



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL**

**VALIDACIÓN DEL MODELO TIPO PANEL MODIFICADO EN  
LA ESTIMACIÓN ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE  
DE VIGAS ALTAS DE HORMIGÓN ARMADO**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL**

**GUILLERMO ESTEBAN MEJÍAS ORELLANA**

**PROFESOR GUÍA:**

**LEONARDO M. MASSONE SÁNCHEZ**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:**

**FERNANDO YAÑEZ URIBE**

**AUGUSTO HOLMBERG FUENZALIDA**

**SANTIAGO DE CHILE**

**2014**

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE: INGENIERO CIVIL  
POR: GUILLERMO MEJÍAS ORELLANA  
FECHA: 15/11/2014  
PROF. GUÍA: SR. LEONARDO MASSONE S.**

**“VALIDACIÓN DEL MODELO TIPO PANEL MODIFICADO EN LA ESTIMACIÓN  
ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE DE VIGAS ALTAS DE HORMIGÓN  
ARMADO”**

Los elementos estructurales como vigas altas, vigas en voladizo, muros cortos e intersecciones vigas columnas son muy comunes en diferentes tipos de obras como puentes, edificios habitacionales y edificios de oficinas. En particular las vigas de hormigón armado son uno de los elementos estructurales más utilizados en los diferentes proyectos civiles que existen.

Las vigas altas o vigas cortas (*deep beams*), son aquellas que tienen una relación de aspecto entre su largo y su altura menor a cuatro. Estos elementos no esbeltos son utilizados fundamentalmente como conectores o dinteles entre muros. La falla de éste tipo de vigas está gobernada por el esfuerzo de corte y su predicción es más difícil que las fallas de flexión. Actualmente las normas se enfocan en las vigas largas, donde predomina la falla por flexión, siendo de suma importancia estimar la capacidad de las vigas de menor longitud para entender el comportamiento sísmico de las estructuras. Es por esto que la presente memoria tiene como objetivo aplicar un modelo teórico que permita predecir la capacidad al corte en vigas altas de hormigón armado.

El modelo tipo panel implementado para predecir la capacidad al corte de las vigas altas de hormigón armado asume que la dirección principal de tensiones del elemento es igual a la dirección principal de deformaciones y considera un solo elemento que representa el estado de deformaciones y tensiones promedio de la viga. Respecto a los materiales, la ley constitutiva del hormigón tiene un comportamiento biaxial al considerar la degradación de la capacidad de compresión debido a las fisuras provocadas por la tracción en la dirección perpendicular y el acero sigue un comportamiento uniaxial. Además supone un ángulo de falla que puede ser fijo o variable, en particular en esta memoria, se utilizan los modelos de ángulo fijo (ángulo en función de la relación de aspecto y niveles de carga axial) por ser aquellos que entregaron mejores resultados en el análisis de muros cortos (Ulloa L. 2013, basado en el modelo de Kaseem).

Para analizar el comportamiento del modelo teórico se acoplaron ensayos existentes en la literatura, generando una base de datos con 182 ensayos. Estas vigas ensayadas fueron sometidas a cargas verticales en distintas disposiciones, fundamentalmente pares de cargas puntuales a iguales distancias desde los bordes. En los ensayos se varía la armadura al corte o estribos (transversal), la cuantía de armadura longitudinal (horizontal), las dimensiones de la viga, la distancia al borde de la armadura y las propiedades del material. La comparación entre el modelo tipo panel modificado (Ulloa L, 2013) y los resultados empíricos dio valores promedios para la estimación de la capacidad de 0.87 para mod. “ $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})} \sigma_L = N/A$ ”, 0.91 para mod. “ $\alpha_{(\sigma_r=0.5f_{ct})} \sigma_L = N/A$ ” y 0.92 para mod. “ $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)} \sigma_L = N/A$ ”. Las dispersiones fueron 0.27, 0.28 y 0.28. Además el modelo alcanza un promedio del 98% de la deformación por corte alcanzada en los ensayos. En general, se aprecia que cuando el ángulo se fija a mayores tensiones de tracción, los resultados son mejores, para el modelo original y para las distintas modificaciones realizadas.

## **AGRADECIMIENTOS:**

Este trabajo está dedicado a mi familia, en especial a mis padres y hermana, a quien cuidare con todo mi corazón por siempre.

A mis primos por su confianza indudable y constante compañía, que genero momentos inolvidables para alegrar la vida.

Y en último lugar, porque siempre al final viene lo bueno, a aquellas personas que uno elige a lo largo de la vida, mis queridos y entrañables amigos.

Esta historia, mi historia recién comienza, y espero que las personas que se sientan aludidas en los párrafos anteriores me sigan acompañando, para que la vida me siga sonriendo, como ha sido hasta hoy día. Estoy agradecido de conocerlos y siempre estaré presente.

## Tabla de contenido

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Antecedentes generales .....	1
1.2. Objetivos .....	2
1.2.1. Objetivo General.....	2
1.2.2. Objetivos Específicos .....	2
1.3. Metodología .....	2
1.4. Alcances por capítulo.....	3
1.4.1. Introducción.....	3
1.4.2. Modelo tipo Panel Modificado para muros cortos. ....	3
1.4.3. Modelo tipo Panel Modificado para vigas altas. ....	3
1.4.4. Análisis y comparación de resultados con la base de datos. ....	3
1.4.5. Comparación de base de datos con modelos de la literatura. ....	3
1.4.6. Análisis de respuesta carga v/s desplazamiento con <i>software</i> MIDAS FEA. ....	3
1.4.7. Comparación flujos de carga con <i>software</i> MIDAS FEA. ....	3
1.4.8. Conclusiones.....	3
2. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MUROS CORTOS.....	4
2.1. Resumen modelo Kaseem et al (2010) .....	4
2.1.1. Condiciones de equilibrio y compatibilidad .....	5
2.1.2. Leyes constitutivas de los materiales.....	7
2.1.3. Algoritmo de solución .....	10
2.2. Modificaciones realizadas por Ulloa (2013).....	11
2.3. Modelos de ángulo fijo .....	14
2.3.1. Modelo $\alpha\sigma_r = f_{ct}$ y $\sigma_L = N/A$ .....	16
2.3.2. Modelo $\alpha\sigma_r = 0,5f_{ct}$ y $\sigma_L = N/A$ .....	16
2.3.3. Modelo $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ y $\sigma_L = N/A$ .....	16
3. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA VIGAS ALTAS.....	17
3.1. Modelo geométrico .....	17
3.2. Modificaciones propuestas al modelo.....	21
3.2.1. Modelo de tracción del hormigón.....	21
3.2.2. Factores de reducción de la capacidad de compresión del hormigón por comportamiento biaxial (modelos tipo panel).....	23
3.2.3. Modelo de comportamiento del acero de refuerzo. ....	27

4.	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON BASE DE DATOS.....	28
4.1.	Descripción base de datos experimentales.....	28
4.2.	Resultados y comparación de parámetros estadísticos de modelos de ángulo fijo.....	29
4.3.	Análisis cambio de modelo de tracción del hormigón.....	33
4.4.	Análisis cambio de modelos de degradación de la capacidad del hormigón.....	37
4.4.1.	Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, 1982.....	37
4.4.2.	Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, 1986.....	38
4.4.3.	Modelo degradación hormigón, Miyahara 1988.....	38
4.4.4.	Modelo degradación hormigón, Shirai y Noguchi (1989) Mikame (1991).....	39
4.4.5.	Modelo degradación hormigón, Ueda 1991.....	40
4.4.6.	Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins Modelo A.....	41
4.4.7.	Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins Modelo B.....	41
4.4.8.	Modelo degradación hormigón, Collins y Porasz (1989).....	42
4.4.9.	Análisis global y Comparación de parámetros estadísticos de todos los modelos implementados para estimar la degradación de la capacidad del hormigón a compresión... ..	43
4.5.	Análisis cambio de modelo de comportamiento del acero .....	49
4.6.	Tendencias generales .....	51
4.6.1.	Sensibilidad a la razón de aspecto $a/d$ .....	51
4.6.2.	Sensibilidad a la razón de aspecto $h/Le$ .....	53
4.6.3.	Sensibilidad al parámetro $\rho LfyL$ .....	55
4.6.4.	Sensibilidad al parámetro $\rho TfyT$ .....	57
4.6.5.	Sensibilidad al parámetro $f'c$ .....	59
4.5.6.	Sensibilidad al factor de reducción de los modelos ( $\zeta$ ó $\beta$ ).....	61
4.5.7.	Sensibilidad a la tensión de corte promedio ( $\tau Lt$ ) medida en el ensayo .....	63
4.5.8.	Resumen tendencias generales.....	65
4.5.9.	Consideración de perfil de deformaciones Gotschlich (2011).....	67
5.	COMPARACIÓN DE DATOS CON ECUACIONES DE LA LITERATURA .....	70
5.1.	Código de Construcción ACI 318–89.....	70
5.2.	Draft Eurocode y European CEB-FIP Model Code (1990).....	71
5.3.	CIRIA Guide-2 “ <i>Supplementary Rules</i> ” .....	72
5.4.	CAN3-A23.3-M84 <i>Canadian Standards for design of concrete structures</i> .....	73
5.5.	Código británico (British estándar BS 8110-1997) .....	75
5.6.	Código Nueva Zelanda .....	75
5.7.	Comparación modelos literatura con resultados experimentales.....	75

6.	ANÁLISIS DE RESPUESTA CARGA V/S DESPLAZAMIENTO.....	80
6.1.	Metodología de diseño de vigas en MIDAS FEA. ....	80
6.1.1	Determinación de energía de fractura .....	82
6.2.	Descripción de datos modelados en MIDAS FEA. ....	83
6.3.	Análisis de respuesta Carga v/s Desplazamiento.....	84
6.3.1	Comportamiento carga v/s desplazamiento considerando solo corte en MIDAS ...	95
7.	ANÁLISIS DEL PUNTAL DE COMPRESION CON PROGRAMA “MIDAS FEA” .....	102
8.	CONCLUSIONES .....	111
8.1	Resumen.....	111
8.2	Resultados predicción de capacidad máxima con base de datos .....	111
8.3	Resultados del análisis de respuesta de carga v/s desplazamiento .....	113
8.4	Resultados de la estimación del puntal de compresión.....	114
	REFERENCIAS .....	115
	ANEXO A .....	118
	ANEXO B.....	118

## Índice de tablas

<b>Tabla 2.1</b> Resultados estadísticos de los modelos utilizados por Ulloa L. (2013), para 252 ensayos.....	13
<b>Tabla 2.2</b> Comparación resultados estadísticos modelo $\alpha_{fc} = 0,5f_{ct}$ y $\sigma_L = N/A$ utilizados por Ulloa L. (2013) y modelo de Kaseem para 225 ensayos.....	14
<b>Tabla 4.1</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo, con capacidad experimental para modelo Ulloa L. (2013) .....	29
<b>Tabla 4.2</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo comportamiento a tracción del hormigón Belarbi y Hsu (1994)) .....	33
<b>Tabla 4.3</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, (1982)).....	37
<b>Tabla 4.4</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, (1986)).....	38
<b>Tabla 4.5</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Miyahara, (1988)) .....	39
<b>Tabla 4.6</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Shirai y Noguchi (1989) Mikame (1991)) .....	39
<b>Tabla 4.7</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Ueda, (1991)) .....	40
<b>Tabla 4.8</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, Modelo A) .....	41
<b>Tabla 4.9</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, Modelo B) .....	42
<b>Tabla 4.10</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Collins y Porasz (1989)).....	43
<b>Tabla 4.11</b> Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (cambio de modelo de comportamiento del acero).....	49
<b>Tabla 4.12</b> Comparación capacidad al corte de modelos tipo panel de ángulo fijo, con capacidad experimental (Ulloa, 2013) y consideración de perfil de deformaciones (Gotschlich, 2011). .....	67
<b>Tabla 4.13</b> % Variación en el rango estudiado para cada parámetro del modelo Ulloa (2013) y consideración de perfil de deformaciones Gotschlich (2011). .....	67

<b>Tabla 4.14</b> Ángulos promedios para modelo de ángulo fijo para los tres niveles de tensión en la fijación del puntal de compresión.....	68
<b>Tabla 5.1</b> Cuadro comparativo de resultados estadísticos de la relación $V_{norma}/V_{ensayo}$ .....	77
<b>Tabla 6.1</b> Ensayos elegidos para la modelación en MIDAS y posterior comparación.....	83
<b>Tabla 6.2</b> Resultados de estimación de las capacidades para ensayos modelados en MIDAS ....	89
<b>Tabla 6.3</b> Segunda selección de ensayos para comparación curvas carga vs desplazamiento. ....	90
<b>Tabla 6.4</b> Resumen de los ensayos modelados.....	94
<b>Tabla 6.5</b> Resumen de todos los ensayos modelados .....	95
<b>Tabla 7.1</b> Parámetros de ensayos modelados .....	103
<b>Tabla 7.2</b> Rango de deformaciones de tracción en los que se mueve la línea de tendencia.....	104
<b>Tabla 8.1</b> Resumen parámetros estadísticos de los mejores modelos implementados y modelos de la literatura para base de datos de 182 ensayos. ....	112
<b>Tabla 8.2</b> Normas con mejores resultados estadísticos .....	112

## Índice de figuras

<b>Figura 2.1</b> Vista esquemática de un muro corto y un elemento aislado, Kaseem et al (2010). a) Configuración geométrica de muro corto de H.A., b) Estado de tensiones del elemento A, c) Puntal de compresión del elemento panel .....	5
<b>Figura 2.2</b> Curva de hormigón armado en compresión Zhang y Hsu (1998).....	8
<b>Figura 2.3</b> Curva de hormigón armado en tracción Gupta y Rangan (1998) .....	8
<b>Figura 2.4</b> Ley constitutiva acero de refuerzo distribuido vertical y horizontal. ....	9
<b>Figura 2.5</b> Circulo de Mohr de deformaciones.....	13
<b>Figura 2.6</b> Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo de falla, Ulloa L. (2014). ....	15
<b>Figura 3.1</b> Analogía entre muros en cantiléver y vigas en zona de corte.....	17
<b>Figura 3.2</b> Configuración geométrica viga alta de H. A. (S.T. Mau y T.T.C. Hsu (1987)). .....	17
<b>Figura 3.3</b> Puntal de compresión del elemento panel para vigas altas y estado de tensiones de un elemento A (S.T. Mau y T.T.C. Hsu (1987), analogía de Kaseem et al (2010) para muros cortos). ....	18
<b>Figura 3.4</b> a) Modelo de interacción flexión-corte en viga, b) Elemento de interacción flexión-corte (Massone, 2010). ....	19
<b>Figura 3.5</b> Desarrollo de perfiles transversales en vigas (Gotschlich, 2011) .....	20
<b>Figura 3.6</b> Curva de hormigón armado en tracción, Belarbi y Hsu (1994). ....	22
<b>Figura 3.7</b> Modelos de compresión reducidos de Vecchio y Collins en 1982 y 1986 .....	24
<b>Figura 3.8</b> Curva del hormigón armado a compresión, Collins y Porasz (1989) .....	25
<b>Figura 3.9</b> Modelos de compresión reducidos de Vecchio y Collins en 1993 .....	26
<b>Figura 3.10</b> Ley constitutiva del acero de refuerzo (modelo biaxial).....	27
<b>Figura 4.1</b> Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel modificado con ángulo fijo Ulloa L. (2013).....	30
<b>Figura 4.2</b> Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada modelo de ángulo fijo Ulloa L. (2013).....	31
<b>Figura 4.3</b> Predicción del modelo de ángulo fijo $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ y $\sigma_L = N/A$ para cada uno de los ensayos .....	31
<b>Figura 4.4</b> Sensibilidad al parámetro $\rho_t f_t \rho_L f_L$ .....	32
<b>Figura 4.5</b> Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel con ángulo fijo y modelo comportamiento a tracción del hormigón modificado.....	34

<b>Figura 4.6</b> Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada modelo y modelo comportamiento a tracción del hormigón modificado.....	35
<b>Figura 4.7</b> Comparación curvas comportamiento a tracción del Hormigón armado. ....	35
<b>Figura 4.8</b> Predicción del modelo de ángulo fijo $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ y $\sigma L = N/A$ para cada uno de los ensayos (modelo a tracción de Belarbi y Hsu).....	36
<b>Figura 4.9</b> Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins, (1982).....	44
<b>Figura 4.10</b> Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins, (1986).....	44
<b>Figura 4.11</b> Modelo degradación hormigón Miyahara, (1988). ....	44
<b>Figura 4.12</b> Modelo degradación hormigón Shirai y Noguchi (1989), Mikame (1991). ....	45
<b>Figura 4.13</b> Modelo degradación hormigón Ueda, (1991). ....	45
<b>Figura 4.14</b> Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins. Modelo A. ....	45
<b>Figura 4.15</b> Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins. Modelo B. ....	46
<b>Figura 4.16</b> Modelo degradación hormigón de Collins y Porasz (1989). ....	46
<b>Figura 4.17</b> Comparación parámetros estadísticos para los diferentes factores de reducción utilizados.....	47
<b>Figura 4.18</b> Comparación % de predicción de falla y flexión para los diferentes factores de reducción utilizados.....	48
<b>Figura 4.19</b> Modelo de tracción del acero Belarbi y Hsu (1994). ....	50
<b>Figura 4.20</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $a/d$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos).....	52
<b>Figura 4.21</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $h/Le$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos) ....	54
<b>Figura 4.22</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\rho L f_y L$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos).....	56
<b>Figura 4.23</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\rho T f_y T$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos) ....	58
<b>Figura 4.24</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $f'c$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos).....	60
<b>Figura 4.25</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\beta$ o $\zeta$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos) ....	62
<b>Figura 4.26</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\tau L t$ para $\alpha\sigma_r = f_{ut} = 0$ (todos los modelos).....	64
<b>Figura 4.27</b> Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado para los diferentes factores de reducción y los 3 modelos propuestos. ....	66
<b>Figura 4.28</b> Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel con ángulo fijo Ulloa L. (2013) con la consideración de Gotschlich (2011). ....	68
<b>Figura 4.29</b> Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para modelo tipo panel con ángulo fijo Ulloa L. (2013) con la consideración de Gotschlich (2011). ....	69

<b>Figura 4.30</b> Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado para modelo tipo panel de ángulo fijo $\alpha\sigma_r = \text{fut} = 0$ de Ulloa L. (2013).....	69
<b>Figura 5.1</b> CIRIA Guide 2—significado de los símbolos $c1$ , $c2$ , $h$ , $l$ y $l0$ .....	72
<b>Figura 5.2</b> Significado de los símbolos $x_e$ , $y_r$ , $\theta_r$ y $A_r$ .....	72
<b>Figura 5.3</b> Representación de zonas nodales y <i>truss model</i> .....	73
<b>Figura 5.4</b> Comparación razones de las distintas normas utilizadas .....	76
<b>Figura 5.5</b> Comparación de los parámetros estadísticos de las diferentes normas utilizadas .....	77
<b>Figura 5.6</b> Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada norma .....	78
<b>Figura 6.1</b> Modelo ejemplo realizado en el programa MIDAS FEA (espécimen L5-75).....	81
<b>Figura 6.2</b> Detalle del tipo de apoyo utilizado (A) y del desplazamiento impuesto (B) en programa MIDAS FEA. ....	82
<b>Figura 6.3</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.....	84
<b>Figura 6.4</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013). ....	85
<b>Figura 6.5</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.....	86
<b>Figura 6.6</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013). ....	86
<b>Figura 6.7</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.....	87
<b>Figura 6.8</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013). ....	87
<b>Figura 6.9</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.....	88
<b>Figura 6.10</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). ....	88
<b>Figura 6.11</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). ....	91
<b>Figura 6.12</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). ....	92

<b>Figura 6.13</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). .....	92
<b>Figura 6.14</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y en punto de aplicación de la carga del modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). .....	93
<b>Figura 6.15</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y en punto de aplicación de la carga del modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013). .....	93
<b>Figura 6.16</b> Estimación capacidad de ensayos modelados con modelo de ángulo fijo .....	94
<b>Figura 6.17</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo A-0.27-5.38.....	96
<b>Figura 6.18</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo B-0.54-5.38 .....	96
<b>Figura 6.19</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo N4200.....	97
<b>Figura 6.20</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H41A2.....	97
<b>Figura 6.21</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42A2.....	98
<b>Figura 6.22</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42B2 .....	98
<b>Figura 6.23</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42C2.....	99
<b>Figura 6.24</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-40.....	99
<b>Figura 6.25</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-60.....	100
<b>Figura 6.26</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-75.....	100
<b>Figura 6.27</b> Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-100.....	101
<b>Figura 7.1</b> Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS FEA cambiando agrietamiento. ....	102
<b>Figura 7.2</b> Ejemplo deformaciones y tensiones en la dirección principal para la viga L5-100 .	103

<b>Figura 7.3</b> Variación del puntal de compresión para la viga A-0.27-5.38 .....	104
<b>Figura 7.4</b> Variación del puntal de compresión para la viga B-0.54-5.38.....	105
<b>Figura 7.5</b> Variación del puntal de compresión para la viga H4200 .....	105
<b>Figura 7.6</b> Variación del puntal de compresión para la viga H41A2 (1) .....	106
<b>Figura 7.7</b> Variación del puntal de compresión para la viga H42A2 (1) .....	106
<b>Figura 7.8</b> Variación del puntal de compresión para la viga H42B2 (1).....	107
<b>Figura 7.9</b> Variación del puntal de compresión para la viga H42C2 .....	107
<b>Figura 7.10</b> Variación del puntal de compresión para la viga L5-40 .....	108
<b>Figura 7.11</b> Variación del puntal de compresión para la viga L5-60 .....	108
<b>Figura 7.12</b> Variación del puntal de compresión para la viga L5-75 .....	109
<b>Figura 7.13</b> Variación del puntal de compresión para la viga L5-100 .....	109
<b>Figura A.1</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $a/d$ para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	119
<b>Figura A.2</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $h/L_e$ para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	120
<b>Figura A.3</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\rho L f_y L$ para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y Modelo A (Vecchio y Collins) .....	121
<b>Figura A.4</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\rho T f_y T$ para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	122
<b>Figura A.5</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $f'c$ para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	123
<b>Figura A.6</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\beta$ o $\zeta$ , para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	124
<b>Figura A.7</b> $V_{modelo}/V_{ensayo}$ vs $\tau L t$ , para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins) .....	125

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Antecedentes generales

Contar con una buena herramienta de análisis, que permita predecir el comportamiento de las vigas de hormigón armado ante eventuales sollicitaciones sísmicas es fundamental, sobre todo al enfrentar el contexto de un país sísmico como Chile, donde es de suma importancia que estos elementos estructurales tengan un buen desempeño durante algún evento sísmico, más cuando forman parte de un número grande de estructuras.

Cuando se diseñan elementos estructurales generalmente se pretende que las fallas sean por flexión, para ello se proporciona una capacidad de resistencia al corte suficientemente grande. Comúnmente ambos efectos (corte y flexión) se consideran separados y en particular la determinación de la capacidad al corte está asociada a expresiones semi-empíricas.

Dentro de las vigas de hormigón armado, existen las llamadas vigas altas (*deep beams*) las cuales en conjuntos con otros elementos no esbeltos como vigas en voladizo, muros cortos e intersecciones vigas-columnas son comúnmente utilizados en diferentes estructuras y son recurrentemente estudiadas para predecir su comportamiento.

En las estructuras de hormigón armado se pueden diferenciar dos regiones: la B y la D. Las regiones B son aquellas alejadas de la zona de aplicación de las cargas y debido a esto es posible aplicar la hipótesis de Bernoulli, siguiendo la teoría de flexión. Las regiones D son aquellas que se encuentran cercanas a los puntos de aplicación de las cargas en donde los esfuerzos no se distribuyen uniformemente y las secciones planas no se mantienen planas. En el caso de los elementos estructurales enunciados en el párrafo anterior y en especial en las vigas altas, la región característica es la D, dado su geometría, poca esbeltez y que los flujos de cargas internas son sumamente distorsionados. Es por esto que es necesario un método de modelación que permita predecir el comportamiento de estas vigas, además de un conocimiento del tipo de fallas y fuerzas que afectan a las vigas altas.

Investigaciones anteriores han mostrado que el corte en el hormigón es resistido por diversos mecanismos y esta resistencia es degradada por el aumento de la deformación por flexión. (Shuraim, 2013)

En ésta memoria se implementa un modelo tipo panel desarrollado por Ulloa L. para muros cortos, el cual se pretende validar en la determinación de la capacidad al corte de vigas altas. Notar que es posible entender el comportamiento de una viga alta de manera análoga a la del muro, considerando la simetría generada por el eje central de la viga. Por ello hay que tener presente las consideraciones asociadas a la disposición de las cargas en los ensayos utilizados, así como las distribuciones de las armaduras de corte y la posibilidad de mallas de refuerzo longitudinal al momento de evaluar y analizar los ensayos analíticamente.

El modelo de Ulloa L. (2013) está basado en el de Kaseem (2010) para muros cortos, y las modificaciones surgen al estimar el ángulo de inclinación de la compresión diagonal utilizando la expansión lateral (Massone, 2010) y/o vertical (Villar, 2010). El modelo de Kaseem (2010) estima el ángulo de inclinación de la compresión diagonal mediante la calibración de éste parámetro, basándose en datos experimentales.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

- El objetivo general de ésta memoria es validar el modelo tipo panel modificado por Ulloa L. en vigas altas de hormigón armado.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Determinar la capacidad al corte de vigas altas de hormigón armado utilizando un modelo tipo panel que considera la degradación de la capacidad resistente del hormigón y la estimación de la inclinación de la falla.
- Comparar y analizar la capacidad al corte de vigas altas obtenido mediante el modelo tipo panel desarrollado por Ulloa L. con la base de datos que se ensamblará de ensayos existentes en la literatura, para validar el modelo.
- Comparar los resultados de capacidad al corte obtenidos en el presente estudio con algunas ecuaciones disponibles en la literatura.
- Analizar la sensibilidad de los modelos a los distintos parámetros de cambio.
- Generar modificaciones en el modelo de Ulloa L. para obtener la capacidad al corte en vigas.

## **1.3. Metodología**

Para alcanzar los objetivos en primer lugar se recopila información de modelos similares a los que se pretenden utilizar para poder tener un conocimiento acabado tanto de la metodología que utilizan éstos modelos como de los alcances que tienen en el diseño y cálculo de estructuras. En particular se describe el modelo tipo panel de Kaseem et al (2010) con las modificaciones realizadas por Ulloa L. (2013). Las características descritas son los supuestos, las características geométricas, las leyes constitutivas y las condiciones de compatibilidad. Se detallarán por otro lado las modificaciones realizadas y consideraciones particulares.

Luego se ensambla una base de datos, y se presenta una descripción detallada de los ensayos, geometría, cuantías de armadura, etc. Se muestran los resultados de los análisis hechos a los ensayos y se contrastan con el modelo tipo panel modificado, sus variaciones y con modelos de la literatura. Además se realiza un análisis de sensibilidad con los distintos parámetros del modelo.

Posteriormente se realiza un análisis de carga v/s desplazamiento de algunos ensayos elegidos por poseer cualidades afines. Para ello se compara la respuesta experimental, con la teórica en base al modelo tipo panel modificado. Este análisis es complementado con la respuesta entregada por la modelación de los ensayos antes elegidos en el programa de elementos finitos MIDAS fea.

Finalmente se procede a determinar los patrones de máximas tensiones o flujos de cargas que es entregado por el programa MIDAS fea, para determinar el comportamiento del ángulo del puntal de compresiones a medida que se aplica la carga, para de esta manera compararlo con los ángulos fijos impuestos por los modelos.

## **1.4. Alcances por capítulo**

### **1.4.1. Introducción**

Se introduce la motivación, los objetivos y la metodología utilizada en el presente trabajo.

### **1.4.2. Modelo tipo Panel Modificado para muros cortos.**

Se presenta una descripción del modelo tipo Panel Modificado para muros cortos, basado en el de Kassem et al (2010) y modificado por Ulloa (2014).

### **1.4.3. Modelo tipo Panel Modificado para vigas altas.**

Se describen los cambios que se realizan al modelo tipo panel modificado para muros cortos y de este modo, hacer la analogía con las vigas altas. Además se enuncian modificaciones que se prueban con el fin de mejorar el comportamiento del modelo.

### **1.4.4. Análisis y comparación de resultados con la base de datos.**

Se detalla la base de datos que se utiliza para validar el modelo y se muestran los resultados obtenidos al comparar la base de datos con los modelos y sus variaciones.

### **1.4.5. Comparación de base de datos con modelos de la literatura.**

Se recopilará la información de modelos existentes en la literatura los cuales describen fallas de corte en vigas altas de hormigón armado y se comparan los resultados.

### **1.4.6. Análisis de respuesta carga v/s desplazamiento con *software* MIDAS FEA.**

Se compara la respuesta carga v/s desplazamiento de los ensayos con modelos implementados en el programa de elementos finitos MIDAS fea.

### **1.4.7. Comparación flujos de carga con *software* MIDAS FEA.**

Se compara los flujos de tensiones y deformación entregados por el programa de elementos finitos MIDAS fea, con los ángulos fijos impuestos por los modelos tipo panel modificado.

### **1.4.8. Conclusiones.**

Se presentan las conclusiones.

## 2. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MUROS CORTOS.

Se describen las características del modelo tipo panel modificado por Ulloa L, basado en el de Kaseem et al (2010). Para ello se enuncian y explican los supuestos del modelo de Kaseem, las características geométricas consideradas, las leyes constitutivas de los materiales y las condiciones de compatibilidad. Además se exponen supuestos que simplifican el problema, las modificaciones realizadas por Ulloa L. (2013) y las nuevas hipótesis que permitieron implementar 5 modelos diferentes.

### 2.1. Resumen modelo Kaseem et al (2010)

Varios modelos han sido propuestos para estimar la capacidad al corte de muros cortos basados en el “*softened truss model*”, como son Mau y Hsu (1987), Gupta (1996) y más tarde modelos basados en el “*softened strut-and-tie model*” propuesto por Hwang et al (2001). Este último reportó razonables predicciones para la resistencia al corte, los mecanismos de transmisión de esfuerzos y comportamiento de falla (Yu y Hwang, 2005), sin embargo, no predijo la deformación del muro de buena manera.

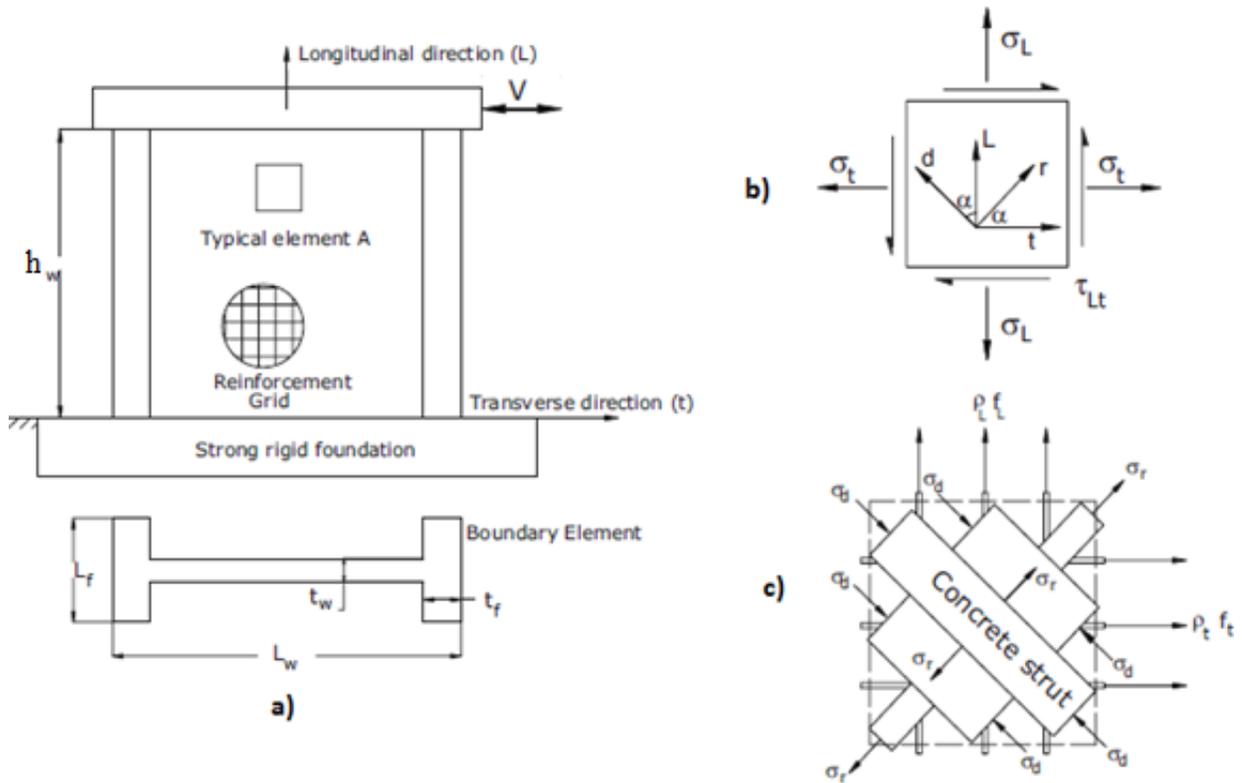
Debido a lo enunciado anteriormente y direccionado en el “*softened truss model*” se desarrolla el modelo de Kaseem et al (2010). Éste se basa en “*the Compression Field Theory*” (Vecchio y Collins, 1986), la cual permite predecir la respuesta de elementos de hormigón armado sometidos a carga lateral y carga axial. El comportamiento biaxial del hormigón en compresión producto de los esfuerzos antes mencionados, genera la incorporación de un material con leyes constitutivas particulares que representen al hormigón con fisuras.

Al realizar un análisis del elemento de hormigón armado con el modelo de Kaseem et al. (2010), se considera el estado de tensiones promedio de este, usando ecuaciones de equilibrio, compatibilidad de deformaciones y las leyes constitutivas del hormigón y del acero de refuerzo. Con ello el ángulo de inclinación de la falla, que concuerda con el ángulo de tensiones y deformaciones principales, fue determinado como aquél que permitió una mejor estimación de la capacidad de corte en 100 muros ensayados. Pero ahora, el “Modelo de Panel Modificado” (Ulloa L, 2013) obtiene el valor del ángulo de inclinación de la falla de la compresión diagonal utilizando la expansión lateral (Massone, 2010) y vertical del muro (usada en el trabajo de Villar, 2010).

El comportamiento del estado de tensiones del hormigón en las direcciones principales se rige por la ley constitutiva propuesta por Zhang y Hsu (1998), la cual considera la degradación en la compresión debido a la deformación por tracción y, por lo tanto, la formación de fisuras en el elemento de hormigón en la dirección perpendicular al eje principal de compresión.

En el modelo se asume que la dirección principal de tensiones y deformaciones coincide, y se utiliza el círculo de Mohr para conocer el estado promedio de tensiones y deformaciones del elemento.

La capacidad al corte del muro es determinada como el máximo de la curva carga-desplazamiento. Por otro lado, el modelo se puede aplicar cuando la armadura vertical y horizontal esta uniformemente distribuida, y su dirección concuerda con los bordes del muro.



**Figura 2.1** Vista esquemática de un muro corto y un elemento aislado, Kaseem et al (2010). a) Configuración geométrica de muro corto de H.A., b) Estado de tensiones del elemento A, c) Puntal de compresión del elemento panel

### 2.1.1. Condiciones de equilibrio y compatibilidad

Considerando que la dirección principal de tensiones ocurre en un ángulo  $\alpha$  con respecto a la horizontal y que el acero está sometido solamente a esfuerzos de tracción, el equilibrio del sistema en base al sistema de coordenadas L-t queda determinado por las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_L = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_L f_L \quad (2.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_t \quad (2.2)$$

$$\tau_{Lt} = (-\sigma_d + \sigma_r) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.3)$$

Donde:

$\sigma_L, \sigma_t$ : Tensiones normales en las direcciones L y t [MPa].

$\tau_{Lt}$ : Tensión de corte promedio en el plano L-t [MPa].

$\sigma_d, \sigma_r$ : Tensiones principales en la dirección de la falla [MPa].

$f_L, f_t$ : Tensión promedio del refuerzo de acero en las direcciones L y t [MPa].

$\rho_L, \rho_t$ : Cuantías de acero en las direcciones L y t.

Asumiendo que las tensiones en el alma se distribuyen de manera uniforme, la fuerza de corte queda determinada por:

$$V = \tau_{lt} t_w d_w \quad (2.4)$$

Donde:

$V$ : Fuerza de corte en el alma de la sección [N].

$t_w$ : Espesor del alma del elemento [mm]

$d_w$ : Largo horizontal del muro entre los centros de los elementos de borde [mm] (Analogía en viga en punto 3.1).

De manera análoga a las transformaciones realizadas con el sistema de equilibrio, se generan las siguientes ecuaciones de compatibilidad de deformaciones:

$$\varepsilon_L = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (2.6)$$

$$\gamma_{Lt} = 2(-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.7)$$

Donde:

$\varepsilon_L, \varepsilon_t$ : Deformaciones promedio en las direcciones L y t.

$\gamma_{Lt}$ : Deformación promedio de corte en el plano L-t.

$\varepsilon_d, \varepsilon_r$ : Deformaciones promedio en las direcciones d y r.

Finalmente asumiendo que la deformación de techo está gobernada principalmente por esfuerzos de corte, es posible determinarla por medio de la siguiente expresión:

$$\Delta = \gamma_{lt} H_w \quad (2.8)$$

Donde:

$\Delta$ : Deflexión de en el punto de aplicación de la carga [mm].

$H_w$ : Altura del muro [mm].

$\gamma_{lt}$ : Deformación promedio de corte en el plano L-t.

## 2.1.2. Leyes constitutivas de los materiales

### 2.1.2.1 Comportamiento del hormigón armado.

La ley constitutiva para el hormigón usada en el modelo es la propuesta por Zhang y Hsu (1998) la que considera la degradación de la capacidad a compresión del hormigón debido a la deformación por tracción en la dirección ortogonal a la de compresión.

El comportamiento a compresión del hormigón  $\sigma_d$ , están en función de la deformación  $\varepsilon_d$  y de la deformación en la otra dirección principal  $\varepsilon_r$ , de este modo las ecuaciones que lo representan son las siguientes:

$$\sigma_d = -\zeta f'_c \left[ 2 \left( \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left( \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{Para} \quad \varepsilon_d \leq \zeta \varepsilon_0 \quad (2.9)$$

$$\sigma_d = -\zeta f'_c \left[ 1 - \left( \frac{\frac{-\varepsilon_d - 1}{\zeta \varepsilon_0}}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad \text{Para} \quad \varepsilon_d > \zeta \varepsilon_0 \quad (2.10)$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \quad (2.11)$$

Donde:

$\sigma_d$ : Tensión principal media del hormigón en la dirección d (negativa para la compresión [MPa]).

$\zeta$ : Coeficiente de reducción.

$f'_c$ : Tensión máxima de compresión de un cilindro estándar de hormigón [MPa]

$\varepsilon_d, \varepsilon_r$ : Deformaciones principales promedio en las direcciones d y r (positivas para la tracción).

$\varepsilon_0$ : Deformación de un cilindro de concreto, asociada a una tensión cilíndrica de  $f'_c$ , igual a 0.002.

La ley constitutiva para la tracción es la propuesta por Gupta y Rangan (1998), la que considera que la tensión del concreto es despreciable cuando la deformación es mayor o igual a 0.002, ya que, para un acero de  $f_y = 400$  [MPa], la deformación de fluencia ( $\varepsilon_y$ ) es 0.002 (Gupta, 1996). De este modo, la tensión principal queda definida por las siguientes expresiones:

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{Para} \quad 0 \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.12)$$

$$\sigma_r = f'_{ct} \left( \frac{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_r}{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_{ct}} \right) \quad \text{Para} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ut} \quad (2.13)$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{Para} \quad \varepsilon_{ut} < \varepsilon_r \quad (2.14)$$

$$f'_{ct} = 0,4 \sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.15)$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.16)$$

Donde:

$\sigma_r$ : Tensión principal media del hormigón en la dirección r (positiva para la tracción [MPa]).

$f'_{ct}$ : Tensión máxima de tracción del hormigón [MPa]

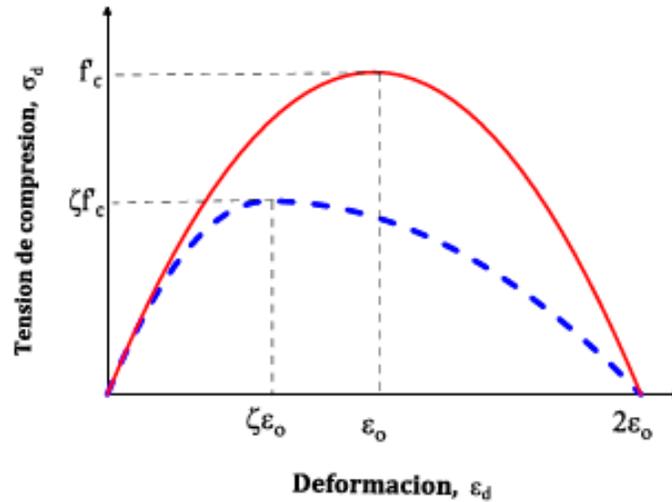
$E_c$ : Modulo de elasticidad del hormigón [MPa].

$\varepsilon_r$ : Deformación principal promedio en la dirección r (positivas para la tracción).

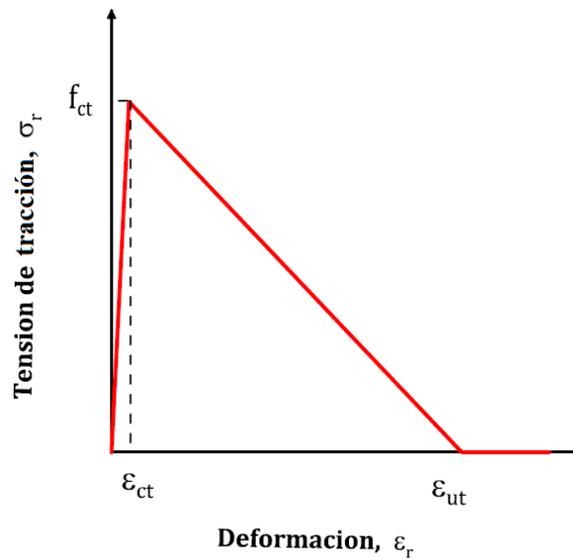
$\varepsilon_{ct}$ : Deformación para el inicio de fisuras del hormigón, igual a  $f'_{ct}/E_c$ .

$\varepsilon_{ut}$ : Deformación última del concreto, igual a 0.002 (posteriormente la tensión es cero)

A continuación se representaran estas leyes constitutivas del hormigón en un gráfico de tensión versus deformación para cada caso.



**Figura 2.2** Curva de hormigón armado en compresión Zhang y Hsu (1998)



**Figura 2.3** Curva de hormigón armado en tracción Gupta y Rangan (1998)

### 2.1.2.2 Comportamiento del acero de refuerzo.

El comportamiento del acero de refuerzo se modela de manera uniaxial, de esta manera se asume que la tensión de corte alcanzada en el acero es cero. También se asume que éste comportamiento uniaxial es elasto-plástico, y que existe una adherencia perfecta entre el hormigón y el acero. De este modo el modelo constitutivo queda definido por las siguientes relaciones de tensión-deformación.

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{Para} \quad \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (2.17)$$

$$f_s = f_y \quad \text{Para} \quad \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (2.18)$$

Donde:

$f_s$ : Tensión del acero [MPa].

$E_s$ : Módulo elástico del acero, considerado igual a 200.000 [MPa].

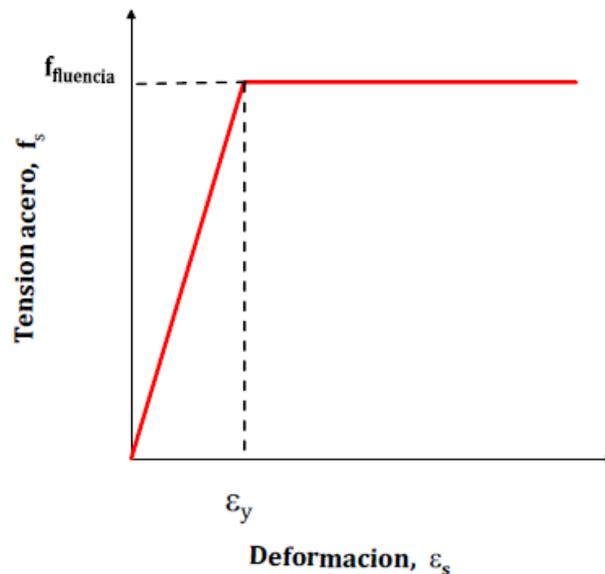
$\varepsilon_s$ : Deformación del acero.

$f_y$ : Tensión de fluencia del acero [MPa].

Para el análisis que se desarrolla posteriormente, y asumiendo que la adherencia es perfecta entre el acero y el hormigón, las deformaciones medias en el acero en los ejes L y t, son equivalentes a las deformaciones que presenta el panel en dichas direcciones. Esto queda expresado en las siguientes igualdades:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_t \quad y \quad f_{st} = f_t \quad \text{Para el refuerzo transversal}$$

$$\varepsilon_{sL} = \varepsilon_L \quad y \quad f_{sL} = f_L \quad \text{Para el refuerzo longitudinal}$$



**Figura 2.4** Ley constitutiva acero de refuerzo distribuido vertical y horizontal.

### 2.1.3. Algoritmo de solución

El análisis del modelo de capacidad de corte basado en el “*softened truss model*” involucra 16 incógnitas:  $V, \sigma_L, \sigma_t, \tau_{Lt}, \sigma_d, \sigma_r, f_L, f_t, \alpha, \zeta, \Delta, \varepsilon_L, \varepsilon_t, \varepsilon_d, \varepsilon_r$  y  $\gamma_{Lt}$ . Por otro lado, hay 13 ecuaciones, 8 de equilibrio y compatibilidad, y 5 asociadas a las leyes constitutivas de los materiales. Por lo tanto hay tres grados de indeterminación. Esta indeterminación se reduce especificando “ $\varepsilon_d$ ” para cada estado de carga y calculando el esfuerzo longitudinal “ $\sigma_L$ ”, relacionándolo con la carga aplicada de manera vertical (N), y el área transversal del muro (A), como se señala en la siguiente igualdad (En la aplicación posterior, será el área transversal de la viga y la carga N estará aplicada en el sentido horizontal, carga axial):

$$\sigma_L = N/A \quad (2.19)$$

La indeterminación restante se reduce calibrando el ángulo  $\alpha$ , el cual, como se mencionó anteriormente fue calibrado por Kaseem et al (2010) como aquel que mejor predice la capacidad al corte de los muros de una base de datos de 100 ensayos, siguiendo el algoritmo ya enunciado. Esta calibración relacionó el ángulo  $\alpha$  con una serie de parámetros que podrían influenciarlo, como fueron las dimensiones geométricas, las cuantías de armadura, la capacidad del hormigón y las cargas aplicadas.

Las relaciones que se obtuvieron fueron:

- Muros con carga axial y lateral:

$$\alpha = 77,16x_1^2 - 117,6x_1 + 87,1 \quad (2.20)$$

Donde:  $x_1 = (H_w/d_w)(N/A\sqrt{f'_c})^{0,1}$

- Muros sólo con carga lateral:

$$\alpha = -7,339x_2^2 + 65,74x_2 - 87,67 \quad (2.21)$$

Donde:  $x_2 = \sqrt{f'_c} + (\rho_L/f_{yL})/(\rho_t/f_{yL})^{0,1}$

Se tiene que:

$H_w[mm], d_w[mm], N[KN], A[mm^2], f'_c[MPa], f_{yL}[MPa]$  y  $f_{yL}[MPa]$ .

El modelo permite conocer la curva carga–desplazamiento de manera completa, ya que se conoce el estado de tensiones para cada estado de deformaciones. Además con la proposición del ángulo de falla por medio de las expresiones anteriores, el problema de indeterminación se reduce a un grado de libertad, y el modelo queda calificado en el grupo de los modelos de ángulo fijo.

## 2.2. Modificaciones realizadas por Ulloa (2013)

Las modificaciones realizadas por Ulloa L. (2013) al modelo panel de Kaseem (2010) fueron comparadas con 252 ensayos, y se analizaron las tendencias generales y específicas de los diferentes parámetros involucrados (relación de aspecto, cuantías de acero vertical y horizontal, nivel de carga axial, capacidad a la compresión del hormigón, condiciones de borde y nivel de tensión de corte vista en el muro durante el ensayo) para poder conocer la sensibilidad del modelo a la variación de estos parámetros.

La utilización del modelo de Kaseem (2010), para comparar sus estimaciones con la base de datos, tuvo restricciones en aquellos casos donde no existía armadura en el alma, por lo tanto, se tomaron consideraciones especiales para permitir un análisis de eficaz y una solución adecuada.

El modelo de panel modificado (Ulloa, 2013) a diferencia de Kaseem et al (2010), obtiene el valor del ángulo de inclinación de la falla de compresión diagonal considerando las deformaciones unitarias promedio horizontales y/o verticales (Massone, 2010 y usada en el trabajo de Villar, 2010) basadas en el nivel de desplazamiento lateral del muro o deriva. Esta modificación surge porque el modelo de Kaseem et al (2010) para muros sin carga axial, no considera la inexistencia de armadura longitudinal y/o armadura transversal, y por ello el ángulo de inclinación del puntal queda indefinido y no se puede obtener resultados con el modelo.

Los modelos implementados por Ulloa, obtienen el estado de tensiones por medio de un control de los desplazamientos, para lograrlo se impone una deriva ( $\delta$ , análogo a  $\gamma_{lt}$ , esta incógnita reemplaza a la deformación  $\epsilon_d$  impuesta en el algoritmo inicial) en el borde superior del muro y posteriormente conociendo el estado de tensiones y deformaciones promedio del panel de hormigón armado, determinar la carga lateral (V) asociada a esta deriva. Para cada incremento de deriva el procedimiento se repite siendo parte del algoritmo de solución.

La deformación unitaria horizontal y vertical, se basa en un modelo de interacción flexión-corte (Massone, 2010).

En cada fibra se utiliza un modelo biaxial para la ley constitutiva del hormigón, la que es aplicada en la dirección principal, suponiendo que las direcciones principales de tensiones y deformaciones coinciden. En el caso del acero de refuerzo, se utiliza un modelo uniaxial en la dirección longitudinal de las barras, suponiendo que existe perfecta adherencia entre acero y hormigón.

Massone (2010) entrega una expresión calibrada de expansión lateral a partir de modelos de elementos finitos convencionales 2D. Para estimar la expansión lateral promedio se calcula la deformación media trasversal. La expresión para esta deformación considera los parámetros más influyentes y toma la forma de la ecuación 2.22 para el caso de muros en voladizo. La expresión impone la máxima deformación transversal a una altura  $0.38h_w$ , medida desde la base del muro, donde el momento es máximo, siendo  $h_w$  la altura total del muro. Y para muros con doble curvatura toma la forma de la ecuación 2.23. Esta expresión impone la máxima deformación transversal a una altura  $0.5h_w$ , medida desde la base del muro.

- Curvatura simple:

$$\varepsilon_{t,m\acute{a}x} = 0.0055(100\rho_t + 0.25)^{-0,44}(100\delta)^{1,4} \quad (2.22)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,max}} = \begin{cases} \sin^{0,75} \left( \frac{y\pi}{0,76h_w} \right) & \text{si } 0 \leq y \leq 0.38h_w \\ \sin^{0,75} \left( \frac{(y + 0,24h_w)\pi}{1,24h_w} \right) & \text{si } 0.38h_w \leq y \leq h_w \end{cases}$$

- Curvatura doble:

$$\varepsilon_{t,m\acute{a}x} = 0.0033(100\rho_t + 0.25)^{-0,53} \left( \frac{h_w}{L_w} + 0,5 \right)^{0,47} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{0,25} (100\delta)^{1,4} \quad (2.23)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,max}} = \sin^{0,75} \left( \frac{y\pi}{h_w} \right)$$

Donde:

$\rho_t$  : Cuantía de armadura transversal.

$L_w$ : Largo del elemento de corte [mm].

$h_w$ : Altura del elemento de corte [mm].

$t_w$  : Espesor del elemento de corte [mm].

$f'_c$ : Capacidad máxima de un cilindro estándar de hormigón [MPa].

$N$ : Fuerza axial aplicada sobre el elemento [N].

$\delta$ : Deriva definida como el desplazamiento lateral superior del muro dividido por la altura del mismo  $\Delta/h_w$ . Ver capítulo 3 (figura 3.5) para hacer la analogía de los parámetros geométricos expuestos en las ecuaciones anteriores con los aplicados a las vigas.

Con las expresiones anteriores se determina el campo de deformaciones promedio. Integrando de 0 a  $h_w$ , y dividiendo por  $h_w$ , se obtiene el valor  $0,69\varepsilon_{t,max}$ .

Para la deformación media longitudinal se considera la deformación normal estimada (elástica),  $eN = -N/(t_w L_w E_c)$  asociada a la aplicación de una carga axial N, donde se considera el módulo de elasticidad del hormigón  $E_c$ , y el ancho y largo del elemento de corte. Esta calibración fue expuesta por Villar (2010) sumándose a la calibración de Massone (2010).

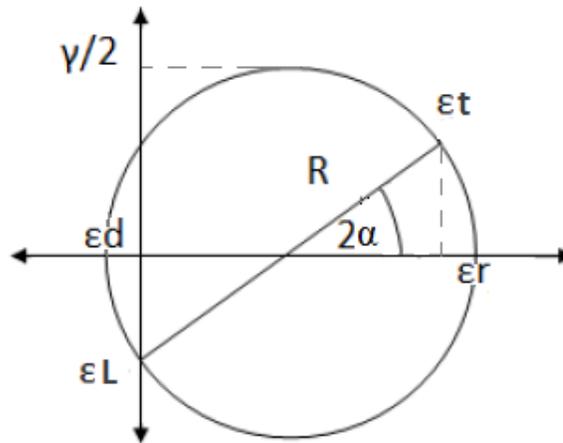
- Curvatura simple:

$$\varepsilon_{L_{centro}} = 0.0089(100\rho_t + 0.25)^{-0,25} \left( \frac{h_w}{L_w} + 0,5 \right)^{-0,37} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{-0,34} (100\delta)^{0,93} + eN \quad (2.24)$$

- Curvatura doble:

$$\varepsilon_{L_{centro}} = 0.0094(100\rho_t + 0.25)^{-0,17} \left( \frac{h_w}{L_w} + 0,5 \right)^{-0,16} \left( \frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{-0,35} (100\delta) + eN \quad (2.25)$$

Conociendo la deriva ( $\gamma_{lt}$  o  $\delta$ , *impuesta*) y las deformaciones longitudinales y transversales (con las expresiones 2.22 y 2.23), se puede conocer las deformaciones principales para cada estado de carga, utilizando el círculo de Mohr y con ello, conocer el ángulo del puntal de compresión. Cuando se obtiene el ángulo de esta manera se denomina modelo de ángulo variable, ya que el ángulo cambia para cada estado de deformaciones (figura 2.5). Por otro lado cuando el ángulo no varía respecto el nivel de deformaciones se denomina modelo de ángulo fijo.



**Figura 2.5** Círculo de Mohr de deformaciones

Los modelos generados por Ulloa L. (2013) fueron cinco, dos de ángulo variable y tres de ángulo fijo. Para determinar el modelo modificado con mejor comportamiento en muros cortos, se analizaron los resultados estadísticos de la estimación de la capacidad al corte de cada modelo en comparación con las capacidades experimentales de la base de datos de 252 ensayos.

La principal diferencia entre ambos tipos de modelos radica en que los de ángulo variable suponen que la inclinación de las fisuras rota en función de la expansión lateral y vertical del muro, y los de ángulo fijo consideran esta dirección fija. Lo más razonable, y de lo que hay evidencias experimentales, es que la fisura principal una vez que se forma permanece igual hasta que el muro falla por compresión diagonal.

