



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

VALIDACIÓN DE UN MODELO PANEL MODIFICADO EN LA ESTIMACIÓN ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE DE MÉNSULAS DE HORMIGÓN ARMADO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

JULIO ENRIQUE ALVAREZ ROSALES

**PROFESOR GUÍA:
LEONARDO MASSONE SANCHEZ**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FERNANDO YAÑEZ URIBE
FABIAN ROJAS BARRALES**

SANTIAGO DE CHILE

2015

“VALIDACIÓN DE UN MODELO PANEL MODIFICADO EN LA ESTIMACION ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE DE MÉNSULAS DE HORMIGÓN ARMADO”

Las ménsulas de hormigón armado corresponden a voladizos de esbeltez largo de corte sobre altura menor a la unidad. Son generalmente utilizadas para la transferencia de cargas dentro de un sistema estructural, como lo puede ser un edificio, puente, e instalaciones en general. Debido a tan baja razón luz de corte sobre altura de las ménsulas, es que generalmente estas se encuentran gobernadas por la falla de corte y su predicción de capacidad establece mayores dificultades que la falla de flexión.

El modelo panel implementado para predecir la capacidad al corte de ménsulas, asume que la dirección principal de tensiones es igual a la dirección de principal de deformación, donde se modela la ménsula mediante un elemento denominado panel, el cual representa tanto el estado de deformación, como de tensión. Además, supone que el ángulo del puntal de compresión es fijo para el proceso de carga. El hormigón se modela con un comportamiento biaxial, en el cual se considera la pérdida de rigidez y resistencia en el puntal de compresión producto de la tracción en la dirección ortogonal. El acero sigue un comportamiento uniaxial elasto-plástico perfecto.

El modelo panel modificado de ángulo fijo (Ulloa, 2013) se sustenta en que el ángulo de compresión principal se fija a un cierto nivel de tracción, y desde ese instante permanece invariable ante desplazamientos laterales de la zona superior del muro. Al aplicar el modelo que fija el ángulo de fisuras a la tensión de inicio de fisuras " $\sigma_r = f_{ct}$ " se da origen al modelo de ángulo fijo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", el que se usa en conjunto con la ecuación de equilibrio longitudinal en ménsulas para resolver la estimación de la capacidad al corte.

Para analizar el comportamiento del modelo teórico se generó una base de datos unificada con 109 ensayos de ménsulas disponibles en la literatura, en los cuales se varía la resistencia a compresión del concreto, las cuantías de estribos horizontales, cuantías de refuerzo principal de borde, y la razón luz de corte sobre altura. Las ménsulas estudiadas son solicitadas exclusivamente por cargas de corte.

La comparación entre los modelos panel modificado de ángulo fijo (Ulloa, 2013) y los resultados experimentales, dan resultados conservadores para la estimación de la capacidad, obteniendo la mejor estimación para el modelo que fija el ángulo de compresión principal al nivel de tracción " $\sigma_r = f_{ct}$ ". La razón promedio entre capacidad predicha versus capacidad experimental alcanza un valor de 0.77 y una desviación estándar de 0.18. Tras observar el carácter conservador de tales resultados, se plantearon diversas modificaciones con el objetivo de mejorar la predicción, obteniendo los mejores resultados al formular un nuevo modelo denominado "modelo de modificaciones simultáneas $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = N/A$ ", el cual considera 1) una re-calibración de la dirección principal de compresión para capturar la ausencia de armadura transversal y carga axial en las ménsulas estudiadas, 2) la inclusión eficiente del refuerzo de borde en la ecuación de equilibrio longitudinal para captar su participación en el mecanismo de enrejado, y 3) la disminución de la razón luz de corte sobre altura al considerar el ancho de la placa de carga. Tal modelo obtuvo un promedio de 0.98 y desviación estándar de 0.16, mostrando baja dependencia ante los parámetros de entrada en la modelación, y además captura de mejor forma la tensión de ensayo que los modelos de Ulloa (2013). Al comparar el modelo simultáneo con otros modelos de la literatura se obtienen resultados comparables a modelos de alta precisión como el de Russo (2006), y una mejor medición del tipo de falla respecto al código ACI 318-08.

Dedicatoria:

A mi madre Linda Mabel Rosales García, mi padre Alfredo Álvarez Álvarez, mi hermano Mario Álvarez Rosales, mi tía María Cristina Rosales García, y mi abuela María Cristina García González que siempre está entre nosotros.

Tabla de contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Antecedentes generales.....	1
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivo general	2
1.2.2 Objetivos específicos	2
1.3 Metodología	2
1.4 Alcances por capítulo	3
1.4.1 Introducción.....	3
1.4.2 Modelo tipo panel modificado para muros cortos	3
1.4.3 Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado.....	3
1.4.4 Análisis y comparación de resultados con la base de datos	3
1.4.5 Comparación de la base de datos con modelos simples de la literatura	3
1.4.6 Conclusiones	4
2. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MUROS CORTOS	5
2.1 Resumen del modelo Kaseem et al. (2010)	5
2.1.1 Modelo geométrico	6
2.1.2 Condiciones de equilibrio y compatibilidad.....	7
2.1.3 Leyes constitutivas de los materiales.....	8
2.1.4 Algoritmo de solución.....	11
2.2 Modificaciones realizadas por Ulloa (2013).....	12
2.2.1 Expansión transversal promedio del muro	13
2.2.2 Expansión vertical promedio del muro	14
2.3 Modelos de ángulo fijo	15
2.3.1 Algoritmo de calibración para ángulos fijos	16
2.3.2 Algoritmo de solución para modelos de ángulo fijo en conjunto con el equilibrio longitudinal.....	18
3. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MÉNSULAS DE HORMIGÓN ARMADO	19
3.1 Descripción ménsulas de hormigón armado	19
3.2 Modelo geométrico.....	22
3.2.1 Analogía entre muros cortos y ménsulas	22
3.2.2 Adaptación propia al problema en ménsulas.....	23
3.2 Modelo de falla a flexión para ménsulas	24

3.2.3	Curvas tensión de corte versus deformación angular	25
3.2.4	Caso sin acero en el alma:	25
3.2.5	Caso falla por fluencia del acero del alma:	26
3.2.6	Caso falla de compresión del concreto:	27
3.3	Modificaciones propuestas al modelo	28
3.3.1	Consideración del ancho del plato de carga	28
3.3.2	Consideración del acero de borde en el panel	29
3.3.3	Dirección principal modificada para ménsulas	33
4.	ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS CON LA BASE DE DATOS..	36
4.1	Descripción de la base de datos experimentales	36
4.2	Resultados estadísticos de los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013).....	37
4.3	Análisis de la consideración del ancho de la placa de carga.....	41
4.4	Análisis de la consideración del acero de borde en el panel.....	44
4.5	Análisis de la dirección principal modificada para ménsulas	50
4.6	Análisis de las modificaciones en los modelos " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = NA$ " y el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = NA$ "	54
4.7	Tendencias generales	60
4.7.1	Sensibilidad a la razón de corte luz de corte sobre altura efectiva a/d	60
4.7.2	Sensibilidad al parámetro $\rho_L f_{yL}$	62
4.7.3	Sensibilidad al parámetro $\rho_b f_{yb}$	64
4.7.4	Sensibilidad a la capacidad del hormigón f_c'	66
4.7.5	Sensibilidad a la tensión de corte τ medida en el ensayo	68
4.7.6	Sensibilidad al coeficiente de relajación ξ	70
4.7.7	Sensibilidad a la relación de profundidad de caras de la ménsula h'/h	72
4.8	Resumen tendencias generales	74
5.	COMPARACIÓN DE LA BASE DE DATOS CON MODELOS SIMPLES DE LA LITERATURA	76
5.1	Basados en cortante por fricción	76
5.1.1	Instituto Americano del Hormigón (ACI 318-08 Cap. 11.8).....	76
5.2	Basados en modelos enrejados.....	77
5.2.1	Método de Solanki y Sabnis (1987).....	77
5.3	Basados en ecuaciones empíricas.....	79
5.3.1	Método de Kriz y Raths (1965).....	79
5.4	Basados en ecuaciones semi-empíricas.	79

5.4.1	Método de Russo et al. (2006).....	79
5.5	Comparación modelos simples de la literatura con resultados experimentales	83
6.	CONCLUSIONES	88
	BIBLIOGRAFÍA	91
	ANEXO A	94
	ANEXO B	103

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Ángulos de fijación del puntal de compresión, Ulloa (2013).	17
Tabla 3.1: Re-calibración del ángulo del puntal de compresiones para ménsulas.	35
Tabla 4.1: Resultados estadísticos del modelo de ángulo $\alpha\sigma r = fct$ Ulloa (2013).	37
Tabla 4.2: Resultados estadísticos del modelo ángulo $\alpha\sigma r = 0.5fct$ Ulloa (2013).	38
Tabla 4.3: Resultados estadísticos del modelo $\alpha\sigma r = fut = 0$ Ulloa (2013).	38
Tabla 4.4: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = fct)$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.	41
Tabla 4.5: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = 0.5fct)$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.	42
Tabla 4.6: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = fut = 0)$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.	42
Tabla 4.7: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = fct)$ modificado para ménsulas.	50
Tabla 4.8: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = 0.5fct)$ modificado para ménsulas.	51
Tabla 4.9: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma r = fut = 0)$ modificado para ménsulas.	51
Tabla 5.1: Resultados obtenidos para los modelos de la literatura.	84
Tabla 6.1: Resultados modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma r = fct)$	90

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Configuración de muro corto: a) Geometría y tensiones resultantes, b) Tensiones en el hormigón y acero (después de Kaseem et al. (2010)).	6
Figura 2.2: Curva de hormigón armado en compresión, Zhang y Hsu (1998).	9
Figura 2.3: Curva del hormigón armado en tracción, Gupta y Rangan (1998).	10
Figura 2.4: Ley constitutiva del refuerzo distribuido vertical y horizontal.	11
Figura 2.5: Modelo de elementos finitos aplicado a muros, Massone (2010).	13
Figura 2.6: Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo del puntal de compresión, Ulloa (2013).	16
Figura 3.1: Geometría de ménsulas de hormigón armado, Russo et al. (2006).	20
Figura 3.2: Mecanismos de falla en ménsulas, libro "Reinforced Concrete Structures" (Park y Paulay, 1975).	21
Figura 3.3: Analogía muro cantiléver y ménsulas en zona de corte.	22
Figura 3.4: Disposición típica de ensayos de ménsulas Kriz y Raths (1965).	23
Figura 3.5: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=33.	25
Figura 3.6: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=92.	26
Figura 3.7: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=74.	27
Figura 3.8: Desarrollo de perfiles transversales en vigas, Gotschlich (2011).	28
Figura 3.9: Tendencia de la predicción del modelo de ángulo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013) ante variaciones de la armadura de borde.	29
Figura 3.10: Perfil de deformación vertical para muros con relación de aspecto 3 y 12, para distintos niveles de deformación de techo, (Hernández ,2015).	30
Figura 3.11: Perfil de deformación vertical para muros con relación de aspecto 1, 3 y 6, para un drift $\delta = 0.5\%$, (Hernández ,2015).	31
Figura 3.12: Evolución del perfil de deformación longitudinal a distintas alturas de un muro de relación de aspecto unitaria.	32
Figura 3.13: Ángulo del puntal de compresión aplicando el algoritmo 2.3.1 v/s los ángulos de Ulloa (2013).	34
Figura 4.1: Comparación de parámetros estadísticos del modelo panel modificado con ángulo fijo (Ulloa, 2013).	39
Figura 4.2: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para cada modelo de ángulo fijo Ulloa (2013).	40
Figura 4.3: Comparación de parámetros estadísticos de los modelos de ángulo fijo Ulloa (2013) y la consideración del ancho de la placa de carga.	43
Figura 4.4: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.	44
Figura 4.5: Resultados estadísticos para el barrido de " β " en el modelo de ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " Ulloa (2013).	46
Figura 4.6: Variación del % de fallas al considerar la armadura principal a tracción en los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013).	47

Figura 4.7: Comparación de parámetros estadísticos del modelo ángulo fijo Ulloa (2013) y la consideración de acero principal $\beta = 0.2$.	48
Figura 4.8: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) con la consideración de acero principal " $\beta = 0.3$ ".	49
Figura 4.9: Comparación de parámetros estadísticos de los modelos de ángulos fijos Ulloa (2013) versus los modelos con la dirección principal modificada para ménsulas.	52
Figura 4.10: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) versus los modelos con la dirección principal modificada para ménsulas.	53
Figura 4.11: Resultados estadísticos para el barrido de " β " en el modelo de ángulo " $\alpha(\sigma_r = fct)$ " Ulloa (2013) de modificaciones simultáneas.	55
Figura 4.12: Resultados de predicción para los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = fct)$.	56
Figura 4.13: Comparación del promedio y desviación estándar de los modelos $\alpha(\sigma_r = fct)$ para la modificaciones realizadas.	57
Figura 4.14: Comparación del promedio y COV de los modelos $\alpha(\sigma_r = fct)$ para la modificaciones realizadas.	58
Figura 4.15: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión de los modelos con ángulo principal $\alpha(\sigma_r = fct)$ para las modificaciones realizadas.	59
Figura 4.16: V_{modelo}/V_{ensayo} versus a/d para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	61
Figura 4.17: V_{modelo}/V_{ensayo} versus $\rho_L f_y L$ para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	63
Figura 4.18: V_{modelo}/V_{ensayo} versus $\rho_b f_y b$ para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	65
Figura 4.19: V_{modelo}/V_{ensayo} versus $f'c$ para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	67
Figura 4.20: V_{modelo}/V_{ensayo} versus τ_{ensayo} para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	69
Figura 4.21: V_{modelo}/V_{ensayo} versus ξ para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	71
Figura 4.22: V_{modelo}/V_{ensayo} versus h'/h para $\alpha(\sigma_r = fct)$ con las modificaciones realizadas.	73
Figura 4.23: Comparación % de variación de los parámetros estudiados para los modelos de ángulo fijo $\alpha\sigma_r = fct$.	74
Figura 5.1: Refuerzo de cortante por fricción a cierto ángulo de la fisura hipotética, ACI-318-08.	77
Figura 5.2: Geometría, fuerzas y condiciones de equilibrio, Solanki y Sabnis (1987).	78
Figura 5.3: (a) Modelo puntal-tensor para ménsulas con estribos horizontales, (b) equilibrio de la fuerza del puntal de compresión debido a los estribos.	82
Figura 5.4: Tensión de corte de los modelos de la literatura aplicados a la base de datos reducida.	85
Figura 5.5: Resultados estadísticos para los modelos la literatura.	86
Figura 5.6: Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para los modelos de la literatura.	87

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes generales

Los elementos estructurales como vigas altas, vigas en voladizo, muros cortos, uniones viga columna, y ménsulas, son muy comunes en diferentes tipos de obras civiles como edificios, puentes, e instalaciones en general. En particular, el elemento tipo ménsula es usado como soporte de vigas primarias, y su principal función es la transferencia de cargas dentro de una estructura.

El término ménsula (*corbel*) está generalmente restringido a elementos estructurales de hormigón armado, presentes como voladizos con razón luz de corte sobre altura menor a la unidad. Tan pequeña razón provoca que usualmente la falla de este tipo de elementos esté gobernada por el esfuerzo de corte y por ende su predicción establece mayores dificultades que las fallas de flexión. Se debe recordar que actualmente las normas de diseño se enfocan en elementos esbeltos, donde predomina la falla por flexión, por lo que se hace de suma importancia entender el comportamiento de elementos controlados por su resistencia al esfuerzo de corte.

En ésta memoria, se implementa un modelo panel para la determinación de la capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado. Este modelo, se origina de la formulación de panel de Ulloa (2013) en muros cortos, la cual obtuvo sus mejores resultados al considerar fija la inclinación del puntal de compresión diagonal ante desplazamientos laterales del muro.

El modelo de Ulloa (2013), está basado en el de Kaseem et al. (2010) para muros cortos, donde la mayor discrepancia entre ellos está en la forma en que se define el ángulo de compresión diagonal. Kaseem et al. (2010) estima el ángulo como aquel que mejor se ajusta a la capacidad de corte vista en los ensayos de muros, mientras que Ulloa (2013) utiliza la expansión lateral (Massone, 2010) y vertical del muro (usada en el trabajo de Villar, 2010).

El modelo panel modificado para ménsulas, usa una inclinación del ángulo de fisuras diagonales particular para tomar en cuenta la ausencia de armadura transversal y carga axial. Además, requiere de la definición de un parámetro de eficiencia que mide el efecto de la armadura de borde en el panel. La razón de luz de corte sobre altura es reducida para considerar el efecto de la placa de carga.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

El objetivo general de ésta memoria es ampliar el rango de validez de los modelos basados en la formulación de panel de Ulloa (2013) para representar el comportamiento de elementos tipo ménsula.

1.2.2 Objetivos específicos

- Generar modificaciones en el modelo panel para obtener la capacidad al corte en ménsulas.
- Determinar la capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado utilizando un modelo panel modificado que considera la degradación de la resistencia del hormigón y la estimación del ángulo del puntal de compresión.
- Comparar la capacidad al corte de ménsulas producto de la aplicación del modelo panel modificado para ménsulas, versus los resultados experimentales de ensayos de la literatura.
- Analizar la sensibilidad de los modelos implementados ante la variación de los parámetros de entrada, como lo son la razón luz de corte sobre altura, la resistencia del hormigón, y las características de armaduras en las ménsulas.
- Comparar los resultados de capacidad al corte obtenidos con el modelo panel modificado para ménsulas, versus la aplicación de modelos simples disponibles en la literatura especializada.

1.3 Metodología

En primer lugar, se recopila información de modelos similares a los que se pretenden utilizar para poder tener un conocimiento acabado, tanto de la metodología que utilizan éstos, como de los alcances que tienen en el diseño y cálculo de estructuras. Se describe el modelo panel de Kaseem et al. (2010) con las modificaciones realizadas por Ulloa (2013). Las características descritas corresponden a los supuestos del comportamiento del panel, la geometría, las leyes constitutivas, y las condiciones de compatibilidad. También serán detalladas las modificaciones realizadas y consideraciones particulares para la validación del modelo en ménsulas de hormigón armado.

Se genera y detalla la base de datos que se usa para la verificación del modelo a implementar. Se utilizan ensayos de ménsulas que varían su razón luz de corte sobre altura, las características de resistencia de los materiales de construcción, disposición de armaduras, y que satisfacen no tener carga axial.

En términos de la razón capacidad predicha sobre experimental, se analiza cómo influye la variación de los parámetros que configuran las ménsulas, en particular, la armadura de corte, la resistencia del hormigón, y la razón luz de corte sobre altura.

Se recopila la información de modelos existentes en la literatura que permitan estudiar la capacidad al corte en ménsulas de hormigón armado. Las predicciones de capacidad obtenidas con los diferentes modelos se comparan con la resistencia experimental de los ensayos y con el modelo modificado implementado en éste trabajo.

Se presentarán las conclusiones.

1.4 Alcances por capítulo

1.4.1 Introducción

Se introduce la motivación, los objetivos y la metodología a seguir en el presente trabajo.

1.4.2 Modelo tipo panel modificado para muros cortos

Se presenta una descripción del modelo panel modificado (Ulloa, 2013) para muros cortos basado en el de Kaseem et al. (2010).

1.4.3 Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado

Se describen las adaptaciones que se realizan al modelo panel modificado para muros cortos (Ulloa, 2013) que permiten establecer la analogía con ménsulas de hormigón armado. Se establecen nuevas modificaciones, con la finalidad de representar de mejor forma la capacidad de las ménsulas.

1.4.4 Análisis y comparación de resultados con la base de datos

Se detallan las características de la base de datos que se utiliza para la validación del modelo, y se muestran los resultados obtenidos tras estimar la capacidad mediante las distintas modificaciones establecidas a los modelos de ángulo fijo. Se define el modelo panel modificado para ménsulas de hormigón armado a validar.

1.4.5 Comparación de la base de datos con modelos simples de la literatura

Se expone la metodología de modelos existentes en la literatura que permitan estimar la capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado, y se comparan los resultados de tales modelos, con el modelo panel modificado de mejor resultados estadísticos de predicción.

1.4.6 Conclusiones

Son presentadas las conclusiones de mayor relevancia de la presente memoria.

2. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MUROS CORTOS

En este capítulo, se presenta la formulación tipo panel utilizada por Kaseem et al. (2010), la cual es adaptada por Ulloa (2013), pretendiendo explicar la teoría en que se basa, las leyes constitutivas consideradas en su modelación, y los principales supuestos que se proponen para simplificar el análisis.

2.1 Resumen del modelo Kaseem et al. (2010)

Existen varios modelos que han sido formulados con la intención de estimar la capacidad al corte de muros cortos, incluyendo aquellos basados en el modelo de enrejado suavizado (*softened truss model*) inicialmente desarrollado por Mau y Hsu (1987), posteriormente modificado por Gupta (1996), y también están los métodos basados en el modelo puntal-tensor suavizado (*softened strut-and-tie model*) propuesto por Hwang et al. (2001). Aunque el modelo puntal tensor suavizado reportó una razonable predicción de resistencia al corte, mecanismos de transmisión y tipo de falla de corte (Yu y Hwang, 2005), el modelo no puede predecir la deformación del muro. Esta característica es incluida en el modelo de enrejado suavizado, con lo cual se provee de una evaluación más completa de la capacidad y del comportamiento de muros de corte (Mansour et al., 2004).

Debido a lo enunciado en el párrafo anterior, y usando el planteamiento de enrejado suavizado, se desarrolla el modelo de Kaseem et al. (2010). Éste modelo se basa en la teoría del campo de compresión modificada desarrollada por Vecchio y Collins (1986) (*the Modified Compression Field Theory*), en la cual el alma de un muro puede ser visualizada como el ensamble de pequeños elementos de hormigón armado. Tal teoría, permite predecir la respuesta de muros sometidos a cargas axiales y de corte. El comportamiento del concreto es del tipo biaxial, en el cual se incorpora la degradación del hormigón en la dirección perpendicular a la de compresión mediante un material con leyes constitutivas particulares que representan el hormigón fisurado.

Cuando se utiliza el modelo de Kaseem et al. (2010) para estudiar el comportamiento de un muro corto de hormigón armado, se considera el estado de tensiones y deformaciones promedio del elemento, el principio de transformación de las tensiones y deformaciones, las ecuaciones de equilibrio, la compatibilidad de deformaciones, y una definición de leyes constitutivas del hormigón y del acero de refuerzo. El ángulo del puntal de compresión, que se asume idéntico al ángulo de tensiones y deformaciones principales, fue determinado como el que mejor predice la capacidad al corte en los 100 muros ensayados en la base de datos que Kaseem et al. (2010) utiliza para validar su modelo. Es decir, el ángulo obtenido por Kaseem et al. (2010) por construcción será el que presente la mejor estimación de capacidad al corte para tal base de datos.

La gran diferencia entre el planteamiento de Ulloa (2013) en el modelo de panel modificado para muros cortos y el de Kaseem et al. (2010), es que el ángulo del puntal de compresión diagonal se obtiene a través del uso de estimaciones de la expansión lateral (Massone, 2010) y vertical del muro (utilizada en el trabajo de Villar, 2010), las cuales se basan en el nivel de deformación angular o deriva.

La capacidad al corte del muro es determinada como la carga máxima de la curva carga desplazamiento correspondiente al elemento de hormigón armado. Por otro lado, el modelo es aplicable cuando la armadura vertical y horizontal se distribuyen de forma uniforme, y que su dirección coincida con los bordes verticales y horizontales del muro.

2.1.1 Modelo geométrico

Una vez que se desarrolla la grieta diagonal en el elemento, las barras de acero estarán sujetas a tracción y el hormigón actuará como un puntal de compresión, lo que forma un conjunto de puntales de compresión y tensores de tracción.

En la figura 2.1 se muestra un muro cuyos refuerzos verticales y horizontales están orientados en las direcciones " L " y " t " formando el sistema de coordenadas " $L - t$ ". La inclinación del puntal de compresión es considerada en la dirección " d ", la cual está inclinada un ángulo " α " con respecto a la dirección longitudinal de las barras verticales. Esta dirección es considerada como la dirección principal de compresión del elemento, y la dirección perpendicular a ésta es denominada " r ". Este nuevo sistema de coordenadas se denomina " $d - r$ ".

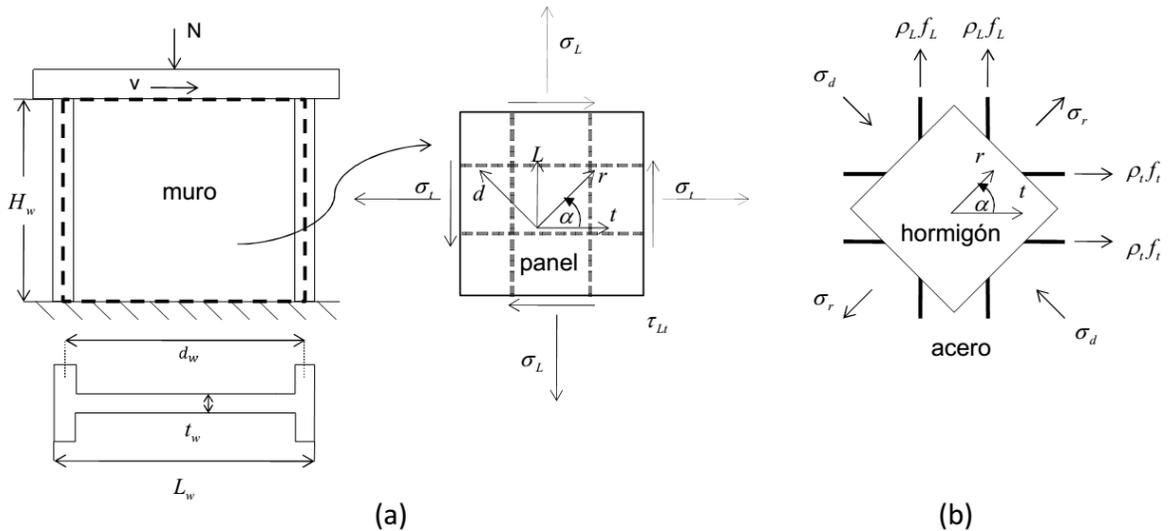


Figura 2.1: Configuración de muro corto: a) Geometría y tensiones resultantes, b) Tensiones en el hormigón y acero (después de Kaseem et al. (2010)).

2.1.2 Condiciones de equilibrio y compatibilidad

Considerando que las barras de acero sólo están sometidas a tensiones axiales, y que la dirección principal de tensiones ocurre en un ángulo " α " con respecto a la vertical, las ecuaciones que gobiernan el equilibrio en el sistema " $L - t$ " quedan representadas de la siguiente manera:

$$\sigma_L = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_L f_L \quad (2.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_t \quad (2.2)$$

$$\tau_{Lt} = (-\sigma_d + \sigma_r) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.3)$$

Donde:

σ_L, σ_t son las tensiones normales en las direcciones L y t [MPa]; τ_{Lt} es la tensión de corte promedio en el plano $L - t$ [MPa]; σ_d, σ_r son las tensiones principales en las direcciones d y r [MPa]; f_L, f_t son las tensiones promedio del refuerzo de acero en las direcciones L y t [MPa]; ρ_L, ρ_t son las cuantías de acero en las direcciones L y t .

Asumiendo que la distribución de tensiones en el alma del muro es uniforme, la fuerza de corte puede ser expresada como sigue:

$$V = \tau_{Lt} t_w d_w \quad (2.4)$$

Donde:

V es la fuerza de corte en el alma de la sección [N]; t_w es el espesor del alma del elemento [mm]; d_w es el largo horizontal del muro entre los centroides de los elementos de borde [mm].

En el caso de que no existan elementos de borde " d_w " se asume igual a " $0.8 L_w$ ", donde " L_w " es el largo del muro.

Para la compatibilidad de deformaciones se usa el mismo principio de transformación utilizado en las condiciones de equilibrio resultando las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_L = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (2.6)$$

$$\gamma_{Lt} = 2(\varepsilon_r - \varepsilon_d) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.7)$$

Donde:

$\varepsilon_L, \varepsilon_t$ son las deformaciones promedio en las direcciones L y t ; γ_{Lt} es la deformación promedio de corte en el plano $L - t$; $\varepsilon_d, \varepsilon_r$ son las deformaciones principales promedio en las direcciones d y r .

Asumiendo que el desplazamiento en la zona superior del muro es principalmente gobernado por los esfuerzos de corte, es razonable considerar que este último puede ser calculado a través de la deformación de corte mediante la siguiente igualdad propuesta por Gupta (1996):

$$\Delta = \gamma_{Lt} H_w \quad (2.8)$$

Donde:

Δ es el desplazamiento en el punto de aplicación de la carga [mm]; H_w es la altura del muro [mm]; γ_{Lt} es la deformación promedio de corte en el plano $L - t$, también denominada deriva .

2.1.3 Leyes constitutivas de los materiales

2.1.3.1 Comportamiento del hormigón armado

La ley constitutiva para el hormigón en este modelo, es la propuesta por Zhang y Hsu (1998), la que considera la degradación de la capacidad del puntal de compresión debida a la deformación de tracción en la dirección ortogonal (figura 2.2).

La dirección principal de deformaciones en el hormigón no necesariamente es la misma que la dirección principal de tensiones. Sin embargo, Zhang y Hsu (1998) consideran una simplificación al asumir que el eje principal de deformaciones y tensiones coinciden.

En esta modelación es posible notar que la tensión principal " σ_d " en el concreto no sólo es función de la deformación principal de compresión " ε_d ", sino que también de la deformación en la dirección ortogonal a la compresión " ε_r ". Las ecuaciones que representan este modelo son las siguientes:

$$\sigma_d = -\xi f'_c \left[2 \left(\frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{Si } -\varepsilon_d \leq \xi \varepsilon_0 \quad (2.9)$$

$$\sigma_d = -\xi f'_c \left[1 - \left(\frac{\frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\xi} - 1} \right)^2 \right] \quad \text{Si } -\varepsilon_d > \xi \varepsilon_0 \quad (2.10)$$

$$\xi = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400 \varepsilon_r}} \leq \frac{0.9}{\sqrt{1+400 \varepsilon_r}} \quad (2.11)$$

Donde:

σ_d es la tensión principal promedio en las direcciones d (negativa para la compresión) [MPa]; ξ es el coeficiente de reducción por relajación; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; ε_d , ε_r son las deformaciones promedio en las direcciones d y r ; ε_0 es la deformación de un cilindro estándar de concreto, asociada la tensión f'_c , que es igual a 0.002.

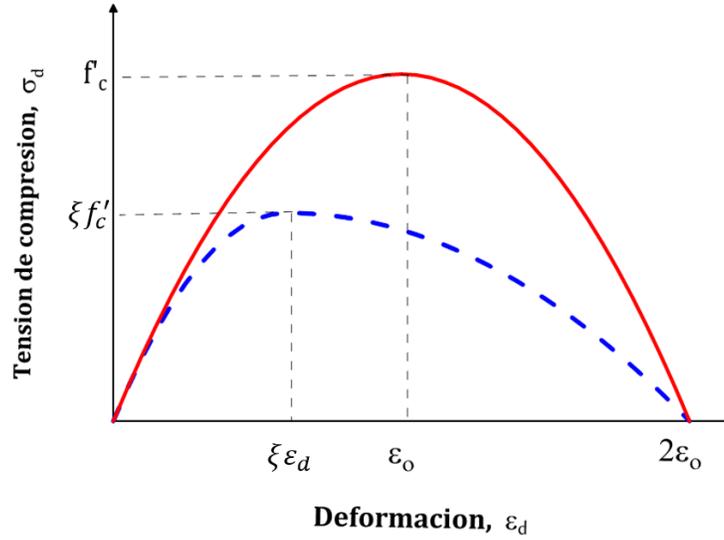


Figura 2.2: Curva de hormigón armado en compresión, Zhang y Hsu (1998).

Bajo tracción, la ley constitutiva entre la tensión principal de tracción " σ_r ", y la deformación principal " ε_r " (figura 2.3), es la propuesta por Gupta y Rangan (1998) es la siguiente:

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{Si } 0 \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.12)$$

$$\sigma_r = f'_{ct} \frac{(\varepsilon_{ut} - \varepsilon_r)}{(\varepsilon_{ut} - \varepsilon_{ct})} \quad \text{Si } 0 < \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.13)$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{Si } \varepsilon_{ut} < \varepsilon_r \quad (2.14)$$

$$f'_{ct} = 0.4\sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.15)$$

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.16)$$

Donde:

σ_r es la tensión principal promedio del hormigón en la direcciones r (positiva para la tracción) [MPa]; f'_{ct} es la tensión máxima de tracción directa del hormigón [MPa]; E_c es el módulo de elasticidad del hormigón [MPa]; ε_r es la deformación principal promedio en la dirección r ; ε_{ct} es la deformación para el inicio de fisuras del hormigón, igual a $\frac{f'_{ct}}{E_c}$; ε_{ut} es la deformación última sobre la cual la tensión es nula en el hormigón, igual a 0.002.

Posterior a la deformación última " ϵ_{ut} " la tensión de tracción es nula. El valor de tal deformación es igual a 0.002 ya que para un acero con tensión de fluencia de 400 [Mpa], la deformación de fluencia es igual a 0.002. Es por esta razón que Gupta y Rangan (1998) consideran que para niveles de deformación igual a 0.002 o superiores, la resistencia de tracción del hormigón es despreciable.

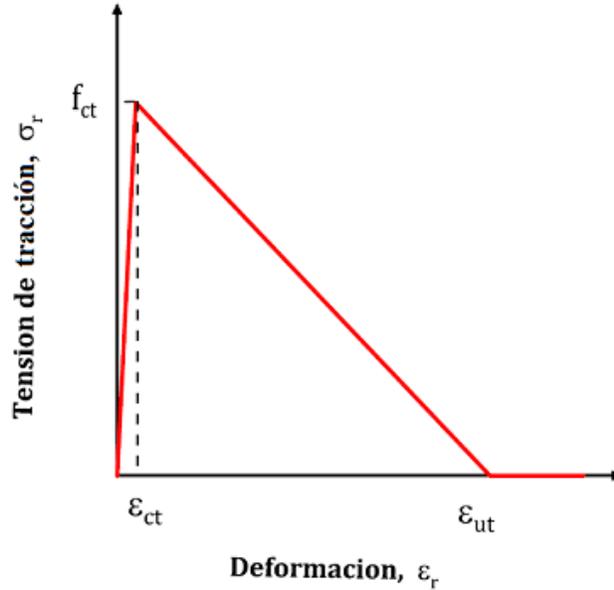


Figura 2.3: Curva del hormigón armado en tracción, Gupta y Rangan (1998).

2.1.3.2 Comportamiento del acero de refuerzo

El modelo constitutivo del acero es uniaxial, donde se asume comportamiento elasto-plástico perfecto (figura 2.4), el cual queda definido por las siguientes relaciones de tensión-deformación:

$$f_s = E_s \epsilon_s \quad \text{Si } \epsilon_s < \epsilon_y \quad (2.17)$$

$$f_s = f_y \quad \text{Si } \epsilon_s \geq \epsilon_y \quad (2.18)$$

Donde:

f_s es la tensión del acero de refuerzo [MPa]; E_s es el módulo de elasticidad del acero, considerado igual a 200000 [MPa]; ϵ_s es la deformación del acero de refuerzo; f_y es la tensión de fluencia del acero de refuerzo [MPa].

Al asumir perfecta adherencia entre el hormigón y el refuerzo, las deformaciones promedio del acero en los ejes "L" y "t" son iguales a las deformaciones promedio del panel. Es decir:

$$\begin{array}{lll} \varepsilon_{st} = \varepsilon_t & \text{y} & f_{st} = f_t \quad \text{Para el refuerzo transversal} \\ \varepsilon_{sL} = \varepsilon_L & \text{y} & f_{sL} = f_L \quad \text{Para el refuerzo longitudinal} \end{array}$$

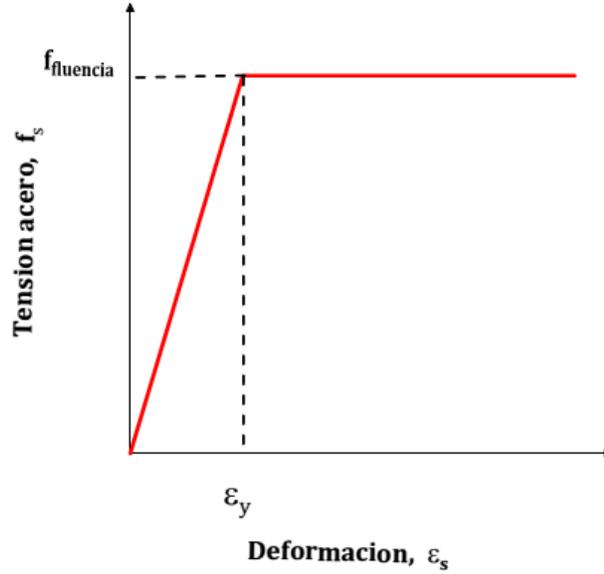


Figura 2.4: Ley constitutiva del refuerzo distribuido vertical y horizontal.

2.1.4 Algoritmo de solución

El análisis del modelo de capacidad de corte basado en el modelo de enrejado suavizado (*softened truss model*) involucra 16 incógnitas:

$$V, \sigma_L, \sigma_t, \tau_{Lt}, \sigma_d, \sigma_r, f_L, f_t, \alpha, \xi, \Delta, \varepsilon_r, \varepsilon_d, \varepsilon_L, \varepsilon_t, \gamma_{Lt}.$$

Por otro lado, se han desarrollado 13 ecuaciones, dentro de las cuales se destacan 8 de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, y 5 ecuaciones asociadas a las leyes constitutivas de los materiales. Lo anterior implica que existen tres grados de indeterminación en el problema estudiado. Esta indeterminación se reduce especificando la deformación " ε_d " para cada estado de carga y calculando la tensión longitudinal " σ_L ", relacionándola con la carga vertical " N ", y el área transversal del muro " A ", como se señala en la siguiente igualdad:

$$\sigma_L = \frac{N}{A} \tag{2.19}$$

La indeterminación restante del sistema de ecuaciones puede ser resuelta usando el ángulo " α " calibrado por Kaseem et al. (2010). De esta forma es posible resolver el sistema de ecuaciones. La calibración realizada por Kaseem et al. (2010) relacionó el ángulo del puntal de compresión " α " con una serie de parámetros que podrían influenciarlo, como son las características geométricas, las cuantías de armadura, la resistencia del hormigón, y las cargas aplicadas. Las relaciones que obtuvo Kaseem et al. (2010) son:

- Muros con carga axial y transversal:

$$\alpha = 57.16 x_1^2 - 117.6 x_1 + 87.10 \quad (2.20)$$

$$\text{Con: } x_1 = \frac{H_w}{d_w} \left(\frac{N}{A \sqrt{f'_c}} \right)^{0.1}$$

- Muros con carga transversal:

$$\alpha = -7.339 x_2^2 - 65.74 x_2 - 87.67 \quad (2.21)$$

$$\text{Con: } x_2 = \sqrt{f'_c} + (\rho_L f_{yL}) / (\rho_t f_{yt})^{0.1}$$

Donde:

H_w la altura del muro [mm]; d_w el largo horizontal del muro entre los centroides de los elementos de borde [mm]; N la Fuerza axial [kN]; A el área transversal del muro [mm²]; f'_c la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; f_{yL} la tensión de fluencia del acero longitudinal [MPa]; f_{yt} la tensión de fluencia del acero transversal [MPa]; ρ_L, ρ_t las cuantías de acero en las direcciones L y t .

