



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE UN
MEDIO GRANULAR EN UN RECIPIENTE SOMETIDO A UNA
VIBRACIÓN VERTICAL

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL MECÁNICA

MARÍA JOSEFA MYRUS VARGAS

PROFESOR GUÍA:
RODRIGO HERNÁNDEZ PELLICER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CLAUDIO FALCÓN BEAS
JUAN CARLOS ELICER CORTÉS

SANTIAGO DE CHILE
2015

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERA CIVIL MECÁNICA
POR: MARÍA JOSEFA MYRUS VARGAS
FECHA: 23 DE MARZO DE 2015
PROF. GUÍA: SR. RODRIGO HERNÁNDEZ

ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE UN MEDIO GRANULAR EN UN RECIPIENTE SOMETIDO A UNA VIBRACIÓN VERTICAL

Los medios granulares son de gran interés en el área de la ingeniería y la industria, siendo el segundo tipo de material más ampliamente trabajado después de los recursos hídricos. Es debido a este interés, sumado al interés científico, que dichos materiales han sido ampliamente estudiados en los últimos 160 años.

El estudio de medios granulares comenzó con Hagen a mediados del siglo XIX. Posteriormente, se desarrollaron diversos estudios, tanto numéricos como experimentales, para conocer de mejor manera los fenómenos que ocurren en medios granulares. Estos fenómenos son, entre otros, el flujo convectivo, segregación y formación de atascos de material. Además, se han encontrado trabajos en que se conjugan vibración externa y flujo de salida, obteniéndose relaciones experimentales entre el flujo de salida y ciertas variables de oscilación. Sin embargo, estos estudios consideran una única forma de onda.

En este trabajo de título se estudia un sistema que consta de un recipiente de tamaño y geometría invariables, con un orificio de salida en su cara inferior, llenado con un medio granular sometido a un régimen vibracional en dirección vertical. La geometría del recipiente se basa en los silos industriales, existiendo una disminución de sección hacia la parte inferior. Se estudia el comportamiento del medio granular según el régimen de vibraciones empleado, que es variado en su forma de onda, amplitud y frecuencia. Se mide tanto la cantidad de material que sale del recipiente, como los rangos de frecuencias en que ocurre salida de material.

El diseño del recipiente es parcialmente realizado en un software CAD, para luego ser fabricado por medio de una impresora 3D. Los materiales granulares utilizados son dos, para efectos de contraste. Los resultados obtenidos comprenden las frecuencias de salida de material, encontradas por medio de barrido; y los tiempos y flujos máscos de vaciado tanto para la porción inferior del recipiente, como para tramos intermedios. Para esta última medición se calcula el flujo máscico de salida, dependiente del volumen de cada tramo. Otro fenómeno observado y medido es el flujo convectivo al interior del recipiente, además del comportamiento de una esfera metálica en el material granular.

En general, se logra observar los fenómenos conocidos por los antecedentes; obteniéndose relaciones entre los flujos de material y los parámetros de forma de onda, amplitud y frecuencia. Finalmente, se realizan algunas recomendaciones para futuros trabajos.

*A todas y cada una de las personas que han hecho esto posible,
humanas y no humanas,
de antes y de ahora.*

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi profesor guía, Rodrigo Hernández, por permitirme trabajar en el presente trabajo de título, y además por facilitar el uso de su laboratorio LEAF-NL. Por su paciencia, apoyo, meticulosidad y conocimientos para sacar adelante el presente trabajo de título. A mi profesor co-guía, Claudio Falcón, por sus conocimientos sobre el área abordada y por permitirme el uso de sus materiales granulares. Al profesor integrante, Juan Carlos Elicer, por sus importantes consejos. Quiero además agradecer a Andrea Vergara, quien me ayudó con el uso de las impresoras 3D para la fabricación del hopper. ¡Gracias por tu excelente disposición! Mención para Miguel Patiño por mejorar mi caracterización de materiales. También agradezco a Teresita y Javiera, compañeras del laboratorio LEAF-NL. Gracias por los consejos y los ratos de conversación.

Agradezco al profesor del curso Gestión de Activos Físicos, Eduardo Salamanca, por haberme confiado el rol de profesora auxiliar en mi último semestre como alumna de la Facultad. Jamás me lo hubiera esperado. Agradezco además a mi colega ayudante Aldo Schuster, y a mi alumnado del semestre Primavera 2014. Gracias a todos y todas por la buena onda, por los buenos deseos y comentarios. ¡Mucho éxito!

A mi queridísimo Coro Escuela de Ingeniería, por permitirme entrar en el maravilloso mundo de la música coral, que no conocí antes. Muchísimas gracias por todos los buenos momentos, y no duden que nos seguiremos viendo.

Al equipo FONGSP: No cesen en su noble labor. Agradezco también a mi grupo de amigos/as de la U y de Mecánica, con quienes estudié y compartí varios años. A todo el personal del cuarto y quinto piso, funcionarios y académicos, por su enorme disposición. A Paula Cabrera por todo su apoyo en mi época más crítica en la U, y por su constante preocupación. A los profes de la piscina por lograr en mí algo que creí imposible. Y, en general, a toda la gente que pasó por mi época universitaria. Una mención especial para los y las profes que creyeron en mí desde el inicio de los tiempos.

A mi familia: Mis padres, Beatriz y José Luis; mi hermana María Fernanda, mis sobrinos, Valentina y Francisco; mi abuelita Mery, tíos y primos. Muchísimas gracias por estos 25 años. A veces no me expreso mucho respecto a ustedes, pero de verdad, estoy muy agradecida por todo. Por el amor, sus valores, su comprensión, su preocupación, por el día a día.

A mi pololo Juan José, mil gracias por tu apoyo incondicional, por tus palabras de aliento en los tiempos difíciles. Gracias por las películas, por las salidas a comer, por todo.

A mis amigas del liceo: Coni, Ingrid, Feña y las demás chiquillas. Soy feliz cada vez que nos juntamos, a conversar de la vida y de las cosas que hacíamos en la época del uniforme. De las mil y una anécdotas que ya nos sabemos de memoria (sobre todo con la Coni). No nos perdamos.

A Manchi, Reni, Sofi y Mosti. Muchísimas gracias por amenizar mis jornadas de trabajo y estudio universitario, y por recordarme el valor del descanso y el juego.

Tabla de contenido

1	Introducción	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Alcances	2
2	Antecedentes	3
2.1	Mecánica del medio granular	3
2.1.1	El medio granular como sólido, líquido y gas	3
2.1.2	Porosidad	5
2.1.3	Fenómenos no lineales en medios granulares	6
2.2	Flujo de salida	7
2.2.1	Modelos de flujo de vacíos	8
2.2.2	Cómo detener un reloj de arena	11
2.2.3	Ajustes a la ley de Beverloo	12
2.3	Flujo convectivo en recipientes cerrados en vibración	13
2.4	Segregación granular	13
2.4.1	Efecto de la nuez de Brasil	15
2.5	Formación de atascos en recipientes bidimensionales	16
2.6	Fluencia lenta (<i>Creeping</i>)	19
2.7	Antecedentes Directos: Flujo másico de salida en vibración	20
2.7.1	C.R. Wassgren <i>et al.</i> , Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material (2002)	21
2.7.2	K. Chen <i>et al.</i> , Flux through a hole from a shaken granular medium (2006)	24
2.7.3	Resumen de ambos trabajos	25
2.8	Velocimetría de Partículas con Imágenes	27
3	Montaje experimental y base física	30
3.1	Montaje experimental	30
3.1.1	Sistema recipiente-shaker	31
3.1.2	Materiales granulares empleados	34
3.2	Fundamentos físicos	35
4	Ensayos, Resultados y Análisis	38
4.1	Barrido de frecuencias	38
4.1.1	Metodología	38
4.1.2	Resultados	39

4.1.3	Otras observaciones	40
4.2	Flujo másico de salida	42
4.2.1	Metodología	42
4.2.2	Resultados	45
4.2.3	Resumen	50
4.3	Flujo convectivo al interior del recipiente	51
4.3.1	Metodología	51
4.3.2	Resultados	52
4.4	Comportamiento de una esfera metálica en el material granular 1	63
4.4.1	Metodología	63
4.4.2	Resultados	64
4.5	Comparación con trabajos anteriores	65
4.5.1	Respecto del ajuste de Beverloo	65
4.5.2	Respecto de los antecedentes directos	66
4.6	Dificultades y aspectos a considerar para trabajos futuros	68
5	Conclusiones	69
	Nomenclatura	71
	Bibliografía	74
A	Vistas y dimensiones del hopper	I
B	Tamaño y densidad del material granular 1	IV
B.1	Diámetro	IV
B.2	Densidad	IV
C	Tamaño y densidad de la esfera metálica	VIII
C.1	Diámetro	VIII
C.2	Densidad	VIII
D	Volumen y masa de MG1 y MG2: Configuraciones de ensayos	X
D.1	MG1 por tramos	X
D.2	MG1 y MG2 en flujo convectivo	XI
E	Tablas de datos calculados	XIV
E.1	Barrido de frecuencias	XIV
E.2	Flujo másico en vaciado inferior	XIV
E.3	Flujo másico por tramos	XV
E.4	Flujo convectivo al interior del recipiente	XVI
E.5	Comparación con trabajos anteriores	XVII
F	Figuras no utilizadas	XIX

Índice de tablas

3.1	Propiedades de los materiales utilizados.	34
4.1	Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, en Hz. Error de ± 0.5 Hz.	39
4.2	Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud p-p y frecuencia. Onda sinusoidal.	45
4.3	Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz.	45
4.4	Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p.	47
4.5	Tiempos de descenso [s] por tramos del material granular. Onda sinusoidal.	48
4.6	Tiempos y velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes frecuencias; velocidad del hopper y velocidad relativa entre ambos, en mm/s; en función de la frecuencia. Onda sinusoidal, amplitud de 2 mm p-p.	53
4.7	Tiempos del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda. Frecuencia de 80 Hz.	54
4.8	Tiempos del primer descenso para el material granular 2, a una altura inicial h_i . Onda sinusoidal.	55
4.9	Tiempos del primer descenso para el material granular 2, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p.	55
4.10	Observaciones del comportamiento de la esfera metálica y el material granular 1, en función de la frecuencia f y la forma de onda.	64
B.1	Diámetros de 10 esferas/esferoides de vidrio.	VI
E.1	Anchos de banda (Δf) en función de la amplitud y forma de onda empleada	XIV
E.2	Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper. Onda sinusoidal. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].	XIV
E.3	Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].	XV
E.4	Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].	XV
E.5	Flujos máxicos [g/s] por tramos, para las descargas con onda sinusoidal. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].	XVI
E.6	Velocidad del hopper [mm/s], en base a la amplitud y frecuencia del sistema	XVI

E.7	Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda, y su valor relativo respecto a la velocidad del hopper. Frecuencia de 80 Hz.	XVII
E.8	Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda. Frecuencia de 80 Hz.	XVII
E.9	Velocidades promedio del primer descenso para el material granular 2, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p. . . .	XVII
E.10	Amplitud de aceleración adimensional, Γ , para las frecuencias empleadas en los ensayos de vaciado de la porción inferior del hopper. Los valores de Γ están multiplicados por 10^{-6}	XVIII

Índice de figuras

2.1	(a) Semillas de mostaza apiladas en un ángulo menor al de reposo. (b) La misma pila de semillas tras aumentar su inclinación, produciéndose una avalancha. Notar que este movimiento ocurre solamente a nivel de la superficie de la pila. [5]	4
2.2	Secuencia del flujo de salida de partículas casi esféricas desde un recipiente bidimensional rectangular. [1]	9
2.3	Notación de ‘cajas’ usada por Litwiniszyn en su modelo de difusión de vacíos. [1]	9
2.4	Notación de red usada por Savage en su modelo autómatas celular para flujo de vacíos. [1]	10
2.5	Esquema del flujo convectivo en un recipiente cilíndrico, sección transversal. (a) Configuración inicial. (b) Tras los primeros ciclos de oscilación. (c) Después de varios ciclos de oscilación, los gránulos cercanos a la pared ya han alcanzado la parte inferior del flujo. (d) En esta situación, las paredes no presentan fricción, a excepción de la pared del lado derecho, donde hay un recubrimiento rugoso. (e) Sección transversal de un recipiente cónico, aquí el flujo rotatorio se revierte. [14]	14
2.6	Evolución temporal de un sistema. (a) Esferas de vidrio de 8 mm inicialmente arriba de esferas de polipropileno de 15 mm, que muestran el efecto clásico de la nuez de Brasil. (b) Esferas de bronce de 10 mm inicialmente arriba de esferas de vidrio de 4 mm, que muestran el efecto reverso de la nuez de Brasil. [20]	15
2.7	Diagrama esquemático del hopper bidimensional en su posición inicial. La línea horizontal segmentada, W , corresponde al eje de rotación del montaje. [21]	16
2.8	(a) Una imagen capturada tras una rotación. (b) Configuración de arco correspondiente a la posición capturada en (a). [21]	17
2.9	Imágenes de una pila granular en un estado de flujo estacionario, bajo un régimen constante de suministro de esferas de aluminio. Las tres imágenes fueron tomadas bajo las mismas condiciones, salvo la velocidad de disparo de la cámara: (a) 1 segundo, (b) 1 minuto, (c) 1 hora. [22]	19
2.10	Evolución de un medio granular al interior de una tómbola, después de (a) 0, (b) 4, (c) 500 y (d) 1000 revoluciones completas. La posición angular de la tómbola es la misma en todas las imágenes. [23]	20
2.11	Montaje experimental utilizado por Wassgren <i>et al.</i> (2002).	21
2.12	Tasa de descarga normalizada en función de Γ , del tipo de hopper y de la frecuencia de vibración. [3]	22

2.13	Tasa de descarga normalizada en función de la amplitud de velocidad adimensional, del tipo de hopper y de la aceleración del sistema. [3]	22
2.14	Velocidades de descarga promedio y velocidades rms a lo largo de un ciclo de oscilación, para distintas frecuencias de vibración y un valor fijo de aceleración de $1g$. [3]	23
2.15	Velocidades de descarga promedio y velocidades rms a lo largo de un ciclo de oscilación, para distintas frecuencias de vibración y un valor fijo de aceleración de $6g$. [3]	23
2.16	Valores puntuales para velocidades normalizadas de descarga, en función del parámetro adimensional de velocidad de oscilación. [3]	24
2.17	Montaje utilizado en el estudio de Chen <i>et al.</i> (2006). Flujo de material granular en función del diámetro de salida, para un tamaño fijo de grano. [4]	24
2.18	Flujo normalizado, respecto al flujo sin vibración Φ_0 , en función de la frecuencia y la amplitud del sistema, para valores fijos de la amplitud de aceleración adimensional Γ y diámetro de grano d ; las curvas corresponden a distintos diámetros de salida. [4]	25
2.19	Secuencia fotográfica de un hopper en vibración ($\Gamma = 6$, $f = 10$ Hz) mostrando la formación de celdas convectivas cercanas a las paredes inclinadas del hopper. Este se encuentra inicialmente cerrado, abriéndose en $t = 10$ s. El hopper se descarga completamente en $t = 21,8$ s. [3]	26
2.20	Dos imágenes consecutivas de una partícula grande que se mueve en un fluido. [28]	28
2.21	El fenómeno es iluminado con un plano láser para captar imágenes con partículas de un plano. [28]	28
2.22	Para estudiar el campo de flujo se utilizan particiones de la imagen y se realiza el análisis en cada una de ellas. [28]	29
3.1	Disposición de los equipos para el montaje experimental utilizado. 1: Generador de funciones HP 33120A, 2: Osciloscopio Tektronix TDS2024, 3: Amplificador, 4: Shaker BK4810, 5: Hopper, 6: Regla graduada en milímetros con nivel como soporte, 7: Cámara Sony Cybershot DSC-S5000, resolución 640x480 pixeles.	31
3.2	Esquema inicial de la estructura que contiene al hopper y al recipiente auxiliar.	32
3.3	Esquema final de la estructura que contiene al hopper 4 y al recipiente auxiliar. Longitud en milímetros.	34
3.4	Muestras de materiales granulares 1 y 2.	35
3.5	Curvas aceleración vs. frecuencia del shaker BK4810, para distintas cargas. Se indica la aceleración utilizada en el presente trabajo.	36
3.6	Desplazamiento en función del tiempo, $z(t)$, para ondas (a) sinusoidales, (b) triangulares, (c) cuadradas.	36
3.7	Superposición de las tres formas de onda utilizadas.	37
4.1	Esquema de un ensayo de barrido de frecuencias.	38
4.2	Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda sinusoidal.	40

4.3	Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda triangular.	41
4.4	Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda cuadrada.	41
4.5	Ancho de banda, Δf , versus la razón A/A_0	42
4.6	Esquema de un ensayo de vaciado inferior. Este vaciado ocurre en un tiempo total t_v	43
4.7	Esquema de un ensayo de vaciado por tramos, donde se indican dichos tramos, $W_{1,\dots,4}$, y las alturas inicial, media y final.	44
4.8	Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper. Onda sinusoidal.	46
4.9	Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz.	46
4.10	Flujo máxico granular en función de la altura de material y la frecuencia, para diferentes amplitudes <i>peak-to-peak</i> : (a) 0.8 mm, (b) 1.2 mm, (c) 1.6 mm.	49
4.11	Esquema de un ensayo de vaciado inferior, con enfoque en el flujo convectivo. El tiempo que tarda el material 2 en bajar desde h_c hasta $h = 0$ es t_d	51
4.12	Datos y ajustes para la velocidad de descenso v_d de material 2, en función de la forma de onda y la amplitud.	52
4.13	Velocidad del primer descenso para el material granular 2, velocidad del hopper y velocidad relativa entre ambos, en mm/s; en función de la frecuencia. Onda sinusoidal, amplitud 2 mm p-p.	53
4.14	Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda, y su valor relativo respecto a la velocidad del hopper. Frecuencia de 80 Hz.	54
4.15	Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda triangular a una frecuencia de 100 Hz y amplitud de 0.5 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 45$ s, (c) $t = 90$ s, (d) $t = 135$ s, (e) $t = 175$ s, (f) $t = 195$ s, (g) $t = 235$ s, (h) $t = 275$ s.	56
4.16	Secuencia fotográfica del flujo convectivo para el ensayo con onda cuadrada a una frecuencia de 5 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 3$ s, (c) $t = 10$ s, (d) $t = 17$ s, (e) $t = 26$ s, (f) $t = 42$ s, (g) $t = 53$ s, (h) $t = 80$ s.	57
4.17	Secuencia de imágenes correspondiente a los primeros 3.3 segundos de un ensayo con onda sinusoidal, a una frecuencia de 60 Hz y amplitud de 2 mm p-p. (a) $t=0.0$ s; (b) $t=0.3$ s; (c) $t=1.0$ s; (d) $t=2.5$ s; (e) $t=3.3$ s.	58
4.18	Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda sinusoidal a una frecuencia de 50 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 1$ s, (c) $t = 3$ s, (d) $t = 5$ s, (e) $t = 9$ s, (f) $t = 10$ s, (g) $t = 16$ s.	59
4.19	Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda triangular a una frecuencia de 150 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 4$ s, (c) $t = 12$ s, (d) $t = 25$ s, (e) $t = 45$ s, (f) $t = 70$ s, (g) $t = 150$ s, (h) $t = 190$ s, (i) $t = 335$ s.	60

4.20	Secuencia de imágenes para los primeros 55 segundos de un ensayo con onda sinusoidal, a una frecuencia de 90 Hz y amplitud de 1.6 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 2$ s, (c) $t = 5$ s, (d) $t = 10$ s, (e) $t = 18$ s, (f) $t = 25$ s, (g) $t = 33$ s, (h) $t = 39$ s, (i) $t = 55$ s.	61
4.21	Esquema de un ensayo con esfera metálica. La esfera se ha dibujado más grande que en la realidad para efectos ilustrativos.	63
4.22	Flujo másico normalizado, W/W_0 , versus la aceleración adimensional Γ (valor de Γ multiplicado por 10^{-6}). Onda sinusoidal.	67
A.1	Vistas derecha, frontal y superior del conjunto marco hopper-recipiente auxiliar. Longitudes en mm.	II
A.2	Dimensiones del marco del hopper y los nervios que sostienen el recipiente auxiliar. Longitud en metros.	III
A.3	Dimensiones del recipiente auxiliar para el hopper. Longitud en metros. El color de superficie es utilizado para una mejor visualización de los valores dimensionales.	III
B.1	Fotografía de una muestra de material granular 1.	V
B.2	Masa medida por la balanza Precisa 120A, para el llenado de la sección inferior del hopper.	VI
C.1	Masa medida por la balanza Precisa 120A, para una esfera metálica.	IX
D.1	Dimensiones de interés para el cálculo de volúmenes de los tramos entre 50 y 30 mm de altura.	XI
D.2	Configuración inicial para los ensayos de vaciado inferior. La altura h_m indica la interfase entre los materiales 1 y 2.	XII
F.1	Fotografía de un gránulo de material 2. Resolución 500x.	XIX
F.2	Flujos másicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_1 (entre 70 y 60 mm de altura).	XX
F.3	Flujos másicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_2 (entre 60 y 50 mm de altura).	XX
F.4	Flujos másicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_3 (entre 50 y 40 mm de altura).	XXI
F.5	Flujos másicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_4 (entre 40 y 30 mm de altura).	XXI

Capítulo 1

Introducción

Los medios, o materiales, granulares se pueden encontrar en lugares tan variados como una playa (basta ver la arena y las rocas pequeñas) o el interior de un salero. Uno de los primeros estudiosos del flujo granular fue Hagen, quien en 1852 estudió el movimiento al interior de un reloj de arena. [1] Posteriormente a su trabajo, otros tantos autores han descubierto e interpretado diversos fenómenos que ocurren en un medio granular; pese a ello, aún quedan cosas por conocer de estos interesantes materiales.

El ámbito de la ingeniería también posee interés en el estudio de estos medios, ya que comprenden el tipo de material más utilizado, después del agua; existiendo diversos campos de la industria que los trabajan, a saber, el área de la minería y mecánica de suelos, el área química y farmacéutica, la industria alimenticia, entre otros.

La mecánica de suelos se enfoca en problemas como la licuefacción de arena, causante de daño en terremotos. Esta ocurre cuando la tierra está saturada con agua, aumentando la presión de esta última durante el terremoto, de manera tal que la fase líquida es la que termina soportando el esfuerzo completo; así, se reduce a cero la capacidad del suelo para resistir un esfuerzo estático de corte. Se debe notar que los esfuerzos existentes durante un sismo cambian de dirección y/o sentido. [2]

1.1. Motivación

En ámbitos industriales, dichos materiales son depositados, movilizados y administrados por medio de recipientes como son los silos y hoppers. En este ámbito es que se debe controlar el flujo de salida en un régimen vibracional. Entonces surgen interrogantes para la optimización de su comportamiento: ¿cuánto entra al recipiente? ¿cuánto sale? ¿cómo circula el medio granular en el interior del recipiente? ¿qué pasa al mezclar gránulos de diverso tamaño o tipo? Es en base a estas preguntas que se ha planteado la realización del presente trabajo de título.

Pese a que existe bibliografía donde se reportan estudios que conjugan un flujo másico granular de salida y un régimen vibracional, estos han sido realizados con oscilaciones de una única forma de onda (sinusoidal) y en salida continua, es decir, ininterrumpida [3, 4]. Así es que se puede abordar el estudio con nuevas variantes.

1.2. Objetivos

El objetivo de esta memoria es estudiar experimentalmente el comportamiento de medios granulares caracterizables al salir de un recipiente con una abertura en su cara inferior, bajo distintos regímenes de forzamiento externo, en base a lo conocido de trabajos anteriores [3, 4]. Para esto, se consideran los objetivos específicos siguientes:

- Diseño y construcción del recipiente donde se realizarán los ensayos.
- Construcción de un modelo experimental simple.
- Medición experimental, variando la forma de onda a utilizar, además de su amplitud y frecuencia.
- Determinación de la cinemática del sistema y el flujo másico de salida.
- Comparación de los resultados obtenidos entre sí y con los resultados obtenidos en trabajos anteriores.

1.3. Alcances

- El recipiente a utilizar es de geometría y tamaño únicos, no modificándose sus dimensiones ni ángulos.
- La geometría del recipiente se basa en los estándares encontrados en la literatura (geometría tipo hopper).
- El recipiente es forzado en un régimen armónico de vibración, solamente en dirección vertical.
- La amplitud de la señal de forzamiento está limitada a valores pequeños con respecto al tamaño del recipiente.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Mecánica del medio granular

2.1.1. El medio granular como sólido, líquido y gas

El comportamiento de medios granulares no resulta fácil de describir. De hecho, no es posible clasificarlos únicamente dentro de un solo estado de la materia.

Cuando un material granular es contenido en un recipiente cilíndrico de suficiente altura, como por ejemplo un silo, no existe una presión dependiente de la altura, como ocurre con los fluidos; por lo tanto, se puede decir que, en estado de reposo, un material granular se comporta como un sólido. Esto se debe a las fuerzas de contacto existentes entre los granos, además de la fricción estática con las paredes del recipiente [1, 5].

Basta aplicar un esfuerzo o condición que inestabilice el sistema (por ejemplo, cambiar el ángulo de inclinación del material) para que los gránulos comiencen a fluidizar, caracterizándose así como un líquido o gas; que sea uno o el otro dependerá de las condiciones del sistema, aunque comúnmente se encontrarán en coexistencia. Un ejemplo de este comportamiento se puede ver en la figura 2.1. Cabe señalar que tanto el estado líquido como el gaseoso se caracterizan por ser del tipo inelástico y no lineal: Evesque [2] ha demostrado que la física de una pila de arena es mayormente dependiente de la fricción y la dilatación, ambos fenómenos no lineales (ver la subsección 2.1.3). Esto implica que la mecánica de este tipo de sistema es sensible a las rotaciones del eje de esfuerzo principal, haciendo que su comportamiento macroscópico dependa de pequeños cambios a nivel de las condiciones de borde vibratorias.

Jaeger y sus colegas [5] resumen el comportamiento ‘líquido’ del medio granular como describible bajo modelos teóricos para medios continuos basados en ecuaciones diferenciales parciales, análogos a las ecuaciones de Navier-Stokes, pero no caracterizable bajo modelos para fluidos convencionales (newtonianos) como son dichas ecuaciones de Navier-Stokes. Para el desarrollo de modelos de flujo granular, se suelen utilizar idealizaciones

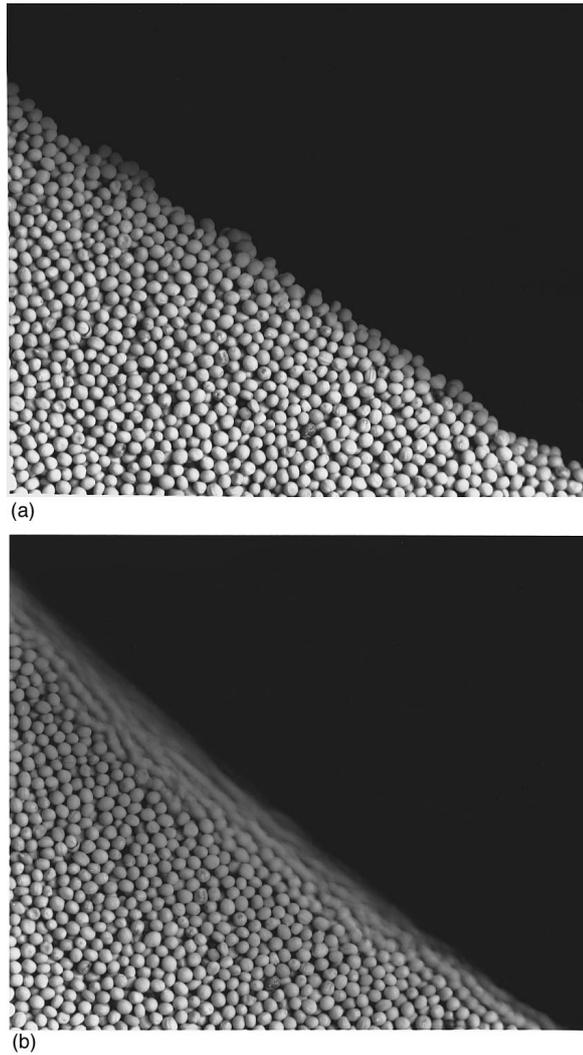


Figura 2.1: (a) Semillas de mostaza apiladas en un ángulo menor al de reposo. (b) La misma pila de semillas tras aumentar su inclinación, produciéndose una avalancha. Notar que este movimiento ocurre solamente a nivel de la superficie de la pila. [5]

tales como flujos densos y lentos, o bien flujos gaseosos y rápidos. Dada la rápida disipación de energía, los sistemas reales suelen exhibir ambos tipos de flujo simultáneamente, en diferentes locaciones del medio.

Otros modelos son los de deformación plástica cuasiestática, basados en el principio de dilatancia y la idea de que las deformaciones en materiales compactos son típicamente irreversibles. Estos modelos han llegado a leyes de conservación para la masa, energía y momento. Las ecuaciones 2.1 y 2.2 muestran, respectivamente, las relaciones obtenidas para el momento y el tensor de esfuerzos [6, 7].

$$V_{i,j} = - \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.1)$$

$$T_{i,j} = \sigma \left(\delta_{i,j} + k \frac{V_{i,j}}{|V|} \right) \quad (2.2)$$

donde

$V_{i,j}$ es el tensor de la tasa de deformación,

v_i, v_j corresponden a los componentes del campo de velocidades, en metros/segundo,

$T_{i,j}$ es el tensor de esfuerzos,

σ es el esfuerzo hidrostático en Newton por metro, dado por $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$,

δ_{ij} es la delta de Kronecker (1 si $i = j$, 0 si no), y

k es una constante.

En el caso del comportamiento de los medios granulares como gases, se ha observado el agrupamiento o *clustering* entre partículas, tras colisionar entre sí. McNamara y Young demuestran en 1994 que la inelasticidad del fenómeno puede desencadenar un número infinito de colisiones en un tiempo finito. Esta secuencia de colisiones deja a las partículas ‘pegadas’ entre sí, sin movimiento relativo [8].

2.1.2. Porosidad

Una de las propiedades geométricas más importantes de los empaquetamientos granulares es la porosidad ϕ , definida como la razón entre el volumen de los vacíos entre granos y el volumen total del empaquetamiento [9]; su valor siempre se encuentra entre 0 y 1. Otra forma de referir esta propiedad es utilizando su inverso, la fracción de empaquetamiento: $C = 1 - \phi$.

Para el caso de empaquetamientos de partículas uniformes, del mismo tamaño, se diferencian dos tipos y sus respectivos rangos de valores para la porosidad:

- Empaquetamientos laxos, $\phi \in [0.39, 0.42]$.
- Empaquetamientos aleatorios densos, $\phi \in [0.36, 0.38]$.

El límite superior de la porosidad se relaciona esencialmente con el equilibrio individual o colectivo de los granos ante la acción de la gravedad, mientras que el límite inferior indica la presencia de zonas ordenadas más o menos extensas.

2.1.3. Fenómenos no lineales en medios granulares

Fricción macroscópica

Coulomb (1773) introduce, en base a observaciones de superficies libres inclinadas en medios granulares, un coeficiente de fricción macroscópica; mostrando que una capa de granos paralelos a dicha superficie libre puede permanecer en equilibrio solamente si la componente T de su peso (paralela a la superficie) no excede una fracción k de la componente N perpendicular a la superficie, es decir:

$$T \leq kN \quad (2.3)$$

Este valor o tasa k es conocido como el coeficiente de fricción sólida, se puede obtener a partir del máximo ángulo de reposo Φ , como muestra la ecuación 2.4.

$$k = \tan \Phi \quad (2.4)$$

Dilatancia

El fenómeno de dilatancia fue observado por primera vez por Reynolds (1885), interpretándolo como: Cuando el material se deforma, fuerza a los granos a moverse relativos entre sí, pero un material granular en reposo exhibe un interbloqueo fuerte entre granos que inhibe la deformación, de manera que el medio debe dilatarse antes que se pueda deformar.

Dicho ‘interbloqueo’ depende de la densidad inicial de la pila, la cual no es un valor fijo, dado que una pila puede ser más o menos densa dependiendo del proceso utilizado en su formación. A mayor densidad, más fuerte es el interbloqueo y, por lo tanto, el medio es más resistente a la cedencia.

Peyneau y Roux [10] determinaron, por medio de simulaciones numéricas, que los medios granulares sin fricción poseen coeficiente de fricción macroscópica, pero no muestran dilatancia.

2.2. Flujo de salida

Savage [1] cita la teoría ya conocida, hasta ese entonces, aplicable al flujo en un hopper¹. Se puede resumir en lo siguiente:

- Hagen, en 1852, descubre que el flujo granular por medio de un orificio es independiente de la altura del material, a diferencia de lo que ocurre con los fluidos en general.
- Rose y Tanaka obtienen una expresión para la tasa de flujo másico de descarga, mediante análisis dimensional:

$$\frac{W}{\rho g^{1/2} D^{5/2}} = \text{fn} \left(\frac{d}{D}, \frac{\Delta}{D}, \frac{h}{D}, \frac{c}{\rho g d^3}, \varphi, \alpha, \theta' \right) \quad (2.5)$$

donde

W es el flujo másico de descarga, que puede ser medido en kg/s o bien g/s ,

ρ la densidad en kg/m^3 o bien g/mm^3 ,

g la aceleración de gravedad en m/s^2 o mm/s^2 ,

D el diámetro de salida en mm ,

d el diámetro de partícula en mm ,

Δ el diámetro del recipiente en mm ,

h la altura de llenado de material en mm ,

c el factor de cohesión,

φ el ángulo de fricción interna,

α el factor de forma de la partícula, y

θ' el ángulo de mitad del hopper.