En las tablas que se muestran a continuación (tabla 2.1 y tabla 2.2) se señala que los modelos de ángulo fijo fueron aquellos que obtuvieron mejores resultados. Más aun, si se compara con el modelo de Kaseem (2010) también se obtuvieron mejor estimaciones de capacidad y se redujo la desviación estándar.

**Tabla 2.1** Resultados estadísticos de los modelos utilizados por Ulloa L. (2013), para 252 ensayos.

Modelo	Promedio (Vmodelo/Vensayo)	Desviación estándar
Mod. $\varepsilon_t$ y $\varepsilon_L$ calibrados	0,77	0,31
Mod. $\varepsilon_t$ calibrados, $\sigma_L = N/A$	0,78	0,28
Mod. $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ , $\sigma_L = N/A$	0,97	0,27
Mod. $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ , $\sigma_L = N/A$	0,89	0,24
Mod. $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ , $\sigma_L = N/A$	0,85	0,24

**Tabla 2.2** Comparación resultados estadísticos modelo  $\alpha_{(f_c=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  utilizados por Ulloa L. (2013) y modelo de Kaseem para 225 ensayos.

Modelo	Promedio (Vmodelo/Vensayo)	Desviación estándar
Mod. Kaseem et al (2010)	0,86	0,32
Mod. $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	0,91	0,24

Por los resultados expuestos anteriormente, en los análisis posteriores se considerarán los modelos tipo panel de ángulo fijo, ya que tienen un mejor resultado considerando el promedio y desviación estándar. El objetivo será validar estos modelos en la estimación de la capacidad al corte para las vigas altas de hormigón armado, pero ahora con una base de datos de 182 vigas altas.

### 2.3. Modelos de ángulo fijo

Cuando se utilizan los modelos de ángulo fijo se supone que el ángulo del puntal de compresión es constante a medida que se incrementa el desplazamiento del elemento ( $\gamma_{lt} = \delta$ ). Esta definición del ángulo se hace presente cuando las deformaciones laterales superan el nivel que genera las fisuras del hormigón por tracción diagonal, y es desde ese punto que el ángulo comienza a estabilizarse.

Suponiendo conocidas las deformaciones calibradas del elemento en la dirección t y L, el ángulo puede ser obtenido para un nivel de deriva dado, en particular cuando comienza la generación de fisuras del hormigón en tracción, es decir,  $\sigma_r = f_{ct}$ , sin embargo, también se puede considerar la estabilización del ángulo a niveles de tensión mayores, es por ello que surgen los modelos donde  $\sigma_r = 0,5f_{ct}$  o  $\sigma_r = f_{ut} = 0$ , cuya finalidad es predecir de mejor manera la capacidad del elemento y el tipo de falla existente. Como se aprecia en la figura 2.6, Ulloa L. (2013) determinó, en base a los 252 ensayos de muros cortos, que a medida que se aumentaba la tensión de estabilización del ángulo de falla, la dispersión en la estimación de capacidad de flexión descendía considerablemente, y de este modo se mejoraba la estimación del tipo de falla.

El algoritmo de solución para obtener el ángulo de falla a distintos niveles de deformación o de tensión de tracción se describe a continuación.

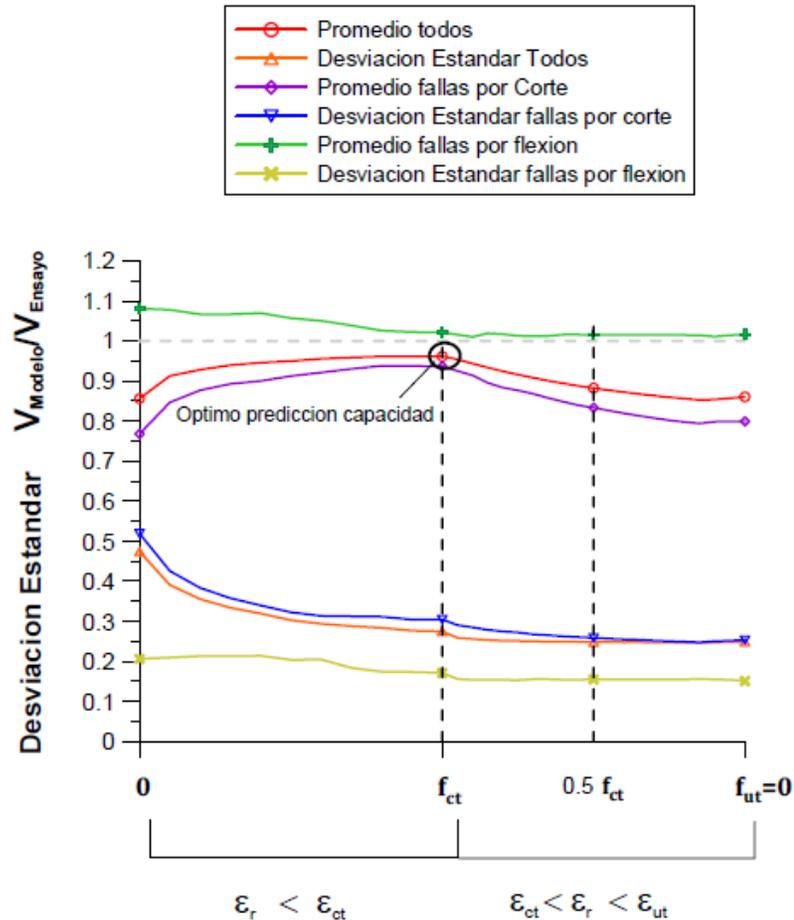
- Establecer nivel de tensión (o deformación) de tracción para el cual se encontrará el ángulo del puntal.
- Seleccionar el nivel de deriva  $\gamma_{lt}$  y un paso para incrementarlo  $\Delta\gamma_{lt}$ .
- Calcular las expansión trasversal y longitudinal ( $\varepsilon_t, \varepsilon_L$ ).
- Calcular el ángulo del puntal mediante:

$$\alpha(\varepsilon_t, \varepsilon_L, \gamma_{lt}) = \tan^{-1} \left( -\left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_L}{\gamma_{lt}}\right) + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_L}{\gamma_{lt}}\right)^2 + 1} \right) \quad (2.26)$$

e) Calcular la deformación de tracción:

$$\varepsilon_r = \frac{(\gamma_{tt} \tan \alpha)}{2} + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

f) Si la deformación obtenida es mayor o igual a la obtenida en el punto a, el ángulo es aquel establecido en el punto d, si no es así se incrementa la deriva y se repite el procedimiento desde el punto c hasta el punto e.



**Figura 2.6** Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo de falla, Ulloa L. (2014).

Los modelos de ángulo fijo que se exponen a continuación fueron calibrados en función de 252 ensayos de muros cortos y en particular se exponen las calibraciones de ángulos para tres niveles de carga diferentes. El método utilizado por Ulloa L. (2013) para la calibración de los ángulos fue el de los mínimos cuadrados, siendo  $\alpha = \text{cte} (\text{parámetro})^{k1} \dots (\text{parámetro})^{k2}$ . La forma de la calibración y los parámetros considerados fueron la relación de aspecto y el nivel de carga axial.

La calibración mostró una buena correlación con los ángulos teóricos de los tres modelos.

### 2.3.1. Modelo $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$

Para el caso de muros con curvatura simple (cantiléver) el factor de correlación fue de 0,98 y para muros con curvatura doble (bi-empotrados) fue de 0,99.

- Curvatura simple:

$$\alpha_{puntal} = 175,2 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,605} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-4,6} \quad (2.28)$$

- Curvatura doble:

$$\alpha_{puntal} = 90,6 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,25} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-6,65} \quad (2.29)$$

### 2.3.2. Modelo $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$

Para el caso de muros con curvatura simple (cantiléver) el factor de correlación fue de 0,94 y para muros con curvatura doble (bi-empotrados) fue de 0,99.

- Curvatura simple:

$$\alpha_{puntal} = 143,4 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,54} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-1,36} \quad (2.30)$$

- Curvatura doble:

$$\alpha_{puntal} = 102,6 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,36} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-2,27} \quad (2.31)$$

### 2.3.3. Modelo $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$

Para el caso de muros con curvatura simple (cantiléver) el factor de correlación fue de 0,93 y para muros con curvatura doble (bi-empotrados) fue de 0,95.

- Curvatura simple:

$$\alpha_{puntal} = 136,3 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,53} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-1,17} \quad (2.32)$$

- Curvatura doble:

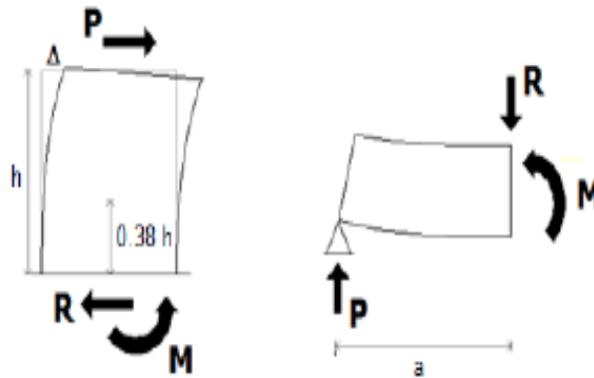
$$\alpha_{puntal} = 107,27 \left( \frac{h_w}{L_w} + 5 \right)^{-0,41} \left( \frac{N}{f'_{ct} t_w L_w} + 1 \right)^{-2,1} \quad (2.33)$$

### 3. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA VIGAS ALTAS.

Se describirán las modificaciones hechas al modelo tipo panel modificado para muros cortos para que de esta manera sea compatible con las características particulares que existen en las vigas altas, como por ejemplo la disposición de la armadura, la altura efectiva, y otras consideraciones especiales. Una vez que el modelo este definido, se enunciarán las modificaciones propuestas al modelo, como son los cambios en la definición del comportamiento de los materiales y la manera de determinar la degradación de la capacidad de compresión del hormigón.

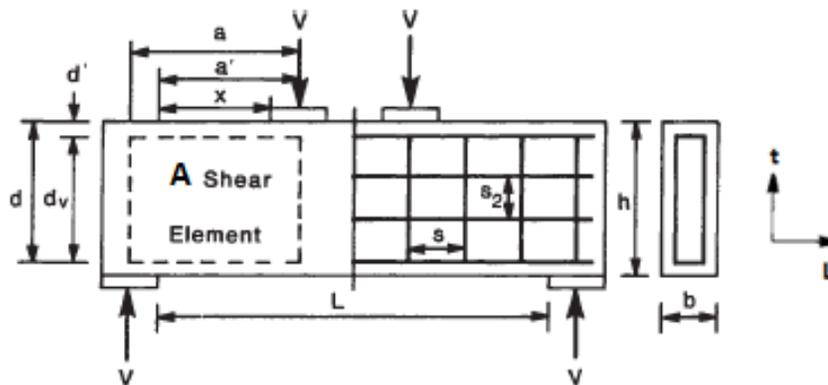
#### 3.1. Modelo geométrico

Como se observa en la figura 3.1 es posible hacer una analogía entre las vigas y los muros en voladizo, siendo la zona de corte de la viga (entre el apoyo y el punto de aplicación de la carga), aquella que tiene un comportamiento similar a la altura del muro desde el punto de vista de los esfuerzos internos.



**Figura 3.1** Analogía entre muros en cantiléver y vigas en zona de corte.

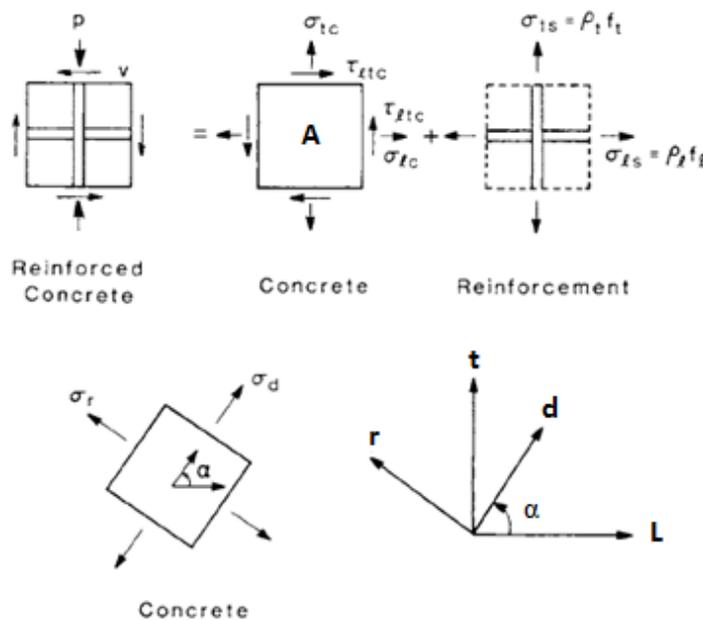
Todas las vigas que conforman la base de datos que fue ensamblada para esta memoria tienen dos apoyos y dos puntos de carga, los cuales son ubicados simétricamente desde el eje central de la viga, por lo tanto, considerando esta simetría solo la mitad de la viga es parte del modelo. Y es esta mitad la que tiene un comportamiento análogo a un muro y por ende permite utilizar el procedimiento desarrollado por Ulloa L. (2013). Habrá que considerar que la carga última que se comparará en el análisis posterior será en algunos casos la mitad de la carga total registrada en los ensayos.



**Figura 3.2** Configuración geométrica viga alta de H. A. (S.T. Mau y T.T.C. Hsu (1987)).

Haciendo una analogía con el elemento A de la figura 2.1b, se puede apreciar que este elemento aislado (A), está bajo una carga vertical de corte (V), y por otro lado, tiene refuerzo en el sentido longitudinal (L), y trasversal (t), formando el sistema de coordenadas L-t. Estas direcciones coinciden con la dirección horizontal y vertical de la viga respectivamente (figura 3.2).

Cuando se genera la grieta diagonal en el elemento, el hormigón actúa como un puntal de compresión mientras las barras de acero resisten tracción, de este modo se genera un conjunto de puntal de compresión y tensor de tracción. La dirección del puntal de compresión es considerada en la dirección “d”, la cual está inclinada un ángulo “ $\alpha$ ” respecto el eje horizontal L (figura 3.3, analogía de figura 2.1c). Perpendicular a la dirección principal de compresión esta la dirección “r”, formando el sistema de coordenadas d-r, que será el sistema de los esfuerzos y deformaciones principales.



**Figura 3.3** Puntal de compresión del elemento panel para vigas altas y estado de tensiones de un elemento A (S.T. Mau y T.T.C. Hsu (1987), analogía de Kaseem et al (2010) para muros cortos).

Comparando las condiciones de esfuerzos del elemento de hormigón armado de la figura 3.3 con las condiciones de tensiones del elemento de corte de la viga alta, se tiene que las ecuaciones 2.1, y 2.3 cumplen las siguientes igualdades.

$$\sigma_L = 0$$

$$\tau_{Lt} = -V/bd$$

En particular las vigas no están sometidas a esfuerzos axiales, por lo tanto, la reducción de la indeterminación en el algoritmo de solución para las vigas altas, está asociado a  $\sigma_L = N/A=0$ .

El control de desplazamientos en este caso se realiza imponiendo una deflexión ( $\delta$  o  $\gamma_{lt}$ ) en un punto de la viga, correspondiente al punto de aplicación de la carga y por ende a una distancia “a” desde el apoyo.

Las condiciones de compatibilidad que involucran parámetros geométricos tienen su expresión final de la siguiente manera:

$$V = \tau_{lt}bd$$

$$\Delta = \gamma_{lt}a$$

Donde:

$V$ : Esfuerzo de corte [N]

$b$ : Espesor del alma de la viga [mm]

$d$ : Altura de la viga considerando la armadura de borde [mm].

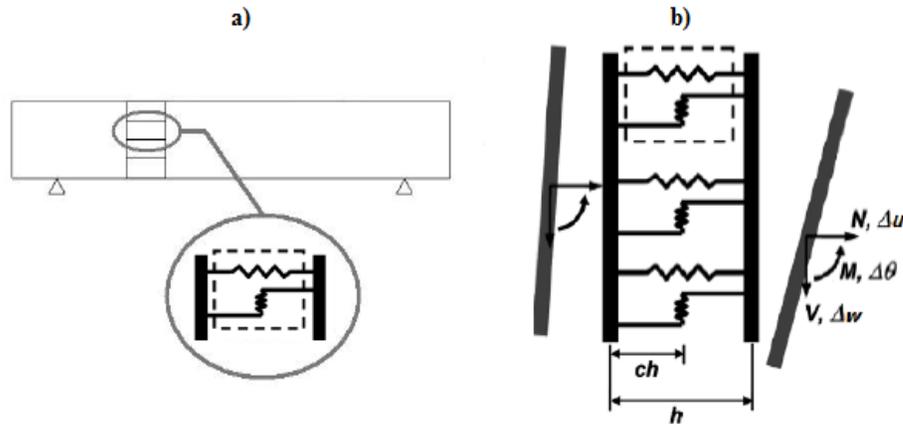
$\tau_{lt}$ : Tensión de corte promedio en el plano L-t [MPa].

$\Delta$ : Deformación en el punto de aplicación de la carga [mm].

$a$ : Distancia del punto de apoyo al punto de aplicación de la carga [mm].

$\gamma_{lt}$ : Deformación promedio de corte en el plano L-t.

El modelo de flexión-corte ahora con su analogía a una viga.

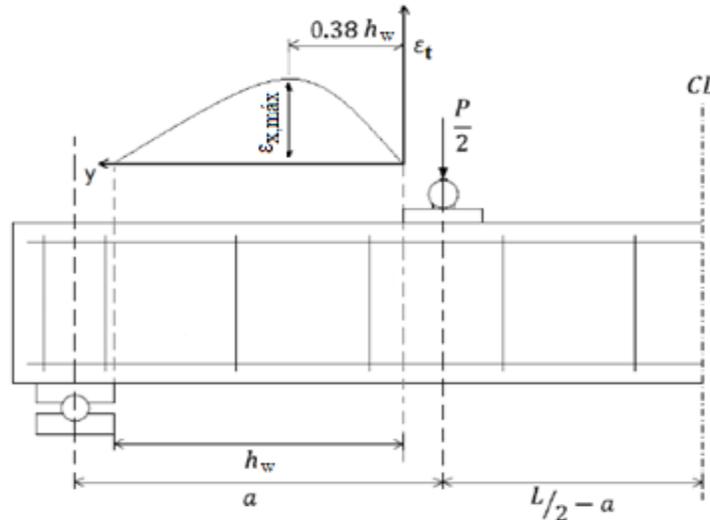


**Figura 3.4** a) Modelo de interacción flexión-corte en viga, b) Elemento de interacción flexión-corte (Massone, 2010).

Debido a las analogías antes expuestas la aplicación de las expresiones 2.22 a la 2.25, que permiten conocer las deformaciones unitarias horizontales y verticales en muros, siguen siendo aplicables en la zona de corte de la viga. La calibración realizada sobre muros (ecuación 2.22) se basa en ensayos cuya deriva tiene un límite del 1%. En el caso de las vigas que conforman la base de datos de esta memoria, su deformación alcanzó experimentalmente valores cercanos al 2%, por lo que no necesariamente seguirán el comportamiento expuesto en la ecuación 2.22, sin embargo, se espera que esta expresión entregue valores razonables para desplazamientos pequeños.

Gotschlich (2011) determinó que el perfil de deformaciones calibrado se desarrolla a lo largo de la zona de corte, análogamente a los muros. En el perfil de deformaciones se asume que todas las fibras de la sección en estudio poseen la misma deformación unitaria transversal ( $\epsilon_t$ ), estimada como la deformación media a lo largo de muros cortos (Massone, 2010). En la figura 3.5 se hace la analogía entre la expansión lateral de un muro en cantiléver o de curvatura simple con la viga (considerando su eje de simetría).

Dentro de la zona de corte se encuentran puntos donde la expansión se encuentra limitada, estos puntos corresponden a las zonas bajo las placas de carga y apoyo, por lo que el perfil de deformaciones calibrado se desarrolla en una zona de menor longitud que la zona de corte ( $h_w$ ), como se observa en la figura 3.5, donde se supone  $\epsilon_t$  nulo bajo las placas.



**Figura 3.5** Desarrollo de perfiles transversales en vigas (Gotschlich, 2011)

Sin embargo, solo algunos de los ensayos que conforman la base de datos entregan las especificaciones respecto a las dimensiones de placas de carga y apoyo, por lo tanto, en una primera instancia no se consideran en el análisis, y se estima que el perfil transversal de deformaciones se desarrolla a lo largo de la longitud “a”. Posteriormente se estima un promedio para las dimensiones de las placas en función de los datos que si entregan esta información, llegando a considerar en todos los casos un largo de 100 [mm], tanto para la placa de carga como para la placa de apoyo.

Para conocer cuál fue la forma de falla de la viga, se calculó la capacidad a flexión simple, luego se determinó el esfuerzo de corte que generaría esta flexión y se estimó una capacidad de corte por flexión (a una distancia “a” del apoyo), la cual fue comparada con la capacidad de corte pura estimada por el modelo tipo panel. La flexión simple tuvo como hipótesis que la deformación última de compresión es 0.003 y que se desarrolla el bloque equivalente de Whitney (consideraciones acogidas por la ACI 318). Se concluye que la “resistencia última al corte” y el tipo de falla está asociada al mínimo de ambas capacidades. La capacidad determinada de esta manera será la utilizada para el análisis y comparación con la base de datos.

Cabe señalar que las expresiones de deformación (2.22 a 2.25) consideran los efectos de corte y flexión en el desplazamiento de techo para el caso de los muros, que como se mencionó anteriormente es análogo al punto de aplicación de la carga para las vigas (distancia “a” desde el apoyo), por lo tanto, el análisis que se genera es de manera aproximada, ya que la deriva impuesta en el modelo tipo panel está asociada solamente a esfuerzos de corte.

Si se considera una viga con una sección constante, al aumentar la distancia entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo (distancia a), se genera un aumento de esfuerzos de flexión, por ende, la viga tiende a fallar por flexión, ya que el corte es constante, mientras que cuando “a” disminuye la viga tiende a fallar por corte.

### 3.2. Modificaciones propuestas al modelo

Las modificaciones que se realizan al modelo buscan que este represente de mejor manera el comportamiento de la viga ante los esfuerzos a los cuales está sometida. Para ello se realizan cambios en los modelos de comportamiento del hormigón y del acero, y se estudian los efectos de distintos factores para representar la degradación en la capacidad de compresión del hormigón. Los modelos y ensayos utilizados solo requieren las curvas uniaxiales monotónicas, pues el tipo de carga utilizada en las vigas estudiadas es monotónica creciente.

#### 3.2.1 Modelo de tracción del hormigón.

El modelo tipo panel original es regido por la ley constitutiva a tracción propuesta por Gupta y Rangan (1998). En este punto, se propone cambiar el modelo de tracción del hormigón por el modelo de Belarbi y Hsu (1994), el cual está basado en la ecuación usada por Tamai (1988). La curva queda definida por la siguiente expresión:

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{Para} \quad 0 \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ct} \quad (3.1)$$

$$\sigma_r = f'_{ct} \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_r} \right)^\beta \quad \text{Para} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_r \quad (3.2)$$

Para este modelo los parámetros quedan definidos en función de los ensayos realizados por Belarbi y Hsu (1994-96) y por ello son expresiones distintas al modelo de Gupta y Rangan (1998). Las definiciones de las propiedades del hormigón armado son las siguientes:

$$f'_{ct} = 0.313 \sqrt{f'_c [\text{MPa}]} \quad (3.3)$$

$$E_c = 3917 \sqrt{f'_c [\text{MPa}]} \quad (3.4)$$

Donde:

$\sigma_r$ : Tensión principal media del hormigón en la dirección r (positiva para la tracción) [MPa].

$\varepsilon_r$ : Deformación principal promedio en la dirección r (positivas para la tracción).

$f'_{ct}$ : Tensión máxima de tracción del hormigón [MPa].

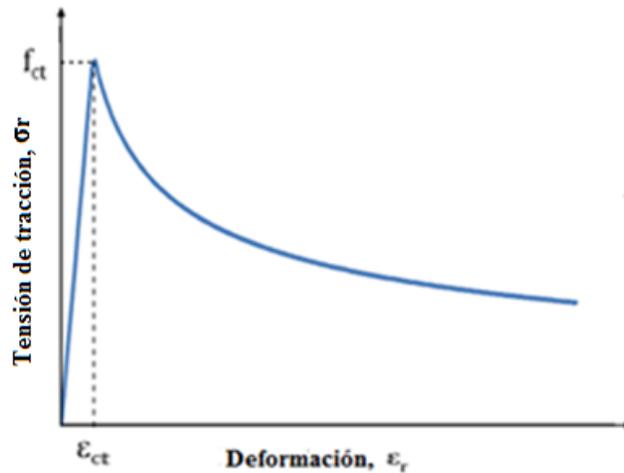
$E_c$ : Modulo de elasticidad del hormigón [MPa].

$\varepsilon_{ct}$ : Deformación a la cual se comienza las fisuras del hormigón, igual a 0.00008

El parámetro  $\beta$  permite controlar la capacidad de redistribución de esfuerzos después del agrietamiento del hormigón (posterior al máximo, rama descendente). Los ensayos realizados por Belarbi y Hsu (1994) poseían armadura de refuerzo en la dirección longitudinal, lo que hacía posible esta redistribución. En función de estos ensayos, Belarbi y Hsu recomienda usar un valor de  $\beta = 0.4$ , ya que este valor permite ajustar de mejor manera los resultados experimentales.

La tensión propuesta por Belarbi y Hsu se divide en dos secciones (ecuación 3.1 y 3.2) como se aprecia en la figura 4.4 una antes del máximo y otra posterior al máximo (el máximo es asociado al inicio del agrietamiento). Antes del agrietamiento se aprecia un tramo lineal, y posterior al agrietamiento una rama descendente que incorpora el proceso observado donde se rigidiza el elemento panel.

A continuación se representa esta ley constitutiva del hormigón en un gráfico de tensión versus deformación:



**Figura 3.6** Curva de hormigón armado en tracción, Belarbi y Hsu (1994).

Este modelo de tracción fue utilizado por Hsu y Zhang (1996) y también es parte de las recomendaciones realizadas por Massone (2006), para los modelos implementados en el programa de elementos finitos *Open-Sees*. La finalidad de cambiar la curva de tensión-deformación es mejorar el comportamiento biaxial tensión-compresión del hormigón, considerando una redistribución de esfuerzos entre el acero y el hormigón en tracción que ocurre posterior a la aparición de fisuras en el hormigón (las barras de refuerzo se hacen más rígidas mientras son sometidas a tracción debido a la resistencia del hormigón entre las grietas). Esta característica se adicionó a la consideración de la degradación de la capacidad del hormigón por esfuerzos de tracción en el sentido trasversal a la compresión, expuesto en los modelos bases de esta memoria.

### 3.2.2. Factores de reducción de la capacidad de compresión del hormigón por comportamiento biaxial (modelos tipo panel).

El alma en vigas de concreto sometidas a corte, está en un estado biaxial de tensión-compresión. La presencia simultánea de deformaciones por compresión y tracción transversal genera un deterioro de la capacidad a compresión del hormigón que presenta fisuras. Este comportamiento fue estudiado experimentalmente en paneles por diferentes autores, y con ello se generaron diferentes expresiones para representarlo. En general se relaciona la capacidad máxima de un cilindro estándar de hormigón a compresión uniaxial ( $f'_c$ ), usando el parámetro  $\xi$  o  $\beta$ , con la capacidad máxima a la compresión para esfuerzos biaxiales ( $\sigma_d = f_{c2max}$ ). En algunos casos también se modifica la deformación asociada a la máxima resistencia ( $\varepsilon_0$ ).

$$\beta = f_{c2max}/f'_c \quad (3.5)$$

El modelo utilizado en esta memoria considera lo propuesto por Zhang y Hsu (1998), siendo la última modificación al modelo original de Belarbi y Hsu (1991, 1995). Este coeficiente de reducción de la capacidad a compresión del hormigón (ecuación general 3.6), utiliza como base la curva Hognestad (1951) (ecuación 2.9 y 2.10) y modifica tanto la capacidad como la deformación.

$$\xi = \beta_\sigma \text{ y } \beta_\varepsilon = \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+K_\sigma \varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1+K_\sigma \varepsilon_r}} \quad (3.6)$$

Donde K depende de la orientación de las fisuras y la manera en que es aplicada la carga en la viga. En el modelo base de esta memoria se considera  $K_\sigma = 400$ , considerando que la carga se aplica de manera proporcional.

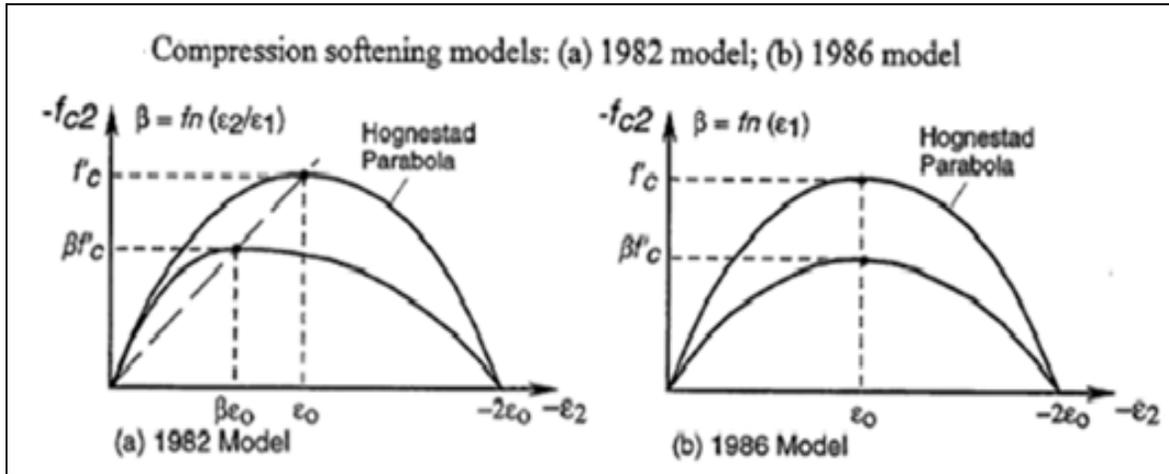
Los siguientes modelos de reducción fueron recopilados por los libros: “*Shear Design of HS concrete beams*”. Una revisión del estado del arte (1996), y del libro “*Seismic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part I-Evaluation of Seismic Capacity* (1994)”.

3.2.2.1. Vecchio y Collins (1982): usan la curva de Hognestad (1951) y tanto el máximo de la capacidad del hormigón como la deformación asociada a este punto son reducidos por el siguiente factor:

$$\beta = \frac{1}{0.85 - 0.27 \varepsilon_r / \varepsilon_d} \quad (3.7)$$

3.2.2.2. Vecchio y Collins (1986): también utilizan la curva de Hognestad pero solo el máximo de la capacidad del hormigón es reducido por el siguiente factor:

$$\beta = \frac{1}{0.8 + 0.34 \varepsilon_r / \varepsilon_0} = \frac{1}{0.8 + 170 \varepsilon_r} \text{ Para } (\varepsilon_0 = 0.002) \quad (3.8)$$



**Figura 3.7** Modelos de compresión reducidos de Vecchio y Collins en 1982 y 1986

3.2.2.3. Miyahara (1988): El grado de reducción propuesto es mucho menor que lo predicho por Vecchio y Collins (1986) y está basado en la tensión, por ende solo el máximo de la capacidad del hormigón es reducido por el siguiente factor:

$$\begin{aligned} \beta &= 1 & \varepsilon_r < 0.0012 \\ \beta &= 1.15 - 125\varepsilon_r & 0.0012 < \varepsilon_r < 0.0044 \\ \beta &= 0.6 & 0.0044 < \varepsilon_r \end{aligned} \quad (3.9)$$

Mackawa y Okamura utilizan una analogía de este modelo basado en las mediciones sobre especímenes cilíndricos sometidos a cargas axiales de compresiones y presiones internas.

3.2.2.4. Shirai y Noguchi (1989) y Mikame (1991): notaron que la degradación del hormigón es más grande para los HSC (hormigones de alta resistencia) que para los NSC (hormigones de resistencia normal) y propusieron el parámetro siguiente:

$$\beta = \frac{1}{0.27 + 0.96(\varepsilon_r/\varepsilon_0)^{0.167}} \quad (3.10)$$

3.2.2.5. Ueda (1991): Para el HSC propuso la expresión siguiente:

$$\beta = \frac{1}{0.8 + 0.6(1000\varepsilon_r + 0.2)^{0.39}} \quad (3.11)$$

Para los factores que siguen, se utiliza el modelo de hormigón a la compresión cuya curva base es la de Thorenfeldt, Tomaszewickz y Jensen (1987), la cual es más apropiada para HSC que la de Hognestad, ya que es más lineal en su respuesta anterior al agrietamiento. Esta curva fue calibrada por Collins y Porasz (1989), y quedó definida de la siguiente manera:

$$\sigma_d = -f'_c \frac{n\left(\frac{-\varepsilon_d}{\varepsilon_0}\right)}{n-1 + \left(\frac{-\varepsilon_d}{\varepsilon_0}\right)^{nk}} \quad (3.12)$$

Donde:

$\sigma_d$ : Tensión principal media del hormigón en la dirección d (negativa para la compresión) [MPa].

$f'_c$ : Tensión máxima de compresión de un cilindro estándar de hormigón [MPa].

$\varepsilon_d$ : Deformación principal promedio en la dirección d (positivas para la tracción).

$\varepsilon_0$ : Deformación de un cilindro de concreto, asociada a una tensión cilíndrica de  $f'_c$ , igual a 0.002.

$n, k$ : Parámetros asociados al ascenso y decaimiento de la curva.

Estos parámetros n y k quedan definidos de la siguiente manera para hormigones relativamente de alta resistencia es decir  $f'_c > 20$

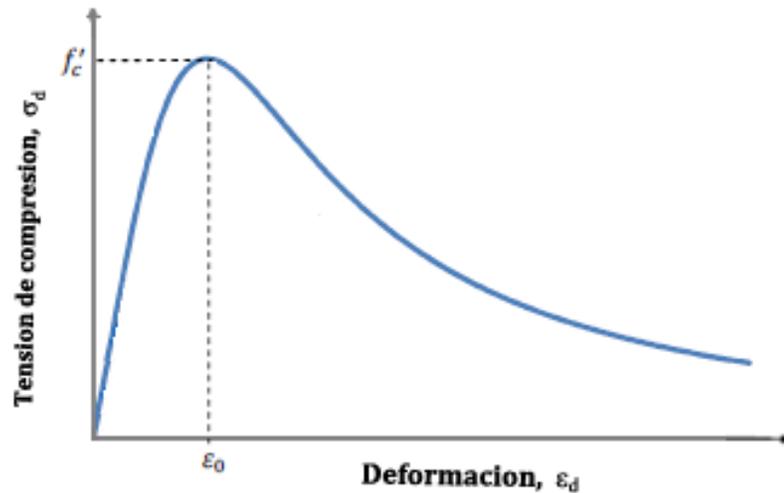
$$n = 0.8 + \frac{f'_c[\text{MPa}]}{17} \quad (3.13)$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \varepsilon_d \leq \varepsilon_0 \\ 0.67 + \frac{f'_c[\text{MPa}]}{62} & \text{si } \varepsilon_d > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Carreira y Kuang-Han (1985), propusieron una calibración para hormigones de baja resistencia a la compresión. Esta calibración es enunciada por Rojas F. (2012) y Opazo G. (2012).

$$n = 1.55 + \left( \frac{f'_c[\text{MPa}]}{32.4} \right)^3 \quad (3.15)$$

$$k = 1 \quad (3.16)$$



**Figura 3.8** Curva del hormigón armado a compresión, Collins y Porasz (1989)

3.2.2.6. Vecchio y Collins (1993) expusieron dos maneras de modificar el modelo antes expuesto para representar la reducción de la capacidad a compresión del hormigón:

$$\beta = \frac{1}{1+k_c k_f} \quad (3.17)$$

Modelo A: se aplica el factor de reducción tanto a la resistencia como a la deformación.

$$k_c = 0.35 \left( -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_d} - 0.28 \right)^{0.8} \geq 1 \quad \varepsilon_r < \varepsilon_{yL} \quad (3.18)$$

$$k_f = 0.1825 \sqrt{f'_c [MPa]} \geq 1 \quad (3.19)$$

Como se señaló anteriormente, este modelo reduce tanto la capacidad como la deformación, sin embargo, el factor se aplica en función de la deformación de compresión en la ecuación 3.12 (considerar que  $\varepsilon_d$  es negativo para la compresión):

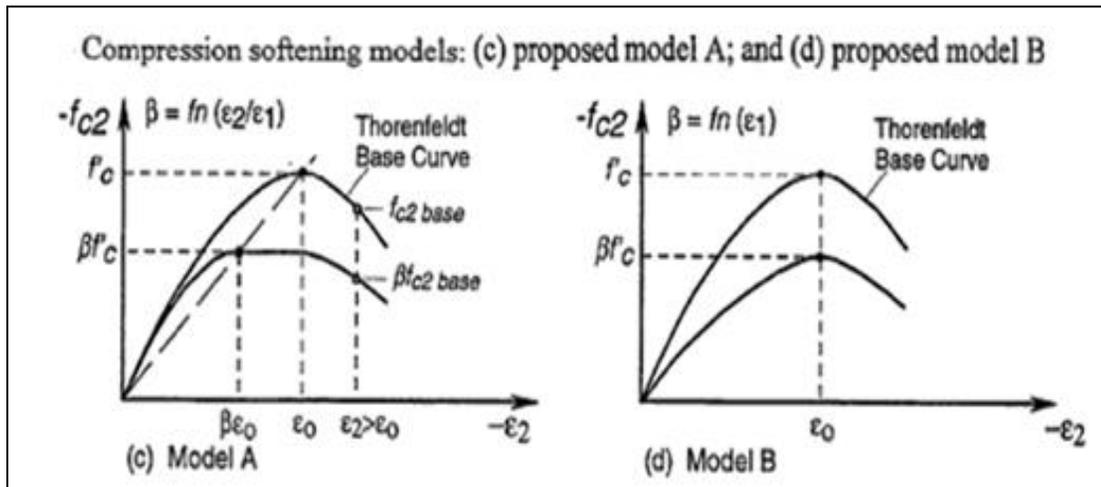
$$\begin{array}{ll} \text{Para } \varepsilon_d \leq \beta \varepsilon_0 & \text{Se reduce } f'_c \text{ y } \varepsilon_0 \\ \text{Para } \varepsilon_d > \beta \varepsilon_0 & \text{Se reduce } f'_c \end{array}$$

Modelo B: se aplica el factor de reducción solo a la resistencia.

$$k_c = 0.27 \left( \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0} - 0.37 \right) \geq 1 \quad (3.20)$$

En esta oportunidad solo se reduce  $f'_c$ , pero tanto en la ecuación 3.12, 3.13 y 3.14. En 1994 los autores sumados a Aspiotis mostraron que el modelo se comportaba de buena manera no solo para NSC sino también para HSC y se agrego el factor.

$$k_f = 2,55 - 0,2629 \sqrt{f'_c [MPa]} \geq 1,11 \quad (3.21)$$



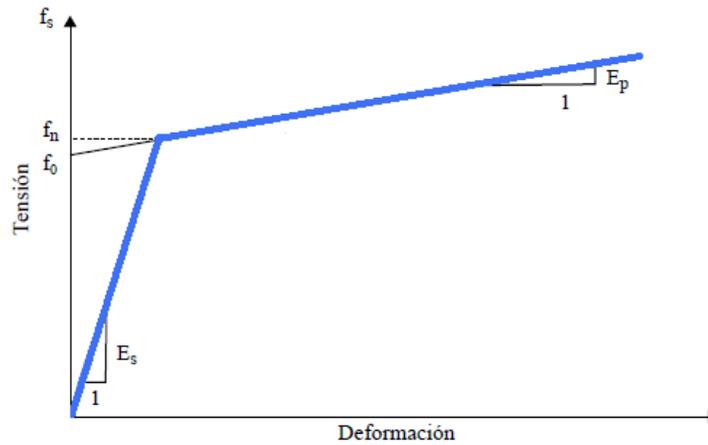
**Figura 3.9** Modelos de compresión reducidos de Vecchio y Collins en 1993

3.2.2.7. Collins y Porasz (1989): esta expresión surge al notar de los ensayos que los HSC son más sensibles a los esfuerzos transversales que los hormigones de baja resistencia.

$$\beta = \frac{1}{\left(0,8 - 0,34 \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}\right) (0,9 + 0,0045 f'_c [MPa])} \leq 1 \quad (3.22)$$

### 3.2.3 Modelo de comportamiento del acero de refuerzo.

El acero de refuerzo es modelado usando la curva biaxial propuesta por Belarbi & Hsu (1994). Este modelo posee dos rectas, la primera de pendiente  $E_s$  (módulo de elasticidad del acero) y la segunda con una pendiente expresada como una fracción de la pendiente inicial,  $E_p = bE_s$ , donde  $b$  representa el endurecimiento del acero después de la fluencia. Siguiendo las recomendaciones propuestas por Belarbi & Hsu (1994), la tensión y deformación de fluencia efectiva para barras embebidas en hormigón (intersección de la asíntota elástica y la de fluencia,  $f_n^*$  en la figura 3.10) es aproximadamente un 91% de la tensión y deformación de fluencia de barras aisladas. Si bien el modelo posee un comportamiento que permite modelar la degradación cíclica del acero, para el tipo de análisis a realizar sólo es relevante la rama monótonica de la curva.



**Figura 3.10** Ley constitutiva del acero de refuerzo (modelo biaxial)

Considerando que  $E_p=0.025E_s$  y que tanto  $E_p^*$  como  $f_n^*$  tienen una relación aproximadamente lineal con  $f_y^*$ , se tiene:

$$\text{si } f_s \leq f_n^* \quad f_s = E_s \varepsilon_s \quad (3.23)$$

$$\text{si } f_s > f_n^* \quad f_s = f_o^* + E_p^* \varepsilon_s \quad (3.24)$$

$$f_n^* = (0.93 - 2B)f_y \quad (3.25)$$

$$E_p^* = (0.02 + 0.25B)E_s \quad (3.26)$$

$$B = \frac{1}{\rho} \left( \frac{f_{cr}}{f_y} \right)^{1.5} \quad (3.27)$$

$$f_o^* = \frac{E_s - E_p^*}{E_s} f_n^* = (0.91 - 2B)f_y \quad (3.28)$$

Donde:

$f_{cr}$ : Es la tensión de inicio de fisuras del hormigón [MPa]

$f_y$ : La tensión de fluencia de la armadura [MPa]

$\rho$ : Es la cuantía de armadura en la dirección de la carga en el elemento de hormigón.

#### **4. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON BASE DE DATOS.**

Se detallará la base de datos utilizada, la cual está conformada por 182 ensayos y permitirá la verificación del modelo a implementar. Se analizará la sensibilidad y cómo influye la variación de los parámetros que configuran las vigas altas en la estimación de la capacidad al corte obtenidas por los modelos tipo panel implementados es esta memoria, en particular se considerarán las cuantías de armadura de corte y la armadura horizontal si existiesen, las propiedades geométricas y la resistencia del concreto. Los resultados obtenidos con el modelo se compararán con la capacidad obtenida en los ensayos de la base de datos. Posteriormente se analizará como afectan las diferentes modificaciones realizadas al modelo utilizado por Ulloa L. (2013) en muros cortos, con el objetivo de mejorar la estimación del comportamiento de las vigas.

##### **4.1. Descripción base de datos experimentales**

La base de datos está constituida por 182 ensayos, de los cuales 150 son con armadura transversal y 32 sin armadura transversal. Los trabajos utilizados para ensamblarla son de, H. A. de Paiva y C. P. Siess (1965), K. N. Smith y A. S. Vantsiotis (1982), Fung-Kew Kong, Peter J. Robins, David F. Cole (1970), K.H Tan., F.K. Kong, S. Teng y L.W. Weng, Guan L. (1995,97), Jung-Keun Oh y Sung-Woo Shin (2001), K-H Yang, H-S Chung, E-T Lee, H-C Eun (2003). Algunos de los antecedentes ya habían sido recopilados por Mau S. T. y Hsu T.T.C. (1987), investigación que permitió complementar los datos recopilados de los trabajos originales.

Todas las vigas que conforman la base de datos no son cargadas de manera axial, y son sometidas a pares de cargas equivalentes en la dirección transversal, las cuales son aplicadas a igual distancia desde los apoyos, generando una simetría respecto un eje transversal posicionado en la mitad de la viga. Esta simetría permite realizar una analogía entre la mitad de la viga y el muro en voladizo (curvatura simple).

Los datos de vigas las vigas utilizadas tienen distintas configuraciones en la disposición de cargas, relaciones de aspecto y propiedad de los materiales. La armadura de refuerzo vertical (transversal) va desde 0% a un 2.86%, la armadura de alma horizontal (longitudinal) va desde 0% a 3.17% y la armadura de borde para la flexión positiva va desde 0.52% a 2.58%, mientras que la armadura para flexión negativa va desde 0% a 0.92%. La fluencia en las barras va desde 287[MPa] a 804[MPa]. La resistencia a la compresión del hormigón va desde 16[MPa] a 86[MPa], de los cuales un 50% se pueden catalogar de alta resistencia (mayor a 25 [MPa]) mientras un 40% es mayor a 40 [MPa]. En cuanto a la relación de aspecto a/d, se tiene un rango que va desde 0.27 a 2.7.

Esta base de datos está conformada por grupos donde se congregan ensayos de características similares, y que además contienen en algunos casos la curva de carga desplazamiento obtenida durante el ensayo y el modo de falla que tuvieron experimentalmente. De igual modo se describen aquellas complicaciones o ensayos defectuosos de la muestra. Notar también que los ensayos seleccionados se caracterizan por fallar por cizalle (corte en el alma) y no por flexión, según lo estipulado por los autores de las publicaciones consideradas en la conformación de la base de datos.

## 4.2. Resultados y comparación de parámetros estadísticos de modelos de ángulo fijo.

Con las consideraciones geométricas de la viga, la manera de conocer la capacidad a corte por flexión y la forma de estimar el tipo de falla de la viga, expuestas en el capítulo 3, se obtienen los siguientes resultados para los tres modelos de ángulo fijo, considerando las expresiones 2.28 a la 2.33.

En la tabla 4.1 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.1** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo, con capacidad experimental para modelo Ulloa L. (2013)

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.91	0.92
	Desviación estándar	0.27	0.28	0.28
vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.86	0.88	0.90
	Desviación estándar	0.31	0.29	0.29
	Numero de ensayos	120	91	91
vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.94	0.94
	Desviación estándar	0.18	0.27	0.27
	Número de ensayos	62	91	91

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 13% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

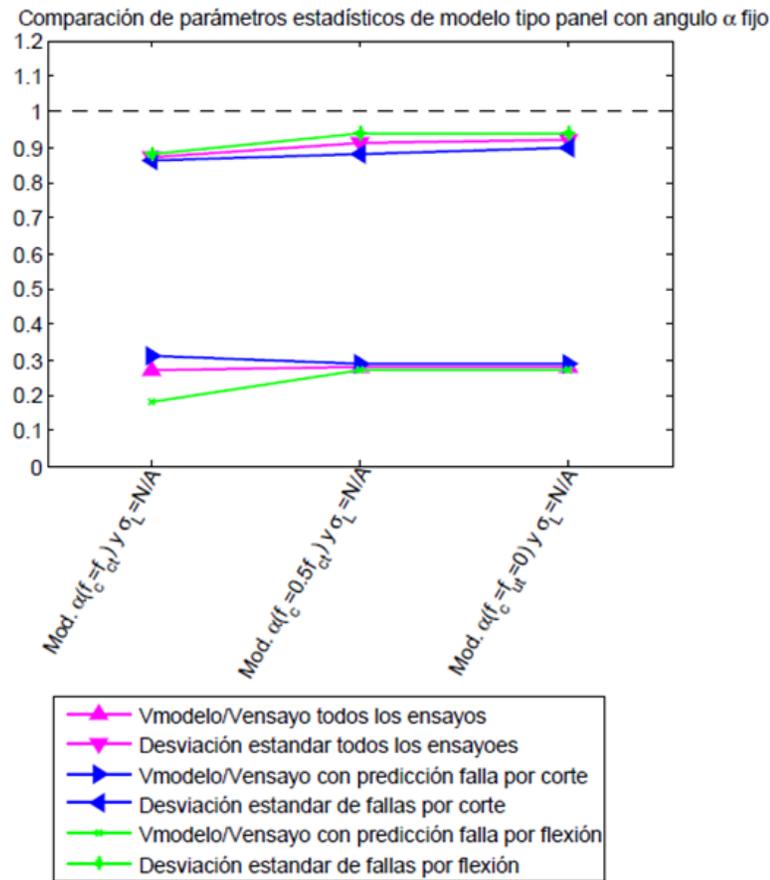
El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 9% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 50% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  es el que predice de mejor manera la capacidad al corte, alcanzando un promedio del 92% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria. Por otro lado, sigue prediciendo que un 50% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

Aunque para los tres modelos se tienen resultados similares, para el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  y el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ , los resultados son mejores, sobrepasando el 90% de la capacidad estimada versus la experimental considerando la totalidad de los ensayos. Además, los modelos  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  tienen una menor dispersión de las fallas por corte. Sin embargo, para estos dos modelos la dispersión de las vigas que fallan por flexión es mayor, lo que indica que tendrían una peor predicción del tipo de falla comparativamente con el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ .

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  es aquel que predice la capacidad de las vigas que fallan por corte de mejor manera, alcanzado un 90% de la capacidad, siendo este último el modelo que tiene los valores promedio más cercanos a 1.

De manera gráfica es posible resumir los resultados expuestos en la tabla 4.1, para de este modo tener una visión general de los modelos implementados en la primera instancia de este trabajo. En la figura 4.1, se muestran los parámetros estadísticos para cada modelo implementado y de él es posible desprender que para los modelos de ángulo fijo, donde el ángulo se fija a un nivel de carga superior, la subestimación de la capacidad de las vigas altas es menor.

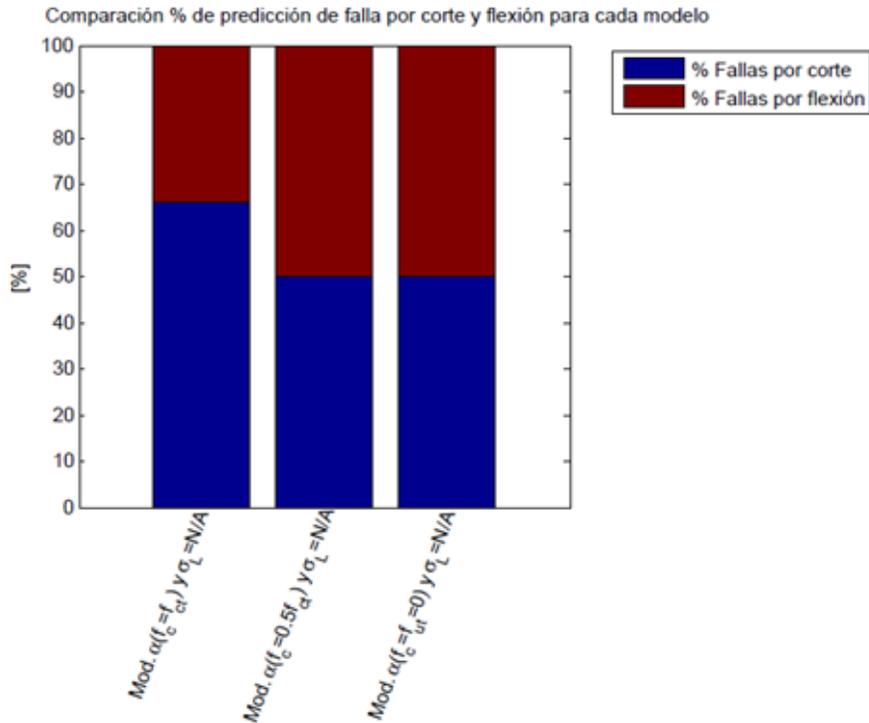


**Figura 4.1** Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel modificado con ángulo fijo Ulloa L. (2013)

Si se contrastan estos resultados con la figura 2.7, es posible notar que los modelos se comportan de manera inversa a lo esperado, por lo tanto, que la capacidad óptima estuviese cuyo se asocia la fijación del ángulo de falla a un nivel de tensión  $f_{ct}$ , no es cumple.

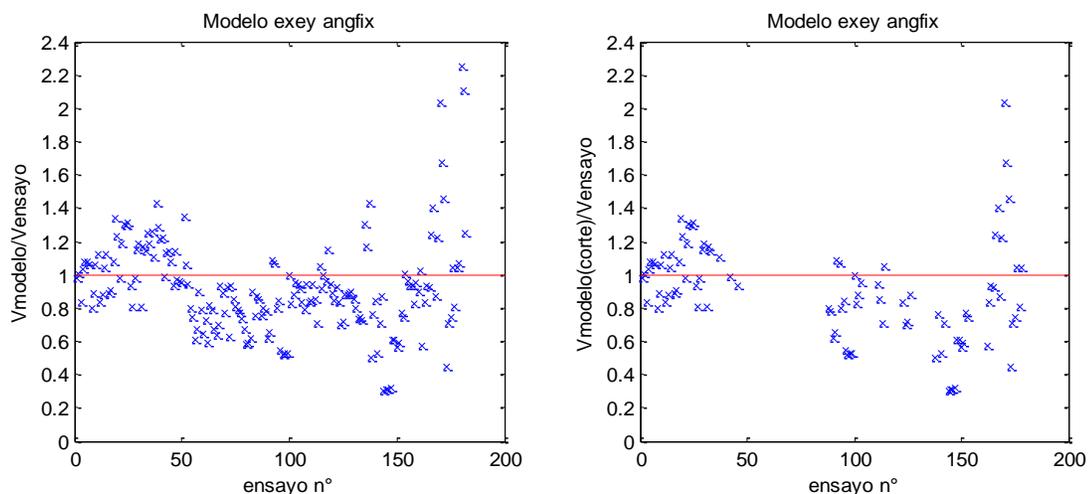
Además, para el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  es el corte el que controla el comportamiento de la viga mayoritariamente (mayor número de vigas fallan por corte), esto se ve reflejado en la figura 4.2. Este comportamiento del modelo se debe a que es aquel que predice un menor valor promedio de la capacidad al corte de las vigas altas. En consecuencia, al estimar que una mayor cantidad de vigas fallan por corte (menor cantidad falla por flexión), se produce la disminución en la desviación estándar de las vigas que fallan por flexión, alcanzando el valor de 0.19, el menor de los tres modelos.

Por otro lado, si se observa exclusivamente la figura 4.2, la cantidad de vigas altas con predicción de falla por corte es distinta para el modelo que fija su ángulo de falla en  $f_{ct}$ , siendo de un 15% más que para los otros modelos, considerando la base de datos de 182 ensayos.



**Figura 4.2** Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada modelo de ángulo fijo Ulloa L. (2013)

Para representar el comportamiento del modelo en la estimación de la capacidad para cada uno de los ensayos y conocer cuáles de ellos fallan por corte, se muestra la figura 4.3 donde se expone el modelo de ángulo fijo  $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$  y  $\sigma_L = N/A$ . En el anexo se encontrarán los comportamientos de los otros modelos, sin embargo, son muy similares.

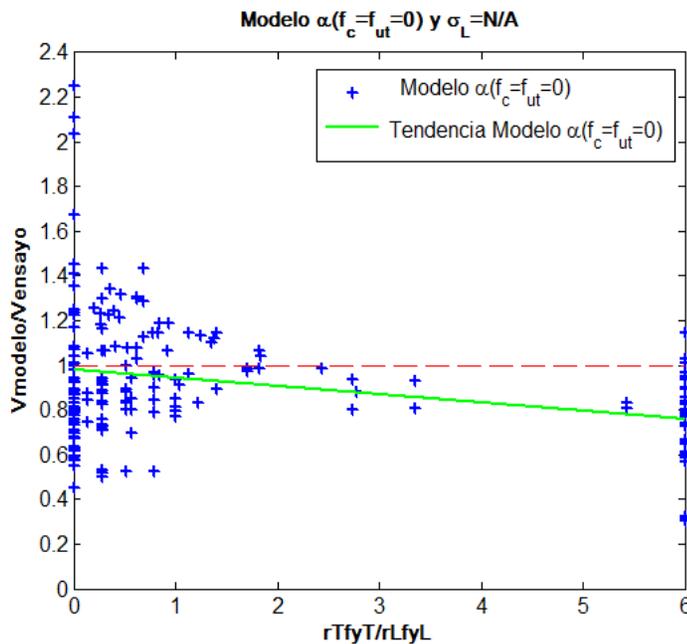


**Figura 4.3** Predicción del modelo de ángulo fijo  $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$  y  $\sigma_L = N/A$  para cada uno de los ensayos

Cabe destacar una deficiencia de los modelos de ángulo fijo implementados, ya enunciada por Ulloa L. (2013), y que hace relación con que los modelos no capturan el parámetro de la cuantía de la armadura en la dirección transversal, ya que en la formulación no es incorporada, debido a que el equilibrio que se impone es en el sentido longitudinal, y por ende es la armadura horizontal del alma la que se considera, mientras que la determinación del ángulo del puntal de compresión no depende de la armadura en ninguno de los casos.