El modelo permite obtener la curva carga desplazamiento completa ya que para cada estado de deformación se conoce el estado de tensiones del elemento de hormigón armado. Además, debe notarse que con la proposición del ángulo del puntal de compresión por medio de las expresiones anteriores, el problema a estudiar se reduce a uno de sólo una indeterminación. Éste modelo queda caracterizado por tener un ángulo fijo, ya que la inclinación del puntal no depende del nivel de desplazamiento lateral del panel.

2.2 Modificaciones realizadas por Ulloa (2013)

La principal diferencia entre el modelo panel modificado para muros cortos (Ulloa, 2013) y el de Kaseem et al. (2010), es la forma en que se obtiene la dirección principal de compresión. En el modelo de ángulo fijo de Ulloa (2013) se estima la dirección principal de compresión a través de la deformación promedio transversal del muro (Massone, 2010), y la deformación promedio vertical (usada en el trabajo de Villar, 2010).

2.2.1 Expansión transversal promedio del muro

La deformación unitaria transversal del muro (Massone, 2010) para diferentes alturas fue basada en los resultados de un modelo convencional de elementos finitos 2D (2D-FEM). En el estudio realizado se modelaron muros para una amplia matriz de parámetros geométricos, propiedades de los materiales, cuantías de armadura, y niveles de carga axial ($H_w/L_w = 0.33-1.4$; $\rho_t = 0-1\%$; $\rho_L = 0-1\%$; $\rho_b = 1-6\%$; $N=0-0.3f'_cA_g$). Las leyes constitutivas usadas para el concreto consideran el efecto de degradación en la compresión biaxial, y la presencia de tensiones de tracción posteriores a la tensión de tracción máxima, las que modelan el efecto de unión del acero y concreto, en las grietas. El acero de refuerzo es modelado con un comportamiento uniaxial, asumiendo perfecta adherencia entre el concreto y acero.

Massone (2010), divide los muros en una serie de elementos rectangulares de cuatro nodos (figura 2.5), los cuales se encuentran conectados unos a otros, donde para muros cantiléver los nodos inferiores de los muros fueron restringidos en desplazamiento vertical y horizontal. Los nodos superiores fueron forzados a moverse lo mismo en la dirección lateral, para reproducir el efecto de pedestal, mientras que el desplazamiento vertical se determinó asumiendo que la sección inicialmente plana, se mantiene plana debido a la gran rigidez del efecto pedestal.

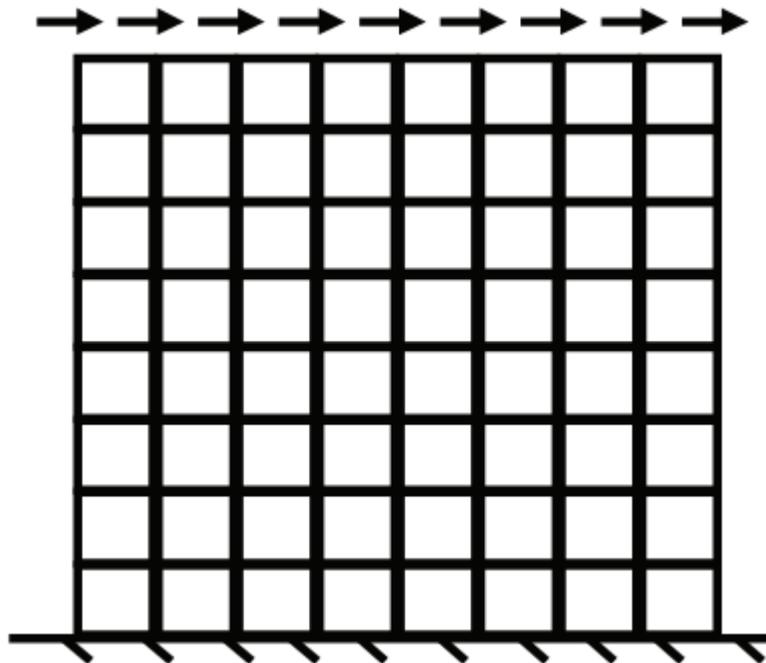


Figura 2.5: Modelo de elementos finitos aplicado a muros, Massone (2010).

Del estudio se determinó la expansión lateral del muro en función de la altura, calculando el promedio de deformación transversal de los nodos asociados un mismo nivel de altura. Con estos valores, se calibró una expresión la cual consideró los parámetros más influyentes.

Según el estudio, la deformación horizontal viene dada por las siguientes expresiones:

- Curvatura simple:

$$\varepsilon_{t,max} = 0.0055(100\rho_t + 0.25)^{-0.44}(100\delta)^{1.4} \quad (2.22)$$

$$\frac{\varepsilon_{t(y)}}{\varepsilon_{t,max}} = \left\{ \begin{array}{ll} \sin^{0.75}\left(\frac{y}{0.76H_w}\pi\right) & 0 \leq y \leq 0.38H_w \\ \sin^{0.75}\left(\frac{y+0.24H_w}{1.24H_w}\pi\right) & 0.38H_w \leq y \leq H_w \end{array} \right\} \quad (2.23)$$

Donde:

ρ_t es la cuantía de armadura transversal; H_w es la altura del muro de corte [mm]; δ es la deriva definida como el desplazamiento lateral superior del muro sobre la altura $\gamma_{Lt} = \Delta/H_w$.

Los valores máximos de deformaciones en promedio se ubican a " $0.38H_w$ " desde la base del muro.

Mediante el uso de la expresión (2.23) es posible definir la deformación transversal promedio del muro como:

$$\varepsilon_t = \frac{1}{H_w} \int_0^{H_w} \varepsilon_{t(y)} dy = 0.69 \varepsilon_{t,max} \quad (2.24)$$

2.2.2 Expansión vertical promedio del muro

En el trabajo de Villar (2010) se adjunta la calibración de promediar la deformación unitaria longitudinal del muro en los nodos del eje central. La expresión obtenida es la siguiente:

- Curvatura simple:

$$\varepsilon_L = 0.0089(100\rho_t + 0.25)^{-0.25} \left(\frac{H_w}{L_w} + 0.5\right)^{-0.37} \left(\frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5\right)^{-0.34} (100\delta)^{0.93} - \frac{N}{t_w L_w E_c} \quad (2.25)$$

Donde:

H_w es la altura del muro [mm]; L_w es el largo del muro [mm]; t_w es el espesor del alma del muro [mm]; N es la fuerza axial [N]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; E_c es el módulo de elasticidad del hormigón [MPa]; ρ_t es la cuantía de acero transversal; δ es la deriva definida como el desplazamiento lateral superior del muro sobre la altura $\gamma_{Lt} = \Delta/H_w$.

2.3 Modelos de ángulo fijo

Tal como se ha dicho previamente, la base de los modelos de ángulo fijo es suponer que el ángulo de direcciones principales permanece invariante ante desplazamientos laterales del muro.

Para pequeñas deformaciones laterales de la zona superior del muro aún no se han generado grietas de corte, por lo tanto el ángulo del puntal de compresión no se ha definido completamente. Una vez comenzada la fisuración del hormigón en tracción diagonal, el ángulo de direcciones principales comienza a estabilizarse y se mantiene a lo largo del aumento de deriva.

Si se usan las expansiones laterales promedio " ε_t " y verticales " ε_L " del muro, para cada nivel de deriva " γ_{Lt} " es posible obtener la dirección principal de compresión. En particular, se puede obtener el ángulo para el cual comienzan a aparecer fisuras de corte en el panel de hormigón armado.

La presencia de fisuras queda definida cuando se alcanzan deformaciones de tracción en el hormigón iguales a " $\varepsilon_{ct} (\sigma_r = f_{ct})$ ". Sin embargo, con la finalidad de averiguar de la existencia de un mayor nivel de deformación que implique una estabilización de la dirección principal de compresión, que genere mejoras en la predicción de la capacidad y en el tipo de falla, es que surgen los modelos con niveles de tracciones iguales a " $\sigma_r = 0.5f_{ct}$ " y " $\sigma_r = f_{ut}=0$ ".

Ulloa (2013) notó que a medida que se aumenta la deformación de tracción a la cual se fija la dirección principal, la dispersión en la estimación de capacidad desciende considerablemente (figura 2.6), lo que implica una mejor predicción del tipo de falla de los muros.

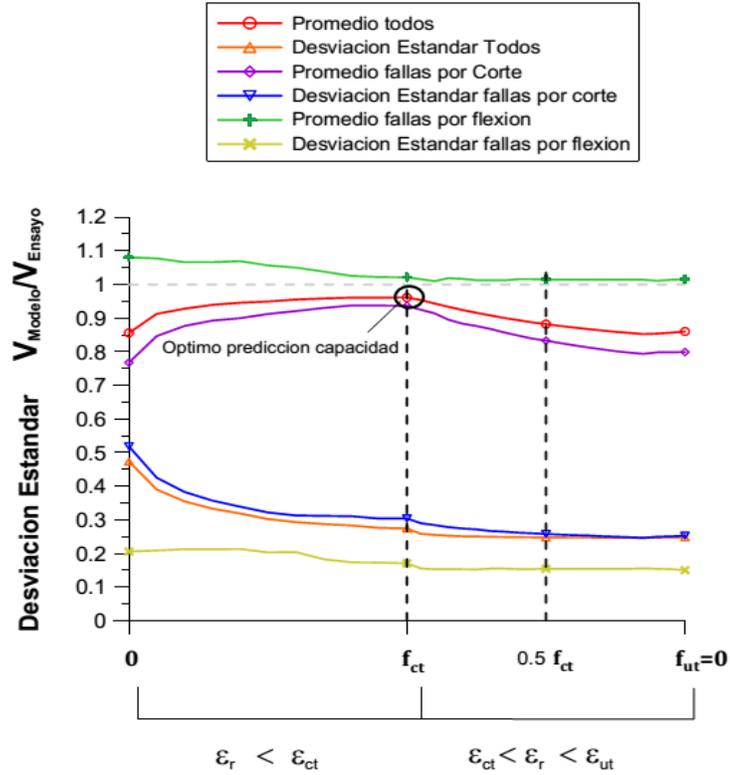


Figura 2.6: Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo del puntal de compresión, Ulloa (2013).

2.3.1 Algoritmo de calibración para ángulos fijos

El algoritmo de solución para obtener el ángulo deformaciones principales a distintos niveles de deformación (o de tensión de tracción) se describe a continuación.

1. Establecer el nivel de deformación ε_r (o tensión) de tracción del hormigón para el cual se desea encontrar el ángulo del puntal.
2. Seleccionar un nivel de deriva γ_{Lt} y un paso incremental $\Delta\gamma_{Lt}$.
3. Calcular las deformaciones promedio ε_t y ε_L .
4. Calcular la dirección principal de compresión mediante:

$$\alpha(\varepsilon_L, \varepsilon_t, \gamma_{Lt}) = \tan^{-1} \left(-\frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_L)}{\gamma_{Lt}} + \sqrt{\left(\frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_L)}{\gamma_{Lt}}\right)^2 + 1} \right) \quad (2.26)$$

5. Calcular la deformación de tracción:

$$\varepsilon_r = \frac{\gamma_{Lt} \tan \alpha}{2} + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

6. Si la deformación calculada en el punto 5 es mayor o igual a la impuesta en el punto 1 (con una cierta tolerancia), el ángulo es el establecido en el punto 4, sino, se incrementa la deriva y se vuelve al punto 3.

El método utilizado por Ulloa (2013) para la calibración las expresiones de los ángulos fue el de mínimos cuadrados, ajustando la expresión $\alpha = ctte (parametro_1)^{k_1} \dots (parametro_N)^{k_N}$ ya que de esta forma las variables desconocidas que minimizan el error son únicas.

Ulloa (2013) notó que los parámetros de mayor relevancia en la calibración corresponden a la relación de aspecto y el nivel de carga axial de los muros. La calibración mostró una buena correlación con los ángulos teóricos de los tres modelos siendo el coeficiente de determinación "R²" en el peor de los casos igual a 0.93.

En la tabla 2.1 se exponen las expresiones para el puntal de compresión que Ulloa (2013) desarrolló en su memoria.

Tabla 2.1: Ángulos de fijación del puntal de compresión, Ulloa (2013).

Nivel de tracción en el concreto	Puntal de compresión $\alpha_{puntal} \text{ }^\circ$
$\varepsilon_r = \varepsilon_{ct} ; \sigma_r = f_{ct}$	$175.2 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5 \right)^{-0.605} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1 \right)^{-4.6}$ (2.28)
$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_{ct} + \varepsilon_{ut}}{2} ; \sigma_r = 0.5 f_{ct}$	$143.4 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5 \right)^{-0.54} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1 \right)^{-1.36}$ (2.29)
$\varepsilon_r = \varepsilon_{ut} ; \sigma_r = f_{ut} = 0$	$136.3 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5 \right)^{-0.53} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1 \right)^{-1.17}$ (2.30)

2.3.2 Algoritmo de solución para modelos de ángulo fijo en conjunto con el equilibrio longitudinal

Al definir el ángulo del puntal de compresión mediante las expresiones entregadas en la tabla 2.1, y usando en conjunto la ecuación de equilibrio longitudinal " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ", es posible obtener para cada nivel de deriva " γ_{Lt} " el campo de deformación del panel, y posteriormente a través de la leyes constitutivas, el estado tensional del elemento de hormigón armado. El campo de deformación del panel se resuelve usando análisis incremental iterativo a través de la implementación del método de la bisección para solucionar la ecuación no-lineal dada por la condición " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ".

Debido a la forma en que se resuelve el estado de tensión del elemento de hormigón en el modelo de enrejado suavizado, se aprecia que no es necesario realizar hipótesis sobre el estado tensional en la dirección transversal del muro (" σ_t "), ya que esta variable no participa en la ecuación de equilibrio a resolver. Lo anterior implica que cambios en la enfierradura en la dirección " t " no generan impacto en la resistencia al esfuerzo de corte dado por el modelo.

3. MODELO TIPO PANEL MODIFICADO PARA MÉNSULAS DE HORMIGÓN ARMADO

En el presente capítulo se describe en general al elemento tipo ménsula, y se enuncian las adaptaciones efectuadas al modelo panel modificado para muros cortos, las cuales permiten aplicar el modelo a ménsulas de hormigón armado.

Se plantean distintas modificaciones con la finalidad de obtener los mejores resultados posibles en términos de una buena predicción de capacidad y una baja desviación estándar. El concepto de coeficiente de variación (COV) definido como la razón entre la desviación estándar y el promedio, es incorporado dentro de los parámetros estadísticos con el objetivo de cuantificar si las mejoras efectuadas impactan o no en la predicción de los distintos modelos.

3.1 Descripción ménsulas de hormigón armado

Las ménsulas de hormigón armado (*corbels*) y/o también denominadas cartelas por el Instituto Americano del Hormigón, se presentan como voladizos sobresalientes de muros o columnas. La razón de luz de cortante sobre altura de las ménsulas es menor a la unidad.

Usualmente este tipo de elementos son diseñados para resistir las fuerzas de corte " V_u " aplicadas por medio de la viga que soportan, y algunas veces también deben resistir la acción de la fuerza de tracción " N_u ", la cual se debe principalmente a cambios de temperatura, retracción de fraguado y flujo plástico en la viga principal que la ménsula soporta.

Típicamente, el refuerzo para las ménsulas consiste en armadura principal a tracción (área A_s) y estribos horizontales cerrados (área A_h). Además, se utilizan barras de encuadre para sostener los estribos (figura 3.1). Se debe notar que en general constructivamente no se utiliza refuerzo transversal debido a la inclinación pronunciada de las grietas diagonales que en algunos casos pueden ser inclusive verticales.

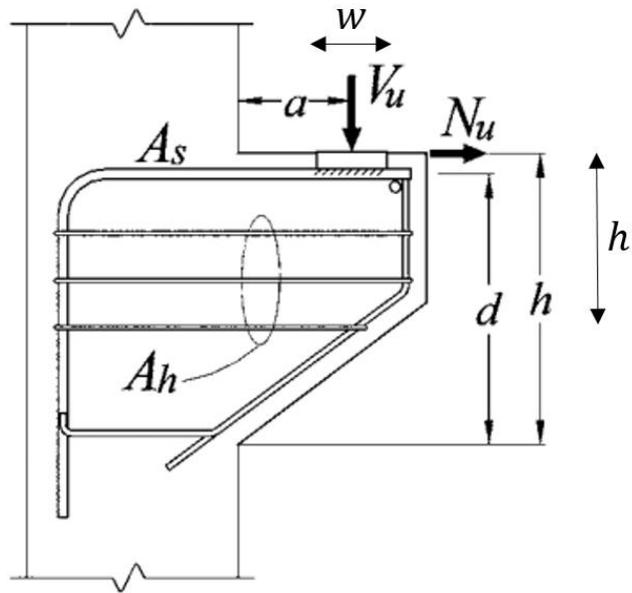


Figura 3.1: Geometría de ménsulas de hormigón armado, Russo et al. (2006).

El libro "Reinforced Concrete Structures" (Park y Paulay, 1975) define los principales mecanismos de falla en ménsulas, dentro de los cuales destacan:

- a) Tensión flexural: ocurre cuando existe una excesiva fluencia del refuerzo principal a flexión causando el aplastamiento en la zona de compresión. Las grietas de flexión son considerables.
- b) Rotura diagonal: Se desarrolla la rotura diagonal en el puntal de compresión posterior a la formación de grietas de flexión. La falla última se produce por compresión por corte.
- c) Deslizamiento por corte: Una serie de pequeñas e inclinadas grietas diagonales pueden llevar una falla por deslizamiento y provocar que la ménsula se separe de la cara de la columna.
- d) Rotura del anclaje: Cuando la carga es aplicada muy cerca del borde libre de la ménsula, y se tiene un pobre anclaje del refuerzo a flexión, puede ocurrir una falla por rotura bajo la viga soportada por la cartela.
- e) Aplastamiento del soporte: Con platos de carga muy pequeños o muy flexibles, o cuando la ménsula es demasiado estrecha, el concreto puede aplastarse bajo placa.
- f) Tensión horizontal: Este mecanismo de falla se acentúa cuando una fuerza horizontal " N_u " actúa en la ménsula en conjunto con la fuerza cortante " V_u ". También puede ocurrir cuando la cara exterior de la ménsula " h' " es de pequeña profundidad.

En la figura 3.2 se muestra la apariencia de las ménsulas ante los distintos modos de falla.

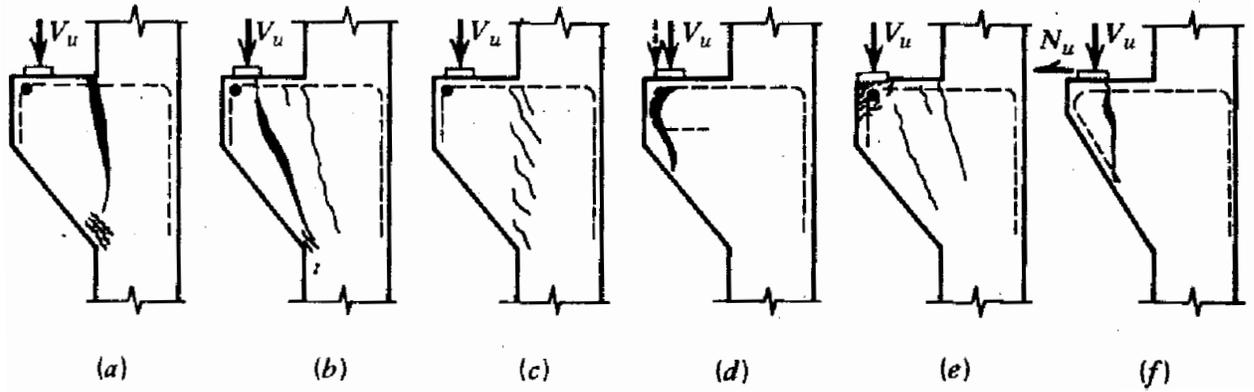


Figura 3.2: Mecanismos de falla en ménsulas, libro "Reinforced Concrete Structures" (Park y Paulay, 1975).

El modelo panel será utilizado para estudiar la falla de compresión diagonal.

3.2 Modelo geométrico

3.2.1 Analogía entre muros cortos y ménsulas

Para aplicar el modelo panel modificado a ménsulas es necesario realizar la analogía entre muros cortos y ménsulas. Lo anterior se logra rotando la cartela en 90° e identificando que la sección que se desprende de la columna (también rotada) de longitud de corte " a " corresponde a un pequeño muro cantiléver, el cual recibe la carga del mismo modo que el muro del modelo de Kaseem et al. (2010) (ver figura 3.3).

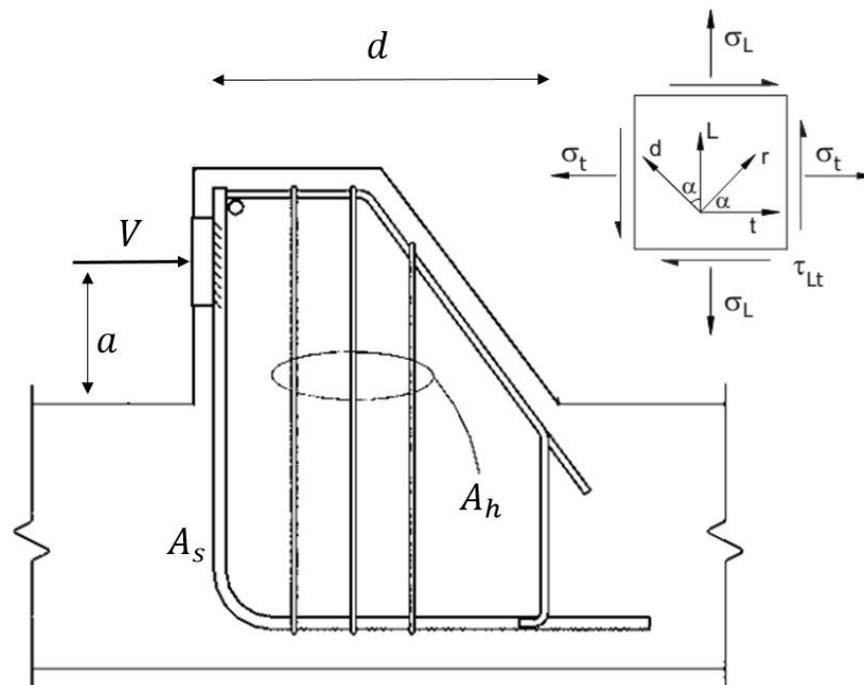


Figura 3.3: Analogía muro cantiléver y ménsulas en zona de corte.

Todas las ménsulas que conforman la base de datos son simétricas respecto a la columna, lo que implica que se debe tomar en consideración la mitad de la carga máxima de ensayo para el análisis. La simetría en las ménsulas se debe en general, a la comodidad que esta genera al momento de realizar los ensayos de resistencia (figura 3.4).

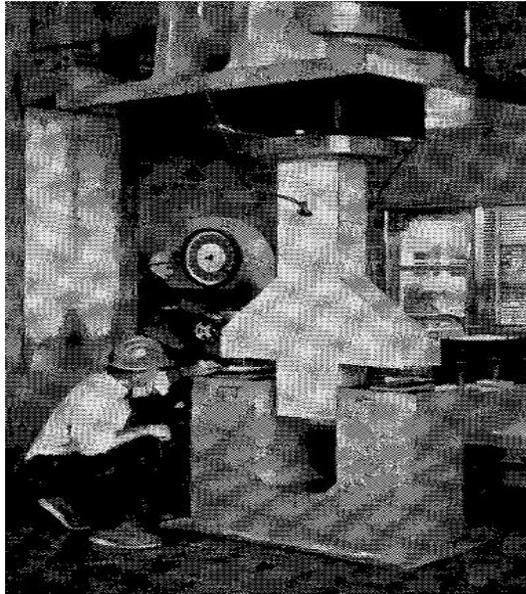


Figura 3.4: Disposición típica de ensayos de ménsulas Kriz y Raths (1965).

Cabe notar que al usar la analogía propuesta se está dejando fuera del análisis la armadura propia de la columna. Las barras de encuadre no son incluidas en el modelo.

3.2.2 Adaptación propia al problema en ménsulas

La identificación de ménsulas como un muro corto equivalente, se realiza de la siguiente forma:

- a) Armadura transversal: Usando la definición de direcciones establecidas en la figura 3.3, y que en general las ménsulas no cuentan con armadura transversal, se cumple que:

$$\rho_t = 0 \quad (3.1)$$

- b) Altura, longitud y ancho:

$$H_w = a \quad (3.2)$$

$$L_w = h \quad (3.3)$$

$$t_w = b \quad (3.4)$$

Donde H_w, L_w, t_w corresponden a la altura, longitud y ancho del muro, y a, h, b son la longitud de corte, altura y ancho de la ménsula.

- c) Área efectiva de corte: Al igual que lo realizado por Mejías (2014) en vigas altas, es que se adapta la ecuación (2.4) usando como largo entre los elementos de borde " d_w " a la altura

efectiva " d ". Establecido lo anterior, se obtiene la siguiente relación para estimar el corte desarrollado por la ménsula:

$$V = \tau_{Lt}bd \quad (3.5)$$

La ecuación (3.5) calza con la definición clásica de tensión de corte en ménsulas.

- d) Relación deriva-desplazamiento: Reconociendo la identificación expuesta en b), la ecuación que relaciona la deriva " γ_{Lt} " con el desplazamiento " Δ " es:

$$\Delta = \gamma_{Lt} a \quad (3.6)$$

- e) Definición de cuantías:

$$\rho_L = \frac{A_h}{bd} \quad (3.7)$$

$$\rho_b = \frac{A_s}{bd} \quad (3.8)$$

Donde ρ_L, ρ_b corresponden a las cuantías de refuerzo longitudinal y de borde.

3.2 Modelo de falla a flexión para ménsulas

El modelo de falla a flexión utilizado corresponde al de flexión simple, el cual considera que las caras planas permanecen planas luego de la aplicación de la carga (hipótesis de Bernoulli). El análisis seccional establece que la cara de mayor sollicitación de flexión se encuentra en la interfaz ménsula-columna, en la cual se asume que la deformación máxima de compresión " ε_u " es 0.003. El modelo del comportamiento del hormigón en su estado límite último corresponde al desarrollo del bloque equivalente de Whitney (consideración del ACI 318).

Dentro de las consideraciones realizadas para estimar la capacidad a flexión se incorpora el aporte de los estribos horizontales presentes en las ménsulas de hormigón armado. La altura útil (medida desde la zona de máxima compresión) de los estribos " d_h " se considera igual a " $0.5d$ " para estribos distribuidos uniformemente en la altura " d ", e igual a " $\frac{2}{3}d$ " para estribos distribuidos en " $\frac{2}{3}d$ " (medido desde el acero principal a tracción). Lo dicho anteriormente se realiza con la finalidad de refinar la predicción de falla por flexión.

El esfuerzo de corte que genera la falla a flexión es comparado con el estimado mediante el modelo panel modificado para ménsulas, donde se establece que el corte final del modelo corresponde al mínimo entre ambos.

3.2.3 Curvas tensión de corte versus deformación angular

En general, se pueden distinguir tres tipos de curvas tensión de corte versus deformación angular, las cuales quedan caracterizadas por la relación entre la cuantía de acero en el alma y la resistencia a compresión del concreto.

3.2.4 Caso sin acero en el alma:

Cuando no existe refuerzo en el alma, la grieta de corte se desarrolla en forma instantánea apenas el concreto alcanza su máxima resistencia de tracción (" f_{ct} "), y la ménsula falla repentinamente. Un ejemplo de este caso corresponde a la ménsula de Kriz y Raths (1965) cuya identificación es ID=33.

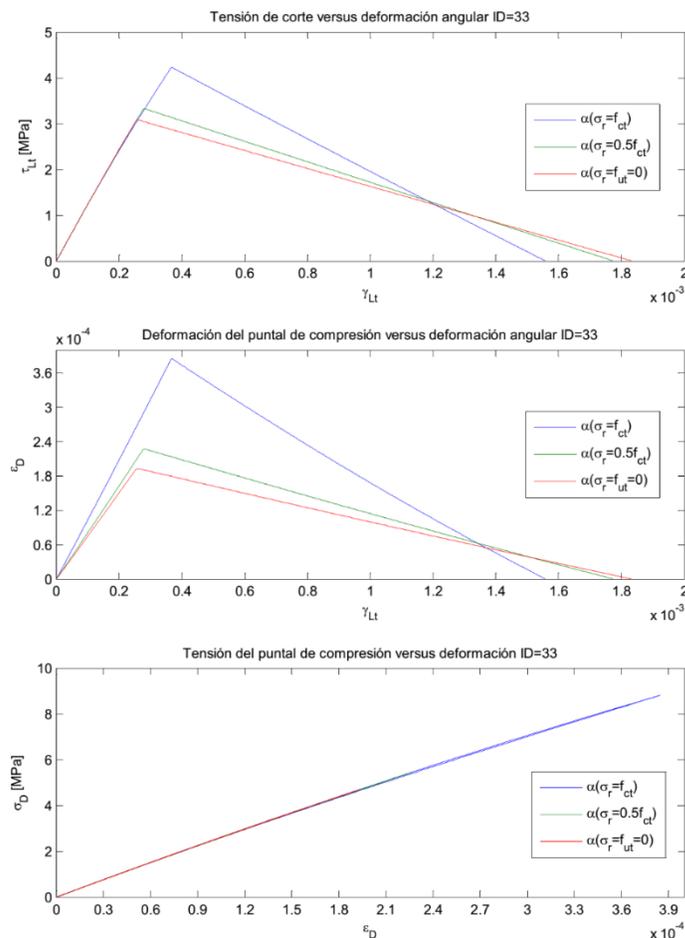


Figura 3.5: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=33.

Al observar el comportamiento de las curvas tensión de corte versus deformación angular, se nota que a medida que crece el ángulo de fisuras, mayor resistencia y nivel de deformación de corte alcanza la ménsula. Además, se aprecia que el puntal de compresión se carga y descarga por la misma rama de la ley constitutiva, lo que no está bien dentro de la modelación, pero dado que

ocurre a bajos niveles de deformación, el error en que se incurre al usar esta descarga es despreciable, por lo que no se requiere la implementación de una ley de descarga cíclica para el concreto.

3.2.5 Caso falla por fluencia del acero del alma:

En el caso en que el acero del alma fluye antes de que el puntal de compresión alcance su resistencia última, el concreto no ha alcanzado su máxima capacidad y la ménsula falla. Un ejemplo de este comportamiento corresponde al mostrado por la ménsula ID=92 ensayada por Selim (1996).

De la figura 3.6 es posible notar que la tensión corte revela una pendiente nula posterior al máximo de tensión, la que evidencia la fluencia del acero en el alma de la ménsula. En este punto, el puntal de compresión debe mantener el equilibrio con el acero, lo que puede hacer a través del coeficiente de relajación " ξ ", quien se encargará de aplanar la ley constitutiva del concreto.

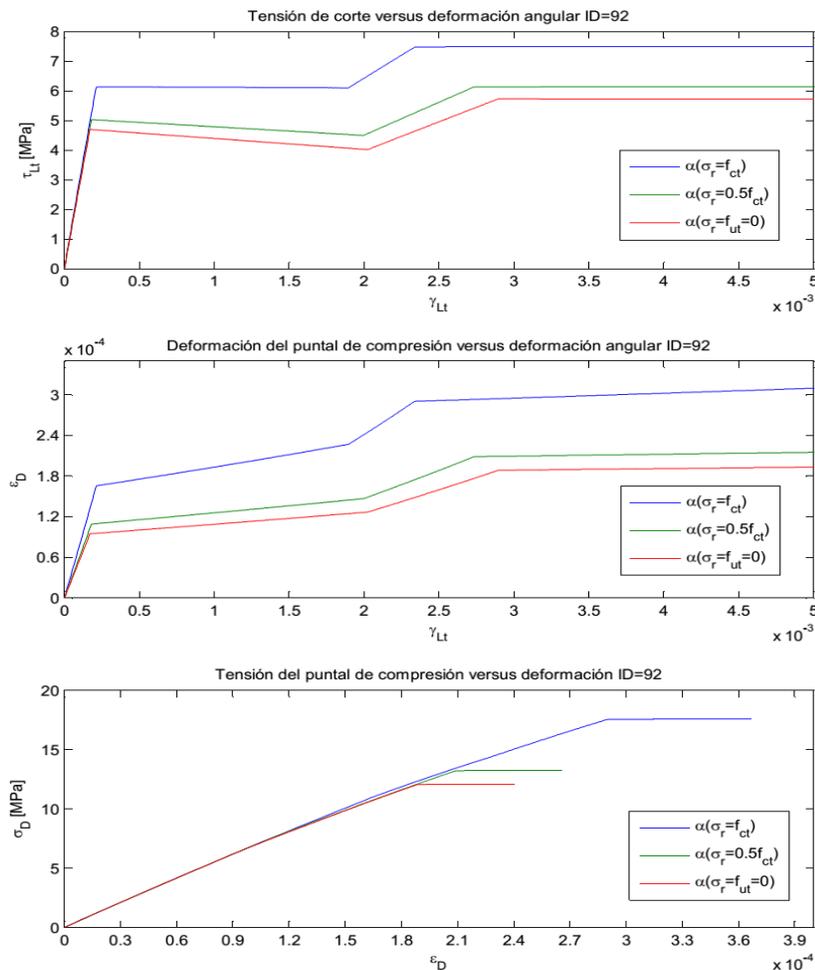


Figura 3.6: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=92.

3.2.6 Caso falla de compresión del concreto:

Cuando se tiene suficiente refuerzo en el alma, tal que este último no fluye antes de la falla, es que el puntal de compresión alcanza su máxima resistencia, y la falla se debe a compresión del concreto, lo que se evidencia en la figura 3.7 al observar la ley constitutiva del hormigón. Este tipo de falla es difícil de apreciar, ya que se requiere altas cuantías de refuerzo para que ocurra.

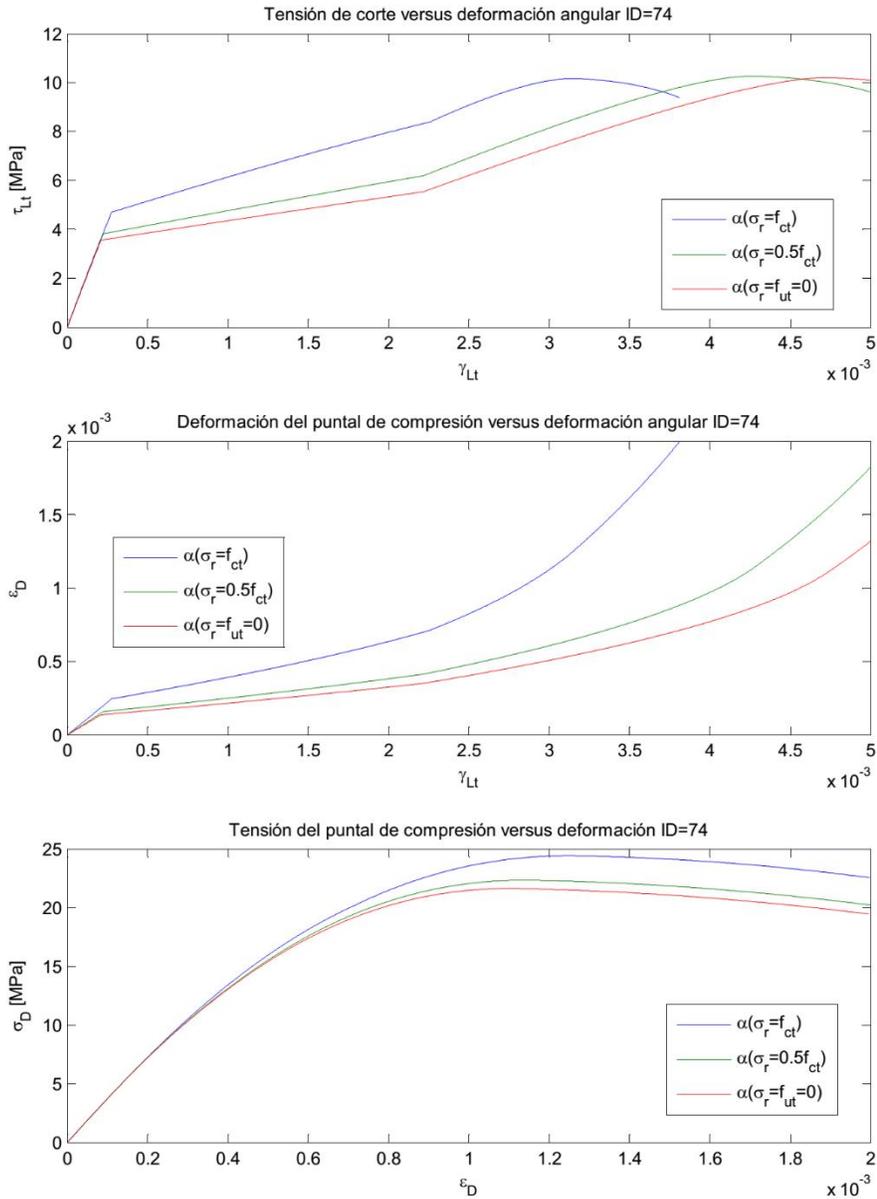


Figura 3.7: Curva tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus deformación, ID=74.

3.3 Modificaciones propuestas al modelo

3.3.1 Consideración del ancho del plato de carga

Gotschlich (2011) determinó que el perfil de deformaciones transversales validado por Massone (2010) se desarrolla a lo largo de la zona de corte, la cual tiene longitud menor al largo de corte " a ". Al analizar la deformación transversal " ε_t " en vigas, Gotschlich (2011) notó que existen puntos donde la deformación está limitada. Estos puntos corresponden a los sectores por debajo de las placas de carga y apoyos (figura 3.8).

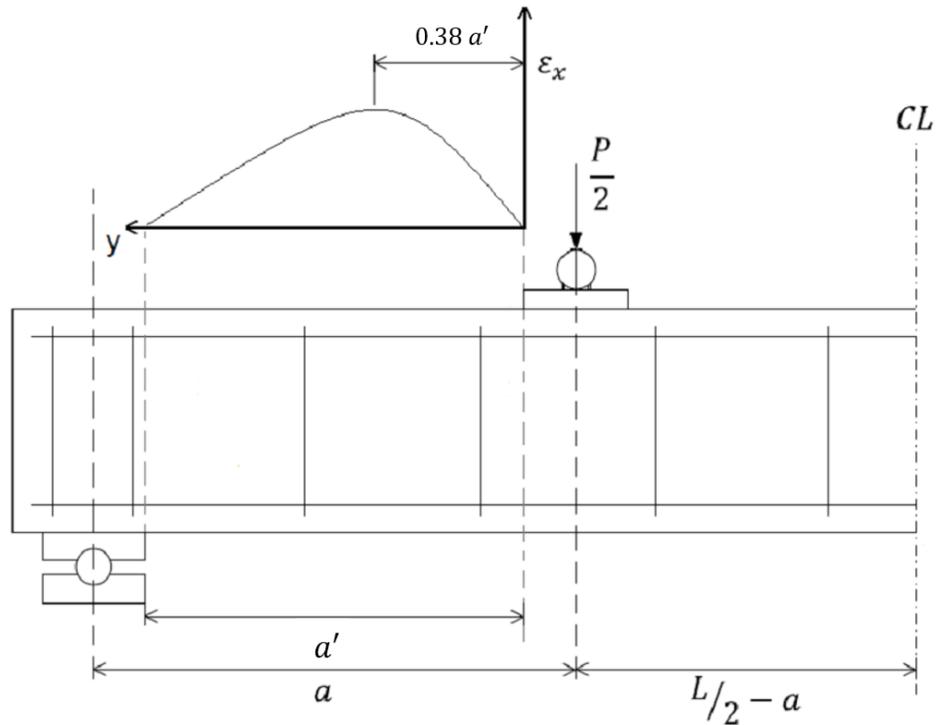


Figura 3.8: Desarrollo de perfiles transversales en vigas, Gotschlich (2011).

