



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA ESPACIO-TEMPORAL  
DE ONDAS GRAVITACIONALES EN UN FLUJO AFECTADO  
DÉBILMENTE POR LA ROTACIÓN DEL MEDIO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

**PEDRO ANTONIO ROJAS LIZAMA**

**PROFESOR GUÍA:**  
YARKO NIÑO CAMPOS

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:**  
HUGO ULLOA SÁNCHEZ  
ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

SANTIAGO DE CHILE  
2015

**RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL  
POR: PEDRO ANTONIO ROJAS LIZAMA  
FECHA: 24/09/2015  
PROF. GUÍA: Sr. YARKO NIÑO CAMPOS**

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA ESPACIO-TEMPORAL  
DE ONDAS GRAVITACIONALES EN UN FLUJO AFECTADO  
DÉBILMENTE POR LA ROTACIÓN DEL MEDIO**

Los procesos físicos y bioquímicos de lagos estratificados están fuertemente relacionados con la dinámica de las ondas gravitacionales superficiales e internas, las cuales son excitadas principalmente por la acción del viento en la superficie libre. Dependiendo del tamaño y de la latitud del cuerpo lacustre, la estructura espacio-temporal del campo de ondas gravitacionales puede comenzar a ser afectada por la rotación terrestre, posibilitando la existencia de dos clases de ondas de gravedad de gran escala, conocidas ampliamente como ondas de Kelvin y ondas de Poincaré. La dinámica de éstas ondas puede verse alterada por fenómenos no-lineales, permitiendo la formación de ondas con características no-lineales, tales como las ondas tipo solitarias.

En el Laboratorio de Hidráulica Francisco J. Domínguez, ubicado en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, se cuenta con un estanque cilíndrico montado sobre una mesa rotatoria con capacidad de inclinación, al interior de una cámara oscura. Allí se llevó a cabo un estudio experimental, con el objetivo de analizar la respuesta espacio-temporal de ondas gravitacionales - superficiales e internas - en un flujo afectado débilmente por la rotación del medio. Para ello, se realizaron 54 experimentos barotrópicos de una capa, donde se varió tanto la rotación como la inclinación inicial del sistema, y 3 experimentos baroclínicos de dos capas, donde se varió la rotación del medio y se delimitó superiormente el flujo con una tapa rígida. El campo de ondas de gravedad es excitado mediante la liberación de una inclinación lineal (diametral) inicial de las interfaces agua-aire y de densidad, respectivamente. La condición inicial induce ondas del tipo Kelvin y Poincaré, en respuesta al gradiente de presión horizontal inicial y a la rotación del medio, excitando todos los modos radiales del sistema y el modo azimutal fundamental. La evolución temporal de la perturbación de las interfaces se ha registrado con un CCD a lo largo del plano diametral inicialmente forzado, mediante la utilización del método óptico de fluorescencia inducida por láser (LIF). Adicionalmente, para los experimentos barotrópicos, la evolución temporal de la perturbación interfacial se registró en el borde mediante un sensor tipo capacitivo. El acoplamiento de ambos métodos permite caracterizar espacialmente el campo de ondas de gravedad.

Resultados obtenidos del espectro de densidad potencial (PSD) y de la transformada de wavelet (WT) evidencian distintos comportamientos dinámicos del campo de ondas gravitacionales en función del espacio, la rotación y la perturbación inicial. Los resultados dan cuenta de una transferencia de energía, en el espectro gravitacional, desde los modos fundamentales de baja frecuencia, a sub-modos radiales y azimutales de alta frecuencia. La estructura de la cascada de energía está influenciada por la rotación y el régimen dinámico de las ondas de gran escala.

*...dedicado a las personas sinceras e integradoras.*

# Agradecimientos

A mis padres, por regalarme parte de sus vidas.

A mi padre, Fernando, por enseñarme las reglas del juego y la honradez.

A mi madre, Bruni, por su incondicionalidad y humildad.

Me han hecho inmensamente feliz al permitirme disfrutar la vida sin mayores preocupaciones.

Ustedes sí que dan la vida...

A mis herman@s; Fernando, Katherine y María, por amarme y permitirme amarlos.

A mis nuevos herman@s; Natalie, Javier y Jorge, por fortalecer aún más el equipo.

A mis sobrin@s; Benjamin, Camila y Maite, que sin saberlo me regalan frescura y renovación.

A cada uno de mis prim@s y ti@s, no recuerdo la vez que no me entregaron buenas energías.

A los que ya no están físicamente. Siguen estando en mi memoria.

A mis amigos del barrio; Pablito, Cabezón, Claudio, Diego, Manuel, Viejito Victor, Nacho y Alesito. Son parte de mi identidad.

A los Vi Corti, por todos los baciles y las aventuras rozando los bordes de la moralidad.

A Willinho, por priorizar mantener la sonrisa y por apañar a trancar con la cabeza.

A mis colegas RP, Edy, Soteiro, Fepo, Uribe, OSS, Salvador, Negrete, JC, Vicky, Pazita, Alex, Pino, Gerardo; amigos y pedazos de compañeros.

A Serway, por su pureza.

A Jorgito, por su apoyo espiritual y su calidez humana.

Al mítico team de la práctica de Topo; Nacho Cartes y Jaiva; no podía no mencionarlos.

A Yarko y Hugo; por el buen trato, por la confianza, por las libertades, por el traspaso de sus conocimientos y por la activa ayuda en todos los momentos en que la necesite. Trabajar con ustedes valió el esfuerzo.

A Beto, por la buena disposición para las correcciones y por las enseñanzas en el aula.

A Jacqueline y JD, por enseñarme que la amistad puede ser transgeneracional.

Al Laboratorio, su mística y su gente; la selva que le queda a la Facultad.

A Yuyitsu y Pancho Mella, por las conversaciones mundanas y des-androidizantes.

A Manuel, Ricardo, Victor, Roberto, Mónica M, Mónica G, Paty, Segundo, Natalia, Pato, Vivi, Negro Zuñiga y Álvaro; por toda su ayuda logística y buena onda.

A Carito, por la paciencia, por el amor, por las caricias, por la amistad y por el compañerismo que me obsequiaste en este proceso, sobretudo en épocas grises. Por los momentos que pasaron y por los momentos que vendrán.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción general . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	2
1.3.1. Objetivos Generales . . . . .	2
1.3.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.4. Metodología . . . . .	3
1.4.1. Estudio de la fenomenología . . . . .	3
1.4.2. Puesta en marcha de montaje experimental . . . . .	3
1.4.3. Modelación y desarrollo de los experimentos . . . . .	4
1.4.4. Análisis de los resultados . . . . .	4
1.5. Resultados Esperados . . . . .	4
1.6. Estructura del Informe . . . . .	5
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>6</b>
2.1. Modelo conceptual . . . . .	6
2.2. Parámetros adimensionales . . . . .	7
2.2.1. Parámetro de perturbación inicial . . . . .	7
2.2.2. Parámetro de rotación . . . . .	7
2.2.3. Parámetro de empinamiento . . . . .	8
2.2.4. Parámetro de Ekman . . . . .	9
2.3. Modos normales lineales . . . . .	9
2.4. Problema de condición inicial . . . . .	12
2.5. Espectro de densidad potencial . . . . .	13
2.6. Transformada de wavelet . . . . .	15
<b>3. Metodología</b>	<b>17</b>
3.1. Descripción del Montaje Experimental . . . . .	17
3.1.1. Estanque Cilíndrico . . . . .	17
3.1.2. Mesa Rotatoria . . . . .	18
3.1.3. Sistema Mecánico-Hidráulico de Inclinación . . . . .	18
3.1.4. Motor Electromecánico . . . . .	21
3.2. Puesta en marcha . . . . .	22
3.2.1. Nivelación y dotación de electricidad al sistema . . . . .	22
3.2.2. Pieza oscura . . . . .	22
3.2.3. Método de estratificación . . . . .	23