- Para valores grandes de h , la ecuación 2.5 se reduce a

$$\frac{W}{\rho g^{1/2} D^{5/2}} = \text{fn} \left(\varphi, \theta', \alpha, \frac{d}{D} \right) \quad (2.6)$$

- Savage, en un trabajo anterior, realiza un análisis simple para predecir la tasa de flujo, mediante una aproximación a medios continuos, en base a las ecuaciones de conservación de masa y momento. Este análisis logra predecir aspectos como la independencia de la altura.
- Para un recipiente sin vibraciones externas, el flujo de descarga, W_0 , fue determinado empíricamente por Beverloo *et al.* en 1961 [11]; esta expresión, que se muestra en la ecuación 2.7, depende de los diámetros, tanto de salida del recipiente, como de un grano del material.

$$W_0 = C \rho g^{1/2} (D - kd)^{5/2} \quad (2.7)$$

¹El trabajo de Beverloo *et al.* es referenciado por Chen *et al.* (2006).

donde C y k son parámetros empíricos adimensionales de ajuste, de descarga y forma respectivamente, y ρ es la densidad del material granular.

Con estos antecedentes, Savage [1] ilustra en su trabajo un experimento donde describe el flujo de un medio granular por medio de una abertura en la parte inferior de un recipiente. Para ello, utiliza un recipiente rectangular, prácticamente bidimensional, llenado con gránulos de geometría aproximadamente esférica de entre 2 y 3 mm de diámetro. El recipiente tiene dimensiones de 200 x 275 mm en sus placas frontal y trasera, las cuales se encuentran separadas a 30 mm entre sí; este recipiente es llenado con gránulos de geometría aproximadamente esférica, de entre 2 y 3 mm de diámetro y un ángulo de reposo φ_r de aproximadamente 25°. Las partículas granulares son puestas en la forma de once capas horizontales, alternadamente blancas y negras.

El flujo de material se inicia por medio de la apertura de un orificio en la parte inferior del recipiente. Este flujo es fotografiado por una cámara de 35 mm. La figura 2.2 muestra seis imágenes que ilustran la forma que el flujo granular adquiere a lo largo del experimento. Este flujo de salida es descrito, por Steingart y Evans, como la forma de una V [12].

Este flujo de salida se ha estudiado numéricamente en base a modelos de flujo de vacíos, los cuales se resumen en la subsección 2.2.1.

2.2.1. Modelos de flujo de vacíos

El modelo de Litwinişzyn

Savage aborda el problema del comportamiento de flujos granulares desde la óptica del desplazamiento de los espacios vacíos existentes entre los gránulos, citando a autores como Mullins, Chandrasekhar y Litwinişzyn.

El razonamiento de Litwinişzyn es de tipo probabilístico, dado por una notación gráfica de ‘cajas’, como se ve en la figura 2.3. Este modelo incluye la influencia de la gravedad, en el sentido negativo del eje z . Las cajas A y B se encuentran separadas horizontalmente por una distancia $2a$, y estas, a su vez, de la caja C por una distancia vertical b . Se supone un flujo aleatorio de migración de espacios vacíos, de manera tal que un vacío en la caja C puede haber migrado desde A con probabilidad p , o bien desde B con probabilidad q ($p + q = 1$).

Sea $P = P(x, z)$ la probabilidad de ocurrencia de una caja vacía de coordenadas (x, y) . Así,

$$P(x, z + b) = pP(x - a, z) + qP(x + a, z) \quad (2.8)$$

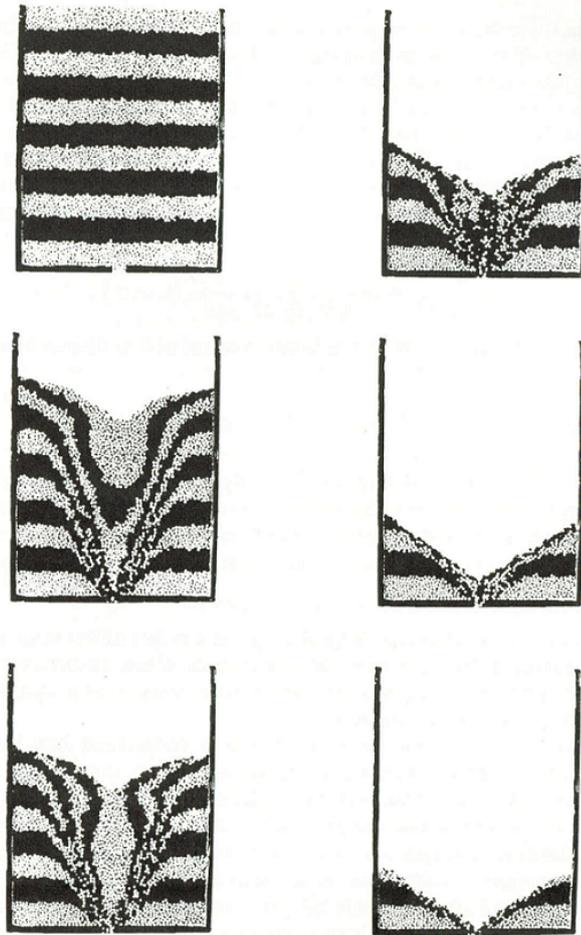


Figura 2.2: Secuencia del flujo de salida de partículas casi esféricas desde un recipiente bidimensional rectangular. [1]

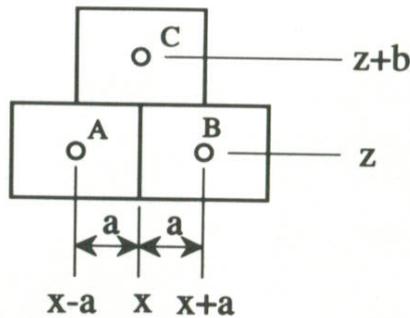


Figura 2.3: Notación de 'cajas' usada por Litwiniszyn en su modelo de difusión de vacíos. [1]

Expandiendo la ecuación 2.8 en serie de Taylor, se obtiene

$$b \frac{\partial P(x, z)}{\partial z} = a(q - p) \frac{\partial P(x, z)}{\partial x} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 P(x, z)}{\partial x^2} + \dots \quad (2.9)$$

Si se asume $(p - q)$ del mismo orden que a , y definiendo los límites

$$A = \lim_{a,b \rightarrow 0} \frac{a^2}{2b}, B = - \lim_{a,b,(q-p) \rightarrow 0} \frac{a(q-p)}{b} \quad (2.10)$$

la ecuación 2.9 se puede escribir como sigue:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = A \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - B \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2.11)$$

Este resultado se puede generalizar si se asumen los coeficientes A y B como funciones de z . La ecuación 2.11 es un ejemplo simple de la ecuación de Fokker-Planck. Para medios isotrópicos, es decir, con $p = q = \frac{1}{2}$, $B = 0$ y la ecuación 2.11 se transforma en una ecuación simple de difusión.

Nedderman y Tüzün desarrollaron un modelo cinemático simple para el flujo granular en hoppers, proponiendo que la velocidad horizontal del ‘continuo’ es linealmente dependiente respecto del gradiente horizontal de la velocidad vertical. En combinación con la ecuación de continuidad para flujo incompresible, se obtiene una ecuación para la componente vertical de la velocidad, cuya forma es la misma que la ecuación de difusión. Al comparar esta ecuación con un modelo experimental en recipientes rectangulares, se obtuvo una buena aproximación entre teoría y realidad; obteniéndose aun más concordancia si el valor del coeficiente A en la ecuación 2.11 aumenta levemente con la altura de material. Notar que A tiene dimensiones de longitud.

El modelo mejorado de Savage

Otro modelo para el flujo de espacios vacíos, propuesto esta vez por el propio Savage en su trabajo de 1993, propone la red que se muestra en la figura 2.4.

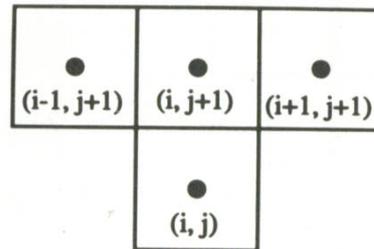


Figura 2.4: Notación de red usada por Savage en su modelo autómatas celulares para flujo de vacíos. [1]

Este modelo considera que, para un espacio vacío en el sitio (i, j) , la partícula que lo ‘llena’ puede provenir de alguna de las tres casillas sobre este espacio, de manera aleatoria y con igual probabilidad entre los tres lugares.

En base a este modelo, Savage realiza una simulación basada en un recipiente similar al utilizado en su experimento de flujo de salida (ya referido en la subsección 2.2), en donde,

buscando los espacios vacíos en toda la red, se realizan intercambios aleatorios entre estos espacios y los gránulos, según la red de llenado de la figura 2.4. La salida de flujo granular se modela mediante una fila corta de vacíos en la zona inferior del recipiente en $t = 0$. Esta simulación es de carácter puramente cinemático, sin modelación de dinámica de flujo. Esta simulación da como resultado un comportamiento granular muy similar al mostrado en la figura 2.2.

2.2.2. Cómo detener un reloj de arena

Diversos autores durante el pasado siglo han llegado a una expresión para el flujo al interior de un reloj de arena, en base al trabajo de Hagen en 1852; se estudió la influencia del tamaño de la apertura R , el tamaño de grano R_g y la forma de este. A partir de estos trabajos se llegó a la conclusión de que el flujo W era proporcional a $R^{5/2}$, siendo independiente de la altura de arena y el tamaño de grano, considerándose así dependiente solo de R y la aceleración de gravedad \vec{g} . Se obtienen las expresiones siguientes:

$$v_s = (gR)^{1/2} \quad (2.12)$$

$$W = R^{5/2}g^{1/2} \quad (2.13)$$

Evesque [2], en su trabajo de 1992, busca probar que R y \vec{g} no son las únicas variables que determinan el flujo granular en relojes de arena. Para ello, realiza experimentos en los que somete un reloj de arena a vibraciones verticales externas, de la forma $a \sin(\Omega t)$. A partir de este régimen de vibración, se tiene una aceleración $\Gamma = a\Omega^2$ y una frecuencia $f = \Omega/2\pi$. El reloj de arena tiene un radio de apertura R de 0.4 mm, un tamaño de grano R_g de 0.045 mm y un ancho promedio, δR_g , de 0.01 mm. La duración del flujo en un sentido, T_1 , es de 197 ± 1 segundos, mientras que en el otro segundo es levemente menor, $T_2 = 193 \pm 1$ segundos.

A partir de este estudio experimental, Evesque observa que:

- Para aceleraciones inferiores al valor de \vec{g} , el tiempo de aceleración (etapa transiente) es mayor a 0.2 segundos, no llegándose a un flujo granular en estado estacionario.
- Para ciertas frecuencias (40, 50 y 60 Hz en el experimento), el tiempo de flujo aumenta en más de 20 veces, llegándose a un estado de ‘detención’ de flujo.
- A menor frecuencia, el valor de la aceleración debe ser mayor si se desea obtener una ‘detención’ del flujo.

2.2.3. Ajustes a la ley de Beverloo

Mankoc y sus colegas, en su publicación de 2007 [13], demuestran que la ley de Beverloo (ecuación 2.7) no es válida para altos valores de la relación entre el diámetro de grano y el de salida del recipiente. Este resultado se obtiene al comparar resultados experimentales y numéricos con dicha ley. Se define el número de gránulos que caen por unidad de tiempo,

$$W_b = \frac{W}{m_b} \quad (2.14)$$

donde m_b es la masa de un gránulo individual en gramos. Además se define la relación adimensional entre diámetros de salida y de grano,

$$R_d = \frac{D}{d} \quad (2.15)$$

Estos parámetros no varían significativamente con el tipo de material granular.

Se comenta que el mejor ajuste obtenido para la ecuación 2.7 es

$$W_b = 50,5(R_d - 1,16)^{5/2} \quad (2.16)$$

pero dicho ajuste falla para grandes valores de R_d , donde se subestima la tasa de flujo. Por ejemplo, se comenta que para $R_d = 100$, el error relativo es de aproximadamente 10%. Dependiendo de los valores particulares que se escojan, el ajuste será más cercano a los datos en una zona diferente de R_d .

Si la misma ecuación 2.7 se ajusta para valores grandes de R_d y $k = 1$, se puede recuperar el comportamiento asintótico $W_b \rightarrow R_d^{5/2}$ para $R_d \rightarrow \infty$, sin embargo, dicho ajuste falla para orificios pequeños, ya que sobreestima la tasa de flujo. Lo mismo ocurre para el caso bidimensional, donde $W_b \rightarrow R_d^{3/2}$.

Se define el cociente adimensional Δ entre el flujo medido W_m y el flujo predicho según el modelo de Beverloo W_p , para $k = 1$:

$$\Delta = \frac{W_m}{W_p} \quad (2.17)$$

Se propone el factor de corrección de la ecuación 2.18, con $b = 0,051$.

$$\Delta = 1 - \frac{1}{2}e^{-b(R_d-1)} \quad (2.18)$$

Así, la tasa de flujo másico queda como

$$W_b = C' \left(1 - \frac{1}{2} e^{-b(R_d-1)} \right) (R_d - 1)^{5/2} \quad (2.19)$$

2.3. Flujo convectivo en recipientes cerrados en vibración

En vibración vertical, los medios granulares muestran un ciclo de flujo convectivo. Diversos trabajos ya se han hecho en base a esta especie de experimento [14, 15, 16], a partir de los cuales se ha observado que:

- En recipientes cilíndricos o bidimensionales rectangulares de paredes con fricción despreciable, se forma un apilamiento en la zona central del recipiente, a partir de los gránulos que se desplazan de manera descendente desde las paredes. Este ciclo se observa en la figura 2.5, letras (a-c).
- En recipientes de geometría similar al punto anterior, pero con fricción en una de sus paredes, el flujo granular desciende solamente por el lado de la pared con fricción, ver figura 2.5, letra (d).
- En recipientes cónicos o tipo embudo, el flujo granular se presenta de manera revertida a lo observado en cilindros y rectángulos, es decir, asciende por las paredes y desciende por el centro, como se muestra en la figura 2.5, letra (e). Esto ocurre para recipientes de paredes con ángulo superior a 10° con respecto a la vertical, sin necesidad de una geometría axisimétrica.

2.4. Segregación granular

Resulta prácticamente imposible preparar una mezcla de al menos dos medios granulares sin que ocurra segregación. Esta se puede definir, según Troadec y Dodds [9], como una distribución espacial no homogénea de las diferentes especies de gránulos en el medio, que puede tener diversos orígenes y es influenciada por diferencias en densidad, forma, interacción y tamaño; siendo particularmente sensible a este último factor. Dependiendo de si el sistema fluye, sedimenta, es sometido a vibración o esfuerzos de corte, etc., el medio presentará segregación a mayor o menor escala; existe además una fuerte influencia de la concentración de cada especie. Este fenómeno puede llegar a representar un problema si se desea mantener un material granular de determinadas características. A continuación, una breve descripción de los tipos de segregación que se conocen.

- Por flujo: Ocurre por las diferencias de rugosidad para cada tamaño en las pendientes de material granular, además del flujo superficial que se forma durante el

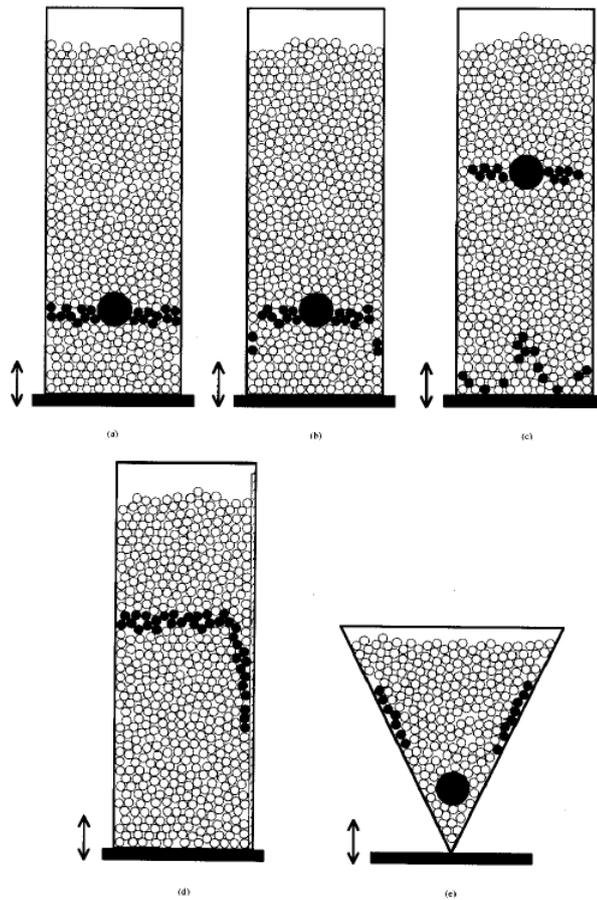


Figura 2.5: Esquema del flujo convectivo en un recipiente cilíndrico, sección transversal. (a) Configuración inicial. (b) Tras los primeros ciclos de oscilación. (c) Después de varios ciclos de oscilación, los gránulos cercanos a la pared ya han alcanzado la parte inferior del flujo. (d) En esta situación, las paredes no presentan fricción, a excepción de la pared del lado derecho, donde hay un recubrimiento rugoso. (e) Sección transversal de un recipiente cónico, aquí el flujo rotatorio se revierte. [14]

movimiento, que actúa como una pantalla que permite el paso de las partículas pequeñas, no así las grandes. Este tipo de segregación se puede apreciar al depositar gránulos en pilas; los de mayor tamaño tienden a moverse hacia los bordes y los de menor tamaño se quedan en la zona cercana al eje.

- Por vibración: En condiciones vibratorias, la segregación puede verse afectada por los flujos convectivos descritos en la subsección 2.3; por lo tanto, en sistemas sometidos a vibración, se puede medir la velocidad de segregación por sí sola, si no se manifiesta el flujo convectivo, o bien una suma de la velocidad de segregación y la velocidad del flujo convectivo medio generado por vibración en el sistema [2]. Otro problema dado por esta condición se da al haber interacción entre el medio granular y un fluido, que puede producir licuefacción en el medio, como ya fue comentado en la introducción.
- Por percolación: Cuando los gránulos de menor tamaño son mucho más pequeños que los gránulos mayores, los primeros pueden percolar a través de los espacios existentes entre los segundos.
- Por corte: Un esfuerzo de corte en un material granular causa un gradiente de velo-

cidad en el movimiento de las partículas. Así, algunas capas de partículas pasarán por sobre otras más lentas, produciéndose eventualmente segregación por tamaño si existen diferencias entre ellas.

2.4.1. Efecto de la nuez de Brasil

Se conoce como efecto de la nuez de Brasil [18] (abreviado, para efectos de la presente memoria, como ENB) (en inglés *Brazil-Nut effect*) al fenómeno de segregación en recipientes sometidos a vibración, en el cual las partículas mayores se agrupan encima de las menores a lo largo del tiempo de vibración. Sin embargo, existe además el llamado efecto reverso de la nuez de Brasil [19, 20] (abreviado como ERNB), donde las partículas mayores son las que descienden conforme aumenta el tiempo de vibración, como muestra la figura 2.6. En algunos casos también se obtienen estados mixtos estables.

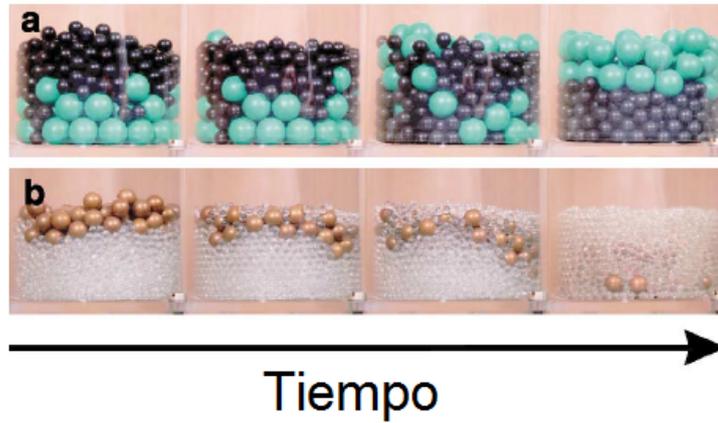


Figura 2.6: Evolución temporal de un sistema. (a) Esferas de vidrio de 8 mm inicialmente arriba de esferas de polipropileno de 15 mm, que muestran el efecto clásico de la nuez de Brasil. (b) Esferas de bronce de 10 mm inicialmente arriba de esferas de vidrio de 4 mm, que muestran el efecto reverso de la nuez de Brasil. [20]

Para efectos de ENB y ERNB, se tiene la relación

$$\frac{d_l}{d_s} \approx \left(\frac{\rho_l}{\rho_s} \right)^{-1} \quad (2.20)$$

donde d_l, d_s, ρ_l y ρ_s son respectivamente los diámetros (en mm) y densidades (en g/mm^3) de las partículas grandes (l) y pequeñas (s) [19]. Para que ocurra ENB, se debe cumplir que la razón entre diámetros sea más pequeña que el inverso de la razón entre densidades. Esta relación no se cumple si alguno de los materiales granulares es del tipo ‘esfera dura’ (por ejemplo, metales o plásticos duros). Además, se debe considerar la temperatura granular, dentro de un rango entre temperaturas críticas.

Una de estas temperaturas críticas es tal que, bajo este valor, un sistema de esferas monodispersas se condensa.

$$T_c = \frac{mgd\mu}{\mu_0} \quad (2.21)$$

El ERNB no ocurrirá si la capa inicial de material inferior es mucho mayor que la superior.

2.5. Formación de atascos en recipientes bidimensionales

Por medio de un estudio experimental, To y Lai [21] lograron describir los fenómenos que ocurren en un hopper bidimensional con reducción de diámetro, utilizando discos metálicos como medio granular. En este montaje, el recipiente rota con respecto a un eje horizontal, como muestra la figura 2.7 quedando en posición inversa a la inicial, y luego volviendo a su posición original. En esta posición, se capturan imágenes de la configuración de discos obtenida.

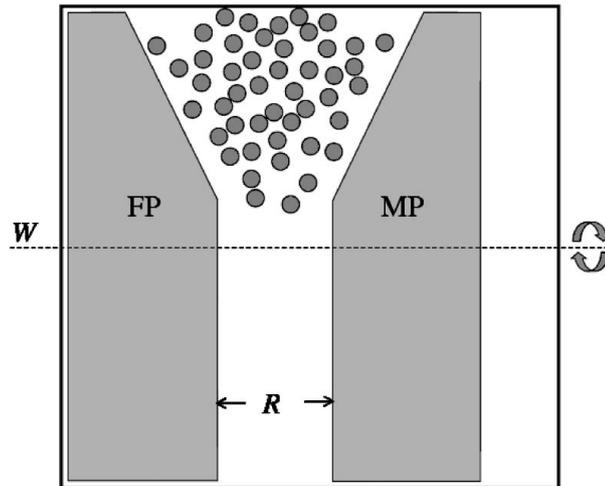


Figura 2.7: Diagrama esquemático del hopper bidimensional en su posición inicial. La línea horizontal segmentada, W , corresponde al eje de rotación del montaje. [21]

En dicho trabajo, se observa la formación de arcos en la zona inferior del hopper, como muestra la figura 2.8 causando atascos (también conocidos en inglés como *jamming*) cuando dichos arcos son lo suficientemente resistentes para bloquear la caída del resto de los discos. Se realiza el experimento para diferentes aperturas de hopper d ; a mayor apertura, se requiere una mayor cantidad de discos para formar un arco que pueda bloquear el flujo, además de reducirse la densidad de probabilidad de formación de arcos.

To y Lai asocian el comportamiento estocástico de los discos a un modelo de ‘caminata aleatoria restringida’, en el que se describen los arcos por vectores de desplazamiento \mathbf{r}_i , medidos en unidades, desde el centro del disco i al centro del disco $(i + 1)$, y ángulos

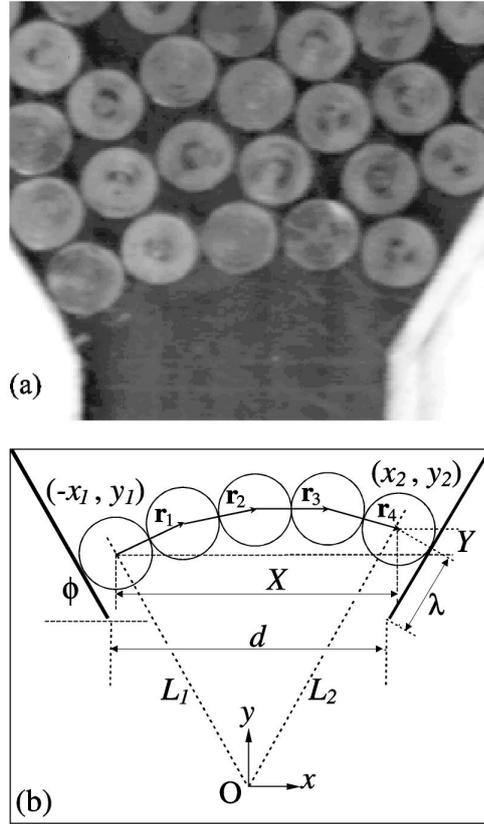


Figura 2.8: (a) Una imagen capturada tras una rotación. (b) Configuración de arco correspondiente a la posición capturada en (a). [21]

θ_i entre \mathbf{r}_i y el eje x . Se consideran los θ_i como variables aleatorias. El modelo tiene las siguientes restricciones:

$$\pi/2 > \theta_i > -\pi/2 \quad (2.22)$$

$$\theta_1 > \dots > \theta_i > \dots > \theta_n - 1 \quad (2.23)$$

$$\forall i \neq j, \left| \sum_{k=1}^i \mathbf{r}_k - \sum_{k=1}^j \mathbf{r}_k \right| \geq 1 \quad (2.24)$$

$$X \equiv x_2 + x_1 > d - 1 \quad (2.25)$$

La primera restricción, 2.22, limita al caminante aleatorio a ir solamente de izquierda a derecha, simplificando el análisis teórico sin pérdida de generalidad ya que el hopper es simétrico. La segunda restricción, 2.23, significa que el arco es convexo en todas sus

partes, requisito para que el arco pueda soportar los discos en él y sobre él. La tercera restricción, 2.24, es la exclusión de interacción de volumen entre los discos, asegurando que la distancia mínima entre dos discos cualesquiera en el arco es su diámetro. La última restricción, 2.25 selecciona los arcos de longitud horizontal mayor a la apertura del hopper, de manera que no caigan a través de la apertura.

Sea $f_i(\theta)$ la densidad de probabilidad para θ_i , tal que la probabilidad de que θ_i caiga entre β_i y β'_i se puede expresar como $p_i = \int_{\beta_i}^{\beta'_i} f_i(\theta)d\theta$. Utilizando las restricciones mencionadas anteriormente, se obtiene la densidad de probabilidad $a_n(X)$ para que un vector de arco de n discos tenga una componente horizontal X , que es de la forma

$$a_n(X) = A_n^{-1} \int_{\beta_1}^{\pi/2} f_1\theta_1 d\theta_1 \int_{\beta_2}^{\theta_1} f_2(\theta_2) d\theta_2 \cdots \times \int_{\beta_{n-1}}^{\theta_{n-2}} f_{n-1}\theta_{n-1} d\theta_{n-1} \delta \left(X - \sum_{i=1}^{n-1} \cos \theta_i \right) \quad (2.26)$$

donde A_n es una constante de normalización tal que $\int_0^\infty a_n(X)dX = 1$.

La probabilidad de que un vector de arco de n discos tenga una componente horizontal mayor que $d - 1$ se obtiene como

$$j_n(d) = \int_{d-1}^\infty a_n(X)dX \quad (2.27)$$

donde $d - 1$ es el valor de X para el que un arco fluye a través de la apertura del hopper. La integral en $a_n(X)$ indica que solamente los arcos más grandes que la apertura pueden ‘sobrevivir’ en el hopper, tal como requiere la restricción 2.25. Luego, la densidad de probabilidad se puede escribir como

$$J(d) = \sum_{n=2}^\infty g_d(n)j_n(d) \quad (2.28)$$

donde $g_d(n)$ es la probabilidad de que el arco esté compuesto de n discos cuando ocurre un atasco. Bajo ciertas aproximaciones, $g_d(n)$ puede calcularse como

$$g_d(n) = \frac{A'_n M_n}{\sum_n A'_n M_n} \quad (2.29)$$

Para un mayor detalle en la obtención de estos resultados, se recomienda revisar el trabajo original publicado por To y Lai.

2.6. Fluencia lenta (*Creeping*)

Este fenómeno se presenta como un flujo granular más bien lento, en comparación con el flujo granular en superficies. Komatsu y sus colegas, en 2001 [22], lograron medir este flujo lento en una pila de gránulos por medio del uso de escalas largas de tiempo, para detectar velocidades muy bajas. Bajo la capa de material en flujo, se detectó una región de fluencia lenta en donde la velocidad decrece de manera exponencial con la profundidad.

La figura 2.9 muestra una especie de frontera entre la zona de flujo superficial y las capas ‘congeladas’ (a); estas partículas aparentemente quietas presentan un movimiento lento, por lo que la capa en movimiento crece en grosor al aumentar el tiempo de observación (b, c).

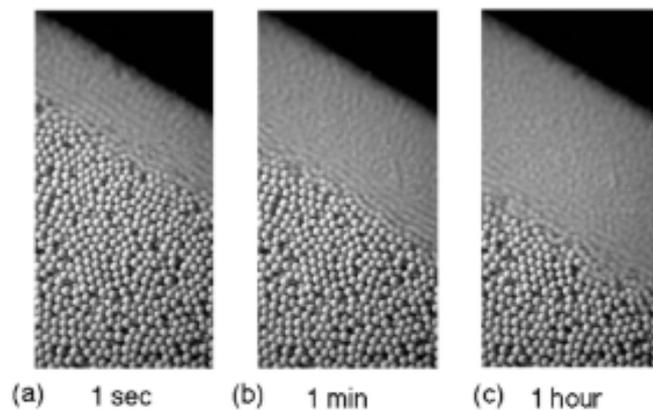


Figura 2.9: Imágenes de una pila granular en un estado de flujo estacionario, bajo un régimen constante de suministro de esferas de aluminio. Las tres imágenes fueron tomadas bajo las mismas condiciones, salvo la velocidad de disparo de la cámara: (a) 1 segundo, (b) 1 minuto, (c) 1 hora. [22]

El fenómeno de fluencia lenta también ha sido encontrado en cilindros cuasibidimensionales en rotación (tómbolas). Socie y sus colegas [23] realizan un experimento con medios granulares en una tómbola, con una configuración de dos colores de partículas, como se muestra en la figura 2.10; una velocidad de giro, ν , de 1 rpm y una fracción de llenado, f , de 0.663. Los fenómenos que se observan en este experimento se resumen a continuación.

- Desarrollo de un núcleo: Al centro de la tómbola, se puede distinguir claramente una región en donde la configuración inicial de los gránulos no varía. A esta región se le llama núcleo y se puede apreciar a partir de la cuarta revolución de giro. Ver figura 2.10, letra (b).
- Precesión: Conforme la tómbola sigue girando, el ángulo de la frontera entre ambos colores de partículas en el núcleo avanza relativo a la tómbola, como se puede ver en la figura 2.10, letras (c) y (d). La diferencia entre el ángulo del núcleo y su valor inicial se conoce como ángulo de precesión θ . El cambio en θ por cada revolución de la tómbola se conoce como tasa de precesión adimensional,

$$m = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\dot{\theta}}{2\pi\nu} \quad (2.30)$$

- **Erosión:** A mayor número de revoluciones, el radio del núcleo disminuye de manera logarítmica para fracciones de llenado f bajas a medias. Para fracciones de llenado altas, el decrecimiento exponencial se da inicialmente, mientras que entre 100 y 1000 revoluciones el radio del núcleo tiende a un valor constante. Comparar figura 2.10, letras (b) y (d).

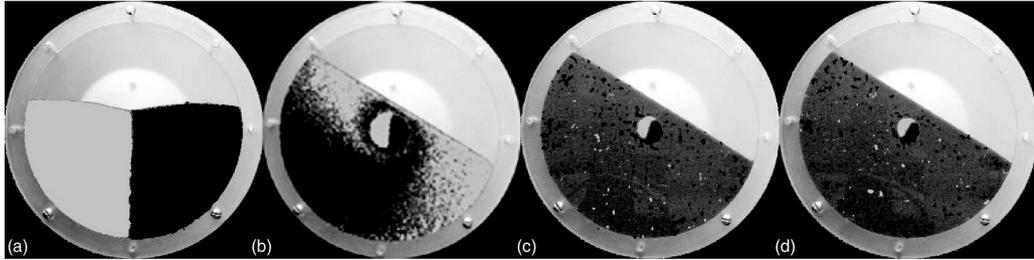


Figura 2.10: Evolución de un medio granular al interior de una tómbola, después de (a) 0, (b) 4, (c) 500 y (d) 1000 revoluciones completas. La posición angular de la tómbola es la misma en todas las imágenes. [23]

La tasa de precesión m disminuye fuertemente con la fracción de llenado f , llegando a valores cercanos a cero para la mayor fracción de llenado. Por otro lado, m aumenta con la velocidad de giro ν . El valor de la tasa m se puede considerar como constante si se mantiene una fracción de llenado única; lo mismo ocurre con m para una velocidad de giro ν constante.

2.7. Antecedentes Directos: Flujo másico de salida en vibración

La presente sección resume lo estudiado por Wassgren *et al.* (2002) y Chen *et al.* (2006) para recipientes en que se conjuga vibración vertical externa y flujo granular saliente.

En ambos trabajos, se mide la variación de una tasa adimensional de descarga, que se define como la razón entre el flujo de descarga en un recipiente en vibración y el flujo para el recipiente en reposo, W/W_0 , al variar diversos parámetros:

- Rangos de frecuencias.
- Amplitud de las ondas.
- Amplitud de aceleración adimensional,

$$\Gamma = \frac{a\omega^2}{g} \quad (2.31)$$

donde a es la amplitud de la vibración en mm, y $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia rotacional en radianes/segundo.

- Amplitud de velocidad adimensional,

$$\frac{a\omega}{(gD_h)^{1/2}} \quad (2.32)$$

donde D_h es el diámetro hidráulico de salida en mm. Este se define como

- $D_h = 4A/P$, con A el área y P el perímetro del orificio, cualquiera sea su geometría, y
- $D_h = D$ para el caso específico de orificios circulares.