La forma más sencilla de incorporar la disminución de la zona de corte, corresponde a definir un luz de corte " a' " en la que se descuenta la contribución de la longitud del plato de carga " w ", y posteriormente usar las expresiones de ángulos fijos con " a' " en reemplazo de " a ". La definición de la nueva longitud de corte corresponde a:

$$a' = a - \frac{w}{2} \quad (3.9)$$

Donde:

a es la longitud de corte [mm]; w es la longitud de la placa de carga [mm]; a' es la longitud de la zona de corte de Gotschlich [mm].

3.3.2 Consideración del acero de borde en el panel

El modelo panel modificado de Ulloa (2013) solo incorpora en la formulación el refuerzo en el alma de los muros cortos, y no toma en cuenta algún aporte extra que pueda generar la armadura de borde en la acción de enrejado. La figura 3.9 muestra la tendencia de la razón capacidad al corte predicho sobre resistencia experimental ante variaciones de la armadura de borde, donde la pendiente negativa indica que a medida que se aumenta el producto " $\rho_b f_{yb}$ ", se incurre en mayores subestimaciones de la capacidad.

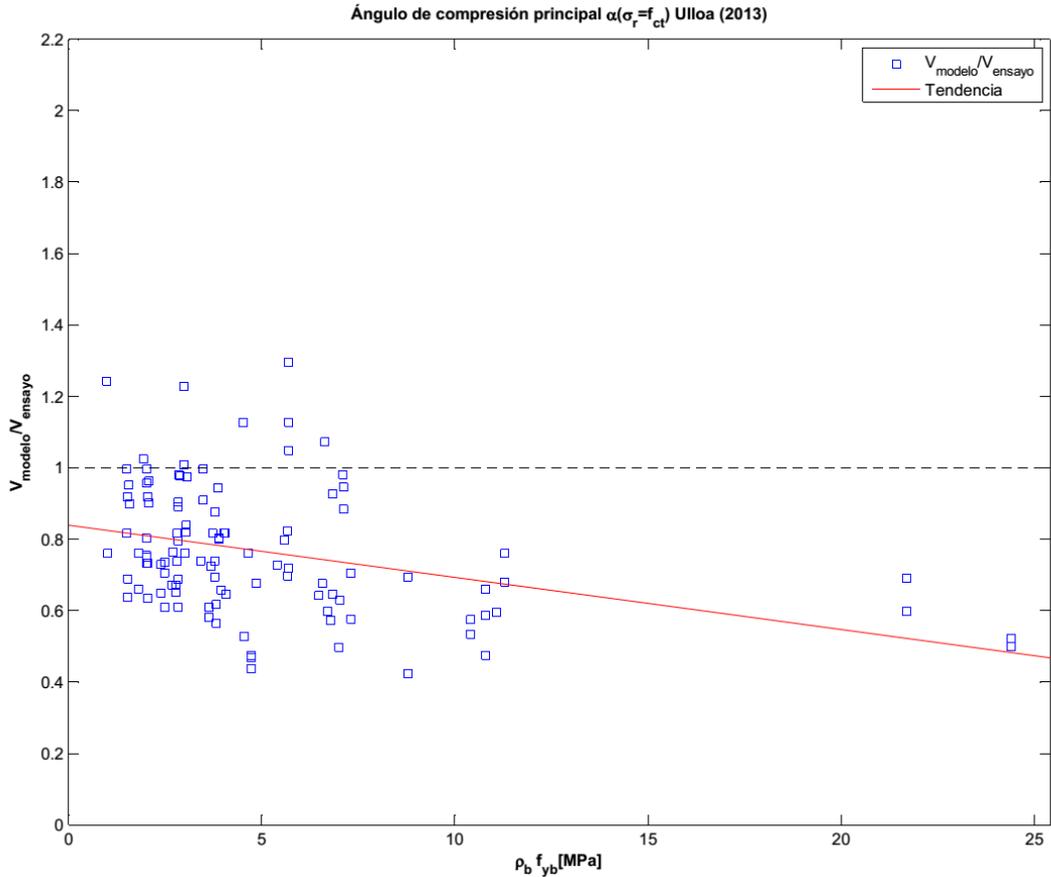


Figura 3.9: Tendencia de la predicción del modelo de ángulo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013) ante variaciones de la armadura de borde.

Una forma simple de incorporar la armadura principal " A_s " en el modelo panel, es considerar que se puede superponer en la ecuación de equilibrio longitudinal a través de la definición del parámetro eficiente " β ", de la siguiente forma:

$$\sigma_L = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_L f_L + \beta \rho_b f_b \quad (3.10)$$

Donde:

σ_L, σ_t son las tensiones normales en las direcciones L y t [MPa]; τ_{Lt} es la tensión de corte promedio en el plano $L - t$ [MPa]; σ_d, σ_r son las tensiones normales en las direcciones d y r [MPa]; f_L, f_t son las tensiones promedio del refuerzo de acero en las direcciones L y t [MPa]; ρ_L es la cuantía de acero en la dirección L ; f_b es la tensión promedio del refuerzo principal en la dirección L [MPa]; ρ_b es la cuantía de refuerzo principal a tracción; β es el parámetro de eficiencia de armadura principal ($0 \leq \beta \leq 1$).

Para la incorporación del acero de borde en la ecuación de equilibrio, es necesario establecer una relación entre la deformación longitudinal del panel, y la deformación longitudinal del refuerzo de borde. Del trabajo de Hernández (2015) en muros T, se nota que a medida que disminuye la relación de aspecto, la deformación longitudinal del borde tiende a diferir al perfil de deformaciones de Bernoulli. En la gráfica 3.10 se aprecia el perfil de deformación longitudinal de dos muros que solo cambian la relación de aspecto, donde se muestran los perfiles para distintos niveles de drift (δ).

En el muro de relación de aspecto 12, el perfil de deformación es representado de forma correcta con la hipótesis de Bernoulli (perfil lineal en la sección) dada la esbelteza del muro, mientras que en el caso de relación de aspecto igual a 3, comienza a notarse que la deformación del borde muestra diferencias con la deformación en el centro del alma para niveles de drift iguales a 0.5% y 1.00%. Además, se aprecia que el perfil de deformaciones de Bernoulli comete mayores errores al estimar la deformación.

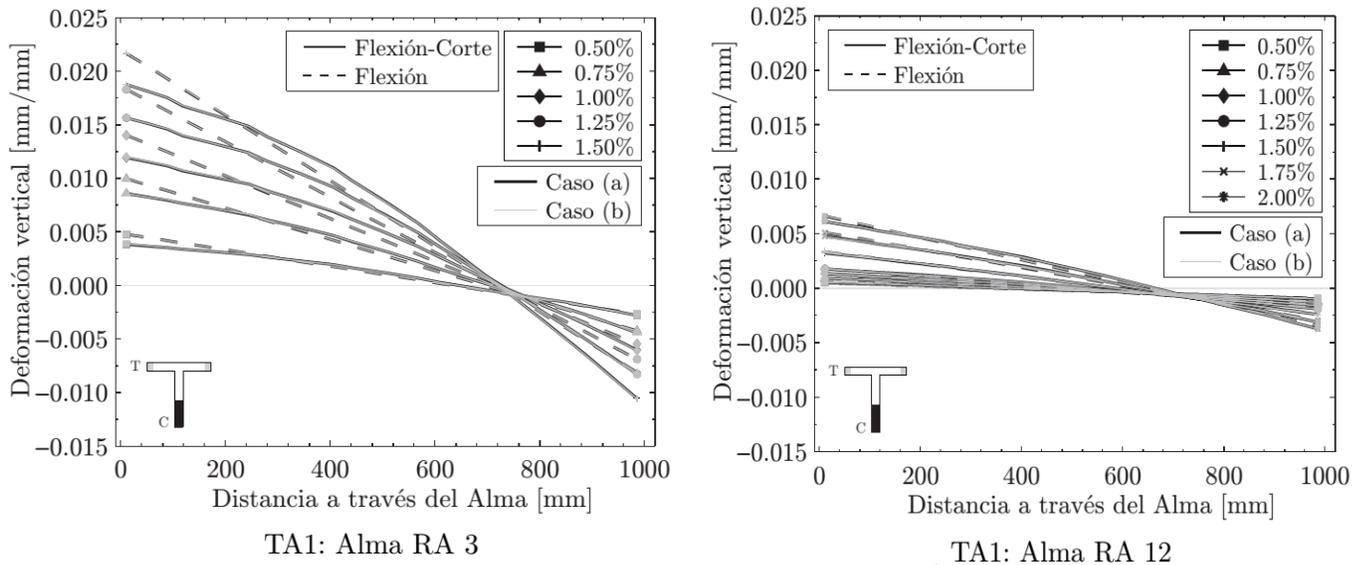


Figura 3.10: Perfil de deformación vertical para muros con relación de aspecto 3 y 12, para distintos niveles de deformación de techo, (Hernández ,2015).

La gráfica 3.11 no está dentro del trabajo de Hernández (2015), pero fue realizada por el mismo autor, donde se muestra que a medida que disminuye la relación de aspecto, parece

razonable pensar que la deformación de borde se hace más cercana a la deformación del centro del alma.

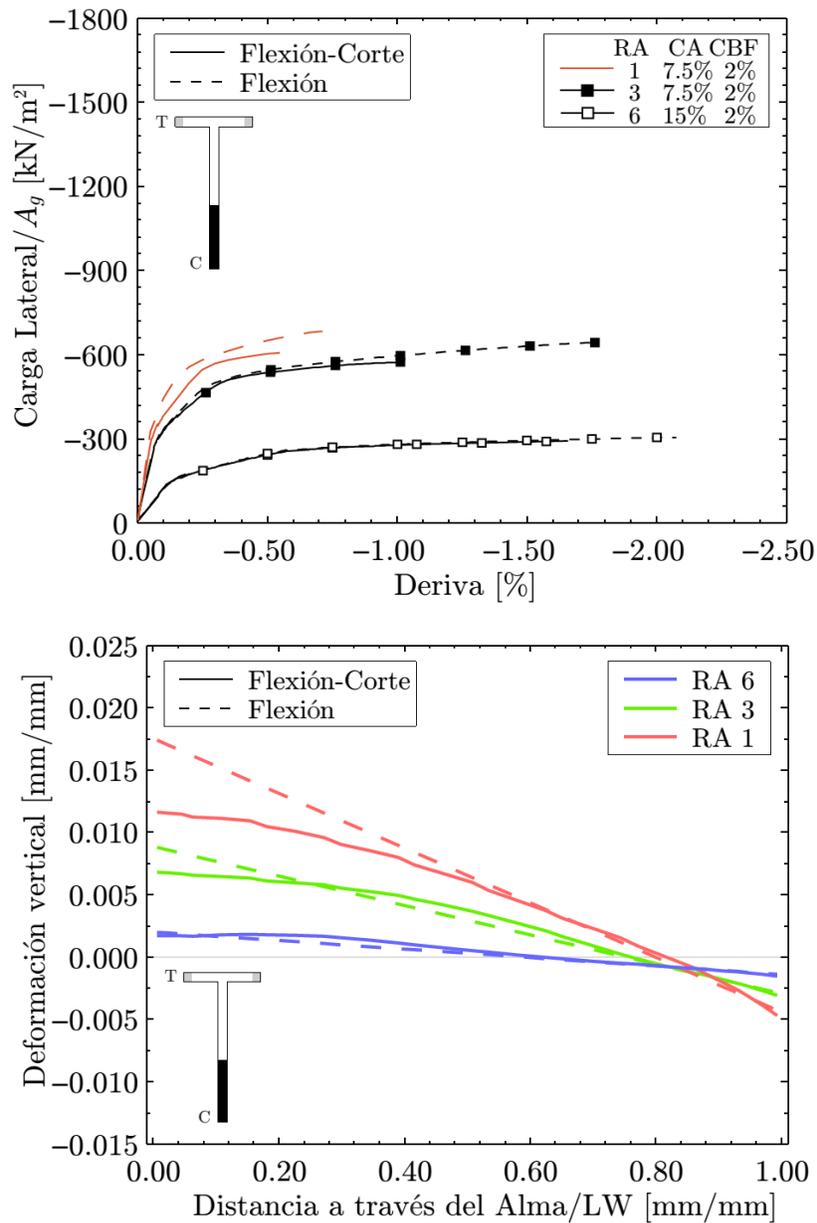


Figura 3.11: Perfil de deformación vertical para muros con relación de aspecto 1, 3 y 6, para un drift $\delta = 0.5\%$, (Hernández ,2015).

Por otro lado, en el trabajo en desarrollo de Peña (2015) se muestra que a medida que uno se aleja de la sección crítica, más cercanas se hacen las deformaciones de borde y del alma para un muro de relación de aspecto igual a la unidad. Lo anterior queda de manifiesto en figura 3.12, en la que se muestra la deformación en secciones a cierta distancia de la sección crítica, para un muro que alcanza un 0.6% de drift.

Muro de relación de aspecto unitaria y definición de altura para la medición de la deformación longitudinal

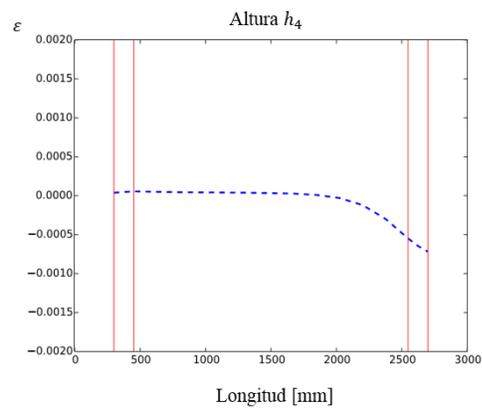
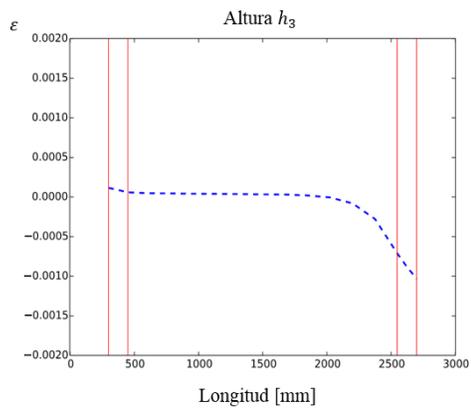
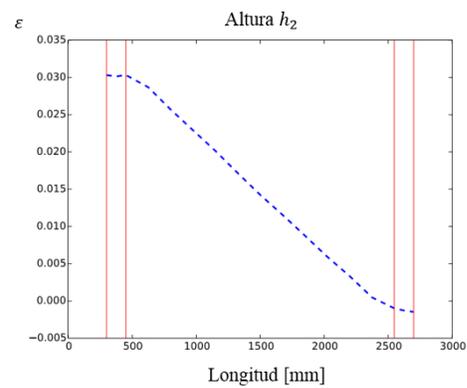
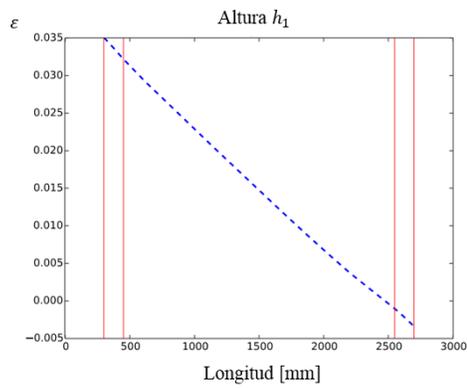
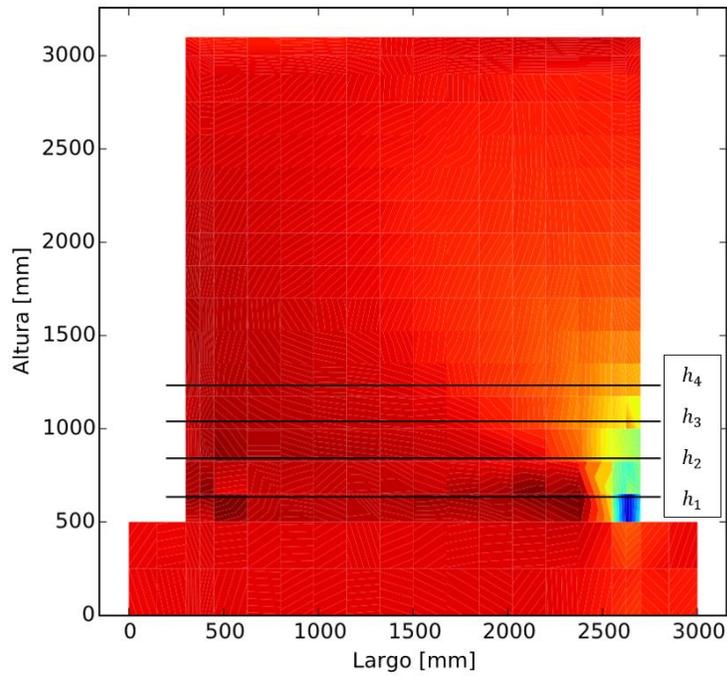


Figura 3.12: Evolución del perfil de deformación longitudinal a distintas alturas de un muro de relación de aspecto unitaria.

Dado que la definición de ménsulas implica una relación de razón de luz de cortante sobre altura menor o igual a la unidad, es que parece razonable estimar una relación de deformaciones longitudinales entre el borde y el centro del alma a través de la siguiente relación:

$$\varepsilon_b : \varepsilon_L = 1 : 1 \quad (3.11)$$

Al conocer la deformación del refuerzo principal a tracción es posible obtener la tensión mediante las leyes constitutivas.

3.3.3 Dirección principal modificada para ménsulas

Al realizar el mismo procedimiento de estimación del ángulo del puntal de compresiones mediante el algoritmo enunciado en el punto 2.3.1 de la presente memoria, es posible apreciar que existe un corrimiento en los ángulos calibrados por Ulloa (2013) respecto a los ángulos para el caso particular de ménsulas. Lo anterior se fundamenta en que las ménsulas estudiadas constituyen el caso límite de carga axial nula " $N = 0$ " y ausencia de refuerzo transversal " $\rho_t = 0$ ".

Debe notarse que el ángulo de compresión principal depende solo de la razón luz de corte sobre altura " a/h " de la ménsula.

Las diferencias entre los ángulos de Ulloa (2013), y los ángulos tras aplicar el algoritmo 2.3.1 para una serie de razones luz de corte sobre altura se puede apreciar en la figura 3.13.

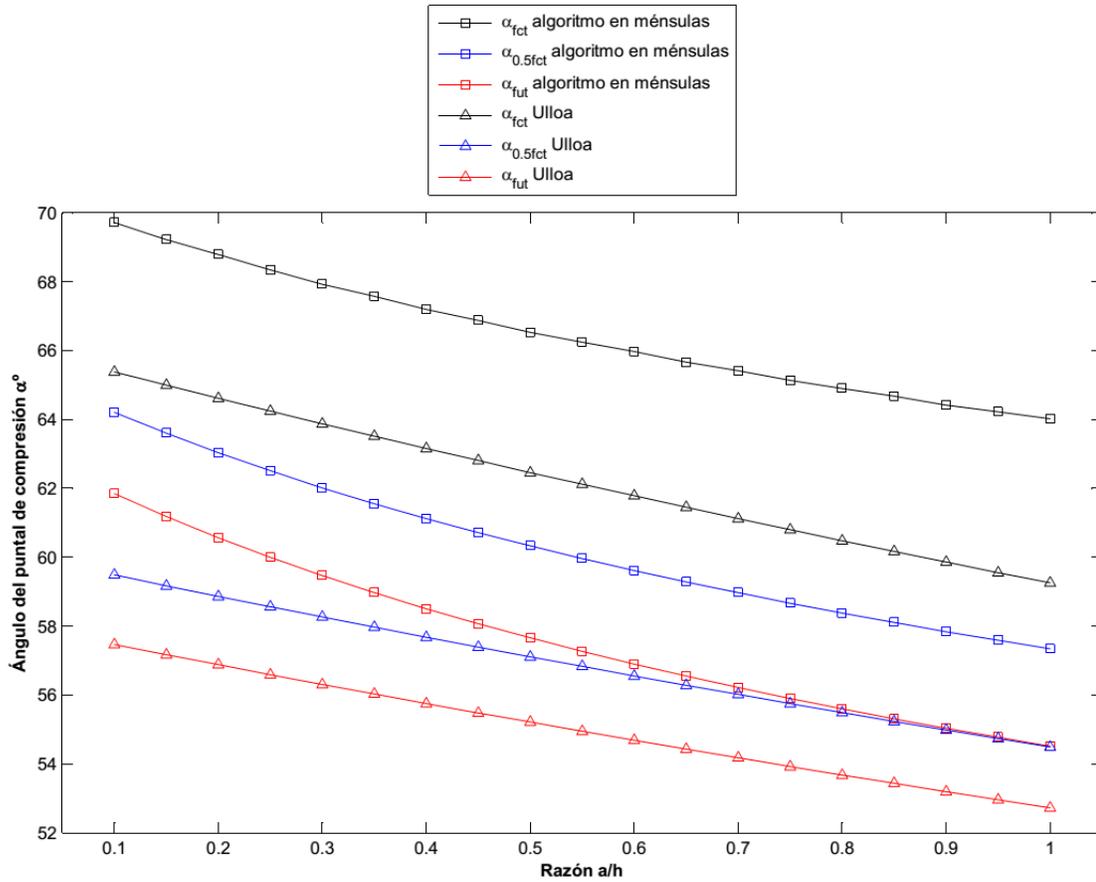


Figura 3.13: Ángulo del puntal de compresión aplicando el algoritmo 2.3.1 v/s los ángulos de Ulloa (2013).

Es posible plantear una re-calibración del ángulo del puntal de compresión especial para el caso de ménsulas de hormigón armado. A continuación se exponen las expresiones obtenidas para los distintos niveles de tracción.

Tabla 3.1: Re-calibración del ángulo del puntal de compresiones para ménsulas.

Nivel de tracción en el concreto	α_{puntal}°
$\varepsilon_r = \varepsilon_{ct} ; \sigma_r = f_{ct}$	$66.52 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.094}$ (3.12)
$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_{ct} + \varepsilon_{ut}}{2} ; \sigma_r = 0.5f_{ct}$	$60.31 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.124}$ (3.13)
$\varepsilon_r = \varepsilon_{ut} ; \sigma_r = f_{ut} = 0$	$57.66 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.138}$ (3.14)

Las expresiones de la tabla 3.1 presentan coeficientes de determinación R^2 igual a 0.99.

4. ANÁLISIS Y COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS CON LA BASE DE DATOS

En esta sección se detalla la base de datos utilizada, la cual está conformada por 109 ensayos de ménsulas que permiten la verificación de los modelos a implementar. Los resultados obtenidos con los modelos de paneles modificados se comparan con la capacidad obtenida en los ensayos.

Se analiza la sensibilidad (tendencias generales) de la capacidad de predicción de los modelos sobre la resistencia experimental ante la variación de los parámetros de mayor relevancia en la estimación al corte de ménsulas de hormigón armado.

4.1 Descripción de la base de datos experimentales

La base de datos está conformada por 109 ensayos pertenecientes a la literatura, donde las ménsulas consideradas fueron construidas en forma simétrica con respecto a la columna de la cual se desprenden. La totalidad de los ensayos carece de armadura transversal, y 50.5% de los ensayos no tiene armadura secundaria en el alma. Todas las ménsulas de la base de datos fueron ensayadas en ausencia de carga axial.

Para la confección de la base de datos se consideraron ménsulas de sección transversal rectangular, y de sección variable, respetando la recomendación de Kriz y Rath (1965) en que se debe limitar la profundidad de la cara exterior de la ménsula " h' " al menos a la mitad de la profundidad de la cara interna " h " para evitar una falla prematura en la cual el plano de falla no intersecta la columna de la cual se proyecta la ménsula (figura 3.2, caso f). También se descartaron los ensayos que presentaron fallas evitables con un buen detallamiento (como lo es la falla en el plato de carga).

Las ménsulas utilizadas tienen distintas configuraciones de la disposición de armaduras, razón de luz de corte sobre altura efectiva, y propiedades de los materiales. La armadura longitudinal en el alma va desde 0% a 1.61%, la armadura principal a tracción va desde 0.29% a 4.93%. La razón de luz de corte efectiva " a/d " va desde 0.15 a 1.01. La fluencia en las barras de acero varía entre 303 [MPa] a 558 [MPa]. La resistencia a la compresión del hormigón va desde 15 [MPa] a 105 [MPa], con 48 ensayos que superan los 40 [MPa], los cuales se dejan de ser hormigones de resistencia normal. La carga de corte máxima de ensayo " V " varía desde 83.4 [kN] a 1500 [kN].

Los trabajos utilizados para confeccionar la base de datos corresponden a Kriz y Rath (1965), Hermansen y Cowan (1974), Mattock et al. (1976), Fattuhi y Hughes (1989), Her (1990), Yong y Balaguru (1994), Fattuhi (1994), Selim et al. (1996).

Algunos de los antecedentes ya habían sido recopilados por Hwang et al. (2000), Torres (1998), Fernandes et al. (2014), investigaciones que permiten complementar los datos recopilados de los trabajos originales.

En la presente memoria se aborda el caso ménsulas sin carga axial debido a que se debe recordar que los modelos de ángulo fijo derivan de las expansiones del muro, las que están basadas en cargas axiales de compresión, y no de tracción, como es el caso de la fuerza " N_u " en las ménsulas de hormigón armado.

4.2 Resultados estadísticos de los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013)

Mediante las consideraciones propias ya estipuladas para ménsulas de hormigón armado en el capítulo 3, y aplicando el modelo panel modificado (Ulloa, 2013) para estimar el corte, y el modelo de flexión simple para evaluar el corte que induce la falla a flexión de Bernoulli, se obtienen los siguientes resultados para los tres modelos de ángulo fijo desarrollados por Ulloa (2013).

En la tabla 4.1, 4.2 y 4.3 se muestran los parámetros estadísticos asociados a la razón de capacidad predicha sobre experimental. El promedio, la desviación estándar y el coeficiente de variación son calculados para esta razón.

Tabla 4.1: Resultados estadísticos del modelo de ángulo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013).

$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.77	0.18	0.23	109
Ménsulas con falla de corte	0.75	0.17	0.23	99
Ménsulas con falla de flexión	0.96	0.17	0.17	10

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N_u}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 23% para la base de datos de esta memoria. Además, predice que un 90.8% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.2: Resultados estadísticos del modelo ángulo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ Ulloa (2013).

$\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.63	0.18	0.28	109
Ménsulas con falla de corte	0.62	0.17	0.28	105
Ménsulas con falla de flexión	0.85	0.12	0.14	4

El modelo " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 37% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 96.3% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.3: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ Ulloa (2013).

$\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.59	0.17	0.29	109
Ménsulas con falla de corte	0.58	0.17	0.29	106
Ménsulas con falla de flexión	0.81	0.11	0.14	3

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 41% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 97.2% de las ménsulas fallan por corte.

En la figura 4.1 se muestra la comparación de los resultados estadísticos de los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013). Es posible apreciar que el promedio de la razón de capacidad predicha sobre experimental es bajo, ya que para todos los modelos se subestima la capacidad en porcentajes superiores al 20%.

La tendencia es que a mayor ángulo de fisuración (asociado al menor nivel de deformación de tracción) se aumenta en la razón de capacidad del modelo sobre la resistencia experimental.

El ángulo de fisuras " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " es el que mejor estimación promedio entrega. Se debe notar que este modelo muestra el COV más bajo para la predicción de fallas por corte.

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ " es el que peor predice la capacidad de las ménsulas, teniendo subestimaciones mayores al 40% y muestra el COV más alto dentro los 3 modelos.

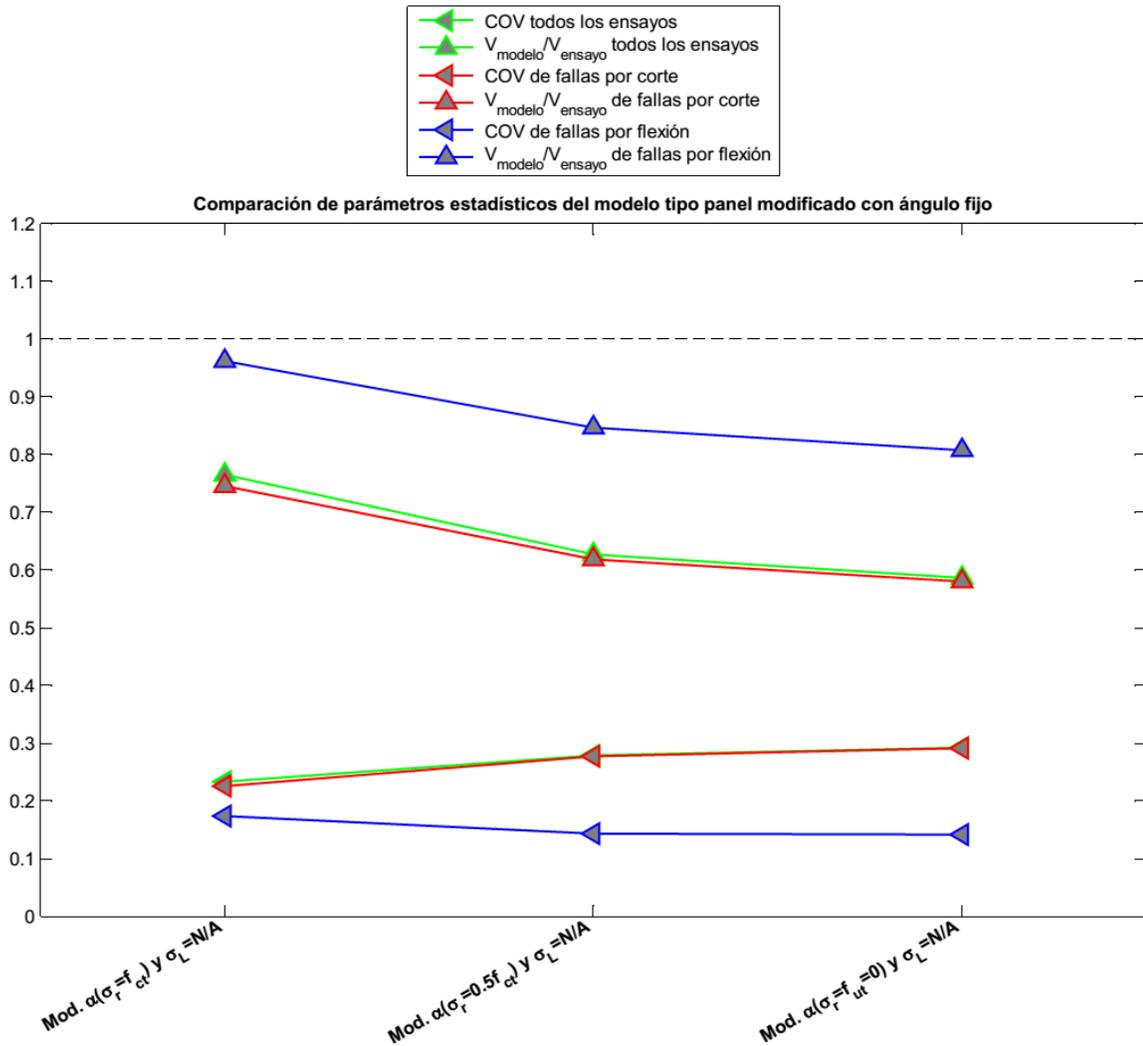


Figura 4.1: Comparación de parámetros estadísticos del modelo panel modificado con ángulo fijo (Ulloa, 2013).

El bajo COV de fallas por flexión no es representativo en el caso de los modelos de ángulo " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ " y " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ ", ya que se predicen porcentajes de falla inferiores al 4% (4 y 3 casos), lo que genera una baja dispersión de estos ensayos, y por ende, un bajo COV.

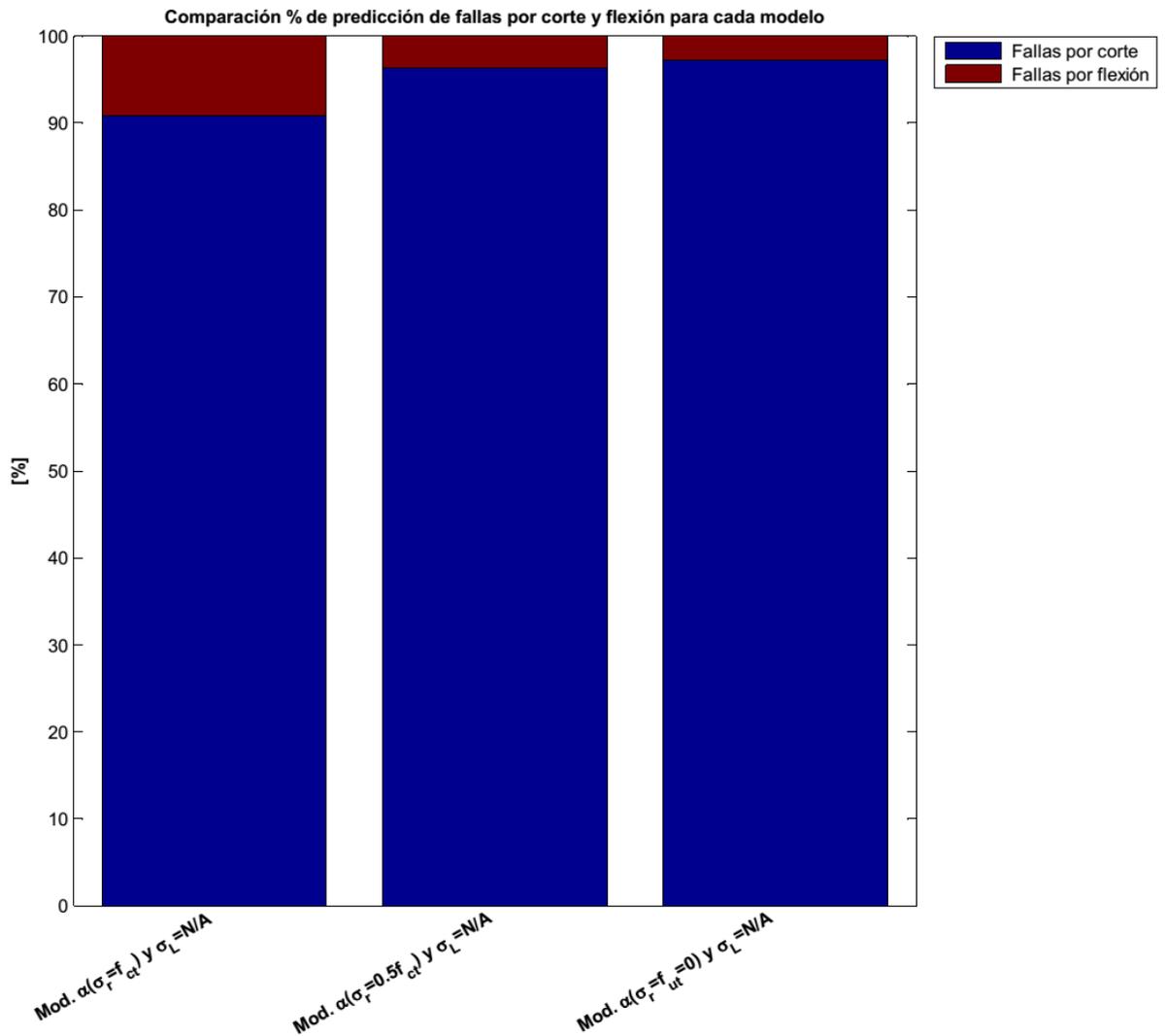


Figura 4.2: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para cada modelo de ángulo fijo Ulloa (2013).

Al contrastar las figuras 4.1 y 2.6 (correspondiente a la predicción de Ulloa (2013) en muros cortos), es posible notar se cumple que el óptimo de predicción de capacidad está asociado al comienzo de fisuras en el concreto.

La figura 4.2 muestra que el modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " predice la mayor cantidad de fallas por flexión. Se puede apreciar que a medida que aumenta la deformación de tracción en la que es fijada la inclinación del puntal de compresión, disminuye el número de fallas por flexión, aumentando la cantidad de fallas de corte en la base de datos.

4.3 Análisis de la consideración del ancho de la placa de carga

Con la finalidad de obtener mejores resultados de predicción de falla y considerando que el perfil de deformaciones se desarrolla en una zona de longitud menor al largo de corte "a", se plantea la modificación enunciada por Gotschlich (2011, figura 3.8).

En una primera instancia se asumió que la longitud de corte "a" se mide desde la interfaz ménsula-columna hasta el centro geométrico de la placa de carga de largo "w", mientras que ahora se mide hasta el borde de la placa de carga, induciendo una reducción de la razón luz de corte sobre altura, lo que implica un aumento de la inclinación de fisuras para todos los niveles de tensión estudiados en la presente memoria.

En el caso de los trabajos de Fattuhi y Hughes (1989), y Fattuhi (1994) no se tiene información del largo de la placa de carga y se asume una longitud de 50 [mm] tal como lo hace Fernandes et al. (2014).

Tabla 4.4: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.

$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ + ancho placa de carga	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.79	0.18	0.23	109
Ménsulas con falla de corte	0.77	0.17	0.22	98
Ménsulas con falla de flexión	0.97	0.16	0.17	11

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 21% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 89.9% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.5: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.

$\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ + ancho placa de carga	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.64	0.18	0.27	109
Ménsulas con falla de corte	0.64	0.17	0.27	105
Ménsulas con falla de flexión	0.85	0.12	0.14	4

El modelo " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 36% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 96.3% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.6: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.

$\alpha(\sigma_r = f_{ct} = 0)$ + ancho placa de carga	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.6	0.17	0.29	109
Ménsulas con falla de corte	0.59	0.17	0.29	106
Ménsulas con falla de flexión	0.81	0.11	0.14	3

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 40% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 97.2% de las ménsulas fallan por corte.