3.2.4.	Tapa rígida . . . . .	24
3.2.5.	Sistema de llenado . . . . .	25
3.2.6.	Barra de láseres . . . . .	26
3.2.7.	Plataformas para cámaras e instrumentos . . . . .	26
3.3.	Adquisición de datos . . . . .	28
3.3.1.	CCD . . . . .	29
3.3.2.	Capacitor . . . . .	30
3.4.	Metodología experimental . . . . .	32
3.4.1.	Caso Barotrópico . . . . .	32
3.4.2.	Caso Baroclínico . . . . .	34
3.5.	Procesamiento de la información . . . . .	36
<b>4.</b>	<b>Set de Experimentos</b>	<b>38</b>
4.1.	Modelación de experimentos . . . . .	38
4.1.1.	Experimentos barotrópicos . . . . .	38
4.1.2.	Experimentos baroclínicos . . . . .	39
4.2.	Set de experimentos . . . . .	39
4.2.1.	Experimentos barotrópicos . . . . .	39
4.2.2.	Experimentos baroclínicos . . . . .	39
4.3.	Propagación de errores . . . . .	40
<b>5.</b>	<b>Análisis de Resultados</b>	<b>45</b>
5.1.	Experimentos barotrópicos . . . . .	45
5.1.1.	Campo de ondas en el borde . . . . .	46
5.1.2.	Campo de ondas en el interior . . . . .	47
5.1.3.	Tasa de decaimiento del campo de ondas gravitacionales . . . . .	50
5.2.	Experimentos baroclínicos . . . . .	51
5.2.1.	Campo de ondas internas en el borde del dominio . . . . .	52
5.2.2.	Campo de ondas internas en el interior del dominio . . . . .	54
<b>6.</b>	<b>Discusión y Conclusiones</b>	<b>58</b>
6.1.	Discusiones . . . . .	58
6.1.1.	Metodología . . . . .	58
6.1.2.	Experimentos Barotrópicos . . . . .	61
6.1.3.	Experimentos Baroclínicos . . . . .	63
6.2.	Conclusiones . . . . .	64
6.2.1.	Metodología Experimental . . . . .	65
6.2.2.	Experimentos Barotrópicos . . . . .	65
6.2.3.	Experimentos Baroclínicos . . . . .	66
	<b>Bibliografía</b>	<b>67</b>
<b>7.</b>	<b>Anexos</b>	<b>70</b>
7.1.	Apéndice I: Ondas internas débilmente no lineales . . . . .	70
7.2.	Apéndice II: Partículas de rodamina . . . . .	72
7.3.	Apéndice III: Conductivímetros . . . . .	72
7.4.	Apéndice IV: ST, PSD y WT en el borde . . . . .	74

# Índice de figuras

2.1.	Esquema del modelo conceptual para el sistema barotrópico (Ulloa et al., 2014).	6
2.2.	Relaciones de dispersión para las ondas Kelvin y Poincaré (Niño and Tamburrino, 2004).	12
2.3.	Modos de oscilación de ondas gravitacionales teóricas excitadas y no excitadas por la inclinación lineal de la interfaz $\eta_\ell$ . $K(n_r, n_\theta)$ y $P(n_r, n_\theta)$ corresponden a la nomenclatura para denotar la onda Kelvin y Poincaré de modo radial $n_r$ y modo azimutal $n_\theta$ , respectivamente (Ulloa et al., 2014).	13
2.4.	Traslape de segmentos $X_{k,j}$ de la señal para cálculo de espectro promedio (Welch, 1967).	15
3.1.	Estanque cilíndrico y sus componentes. Elaboración Propia.	18
3.2.	Componentes de Mesa Rotatoria. Elaboración Propia.	19
3.3.	Plataforma rectangular superior y pistón hidráulico. Elaboración Propia.	19
3.4.	Módulo Lógico Universal Logo! Siemens.	20
3.5.	Esquema Conceptual de seiche artificial.	20
3.6.	Tiempo de subida vs Amplitud adimensional.	20
3.7.	Componentes Sistema Electromecánico.	21
3.8.	Calibración frecuencia motorreductor y Parámetro de Coriolis.	22
3.9.	Esquema general de mesa rotatoria. Elaboración Propia.	23
3.10.	Sistema de Estratificación y sus componentes.	24
3.11.	Tapa rígida y sus componentes.	25
3.12.	Sistema de llenado de cubeta.	26
3.13.	Barra láser.	27
3.14.	Estructura soportante de cámara, caso barotrópico.	27
3.15.	Base de trípode para cámara.	28
3.16.	Esquema de adquisición de datos, Caso Barotrópico (Rojas et al., 2015).	29
3.17.	Esquema de adquisición de datos, Caso Baroclínico (Rojas et al., 2015).	30
3.18.	Cámara CCD caso barotrópico.	31
3.19.	Segunda cámara CCD caso baroclínico.	31
3.20.	Componentes del sensor capacitivo para medición de voltajes.	32
3.21.	Calibración del sensor capacitivo con la altura del flujo.	33
3.22.	Ejemplo de visualización de la interfaz aire-agua a lo largo del diámetro para tres instantes distintos del experimento presentado en la Figura 5.1(c).	37

5.1.	ST de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Espectros de densidad (PSD): $\mathcal{A}_* = 0,2 \pm 0,0016$ : línea verde; $\mathcal{A}_* = 0,6 \pm 0,0016$ : línea azul; $\mathcal{A}_* = 1,0 \pm 0,0016$ : línea roja. Línea de puntos y trazos: Frecuencia inercial, dónde $\omega/f = 1$ , con $f = 1,196 \pm 0,004$ [rad/s] y $f = 0,389 \pm 0,004$ [rad/s] para rotación alta y baja, respectivamente. $\blacktriangledown$ : frecuencia de onda Kelvin azumital, $\bullet$ : frecuencia de onda Poincaré azumital. Línea punteada ( $\cdots$ ) y línea segmentada ( $---$ ) representan modos acoplados y geostróficos, respectivamente. Hacia la derecha se identifican secuencialmente sus respectivos submodos. . . . .	46
5.2.	WT de los desplazamientos verticales de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Los experimentos considerados son: $\mathcal{T}_{gf} = 1,54 \pm 0,0014$ (a,b,c) y $\mathcal{T}_{gf} = 0,50 \pm 0,0007$ (d,e,f). Las perturbaciones iniciales para las respectivas filas son: $\mathcal{A}_* = 0,2 \pm 0,0016$ : (a,c); $\mathcal{A}_* = 0,6 \pm 0,0016$ : (b,d); $\mathcal{A}_* = 1,0 \pm 0,0016$ : (c,e). En líneas punteadas ( $\cdots$ ) se identifican 4 modos acoplados $\omega_{KP(1,n_\theta)}$ ordenados secuencialmente de abajo hacia arriba. Las imágenes situadas en la esquina superior derecha de cada gráfico muestran el seguimiento temporal de la energía de las ondas Kelvin y Poincaré fundamentales $\blacktriangledown$ y $\bullet$ respectivamente, además de su primera interacción $\omega_{KP(1,1)}$ . . . . .	48
5.3.	ST de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = \pi) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Se observa un peak de energía asociado a la interacción $\omega_{P(1,2)} - \omega_{P(1,1)}$ ( $\star$ ). Ídem Figura 5.1. . . . .	49
5.4.	WT de los desplazamientos verticales de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = \pi) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Ídem Figura 5.2. . . . .	50
5.5.	ST de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Se incluyen sub-modos radiales Kelvin ( $\blacktriangle$ ) y Poincaré ( $\blacksquare$ ). Ídem Figura 5.1. . . . .	51
5.6.	WT de los desplazamientos verticales de la interfaz $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m].Sub-modos radiales Kelvin ( $\blacktriangle$ ) y Poincaré ( $\blacksquare$ ). En línea segmentada ( $---$ ) se identifican los modos geostróficos $\omega_{G(2,0)}$ , $\omega_{G(3,0)}$ y $\omega_{G(4,0)}$ , secuencialmente de abajo hacia arriba. En línea punteada ( $\cdots$ ) se muestran los primeros 2 modos acoplados radiales. Ídem Figura 5.2. . . . .	52
5.7.	(a) – (d): Tasa de decaimiento $\mathcal{T}_{df}$ en términos de los parámetros adimensionales $\mathcal{A}_*$ , $\mathcal{T}_{gf}$ , $\mathcal{T}_{sg}$ y $\mathcal{T}_{vf}$ , respectivamente. Barras rojas representan la desviación estándar de $\mathcal{T}_{vf}$ . (e): Tasa de decaimiento $\mathcal{T}_{df}$ en términos de una función $\Pi = c_0 (\mathcal{T}_{gf})^{c_1} \cdot (\mathcal{T}_{sg})^{c_2} \cdot (\mathcal{T}_{vf})^{c_3}$ . Línea punteada muestra la recta con pendiente 1. Barras horizontales azules representan el error de $\pi$ para cada experimento. . . . .	53
5.8.	ST de la interfaz de densidad $\eta_\ell(t, r \approx 0,95 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$ [m]. Espectros de densidad (PSD): $\sigma_f$ : frecuencia inercial; $\sigma_N$ : frecuencia boyante; $\blacktriangledown$ : frecuencia de onda Kelvin azumital; $\bullet$ : frecuencia de onda Poincaré azumital: Línea punteada ( $\cdots$ ) es el modo acoplado $\omega_{KP(1,1)}$ y $\star$ : frecuencia angular $\omega_\Omega$ . . . . .	54
5.9.	ST, PSD y WT de la interfaz de densidad $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$ [m]. Se muestran sub-modos azimutales Poincaré $\bullet$ en las gráficas PSD y WT. Idem Figura 5.8. . . . .	55
5.10.	ST, PSD y WT de la interfaz de densidad $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$ [m]. Idem Figura 5.8. . . . .	56
7.1.	Formacion paquetes de ondas, para experimentos con un periodo de rotación de 60 [s] y una elevación inicial de la interfaz de densidad $\Delta h = 9$ [cm] (Grimshaw and Helfrich, 2012). . . . .	71
7.2.	Sensor de conductividad y panel central MSCTI 125. . . . .	73



