0.913)r_{t-1}^2 + 0.913\sigma_{t-1}^2$$

8.3.5) Desviación Estándar

Al utilizar la desviación estándar de una ventana móvil queda descrita la volatilidad de la siguiente forma, donde se observa nuevamente que es menos “ruidoso” que los anteriores y que su volatilidad “estimada para por sobre la mayoría de los puntos “reales”:

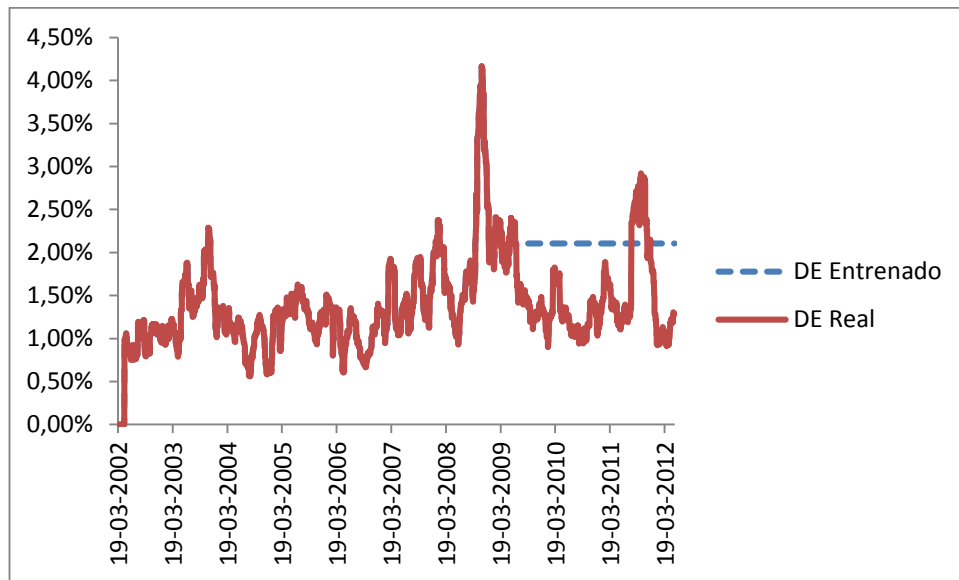


Figura 8-15 Volatilidad Precio de Acción Copes "Desviación Estándar"

8.3.6) Métrica comparativa

Los modelos descritos previamente entregan la siguiente métrica comparativa para la volatilidad del precio de la acción de Copec:

	Tiempos Mape	Ex-Post			Ex - Ante			
		% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	
NIG	95.67	28.964%	0.53%	29.70801641	0.068214137	1.07%	60.77184259	0.096949807
Normal	10.73	22.258%	0.92%	27.48555513	0.084779645	1.23%	60.16720288	0.098109864
DE	0.3	57.944%	0.26%	37.53714623	0.041007642	1.31%	58.47517402	0.128014127
EWMA	0.02	49.878%	0.26%	34.78971138	0.048275988	1.25%	58.22680079	0.117609272
GJR	17.22	15.802%	2.37%	22.49135822	0.162809112	1.01%	60.15583757	0.08746819

Tabla 8-14 Métrica Comparativa Acción Copec

Para el presente activo, los modelos GARCH son los que entregan una mejor estimación del valor proyectado de la volatilidad. Por otra parte, dichos pronósticos definen que esos modelos son los que entregan una mayor pérdida efectiva, pero sí manteniendo un porcentaje de pérdida más cercano al 1% (sobre todo el caso Normal). Además del análisis en la muestra, se puede observar que en este caso, todos los

modelos funcionan cerca del valor máximo de número permitido de pérdidas efectivas (1%), resultando los modelos GARCH NIG y GJR los más cercanos a dicho valor y cuentan además con las menores pérdidas efectivas.

	Ex-Post Simulado			Ex - Ante Simulado		
	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	0.40%	33.2445	0.0526	0.40%	66.8235	0.0477
Normal	1.05%	27.2517	0.0889	1.20%	59.2076	0.1032
GJR	1.05%	26.7392	0.0928	1.14%	59.2006	0.0923

Tabla 8-15 Métrica Comparativa Simulada Acción Copec

De la Tabla 8-15 se puede observar que para el caso Normal los resultados son prácticamente los mismos, en cambio, no es el mismo caso para los otros dos modelos.

8.4) IPSA

Posterior a la calibración de los modelos se encontraron las siguientes funciones descriptivas de la volatilidad:

8.4.1) GARCH Normal

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001202	0.000196	6.1478	0
omega	0.000003	0.000001	3.7209	0.000198
alpha1	0.180656	0.023931	7.549	0
beta1	0.79758	0.024306	32.8143	0

Tabla 8-16 IPSA "Normal"

Se puede observar en la Tabla 8-16, que al ajustar el retorno logarítmico del IPSA como una Normal, ésta posee una media significativamente superior a cero. Además, el GARCH (1,1), el cual es sensible a cambios en el corto plazo.

$$\sigma_t^2 = 3.42E - 06 + 0.181\varepsilon_{t-1}^2 + 0.798\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.17\%$$

El modelo previamente descrito genera la siguiente figura que muestra la diferencia de la volatilidad de la ventana escogida con sus proyecciones. Donde cabe destacar la cercanía entre la volatilidad de largo plazo con la mayoría de los *peaks* que alcanza la volatilidad posterior a los altos niveles alcanzados el año 2008.

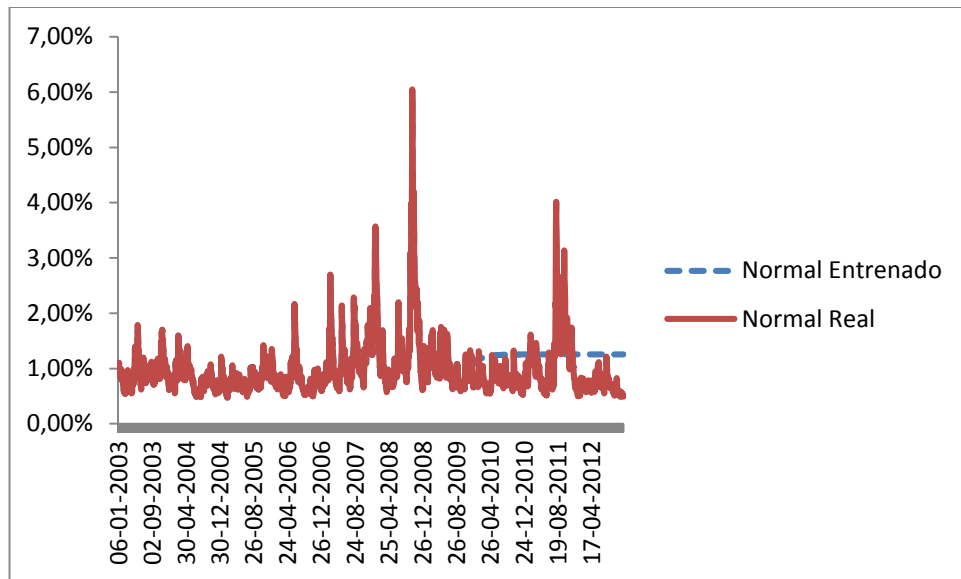


Figura 8-16 Volatilidad IPSA “Normal”

8.4.2) GARCH NIG

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001073	0.0002	5.3598	0
omega	0.000004	0.000001	3.7874	0.000152
alpha1	0.162793	0.02386	6.8228	0
beta1	0.803341	0.026019	30.8749	0
skew	-0.228604	0.075759	-3.0175	0.002549
shape	6.65125	2.714918	2.4499	0.01429

Tabla 8-17 IPSA “NIG”

Nuevamente es consistente el resultado anterior tanto en la media de la distribución como en la especificación y características del modelo encontrado para el caso normal, la diferencia viene en que la distribución posee una asimetría hacia la izquierda y colas más gruesas que las señaladas por una distribución Normal.

$$\sigma_t^2 = 3.90E - 06 + 0.163\varepsilon_{t-1}^2 + 0.803\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.09\%$$

Además el modelo descrito genera la Figura 8-17 de volatilidad “real” V/S estimada. Donde se observan fenómenos muy similares a los discutidos con anterioridad, cabe destacar que se observa que la crisis europea golpeó de menor manera el riesgo que la *sub-prime*.