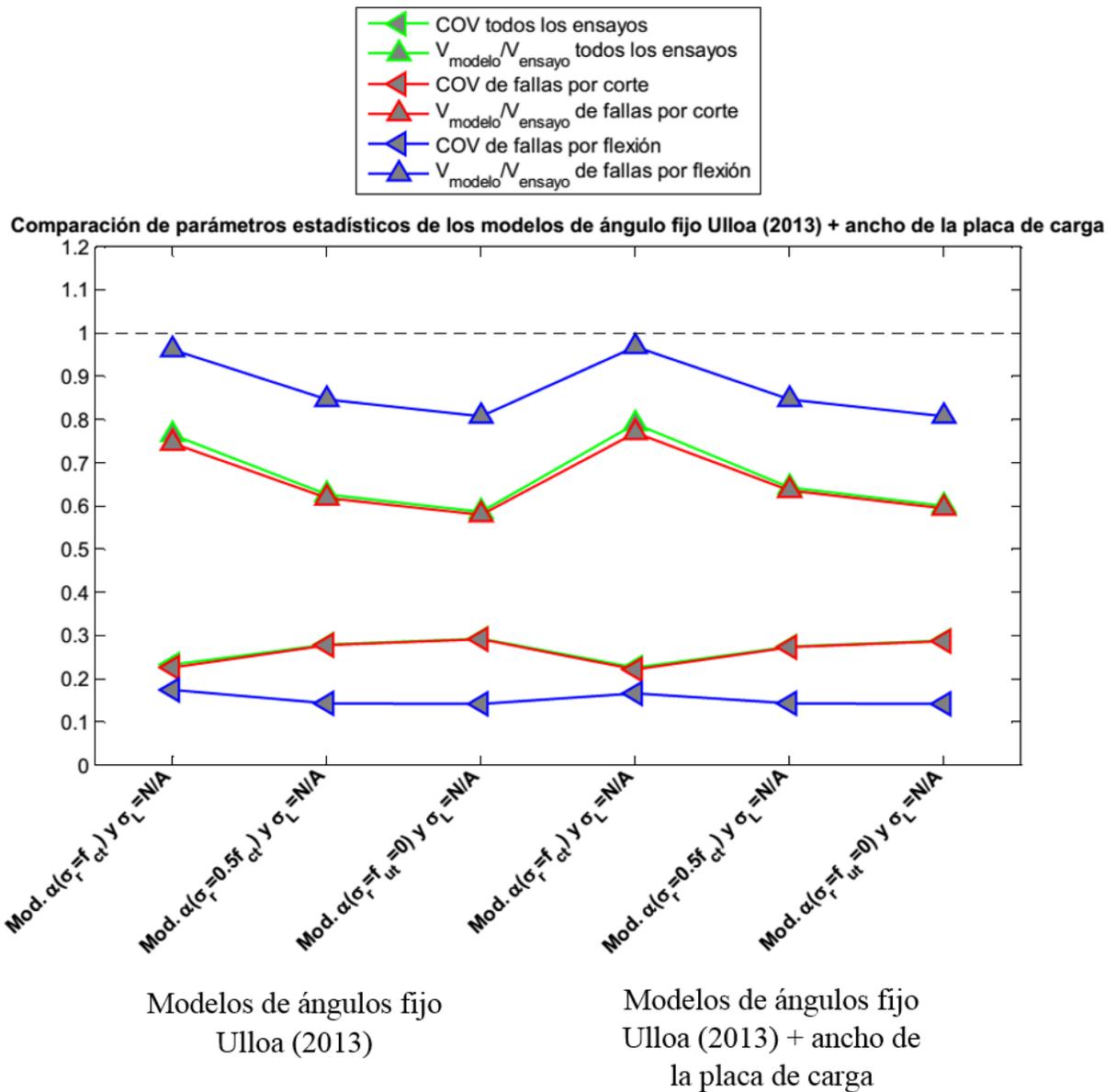


Figura 4.3: Comparación de parámetros estadísticos de los modelos de ángulo fijo Ulloa (2013) y la consideración del ancho de la placa de carga.

Al observar la figura 4.3, es posible notar que el impacto que tiene la incorporación de la placa de carga, es un leve aumento (del 2% en el caso $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$) en la predicción de capacidad global del modelo para todos los niveles de tensión en la que se fija la inclinación de las fisuras, mientras que el COV se mantiene relativamente constante respecto al modelo de Ulloa (2013) sin la consideración del ancho de la placa de carga.

Se vuelve a apreciar que la dirección principal de compresión asociada al nivel de tracción " $\sigma_r = f_{ct}$ " es la que genera mejores resultados de predicción de capacidad, alcanzando el 77% de la capacidad en promedio, y además, muestra el COV más bajo.

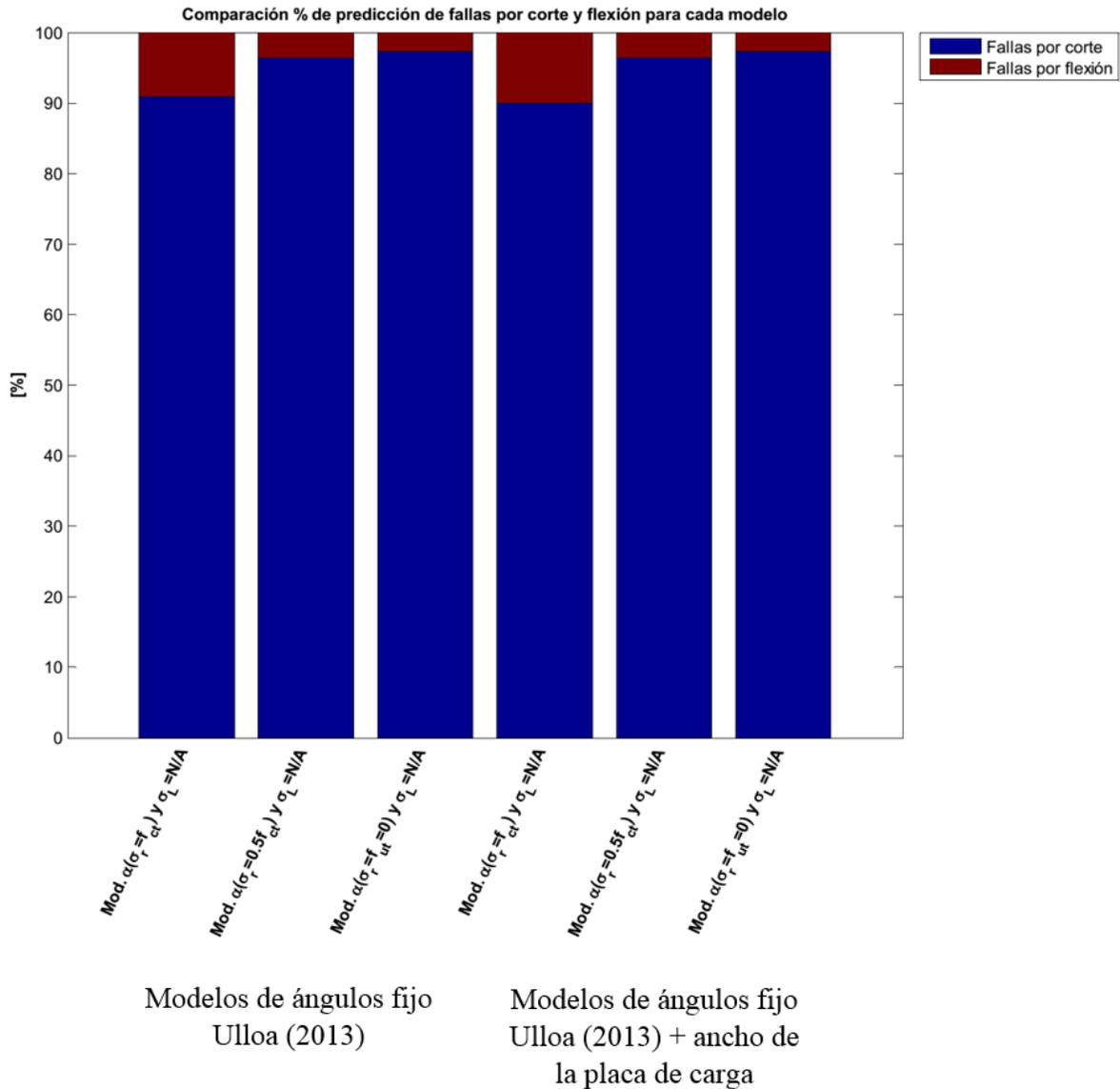


Figura 4.4: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) con la consideración del ancho de la placa de carga.

En la figura 4.4 se aprecia que el porcentaje de fallas es prácticamente invariante al considerar la placa de carga, lo que significa que esta implementación no tiene un mayor impacto en la distribución de las fallas de flexión y corte del modelo.

4.4 Análisis de la consideración del acero de borde en el panel

Dado que los resultados obtenidos mediante los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013) muestran estimaciones conservadoras de la capacidad de las ménsulas, es que se plantea la incorporación del acero principal a tracción dentro del equilibrio longitudinal del panel.

Las principales evidencias experimentales que sustentan la inclusión del refuerzo de borde en la resistencia al corte en ménsulas, se basan en lo visto por Kriz y Raths (1965), quienes concluyeron que el acero en el alma es igualmente efectivo que el refuerzo principal cuando las ménsulas son solicitadas únicamente por cargas de corte, lo que es explícito en las fórmulas empíricas desarrolladas por estos autores.

El argumento expuesto en el párrafo anterior, implica que parece razonable estudiar la existencia una incorporación eficiente del acero principal a tracción, la cual genere mejores estimaciones de capacidad en los modelos de ángulo fijo, minimizando el coeficiente de variación de las fallas por corte.

Para la obtención del parámetro " β ", se realiza un barrido de valores entre 0 y 1, donde se obtiene el parámetro de eficiencia a través del análisis del COV de las fallas por corte.

En la figura 4.5 se muestran los resultados estadísticos de mayor relevancia, que permiten cuantificar el impacto de " β " en la predicción del modelo de ángulo fijo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " (Ulloa, 2013).

Es posible apreciar que para " $\beta = 0.3$ " se obtiene el mínimo valor del coeficiente de variación para los ensayos que fallan por corte. Lo anterior es consecuencia directa de que en el caso " $\beta = 0.3$ " se logra un aumento del promedio de fallas por corte predicho sobre capacidad experimental manteniendo controlada la desviación estándar.

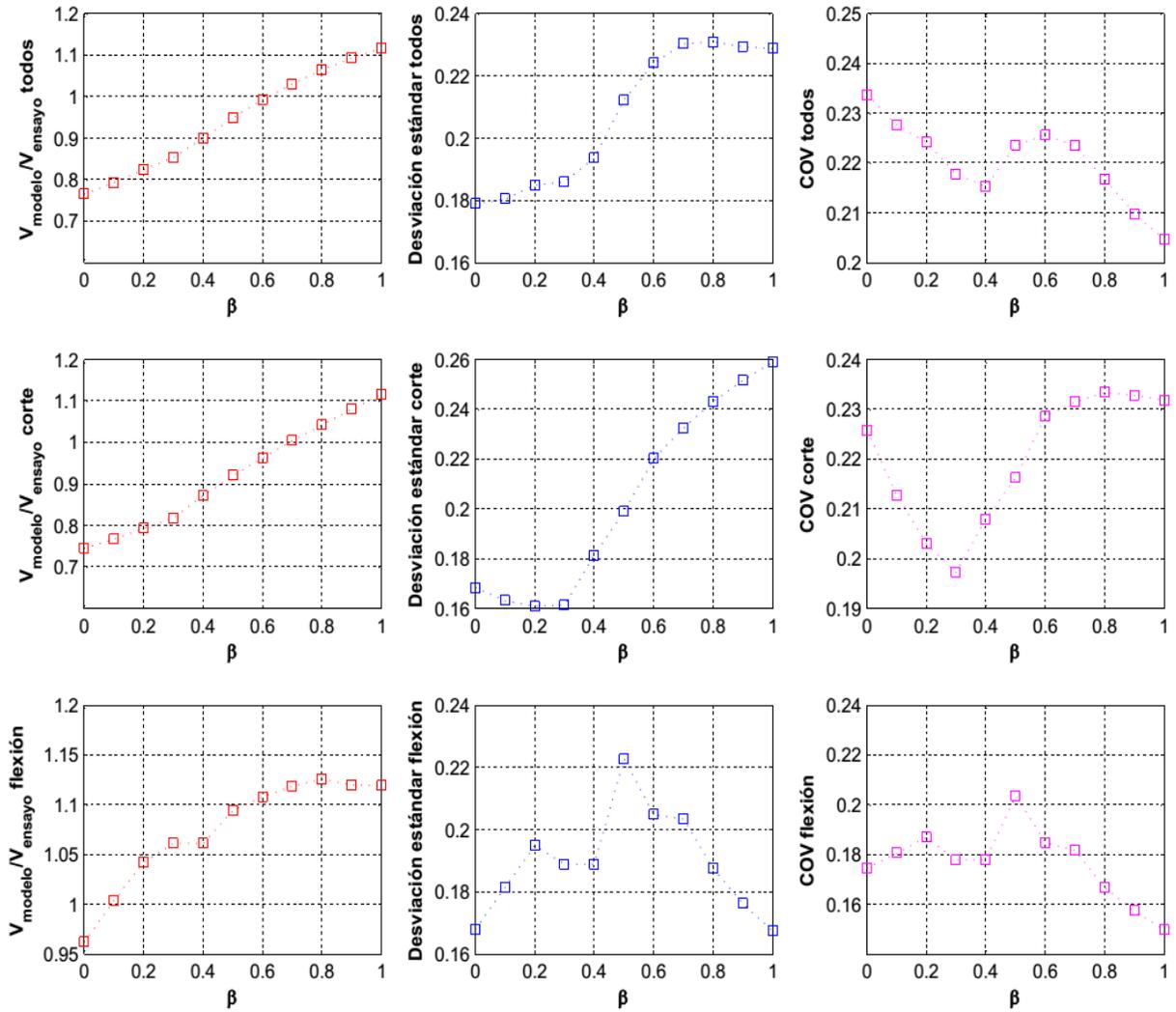


Figura 4.5: Resultados estadísticos para el barrido de " β " en el modelo de ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " Ulloa (2013).

El valor eficiente " β " para el caso de los ángulos " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ " y " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ " es similar al determinado en la figura 4.5. En el anexo se adjuntan las gráficas análogas que permiten determinar tales valores, que en términos prácticos se puede asumir igual a 0.3.

En la figura 4.6 se aprecia que para todos los modelos de ángulo fijo se predice un aumento del porcentaje de fallas por flexión a medida que el parámetro de incorporación " β " aumenta, siendo el modelo de ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " el que presenta mayor impacto en el porcentaje de fallas por flexión, alcanzando una variación de aproximadamente el 6% para el caso " $\beta = 0.3$ " en contraste con el modelo sin la incorporación del valor eficiente (" $\beta = 0$ ").

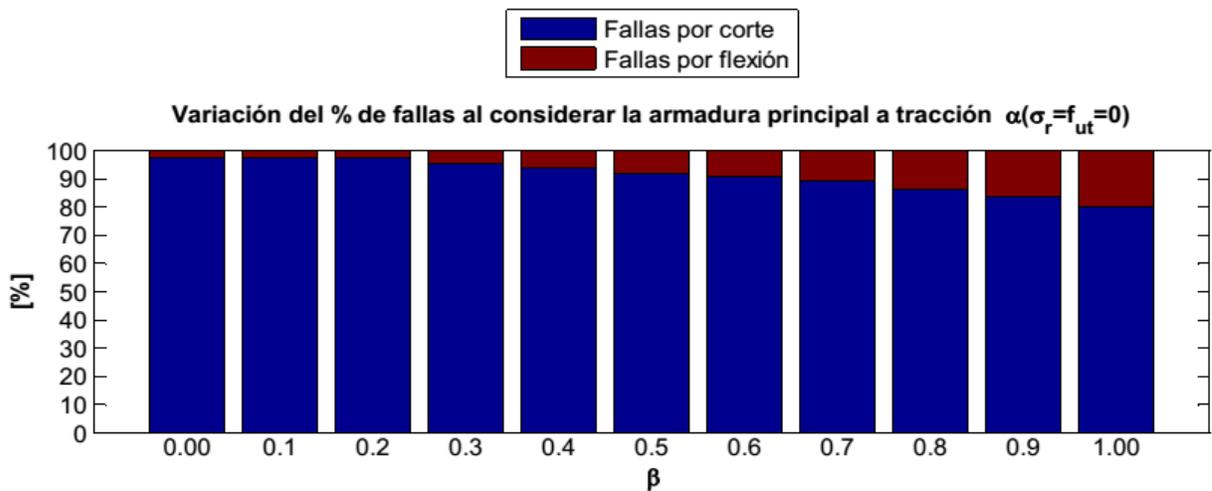
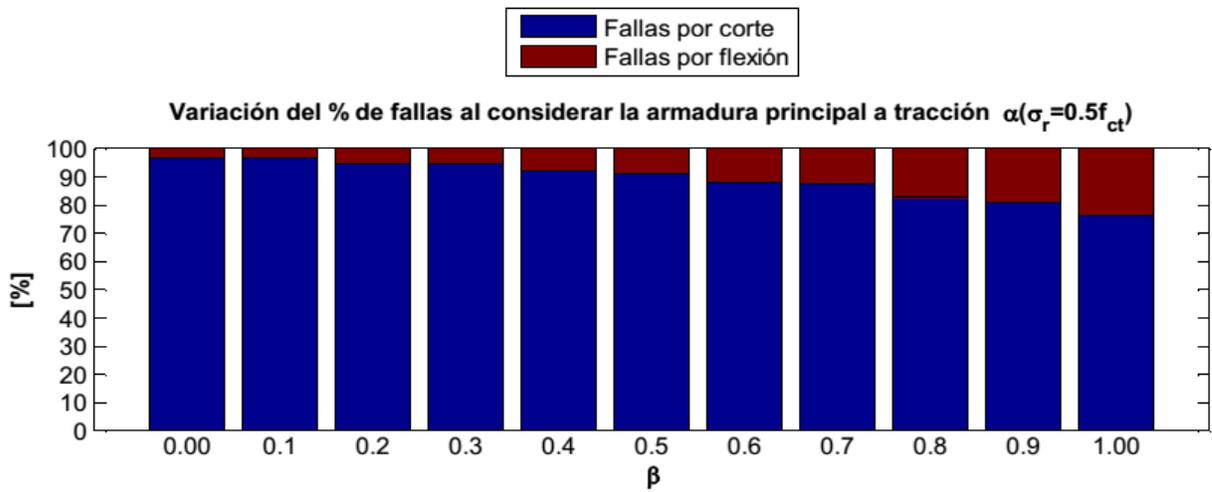
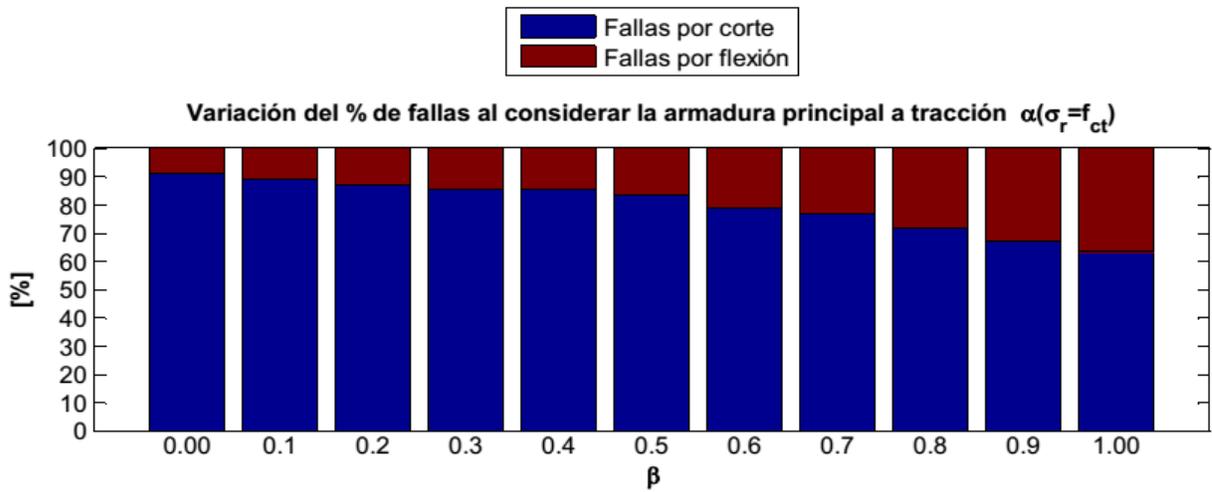


Figura 4.6: Variación del % de fallas al considerar la armadura principal a tracción en los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013).

El fundamento de la reducción del aporte del acero principal a tracción, se basa en que la ecuación longitudinal " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " está formulada para refuerzos distribuidos en la sección transversal, mientras que el acero de borde se encuentra concentrado en la zona superior de la ménsula. Por otro lado, se hace difícil desacoplar el efecto combinado de ambas armaduras cuando prácticamente se encuentran a centímetros de distancia.

A continuación se muestra la gráfica comparativa de los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013) versus los mismos modelos con la consideración de armadura principal con " $\beta = 0.3$ ".

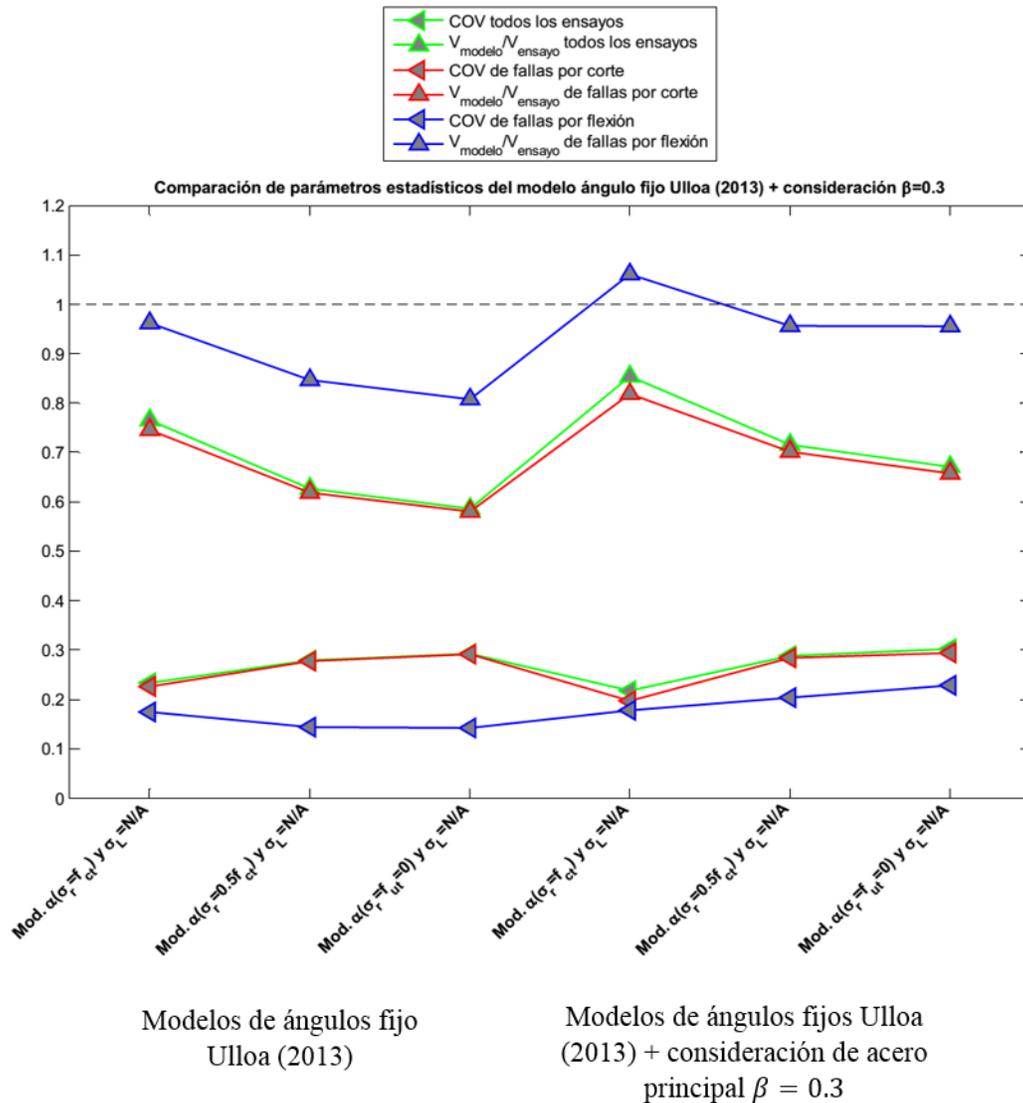


Figura 4.7: Comparación de parámetros estadísticos del modelo ángulo fijo Ulloa (2013) y la consideración de acero principal $\beta = 0.2$.

En la figura 4.7 se aprecia que la consideración de la armadura principal de borde, tiene su mayor impacto en el modelo de ángulo de fisuras " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", donde el promedio global del modelo aumenta en un 8% respecto al caso sin la incorporación.

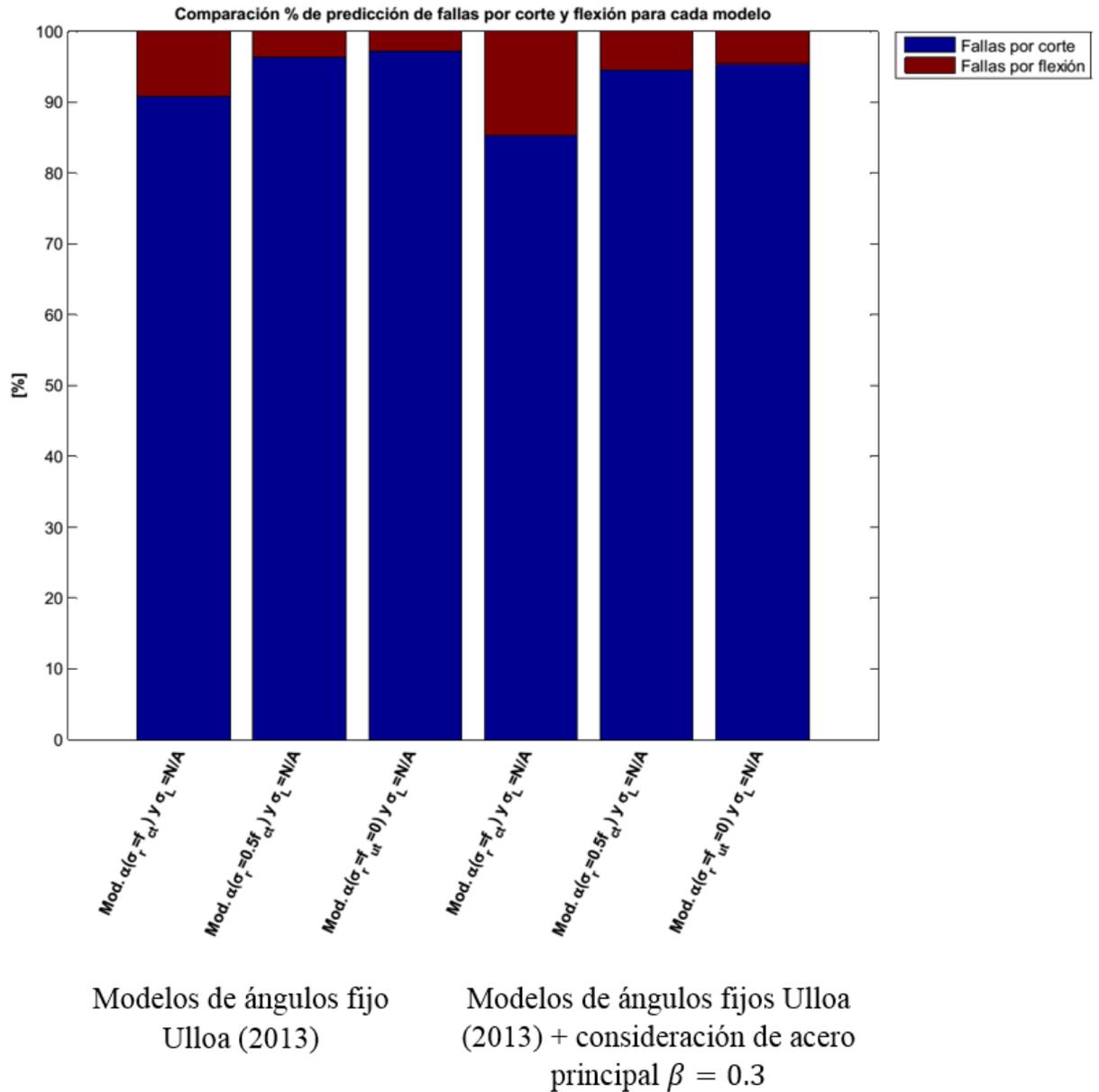


Figura 4.8: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) con la consideración de acero principal " $\beta = 0.3$ ".

La figura 4.8 revela un aumento del porcentaje de fallas para todos los niveles de tracción a los que se fija el ángulo de fisuras.

4.5 Análisis de la dirección principal modificada para ménsulas

En esta sección se estudia el comportamiento del modelo panel al usar las direcciones principales modificadas para el caso particular de ménsulas.

Dado que en el punto 4.3 se establece que al aumentar la inclinación de las fisuras se obtienen mejores resultados en términos de capacidad de predicción, y conjuntamente la figura 3.13 revela que las direcciones modificadas entregan ángulos mayores a los de Ulloa (2013) para todos los niveles de tracción a los que son fijados, parece razonable estudiar mayores inclinaciones en los modelos.

En las tablas 4.7, 4.8, y 4.9, se muestran los parámetros estadísticos que permiten comparar la respuesta de los modelos con la obtenida experimentalmente para las ménsulas de la base de datos. Estos parámetros corresponden a la razón promedio entre la capacidad teórica y experimental, la desviación estándar y el COV.

Tabla 4.7: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificado para ménsulas.

$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificado para ménsulas	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.89	0.17	0.20	109
Ménsulas con falla de corte	0.86	0.17	0.20	88
Ménsulas con falla de flexión	1.00	0.15	0.15	21

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificado y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 11% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 80.7% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.8: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ modificado para ménsulas.

$\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ modificado para ménsulas	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.71	0.18	0.25	109
Ménsulas con falla de corte	0.69	0.16	0.24	102
Ménsulas con falla de flexión	0.98	0.20	0.21	7

El modelo " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ modificado y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 29% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 93.6% de las ménsulas fallan por corte.

Tabla 4.9: Resultados estadísticos del modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ modificado para ménsulas.

$\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ modificado para ménsulas	V_{modelo}/V_{ensayo}	Desviación Estándar	COV	Nº de ensayos
Todos los ensayos	0.65	0.17	0.27	109
Ménsulas con falla de corte	0.64	0.17	0.27	105
Ménsulas con falla de flexión	0.85	0.12	0.14	4

El modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ modificado y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " subestima la capacidad al corte de las ménsulas en un 35% para la base de datos de esta memoria. Además predice que un 96.3% de las ménsulas fallan por corte.

En la figura 4.9 se muestra la gráfica comparativa de los modelos con los ángulos de Ulloa (2013) versus las direcciones principales modificadas para ménsulas.

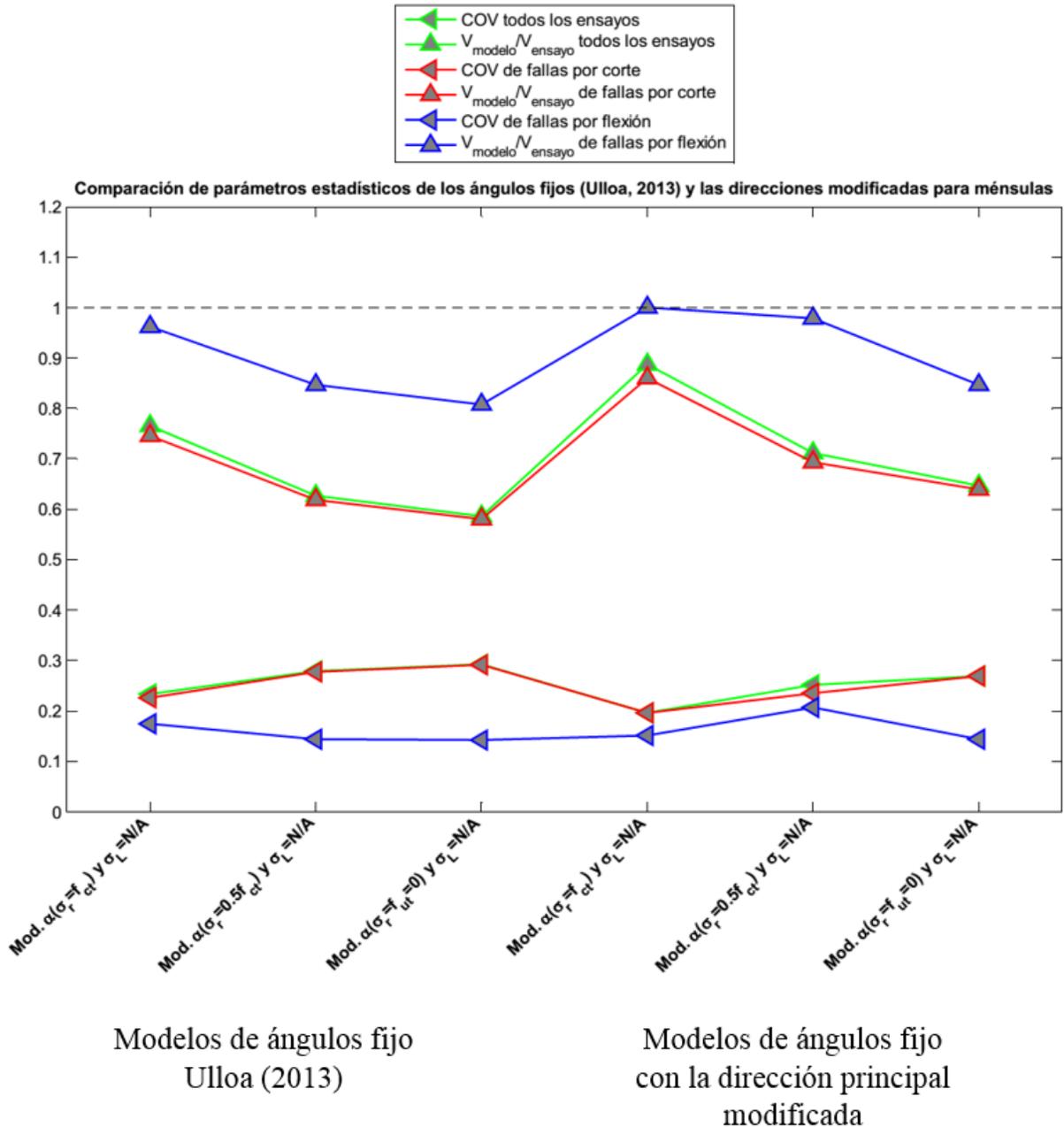


Figura 4.9: Comparación de parámetros estadísticos de los modelos de ángulos fijos Ulloa (2013) versus los modelos con la dirección principal modificada para ménsulas.

Al observar la figura 4.9 es posible notar que el impacto que tienen las direcciones principales modificadas es un alza en el promedio de la razón de capacidad predicha sobre la experimental, para todos los niveles de tracción en los que se fija el ángulo, versus las inclinaciones de Ulloa (2013). Además se puede ver que existe una disminución del COV respecto a los modelo de ángulo desarrollados por Ulloa (2013).

El modelo de dirección principal modificada asociado al nivel de tensión de tracción en el concreto " $\sigma_r = f_{ct}$ " es el que genera mejores resultados de predicción de capacidad alcanzando el 89% de la capacidad en promedio, con una desviación estándar de 0.17 para el modelo global. La predicción de capacidad por fallas de flexión es igual a 1.00, con una desviación estándar de 0.15, lo que constituye una excelente predicción para flexión, e indica que el modelo está midiendo de buena forma el tipo de falla en ménsulas.

Los modelos con direcciones modificadas " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ " y " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ ", si bien son mejores en cuanto a predicción de capacidad que los modelos sin modificar de Ulloa (2013), siguen teniendo una estimación conservadora.

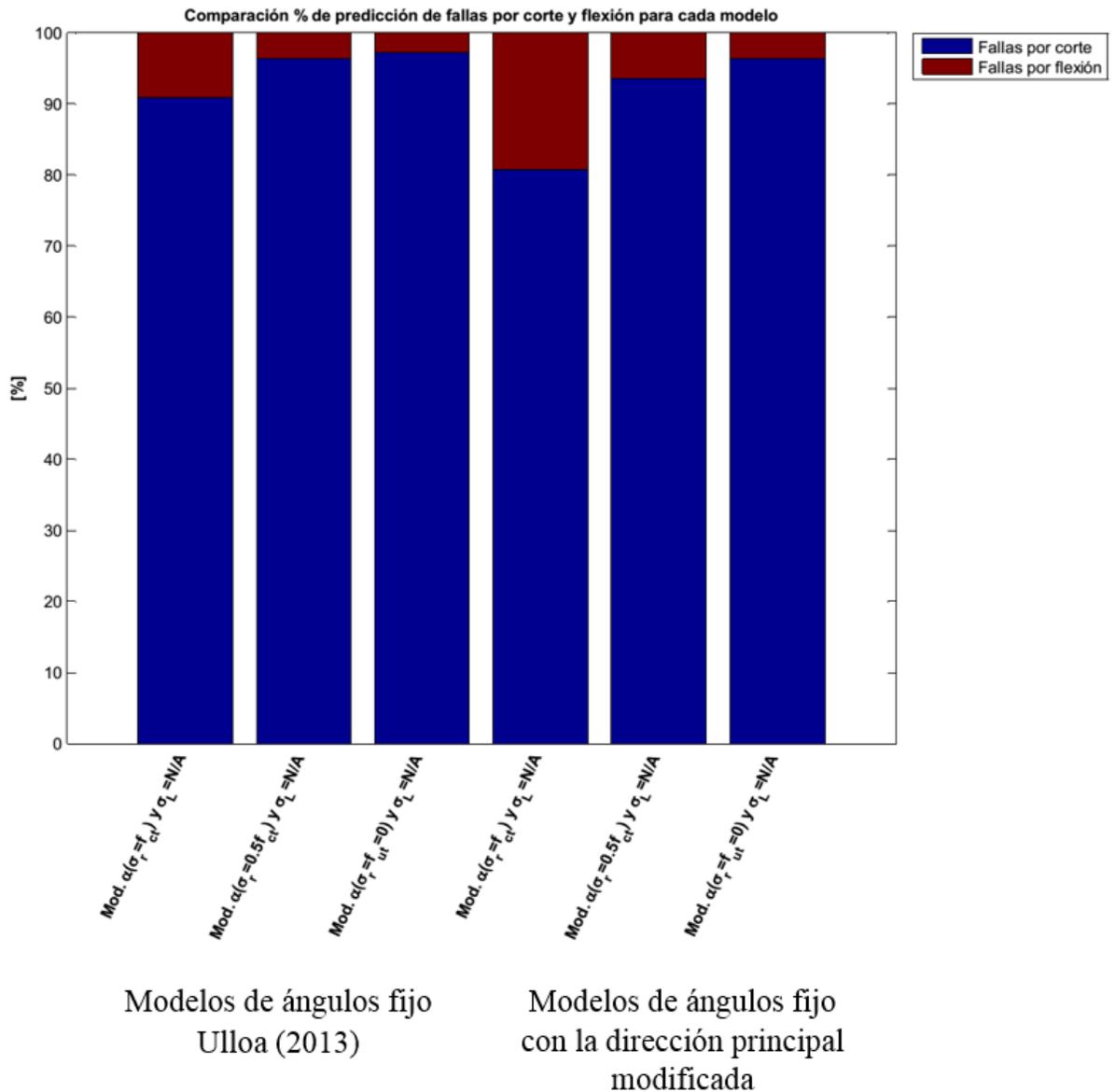


Figura 4.10: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión para el modelo de ángulo fijo Ulloa (2013) versus los modelos con la dirección principal modificada para ménsulas.

En la figura 4.10 se aprecia que la distribución de fallas por flexión y corte se modifica con un mayor impacto para el nivel de tensión del comienzo de fisuras " $\sigma_r = f_{ct}$ ". Lo anterior, en conjunto con el análisis realizado a la figura 4.9, muestra que al aumentar el porcentaje de fallas de flexión en los modelos, mejores resultados de predicción de capacidad y tipo de falla son alcanzados.