La figura 4.4 muestra como es la tendencia del modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  en función de la razón entre las cantidades de armadura transversal y longitudinal distribuida. Cuando la armadura longitudinal no existe se impone un valor de 6 a la razón considerando de este modo la máxima razón posible.

El modelo subestima la capacidad de las vigas, sin embargo, se observa que el modelo tiende a subestimar de mayor manera aquellos ensayos donde la cantidad de armadura transversal es mayor, mientras que cuando la cantidad de acero vertical es menor que la cantidad de acero longitudinal (valores menores a 1) el modelo subestima de manera muy somera la capacidad. El modelo tiene los mejores resultados cuando no existe la armadura vertical, lo cual representa que la predicción de la capacidad es mejor de lo esperado, ya que como se menciono anteriormente, el modelo no considera la armadura transversal en su análisis, sin embargo, igual se logra capturar de buena manera este parámetro. Se analizara con más detalle en el punto 4.6.



**Figura 4.4** Sensibilidad al parámetro  $\rho_t f_t / \rho_L f_L$

Por lo anterior la armadura longitudinal es aquella que tiene mayor trascendencia en el comportamiento, y mientras mayor es su cantidad mejor es el resultado que se obtiene, esta importancia es recogida por la ACI quienes consideran la armadura del alma longitudinal para estimar la capacidad de las vigas altas. Estas cualidades y características de las armaduras ya eran estudiadas por Kong, en 1970, quien concluye que para a/d bajos la armadura longitudinal es más influyente en la capacidad de las vigas altas, mientras para a/d mayores la armadura transversal es más importante.

### 4.3. Análisis cambio de modelo de tracción del hormigón.

Con la finalidad de encontrar resultados más precisos se cambió el modelo a la tracción del hormigón de Gupta y Rangan y se aplicó el modelo de Belarbi y Hsu. Manteniendo el modelo de compresión de Zhang y Hsu.

**Tabla 4.2** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo comportamiento a tracción del hormigón Belarbi y Hsu (1994))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.78	0.82	0.83
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.71	0.76	0.76
	Desviación estándar	0.29	0.31	0.3
	Numero de ensayos	121	118	114
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.92	0.93	0.95
	Desviación estándar	0.2	0.21	0.22
	Número de ensayos	61	64	68

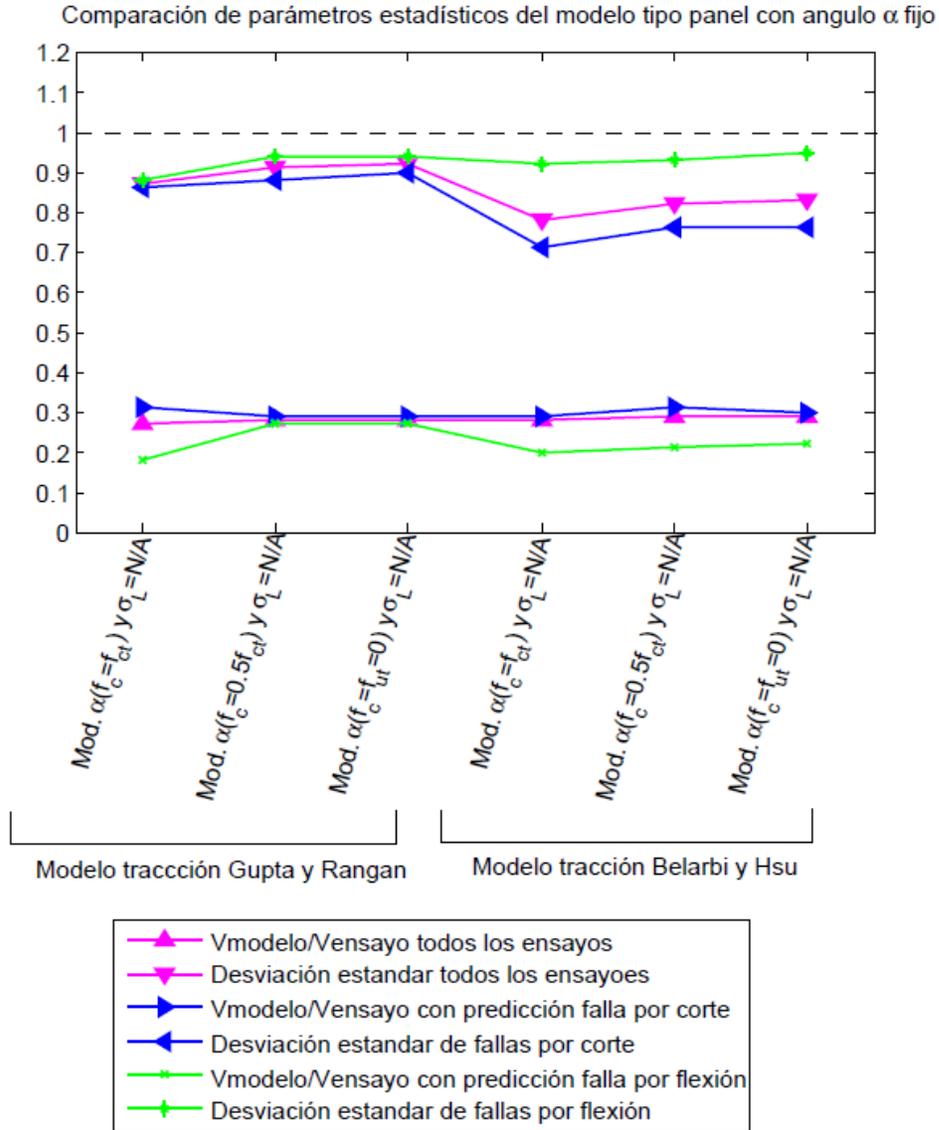
El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 22% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 18% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 65% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 17% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 63% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

En la figura 4.5 se grafican los parámetros estadísticos para cada modelo implementado, y es posible desprender que en términos de promedio los modelos que utilizan la curva a tracción propuesta por Belarbi y Hsu subestiman la capacidad de las vigas altas en mayor medida que los modelos que utilizan la curva a tracción propuesta por Gupta y Rangan, por lo tanto, la curva propuesta por Gupta y Rangan permite predecir de mejor manera la capacidad de la base de datos, teniendo un promedio sobre el 0,87 para los tres modelos, mientras que el modelo con la curva propuesta por Belarbi y Hsu, solo alcanza un máximo en su predicción de 0,83.

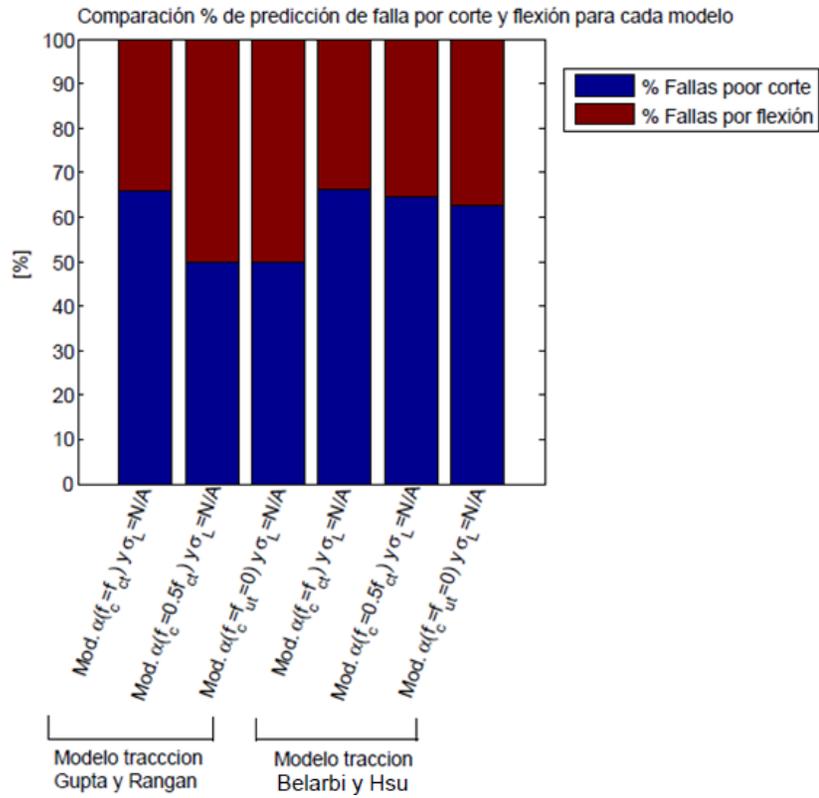
Si se analizan las dispersiones, en general estas se mantienen estables para los modelos con la curva a tracción de Gupta y Rangan como con la de Belarbi y Hsu (en torno a un 0,27), sin embargo, para estos últimos modelos las vigas que se estiman fallaran por flexión tienen una dispersión bastante menor comparativamente, por lo tanto, el modelo de Belarbi y Hsu permite estimar de mejor manera el tipo de falla que tendrán las vigas.



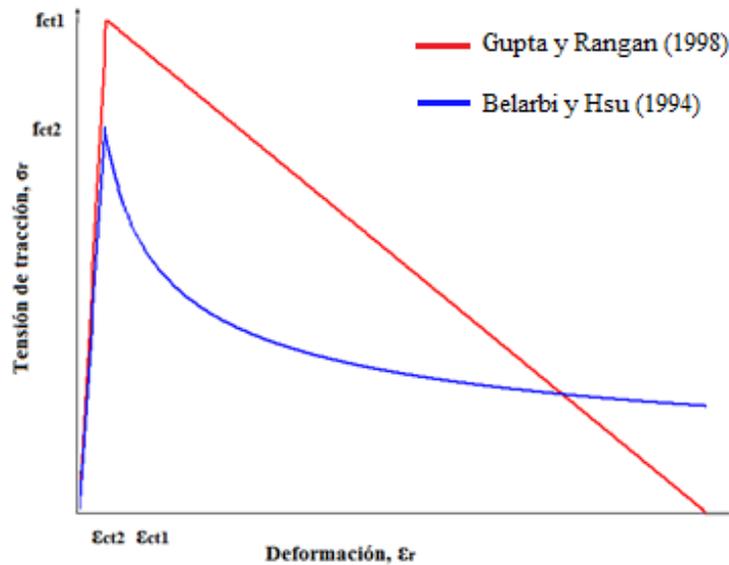
**Figura 4.5** Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel con ángulo fijo y modelo comportamiento a tracción del hormigón modificado.

La cantidad de vigas con predicción de fallas de corte es muy similar para todos los modelos que utilizan el comportamiento de Belarbi y Hsu, teniendo un promedio de 65% de la base de datos de 182 ensayos. De igual manera a lo sucedido con el modelo de Gupta y Rangan el modelo de ángulo fijo que predice un mayor número de fallas por flexión es el  $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$  y  $\sigma_L = N/A$ , ya que es el modelo que tiene un valor mayor en el promedio de predicción de la capacidad al corte de las vigas (Figura 4.6 y 4.5). Se mantiene invariante que, mientras mayor es el nivel de carga al cual se fija el ángulo del puntal, mejor es la predicción del modelo.

La subestimación que se obtiene con la aplicación del nuevo modelo se debe a que al aplicar el modelo de Belarbi y Hsu, la nueva definición de los parámetros, en particular del  $f'_{ct}$ ,  $E_c$  y  $\epsilon_{ct}$  (ecuaciones 3.3 y 3.4), genera que la capacidad del hormigón armado a tracción disminuye su capacidad máxima considerablemente en comparación con la capacidad que se determinó con el modelo de Gupta y Rangan como se aprecia en la figura 4.7. Además esta característica indica que un número considerable de ensayos falla por tracción del hormigón.

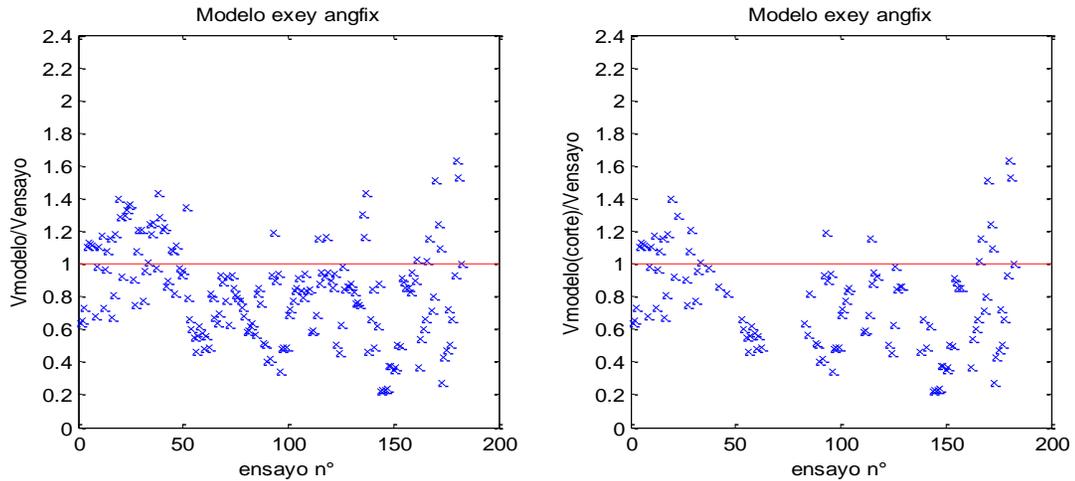


**Figura 4.6** Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada modelo y modelo comportamiento a tracción del hormigón modificado.

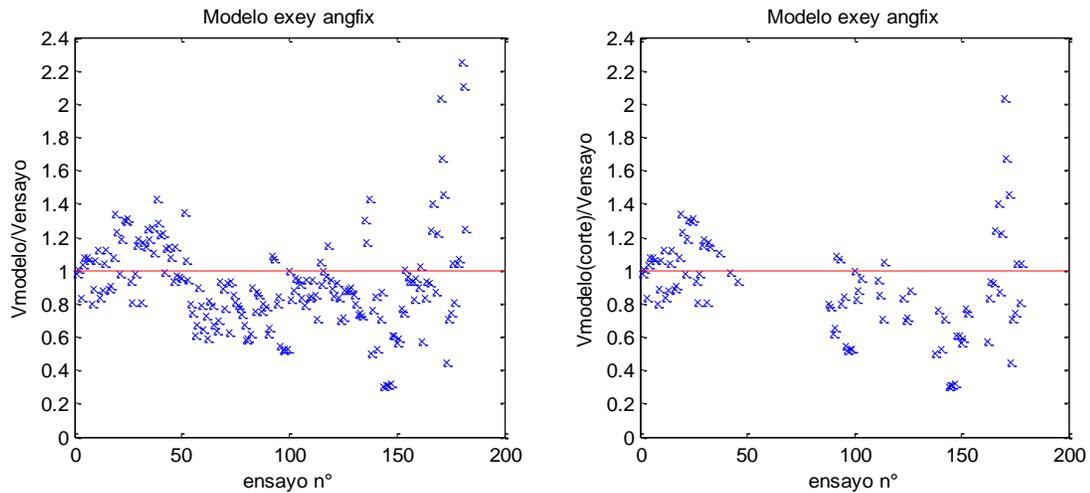


**Figura 4.7** Comparación curvas comportamiento a tracción del Hormigón armado.

Comparando la figura 4.3 con la 4.8 donde se representa la estimación de la capacidad para cada uno de los ensayos y además se compara cuáles de ellos fallan por corte, considerando el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ , es posible apreciar que el modelo de Belarbi y Hsu, a pesar de tener mayor dispersión para la totalidad de los ensayos (también considerando los ensayos que fallan por corte), enmarca sus resultados de estimación en el rango 0.2-1.7, mientras que el modelo de Gupta y Rangan con menor dispersión enmarca sus resultados entre 0.3 y 2.3, lo que corrobora la mejor predicción del tipo de falla asociada al modelo de Belarbi y Hsu.



**Figura 4.8** Predicción del modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  para cada uno de los ensayos (modelo a tracción de Belarbi y Hsu)



**Figura 4.3 (repetición)** Predicción del modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  para cada uno de los ensayos

#### 4.4. Análisis cambio de modelos de degradación de la capacidad del hormigón.

Ahora se procedió a la utilización de diferentes métodos para considerar la degradación del hormigón, considerando los tres modelos de ángulo fijo utilizados anteriormente y manteniendo el modelo a tracción de Gupta y Rangan (1998) para todos los modelos, ya que, se obtuvo mejores resultados como se observó en los gráficos anteriores (análisis 4.3).

En los primeros de ellos se continúa utilizando la curva de Hognestad para la compresión del hormigón pero para los segundos se utilizará la curva de Thorenfeldt. La utilización de uno u otra curva para representar el comportamiento a compresión del hormigón está relacionado con el factor de reducción ( $\xi$  o  $\beta$ ) respectivamente asociado, y por ende con el modelo utilizado.

##### 4.4.1. Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, 1982.

En la tabla 4.3 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental y, la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.3** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, (1982))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.93	0.94
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.88	0.91
	Desviación estándar	0.32	0.28	0.29
	Numero de ensayos	120	92	89
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.97	0.97
	Desviación estándar	0.17	0.29	0.28
	Número de ensayos	62	90	93

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 13% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte. Igual al modelo de Ulloa L. (2013) para ese nivel de carga.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 7% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 51% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice que la capacidad al corte en un promedio del 94% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria. Por otro lado, sigue prediciendo que un 49% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

#### 4.4.2. Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, 1986.

Este modelo es una simplificación del modelo anterior. En la tabla 4.4 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.4** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, (1986))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.93	0.94
	Desviación estándar	0.27	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.89	0.91
	Desviación estándar	0.31	0.29	0.3
	Numero de ensayos	121	87	84
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.96	0.96
	Desviación estándar	0.18	0.28	0.28
	Número de ensayos	61	95	98

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 12% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 7% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 48% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 94% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 46% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

#### 4.4.3. Modelo degradación hormigón, Miyahara 1988.

En la tabla 4.5 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 12% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 64% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

**Tabla 4.5** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Miyahara, (1988))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.92	0.93
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.88	0.89
	Desviación estándar	0.32	0.29	0.29
	Numero de ensayos	117	92	89
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.89	0.97	0.97
	Desviación estándar	0.18	0.29	0.28
	Número de ensayos	65	90	93

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 8% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 51% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 93% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 49% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

#### 4.4.4. Modelo degradación hormigón, Shirai y Noguchi (1989) Mikame (1991).

En la tabla 4.6 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.6** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Shirai y Noguchi (1989) Mikame (1991))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.92	0.93
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.9	0.89
	Desviación estándar	0.32	0.29	0.29
	Numero de ensayos	115	94	88
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.9	0.96	0.97
	Desviación estándar	0.2	0.28	0.28
	Número de ensayos	67	88	94

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 12% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 63% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 8% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 52% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 93% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 48% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

#### 4.4.5. Modelo degradación hormigón, Ueda 1991.

En la tabla 4.7 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.7** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Ueda, (1991))

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.86	0.91	0.92
	Desviación estándar	0.27	0.27	0.28
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.85	0.89	0.9
	Desviación estándar	0.3	0.28	0.28
	Numero de ensayos	120	103	95
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.93	0.94
	Desviación estándar	0.17	0.27	0.27
	Número de ensayos	62	79	87

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 14% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 9% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 57% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 92% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 52% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

Los modelos que se utilizan a continuación utilizan la curva de Thorenfeldt para el comportamiento a compresión del hormigón. Asociada a ello en primera instancia se utilizó el modelo de Belarbi y Hsu (1994) para la tracción, pero como los resultados no fueron mejorados como se mostro anteriormente se continuó utilizó la curva a tracción del hormigón de Gupta y Rangan (1998).

#### 4.4.6. Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins Modelo A.

En la tabla 4.8 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.8** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, Modelo A)

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.85	0.89	0.9
	Desviación estándar	0.26	0.26	0.26
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.85	0.87	0.89
	Desviación estándar	0.29	0.25	0.26
	Numero de ensayos	131	106	100
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.86	0.92	0.92
	Desviación estándar	0.16	0.28	0.27
	Número de ensayos	51	76	82

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 15% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 72% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 11% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 58% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 90% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 55% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte

#### 4.4.7. Modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins Modelo B.

En la tabla 4.9 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental, y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

**Tabla 4.9** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Vecchio y Collins, Modelo B)

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.92	0.94
	Desviación estándar	0.27	0.29	0.29
Vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.89	0.91
	Desviación estándar	0.31	0.29	0.3
	Numero de ensayos	121	89	86
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.96	0.97
	Desviación estándar	0.18	0.28	0.28
	Número de ensayos	61	93	96

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 12% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 66% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 8% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 49% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 94% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 47% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte

#### 4.4.8. Modelo degradación hormigón, Collins y Porasz (1989).

En la tabla 4.10 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental y la desviación estándar para una base de datos de 182 ensayos.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 11% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 65% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  subestima la capacidad al corte de las vigas altas en un 7% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 51% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte.

El modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  predice la capacidad al corte en un promedio del 94% de la capacidad al corte obtenida en los ensayos de la base de datos de esta memoria, siendo el modelo de menor subestimación de la capacidad. Por otro lado, predice que un 48% de las vigas altas de la base de datos tendrá una falla por corte

**Tabla 4.10** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (modelo degradación hormigón, Collins y Porasz (1989))

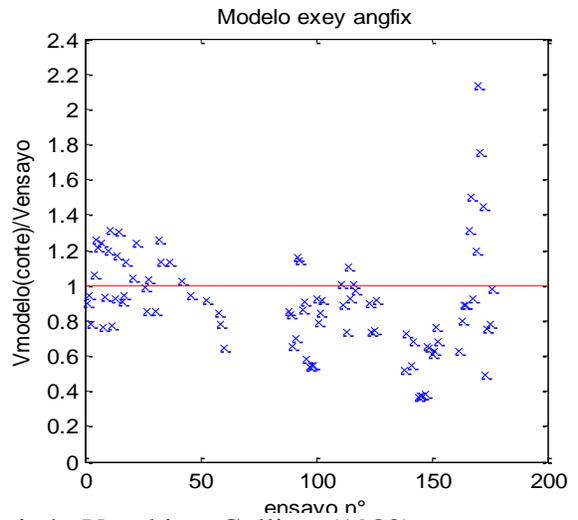
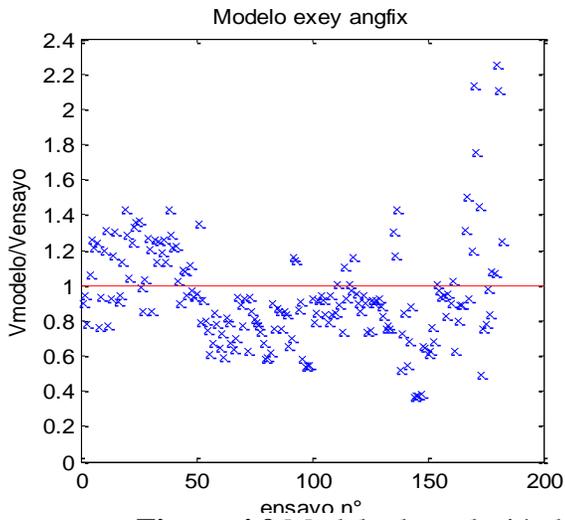
	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0.5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.89	0.93	0.94
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.9	0.91
	Desviación estándar	0.32	0.29	0.3
	Numero de ensayos	118	93	88
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.9	0.96	0.97
	Desviación estándar	0.2	0.28	0.28
	Número de ensayos	64	89	94

#### 4.4.9. Análisis global y Comparación de parámetros estadísticos de todos los modelos implementados para estimar la degradación de la capacidad del hormigón a compresión.

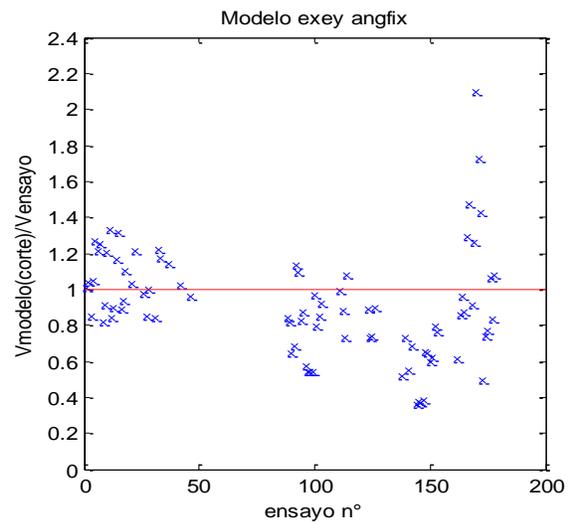
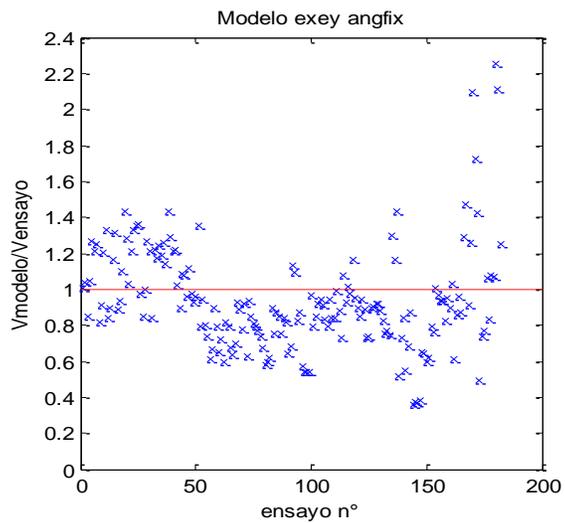
En las figuras que se muestran a continuación (figura 4.9 a 4.15) se grafica la relación de la capacidad predicha por el modelo versus la determinada en los ensayos para las 182 vigas altas que conforman la base de datos ensamblada para esta memoria. Además en paralelo se observa para cada modelo la misma relación pero solo de aquellos ensayos que se predijo tendrían una falla por corte.

De esta manera se complementa la información ya entregada en las tablas, sin embargo, permite entender de manera visual la dispersión para cada modelo. Se eligió, para ser graficado, el modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ , ya que es el que presenta una mejor estimación de la capacidad predicha para todos los ensayos, aunque no necesariamente es aquel con menor dispersión, como se apreciará en los gráficos presentados más adelante.

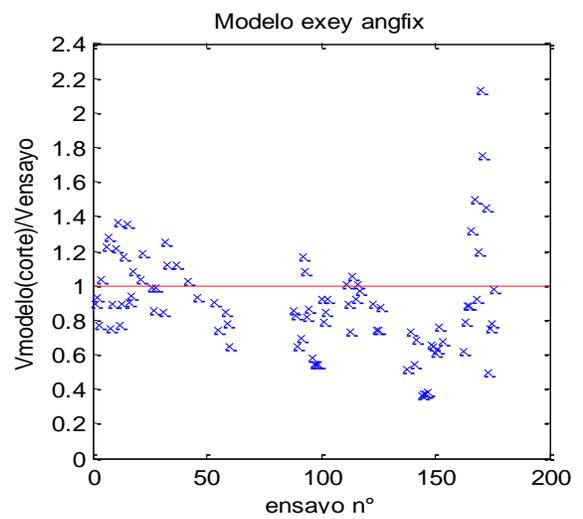
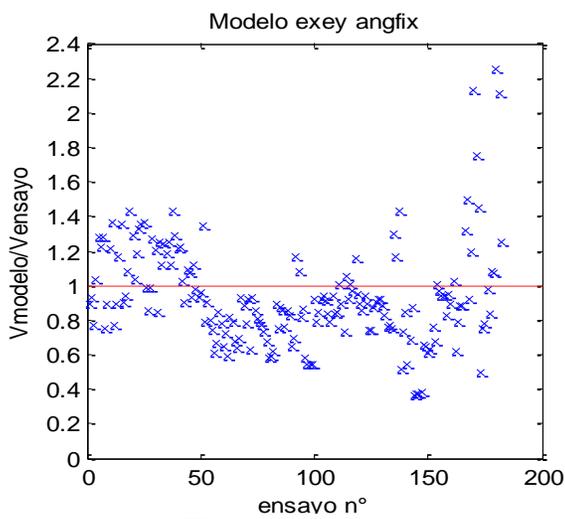
En las figuras 4.9 a 4.15, es posible notar que para algunos ensayos donde se estima de mayor manera la capacidad de corte, llegando a sobrestimar la capacidad alcanzada experimentalmente inclusive en el doble, su falla sigue siendo estimada de corte. Es por esto que se pretende conocer que particularidades tienen estos ensayos, para ello se analizan los distintos parámetros que influyen en el modelo (tendencias generales 4.6), buscando una falta de calibración del modelo o si se produjo una falla precipitada durante su ensayo o si hubo una mala captura de las propiedades. Algo similar se pretende desprender de aquellos ensayos cuya estimación es menor a 0.5.



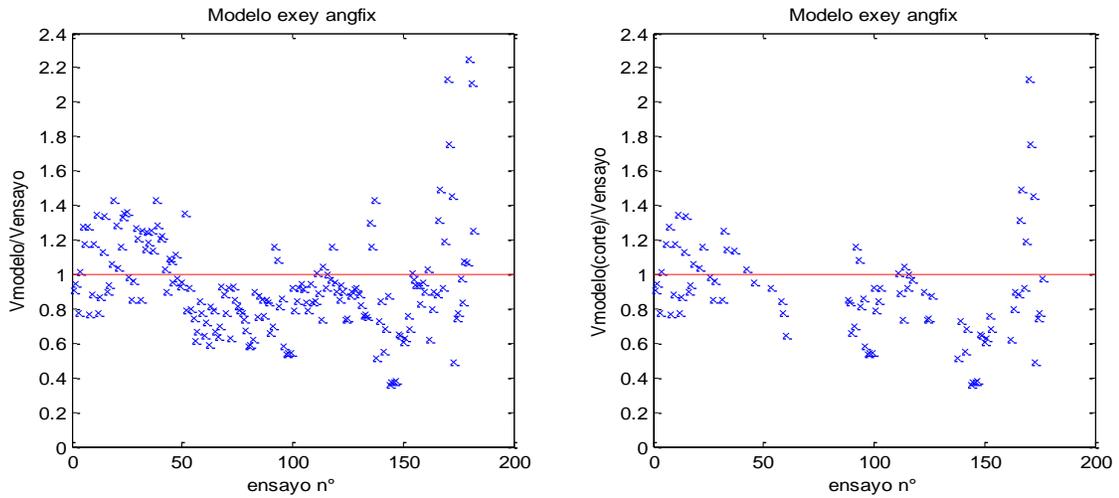
**Figura 4.9** Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins, (1982).



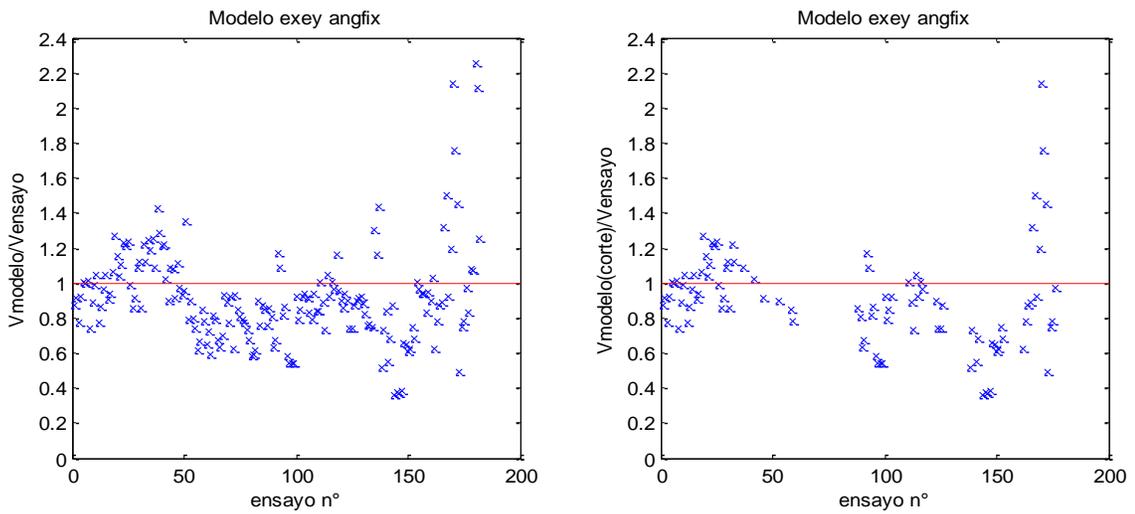
**Figura 4.10** Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins, (1986).



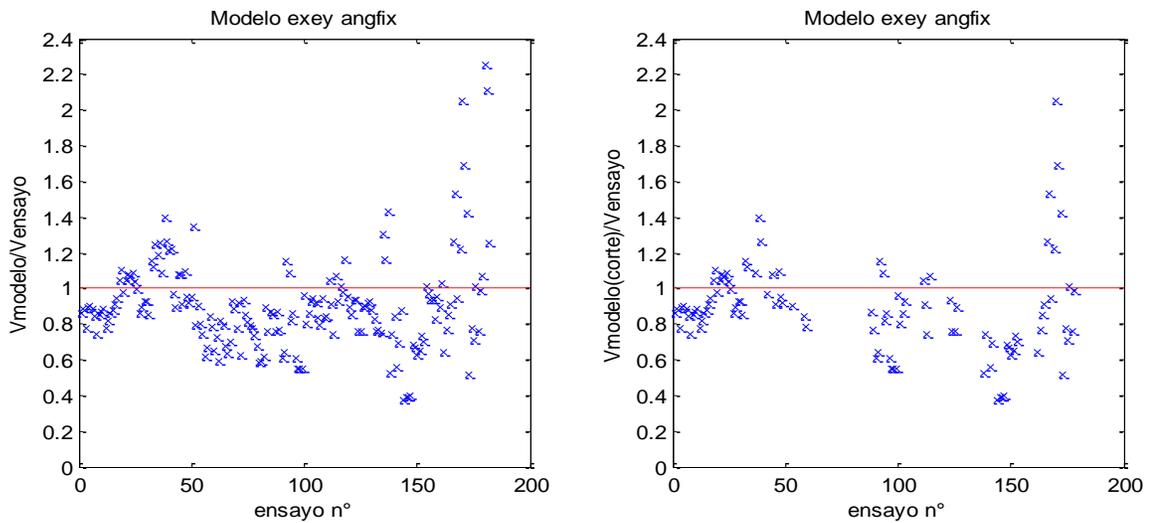
**Figura 4.11** Modelo degradación hormigón Miyahara, (1988).



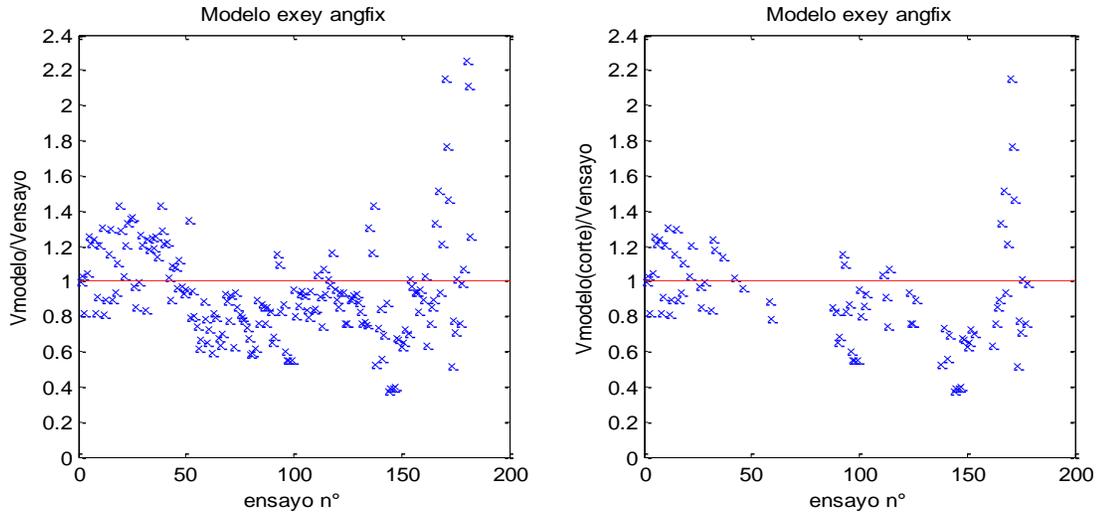
**Figura 4.12** Modelo degradación hormigón Shirai y Noguchi (1989), Mikame (1991).



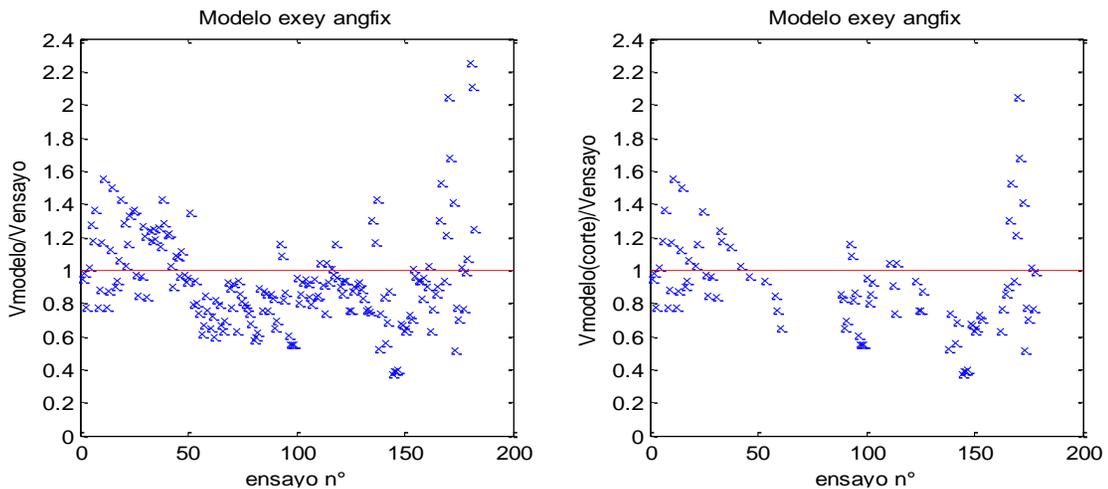
**Figura 4.13** Modelo degradación hormigón Ueda, (1991).



**Figura 4.14** Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins. Modelo A.



**Figura 4.15** Modelo degradación hormigón Vecchio y Collins. Modelo B.

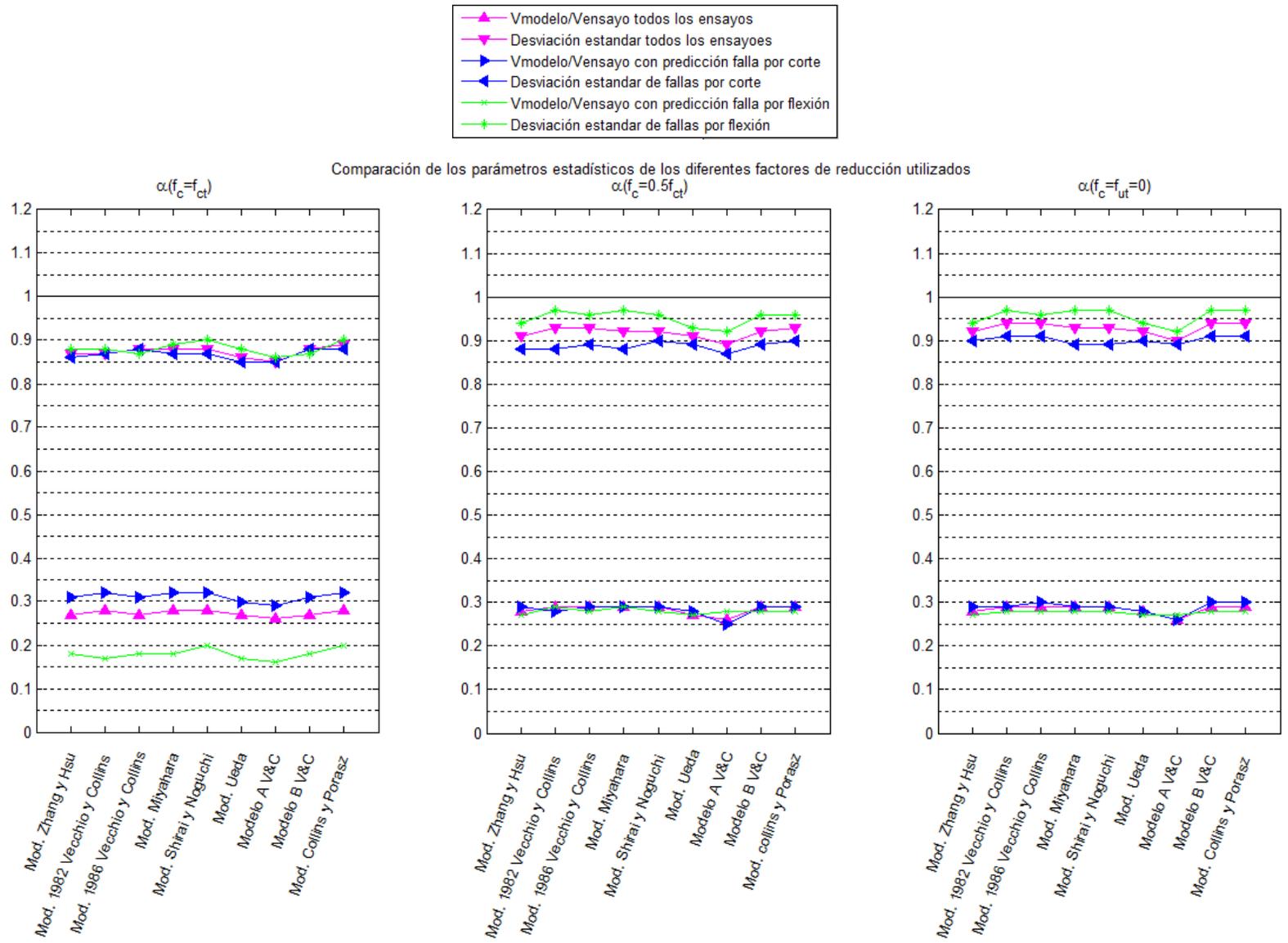


**Figura 4.16** Modelo degradación hormigón de Collins y Porasz (1989).

En la figura 4.17 se resumen los resultados mostrados en los puntos anteriores, para tener una visión general de los modelos implementados en esta memoria, en particular la influencia de los distintos factores de reducción de la capacidad a compresión del hormigón utilizados.

Los parámetros estadísticos permiten desprender que de manera global los modelos de ángulo fijo para los distintos modelos de degradación, subestiman la capacidad al corte de las vigas altas de H.A., pero cuando se fija el ángulo de falla a un nivel de tensión superior, en general se obtienen mejores estimaciones de la capacidad de corte (valores cercanos a 1).

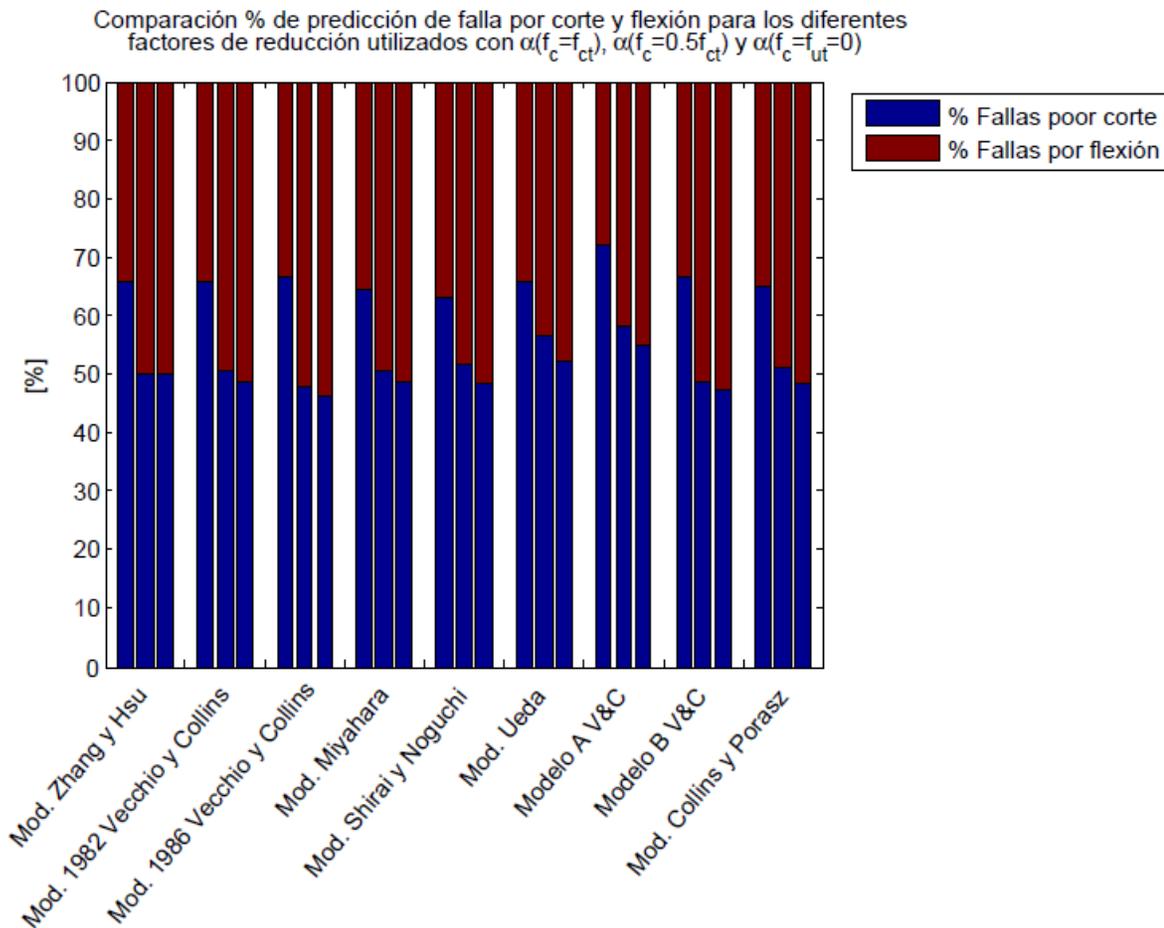
Por otro lado, la desviación estándar es similar para los modelos que fijan el ángulo a niveles de carga superiores. Mientras que, cuando se fija el ángulo del puntal al nivel de tensión  $\sigma_r = f_{ct}$ , es decir, cuando se inician las fisuras, es posible apreciar la considerable disminución de la desviación estándar de los ensayos que se predice fallaran por flexión, siendo de este modo el modelo que mejor estima el tipo de falla que se tendrá.



**Figura 4.17** Comparación parámetros estadísticos para los diferentes factores de reducción utilizados.

La mirada global de los resultados en la figura 4.17 permite notar que el Modelo A, propuesto por Vecchio y Collins para determinar la degradación en la capacidad a compresión del hormigón, es aquel que genera una desviación estándar menor para los tres niveles de tensión a los cuales se fija el ángulo del puntal. Esta desviación estándar menor es observable tanto para los ensayos que fallan por flexión como los que fallan por corte, por lo tanto, el Modelo A es aquel que tiene una mejor predicción del tipo de falla que tendrán los ensayos. Sin embargo, el modelo A, es el que subestima de mayor manera la capacidad de las vigas en todos los niveles estudiados. Además, en la figura 4.18 se observa que para este modelo, un promedio del 60% de las vigas fallará por corte, siendo el que más fallas de este tipo pronostica, debido posiblemente, a que también es el que menor capacidad al corte estima para las vigas.

El modelo A de Vecchio y Collins tiene la particularidad que al igual que el modelo de Zhang y Hsu, considera no solo las deformaciones transversales al eje de compresiones ( $\epsilon_r$ ) en el cálculo del factor de degradación, sino que también considera la capacidad a compresión del hormigón ( $f'_c$ ), y adiciona la utilización de la curva de Thorenfeldt como base para la compresión, y esta curva permite entender de mejor manera el comportamiento de los HSC, que conforman cerca a 40% de la base de datos.



**Figura 4.18** Comparación % de predicción de falla y flexión para los diferentes factores de reducción utilizados

La degradación del hormigón propuesta por Vecchio y Collins (1986), en conjunto con el Modelo B de Vecchio y Collins son los menos severos al estimar la capacidad al corte. Esto se aprecia en la figura 4.18 ya que son donde menor número de fallas por corte se cuantifican. En ambos modelos la reducción se aplica solo para la capacidad de compresión ( $f'_c$ ) y no para la deformación asociada ( $\epsilon_0$ ).

Si se pretende determinar el modelo que conjugue tanto una buena respuesta de predicción de la capacidad como una buena predicción del tipo de falla que tendrá la viga alta, se puede elegir el modelo de Vecchio y Collins de 1982 como el modelo de Ueda 1991. Ambos modelos entregan una buena estimación de la capacidad de las vigas (sobre el 90), con una desviación estándar de 0.28 aproximadamente.

El modelo de Ueda (1991) en todos los parámetros tiene mejor comportamiento que el modelo utilizado originalmente para considerar la degradación, un punto importante es que el 40% de los ensayos son considerados HSC por ende este modelo al estar calibrado para este tipo de hormigones, permite predecir globalmente de mejor manera el comportamiento de las vigas ensayadas. Además es el modelo que estima una mayor cantidad de vigas que fallan por corte sin aumentar la desviación estándar, por lo tanto, se considera a Ueda como el modelo que predice de mejor manera el comportamiento de las vigas en esta sección de la memoria.

#### 4.5. Análisis cambio de modelo de comportamiento del acero

En la tabla 4.10 se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta del modelo con la respuesta obtenida empíricamente. Estos parámetros son la razón promedio entre la capacidad teórica y la capacidad experimental y la desviación estándar para una base de datos de 179 ensayos. Cabe destacar que 3 especímenes de la base de datos original impidieron la solución del algoritmo, por lo tanto, para obtener los resultados no fueron considerados.

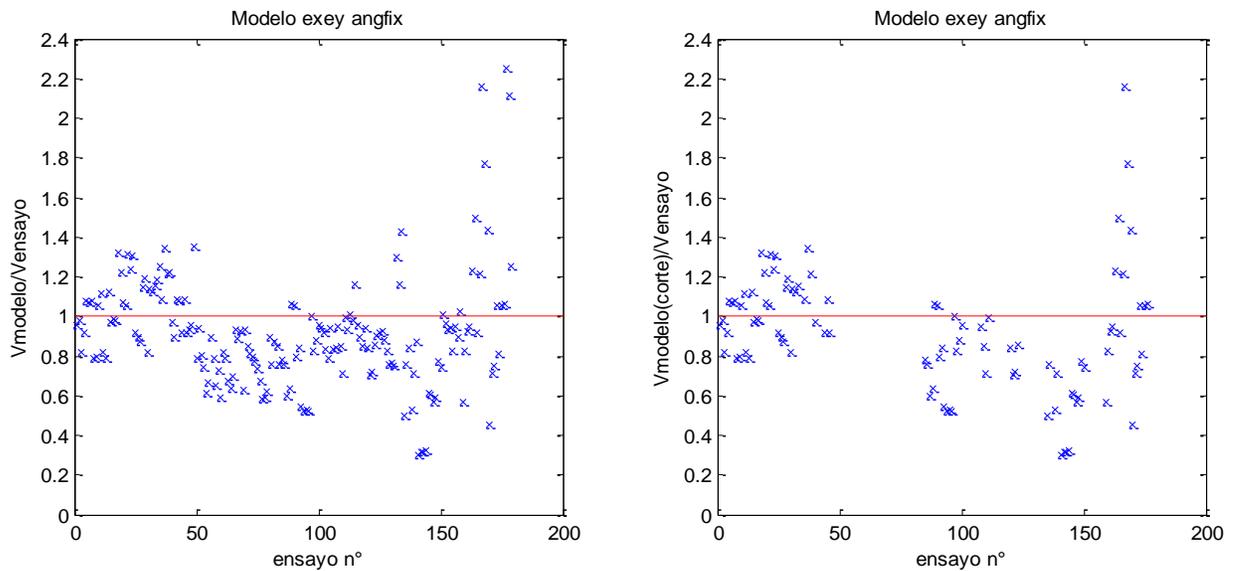
**Tabla 4.11** Comparación capacidad al corte de modelos de ángulo fijo con capacidad experimental (cambio de modelo de comportamiento del acero)

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0,85	0,9	0,91
	Desviación estándar	0,27	0,28	0,28
vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0,85	0,89	0,91
	Desviación estándar	0,31	0,29	0,3
	Numero de ensayos	119	97	96
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0,87	0,92	0,92
	Desviación estándar	0,17	0,27	0,27
	Número de ensayos	60	82	83

Como se mencionó, la ley constitutiva del acero en tracción de Belarbi y Hsu (1994), estudia la redistribución de esfuerzos que se produce entre acero y hormigón cuando se inician las fisuras del hormigón, lo que no es posible suponer si no hay acero longitudinal en la sección, esto ocurre en una gran cantidad de vigas que conforman la base de datos. Un 37% de los datos no cuenta con ella (En cuanto a la armadura transversal, un 27% de los ensayos no tiene).

Considerando lo anterior se esperaría que el modelo no entregase una mejora significativa en los resultados estadísticos, tanto para la predicción de la capacidad al corte de vigas altas, como para la determinación del tipo de falla que tienen las vigas, lo cual efectivamente ocurre y, el modelo aunque tiene una buena predicción de las capacidades y está asociado una desviación estándar de 0.28, los resultados son similares a los del modelo original.

Como se aprecia en la figura 4.19 se obtiene dispersiones similares a las anteriores, pero esta vez se considera que un mayor número de vigas son las que fallan por corte, en comparación con el modelo original. Esta característica se asemeja más a lo esperado, donde se estima por lo enunciado en los trabajos de donde se recopilaron los ensayos, que la mayoría de las vigas fallan por corte.



**Figura 4.19** Modelo de tracción del acero Belarbi y Hsu (1994).

Como no hay cambios importantes en el comportamiento de respuesta del modelo asociados a las diferentes modificaciones realizadas, se continúa trabajando con las leyes de los materiales enunciadas en primera instancia por el modelo original.

## 4.6. Tendencias generales

A continuación se analizan y comparan las tendencias generales de los modelos con respecto a los diferentes parámetros característicos de las vigas de hormigón armado, como son la relación de aspecto, la cuantía de acero trasversal y longitudinal, la capacidad de compresión del hormigón, la reducción de la capacidad a compresión del hormigón y el nivel de tensión de corte vista en las vigas durante los ensayos, de esta manera se pretende conocer la sensibilidad de los modelos a los diferentes parámetros estudiados.

Para cada parámetro estudiado se graficará la razón entre la capacidad que se predice y la capacidad experimental en función del parámetro para el modelo de ángulo fijo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " estudiada originalmente, es decir, el modelo tipo panel modificado por Ulloa L. (2013) considerando la fijación del ángulo del puntal en este nivel de tensión y en conjunto se graficaran el mismo modelo para las distintas estimaciones de degradación del hormigón. Además se buscando entender que parámetros cambia con el modelo A de V&C para la degradación del hormigón que permite lograr la leve mejoría. En ANEXOS será posible encontrar las respuestas de los modelos a las diferentes tensiones de fijación del puntal de deformación.

### 4.6.1. Sensibilidad a la razón de aspecto a/d.

Para este parámetro, todos los modelos, considerando los distintos modelos de degradación de la capacidad a compresión del hormigón, muestran una gran dependencia (80% a 55% de variación en el rango analizado). En la figura 4.20 se aprecian las tendencias de cada modelo.