7.3.	ST de la interfaz aire-agua $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m] y Espectros de densidad (PSD): Línea de puntos y trazos, Frecuencia Inercial, $\omega/f$ ; $\blacktriangledown$ : frecuencia de onda Kelvin azumital, $\bullet$ : frecuencia de onda Poincaré azumital. Línea punteada ( $\cdot \cdot \cdot$ ) y línea segmentada ( $--$ ) representan modos acoplados y geostróficos, respectivamente. Hacia la derecha se identifican secuencialmente sus respectivos submodos. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,05 \pm 0.007$ .	74
7.4.	Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,20 \pm 0.007$ .	75
7.5.	Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,40 \pm 0.008$ .	76
7.6.	Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,60 \pm 0.009$ .	77
7.7.	Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,80 \pm 0.011$ .	78
7.8.	Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 1,00 \pm 0.012$ .	79
7.9.	ST y WT de los desplazamientos verticales de la interfaz aire-agua $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$ [m]. Los gráficos WT (derecha) muestran la energía escalada por la energía máxima del set de experimentos considerados, los cuales son los 9 regímenes de rotación estudiados, con una menor influencia de la rotación hacia abajo. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,05 \pm 0.007$ .	80
7.10.	Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,20 \pm 0.007$ .	81
7.11.	Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,40 \pm 0.008$ .	82
7.12.	Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,60 \pm 0.009$ .	83
7.13.	Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 0,80 \pm 0.011$ .	84
7.14.	Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial $\mathcal{A}_* = 1,00 \pm 0.012$ .	85

# Índice de tablas

4.1. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,538$ . . . . .	40
4.2. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,429$ . . . . .	41
4.3. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,333$ . . . . .	41
4.4. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,250$ . . . . .	41
4.5. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,176$ . . . . .	41
4.6. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,111$ . . . . .	42
4.7. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,053$ . . . . .	42
4.8. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 1,000$ . . . . .	42
4.9. Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación $\mathcal{T}_{gf} = 0,500$ . . . . .	42
4.10. Información experimental de experiencias barotrópicas . . . . .	43
4.11. Errores instrumentales de los sistemas de medición. . . . .	43
4.12. Errores experimentales asociados a escalas de longitud. . . . .	43
4.13. Errores experimentales asociados a escalas de tiempo. . . . .	43
4.14. Errores experimentales asociados a parámetros termo-dinámicos. . . . .	44
4.15. Errores experimentales de los parámetros adimensionales. . . . .	44
6.1. Identificación de cuerpos de aguas nacionales en el régimen de rotación estudiado. Experimentos barotrópicos. . . . .	61
6.2. Identificación de cuerpos de aguas nacionales en el régimen de rotación estudiado. Experimentos baroclínicos. . . . .	63

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Descripción general

Durante la temporada de verano, los lagos en Chile central se estratifican producto de la acción del viento y del intercambio de calor del lago con la atmósfera. El estrato superior, de aguas superficiales con temperaturas altas, es comúnmente llamado epilimnion mientras que el estrato inferior, denominado hipolimnion, contiene aguas profundas más frías (Geller, 1992). La transición entre dichas capas se produce en una interfaz denominada termoclina, donde ocurren las mayores variaciones de los gradientes verticales de temperatura y densidad. De esta forma, se puede generar un modelo conceptual del lago como un cuerpo de agua estratificado por dos capas con densidad homogénea separadas por una interfaz de densidad.

Por otro lado, la principal fuente de energía de un lago es el viento actuante sobre la superficie libre, el cual nutre de energía cinética turbulenta a la columna de agua, posibilitando los procesos de mezcla de aguas superficiales con aguas profundas y generando la excitación de ondas en un amplio dominio de escalas, desde seiches internos de baja frecuencia hasta ondas con características no-lineales y no-hidrostáticas de alta frecuencia (Hodges et al., 2000).

Además, la aceleración de Coriolis constituye otro forzante externo para grandes lagos y es capaz de afectar a las ondas internas cuando el radio interno de deformación de Rossby,  $R_i = c_i/f$ , es cercano o menor que la escala de longitud horizontal característica del cuerpo lacustre, posibilitando la existencia de dos clases de ondas internas gravitacionales de gran escala, conocidas ampliamente como las ondas tipo Kelvin y Poincaré (Csanady, 1967). La dinámica de las ondas internas excitadas por el viento y afectadas por la rotación terrestre puede verse alterada también por fenómenos no lineales cuando la escala temporal de empinamiento, asociada al proceso formativo de las ondas solitarias y relacionada con la razón de aspecto de la estratificación, es menor al periodo de las ondas internas, permitiendo la formación paquetes de ondas no lineales de alta frecuencia (de la Fuente et al., 2008).

En este trabajo se busca estudiar el comportamiento espacio.-temporal de las ondas Kelvin y Poincaré en flujos estratificados donde la rotación del medio es denominada débil.

## 1.2. Motivación

Los procesos físicos y bioquímicos de lagos estratificados están fuertemente relacionados con la dinámica de las ondas gravitacionales superficiales e internas (Imberger, 1998; Wüest and Lorke, 2003; Boehrer and Schultze, 2008). Variaciones estacionales de la estructura de densidad en lagos pueden ocasionar cambio en el efecto de la rotación sobre el flujo y las ondas gravitacionales de gran escala, induciendo condiciones de rotación débil. Todas estas variaciones tienen un impacto directo en la variación estacional de los procesos bioquímicos al interior de un lago (Ng et al., 2011).

Por otro lado, el comportamiento de las ondas Kelvin y Poincaré ha sido estudiado principalmente en ambientes en los que la rotación juega un rol importante, como es el caso de estudios de campo en grandes y medianos lagos estratificados (Preusse et al., 2010; Bouffard et al., 2012; Rozas et al., 2014), simulaciones numéricas en ambientes ideales (de la Fuente et al., 2008; Sakai and Redekopp, 2010; Ulloa et al., 2015) y experimentos de laboratorio (Wake et al., 2005; Ulloa et al., 2014). No obstante, el comportamiento de estas ondas en ambientes de rotación débil, por ejemplo lagos medianos o pequeños, o lagos de bajas latitudes, no ha sido analizado con especial interés.

Por todo lo anterior, este estudio permite relacionar el comportamiento de la dinámica del campo de ondas gravitacionales con los procesos físicos y bioquímicos en lagos, para el caso donde la influencia de la rotación sobre el flujo y las ondas es denominado débil.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivos Generales

El objetivo principal de esta investigación es estudiar experimentalmente la respuesta espacio-temporal de ondas superficiales e internas gravitacionales afectadas débilmente por la rotación del medio en flujos sin y con estratificación, vale decir, flujos barotrópicos y baroclínicos.

### 1.3.2. Objetivos Específicos

- Generación de un modelo conceptual que contextualize, a escala de laboratorio, los procesos físicos que afectan a los lagos tales como el efecto del viento, la aceleración de Coriolis y la estratificación del flujo, además de los parámetros físicos más importantes de la experimentación, como lo son celeridades, periodos, frecuencias, perturbaciones verticales, escalas de longitud asociadas a la rotación, parámetros dinámicos, entre otros.
- Implementación de mejoras en las técnicas de medición y en la fase de puesta en marcha de una mesa rotatoria ubicada en el laboratorio de Hidráulica Francisco J. Domínguez de la Universidad de Chile. Las técnicas de medición que se buscan aplicar son: la fluorescencia inducida por laser (LIF) y la instalación de un sensor capacitivo. Por otro

lado, las mejoras experimentales a alcanzar en la puesta en marcha son: formar una tapa rígida circular de acrílico capaz de situarse a cualquier profundidad de una cubeta cilíndrica de acrílico y generar un sistema de estratificación apropiado para el correcto uso de LIF.

- Generación de una metodología de trabajo experimental y modelación de experimentos barotrópicos y baroclínicos, aplicado al uso de técnicas de medición LIF y capacitiva en la mesa rotatoria. Luego, desarrollar y registrar resultados de los experimentos barotrópicos y baroclínicos a realizar en la mesa rotatoria.
- Análisis y discusión de los resultados obtenidos en la mesa rotatoria para las ondas gravitacionales estudiadas, focalizando la explicación en la influencia del régimen de rotación considerado en la respuesta espacio-temporal de la dinámica del campo de ondas; en el análisis modal de frecuencias y en la distribución de energía entre los modos lineales Kelvin y Poincaré, además de interacciones entre éstos.