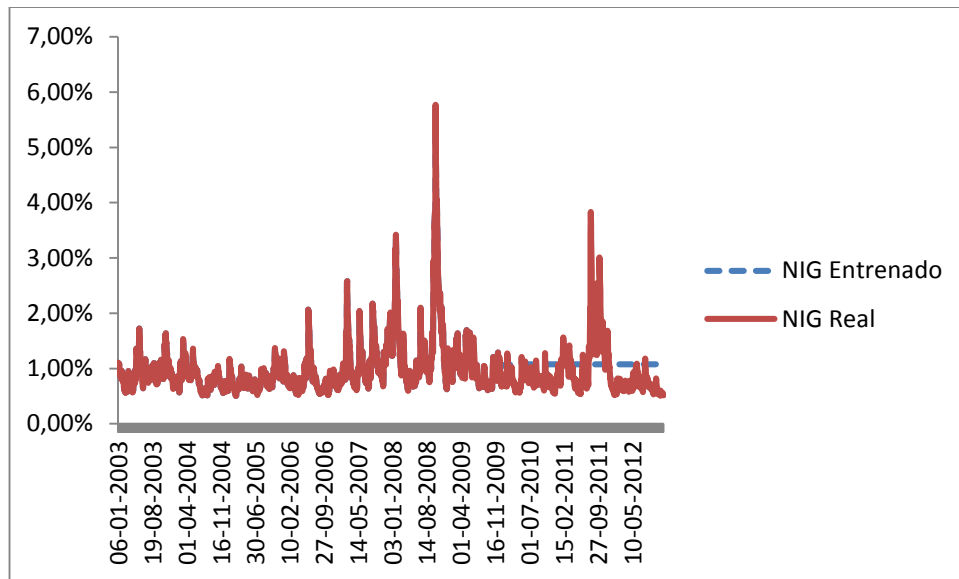


Figura 8-17 Volatilidad IPSA “NIG”

8.4.3) GJR-GARCH

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	0.001003	0.000236	4.2436	0.000022
omega	0.000004	0.000001	3.7472	0.000179
alpha1	0.107861	0.024253	4.4473	0.000009
beta1	0.789193	0.025227	31.2833	0
gamma1	0.127192	0.03708	3.4302	0.000603

Tabla 8-18 IPSA “GJR”

La diferencia entre el modelo GJR con respecto a los otros dos mencionados previamente, es que éste posee un parámetro significativamente distinto de cero visto de la lógica estadística, además una variación de una desviación estándar de largo plazo genera una diferencia de 0.064% entre subir y bajar esa cantidad, dicho diferencia representa una 6,36% de la volatilidad de largo plazo.

$$\sigma_t^2 = 4.49E - 06 + 0.108\varepsilon_{t-1}^2 + 0.128 * 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}}\varepsilon_{t-1}^2 + 0.789\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 1.01\%$$

La Figura 8-18 muestra la relación entre la volatilidad “real” y la estimada dentro de la ventana de tiempo estudiada donde nuevamente se ve la consistencia de todos los modelos GARCH.

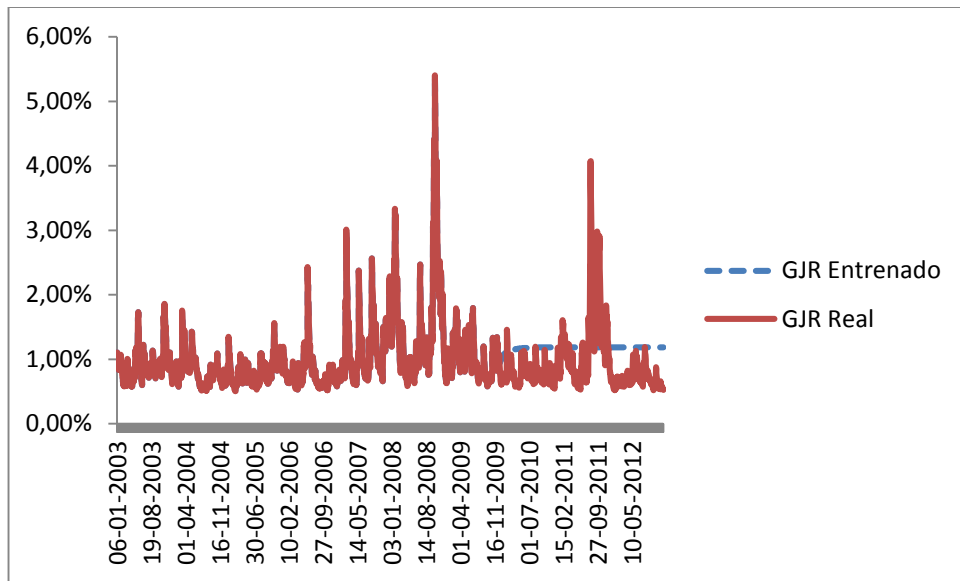


Figura 8-18 Volatilidad IPSA “GJR”

EWMA:

La calibración del modelo EWMA entrega un parámetro lambda de un 87%, valor inferior al sugerido por JP Morgan.

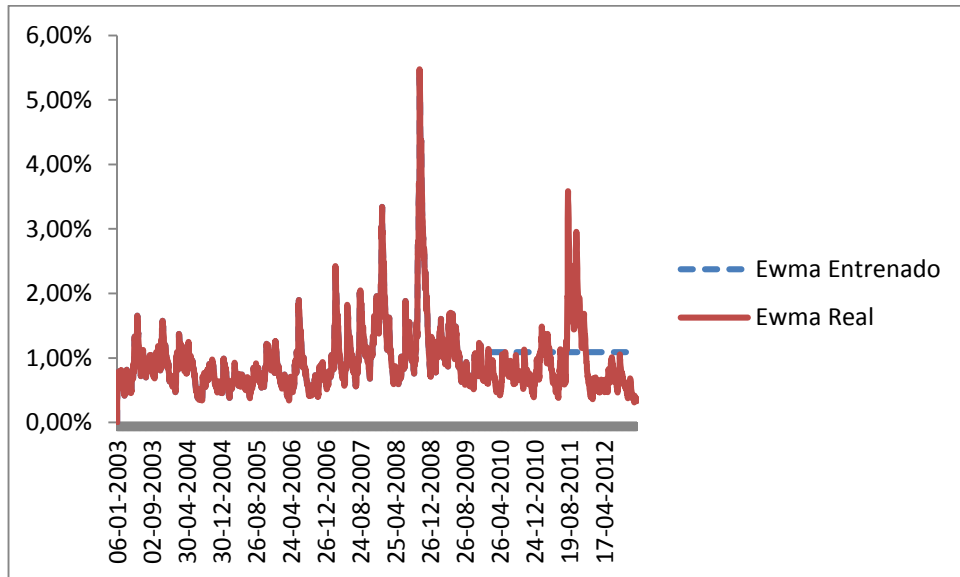


Figura 8-19 Volatilidad EWMA IPSA

$$\sigma_t^2 = (1 - 0.87)r_{t-1}^2 + 0.87\sigma_{t-1}^2$$

Dicho modelo entrega la Figura 8-19, donde se observa que, para la muestra escogida, los principales saltos son consistentes con los modelos descritos anteriormente.

8.4.4) Desviación Estándar

Al asumir que la volatilidad del IPSA se obtiene a través de la Desviación Estándar de una ventana móvil se genera el siguiente gráfico:

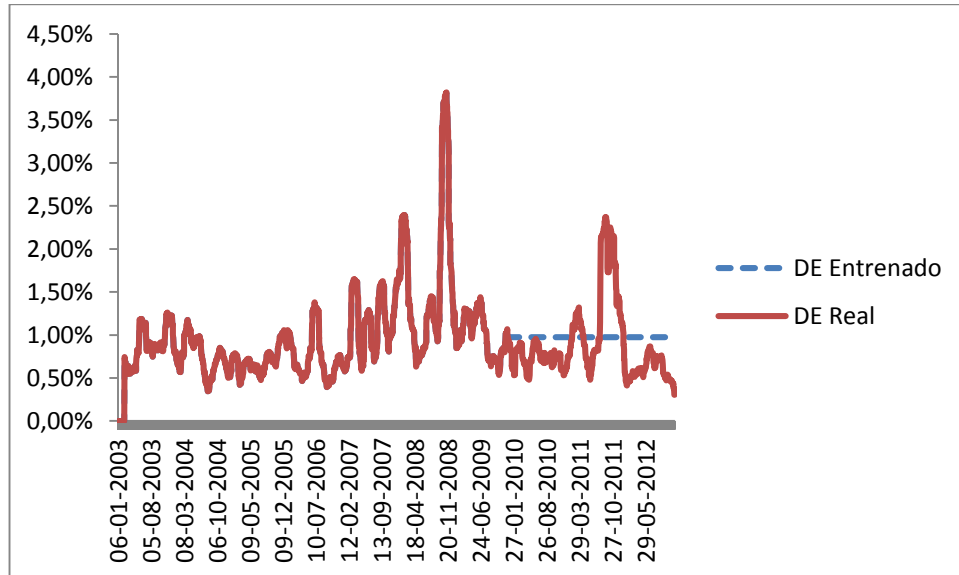


Figura 8-20 Volatilidad IPSA “DE”

8.4.5) Métrica comparativa

Los modelos descritos previamente entregan la siguiente métrica comparativa para la volatilidad del IPSA:

	Tiempos	Mape	Ex-Post			Ex - Ante		
			% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	101.42	0.42614873	1.35%	18.4422	0.0842	1.38%	38.9353	0.1053
Normal	11.53	0.618033169	0.54%	21.3147	0.0585	1.41%	38.8015	0.1016
DE	0.26	0.455792178	14.05%	18.3022	1.2826	2.22%	37.9903	0.1945
EWMA	0.09	0.638179214	11.62%	19.7784	1.0296	1.99%	37.6378	0.1422
GJR	19.67	0.550994028	0.68%	20.1821	0.0656	1.44%	39.2021	0.1111

Tabla 8-19 Métrica Comparativa IPSA

Donde los mejores modelos para predecir la volatilidad son el GARCH NIG y la Desviación Estándar. Por otra parte, los modelos que tienen menores pérdidas efectivas fuera de la muestra son los GARCH, cabe destacar que la Desviación Estándar y el Alisamiento Exponencial de la Varianza superan con creces el 1% de número pérdidas

efectivas. Además, dentro de la muestra estos modelos están cerca del límite impuesto, en cambio los otros lo superan significativamente.