Los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " predicen de una mejor manera la capacidad al corte para vigas cuya relación a/d se encuentra en el rango de valores 0.5 y 2, que es el rango donde se encuentran valores promedios más cercanos a 1. Sobre el 1.5 tiende a sobreestimar la capacidad, y bajo este valor subestima la capacidad de las vigas.

En particular la variación es menor para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " con un 60% mientras que para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " es del 70% de variación en el rango estudiado.

Cuando se cambia la degradación del hormigón es posible encontrar resultados levemente mejores como es el caso del modelo A donde para el ángulo del puntal " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " alcanza un 55% de variación, siendo análogo a lo alcanzado por el modelo B y el modelo de Vecchio y Collins de 1986 que tienen un 54% de variación para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", siendo los de menor variación en función de este parámetro estudiado.

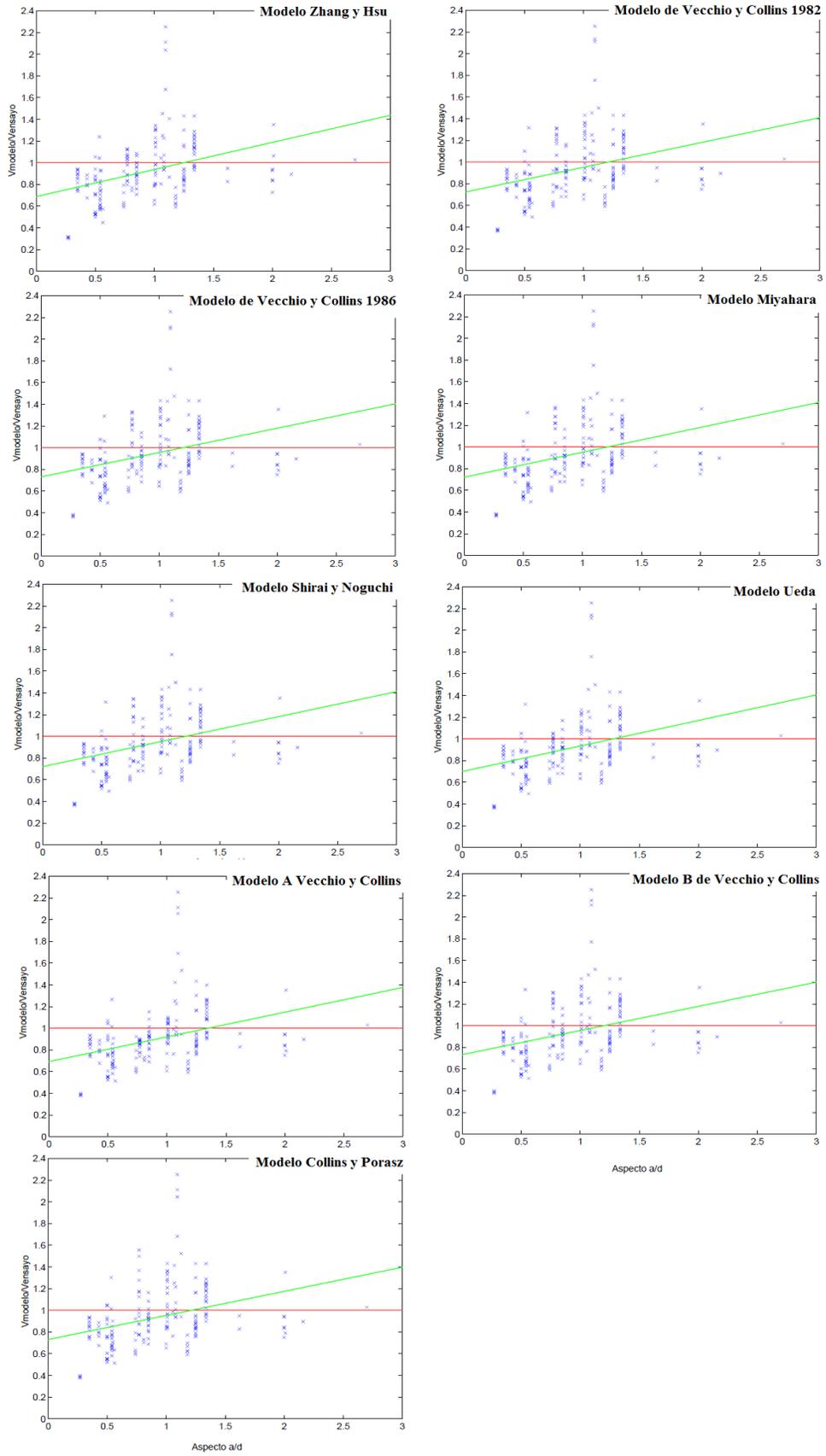


Figura 4.20  $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$  vs  $a/d$  para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  (todos los modelos)

#### 4.6.2. Sensibilidad a la razón de aspecto h/Le.

Para este parámetro, todos los modelos, considerando los distintos modelos de degradación de la capacidad a compresión del hormigón, muestran una dependencia poco significativa, capturando de buena manera la variación de la razón altura/largo (7% a 12% de variación en el rango analizado). En la figura 4.21 se aprecian las tendencias de cada modelo.

Los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", asociados al modelo tipo panel original de la memoria (sin cambio en la degradación del hormigón), tienen una variación entre 7% y 8% en el rango estudiado, siendo los de mejores resultados. Este resultado se repite por el modelo de Vecchio y Collins de 1986 que tiene un 8% de variación también para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ".

Cuando se cambia la degradación del hormigón por el modelo A, para la fijación del ángulo del puntal en los tres niveles estudiados, se alcanza un 12% de variación, siendo el modelo de mayor variación asociado a este parámetro.

Los diferentes modelos de degradación del hormigón, considerando los 3 modelos de fijación del ángulo del puntal " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", predicen de una mejor manera la capacidad al corte para vigas cuya relación h/Le es menor a 0.5, donde se encuentran valores promedios más cercanos a 1.

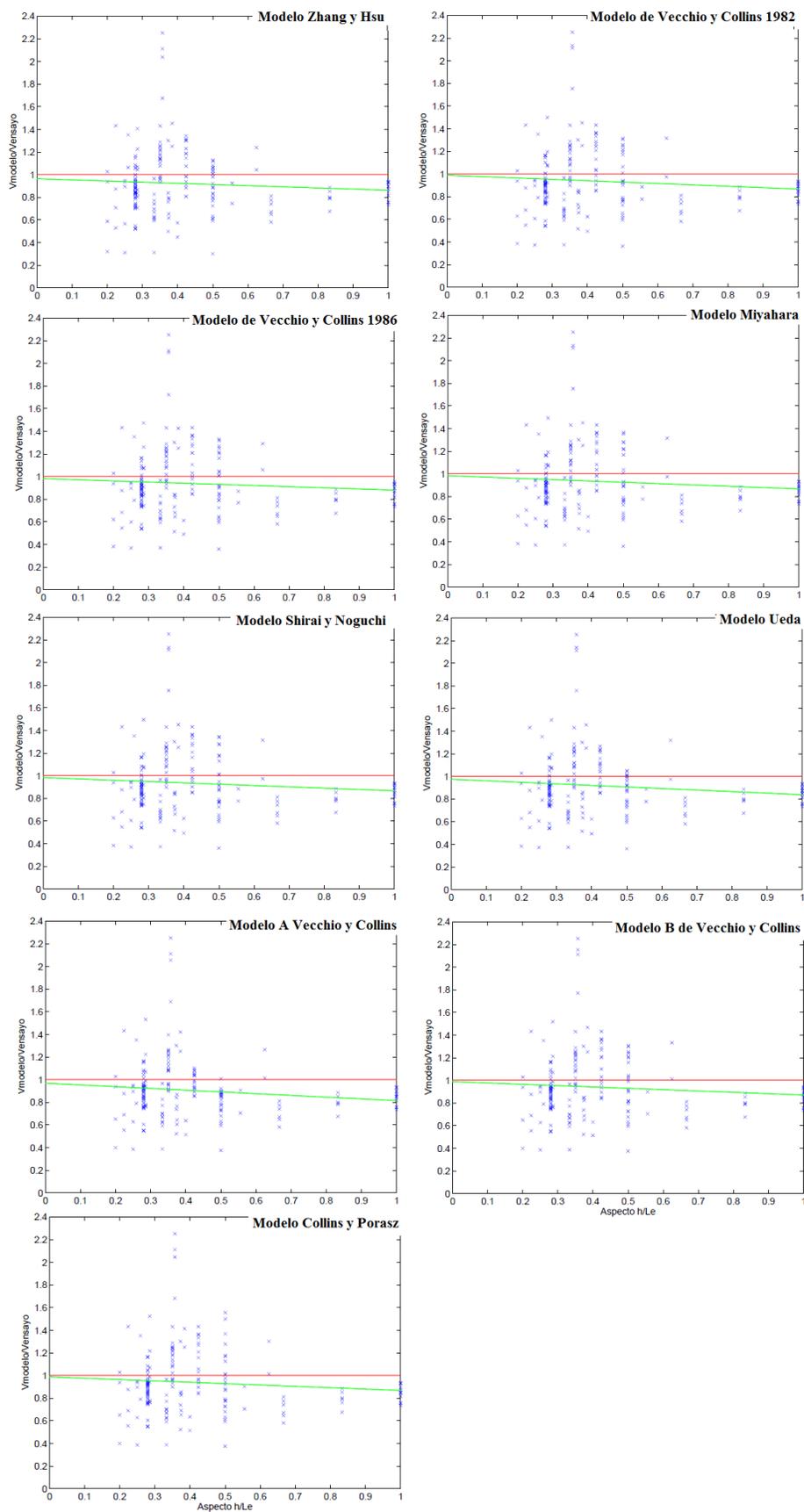


Figura 4.21  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $h/Le$  para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  (todos los modelos)

### 4.6.3. Sensibilidad al parámetro $\rho_L f_{yL}$ .

Para el parámetro  $\rho_L f_{yL}$  hay una dependencia que tiene una gran fluctuación considerando los distintos modelos de degradación de la capacidad a compresión del hormigón, esta variación existente para  $\rho_L f_{yL}$  va entre 1% y 43% en el rango analizado. En la figura 4.22 se aprecian las tendencias de cada modelo. Esta fluctuación se produce fundamentalmente por el modelo en el cual se realiza un cambio en el comportamiento a tracción del hormigón (tracción de Belarbi y Hsu). Si no se considerara este modelo, la variación estaría en el rango 1% a 12%, lo cual es una baja dependencia en comparación con los otros parámetros estudiados.

Los modelos tienden en general a aumentar la capacidad al corte predicha a medida que se aumenta este parámetro ( $\rho_L f_{yL}$ ), siendo capturada de buena manera su variación. La única excepción en cuanto al comportamiento, es el modelo A, que tiende a disminuir la capacidad predicha a medida que se aumenta el parámetro.

Los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " predicen de una mejor manera la capacidad al corte (se encuentran valores promedios más cercanos a 1) para vigas cuyo parámetro  $\rho_L f_{yL}$  es mayor, siempre subestimándola.

Para el modelo original (Zhang y Hsu, (1998)) los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " tiene una variación entre 5% y 4% en el rango estudiado. En particular la variación es menor para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ".

Cuando se cambia la degradación del hormigón es posible encontrar resultados levemente mejores como es el caso del modelo de Ueda donde para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " alcanza un 1% de variación. En el caso del modelo A, para " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " alcanza una variación del 7% en el rango estudiado. El modelo B y el modelo de Vecchio y Collins de 1986 que tienen un 5% y 6% de variación también para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  respectivamente, siendo estos últimos resultados muy similares al original.

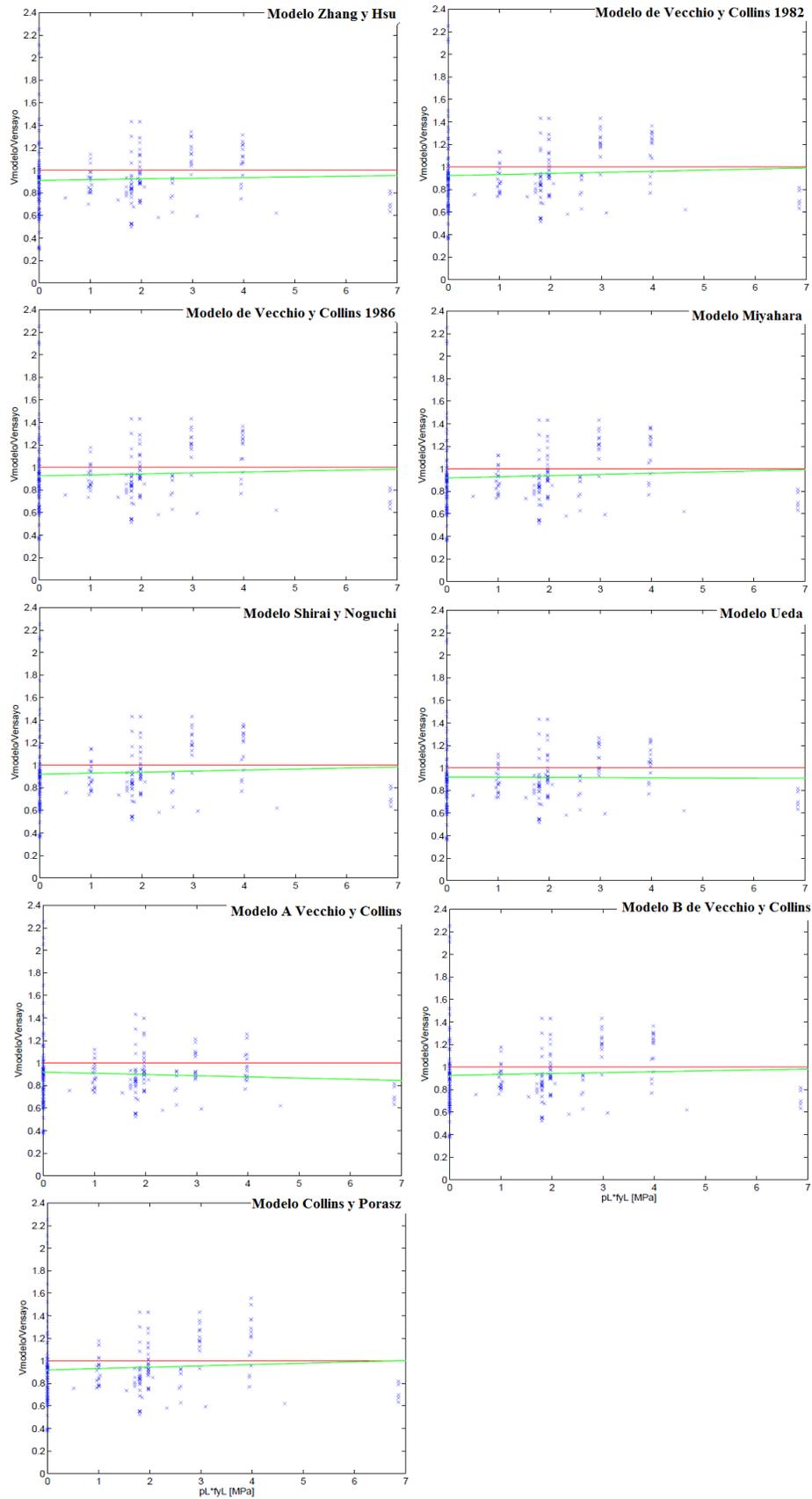


Figura 4.22  $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$  vs  $pL f_{yL}$  para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut})=0}$  (todos los modelos)

#### 4.6.4. Sensibilidad al parámetro $\rho_T f_{yT}$ .

Para el parámetro  $\rho_T f_{yT}$  hay una dependencia baja considerando los distintos modelos de degradación de la capacidad a compresión del hormigón, esta variación existente para  $\rho_T f_{yT}$  va entre 8% y 20% en el rango analizado. En la figura 4.23 se aprecian las tendencias de cada modelo.

Los modelos tienden en general a disminuir la capacidad predicha a medida que se aumenta este parámetro ( $\rho_T f_{yT}$ ), por lo tanto, entre mayor es este parámetro mayores son las diferencias que se encuentran, y aunque la variación es poca, para el parámetro en estudio no se cumple con lo esperado, es decir, que la estimación de la capacidad aumente a medida que aumento cantidad de armadura transversal.

Muchos de los especímenes que no tienen armadura longitudinal, tampoco tiene armadura transversal, es por ello que la línea de tendencia, para ambos parámetros en cero, se comporta de manera similar, ahora bien, también es común encontrar especímenes solo con armadura longitudinal o solo armadura transversal. Para el primer caso, como se vio en el punto anterior, la variación del parámetro es capturada de buena manera, ya que, para los modelos de ángulo fijo el supuesto  $\sigma_L = N/A$ , capta la variación de  $\rho_L f_{yL}$ , sin embargo, para el segundo caso (estudiado en este punto,  $\rho_T f_{yT}$ ) las variaciones no son capturadas por el modelo, ya que como fue expuesto en el capítulo anterior el ángulo del puntal es determinado en función del nivel de carga axial (inexistente para los ensayos de esta base de datos) y de la relación de aspecto, no considerando la armadura transversal.

Por otro lado, las calibraciones para la expansión lateral si consideran a la armadura transversal, y por ende en el proceso de calibración del ángulo del puntal realizado por Ulloa L. (2013) si estuvieron involucradas, por lo tanto, para representar de mejor manera el comportamiento del modelo en función de este parámetro ( $\rho_T f_{yT}$ ) se podría recalibrar el ángulo del puntal y/o tratar de establecer un coeficiente del ángulo que este en función de la cuantía transversal.

Los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " predicen de una mejor manera la capacidad al corte (se encuentran valores promedios más cercanos a 1) para vigas cuyo parámetro  $\rho_T f_{yT}$  es menor a 3 [MPa].

Para el modelo original (Zhang y Hsu 1998) los 3 ángulos de fijación del puntal " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " tiene una variación entre 11% y 12% en el rango estudiado. En particular la variación es menor para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ".

El modelo A es aquel que muestra una mayor dependencia de este parámetro, variando alrededor del 20%, siendo levemente menor para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ".

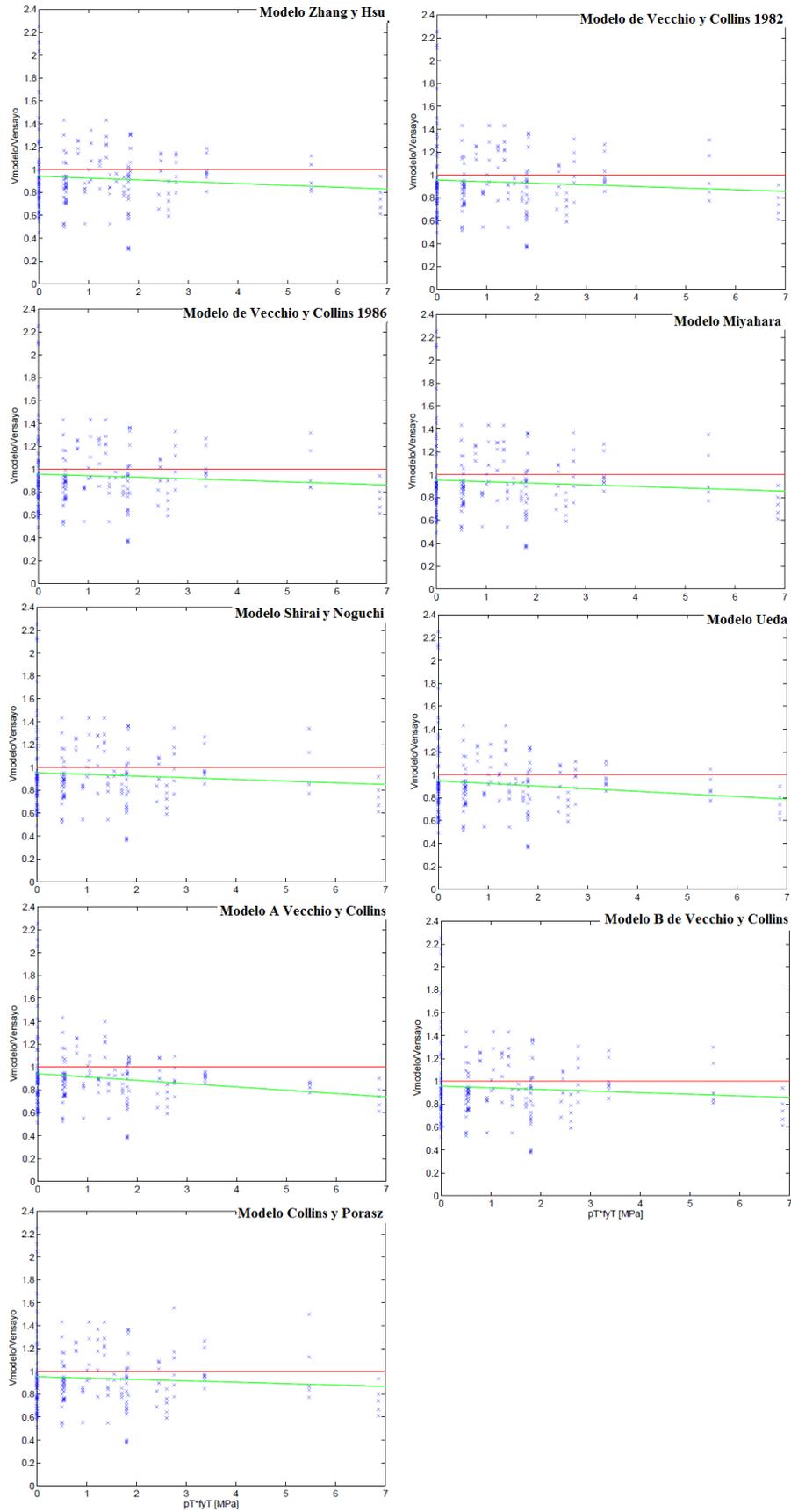


Figura 4.23  $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$  vs  $pT^*y_T$  para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  (todos los modelos)

#### 4.6.5. Sensibilidad al parámetro $f'_c$ .

Para este parámetro, todos los modelos de degradación de la capacidad a compresión del hormigón, subestiman la capacidad de las vigas para todos los valores del parámetro, y además muestran una baja dependencia al parámetro, capturando de buena manera la variación de este (3% a 14% de variación en el rango analizado). En la figura 4.24 se aprecian las tendencias de cada modelo.

Los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " predicen de una mejor manera la capacidad al corte para vigas cuyo  $f'_c$  es de un valor bajo. Para una capacidad a la compresión menor a 40 [MPa], se encuentran valores promedios más cercanos a 1, por lo tanto, es el rango donde mejor predicción entrega el modelo.

La variación no es menor para ningún modelo en particular, siendo de un 13% para los tres niveles de tensión considerando el modelo original, siendo análogo a lo alcanzado por el modelo B y el modelo de Vecchio y Collins de 1986 que también tienen un 13% de variación.

Cuando se cambia la degradación del hormigón es posible encontrar resultados mejores como es el caso del modelo A donde para el modelo " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " alcanza un 3% de variación, siendo el modelo con menor variación para este parámetro.

Además es posible apreciar que en todos los modelos a medida que se aumenta el valor de  $f'_c$ , menor es la estimación que se hace de la capacidad, es decir, el comportamiento del modelo es distinto al esperado, sin embargo, el modelo A se mantiene estable. Esto se debe a que este modelo tiene la particularidad de considerar en la degradación de la capacidad del hormigón no solo las deformaciones transversales, sino que el comportamiento del hormigón, al igual que el modelo original, y además, el modelo A utiliza la curva de Thorenfeldt para el comportamiento de compresión del hormigón. Esta curva según estudios de Vecchio y Collins (1993) se comporta mejor para HSC, no perdiendo virtudes para los NSC.

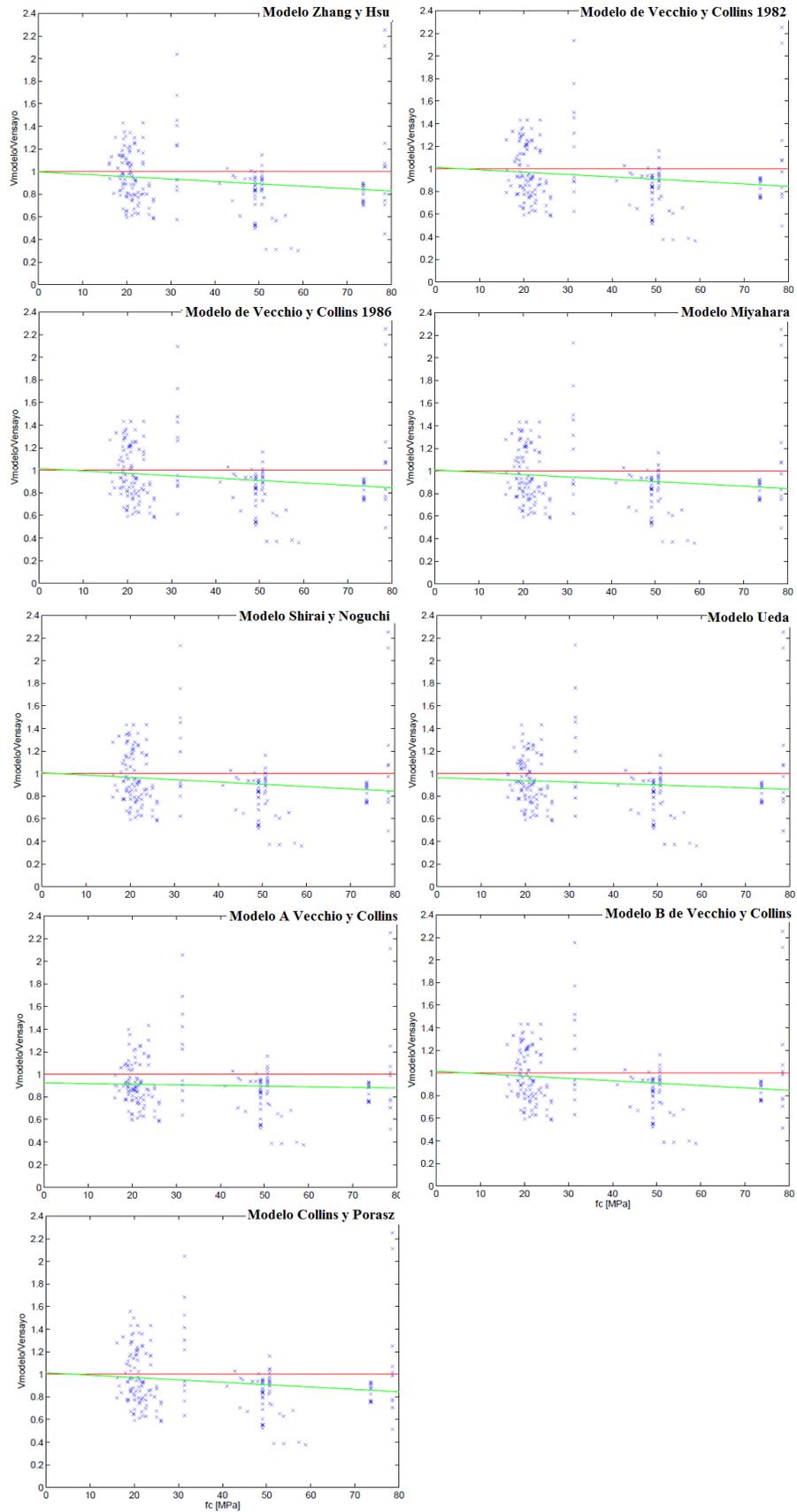


Figura 4.24  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $f'_c$  para  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  (todos los modelos)

#### 4.5.6. Sensibilidad al factor de reducción de los modelos ( $\zeta$ ó $\beta$ ).

Este parámetro no es un factor de modelación, sin embargo permitirá analizar si los modelos son capaces de predecir de buena manera para los todos los rangos considerando los diferentes factores de reducción. En la figura 4.25 se aprecian las tendencias de cada modelo en función del factor de degradación del hormigón en compresión (este factor va entre 0 y 1).

Es posible apreciar que la tendencia general de los modelos es a aumentar la estimación de la capacidad de la viga en comparación con la determinada empíricamente, a medida que menor es la reducción que afecta a la capacidad a compresión del hormigón (entre más cercano a 1 menor es la reducción, siendo 1 un modelo no reducido). Este comportamiento además permite identificar que en torno al factor de reducción 0.6 es donde mejor son las estimaciones para los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ". Para reducciones mayores, el modelo subestima la capacidad, y para reducciones menores el modelo tiende a sobreestimar las capacidades.

El comportamiento antes descrito cambia para los modelos de Vecchio y Collins de 1982, y el modelo A, ya que para ellos entre mayor es la reducción aplicada mejor es la estimación de la capacidad, siendo muy cercana a 1, además mientras la reducción disminuye el modelo tiende a subestimar la capacidad, siendo 0.5 la menor reducción posible, y donde mayor es la subestimación. Determinar ambos factores de reducción tiene la particularidad que se utilizan tanto las deformaciones transversales como las deformaciones en el eje de compresión, mientras en los otros modelos solo se consideran las deformaciones en el eje de las tracciones (eje perpendicular al de compresión).

Para el modelo original (Zhang y Hsu 1998) los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " tiene una variación del 20% en el rango estudiado. Mientras que cuando se aplican distintos factores de reducción esta variación va entre 30% y 7%.

Los mejores resultados los alcanza el modelo Vecchio y Collins de 1982, y el modelo A, cuando se fija el ángulo del puntal en bajos niveles de tensión  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  con un 7% y 2% respectivamente.

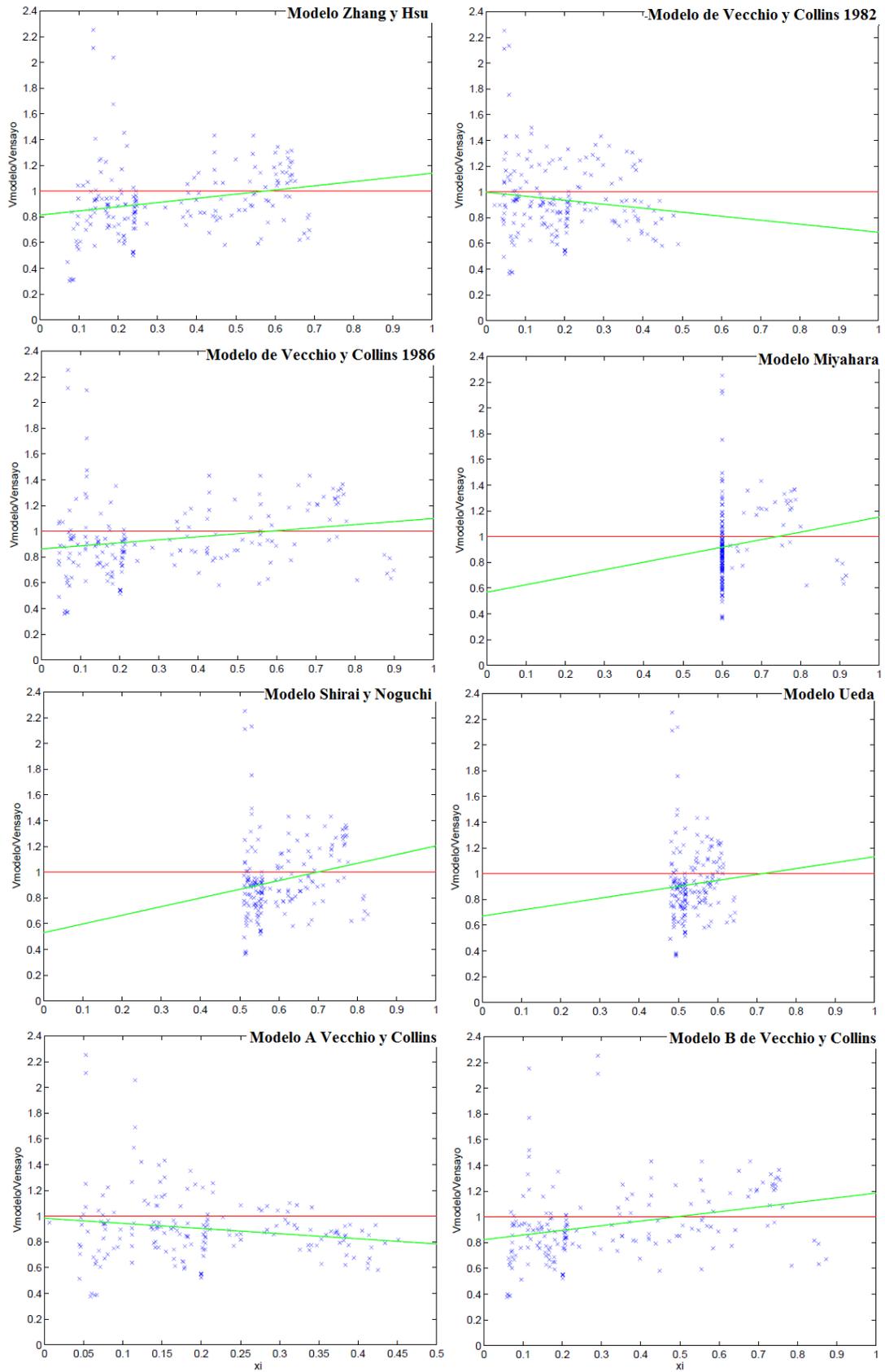


Figura 4.25  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $\beta$  o  $\zeta$  para  $\alpha(\sigma_r=f_{ut}=0)$  (todos los modelos)

#### 4.5.7. Sensibilidad a la tensión de corte promedio ( $\tau_{Lt}$ ) medida en el ensayo.

Este parámetro no es un factor de modelación, al igual que el anterior, sin embargo permitirá analizar si los modelos son capaces de predecir de buena manera vigas con altos niveles de tensiones de corte, como vigas con bajos niveles de tensión de corte. En la figura 4.26 se aprecian las tendencias y variaciones de cada modelo.

Es posible apreciar que la tendencia general de los modelos es a disminuir la estimación de la capacidad de corte, a medida que mayores son las tensiones de corte. Este comportamiento además permite identificar que en torno a los 5 [MPa] las estimaciones son mejores para los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ". Cuando las tensiones de corte son mayores, el modelo subestima la capacidad, y para menores tensiones de corte el modelo tiende a sobreestimar las capacidades. En general la predicción es mejor para los niveles bajos de tensiones de corte.

Para el modelo original (Zhang y Hsu 1998) los 3 modelos " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ ", " $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ " y " $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ " tiene una variación del 100% en el rango estudiado. Este valor se repite para los modelos donde se cambia el método de determinación de la degradación del hormigón.

El mejor resultado lo alcanza el modelo A, con un 90% de variación como promedio.

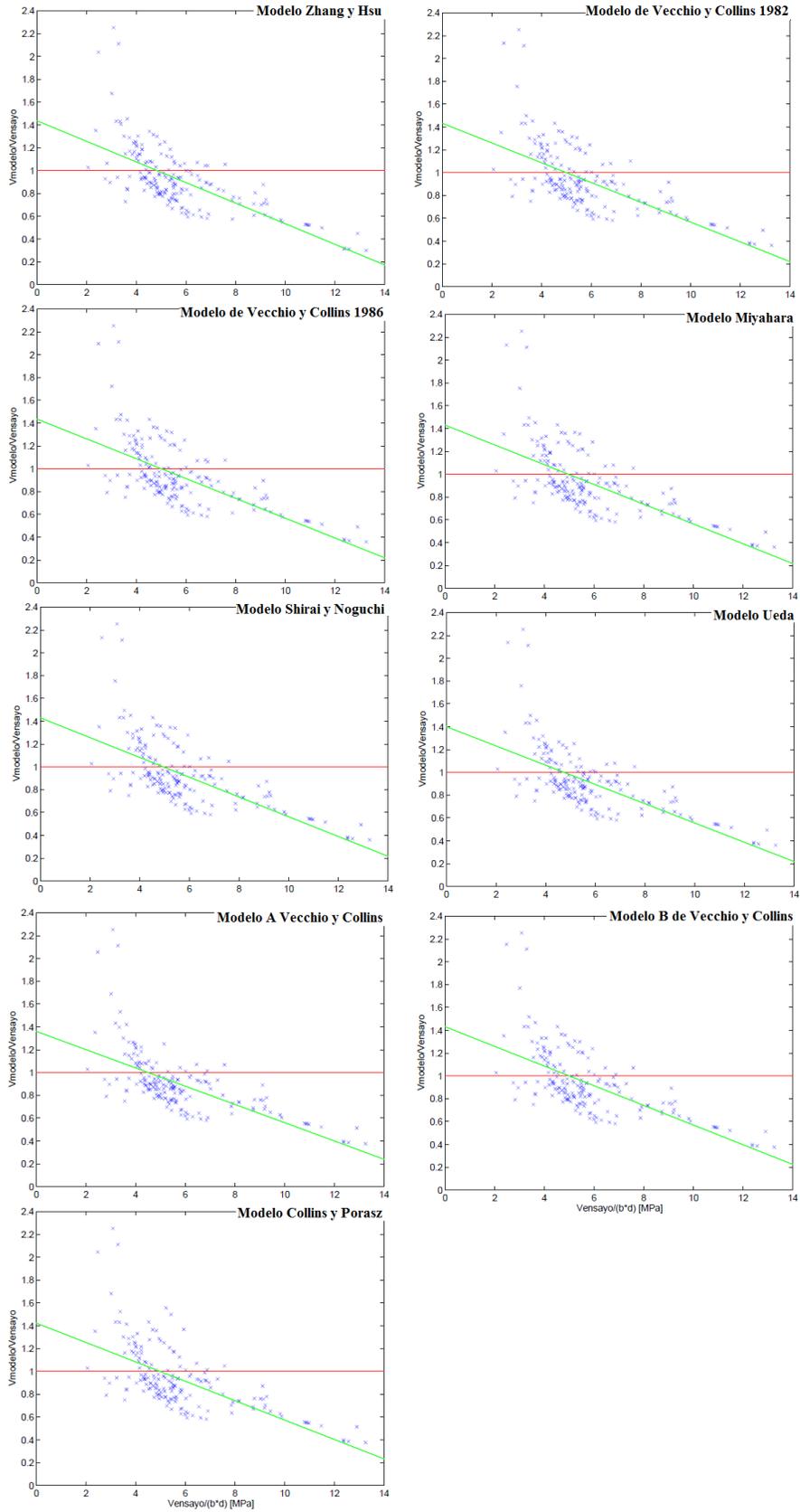


Figura 4.26  $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$  vs  $\tau_{Lt}$  para  $\alpha(\sigma_r=f_{ut}=0)$  (todos los modelos)

#### 4.5.8. Resumen tendencias generales.

Finalmente a manera de resumen, se exponen las tendencias generales que permiten analizar la sensibilidad a los distintos parámetros utilizados para cada uno de los métodos considerados para la degradación del hormigón y para los tres modelos de ángulo fijo, siendo el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  el que entrega mejores resultados (Figura 4.27) para los diferentes casos analizados. Los datos específicos asociados a estas variaciones se encuentran en los anexos.

Cuando se analizan los datos globalmente es posible ver que el modelo A es aquel que tiene menores variaciones en la totalidad de los parámetros y además, los resultados son mejores cuando esta asociado a un nivel de fijación del ángulo de puntal mayor, al igual que el resultado general.

Luego de analizar todos los parámetros, es posible notar que aquellos ensayos que son sobreestimados de mayor manera ( $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}} > 2$ , aproximadamente), son ensayos que no tiene armadura en el alma, por lo tanto, es posible que aunque se calibre el ángulo en función de la cuantía vertical se sigan produciendo estos elementos con alta dispersión.

Por otro lado, los especímenes con mayor sobreestimación tienen un hormigón con resistencia en torno a 30 [MPa] y otros en torno a los 80 [MPa], además tiene asociado un alto grado de reducción de la capacidad (menor a 0.5). Debido a lo descrito anteriormente se esperaría que tuviesen una alta resistencia comparativamente o de lo contrario fuesen subestimados como es la tendencia para bajos valores de reducción, sin embargo, es posible observar que estos ensayos desarrollan una baja tensión de corte experimentalmente, y a pesar de las condiciones anteriores se sobrestimo su capacidad en demasia, por lo cual se concluye que estas vigas altas fallaron precipitadamente, aun cuando tienen parámetros similares a otros ensayos.

El modelo en rangos generales tiende a subestimar las capacidades, por lo tanto, se estima necesario considerar la armadura transversal en algún parámetro del modelo, posiblemente en el ángulo, con el objetivo de aumentar la capacidad de las vigas con armadura transversal en el alma.

Las mayores subestimaciones ( $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}} < 0.5$ ) se producen para altos niveles de carga del ensayo, bajas relación de aspecto a/d y también a altos niveles de reducción de la capacidad a compresión. De este tridente de características el único que es un factor o parámetro del modelo es la relación de aspecto a/d, por ende indica que el modelo podría ser recalibrado para mejorar la estimación y/o tendencia de este parámetro.

	modelo Zhang y Hsu (mod. tracción Gupta y Rangan)
	modelo Zhang y Hsu (mod. tracción Belarbi y Hsu)
	modelo Vecchio y Collins 1982
	modelo Vecchio y Collins 1986
	modelo Miyahara
	modelo Shirai y Noguchi
	modelo Ueda
	modelo A V&C
	modelo B V&C
	modelo Collins y Porraz

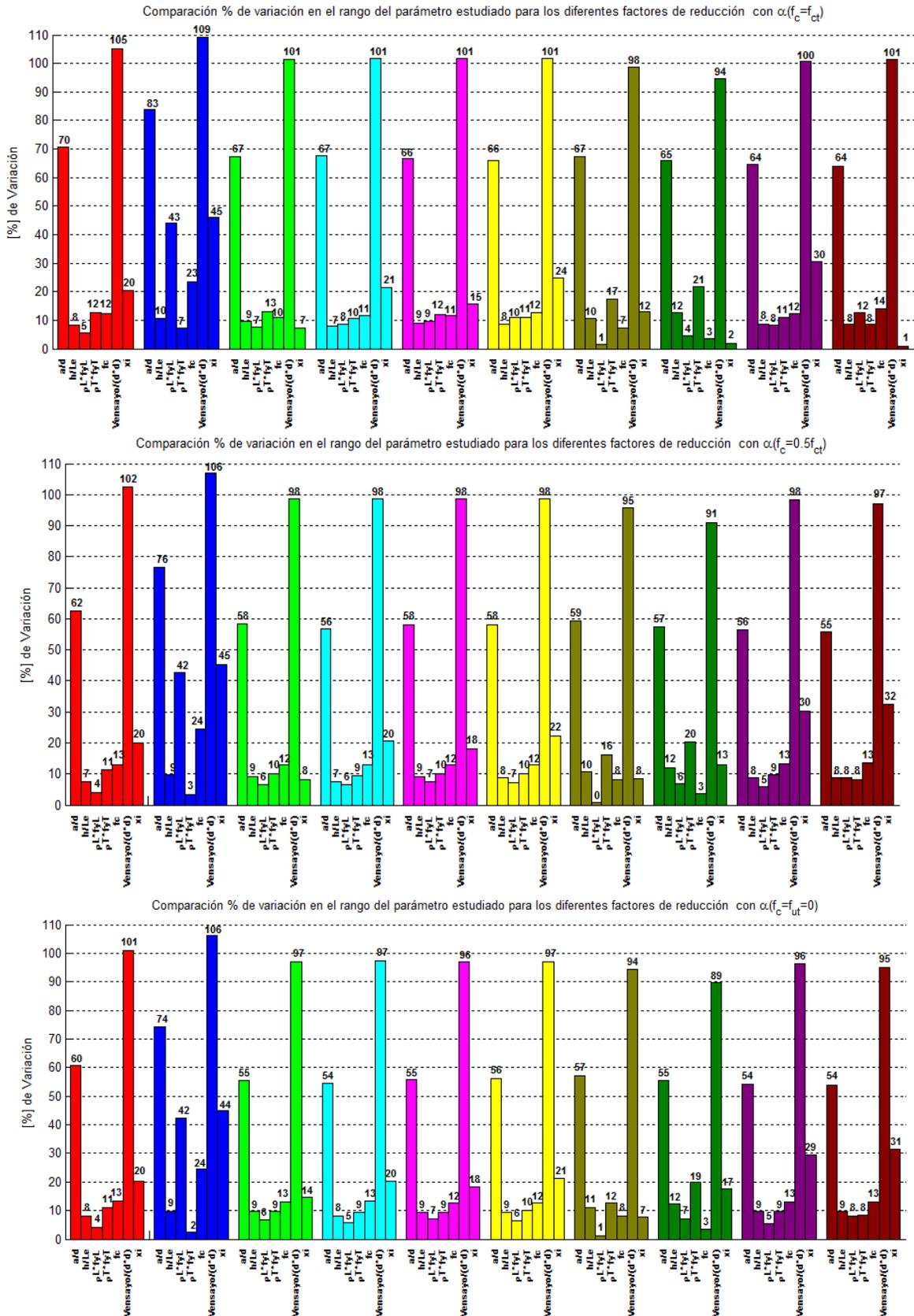


Figura 4.27 Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado para los diferentes factores de reducción y los 3 modelos propuestos.

#### 4.5.9. Consideración de perfil de deformaciones Gotschlich (2011).

Considerando las grandes variaciones encontradas para el parámetro  $a/d$ , se estudiará como afecta en los resultados la consideración enunciada por Gotschlich (2011, figura 3.5) respecto a que el perfil de deformaciones se desarrolla en una zona menor a la longitud “ $a$ ”, la cual en primera instancia no se utilizó debido a la inexistencia de los datos respecto a la longitud de las placas para todo los ensayos. Por ello, se estimarán las dimensiones (largo) de las placas tanto para el apoyo como para el punto de aplicación de la carga, considerando los valores que son dados en los ensayos realizados por Smith y Vantsiotis (1982) y Yang et al. (2003). En ambos casos se utiliza un largo de placa tanto del apoyo como de el punto de carga de 100 [mm] para todos los ensayos, por lo tanto, esto se extrapolará a los ensayos sin información.

**Tabla 4.12** Comparación capacidad al corte de modelos tipo panel de ángulo fijo, con capacidad experimental (Ulloa, 2013) y consideración de perfil de deformaciones (Gotschlich, 2011).

	modelo	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.86	0.94	0.96
	Desviación estándar	0.32	0.33	0.34
vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.83	0.92	0.93
	Desviación estándar	0.32	0.35	0.35
	Numero de ensayos	161	153	149
vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	1.06	1.07	1.09
	Desviación estándar	0.18	0.17	0.2
	Número de ensayos	21	29	33

Se logra apreciar que los resultados estadísticos de la estimación de la capacidad experimental son mejores para los niveles de tensión altos de fijación del puntal de compresión y peor cuando este se fija en  $\sigma_r = f_{ct}$ . Se destaca la disminución de la desviación estándar de las vigas que fallan por flexión para todos los modelos comparando el resultado con y sin la estimación de Gotschlich (2011), indicando que la consideración estudiada en este punto mejora la predicción del tipo de falla que tendrán las vigas. Sin embargo, esta mejora tiene asociada una mayor variación para los diferentes parámetros en particular el  $a/d$ , acrecentando la desventaja ya encontrada en el análisis desarrollado anteriormente.

Los porcentajes de variación para cada parámetro se exponen en la tabla siguiente:

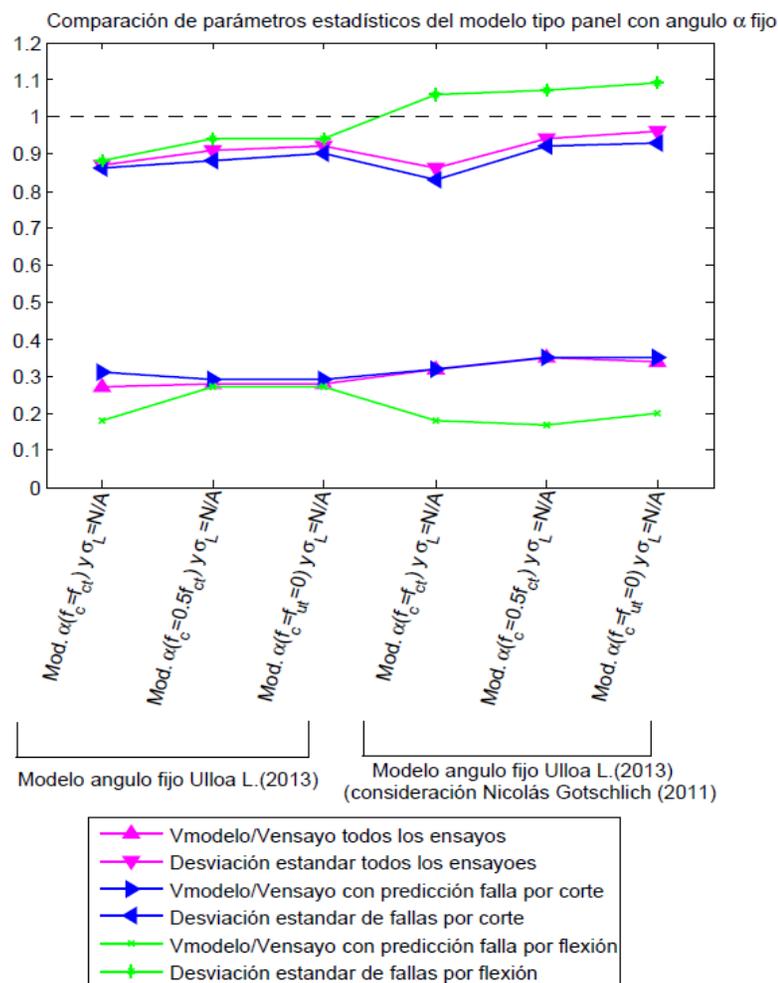
**Tabla 4.13** % Variación en el rango estudiado para cada parámetro del modelo Ulloa (2013) y consideración de perfil de deformaciones Gotschlich (2011).

Parámetros	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
$a/d$	110	99	96
$h/le$	11	3	1
$\rho_L f_{yL}$	37	44	45
$\rho_T f_{yT}$	27	25	25
$f'_c$	13	19	21
$\zeta$ ó $\beta$	38	44	46
$\tau_{Lt}$	127	131	133

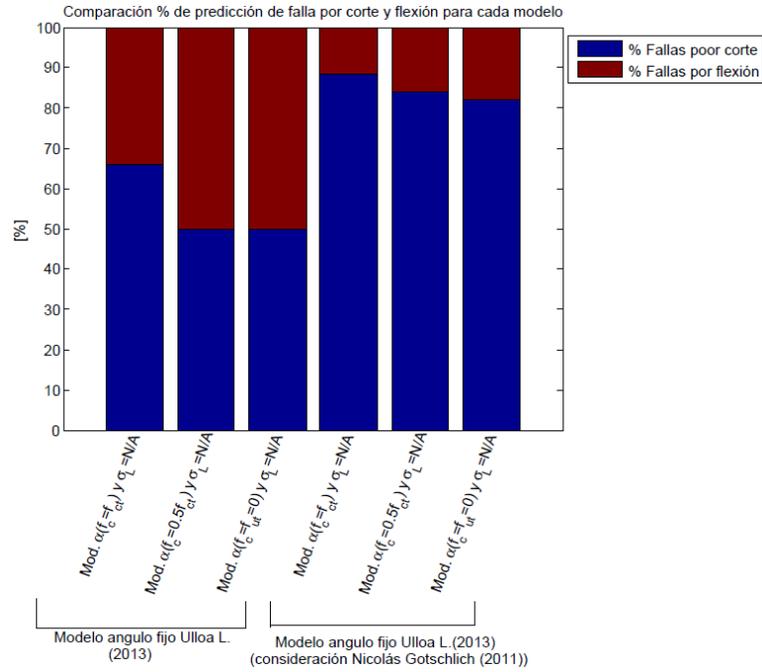
Al aplicar la consideración enunciada por Gotschlich (2011) se observa que, al tener una menor longitud del tramo de corte (a), se produce el aumento del ángulo del puntal de compresión para los tres niveles de tensiones de fijación del puntal de compresión (tabla 4.14) y como estos ángulos son mayores a  $45^\circ$ , por la ecuación 2.3, se produce una disminución de la capacidad al corte de las vigas altas, y por lo tanto, se observa que el número de vigas que fallan por corte aumenta, disminuyendo el número de vigas que fallan por flexión. A pesar de este cambio, se mantiene la tendencia, la cual indica que a una mayor tensión para la fijación del puntal de compresión, mejores resultados se obtienen.

**Tabla 4.14** Ángulos promedios para modelo de ángulo fijo para los tres niveles de tensión en la fijación del puntal de compresión.

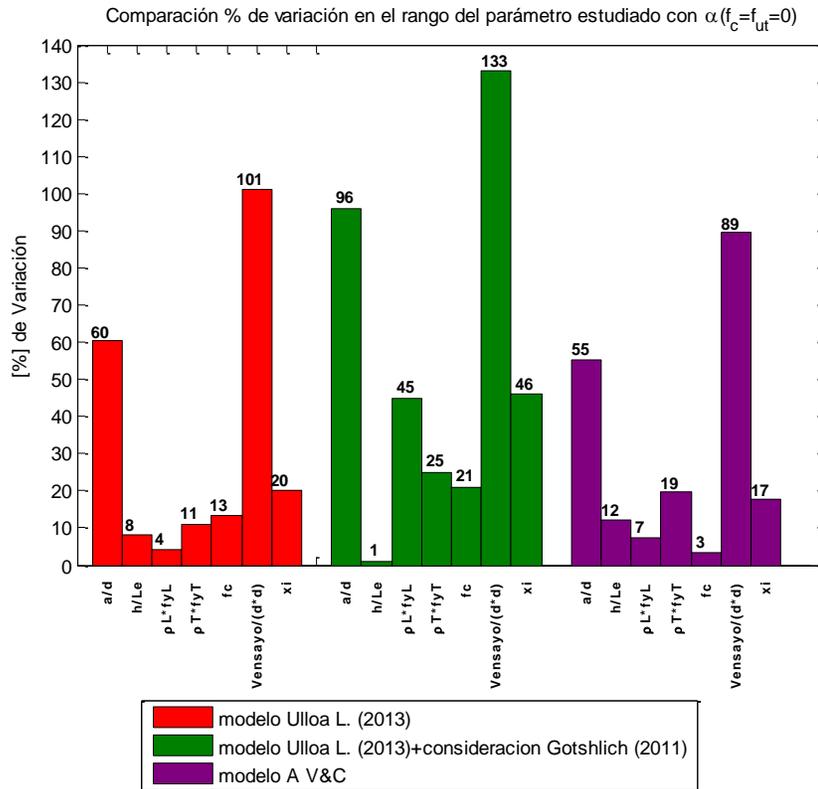
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$ y $\sigma_L = N/A$	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Modelo Ulloa L.	59.82	54.95	53.16
Consideración N. Gotschlich	61.39	56.23	54.39



**Figura 4.28** Comparación de parámetros estadísticos del modelo tipo panel con ángulo fijo Ulloa L. (2013) con la consideración de Gotschlich (2011).



**Figura 4.29** Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para modelo tipo panel con ángulo fijo Ulloa L. (2013) con la consideración de Gotschlich (2011).



**Figura 4.30** Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado para modelo tipo panel de ángulo fijo  $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$  de Ulloa L. (2013).

## 5. COMPARACIÓN DE DATOS CON ECUACIONES DE LA LITERATURA

A pesar que las vigas altas tienen muchas aplicaciones útiles en construcciones altas, fundaciones y estructura fuera de la costa, los códigos nacionales no han cubierto adecuadamente su diseño, el actual Código británica BS 8110, declara explícitamente que para el diseño de vigas de gran altura, se debe hacer referencia a la literatura especializada y el Eurocode/02 establece que no se aplica a vigas altas y hace referencia el CEB-FIP.

A pesar de lo anterior, para conocer la capacidad máxima de las 182 vigas altas que conforman la base de datos de este trabajo, se recopilan siete modelos existentes en la literatura los cuales permiten conocer capacidad al corte en vigas de hormigón armado y son utilizados en diferentes normas de diseño, para de esta manera contrastar los resultados con la respuesta obtenida con el modelo tipo panel de ángulo fijo Modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ . Los códigos utilizados son: Instituto americano de hormigón (ACI 318-95), Código Europeo (Eurocode 02 *standard*), código Nueva Zelanda, código británico (British *standard* 8110), CEB-FIP *Model Code* (1990), CIRIA Guide No.2 y código canadiense CAN-A23.3-M84. En los códigos utilizados se considera la contribución de parámetros como cuantías de armadura en el alma (transversal y longitudinal), relaciones de aspecto (a/d) y la capacidad a compresión del hormigón.