2.7.1. C.R. Wassgren *et al.*, Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material (2002)

En el trabajo de Wassgren *et al.* (2002), se utiliza un montaje experimental (ver figura 2.11) caracterizado por:

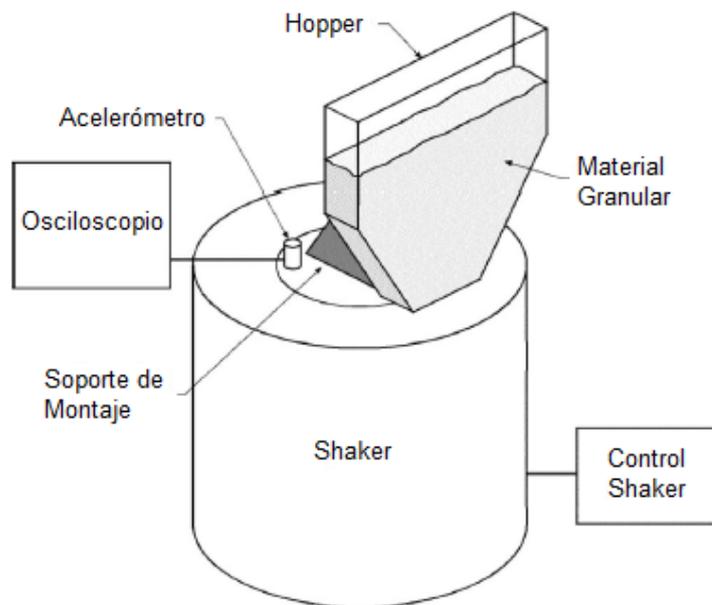


Figura 2.11: Montaje experimental utilizado por Wassgren *et al.* (2002).

- El material granular utilizado son esferas de vidrio de 1.3 milímetros de diámetro.
- La utilización de dos hoppers, con paredes laterales verticales en su mitad superior, e inclinadas a 45° en su mitad inferior:
 - **Hopper I:** Paredes frontal y trasera de vidrio, laterales de plexiglás. Dimensiones: profundidad 12.7 mm; ancho de salida 4 mm; D_h 7.1 mm.
 - **Hopper II:** Todas las paredes de plexiglás. Dimensiones: profundidad 12.4 mm; ancho de salida 9.6 mm; D_h 10.9 mm.
- Los rangos de frecuencia f para cada hopper:
 - **Hopper I:** Entre 20 y 60 Hz.
 - **Hopper II:** Entre 5 y 80 Hz.
- Los rangos de aceleración adimensional Γ para cada hopper:
 - **Hopper I:** Entre 0 y 4.
 - **Hopper II:** Hasta 8.

Las figuras 2.12 a 2.16 resumen los resultados obtenidos en las pruebas experimentales. Las figuras 2.12 y 2.13 muestran la relación existente entre la tasa de descarga normalizada (descarga en vibración respecto a la descarga sin vibración) y parámetros como la frecuencia de vibración, el tipo de hopper, Γ la amplitud de velocidad adimensional y la aceleración impuesta al sistema, medida en múltiplos de g .

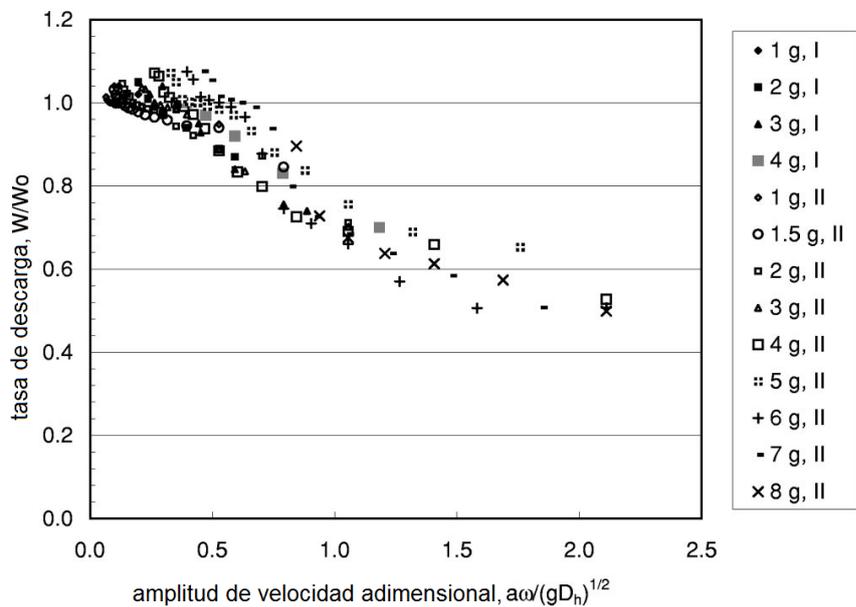
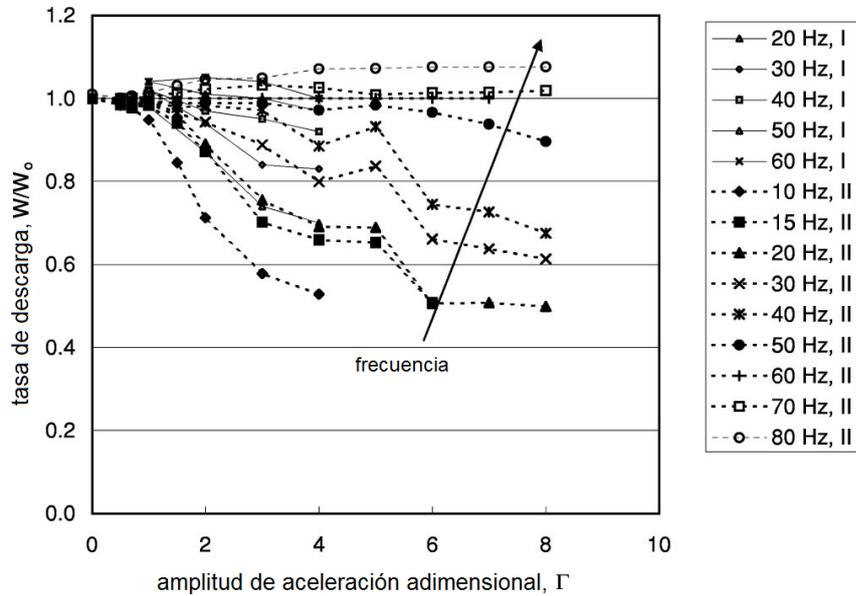


Figura 2.13: Tasa de descarga normalizada en función de la amplitud de velocidad adimensional, del tipo de hopper y de la aceleración del sistema. [3]

Las figuras 2.14 y 2.15 muestran la relación obtenida para las velocidades de descarga promedio y las velocidades rms, a lo largo de un ciclo de oscilación, manteniendo fija la aceleración del sistema y variando la frecuencia de vibración.

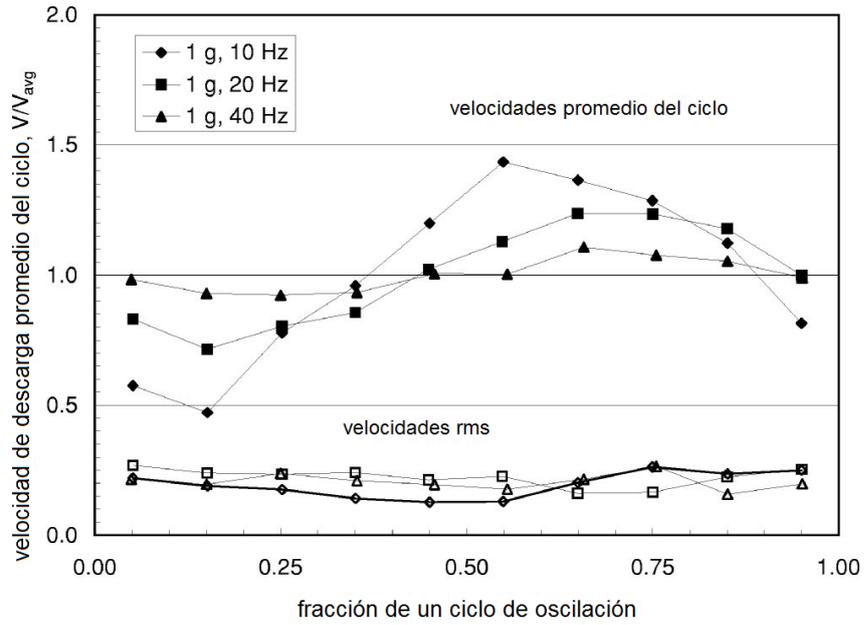


Figura 2.14: Velocidades de descarga promedio y velocidades rms a lo largo de un ciclo de oscilación, para distintas frecuencias de vibración y un valor fijo de aceleración de $1g$. [3]

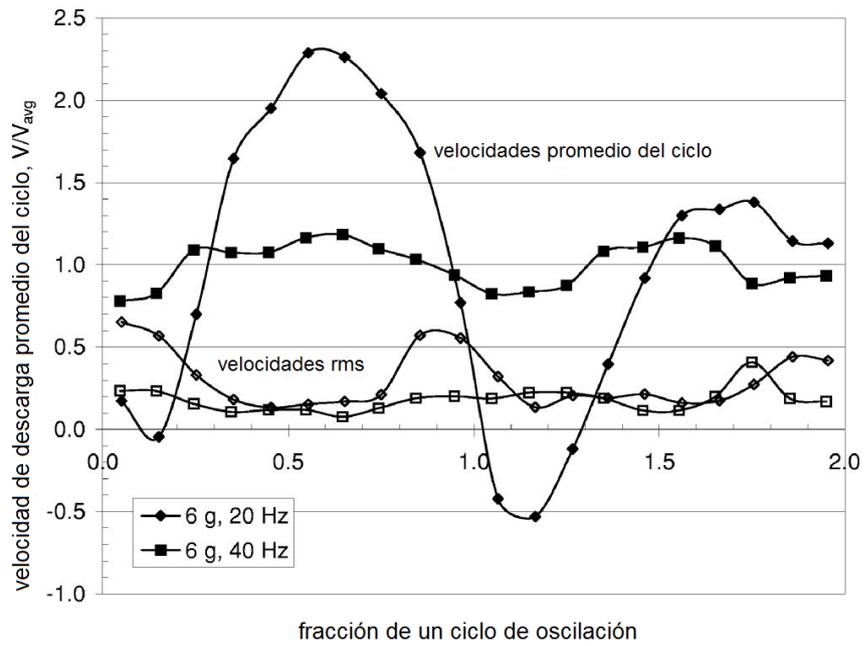


Figura 2.15: Velocidades de descarga promedio y velocidades rms a lo largo de un ciclo de oscilación, para distintas frecuencias de vibración y un valor fijo de aceleración de $6g$. [3]

Finalmente, la figura 2.16 muestra los valores puntuales para las velocidades de descarga normalizadas, en función del parámetro adimensional de velocidad de oscilación, $a\omega/(gD_h)^{1/2}$.

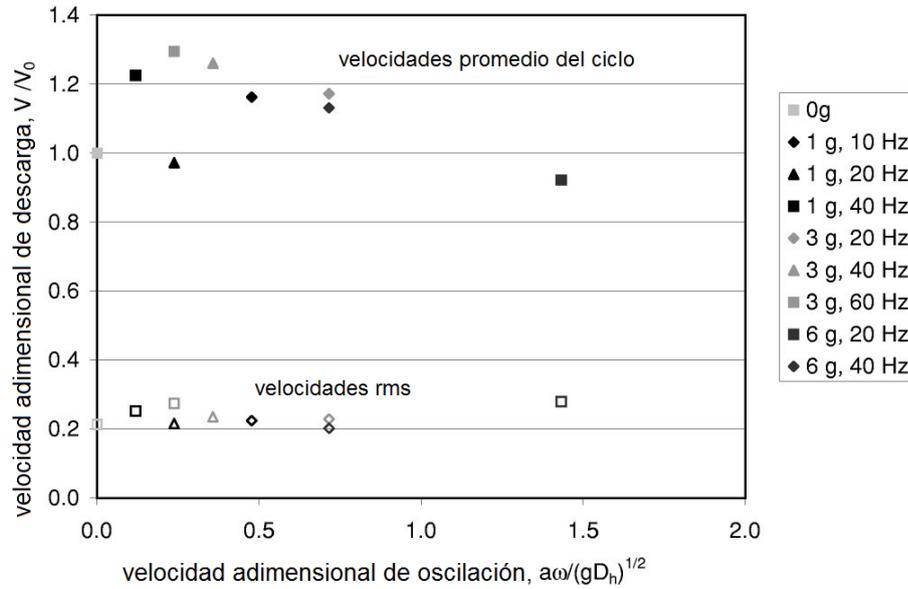


Figura 2.16: Valores puntuales para velocidades normalizadas de descarga, en función del parámetro adimensional de velocidad de oscilación. [3]

2.7.2. K. Chen *et al.*, Flux through a hole from a shaken granular medium (2006)

En este estudio, el montaje consiste en una vasija cilíndrica de aluminio abierta en su parte superior, con un diámetro interno de 152 mm. La figura 2.17 muestra en detalle el montaje utilizado, además de una curva de flujo de material granular versus el diámetro de salida del recipiente D , manteniéndose fijo el diámetro de grano d .

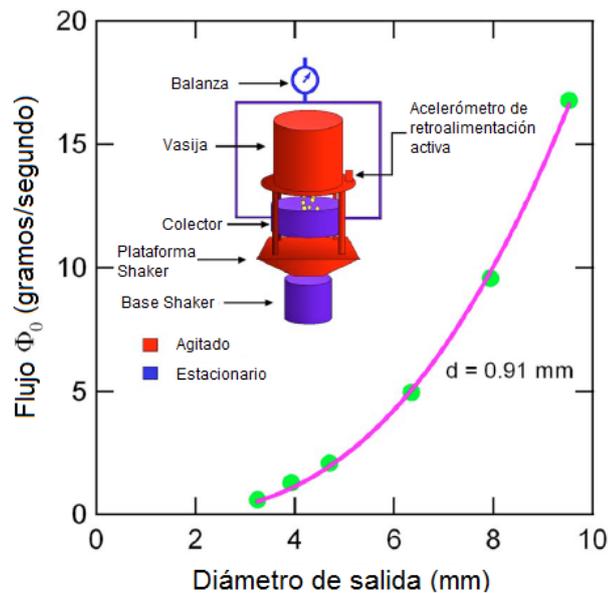


Figura 2.17: Montaje utilizado en el estudio de Chen *et al.* (2006). Flujo de material granular en función del diámetro de salida, para un tamaño fijo de grano. [4]

La figura 2.18 muestra la relación de la tasa de flujo normalizado (o descarga), aquí simbolizado como Φ/Φ_0 , respecto a la frecuencia y amplitud del sistema, para valores fijos del parámetro adimensional Γ y el diámetro de grano d

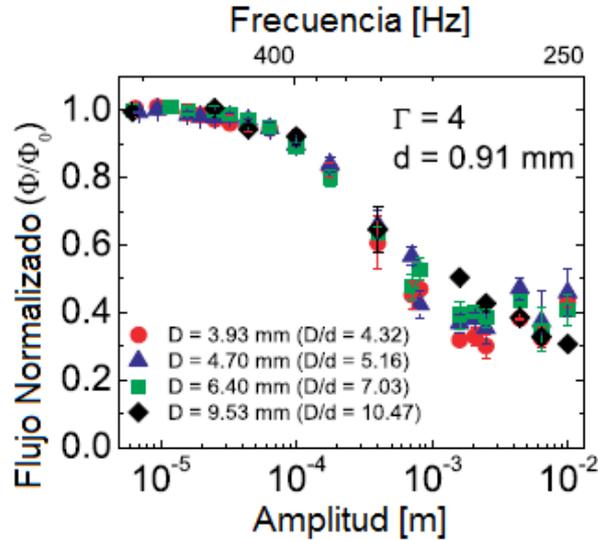


Figura 2.18: Flujo normalizado, respecto al flujo sin vibración Φ_0 , en función de la frecuencia y la amplitud del sistema, para valores fijos de la amplitud de aceleración adimensional Γ y diámetro de grano d ; las curvas corresponden a distintos diámetros de salida. [4]

2.7.3. Resumen de ambos trabajos

El valor del parámetro adimensional Γ es determinante en diversos fenómenos anteriormente mencionados:

- Se sabe que para [24, 25]
 - $\Gamma > 1$, se forman celdas convectivas;
 - $2,2 < \Gamma < 3,5$, aparecen ondas estacionarias en la superficie del material, con frecuencia equivalente a la mitad de la frecuencia de forzamiento;
 - $\Gamma > 5,5$, las ondas estacionarias tienen una frecuencia de $1/4$ de la frecuencia de forzamiento;
 - $\Gamma > 3,5$, regiones vecinas pueden oscilar fuera de fase (ondas *kink*), con sus correspondientes celdas convectivas.
- En conjunto con el ángulo de pared, Γ influye en la formación de atascos (*jamming*) [26].
- El flujo másico granular decrece a mayor valor de Γ [27].

La tasa de descarga adimensional, W/W_0 , se relaciona con los parámetros ya definidos como sigue:

- Para bajas frecuencias del sistema, la tasa de descarga disminuye más drásticamente con el aumento de Γ , en comparación con otros rangos de frecuencia.

- Para altas frecuencias y bajas amplitudes del sistema, el valor de W/W_0 se aproxima a 1.
- La tasa es más sensible a la variación de velocidad adimensional que a la variación de Γ .

Con respecto a la velocidad de descarga, también se define una tasa adimensional, que corresponde a la razón entre la velocidad medida para ciertos parámetros de vibración y la velocidad promedio. Para este parámetro se tiene que

- A mayor frecuencia de vibración, mayor es la fase en que varía.
- A mayor frecuencia, la velocidad de descarga es menor, variando además en menor medida.
- El valor cuadrático medio de la velocidad corresponde a un 20-25 % de la velocidad promedio.
- En parte del ciclo, el hopper se mueve más rápidamente que el material granular, es decir, que el material se ‘devuelve’.
- La velocidad de descarga en vibración, en promedio, es un 25 % mayor a la velocidad de descarga en reposo.

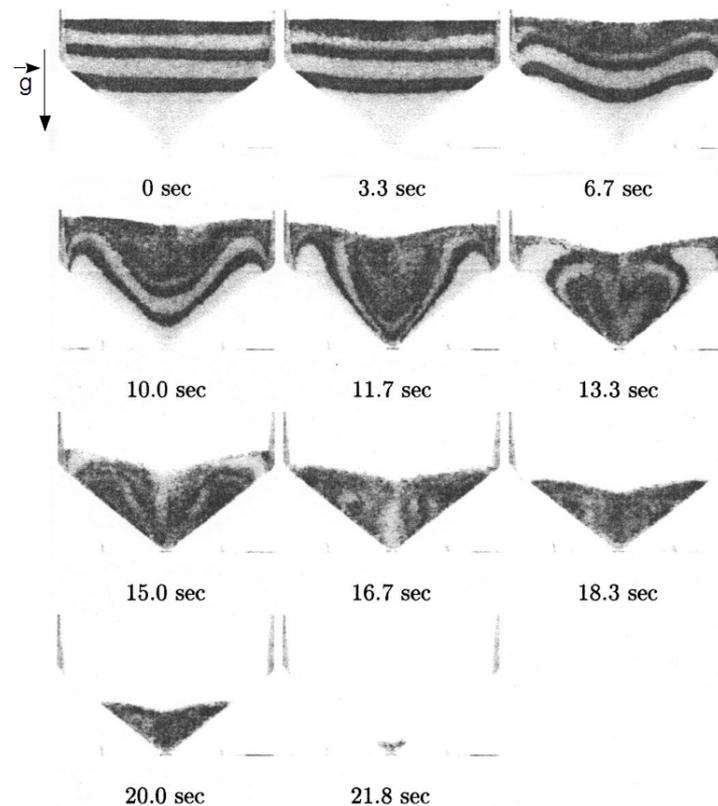


Figura 2.19: Secuencia fotográfica de un hopper en vibración ($\Gamma = 6$, $f = 10$ Hz) mostrando la formación de celdas convectivas cercanas a las paredes inclinadas del hopper. Este se encuentra inicialmente cerrado, abriéndose en $t = 10$ s. El hopper se descarga completamente en $t = 21,8$ s. [3]

La figura 2.19 muestra un ensayo realizado por Wassgren *et al.* para la medición del flujo convectivo y de salida de un material granular en un recipiente tipo hopper (paredes

inclinadas en 45°) en vibración, para un valor de Γ de 6 y una frecuencia de 10 Hz. Para apreciar el flujo convectivo, no se abre la salida del hopper hasta pasados 10 segundos del ensayo. Se puede apreciar, mientras el hopper permanece cerrado, que tanto en las paredes verticales como en el eje central del hopper, las partículas descienden; sin embargo, las partículas en las regiones intermedias ascienden (notar la forma de M en $t = 10$ s). Esto puede ocurrir debido a que el recipiente posee tanto paredes verticales como inclinadas, existiendo celdas de flujo convectivo en sentidos opuestos. Se puede observar el flujo de salida en V mencionado en la subsección 2.2; además de que el flujo, hacia el final del ensayo, es prácticamente homogéneo.

Se debe notar que en estos trabajos se utilizaron oscilaciones únicamente en formas sinusoidales de onda, además de una descarga continua e ininterrumpida del material granular, una vez abierto el recipiente.

En el trabajo de Wassgren *et al.* se concluye que:

- La tasa de descarga decrece al haber mayor vibración (la cual se puede medir con los coeficientes adimensionales), excepto a las frecuencias más altas.
- La tasa de descarga es escalable respecto a la amplitud adimensional de velocidad, y se observa una dependencia secundaria con la amplitud de aceleración Γ .
- La tasa de descarga puede variar durante un ciclo de oscilación, principalmente debido a la velocidad relativa entre el material y el recipiente.
- La densidad del material cambia muy poco durante el ciclo de oscilación; sin embargo, la variación de la tasa de descarga para diferentes parámetros de oscilación se da por variaciones en la densidad del material en descarga.

2.8. Velocimetría de Partículas con Imágenes

PIV (Particle Image Velocimetry) es una técnica no invasiva que permite calcular el movimiento de partículas en un fluido (o más generalmente, un medio en flujo), en varios puntos simultánea e indirectamente, calcular el campo de velocidad del fluido [28].

Para hacer un PIV, es necesario obtener dos imágenes consecutivas de un sector en un intervalo de tiempo tan pequeño como sea posible. Al comparar las dos fotos se puede determinar cuánto se desplazó cada partícula en el fluido y, conociendo el intervalo de tiempo con el que se tomaron las fotos, se obtiene directamente la velocidad de las partículas.

Para ejemplificar cómo funciona el método, es bueno estudiar el movimiento de una única partícula en el fluido y, luego, se puede extrapolar la técnica a una mayor cantidad de partículas. En la figura 2.20, se muestran dos imágenes consecutivas de una partícula que se mueve en un fluido, se toman las dos fotos con un intervalo de tiempo entre ellas de largo Δt .

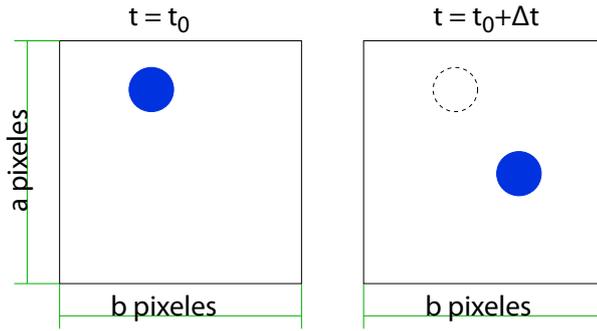


Figura 2.20: Dos imágenes consecutivas de una partícula grande que se mueve en un fluido. [28]

Si se calcula la correlación entre las dos imágenes, se puede obtener el desplazamiento horizontal y vertical de la partícula δx y δy , y como se conoce el intervalo de tiempo entre las dos imágenes, la velocidad instantánea de la partícula es:

$$\mathbf{U} = \frac{\delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\delta y}{\Delta t} \hat{j} \quad (2.33)$$

Para calcular un campo de velocidades, es necesario realizar el mismo procedimiento, pero esta vez con una gran cantidad de partículas. Se usan trazadores pequeños que brillen al ser iluminados, de esta forma, si se utiliza un plano láser, puede ser observada una sección del flujo con las partículas iluminadas sobre ese plano (ver figura 2.21).

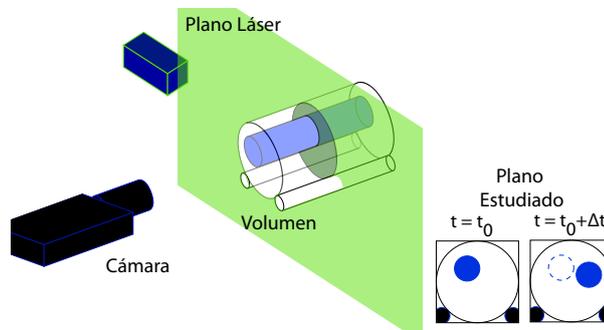


Figura 2.21: El fenómeno es iluminado con un plano láser para captar imágenes con partículas de un plano. [28]

El tratamiento de imágenes, en este caso, es ligeramente diferente puesto que la función correlación no es capaz de distinguir entre una partícula y otra. Para solucionar este problema, se hace una partición de la imagen (como la de la figura 2.22), y se ejecuta el análisis de correlación en cada una de las partes, de esta forma, se obtiene un vector de velocidad para cada elemento de la partición, lo que constituye un campo de movimiento de las partículas y, si estas son lo suficientemente pequeñas y livianas como para no alterar gravemente el flujo, el campo de velocidades de las partículas corresponde al campo de velocidad del fluido.

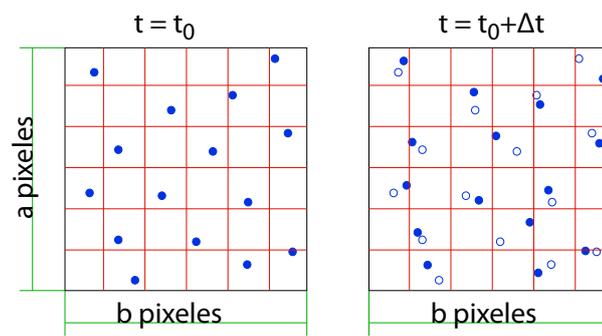


Figura 2.22: Para estudiar el campo de flujo se utilizan particiones de la imagen y se realiza el análisis en cada una de ellas. [28]

Capítulo 3

Montaje experimental y base física

El presente capítulo ilustra el montaje necesario para la realización del trabajo de memoria de título, detallándose además las etapas de diseño y construcción del recipiente tipo hopper utilizado en el montaje. Se explican también los fundamentos físicos del montaje.

3.1. Montaje experimental

El montaje experimental permite:

- Ejercer regímenes de forzamiento vibratorio externo a un recipiente con material granular en su interior,
- Medir el flujo másico de salida en la parte inferior del recipiente, y
- Observar el flujo convectivo de material granular al interior del recipiente, tal como se describe en el capítulo de Antecedentes.

La figura 3.1 muestra la disposición de los equipos en el montaje. Cabe señalar que las condiciones del lugar de trabajo son, en promedio, una temperatura ambiente de 22°C y una humedad ambiente de 40%.

El montaje es puesto sobre una mesa de trabajo, de manera tal que el recipiente queda en posición vertical sobre un vibrador electromecánico (shaker). Una regla graduada en milímetros, cuya posición perpendicular a la mesa es mantenida mediante un soporte con un nivel, permite medir la altura de material al interior del recipiente. Cabe señalar que esta regla tiene su valor cero a la altura de la mesa. La altura completa del recipiente, entre la pared inferior y superior, corresponde al intervalo entre los valores de 100 y 190 mm (en adelante h_l y h_s).

El generador de funciones HP 33120A genera una señal al sistema, de forma de onda sinusoidal, cuadrada y triangular. La información de la oscilación es visualizada por medio

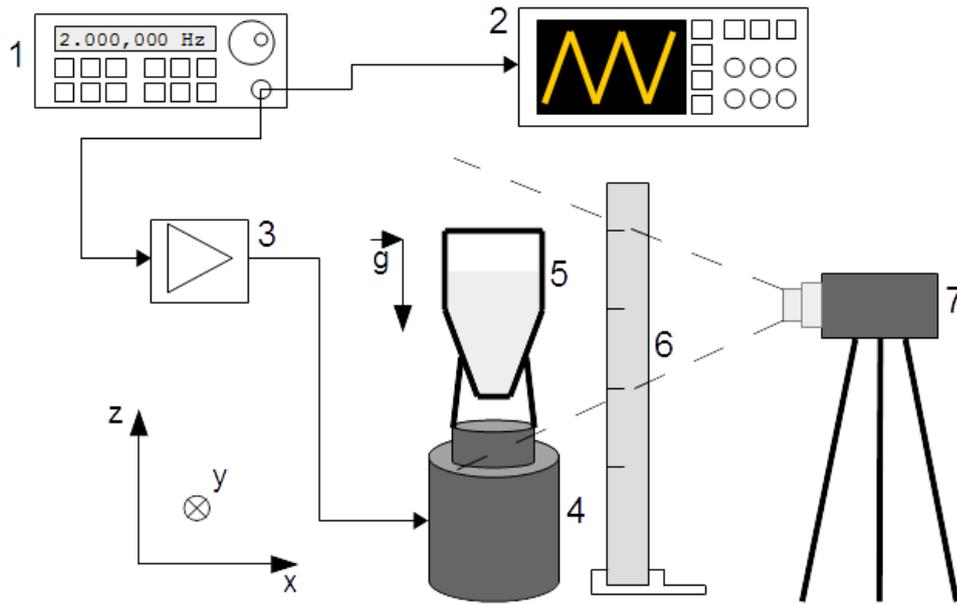


Figura 3.1: Disposición de los equipos para el montaje experimental utilizado. 1: Generador de funciones HP 33120A, 2: Osciloscopio Tektronix TDS2024, 3: Amplificador, 4: Shaker BK4810, 5: Hopper, 6: Regla graduada en milímetros con nivel como soporte, 7: Cámara Sony Cybershot DSC-S5000, resolución 640x480 píxeles.

de un osciloscopio Tektronix TDS2024.

La señal emitida por el generador de funciones es dirigida al shaker BK4810. Este shaker es conectado mediante un perno al recipiente auxiliar.

Una cámara Sony Cybershot DSC-S5000 de 30 fps y resolución de 640x480 píxeles permite registrar el movimiento al interior del recipiente y a la salida de éste. Esta cámara se posiciona a 15 cm de distancia del hopper, ya que así se asegura el enfoque al hopper exclusivamente (posición vertical de la cámara).

El método PIV, ya descrito en el capítulo de Antecedentes, es aplicable para granos de diámetro igual o superior a 0.5 mm.

3.1.1. Sistema recipiente-shaker

La geometría del recipiente, del tipo hopper, es escogida en base al montaje utilizado en el trabajo de Wassgren *et al.* (2002) [3], como muestra la figura 2.11.

Respecto de las dimensiones del recipiente, se opta por construir un recipiente tal que, incluso lleno, pese lo menos posible; de esta manera, se logra mantener el sistema en un rango de masas validado por el fabricante del shaker (ver sección 3.2). El sistema recipiente-shaker cumple la relación dada por la segunda ley de Newton,

$$a = \frac{F_{sh}}{m + m_e} \quad (3.1)$$

donde m_e corresponde a la masa del elemento móvil del shaker, cuyo valor es de 0.018 kg.

Para tener una aceleración constante en el sistema, la masa de este no debe ser modificada (como se muestra en la ecuación 3.1). Esto se logra teniendo una estructura en donde se tenga un recipiente auxiliar que recoge el material que sale del hopper (para mayor detalle, ver sección 3.2). Una idea inicial de esta estructura es la que se muestra en la figura 3.2.

Las dimensiones del recipiente (hopper) son 90 mm de alto, 50 mm de ancho y 4 mm de grosor. Las paredes son de 2 mm de espesor.

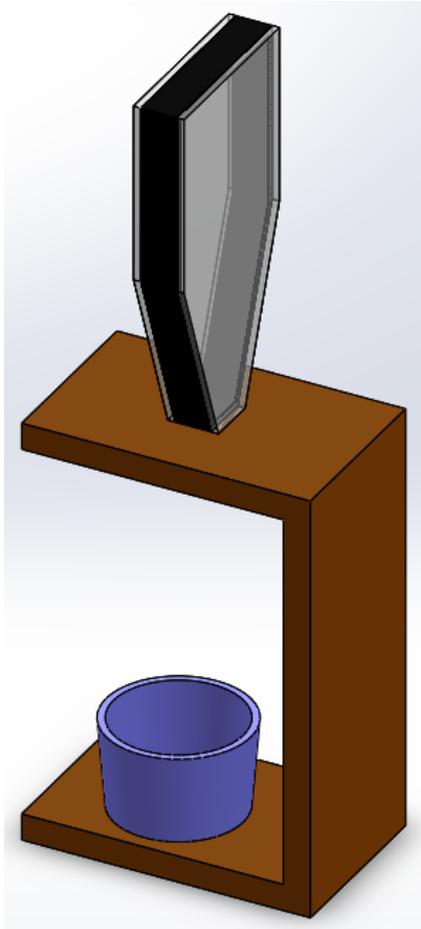


Figura 3.2: Esquema inicial de la estructura que contiene al hopper y al recipiente auxiliar.

La construcción final del recipiente (hopper) es producto de diversas ideas:

1. Inicialmente todas las paredes del recipiente se suponen de acrílico PMMA, lo más delgado posible. Las paredes serían maquinadas a partir de láminas de dimensionado comercial. Las dimensiones iniciales son de 100 x 50 x 10 mm.