4.6 Análisis de las modificaciones en los modelos " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " y el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ".

Dado que las modificaciones implementadas en la presente memoria tienen su mayor impacto en los modelos de ángulo fijo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", en este apartado se muestran los gráficos de mayor relevancia para entender el comportamiento de fijar el ángulo de direcciones principales al menor nivel de tracción en el concreto. Además, se plantea un nuevo modelo, que considera la acción de las modificaciones en forma simultánea.

El modelo de efectos combinados, se basa en usar la dirección principal modificada al inicio de fisuras (" $\sigma_r = f_{ct}$ "), la consideración del ancho de la placa, y la incorporación eficiente de la armadura de borde en el panel.

Para escoger el valor de incorporación óptima del acero de borde en el equilibrio longitudinal, se debe observar el comportamiento de los parámetros estadísticos ante un barrido de valores de " β ". En la figura 4.11 se muestra la gráfica que estudia el comportamiento del modelo simultáneo ante distintos aportes del acero principal a tracción. En el anexo de esta memoria se adjuntan las gráficas de los modelos simultáneos " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ " y " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ ".

Dado que para el valor eficiente " $\beta=0.3$ " se aprecia un mínimo tanto en el COV global, como también en el COV de fallas por corte predichas, es que se elige un 30% de aporte de área de enfierradura de borde en el equilibrio para la confección del modelo a validar.

En la figura 4.12 se grafica la relación de capacidad predicha sobre la experimental para los modelos. Dentro de la gráfica se distinguen los tipos de fallas, donde además, es posible apreciar el promedio, desviación estándar, y el COV global de los modelos.

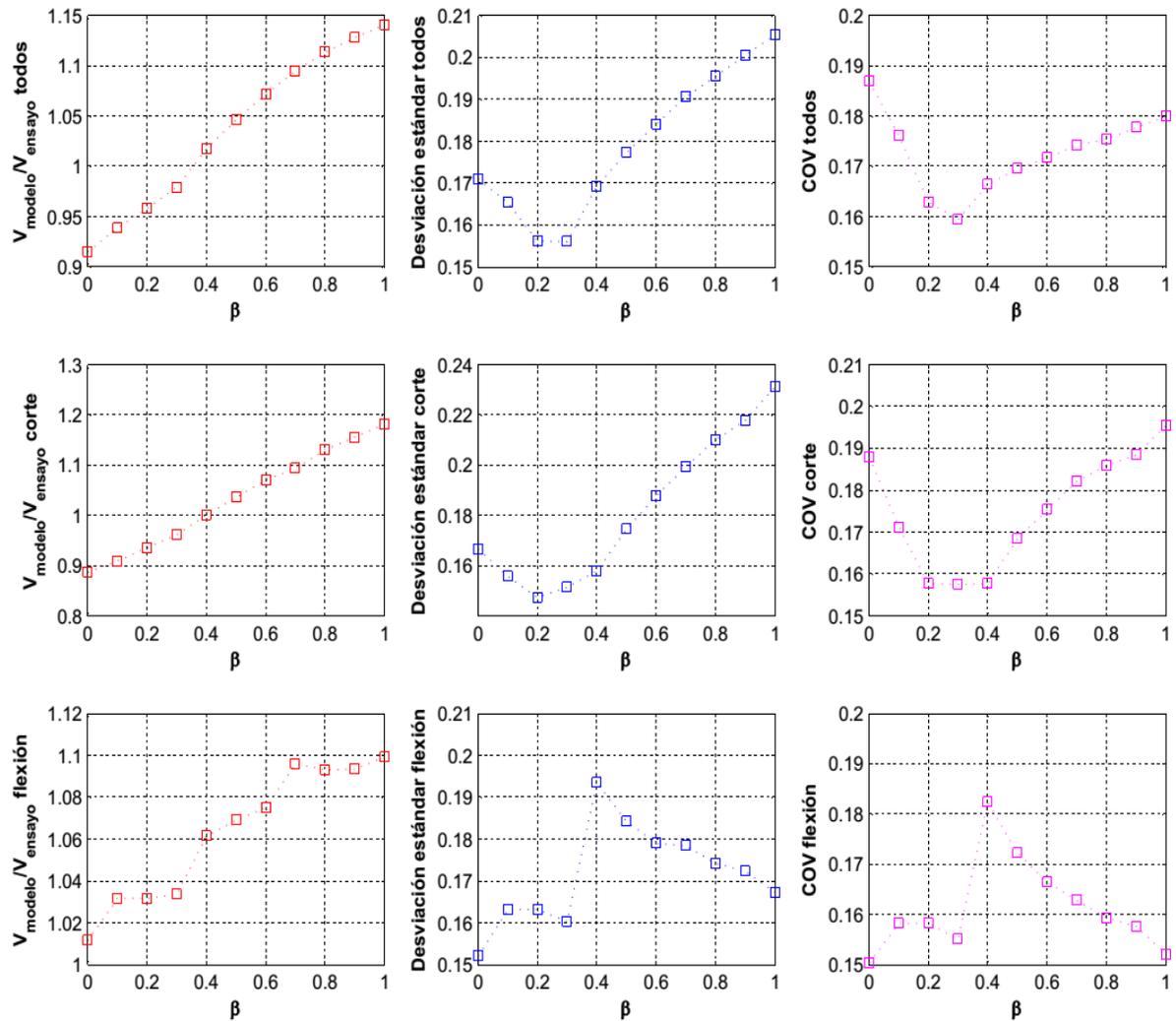


Figura 4.11: Resultados estadísticos para el barrido de " β " en el modelo de ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " Ulloa (2013) de modificaciones simultáneas.

Al analizar la figura 4.12 es posible notar que el modelo que considera las modificaciones en forma simultánea (dirección modificada para ménsulas + placa de carga + incorporación del acero de borde) entrega los mejores valores estadísticos para el promedio de la razón capacidad predicha sobre capacidad experimental con un valor de 0.98, desviación estándar de 0.16, y un COV igual a 0.16 para el modelo global.

Todos los modelos muestran que a medida que se tiene una mayor tensión de ensayo, mayor es la subestimación del modelo panel, donde el modelo de modificaciones simultaneas muestra sus mejores resultados para tensiones bajo los 10 [MPa] y una mayor uniformidad respecto a sus predicciones.

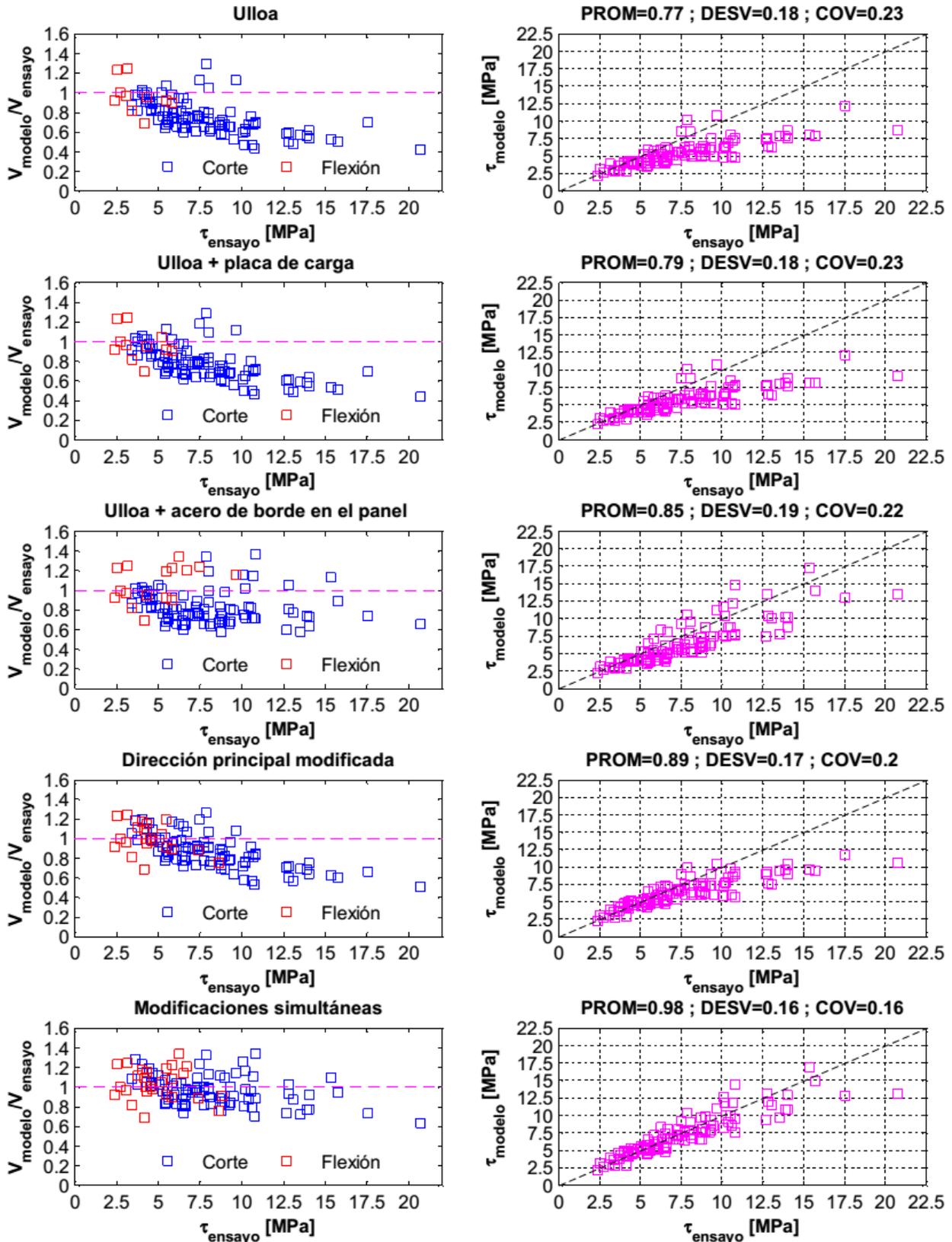


Figura 4.12: Resultados de predicción para los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

En la figura 4.13 se muestra la comparación de los promedios y desviación estándar para las distintas consideraciones efectuadas para los modelos " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ".

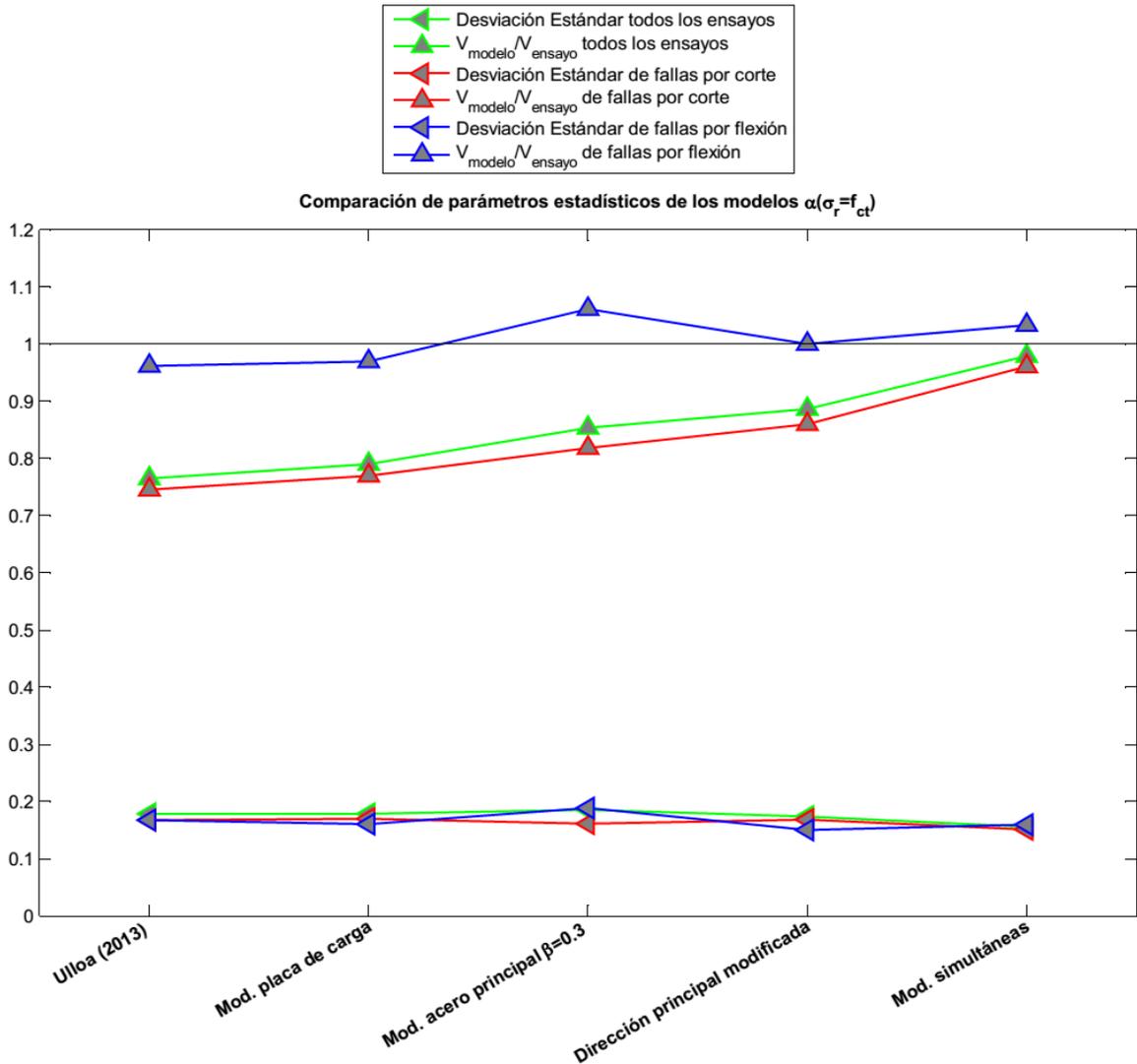


Figura 4.13: Comparación del promedio y desviación estándar de los modelos $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ para la modificaciones realizadas.

De la figura 4.13 se ve que el modelo de modificaciones simultáneas obtiene valores promedio más cercanos a la unidad comparativamente a los modelos que consideran las modificaciones en forma desacoplada, mostrando una baja desviación estándar tanto para la predicción de fallas por corte, como para las fallas por flexión, lo que quiere decir que este modelo mide de buena forma ambos tipos de falla. En cuanto a las fallas por corte, el promedio es de 0.96 y la desviación estándar es igual a 0.15, mientras que para la falla por flexión se obtienen valores de 1.03 en promedio con una desviación estándar igual a 0.16.

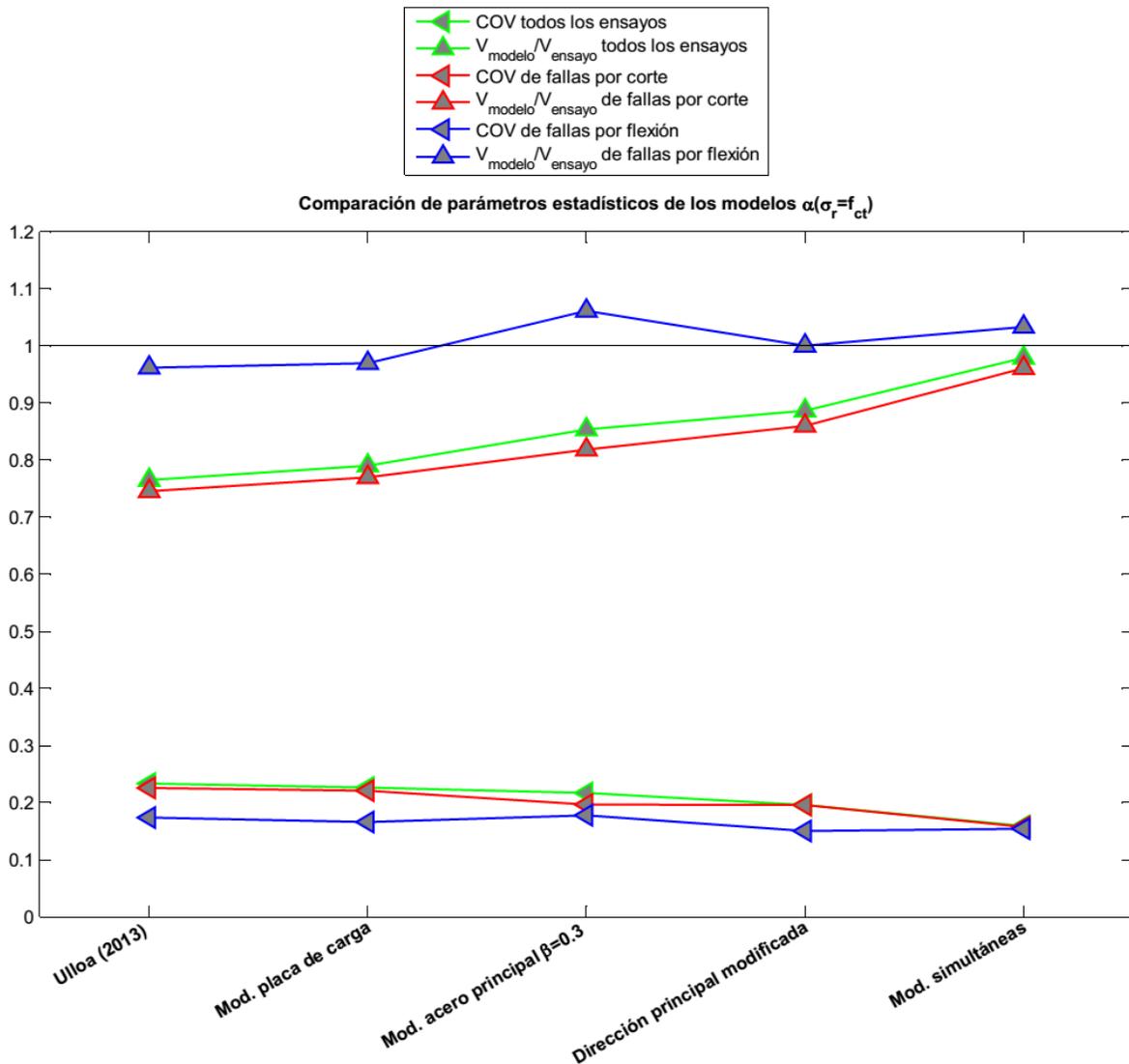


Figura 4.14: Comparación del promedio y COV de los modelos $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ para la modificaciones realizadas.

En la figura 4.14 se aprecia que la dirección principal modificada del ángulo de inclinación de compresión representa la modificación aislada de mayor impacto en la predicción de la capacidad al corte de la base de datos, mostrando coeficientes de variación inferiores al 20%.

La modificación de placa de carga muestra valores estadísticos de predicción similares al modelo de Ulloa (2013), por lo que su impacto puede ser catalogado como despreciable.

Como consecuencia directa del análisis realizado para la gráfica 4.14 es que se obtiene que el modelo de modificaciones simultáneas obtiene el coeficiente de variación de fallas por corte más bajo de los modelos acá analizados (figura 4.14).

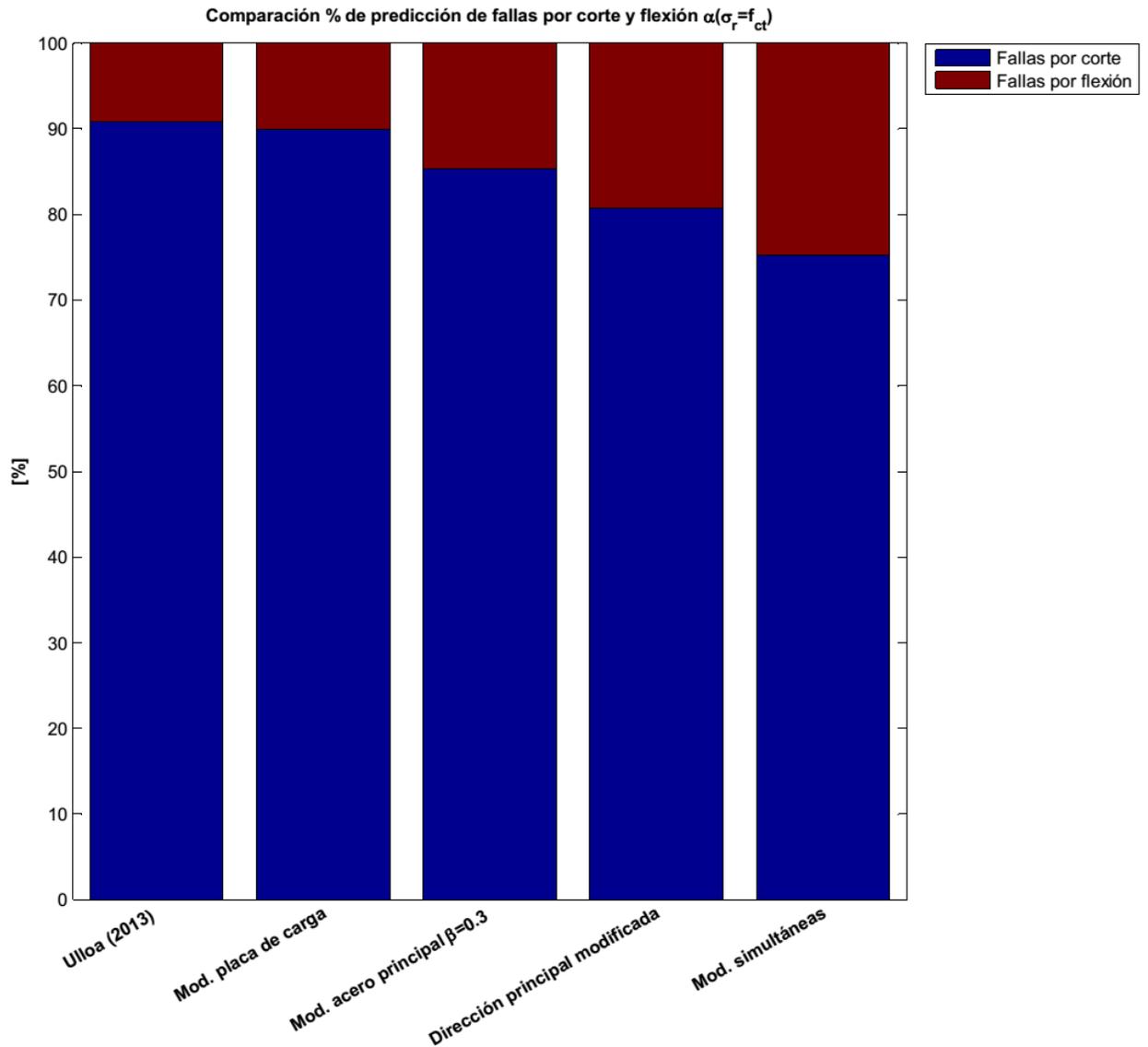


Figura 4.15: Comparación % de predicción de fallas por corte y flexión de los modelos con ángulo principal $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ para las modificaciones realizadas.

Observando la figura 4.15 es posible apreciar que la modificación de la dirección principal de compresiones muestra un mayor porcentaje de fallas a flexión comparativamente a los modelos de modificaciones aisladas, y que al usarse el modelo de modificaciones simultáneas este porcentaje sigue aumentando. Lo anterior sugiere que existen ménsulas que fueron mal clasificadas como falla de corte por los autores, y más bien su capacidad puede ser explicada con un modelo de flexión que considere el aporte de los estribos.

4.7 Tendencias generales

A continuación se analizan y comparan las tendencias generales de las distintas modificaciones propuestas al modelo de ángulo fijo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ". Dentro de los parámetros característicos de la estimación de capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado se encuentra la razón de corte efectivo " a/d ", la cuantía de refuerzo en el alma, la cuantía de refuerzo en el borde, la capacidad de compresión del hormigón, la tensión de ensayo, el coeficiente de relajación por tracción ortogonal a la compresión, y la relación de profundidad entre la cara externa e interna de las cartelas.

La finalidad del análisis de tendencias es conocer que tan dependientes son los modelos ante variaciones de un parámetro, y a medida que menor sean estas últimas, quiere decir que los modelos miden de buena forma la variable de estudio.

Para cada parámetro se grafica la razón entre la capacidad que se predice con los modelos sobre la capacidad experimental en función del parámetro de estudio. El caso de dirección principal de compresión " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " es estudiado por ser el ángulo que mejor resultados de predicción entrega.

4.7.1 Sensibilidad a la razón de corte luz de corte sobre altura efectiva a/d

Los modelos que consideran las modificaciones establecidas muestran una dependencia moderada-alta respecto a este parámetro (26% a 47% de variación en el rango analizado). En la figura 4.16 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ". La tendencia general es obtener mejores resultados de capacidad de corte predicha a medida que se incrementa este parámetro, e incurrir en mayores subestimaciones al disminuirlo.

El modelo de dirección principal modificada de compresión es el modelo que mejor captura la variación de la razón de largo de corte sobre altura efectiva, teniendo un 25% de variación en el rango estudiado.

El modelo de consideración de acero principal, y el modelo modificaciones simultáneas exhiben la mayor dependencia ante la variación de la razón " a/d " (46% y 36% correspondientemente).

En general las mejores estimaciones de capacidad para el modelo de modificaciones simultáneas se producen para razones de luz de corte sobre altura efectiva entre 0.4 a 0.7, concentrando la sobreestimaciones de capacidad para razones de corte cercanas a la unidad.

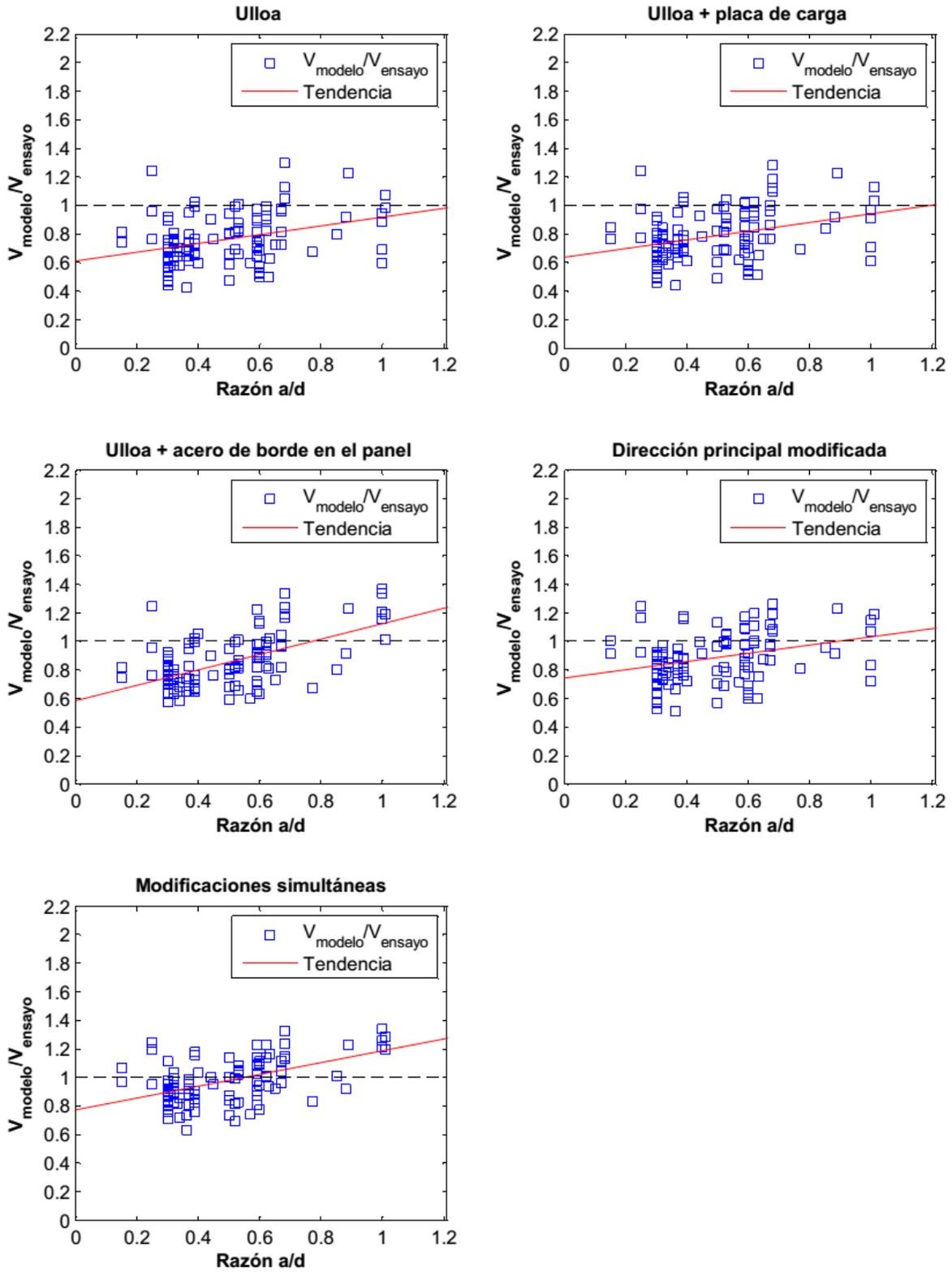


Figura 4.16: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus a/d para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.2 Sensibilidad al parámetro $\rho_L f_{yL}$

Los modelos que consideran las modificaciones establecidas muestran una baja dependencia con respecto a este parámetro (1% a 14% de variación en el rango analizado), exceptuando el modelo con la consideración de armadura principal (36%).

En la figura 4.17 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ".

El modelo de modificaciones simultáneas muestra una dependencia baja-moderada respecto a cambios de este parámetro.

Al usar el ángulo fijo propuesto por Ulloa (2013) y la inclusión del ancho del plato de carga es posible notar una dependencia nula ante las propiedades de los materiales del refuerzo en el alma.

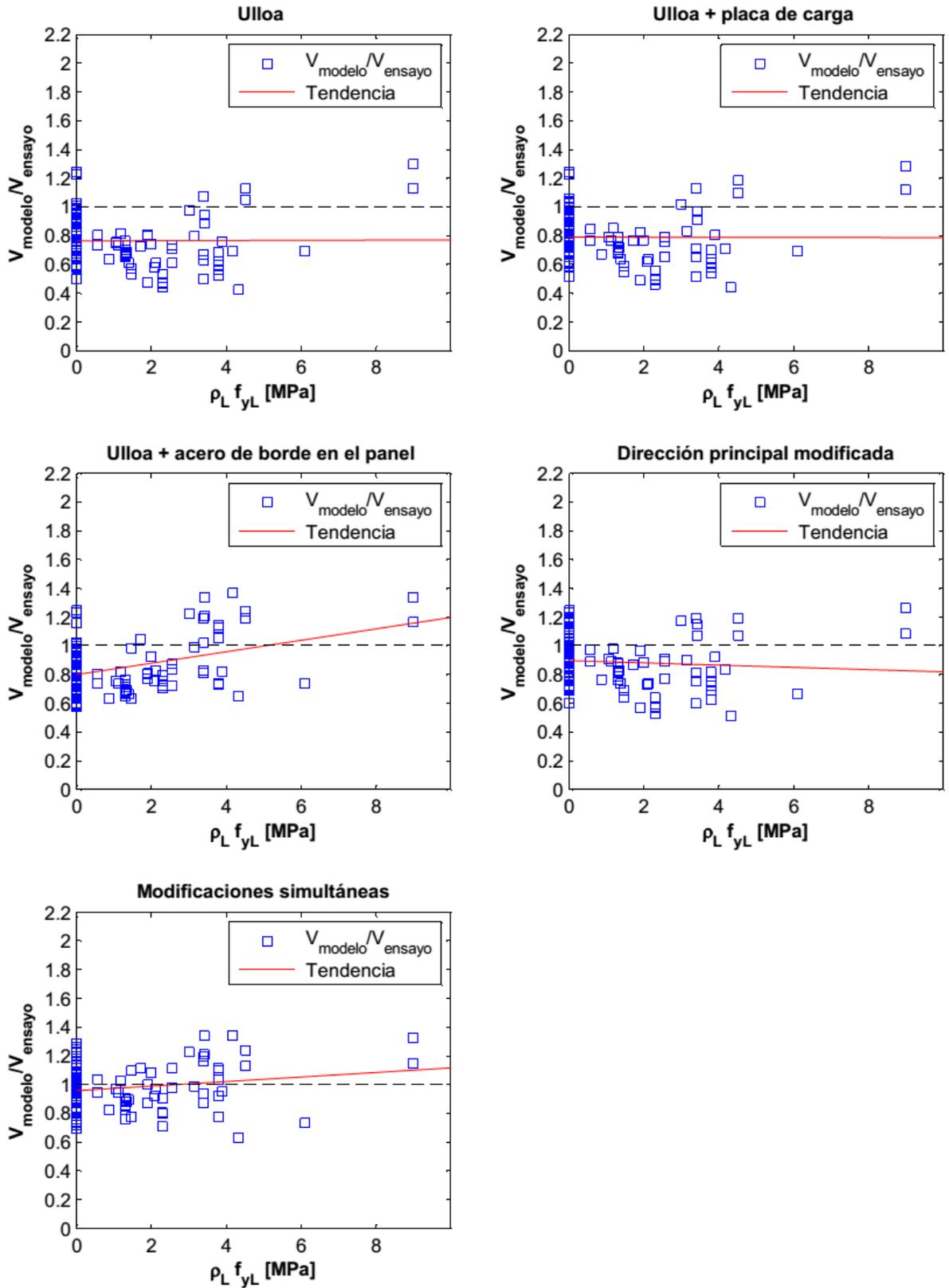


Figura 4.17: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus $\rho_L f_{yL}$ para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.3 Sensibilidad al parámetro $\rho_b f_{yb}$

Este parámetro no es una variable de entrada para la modelación en los modelos de Ulloa (2013), modelo de placa de carga, y modelo de dirección principal de compresión modificada, siendo incorporado a la modelación solamente a través de la consideración de armadura principal, y en el modelo de modificaciones simultáneas.

En la figura 4.18 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ".

Al observar las tendencias (lineales) de los modelos en que el refuerzo de borde no es considerado es posible notar que a medida que crece el producto " $\rho_b f_{yb}$ " se tiende a subestimar de mayor forma la capacidad al corte de las ménsulas. Lo anterior justifica el planteamiento de modelos que incluyan este parámetro como una variable de entrada en la modelación, con la finalidad de recoger el fenómeno físico tras las pendientes negativas de los modelos que no consideran el refuerzo principal.

Los modelos que no consideran este parámetro muestran una moderada-alta dependencia de este último (33% a 36% de variación en el rango analizado). En contraste, los modelos que tienen como variable de entrada este parámetro muestran una moderada dependencia a la variación del refuerzo de borde (11% a 23%).

Debe notarse que los modelos que no incluyen el acero de borde en la modelación alcanzan sus mejores valores de predicción de capacidad para bajos valores de " $\rho_b f_{yb}$ ".

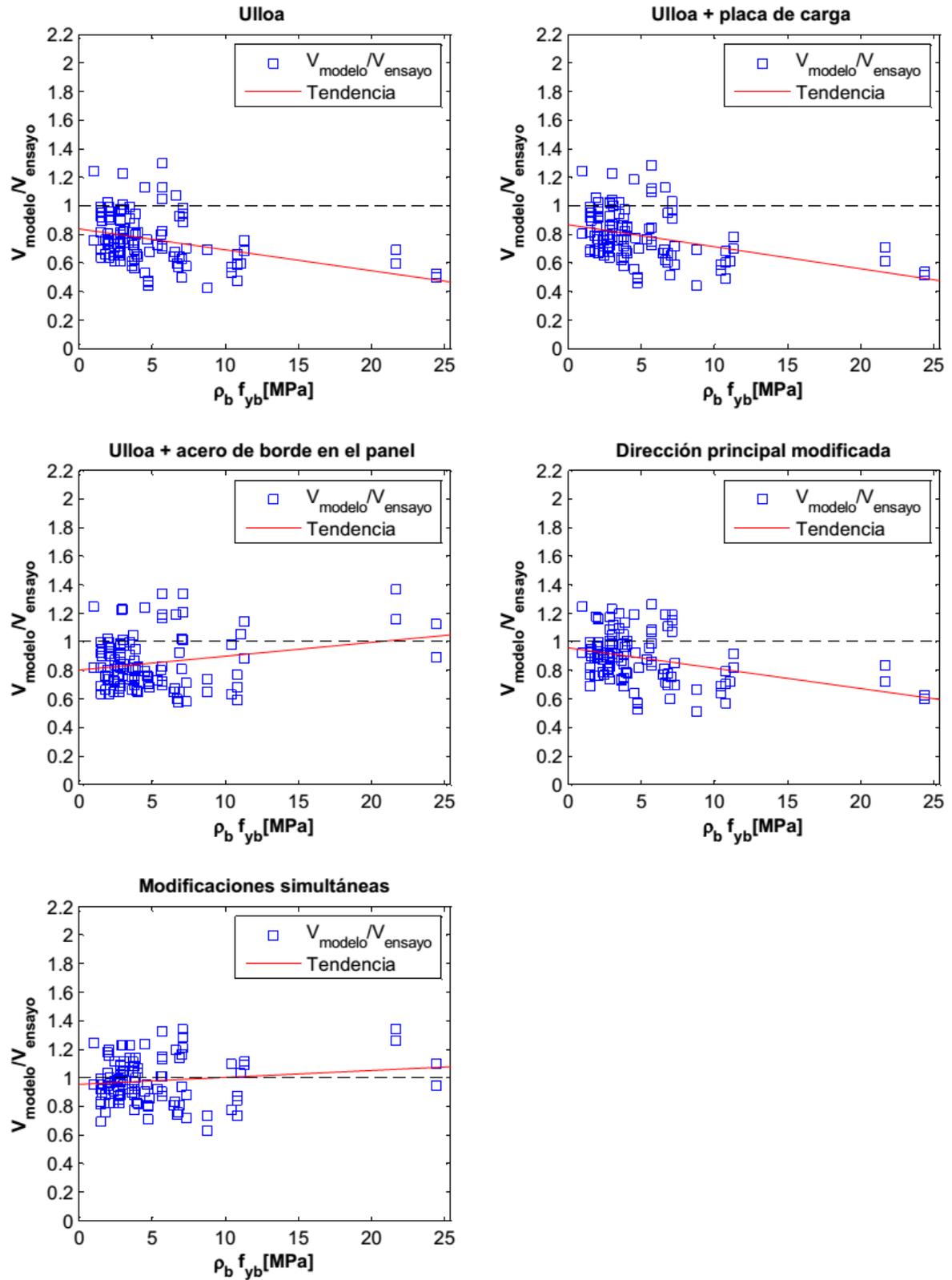


Figura 4.18: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus $\rho_b f_{yb}$ para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.4 Sensibilidad a la capacidad del hormigón f'_c

En la figura 4.19 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ".

Los modelos que no incluyen el acero de borde en la modelación alcanzan dependencias moderadas respecto a la variación de la resistencia del concreto " f'_c ", mientras que los modelos que incluyen el refuerzo principal a tracción logran disminuir la dependencia a variaciones de este parámetro.

En general, la tendencia es obtener resultados menos conservadores de capacidad de corte a medida que se disminuye este parámetro. Lo anterior implica que los modelos no reproducen de buena forma las capacidades de los ensayos asociados a ménsulas de hormigones de alta resistencia.

Los modelos exhiben mejores predicciones de capacidad cuando el hormigón tiene resistencias de compresión por debajo de los 40 [MPa]. Una posible explicación de este comportamiento es que el coeficiente de relajación " ξ " castiga con un mayor impacto los hormigones que superan los 42 [MPa] de resistencia a la compresión.