### 5.1. Código de Construcción ACI 318-89

Para el ACI las vigas altas son aquellas donde la relación largo efectivo/altura efectiva es menor a 1.25 para vigas simples y menores a 2.5 para vigas continuas, mientras que las provisiones de corte aplican a ambas vigas (simples y continuas) cuando su relación largo efectivo/altura efectiva es menor que 5. Además considera que para cargas concentradas la sección crítica está en la mitad de la distancia entre el punto de carga y el soporte.

Aunque hay vigas que exceden la relación  $l/d=5$ , se utilizarán las mismas ecuaciones descritas más adelante, ya que son de una relación  $a/d$  menor a 2.5, la cual es considerada habitualmente como la transición desde vigas normales a vigas altas. Las expresiones que permiten determinar la capacidad al corte son las siguientes (ACI Eq. [11-30] y ACI Eq. [11-31]):

$$V_c = \left(3,5 - 2,5 \frac{M_u}{V_u d}\right) \left(0,156\sqrt{f'_c} + 17,2\rho_w \frac{V_u d}{M_u}\right) bd < 0,5\sqrt{f'_c}bd \quad (5.1)$$

$$\left(3,5 - 2,5 \frac{M_u}{V_u d}\right) < 2,5 \quad (5.2)$$

$$V_s = \left(\frac{A_v}{s} \left(\frac{1+l_n/d}{12}\right) + \frac{A_v h}{s_2} \left(\frac{11-l_n/d}{12}\right)\right) f_{yh} d \quad (5.3)$$

$$V_{ACI} = V_c + V_s \quad (5.4)$$

$$V_{ACI} < 0,66\sqrt{f'_c}bd \quad \text{Para} \quad l_o/d < 2 \quad (5.5)$$

$$V_{ACI} < 0,056 \left(10 + \frac{l_o}{d}\right) \sqrt{f'_c}bd \quad \text{Para} \quad 2 \leq l_o/d < 5 \quad (5.6)$$

Donde:

$V_{ACI}$ : Capacidad al corte de la viga según el código ACI donde se considera la contribución del hormigón  $V_c$  (notar que este término tiene un factor que aumenta la capacidad para las vigas altas, [ecc. 5.2] que tiene asociado la relación de aspecto) y la contribución de acero en el alma  $V_s$  [N].

$M_u$ : Momento máximo en la sección crítica.

$V_u$ : Corte máximo en la sección crítica.

$f'_c$ : Resistencia máxima a la compresión de un cilindro de hormigón [MPa].

$\rho_w$ : Cuantía de la armadura principal en el alma.

$f_{yh}$ : Fluencia del acero de refuerzo horizontal [MPa].

$A_v, A_{vh}$ : Área de las barras de refuerzo vertical y horizontal [mm<sup>2</sup>].

$s, s_2$ : Espaciamiento de la armadura vertical y horizontal [mm].

$l_n$ : Distancia medida entre la cara del punto de apoyo y del punto de carga [mm].

$b$ : Espesor de la viga [mm].

$d$ : Altura efectiva de la viga [mm].

## 5.2. Draft Eurocode y European CEB-FIP Model Code (1990)

El euro-código 2 (1984) no proporciona de manera directa las directrices para el diseño de vigas de gran altura, y hace notar que se utilice la norma CEB-FIP *model code*. Esta norma considera que la capacidad al corte de las vigas está determinada por la suma del aporte del acero y del hormigón. El aporte del acero está determinado por la armadura transversal y el del hormigón por la armadura longitudinal y la capacidad del hormigón.

$$V_{rd,c} = \min(0,35(f'_c)^{2/3}k(1,2 + 40\rho_w) ; 0,3vf'_c) \quad (5.7)$$

$$k = \max(1,6 - d[m] ; 1) \quad v = \max(0,5 ; 0,7 - \frac{f'_c[MPa]}{200}) \quad \rho \leq 0,02 \quad (5.8)$$

$$V_{rd,s} = \frac{0,78A_vf_yd}{s} \quad (5.9)$$

$$V_{EC2s} = V_{rd,c} + V_{rd,s} \quad (5.10)$$

EL CEB-FIP *model code* (1990) sugiere una ecuación para determinar la capacidad de las vigas controlada por el nivel de carga que genera grietas en el hormigón, considerando en la contribución del hormigón, la relación de aspecto, la cuantía de acero longitudinal y la capacidad del hormigón, estimando la capacidad al corte de la viga de la siguiente manera:

$$V_{CEB} = 0,15 \left(\frac{3d}{a}\right)^{1/3} \left(1 + \sqrt{200/d}\right) (100\rho f'_c)^{1/3} b + \frac{A_vf_yd}{s} \quad (5.11)$$

Donde:

$V_{EC2s}$ : Capacidad al corte de la viga según el código Ec2 estándar [N]

$V_{CEB}$ : Capacidad al corte de la viga según el código CEB [N]

$a$ : Distancia entre el punto de aplicación de la carga y el soporte de la viga [mm].

Los demás parámetros están definidos en el punto anterior (5.1).

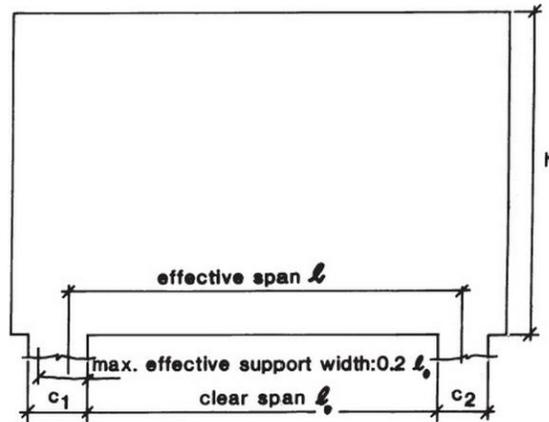
### 5.3. CIRIA Guide-2 “Supplementary Rules”

La guía CIRIA, (1977) se aplica a vigas que tienen una relación entre largo efectivo y altura menor que 2 para aquellas de una luz simple y menor que 2.5 para vigas continuas. Esta guía estaba destinada a ser utilizada en conjunto con el código británico CP110:1972, pero por cálculos realizados por Kong et al. (1986, '72 y '75) sería mejor utilizarla con la BS8110:1985.

La definición de los parámetros se largo efectivo ( $l$ ) y altura activa con los siguientes ( $h_a$ )

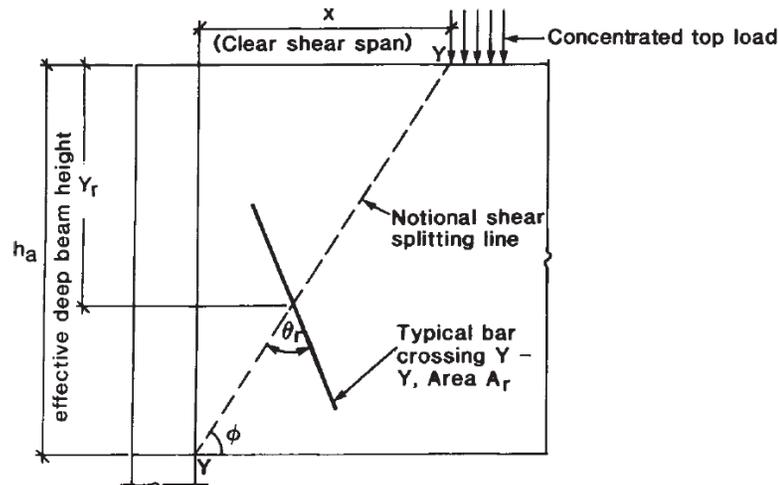
$$l_e: l_0 + [\text{Menor de } (c_1/2 \text{ y } 0.1l_0)] + [\text{menor de } (c_2/2 \text{ y } 0.1l_0)] \quad (5.12)$$

$$h_a: \text{La menor longitud entre } h \text{ y } l_e \quad (5.13)$$



**Figura 5.1** CIRIA Guide 2—significado de los símbolos  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $h$ ,  $l$  y  $l_0$

La Guía CIRIA considera que la altura activa ( $h_a$ ) de una viga de gran altura está limitada a una profundidad igual a el intervalo  $l$ . La parte de la viga por encima de esta altura se toma simplemente como un muro de carga entre los soportes. Los conceptos de *clear shear span*  $x_e$  usado por Kong *et al.* (1972b y 1975) fue adoptado por el código CIRIA, y se denota en la figura 5.2.



**Figura 5.2** Significado de los símbolos  $x_e$ ,  $y_r$ ,  $\theta_r$  y  $A_r$

Las 'normas complementarias' del código CIRIA cubren aspectos del diseño de vigas de gran altura que se encuentran fuera del alcance de los "normas simples", como son la carga concentrada, la carga indirecta y apoyos indirectos. Además ignora la armadura en el alma sobre  $h_a$ . De manera simple restringe su uso a un rango de  $0 \leq \frac{x_e}{h} \leq 0.7$ , sin embargo, es este estudio se aplica para un rango entre 0.27 y 2.7.

$$V_c = \lambda_1 \left( 1 - 0,35 \frac{x_e}{h_a} \right) \sqrt{f_{cu}} b h_a \quad (5.14)$$

$$V_s = \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^n \frac{100 A_r y_r \sin^2 \theta_r}{b h_a^2} \right) b h_a \quad (5.15)$$

$$V_{CIRIA} = V_c + V_s \quad (5.16)$$

Donde:

$V_{CIRIA}$ : Capacidad al corte de la viga según el código CIRIA donde se considera la contribución del hormigón  $V_c$  y la contribución de acero  $V_s$  [N].

$\lambda_1$ : 0.44 para hormigón de peso normal y 0.32 para hormigón liviano.

$\lambda_2$ : 0.85 [MPa] para barras planas y 1.95 [MPa] para barras deformadas.

$f_{cu}$ : Resistencia máxima a la compresión de un cubo de hormigón [MPa].

$b$ : Espesor de la viga [mm].

$A_r$ : Área de las barras de refuerzo (la armadura longitudinal principal también es considerada) [mm<sup>2</sup>].

$y_r$ : Profundidad a la que la típica armadura del alma interseca la grieta y-y diagonal crítica [mm].

$\theta_r$ : Es el ángulo entre las barras transversales y el la grieta y-y.

$h_a$ : Mínimo entre  $h$  y  $l_e$  [mm].

$x_e$ : Distancia entre la cara del soporte y la cara de aplicación de la carga [mm].

#### 5.4. CAN3-A23.3-M84 Canadian Standards for design of concrete structures

Para el CAN3-A23.3-M84 las vigas altas son aquellas donde la relación largo efectivo/altura efectiva es menor a 1.25 para vigas simples y menores a 2.5 para vigas continuas. Por otro lado las provisiones del código canadiense aplican a la parte de los miembros donde la distancia desde el punto de corte cero a la cara del soporte es menor a 2d o cuando la carga que entrega el 50% de la carga en el apoyo se encuentra a una distancia menor a 2d desde este soporte. El código está basado en el modelo *truss*, que consiste en puntales (*struts*) de compresión y bielas (*tie*) a tracción.

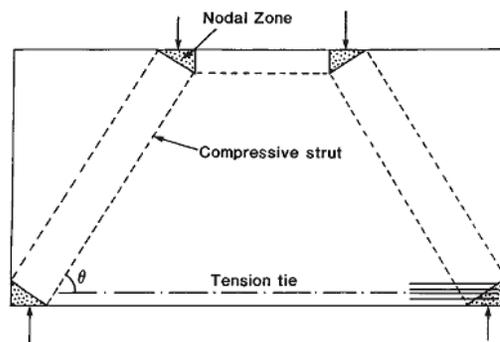


Figura 5.3 Representación de zonas nodales y *truss model*

Hay restricciones en los esfuerzos compresivos de las zonas nodales (nodal zone). Deben ser menor a  $0,85\phi_c f'_c$  en las áreas donde hay puntales de compresión y áreas alrededor, menor a  $0,75\phi_c f'_c$  en las zonas de anclaje de puntal a tracción y menores a  $0,6\phi_c f'_c$  en zonas nodales donde hay anclaje en más de una dirección.

Los límites de esfuerzos en las zonas nodales, sumado a las condiciones de equilibrio determinan la geometría de la viga, como la profundidad de las zonas nodales y las fuerzas que actúan en las bielas y puntales. El refuerzo principal de tracción se determina partir de la fuerza aplicada en el puntal de tracción. Ellas deben anclarse de buena manera para transferir esfuerzo a los nodos y asegurar el equilibrio. Para ello el código, entonces, requiere la comprobación de los puntales de compresión contra un posible aplastamiento de hormigón de la siguiente manera:

$$f_2 \leq f_{2max} = \frac{\lambda\phi_c f'_c}{0,8+170\varepsilon_1} \leq \lambda\phi_c f'_c \quad (5.17)$$

Donde:

$f_2$ : Máximo esfuerzo en el puntal de hormigón.

$f_{2max}$ : Esfuerzo diagonal de agrietamiento del hormigón (CAN3-A23.3-M84: Eq.11-19).

$\lambda$ : Factor de modificación que permite considerar el tipo de concreto (1.0 para el hormigón de peso normal).

$\varepsilon_1$ : Es la deformación principal de tensión que cruza el puntal.

$f'_c$ : Capacidad máxima a la compresión de un cilindro de hormigón.

$\phi_c$ : Factor de resistencia del material.

Sin embargo, como método simple la CSA A23.3-94 para estimar la resistencia al corte de vigas propone:

$$V_c = 1,3\lambda\phi_c \frac{2}{12}\sqrt{f'_c}bd \quad \text{Para } d < 300\text{mm} \quad (5.18)$$

$$V_c = \left(\frac{260}{1000+d}\right)\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}bd \geq 0,1\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}bd \quad \text{Para } 300\text{mm} < d \quad (5.19)$$

$$V_s = \frac{\phi_s A_v f_y d}{s} \quad (5.20)$$

$$V_{CSA} = V_c + V_s \quad (5.21)$$

Donde:

$V_{CSA}$ : Capacidad al corte de la viga según el código CSA donde se considera la contribución del hormigón  $V_c$  y la contribución de acero  $V_s$ [N].

$f'_c$ : Resistencia máxima a la compresión de un cilindro de hormigón [MPa].

$b$ : Espesor de la viga [mm].

$A_v$ : Área de las barras de refuerzo vertical [mm<sup>2</sup>].

$s$ : Espaciamiento de la armadura vertical [mm].

$d$ : Altura efectiva de la viga [mm].

$f_y$ : Fluencia del acero de refuerzo vertical [MPa].

## 5.5. Código británico (British estándar BS 8110-1997)

El valor para el diseño al corte de el concreto esta dado por la expresión siguiente y está basada en una fórmula empírica, donde los diferentes parámetros considerados fueron calibrados.

$$V_c = 0,79(100\rho)^{1/3}(400/d)^{1/4} (f'_c/20)^{1/3} bd \quad \text{Para } a/d \geq 2 \quad (5.22)$$

$$V_c = 0,79(2d/a)(100\rho)^{1/3}(400/d)^{1/4} (f'_c/20)^{1/3} bd \quad \text{Para } 2 \geq a/d \quad (5.23)$$

$$V_s = \frac{0,87A_v f_y d}{s} \quad (5.24)$$

$$V_{BS} = V_c + V_s \quad (5.25)$$

## 5.6. Código Nueva Zelanda

El valor para el diseño al corte de las vigas esta dado por las expresiones siguientes:

$$V_c = 0,85(0,07 + 10\rho_w) (f'_c)^{1/2} bd \quad (5.26)$$

$$V_s = \frac{0,85A_v f_y d}{s} \quad (5.27)$$

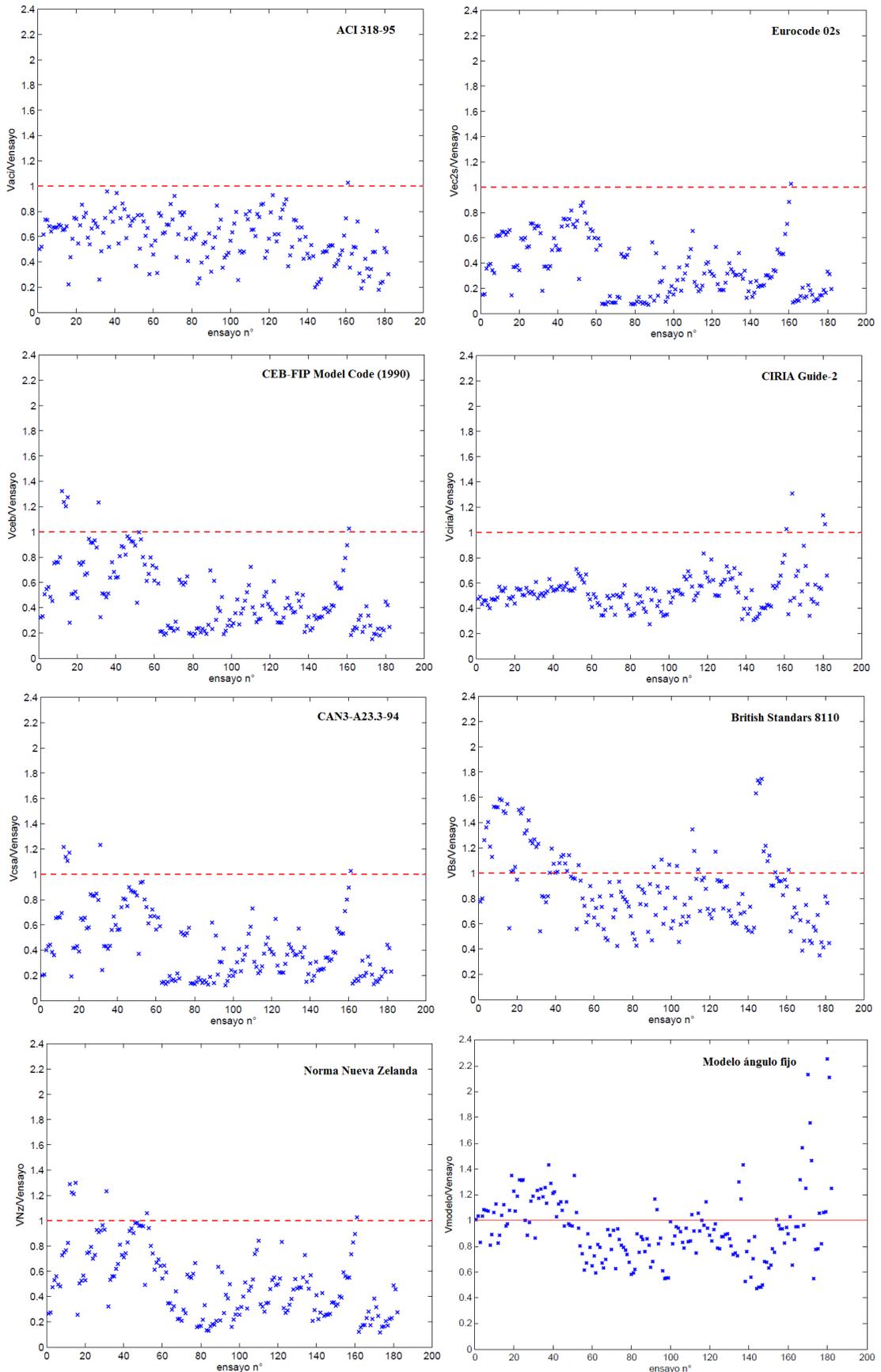
$$V_{NZ} = V_c + V_s \quad (5.28)$$

Nota: Ninguno de los ensayos que conforman la base de datos tiene aplicada carga axial por lo tanto todas las fórmulas utilizadas son aquellas donde este efecto no es considerado.

## 5.7. Comparación modelos literatura con resultados experimentales

Con las normas anteriormente descritas se determina la carga máxima resistida por las vigas altas que conforman la base de datos, para ser comparada con la carga máxima predicha por el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ , el cual de los modelos bases fue el que obtuvo una mejor respuesta. En el análisis comparativo se consideraron todos los ensayos, es decir, se incorpora la falla por flexión, y con ello la capacidad final es considerada como la menor entre la predicha por el modelo de flexión simple y la norma respectiva.

Al comparar los resultados de los ensayos, con los diferentes modelos normas y con el modelo implementado en éste trabajo, es posible generar la figura 5.4 la cual revela que la totalidad de los modelos subestima la capacidad de las vigas, y en general si se compara la razón promedio entre la capacidad predicha y la capacidad experimental de las vigas altas, la subestimación alcanzada es de un 50% aproximadamente. Sin embargo, el código británico, se escapa de este promedio alcanzando una subestimación solo del 11%, pero a la vez es el código con mayor dispersión (0.31). Además es claro desprender que el modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ , es el que tiene un valor promedio más cercano a uno entre los modelos implementados, subestimando en un 8% la capacidad promedio de las vigas, por ende, observando la figura 5.4 y la tabla 5.1 se determina que el modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  tiene una mejor predicción en términos de capacidad con respecto a las ecuaciones de la literatura.

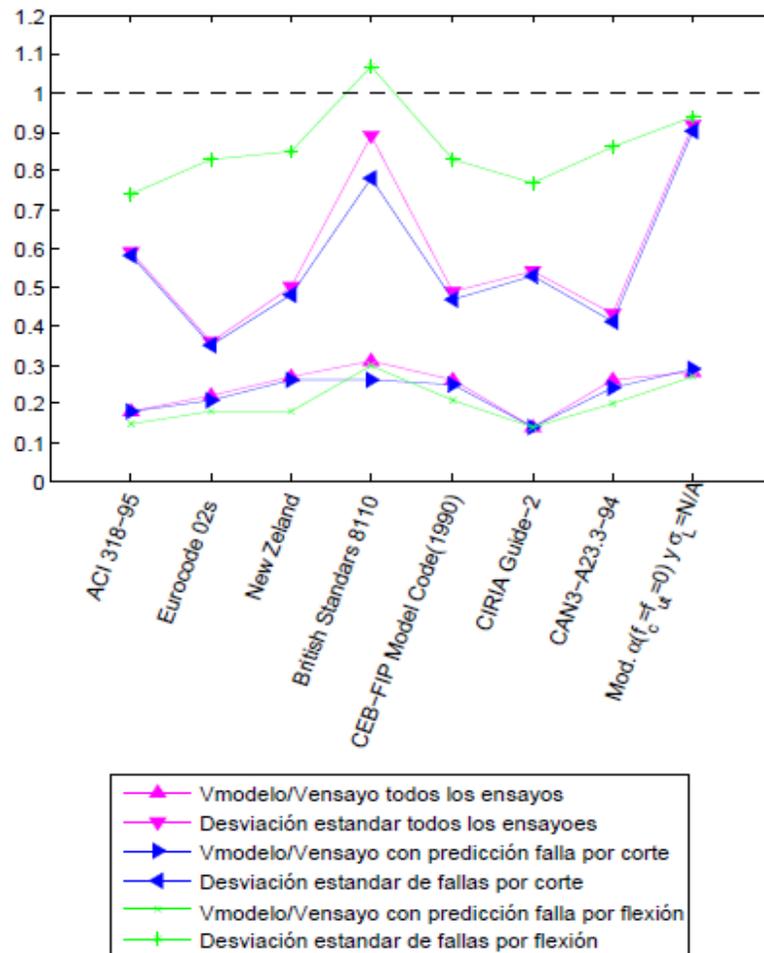


**Figura 5.4** Comparación razones de las distintas normas utilizadas

**Tabla 5.1** Cuadro comparativo de resultados estadísticos de la relación  $V_{norma}/V_{ensayo}$

	modelo	ACI	Ec2s	NZ	Bs	CEB	CIRIA	CSA	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$
Todos los ensayos	$V_{norma}/V_{ensayo}$	0.59	0.36	0.5	0.89	0.49	0.54	0.43	0.92
	Desviación estándar	0.18	0.22	0.27	0.31	0.26	0.14	0.26	0.28
	Coef. de variación	0.31	0.61	0.54	0.35	0.53	0.26	0.5	0.3
vigas que fallan por corte	$V_{norma}/V_{ensayo}$	0.58	0.35	0.48	0.78	0.47	0.53	0.41	0.90
	Desviación estándar	0.18	0.21	0.26	0.26	0.25	0.14	0.24	0.29
	Coef. de variación	0.31	0.6	0.54	0.33	0.53	0.26	0.59	0.32
	Numero de ensayos	171	179	169	114	173	179	174	91
Vigas que fallan por flexión	$V_{norma}/V_{ensayo}$	0.74	0.83	0.85	1.07	0.83	0.77	0.86	0.94
	Desviación estándar	0.15	0.18	0.18	0.3	0.21	0.22	0.2	0.27
	Coef. de variación	0.2	0.22	0.21	0.28	0.25	0.29	0.23	0.29
	Número de ensayos	11	3	13	68	9	3	8	91

Comparación de los parámetros estadísticos de las diferentes normas utilizadas

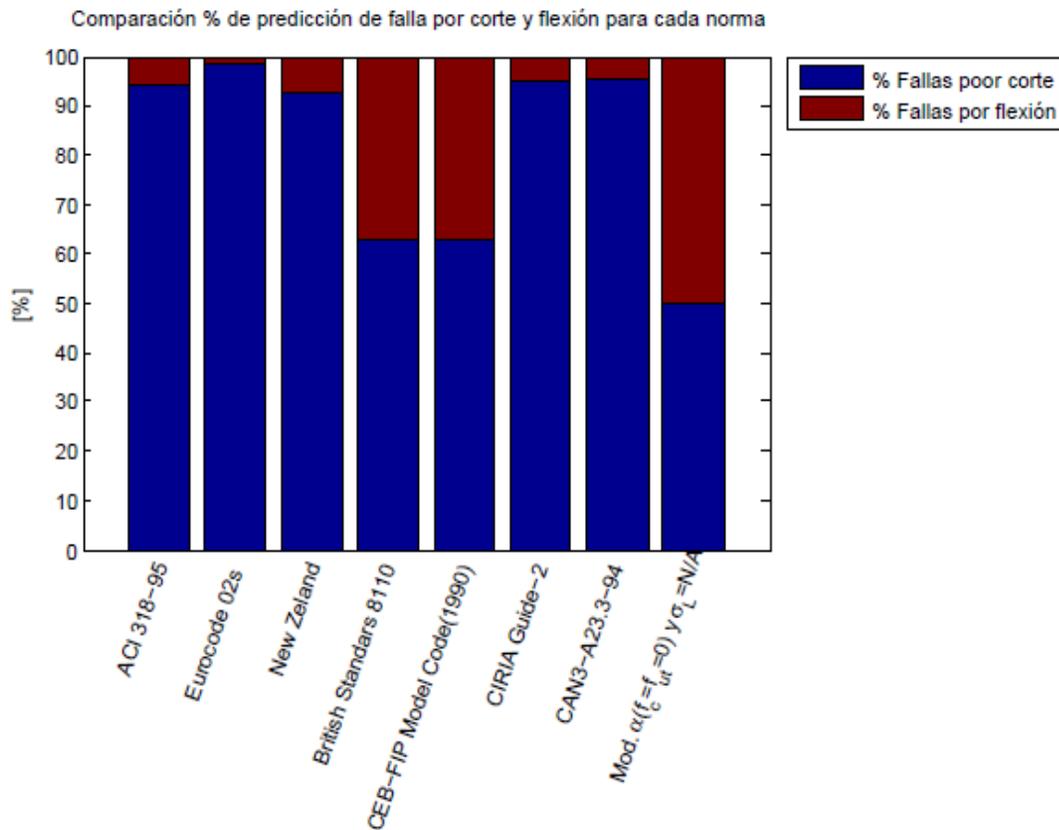


**Figura 5.5** Comparación de los parámetros estadísticos de las diferentes normas utilizadas

Si solo se analizan las dispersiones, los modelos que obtienen mejores resultados, son el código CIRIA y el código ACI, con un 0.14 y 0.18 respectivamente, teniendo una dispersión mejor aun que el modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ , que tiene una dispersión de 0.28. La razón promedio de estimación de la capacidad de las normas antes mencionas con respecto a los ensayos también es similar, siendo de 0.54 y 0.59 respectivamente. Estas similitudes son esperables ya que ambas normas tienen formulaciones similares, considerando tanto las cuantías del alma horizontal y vertical, como la relación de aspecto a/d.

Si se analiza el coeficiente de variación (COV) es posible apreciar que de manera global se tiene un COV menor a 1. Particularmente el código CIRIA seguido del ACI son aquellos con menor COV considerando todos los ensayos y los que fallan por corte (CIRIA=0.26 y ACI=0.31). Cuando se trata de flexión el COV se torna más parejo, siendo la norma ACI la que sigue predominado el comportamiento con un menor valor (CIRIA=0.29 y ACI=0.2), por lo tanto, estos modelos son los que tienen una distribución de sus datos de manera más homogénea, respecto su valor medio.

Cuando se analiza el COV del modelo tipo panel de ángulo fijo es similar a los modelos antes mencionados para la totalidad de los ensayos (0.3) y para los que fallan por corte (0.32), siendo un poco más grande comparativamente (0.29) cuando se habla de flexión. De esta manera las mejores desviaciones estándares antes observadas para el código ACI y CIRIA no significan una mejora significativa respecto el modelo de ángulo fijo, sino que está asociada a la disminución de la estimación de la capacidad.



**Figura 5.6** Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para cada norma

El comportamiento de las normas ACI y CIRIA, además de ser similar en los parámetros estadísticos mencionados anteriormente, en ambos códigos se predice que el número de vigas que fallan por corte alcanza el 95% aproximadamente. Mientras que el código BS 8110, que es aquel que tiene mejor estimación de la capacidad, estima que las vigas que fallan por corte son cerca de un 60%, lo cual es más cercano modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ , que estima que será un 50%.

Es importante considerar que la definición de los modelos permite utilizarlos para relaciones entre la altura y el largo de la viga menores a 2.5 casi en la totalidad de ellos, sin embargo, esto solo se cumple en un 40% de los ensayos, pero, las relaciones de aspecto a/d si cumple con ser menores a 2.5 en la totalidad, por ende, el comportamiento de vigas altas igualmente se considera efectivo, aunque las subestimaciones de las capacidades por los modelos, puede estar asociada a esta característica. Por otro lado, los códigos no especifican si son útiles para hormigón de alta resistencia, y estos conforman un 40% de la base de datos.

El modelo que peor se comporta es el EC2, pero se debe a que este método considera las vigas de manera general y no estipula algún método especial para las vigas altas.

## 6. ANÁLISIS DE RESPUESTA CARGA V/S DESPLAZAMIENTO

En este capítulo se hará una comparación de la respuesta carga versus desplazamiento de viga altas, considerando una selección de ensayos de la base de datos. Estos ensayos serán modelados en el programa de elementos finitos llamado MIDAS FEA, y de este modo se comparará la respuesta experimental, la respuesta del modelo tipo panel de ángulo fijo y la respuesta del programa.

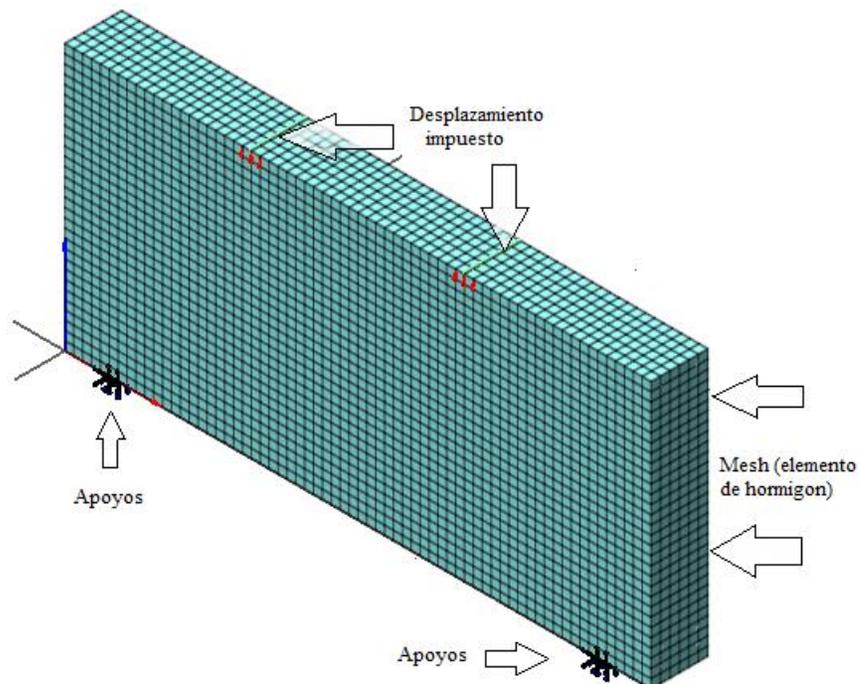
### 6.1. Metodología de diseño de vigas en MIDAS FEA.

Para modelar las vigas altas especificadas en la tabla 6.1 en el programa de elementos finitos MIDAS fea se procedió de la manera especificada en los puntos siguientes:

- Se determinan las unidades con las cuales se trabajará. Se dibuja el elemento viga y especifican sus dimensiones, utilizando *Solid-Box*. Luego se dibujan los elementos “armaduras longitudinales y transversales”. Se utiliza *Curve-3D line* para la armadura horizontal y *Curve-Rectangle* para la armadura vertical (ambas pueden ser copiadas y/o trasladadas utilizando *Traslate*).
- Luego se definen los materiales en *Analisis-Material*. Aquí se especifican las cualidades del hormigón y del acero. Para ello se utilizan las propiedades expuestas en la tabla 6.1 para cada espécimen modelado.
- Para el hormigón se considera un módulo de elasticidad  $E_c$  [MPa] según ecuación 2.16, una densidad igual a 25 [KN/m<sup>3</sup>], un módulo de Poisson igual 0.16 y un coeficiente de expansión de 0. El modelo constitutivo utilizado es el *Total strain crack* que permite analizar el proceso de generación de fisuras por medio de un modelo fijo o rotativo (en primera instancia se utiliza el fijo), considerando el efecto lateral establecido por Vecchio y Collins, y el efecto de confinamiento establecido por Selby y Vecchio. Este modelo permite definir el comportamiento a compresión y a tracción. En tensión se utiliza el modelo de Hordijk, el cual precisa la energía y largo de fractura, los cuales se determinaron por medio de lo propuesto por König (1993) (se especifica en el punto 6.1.1), además requiere la tensión máxima de tracción del hormigón,  $f'_{ct}$  [MPa], la cual es determinada por la ecuación 2.15 del modelo tipo panel de ángulo fijo. Para la compresión el modelo utilizado es la curva de Thorenfeldt, definida con el parámetro  $f'_c$ .
- Para el acero se utiliza un módulo elástico del acero,  $E_s$  igual a 200.000 [MPa], la densidad igual a 77 [KN/m<sup>3</sup>], un módulo de Poisson igual 0.3, y un coeficiente de expansión de 0.000012. El modelo constitutivo es Von Mises y requiere el límite de fluencia del acero.
- Luego en *Analisis-Property*, se definen las propiedades de los elementos como son sus materiales y características (diámetros y los tipos de barras).
- Posteriormente se genera la división de los elementos. Para el hormigón se utiliza *Mesh-MapMesh-Solid*, (la medida de cada elementos es de 25mm) y para el acero *Mesh-AutoMesh-Edge*. (donde se la armadura longitudinal se divide en 25 ó 30 elementos dependiendo de la longitud de la viga, mientras la armadura vertical tiene una división de 25mm de largo).

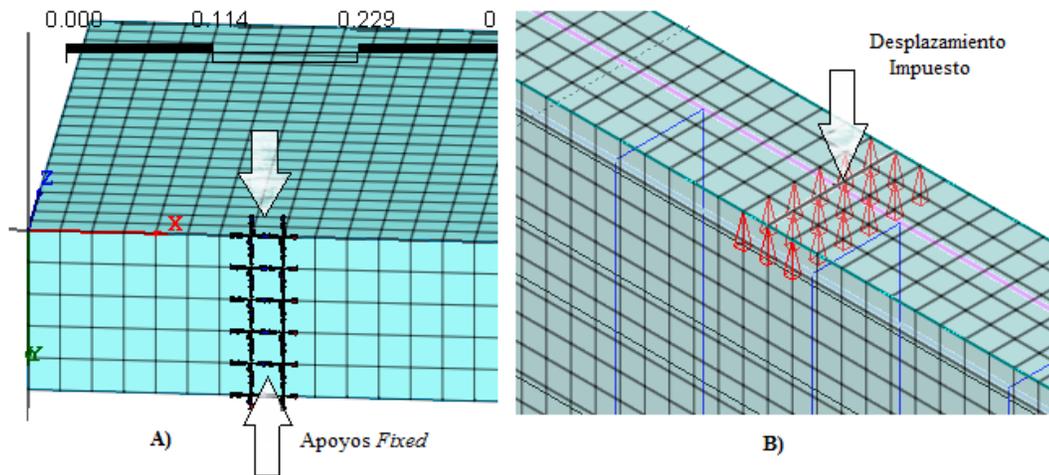
- Después se crean los apoyos (*fixed*) eligiendo una superficie conformada por los nodos que la rodean, *Analys-BC-Constrains* (figura 6.2a) y de manera análoga se elige una superficie donde se impone el desplazamiento con *Analys-Load-Displacement*. Para imponer un desplazamiento primero se define en *Mesh-Node-Create* el punto central donde se aplicarán los desplazamientos, luego se crea el elemento rígido que une la zona donde se aplica el desplazamiento *Mesh-Element-CreateLink-property-RigidBody*, y finalmente es posible aplicar el desplazamiento sobre la zona señalada en la figura 6.2b.
- Finalmente se realiza el análisis de la viga en la sección *Analisis - Analisis case*. Aquí se utiliza un análisis no lineal estático, pidiendo adquirir tanto tensiones como deformaciones. Además se impone que el tipo de iteración, para la convergencia, sea de Newton Raphson, con un número de 100 pasos y 200 iteraciones para cada paso. En conjunto, el criterio de convergencia es de energía en un 0.001.

Con la metodología descrita anteriormente se obtienen un modelo similar al mostrado en la figura 6.1, donde se señalan los puntos de desplazamiento impuesto, los puntos de apoyo y los elementos de viga luego de generar la división o *mesh*.



**Figura 6.1** Modelo ejemplo realizado en el programa MIDAS FEA (espécimen L5-75)

En la figura 6.2 se aprecia un detalle de la manera en que se imponen las condiciones de los apoyos y de desplazamiento. Cabe notar especialmente que estas no se aplican en un nodo ni en una línea de nodos, sino en nodos que enmarcan una superficie, lo cual permite que la falla no se induzca precipitadamente en esos puntos.



**Figura 6.2** Detalle del tipo de apoyo utilizado (A) y del desplazamiento impuesto (B) en programa MIDAS FEA.

### 6.1.1. Determinación de energía de fractura.

Dentro de los datos que se ingresan al programa (*Inputs*) para definir el hormigón como material, se encuentra la energía de fractura y el largo característico. Para determinarlos se utilizan las fórmulas entregadas por König et al (1993), quien demostró que la conducta a la tensión del hormigón era el factor más importante que gobernaba el comportamiento en el corte de vigas sin estribos. Por el contrario el comportamiento del agregado y el anclaje del refuerzo longitudinal eran poco influyentes, surgiendo la siguiente expresión empírica:

$$G_f = 65 \ln (1 + 0,1 f'_c) \quad (6.1)$$

$$I_{ch} = \frac{EG_f}{f_{ct}^2} \quad (6.2)$$

$$f_{ct} = 2,12 \ln (1 + 0,1 f'_c) \quad (6.3)$$

$$E = 10000 f_c^{0,3} \quad (6.4)$$

Donde:

$f'_c$ : Resistencia máxima a la compresión de un cilindro de hormigón [MPa].

$f_{ct}$ : Resistencia máxima a la tracción de un cilindro de hormigón [MPa].

$G_f$ : Energía de fractura [N/m].

$E$ : Módulo de elasticidad [Mpa].

$I_{ch}$ : Largo característico [mm].

## 6.2. Descripción de datos modelados en MIDAS FEA.

Se seleccionaron 16 ensayos que pueden ser agrupados por poseer características comunes, y de este modo conocer la respuesta en función de un parámetro en particular. Los ensayos elegidos se especifican en la tabla 6.1.

Los datos elegidos están en un rango de relación de aspecto (a/d) que va desde 0.27 a 2.7, además es posible apreciar que los ensayos H42 [A; B; C] tienen las mismas características geométricas en las vigas, variando las cuantías de armadura transversal (armadura de corte). Por otro lado, los ensayos H4 [1; 2; 3; 5] varían el punto de aplicación de la carga (a), lo mismo ocurre con los ensayos del segundo grupo A, B, D, E y G, donde el único parámetro que cambia es el punto de aplicación de la carga. Finalmente el grupo L5 tiene diferentes características geométricas y la armadura longitudinal tiene pequeñas variaciones, pero siempre está cercana el 1%. Además este último grupo no considera armadura en el alma, ni vertical ni horizontal. Además los ensayos elegidos para ser modelados en esta primera instancia tienen una resistencia a la compresión del hormigón que va desde los 23.7 [MPa] a los 57.3 [MPa].

**Tabla 6.1** Ensayos elegidos para la modelación en MIDAS y posterior comparación

	h [mm]	B [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	$f_c$ [MPa]	$\rho_B$	$\rho_L$	$\rho_T$	$f_{yB}$ [MPa]	$f_{yL}$ [MPa]	$f_{yT}$ [Mpa]	$V_{test}$ [KN]	$\rho_B'$	$f_{yB}'$ [MPa]
N4200	560	130	500	425	2000	23,7	1,56	0	0	420	420	420	265	0,24	420
H41A2(1)	560	130	500	250	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	713	0,24	420
H42A2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	488	0,24	420
H42B2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,22	420	420	420	456	0,24	420
H42C2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,34	420	420	420	420	0,24	420
H43A2(1)	560	130	500	625	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	347	0,24	420
H45A2	560	130	500	1000	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	210	0,24	420
A-0.27-5.38	500	110	463	125	2500	57,3	1,23	0	0,48	505	0	375	630	0,11	375
B-0.54-5.38	500	110	463	250	2500	53	1,23	0	0,48	505	0	375	480	0,11	375
D-1.08-5.38	500	110	463	500	2500	48,0	1,23	0	0,48	505	0	375	290	0,11	375
E-1.62-5.38	500	110	463	750	2500	45,3	1,23	0	0,48	505	0	375	173	0,11	375
G-2.70-5.38	500	110	463	1250	2500	42,8	1,23	0	0,48	505	0	375	105	0,11	375
L5-40	400	160	355	200	1000	31,4	1	0	0	804	0	0	447	0,28	408
L5-60	600	160	555	300	2100	31,4	0,98	0	0	804	0	0	535	0,18	408
L5-75	750	160	685	375	1350	31,4	1	0	0	804	0	0	597	0,14	408
L5-100	1000	160	935	500	1600	31,4	0,9	0	0	804	0	0	582	0,10	408

### 6.3. Análisis de respuesta Carga v/s Desplazamiento

Las figuras 6.3, 6.5, 6.7 y 6.9 permiten observar la relación entre los modelos realizados en MIDAS FEA y los registros existentes de los ensayos. En la gráfica se hace explícito el comportamiento de desplazamiento en el “centro de las vigas” a medida que se aplica carga sobre este elemento, hasta alcanzar la máxima capacidad (como se menciono anteriormente la carga se aplica a una distancia “a” desde el apoyo). Cabe señalar que solo los ensayos graficados en la figura 6.9 tenían información posterior al máximo de capacidad, ya que los otros ensayos solo entregan información hasta el máximo de capacidad, siendo este punto donde se produce la falla.

En la figura 6.4, 6.6, 6.8 y 6.10 es posible ver los mismos ensayos graficados anteriormente pero esta vez se compara la respuesta carga versus desplazamiento de lo entregado por la estimación realizada con el modelo tipo panel de ángulo fijo  $\alpha(\sigma_r=f_{ut}=0)$ , con los obtenido empíricamente. Se considera ese modelo de ángulo fijo, por ser aquel que entrego mejores resultados en el análisis realizado en los capítulos anteriores. Posteriormente se procede a realizar una comparación de las capacidades obtenidas, pretendiendo señalar que en este punto alcanza un mejor comportamiento el modelo de ángulo fijo que el modelo MIDAS FEA.

En la figura 6.3 se observan los ensayos de la serie H, los cuales se caracterizan por tener una relación de aspecto que va desde 0.5 a 2, siendo este un parámetro relevante en el comportamiento de las vigas, como se apreció en la figura 4.20 y 4.27. MIDAS muestra que la variación es capturada de buena manera, ya que sigue la tendencia a disminuir la pendiente a medida que la relación de aspecto crece, y además a medida que aumento la relación a/d, va disminuyendo la capacidad máxima alcanzada por la viga. En general, para esta serie de datos, MIDAS alcanza un promedio del 65% de la deflexión experimental. También se determina que MIDAS aunque sigue la tendencia y captura la rigidez del elemento al deformarse, solo alcanza un promedio del 79% de la capacidad final como se contabiliza en la tabla 6.2.

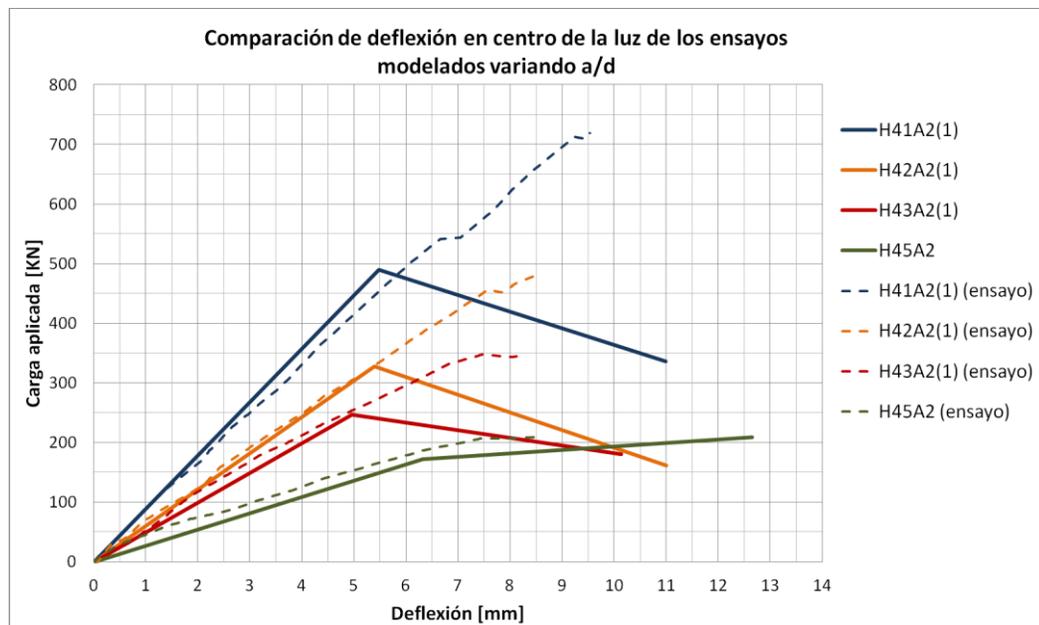
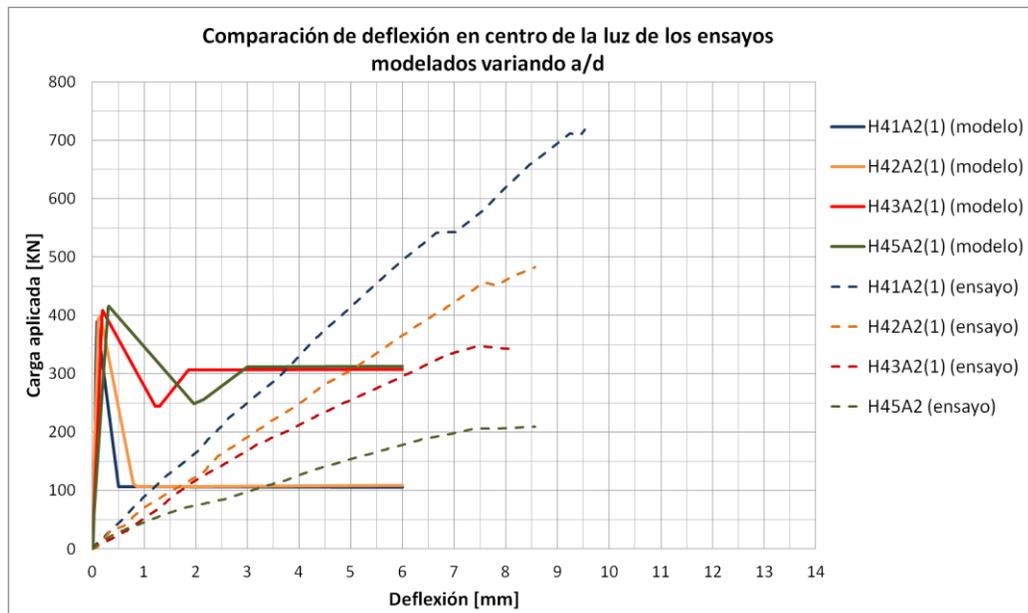


Figura 6.3 Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.

En la figura 6.4, los ensayos son comparados con la respuesta carga versus desplazamiento que entrega el modelo tipo panel de ángulo fijo. En ella se aprecia que las deformaciones son subestimadas de manera categórica y significativa, esto se debe fundamentalmente a que se están comparando cosas distintas, ya que en el modelo tipo panel de ángulo fijo solo se consideran las deformaciones por corte, mientras que MIDAS considera las deformaciones por corte y flexión. Esto se debe considerar en las figuras 6.6, 6.8 y 6.10.

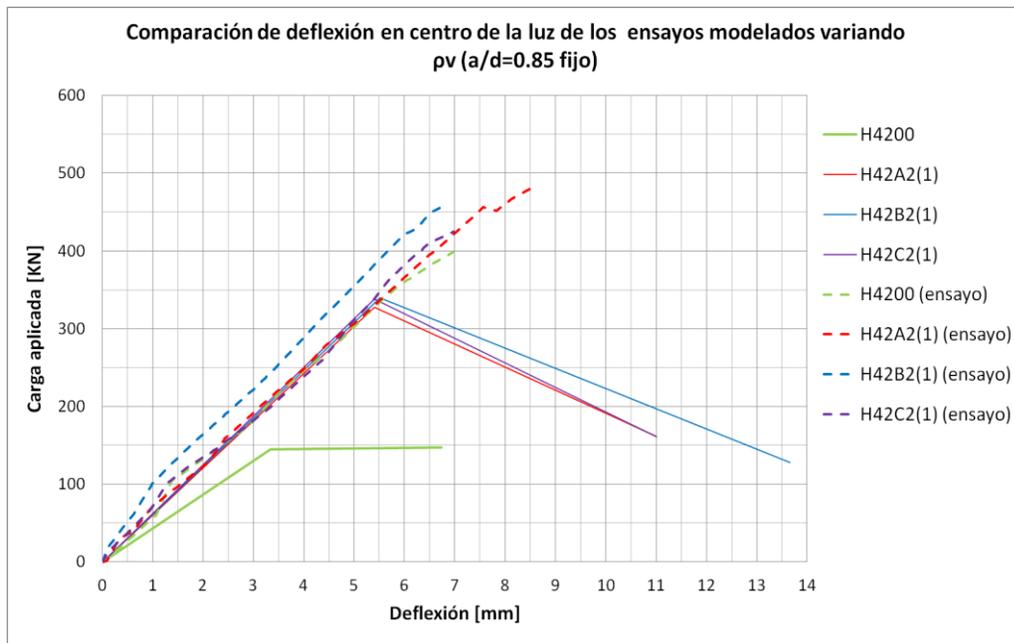
Cuando se analizan las capacidades alcanzadas, se observa que son bastante estables, es decir, a medida que se aumenta la relación  $a/d$ , no se reduce la capacidad de la viga estimada por el modelo, por lo tanto, como el único parámetro que cambia de estos ensayos es la relación de aspecto ( $a/d$ ), es posible deducir, que este parámetro no está siendo bien capturado por el modelo. Los ensayos H43A2 y H45A2 se estima fallan por flexión (tabla 6.2).



**Figura 6.4** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013).

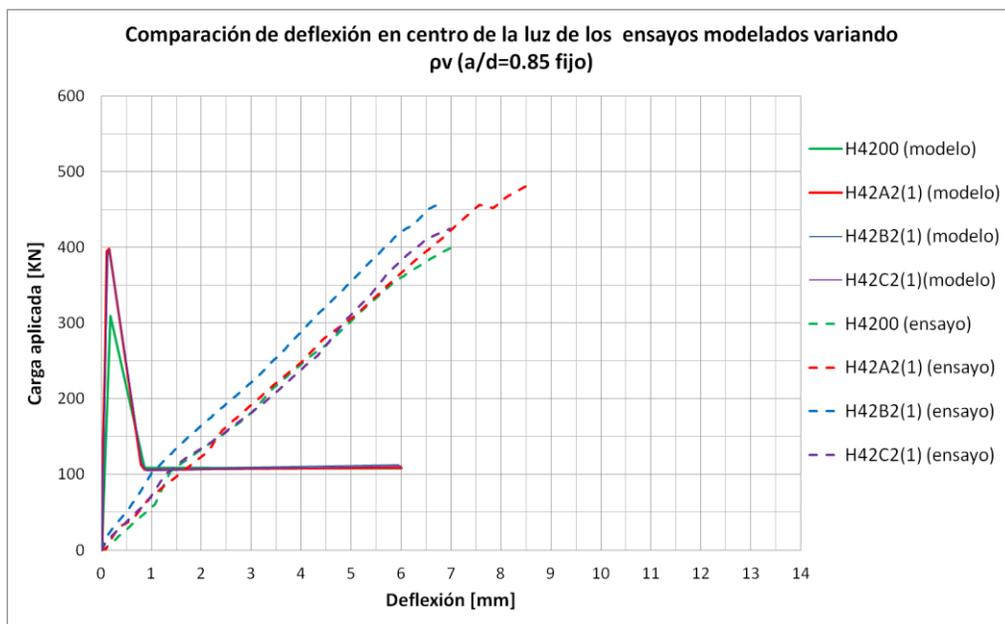
En las figuras 6.5 y 6.6, se muestra la respuesta carga versus desplazamiento para la otra parte de la serie de datos H, que tiene como parámetro variable la cuantía de armadura vertical, dejado fija la relación de aspecto ( $a/d = 0.85$ ). Este parámetro muestra no generar variaciones importantes experimentalmente, ni en el modelo de ángulo fijo, ni en el programa de elementos finitos MIDAS FEA.

Como se puede apreciar en la figura 6.5, MIDAS vuelve a tener una buena estimación de la manera en que se genera la deformación a medida que se aplica carga sobre la viga alcanzando cerca de un 80% del desplazamiento experimental, excepto para el espécimen H4200, que tiene la particularidad de no tener armadura transversal ni longitudinal (Atendiendo a esta respuesta que no se asemeja a lo experimental se graficará en la figura 6.9, ensayos que tampoco tienen armadura en el alma). La capacidad alcanza un promedio del 78%, para este grupo de datos.