## 1.4. Metodología

### 1.4.1. Estudio de la fenomenología

Para entender la hidrodinámica involucrada en el problema a estudiar se debe profundizar en temáticas que se tomarán en cuenta durante el estudio. Estas son: i) análisis de las ecuaciones de movimiento; ii) parametrización adimensional; iii) teoría lineal de ondas gravitacionales; iv) análisis modal y v) teoría no lineal y no hidrostática de ondas gravitacionales.

### 1.4.2. Puesta en marcha de montaje experimental

En esta etapa se implementan tanto las mejoras al montaje experimental como las técnicas de medición instrumental aplicadas al uso de una mesa rotatoria ubicada en el laboratorio de Hidráulica Francisco J. Domínguez de la Universidad de Chile. Los objetivos de la puesta en marcha definitiva son: i) comprobación del correcto funcionamiento eléctrico-mecánico de la mesa rotatoria y de los dispositivos con los cuales interactúa. ii) instalación de una cámara oscura para la aplicación del método óptico de fluorescencia inducida por laser (LIF). iii) implementación de la técnica de medición CCD acoplada al LIF. iv) instalación de un sensor capacitivo. v) realizar mejoras al montaje experimental ya existente trabajando en la conformación de una tapa rígida circular de acrílico capaz de situarse a cualquier profundidad de una cubeta cilíndrica de acrílico. vi) generación un sistema de estratificación apropiado para el correcto uso de LIF.

El cumplimiento de los objetivos previamente planteados permitirá capturar en todo un dominio diametral, la dinámica del campo de ondas de gravedad afectadas por la rotación del medio, en flujos estratificados de una y dos capas.

### 1.4.3. Modelación y desarrollo de los experimentos

Luego de tener bajo funcionamiento la mesa rotatoria y los instrumentos de medición, se desarrollará una metodología de trabajo, la que entregará un protocolo de trabajo a seguir para un correcto procedimiento en el manejo instrumental. En esta metodología se encuentra la modelación de los experimentos, la cual se efectuará una vez acopladas las limitantes propias de la instalación experimental con la caracterización del modelo conceptual a desarrollar experimentalmente. Una vez que se tenga desarrollada la metodología de trabajo se llevarán a cabo los experimentos, los cuales serán registrados y posteriormente estudiados desde el punto de vista hidrodinámico, enfocándose al análisis espacio-temporal del campo de ondas gravitacionales generadas a partir de la rotación del medio y del seiche artificial inducido.

### 1.4.4. Análisis de los resultados

Se identifican los modos lineales dominantes de oscilación a partir del espectro de densidad potencial (PSD) de la serie de tiempo (ST). De esta forma, se puede identificar y caracterizar posibles efectos no lineales en el campo de ondas de gravedad. Además, se busca estudiar la distribución, transferencia y disipación en dichos modos, mediante el análisis de la transformada wavelet (WT). Las principales ondas que se busca identificar y analizar son las ondas Kelvin, ondas Poincaré, ondas acopladas Kelvin-Poincaré y ondas tipo solitarias.

## 1.5. Resultados Esperados

Para las experiencias a realizar se espera cumplir con los siguientes aspectos:

- Conocimiento del modelo conceptual utilizado para representar el fenómeno en estudio. Esto es, identificar los procesos y las variables físicas involucrados en la generación de ondas superficiales e internas gravitacionales frente a la acción del viento y la rotación del medio.
- Correcta puesta en marcha de la mesa rotatoria y de los instrumentos y equipos que interactúan con ésta, permitiendo la adecuada ejecución de experimentos barotrópicos y baroclínicos.
- Generación de una metodología adecuada de trabajo experimental y modelación de experimentos que permita capturar de la forma más eficiente la información de los experimentos a efectuar.
- Apropiado desarrollo y registro de la medición del movimiento vertical de las interfaces aire-agua y de densidad para todos los experimentos a realizar.

- Discusión y análisis de los resultados obtenidos en la mesa rotatoria para la respuesta espacio-temporal de ondas gravitacionales en un ambiente de rotación débil en aspectos tales como: las bandas de frecuencias energizadas en función de la posición en el espacio y de la rotación del medio, la correspondencia entre las frecuencias dominantes experimentales observadas y las frecuencias derivadas de la teoría lineal y la transferencia y disipación temporales de energía entre los modos de oscilación relevantes.

## 1.6. Estructura del Informe

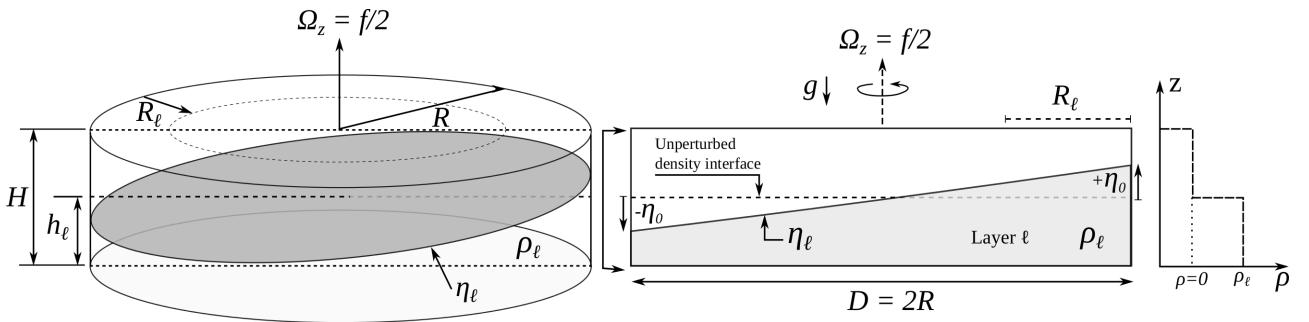
Los contenidos por capítulos que contiene el presente informe son:

- **Capítulo 2: Marco Teórico.** Se incluye las derivaciones de ecuaciones y soluciones analíticas para el problema lineal de los modos normales de oscilación, además de incorporar información del problema de condición inicial, la teoría de los espectros de densidad potencial y de la transformada wavelet y los parámetros adimensionales presentes para caracterizar a escala de laboratorio el presente trabajo.
- **Capítulo 3: Metodología Experimental.** Se detalla el montaje y la instrumentación disponible del sistema a estudiar, incluyendo los componentes y como interactúan éstos entre sí. Además, se incluye una metodología experimental para la toma de datos.
- **Capítulo 4: Set de Experimentos.** Se incluye la modelación e información experimental de los distintas experiencias a realizar en la mesa rotatoria. Además, se añade la propagación de errores.
- **Capítulo 5: Resultados Experimentales.** Se incluye la descripción de los resultados obtenidos para las series de tiempo (ST), los espectros de densidad potencial (PSD) y las transformadas wavelet (WT) de los desplazamientos verticales de las interfaces aire-agua y de densidad del agua. Incluye también información de la tasa de decaimiento en el borde del dominio.
- **Capítulo 6: Discusión y Conclusiones.** Análisis de los resultados obtenidos y vinculación de éstos con otros estudios y con las predicciones de la teoría lineal. Discusión acerca de la metodología experimental empleada y de los resultados obtenidos. Conclusiones relevantes del estudio.
- **Capítulo 7: Anexos.** Se incluye información teórica del análisis no-lineal de las ondas de gravedad; información de metodologías experimentales adicionales a las utilizadas y se muestra la información de ST, PSD y WT capturada por el sensor capacitivo de todos los experimentos barotrópicos llevados a cabo.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Modelo conceptual



**Figura 2.1.** Esquema del modelo conceptual para el sistema barotrópico (Ulloa et al., 2014).

La Figura (2.1) muestra un esquema del modelo conceptual con los parámetros físicos considerados para la presente investigación. Se considera una geometría cilíndrica, apoyados en los resultados teóricos de Csanady (1967) y Stocker and Imberger (2003), quienes obtuvieron expresiones analíticas para los modos normales de oscilación, a partir de la solución del problema de valores y vectores propios derivado de las ecuaciones de movimiento lineales e inviscidas en un plano- $f$ .

Los parámetros de la Figura (2.1) son:  $\eta_\ell$  desplazamiento de la interfaz de densidad sobre la capa  $\ell$ ,  $h_\ell$ ,  $\eta_0$  desplazamiento inicial máximo,  $H$  es la altura total del flujo,  $\rho_\ell$  es la densidad de la capa  $\ell$ ,  $R$  es el radio del cilindro,  $R_\ell = c_\ell/f$  es el radio de deformación de Rossby, definido como una escala de longitud horizontal que caracteriza el efecto de la rotación, con  $c_\ell = \sqrt{gh_\ell}$  la celeridad lineal de la capa  $\ell$  y  $f$  la frecuencia inercial o parámetro de Coriolis,  $\Omega_z = f/2$  es la velocidad angular con respecto al eje  $z$ , .