2. Aprovechando la tecnología disponible en las instalaciones de la FCFM, se concibe la idea de construir íntegramente el recipiente en una impresora 3D, en base a plástico PLA (el modelo existente en la facultad es el MakerBot Replicator[®] 2), con sólo una pared de vidrio o acrílico.
 - Esta idea finalmente se descarta debido a las limitaciones técnicas de la impresora, ya que la pared trasera toma mucho tiempo de fabricación y se levanta, quedando deforme. La unión con las paredes laterales queda defectuosa.
3. Una opción intermedia es construir el marco del recipiente (paredes laterales) en la impresora 3D, y las paredes frontal y trasera en acrílico u otro plástico transparente.
 - El marco, una vez terminado, es refrentado para asegurar que las uniones a las paredes frontal y trasera queden paralelas entre sí.
 - Las paredes frontal y trasera son construidas a partir del plástico de cajas de CD, el cual es liviano y delgado.
 - El marco se pega a las paredes transparentes mediante silicona, resultando a la vez una unión resistente y fácil de despegar en caso de ser necesario.
4. El siguiente modelo considera la unión del marco del hopper y el recipiente auxiliar mediante nervios encajados en el segundo recipiente, tal como se muestra en la figura 3.3. Para mayor detalle de las dimensiones del conjunto y sus partes por separado, ver apéndice A.
 - El orificio por el que ocurre la salida de material es de forma circular, de 2 mm de diámetro.
 - Se reduce la altura de la mitad superior del hopper, ya que no se considera necesario un llenado demasiado alto de material granular para las pruebas. Además, la mitad superior es utilizada para la inserción de material en el hopper.
 - El recipiente auxiliar es apernado al shaker.
 - En la zona de unión entre el marco y los nervios se agregan redondeos de radio 1 mm (parte interna) y 2 mm (parte externa), para mejorar la resistencia de la unión, dada su geometría angulosa.
 - Las paredes frontal y trasera están hechas de policarbonato de 1 mm de espesor.
 - Una limitación para este modelo es la dificultad para masar el material granular que ha salido del hopper, ya que en esta configuración solo se puede vaciar el recipiente inferior por volcado; es prácticamente imposible que todo el material pueda ser desprendido del recipiente, debido a efectos electrostáticos.

A pesar del último punto mencionado, se escoge este modelo para realizar los ensayos.

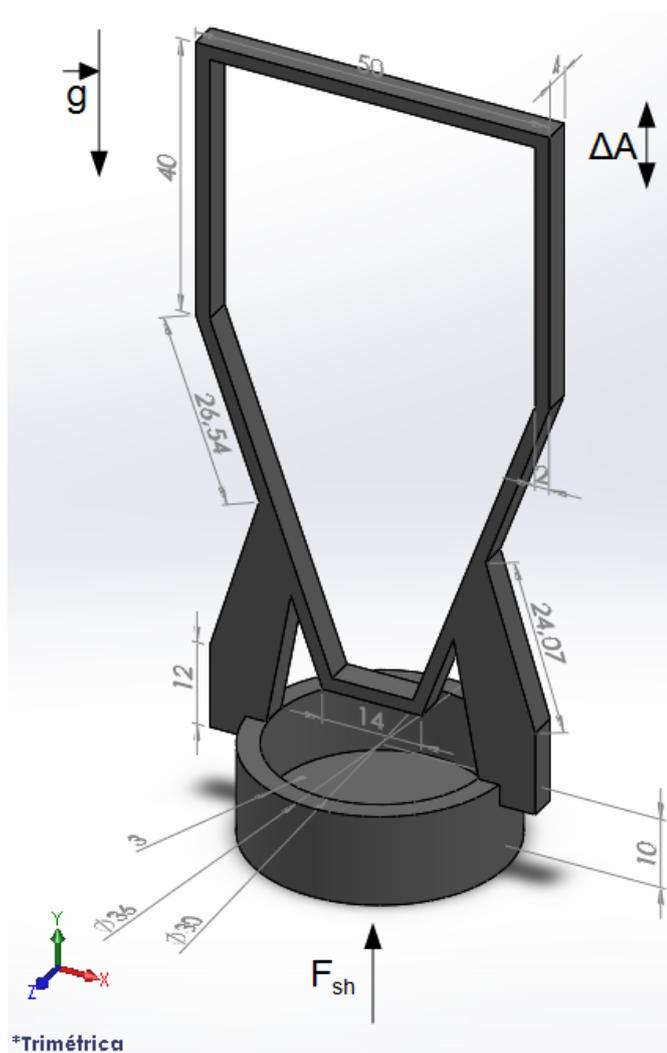


Figura 3.3: Esquema final de la estructura que contiene al hopper 4 y al recipiente auxiliar. Longitud en milímetros.

3.1.2. Materiales granulares empleados

Para el presente trabajo experimental, se consideran dos tipos de material granular, como se muestra en la figura 3.4. La tabla 3.1 resume las propiedades de estos materiales. Para más detalles respecto de los valores de MG1, revisar anexo B. Los valores de MG2 son los obtenidos en el trabajo de título de Javiera Carreño [29].

Tabla 3.1: Propiedades de los materiales utilizados.

Código	Material	d promedio [mm]	ρ [g/mm ³]
MG1	Esferas y/o esferoides de vidrio	0.337 ± 0.05	$(2.651 \pm 0.025) \cdot 10^{-3}$
MG2	Semillas de amapola	1.04 ± 0.05	$(4.414 \pm 0.25) \cdot 10^{-4}$

Para facilitar la visualización de los fenómenos que ocurren al interior del recipiente, tales como el flujo convectivo, se utiliza una combinación de ambos materiales, siendo el



Figura 3.4: Muestras de materiales granulares 1 y 2.

llenado mayoritario de material 1, mientras que el material 2 se aplica como una capa de entre una y dos veces el espesor (eje y) sobre el material 1. El material 2 sirve como trazador, dado el contraste entre los colores de ambos materiales (blanco y negro).

3.2. Fundamentos físicos

Durante un régimen oscilatorio cualquiera, se espera que el sistema tenga una aceleración en la cual se pueden distinguir dos componentes [30]:

1. Aceleración traslacional

$$\ddot{\vec{x}} = \frac{\vec{F}}{m} + \vec{g} \quad (3.2)$$

2. Aceleración rotacional

$$\dot{\vec{\omega}} = \frac{\vec{T}_c}{I} \quad (3.3)$$

El shaker entrega al sistema hopper-gránulos un forzamiento F_{sh} cuyo valor es dado por el fabricante, tal como se muestra en la figura 3.3. La figura 3.5 muestra las curvas de aceleración vs. frecuencia para el shaker, según el manual del fabricante [31]. Se incluye el valor de la aceleración para la masa del sistema (hopper montado y material granular) que, en el caso de llenarse con material 1 solamente, es de 58.66 gramos. Reemplazando en la ecuación 3.1, se obtiene la aceleración del sistema, para un peak de $F_{sh}=10$ N:

$$a = \frac{F_{sh}}{m + m_e} = \frac{10[\text{N}]}{(58.66 + 18) \cdot 10^{-3}[\text{kg}]} = 130.446[\text{m/s}^2] = 13.3055 \cdot g \quad (3.4)$$

El forzamiento F_{sh} es empleado con tres diferentes formas de onda: Sinusoidal, triangular y cuadrada. La figura 3.6 ilustra, en conjunto con las ecuaciones correspondientes, la física del sistema para cada caso.

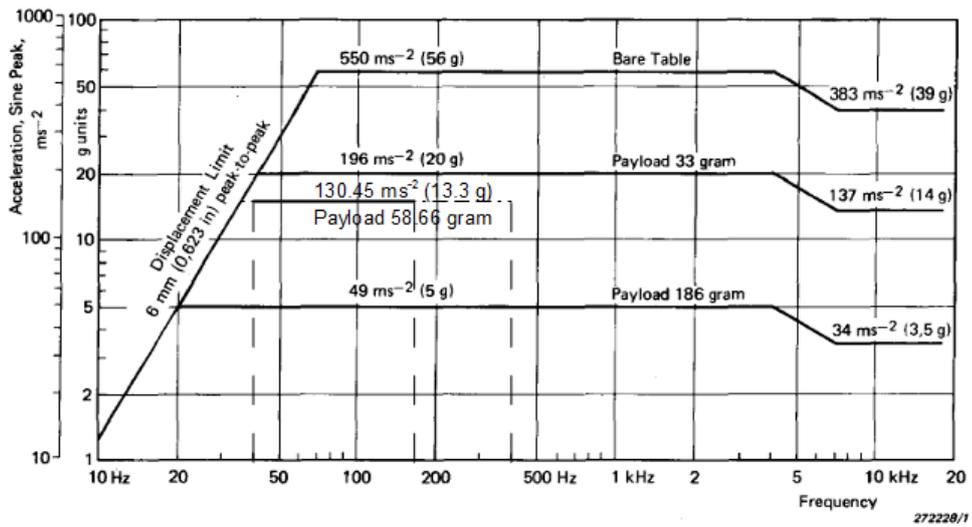


Figura 3.5: Curvas aceleración vs. frecuencia del shaker BK4810, para distintas cargas. Se indica la aceleración utilizada en el presente trabajo.

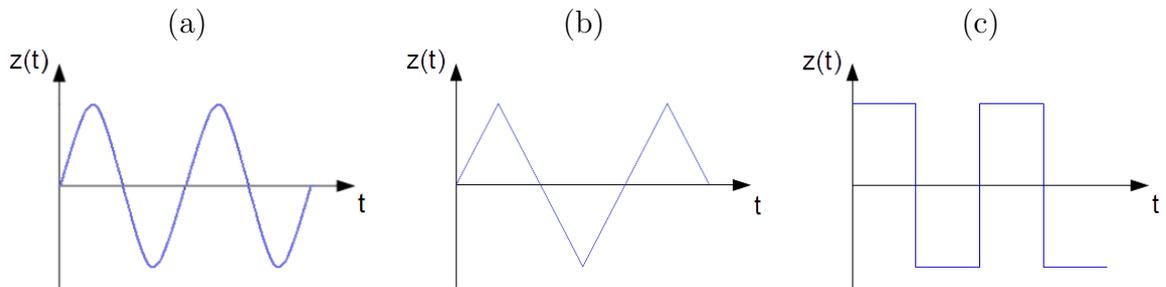


Figura 3.6: Desplazamiento en función del tiempo, $z(t)$, para ondas (a) sinusoidales, (b) triangulares, (c) cuadradas.

1. Onda sinusoidal ($\omega = 2\pi f$)

- Desplazamiento, $|z(t)| = a\sin(\omega t)$
- Velocidad, $|\dot{z}(t)| = a\omega\cos(\omega t)$
- Aceleración, $|\ddot{z}(t)| = a\omega^2\sin(\omega t)$

2. Onda triangular

- Desplazamiento, $z(t) = |2aft - a|$
- Velocidad, $\dot{z}(t) = 2af$
- Aceleración, $\ddot{z}(t) = 0$

3. Onda cuadrada

- Desplazamiento,

$$z(t) = \begin{cases} a & \text{si } ft < 0.5 \\ -a & \text{si } ft > 0.5 \end{cases}$$

- Velocidad, $|\dot{z}(t)| = 0$
- Aceleración, $|\ddot{z}(t)| = 0$

Se debe notar que, a partir de la expresión de la aceleración para la onda sinusoidal, se logra obtener la expresión adimensional Γ (ecuación 2.31), presentada en la sección 2.7 de los Antecedentes. Así,

$$[\Gamma] = \left[\frac{a\omega^2}{g} \right] = \frac{\text{m/s}^2}{\text{m/s}^2} = 1$$

por lo que sí se trata de una expresión adimensional.

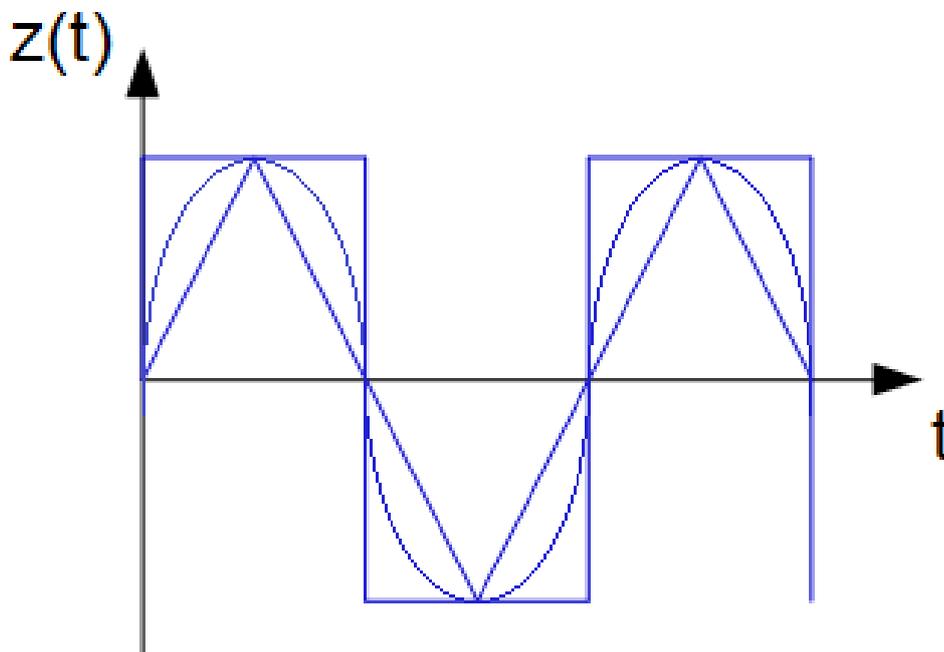


Figura 3.7: Superposición de las tres formas de onda utilizadas.

Además se debe notar que, dada la forma de la onda cuadrada, es esperable una mayor excitación del sistema, al mantenerse constantemente en un módulo a ; al contrario de lo que ocurre con la onda triangular. La onda sinusoidal, por su parte, se aproxima al valor a en forma similar a la función \sqrt{t} , lo que le permite excitar el sistema de manera más efectiva que la triangular (ver figura 3.7).

Las amplitudes nominales *peak-to-peak* empleadas ($A[\text{mV}]$) respecto del desplazamiento vertical del sistema ($A[\text{mm}]$) son tales que, empíricamente, 500 mV equivalen a 1 mm. Dado que las amplitudes nominales empleadas van entre los 200 y 1000 mV, el rango equivalente es de entre 0.4 y 2.0 mm. Para efectos de las ecuaciones de la presente sección, se considera la mitad de la amplitud *peak-to-peak*. Es decir, $A = 2a$.

Capítulo 4

Ensayos, Resultados y Análisis

En el presente capítulo se muestran los distintos tipos de ensayos realizados y sus respectivos resultados.

4.1. Barrido de frecuencias

4.1.1. Metodología

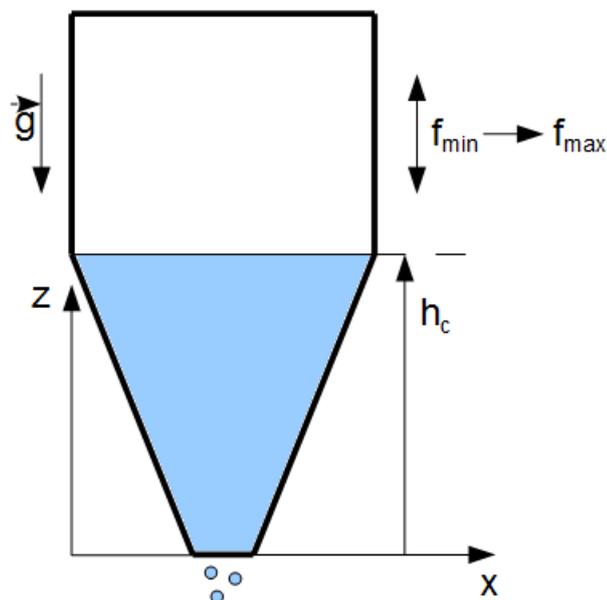


Figura 4.1: Esquema de un ensayo de barrido de frecuencias.

Los pasos a seguir para un ensayo son:

1. Llenado del hopper con material 1, hasta la altura h_c , tal como se muestra en la figura

- 4.1.
2. Determinación y ajuste de los parámetros del experimento en el generador de funciones. La amplitud *peak-to-peak* debe ser un valor fijo. La frecuencia es fijada en el menor valor posible, tal que no se produzca una fluctuación excesiva de la amplitud. La forma de onda es fija. Las amplitudes *peak-to-peak* empleadas para cada forma de onda son cinco: 0.4, 0.8, 1.2, 1.6 y 2.0 mm.
 3. Regulación del valor promedio de la amplitud, cuyo módulo debe ser cercano a cero.
 4. Enfoque de la cámara hacia el hopper.
 5. Inicio del registro visual (video).
 6. Encendido de la fuente de poder e inicio de la vibración.
 7. Variación gradual de la frecuencia, desde valores pequeños (inferiores a 1 Hz) hasta, en algunos casos, valores mayores a 200 Hz. Se debe observar el rango de frecuencias en que ocurre salida de material (también llamado ancho de banda), por medio del orificio circular de 2 mm en la cara inferior del hopper.
 8. Disminución de la frecuencia como comprobación del rango de salida (de ser necesario).
 9. Apagado de la fuente de poder.
 10. Fin del registro visual.
 11. Determinación del ancho de banda mediante observación del registro visual, cuyos límites son f_{min} y f_{max} .

4.1.2. Resultados

Tabla 4.1: Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, en Hz. Error de ± 0.5 Hz.

Forma onda		A [mm]				
		0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
Sinusoidal	Mínima	61.6	30.1	29.8	25.0	17.2
	Máxima	127.8	163.4	209.0	208.6	209.1
Triangular	Mínima	56.6	37.9	25.1	17.0	13.4
	Máxima	119.0	76.0	159.8	208.6	208.8
Cuadrada	Mínima	59.0	0.03	0.06	0.03	0.3
	Máxima	208.7	211.0	300.0	340.0	400.0

Se obtienen los resultados mostrados en la tabla 4.1 y figuras 4.2 a 4.4, para las tres diferentes formas de onda utilizadas. Finalmente, la figura 4.5 resume el ancho de banda obtenido para cada uno de los casos. El error en los datos está dado por la variación de frecuencias utilizada durante los ensayos, que es, en promedio, de 1 Hz: así, el error es de

± 0.5 Hz, a excepción de los ensayos de onda cuadrada, donde se realizan variaciones en su extremo mínimo de hasta 0.01 Hz. En este último caso, el error es de ± 0.005 Hz.

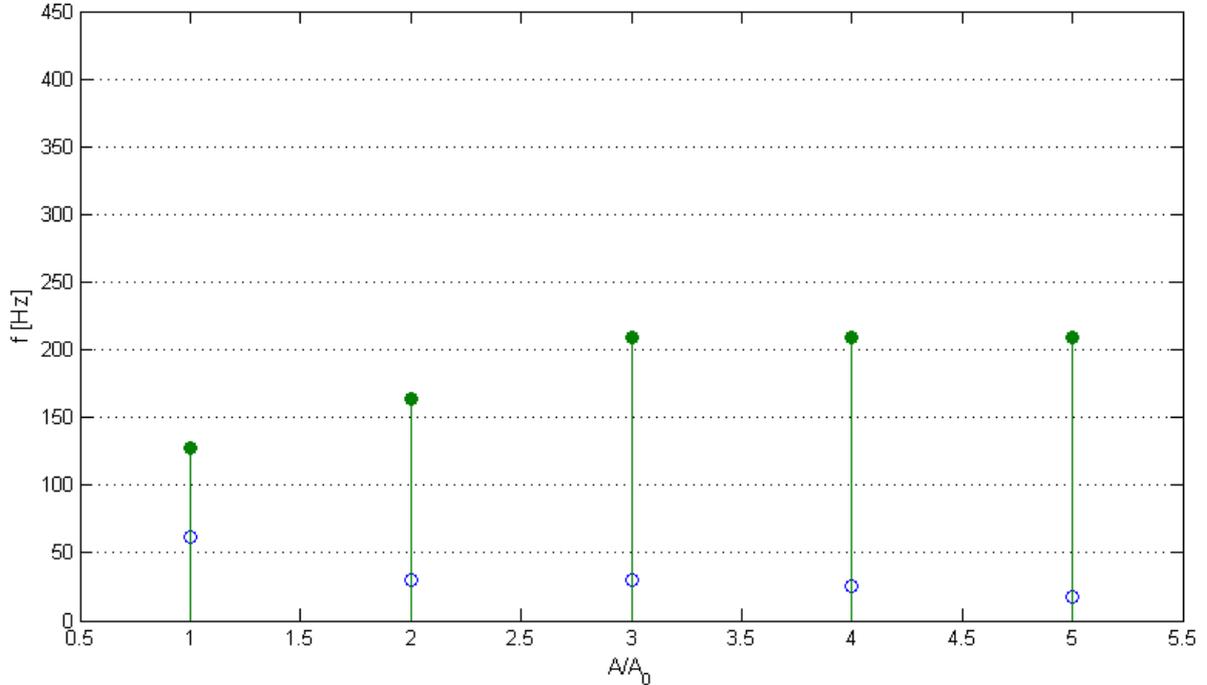


Figura 4.2: Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda sinusoidal.

Se puede ver que, para amplitudes pequeñas, cuesta más trabajo hacer salir el material, por lo que se requiere de una mayor frecuencia inicial de oscilación del sistema. Este valor desciende progresivamente conforme aumenta la amplitud empleada. Dicho descenso es abrupto para el caso de la onda cuadrada, que pasa de 59 Hz para 0.4 mm p-p de amplitud a 0.03 Hz para 0.8 mm p-p. Se mantienen los valores bajos para las restantes amplitudes, lo que se puede esperar dada la forma de la onda, pues el valor de la amplitud es binario, sin valores intermedios.

Al comparar los regímenes de onda sinusoidal y triangular, se puede notar una similitud en los valores de f_{min} , siendo menor para la onda triangular en la mayor parte de los casos.

También se puede observar la diferencia de f_{max} para la onda triangular en algunos casos, respecto de la sinusoidal y la cuadrada. Esto podría deberse a la existencia de atascos (*jamming*, ver sección 2.5 en Antecedentes) en el orificio de salida, debido a las pequeñas dimensiones de este.

4.1.3. Otras observaciones

- A amplitudes bajas, como por ejemplo 0.4 mm p-p, se evita utilizar frecuencias demasiado bajas (menores a 2 Hz, o incluso a 5 Hz en algunas mediciones) debido

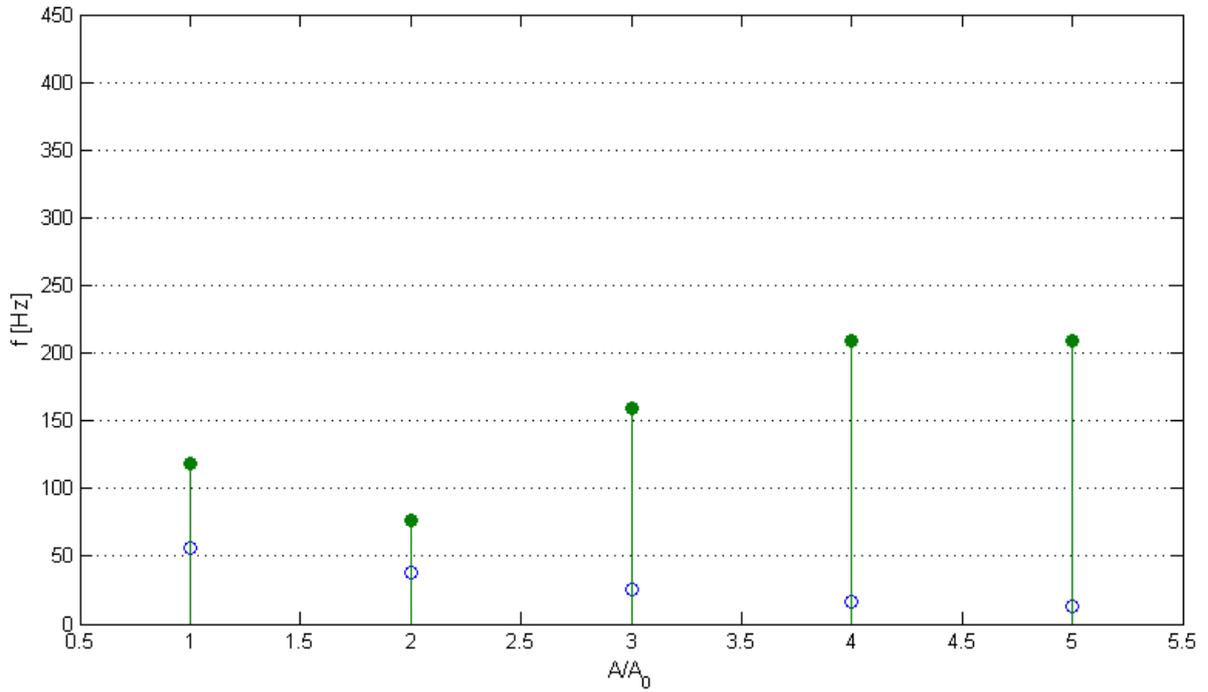


Figura 4.3: Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda triangular.

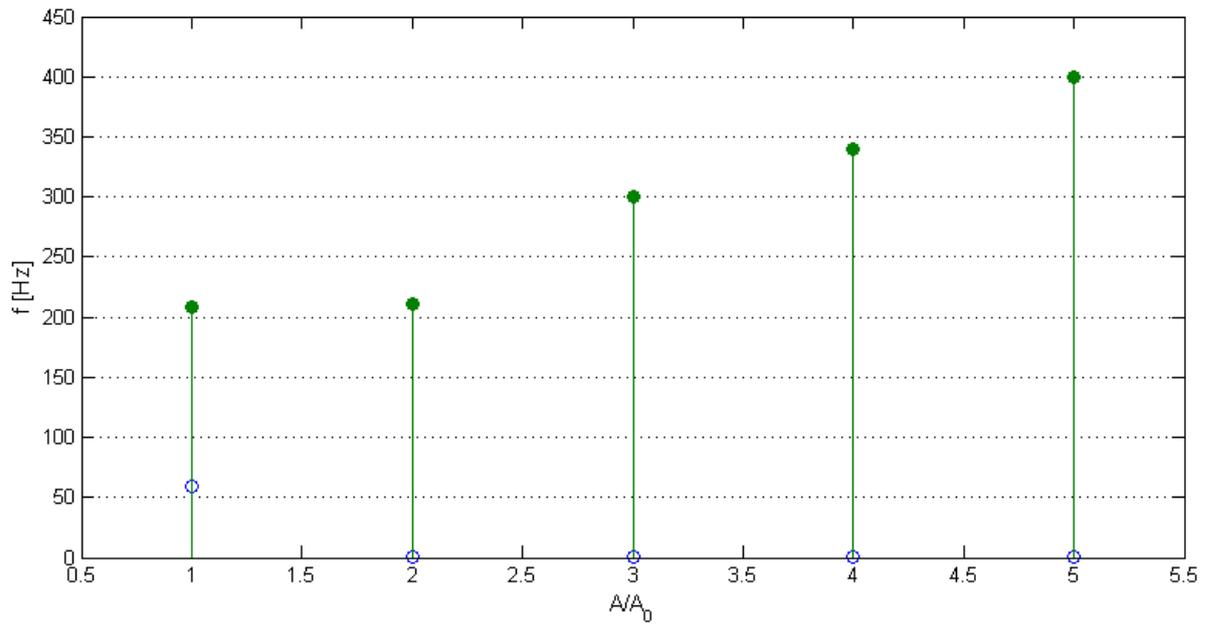


Figura 4.4: Valores de frecuencia mínima y máxima de salida de material granular, versus la razón A/A_0 . Onda cuadrada.

a que la amplitud en estos casos presenta grandes fluctuaciones en su valor, tanto *peak-to-peak* como promedio.

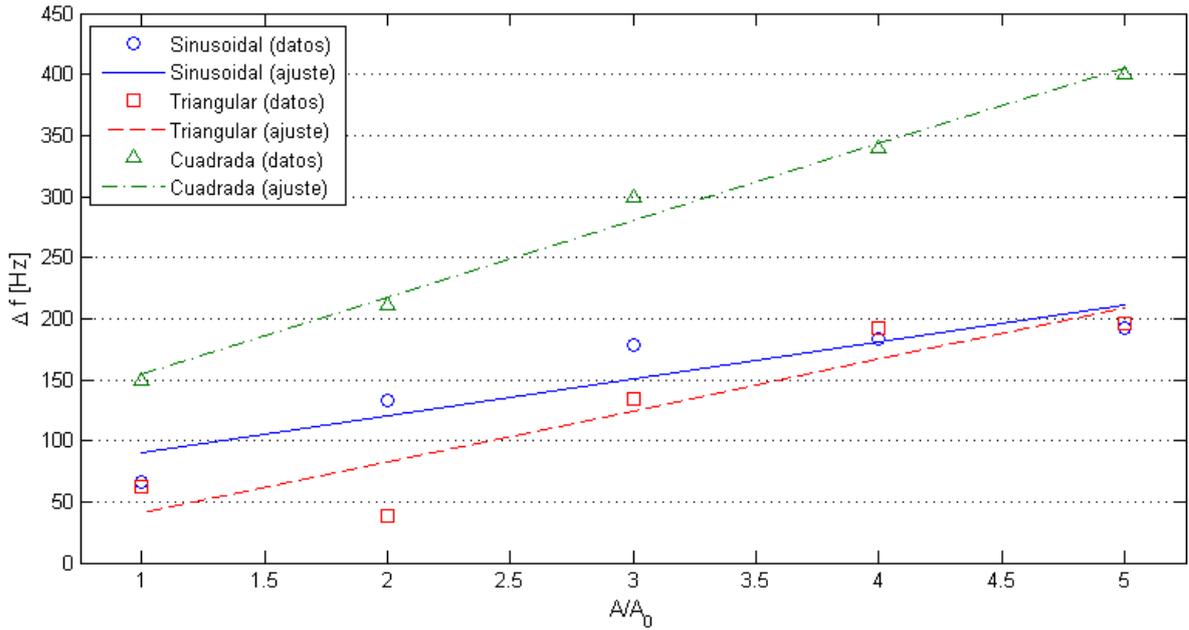


Figura 4.5: Ancho de banda, Δf , versus la razón A/A_0 .

- A frecuencias del orden de los 40 Hz existe una aparente resonancia con el mesón de trabajo. Lo mismo ocurre con el hopper, en órdenes de frecuencia de los 60 Hz.
- En ciertos casos se obtiene salida de material a una frecuencia determinada (por lo general para frecuencias mayores a los 100 Hz), al variarse esta desde valores menores. Sin embargo, en ocasiones esto no ocurre al realizar el barrido de manera inversa.
- La onda cuadrada es la única forma de onda que presenta salida de material para bajas frecuencias (incluso menores a 1 Hz). Para las ondas sinusoidal y triangular la salida de material comienza, aproximadamente, entre los 15 y 60 Hz.

4.2. Flujo másico de salida

4.2.1. Metodología

Primera parte: Vaciado de porción inferior, variando amplitud y frecuencia; y Segunda parte: Vaciado de porción inferior, variando frecuencia

Los pasos a seguir para un ensayo son:

1. Llenado del hopper con materiales 1 y 2, hasta la altura central, h_c (ver figura 4.6). El uso de material 2 es para efectos de observación del flujo convectivo al interior del hopper (ver sección 4.3). La interfase entre ambos materiales se encuentra inicialmente a una altura h_m .

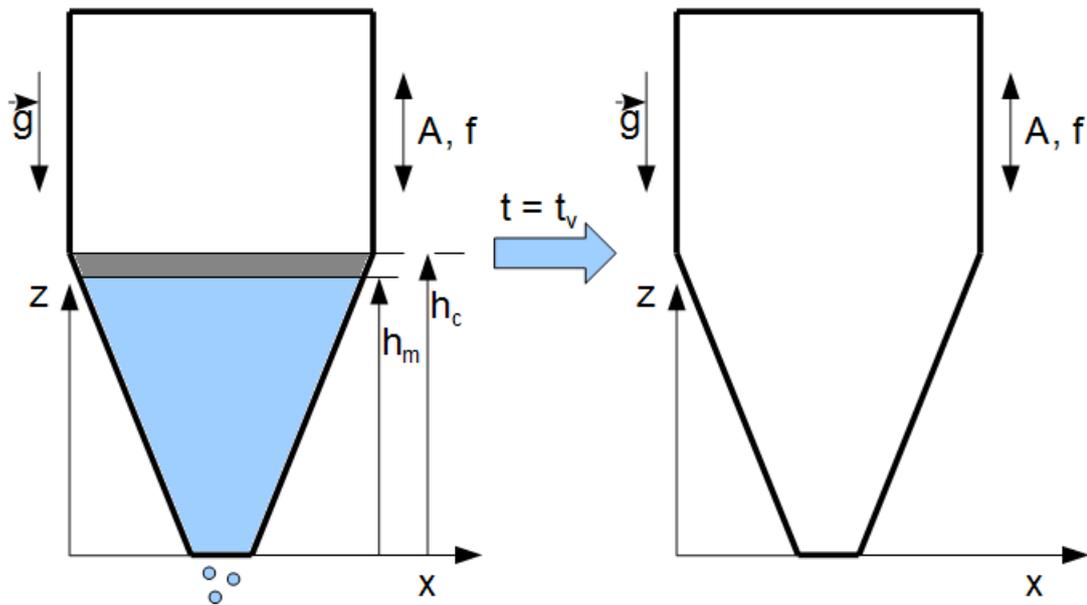


Figura 4.6: Esquema de un ensayo de vaciado inferior. Este vaciado ocurre en un tiempo total t_v .

2. Determinación y ajuste de los parámetros del experimento en el generador de funciones. Se fija la frecuencia, amplitud *peak-to-peak* y forma de onda. Para la primera parte:

- Frecuencia entre 40 y 140 Hz, se consideran los valores múltiplos de 10.
- Amplitud de 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0 mm *peak-to-peak*.
- Sólo se usa la onda sinusoidal, excepto a $f=80$ Hz, donde se utilizan las tres formas señaladas en la figura 3.6.

Para la segunda parte:

- Para las tres formas de onda se escogen tres valores de frecuencias: bajo, intermedio y alto (considerando 200 Hz como valor ‘techo’ para reducir errores). Esto es:
 - Sinusoidal: 50, 120 y 200 Hz.
 - Triangular: 50, 90 y 120 Hz.
 - Cuadrada: 5, 100 y 200 Hz.
- Amplitud única de 1.2 mm *peak-to-peak*.