	Ex-Post Simulación			Ex - Ante Simulación		
	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	0.27%	0.0027	0.0027	0.00%	66.9532	-
Normal	0.68%	19.9950	0.0669	1.29%	38.6954	0.1017
GJR	1.89%	17.2513	0.1035	1.46%	38.4881	0.1114

Tabla 8-20 Métrica Comparativa Simulada IPSA

Para el caso de las distribuciones Normal y GJR se observan pocas diferencias casi nulas, en cambio para el caso de NIG se ven diferencias mayores.

8.5) BCP 10 Años

Posterior a la calibración de los modelos, se encontraron las siguientes funciones descriptivas de la volatilidad tasa de la TIR de un BCP a 10 años:

8.5.1) GARCH Normal

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	-2.65E-07	0.000011	-0.024965	0.980083
omega	4.68E-09	0	2.353959	0.018575
alpha1	0.06005704	0.006815	8.812887	0
beta1	0.90659622	0.005951	152.353784	0

Tabla 8-21 BCP 10 “Normal”

La distribución de la diferencia simple de la TIR del BCP 10 posee una media que no es significativamente distinta de cero. El modelo que mejor ajusta la volatilidad de este activo, al asumir distribución Normal, es un GARCH (1,1) el cual identifica a la volatilidad como persistente y posee la volatilidad de largo plazo descrita a continuación

$$\sigma_t^2 = 4.68E - 09 + 0.06\varepsilon_{t-1}^2 + 0.906\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 0.037\%$$

El presente modelo, posterior al ajuste de volatilidad precio, genera el siguiente gráfico de la evolución del “riesgo” de dicho activo.

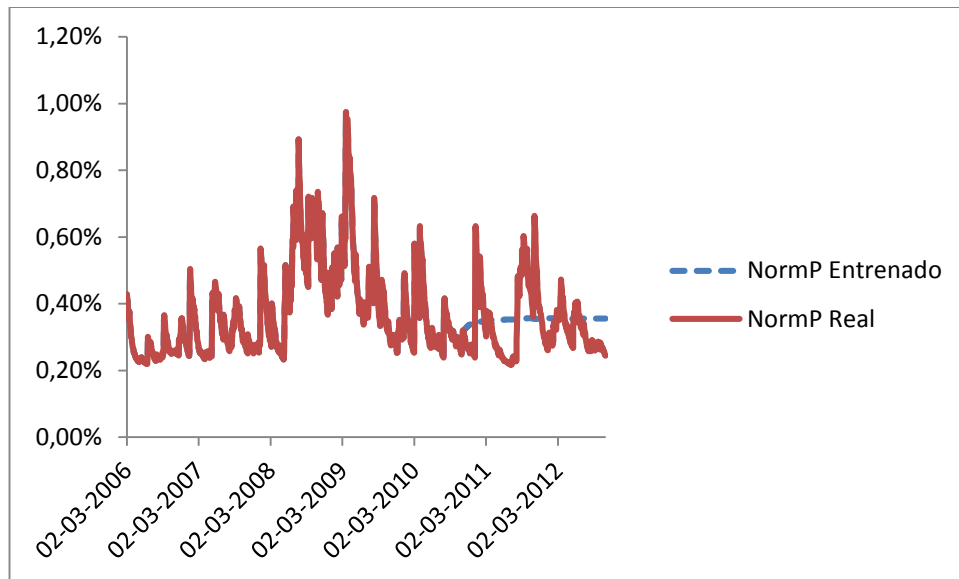


Figura 8-21 Volatilidad Precio BCP 10

8.5.2) GARCH NIG

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	1.00E-06	0.000008	0.078122	0.937731
omega	2.27E-09	0	0.803643	0.421603
alpha1	0.060862	0.008033	7.57698	0
beta1	0.904241	0.009386	96.343567	0
skew	-0.137139	0.048533	-2.825653	0.004718
shape	0.39631	0.074224	5.33935	0

Tabla 8-22 BCP10 “NIG”

Nuevamente, al analizar la distribución de la diferencia simple de tasas, se observa que la media es cero y el modelo es consistente en especificación y características con el “Normal”. Por otra parte, el presente modelo posee una asimetría hacia los retornos negativos y un “forma” cercana a cero, por lo cual es de esperar colas similares a las de una Normal, además posee una volatilidad tasa de largo plazo inferior a la Normal.

$$\sigma_t^2 = 2.27E - 09 + 0.06\varepsilon_{t-1}^2 + 0.904\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 0.024\%$$

Dicha especificación, ajustando a volatilidad precio, permite generar la Figura 8-22, en el cual se ve la evolución de la volatilidad de la TIR del Bono y como sus proyecciones bajan ligeramente hasta llegar a la volatilidad de largo plazo.

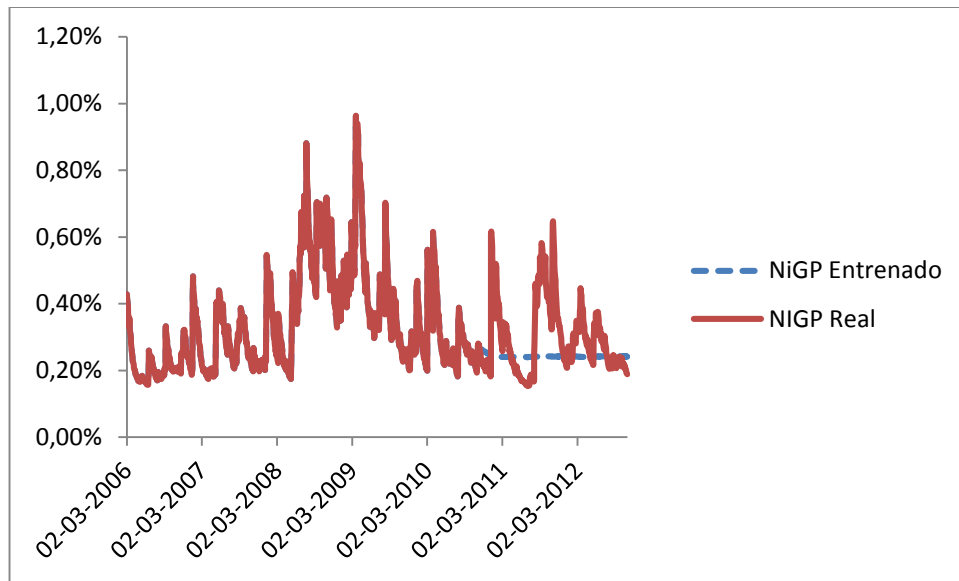


Figura 8-22 Volatilidad BCP 10 “NIG”

8.5.3) GJR-GARCH

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
mu	3.77E-07	0.000014	0.026028	0.979235
omega	3.29E-09	0	1.380366	0.167474
alpha1	0.05866102	0.020938	2.801672	0.005084
beta1	0.92681961	0.011287	82.111911	0
gamma1	-0.01213499	0.026557	-0.456941	0.647713

Tabla 8-23 BCP 10 “GJR”

De la Tabla 8-23, se puede observar que se mantienen las características y especificaciones mencionadas con anterioridad. Cabe destacar que el parámetro encargado de capturar la asimetría en la volatilidad es poco significativo estadísticamente hablando. Además, su aporte económico (medido como la diferencia entre subir o bajar una desviación estándar) es de -0.00024%, valor que representa un 0,61% de la volatilidad

$$\sigma_t^2 = 3.29E - 09 + 0.058\varepsilon_{t-1}^2 - 0.012 * 1_{\{\varepsilon_{t-1} < 0\}}\varepsilon_{t-1}^2 + 0.927\sigma_{t-1}^2$$

$$\sigma_{LP} = 0.04\%$$

Dado el modelo previamente descrito, se obtiene la Figura 8-23, el cual muestra la volatilidad precio del activo en cuestión en la ventana de tiempo utilizada, donde se puede observar que las proyecciones de volatilidad van en aumento hasta llegar a la volatilidad precio de largo plazo.