La nomenclatura utilizada es homóloga para los casos barotrópicos y baroclínicos ( $\ell \in 1; 2$ ), ya que la solución del problema de dos, tres o  $n$ -capas, a través de la descomposición de modos normales, es análoga a resolver un sistema de  $n$  ecuaciones de movimiento (ecuación 2.4) independientes, tomando una adecuada combinación de variables para el problema respectivo;



esto último es discutido en trabajos de Csanady (1982) y Antenucci and Imberger (2001).

Por simplicidad, durante el informe se referencia a las densidades  $\rho_t$  y  $\rho_b$  como las densidades de los estratos superior e inferior respectivamente, para el caso en que se tiene una estratificación en dos capas, mientras que  $h_t$  y  $h_b$  son las alturas de dichas capas.

## 2.2. Parámetros adimensionales

Para los experimentos barotrópicos, la dinámica del campo de ondas gravitacionales ha sido controlada y estudiada mediante cuatro parámetros adimensionales:

$$\mathcal{A}_* \equiv \frac{\eta_0}{h_\ell} , \quad \mathcal{T}_{gf} \equiv \frac{T_g}{T_f} = \frac{\lambda_h}{c_\ell T_f} , \quad \mathcal{T}_{sg} \equiv \frac{T_s}{T_g} = \frac{c_\ell}{\Delta c_\ell} , \quad \mathcal{T}_{\nu f} \equiv \frac{T_\nu}{T_f} = \frac{\eta_0^2}{\nu T_f}. \quad (2.1)$$

### 2.2.1. Parámetro de perturbación inicial

El parámetro  $\mathcal{A}_*$  corresponde a la ‘perturbación inicial’ vertical de la interfaz,  $\eta_0$ , relativa a la profundidad media de la capa  $\ell$ ,  $h_\ell$ . Este parámetro cuantifica implícitamente la cantidad de energía potencial disponible almacenada en la condición inicial. A medida que  $\mathcal{A}_* \rightarrow 1$  el flujo es más energético y propenso a no-linealidades.

Experimentalmente, se trabaja con valores de  $\eta_0$  entre 0 y  $h_\ell$ , imponiendo un rango de valores para  $\mathcal{A}_*$  entre 0 y 1. Cuando  $\mathcal{A}_*$  se acerca a 0,  $\eta_0$  es muy bajo, lo que implica que la inyección de energía potencial inicial disponible al sistema es despreciable. Por otro lado, cuando  $\mathcal{A}_*$  se acerca a 1 la energía potencial inicial disponible inyectada al sistema es máxima; obteniéndose la situación de *upwelling*, límite en que las aguas profundas comienzan a aflorar en la superficie libre del cuerpo de agua. En el contexto real de lagos estratificados,  $\mathcal{A}_*$  guarda una relación directa con la respuesta que tiene la termoclina frente a la acción del viento en la superficie del lago, la cual se puede cuantificar mediante el número de Weddenburn  $W_0 = h_\ell/2\eta_0$ , cuya derivación nace de considerar las ecuaciones de momentum sin el término advectivo y en régimen permanente (Shintani et al., 2010). Entonces, el esfuerzo de corte generado en la superficie por el viento es balanceado por un gradiente baroclínico (inclinación de la interfaz de densidad), misma situación que el modelo conceptual considera a nivel experimental.

La elección del parámetro de la perturbación inicial  $\mathcal{A}_*$  por sobre  $W_0$  se debe a que no se cuenta con un mecanismo que induzca un esfuerzo de corte directo con la superficie libre, como por ejemplo, una cinta transportadora.

### 2.2.2. Parámetro de rotación

En el contexto de los experimentos barotrópicos, el parámetro  $\mathcal{T}_{gf}$  compara tiempos característicos de la gravedad con la rotación’. Aquí  $\mathcal{T}_f = 2\pi/f$  corresponde al periodo inercial del ambiente y  $\lambda_h = 2\pi R$ , por lo tanto, este parámetro puede ser escrito como  $\mathcal{T}_{gf} = R/R_\ell$ , con

$R_\ell = c_\ell/f$ , donde  $c_\ell = \sqrt{g h_\ell}$  es la celeridad de onda gravitacional. El efecto de la rotación es más importante en la dinámica de ondas gravitacionales a medida que  $\mathcal{T}_{gf} \rightarrow \infty$ . En el caso contrario, la rotación es débil y tiende a ser despreciada cuando  $\mathcal{T}_{gf} \rightarrow 0$ . Se refiere a este número como el parámetro de rotación.

Se ha establecido que cuando  $\lambda_h/R_\ell > 1$  el efecto de la rotación es importante en la dinámica del cuerpo de agua, mientras que cuando  $\lambda_h/R_\ell < 1$  el efecto de la rotación puede ser despreciado (Antenucci and Imberger, 2001).

A medida que el tamaño del lago se reduce y/o la latitud decrece, el efecto de la rotación sobre las oscilaciones de gran escala comienza a ser más débil, y éstas tienden a converger a ondas tipo seiches superficiales e internos. No obstante, no solo el tamaño y la latitud juegan un rol en el efecto de la rotación, también está involucrada la estratificación del cuerpo de agua. Se pone hincapié en esto, ya que los experimentos barotrópicos analizados están en el marco del régimen de rotación denominado débil.

Para el caso de los experimentos baroclínicos, se denomina al parámetro de rotación también como  $\mathcal{T}_{gf} = R/R_\ell$ , sin embargo, aquí  $R_\ell = c_\ell/f$ , donde  $c_\ell = \sqrt{g' \bar{H}}$  es la celeridad lineal de las ondas internas, mientras que  $g'$  y  $\bar{H}$  son la aceleración de gravedad reducida y la altura equivalente, definidas respectivamente como:

$$g' = g \frac{\Delta\rho}{\rho_0}, \quad (2.2a)$$

$$\bar{H} = \frac{h_t h_b}{H}. \quad (2.2b)$$

donde  $\Delta\rho = \rho_b - \rho_t$  es la diferencia de densidad entre el estrato inferior y superior mientras que  $\rho_0$  es la densidad de referencia. En la literatura es común la utilización del parámetro de Burger  $S$  para cuantificar la influencia de la rotación en la dinámica interna del cuerpo de agua (Antenucci and Imberger, 2001). Se define como  $S = R_\ell/R$ , vale decir, como el inverso de  $\mathcal{T}_{gf}$ . De esta manera, si el valor de  $S$  se encuentra entre 0 y 1 existe influencia de la rotación, siendo mayor cuando  $S$  tiende a 0. Para valores mayores que la unidad la rotación tiene una influencia débil sobre la dinámica interna.

Se opta por utilizar como parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf}$  en vez de  $S$  ya que es más intuitivo, en el sentido de que es proporcional al valor de  $\mathcal{T}_{gf}$  con la influencia de la rotación sobre la dinámica del campo de ondas gravitacionales.

### 2.2.3. Parámetro de empinamiento

Para los experimentos barotrópicos, el parámetro  $\mathcal{T}_{sg} \equiv T_s/T_g = c_\ell/\Delta c_\ell$  compara ‘advección’, o empinamiento no-lineal, con ‘gravedad’, y depende de  $\mathcal{A}_*$ .  $\Delta c_\ell \equiv \max\{c_\ell\} - \min\{c_\ell\}$ , donde  $\max\{c_\ell\} = \sqrt{g(h_\ell + \eta_0)}$  y  $\min\{c_\ell\} = \sqrt{g(h_\ell - \eta_0)}$ . No-linealidades en la dinámica de las ondas gravitacionales de gran escala crecen a medida que  $\mathcal{T}_{sg} \rightarrow 1$  ( $\mathcal{A}_* \rightarrow 1$ ). Al contrario,

la dinámica de las ondas de gravedad tiende a ser lineal a medida que  $\mathcal{T}_{sg} \rightarrow \infty$  ( $\mathcal{A}_* \rightarrow 0$ ). Se refiere a este número como el parámetro de empinamiento.

De las definiciones, existe una relación directa entre  $\mathcal{T}_{sg}$  y  $\mathcal{A}_*$ , cuya forma es:

$$\mathcal{T}_{sg} = (\sqrt{1 + \mathcal{A}_*} - \sqrt{1 - \mathcal{A}_*})^{-1} \quad (2.3)$$

## 2.2.4. Parámetro de Ekman

El parámetro  $\mathcal{T}_{\nu f}$  compara ‘viscosidad’ con ‘rotación’, incluyendo el efecto de la perturbación inicial,  $\mathcal{A}_*$ . Este parámetro puede ser expresado en términos del número de Ekman  $\mathcal{E}_k = \nu T_f / h_\ell^2$  y  $\mathcal{A}_*$ ,  $\mathcal{T}_{\nu f} = \mathcal{A}_*^2 / \mathcal{E}_k$ , por lo tanto, este parámetro es una medida de cuán importante es la tasa de decaimiento viscoso del estado inicial relativa a la rotación del medio. Nos referiremos a este número como el parámetro de Ekman.