3. Regulación del valor promedio de la amplitud. El módulo de este debe ser cercano a cero.

4. Enfoque de la cámara hacia el hopper.

5. Inicio del registro visual (video).

6. Encendido de la fuente de poder e inicio de la vibración.

7. Vaciado de material hasta el punto inferior del hopper.

8. Apagado de la fuente de poder.
9. Fin del registro visual.
10. Determinación del tiempo de vaciado, t_v , mediante observación del registro visual.
11. Determinación de volumen y masa del vaciado mediante cálculos.

Tercera parte: Flujo másico por tramos

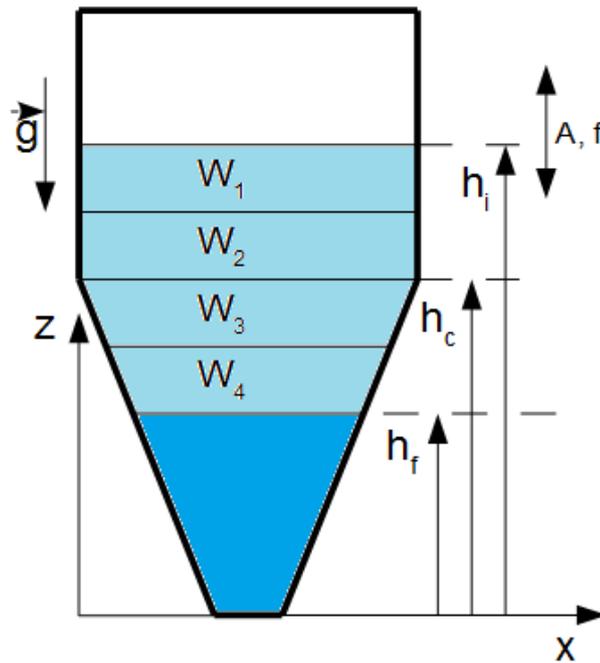


Figura 4.7: Esquema de un ensayo de vaciado por tramos, donde se indican dichos tramos, $W_{1,\dots,4}$, y las alturas inicial, media y final.

Los ensayos se realizan con los siguientes pasos:

1. Llenado del hopper con material 1, hasta la altura h_i , mostrada en la figura 4.7.
2. Determinación y ajuste de los parámetros del experimento en el generador de funciones. Se fija la frecuencia, amplitud *peak-to-peak* y forma de onda.
 - Frecuencias de entre 60 y 120 Hz, considerando sólo los valores múltiplos de 10.
 - Amplitudes de onda de 0.8, 1.2 y 1.6 mm p-p.
 - Onda sinusoidal solamente.
3. Regulación del valor medio de la amplitud, a un valor cercano a cero.
4. Enfoque de la cámara hacia el hopper.
5. Inicio del registro visual (video).

6. Encendido de la fuente de poder e inicio de la vibración.
7. Vaciado de material hasta el valor h_f .
8. Apagado de la fuente de poder.
9. Fin del registro visual.
10. Determinación del tiempo de vaciado en cada tramo, $W_{1,\dots,4}$, mediante observación del registro visual.
11. Determinación de volumen y masa del vaciado mediante cálculos.

4.2.2. Resultados

Primera parte: Vaciado de la porción inferior, variando amplitud y frecuencia

Tabla 4.2: Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud p-p y frecuencia. Onda sinusoidal.

	A [mm]			
f [Hz]	0.5	1.0	1.5	2.0
40	-	-	125.24	145.13
50	-	110.90	108.88	190.22
60	-	82.63	129.48	166.28
70	-	79.83	84.54	139.28
80	-	74.90	95.96	134.70
90	-	78.08	83.28	128.08
100	-	119.82	91.91	97.00
110	41.24	270.13	140.66	108.39
120	-	-	95.96	88.58
130	-	250.57	84.05	119.90
140	-	151.51	79.00	115.50

Tabla 4.3: Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz.

A [mm]	$t_{v,sin}$ [s]	$t_{v,tri}$ [s]	$t_{v,squ}$ [s]
0.5	-	-	-
0.8	124.68	-	165.15
1.0	74.90	93.36	110.30
1.2	182.24	519.39	150.58
1.5	95.96	84.62	125.62
1.8	167.58	171.37	141.57
2.0	134.70	132.25	215.79

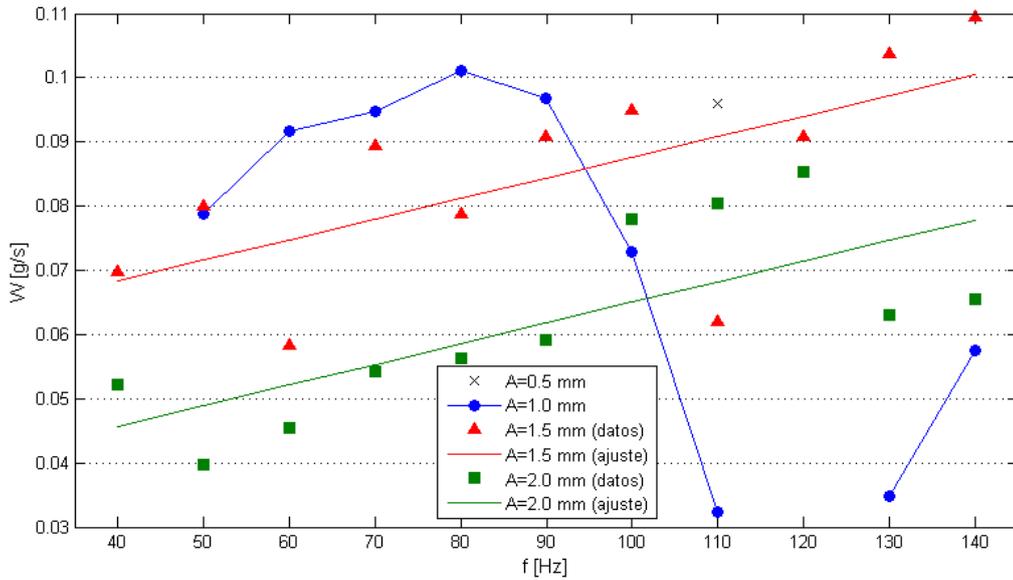


Figura 4.8: Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper. Onda sinusoidal.

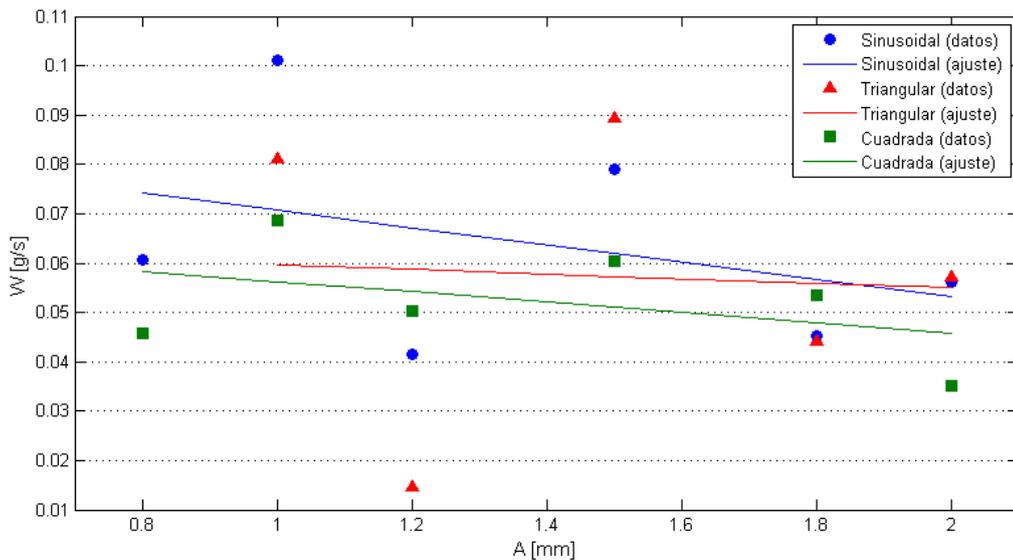


Figura 4.9: Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz.

La tabla 4.2 muestra los tiempos de vaciado para onda sinusoidal, en función de la frecuencia y amplitud p-p. La figura 4.8 muestra los flujos máxicos, en g/s, obtenidos al dividir la masa granular por el tiempo registrado para cada caso. Cabe señalar que, para el caso de 110 Hz y 0.5 mm p-p, el vaciado solo ocurre hasta $h = 32$ mm, luego de esto el material se estanca.

La tabla 4.3 muestra los tiempos de vaciado en función de la amplitud y forma de onda, a frecuencia fija. La figura 4.9 muestra los flujos máxicos correspondientes, en g/s.

Se debe considerar que para las frecuencias de 60 a 90 Hz, para toda amplitud, se utiliza la combinación de MG1 y MG2, para la cual se calcula una masa de 7.57 gramos, tras multiplicar por la fracción de empaquetamiento. Lo mismo ocurre para las pruebas realizadas a amplitud de oscilación 2 mm p-p para las restantes frecuencias. Para estas últimas frecuencias, en los restantes ensayos, se utiliza solo MG1, con una masa de 8.73 gramos. Mayor detalle en el apéndice D.2.

Segunda parte: Vaciado de la porción inferior, variando frecuencia

Tabla 4.4: Tiempos de vaciado [s] para la porción inferior del hopper, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p.

f [Hz]	$t_{v,sin}$ [s]	$t_{v,tri}$ [s]	$t_{v,squ}$ [s]
5	N/A	N/A	300.0
50	105.3	105.2	N/A
90	N/A	127.1	N/A
100	N/A	N/A	78.8
120	123.8	100.3	N/A
200	-	N/A	435.9

Los resultados obtenidos, en la tabla E.9 muestran que:

- Los vaciados para onda sinusoidal y triangular ocurren en tiempos similares, en el rango 50-120 Hz.
- La onda cuadrada vacía el hopper a muy bajas tasas en los extremos del rango de frecuencia, y a la mayor tasa registrada en la frecuencia intermedia de 100 Hz.
- No ocurre vaciado completo del hopper para la onda sinusoidal a 200 Hz.

Tercera parte: Vaciado por tramos

La tabla 4.5 resume los tiempos, medidos en segundos, para el descenso del material 1 por los tramos anteriormente señalados, dada una onda sinusoidal. El rango de frecuencia va entre 60 y 120 Hz. Las amplitudes *peak-to-peak* utilizadas son tres: 0.8, 1.2 y 1.6 mm.

Durante las pruebas se observa que:

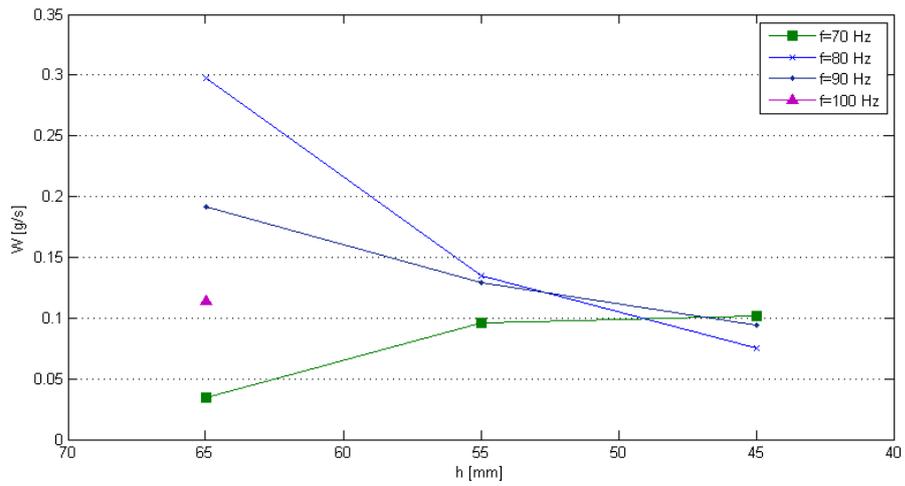
- A una frecuencia de 60 Hz y amplitud p-p de 0.8 mm, la altura inicial de material se mantiene estable durante todo el ensayo. Lo mismo ocurre para 110 Hz y 0.8 mm.
- A una frecuencia de 70 Hz y amplitud p-p de 0.8 mm, el tramo 3 solamente es completado en 8 mm.
- A una frecuencia de 70 Hz y amplitud p-p de 1.2 mm, solamente se completa el tramo 1. Luego, la salida de material se detiene.
- A una frecuencia de 80 Hz y amplitud p-p de 0.8 mm, se completa hasta la mitad del tramo 3.

Tabla 4.5: Tiempos de descenso [s] por tramos del material granular. Onda sinusoidal.

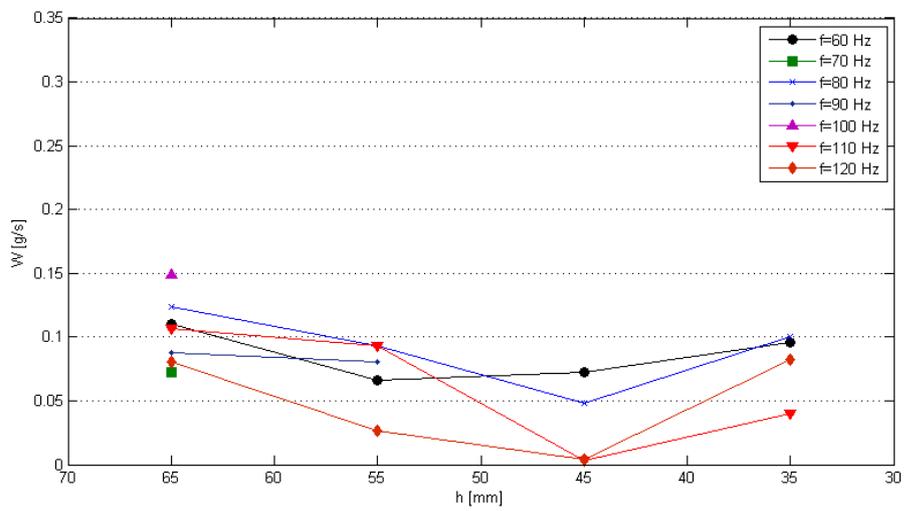
f [Hz]	A [mm]	Tramos			
		W_1	W_2	W_3	W_4
60	0.8	0	-	-	-
	1.2	27	45	38	24
	1.6	72	24	28	28
70	0.8	85	31	22	-
	1.2	41	-	-	-
	1.6	145	29	36	26
80	0.8	10	22	19	-
	1.2	24	32	57	23
	1.6	13.5	24	28.5	26
90	0.8	15.5	23	21	-
	1.2	34	26	-	-
	1.6	12	16	80	23
100	0.8	26	-	-	-
	1.2	10	-	-	-
	1.6	≥ 600	45	52	30
110	0.8	0	-	-	-
	1.2	28	32	792	58
	1.6	24	49	34	72
120	0.8	-	-	-	-
	1.2	37	112	650	28
	1.6	-	210	35	40

- A una frecuencia de 90 Hz y amplitud p-p de 0.8 mm, el tramo 3 solamente es completado en 7 mm.
- A una frecuencia de 90 Hz y amplitud p-p de 1.2 mm, el tramo 2 solamente es completado en 7 mm.
- A una frecuencia de 100 Hz y amplitud p-p de 0.8 mm, se completa únicamente el tramo 1.
- A una frecuencia de 100 Hz y amplitud p-p de 1.2 mm, el tramo 1 solamente es completado hasta la mitad (5 mm).

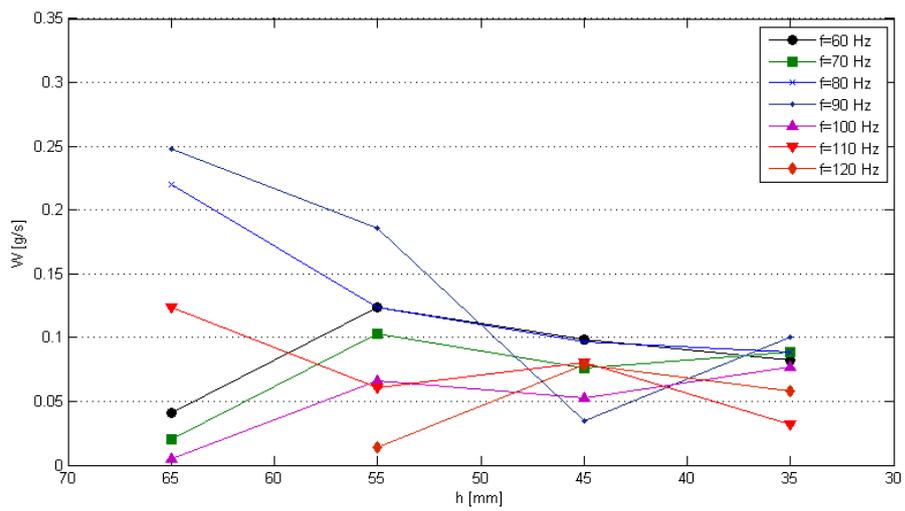
Reuniendo la información de la tabla 4.5 y las masas teóricas obtenidas con la ecuación D.1 (ver apéndice D.1), se pueden obtener los flujos máxicos (masa/tiempo) para cada caso. Estos valores se resumen en la tabla E.5. La figura 4.10 muestra el flujo máxico en función de la altura de material y de la frecuencia utilizada, para las tres amplitudes señaladas anteriormente. En el apéndice F se incluyen las figuras F.2 a F.5, que ilustran los resultados para cada tramo individual.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.10: Flujo másico granular en función de la altura de material y la frecuencia, para diferentes amplitudes *peak-to-peak*: (a) 0.8 mm, (b) 1.2 mm, (c) 1.6 mm.

4.2.3. Resumen

Primera y segunda parte

En base a los resultados resumidos en las tablas 4.2 y 4.3, y figuras 4.8 y 4.9, se observa que las amplitudes pequeñas (0.5 mm p-p) no completan la salida de material, independientemente de la frecuencia empleada. El único caso interesante para dicha amplitud se da a 110 Hz, donde gran parte del material es expulsado.

El mayor flujo másico obtenido se da para una frecuencia de 140 Hz y una amplitud de 1.5 mm p-p. En función de la amplitud usada, se observan tres casos distintos:

- Para frecuencias de hasta 90 Hz, el material demora más tiempo en salir a mayor amplitud.
- Entre los 100 y 120 Hz ocurre lo contrario al punto anterior, demorando más las amplitudes de 1 mm p-p.
- A frecuencias mayores (130 y 140 Hz), el menor tiempo de salida se obtiene a una amplitud p-p de 1.5 mm. El mayor tiempo, similarmente al punto anterior, se da a 1 mm p-p.

Respecto de las formas de onda utilizadas, se puede observar que:

- En función de la amplitud, la onda cuadrada es la que tarda más tiempo en vaciar el hopper, tardando aún más considerablemente a una amplitud de 2 mm p-p.
- Los tiempos de vaciado se van haciendo similares para la onda sinusoidal y triangular, a medida que aumenta la amplitud usada.
- En función de la frecuencia (tabla 4.4), las ondas sinusoidal y triangular se comportan de manera similar, mientras que la onda cuadrada vacía el hopper a muy bajas tasas en los extremos del rango de frecuencia, y a la mayor tasa registrada en la frecuencia intermedia de 100 Hz.

Tercera parte

Los menores tiempos de descarga obtenidos ocurren para las frecuencias medianas (80-90 Hz) y tramos altos de material (W_1). En cambio, para las frecuencias entre 110 y 120 Hz se obtienen los mayores tiempos de descarga, que superan los 10 minutos. En este último caso se han observado movimientos muy lentos entre los granos, lo que puede entenderse como mecanismos lentos de conducción y/o convección para llegar a mover la zona inferior.

Los valores para el flujo másico se ven disminuidos en los tramos inferiores, dados los tiempos iguales o mayores a los obtenidos en los tramos superiores y el menor volumen movido, debido al cambio de sección. Otro factor a considerar es la mayor presión de material que existe al estar más lleno el hopper, la que impediría la formación de atascos

(*jamming*).

Las amplitudes medias-bajas (0.8 mm p-p) permiten altas tasas de descarga en tramos iniciales, sin embargo, en tramos inferiores se estancan con facilidad. Esto explicaría los pocos datos obtenidos para descarga en estos últimos tramos. Por otro lado, las amplitudes altas (1.6 mm p-p) permiten una correcta descarga de material la mayoría de las veces.

Las tablas con los valores calculados de flujos máxicos, correspondientes a cada caso estudiado, pueden ser revisadas en el apéndice E.

4.3. Flujo convectivo al interior del recipiente

4.3.1. Metodología

El flujo convectivo se obtiene a partir de los ensayos descritos en la sección 4.2, en que se utiliza solamente la porción inferior, mediante la observación de MG2. La figura 4.11 esquematiza dicho tipo de ensayo, enfocado a la interacción entre materiales. Desde que se inicia el ensayo, el material 2 (en gris oscuro) toca la superficie inferior del hopper en un tiempo t_d . Dicho intervalo de tiempo es determinado a partir de la observación y cronometrado de los registros en video.

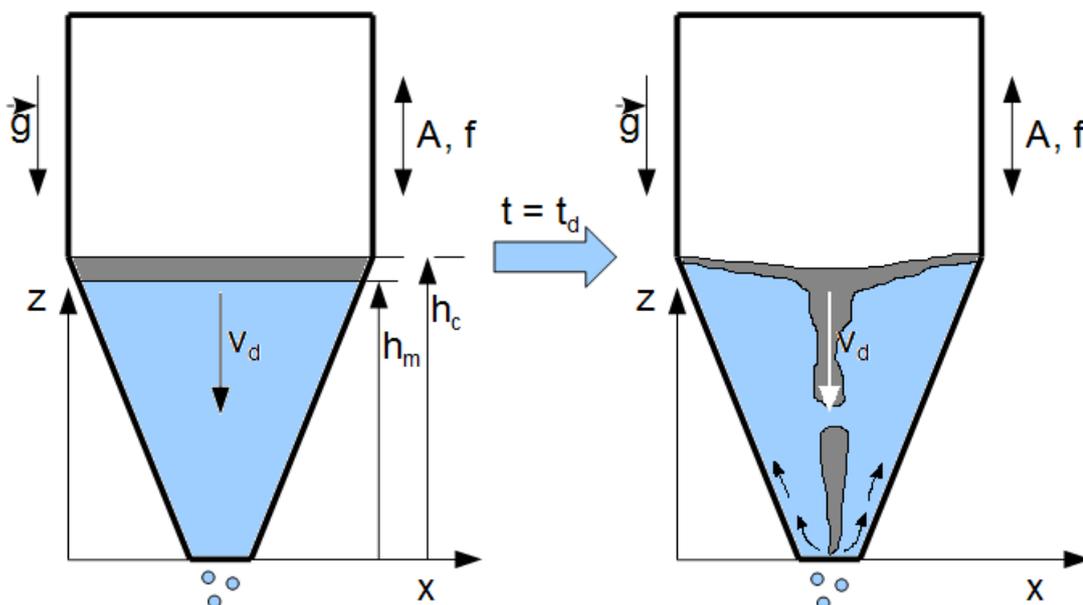


Figura 4.11: Esquema de un ensayo de vaciado inferior, con enfoque en el flujo convectivo. El tiempo que tarda el material 2 en bajar desde h_c hasta $h = 0$ es t_d .

4.3.2. Resultados

Tal como se conoce a partir de los antecedentes [14, 15, 16], se puede observar con claridad el flujo convectivo en ciclos al interior del recipiente, observación facilitada por el contraste entre los materiales granulares 1 y 2 (ver sección 2.3). Es decir, el material 2 desciende masivamente por el eje central del recipiente, ascendiendo por las paredes y mezclándose con el material 1 en su camino. A continuación se tratan los aspectos cuantitativos de los ensayos; luego se comentan los cualitativos.

Primera parte: Variando amplitud y frecuencia

Conociendo la diferencia de alturas entre el punto superior e inferior, se puede calcular la velocidad del descenso. Para este caso, el hopper es llenado hasta el punto h_c (ver figura 4.11). Desde el punto $h = 0$, la distancia recorrida por el material en su descenso, descontando el grosor de la pared inferior, es de 47 mm.

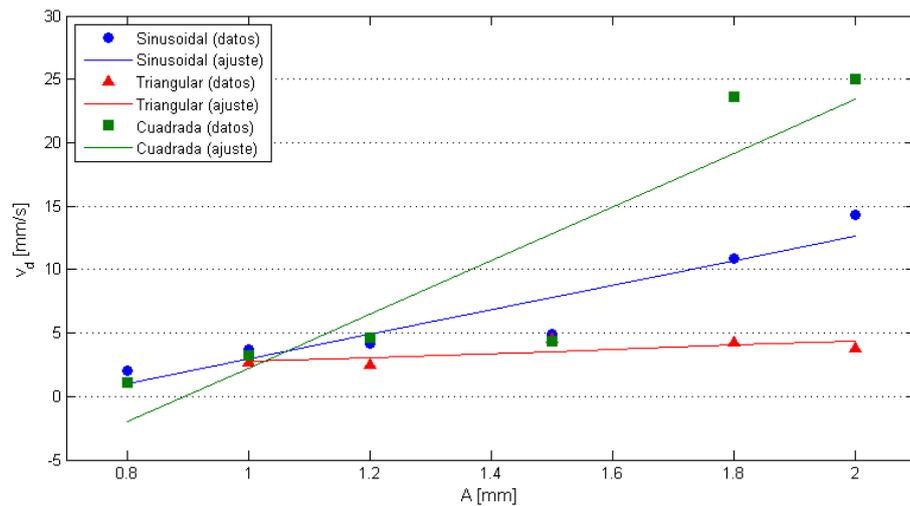


Figura 4.12: Datos y ajustes para la velocidad de descenso v_d de material 2, en función de la forma de onda y la amplitud.

La figura 4.12 muestra que a mayor amplitud, mayor es la velocidad del primer descenso de material 2, v_d .

Las tablas 4.6 y 4.7 muestran los tiempos de descenso masivo, t_d , obtenidos al comparar distintos casos. La primera se refiere sólo a los ensayos realizados para una onda sinusoidal de amplitud 2 mm p-p donde varía la frecuencia, mientras que la segunda refiere ensayos a una frecuencia fija de 80 Hz, pero con distintas amplitudes y formas de onda. La primera tabla además refiere las velocidades empíricas de descenso de material 2, v_d , y su diferencia con la velocidad del hopper v_h , la cual se calcula como

$$v_h = A[\text{mm}] \cdot f[\text{s}^{-1}] \quad (4.1)$$

y así, se obtiene la velocidad relativa,

$$v_r = v_h - v_d \quad (4.2)$$

Por último, la tabla 4.8 muestra los tiempos y velocidades del primer descenso de material 2, obtenidos en ensayos realizados para alturas iniciales h_i , tal como en los ensayos de vaciado por tramos (ver sección 4.2, tercera parte); por lo tanto, distancias recorridas de 67 mm. Estas mediciones se realizan con el fin de comparar con los ensayos en que se utiliza la porción inferior únicamente.

Tabla 4.6: Tiempos y velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes frecuencias; velocidad del hopper y velocidad relativa entre ambos, en mm/s; en función de la frecuencia. Onda sinusoidal, amplitud de 2 mm p-p.

f [Hz]	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
t_d [s]	4.30	3.32	2.48	2.58	3.28	7.43	8.78	13.00	14.18	18.90	18.37
v_d [mm/s]	10.93	14.18	18.99	18.25	14.35	6.33	5.36	3.62	3.32	2.49	2.56
v_h [mm/s]	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
v_r [mm/s]	69.07	85.82	101.01	121.75	145.65	173.67	194.64	216.38	236.68	257.51	277.44

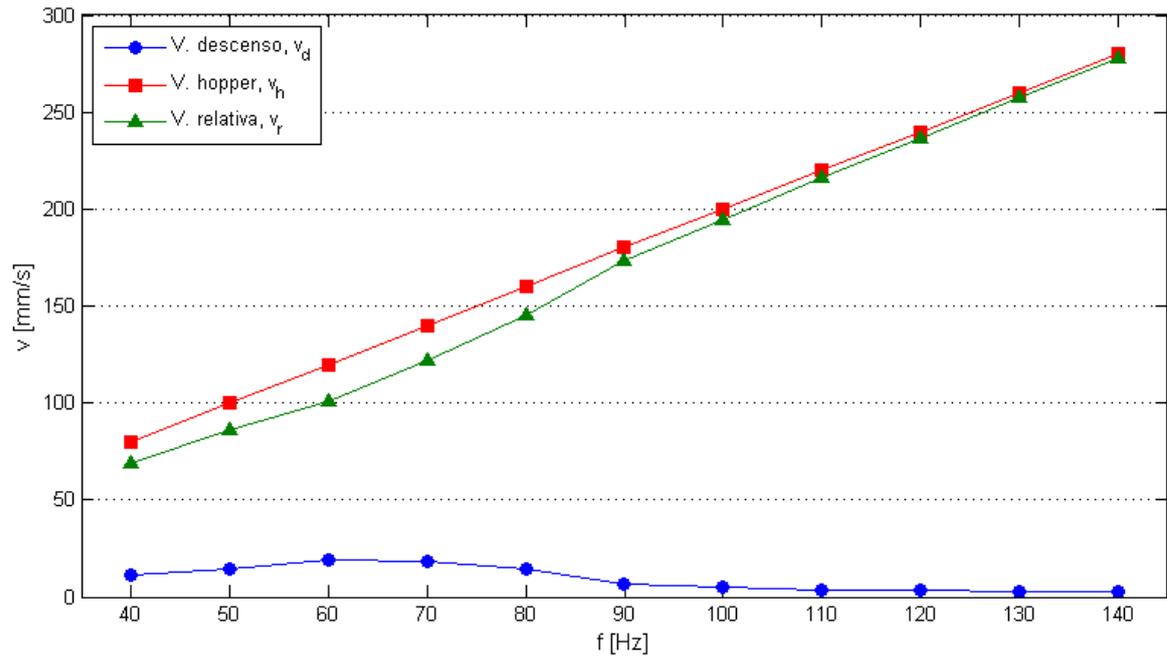


Figura 4.13: Velocidad del primer descenso para el material granular 2, velocidad del hopper y velocidad relativa entre ambos, en mm/s; en función de la frecuencia. Onda sinusoidal, amplitud 2 mm p-p.

La figura 4.13 ilustra las velocidades obtenidas a partir de la tabla 4.6, en función de la frecuencia. En general, se puede aproximar v_r en los siguientes casos:

$$v_r = \begin{cases} v_h - v_d & \text{si } f < 100 \text{ [Hz]} \\ \approx v_h & \text{si } f > 100 \text{ [Hz]} \end{cases}$$

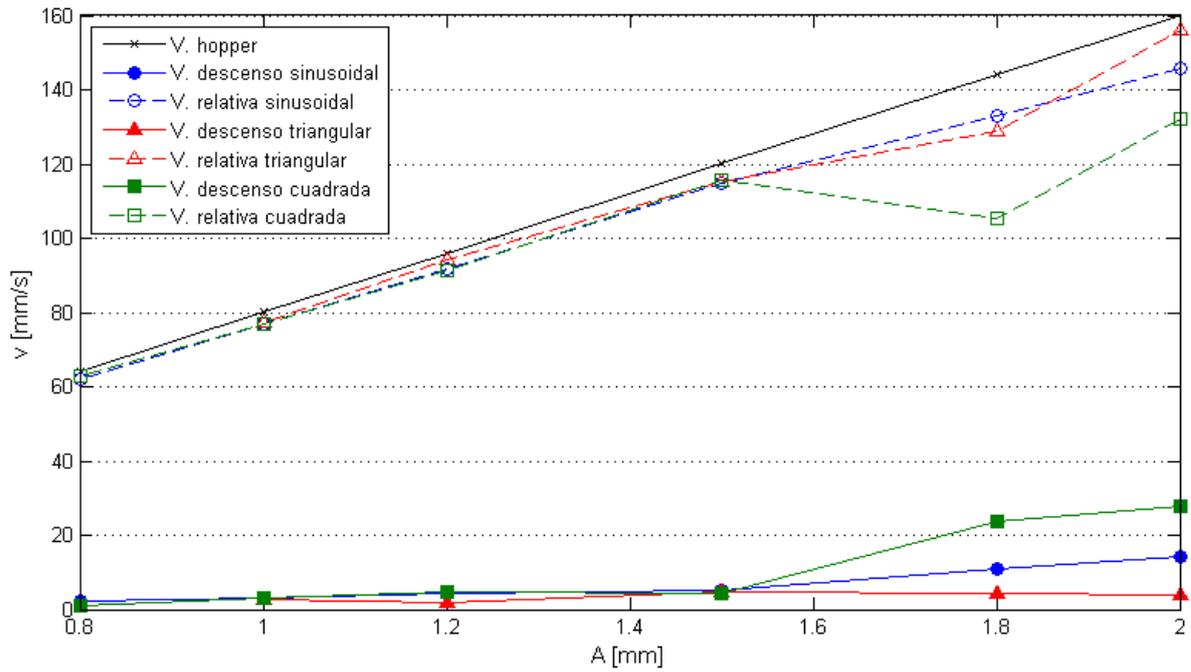


Figura 4.14: Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda, y su valor relativo respecto a la velocidad del hopper. Frecuencia de 80 Hz.

La figura 4.14 ilustra las velocidades relativas para las tres formas de onda estudiadas, en función de la amplitud. Se observa que:

- Para amplitudes de hasta aproximadamente 1.5 mm p-p, las velocidades son similares para las tres formas de onda.
- Para amplitudes de 1.8 y 2 mm p-p, la velocidad relativa para la onda cuadrada, $v_{r,squ}$, es notoriamente menor que para las otras dos ondas, sobre todo en el primer caso (1.8 mm).

Tabla 4.7: Tiempos del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda. Frecuencia de 80 Hz.