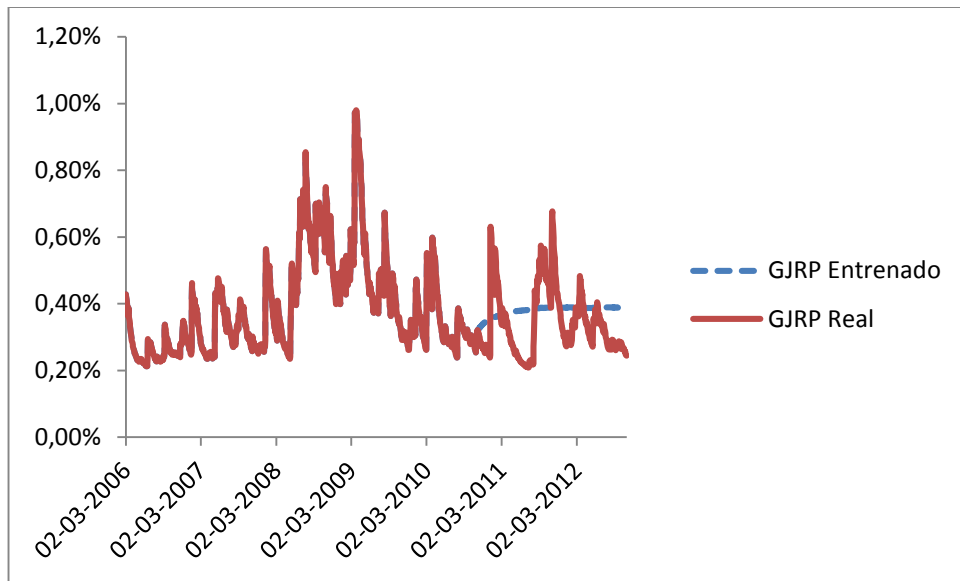


Figura 8-23 Volatilidad BCP 10 “GJR”

8.5.4) EWMA

La calibración del modelo con alisamiento exponencial de la varianza entrega un parámetro lambda de 95,2%, en este caso superior al sugerido por JP Morgan. Dicho modelo permite construir la Figura 8-24.

$$\sigma_t^2 = (1 - 0.952)r_{t-1}^2 + 0.952\sigma_{t-1}^2$$

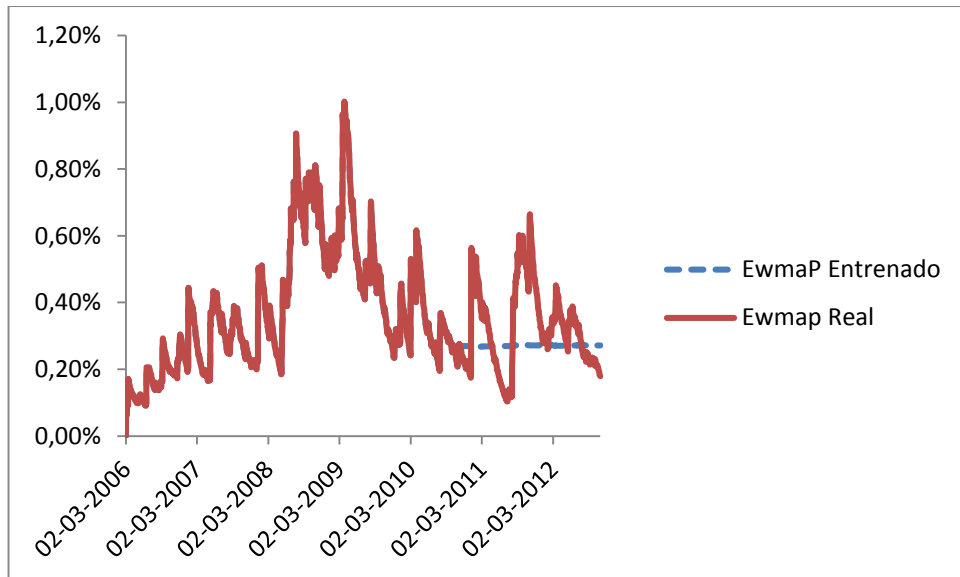


Figura 8-24 Volatilidad BCP 10 “EWMA”

8.5.5) Desviación Estándar

Al aplicar la Desviación Estándar a las ventanas móviles de la TIR del Bono del Banco Central en Pesos a 10 años, modificándola a una volatilidad precio, se genera la Figura 8-25, la cual es consistente con los anteriores, pero con una cantidad significativamente inferior de saltos, resultado intuitivo ya que dicho valor es un producto de una ventana con treinta datos.

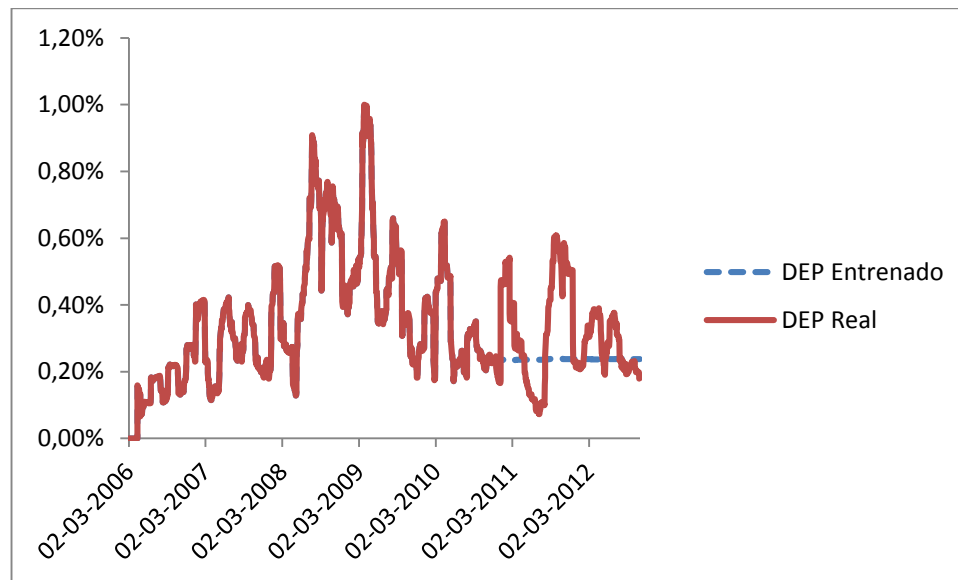


Figura 8-25 Volatilidad BCP 10 “DE”

8.5.6) Métrica comparativa

	Ex-Post					Ex - Ante		
	Tiempos	Mape	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	32.41	24.99%	0.61%	2.87398	0.01758	0.69%	9.23290	0.01119
Normal	1.79	24.20%	0.61%	4.10869	0.01032	0.52%	10.26031	0.00374
DE	0.17	38.92%	0.81%	2.80330	0.01825	0.53%	10.18046	0.00736
EWMA	1.32	33.85%	0.61%	3.18680	0.01582	0.62%	10.59345	0.01044
GJR	7.38	29.03%	0.41%	4.41793	0.00907	0.43%	10.50434	0.00391

Tabla 8-24 Métrica Comparativa BCP 10

De la Tabla 8-24 se observa que los menores niveles de error en las proyecciones los tienen los modelos GARCH, liderados por el Normal y el NIG respectivamente. Por otra parte, las menores pérdidas con las proyecciones de volatilidad las tienen nuevamente los modelos GARCH, destacándose el GJR y el Normal. Finalmente, al analizar las pérdidas efectivas dentro de la muestra utilizada para calibrar, se encuentra que las menores pérdidas son encontradas para los modelos GARCH GJR y Normal.

	Ex-Post Simulado			Ex - Ante Simulado		
	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
NIG	0.61%	3.0868	0.0163	0.60%	9.9418	0.0076
Normal	0.61%	4.0972	0.0107	0.53%	10.0213	0.0034
GJR	0.41%	4.3382	0.0089	0.44%	10.2468	0.0034

Tabla 8-25 Métrica Comparativa BCP 10

Por otra parte, analizando la Tabla 8-25, se ve reflejado que para la simulación de los valores esperados de volatilidad, se puede ver que los resultados son muy similares al caso previamente estudiado en la Tabla 24.

8.6) Análisis de la métrica comparativa

En la Tabla 8-26 y Tabla 8-27 se muestran el resumen de la métrica comparativa, donde se puede observar, en primera instancia, que los modelos de Desviación Estándar y de Alisamiento Exponencial de la Varianza tienen un costo computacional (medido como el tiempo de convergencia de los modelos) muy bajo, donde no demoran mucho más de 1 segundo por activo. Por otra parte, el GARCH Normal es superior en esta medida, llegando a valores cercanos a 10 segundos en algunas circunstancias debido a que este algoritmo es optimizado para diferentes rezagos tanto de nivel como de retorno, escogiendo la mejor combinación de acuerdo al criterio de información. Por otra parte, el modelo GJR por lo general requiere el doble de tiempo que el Normal.

		Ex-Post				Ex - Ante			
		Tiempos	Mape	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
BCP 10	NIG	32,41	24,99%	5,68%	4,832	0,1295	1,46%	6,548	0,033
	Normal	1,79	24,20%	2,43%	6,648	0,0501	1,21%	7,261	0,023
	DE	0,17	38,92%	5,88%	4,735	0,1357	1,77%	7,325	0,027
	EWMA	0,04	33,85%	4,67%	5,280	0,1028	1,15%	7,598	0,028
	GJR	7,38	29,03%	2,23%	7,122	0,0405	1,03%	7,433	0,023
Cobre	NIG	87,6	43,57%	0,29%	37,915	0,0168	0,93%	76,514	0,121
	Normal	10,19	38,22%	0,58%	36,328	0,0244	0,87%	76,379	0,120
	DE	0,38	76,48%	0,15%	44,197	0,0002	1,39%	73,253	0,197
	EWMA	3,04	79,63%	0,00%	44,710	0,0000	1,14%	73,580	0,163
	GJR	21,92	36,80%	0,73%	35,734	0,0289	0,99%	76,348	0,163
Copec	NIG	95,67	28,96%	0,53%	29,708	0,0682	1,07%	60,772	0,097
	Normal	10,73	22,26%	0,92%	27,486	0,0848	1,23%	60,167	0,098
	DE	0,3	57,94%	0,26%	37,537	0,0410	1,31%	58,475	0,128
	EWMA	0,02	49,88%	0,26%	34,790	0,0483	1,25%	58,227	0,118
	GJR	17,22	15,80%	2,37%	22,491	0,1628	1,01%	60,156	0,087
Dólar	NIG	96,58	38,68%	0,15%	12,680	0,0013	1,80%	24,458	0,076
	Normal	9,59	55,56%	0,00%	14,742	0,0000	1,74%	24,494	0,077
	DE	0,23	30,51%	0,58%	11,178	0,0088	2,36%	23,305	0,116
	EWMA	1,08	41,01%	0,29%	12,369	0,0020	1,94%	23,357	0,094
	GJR	12,86	34,14%	0,00%	15,236	0,0000	1,80%	24,516	0,077