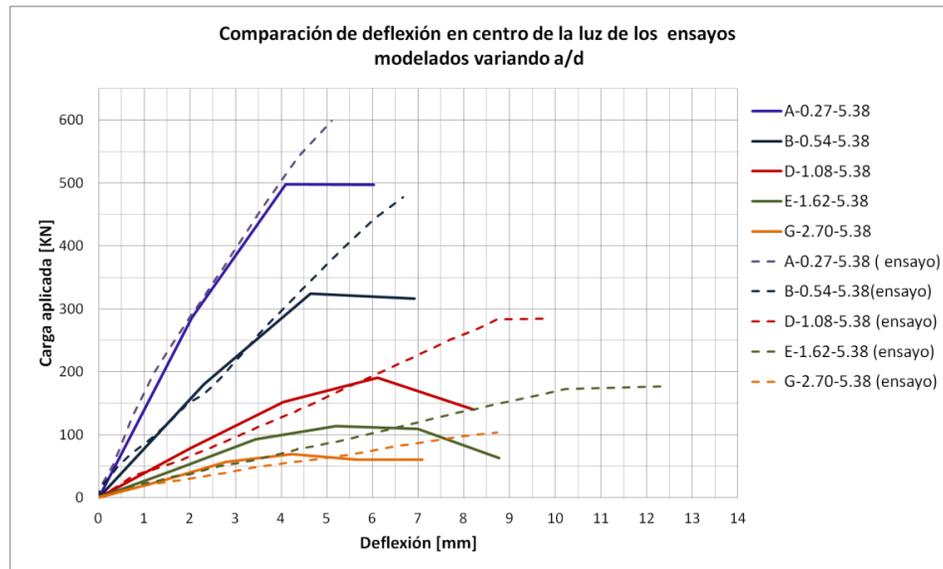
**Figura 6.5** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.

En la figura 6.6 la respuesta del modelo de ángulo fijo tiene una buena estimación de la capacidad alcanzada por las vigas, pero una vez más subestima en demasía la respuesta de deformación alcanzada experimentalmente, por lo explicado anteriormente. Las variaciones de capacidad son menores, entendiéndose que la cuantía de refuerzo transversal no es capturada por la metodología del modelo tipo panel de ángulo fijo, es esperable que esto suceda, además, tal condición, experimentalmente tampoco genera grandes cambios en las capacidades alcanzadas por las vigas, lo que permite entender que la armadura transversal juega un rol poco significativo en la resistencia al corte de las vigas altas, sobre todo cuando las relaciones de aspecto son bajas.



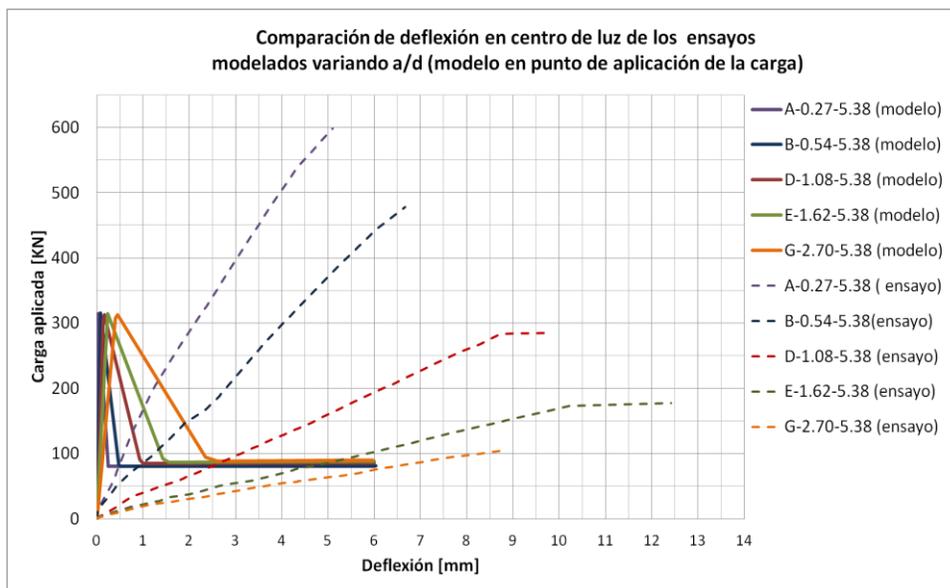
**Figura 6.6** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013).

La serie de datos (datos A al G), graficada en figura 6.7, se caracteriza por ensayos que tienen una relación de aspecto que va desde 0.27 a 2.7, y que no tienen armadura longitudinal en el alma. El comportamiento es análogo a lo observado en la figura 6.3, por ende MIDAS muestra que la rigidez es capturada de buena manera, ya que sigue la tendencia a disminuir la pendiente a medida que la relación de aspecto crece, y como consecuencia va disminuyendo la capacidad de la viga alcanzando un 68% de la deformación experimental. En la tabla 6.2 se determina que solo se alcanza un 70% de la capacidad final.



**Figura 6.7** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea.

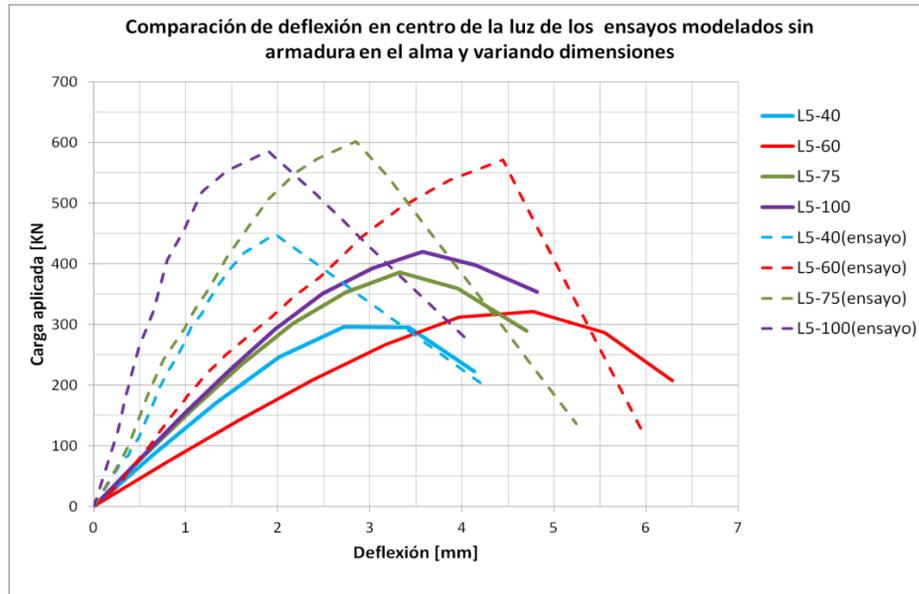
En la figura 6.8, los ensayos son comparados con la respuesta que entrega el modelo tipo panel de ángulo fijo, y se nota un comportamiento análogo a la figura 6.4, pero esta vez las capacidades no son capturas de buena manera porque los especímenes D, E y G son controlados por flexión, mientras en los restantes se alcanza solo un 60 % de la capacidad experimental.



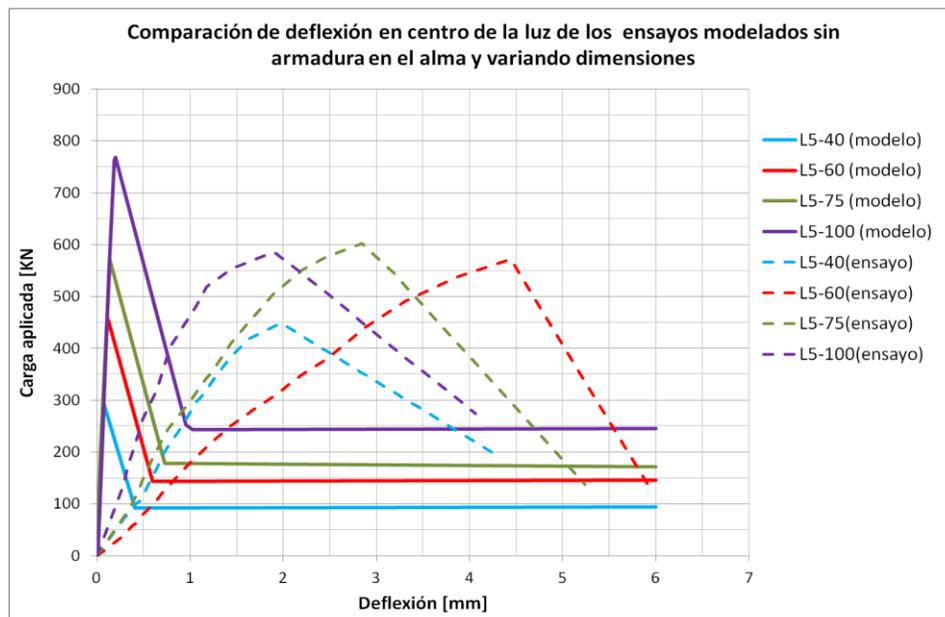
**Figura 6.8** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L. (2013).

Finalmente en la figura 6.9 y 6.10 se grafican los ensayos de la serie L, cuya característica fundamental es que no poseen armadura en el alma, y con ello se pueda entender el comportamiento del ensayo H4200 de la figura 6.5. Cada una de los ensayos tiene distintas características geométricas de altura y largo, pero con una relación de aspecto (a/d) de 0.5 aproximadamente para todos los especímenes.

Cuando se analiza el comportamiento de MIDAS, se aprecia que subestima la capacidad del hormigón pero se alcanzan desplazamientos mayores, considerando que estos son muy bajos, se alcanza un 40% de mayores desplazamientos en el punto máximo (Figura 6.9).



**Figura 6.9** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS Fea



**Figura 6.10** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).

La figura 6.10 muestra que el modelo de ángulo fijo en algunos casos subestima la capacidad mientras en otros la sobrestima, esto se debe a que la capacidad final está en directa relación con la altura de la viga (ecuación 2.4), es por ello que a medida que la viga tiene una mayor altura, más capacidad se estima por el modelo de ángulo fijo, y lo contrario ocurre cuando la altura de la viga es baja. Las dimensiones de la viga solo se hacen presentes en el cálculo final de la capacidad al corte, ya que cuando se estiman las tensiones, estas solo dependen de la relación de aspecto (asociada al ángulo del puntal) y a las propiedades de los materiales, características que son iguales para toda esta muestra de ensayos, por lo tanto, en todos los ensayos de esta sección se determinan tensiones similares pero capacidades distintas, sin embargo, experimentalmente esta diferencia de dimensiones no afecta la capacidad.

En la Tabla 6.2 se exponen los resultados de la comparación de las capacidades máximas experimentales con las estimadas, tanto por MIDAS como por el modelo tipo panel, especificando el tipo de falla y el modo de falla predicha para el corte.

**Tabla 6.2** Resultados de estimación de las capacidades para ensayos modelados en MIDAS

	$V_{test}$ [KN]	Predicción tipo de falla	$V_{mod.corte}$	$V_{modelo} / V_{test}$	$V_{MIDAS}$	$V_{MIDAS} / V_{ensayo}$	Predicción modo de falla experimental
N4200	265	corte	309	1,17	147	0,55	Tracción diagonal
H41A2(1)	713	corte	392	0,55*	489	0,69	Tracción diagonal
H42A2(1)	488	corte	400	0,82	385	0,79	Tracción diagonal
H42B2(1)	456	corte	400	0,88	395	0,87	Tracción diagonal
H42C2(1)	420	corte	400	0,95	388	0,92	Tracción diagonal
H43A2(1)	347	Flexión	316(409)	0,91	246	0,71	-
H45A2	210	Flexión	198(209)	0,94	208	0,99	-
A-0.27-5.38	630	corte	314	0,50*	497	0,79	Tracción diagonal
B-0.54-5.38	480	corte	313	0,65*	324	0,68	Tracción diagonal
D-1.08-5.38	290	Flexión	271(314)	0,93	190	0,66	-
E-1.62-5.38	173	Flexión	180(314)	1,04	113	0,65	-
G-2.70-5.38	105	Flexión	108(156)	1,03	69	0,66	-
L5-40	447	corte	291	0,65	296	0,66	Tracción diagonal
L5-60	535	corte	455	0,85	321	0,60	Tracción diagonal
L5-75	597	corte	569	0,95	386	0,65	Tracción diagonal
L5-100	582	corte	767	1,32	419	0,72	Tracción diagonal
		Promedio todos		0,88		0,72	
		Desv. todos		0,22		0,12	
		Promedio corte		0,84		0,72	
		Desv. corte		0,25		0,11	
		Promedio flexión		0,97		0,73	
		Desv. flexión		0,06		0,14	

Si se compara el comportamiento de la deflexión versus carga que entrega el modelo tipo panel modificado de ángulo fijo, se aprecia que no lo representa de buena manera lo observado durante los experimentos, mientras, el programa MIDAS FEA estima los desplazamientos de una mejor forma y captura las rigideces de los elementos de manera correcta. Sin embargo, se debe notar que al utilizar el modelo tipo panel, solo se están considerando los desplazamientos asociados al corte, y además, el desplazamiento es medido en el punto de aplicación de la carga, mientras que en los otros casos (MIDAS y ensayo) se considera el efecto del corte-flexión y la deflexión es medida en el centro de la viga.

Por otro lado, al comparar la estimación de capacidades, el modelo tipo panel modificado (Ulloa L, (2013)) tiene una mejor respuesta que MIDAS, tanto para vigas que fallan por corte como para las que fallan por flexión. Es posible notar que la respuestas de MIDAS, subestima de mayor manera la capacidad, sin embargo, su desviación estándar en mucho menor, lo cual indica que es un modelo que estima de mejor manera el tipo de falla (vigas que fallan por corte o flexión).

Este primer grupo de ensayos modelados, se caracterizo por relaciones de aspecto (a/d) que van desde 0.27 a 2.7, y es posible apreciar de la tabla 6.2 que las mayores subestimaciones en la capacidad de las vigas, es para valores bajos de a/d (ensayos\*). Del análisis de sensibilidad se aprecia que cuando las relaciones de aspecto están en torno a 1.2, era cuando se obtenían mejores resultados, de manera similar a lo obtenido por Ulloa L. (2013) en muros, quien estima que el modelo entrega mejores resultados para relaciones de aspecto mayores a 1. Es por ello que se estima necesario generar una acotación de las relaciones de aspecto para la cual el modelo debiese ser utilizado, o generar una modificación para la estimación del ángulo el puntal, ya que este parámetro depende directamente de la relación de aspecto, buscando disminuir tales variaciones.

En la elección de los ensayos que fueron modelados, se busco aquellos que tuviesen una geometría similar y que particularmente variaran la relación a/d, por ser aquel parámetro que genera una mayor variación en las estimaciones del modelo tipo panel de ángulo fijo Ulloa L. (2013) y de este modo comprender como influía este parámetro y estimar una posible falla precipitada en algunos casos.

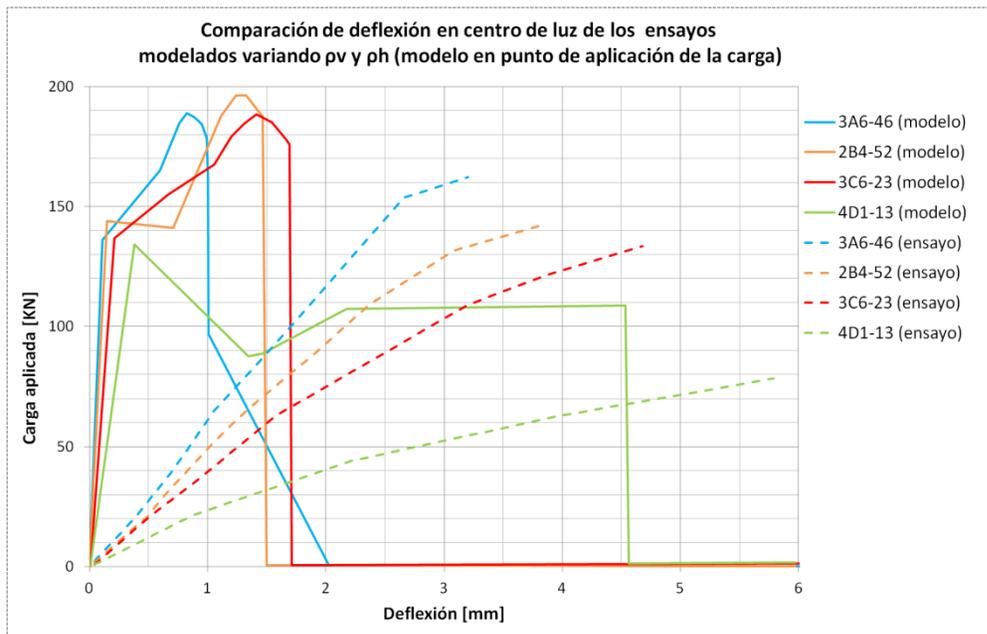
Considerando la forma de elección anteriormente descrita, es notable en la tabla 6.2 que la totalidad de los ensayos elegidos fallan por tracción diagonal (Ulloa L. (2013) había obtenido que los desplazamientos eran sobrestimados de larga manera cuando la falla era del tipo tracción), es por ello que observando las curvas carga desplazamiento obtenidas por el modelo tipo panel se buscan ensayos que tengan un comportamiento distinto, y que además estén asociados a la información de sus curva carga v/s desplazamiento experimentales, con el objetivo de encontrar vigas que fallen por compresión diagonal y que alcancen una mayor deformación con el modelo. De este modo se genera la tabla 6.3, donde se exponen las características de los ensayos elegidos.

**Tabla 6.3** Segunda selección de ensayos para comparación curvas carga vs desplazamiento.

	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	$\rho_B$	$\rho_L$	$\rho_T$	$f_{yB}$ [MPa]	$f_{yL}$ [MPa]	$f_{yT}$ [Mpa]	$V_{test}$ [KN]	$\rho_{B'}$	$f_{yB'}$ [MPa]
0A0-48	356	102	305	235	710	21	1,94	0	0	431	0	0	136	0,1	437
3A6-46	356	102	305	235	710	20	1,94	0,91	1,25	431	437	437	168	0,1	437
OB0-49	356	102	305	308	838	22	1,94	0	0	431	437	437	149	0,1	437
2B4-52	356	102	305	308	838	22	1,94	0,68	0,42	431	437	437	150	0,1	437
0C0-50	356	102	305	408	1015	21	1,94	0	0	431	437	437	116	0,1	437
3C6-23	356	102	305	408	1015	19	1,94	0,91	0,56	431	437	437	137	0,1	437
0D0-47	356	102	305	613	1372	20	1,94	0	0	431	437	437	73	0,1	437
4D1-13	356	102	305	613	1372	16	1,94	0,23	0,42	431	437	437	87	0,1	437

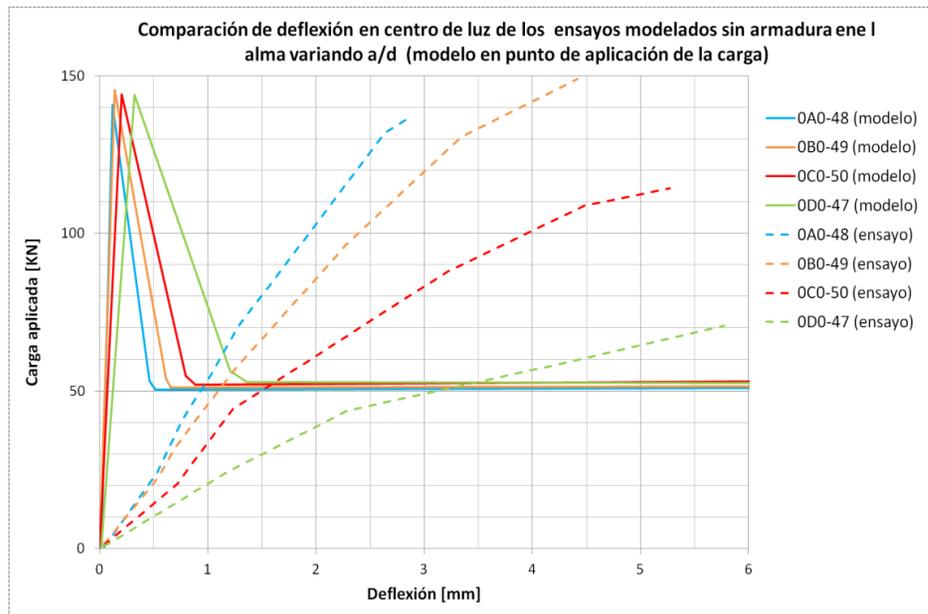
Los ensayos utilizados en esta segunda instancia tienen una capacidad a la compresión más baja que los utilizados anteriormente (20 [MPa] aproximadamente), pero ahora su relación de aspecto varía entre 0.77 y 2 (mas acotada que antes y relativamente más cercana a 1). En la figura 6.11 y 6.12 se grafica el comportamiento carga versus desplazamiento de las vigas de manera experimental y el comportamiento estimado por el modelo tipo panel de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ . Los ensayos de la figura 6.11 se caracterizan por tener armadura en el alma tanto transversal como longitudinal, mientras que los de la figura 6.12 no poseen armadura en el alma.

En la figura 6.11 es posible apreciar el comportamiento de carga versus desplazamiento estimado por el modelo tipo panel de ángulo fijo de vigas cuya cualidad, como se menciono anteriormente, es poseer armadura en el alma, pero a diferencia de las vigas ilustradas en 6.4 y 6.6 ahora la cuantía longitudinal es casi el doble. Como ya se mencionó en el análisis de sensibilidad, el modelo captura estos parámetros (armadura en el alma) de buena manera, y por la gráfica, es posible notar que la armadura longitudinal está directamente relacionada con las deflexiones alcanzadas. Sin embargo, los desplazamientos igualmente son subestimados por el modelo pero considerando el máximo ahora hay ensayos modelados que alcanzan un 30% de lo obtenido experimentalmente. En cuanto a las capacidades estas son levemente sobreestimadas y se mantienen relativamente estables, siendo la diferencia más significativa para el ensayo 4D1, sin embargo, su falla está controlada por flexión y por ende su comportamiento no debe ser considerado (igual que el ensayo 3C6).



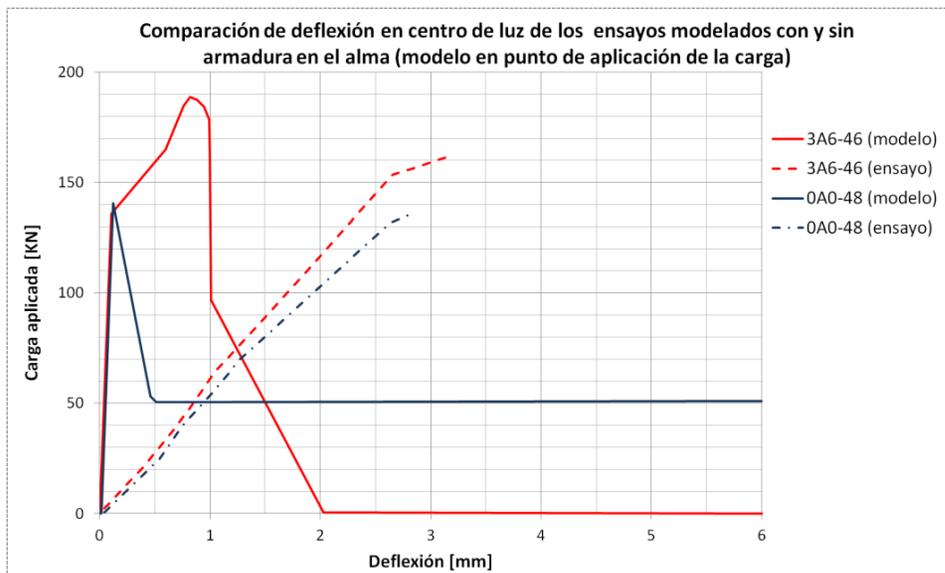
**Figura 6.11** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).

En la figura 6.12 donde se grafican ensayos sin armadura en el alma, se aprecia una leve sobrestimación de la capacidad del hormigón, y esta vez se utilizan bajos  $f'_c$ . El ensayo 0D0 es controlado por la flexión, por lo tanto, no se debe considerar. El cambio en los desplazamientos no es capturado. Como se aprecia en la Tabla 6.4 el modelo estima a fallas de corte por tracción diagonal para esto ensayos, mientras los ensayos de la figura 6.11 son de compresión diagonal, es decir, la presencia de armadura longitudinal en el alma, cambia este comportamiento predicho por el modelo, lo cual es esperable ya que se utiliza el equilibrio en este sentido (longitudinal) para establecer las tensiones en la solución del problema.

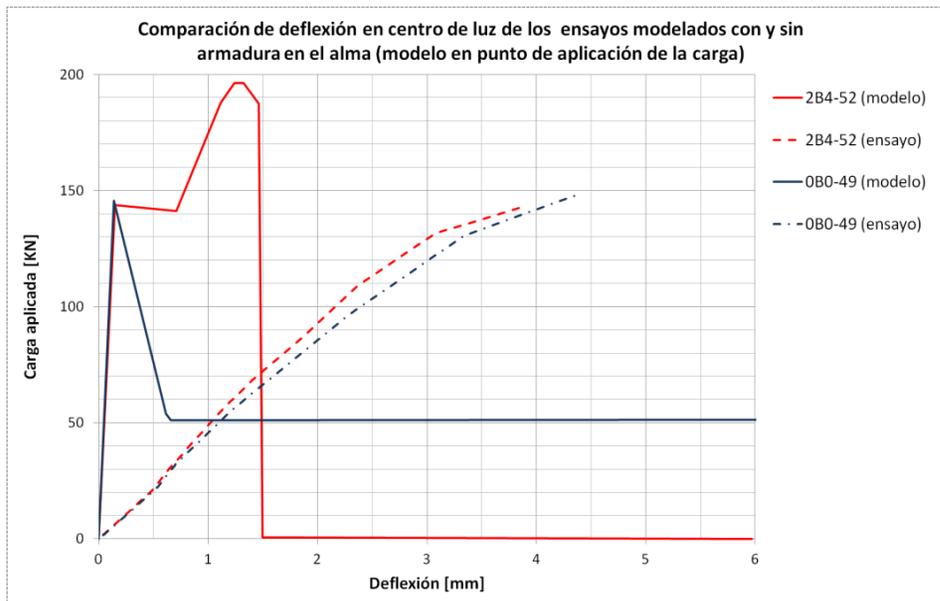


**Figura 6.12** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).

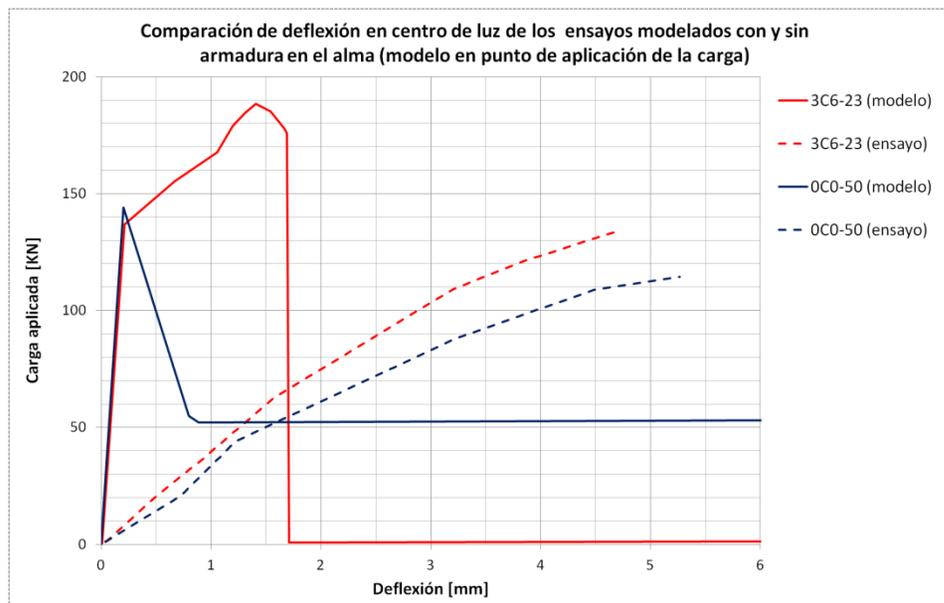
En la figura 6.13, 6.14 y 6.15, es posible apreciar con mayor claridad que la armadura longitudinal, afecta tanto a la capacidad máxima predicha como a los desplazamientos máximos estimados para cualquier nivel de  $a/d$ , sin embargo, esta variación empíricamente no genera mayor diferencia en los desplazamientos alcanzados. Sin embargo, se debe considerar una vez más, que la deflexión captada por el modelo, es la asociada sólo al corte y en los ensayos se considera tanto la deformación por flexión como por corte.



**Figura 6.13** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y el modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).



**Figura 6.14** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y en punto de aplicación de la carga del modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).



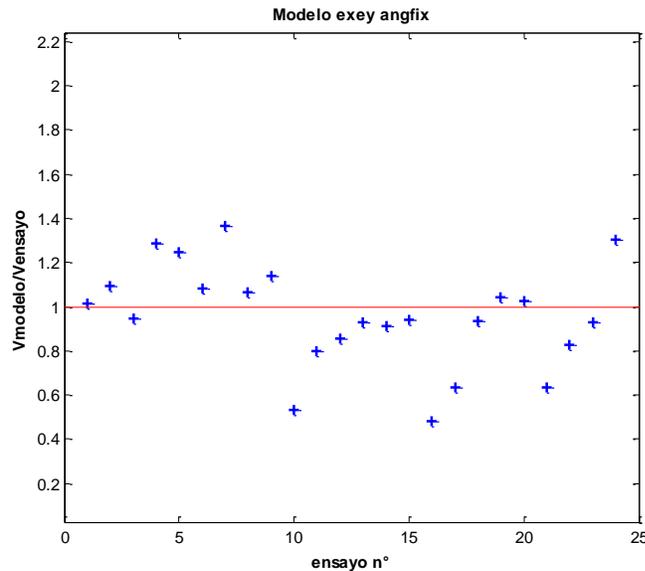
**Figura 6.15** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y en punto de aplicación de la carga del modelo tipo panel modificado Ulloa L (2013).

En la tabla 6.4 se resumen los resultados del modelo tipo panel de ángulo fijo, y se muestran además el tipo de falla y el tipo de falla predicho para aquellos ensayos que fallan por corte. En esta oportunidad el promedio de estimación de capacidad es superior el resultado global, y también es mayor al de los ensayos modelados anteriormente y expuestos en la tabla 6.3, debido a que la relación de aspecto ahora está en un rango superior y en promedio mayor a uno, donde el análisis de sensibilidad demostró que el modelo sobrestimaría los ensayos. En este punto se caracterizan los ensayos que fallan por compresión diagonal, siendo efectivamente ellos los que son mayormente sobrestimados.

**Tabla 6.4** Resumen de los ensayos modelados.

	$V_{test}$ [KN]	Predicción tipo de falla	$V_{mod.corte}$	$V_{modelo}/V_{test}$	$V_{MIDAS}$	$V_{MIDAS}/V_{ensayo}$	Predicción modo de falla según modelo
0A0-48	136	corte	141	1,04	98	0,72	Tracción diagonal
3A6-46	168	corte	189	1,12	154	0,92	Compresión diagonal
OB0-49	149	corte	143	0,96	115	0,77	Tracción diagonal
2B4-52	150	corte	196	1,31	122	0,81	Compresión diagonal
0C0-50	116	corte	144	1,25	78	0,67	Tracción diagonal
3C6-23	137	Flexión	147	1,07	121	0,88	-
0D0-47	73	Flexión	99	1,35	45	0,61	-
4D1-13	87	Flexión	93	1,06	66	0,76	-
		Promedio todos		1,14		0,77	
		Desviación todos		0,14		0,10	
		Promedio corte		1,13		0,78	
		Desviación corte		0,14		0,09	
		Promedio flexión		1,16		0,75	
		Desviación flexión		0,16		0,13	

Considerando todos los ensayos modelados se obtienen los siguientes resultados (el primer grupo graficado es el ultimo grupo analizado):



**Figura 6.16** Estimación capacidad de ensayos modelados con modelo de ángulo fijo

Como se observa en las tabla 6.5, el modelo de angulo fijo tiene una mejor estimacion de la capacidad de las vigas de manera global, fundamentalmente cuando se refiere a vigas sin armaduras (MIDAS subestima de mayor manera la resistencia del hormigón, utilizando los parámetros de modelación enunciados en el punto 6.1). Por ello, aquellos ensayos donde se aprecia que la maxima capacidad, es mayor para el modelo de angulo fijo que para MIDAS, es mas probable que sea la respuesta del modelo tipo panel la real.

**Tabla 6.5** Resumen de todos los ensayos modelados

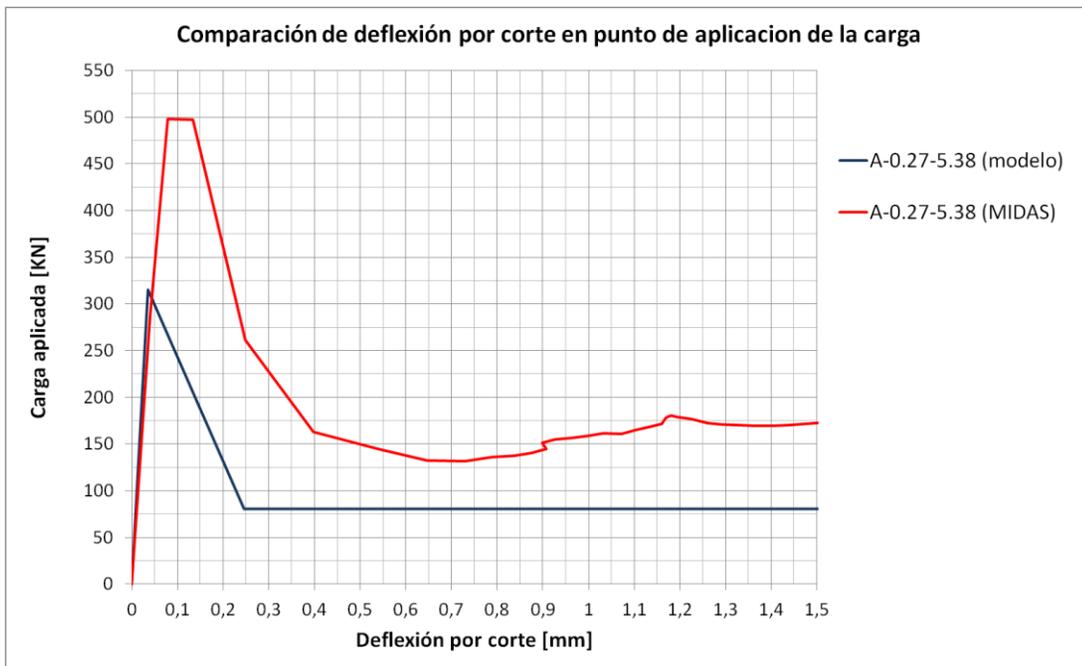
	Modelo de ángulo fijo $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	Modelación en MIDAS FEA
Promedio todos	0,97	0,74
Desviación todos	0,23	0,11
Promedio falla corte	0,93	0,74
Desviación fallan corte	0,26	0,11
Promedio falla flexión	1,04	0,74
Desviación fallan flexión	0,14	0,13

### 6.3.1 Comportamiento carga v/s desplazamiento considerando solo corte en MIDAS

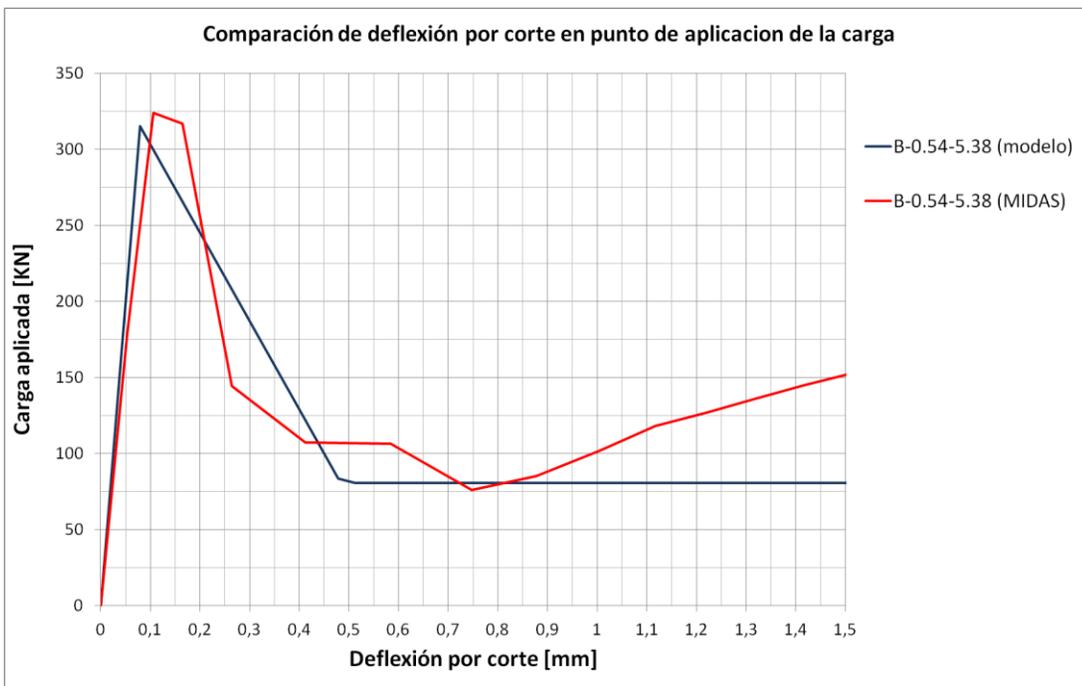
Con el objetivo de encontrar respuesta a la subestimación de las deflexiones alcanzadas en el centro de la viga por el modelo tipo panel de ángulo fijo, se entendió que este desplazamiento está asociado a diferentes esfuerzos que actúan sobre un elemento, como son la flexión, la rotación, un posible deslizamiento y el corte. Opazo G. (2012) observó que en muros cortos de diferentes razones de aspecto ensayados por Terzioglu, T. (2011), las deformaciones solo tenían alrededor de un 50% en función de los esfuerzos de corte.

Además se debe considerar, como ya se expuso en puntos anteriores, que las deflexiones en los ensayos son obtenidas en el centro de la luz de las vigas, esta característica fue posible considerarla con el programa MIDAS FEA y realizar el análisis sobre el nodo requerido, sin embargo, el modelo tipo panel de ángulo fijo utilizado en esta memoria y que es el utilizado para realizar las gráficas comparativas anteriores, entrega los desplazamientos en el punto de aplicación de la carga, siendo esta zona afectada mayoritariamente por esfuerzos de corte, esfuerzos que son la base de las consideraciones del modelo.

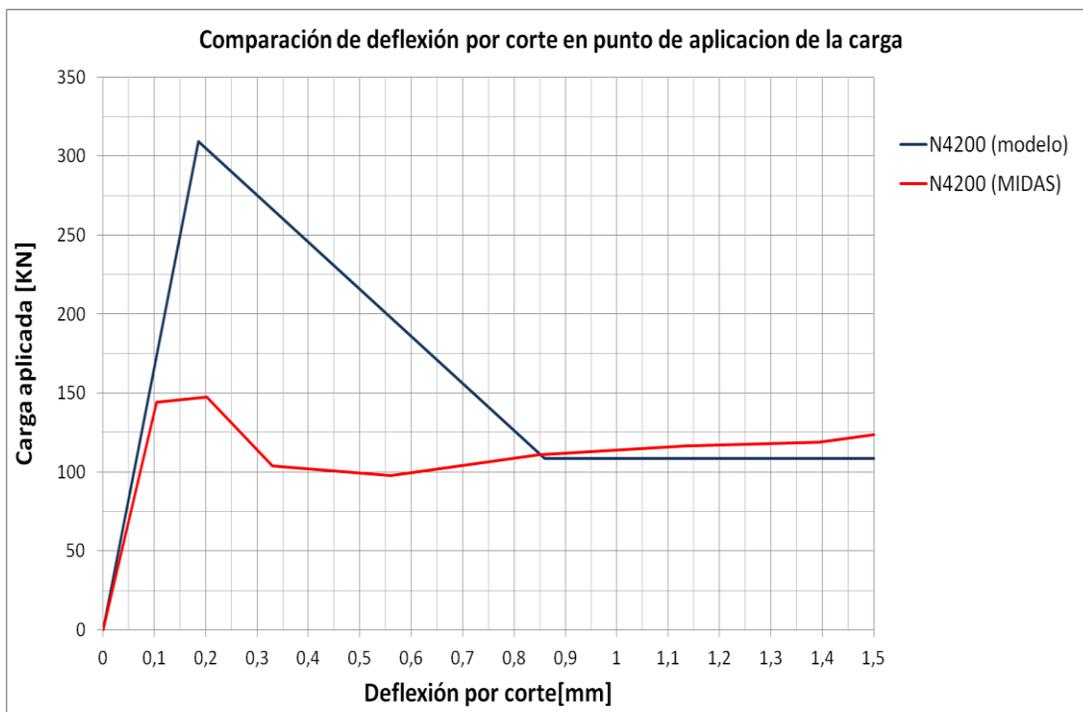
Observando que MIDAS tiene un buen comportamiento en el reconocimiento de las deformaciones alcanzadas por las vigas ensayadas, y que además permite elegir el nodo que se desea analizar, se procede a separar las deformaciones entregadas por MIDAS, con el objetivo de conocer solo la deformación por corte en la zona considerada por el modelo tipo panel modificado. Para lograr esto, se extraen de MIDAS las deformaciones angulares, para cada estado de carga aplicada, de cada elemento existente entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo respectivo. Con estas deformaciones se calcula el promedio de ellas en la altura de la viga y luego se integran a lo largo de esta para conocer la deflexión entre estos puntos (Cabe señalar que en todos los modelos el ancho de los elementos del *mesh* era de 25 mm).



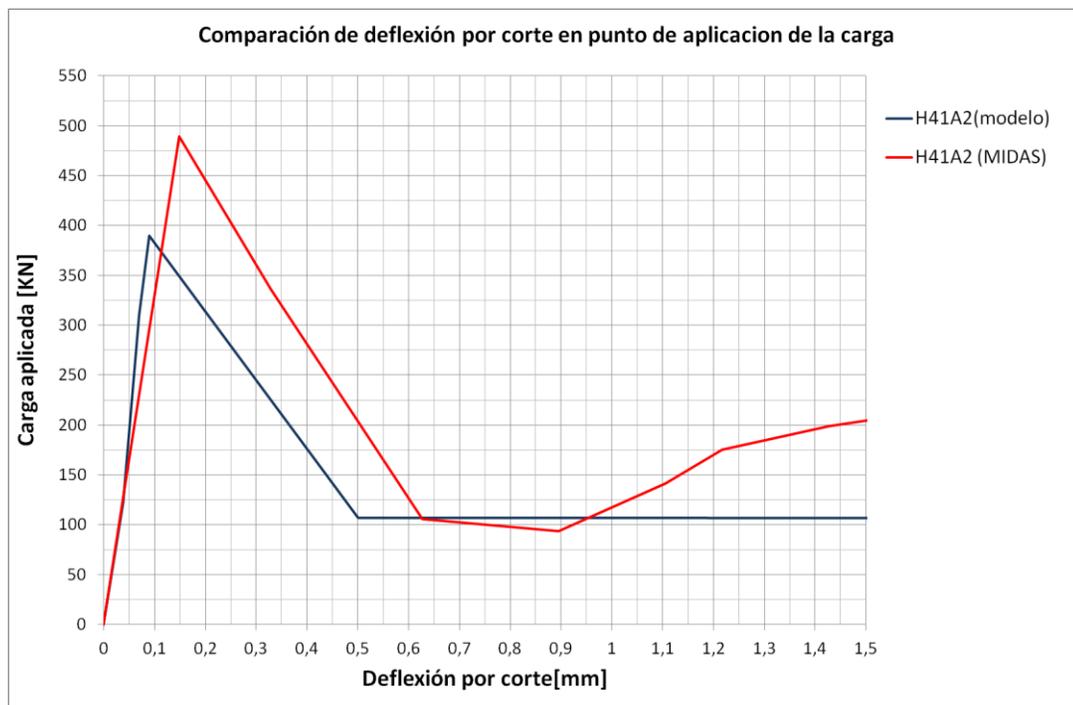
**Figura 6.17** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo A-0.27-5.38



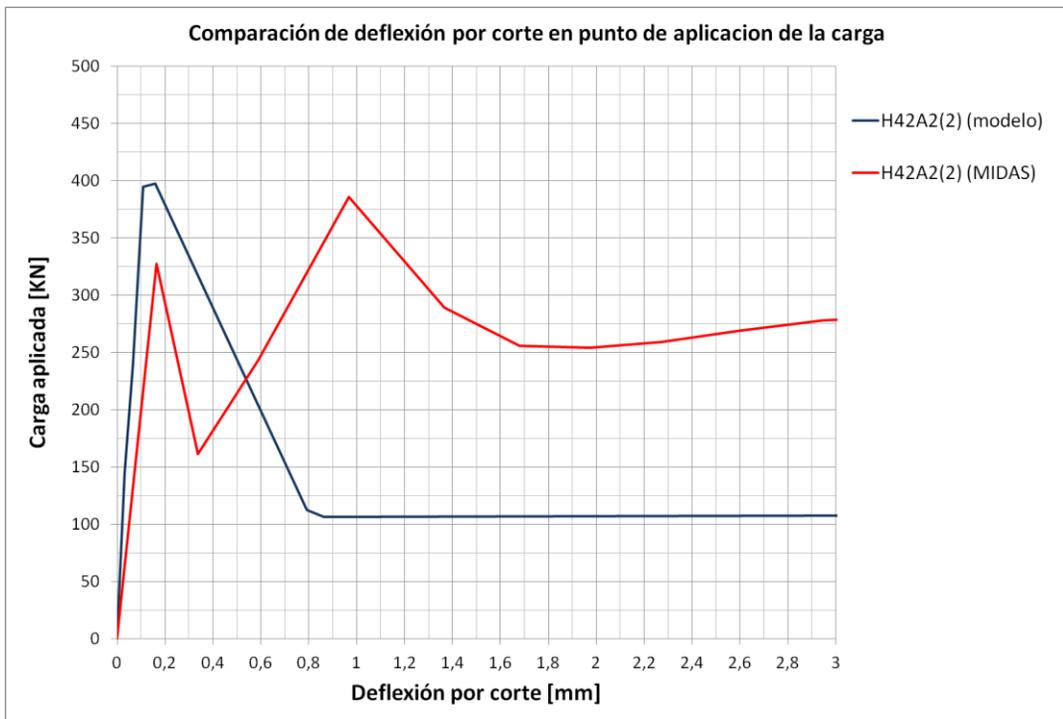
**Figura 6.18** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo B-0.54-5.38



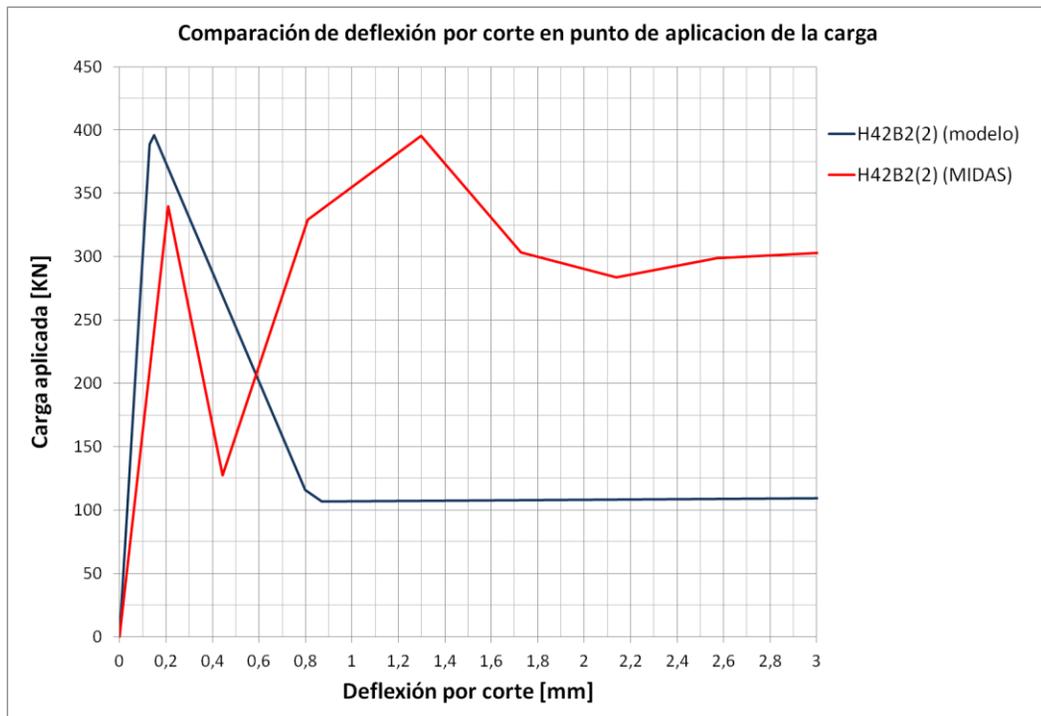
**Figura 6.19** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo N4200



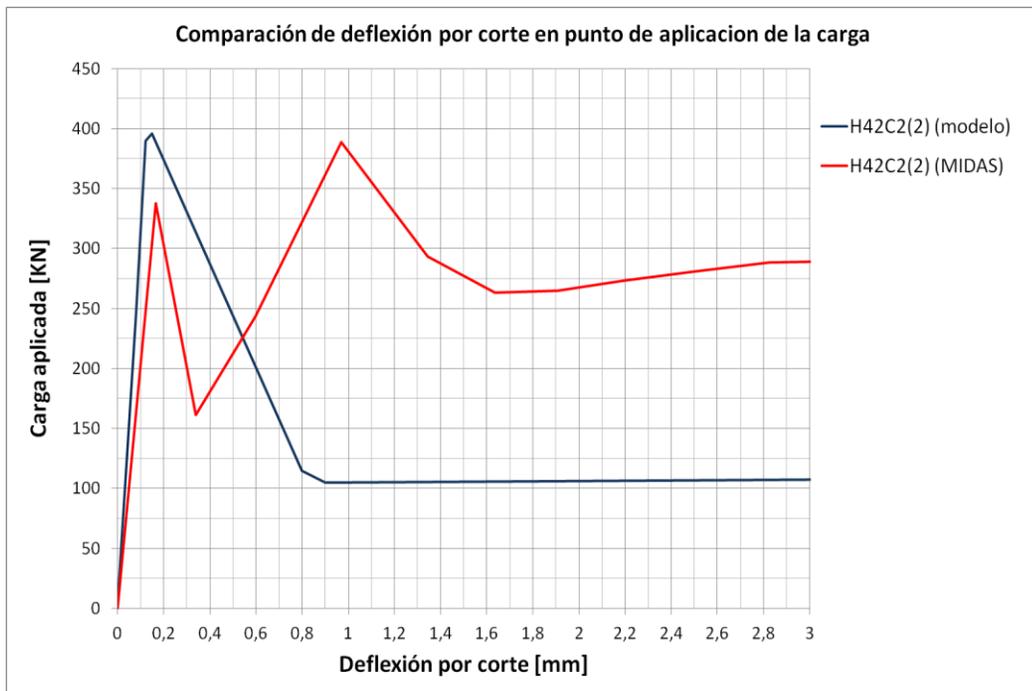
**Figura 6.20** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H41A2



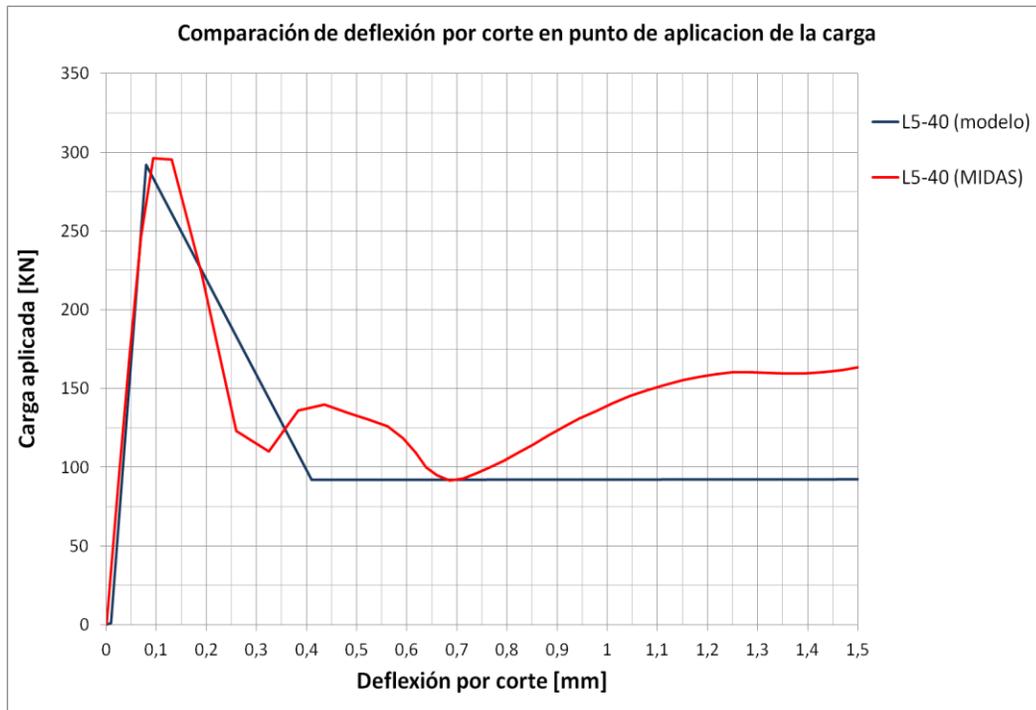
**Figura 6.21** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42A2



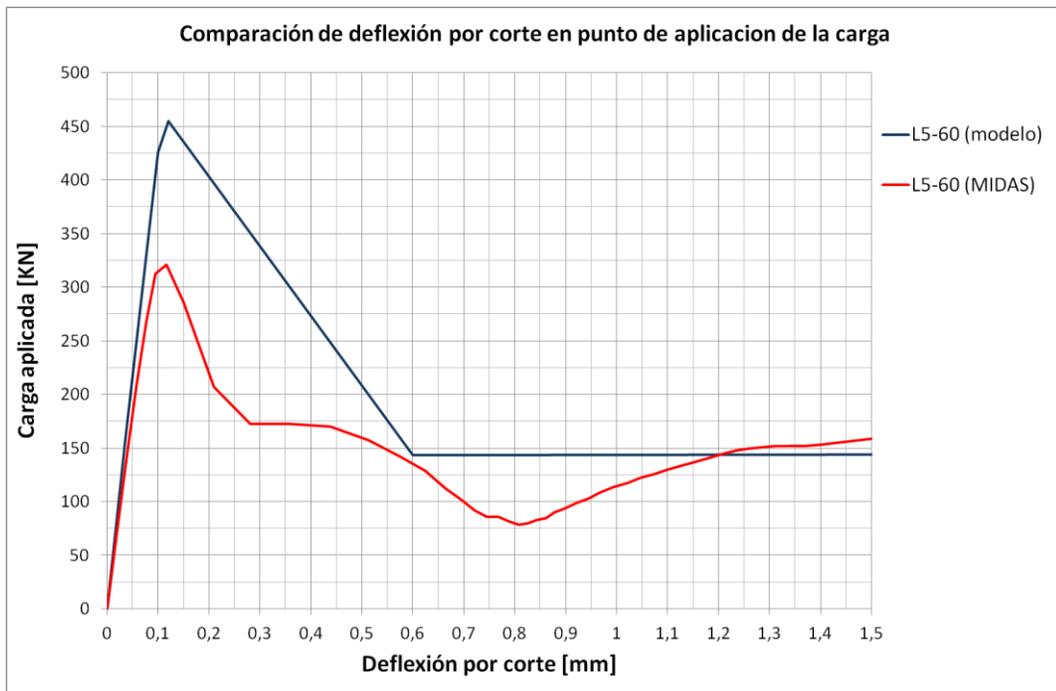
**Figura 6.22** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42B2



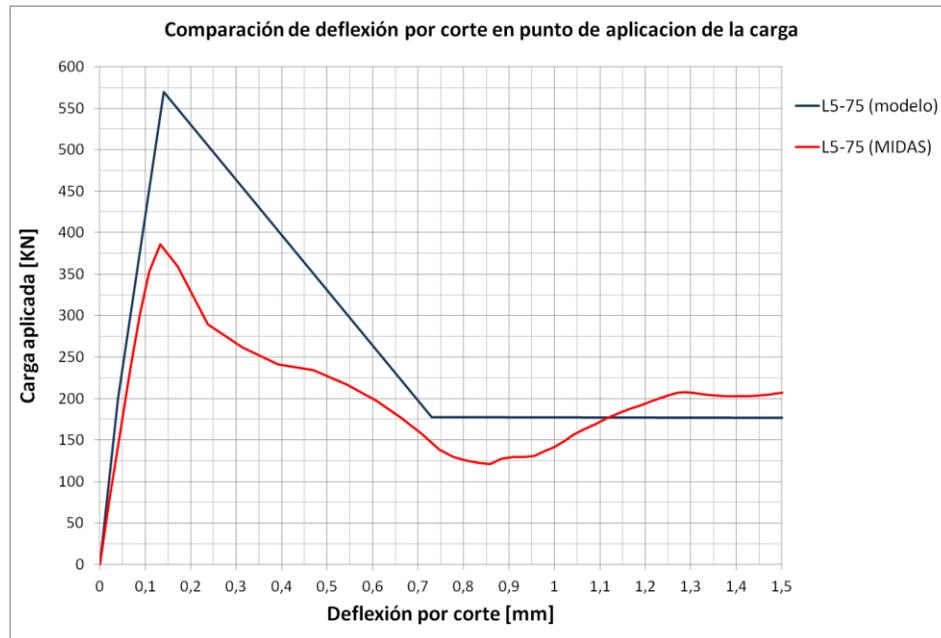
**Figura 6.23** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo H42C2



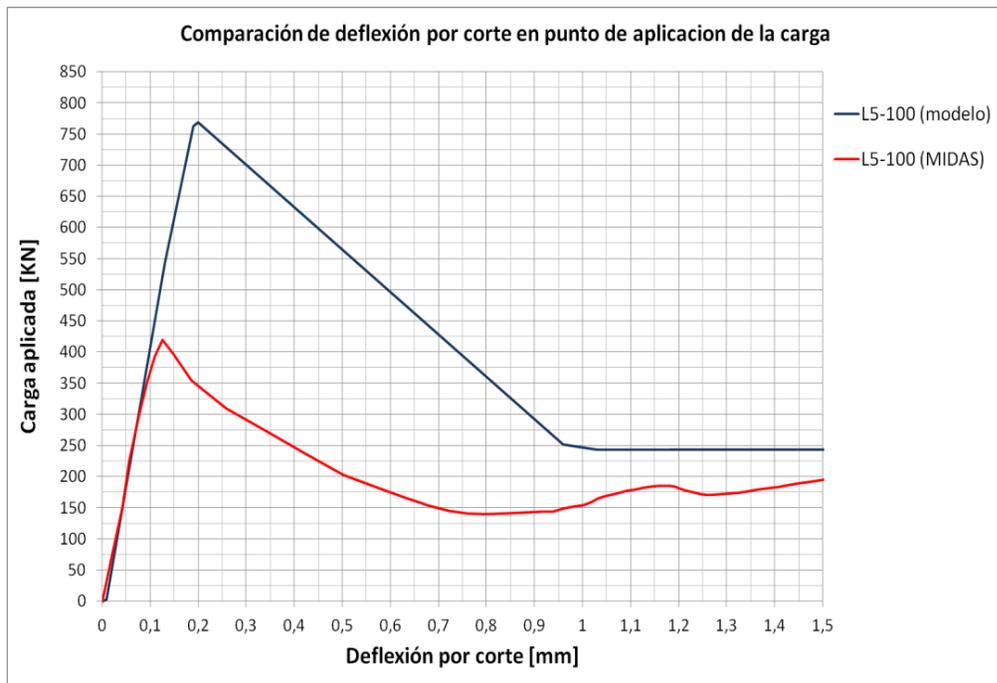
**Figura 6.24** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-40



**Figura 6.25** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-60



**Figura 6.26** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-75



**Figura 6.27** Comparación de deflexión por corte en punto de aplicación de la carga entre modelo tipo panel y MIDAS para ensayo L5-100

De manera global, es posible apreciar con claridad, que la diferencia de comportamiento expuesta en los gráficos de las figuras 6.4, 6.6, 6.8, 6.10, 6.11 y 6.12, donde se comparaba la deformación experimental de las vigas en el centro de la luz en función de la carga aplicada con la respuesta que se obtiene del modelo tipo panel modificado, era debida fundamentalmente a deformaciones asociadas a la flexión, ya que, como se observa en las figuras 6.17 a la 6.27, donde solo se consideran los esfuerzos de corte capturados desde MIDAS FEA, el comportamiento del modelo tipo panel modificado es muy similar, es decir, se está capturando la rigidez de las vigas ensayadas de manera correcta.