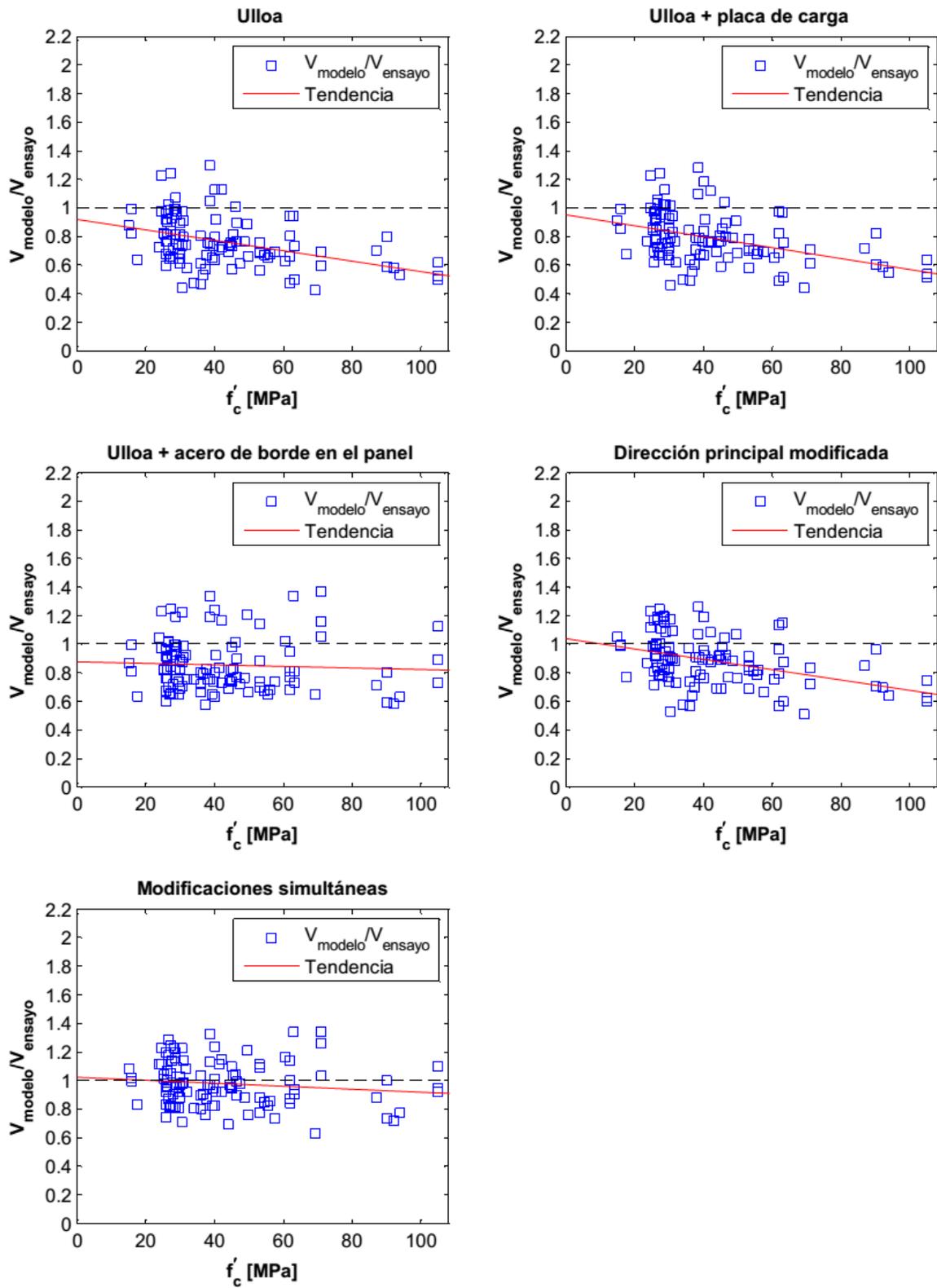


Figura 4.19: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus f'_c para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.5 Sensibilidad a la tensión de corte τ medida en el ensayo

Esta variable corresponde al resultado de la modelación del estudio del corte, por lo que permite analizar si los modelos son capaces de predecir de buena manera el comportamiento de ménsulas sometidas tanto a bajos como a altos niveles de tensión de ensayo.

En la figura 4.20 se aprecian las tendencias y variaciones de cada modelo.

En general es posible apreciar que los modelos tienden a incurrir en mayores subestimaciones de la capacidad a medida que se aumenta la tensión de ensayo. Este inconveniente de los modelos ya fue visto en el trabajo de Ulloa (2013) en muros cortos y también en la memoria de Mejías (2014) en vigas altas.

Al observar el comportamiento de los ensayos de alta tensión de corte es posible notar que los modelos que incorporan el refuerzo principal como parámetro de ingreso en la modelación corrigen con cierta dispersión la desventaja previamente vista.

Los modelos que consideran el refuerzo principal en la modelación exhiben una dependencia moderada respecto a la variación de este parámetro (22% a 32%), mientras que los modelos que no tienen como variable de entrada el refuerzo principal miden de peor forma las tensiones de ensayo (variaciones mayores 60%).

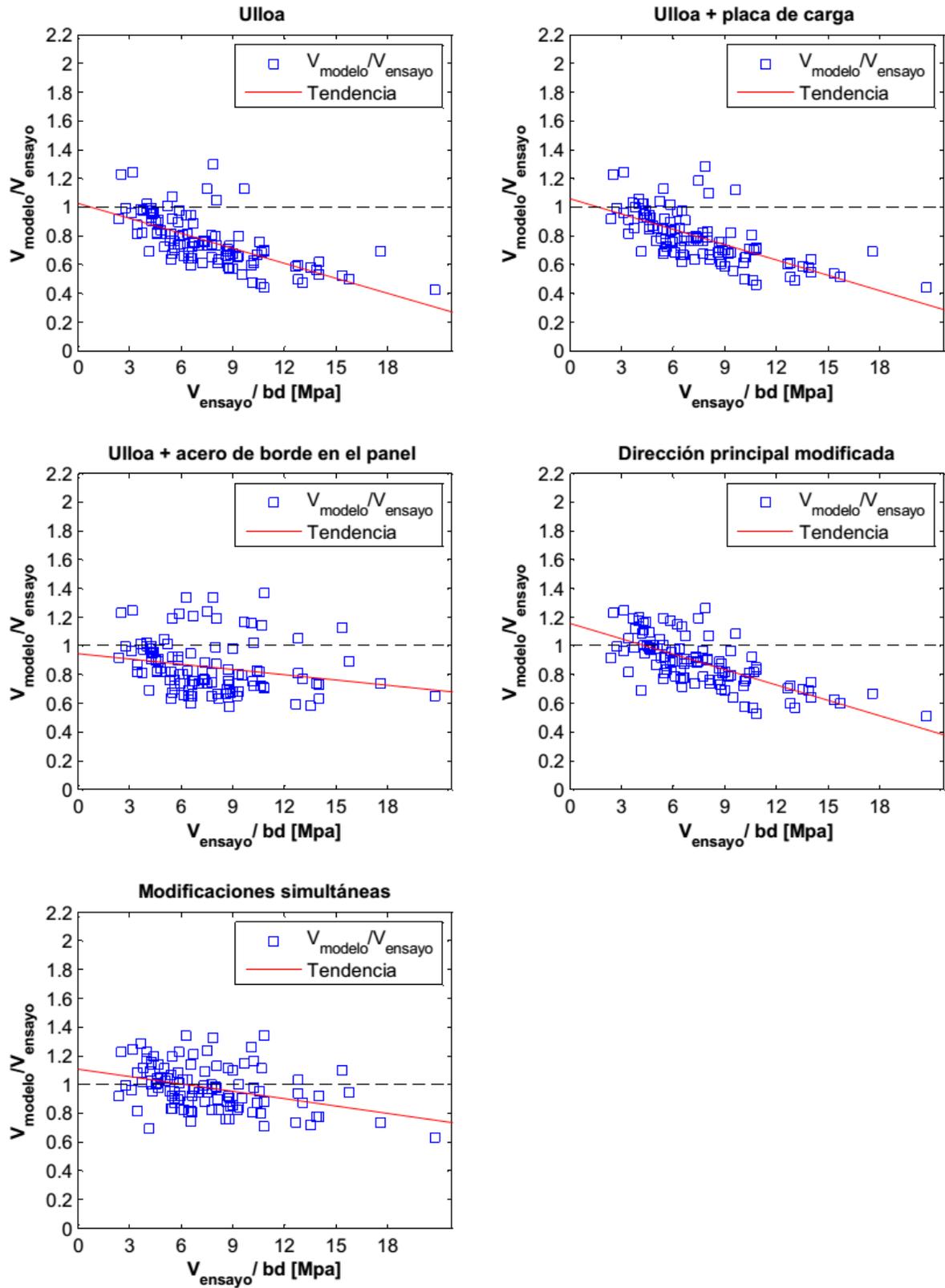


Figura 4.20: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus τ_{ensayo} para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.6 Sensibilidad al coeficiente de relajación ξ

Esta variable corresponde a la modelación de la disminución de resistencia en el puntal de compresiones debido a la tracción en la dirección ortogonal a este. El análisis de sensibilidad de este parámetro permite establecer que tan dependiente son los modelos del coeficiente " ξ " asociado al máximo de la curva carga desplazamiento de las ménsulas.

En general los modelos capturan de buena forma la relajación asociada al máximo de capacidad ya que las variaciones porcentuales de ellos no superan el 14%.

En la figura 4.21 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ".

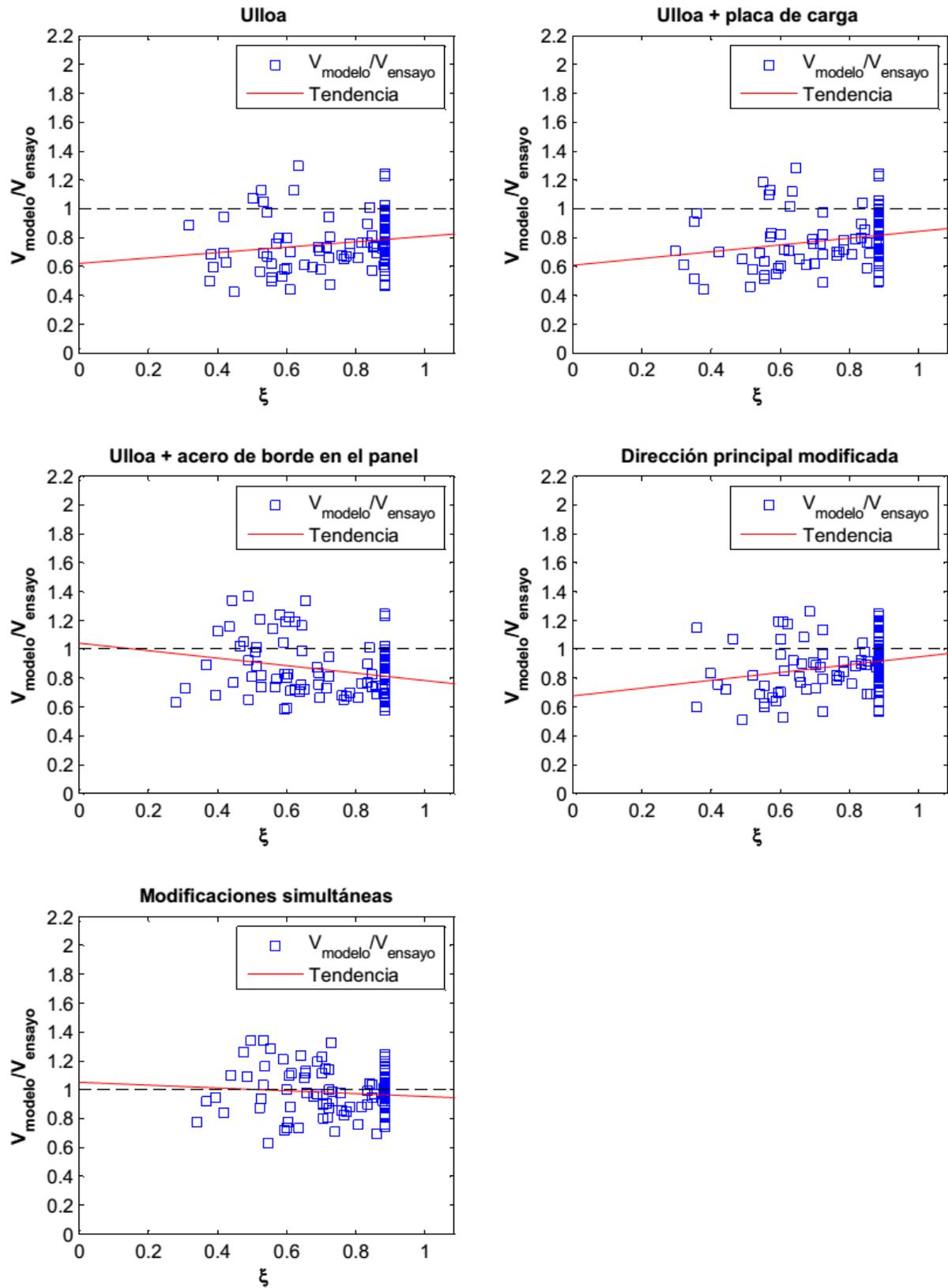


Figura 4.21: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus ξ para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.7.7 Sensibilidad a la relación de profundidad de caras de la ménsula h'/h

El análisis de sensibilidad de este parámetro permite analizar si los modelos son capaces de predecir de buena manera el comportamiento tanto de ménsulas rectangulares como de ménsulas con sección transversal variable. Debe recordarse que " h " y " h' ", corresponden a la altura interna y externa de la cartela (ver figura 3.1).

Todos los modelos estudiados muestran una baja dependencia frente a distintas relaciones de profundidad entre las caras opuestas de las ménsulas.

En la figura 4.22 se logran apreciar las tendencias de cada modificación establecida al modelo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ".

Tras apreciar la casi nula dependencia de los modelos a este parámetro es posible concluir que se reproduce de buena forma el comportamiento tanto de cartelas de sección rectangular como de sección variable.

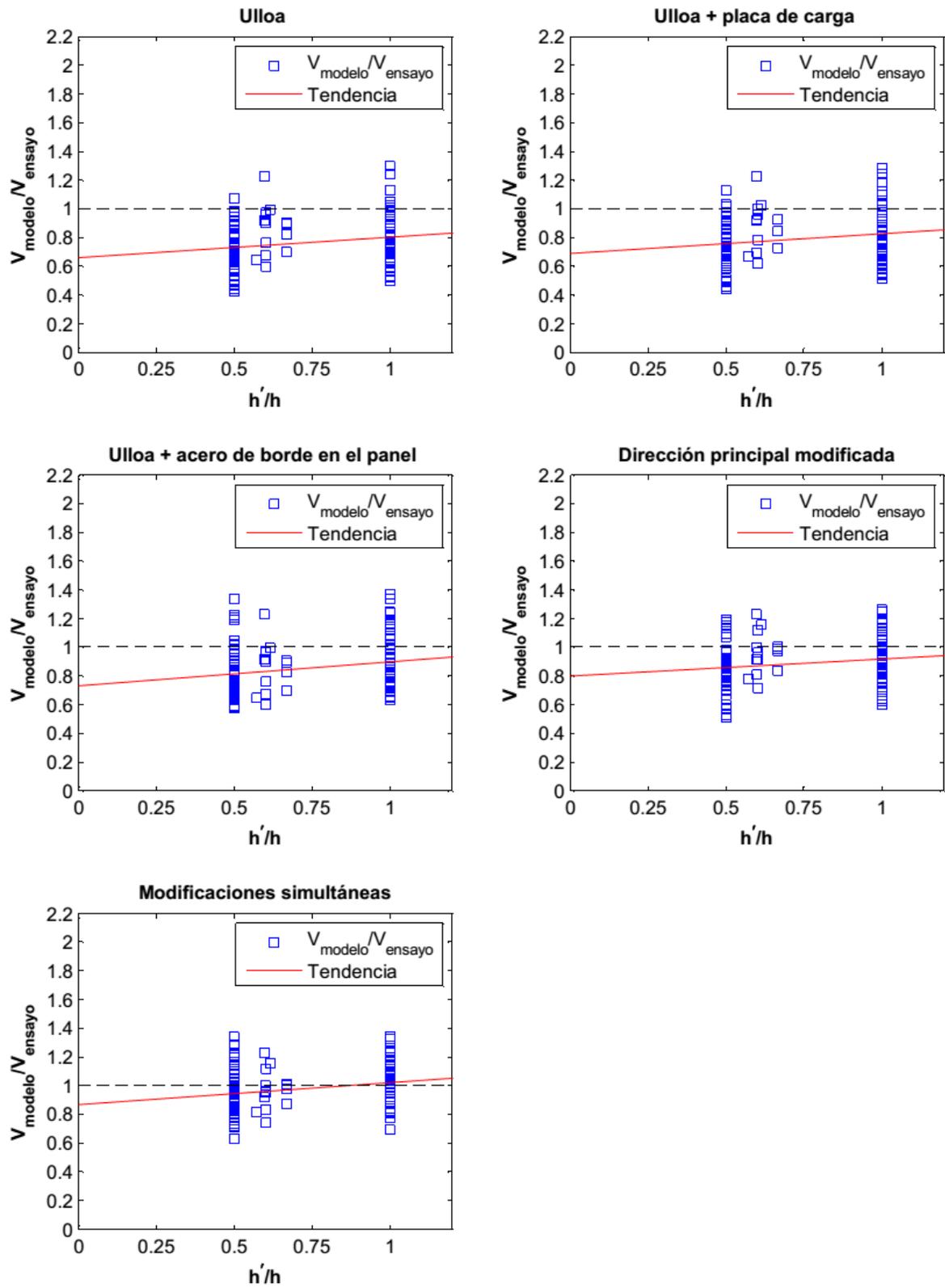


Figura 4.22: $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ versus h'/h para $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ con las modificaciones realizadas.

4.8 Resumen tendencias generales

A continuación, en la figura 4.23 se presenta el gráfico que resume el porcentaje de variación que tiene cada modelo implementado de ángulo de fisuras " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " para los diferentes parámetros estudiados. Este porcentaje de variación está estrechamente relacionado con la pendiente de las tendencias generales y refleja el comportamiento de esta última a través de la siguiente fórmula.

$$Var(\%)_i = m_{TL_i} * \{\max(Par_i) - \min(Par_i)\} * 100 \quad (4.1)$$

Donde:

$Var(\%)_i$ corresponde a la variación porcentual de la medición de corte respecto al parámetro i-ésimo, m_{TL_i} es la pendiente de la tendencia lineal respecto a la medición de corte para el parámetro i-ésimo, y Par_i corresponde al parámetro i-ésimo.

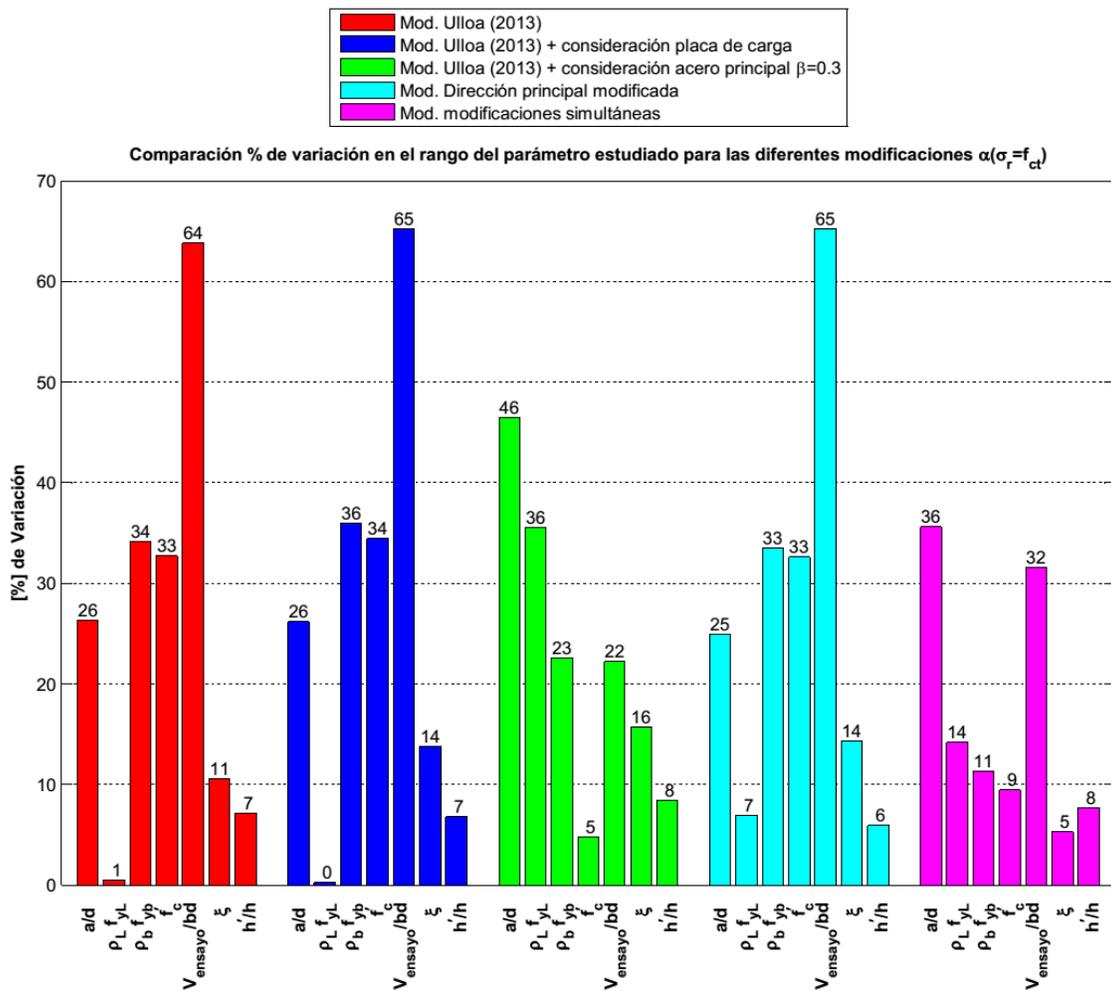


Figura 4.23: Comparación % de variación de los parámetros estudiados para los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

Tras observar la variación de parámetros es posible notar que la consideración de placa de carga no representa ventajas comparativas respecto al modelo de Ulloa (2013) sin la modificación ya que los parámetros varían en valores similares.

En la figura 4.23, se puede apreciar que el modelo de modificaciones simultáneas recoge de buena forma la variación de todos los parámetros bajo estudio, exceptuando el parámetro " a/d ", siendo moderadamente sensible a los cambios en los refuerzos, y exhibe bajas variaciones respecto a cambios de la resistencia del concreto. Además, cuenta con la característica de disminuir la dependencia de la tensión de ensayo a la mitad de los modelos que no consideran el acero de borde en el equilibrio.

Dicho lo anterior, se elige el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " como el modelo que mejor comportamiento presenta ante la variación de los parámetros más importantes estudiados.

5. COMPARACIÓN DE LA BASE DE DATOS CON MODELOS SIMPLES DE LA LITERATURA

En el presente capítulo se exponen diferentes formas de estimar la capacidad máxima para los ensayos recopilados en la base de datos estudiada en este trabajo. Dentro de los modelos abordados se encuentran los basados en la teoría de cortante por fricción, en modelos enrejados, y en fórmulas empíricas y semi-empíricas.

El objetivo a desarrollar corresponde a comparar el comportamiento del modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " (en conjunto con el equilibrio longitudinal) para describir la falla por corte, versus los modelos escogidos de la literatura.

5.1 Basados en cortante por fricción

5.1.1 Instituto Americano del Hormigón (ACI 318-08 Cap. 11.8).

La sección 11.8 presenta un apartado especial para la estimación de falla al corte para ménsulas y/o cartelas de hormigón armado con razón de luz de cortante sobre altura menor a la unidad, el cual se basa en estimar la capacidad al corte como la mínima capacidad entre el modelo de flexión simple y la resistencia al corte obtenida mediante la teoría de cortante por fricción. Este método supone que tanto el acero principal como secundario que atraviesan el plano de falla están fluyendo. La falla ocurre en un plano normal al refuerzo en la cara interna de la ménsula. La razón de luz de corte sobre altura no es incluida explícitamente en el cálculo de resistencia al corte.

La fuerza de corte máxima que resiste la ménsula queda dada por:

$$V_u = \mu(\rho_f f_{yf} + \rho_h f_{yh}) bd \leq \min\{0.2 f'_c ; 11 ; 3.3 + 0.08 f'_c\} bd \quad (5.1)$$

Donde:

V_u es la capacidad al corte por fricción [N]; μ es el coeficiente de fricción igual 1.4 para construcciones monolíticas de concreto de peso normal; ρ_f es la cuantía de refuerzo principal a tracción; ρ_h es la cuantía de refuerzo secundario en el alma; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; f_{yf} , f_{yh} son las tensiones de fluencia para el acero principal a tracción y acero secundario en el alma [MPa]; b es el ancho de la ménsula [mm]; d es la altura efectiva de la ménsula [mm].

En la figura 5.1 se muestra el refuerzo por cortante por fricción en una cierta inclinación de fisuras de la falla.

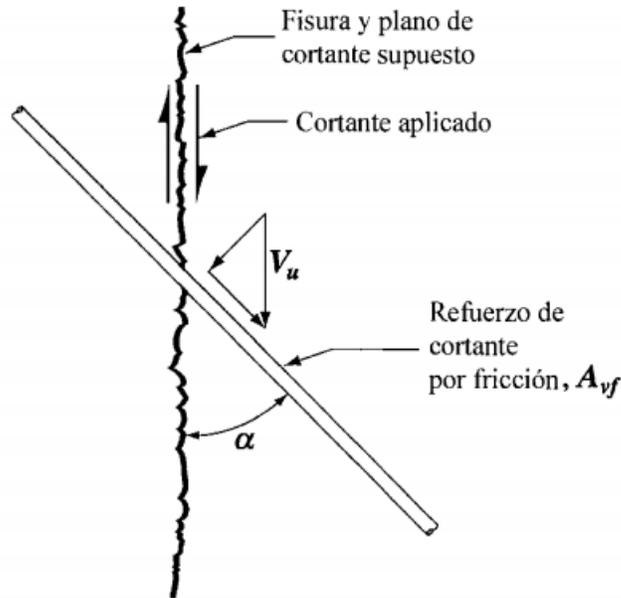


Figura 5.1: Refuerzo de cortante por fricción a cierto ángulo de la fisura hipotética, ACI-318-08.

5.2 Basados en modelos enrejados

5.2.1 Método de Solanki y Sabnis (1987)

Este método se basa en un enfoque simplificado de la analogía de enrejado. La teoría principalmente se sustenta en que el hormigón solo transmite fuerzas de compresión. Las siguientes suposiciones son realizadas:

1. La acción dovela es despreciada y no existe transferencia de corte a lo largo de la grieta.
2. Efectos locales causados por las cargas y reacciones son despreciados.
3. Se debe satisfacer el equilibrio.
4. La falla ocurre debido a aplastamiento del concreto o fluencia del acero.
5. La tensión de tracción en el concreto es despreciada.
6. La tensión del concreto es asumida igual a la resistencia cilíndrica, y la máxima deformación del hormigón es igual a 0.003.
7. Los modos de falla deben satisfacer las condiciones geométricas.

A través de plantear el equilibrio de momento en torno al punto de intersección del refuerzo principal y la cara interna de la ménsula (ver figura 5.2), es posible obtener una expresión que permite estimar la capacidad al corte de las ménsulas.

El brazo palanca del concreto viene dado por el 90% de la altura efectiva "d", lo que implica una distancia perpendicular al puntal de compresión dada por:

$$x = \frac{0.9ad}{\sqrt{(0.9d)^2 + a^2}} \quad (5.2)$$

La fuerza que se desarrolla en el puntal de compresión es calculada mediante la siguiente expresión:

$$D = 0.25 bd \beta_1 f'_c \quad (5.3)$$

Al considerar nula la carga axial que solicita la ménsula, la expresión final para la capacidad viene dada por:

$$V_u = \frac{\beta_1 b d f'_c}{4.45 \sqrt{0.9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} \quad (5.4)$$

Donde:

V_u es la capacidad al corte [N]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; b es el ancho de la ménsula [mm]; d es la altura efectiva de la ménsula [mm]; β_1 es el multiplicador de f'_c definido en el código ACI 318-83; x es la distancia perpendicular al puntal de compresión [mm]; D es la fuerza en el puntal de compresión [N].

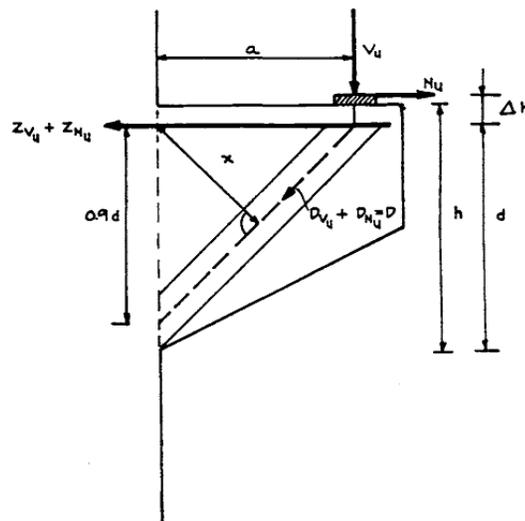


Figura 5.2: Geometría, fuerzas y condiciones de equilibrio, Solanki y Sabnis (1987).

5.3 Basados en ecuaciones empíricas.

5.3.1 Método de Kriz y Raths (1965)

Kriz y Raths (1965) calibran ecuaciones empíricas para estudiar el comportamiento de ménsulas de hormigón armado. En el estudio que realizaron proponen que la resistencia última de las cartelas sujetas únicamente a cargas de corte, debe ser función de su ancho " b ", su altura efectiva " d ", de las cuantías de refuerzos, y de la resistencia a compresión del hormigón.

Dentro de los razonamientos que exponen para la construcción de sus fórmulas señalan que la máxima resistencia al corte debiese estar asociada al caso en que la longitud de corte " a " tiende a cero, mientras que la condición de longitud de corte infinita representa el comportamiento de flexión pura.

La ecuación de resistencia última al corte para ménsulas sujetas solo a cargas de corte (sin considerar la carga axial) es la siguiente:

$$V_u = 6.5 \, b d \sqrt{f'_c} \left(1 - 0.5 \frac{d}{a}\right) (1000p)^{\frac{1}{3}} \quad (5.5)$$

$$p = \frac{A_s + A_v}{bd} \leq 0.02 ; A_v < A_s \quad (5.6)$$

Donde:

V_u es la capacidad al corte [lb]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [Psi]; b es el ancho de la ménsula [in]; d es la altura efectiva de la ménsula [in]; a es la longitud de corte de la ménsula [in]; p es la cuantía de refuerzo en la cara de la columna; A_s es el área de refuerzo principal [in²]; A_v es el área de refuerzo secundario en el alma [in²].

Debe notarse que las ecuaciones (5.5) y (5.6) muestran que Kriz y Raths consideran que el refuerzo principal a tracción es igualmente efectivo al refuerzo secundario en el alma en su aporte a la capacidad de las ménsulas.

5.4 Basados en ecuaciones semi-empíricas.

5.4.1 Método de Russo et al. (2006)

El método de Russo et al. (2006) se fundamenta en que la resistencia al corte de ménsulas de concreto armado se obtiene superponiendo por un lado el aporte a la capacidad de un mecanismo puntal tensor, en el que interactúa el concreto agrietado del puntal de compresión y el refuerzo principal, y el segundo aporte a la capacidad es debido a la presencia de estribos horizontales como refuerzo secundario en el alma.

La expresión básica que es utilizada en el método de Russo et al. (2006) tiene la siguiente forma:

$$\tau_u = c_1 * \tau_{c,lim} + \tau_h \quad (5.7)$$

Donde:

τ_u es la tensión de corte última; c_1 una constante a determinar ($c_1 < 1$); $\tau_{c,lim}$ la tensión de corte límite del concreto; τ_h es la tensión de corte que aportan los estribos horizontales.

La primera contribución a la capacidad es expresada por promedios de una expresión limitante de la capacidad al corte, mientras que el segundo aporte se obtiene a través de un mecanismo puntal tensor en presencia de estribos horizontales.

La expresión que limita el aporte del concreto viene dada por:

$$\tau_{c,lim} = k \chi f'_c \cos \theta \quad (5.8)$$

Donde:

kd es la profundidad de la zona de compresión [mm]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; θ es el ángulo del puntal compresión respecto a la dirección transversal [rad].

La función de interpolación " χ " permite resumir el proceso de asociación entre la resistencia del concreto y la tensión de compresión máxima del puntal de compresión.

$$\sigma_{d,lim} = \begin{cases} \frac{-0.9 f'_c}{\sqrt{1+400 \frac{f_{ct}}{E_c}}} \text{ para } f'_c < 42 \text{ [MPa]} \\ \frac{-5.8 \sqrt{f'_c}}{\sqrt{1+400 \frac{f_{ct}}{E_c}}} \text{ para } f'_c \geq 42 \text{ [MPa]} \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\sigma_{d,lim} = -\chi f'_c = -\left\{0.74 \left(\frac{f'_c}{105}\right)^3 - 1.28 \left(\frac{f'_c}{105}\right)^2 + 0.22 \left(\frac{f'_c}{105}\right) + 0.87\right\} f'_c \quad (5.10)$$

El aporte de resistencia al corte dado por los estribos horizontales queda determinado por:

$$\tau_h = c_0 * 0.5 \rho_h f_{yh} \cot \theta \quad (5.11)$$

Donde:

c_0 corresponde a un factor de ajuste con los datos experimentales usados por Russo et al. (2006); ρ_h es la cuantía de acero secundario en el alma; a es longitud de corte de la ménsula [mm]; f_{yh} es la tensión de fluencia del refuerzo secundario [MPa].

La expresión paramétrica final que plantea Russo et al. (2006) tiene la siguiente forma:

$$V_u = c_1 (k \chi f'_c \cos \theta + c_2 \rho_h f_{yh} \cot \theta) bd \quad (5.12)$$

Es necesario definir las siguientes ecuaciones para completar el modelo:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{4700\sqrt{f_c}} \quad (5.13)$$

$$\theta = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{\left(-1 + \sqrt{\left(\frac{a}{d}\right)^2 + \left(1 - \frac{k^2}{4}\right)} \right)}{\frac{a}{d} \frac{k}{2}} \right) \quad (5.14)$$

$$k = \sqrt{(n\rho_f)^2 + 2n\rho_f - n\rho_f} \quad (5.15)$$

Donde:

n es la relación modular; E_s es el modulo elástico del acero [MPa]; E_c es el modulo tangente del hormigón [MPa]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; ρ_f es la cuantía de acero principal; ρ_h es la cuantía de acero secundario en el alma; a es longitud de corte de la ménsula [mm]; b es el ancho de la ménsula [mm]; d es la altura efectiva de la ménsula [mm]; kd es la profundidad de la zona de compresión [mm]; θ es el ángulo del puntal compresión respecto a la dirección transversal [rad]; f_{yh} es la tensión de fluencia del refuerzo secundario [MPa]; χ es una función de interpolación sin dimensiones.

El coeficiente " c_1 " es obtenido como el parámetro que mejor ajusta la predicción de capacidad del modelo con la resistencia experimental para la base de datos de Russo et al. (2006), mientras que el coeficiente " c_2 " es calculado como el coeficiente que minimiza el COV para tal base de datos. Los valores de las constantes son $c_1 = 0.8$ y $c_2 = 0.65$.

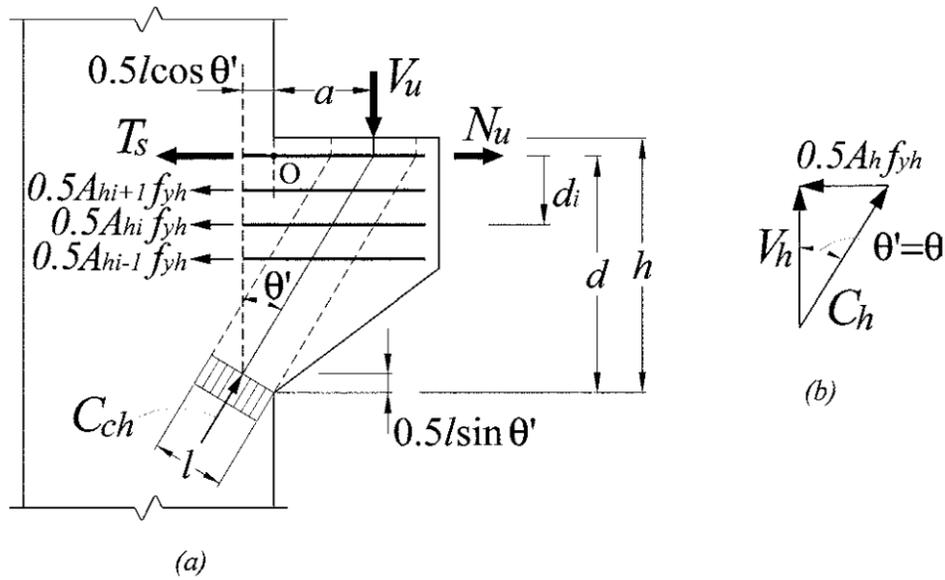


Figura 5.3: (a) Modelo puntal-tensor para ménsulas con estribos horizontales, (b) equilibrio de la fuerza del puntal de compresión debido a los estribos.

Al calibrar los parámetros de la expresión (5.7) Russo et al. (2006) remueve de la base de datos los ensayos que poseen cuantías de armadura principal inferiores a " $\rho_{f,min} = \frac{1.4}{f_{yb}}$ ", con f_{yb} la tensión de fluencia del acero principal a tracción.

5.5 Comparación modelos simples de la literatura con resultados experimentales

Con los modelos previamente descritos se determina la capacidad máxima de corte como el mínimo entre la capacidad de cada modelo, y la fuerza de corte asociada a la falla de flexión simple, la cual es previamente explicada en el capítulo 3.

El modelo de ángulo fijo de Ulloa (2013) " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " sin modificar, y el modelo que implementa las modificaciones en forma simultáneas (dirección modificada para ménsulas + placa de carga + incorporación del acero de borde) se compara con la predicción de los modelos de la literatura.

Para realizar el análisis comparativo de los modelos es necesario cumplir con las limitaciones propias de cada uno, lo que implica una reducción de los especímenes a usar en esta comparación. El grupo de ensayos reducido corresponde al subconjunto más grande de ménsulas que satisfacen las condiciones límite de todos los modelos, y para su confección se excluyen las ménsulas con cuantías de armadura principal menor a la mínima (método de Russo et al., 2006), usando la cuantía mínima que entrega el ACI 318-08 " $\rho_{b,min} = \frac{0.04f'_c}{f_{yb}}$ ". Además, es necesario quitar de la base de datos a las ménsulas que tienen cuantía total de acero mayor al 2%, y también las que cumplan con tener mayor acero en el alma que en el borde (Kriz y Rath). Dicho lo anterior, la base de datos para este capítulo está confeccionada por 68 ensayos.

En la tabla 5.1 se adjuntan los resultados de mayor relevancia de esta sección.

En la figura 5.4 se adjunta la gráfica que resume la medición de tensión de corte de los distintos métodos de la literatura aplicados a la base de datos reducida, donde es posible apreciar el promedio, la desviación estándar y el COV para los modelos globales.