## 2.3. Modos normales lineales

Considerando un fluido incompresible, invíscido y donde la aproximación de Boussinesq es válida, limitado superiormente por una superficie libre a  $z = h_\ell + \eta_\ell$  e inferiormente por una superficie plana y rígida a  $z = 0$ , contenido en un dominio cilíndrico  $\mathcal{D}$ , con un límite horizontal  $\partial\mathcal{D}$  (ver Figura 2.1). Las ecuaciones de momentum y de conservación de masa lineales, hidrostáticas en un plano- $f$  y verticalmente integradas son las siguiente (Csanady, 1967):

$$\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} \right)_\ell + \frac{\partial \eta_\ell}{\partial t} = 0, \quad (2.4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \end{pmatrix}_\ell + f \begin{pmatrix} -q_y \\ q_x \end{pmatrix}_\ell + c_\ell^2 \nabla_H \eta_\ell = 0, \quad (2.4b)$$

$$p - \rho_\ell g (H + \eta_\ell) = 0, \quad (2.4c)$$

donde  $p$  es la presión,  $\rho_\ell$  es la densidad de la capa- $\ell$ ,  $c_\ell$  y  $\eta_\ell$  son la celeridad de onda modal y el desplazamiento de la interfaz modal  $\ell$ ,  $\nabla_H$  es el operador gradiente horizontal,  $f$  es la frecuencia inercial o parámetro de Coriolis, mientras que  $q_x$  y  $q_y$  son las componentes horizontales del transporte modal definido para la capa- $\ell$ :

$$q_x^{(\ell)} = \int_\ell u(t, \vec{x}) dz \quad ; \quad q_y^{(\ell)} = \int_\ell v(t, \vec{x}) dz. \quad (2.5)$$

Aquí  $u$  y  $v$  son las componentes de velocidad horizontal. Las condiciones de borde cinemática y en las paredes son:

$$w - d\eta_\ell/dt = 0 \text{ en } z = h_\ell + \eta_\ell \quad ; \quad w = 0 \text{ en } z = 0, \quad (2.6a)$$

$$(q_x, q_y)_\ell^t \cdot \hat{n} = 0, \text{ sobre } \partial\mathcal{D}. \quad (2.6b)$$

A partir de (2.4a) y (2.4b) se puede obtener una ecuación de onda lineal para aguas someras de  $\eta_\ell$ , aplicando algunas operaciones vectoriales:

$\nabla_H \cdot \partial/\partial t \cdot$  Ecuación 2.4b:

$$\partial_{tt} (\partial_x q_x + \partial_y q_y)_\ell + f \partial_t (-\partial_x q_y + \partial_y q_x)_\ell + \partial_t c_\ell^2 \Delta_H \eta_\ell = 0, \quad (2.7)$$

$[\nabla_H \times \text{Ecuación 2.4b}] \cdot f$ :

$$f \partial_t (\partial_x q_y - \partial_y q_x)_\ell + f^2 (\partial_x q_x + \partial_y q_y)_\ell = 0, \quad (2.8)$$

Ecuación 2.7 + Ecuación 2.8:

$$[\partial_{tt} + f^2] (\partial_x q_x + \partial_y q_y)_\ell + \partial_t c_\ell^2 \Delta_H \eta_\ell = 0, \quad (2.9)$$

Reemplazando Ecuación (2.4a) en Ecuación (2.9):

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \eta_\ell - c_\ell^2 \Delta_H \eta_\ell = 0, \quad (2.10)$$

donde  $\Delta_H$  es el operador Laplaciano horizontal. La Ecuación 2.10 tiene la misma forma que la obtenida utilizando las ecuaciones para aguas someras (Gill, 1982). En lo sucesivo, se trabaja en coordenadas cilíndricas para facilitar la descripción de las condiciones de borde en  $\mathcal{D}$ . La simetría azimutal del problema condiciona a que esta componente deba ser periódica. Las condiciones de borde para  $\eta_\ell$  son derivadas de (2.4a), (2.4b) y (2.10) (Csanady, 1967), obteniéndose una ecuación de dispersión:

$$\frac{\partial^2 \eta_\ell}{\partial r \partial t} + f \frac{1}{r} \frac{\partial \eta_\ell}{\partial \theta} = 0, \quad \text{sobre } \partial \mathcal{D}. \quad (2.11)$$

Los modos normales de oscilación son obtenidos utilizando separación de variable, suponiendo una función arbitraria para la estructura modal radial  $\mathcal{R}_\ell(r)$  y funciones periódicas trigonométricas para sus componentes azimutales y temporales. Así  $\eta_\ell$  puede ser expresada como:

$$\eta_\ell(t, r, \theta) = \mathcal{R}_\ell(r) \cos(n\theta - \omega t - \varphi), \quad (2.12)$$

donde  $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$  es el modo azimutal,  $\theta$  la coordenada azimutal ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ),  $r$  la coordenada radial ( $0 \leq r \leq R$ ),  $\omega$  es la frecuencia de onda y  $\varphi$  es una fase de onda arbitraria. Sustituyendo la expresión (2.12) en (2.10) se obtiene una ecuación diferencial ordinaria (EDO) para la estructura radial:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{R}_\ell}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{R}_\ell}{\partial r} - \left( \frac{n^2}{r^2} - \frac{\omega^2 - f^2}{c_\ell^2} \right) \mathcal{R}_\ell = 0. \quad (2.13)$$

Para simplificar la notación se introduce el siguiente parámetro:

$$\alpha_\ell^2 = \frac{\omega^2 - f^2}{c_\ell^2} = \frac{\sigma^2 - 1}{R_\ell^2}, \quad (2.14)$$

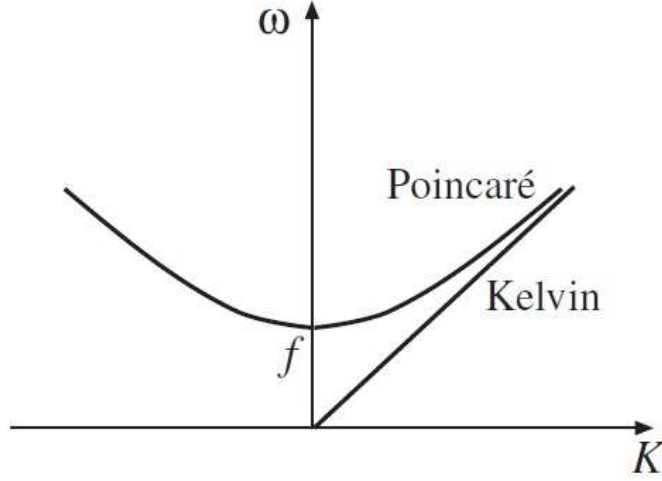
donde  $\sigma = \omega/f$  es la frecuencia de onda adimensional. Hasta el momento no se ha definido un signo para  $\alpha_\ell^2$ , pero de (2.14) se infiere una importante condición. Si  $\alpha_\ell^2 > 0$ , luego  $\omega^2 > f^2$ , lo que significa que las frecuencias de las ondas son súper-inerciales; si  $\alpha_\ell^2 < 0$ , luego  $\omega^2 < f^2$ , lo que significa que las frecuencias de las ondas son sub-inerciales; y si  $\alpha_\ell^2 = 0$ , luego  $\omega^2 = f^2$ . De esta forma el valor de  $\alpha_\ell$  determina la naturaleza de la onda (Ulloa, 2015). De acuerdo a la derivación previa, para el primer caso se obtendrá una solución modal característica de una onda Poincaré (Lamb, 1932), donde el valor absoluto de la frecuencia de la onda es mayor que el valor absoluto de la frecuencia inercial. De esta manera, se denominan a las ondas Poincaré como superinerciales. Por otro lado, para el segundo caso se tiene una solución modal característica de una onda Kelvin (Thomson, 1880), donde el valor absoluto de las frecuencias de las ondas son menores al valor absoluto de la frecuencia inercial. Así, las ondas Kelvin son denominadas ondas subinerciales. Las soluciones de la EDO (2.13) están dadas por las siguientes funciones (Abramowitz and Stegun, 1965):

$$\mathcal{R}_{\ell,n}(r, \alpha_\ell) = \begin{cases} I_n(r\alpha_\ell) & \text{si } \alpha_\ell < 0 \\ J_n(r\alpha_\ell) & \text{si } \alpha_\ell > 0 \\ r^n & \text{si } \alpha_\ell = 0 \end{cases} . \quad (2.15)$$

La estructura modal radial  $\mathcal{R}_{\ell,n}(r, \alpha_\ell)$  depende del modo azimutal  $n$  y del parámetro  $\alpha_\ell$ . Aquí  $I_n$  denota la función de Bessel modificada del primer tipo, mientras que  $J_n$  denota la función de Bessel del primer tipo; estas funciones dan origen a las ondas Kelvin y Poincaré, respectivamente. En el caso  $\alpha_\ell = 0$ , se obtiene un caso crítico, cuya frecuencia es la frecuencia inercial  $\omega = f$ . Ahora bien, como se conoce la estructura radial  $\mathcal{R}_{\ell,n}$  de los modos normales, se resuelve la ecuación de dispersión (2.11) para obtener la frecuencia teórica  $\omega$  de cada tipo de onda.