Tabla 8-26 Métrica Comparativa Resumen

		Ex-Post Simulado			Ex - Ante Simulado		
		% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas	% Pérdidas > VaR	Pérdida sobre VaR	Pérdidas efectivas
BCP10	NIG	0,61%	3,087	0,016	0,60%	9,942	0,008
	Normal	0,61%	4,097	0,011	0,53%	10,021	0,003
	GJR	0,41%	4,338	0,009	0,44%	10,247	0,003
Cobre	NIG	0,00%	61,133	0,000	0,13%	120,554	0,017
	Normal	0,58%	37,113	0,021	0,89%	75,098	0,142
	GJR	0,73%	35,867	0,025	1,01%	75,033	0,160
Copec	NIG	0,40%	33,245	0,053	0,40%	66,824	0,048
	Normal	1,05%	27,252	0,089	1,20%	59,208	0,103
	GJR	1,05%	26,739	0,093	1,14%	59,201	0,092
Dólar	NIG	0,00%	17,111	0,000	0,35%	32,452	0,015
	Normal	0,00%	14,569	0,000	1,89%	24,064	0,078
	GJR	0,00%	15,333	0,000	1,83%	24,057	0,080
IPSA	NIG	0,27%	0,003	0,003	0,00%	66,953	0,000
	Normal	0,68%	19,995	0,067	1,29%	38,695	0,102
	GJR	1,89%	17,251	0,103	1,46%	38,488	0,111

Tabla 8-27 Métrica Comparativa Resumen

Por último, el modelo NIG posee un costo computacional de hasta 10 veces superior al normal, lo cual es intuitivo ya que de por sí su función de distribución es más compleja que la de la Normal, por lo cual se concluye que este modelo es el más costoso computacionalmente, pero que esta variable sólo es relevante si se desean realizar múltiples calibraciones de modelos al día, ya que la calibración no requiere más de dos minutos.

Además, se observa que los modelos GARCH poseen un mejor poder predictivo de la volatilidad, medido sobre el MAPE, que los otros modelos, dado a que, en primera instancia, poseen en la mayoría de los análisis un menor valor que sus pares y además muestran consistencia en sus resultados, ya que en general el error de la proyección varía entre un 30% y un 50%. En cambio, debido a que para los otros modelos la mejor estimación del valor futuro es el último valor observado, hace que el MAPE esté relacionado con donde se escogió cortar la data, haciendo que dicho valor fluctúe entre un 30% y un 80%.

Consecuentes a este resultado, es visible que las proyecciones de pérdida los valores GARCH, son mejores que para los otros modelos, efecto que puede no verse reflejado en las pérdidas efectivas ex-post, debido a que este valor puede ser muy bajo (incluso cero). Si mis proyecciones son malas y además muy altas, generaría que efectivamente no se incurriría en pérdidas, pero se puede observar que en ese caso la diferencia entre el VaR paramétrico y la pérdida es muy grande, lo que significa que se está incurriendo en un gran costo, ya que se está provisionando por sobre mi margen

aceptado de pérdidas, por lo que podría usar ese capital para generar más dinero en vez de tenerlo guardado.

Por otra parte, si se analiza ahora el efecto dentro de la muestra, es posible ver que los modelos determinísticos son los que se encuentran sistemáticamente lejos del nivel admitido de pérdidas y, en todos los casos (excepto el de la TIR), se encuentran por sobre. Esto significa que no están cumpliendo con el requerimiento estimado, por lo cual su nivel de provisiones es menor al debido, lo que podría poner en riesgo la estabilidad de los agentes que utilizan estos modelos.

Por otra parte, se puede ver que los modelos GARCH poseen valores que siempre están cercanos el 1% propuesto a estudiar, lo que demuestra que dichos modelos son suficientemente rápidos para capturar los cambios en los niveles de riesgo que enfrenta el mercado. Por otra parte, se puede observar que utilizando una medida simple como el VaR paramétrico se logra estar dentro de los niveles permitidos, demostrando que la mejor estimación de la volatilidad permite mejorar la estimación del riesgo, sin necesariamente tener que aplicar medidas de riesgo más sofisticadas.

Al analizar cómo cambian los resultados, al utilizar como medida de peor pérdida el percentil de la simulación de los activos, se concluye que los resultados son consistentes con los del VaR Paramétrico para las distribuciones los GARCH Normales y GJR, lo que no representa ninguna sorpresa, ya que estos asumen a priori una distribución Normal. Por otra parte, para el caso del modelo que asume una distribución Normal Inversa Gaussiana, se observa que las distribuciones poseen en general un exceso de Kurtosis positivo, lo que genera colas más gruesas, desplazando el percentil a la izquierda, haciendo que se modifique el resultado con respecto al VaR Paramétrico, pero cómo se trata de un rango muy extremo y que se usó una aproximación para capturar dicho valor, podrían existir diferencias con el caso de una real simulación.

Además, cabe destacar que como la distribución, por esas características de exceso de Kurtosis, se denomina que sus retornos son *wildly stochastic*, por lo que, en estados normales, el modelo entrega intervalos demasiados grandes, pero los cuales son útiles en momentos de crisis, que es donde se observan dichos valores extremos.

Por otra parte, si se observa el caso de la TIR del BCP a 10 años, donde su diferencia simple de tasa distribuye cercano a una normal, los resultados de las

simulaciones para los tres modelos GARCH son similares a los del VaR Paramétrico, lo que de por sí es bastante intuitivo.

También se observa que, para el modelo GARCH GJR, se obtuvo valores del coeficiente que captura la volatilidad acorde con la literatura, ya que para los precios era positivo (independiente de si era o no significativo estadísticamente), debido a que el mercado toma las noticias de subida de precios como buenas noticias. En cambio, las de bajada le preocupan más, por lo que se espera una mayor crecida de volatilidad si el retorno es negativo (recordar que en ese caso la *dummy* que acompaña a ese parámetro toma el valor 1). Sin embargo, para el caso de la tasa pasa el efecto contrario, dado que las subidas de tasa ocurren en períodos donde se necesita reactivar la economía, por lo que esos son los períodos donde existen mayores riesgos, mientras que las bajadas de tasas son síntomas de mejoras. Por otra parte, se observa que mientras más significativo sea dicho parámetro, una mayor diferencia (relativa a la volatilidad de largo plazo) existe de cambios en la volatilidad para retornos positivos versus negativos.

Si se analizan estos resultados, por ejemplo en las pérdidas efectivas para el caso del dólar, se puede observar que dentro de la muestra se perdieron 0,12 pesos por unidad invertida de dólar al utilizar la desviación estándar, en cambio, al utilizar una medida GARCH se perdieron menos de 0,08 pesos. Esto, si se dimensiona que para el caso chileno, en julio de 2013, se transaron en el mercado formal en promedio \$4.956 millones de dólares diarios en el mercado Spot y \$5.138 (Banco Central de Chile (2013)) en el mercado de derivados, permite observar que durante ese mes se realizaron transacciones diarias, con riesgo de tipo de cambio superiores a los \$10.000 dólares, lo que significa que dado esos montos de transacciones la diferencia en pérdidas utilizando una medida versus la otra es de \$4.037 millones de dólares.

8.7) Estudio de causalidad en la volatilidad

Posterior a la calibración de los modelos, se realizó un estudio sobre causalidad de volatilidad. Para esto se relacionaron todas las series de riesgo previamente descritas en conjunto con del precio del oro, el cual ha sido nombrado en la literatura como un buen

estimador de la volatilidad y el Volatility Index (VIX), y como un indicador de volatilidad de mercado de Estados Unidos.

Para las series estudiadas, se estima que tanto la volatilidad de la TIR del BCP 10, del precio del cobre, del tipo de cambio dólar-peso observado, el VIX y el precio del oro tienen orden de integración uno, en cambio la volatilidad del IPSA y de la acción de Copec tienen orden de integración cero (Detalles en el Anexo). Con esto se limita la posibilidad de cointegración, ya que esta puede existir solamente en series con igual orden de integración.

Posterior a la implementación de la metodología de Toda y Yamamoto descrita en el capítulo de metodología, se llega a los siguientes resultados (Detalles de los resultados en el Anexo):

- La volatilidad del cobre causa a la Granger la volatilidad del Dólar, además de estar cointegrados, por lo que se cumple el *cross-check*, es decir es una causalidad fuerte.

El resto de los resultados no presentan cointegración, por lo cual se habla de causalidad débil.

- La volatilidad del cobre causa volatilidad del IPSA.
- Precio del oro es causal de la volatilidad del precio del cobre.
- La volatilidad del precio del dólar causa volatilidad en el IPSA y viceversa
- La volatilidad del BCP 10 genera volatilidad en el precio del tipo de cambio dólar-peso observado.
- Indicador VIX genera volatilidad en el precio del dólar.
- Indicador VIX causa a la Granger volatilidad en el IPSA y viceversa.