A [mm]	$t_{d,sin}$ [s]	$t_{d,tri}$ [s]	$t_{d,squ}$ [s]
0.5	-	-	-
0.8	23.06	-	42.15
1.0	12.58	17.57	14.56
1.2	11.48	18.72	10.05
1.5	9.64	10.26	10.05
1.8	4.33	11.07	1.99
2.0	3.28	12.43	1.88

Tabla 4.8: Tiempos del primer descenso para el material granular 2, a una altura inicial h_i . Onda sinusoidal.

f [Hz]	A [mm]	t_d [s]
80	0.8	54
	1.6	31
90	0.8	50
	1.6	30

Tabla 4.9: Tiempos del primer descenso para el material granular 2, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p.

f [Hz]	$t_{d,sin}$ [s]	$t_{d,tri}$ [s]	$t_{d,squ}$ [s]
5	N/A	N/A	53.3
50	8.9	13.4	N/A
90	N/A	13.5	N/A
100	N/A	N/A	9.5
120	32.4	26.4	N/A
200	23.6	N/A	27.0

Segunda parte: Variando frecuencia

A partir de los resultados obtenidos para este ensayo, mostrados en la tabla 4.9, se puede observar que:

- Para frecuencias en un rango intermedio (50-100 Hz), el descenso es más rápido que a frecuencias extremas. En particular, la onda cuadrada a 5 Hz es, por lejos, la que más tiempo demora, con una velocidad menor a 1/5 de la más rápida.
- No se observa un patrón comparativo entre las formas de onda, excepto que la onda triangular es la que muestra valores más bien moderados respecto de las otras dos formas de onda.

Observaciones y aspectos cualitativos

A partir de los ensayos realizados, se ha logrado observar distintos tipos de flujo convectivo, los que son mostrados en las figuras 4.15 a 4.20.

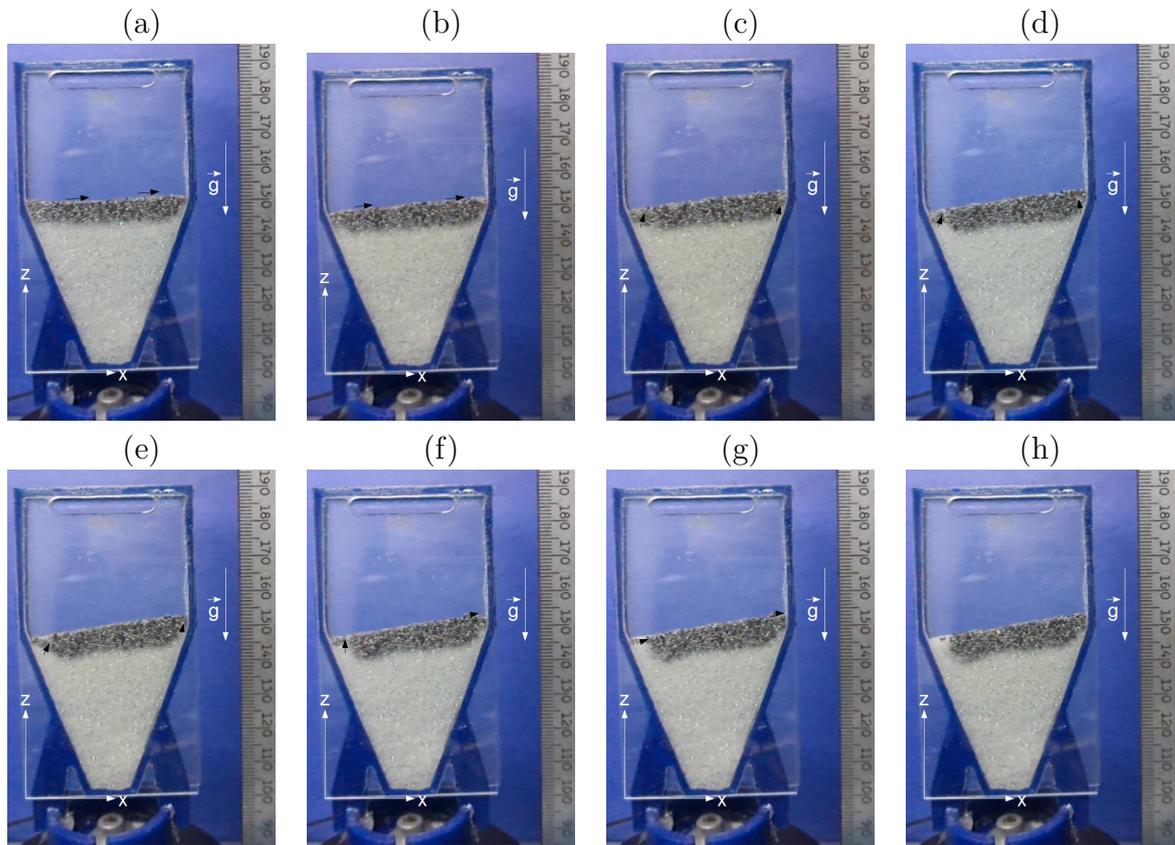


Figura 4.15: Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda triangular a una frecuencia de 100 Hz y amplitud de 0.5 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 45$ s, (c) $t = 90$ s, (d) $t = 135$ s, (e) $t = 175$ s, (f) $t = 195$ s, (g) $t = 235$ s, (h) $t = 275$ s.

La figura 4.15 corresponde a una secuencia de imágenes de un ensayo para onda triangular, a una frecuencia de 100 Hz y amplitud de 0.5 mm p-p. Se observa un flujo convectivo que mezcla escasamente el material 2 y el material 1. No existe salida de material por medio del orificio inferior del hopper y, por lo tanto, no ocurre el movimiento en forma de V observado por Steingart y Evans [12].

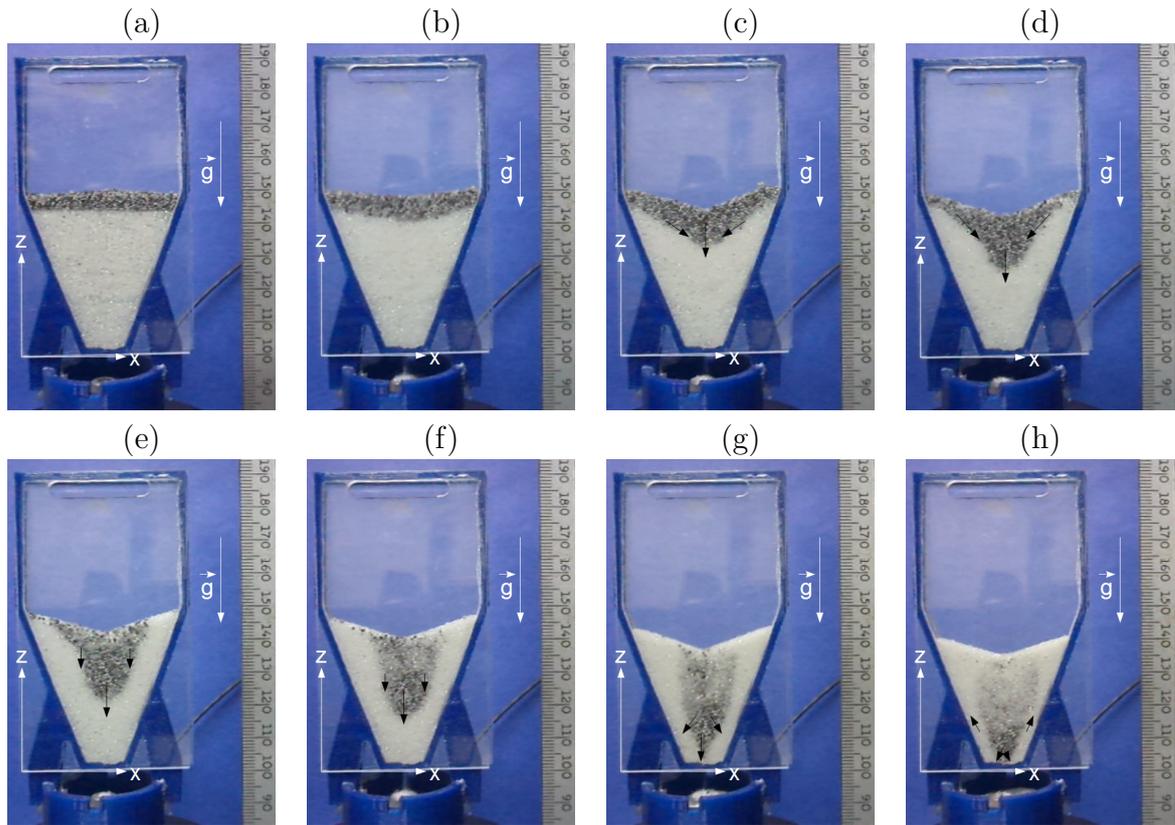


Figura 4.16: Secuencia fotográfica del flujo convectivo para el ensayo con onda cuadrada a una frecuencia de 5 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 3$ s, (c) $t = 10$ s, (d) $t = 17$ s, (e) $t = 26$ s, (f) $t = 42$ s, (g) $t = 53$ s, (h) $t = 80$ s.

Para el ensayo con onda cuadrada a frecuencia de 5 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p (ver figura 4.16), el descenso de material es lento y con poca difusión. El material toca fondo a los 53.3 segundos de iniciado el ensayo (letra (g) de la figura 4.16); sin embargo, como muestra la letra (h) de la secuencia, en $t = 80$ s, el material 2 no continúa el ciclo convectivo hacia arriba.

En el ensayo con onda sinusoidal, a frecuencia de 60 Hz y amplitud de 2 mm p-p (ver secuencia en figura 4.17), el descenso convectivo ocurre de manera muy rápida (tocando fondo a los 2.48 s) y con escasa difusión. La letra (e) de la secuencia muestra cómo, tras tocar la pared inferior, el material 2 continúa el ciclo de flujo por las paredes, junto a los ‘brazos’ de material que se forman por sobre el centroide de éste.

La secuencia de imágenes en la figura 4.18 corresponde a un ensayo con onda sinusoidal, a una frecuencia de 50 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p.

- En este caso, el primer descenso de material 2 es moderado a rápido (tarda 8.9 segundos), exhibiendo una importante difusión en el instante en que el material toca fondo. Esto puede deberse al desplazamiento del material 2, no sólo en dirección vertical (eje z) o hacia los costados del hopper (eje x), sino que también hacia la pared trasera de este (eje y).

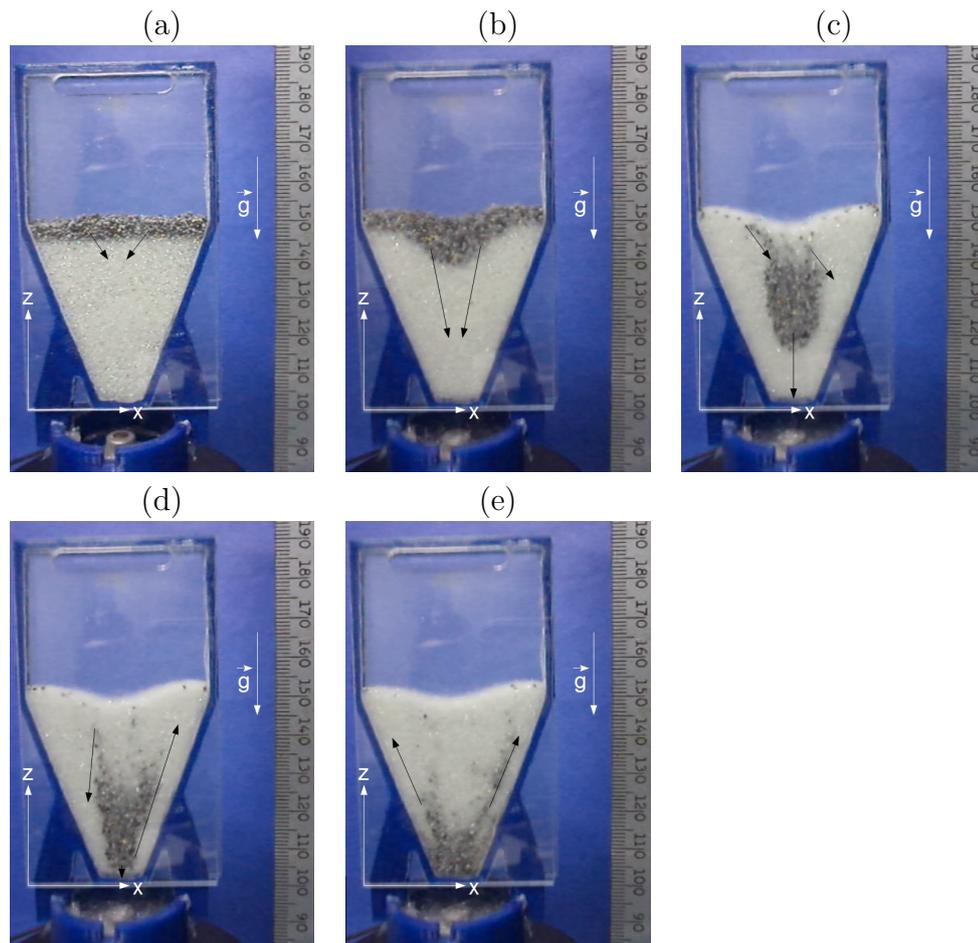


Figura 4.17: Secuencia de imágenes correspondiente a los primeros 3.3 segundos de un ensayo con onda sinusoidal, a una frecuencia de 60 Hz y amplitud de 2 mm p-p. (a) $t=0.0$ s; (b) $t=0.3$ s; (c) $t=1.0$ s; (d) $t=2.5$ s; (e) $t=3.3$ s.

- Las imágenes (f) y (g) ilustran el ciclo de flujo convectivo una vez que el material 2 asciende por las paredes, llegando nuevamente a la superficie superior.
- Nótese que, incluso antes del descenso de material 2, hay una porción de material (los ‘brazos’ mencionados en la figura 4.17) que se encuentra en ascenso.

El ensayo con onda triangular, a frecuencia de 150 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p (ver secuencia en figura 4.19) permite observar el flujo convectivo, pero sin descenso hacia la cara inferior del hopper. El material 2 aparentemente se estanca en un nivel equivalente a $h_c/2$. Se puede notar que:

- A partir del ensayo de barrido de frecuencias (ver tabla 4.1), se obtiene un valor máximo de frecuencia de salida, para onda triangular y amplitud de 1.2 mm p-p, de 159.8 Hz. Dado que el valor 150 Hz es cercano a dicho límite superior, se puede establecer una relación al respecto: a mayor cercanía a los límites del ancho de banda, es mayor la probabilidad de formación de atascos (*jamming*) y, por lo tanto, menor el movimiento de gránulos en la zona cercana a la pared inferior; así, la difusión de material 2 no logra sobrepasar el material ‘quieto’.

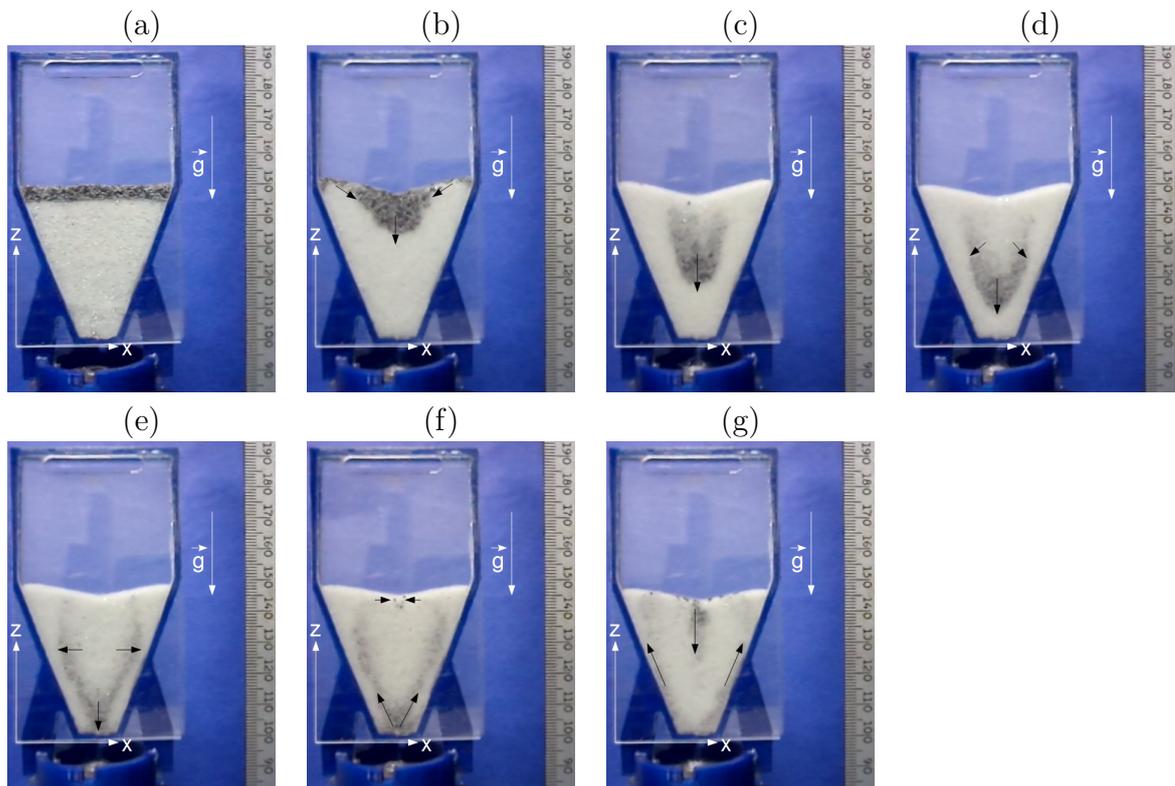


Figura 4.18: Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda sinusoidal a una frecuencia de 50 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 1$ s, (c) $t = 3$ s, (d) $t = 5$ s, (e) $t = 9$ s, (f) $t = 10$ s, (g) $t = 16$ s.

- Dado que la frecuencia utilizada es mayor dentro de un rango ‘útil’ para la onda triangular, sí se observa difusión de material 2, a diferencia de lo observado en la figura 4.15.

La figura 4.20 corresponde a una secuencia de fotografías tomadas al flujo convectivo para oscilación sinusoidal, a una frecuencia de 90 Hz y amplitud de 1.6 mm p-p. Este ensayo es realizado con una altura inicial de material h_i , como la utilizada en los ensayos de vaciado por tramos (ver sección 4.2, tercera parte), con el fin de observar patrones de flujo que solamente se aprecian a mayores niveles. A partir de esta secuencia de imágenes, se puede notar que:

- A los 5 segundos de comenzado el ensayo, el material granular 2 ya se encuentra en un estado difuso, similar a lo ocurrido en el ensayo ilustrado en la figura 4.18.
- Debido a la difusión de material 2 en el material 1, se observa un descenso relativamente lento del material 2 hacia la pared inferior del hopper. Tanto la forma de onda como la profundidad del hopper (dada por el eje y) son factores influyentes.
- El descenso lento de material 2 es acompañado de un flujo lateral. En el momento que el material 2 toca la pared inferior, la fase es altamente difusa.
- Se logra observar, en la zona superior y hacia ambas paredes laterales del hopper, dos pequeños flujos circulares que descienden por la pared; es decir, en el sentido opuesto al observado en la mayor parte del sistema. Esto refleja de manera satisfactoria lo

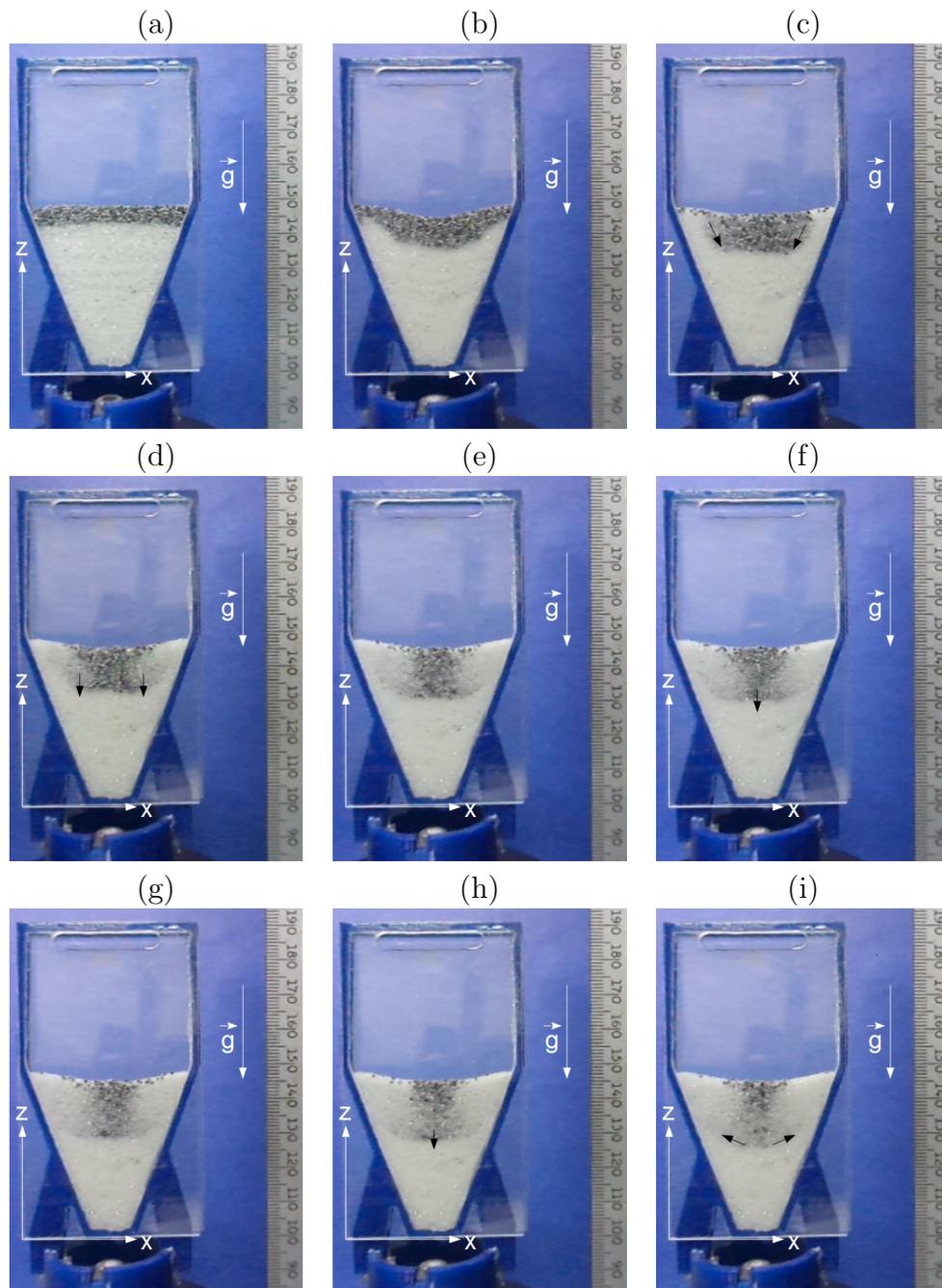


Figura 4.19: Secuencia fotográfica del flujo convectivo para un ensayo con onda triangular a una frecuencia de 150 Hz y amplitud de 1.2 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 4$ s, (c) $t = 12$ s, (d) $t = 25$ s, (e) $t = 45$ s, (f) $t = 70$ s, (g) $t = 150$ s, (h) $t = 190$ s, (i) $t = 335$ s.

conocido a partir de los antecedentes (ver sección 2.3 y subsección 2.7.3). Estos círculos se pueden observar hasta pasados los 30 segundos de comenzado el ensayo; luego de esto, el material 2 se encuentra altamente difuso en el material 1.

- El material de la zona inferior tiende a permanecer en esta área, observándose el flujo convectivo en la zona indicada por la letra (i) de la figura 4.20.

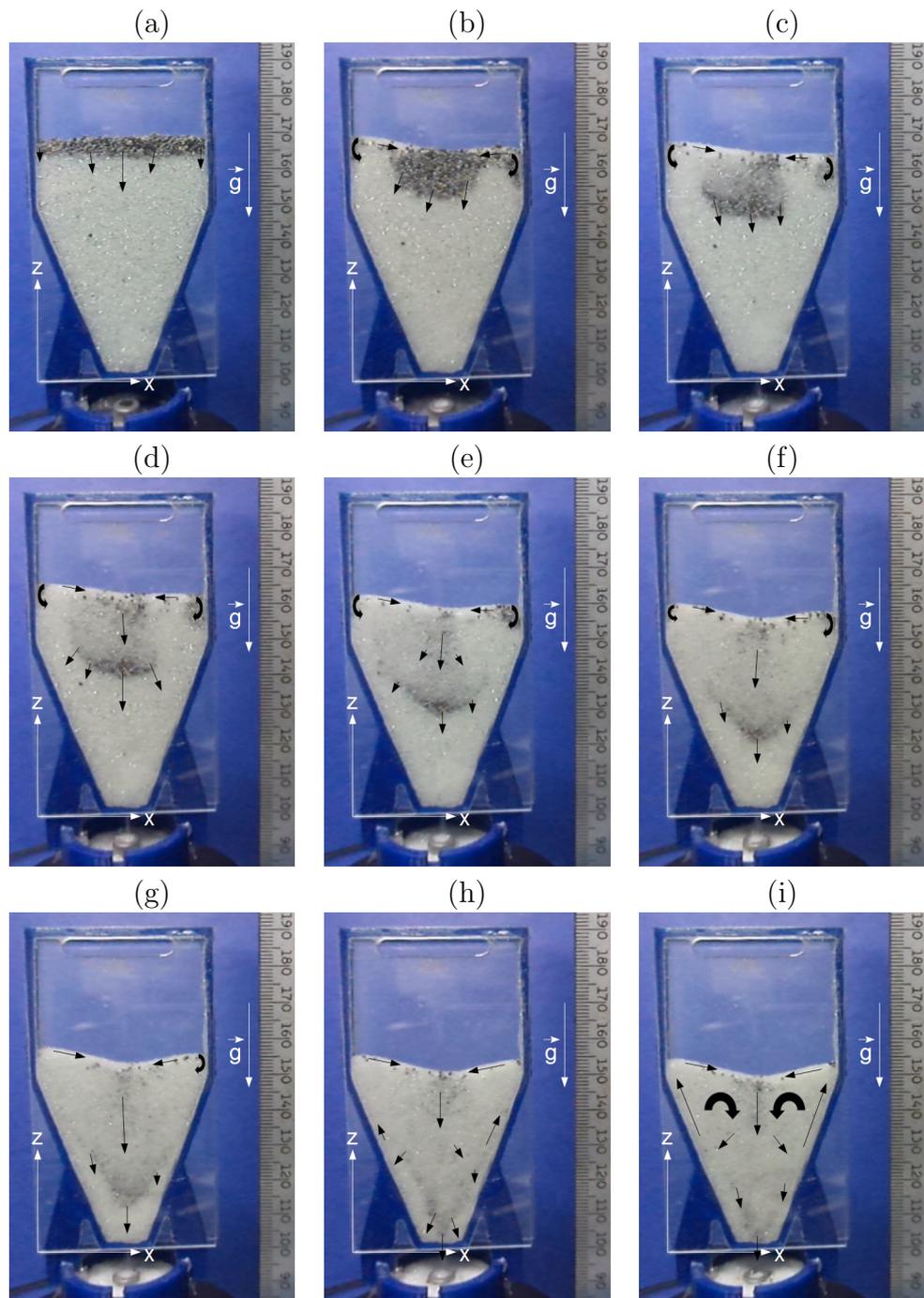


Figura 4.20: Secuencia de imágenes para los primeros 55 segundos de un ensayo con onda sinusoidal, a una frecuencia de 90 Hz y amplitud de 1.6 mm p-p. (a) $t = 0$ s, (b) $t = 2$ s, (c) $t = 5$ s, (d) $t = 10$ s, (e) $t = 18$ s, (f) $t = 25$ s, (g) $t = 33$ s, (h) $t = 39$ s, (i) $t = 55$ s.

Resumen

En resumen, respecto del flujo convectivo y descenso masivo del material 2, se puede ver que:

- El descenso toma más tiempo a mayor llenado del recipiente.
- El descenso toma, en general, menos tiempo a mayor amplitud.
- Para amplitudes pequeñas ocurre una difusión lenta del material 2, sin pasar de la mitad hacia abajo. Algo similar ocurre para frecuencias cercanas a los extremos del ancho de banda.
- A una amplitud de 0.5 mm p-p, para la onda triangular, la fase de material 2 presenta una nula difusión convectiva en el material 1. Las restantes formas de onda sí manifiestan difusión convectiva entre ambas fases a la misma amplitud.
- La onda triangular es la más lenta de las tres formas de onda, a frecuencia fija. Para amplitudes intermedias (1 mm p-p) los tiempos obtenidos para la onda sinusoidal y la cuadrada son similares; a 2 mm de amplitud p-p, la cuadrada es más rápida.
- Las ondas sinusoidal y cuadrada ven sus tiempos de descenso notoriamente disminuidos conforme aumenta la amplitud de oscilación, sobre todo entre 1.5 y 2 mm p-p; no así la onda triangular, que incluso aumenta su tiempo en dicho intervalo de amplitudes.
- El menor tiempo se obtiene, en onda sinusoidal, para una frecuencia de 60 Hz (2.48 segundos). Para frecuencias menores es levemente mayor, pero a frecuencias superiores a los 100 Hz se obtienen tiempos significativamente mayores, de entre 13 y 20 segundos. Esta relación se confirma en ondas como la cuadrada, donde valores extremos como 5 y 200 Hz presentan un descenso muy lento en comparación con frecuencias moderadas.
- A igual amplitud, se obtienen menores tiempos a frecuencias dentro de un rango intermedio (50-100 Hz). En este caso, no se obtiene un patrón comparativo entre formas de onda.

Para alturas de llenado por sobre el punto en que cambia el ángulo de pared, h_c , se observa la formación de pequeñas regiones convectivas circulares en ambas paredes laterales en las zonas cercanas a la superficie de material (interfase aire/granos). El cambio en la geometría del hopper puede producir dichas regiones de convección, dado que, tal como se conoce de los antecedentes por [3] (ver subsección 2.7.3), al vibrar un recipiente con geometría tipo hopper (paredes verticales que en su parte superior e inclinadas hacia el interior en su parte inferior), se manifiestan flujos convectivos en ambos sentidos conocidos, obteniéndose una forma similar a una letra M; por lo tanto, estas regiones circulares pueden representar el cambio de sentido en la porción superior del material.

En general, se puede clasificar el flujo convectivo en base a dos criterios:

- Velocidad de descenso, dependiente de los parámetros como ya se ha comentado: Nula, lenta, media, rápida.
- Grado de difusión, relacionado con la velocidad del flujo de descenso; a mayor velocidad, en general se aprecia menor difusión.

4.4. Comportamiento de una esfera metálica en el material granular 1

4.4.1. Metodología

Para este tipo de ensayo se utiliza una esfera metálica de las características que se listan a continuación:

- Diámetro: 3 mm.
- Densidad: $7.7738 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}^3$.

La densidad de la esfera se obtiene de manera empírica, para mayor detalle revisar el apéndice C.

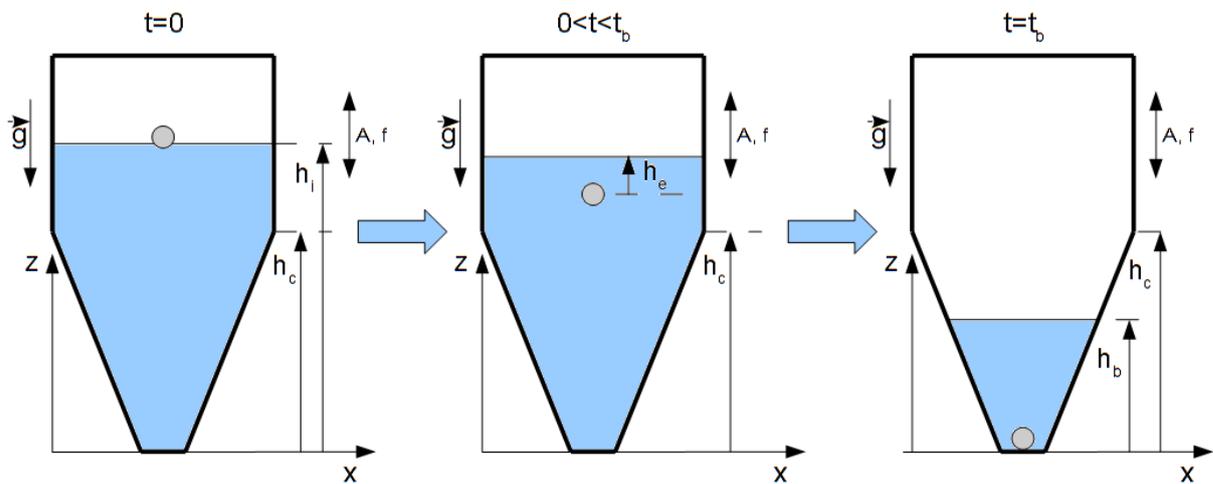


Figura 4.21: Esquema de un ensayo con esfera metálica. La esfera se ha dibujado más grande que en la realidad para efectos ilustrativos.

Los pasos a seguir para un ensayo son:

1. Llenado del hopper con material 1, hasta la altura h_i , mostrada en la figura 4.21. Luego se coloca la esfera metálica sobre el material.
2. Determinación y ajuste de los parámetros del experimento en el generador de funciones. Se fija la frecuencia, amplitud *peak-to-peak* y forma de onda.
 - Rango de frecuencias depende de la forma de onda:
 - Sinusoidal: 10, 50, 100 y 200 Hz.
 - Triangular: 50, 100, 120, 150 y 200 Hz.
 - Cuadrada: 0.5, 10, 50, 100 y 200 Hz.
 - Amplitud de onda de 1.2 mm p-p.
3. Regulación del valor medio de la amplitud, a un valor cercano a cero.

4. Enfoque de la cámara hacia el hopper.
5. Inicio del registro visual (video).
6. Encendido de la fuente de poder e inicio de la vibración.
7. El ensayo se considera finalizado cuando el recipiente se vacie o la esfera bloquee el orificio de salida, lo que ocurra primero. La altura final de material 1 se denomina h_b .
8. Apagado de la fuente de poder.
9. Fin del registro visual.
10. Determinación del comportamiento y tiempos relevantes mediante observación del registro visual.

4.4.2. Resultados

La tabla 4.10 resume las observaciones realizadas durante este tipo de ensayo.