Una onda Kelvin es un modo de oscilación ciclónico sub/súper-inercial atrapado en los bordes cuya amplitud,  $\eta_\ell(t, \vec{x})$ , decae exponencialmente desde la costa hacia el interior y su flujo horizontal posee una fuerte componente paralela a la línea de costa. Por su parte, una onda Poincaré es un modo de oscilación súper-inercial anti-ciclónico, caracterizado por una estructura tipo celular, cuya máxima amplitud está localizada en el centro de la célula, y su flujo se propaga principalmente en la dirección normal a la línea de costa, hacia el interior del cuerpo de agua (Csanady, 1967).

La convención para caracterizar a las ondas Kelvin no es fija, ya que ésta posee para ciertos valores de  $\mathcal{T}_{gf}$  un comportamiento super-inercial (ver Figura 2.2). El valor crítico a partir del cual las ondas Kelvin se comportan como ondas sub-inerciales es  $\mathcal{T}_{gf*} = \sqrt{2}$ . Las curvas observadas en la Figura 2.2 se originan de resolver el problema de valores y vectores propios derivado de las ecuaciones gobernantes, obteniéndose que  $\omega^2 = f^2 + K^2 c_\ell^2$  (Curva Poincaré), donde  $K$  es el número de onda en la dirección de propagación. Cuando la rotación no es importante  $f/\omega \ll 1$ , recuperándose la relación de dispersión sin influencia de la rotación, con  $\omega/K = \pm c_\ell$ . Los valores de  $c_\ell$  para los casos barotrópicos y baroclínicos son 0,70 [m/s] y 0,09 [m/s], respectivamente.



**Figura 2.2.** Relaciones de dispersión para las ondas Kelvin y Poincaré (Niño and Tamburrino, 2004).

## 2.4. Problema de condición inicial

La condición inicial consiste de una interfaz inclinada lineal con pendiente  $C$  y campo de velocidad nulo, en la dirección  $\theta_0 = 0$ . En términos adimensionales:

$$\eta_\ell(t, r, \theta)/\eta_0 \equiv C \cdot r \cos(\theta_0)/h_\ell, \quad (2.16a)$$

$$\vec{v}/c_\ell \equiv 0, \quad (2.16b)$$

donde  $\mathcal{A}_* = (R/h_\ell)C$ . Como el campo de velocidad horizontal ha sido integrado verticalmente, la única condición de borde real es la condición de borde de no penetración,  $\vec{v} \cdot \hat{r} = 0$ , sobre  $\partial\mathcal{D}$ . La solución general para la dinámica de la interfaz  $\eta_\ell$  excitada inicialmente por una inclinación lineal, y para una condición no forzada, está descrita por la siguiente expresión (Stocker and Imberger, 2003):

$$\eta_\ell(t, r, \theta)/\eta_0 = Q_c h_\ell^{-1} \cdot \cos(\theta) - (\mathcal{A}_* h_\ell)^{-1} \sum_{j=1}^{\infty} a_j D_j A_j, \quad (2.17a)$$

$$Q_c = (r/R_\ell) \mathcal{T}_{gf}^{-1}, \quad (2.17b)$$

$$D_j = -\sigma_j \sin(\theta - \sigma_j t \cdot f), \quad (2.17c)$$

$$a_j = (\sigma_j - 1) / (1 + \sigma_j - \mathcal{T}_{gf}^2 \sigma_j^3), \quad (2.17d)$$

$$A_j = I_1(r\alpha_\ell) / I_1(R \cdot \alpha_\ell), \quad (2.17e)$$

$$\sigma_0 = 0. \quad (2.17f)$$

donde  $\sigma_j$  es la frecuencia adimensional natural. Las frecuencias naturales de los modos fundamentales de las ondas Kelvin y Poincaré pueden ser calculadas mediante los siguientes

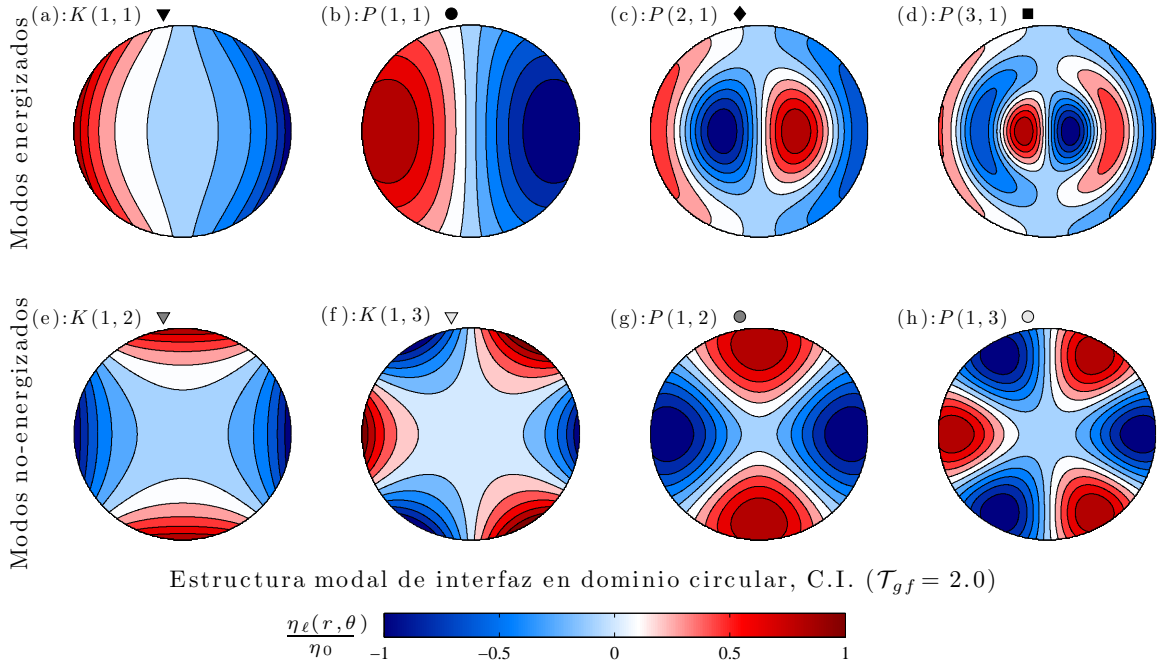
ajustes polinomiales (Stocker and Imberger, 2003) válidos para  $0,5 < \mathcal{T}_{gf} < 10$ .

$$\sigma_K = 0,08156\mathcal{T}_{gf}^{-4} - 0,44265\mathcal{T}_{gf}^{-3} + 0,90116\mathcal{T}_{gf}^{-2} + 0,97033\mathcal{T}_{gf}^{-1} - 0,001206, \quad (2.18a)$$

$$\sigma_P = -0,17327\mathcal{T}_{gf}^{-4} + 0,87978\mathcal{T}_{gf}^{-3} - 1,62571\mathcal{T}_{gf}^{-2} - 0,47432\mathcal{T}_{gf}^{-1} - 0,960354. \quad (2.18b)$$

donde  $\sigma_K$  y  $\sigma_P$  son las frecuencias de los modos fundamentales Kelvin y Poincaré adimensionalizadas por la frecuencia inercial  $f$ , respectivamente.

Experimentalmente, la condición inicial asociada a la inclinación diametral-lineal,  $\eta_\ell(t=0)$ , de las interfaces aire-agua y de densidad, excita todos los modos radiales y sólo el modo azimutal fundamental. Un ejemplo de los modos de oscilación inicialmente excitados y no excitados por la inclinación lineal se presenta en la Figura 2.3.



**Figura 2.3.** Modos de oscilación de ondas gravitacionales teóricas excitadas y no excitadas por la inclinación lineal de la interfaz  $\eta_\ell$ .  $K(n_r, n_\theta)$  y  $P(n_r, n_\theta)$  corresponden a la nomenclatura para denotar la onda Kelvin y Poincaré de modo radial  $n_r$  y modo azimutal  $n_\theta$ , respectivamente (Ulloa et al., 2014).