Además, es posible apreciar que las deflexiones asociadas a la máxima capacidad, en general, alcanzan un nivel similar en el modelo de ángulo fijo como en MIDAS, sin embargo, existen especímenes donde MIDAS señala que el máximo de capacidad se alcanza a una deflexión mayor. Esta mayor deflexión está asociada a un segundo máximo, el cual se hace presente en vigas con armadura horizontal en el alma. El modelo tipo panel de ángulo fijo no captura este segundo máximo, sin embargo, la capacidad alcanzada es similar en ambos casos.

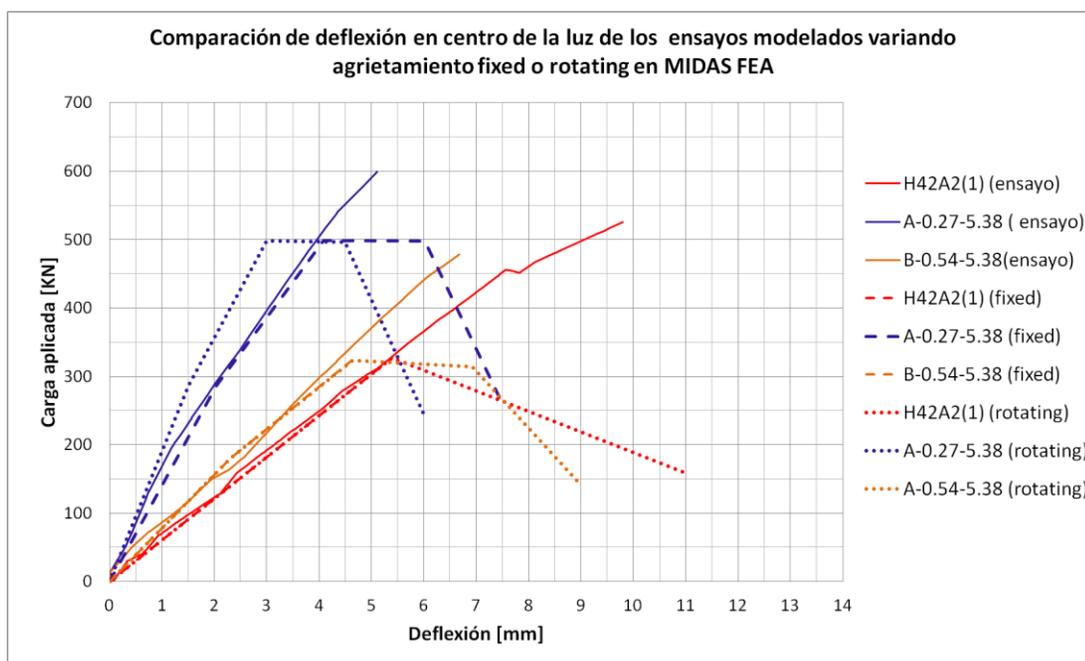
## 7. ANÁLISIS DEL PUNTAL DE COMPRESION CON PROGRAMA “MIDAS FEA”

Los modelos de ángulo fijo tienen entre sus consideraciones principales y por ende, es parte de los supuestos en el desarrollo de la solución del problema que consiste en conocer los esfuerzos y deformaciones de un elemento panel, que las tensiones longitudinales son equivalentes a los esfuerzos axiales solicitantes ( $\sigma_L = N/A$ ), y por otro lado, se determina que el ángulo del puntal de compresiones queda definido de manera fija en algún nivel de tensiones para la tracción. En particular como se enunció en el capítulo 2 estos niveles de tensiones son: modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$ , modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$  y modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ .

Con el objetivo de comprobar si efectivamente existe una fijación del ángulo del puntal de compresiones, se utilizará el programa de elementos finitos MIDAS FEA, en el cual se modela una serie de vigas con distintas configuraciones en cuanto a relaciones de aspecto, cuantías de armadura, capacidades de compresión del hormigón, entre otras (Estas cualidades están especificadas en la tabla 6.1 y 6.3).

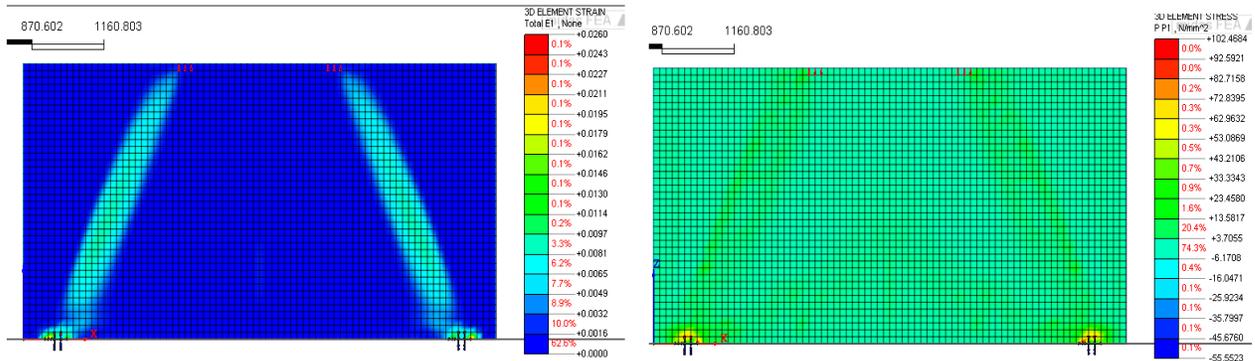
Las vigas que se considerarán en el análisis de este punto de la memoria, son aquellas que tienen un tipo de falla de corte, según se predijo en 6.3 por el modelo tipo panel de ángulo fijo.

En el proceso de modelación de los materiales utilizados en MIDAS FEA, es posible definir el tipo de agrietamiento que este tendrá, para el hormigón este puede ser *fixed* o *rotating*. En la figura 6.17, se grafica la respuesta de algunos de los ensayos antes descritos que fueron modelado para ambos modos de agrietamiento del hormigón, siendo posible observar que la respuesta del modelo en MIDAS no tiene grandes variaciones cuando se elige uno u otro modo.



**Figura 7.1** Comparación de deflexión en el centro de la luz de los ensayos y su modelación en MIDAS FEA cambiando agrietamiento.

En MIDAS, el proceso de fijación del puntal de compresiones, es observable de mejor manera en las deformaciones que en las tensiones. En el ejemplo de la figura 7.2 para el paso 24 se observa una fijación ya del puntal de compresiones. En la figura de la izquierda se muestra el análisis con deformaciones mientras que en la figura de la derecha se muestra el análisis con tensiones.



**Figura 7.2** Ejemplo deformaciones y tensiones en la dirección principal para la viga L5-100

Una vez definido que se realizará el análisis con deformaciones, para determinar el momento en el cual se fijo el ángulo en MIDAS, se deben considerar las deformaciones que caracterizan el hormigón para cada uno de los ensayos modelados, en particular, los puntos donde se alcanza: la deformación para la máxima tracción ( $e_{ct}$ ) y la deformación ultima de la viga ( $e_{ut}$ , igual a 0.002 para todos los modelos). Estas consideraciones son expuestas para cada modelo en la tabla 7.1. Con estos parámetros se debe observar las deformaciones que alcanza la viga para cada paso de carga según el modelo de MIDAS.

**Tabla 7.1** Parámetros de ensayos modelados

MODELO	A 0.27-5.38	B 0.54-5.38	H42A2(1),B2,C2	L5-40,60,75,100
$f_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	57,31	52,99	49,1	31,4
$E_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	35580,6	34213,3	32933,6	26336,8
$f_{ct}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3,0	2,9	2,8	2,2
$G_f$ [N/m]	123,9	119,6	115,5	92,3
$L_{ch}$ [mm]	255,5	258,6	261,8	286,3
$e_{ct}$	0,000085	0,000085	0,000085	0,000085

En las imágenes graficadas a continuación, se puede apreciar las líneas de tendencia de las máximas deformaciones de tracción en la dirección principal a lo largo del proceso de aplicación de la carga, considerando solo la zona de corte (distancia entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la carga) de la viga modelada en MIDAS. Como criterio para considerar un elemento en máxima deformación (cada elemento está delimitado por el *mesh*), se impuso como cota mínima, el 80% de la máxima tracción existente en los elementos de la zona de corte para cada paso de carga. En cada uno de los gráficos también se señala el ángulo del puntal definido en función de las expresiones 2.28 a la 2.33 para cada uno de los modelos utilizados (Modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$ , Modelo  $\alpha_{(\sigma_r=0.5f_{ct})}$  y  $\sigma_L = N/A$  y Modelo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ).

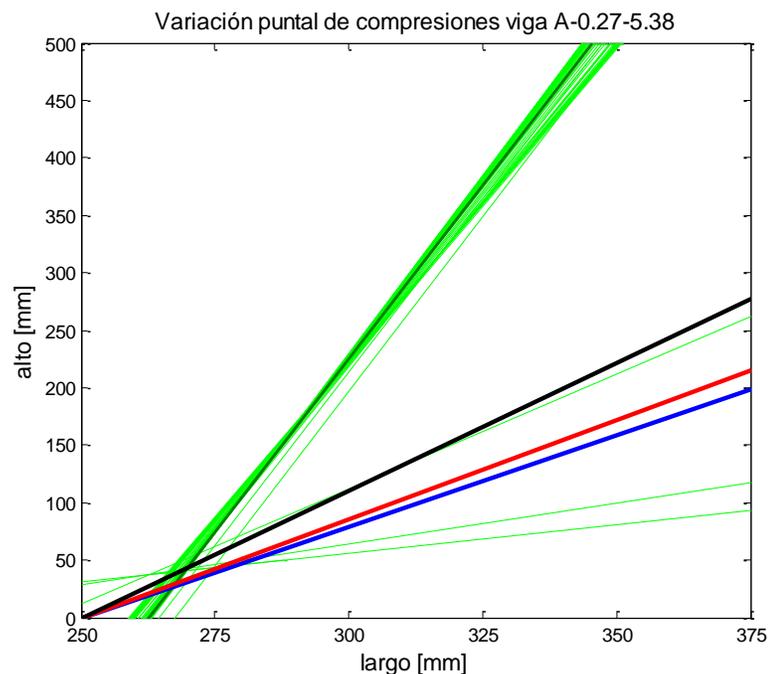
Para señalar el rango de deformaciones de tracción en el cual se mueve cada uno de estas líneas de tendencias, se expondrá en la tabla 7.2, la máxima deformación alcanzada al momento en que la viga tiene su máxima capacidad y cuando alcanza una estabilización del ángulo del puntal de compresiones.

**Tabla 7.2** Rango de deformaciones de tracción en los que se mueve la línea de tendencia.

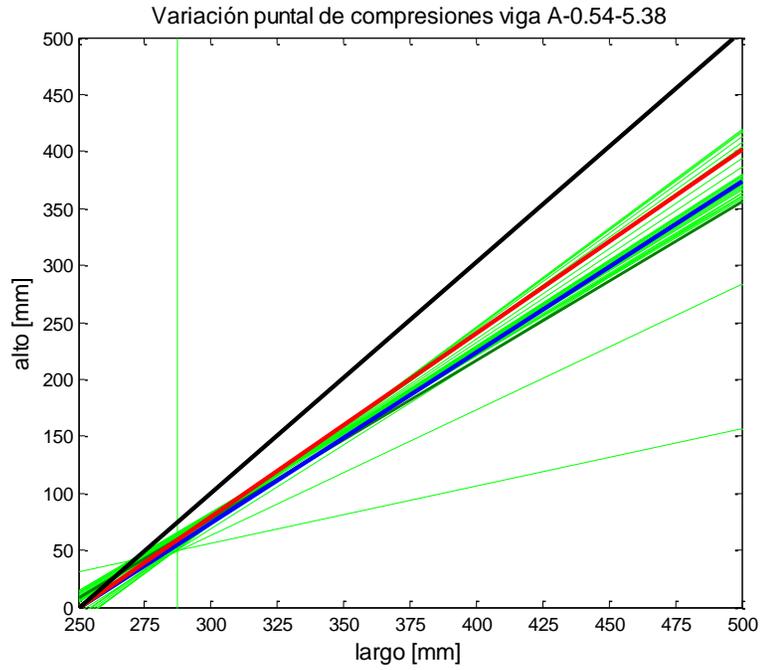
Ensayo	Deformación a la máxima capacidad	Deformación en la fijación del ángulo del puntal
A-0.27-5.38	0,00054	0,023
B-0.54-5.38	0,00034	0,030
H4200	0,00043	0,016
H41A2 (1)	0,00044	0,015
H42A2 (1)	0,00030-0,0066	0,019
H42B2 (1)	0,00037-0,01	0,013
H42C2 (1)	0,00030-0,0065	0,015
L5-40	0,00039	0,028
L5-65	0,00045	0,013
L5-70	0,00046	0,012
L5-100	0,00047	0,010
Promedio	0,0004-0,00053	0,018

#### SIMBOLOGIA

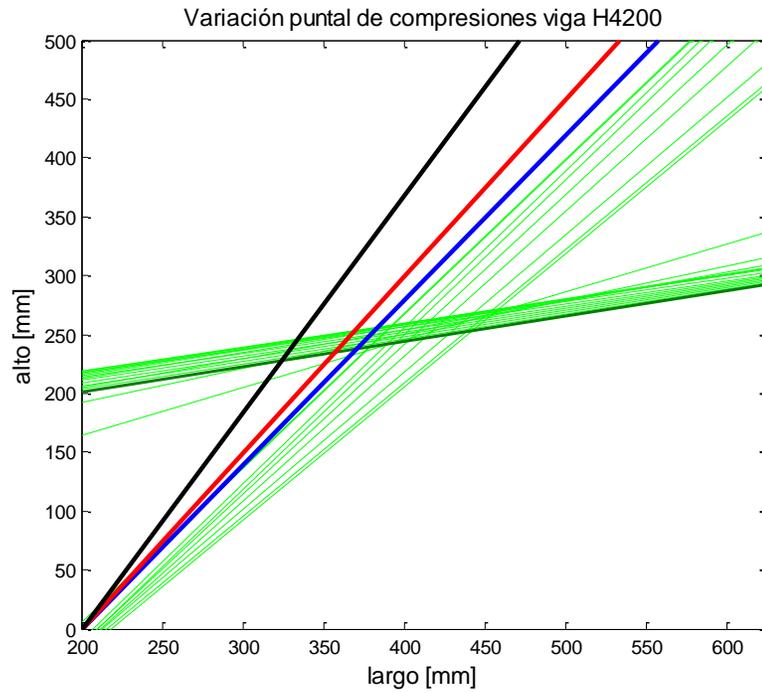
	Modelo $\alpha(\sigma_r=fct)$ y $\sigma_L=N/A$
	Modelo $\alpha(\sigma_r=0.5fct)$ y $\sigma_L=N/A$
	Modelo $\alpha(\sigma_r=fut=0)$ y $\sigma_L=N/A$
	Línea de tendencia de máximas tracciones



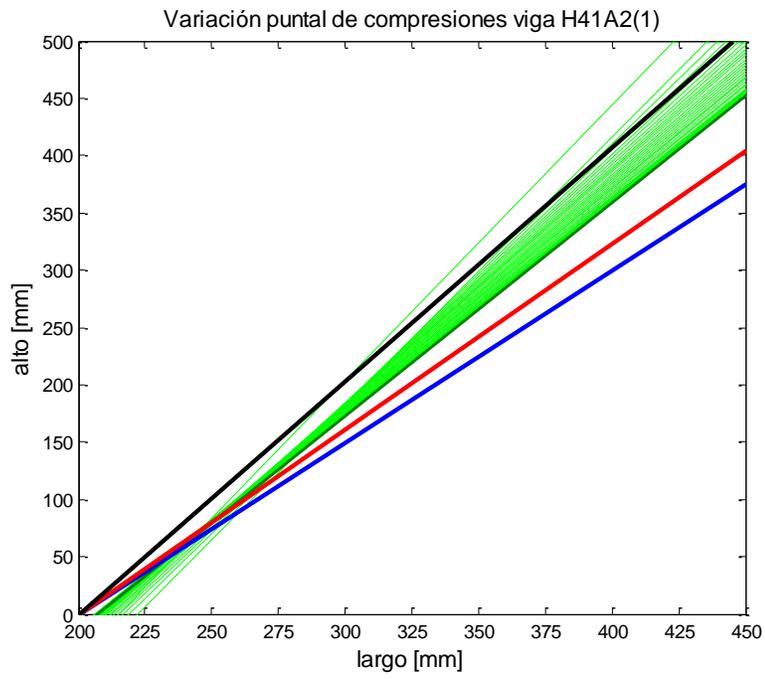
**Figura 7.3** Variación del puntal de compresión para la viga A-0.27-5.38



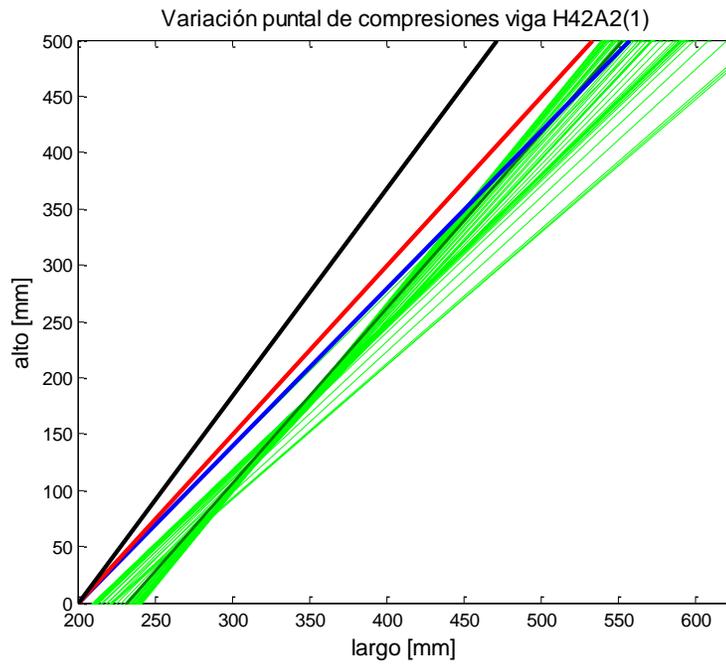
**Figura 7.4** Variación del puntal de compresión para la viga B-0.54-5.38



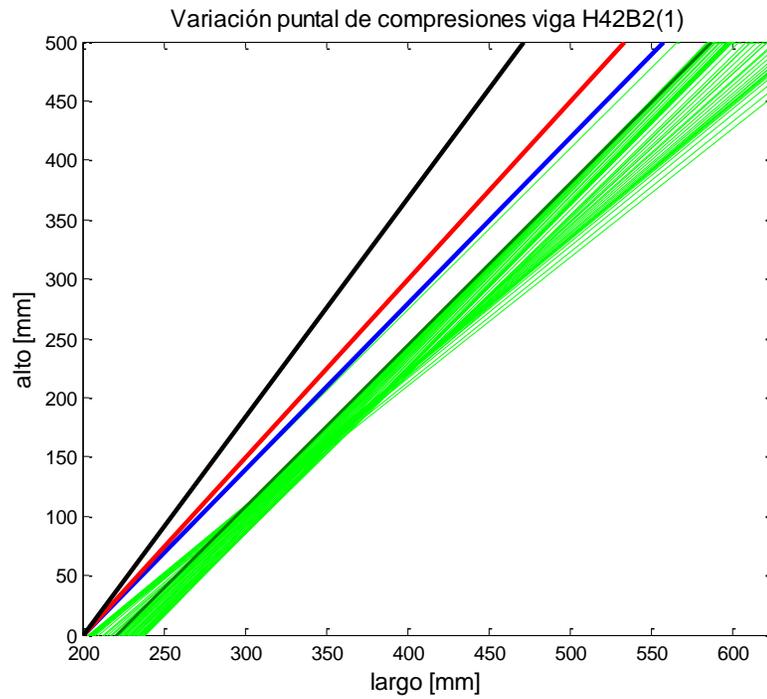
**Figura 7.5** Variación del puntal de compresión para la viga H4200



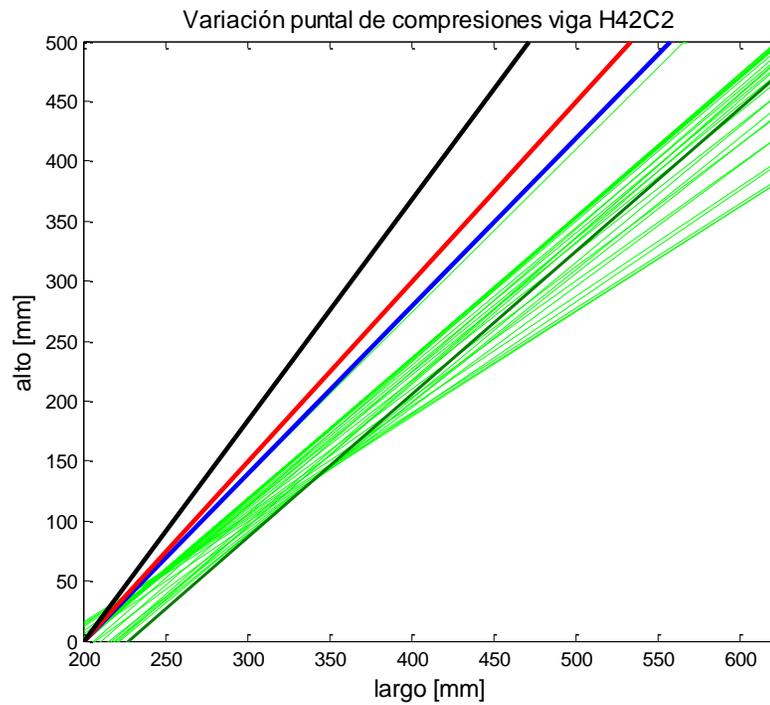
**Figura 7.6** Variación del puntal de compresión para la viga H41A2 (1)



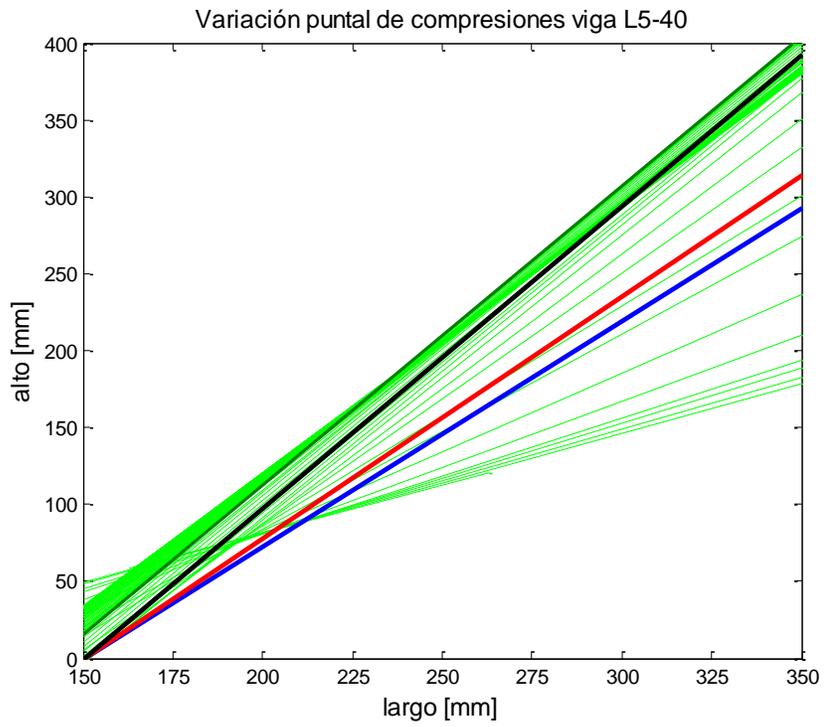
**Figura 7.7** Variación del puntal de compresión para la viga H42A2 (1)



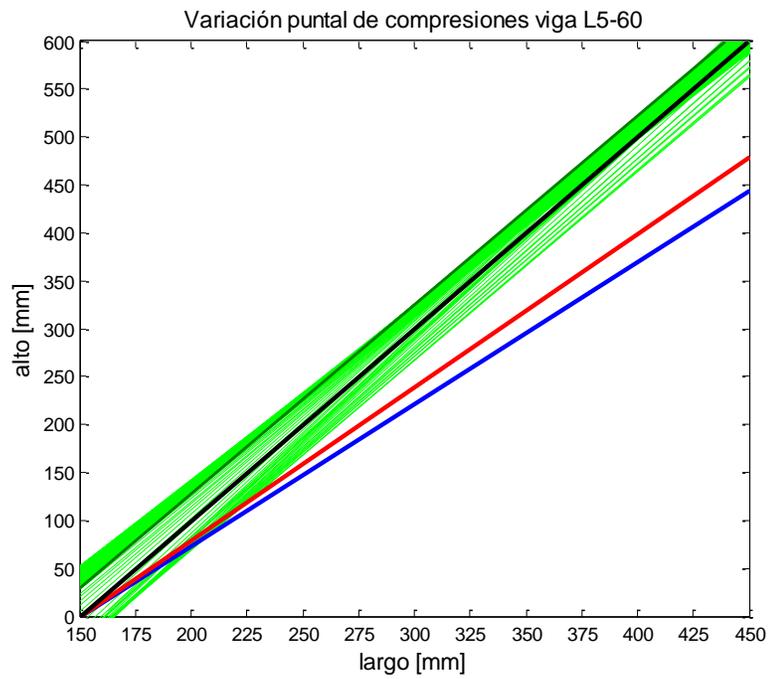
**Figura 7.8** Variación del puntal de compresión para la viga H42B2 (1)



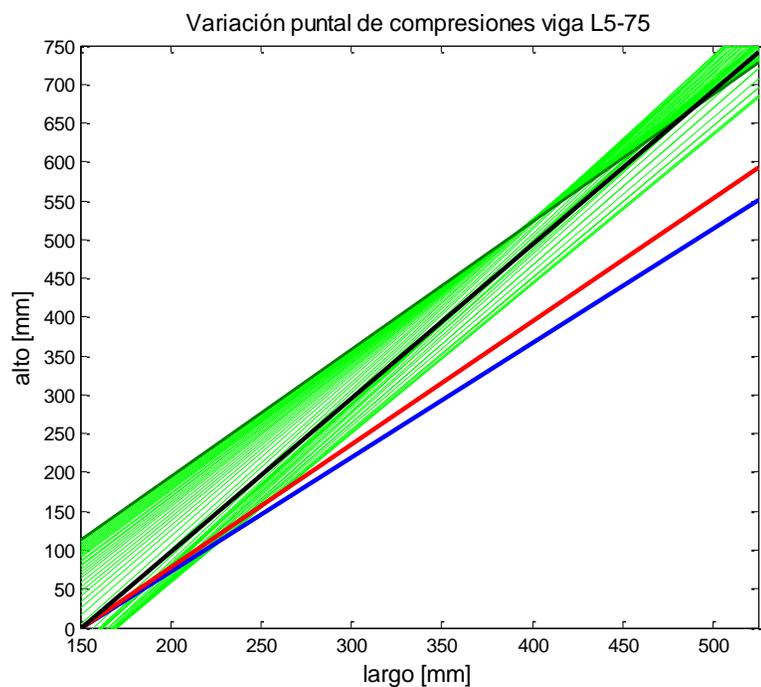
**Figura 7.9** Variación del puntal de compresión para la viga H42C2



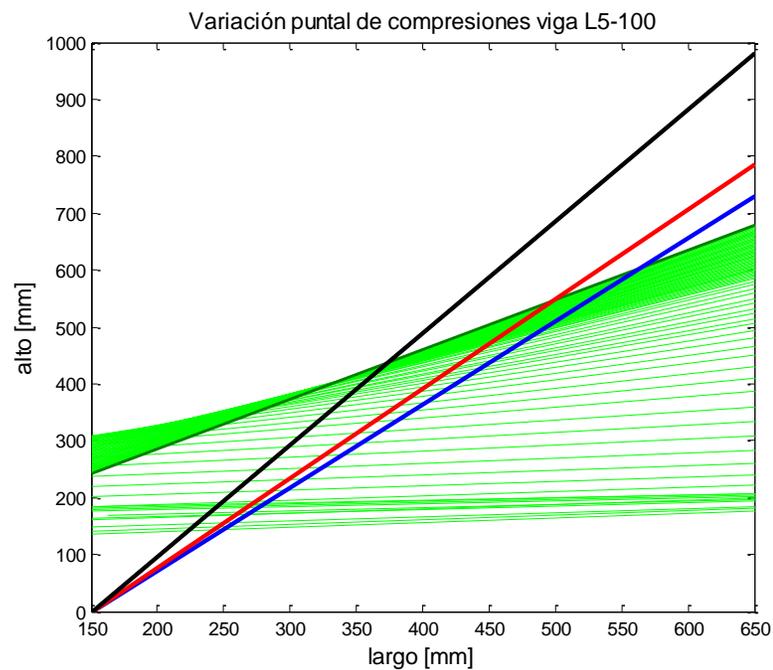
**Figura 7.10** Variación del puntal de compresión para la viga L5-40



**Figura 7.11** Variación del puntal de compresión para la viga L5-60



**Figura 7.12** Variación del puntal de compresión para la viga L5-75



**Figura 7.13** Variación del puntal de compresión para la viga L5-100

Es claro observar que las deformaciones máximas para cada elemento de la zona de corte de la viga modelada varían a lo largo de la aplicación de la carga y estas se estabilizan en algún momento generando un puntal definido, que como se aprecia en las figuras anteriores, está asociado a una concentración de líneas de tendencia en una dirección.

La estabilización del ángulo del puntal de compresión, asociado a la concentración de líneas de tendencia, en la mayoría de los casos queda bien definido, sin embargo, la fijación de este, no está asociada al momento en que se alcanza la mayor capacidad de las vigas en ninguno de los modelos realizados. En la tabla 7.2 se exponen algunos valores referenciales de las deformaciones máximas, donde queda de manifiesto lo dicho anteriormente.

De manera global se aprecia que el modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$  es aquel que estima de mejor manera el ángulo del puntal (considerando la curva mas paralela a la concentración de líneas de tendencia).

Con los parámetros de deformaciones expuestos en las tablas 7.1 y 7.2, es posible concluir que efectivamente la estabilización del puntal se obtiene cuando se alcanzan deformaciones de tracción mayores a 0.002 (el promedio de los ensayos modelados de 0.018), lo que está asociado a la tensión de  $\sigma_r = f_{ut} = 0$ , por lo tanto, es consistente, con que sea el Modelo que define el ángulo del puntal de compresiones a este nivel de tensión (Mod.  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ ), aquel que permite obtener los mejores resultados con respecto a la estimación de la capacidad de las vigas.

## 8. CONCLUSIONES

### 8.1 Resumen

Con el objetivo de predecir el comportamiento no lineal de las vigas altas de hormigón armado solicitadas a cargas transversales, se implementaron los tres modelos de ángulo fijo de Ulloa L. (2013), los cuales consideran una formulación simple basada en el estado de tensiones y deformaciones promedio de un panel de hormigón armado, y que para muros cortos obtuvieron mejores resultados que lo modelos de ángulo variable también desarrollados por Ulloa L. (2013).

Los modelos de ángulo fijo en su formulación suponen que la dirección principal de tensiones coincide con la dirección principal de deformaciones promedios del elemento, con ello, se utiliza la ley constitutiva del hormigón propuesta por Zhang y Hsu (1998), la cual considera la degradación de la capacidad a compresión del hormigón en función de la capacidad a compresión de este y de las deformaciones en la dirección perpendicular. A tracción se utiliza la ley de Gupta y Rangan (1994). Con estos modelos, se comparan la capacidad máxima estimada con la capacidad experimental, se analiza la sensibilidad de los modelos con respecto a los diferentes parámetros, se analiza la respuesta carga-desplazamiento y se buscan mejoras al modelo, centradas fundamentalmente en los modelos de degradación del hormigón y cambios en el comportamiento de los materiales.

Los modelos de ángulo fijo implementados, “Mod.  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})} \sigma_L = N/A$ ”, “Mod.  $\alpha_{(\sigma_r=0.5f_{ct})} \sigma_L = N/A$ ” y “Mod.  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)} \sigma_L = N/A$ ” suponen que la inclinación de las fisuras tienen una dirección fija, lo cual se ha observado experimentalmente en muros, donde una vez generada la fisura principal, esta permanece constante hasta que ocurre la falla por compresión diagonal.

### 8.2 Resultados predicción de capacidad máxima con base de datos

En general los tres modelos de ángulo fijo (Ulloa L. (2013)) utilizados, tienen una buena estimación de la capacidad máxima de las vigas altas que conforman la base de datos, con valores de las razones promedio cercanos a uno y con una dispersión aceptable. De los modelos de ángulo fijo, el que obtiene una mejor estimación de la capacidad máxima, es aquel asociado a la mayor tensión para la fijación del ángulo  $\sigma_r = f_{ut} = 0$ , con un promedio de 0.92 y una desviación de 0.28.

En la tabla 8.1 se resumen los resultados estadísticos para los modelos implementados que generaron alguna mejora al modelo tipo panel original. Estos resultados son en función de los 182 ensayos que conforman la base de datos. El modelo A para estimar la degradación de la capacidad a compresión del hormigón es aquel que permite una mejoría al reducir la dispersión para todos los ensayos, y para los que fallan por corte y flexión, sin embargo, está asociado a una peor estimación de la capacidad. Lo contrario ocurre con el modelo B, el modelo de Ueda y el modelo de Vecchio y Collins de 1986, que mejoran la estimación de la capacidad, alcanzando un promedio de 0.94, pero tienen peor dispersión.

Los cambios en el modelo para considerar el endurecimiento del acero no generaron mejores resultados, mientras la consideración de las placas de carga si mejoran la estimación de la capacidad de las vigas, alcanzando el 0.96 de promedio, pero con una alta dispersión igual a 0.32.

En general, considerar la existencia de HSC, utilizando la curva de Thorenfeldt o la degradación de Ueda, entrega una mínima mejora en la estimación de la capacidad, por lo tanto, se puede seguir utilizando el modelo original. Por otro lado, el cambio del modelo a tracción (Belarbi y Hsu), para considerar la redistribución de esfuerzos, genera una mayor subestimación de la capacidad, debido a que la forma de calcular los parámetros del máximo los hace disminuir y además, porque un número significativo de ensayos falla por tracción.

**Tabla 8.1** Resumen parámetros estadísticos de los mejores modelos implementados y modelos de la literatura para base de datos de 182 ensayos.

	Modelo + $\sigma_L = N/A$	Promedio	Dispersión
Modelo Ulloa L. (2012)	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.87	0.27
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.91	0.28
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.92	0.28
Mod. Ulloa+ degradación de V&C 1986	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.88	0.27
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.93	0.29
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.94	0.29
Mod. Ulloa+ degradación de Ueda 1991	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.86	0.27
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.91	0.27
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.93	0.28
Mod. Ulloa+ degradación de V&C Modelo A	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.85	0.26
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.89	0.26
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.9	0.26
Mod. Ulloa+ degradación de V&C Modelo B	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.88	0.27
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.92	0.29
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.94	0.29
Modelo Ulloa + consideración Gotschlich (2011)	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ct})}$	0.86	0.32
	$\alpha_{(\sigma_r=0,5f_{ct})}$	0.94	0.33
	$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$	0.96	0.34

Los modelos de ángulo fijo entregan mejores resultados que las normas analizadas al comparar tanto las estimaciones de capacidad como los coeficientes de variación asociados. En la tabla 8.2 se muestra en particular el modelo de ángulo fijo  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$  y  $\sigma_L = N/A$ , por ser el de mejores resultados estadísticos. La norma BS 8110-1997 es aquella que tiene una mejor estimación de las capacidades pero la mayor dispersión de todos los modelos. El código CIRIA y ACI son aquellos con una menor dispersión asociada y una estimación de la capacidad cercana al 0.6, siendo las normas con mejores resultados.

**Tabla 8.2** Normas con mejores resultados estadísticos.

Norma	Promedio	Dispersión	COV
$\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ y $\sigma_L = N/A$	0.92	0.28	0.3
ACI Building Code 318-89	0.59	0.18	0.31
BS 8110-1997	0.89	0.31	0.35
CEB-FIP Model Code (1990)	0.49	0.26	0.53
CIRIA Guide-2 "Supplementary Rules"	0.54	0.14	0.26

Del análisis de sensibilidad de los modelos de Ulloa L. (2013), todos los parámetros son capturados de buena manera a excepción de la relación de aspecto ( $a/d$ ), con un 60% de variación en el rango estudiado. Este problema se aprecia en todos los modelos, considerando las modificaciones de los distintos factores de reducción utilizados y los cambios en el comportamiento del acero y del hormigón. Con el objetivo de aminorar las grandes variaciones se considero una reducción de la zona de corte (criterio establecido por Gotschlich (2011)), sin embargo, aunque se obtuvieron mejores resultados de la estimación de la capacidad de corte (tabla 8.1) se aumento la variación en función del parámetro  $a/d$  y con ello la dispersión para los tres modelos de Ulloa L. (2013).

La gran variación en función del parámetro  $a/d$ , se percibe fundamentalmente porque el rango de relaciones de aspecto, en este estudio, es muy amplio, 0.27 a 2.7, y por lo tanto, para reducir la variación en función de este parámetro, se debería considerar un rango más acotado y en torno a 1.2, ya que, como también se aprecia en los muros ensayados por Ulloa L. (2013), en torno a esta relación de aspecto ( $a/d=1$ ) es donde se obtienen los mejores resultados.

Además se observa que las variaciones de todos los parámetros estudiados son capturadas de mejor manera para el modelo con los niveles más altos de tensión en la fijación del ángulo del puntal  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ .

Con los resultados obtenidos se puede desprender que en aquellos modelos de degradación de la capacidad del hormigón que consideran el factor del  $f'_c$ , para ensayos con un hormigón sobre 70 [MPa], son mejores que aquellos que no lo consideran y también para los NSC, es mejor incluir el factor. Massone (2006) sugiere aplicar el factor de reducción solo a  $f'_c$  porque Vecchio y Collins (1993) observó que modelos más sofisticados solo entregaban una mejoría marginal, lo cual se puede observar de igual manera con los diferentes modelos de degradación aquí estudiados.

### **8.3 Resultados del análisis de respuesta de carga v/s desplazamiento**

El modelo teórico además de predecir de buena manera la capacidad al corte de vigas altas de hormigón armado, debe entregar las deformaciones alcanzadas por la viga a lo largo del proceso de aplicación de la carga, sin embargo, se observa que el proceso experimental conjuga, los efectos del corte, las deformaciones por flexión y el giro presente en el punto de aplicación de carga, información que no está expuesta en los de manera desacoplada y que por lo tanto, entrega mayores deformaciones que el modelo Ulloa L. que solo considera el primero de los efectos antes mencionados.

Con el objetivo de capturar todos los efectos descritos anteriormente, se modelaron 24 ensayos con diferentes características en MIDAS. Al comparar las respuestas carga versus desplazamiento en el centro de la viga, es posible apreciar de manera global que la respuesta obtenida por MIDAS, aunque subestima la capacidad de las vigas, en mayor medida que los modelos de ángulo fijo, llegando a un 75% de la experimental, logra captar de buena manera la rigidez de ellas (pendiente de la curva), alcanzando deformaciones entre un 70% y 60%, de la deformación final,

Considerando que las deflexiones que tienen las vigas son causa tanto de esfuerzos de corte como flexión, se procede a separar las deformaciones causadas por el corte de las generadas por los otros procesos, para ello se extraen solo las deformaciones angulares en MIDAS, y de esta manera se puede concluir que el modelo tipo panel de ángulo fijo Ulloa L. (2013) logra captar de buena manera no solo la capacidad de las vigas (91%) sino que también la rigidez de ellas, alcanzando un 97% de la deformación en la máxima capacidad, y por lo tanto, toda la diferencia que se apreciaba en las respuestas iniciales eran causadas por esfuerzos diferente a los de corte,

#### **8.4 Resultados de la estimación del puntal de compresión**

En este punto se concluye que el modelo que representa de mejor manera el ángulo donde se fija el puntal de compresiones es aquel asociado a un mayor nivel de tensiones  $\alpha_{(\sigma_r=f_{ut}=0)}$ , sin embargo, es posible apreciar que la respuesta que se obtiene en MIDAS no logra fijar en todos los casos un ángulo claramente definido, y en otras oportunidades este se alcanza a dos niveles de deformación, ambos superiores a la deformación (tensión) última de tracción del hormigón. Además, se puede observar que la capacidad máxima de la viga no tiene relación directa con el momento en el cual se fija el ángulo de compresiones del puntal, alcanzando una deformación máxima entre 0.0004-0.0005 aproximadamente al momento de fijarse.

## REFERENCIAS

- Ulloa L., M. (2013) “Estimación analítica de la capacidad al corte de muros cortos de hormigón armado mediante un modelo panel”. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- Collins M. P. y Porasz A. (1989) “Bulletin D’information No. 193 Design Aspects Of High Strength concrete”, chapter shear strength for high strength concrete, 75-83.
- Kaseem, W., y Elsheikh, A. (2010) “Estimation of Shear Strength of Structural Shear Walls”. Journal of Structural Engineering, ASCE., 136 (10), 1215-1224.
- Hwang, S.J., Fang, W.H., Lee, H.J., y Yu, H. (2001) “Analytical Model for Predicting Shear Strength of Squat Walls”. Journal of Structural Engineering, 127(1), 43-50.
- Vecchio, F., y Collins, M.P. (1986). “The modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear”. ACI Structural Journal, 83(2), 219-231.
- Vecchio, F., y Collins, M.P. (1993). “Compression response of cracked Reinforced Concrete”. ACI Structural Journal, 119(12), 3590-3610.
- Zhang, L-X.B., y Hsu, T. T. C. (1998). “Behavior y analysis of 100 MPa concrete membrane elements.” Journal of Structural Engineering, 124(1), 24–34.
- Gupta, A., y Rangan, B.V. (1998), “High-Strength Concrete Structural Walls”. ACI Journal, 95(2), 194-205.
- Massone, L. M., (2010). “Strength Prediction of Squat Structural Walls via Calibration of a Shear-Flexure Interaction Model,” Engineering Structures, 32 (4), 922-932.
- Massone, L. M., (2006). “RC Wall Shear-Flexure Interaction: Analytical y Experimental Responces”, Phd disertation, University of California, Los Angeles.
- Villar D. “Modelamiento y predicción de capacidad de corte en muros cortos mediante un modelo puntal tensor” (2010). Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile., 62 pp.
- Belarbi, H. & Hsu, T.C.C. (1994), “Constitutive Laws of Concrete in Tension y Reinforcing Bars Stiffened by Concrete”, ACI Structural Journal, 91(4), 465-474.
- Thorenfeldt E., Tomaszewickz A. y Jensen J.J. (1987), “Mechanical properties of High-strength concrete y aplicación en diseño”. In Symposium Utilization Of High-strength concrete.
- Gotschlich N. “Modelamiento de vigas de hormigón con refuerzo de acero y cables pretensados variando la relación de aspecto de corte” (2011). Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile., 81 pp.
- Carreira D. J. y Kuang-Han C. (1985) “Stress-Strain Relationship for plain concrete in compresión”. ACI Structural Journal, 82(6), 797-804.

Mau, S.T, Hsu, T.T.C. (1987) "Shear Behavior of Reinforced Concrete Framed Wall Panels with Vertical Loads". ACI Structural Journal, 84(2), 228-234.

Chang G. A. and Mander J. B. (1994) "Siesmic Energy Based Fatigue Damage Analysis of Bridge Columns: Part I-Evaluation of Siesmic Capacity". National center for earthquake engineering research. State University of New York at Buffalo. Technical Report NCEER-94-006.

Kong F-K., Robins P. J. y Cole D. F. (1970) "Web Reinforcement Effects on Deep Beams". ACI journal, 67(12), 1010-1018.

Kong F-K., (2003) "Reinforcement Concrete Deep Beams". Edicion publicada en the Taylor & Francis e-Library, 2002.

Oh J.K. y Shin S.W. (2001) "Shear Strength of Reinforced High-Strength Concrete Deep Beams". ACI Structural Journal, 98 (2), 164-173.

Tan K.H., Kong F.K., Teng S. y Weng L.W. (1997) "Effect of Web Reinforcement on High-Strength Concrete Deep Beams". ACI Structural Journal, 94(5), 572-581.

Tan K.H., Kong F.K., Teng S. y Guan L. (1995) "High-Strength Concrete Deep Beams with Effective Span y Shear Span Variations". ACI Structural Journal, 92(4), 395-403.

Mau S. T. y Hsu T.T.C. (1987) "Shear Strength Prediction for Deep Beams with Web Reinforcement". ACI Structural Journal, 84-s53, 513-523.

Smith K. N. y Vantsiotis A.S. (1982) "Shear Strength of Deep Beams". ACI Structural Journal, 79(3)-22, 201-213.

dePaiva, H. A. R. y Siess C. P.(1965) "Strength y Behavior of Deep Beams in Shear," Journal of the Structural Division *Proceedings* ASCE, V. 91, ST5, Part 1, 19-41.

Yang K-H, Chung H-S, Lee E-T, Eun H-C (2003), "Shear characteristics of high-strength concrete deep beams without shear reinforcements" Engineering Structures, Elsevier Science Ltd, 25, 1343-1352.

Shuraim., A. B. (2013) "A novel approach for evaluating the concrete shear strength in reinforced concrete beams". Latin American Journal of Solids y Structures 11 (1), 093 – 112.

Hwang, S.J., Lu, W.L. y Lee H.J. (2000) "Shear Strength Prediction for Deep Beams", ACI Structural Journal, 97 (3), 367-376.

Hwang, S.J. y Lee H.J. (2002) "Strength Prediction for Discontinuity Regions by Softened Struty-Tie Model", Journal of Structural Engineering, ASCE, 128 (12), 1519–1526.

Duthinh D., Carino N.J. (1996), "Shear Design of High-Strength Concrete Beams: A Review of the State of the Art", Building y fire research laboratory, National Institute of styars y technology, NISTIR 5870, MD 20899.

ACI Committee 318, (1995) "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) y Commentary (318R-95)," American Concrete Institute, Farmington Hills, 369 pp.

ACI-ASCE Committee 426, Shear Strength of Reinforced Concrete Members, *Proceedings*, ASCE, V. 99, No. ST6, June 1973, pp. 1091-1187. (reafirmado en 1980 y publicado por ACI como publicación No. 426R-74).

Canadian Standards Association, (1984) "Design of Concrete Structures for Buildings (CAN3-A23.3-M84)," CSA, Rexdale, Ontario, 281 pp.

British Standards Institution, (1985) "Structural Use of Concrete," (BS 8110: Part 1. Code of Practice for Design y Construction), BSI, London

Ove Arup & Partners, (1977, reimpresso 1984), "The Design of Deep Beams in Reinforced Concrete (CIRIA Guide-2)," Construction Industry Research y Information Association, London, 131 pp.

Kong, F. K., y Robins, P. J., (1971) "Web Reinforcement Effects on Lightweight Concrete Deep Beams," *ACI JOURNAL*, *Proceedings* 68(7), 514-520.

Hordijk, D. A.(1991) "*Local Approach to Fatigue of Concrete*". PhD thesis, Delft University of Technology.

König G. Grimm R. y Ramal G. (1993) "Shear behavior of longitudinal reinforced concrete Members of high strength concrete". *Darmstadt concrete* 8, 27-42.

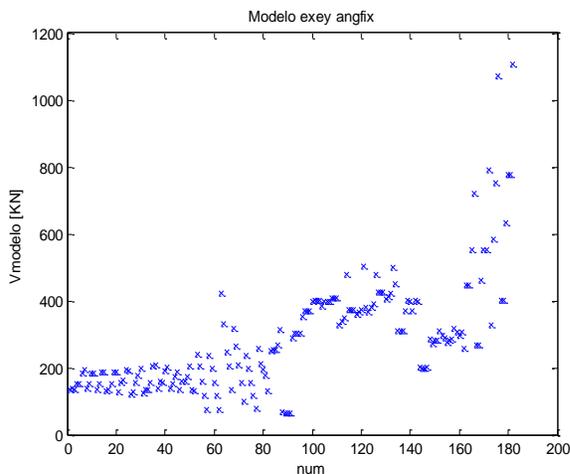
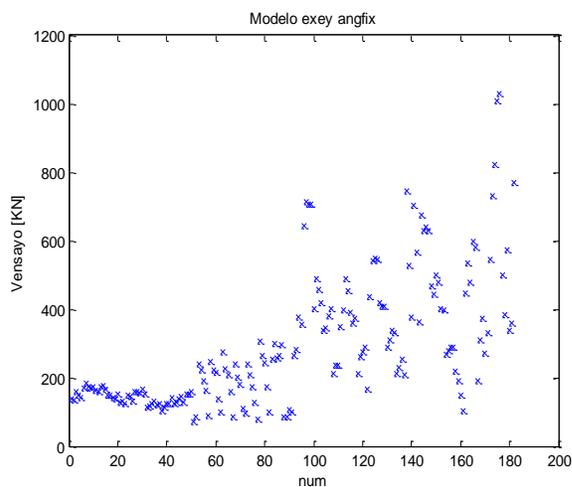
Opazo G. (2012) "Análisis y modelación de ensayos de muros cortos de hormigón armado". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.

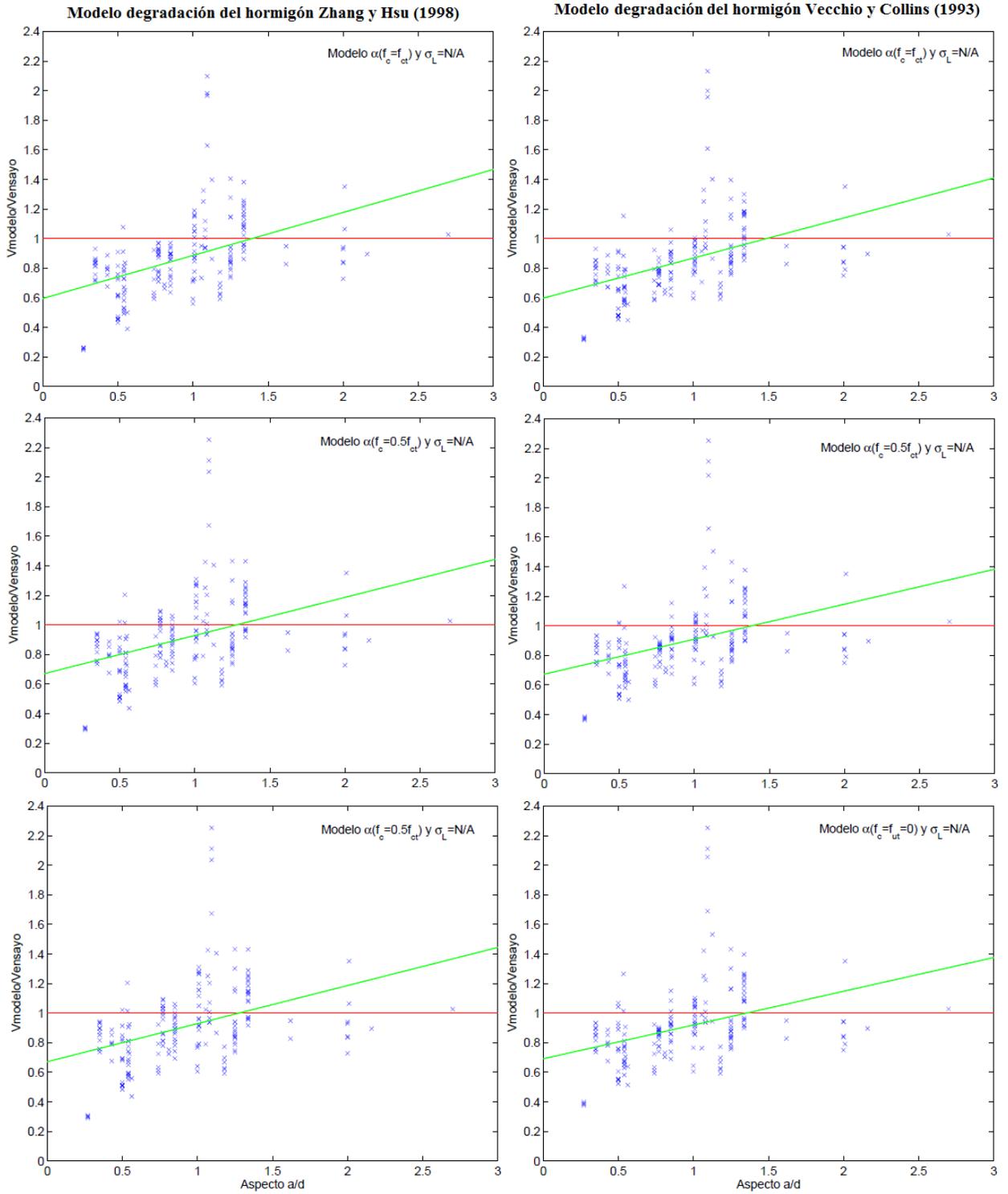
Terzioğlu, T. (2011). "Experimental Evaluation of the lateral load behavior of squat structural walls". M-Phil. Thesis. Department of Civil Engineering, Boğaziçi University.