El método de cortante por fricción del código ACI 318-08 muestra la mayor desviación estándar de los modelos aplicados, con una predicción en promedio de 0.84 y un coeficiente de variación alto (igual a 0.24), mientras que el método de Ruso et al. (2006) y modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " entregan los mejores resultados de predicción con promedios de 1.01 y 0.99, con coeficientes de variación de 0.13 respectivamente, siendo los métodos de mejor predicción estadística.

La figura 5.4 revela que el modelo de Solanki y Sabnis (1987) recoge de buena forma las ménsulas con alta tensión de corte, al igual el método semi-empírico de Kriz y Rath (1965). La ventaja del método de Solanki y Sabnis (1987) es que su formulación es sencilla y no es necesario incurrir en una modelación sofisticada, sin embargo no reconoce un estado biaxial de tensión como es de esperar en el comportamiento de un elemento ménsula en el plano.

Tabla 5.1: Resultados obtenidos para los modelos de la literatura

Dominio	Modelo	ACI 318-08	Solanki y Sabnis (1987)	Kriz y Rath (1965)	Russo et al. (2006)	$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013)	$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificaciones simultáneas
Todos los ensayos	$\frac{V_{modelo}}{V_{ensayo}}$	0.84	0.95	0.9	1.01	0.81	0.99
	Desviación estándar	0.20	0.14	0.11	0.13	0.14	0.13
	COV	0.24	0.14	0.13	0.13	0.18	0.13
Ménsulas que fallan por corte	$\frac{V_{modelo}}{V_{ensayo}}$	0.78	0.93	0.90	1.00	0.79	0.97
	Desviación estándar	0.17	0.14	0.11	0.13	0.13	0.13
	COV	0.21	0.15	0.13	0.13	0.17	0.13
	Número	53	51	64	54	62	51
Ménsulas que fallan por flexión	$\frac{V_{modelo}}{V_{ensayo}}$	1.06	1.02	0.93	1.04	0.98	1.05
	Desviación estándar	0.17	0.11	0.09	0.11	0.14	0.11
	COV	0.16	0.11	0.1	0.1	0.14	0.11
	Número	15	17	4	14	6	17

El método de Kriz y Rath (1965) obtiene buenos resultados para la base de datos reducida. La desventaja de su formulación es que no incorpora directamente en la ecuación de capacidad el valor de la tensión de fluencia del acero de refuerzo para la estimación de capacidad.

En la figura 5.5 se resumen los datos entregados en la tabla 5.1, en la cual se grafican los promedios, las desviaciones estándar, y los coeficientes de variación, tanto para el modelo global, para los ensayos en que se predice que falla por corte, y en los que se pronostica una falla por flexión.

El análisis de la gráfica 5.5 muestra que el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " alcanza buenos resultados de predicción de capacidad, discriminando de buena forma el tipo de falla en las ménsulas, exhibiendo una baja desviación estándar tanto para fallas por flexión, y corte.

Dentro de los modelos conservadores destaca el método del ACI 318-08, y el método de Ulloa (2013) con valores en promedio menor a 0.85.

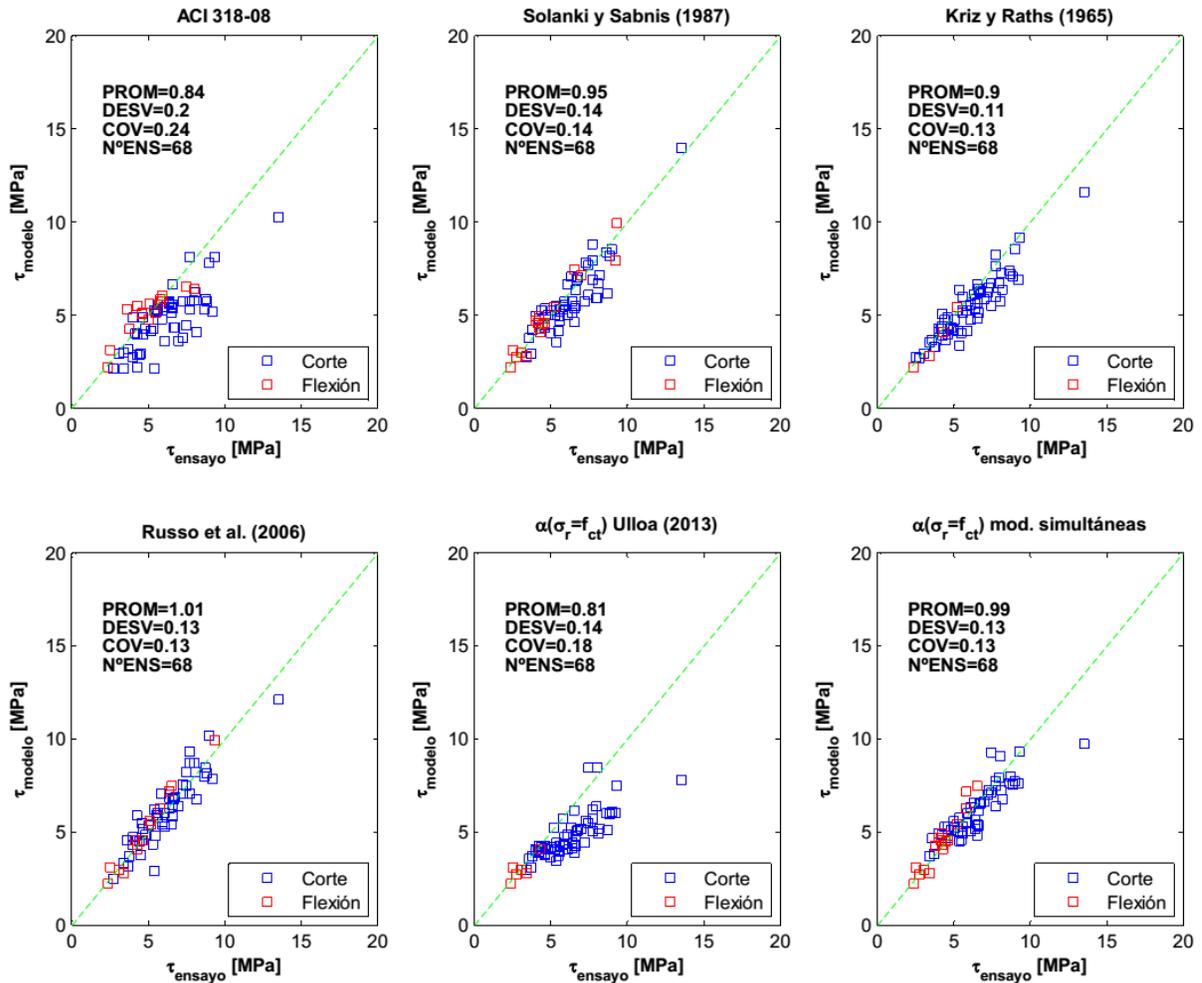


Figura 5.4: Tensión de corte de los modelos de la literatura aplicados a la base de datos reducida.

Tras analizar los resultados de los distintos métodos es posible notar que el modelo de modificaciones simultaneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " posee resultados estadísticos de gran precisión versus los otros métodos analizados, alcanzando resultados similares a Russo et al. (2006). La principal diferencia es que este último, requiere de la calibración de dos parámetros mientras que el método de modificaciones simultaneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " implementado en la presente memoria solo requiere de la calibración del parámetro eficiente " β ".

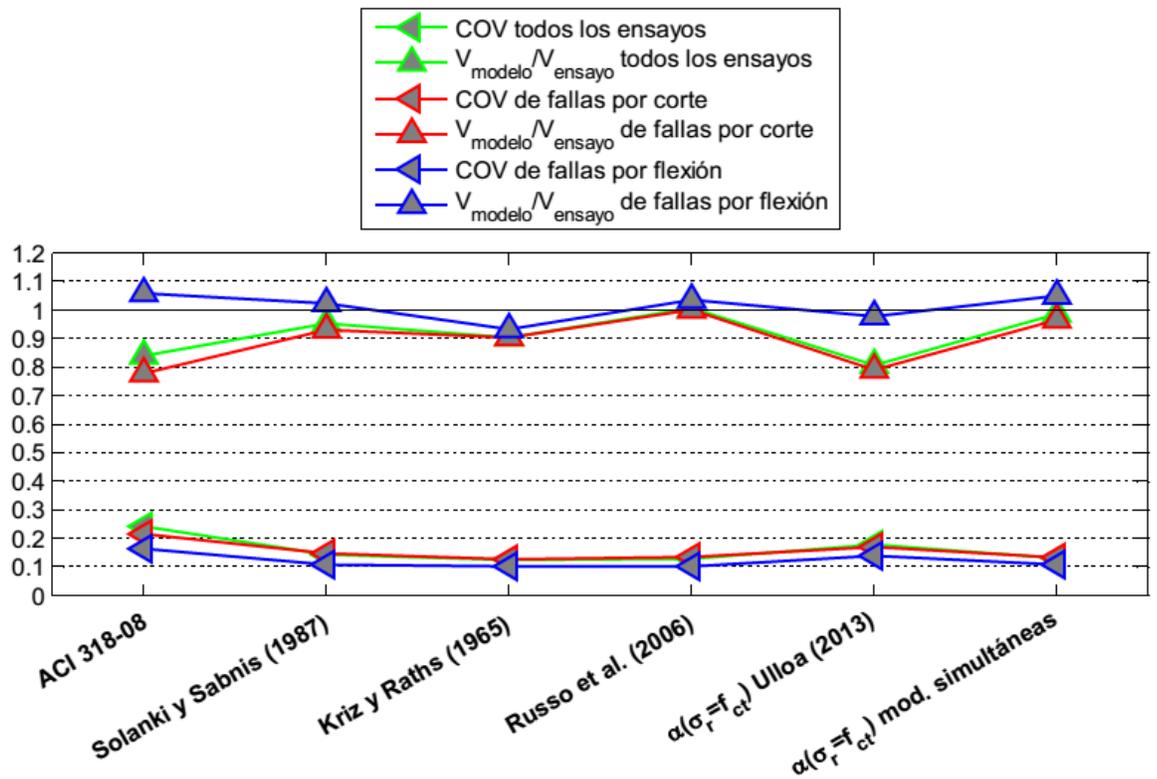
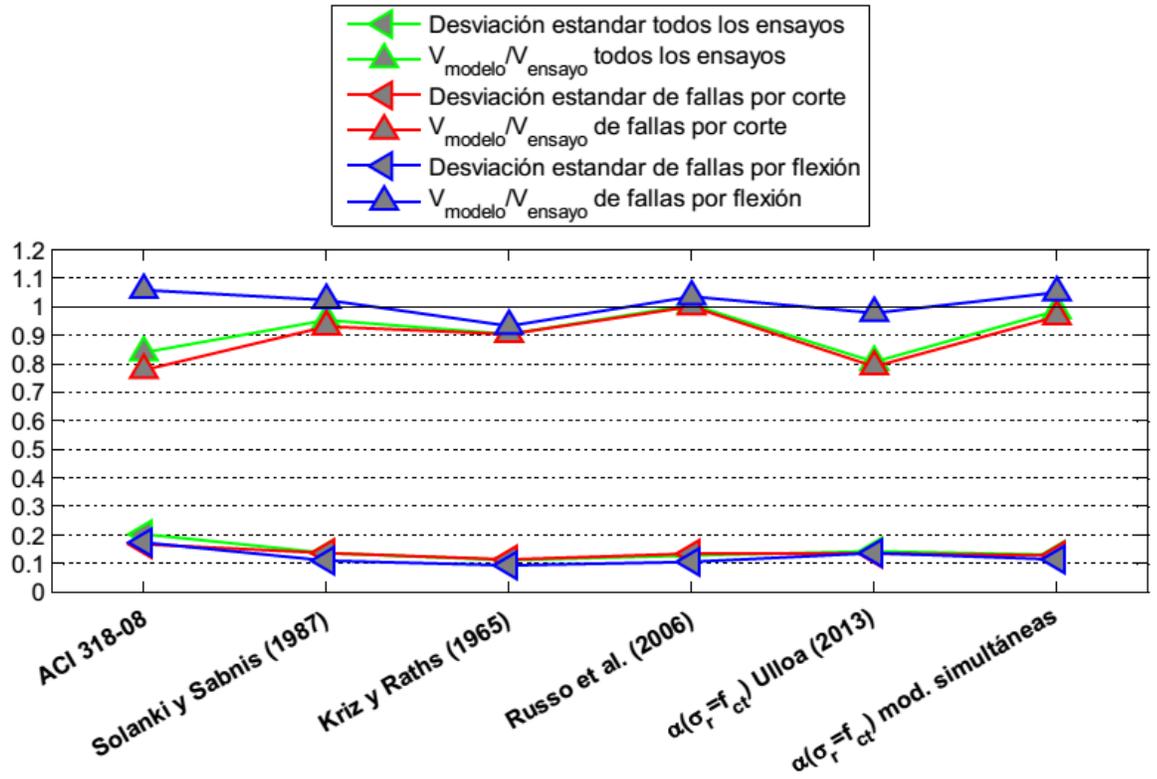


Figura 5.5: Resultados estadísticos para los modelos la literatura.

La figura 5.6 muestra que los métodos de Russo et al. (2006), Solanki y Sabnis (1987), ACI 318-08, y el modelo de modificaciones simultáneas exhiben porcentajes de falla por corte similares, lo que reafirma el hecho de que potencialmente hay ensayos que en realidad tuvieron una falla de flexión y fueron mal clasificados por los autores.

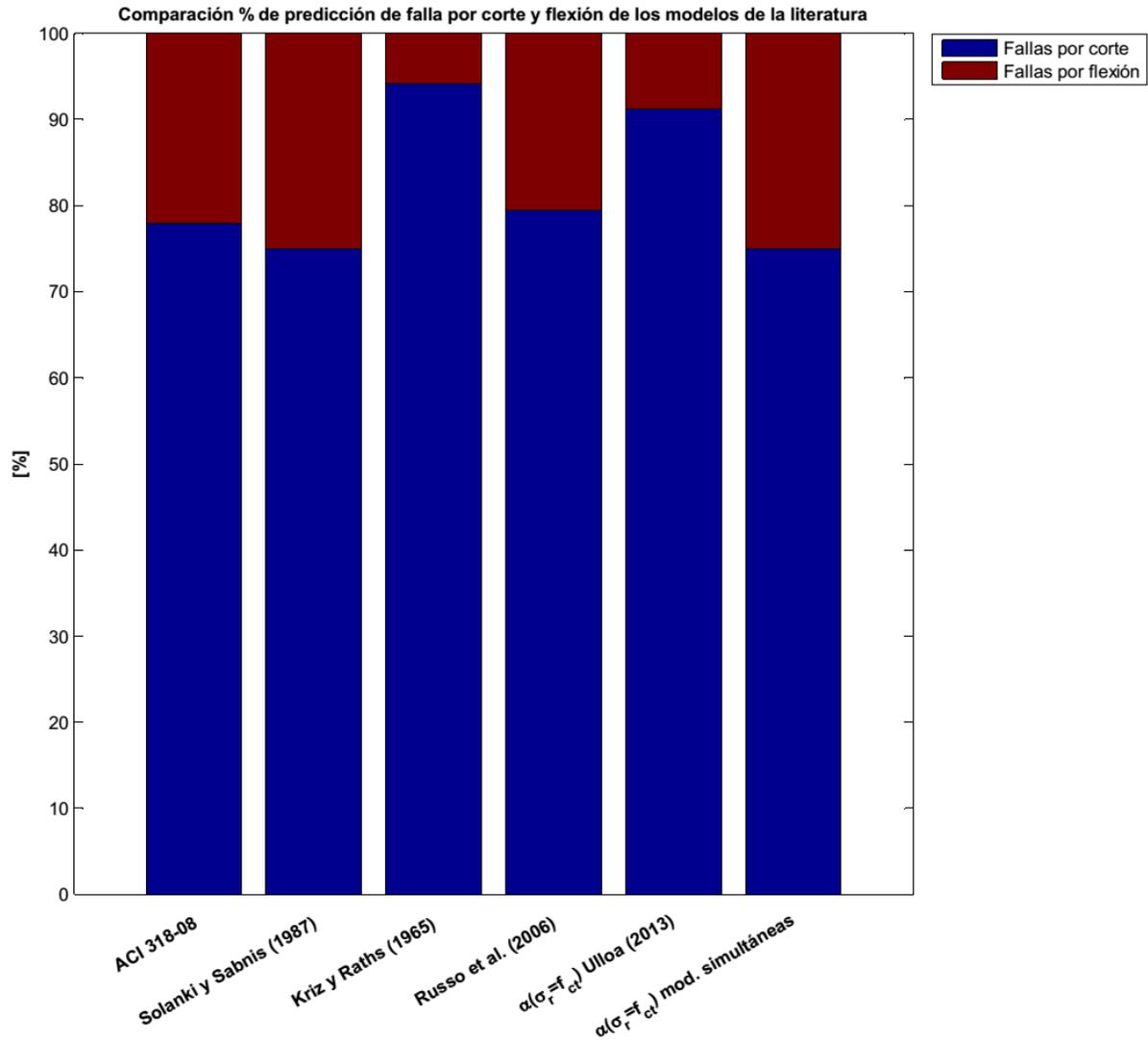


Figura 5.6: Comparación % de predicción de falla por corte y flexión para los modelos de la literatura.

Los métodos de Kriz y Rathes, y de Ulloa (2013) obtienen los mayores porcentajes de falla por corte (sobre el 90%). En el caso de Ulloa (2013), el alto porcentaje de predicción de fallas por corte implica un bajo nivel de ensayos que falla por flexión, lo que deriva en una baja predicción global de falla.

6. CONCLUSIONES

Con el objetivo de predecir el comportamiento no lineal de ménsulas de hormigón armado solicitadas exclusivamente por cargas de corte, se implementaron distintos modelos que fijan el ángulo de la dirección principal de compresión ante desplazamientos transversales de la ménsula. Los modelos se sustentan en una formulación simple basada en el estado de tensiones y deformaciones promedio de un panel de hormigón armado, el cual representa el comportamiento de resistencia al corte de ménsulas. Dentro de la formulación de los modelos de ángulo fijo se asume que la dirección principal de tensiones, y la de deformaciones promedio del elemento panel, es idéntica. Se utiliza la ley constitutiva de Zhang y Hsu (1998) para describir el comportamiento biaxial del hormigón en sus ejes principales, incorporando en la modelación el efecto de degradación del hormigón sometido a compresión debido a la formación de fisuras en la dirección principal de tracción. La ley de comportamiento del concreto sometido a tracción corresponde a la desarrollada por Gupta y Rangan (1998). Todos los modelos implementados, satisfacen el equilibrio en la dirección longitudinal a través de la condición " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " manteniendo la inclinación de las fisuras fija ante desplazamientos de la ménsula. Esta inclinación depende únicamente de la razón de luz de corte sobre altura.

Usando los modelos de ángulo fijo de Ulloa (2013) se compara la capacidad máxima estimada con la experimental, notando una predicción conservadora de la capacidad para todos los niveles de tensión a los cuales es fijado el ángulo de compresión principal, obteniendo los mejores resultados en el caso del ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " con un promedio de 0.77 y desviación estándar de 0.18. Es por esta razón, que se plantean diversas modificaciones al modelo, con la finalidad de representar de mejor forma el comportamiento de las ménsulas que conforman la base de datos.

Las modificaciones implementadas corresponden a:

- 1) Consideración del ancho de placa de carga en la definición de la dirección principal: El efecto de incluir la dimensión de la placa de carga conlleva a un leve aumento de predicción de capacidad, y recoge el fenómeno físico asociado a la disminución de la longitud del perfil de deformaciones transversales.
- 2) Inclusión del acero de borde en el modelo de panel: Dado que los modelos de Ulloa (2013) no consideran la influencia de la armadura principal de tracción en el equilibrio longitudinal, es que se plantea una incorporación eficiente del refuerzo de borde a través de un reductor de área el cual muestra que aproximadamente el 30% del acero de borde participa en un equilibrio eficiente en términos de una buena predicción de capacidad, y una baja dispersión. El acero de borde tiende a aumentar la resistencia al corte de la sección transversal provocando una redistribución de fallas por flexión y corte.
- 3) Dirección principal modificada: La baja razón entre la luz de cortante y la altura de las ménsulas (menor a la unidad) genera una alta inclinación de fisuras respecto a la dirección longitudinal, por lo que la dirección de mayor inclinación de fisuras " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " es la

que recoge de mejor forma la capacidad de las ménsulas. Sin embargo, los ángulos calibrados y validados por Ulloa (2013) en muros cortos, se basan en la existencia de armadura transversal, lo que no se verifica en ménsulas. Es por lo anterior que se genera una re-calibración especial para ménsulas, la que toma en cuenta la ausencia de armadura transversal, y simultáneamente asume carga axial nula. La dirección modificada difiere a la de Ulloa (2013) en aproximadamente 5° , y genera promedios de predicción de capacidad de 0.89, con una desviación estándar de 0.17, lo que constituye una mejora comparativa respecto al ángulo " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " de Ulloa (2013).

Al notar que las modificaciones implementadas generan mejoras en la capacidad de predicción promedio, es que se plantea el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", el cual recoge los efectos de considerar el ancho de la placa de carga, la inclusión eficiente del acero de borde en el equilibrio longitudinal, y la utilización de la dirección modificada de compresiones principales especial para ménsulas. Tal modelo, obtiene promedios de predicción de 0.98, con dispersión de 0.16, y constituye el modelo a validar.

Tras analizar la sensibilidad del modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", se nota que exhibe una baja dependencia para la mayoría de los parámetros bajo estudio, percibiendo de buena forma la resistencia del hormigón a pesar de que este último incurre en rangos de alta resistencia, y mostrando una baja dependencia a las características mecánicas de los refuerzos de la sección. Al hacer la comparación con los modelos de Ulloa (2013), las modificaciones simultáneas mejoran la medición en tensión de corte, disminuyendo la variabilidad de predicción de capacidad, corrigiendo en cierta medida la desventaja de subestimación de altas tensiones de corte ya vista en este tipo de modelación por Ulloa (2013) en muros cortos, y por Mejías (2014) en la aplicación a vigas altas.

Tras aplicar el modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ " a la base de datos reducida por las restricciones propias de cada modelo, se obtuvo un valor promedio de 0.99 y desviación estándar de 0.13, lo que muestra resultados comparables a modelos de excelente ajuste estadístico como lo es el modelo de Russo et al. (2006) que obtiene promedio de 1.01 y desviación estándar de 0.13. Sin embargo, la ventaja de la modelación del comportamiento de ménsulas a través del modelo de modificaciones simultáneas " $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ", es que tan solo se necesita la calibración de una variable para obtener buenos resultados de predicción. Es más, de no ser considerado el aporte eficiente del acero de borde, igualmente se obtienen resultados aceptables de predicción (para toda la base de datos), como lo muestra la tabla 6.1.

Tabla 6.1: Resultados modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

Modelo	$\frac{V_{modelo}}{V_{ensayo}}$	Dispersión	Coefficiente de variación
$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013)	0.77	0.18	0.23
$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificaciones simultáneas $\beta = 0$	0.91	0.17	0.19
$\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ modificaciones simultáneas $\beta = 0.3$	0.98	0.16	0.16

En cuanto a su comparativa con el método ACI 318-08 (promedio de 0.84 y desviación estándar de 0.2), el método de modificaciones simultáneas obtiene dispersiones más bajas, lo que permite concluir que mide de mejor forma el tipo de falla en ménsulas. Lo que valida el método por su buen comportamiento de parámetros estadísticos.

A pesar de que la modelación realizada asume una distribución uniforme de la tensión de corte en la sección, hecho que contradice los flujos distorsionados de corte, se obtienen predicciones de capacidad de buen ajuste, las cuales permiten explicar el fenómeno tras la resistencia al corte de ménsulas, lo que valida el modelo en la estimación de capacidad.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ulloa M. (2013). "Estimación analítica de la capacidad al corte de muros cortos de hormigón armado mediante un modelo panel". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 106 pp.
- [2] Kaseem, W., and Elsheikh, A. (2010) "Estimation of Shear Strength of Structural Shear Walls". Journal of Structural Engineering, ASCE., 136 (10), 1215-1224.
- [3] Hwang, S.J. and Lee H.J. (2002) "Strength Prediction for Discontinuity Regions by Softened Strut-and-Tie Model", Journal of Structural Engineering, ASCE, 128 (12), 1519–1526.
- [4] Vecchio, F., and Collins, M.P. (1986). "The modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". ACI Structural Journal, 83(2), 219-231.
- [5] Mau, S.T, and Hsu, T.T.C. (1987) "Shear Behavior of Reinforced Concrete Framed Wall Panels with Vertical Loads". ACI Structural Journal, 84-22, 228-234.
- [6] Mattock, A. H.; Chen, K. C.; and Soongswang, K. (1976), "Behavior of Reinforced Concrete Corbels," PCI Journal, V. 21, No. 2, Mar.-Apr. 1976, pp. 52-77.
- [7] Yong, Y. K., and Balaguru, P. (1994), "Behavior of Reinforced High-Strength Concrete Corbels" Journal of Structural Engineering, ASCE, V.120, No. 4, Apr. 1994, pp. 1182-1201.
- [8] Hwang, S. J.; Lu, W. Y.; and Lee, H. J. (2000), "Shear Strength Prediction for Reinforced Concrete Corbels" ACI Structural Journal, V. 97, No. 4, July 2000, pp. 543-552.
- [9] Zhang, L-X.B., and Hsu, T. T. C. (1998). "Behavior and analysis of 100 MPa concrete membrane elements." Journal of Structural Engineering, 124(1), 24–34.
- [10] Gupta, A., and Rangan, B.V. (1998), "High-Strength Concrete Structural Walls". ACI Journal, 95(2), 194-205.
- [11] Massone, L. M., (2010). "Strength Prediction of Squat Structural Walls via Calibration of a Shear-Flexure Interaction Model", Engineering Structures, 32 (4), 922-932.
- [12] Villar D. (2010) "Modelamiento y predicción de capacidad de corte en muros cortos mediante un modelo puntal tensor". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile., 62 pp.
- [13] Gotschlich N. (2011). "Modelamiento de vigas de hormigón con refuerzo de acero y cables pretensados variando la relación de aspecto de corte" . Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile., 81 pp.
- [14] Hwang, S.J. and Lee H.J. (2002) "Strength Prediction for Discontinuity Regions by Softened Strut-y-Tie Model", Journal of Structural Engineering, ASCE, 128 (12), 1519–1526.

- [15] ACI Committee 318 (2008), "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (318R-08)", American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2008, 471 pp.
- [16] Solanki H, Sabnis GM. (1987) "Reinforced concrete corbels-simplified". ACI Structural Journal 1987;84(5):428–32.
- [17] Foster SJ, Powell RE, Selim HS. (1996) "Performance of high-strength concrete corbels". ACI Structural Journal 1996; 93(5):555–63.
- [18] Russo G, Venir R, Pauletta M, Somma G. (2006) "Reinforced concrete corbels shear strength model and design formula" ACI Structural Journal 2006;103(1):3–7.
- [19] Fattuhi NI, Hughes BP (1989). "Ductility of reinforced concrete corbels containing either steel fibers or stirrups". ACI Structural Journal 1989;86(6):644–51.
- [20] Fattuhi NI.(1994) "Reinforced corbels made with plain and fiber concretes. ACI Structural Journal "1994;91(5):530–6.
- [21] Kriz, L. B., and Raths, C. H. (1965), "Connections in Precast Concrete Structures-Strength of Corbels," PCI/ Journal, V. 10, No. 1, Feb. 1965, pp. 16-61.
- [22]. Hermansen, B. R., and Cowan, J. (1974), "Modified Shear-Friction Theory for Bracket Design" ACI JOURNAL, ProceedingsV. 71, No. 2, Feb. 1974, pp. 55-60.
- [23] Fattuhi NI. (1994)"Reinforced concrete corbels made with high-strength concrete and various secondary reinforcements". ACI Structural Journal 1994;91(4):376–83. Jul/Aug.
- [24] Torres FM. (1998) "Theoretical-experimental analysis of reinforced concrete corbels". 95p. M.S. thesis. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São R.M.F. Canha et al. / Engineering Structures 74 (2014) 130–144 143. Paulo; 1998 [in Portuguese: Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado].
- [25] Reis APA, Torres FM (1996). "Experimental analysis of reinforced concrete corbels". Final Project of Undergraduate Course, Goiânia, Federal University of Goiás, School of Civil Engineering; 1996. 106p [in Portuguese: Estudo experimental de consolos em concreto armado].
- [27] Campione G, La Mendola L, Papia M. (2005) "Flexural behaviour of concrete corbels containing steel fibers or wrapped with FRP sheets" . Mater Struct 2005;38:617–25. July.
- [26] Campione G, La Mendola L, Mangiavillano ML. (2007) "Steel fiber-reinforced concrete corbels: experimental behavior and shear strength prediction". ACI Structural Journal 2007;104(5):570–9. Sept-Oct.
- [27] Naegeli CH. (1997) "Analysis of reinforced concrete corbels". Rio de Janeiro. 224p. Ph.D.thesis. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro; 1997 [in Portuguese: Estudo de consolos de concreto armado).

- [28] Rejane Martins Fernandes Canha, Daniel Alexander Kuchma, Mounir Khalil El Debs, Rafael Alves de Souza. (2014) "Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels". *Engineering Structures* Volume 74, 1 September 2014, Pages 130–144.
- [29] Mansour, M. Y., Dicleli, M., and Lee, J. Y. (2004). "Nonlinear analysis of R/C low-rise shear walls." *Adv. Struct. Eng.*,(7) 4, 345–361.
- [30] Hwang, S.J., Fang, W.H., Lee, H.J., and Yu, H. (2001) "Analytical Model for Predicting Shear Strength of Squat Walls". *Journal of Structural Engineering*, 127(1), 43-50.
- [31] Mejías G., M. (2014) "Validación del modelo tipo panel modificado en la estimación analítica de la capacidad al corte de vigas altas de hormigón armado". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- [32] Fernandes G. B.(1999). "Behavior of reinforced high-strength concrete corbels –experimental Investigation and Design Model". Proceedings of ‘2 CANMET/ ACI international conference on high-performance concrete and performance and quality of concrete structures. Gramado: Farmington Hills, ACI; 1999. pp. 445–62.
- [33] Park, Robert, and Paulay, Thomas, (1975) "Reinforced Concrete Structures", John Wiley and Sons, New York, 769 pp.
- [34] Her, G. J., "Study of Reinforced High-Strength Concrete Corbels," Master's thesis, Department of Construction Engineering, National Taiwan University of Science and Technology, Taipei, Taiwan, 1990, 103 pp. (in Chinese).
- [35] Hernandez A.(2015). "Cumplimiento de la Hipótesis de Bernoulli en secciones compuestas de muros de hormigón armado." Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. 73 pp.
- [36] Peña, E. (2015). "Implementación del programa SAFEPY de elementos finitos para análisis dinámico no lineal con factor de convergencia de carga" Tesis para optar al título de Magister en Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Sísmica (Tesis inédita). Santiago, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.

ANEXO A

En el presente apartado se exponen las gráficas de mayor relevancia para los modelos de ángulo fijo " $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ " y " $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ y $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ".

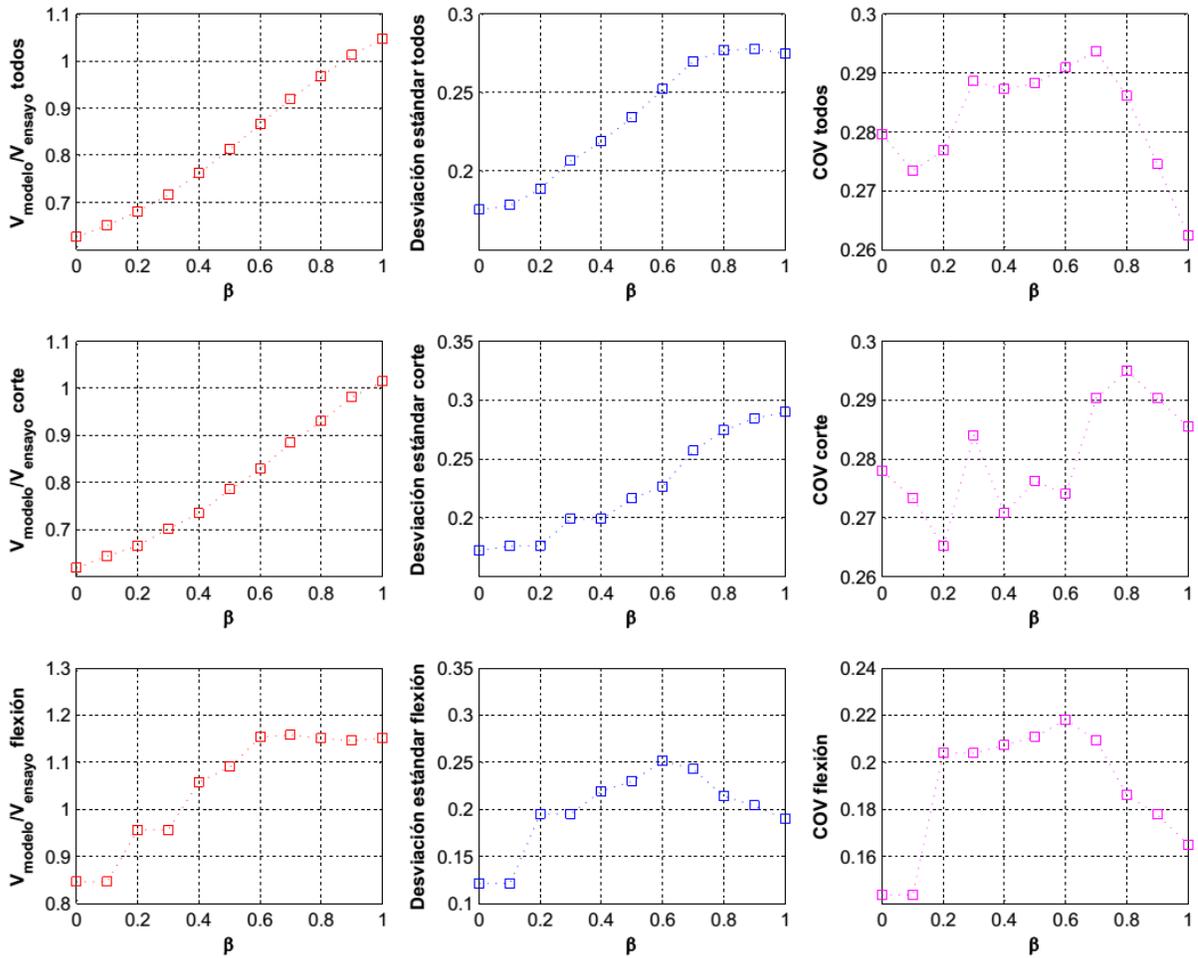


Figura anexo A 1: Resultados estadísticos para el barrido de β en el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ Ulloa (2013).

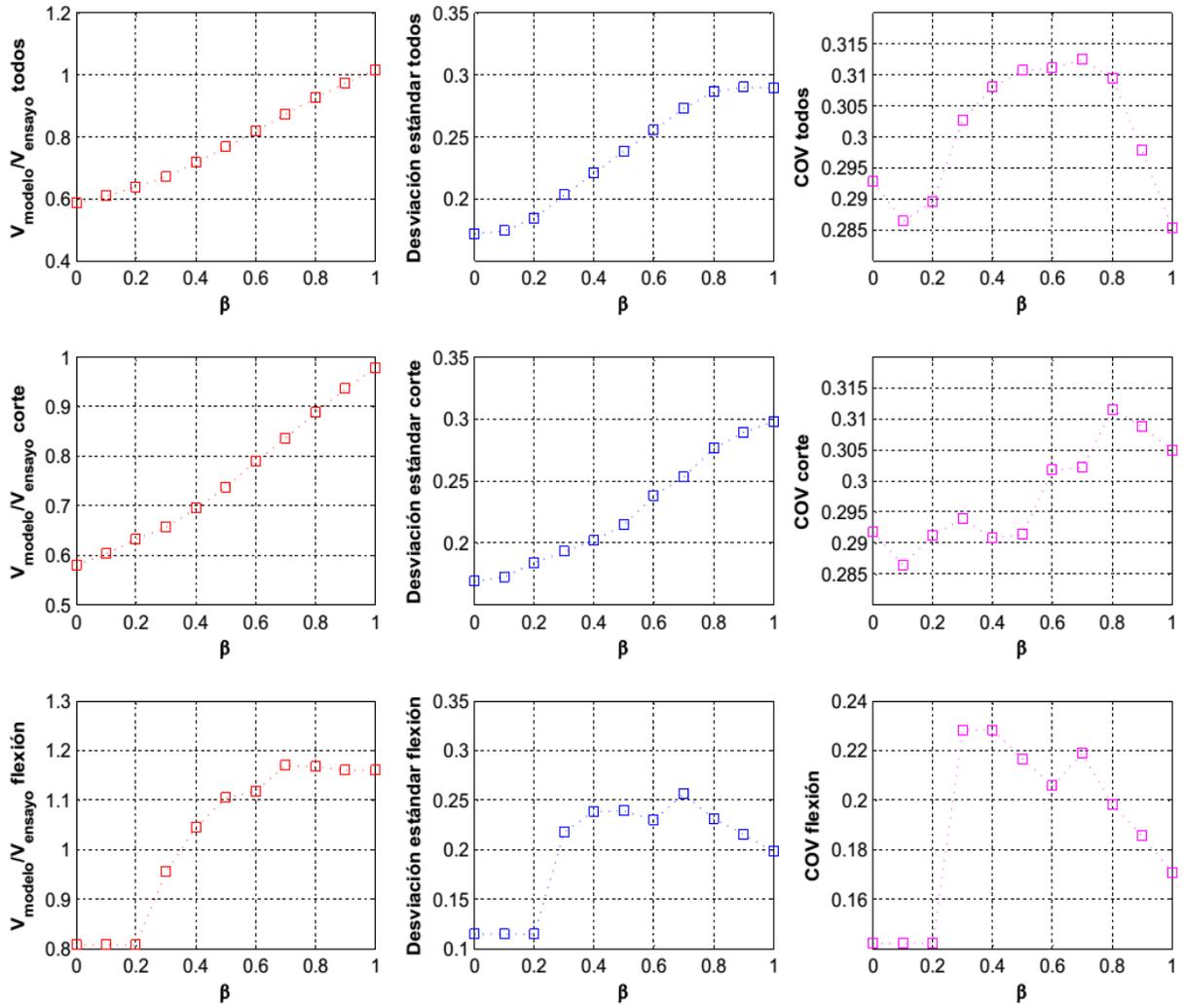


Figura anexo A 2: Resultados estadísticos para el barrido de β en el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ Ulloa (2013).