Tabla 4.10: Observaciones del comportamiento de la esfera metálica y el material granular 1, en función de la frecuencia f y la forma de onda.

Criterio	Onda	f [Hz]						
		0.5	10	50	100	120	150	200
Descenso de la esfera al interior de MG1	Sinusoidal	N/A	no	sí	sí	N/A	N/A	sí
	Triangular	N/A	N/A	sí	sí	sí	no	no
	Cuadrada	sí	sí	sí	sí	N/A	N/A	sí
Profundidad de descenso, h_e [mm]	Sinusoidal	N/A	N/A	4	4	N/A	N/A	8
	Triangular	N/A	N/A	8	8	8	N/A	N/A
	Cuadrada	47	47	2	4	N/A	N/A	4
Esfera en flujo convectivo	Sinusoidal	N/A	N/A	sí	sí	N/A	N/A	no
	Triangular	N/A	N/A	no	no	sí	N/A	N/A
	Cuadrada	no	no	sí	no	N/A	N/A	no
Esfera toca fondo, bloqueando salida de material	Sinusoidal	N/A	N/A	sí	sí	N/A	N/A	no
	Triangular	N/A	N/A	no	no	no	no	no
	Cuadrada	sí	sí	sí	sí	N/A	N/A	sí
Tiempo de descenso, t_b [s]	Sinusoidal	N/A	N/A	139	707	N/A	N/A	600
	Triangular	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	Cuadrada	200	450	77	186	N/A	N/A	725
Salida de MG1	Sinusoidal	N/A	no	sí	sí	N/A	N/A	poco
	Triangular	N/A	N/A	poco	sí	no	no	no
	Cuadrada	sí	sí	sí	sí	N/A	N/A	sí
Altura final de MG1, h_b [mm]	Sinusoidal	N/A	67.75	19	12.5	N/A	N/A	52.5
	Triangular	N/A	N/A	64	56	62.5	62.5	62
	Cuadrada	41	37.5	39	16.5	N/A	N/A	37

La tabla 4.10 se puede interpretar como sigue:

- La esfera metálica, en la mayoría de los casos, se desplaza hacia el interior del material granular 1; con excepción de la onda sinusoidal a bajas frecuencias y la triangular a frecuencias mayores a 120 Hz. Se debe considerar que la densidad de la esfera es cerca de 3 veces la densidad del material 1.
- Para la onda cuadrada a bajas frecuencias, la esfera desciende a velocidad aproximadamente constante al fondo del hopper. Para el resto de casos, la esfera permanece durante la mayor parte del ensayo a una profundidad máxima de 2 espesores (8 mm).
- En unos pocos casos se logra observar la participación de la esfera en el flujo convectivo de material; esto se manifiesta mediante el descenso por el eje central y el posterior ascenso por alguna de las paredes.
- La esfera desciende hasta el fondo del hopper, bloqueando el flujo de salida del material. Excepciones: Onda triangular en todos los casos, onda sinusoidal a 200 Hz.
- El tiempo total de descenso de la esfera no muestra un patrón claro con respecto a la frecuencia empleada.
- El MG1 sale para todos los ensayos de onda cuadrada. En el caso de la onda triangular, casi no ocurre salida de material.
- En general, para frecuencias intermedias, el volumen de material expulsado durante el ensayo es mayor.

4.5. Comparación con trabajos anteriores

4.5.1. Respecto del ajuste de Beverloo

En la sección 2.2 se abordó la ecuación de Beverloo para flujos másicos en reposo (ver ecuación 2.7), la que fue replanteada más tarde en el trabajo de Mankoc *et al.* (2007).

Para el montaje utilizado en el presente trabajo, las relaciones R_d entre el diámetro de salida y el tamaño de grano son de valor pequeño (5.935 para MG1 y 1.923 para MG2), por lo que basta con utilizar el ajuste de la ecuación 2.16. Además se conoce el valor del flujo másico en reposo para el montaje, que es de 0.0782 g/s.

Así, para MG1 se tiene que

$$\begin{aligned}
 W_b &= 50.5(R_d - 1.16)^{5/2} \\
 &= 50.5(5.935 - 1.16)^{5/2} \\
 &= 2516.08[\text{gránulos/s}]
 \end{aligned}$$

Luego, con un diámetro promedio para MG1 de 0.337 mm, y una densidad de $2.651 \cdot 10^{-3}$ g/mm³ (a partir de los datos de la tabla 3.1), se conoce la masa para un gránulo individual,

$$\begin{aligned}
m_b &= \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \\
&= 2.651 \cdot 10^{-3}[\text{g}/\text{mm}^3] \cdot 2.004 \cdot 10^{-2}[\text{mm}^3] \\
&= 5.3 \cdot 10^{-5}[\text{g}]
\end{aligned}$$

Luego, el flujo másico de descarga en reposo, según la teoría, es

$$\begin{aligned}
W_0 &= W_b \cdot m_b \\
&= 2516.08[\text{gránulos}/\text{s}] \cdot 5.3 \cdot 10^{-5}[\text{g}] \\
&= 0.133666[\text{g}/\text{s}]
\end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor teórico es aproximadamente el doble del obtenido experimentalmente. Esto se puede explicar, considerando la formación de atascos de material que entorpecen la salida de este.

4.5.2. Respecto de los antecedentes directos

A partir de lo conocido en el capítulo de Antecedentes, los trabajos de Wassgren *et al.* y Chen *et al.* interpretan sus resultados no sólo en base a la amplitud y frecuencia de la oscilación aplicada, sino que, también, en base a las aceleraciones y velocidades, particularmente los valores adimensionales mostrados en las ecuaciones 2.31 y 2.32; además, Wassgren *et al.* comparan sus resultados para diferentes valores de la aceleración del sistema, medida en múltiplos de la aceleración gravitacional g .

Se debe notar que para una correcta comparación entre los resultados del presente trabajo y los obtenidos en los artículos ya mencionados, se deben calcular las amplitudes adimensionales mencionadas en el párrafo anterior. Debido a las dificultades para incorporar un acelerómetro al montaje experimental, se recurre al valor dado por el fabricante del shaker [31] para el *peak* de aceleración, ilustrado en la figura 3.5 y la ecuación 3.4.

Entonces, se tiene para el valor adimensional Γ ,

$$\Gamma = \frac{a\omega^2}{g} = \frac{ag(2\pi f)^2}{g} = 4a(\pi f)^2$$

En la subsección 4.5.1 se menciona el ‘flujo cero’ obtenido empíricamente, $W_0=0.0782$ g/s; con lo cual se puede elaborar el gráfico para la descarga (flujo normalizado) de la porción inferior del hopper, mostrado en la figura 4.8, originando la figura 4.22. Los valores calculados de Γ se pueden revisar en la tabla E.10.

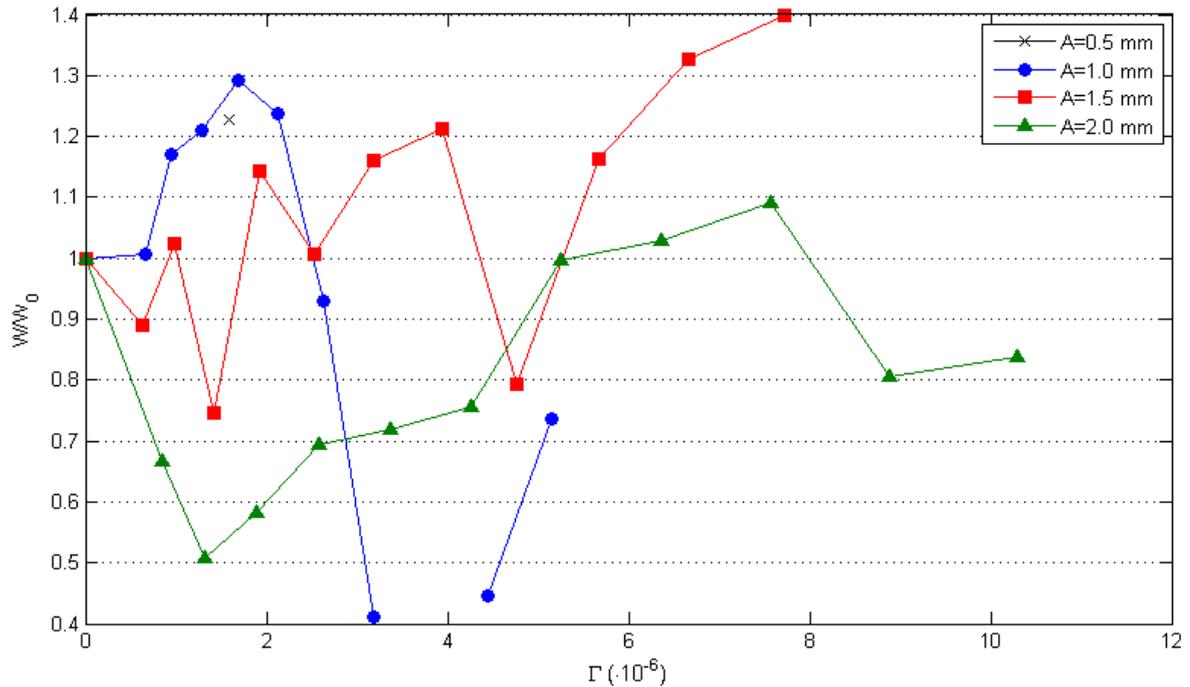


Figura 4.22: Flujo másico normalizado, W/W_0 , versus la aceleración adimensional Γ (valor de Γ multiplicado por 10^{-6}). Onda sinusoidal.

Al comparar con las curvas conocidas de los antecedentes directos (ver figura 2.13, se observa lo siguiente:

- Solamente la curva para la amplitud de 2 mm p-p replica la forma obtenida anteriormente, es decir, que apenas supera el valor 1 para el flujo normalizado.
- La curva para $A = 1$ mm p-p puede aproximarse a las curvas de Wassgren *et al.* aunque, para bajos valores de Γ , el flujo normalizado supera con creces el valor 1.2.
- La curva para $A=1.5$ mm p-p muestra oscilaciones importantes respecto del flujo normalizado unitario, por lo que no cumple con los antecedentes.
- $A=0.5$ mm p-p presenta solamente un dato, por lo que no se pueden sacar conclusiones al respecto. Sí se puede observar el alto valor que este dato presenta, con respecto al flujo normalizado unitario.
- Los valores trabajados para Γ resultan ser sumamente altos, en comparación con los observados en los antecedentes (nótese el orden de magnitud). Es por este motivo que no se ha realizado la superposición de los gráficos para ambos casos.
- No se realiza una comparación con el gráfico obtenido por Chen *et al.*, ya que este último se basa en Γ constante, condición que no fue utilizada en el presente trabajo.

4.6. Dificultades y aspectos a considerar para trabajos futuros

En el presente trabajo se deben mencionar algunos aspectos que constituyen fuentes de error para las mediciones:

- El generador de funciones utilizado en el montaje presenta en repetidas ocasiones una señal alterada, mayormente respecto de la amplitud programada. En algunos casos se llega a observar, durante algunos segundos, excedentes de hasta 100 mV p-p nominales (por tanto 0.2 mm en desplazamiento) en la señal leída por el osciloscopio. En las mediciones que toman mayor cantidad de tiempo se observa que esta alteración es más bien un estado transiente que puede durar minutos.
- A pesar de que se rediseñó el hopper antes de su construcción definitiva (tal como se describe en el capítulo 3), éste presenta asimetrías que pueden haber sido producidas por problemas durante la impresión 3D, o bien, por el pegamento utilizado para unir los nervios del hopper con el recipiente auxiliar. La asimetría se hace notar en algunos ensayos, donde, por ejemplo, se adelanta una región de flujo convectivo con respecto a la otra. Podría haberse seguido iterando en el diseño del hopper, pero por razones de tiempo no se hizo.
- Otro factor que se puede considerar para el error en los ensayos es la formación de atascos (*jamming*) que ocurre a menudo en los distintos tipos de ensayos.
- Además, se debe considerar el efecto electrostático entre las paredes plásticas y los materiales granulares, el cual impide la salida completa del material, ya que algunos gránulos permanecen adheridos a las superficies a pesar de la vibración impuesta al sistema.

Dado el límite de tiempo del trabajo, entre otros asuntos surgidos durante la realización, se recomienda abordar los siguientes temas para un futuro trabajo:

- Mejora del modelo de hopper, con un diseño que permita fácilmente medir la masa de material en el recipiente auxiliar.
- Seguimiento de partículas mediante una correcta implementación del método PIV, incluyendo una cámara con mejor calidad, como por ejemplo, del tipo CCD; además de una mejor iluminación en el lugar de trabajo.
- Implementación de un acelerómetro en el montaje experimental, lo que permitirá un mejor análisis de los datos obtenidos en función de los parámetros adimensionales definidos en la sección 2.7.
- Caracterización de las curvas en la interfase aire-granos, en función de la frecuencia. La medición puede ser hecha a través de PIV con un barrido de frecuencia. Para la realización de mediciones por intervalos prolongados de tiempo, se puede cerrar el orificio de salida.

Capítulo 5

Conclusiones

El presente trabajo de título tuvo como objetivo estudiar experimentalmente el comportamiento de medios granulares caracterizables al salir de un recipiente con una abertura en su cara inferior, bajo distintos regímenes de forzamiento externo, en base a lo conocido de trabajos anteriores. Respecto a los puntos abordados en esta memoria, se puede concluir que:

- El flujo de material ocurre a partir de frecuencias menores en el caso de la onda cuadrada, lo cual es esperable dada la forma de dicha onda.
- El descenso convectivo de material hacia la pared inferior es más rápido para una frecuencia intermedia (60 Hz), y para una mayor amplitud. Este último punto se hace notar más para oscilaciones con onda cuadrada. Como se puede esperar, si la altura de material es mayor, el descenso es más lento.
- Al medir el flujo granular total a partir del cambio de sección del hopper (altura h_c), se obtiene un mayor flujo para altas frecuencias y amplitudes intermedias a altas.
- El flujo granular es mayor al haber una mayor masa al interior del hopper, ya que una mayor fuerza, o presión, vertical del material puede prevenir la formación de atascos (*jamming*).
- Frecuencias intermedias permiten una mayor movilidad de material.
- La amplitud parece ser un factor de mayor impacto que la frecuencia en el flujo de material. Esto se desprende del escaso movimiento de material en los ensayos de menor amplitud.
- El flujo convectivo se puede clasificar en base a la velocidad de descenso y a la difusión que presenta. En general se cumple que, a mayor velocidad, el grado de difusión es menor.
- Se cumple lo conocido para segregación, tanto por vibración como por diferencia de densidades. Además, para frecuencias intermedias, una partícula de mayor densidad que el medio puede participar en flujo convectivo.
- El flujo estacionario según el modelo mejorado de Beverloo es casi el doble del obtenido experimentalmente. Esto se puede explicar por la formación de atascos.

- Respecto del antecedente de Wassgren *et al.*, solamente $A=2$ mm p-p reproduce la forma de las curvas obtenidas en dicho trabajo.
- Los resultados obtenidos pueden ser mejorados mediante, principalmente, una correcta implementación del método PIV, el uso de un acelerómetro en el montaje experimental y un generador de funciones en el que se pueda controlar la impedancia.
- Para un futuro trabajo se puede realizar, además de una versión mejorada del presente trabajo, una caracterización de las curvas en la interfase aire-granos, en función de la frecuencia.

Nomenclatura

MG1	Material granular 1
MG2	Material granular 2
A	Amplitud <i>peak-to-peak</i> de la vibración [mm]
a	Amplitud (módulo) de la vibración [mm]
b_i	Ancho inferior del hopper [mm]
b_s	Ancho superior del hopper [mm]
C	Fracción de empaquetamiento
D	Diámetro de salida del hopper [mm]
d	Diámetro de partícula [mm]
e	Espesor del hopper [mm]
f	Frecuencia de oscilación del sistema [Hz]
f_{max}	Frecuencia máxima de salida de material [Hz]
f_{min}	Frecuencia mínima de salida de material [Hz]
F_{sh}	Fuerza entregada por el shaker [N]
g, \vec{g}	Aceleración de gravedad [m/s ² ; mm/s ²]
h	Altura de llenado de material [mm]
h_b	Altura final de material 1 para el ensayo con esfera de acero [mm]
h_c	Altura central del hopper (cambio de sección) [mm]
h_e	Profundidad de la esfera de acero respecto de la superficie [mm]
h_f	Altura final de material para el ensayo por tramos [mm]
h_i	Altura inicial de material para el ensayo por tramos [mm]
h_l	Altura inferior del hopper ($h = 0$) [mm]
h_m	Altura de interfase entre MG1 y MG2 [mm]
h_s	Altura superior del hopper [mm]
m	Masa del sistema [g]
m_b	Masa de un grano [g]
m_{bruta}	Masa bruta de material (sin considerar porosidad) [g]
m_e	Masa del elemento móvil del shaker [m]
m_{emp}	Masa medida empíricamente [m]
$m_{tr,i}$	Masa de material por tramo [g]
t_b	Tiempo de descenso de la esfera de acero al fondo del hopper [s]
t_d	Tiempo de descenso masivo del material granular 2 [s]
t_v	Tiempo de vaciado inferior del hopper [s]
$t_{d,sin}$	Tiempo de descenso masivo de material granular 2, onda sinusoidal [s]
$t_{d,squ}$	Tiempo de descenso masivo de material granular 2, onda cuadrada [s]

$t_{d,tri}$	Tiempo de descenso masivo de material granular 2, onda triangular [s]
$t_{v,sin}$	Tiempo de vaciado inferior del hopper, onda sinusoidal [s]
$t_{v,squ}$	Tiempo de vaciado inferior del hopper, onda cuadrada [s]
$t_{v,tri}$	Tiempo de vaciado inferior del hopper, onda triangular [s]
v_d	Velocidad de descenso masivo del material granular 2 [mm/s]
v_h	Velocidad vertical del hopper [mm/s]
v_i	Componente i-ésimo del campo de velocidades
v_r	Velocidad relativa entre el hopper y el material granular [mm/s]
v_s	Velocidad del medio granular en la apertura de un reloj de arena [mm/s]
$v_{d,sin}$	Velocidad de descenso masivo de material granular 2, onda sinusoidal [s]
$v_{d,squ}$	Velocidad de descenso masivo de material granular 2, onda cuadrada [s]
$v_{d,tri}$	Velocidad de descenso masivo de material granular 2, onda triangular [s]
$v_{r,sin}$	Velocidad relativa entre el hopper y el material granular, onda sinusoidal [mm/s]
$v_{r,squ}$	Velocidad relativa entre el hopper y el material granular, onda cuadrada [mm/s]
$v_{r,tri}$	Velocidad relativa entre el hopper y el material granular, onda triangular [mm/s]
$W_{1,...,4}$	Flujos máscicos para los tramos de material 1 a 4 [g/s]
$W_{v,sin}$	Flujo máscico de vaciado inferior del hopper, onda sinusoidal [g/s]
$W_{v,squ}$	Flujo máscico de vaciado inferior del hopper, onda cuadrada [g/s]
$W_{v,tri}$	Flujo máscico de vaciado inferior del hopper, onda triangular [g/s]
$z(t)$	Desplazamiento vertical en función del tiempo
$\dot{z}(t)$	Velocidad vertical en función del tiempo
$\ddot{z}(t)$	Aceleración vertical en función del tiempo
\forall_i	Volumen de material por tramo [g/mm ³]
Γ	Amplitud de aceleración adimensional
ϕ	Porosidad
ρ	Densidad [kg/m ³ ; g/mm ³]
ω	Frecuencia rotacional [rad/s]
A'_n	Probabilidad de estabilidad de un arco de n discos
A_n	Constante de normalización
$a_n(X)$	Densidad de probabilidad de un vector de arco de n discos con componente horizontal X
c	Cohesión
D_h	Diámetro hidráulico de salida [mm]
d_l	Diámetro de partícula grande [mm]
d_s	Diámetro de partícula pequeña [mm]
$f_i(\theta)$	Densidad de probabilidad para el ángulo θ_i
I	Momento de inercia de los granos
k	Coefficiente de fricción sólida
M_n	Número de arcos con n discos
N	Componente del peso, perpendicular a la superficie [N]
R	Tamaño de la apertura en un reloj de arena [mm]

R_d	Relación entre diámetros de salida y de grano
r_i	Vector de desplazamiento desde el centro del disco i al centro del disco $(i+1)$
T	Componente del peso, paralela a la superficie [N]
T_c	Temperatura granular crítica de condensación [$^{\circ}\text{C}$]
\vec{T}_c	Torque por fuerzas de contacto entre los granos
$T_{i,j}$	Tensor de esfuerzo
$V_{i,j}$	Tensor de tasa de deformación
W	Flujo másico de descarga [g/s]
W_0	Flujo másico de descarga vertical, sin vibración [g/s]
W_b	Número de granos por unidad de tiempo [s^{-1}]
W_m	Flujo granular medido [g/s]
W_p	Flujo predicho según el modelo de Beverloo ($k = 1$) [g/s]
$\ddot{\vec{x}}$	Aceleración traslacional [mm/s^2]
α	Factor de forma de partícula
Δ	Diámetro del recipiente [mm]
Δ	Factor de corrección del flujo de Beverloo
δ_{ij}	Delta de Kronecker
Φ	Máximo ángulo de reposo
φ	Ángulo de fricción interna
φ_r	Ángulo de reposo
ρ_l	Densidad de partícula grande
ρ_s	Densidad de partícula pequeña
σ	Esfuerzo hidrostático [Nm]
θ'	Ángulo de mitad del hopper
θ_i	Ángulo entre r_i y el eje x
$\dot{\vec{\omega}}$	Aceleración rotacional [rad/s^2]

Bibliografía

- [1] S. B. Savage. *Disorder, diffusion and structure formation in granular flows*. En D. Bideau and A. Hansen (editores), *Disorder and granular media*, pp. 255-285. Serie Random Materials and Processes, North-Holland, Elsevier Science Publishers B. V., Nueva York, 1993.
- [2] P. Evesque. *Shaking dry powders and grains*. Contemporary Physics **33**, 245 (1992).
- [3] C. R. Wassgren, M. L. Hunt, P. J. Freese, J. Palamara & C. E. Brennen. *Effects of vertical vibration on hopper flows of granular material*. Physics of Fluids **14**, 3439 (2002).
- [4] K. Chen, M. B. Stone, R. Barry, M. Lohr, W. McConville, K. Klein, B. L. Sheu, A. J. Morss, T. Scheidemantel & P. Schiffer. *Flux through a hole from a shaken granular medium*. Physical Review E **74**, 011306 (2006).
- [5] H. M. Jaeger, S.R. Nagel & R. P. Behringer. *Granular solids, liquids, and gases*. Reviews of Modern Physics **68**, 1259 (1996).
- [6] R. Jackson, en R. Meyer (editor), *The theory of dispersed multiphase*, Academic, Nueva York, 1983.
- [7] D. G. Schaefer. *Instability in the evolution equations describing incompressible granular flow*. Journal of Differential Equations **66**, 19 (1987).
- [8] S. McNamara & W. R. Young. *Inelastic collapse in two dimensions*. Physical Review E **50**, 28 (1994).
- [9] J. P. Troadec & J. A. Dodds. *Global geometrical description of homogeneous hard sphere packings*. En D. Bideau and A. Hansen (editores), *Disorder and granular media*, pp. 133-163. Serie Random Materials and Processes, North-Holland, Elsevier Science Publishers B. V., Nueva York, 1993.
- [10] P. E. Peyneau & J. N. Roux. *Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy*. Physical Review E **78**, 011307 (2008).
- [11] W. A. Beverloo, H. A. Leniger & J. Van de Velde. *The flow of granular solids through orifices*. Chemical Engineering Science **15**, 260 (1961).

- [12] D. A. Steingart & J. W. Evans. *Measurements of granular flows in two-dimensional hoppers by particle image velocimetry. Part I: Experimental method and results*. Chemical Engineering Science **60**, 1043 (2005).
- [13] C. Mankoc, A. Janda, R. Arévalo, J. M. Pastor, I. Zuriguel, A. Garcimartín & D. Maza. *The flow rate of granular materials through an orifice*. Granular Matter **9**, 407 (2007).
- [14] J. B. Knight, H. M. Jaeger & S. R. Nagel. *Vibration-induced size separation in granular media: The convection connection*. Physical Review Letters **70**, 3728 (1993).
- [15] J. B. Knight. *External boundaries and internal shear bands in granular convection*. Physical Review E **55**, 6016 (1997).
- [16] E. L. Grossman. *Effects of container geometry on granular convection*. Physical Review E **56**, 3290 (1997).
- [17] C. H. Tai, S. S. Hsiau & C. A. Kruelle. *Density segregation in a vertically vibrated granular bed*. Powder Technology **204**, 255 (2010).
- [18] M. E. Möbius, B. E. Lauderdale, S. R. Nagel & H. M. Jaeger. *Brazil-nut effect: Size separation of granular particles*. Nature **414**, 270 (2001).
- [19] D. C. Hong, P. V. Quinn & S. Luding. *Reverse Brazil-nut problem: Competition between percolation and condensation*. Physical Review Letters **86**, 3423 (2001).
- [20] A. P. J. Breu, H. M. Ensner, C. A. Kruelle & I. Rehberg. *Reversing the Brazil-nut effect: Competition between percolation and condensation*. Physical Review Letters **90**, 014302 (2003).
- [21] K. To & P.-Y. Lai. *Jamming pattern in a two-dimensional hopper*. Physical Review E **66**, 011308 (2002).
- [22] T. S. Komatsu, S. Inagaki, N. Nakagawa & S. Nasuno. *Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow*. Physical Review Letters **86**, 1757 (2001).
- [23] B. A. Socie, P. Umbanhowar, R. M. Lueptow, N. Jain & J. M. Ottino. *Creeping motion in granular flow*. Physical Review E **71**, 031304 (2005).
- [24] F. Melo, P. Umbanhowar & H. Swinney. *Hexagons, kinks, and disorder in oscillated granular layers*. Physical Review Letters **75**, 3838 (1995).
- [25] C. R. Wassgren, C. E. Brennen & M. L. Hunt. *Vertical vibration of a deep bed of granular material in a container*. Journal of Applied Mechanics **63**, 712 (1996).
- [26] K. Lindemann & P. Dimon. *Two-dimensional granular flow in a vibrated small-angle funnel*. Physical Review E **62**, 5420 (2000).
- [27] P. Evesque & W. Meftah. *Mean flow of a vertically vibrated hourglass*. International

Journal of Modern Physics A **7**, 1799 (1993).

- [28] Andrés Vial. *Estudio del acoplamiento hidrodinámico en un flujo de Taylor-Couette con un cilindro libre*. Trabajo de titulación de Ingeniero Civil Mecánico. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, 2014.
- [29] Javiera Carreño. *Detección y seguimiento de interfases tipo fluido-sedimento*. Trabajo de titulación de Ingeniera Civil Mecánica. Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad de Chile, 2015.
- [30] M. Majid & P. Walzel. *Convection and segregation in vertically vibrated granular beds*. Powder Technology **192**, 311 (2009).
- [31] Brüel and Kjær. *Mini-Shaker type 4810*, manual y especificaciones.

Apéndice A

Vistas y dimensiones del hopper

En el presente apéndice se adjuntan, con mayor detalle, las vistas y dimensiones del hopper descrito en el capítulo 3.

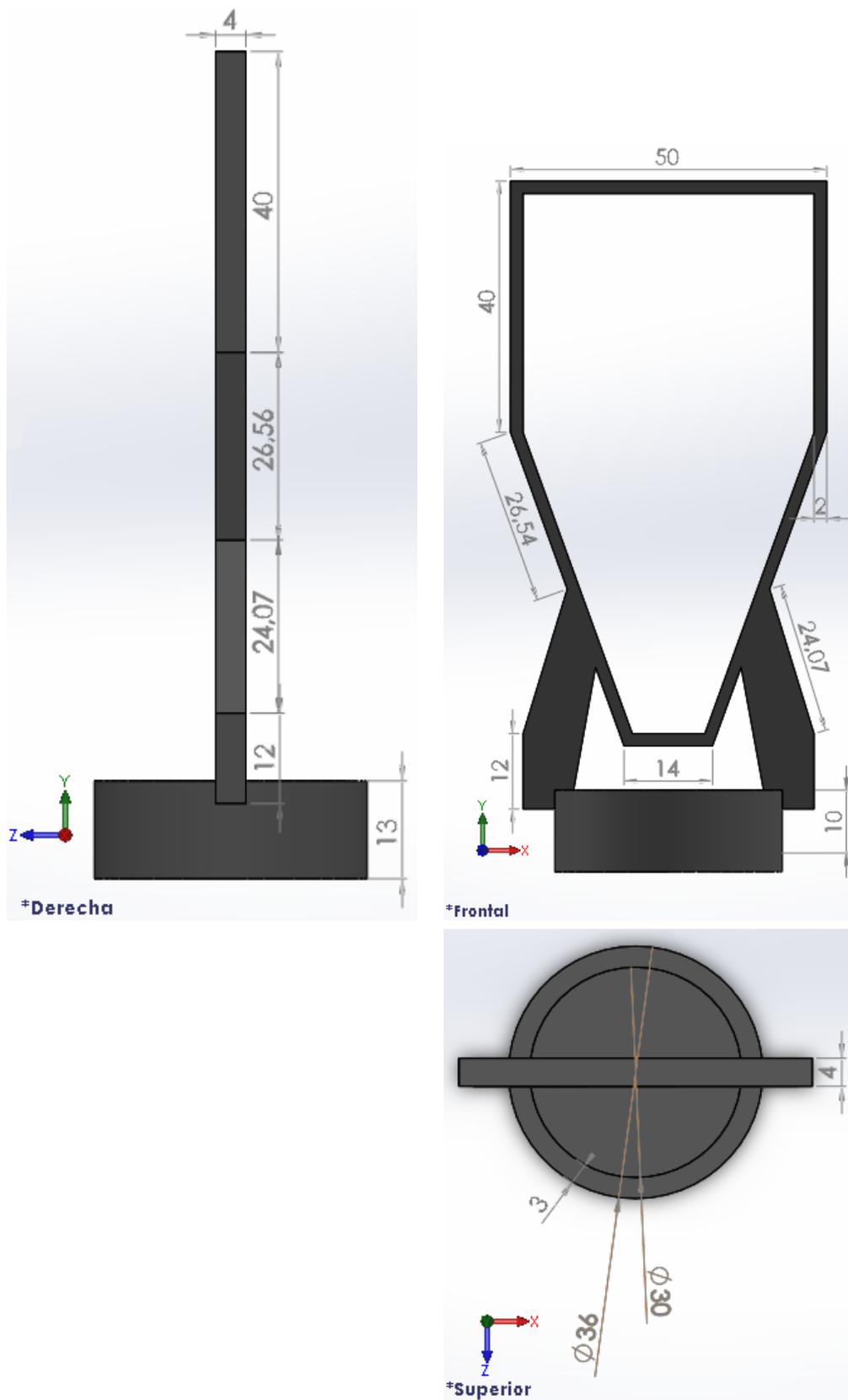


Figura A.1: Vistas derecha, frontal y superior del conjunto marco hopper-recipiente auxiliar. Longitudes en mm.

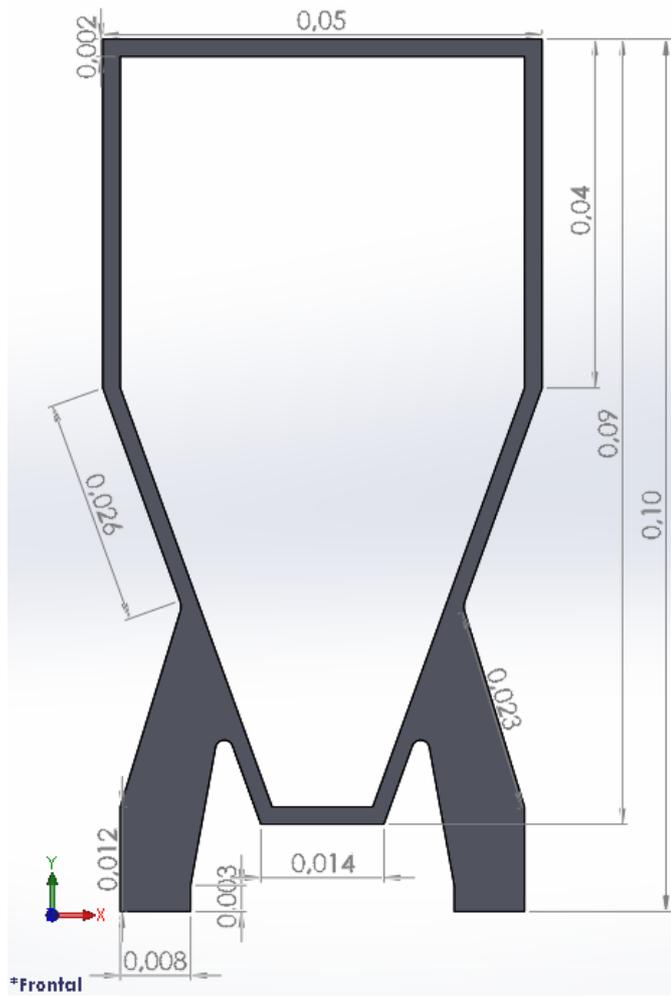


Figura A.2: Dimensiones del marco del hopper y los nervios que sostienen el recipiente auxiliar. Longitud en metros.

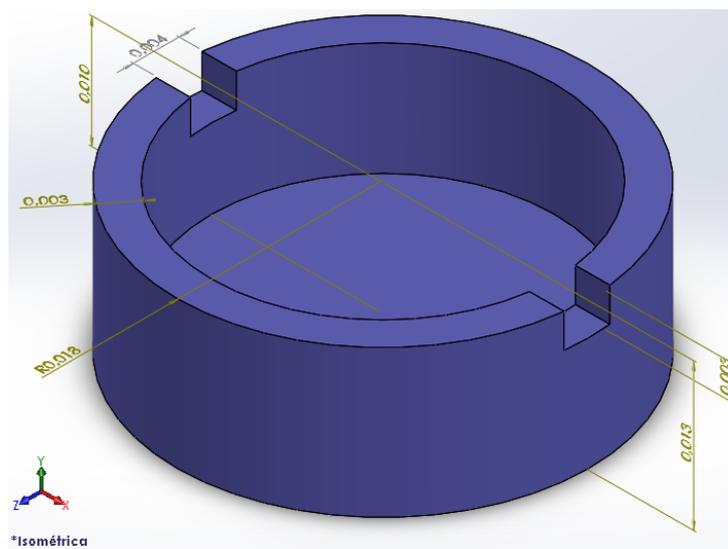


Figura A.3: Dimensiones del recipiente auxiliar para el hopper. Longitud en metros. El color de superficie es utilizado para una mejor visualización de los valores dimensionales.