## ANEXO A

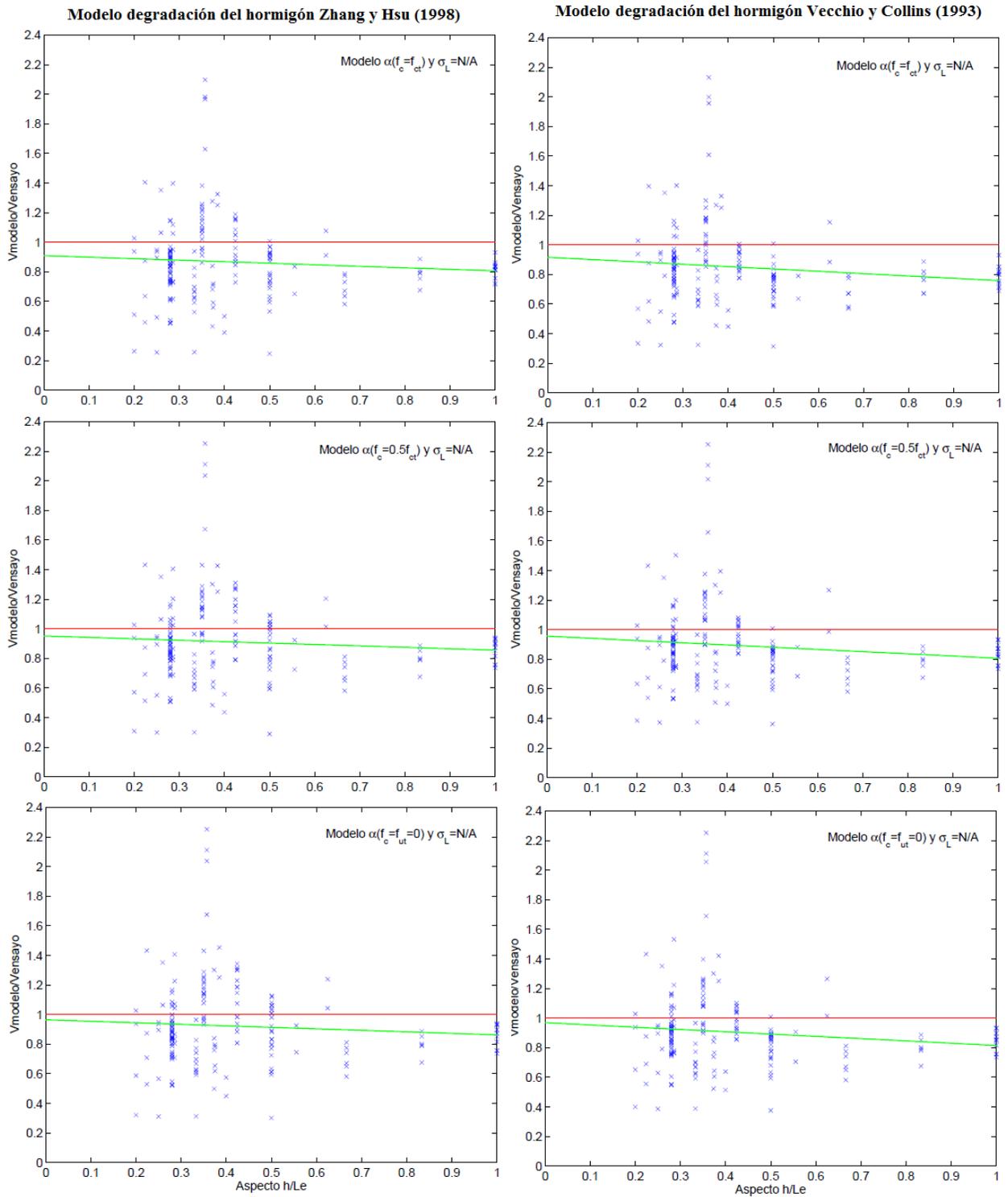
En este apartado se completa los antecedentes, con la información de los factores de conversión utilizados, la variación del ángulo y algunos gráficos de la variación en función de los parámetros estudiados de los modelos de ángulo fijo implementados con la respuesta vista en los ensayos para el modelo A, aquel de menor variación.

Factores de conversión				
1	mm	=	0,039	in
1	mm <sup>2</sup>	=	0,00152	in <sup>2</sup>
1	KN	=	0,2248	kips
1	MPa	=	145	psi
1	psi	=	6894,8	N/m <sup>2</sup>
1	ksi	=	6894,8	KN/m <sup>2</sup>
1	in	=	25,4	mm
1	lb	=	4,448	N

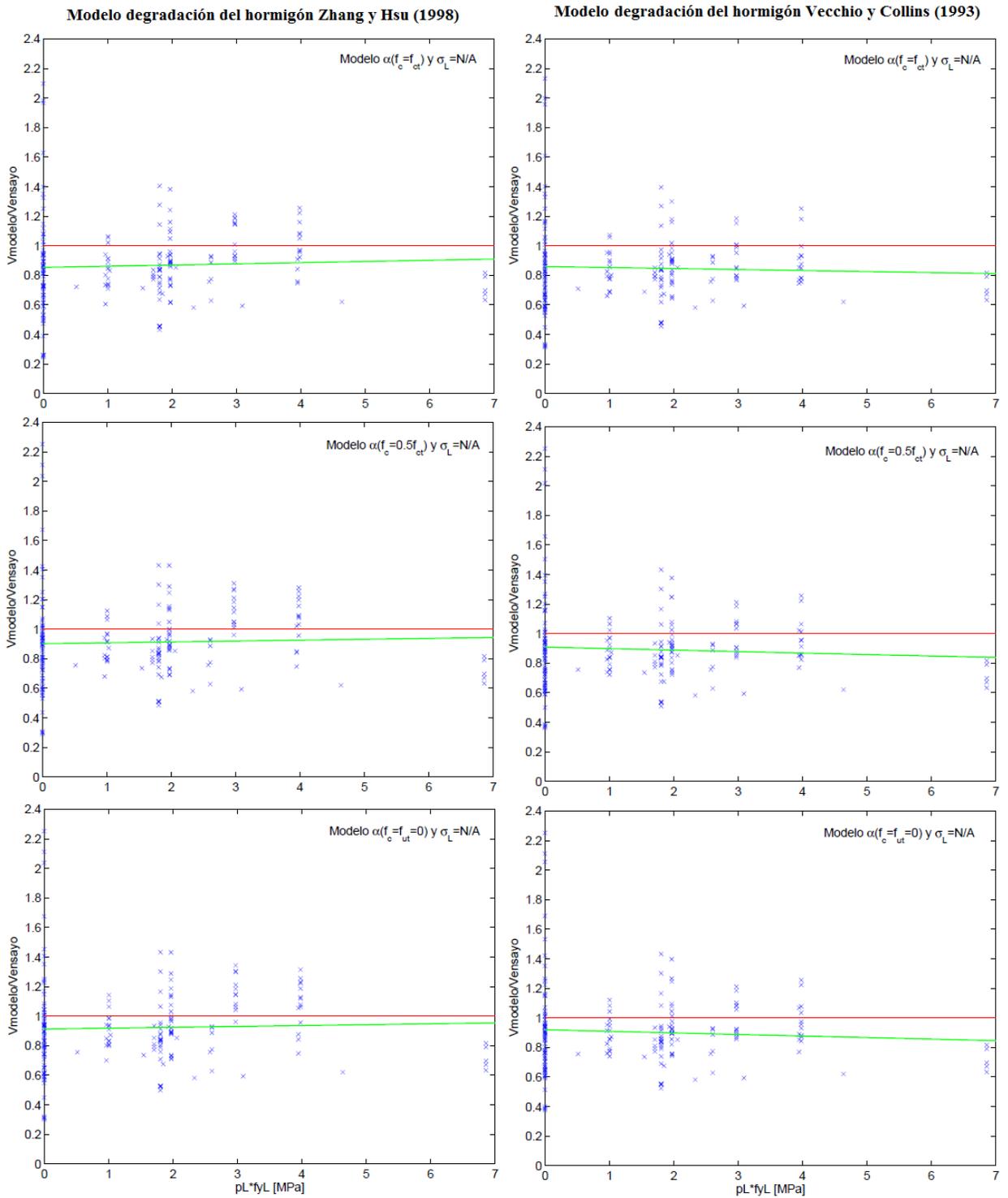




**Figura A.1**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs a/d para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)



**Figura A.2**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $h/Le$  para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)



**Figura A.3**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $\rho_L f_{yL}$  para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y Modelo A (Vecchio y Collins)

Modelo degradación del hormigón Zhang y Hsu (1998)

Modelo degradación del hormigón Vecchio y Collins (1993)

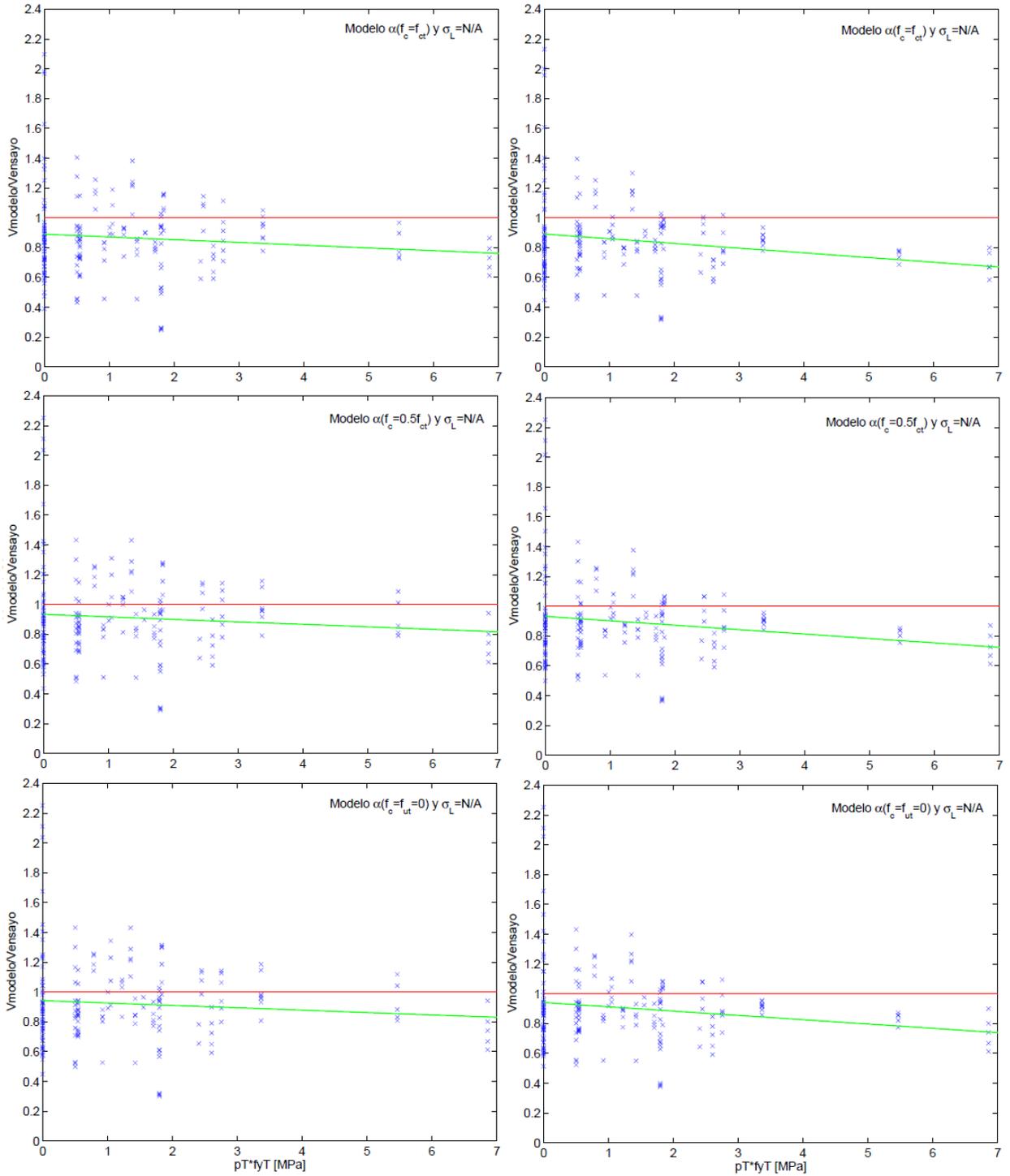
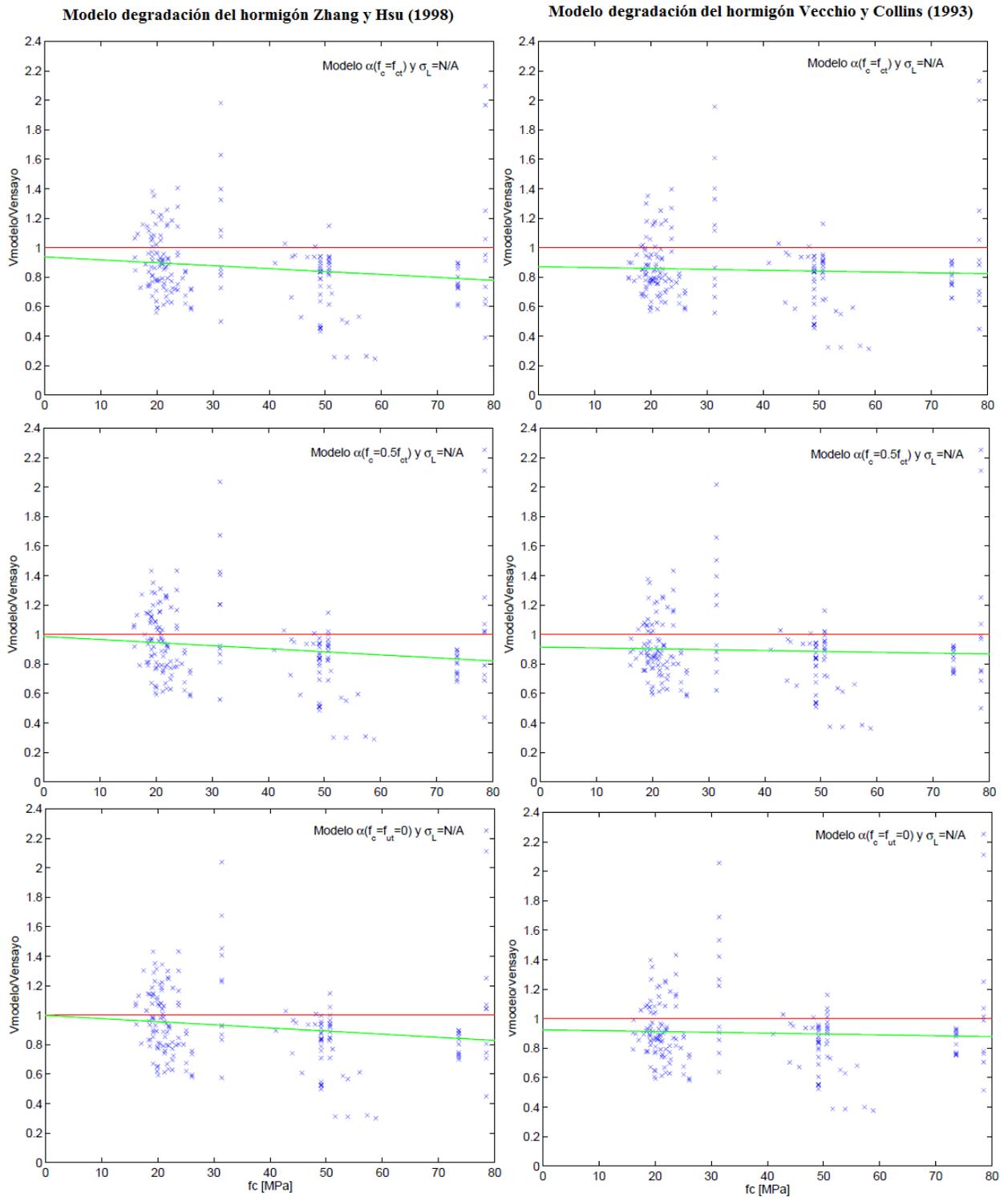
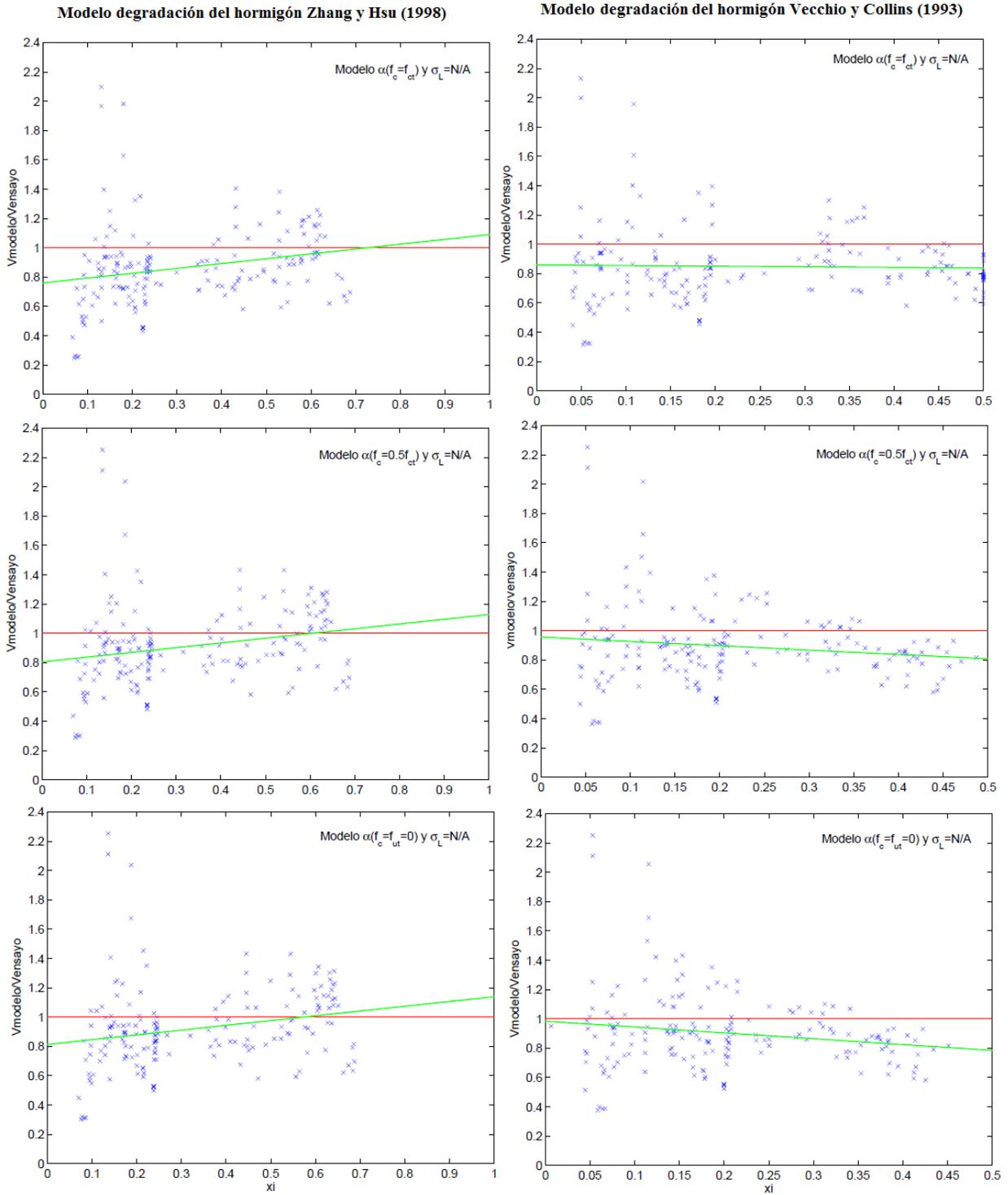


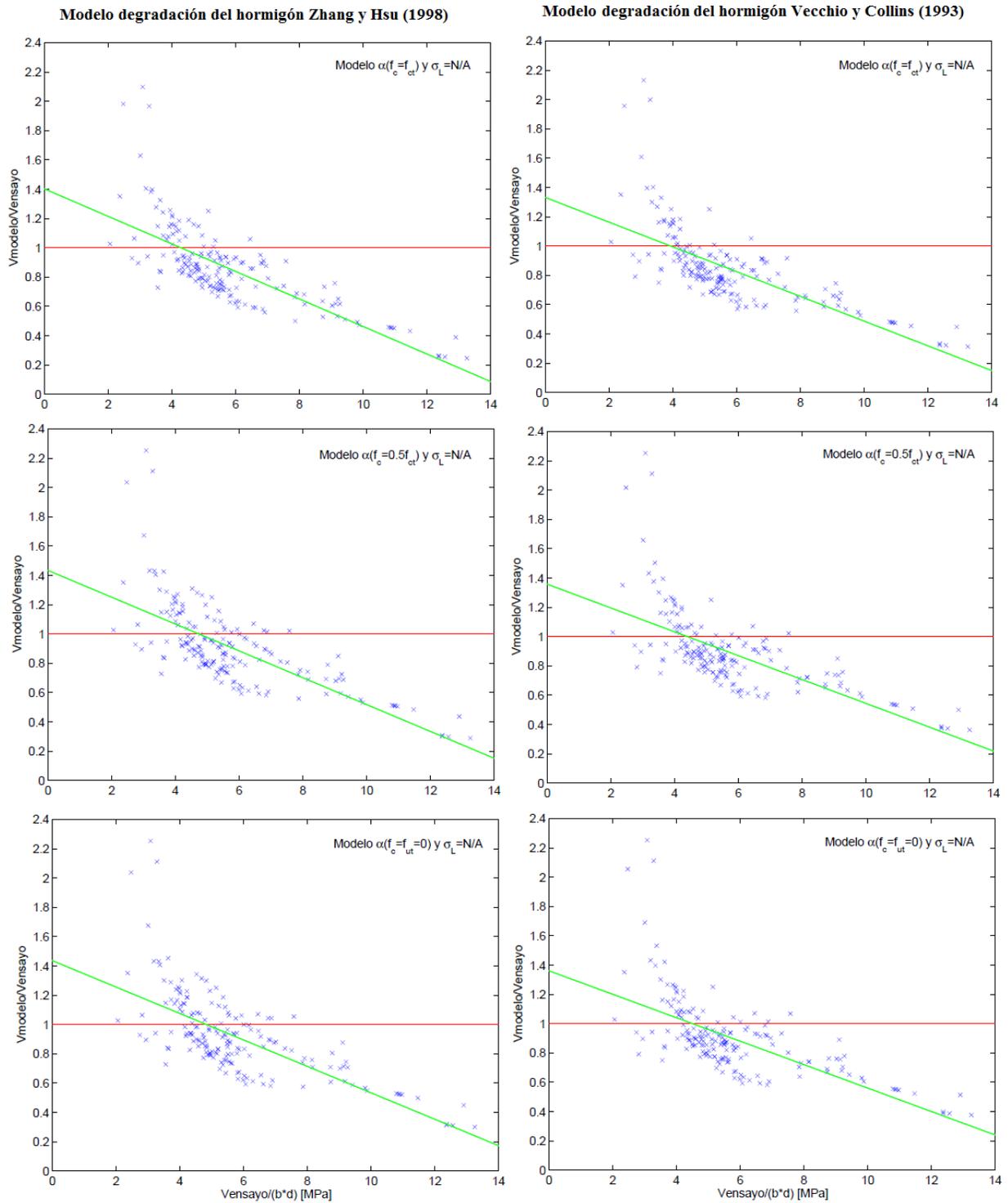
Figura A.4  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $\rho_T f_{yT}$  para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)



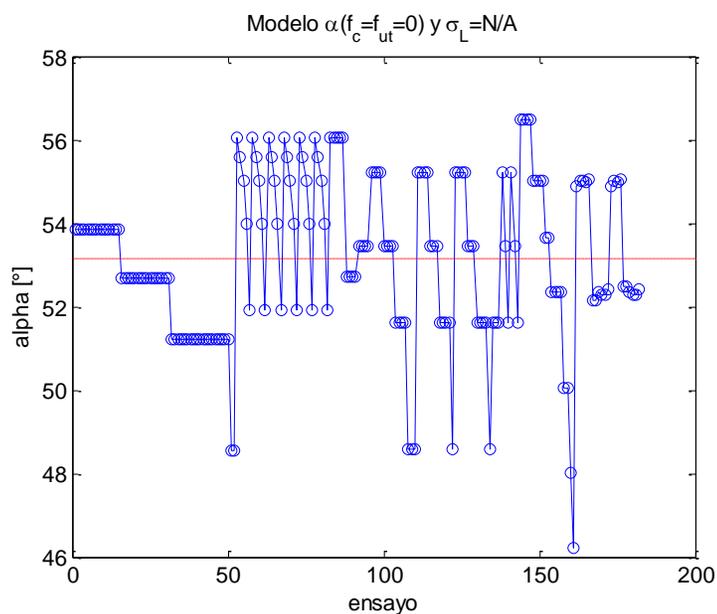
**Figura A.5**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $f'_c$  para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)



**Figura A.6**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $\beta$  o  $\zeta$ , para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)



**Figura A.7**  $V_{modelo}/V_{ensayo}$  vs  $\tau_{Lt}$ , para tres niveles de tensión de fijación del ángulo de puntal en modelo Zhang y Hsu y modelo A (Vecchio y Collins)

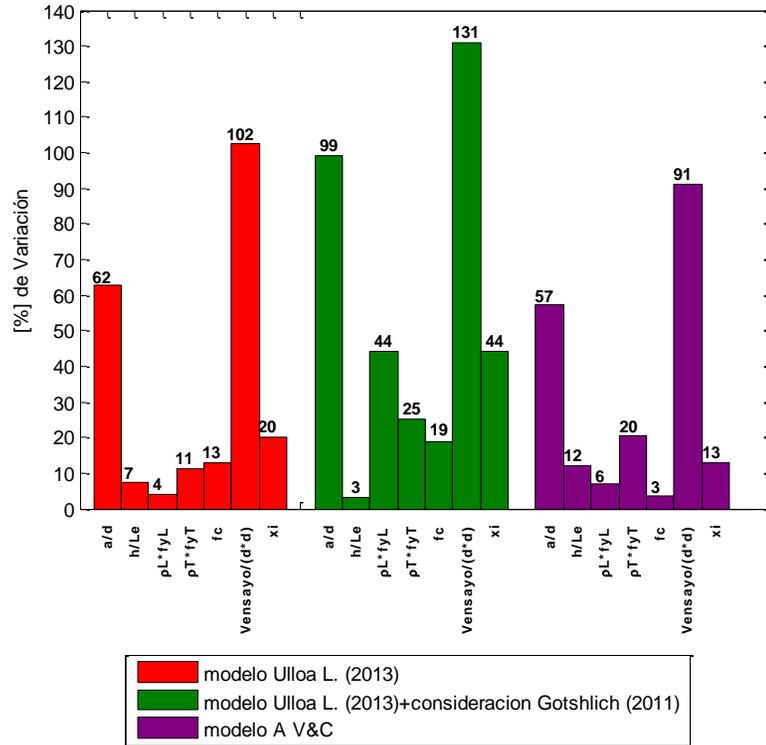


Modelo de Zhang y Hsu Beta Vecchio y Collins '82 aplicado				
	modelo	Mod. $\alpha(fc=fct)$	Mod. $\alpha(fc=0.5fct)$	Mod. $\alpha(fc=fut)$
Todos los ensayos	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.92	0.93
	Desviación estándar	0.28	0.29	0.29
vigas que fallan por corte	Vmodelo/Vensayo	0.87	0.87	0.89
	Desviación estándar	0.32	0.3	0.3
	Numero de ensayos	119	84	84
Vigas que fallan por flexión	Vmodelo/Vensayo	0.88	0.96	0.96
	Desviación estándar	0.18	0.28	0.28
	Número de ensayos	63	98	98

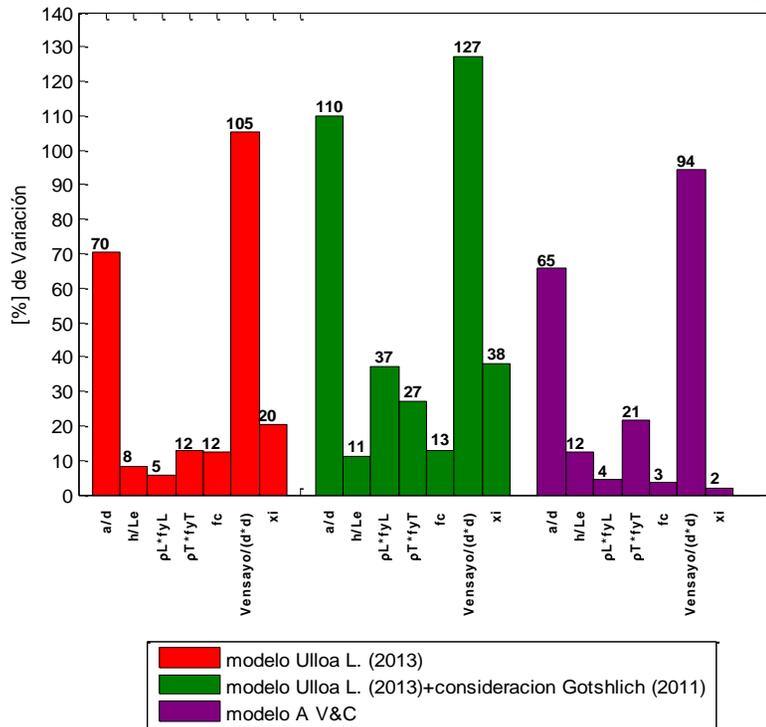
Cambio en los resultados al considerar que el delta máximo impuesto pasa de 40 [mm] a 5 [mm]

	modelo	ACI	Ec2s	NZ	Bs	CEB	CIRIA	CSA
Todos los ensayos	Vnorma/Vensayo	0.61	0.36	0.52	1.45	0.54	0.52	0.45
	Desviación estándar	0.21	0.22	0.3	1.18	0.29	0.14	0.29
vigas que fallan por corte	Vnorma/Vensayo	0.61	0.36	0.49	1.12	0.51	0.52	0.42
	Desviación estándar	0.21	0.22	0.27	0.46	0.26	0.14	0.25
	Numero de ensayos	181	181	175	114	176	182	175
Vigas que fallan por flexión	Vnorma/Vensayo	1.11	1.11	1.19	1.99	1.22	-	1.19
	Desviación estándar	0	0	0.2	1,72	0.19	-	0.2
	Número de ensayos	1	1	7	68	6	0	7

Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado con  $\alpha(f_c=0.5f_{ct}=0)$



Comparación % de variación en el rango del parámetro estudiado con  $\alpha(f_c=f_{ct})$



## **ANEXO B**

En este apartado se adjunta la base de datos de 182 ensayos utilizada para la validación de los modelos implementados.

ID	autor	ensayo	h [mm]	B [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
1		0A0-44	355,6	101,6	305	235	710	20,5	1,94	0,00	0,00	431	0	0	139,55	0,10	437,4	25,4
2		0A0-48	355,6	101,6	305	235	710	20,9	1,94	0,00	0,00	431	0	0	136,12	0,10	437,4	25,4
3		1A1-10	355,6	101,6	305	235	710	18,7	1,94	0,23	0,28	431	437,4	437,4	161,25	0,10	437,4	25,4
4		1A3-11	355,6	101,6	305	235	710	18,0	1,94	0,45	0,28	431	437,4	437,4	148,35	0,10	437,4	25,4
5		1A4-12	355,6	101,6	305	235	710	16,1	1,94	0,68	0,28	431	437,4	437,4	141,24	0,10	437,4	25,4
6		1A4-51	355,6	101,6	305	235	710	20,6	1,94	0,68	0,28	431	437,4	437,4	170,95	0,10	437,4	25,4
7		1A6-37	355,6	101,6	305	235	710	21,1	1,94	0,91	0,28	431	437,4	437,4	184,10	0,10	437,4	25,4
8		2A1-38	355,6	101,6	305	235	710	21,7	1,94	0,23	0,63	431	437,4	437,4	174,51	0,10	437,4	25,4
9	Smith y Vantsiotis	2A3-39	355,6	101,6	305	235	710	19,8	1,94	0,45	0,63	431	437,4	437,4	170,60	0,10	437,4	25,4
10		2A4-40	355,6	101,6	305	235	710	20,3	1,94	0,68	0,63	431	437,4	437,4	171,93	0,10	437,4	25,4
11		2A6-41	355,6	101,6	305	235	710	19,1	1,94	0,91	0,63	431	437,4	437,4	161,92	0,10	437,4	25,4
12		3A1-42	355,6	101,6	305	235	710	18,4	1,94	0,23	1,25	431	437,4	437,4	161,03	0,10	437,4	25,4
13		3A3-43	355,6	101,6	305	235	710	19,2	1,94	0,45	1,25	431	437,4	437,4	172,73	0,10	437,4	25,4
14		3A4-45	355,6	101,6	305	235	710	20,8	1,94	0,68	1,25	431	437,4	437,4	178,56	0,10	437,4	25,4
15		3A6-46	355,6	101,6	305	235	710	19,9	1,94	0,91	1,25	431	437,4	437,4	168,15	0,10	437,4	25,4
16		OB0-49	355,6	101,6	305	308	838	21,7	1,94	0,00	0,00	431	437,4	437,4	149,02	0,10	437,4	25,4
17	1B1-01	355,6	101,6	305	308	838	22,1	1,94	0,23	0,24	431	437,4	437,4	147,46	0,10	437,4	25,4	
18	1B3-29	355,6	101,6	305	308	838	20,1	1,94	0,45	0,24	431	437,4	437,4	143,57	0,10	437,4	25,4	
19	1B4-30	355,6	101,6	305	308	838	20,8	1,94	0,68	0,24	431	437,4	437,4	140,35	0,10	437,4	25,4	
20	1B6-31	355,6	101,6	305	308	838	19,5	1,94	0,91	0,24	431	437,4	437,4	153,36	0,10	437,4	25,4	
21	2B1-05	355,6	101,6	305	308	838	19,2	1,94	0,23	0,42	431	437,4	437,4	129,00	0,10	437,4	25,4	
22	2B3-06	355,6	101,6	305	308	838	19,0	1,94	0,45	0,42	431	437,4	437,4	131,23	0,10	437,4	25,4	
23	2B4-07	355,6	101,6	305	308	838	17,5	1,94	0,68	0,42	431	437,4	437,4	126,11	0,10	437,4	25,4	
24	2B4-52	355,6	101,6	305	308	838	21,8	1,94	0,68	0,42	431	437,4	437,4	149,91	0,10	437,4	25,4	
25	2B6-32	355,6	101,6	305	308	838	19,8	1,94	0,91	0,42	431	437,4	437,4	145,24	0,10	437,4	25,4	
26	3B1-08	355,6	101,6	305	308	838	16,2	1,94	0,23	0,63	431	437,4	437,4	130,78	0,10	437,4	25,4	

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
27		3B1-36	355,6	101,6	305	308	838	20,4	1,94	0,23	0,77	431	437,4	437,4	158,96	0,10	437,4	25,4
28		3B3-33	355,6	101,6	305	308	838	19,0	1,94	0,45	0,77	431	437,4	437,4	158,36	0,10	437,4	25,4
29		3B4-34	355,6	101,6	305	308	838	19,2	1,94	0,68	0,77	431	437,4	437,4	155,03	0,10	437,4	25,4
30		3B6-35	355,6	101,6	305	308	838	20,7	1,94	0,91	0,77	431	437,4	437,4	166,15	0,10	437,4	25,4
31		4B1-09	355,6	101,6	305	308	838	17,1	1,94	0,23	1,25	431	437,4	437,4	153,47	0,10	437,4	25,4
32		0C0-50	355,6	101,6	305	408	1015	20,7	1,94	0,00	0,00	431	437,4	437,4	115,66	0,10	437,4	25,4
33		1C1-14	355,6	101,6	305	408	1015	19,2	1,94	0,23	0,18	431	437,4	437,4	118,99	0,10	437,4	25,4
34		1C3-02	355,6	101,6	305	408	1015	21,9	1,94	0,45	0,18	431	437,4	437,4	123,44	0,10	437,4	25,4
35		1C4-15	355,6	101,6	305	408	1015	22,7	1,94	0,68	0,18	431	437,4	437,4	131,01	0,10	437,4	25,4
36		1C6-16	355,6	101,6	305	408	1015	21,8	1,94	0,91	0,18	431	437,4	437,4	122,33	0,10	437,4	25,4
37		2C1-17	355,6	101,6	305	408	1015	19,9	1,94	0,23	0,31	431	437,4	437,4	124,11	0,10	437,4	25,4
38		2C3-03	355,6	101,6	305	408	1015	19,2	1,94	0,45	0,31	431	437,4	437,4	103,65	0,10	437,4	25,4
39	Smith y	2C3-27	355,6	101,6	305	408	1015	19,3	1,94	0,45	0,31	431	437,4	437,4	115,32	0,10	437,4	25,4
40	Vantsiotis	2C4-18	355,6	101,6	305	408	1015	20,4	1,94	0,68	0,31	431	437,4	437,4	124,56	0,10	437,4	25,4
41		2C6-19	355,6	101,6	305	408	1015	20,8	1,94	0,91	0,31	431	437,4	437,4	124,11	0,10	437,4	25,4
42		3C1-20	355,6	101,6	305	408	1015	21,0	1,94	0,23	0,56	431	437,4	437,4	140,79	0,10	437,4	25,4
43		3C3-21	355,6	101,6	305	408	1015	16,6	1,94	0,45	0,56	431	437,4	437,4	125,00	0,10	437,4	25,4
44		3C4-22	355,6	101,6	305	408	1015	18,3	1,94	0,68	0,56	431	437,4	437,4	127,67	0,10	437,4	25,4
45		3C6-23	355,6	101,6	305	408	1015	19,0	1,94	0,91	0,56	431	437,4	437,4	137,23	0,10	437,4	25,4
46		4C1-24	355,6	101,6	305	408	1015	19,6	1,94	0,23	0,77	431	437,4	437,4	146,57	0,10	437,4	25,4
47		4C3-04	355,6	101,6	305	408	1015	18,6	1,94	0,45	0,63	431	437,4	437,4	128,56	0,10	437,4	25,4
48		4C3-28	355,6	101,6	305	408	1015	19,2	1,94	0,45	0,77	431	437,4	437,4	152,36	0,10	437,4	25,4
49		4C4-25	355,6	101,6	305	408	1015	18,5	1,94	0,68	0,77	431	437,4	437,4	152,58	0,10	437,4	25,4
50		4C6-26	355,6	101,6	305	408	1015	21,2	1,94	0,91	0,77	431	437,4	437,4	159,48	0,10	437,4	25,4
51		0D0-47	355,6	101,6	305	613	1372	19,5	1,94	0,00	0,00	431	437,4	437,4	73,40	0,10	437,4	25,4
52		4D1-13	355,6	101,6	305	613	1372	16,1	1,94	0,23	0,42	431	437,4	437,4	87,41	0,10	437,4	25,4

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
53		1_30	762	76	724	253,4	762	21,5	0,52	0,00	2,45	286,8	0	280	238,88	0,00	0	0
54		1_25	635	76	597	256,71	762	24,6	0,62	0,00	2,45	286,8	0	280	224,20	0,00	0	0
55		1_20	508	76	470	253,8	762	21,2	0,79	0,00	2,45	286,8	0	280	189,50	0,00	0	0
56		1_15	381	76	343	253,82	762	21,2	1,09	0,00	2,45	286,8	0	280	164,15	0,00	0	0
57		1_10	254	76	216	254,88	762	21,7	1,73	0,00	2,45	286,8	0	280	89,41	0,00	0	0
58		2_30	762	76	724	253,4	762	19,2	0,52	0,00	0,86	286,8	0	303	249,11	0,00	0	0
59		2_25	635	76	597	256,71	762	18,6	0,62	0,00	0,86	286,8	0	303	224,20	0,00	0	0
60		2_20	508	76	470	253,8	762	19,9	0,79	0,00	0,86	286,8	0	303	215,30	0,00	0	0
61		2_15	381	76	343	253,82	762	22,8	1,09	0,00	0,86	286,8	0	303	139,68	0,00	0	0
62	Fung-Kew Kong, Peter	2_10	254	76	216	254,88	762	20,1	1,73	0,00	0,86	286,8	0	303	99,64	0,00	0	0
63	J. Robins,	3_30	762	76	724	253,4	762	22,6	0,52	2,45	0,00	286,8	280	0	276,25	0,00	0	0
64	David F.	3_25	635	76	597	256,71	762	21,0	0,62	2,45	0,00	286,8	280	0	225,53	0,00	0	0
65	Cole	3_20	508	76	470	253,8	762	19,2	0,79	2,45	0,00	286,8	280	0	207,74	0,00	0	0
66		3_15	381	76	343	253,82	762	21,9	1,09	2,45	0,00	286,8	280	0	159,25	0,00	0	0
67		3_10	254	76	216	254,88	762	22,6	1,73	2,45	0,00	286,8	280	0	86,30	0,00	0	0
68		4_30	762	76	724	253,4	762	22,0	0,52	0,86	0,00	286,8	303	0	241,99	0,00	0	0
69		4_25	635	76	597	256,71	762	21,0	0,62	0,86	0,00	286,8	303	0	201,07	0,00	0	0
70		4_20	508	76	470	253,8	762	20,1	0,79	0,86	0,00	286,8	303	0	180,60	0,00	0	0
71		4_15	381	76	343	253,82	762	22,0	1,09	0,86	0,00	286,8	303	0	109,43	0,00	0	0
72		4_10	254	76	216	254,88	762	22,6	1,73	0,86	0,00	286,8	303	0	95,64	0,00	0	0
73		5_30	762	76	724	253,4	762	18,6	0,52	0,61	0,61	286,8	280	280	239,32	0,00	0	0
74		5_25	635	76	597	256,71	762	19,2	0,62	0,61	0,61	286,8	280	280	208,19	0,00	0	0
75		5_20	508	76	470	253,8	762	20,1	0,79	0,61	0,61	286,8	280	280	172,60	0,00	0	0
76		5_15	381	76	343	253,82	762	21,9	1,09	0,61	0,61	286,8	280	280	127,22	0,00	0	0
77		5_10	254	76	216	254,88	762	22,6	1,73	0,61	0,61	286,8	280	280	77,85	0,00	0	0
78		6_30	762	76	724	253,4	762	26,1	0,52	0,51	0,00	286,8	303	0	307,83	0,00	0	0
79		6_25	635	76	597	256,71	762	25,1	0,62	0,61	0,00	286,8	303	0	266,01	0,00	0	0

ID	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]	
80		6_20	508	76	470	253,8	762	26,1	0,79	0,77	0,00	286,8	303	0	244,66	0,00	0	0
81		6_15	381	76	343	253,82	762	26,1	1,09	1,02	0,00	286,8	303	0	172,60	0,00	0	0
82	Fung-Kew	6_10	254	76	216	254,88	762	25,1	1,73	1,53	0,00	286,8	303	0	98,31	0,00	0	0
83	Kong, Peter	7_30A	762	76	724	253,4	762	25,1	0,52	0,00	0,00	286,8	0	0	252,67	0,00	0	0
84	J. Robins,	7_30B	762	76	724	253,4	762	26,1	0,52	0,17	0,00	286,8	303	0	299,82	0,00	0	0
85	David F.	7_30C	762	76	724	253,4	762	25,1	0,52	0,34	0,00	286,8	303	0	259,34	0,00	0	0
86	Cole	7_30D	762	76	724	253,4	762	21,3	0,52	0,68	0,00	286,8	303	0	263,79	0,00	0	0
87		7_30E	762	76	724	253,4	762	21,3	0,52	0,85	0,00	286,8	303	0	297,15	0,00	0	0

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
88	de Paiva y	G33S-11	228,6	76,2	203,2	203,2	609,6	23,3	1,67	0,00	0,00	326	0	0	85,40	0,92	355	19,05
89	Chester P	G33S-12	228,6	76,2	203,2	203,2	609,6	19,9	1,67	0,00	1,09	326	0	221	84,50	0,92	355	19,05
90	Siess	G33S-31	228,6	76,2	203,2	203,2	609,6	19,9	2,58	0,00	0,00	312	0	0	107,00	0,83	347	19,05
91		G33S-32	228,6	76,2	203,2	203,2	609,6	20,1	2,58	0,00	1,09	305	0	221	101,40	0,83	347	19,05

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
92		N4200	560	130	500	425	2000	23,72	1,56	0,00	0,00	420	0	0	265,20	0,24	420	40
93		N42A2	560	130	500	425	2000	23,72	1,56	0,43	0,12	420	420	420	284,05	0,24	420	40
94		N42B2	560	130	500	425	2000	23,72	1,56	0,43	0,22	420	420	420	377,00	0,24	420	40
95		N42C2	560	130	500	425	2000	23,72	1,56	0,43	0,34	420	420	420	357,50	0,24	420	40
96		H4100	560	130	500	250	2000	49,1	1,56	0,00	0,00	420	420	420	642,20	0,24	420	40
97		H41A2(1)*	560	130	500	250	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	713,05	0,24	420	40
98		H41B2	560	130	500	250	2000	49,1	1,56	0,43	0,22	420	420	420	705,90	0,24	420	40
99		H41C2	560	130	500	250	2000	49,1	1,56	0,43	0,34	420	420	420	708,50	0,24	420	40
100		H4200	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,00	0,00	420	0	0	401,05	0,24	420	40
101		H42A2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	488,15	0,24	420	40
102		H42B2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,22	420	420	420	456,30	0,24	420	40
103	Jung-Keun	H42C2(1)	560	130	500	425	2000	49,1	1,56	0,43	0,34	420	420	420	420,55	0,24	420	40
104	Oh y	H4300	560	130	500	625	2000	49,1	1,56	0,00	0,00	420	0	0	337,35	0,24	420	40
105	Sung-Woo	H43A2(1)	560	130	500	625	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	347,10	0,24	420	40
106	Shin	H43B2	560	130	500	625	2000	49,1	1,56	0,43	0,22	420	420	420	380,90	0,24	420	40
107		H43C2	560	130	500	625	2000	49,1	1,56	0,43	0,34	420	420	420	402,35	0,24	420	40
108		H45A2	560	130	500	1000	2000	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	210,60	0,24	420	40
109		H45B2	560	130	500	1000	2000	49,1	1,56	0,43	0,22	420	420	420	237,25	0,24	420	40
110		H45C2	560	130	500	1000	2000	49,1	1,56	0,43	0,34	420	420	420	235,30	0,24	420	40
111		H41A0	560	120	500	250	2000	50,67	1,29	0,00	0,13	420	0	420	347,40	0,26	420	40
112		H41A1	560	120	500	250	2000	50,67	1,29	0,23	0,13	420	420	420	397,80	0,26	420	40
113		H41A2(2)	560	120	500	250	2000	50,67	1,29	0,47	0,13	420	420	420	490,20	0,26	420	40
114		H41A3	560	120	500	250	2000	50,67	1,29	0,94	0,13	420	420	420	454,80	0,26	420	40
115		H42A2(2)	560	120	500	425	2000	50,67	1,29	0,47	0,13	420	420	420	392,40	0,26	420	40
116		H42B2(2)	560	120	500	425	2000	50,67	1,29	0,47	0,24	420	420	420	360,60	0,26	420	40
117		H42C2(2)	560	120	500	425	2000	50,67	1,29	0,47	0,37	420	420	420	373,80	0,26	420	40
118		H43A0	560	120	500	625	2000	50,67	1,29	0,00	0,13	420	0	420	213,60	0,26	420	40

ID	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
119	H43A1	560	120	500	625	2000	50,67	1,29	0,23	0,13	420	420	420	260,40	0,26	420	40
120	H43A2(2)	560	120	500	625	2000	50,67	1,29	0,47	0,13	420	420	420	276,60	0,26	420	40
121	H43A3	560	120	500	625	2000	50,67	1,29	0,94	0,13	420	420	420	291,00	0,26	420	40
122	H45A2(2)	560	120	500	1000	2000	50,67	1,29	0,46	0,13	420	420	420	165,00	0,26	420	40
123	U41A0	560	120	500	250	2000	73,6	1,29	0,00	0,13	420	0	420	438,00	0,26	420	40
124	U41A1	560	120	500	250	2000	73,6	1,29	0,23	0,13	420	420	420	541,80	0,26	420	40
125	U41A2	560	120	500	250	2000	73,6	1,29	0,47	0,13	420	420	420	548,40	0,26	420	40
126	U41A3	560	120	500	250	2000	73,6	1,29	0,94	0,13	420	420	420	546,60	0,26	420	40
127	U42A2	560	120	500	425	2000	73,6	1,29	0,47	0,13	420	420	420	417,60	0,26	420	40
128	Jung-Keun U42B2	560	120	500	425	2000	73,6	1,29	0,47	0,24	420	420	420	410,40	0,26	420	40
129	Oh y U42C2	560	120	500	425	2000	73,6	1,29	0,47	0,37	420	420	420	408,00	0,26	420	40
130	Sung-Woo Shin U43A0	560	120	500	625	2000	73,6	1,29	0,00	0,13	420	0	420	291,00	0,26	420	40
131	U43A1	560	120	500	625	2000	73,6	1,29	0,23	0,13	420	420	420	310,20	0,26	420	40
132	U43A2	560	120	500	625	2000	73,6	1,29	0,47	0,13	420	420	420	338,40	0,26	420	40
133	U43A3	560	120	500	625	2000	73,6	1,29	0,94	0,13	420	420	420	333,00	0,26	420	40
134	U45A2	560	120	500	1000	2000	73,6	1,29	0,47	0,13	420	420	420	213,60	0,26	420	40
135	N33A2	560	130	500	625	1500	23,72	1,56	0,43	0,12	420	420	420	228,15	0,24	420	40
136	N43A2	560	130	500	625	2000	23,72	1,56	0,43	0,12	420	420	420	254,80	0,24	420	40
137	N53A2	560	130	500	625	2500	23,72	1,56	0,43	0,12	420	420	420	207,35	0,24	420	40
138	H31A2	560	130	500	250	1500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	745,55	0,24	420	40
139	H32A2	560	130	500	425	1500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	529,75	0,24	420	40
140	H33A2	560	130	500	625	1500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	377,65	0,24	420	40
141	H51A2	560	130	500	250	2500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	702,00	0,24	420	40
142	H52A2	560	130	500	425	2500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	567,45	0,24	420	40
143	H53A2	560	130	500	625	2500	49,1	1,56	0,43	0,12	420	420	420	362,70	0,24	420	40

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
144		A-0.27-2.15	500	110	463	125	1000	58,84	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	675,00	0,11	375,2	37
145		A-0.27-3.23	500	110	463	125	1500	51,62	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	630,00	0,11	375,2	37
146		A-0.27-4.30	500	110	463	125	2000	53,85	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	640,00	0,11	375,2	37
147		A-0.27-5.38	500	110	463	125	2500	57,31	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	630,00	0,11	375,2	37
148		B-0.54-2.15	500	110	463	250	1000	55,98	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	468,00	0,11	375,2	37
149	Kang-Hai	B-0.54-3.23	500	110	463	250	1500	45,68	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	445,00	0,11	375,2	37
150	Tan,	B-0.54-4.30	500	110	463	250	2000	53,85	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	500,00	0,11	375,2	37
151	Fung-	B-0.54-5.38	500	110	463	250	2500	52,99	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	480,00	0,11	375,2	37
152	Kew	C-0.81-2.15	500	110	463	375	1000	51,15	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	403,00	0,11	375,2	37
153	Kong,	C-0.81-3.23	500	110	463	375	1500	43,96	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	400,00	0,11	375,2	37
154	Susanto	D-1.08-2.15	500	110	463	500	1000	48,2	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	270,00	0,11	375,2	37
155	Teng, y	D-1.08-3.23	500	110	463	500	1500	44,12	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	280,00	0,11	375,2	37
156	Lingwei	D-1.08-4.30	500	110	463	500	2000	46,81	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	290,00	0,11	375,2	37
157	Guan	D-1.08-5.38	500	110	463	500	2500	48,03	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	290,00	0,11	375,2	37
158		E-1.62-3.23	500	110	463	750	1500	50,56	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	220,00	0,11	375,2	37
159		E-1.62-4.30	500	110	463	750	2000	44,6	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	190,00	0,11	375,2	37
160		F-2.16-4.30	500	110	463	1000	2000	41,06	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	150,00	0,11	375,2	37
161		G-2.70-5.38	500	110	463	1250	2500	42,8	1,23	0,00	0,48	504,8	0	375,2	105,00	0,11	375,2	37

ID	autor	ensayo	h [mm]	b [mm]	d [mm]	a [mm]	Le [mm]	fc [MPa]	rhoB [%]	rhoL [%]	rhoT [%]	fyB [MPa]	fyL [MPa]	fyT [Mpa]	Vntest [KN]	RhoB' [%]	fyB' [MPa]	d'p [mm]
162		L5-40	400	160	355	200	1000	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	446,90	0,28	408	20
163		L5-60	600	160	555	300	2100	31,4	0,98	0,00	0,00	804	0	0	535,10	0,18	408	20
164		L5-60R	600	160	555	300	1500	31,4	0,98	0,00	0,00	804	0	0	479,20	0,18	408	20
165		L5-75	750	160	685	375	1350	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	596,80	0,14	408	20
166		L5-100	1000	160	935	500	1600	31,4	0,90	0,00	0,00	804	0	0	582,10	0,10	408	20
167		L10-40	400	160	355	400	1400	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	192,10	0,28	408	20
168		L10-40R	400	160	355	400	1400	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	311,60	0,28	408	20
169	Keun-	L10-60	600	160	555	600	2100	31,4	0,98	0,00	0,00	804	0	0	375,30	0,18	408	20
170	Hyeok	L10-75	750	160	685	750	2100	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	271,50	0,14	408	20
171	Yang a, l,	L10-75R	750	160	685	750	2100	31,4	1,00	0,00	0,00	804	0	0	330,30	0,14	408	20
172	Heon-Soo	L10-100	1000	160	935	1000	2600	31,4	0,90	0,00	0,00	804	0	0	543,90	0,10	408	20
173	Chung a,	UH5-40	400	160	355	200	1000	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	733,00	0,28	408	20
174	Eun-Taik	UH5-60	600	160	555	300	2100	78,5	0,98	0,00	0,00	804	0	0	823,20	0,18	408	20
175	Lee a, Hee-	UH5-75	750	160	685	375	1350	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	1010,40	0,14	408	20
176	Chang Eun	UH5-100	1000	160	935	500	1600	78,5	0,90	0,00	0,00	804	0	0	1029,00	0,10	408	20
177		UH10-40	400	160	355	375	1400	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	498,80	0,28	408	20
178		UH10-40R	400	160	355	375	1400	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	385,10	0,28	408	20
179		UH10-60	600	160	555	600	2100	78,5	0,98	0,00	0,00	804	0	0	573,30	0,18	408	20
180		UH10-75	750	160	685	750	2100	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	338,10	0,14	408	20
181		UH10-75R	750	160	685	750	2100	78,5	1,00	0,00	0,00	804	0	0	360,60	0,14	408	20
182		UH10-100	1000	160	935	1000	2600	78,5	0,90	0,00	0,00	804	0	0	769,30	0,10	408	20