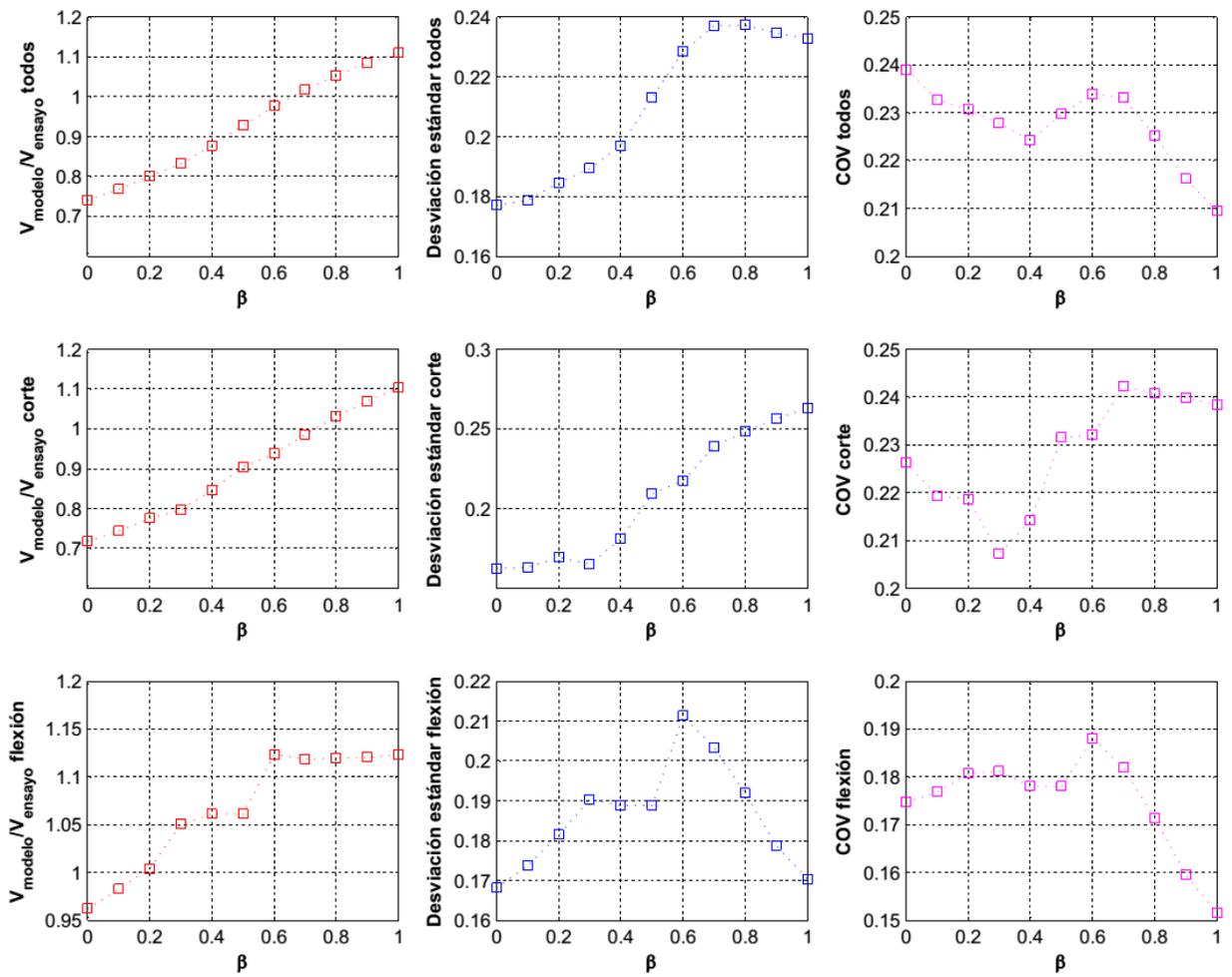


Figura anexo A 3 : Resultados estadísticos para el barrido de β en el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$ de modificaciones simultáneas.

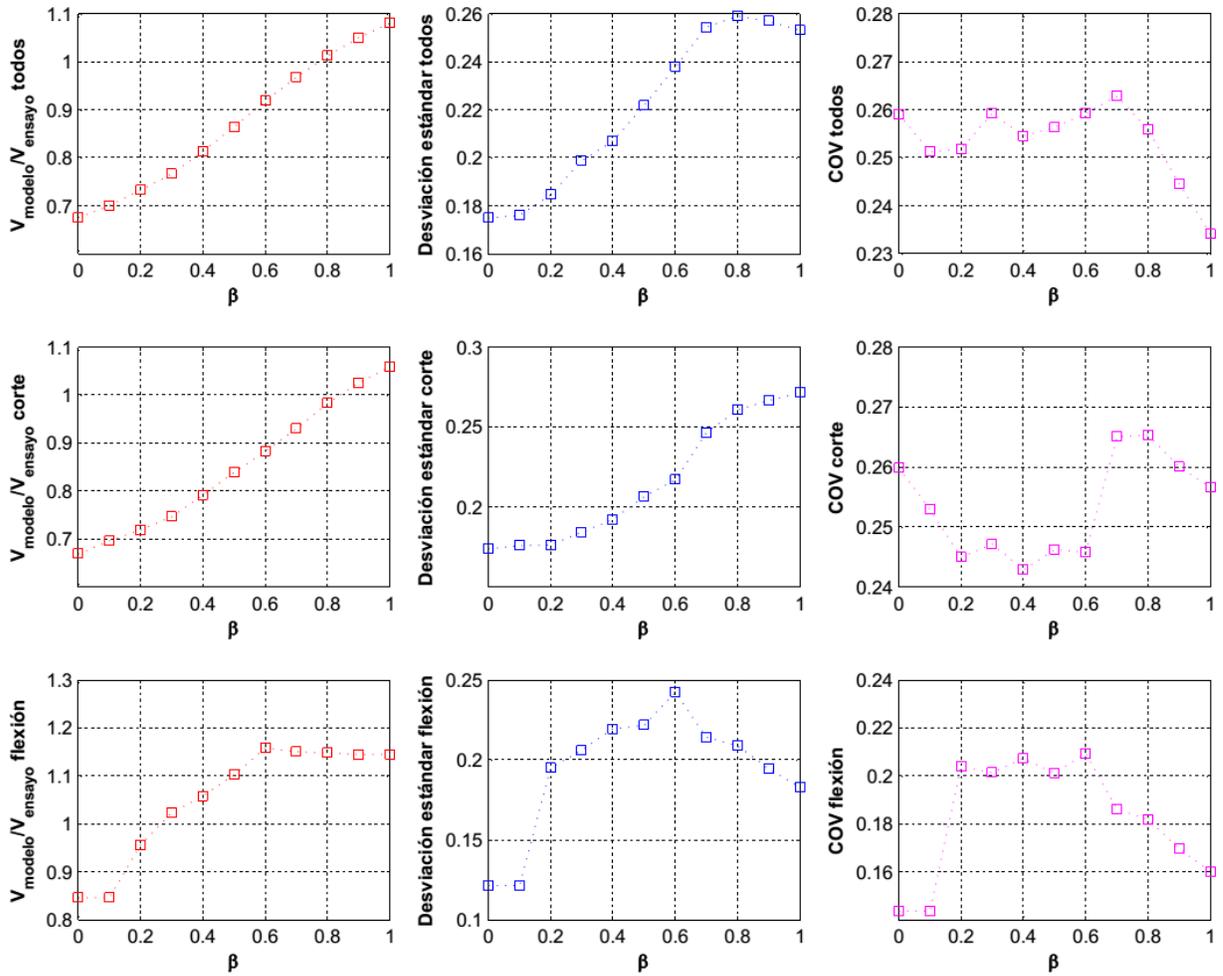


Figura anexo A 4: Resultados estadísticos para el barrido de β en el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$ de modificaciones simultáneas.

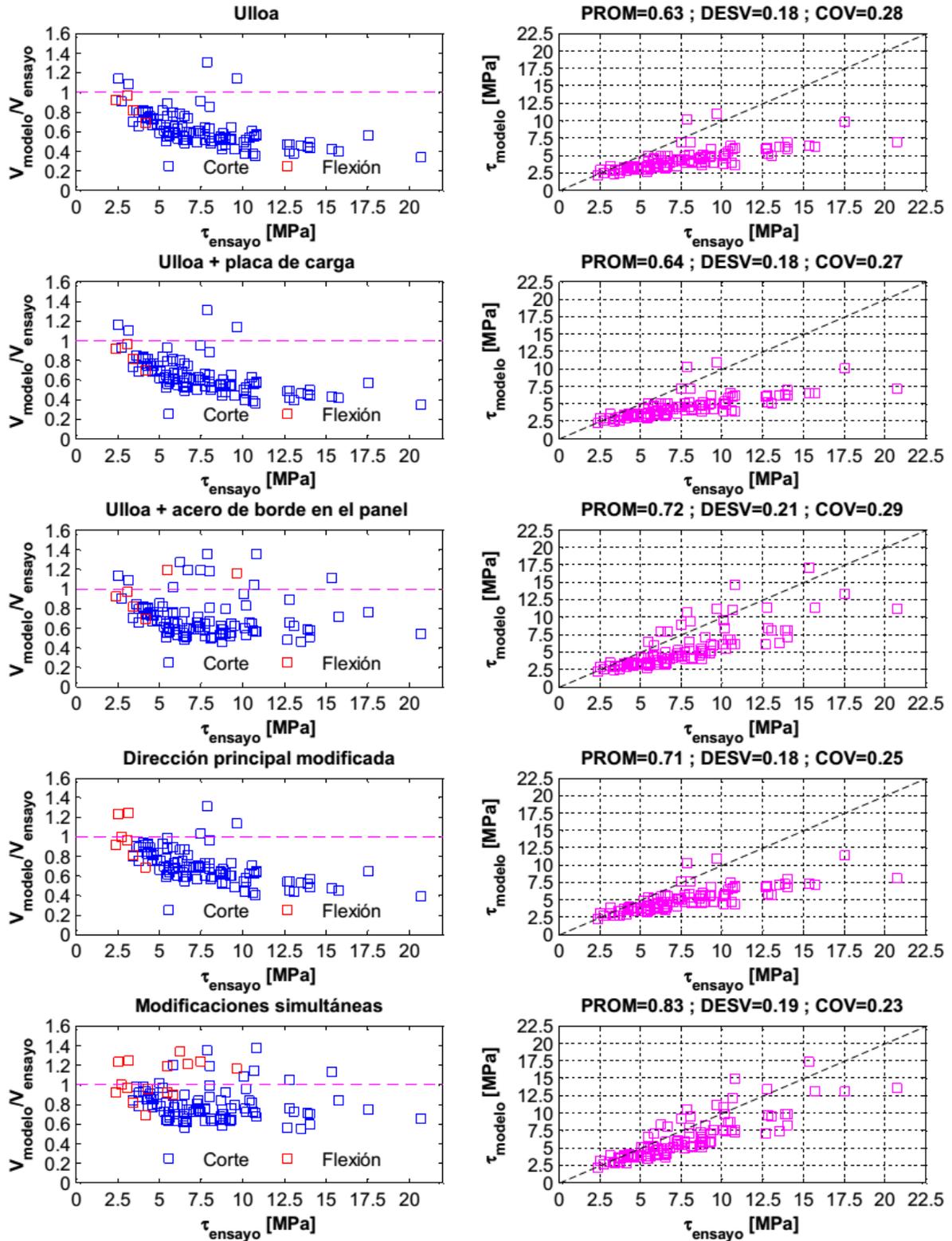


Figura anexo A 5: Resultados de los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$.

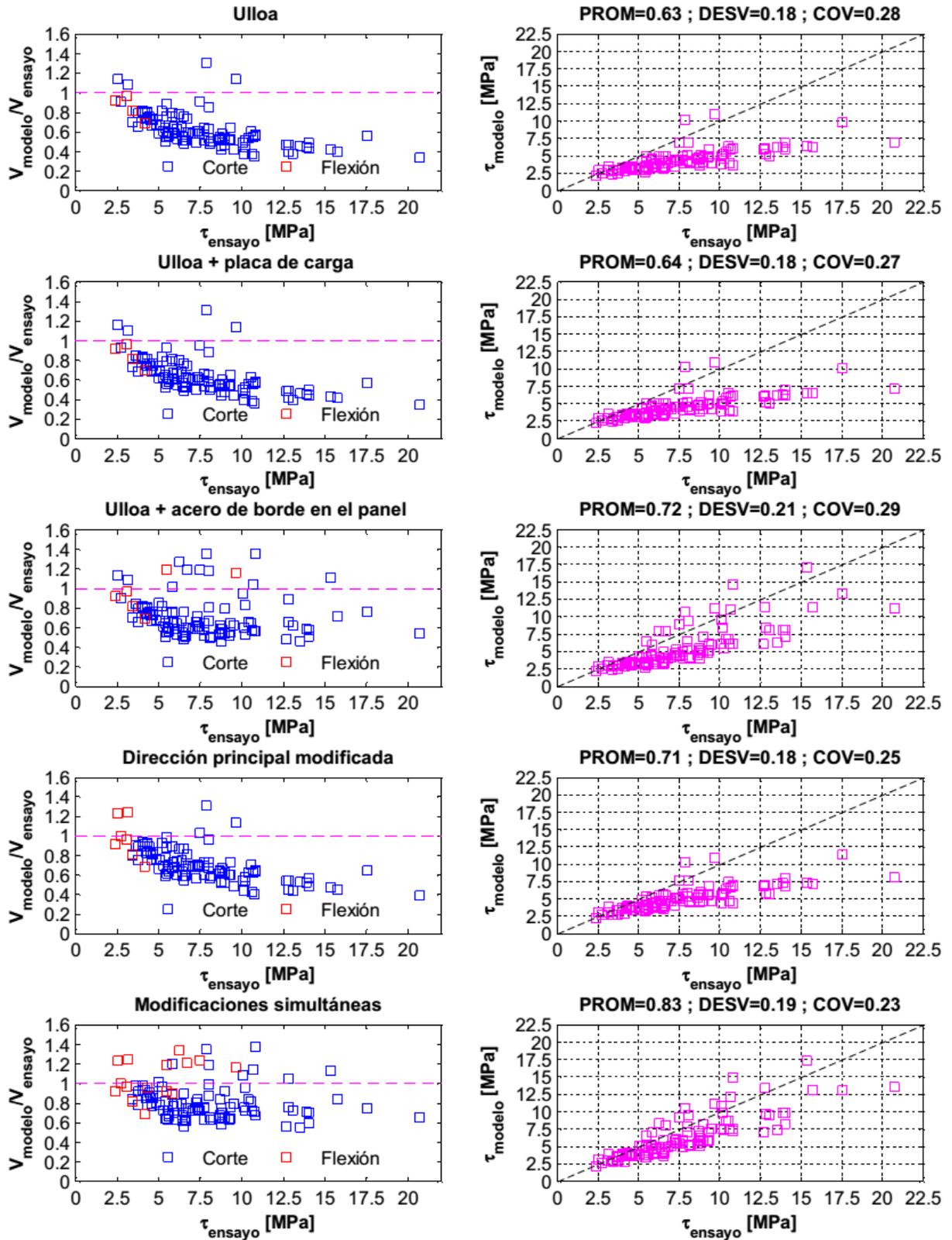


Figura anexo A 6: Resultados de los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$.

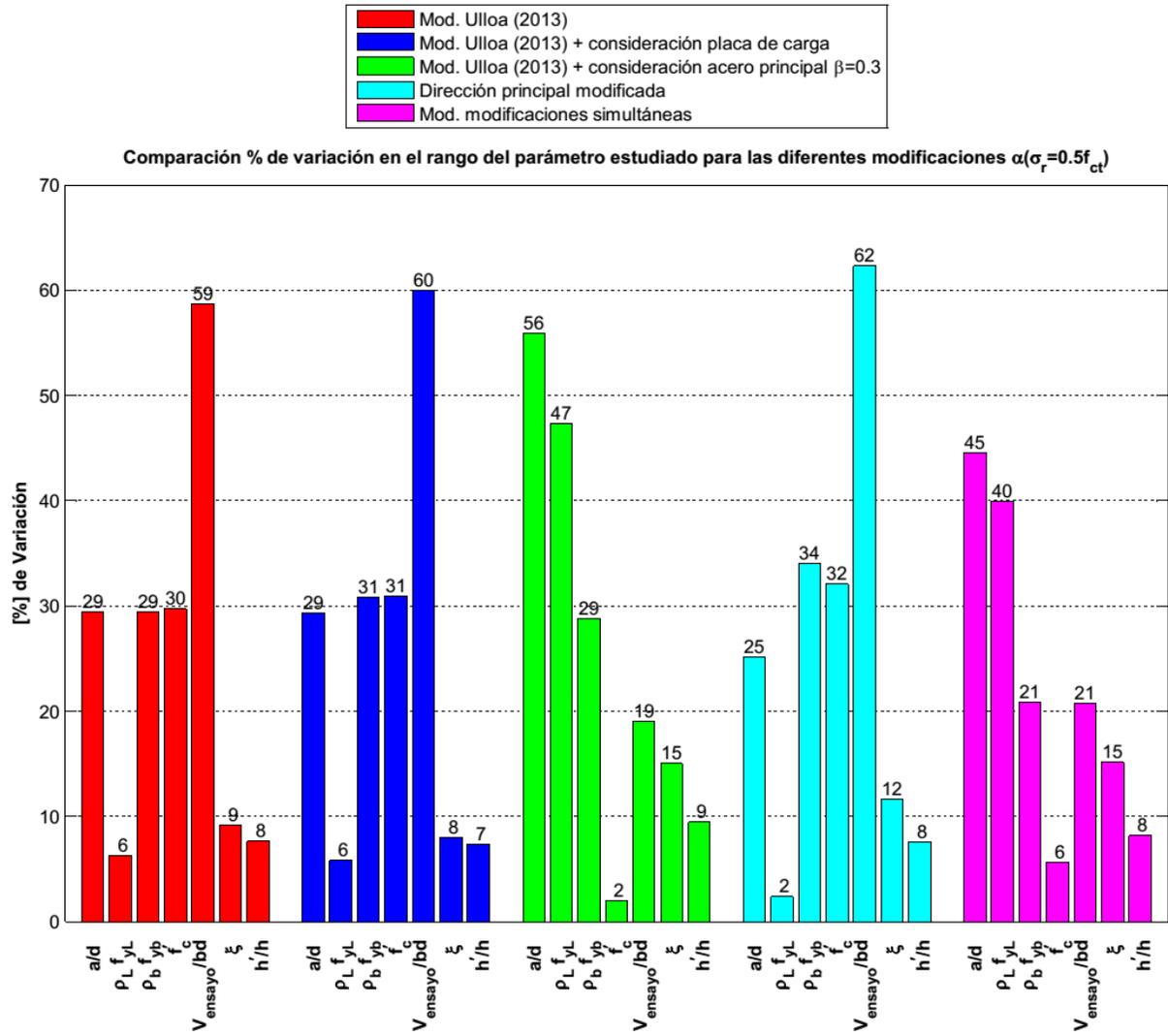


Figura anexo A 7: Comparación % de variación de los parámetros estudiados para los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = 0.5f_{ct})$.

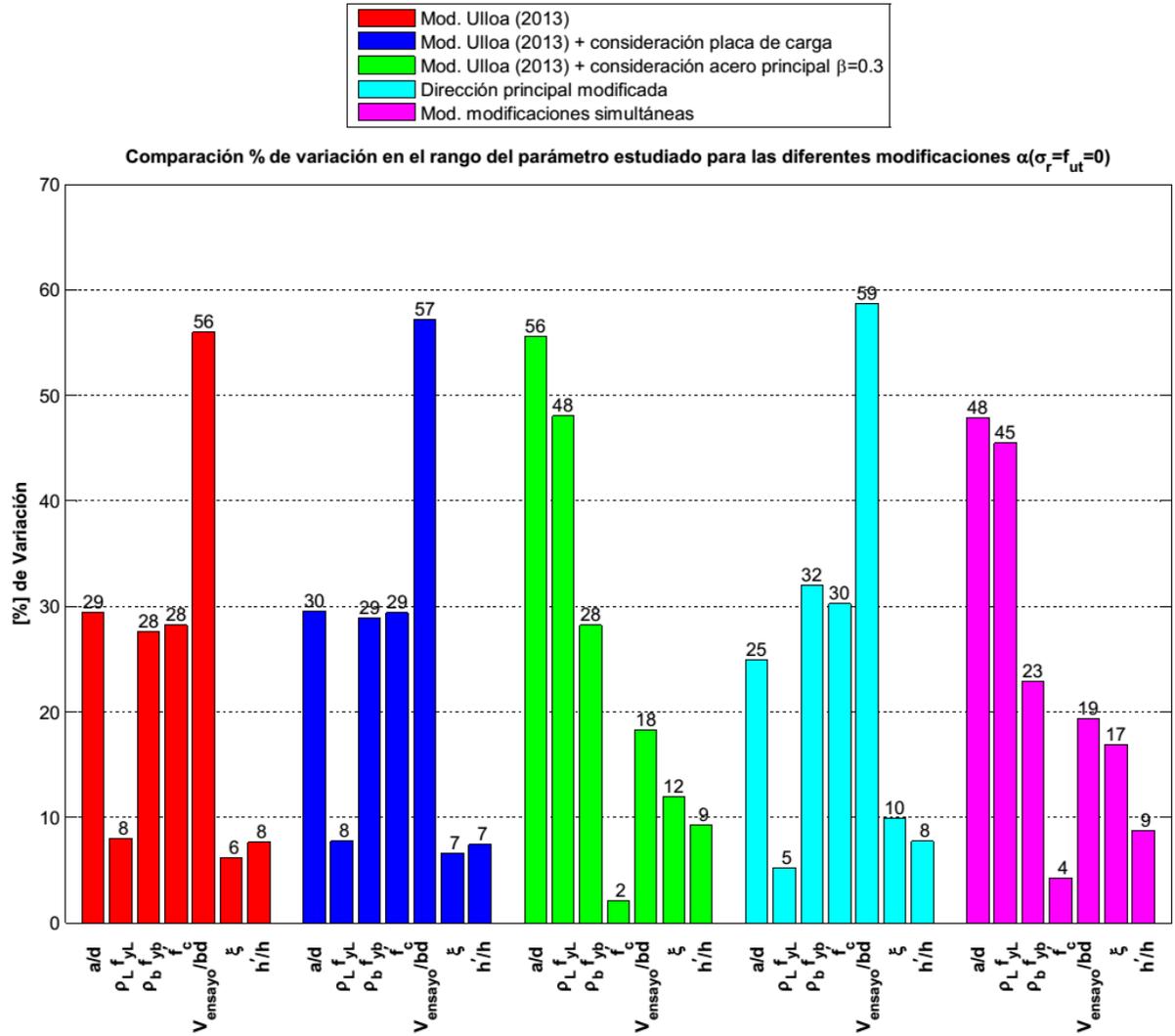


Figura anexo A 8: Comparación % de variación de los parámetros estudiados para los modelos de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ut} = 0)$.

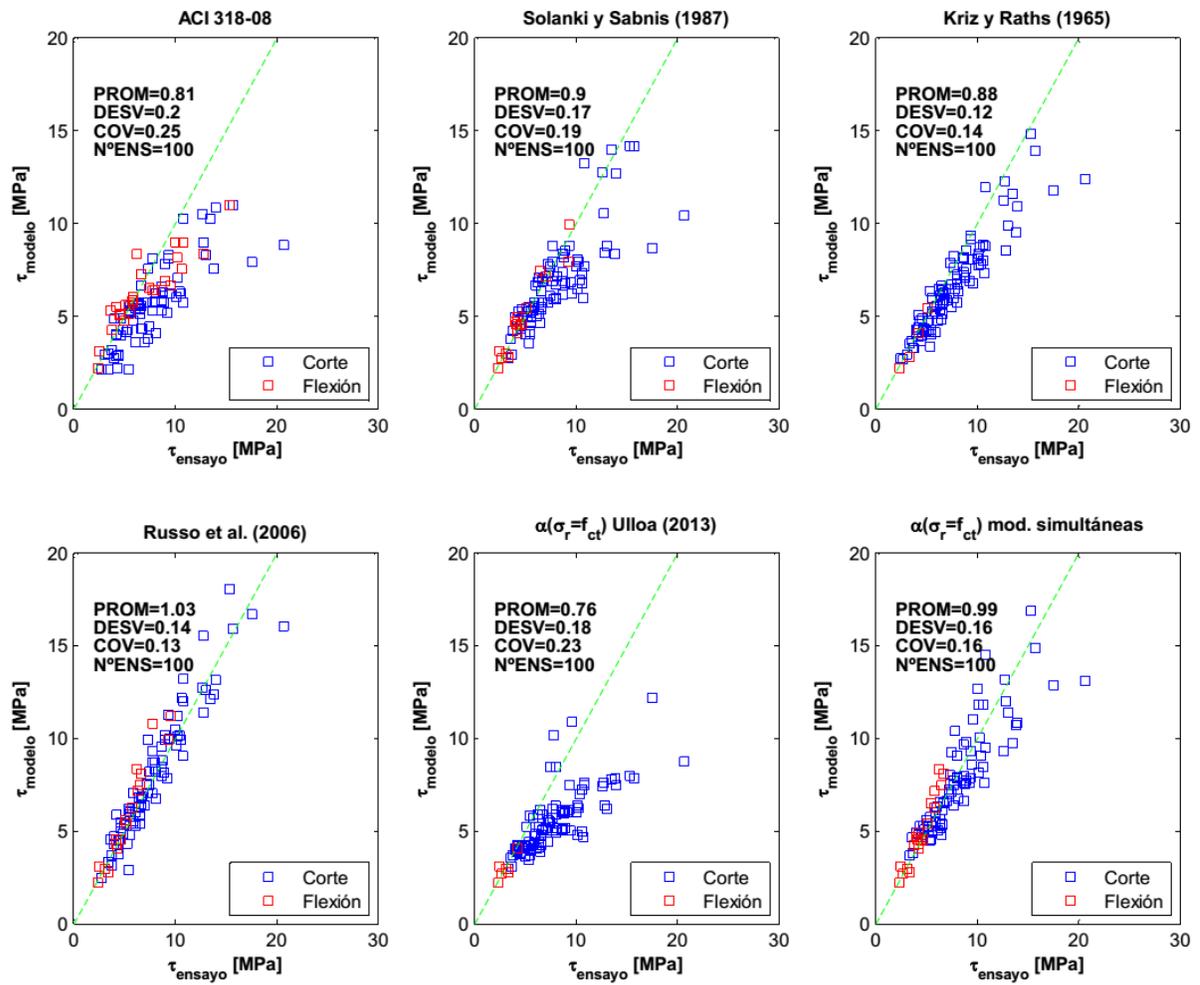


Figura anexo A 9: Resultado de los modelos de literaturas sin las restricciones de Kriz y Raths (1965).

ANEXO B

En este apartado se adjunta la base de datos de 109 ensayos utilizada para el estudio de los modelos implementados.

ID	Ensayo de	Ménsula	a	b	d	h	h'	w	f'_c	ρ_b	ρ_L	f_{yb}	f_{yL}	V_{ensayo}
			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[%]	[%]	[MPa]	[MPa]	[kN]
1	Hermansen	HC-H1	121	228	375	406	406	114	39.8	0.59	0.15	340.7	380.0	600
2	Hermansen	HC-H2	121	228	375	406	406	114	35.8	0.59	0.15	340.7	380.0	520
3	Hermansen	HC-H3	121	228	375	406	406	114	37.8	0.59	0.35	340.7	302.9	570
4	Hermansen	HC-H4	121	228	375	406	406	114	38.7	0.59	0.35	340.7	302.9	580
5	Hermansen	HC-H7	111	228	372	406	203	133	36.1	1.35	0.67	350.4	341.8	900
6	Hermansen	HC-H8	111	228	372	406	203	133	30.4	1.35	0.67	350.4	341.8	915
7	Hermansen	HC-H9	111	228	373	406	203	133	37.6	0.76	1.00	352.6	340.0	885
8	Hermansen	HC-H10	111	228	372	406	203	133	33.9	1.35	0.67	350.4	341.8	860
9	Hermansen	HC-H13	111	228	372	406	406	133	36.7	1.35	0.67	336.3	341.8	805
10	Hermansen	HC-H14	121	228	375	406	406	133	40.0	0.59	0.35	349.2	248.6	698
11	Hermansen	HC-H19	111	228	375	406	203	133	46.5	0.46	0.00	343.5	0.0	498
12	Hermansen	HC-H20	111	228	375	406	203	133	44.7	0.29	1.19	348.3	327.7	903
13	Hermansen	HC-H21	111	228	373	406	203	133	30.4	0.76	1.00	326.3	256.0	682
14	Hermansen	HC-H22	111	228	373	406	203	133	47.3	0.76	1.00	326.3	256.0	870
15	Hermansen	HC-H23	111	228	373	406	203	133	41.4	0.76	1.00	326.3	256.0	739
16	Hermansen	HC-H27	111	228	372	406	203	133	37.3	2.01	0.00	337.8	0.0	743
17	Hermansen	HC-H28	111	228	375	406	203	133	40.3	0.44	0.00	345.5	0.0	467
18	Hermansen	HC-H29	111	228	375	406	203	133	17.6	0.44	0.00	345.5	0.0	462
19	Hermansen	HC-HT1	121	228	375	406	203	114	45.0	0.59	0.33	345.8	342.4	640
20	Hermansen	HC-HS1	76	152	237	268	134	76	36.0	1.06	0.55	343.4	252.7	292
21	Hermansen	HC-HS2	76	152	237	268	134	76	32.0	1.06	0.83	343.4	250.6	315
22	Hermansen	HC-HS3	76	152	237	268	134	76	46.5	0.79	0.00	340.5	0.0	263
23	Kriz	KR-1S	241	203	409	457	229	127	29.9	0.93	0.34	303.0	345.0	423
24	Kriz	KR-2S	241	203	409	457	229	127	31.7	0.93	0.62	303.0	319.0	484
25	Kriz	KR-3S	241	203	409	457	229	127	30.5	0.93	0.93	310.0	323.0	487
26	Kriz	KR-4S	152	203	409	457	229	127	29.9	0.93	0.34	305.0	392.0	534
27	Kriz	KR-5S	152	203	409	457	229	127	29.9	0.93	0.62	305.0	341.0	602
28	Kriz	KR-6S	152	203	409	457	229	127	30.9	0.93	0.93	305.0	339.0	665
29	Kriz	KR-11	102	406	307	356	203	76	26.9	1.24	0.00	328.9	0.0	822
30	Kriz	KR-18	152	203	411	457	457	76	29.0	0.48	0.00	326.1	0.0	360

ID	Ensayo de	Ménsula	a	b	d	h	h'	w	f'_c	ρ_b	ρ_L	f_{yb}	f_{yL}	V_{ensayo}
			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[%]	[%]	[MPa]	[MPa]	[kN]
31	Kriz	KR-23	152	203	615	660	660	76	27.2	0.32	0.00	310.3	0.0	394
32	Kriz	KR-26	152	203	409	457	457	76	29.5	0.93	0.00	367.5	0.0	492
33	Kriz	KR-29	152	203	612	660	660	76	25.7	0.62	0.00	327.5	0.0	549
34	Kriz	KR-34	152	203	409	457	457	76	28.1	1.86	0.00	367.5	0.0	549
35	Kriz	KR-37	152	203	612	660	660	76	26.0	1.24	0.00	374.4	0.0	694
36	Kriz	KR-39	241	203	409	457	229	127	31.0	0.93	0.00	375.8	0.0	386
37	Kriz	KR-40	241	203	409	457	305	127	29.9	0.93	0.00	305.4	0.0	387
38	Kriz	KR-41	241	203	409	457	457	127	29.0	0.93	0.00	306.1	0.0	347
39	Kriz	KR-43	241	203	612	660	406	127	28.6	0.62	0.00	328.9	0.0	533
40	Kriz	KR-44	241	203	612	660	660	127	26.5	0.62	0.00	313.0	0.0	498
41	Kriz	KR-45	241	203	409	457	229	127	29.5	1.86	0.00	348.2	0.0	534
42	Kriz	KR-46	241	203	409	457	305	127	26.5	1.86	0.00	305.4	0.0	466
43	Kriz	KR-47	241	203	409	457	457	127	28.0	1.86	0.00	306.1	0.0	465
44	Kriz	KR-60	254	203	409	457	305	76	26.3	0.93	0.00	305.4	0.0	355
45	Kriz	KR-61	254	203	409	457	457	76	28.3	0.93	0.00	374.4	0.0	334
46	Kriz	KR-69	254	203	409	457	305	76	25.4	1.86	0.00	305.4	0.0	383
47	Kriz	KR-70	254	203	409	457	457	76	27.7	1.86	0.00	367.5	0.0	356
48	Kriz	KR-83	216	203	411	457	457	127	15.9	0.48	0.00	315.8	0.0	229
49	Kriz	KR-84	216	203	409	457	457	127	15.8	0.93	0.00	326.1	0.0	311
50	Kriz	KR-85	216	203	406	457	457	127	15.0	1.23	0.00	307.5	0.0	282
51	Kriz	KR-88	89	203	612	660	660	127	26.3	1.24	0.00	327.5	0.0	672
52	Kriz	KR-92	216	203	411	457	457	127	28.7	0.48	0.00	315.8	0.0	287
53	Kriz	KR-93	216	203	409	457	457	127	27.4	0.93	0.00	327.5	0.0	401
54	Kriz	KR-94	216	203	406	457	457	127	27.2	1.23	0.00	322.0	0.0	506
55	Kriz	KR-97	89	203	612	660	660	127	44.3	1.24	0.00	305.4	0.0	964
56	Kriz	KR-101	216	203	411	457	457	127	43.9	0.48	0.00	319.2	0.0	347
57	Kriz	KR-102	216	203	409	457	457	127	46.1	0.93	0.00	320.6	0.0	432
58	Kriz	KR-103	216	203	406	457	457	127	45.4	1.23	0.00	327.5	0.0	525
59	Mattock	MA-A2	152	152	226	255	128	102	25.3	1.16	0.00	321.4	0.0	158

ID	Ensayo de	Ménsula	a	b	d	h	h'	w	f'_c	ρ_b	ρ_L	f_{yb}	f_{yL}	V_{ensayo}
			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[%]	[%]	[MPa]	[MPa]	[kN]
60	Mattock	MA-A3	228	152	225	255	128	102	26.6	1.86	0.00	381.7	0.0	125
61	Mattock	MA-B2	152	152	226	255	128	102	23.8	1.16	0.37	317.2	462.1	173
62	Mattock	MA-B3A	228	152	225	255	128	102	28.7	1.86	0.75	356.6	451.7	187
63	Yong	YO-B1	140	254	356	406	203	90	49.8	0.43	0.31	420.0	420.0	778
64	Yong	YO-B2	140	254	356	406	203	90	48.6	0.43	0.31	420.0	420.0	667
65	Yong	YO-C1	140	254	356	406	203	90	63.3	0.57	0.31	420.0	420.0	796
66	Yong	YO-C2	140	254	356	406	203	90	55.5	0.57	0.31	420.0	420.0	836
67	Yong	YO-D1	140	254	356	406	203	90	39.2	0.66	0.31	420.0	420.0	701
68	Yong	YO-D2	140	254	356	406	203	90	54.5	0.66	0.31	420.0	420.0	801
69	Fattuhi	FAH-T1	89	150	105	150	150	50	40.2	1.00	0.00	558.0	0.0	93
70	Fattuhi	FAH-T2	89	150	130	150	150	50	40.2	0.81	0.81	558.0	558.0	146
71	Fattuhi	FAH-T6	89	150	137	150	150	50	42.0	1.10	0.00	491.0	0.0	136
72	Fattuhi	FAH-T7	89	150	130	150	150	50	38.5	1.16	0.81	491.0	558.0	157
73	Fattuhi	FAH-T8	89	150	130	150	150	50	42.0	1.16	1.61	491.0	558.0	188
74	Fattuhi	FAH-T9	89	150	130	150	150	50	38.5	1.16	1.61	491.0	558.0	153
75	Fattuhi	FA-89	150	153	224	249	150	50	25.9	0.46	0.00	454.0	0.0	105
76	Fattuhi	FA-90	200	154	226	251	150	50	25.9	0.45	0.00	454.0	0.0	83
77	Fattuhi	FA-91	200	152	225	251	150	50	24.6	0.66	0.00	452.0	0.0	87
78	Fattuhi	FA-92	150	150	223	249	150	50	24.6	0.68	0.00	452.0	0.0	127
79	Fattuhi	FA-93	100	152	225	250	150	50	26.3	0.46	0.00	454.0	0.0	154
80	Fattuhi	FA-94	100	151	223	249	150	50	26.3	0.67	0.00	452.0	0.0	179
81	Fattuhi	FA-102	165	154	214	250	150	50	25.7	1.54	0.00	427.0	0.0	181
82	Fattuhi	FA-104	120	155	210	249	150	50	25.7	1.57	0.00	427.0	0.0	212
83	Selim	SE-A1	250	150	740	800	400	100	87.0	1.70	0.31	430.0	420.0	1200
84	Selim	SE-B1	250	150	740	800	400	150	56.0	1.13	0.31	430.0	420.0	1000
85	Selim	SE-C13	300	125	600	700	350	125	90.0	0.91	0.45	430.0	420.0	700
86	Selim	SE-C21	300	125	600	700	350	125	62.0	2.51	0.45	430.0	420.0	980
87	Selim	SE-C23	300	125	600	700	350	125	62.0	0.91	0.45	430.0	420.0	580
88	Selim	SE-PA2	300	150	500	600	600	100	53.0	2.51	1.05	450.0	360.0	800

ID	Ensayo de	Ménsula	a	b	d	h	h'	w	f'_c	ρ_b	ρ_L	f_{yb}	f_{yL}	V_{ensayo}
			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[%]	[%]	[MPa]	[MPa]	[kN]
89	Selim	SE-PB2	300	150	500	600	600	100	105.0	4.93	1.05	495.0	360.0	1150
90	Selim	SE-PC2	150	150	500	600	600	100	53.0	0.91	1.05	420.0	360.0	1040
91	Selim	SE-PD2	200	150	500	600	600	100	71.0	2.46	1.05	450.0	360.0	960
92	Selim	SE-PE2	450	150	450	600	600	100	71.0	4.52	1.16	480.0	360.0	730
93	Selim	SE-PF2	150	150	500	600	600	100	105.0	0.91	1.05	420.0	360.0	1050
94	Selim	SE-PG1	300	150	500	600	600	100	45.0	2.51	0.30	415.0	490.0	674
95	Selim	SE-PG2	300	150	500	600	600	100	94.0	2.51	0.30	415.0	490.0	1050
96	Selim	SE-A4	250	150	740	800	400	100	92.0	1.70	0.00	430.0	0.0	1500
97	Selim	SE-C12	300	125	600	700	350	125	90.0	2.51	0.00	430.0	0.0	950
98	Selim	SE-C22	300	125	600	700	350	125	62.0	2.51	0.00	430.0	0.0	700
99	Selim	SE-C24	300	125	600	700	350	125	62.0	0.90	0.00	430.0	0.0	490
100	Selim	SE-PA1	300	150	500	600	600	100	53.0	2.51	0.00	450.0	0.0	550
101	Selim	SE-PB1	300	150	500	600	600	100	105.0	4.93	0.00	495.0	0.0	1180
102	Selim	SE-PC1	150	150	500	600	600	100	53.0	0.90	0.00	420.0	0.0	650
103	Selim	SE-PE1	450	150	450	600	600	100	71.0	4.52	0.00	480.0	0.0	680
104	Her	Her-1	80	140	221.1	250	125	50	69.2	2.26	1.13	388.3	384	641
105	Her	Her-4	140	140	222	250	125	50	63.2	1.74	0.92	402.8	369	398
106	Her	Her-9	220	140	220	250	125	50	49.4	1.86	0.93	382.6	369	206
107	Her	Her-13	80	140	221.1	250	125	50	57.5	2.26	1.59	388.3	384	543
108	Her	Her-16	140	140	221.1	250	125	50	60.6	1.74	0.92	402.8	369	315
109	Her	Her-20	220	140	220	250	125	50	63	1.86	0.93	382.6	369	193