Analizando los resultados anteriores, se observa que existe un contagio de volatilidad fuerte desde el precio del cobre hacia el tipo de cambio dólar-peso, lo cual no es sorprendente debido a que ya es sabida la influencia del cobre en el dólar, ya que una subida de éste, hace ingresar más dólares al país, bajando su valor y viceversa. Por esto, el resultado comprueba aún más este hecho, ya que si se genera expectativa en el precio del cobre, la habrá también para el tipo de cambio.

Además, se llegaron a otros resultados débiles, mencionados previamente, donde se destaca el hecho de que el precio del oro genere volatilidad del precio del cobre, mostrando cierta relación en los *commodities*, y que el índice VIX genera volatilidad en el precio del dólar, lo que hace sentido, ya que de existir incertidumbre en el país dueño de la moneda, debiese generar riesgo sobre el apreciamiento de la moneda local.

Es interesante encontrar que existe una relación cruzada entre el indicador VIX y el IPSA, lo que podría indicar que un activo podría generar movimientos en ambos valores (pudiese ser por ejemplo el S&P 500).

Cabe destacar que se encontró que el riesgo de renta fija es causal del tipo de cambio, lo cual es intuitivo, ya que la renta fija, como se señaló con anterioridad, es un indicador del estado de la economía, la cual influye fuertemente en que se aprecie o deprecie el peso chileno con respecto a las otras monedas, en este caso el dólar.

Por la misma razón, no es de extrañar que se haya encontrado que el indicador de volatilidad del mercado norteamericano influya también en el precio del tipo de cambio observado dólar-peso.

9) CONCLUSIONES

Se concluye que se logró establecer fortalezas y debilidades de los modelos estudiados, destacándose el hecho de que la desviación estándar es un resultado particular del Alisamiento Exponencial de la Varianza y éste a su vez es el resultado de un GARCH Normal (1,1) con intercepto cero, por lo cual estadísticamente hablando, el modelo GARCH está por sobre los otros dos.

Además, la inclusión de un parámetro que captura la asimetría genera que el GJR mejore una debilidad del GARCH donde se ponderan de igual forma las subidas y las bajadas de los retornos. Por último, el modelo con distribución NIG permite incorporar tanto asimetrías como colas gruesas, por lo que es un modelo más robusto que el resto.

Sin dudas, todos estos modelos poseen la debilidad de que están diseñados para el cálculo univariado de la volatilidad, donde, en el caso de tener que realizar un estudio multivariado, se debiese calibrar un modelo por activo.

Se concluye que se definieron adecuadamente los criterios comparativos, donde los escogidos fueron: el tiempo de convergencia del modelo, el VaR paramétrico, el VaR como el percentil de la simulación de los retornos, utilizando la distribución estimada para cada uno de los modelos, la pérdida efectiva versus la esperada y el MAPE.

Por otra parte, se utilizó la medida del VaR Paramétrico por ser un estándar de la industria, pero para no utilizar sólo una medida que asume distribución Normal, cuando no todos los modelos la utilizan, también se incluyó una medida que estima el VaR como el percentil de la simulación de los retornos utilizando la distribución estimada para cada uno de los modelos.

Se puede concluir que existen diversos contagios de volatilidad entre los activos estudiados, donde destaca un contagio de volatilidad fuerte desde el precio del cobre hacia el tipo de cambio dólar-peso. Además, se llegaron a otros resultados débiles, donde la volatilidad del precio del oro genera volatilidad del precio del cobre, el índice VIX genera volatilidad en el precio del dólar, el riesgo de renta fija es causal del de tipo de cambio. Además existe una relación cruzada entre el indicador VIX y el IPSA.

Además, se concluye que la mejor forma de estimar la volatilidad depende de los requerimientos y capacidades tecnológicas del tomador de decisión, por lo que el GARCH NIG, a pesar de ser estadísticamente más robusto que el resto y al ser difícil de simular y ocupar una gran costo computacional, podría ser desechado en la práctica.

Por lo mismo, dentro de los modelos estudiados, el GARCH Normal, por su simpleza y bajo costo computacional, podría presentar para el tomador de decisión una herramienta completa, que a pesar de poseer limitaciones teóricas, al asumir simetría y colas no gruesas, presenta resultados consistentes, pero se debe tener cuidado a medida que la distribución del activo subyacente presente una mayor Kurtosis, puesto que las aplicaciones que utilicen las colas (como el VaR) serán menos precisas.

Adicionalmente se concluye que, según los modelos estudiados, y posterior al análisis causal de la volatilidad en los activos escogidos, la volatilidad es generada por tres principales razones. La primera es la misma volatilidad pasada, donde se observa que existe una persistencia de ésta a lo largo del tiempo.

Segundo, la nueva información medida a través del retorno del activo, la cual afecta de distinta manera a los activos, pudiendo no ser simétrico su efecto a la volatilidad, lo que hace sentido económico, ya que los agentes en general son más sensibles a las bajas en precio que a las subidas de éste, efecto que fue medido y se concluye que en ciertos activos es relevante.

Por último, se observó que existe un efecto de contagio de riesgo con otros activos de la economía, haciendo que movimientos en la volatilidad de un activo se deban a factores internos (persistencia y retornos) y factores externos (contagio con otros activos).

Finalmente, se concluye que una adecuada medición de la volatilidad es de suma importancia, ya que tal como se observó para el caso del tipo de cambio dólar-peso, sin necesariamente cambiar la forma de estimar la provisión, sino utilizando una diferente forma de medir la volatilidad, se puede ahorrar una significativa cantidad de dinero, haciendo que esta práctica sea relevante tanto para el manejo interno de los portafolios en una compañía, como para el regulador, para lograr que las pérdidas estén acotadas de manera efectiva.

10) TRABAJOS FUTUROS

Dentro de trabajos futuros podrían incluirse varias modificaciones al presente informe. Podría, por ejemplo, utilizarse la misma metodología para ver el efecto de los mismos modelos en una selección diferente de activos financieros. Por otra parte, también podrían incorporarse más modelos que los explorados, por ejemplo el EGARCH, FIGARCH, entre otros, o también probar con otras metodologías diferentes a las de la familia de los GARCH.

Así también, podría realizarse con activos de otros países, para de esta forma poder utilizar los resultados encontrados en la estimación del valor de opciones y compararlo con el valor transaccional de dicho activo, o bien comparar los resultados de las proyecciones de la volatilidad con la volatilidad implícita.

11) BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. Alexander, *Practical Financial Econometrics*, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [2] C. Brooks, *Introductory Econometrics for Finance*, Cambridge, 2008.
- [3] J. Morgan, «RiskMetrics-Technical Document,» 1996.
- [4] J. C. Hull, *Options, Futures and Other Derivatives*, Pearson Prentice Hall, 2009.
- [5] J. Lillo, «Fat and skew: Can NIG cure? On the prospect of using the Normal Inverse Gaussian distribution in finance,» Bergen, Noruega, 1998.
- [6] R. S. Pindyck, «Volatility in Natural Gas And Oil Markets,» *The Journal of Energy and Development*, vol. 30, nº 1, 2004.
- [7] R. F. E. & A. J. Patton, «What Good is a Volatility Model?,» Department of finance, NYU Stern School of Business, and Department of Economics, University of California, San Diego, California, USA, 2001.
- [8] R. Engle, «Garch 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics,» *The Journal of Economic Perspectives*, vol. 15, nº 4, pp. 157-168, 2001.
- [9] R. Engle, «Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,» *Econometrica*, vol. 50, nº 4, pp. 987-1008, 1982.
- [10] K. C. & S. Hammoudeh, «Volatility behavior of oil, industrial commodity and stock markets in a regime-switching environment,» *Elsevier*, 2010.
- [11] C. T. B. & R. Engle, «Volatility, Correlations and Tails for Systemic Measurement,» 2011.
- [12] D. M. & P. Thupayagale, «Measuring volatility persistence and long memory in the presence of structural breaks. Evidence from African stock markets,» *Managerial Finance*, vol. 37, nº 3, pp. 219-241, 2011.
- [13] S. Heston y S. Nandi, «A closed-form GARCH option valuation model,» *Review of Financial Studies*, vol. 13, nº 3, pp. 585-625, 2000.
- [14] T. Bollerslev, «Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,» *Journal of Econometrics*, vol. 1, nº 31, pp. 307-327, 1986.
- [15] J. V. a. P. d. Jongh, «A Comparison of Several Maximum Likelihood Based Methods for Estimating GARCH Model Parameters, Volatility and Risk».
- [16] C. Alexander, *Practical Financial Econometrics*, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [17] J. C. G. A. R. S. F. José Felipe Jiménez Guerrero, «La capacidad predictiva en los métodos Box-Jenkins y Holt-Winters: una aplicación al sector turístico,» *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa*, vol. 15, nº 3, pp. 185-198, 2006.
- [18] R. F. E. & M. E. Sokalska, «Forecasting intraday volatility in the US equity market. Multiplicative component GARCH,» *Journal of Financial Econometrics*, vol. 10, nº 1, pp. 54-83, 2012.
- [19] H. Y. & Y. T. Toda, «Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated processes,» *Journal of econometrics*, vol. 1, nº 66, pp. 225-250, 1995.
- [20] C. Alexander, *Market Risk Analysis*, Southern Gate, England: Wiley, 2009.