Apéndice B

Tamaño y densidad del material granular 1

En este anexo se presenta el método mediante el cual son determinados el diámetro y la densidad del material granular 1 (esferas de vidrio).

B.1. Diámetro

Dado el tamaño de las partículas del material, se fotografían algunas muestras de ellas en un microscopio USB con resolución de 500x. Las fotografías son obtenidas mediante el software DinoCapture 2.0, y luego son escogidas 10 partículas cuyo diámetro se determina sabiendo que el ancho de las fotografías corresponde a 1 mm en la realidad. Se debe notar que las esferas no siempre son tales, ya que debido a que el vidrio es un material amorfo, la geometría puede resultar irregular, más cercana a un esferoide u ovoide. En dichos casos, se toma como diámetro la mayor longitud medida. La figura B.1 corresponde a una muestra de material 1 con su respectiva escala de longitud.

Debido a calibración y definición de los bordes de las partículas, se toma un margen de error de ± 0.005 mm. Los valores obtenidos para 10 partículas se detallan en la tabla B.1.

B.2. Densidad

Mediante el uso de una balanza Precisa modelo 120A, con un margen de error de $\pm 0.025 \cdot 10^{-3}$ g, se obtiene la masa de un volumen determinado de material. Dicho volumen corresponde al llenado de la sección inferior del hopper; es decir, hasta el nivel de 150 mm según la regla milimetrada. No se realiza esta medición para gránulos individuales, debido al tamaño de estos, ya que sus masas pueden estar en el orden del margen de error

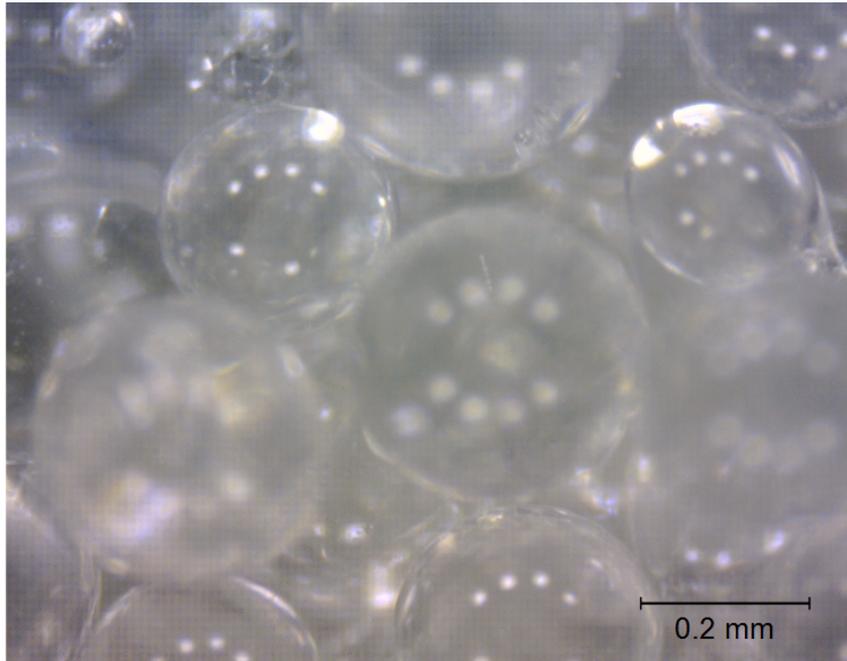


Figura B.1: Fotografía de una muestra de material granular 1.

ya señalado. La figura B.2 muestra la medición de la masa de material en la balanza, con un valor de 8.7267 g; a este valor se le debe agregar el margen de error de $\pm 0.025 \cdot 10^{-3}$ g. Este valor es rotulado como masa empírica (m_{emp}).

Dada la fracción de empaquetamiento del material, de valor 0.61, se obtiene la masa bruta, o teórica (es decir, sin porosidad), del mismo:

$$m_{bruta} = \frac{m_{emp}}{C} = \frac{8.7267}{0.61} = 14.3061[\text{g}] \quad (\text{B.1})$$

Por otro lado, el volumen ocupado corresponde a la sección inferior del hopper, dada por:

- Ancho superior, b_s : 46 mm.
- Ancho inferior, b_i : 11.4 mm.
- Altura, h : 47 mm.
- Espesor, e : 4 mm.

obteniéndose un volumen

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{b_s - b_i}{2} \cdot h \cdot e \\ &= \frac{46 - 11.4}{2} \cdot 47 \cdot 4 \\ &= 5395.6[\text{mm}^3] \end{aligned}$$

Tabla B.1: Diámetros de 10 esferas/esferoides de vidrio.

Partícula	d [mm]
1	0.258
2	0.264
3	0.286
4	0.286
5	0.322
6	0.332
7	0.343
8	0.357
9	0.358
10	0.562
Promedio	0.337 ± 0.05



Figura B.2: Masa medida por la balanza Precisa 120A, para el llenado de la sección inferior del hopper.

y, finalmente, una densidad

$$\rho_1 = \frac{m_{bruta}}{V_1} = \frac{14.3061}{5395.6} = 2.651 \cdot 10^{-3} [\text{g}/\text{mm}^3] \quad (\text{B.2})$$

Apéndice C

Tamaño y densidad de la esfera metálica

En este anexo se presenta el método mediante el cual son determinados el diámetro y la densidad de la esfera metálica utilizada en los ensayos descritos en la sección 4.4.

C.1. Diámetro

El diámetro de la esfera es determinado por medio de un pie de metro de definición 0.01 mm, por lo que el margen de error de este instrumento es de ± 0.005 mm.

Se obtiene un valor de 3 ± 0.005 mm.

C.2. Densidad

Mediante el uso de una balanza Precisa modelo 120A, con un margen de error de $\pm 0.025 \cdot 10^{-3}$ g, se obtiene la masa de la esfera, mostrada en la figura C.1. Añadiendo el error de la balanza, el valor final de la masa es de $0.1099 \pm (0.025 \cdot 10^{-3})$ g.

Dada la geometría esférica del objeto, se obtiene el volumen

$$\begin{aligned} V_{ea} &= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d_{ea}}{2}\right)^3 \\ &= 14.1372[\text{mm}^3] \end{aligned}$$

Luego, dividiendo masa por volumen, se obtiene la densidad de la esfera,



Figura C.1: Masa medida por la balanza Precisa 120A, para una esfera metálica.

$$\rho_{ea} = \frac{m_{ea}}{V_{ea}} = \frac{0.1099}{14.1372} = 7.7738 \cdot 10^{-3} [\text{g}/\text{mm}^3]$$

Apéndice D

Volumen y masa de MG1 y MG2: Configuraciones de ensayos

D.1. MG1 por tramos

Para la medición de flujo másico por tramos de material granular 1 (sección 4.2, tercera parte), se consideran los tramos mostrados en la figura 4.7. Pasando a volumen, en base a las dimensiones señaladas en la figura A.2, dichos tramos equivalen a:

- Tramo W_1 (70-60 mm): $46 \cdot 10 \cdot 4 = 1840 \text{ mm}^3$.
- Tramo W_2 (60-50 mm): $46 \cdot 10 \cdot 4 = 1840 \text{ mm}^3$.
- Tramo W_3 (50-40 mm): $0.5(46+39.07) \cdot 10 \cdot 4 = 1701.6 \text{ mm}^3$.
- Tramo W_4 (40-30 mm): $0.5(39.07+32.16) \cdot 10 \cdot 4 = 1424.8 \text{ mm}^3$.

Las dimensiones internas y, por lo tanto, los volúmenes de los últimos dos tramos estudiados se determinan mediante un simple cálculo con el teorema de Tales (figura D.1). La línea segmentada en rojo indica el triángulo con el cual se puede utilizar dicho teorema.

Se considera además que las esferas de vidrio poseen una densidad de $2.651 \cdot 10^{-3} \text{ [g/mm}^3\text{]}^1$, y una fracción de empaquetamiento $C_v = 0.61$. Entonces, para cada tramo se puede determinar la masa

$$m_{tr,i} = C_v \rho \nabla_i \tag{D.1}$$

donde ∇_i es el volumen de material granular 1 para cada tramo, en gramos por mm^3 , tal como se calculó anteriormente.

Obteniéndose así

¹Para mayor detalle, ver anexo B.

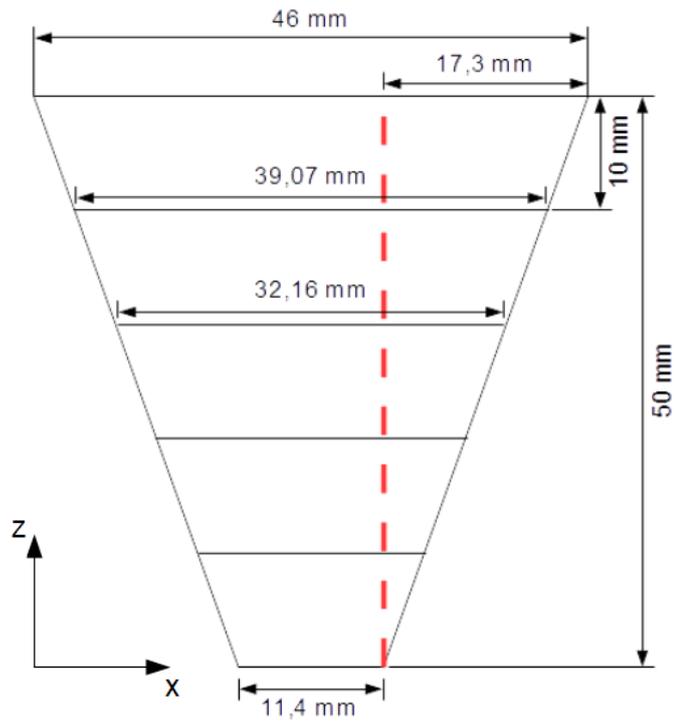


Figura D.1: Dimensiones de interés para el cálculo de volúmenes de los tramos entre 50 y 30 mm de altura.

- $m_{tr,1}$ (70-60 mm): 2.9755 g.
- $m_{tr,2}$ (60-50 mm): 2.9755 g.
- $m_{tr,3}$ (50-40 mm): 2.7517 g.
- $m_{tr,4}$ (40-30 mm): 2.3041 g.

D.2. MG1 y MG2 en flujo convectivo

Para los ensayos de vaciado inferior y observación de flujo convectivo (ver secciones 4.2, parte 1 y 2, y 4.3), se tiene una configuración inicial que es la mostrada en la figura D.2.

Con esto, se tiene una altura $h_m = 42$ mm desde la pared inferior del hopper hasta la interfase, y una altura $h_c = 47$ mm. Por lo tanto, los volúmenes ocupados respectivamente por los materiales 1 y 2 son:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{42.54 + 11.4}{2} \cdot 42 \cdot 4 \\ &= 4530.96[\text{mm}^3] \end{aligned}$$

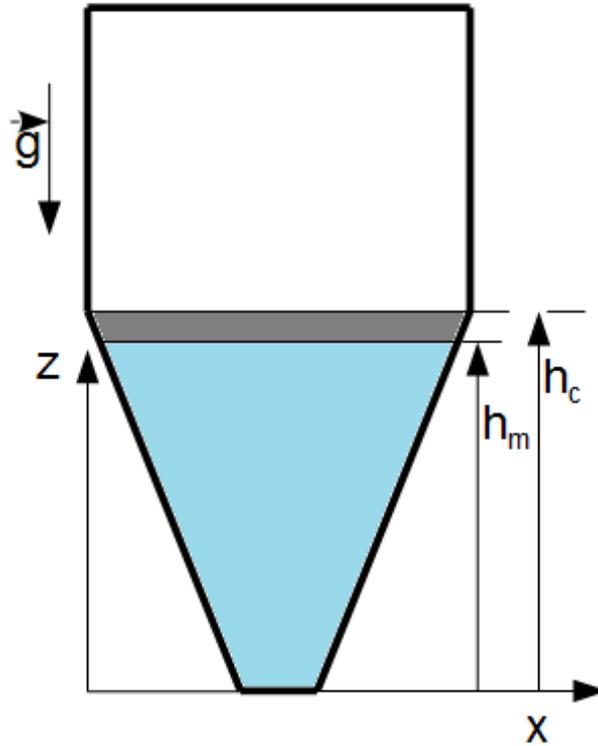


Figura D.2: Configuración inicial para los ensayos de vaciado inferior. La altura h_m indica la interfase entre los materiales 1 y 2.

$$\begin{aligned} \forall_2 &= \frac{46 + 42.54}{2} \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 885.4[\text{mm}^3] \end{aligned}$$

Conocidas las densidades de ambos materiales, a partir de los cálculos del apéndice B, se pueden obtener las masas respectivas:

$$\begin{aligned} m_1 &= \forall_1 \cdot \rho_1 = 4530.96 \cdot 2.651 \cdot 10^{-3} = 12.0116[\text{g}] \\ m_2 &= \forall_2 \cdot \rho_2 = 885.4 \cdot 4.414 \cdot 10^{-4} = 0.3908[\text{g}] \\ m_t &= m_1 + m_2 = 12.4024[\text{g}] \end{aligned}$$

Finalmente, considerando la tasa de empaquetamiento de material de 0.61, la masa real es de

$$m_{tc} = m_t \cdot C_v = 12.4024 \cdot 0.61 = 7.5655[\text{g}] \quad (\text{D.2})$$

Cabe señalar que en algunos de los ensayos realizados para la sección 4.2, en la porción inferior del hopper, solo fue utilizado el material 1, por lo que el anterior cálculo para

volumen y masa cambia. Este cambio ha sido considerado en el cálculo de los flujos másicos correspondientes (tabla E.2). En dichos casos, el volumen y la masa son

$$\begin{aligned}\forall_{1'} &= \frac{46 + 11.4}{2} \cdot 47 \cdot 4 \\ &= 5395.6[\text{mm}^3]\end{aligned}$$

$$m_{1'} = \forall_{1'} \cdot \rho_1 = 5395.6 \cdot 2.651 \cdot 10^{-3} = 14.3037[\text{g}]$$

y finalmente, considerando la tasa de empaquetamiento,

$$m_{tc'} = m_{1'} \cdot C_v = 14.3037 \cdot 0.61 = 8.7253[\text{g}] \quad (\text{D.3})$$

Apéndice E

Tablas de datos calculados

E.1. Barrido de frecuencias

Tabla E.1: Anchos de banda (Δf) en función de la amplitud y forma de onda empleada.

Onda	A [mm]				
	0.4	0.8	1.2	1.6	2.0
Sinusoidal	66.2	133.3	178.8	183.6	191.9
Triangular	62.4	38.1	134.7	191.6	195.4
Cuadrada	149.7	210.97	299.94	339.97	399.7

E.2. Flujo másico en vaciado inferior

Tabla E.2: Flujos másicos [g/s] para la porción inferior del hopper. Onda sinusoidal. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].

f [Hz]	A [mm]			
	0.5	1.0	1.5	2.0
40	-	-	0.0697	0.0521
50	-	0.0787	0.0801	0.0398
60	-	0.0916	0.0584	0.0455
70	-	0.0948	0.0895	0.0543
80	-	0.1010	0.0788	0.0562
90	-	0.0969	0.0908	0.0591
100	-	0.0728	0.0949	0.0780
110	0.0960	0.0323	0.0620	0.0805
120	-	-	0.0909	0.0854
130	-	0.0348	0.1038	0.0631
140	-	0.0576	0.1094	0.0655

Tabla E.3: Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la amplitud y forma de onda. Frecuencia de 80 Hz. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].

A [mV]	$W_{v,sin}$ [g/s]	$W_{v,tri}$ [g/s]	$W_{v,squ}$ [g/s]
250	-	-	-
400	0.0607	-	0.0458
500	0.1010	0.0810	0.0686
600	0.0415	0.0146	0.0502
750	0.0788	0.0894	0.0602
900	0.0451	0.0441	0.0534
1000	0.0562	0.0572	0.0351

Tabla E.4: Flujos máxicos [g/s] para la porción inferior del hopper, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].

f [Hz]	$W_{v,sin}$ [g/s]	$W_{v,tri}$ [g/s]	$W_{v,squ}$ [g/s]
5	N/A	N/A	0.0252
50	0.0719	0.0719	N/A
90	N/A	0.0595	N/A
100	N/A	N/A	0.0961
120	0.0611	0.0755	N/A
200	N/A	N/A	0.0174

E.3. Flujo máxico por tramos

Tabla E.5: Flujos máxicos [g/s] por tramos, para las descargas con onda sinusoidal. Error de $\pm 10^{-4}$ [g/s].

f [Hz]	A [mm]	Tramos			
		W_1	W_2	W_3	W_4
60	0.8	-	-	-	-
	1.2	0.1102	0.0661	0.0724	0.0960
	1.6	0.0413	0.1240	0.0983	0.0823
70	0.8	0.0350	0.0960	0.1017	-
	1.2	0.0726	-	-	-
	1.6	0.0205	0.1026	0.0764	0.0886
80	0.8	0.2975	0.1352	0.0754	-
	1.2	0.1240	0.0930	0.0483	0.1002
	1.6	0.2204	0.1240	0.0965	0.0886
90	0.8	0.1920	0.1294	0.0940	-
	1.2	0.0875	0.0801	-	-
	1.6	0.2480	0.1860	0.0344	0.1002
100	0.8	0.1144	-	-	-
	1.2	0.1488	-	-	-
	1.6	≤ 0.0050	0.0661	0.0529	0.0768
110	0.8	-	-	-	-
	1.2	0.1063	0.0930	0.0035	0.0397
	1.6	0.1240	0.0607	0.0809	0.0320
120	0.8	-	-	-	-
	1.2	0.0804	0.0266	0.0042	0.0823
	1.6	-	0.0142	0.0786	0.0576

E.4. Flujo convectivo al interior del recipiente

Tabla E.6: Velocidad del hopper [mm/s], en base a la amplitud y frecuencia del sistema.

f [Hz]	A [mm]								
	0.4	0.5	0.8	1.0	1.2	1.5	1.6	1.8	2.0
40	16	20	32	40	48	60	64	72	80
50	20	25	40	50	60	75	80	90	100
60	24	30	48	60	72	90	96	108	120
70	28	35	56	70	84	105	112	126	140
80	32	40	64	80	96	120	128	144	160
90	36	45	72	90	108	135	144	162	180
100	40	50	80	100	120	150	160	180	200
110	44	55	88	110	132	165	176	198	220
120	48	60	96	120	144	180	192	216	240
130	52	65	104	130	156	195	208	234	260
140	56	70	112	140	168	210	224	252	280

Tabla E.7: Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda, y su valor relativo respecto a la velocidad del hopper. Frecuencia de 80 Hz.

A [mm]	v_h [mm/s]	$v_{d,sin}$ [mm/s]	$v_{r,sin}$ [mm/s]	$v_{d,tri}$ [mm/s]	$v_{r,tri}$ [mm/s]	$v_{d,squ}$ [mm/s]	$v_{r,squ}$ [mm/s]
0.8	64	2.08	61.92	-	-	0.98	63.02
1.0	80	3.15	76.85	2.55	77.45	3.09	76.91
1.2	96	4.16	91.84	1.94	94.06	4.70	91.30
1.5	120	4.95	115.05	4.70	115.30	4.35	115.65
1.8	144	10.87	133.13	4.25	128.89	23.62	105.27
2.0	160	14.24	145.76	3.73	156.27	27.65	132.35

Tabla E.8: Velocidades del primer descenso para el material granular 2 en diferentes amplitudes y formas de onda. Frecuencia de 80 Hz.

A [mm]	$v_{d,sin}$ [mm/s]	$v_{d,tri}$ [mm/s]	$v_{d,squ}$ [mm/s]
0.5	-	-	-
0.8	2.04	-	1.12
1.0	3.74	2.68	3.23
1.2	4.13	2.51	4.68
1.5	4.88	4.58	4.35
1.8	10.87	4.25	23.62
2.0	14.35	3.78	25.05

Tabla E.9: Velocidades promedio del primer descenso para el material granular 2, en función de la frecuencia y forma de onda. Amplitud de 1.2 mm p-p.

f [Hz]	$v_{d,sin}$ [mm/s]	$v_{d,tri}$ [mm/s]	$v_{d,squ}$ [mm/s]
5	N/A	N/A	0.8811
50	5.2940	3.5088	N/A
90	N/A	3.4725	N/A
100	N/A	N/A	4.9500
120	1.4495	1.7813	N/A
200	1.9877	N/A	1.7430

E.5. Comparación con trabajos anteriores

Tabla E.10: Amplitud de aceleración adimensional, Γ , para las frecuencias empleadas en los ensayos de vaciado de la porción inferior del hopper. Los valores de Γ están multiplicados por 10^{-6} .

f [Hz]	$\Gamma(A=0.5 \text{ mm})$	$\Gamma(A=1.0 \text{ mm})$	$\Gamma(A=1.5 \text{ mm})$	$\Gamma(A=2.0 \text{ mm})$
40	0.2101	0.4202	0.6303	0.8404
50	0.3283	0.6566	0.9849	1.3132
60	0.4728	0.9455	1.4183	1.8910
70	0.6435	1.2869	1.9304	2.5739
80	0.8404	1.6809	2.5213	3.3618
90	1.0637	2.1274	3.1911	4.2548
100	1.3132	2.6264	3.9396	5.2528
110	1.5890	3.1779	4.7669	6.3559
120	1.8910	3.7820	5.6730	7.5640
130	2.2193	4.4386	6.6579	8.8772
140	2.5739	5.1477	7.7216	10.2955

Apéndice F

Figuras no utilizadas

La figura F.1 corresponde a una imagen 500x del material granular 2 (semilla de amapola), obtenida con un microscopio USB y el software DinoCapture, similarmente a la figura B.1 para el material 1.

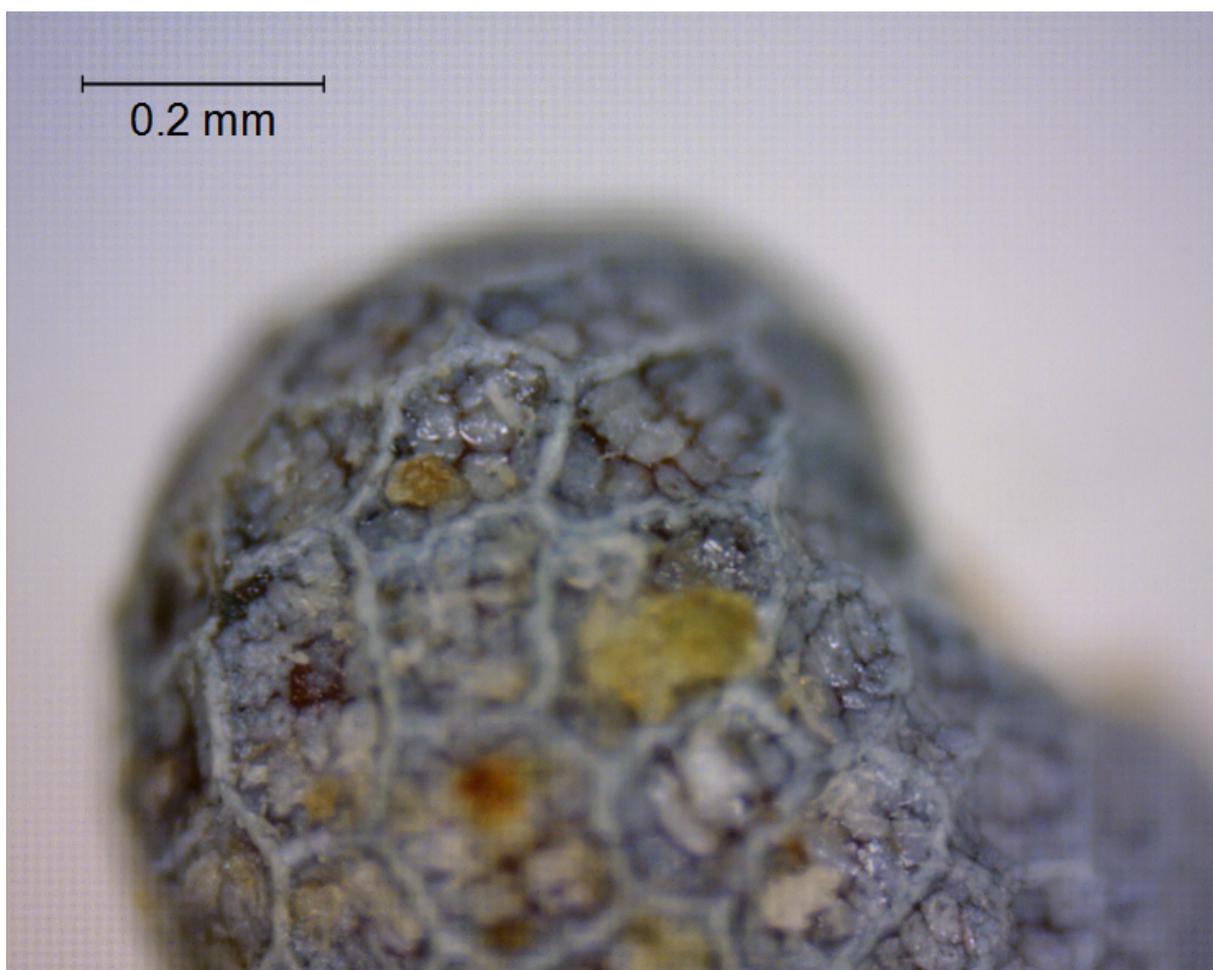


Figura F.1: Fotografía de un gránulo de material 2. Resolución 500x.

Las figuras F.2 a F.5 muestran, separadamente por tramos de material, los flujos máxicos obtenidos a partir de los ensayos de la sección 4.2, tercera parte.

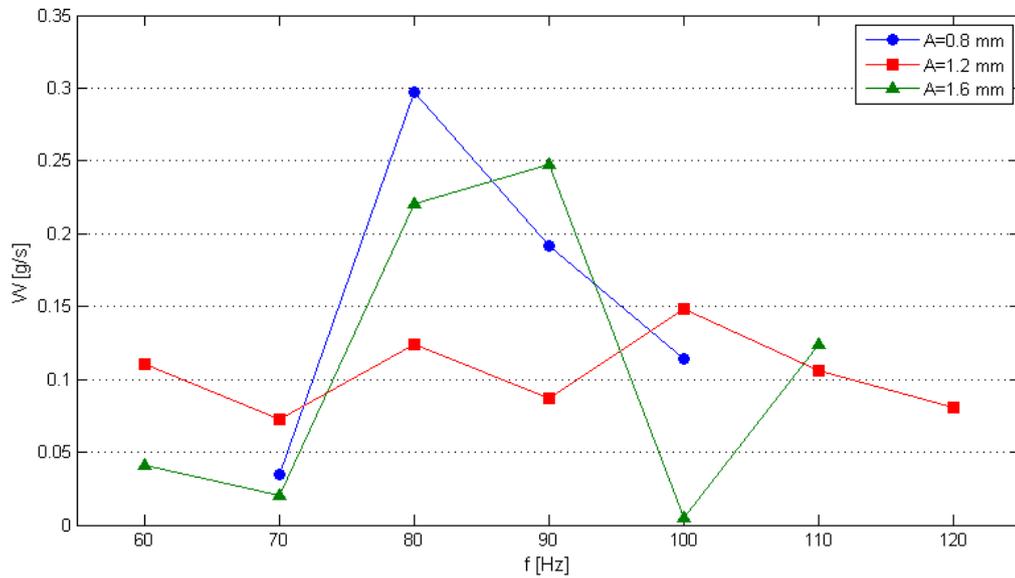


Figura F.2: Flujos máxicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_1 (entre 70 y 60 mm de altura).

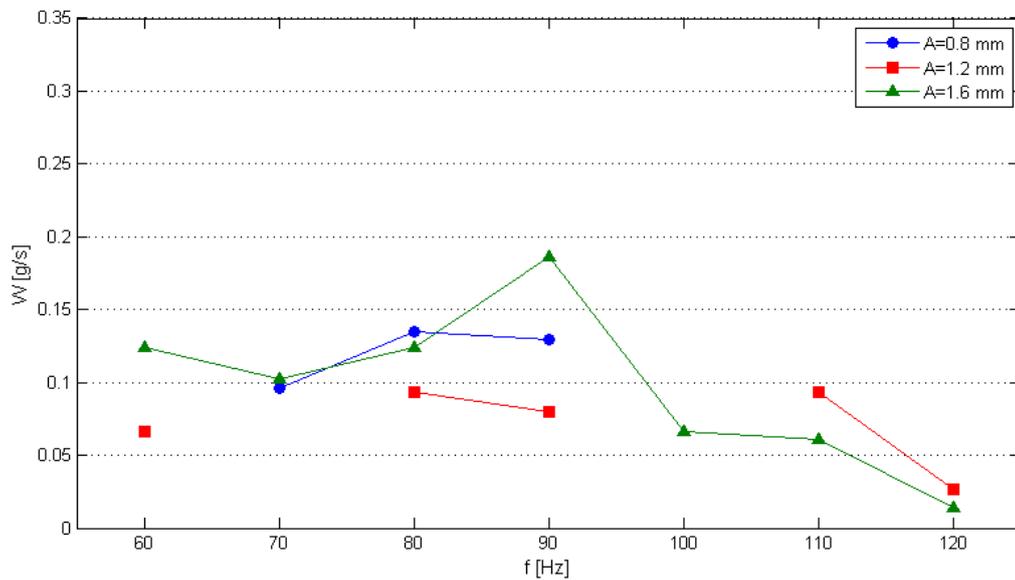


Figura F.3: Flujos máxicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_2 (entre 60 y 50 mm de altura).

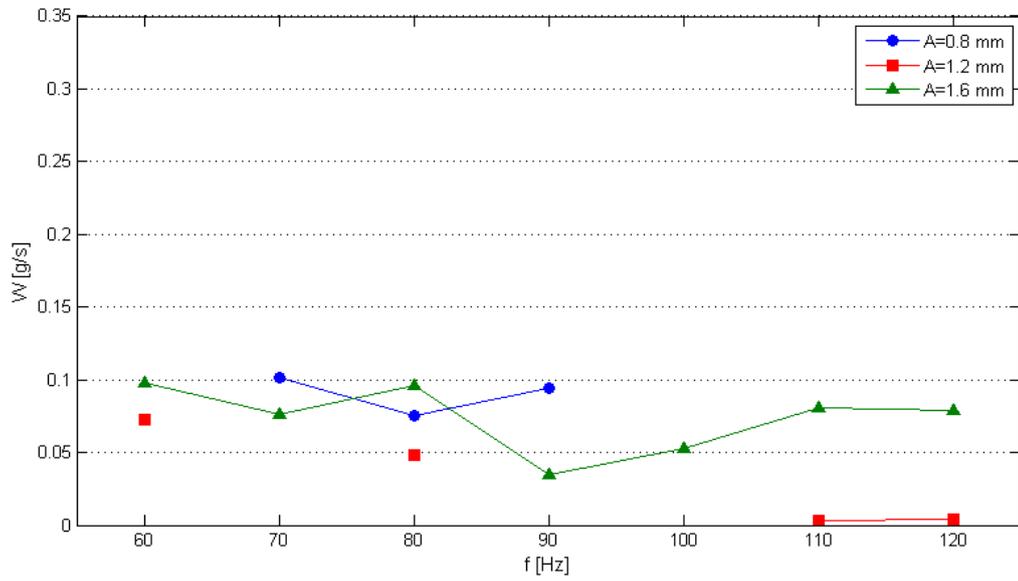


Figura F.4: Flujos máxicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_3 (entre 50 y 40 mm de altura).

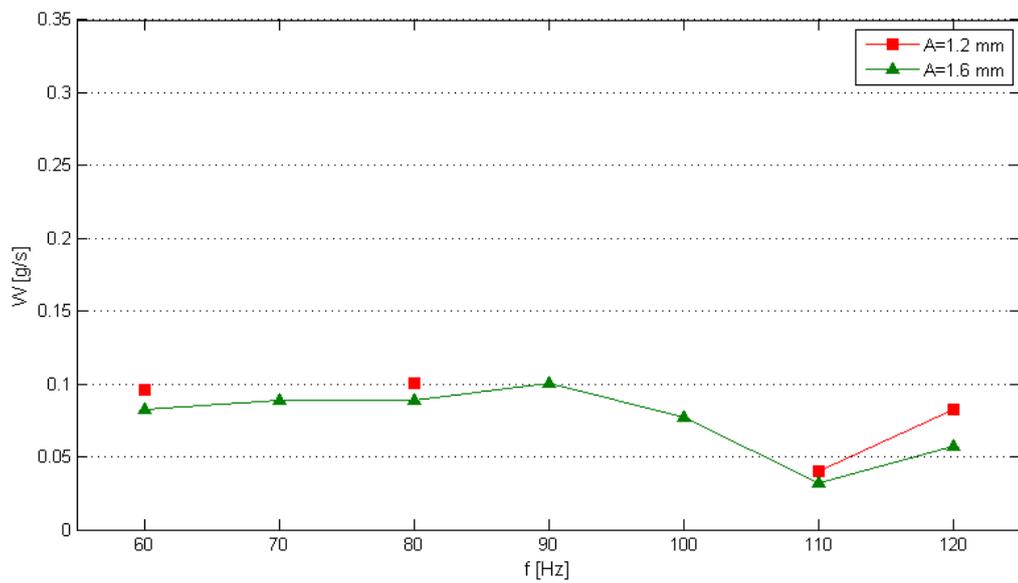


Figura F.5: Flujos máxicos para la descarga con onda sinusoidal, en el tramo W_4 (entre 40 y 30 mm de altura).