- [21] B. C. d. Chile, «Base de Datos Estadísticos,» [En línea]. Available: <http://si3.bcentral.cl/Siete/secure/cuadros/home.aspx>. [Último acceso: 05 Julio 2013].
- [22] R. Cont, «Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues,» *Reaserch paper*, pp. 223-236, 2001.
- [23] S. D. L. a. T. H. N. Banerjee, «Fat Tails and Slumping Shoulders: Kurtosis and the Market Microstructure of Daily Stock Returns,» *working paper*, 2009.
- [24] C. P. T. R. a. D. M. T. Robert, «Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method,» *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, vol. 62, nº 1, pp. 57-75, 2000.
- [25] S. L. Heston, «A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options,» *Review of financial studies*, vol. 6, nº 2, pp. 327-343, 1993.

12) ANEXOS

12.1) Valores y retornos de los datos utilizados

Para el precio del cobre se utilizó data desde el 23 de abril de 2004 hasta el 31 de mayo 2012, la fuente utilizada fue Cochilco.

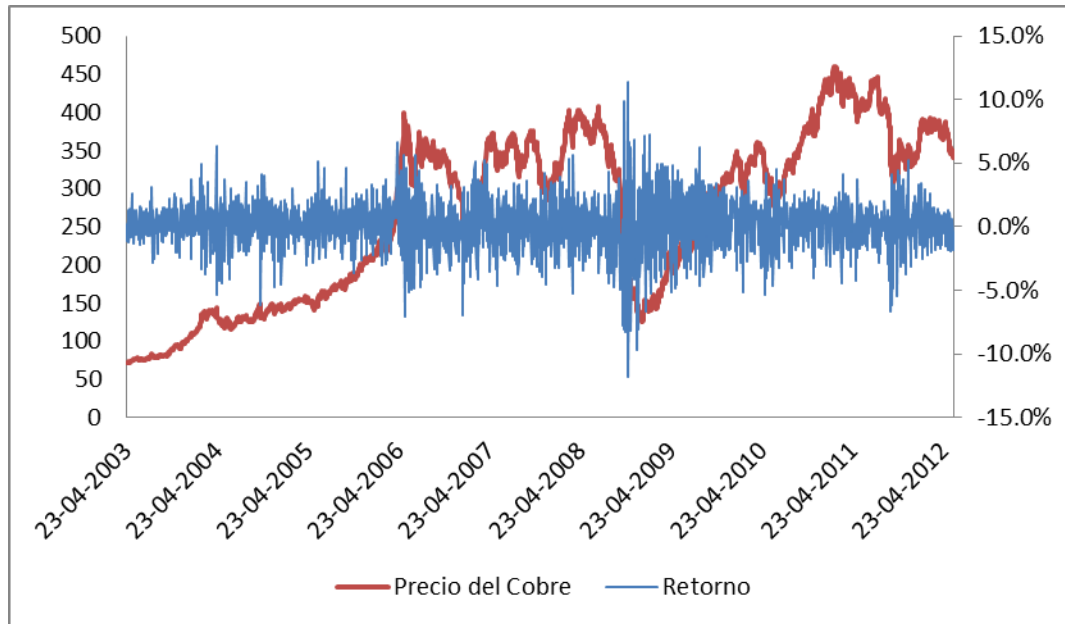


Figura 12-1 Datos Utilizados Precio del Cobre

Para el Tipo de Cambio dólar-peso observado se utilizó una muestra que va desde el 23 de julio de 2002 hasta el 1 de junio de 2012, los datos fueron sacados de la página del Banco Central de Chile (Figura 12-2).

Los datos utilizados del precio de la acción de Copec fueron sacados de Economática para la ventana de tiempo del 15 de marzo de 2002 al 25 de mayo de 2012 (Figura 12-3).

Los datos utilizados del indicador IPSA fueron provistos por Economática y datan desde el 2 de enero de 2003 hasta el 10 de diciembre de 2012 (Figura 12-4).

Finalmente los datos utilizados para calibrar los modelos de la TIR del Bono del Banco Central a 10 años fue sacada de Economática para una ventana de tiempo que data desde el 1 de marzo de 2006 hasta el 29 de noviembre de 2012 ().

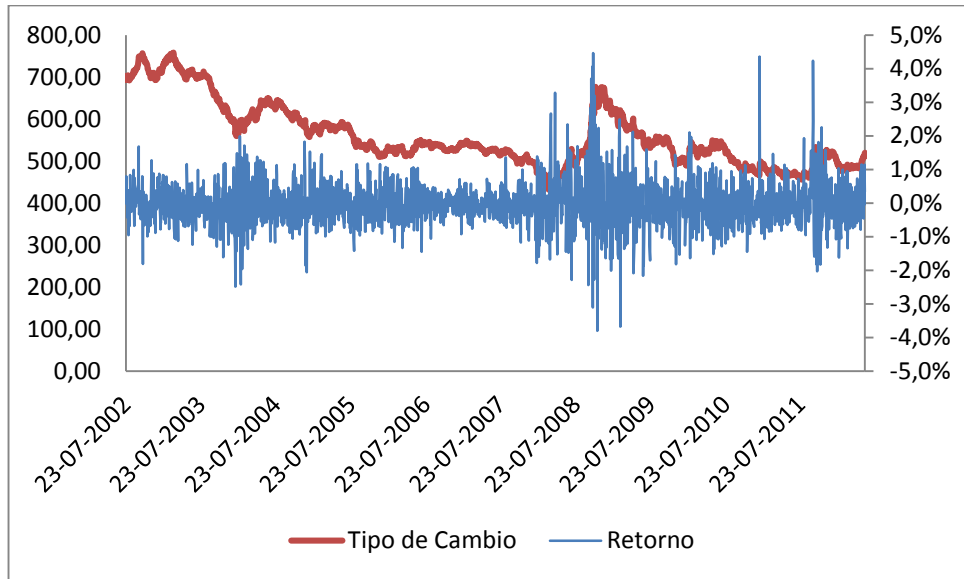


Figura 12-2 Datos utilizados Tipo de Cambio Dólar Peso

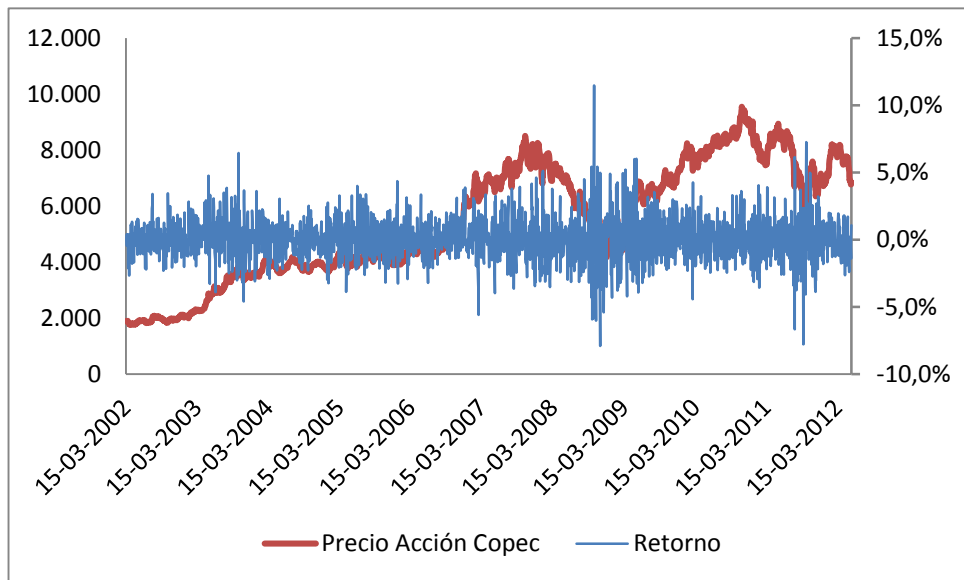


Figura 12-3 Datos utilizados Acción Copec

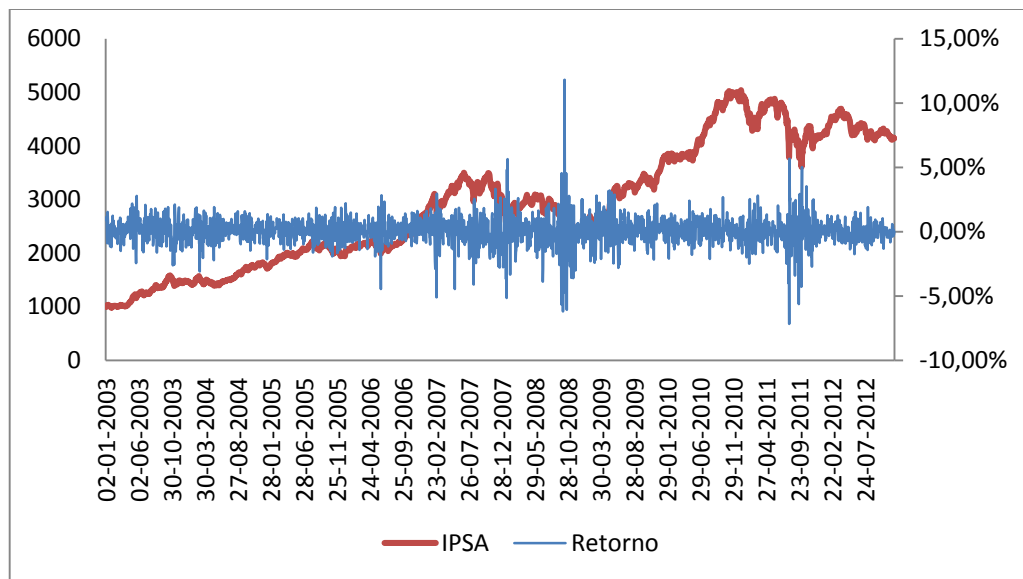


Figura 12-4 Datos utilizados IPSA

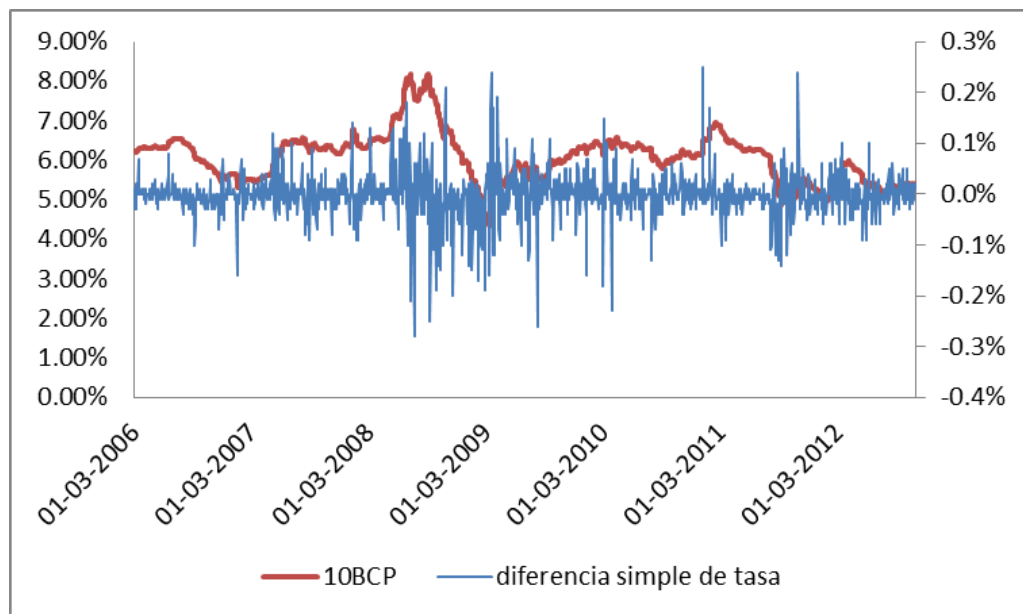


Figura 12-5 Datos Utilizados TIR BCP10

12.2) Resultados análisis causales.

12.2.1) Test de estacionalidad

Null Hypothesis: COBRE has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.585649	0.01
Test critical √ 1% level	-3.434543	
5% level	-2.863279	
10% level	-2.567744	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Tabla 12-1 ADF Cobre

Null Hypothesis: COBRE is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 30 (Newey-West using Bartlett kernel)	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.632598
Asymptotic critical values 1% level	0.739
5% level	0.463
10% level	0.347

Tabla 12-2 KPSS Cobre

Null Hypothesis: COPEC has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Fixed)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.292398	0.0005
Test critical √ 1% level	-3.434543	
5% level	-2.863279	
10% level	-2.567744	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Tabla 12-3 ADF Copec

Null Hypothesis: COPEC is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 30 (Newey-West using Bartlett kernel)	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.330499
Asymptotic critical values 1% level	0.739
5% level	0.463
10% level	0.347

Tabla 12-4 KPSS Copec

Null Hypothesis: IPSA has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Fixed)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.007836	0
Test critical v 1% level	-3.434543	
5% level	-2.863279	
10% level	-2.567744	

Tabla 12-5 ADF IPSA

Null Hypothesis: IPSA is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 30 (Newey-West using Bartlett kernel)	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.207217
Asymptotic critical values 1% level	0.739
5% level	0.463
10% level	0.347

Tabla 12-6 KPSS IPSA

Null Hypothesis: V_BCP10 has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.337225	0.0004
Test critical v 1% level	-3.434546	
5% level	-2.86328	
10% level	-2.567745	

Tabla 12-7 ADF BCP10

Null Hypothesis: V_BCP10 is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 30 (Newey-West using Bartlett kernel)	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.531866
Asymptotic critical values 1% level	0.739
5% level	0.463
10% level	0.347

Tabla 12-8 KPSS BCP10

Null Hypothesis: VIX has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Fixed)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-4.049998	0.0012
Test critical v 1% level	-3.434543	
5% level	-2.863279	
10% level	-2.567744	

Tabla 12-9 ADF VIX

Null Hypothesis: VIX is stationary	
Exogenous: Constant	
Bandwidth: 31 (Newey-West using Bartlett kernel)	
	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.688439
Asymptotic critical values 1% level	0.739
5% level	0.463
10% level	0.347

Tabla 12-10 KPSS VIX

Null Hypothesis: ORO has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.715295	0.8409
Test critical √ 1% level	-3.434543	
5% level	-2.863279	
10% level	-2.567744	

Tabla 12-11 ADF Precio del oro

Null Hypothesis: D(ORO) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-38.40553	0
Test critical √ 1% level	-3.434546	
5% level	-2.86328	
10% level	-2.567745	

Tabla 12-12 KPSS Precio del oro

12.2.2) Test de cointegración

Date: 06/13/13 Time: 16:54
Sample (adjusted): 1200 1487
Included observations: 288 after adjustments
Trend assumption: Linear deterministic trend (restricted)
Series: V_COBRE V_DOLAR
Lags interval (in first differences): 1 to 2

Unrestricted Cointegration Rank Test (Trace)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Trace Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None	0.072658	25.28343	25.87211	0.059
At most 1	0.012281	3.558694	12.51798	0.8046

Trace test indicates no cointegration at the 0.05 level
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Unrestricted Cointegration Rank Test (Maximum Eigenvalue)

Hypothesized No. of CE(s)	Eigenvalue	Max-Eigen Statistic	0.05 Critical Value	Prob.**
None *	0.072658	21.72474	19.38704	0.0225
At most 1	0.012281	3.558694	12.51798	0.8046

Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating eqn(s) at the 0.05 level
* denotes rejection of the hypothesis at the 0.05 level
**MacKinnon-Haug-Michelis (1999) p-values

Tabla 12-13 Test de cointegración Dólar Cobre

12.2.3) Test de causalidad a la Granger

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests				
Date: 06/13/13 Time: 15:36				
Sample: 1200 1758				
Included observations: 288				
Dependent variable: V_COBRE				
Excluded	Chi-sq	df	Prob.	
V_DOLAR	3.814263	3	0.2822	
All	3.814263	3	0.2822	
Dependent variable: V_DOLAR				
Excluded	Chi-sq	df	Prob.	
V_COBRE	96.52303	3	0	
All	96.52303	3	0	

Tabla 12-14 Test Causalidad Dólar Cobre

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests
Date: 06/13/13 Time: 16:57
Sample: 1200 1758
Included observations: 288

Dependent variable: V_COBRE

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_IPSA	27.94301	9	0.001
All	27.94301	9	0.001

Dependent variable: V_IPSA

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_COBRE	13.92156	9	0.1251
All	13.92156	9	0.1251

Tabla 12-15 Test Causalidad Cobre Ipsa

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests

Date: 06/13/13 Time: 17:28

Sample: 1200 1758

Included observations: 288

Dependent variable: V_COBRE

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
ORO	14.46234	6	0.0249
All	14.46234	6	0.0249

Dependent variable: ORO

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_COBRE	4.270042	6	0.6402
All	4.270042	6	0.6402

Tabla 12-16 Test Causalidad Cobre Oro

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests
Date: 06/13/13 Time: 15:57
Sample: 1200 1758
Included observations: 288

Dependent variable: V_DOLAR

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_IPSA	180.1831	11	0
All	180.1831	11	0

Dependent variable: V_IPSA

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_DOLAR	22.36093	11	0.0217
All	22.36093	11	0.0217

Tabla 12-17 Test de Causalidad Dólar IPSA

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests

Date: 06/13/13 Time: 17:41

Sample: 1200 1758

Included observations: 288

Dependent variable: V_DOLAR

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_BCP10	17.31962	11	0.0988
All	17.31962	11	0.0988

Dependent variable: V_BCP10

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_DOLAR	11.19009	11	0.4275
All	11.19009	11	0.4275

hay con 90% de confianza dependencia de la V Dólar al V_BCP10

Tabla 12-18 Test Causalidad BCP10 Dólar

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests
Date: 06/13/13 Time: 17:45
Sample: 1200 1758
Included observations: 288

Dependent variable: V_DOLAR

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
VIX	26.08165	6	0.0002
All	26.08165	6	0.0002

Dependent variable: VIX

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_DOLAR	8.073649	6	0.2328
All	8.073649	6	0.2328

Tabla 12-19 Test Causalidad VIX Dólar

VAR Granger Causality/Block Exogeneity Wald Tests
Date: 06/13/13 Time: 17:51
Sample: 1200 1758
Included observations: 288

Dependent variable: V_IPSA

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
VIX	21.82197	12	0.0396
All	21.82197	12	0.0396

Dependent variable: VIX

Excluded	Chi-sq	df	Prob.
V_IPSA	58.02447	12	0
All	58.02447	12	0

Tabla 12-20 Test Causalidad VIX IPSA