## 2.5. Espectro de densidad potencial

El espectro de densidad de potencia (PSD) permite determinar la distribución de la energía a lo largo de un intervalo de frecuencias. Las funciones de densidad espectral pueden ser definidas equivalentemente de 3 maneras: mediante funciones de correlación, mediante la transformada de Fourier finita y mediante operaciones de filtro, promedio y elevación cuadrada (Bendat and Piersol, 2000).

Sea  $y_k(t)$  el registro de una muestra y  $0 \leq t \leq T$  un intervalo de tiempo finito, entonces la transformada de Fourier finita de  $y_k(t)$ ,  $Y_k(f, T)$ , es :

$$Y_k(f, T) = \int_0^T y_k(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.19)$$

Con ello, la función de densidad autoespectral,  $G_{yy}(f)$  es (Bendat and Piersol, 2000):

$$G_{yy}(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E [ |Y_k(f, T)|^2 ] \quad (2.20)$$

Esta última fórmula es estimada por la transformada de Fourier rápida (FFT), la cual tiene la ventaja de reducir los tiempos computacionales de cálculo. La aplicación de la transformada de Fourier FFT sobre una señal  $X(j)$ ,  $j = 0, 1, \dots, N-1$ ; segmentada y promediada, se conoce como el método de Welch. El tratamiento Welch de la señal genera una mejora notable de la correlación de los datos, mejorando la confiabilidad de la estimación (Welch, 1967).

Éste método traslapa  $K$  segmentos de la señal  $X(j)$ , cada uno de largo  $L$ . Calcula un espectro para cada segmento, los cuales posteriormente son promediados. Cada uno de los segmentos se encuentran distanciados inicialmente por una cantidad  $D$  de puntos. De acuerdo al diagrama de la Figura 2.4, se obtiene que  $N = (K-1)D + L$ . De esta manera, se define una sucesión de nuevas series  $X_k(j)$  dependientes del segmento  $k$ , con la forma:

$$X_1(j) = X_j, j = 0, \dots, L-1. \quad (2.21a)$$

$$X_2(j) = X_{j+D}, j = 0, \dots, L-1. \quad (2.21b)$$

$$X_k(j) = X(j + (k-1)D), j = 0, \dots, L-1. \quad (2.21c)$$

El método de estimación del espectro promedio comienza con el cálculo de los periodogramas modificados,  $I_k(f_n)$ . Éstos se construyen considerando una ventana de información  $W(j)$ , con  $j = 0, \dots, L-1$ , y calculando la transformada finita de Fourier,  $A_k(n)$ , a las secuencias de la forma  $X_k(j)W(j)$ . De esta forma, se obtiene:

$$A_k(n) = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} X_k(j) W(j) e^{-2kij n/L} \quad (2.22)$$

donde  $i = \sqrt{-1}$ . Además, los periodogramas modificados,  $I_k(f_n)$ , son iguales a:

$$I_k(f_n) = \frac{L}{U} |A_k(n)|^2, k = 1, 2, \dots, K. \quad (2.23)$$



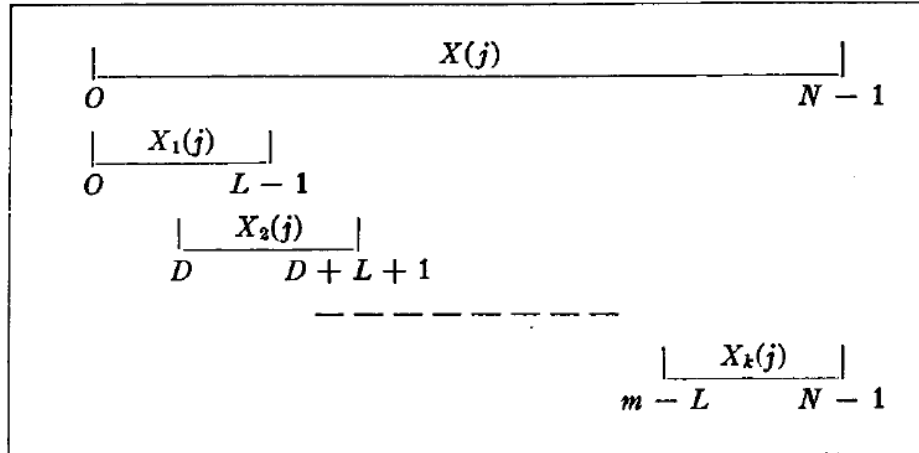
donde:

$$f_n = \frac{n}{L}, n = 0, \dots, L/2. \quad (2.24a)$$

$$U = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} W^2(j) \quad (2.24b)$$

Finalmente, se obtiene el valor del espectro estimado,  $\hat{P}(f_n)$ , como el promedio de los periodogramas  $I_k(f_n)$  (Welch, 1967):

$$\hat{P}(f_n) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K I_k(f_n) \quad (2.25)$$



**Figura 2.4.** Traslape de segmentos  $X_{kj}$  de la señal para cálculo de espectro promedio (Welch, 1967).

## 2.6. Transformada de wavelet

La transformada de wavelet (WT) es una herramienta utilizada para el análisis de variaciones temporales de energía localizadas en los modos dominantes del espacio de frecuencia (Torrence and Compo, 1998). Se calcula en base a la convolución de una serie de tiempo  $f(t)$  con un set de funciones del tipo  $g_{ab}(t)$ , denominadas *wavelets* y derivadas de traslaciones y dilataciones de la función *wavelet madre*  $g(t)$ . Cada *wavelet*  $g_{ab}(t)$  se define como (Meyers et al., 1993):

$$g_{ab}(t) = \frac{g}{a^{1/2}} \left( \frac{t-b}{a} \right) \quad (2.26)$$

donde  $a > 0$  y  $b$  son reales y corresponden a los parámetros de dilatación y traslación, respectivamente. Por otro lado, la transformada wavelet (WT) tiene como fórmula (Meyers et al., 1993):

$$(f * g_{ab})(t) = WT(t) = \frac{1}{a^{1/2}} \int g\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt \quad (2.27)$$

siendo la función *wavelet madre*  $g(t)$  utilizada para los cálculos de éste estudio, la función tipo wavelet Morlet,  $\Psi_0(\eta)$ , definida como (Torrence and Compo, 1998):

$$\Psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2} \quad (2.28)$$

donde  $\omega_0 = 6$  es la frecuencia adimensionalizada que permite que Morlet sea 'admisibile' y  $\eta$  es un parámetro adimensional de tiempo.

Entonces, con  $x_n$  como serie de tiempo, con un espaciamento temporal  $\delta t$  y  $n = 0 \dots N - 1$ , con  $N$  la cantidad de elementos de la serie de tiempo; para una función *wavelet madre* no ortogonal, se define la transformada wavelet continua,  $W_n(s)$ :

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \Psi^* \left( \frac{(n' - n)\delta t}{s} \right) \quad (2.29)$$

donde  $*$  indica el conjugado complejo,  $n$  es el índice de localización temporal y  $s$  es la escala de wavelet.

Una vez que la función wavelet madre es seleccionada, se debe elegir la escala  $s_j$  y  $J$  a utilizar en la transformada, siendo convenientes expresarlas en potencias de 2 (Torrence and Compo, 1998).

$$s_j = s_0 2^{j\delta j}, j = 0, 1, \dots, J \quad (2.30)$$

$$J = \delta j^{-1} \log_2(N\delta t/s_0) \quad (2.31)$$

donde  $s_0$  es la escala más pequeña que se puede resolver,  $J$  es la escala más grande y  $\delta j$  es un diferencial de resolución.

Por otro lado, dado que se trabaja con series de tiempo finitas, se tendrán errores del cálculo de la amplitud en el comienzo y en el final del espectro de wavelet. La región donde el espectro wavelet se ve afectada por los efectos del borde se denomina como de influencia (COI), lugar donde la amplitud es subestimada. De esta manera, los resultados obtenidos se presentan sin esta región.

# Capítulo 3

## Metodología

El estudio experimental se realizó en el Laboratorio de Hidráulica Francisco Javier Domínguez, ubicado en el Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. Allí se cuenta con una mesa rotatoria sobre la cual existe una cubeta de acrílico montada sobre plataformas de acero que tienen capacidad de rotación e inclinación, permitiendo el estudio de la hidrodinámica de un cuerpo lacustre de geometría idealizada a escala de laboratorio en función de la rotación del medio y de la energía potencial inicial disponible del sistema. La instalación experimental permite el estudio de 2 tipos de flujos ampliamente conocidos en el contexto geofísico. Éstos son los flujos barotrópicos y baroclínicos (sin y con estratificación, respectivamente), los cuales serán estudiados en este trabajo. En el presente capítulo se describen: los principales componentes del montaje experimental; el trabajo realizado durante la fase de puesta en marcha; la metodología de adquisición de datos; la metodología experimental para las experiencias barotrópicas y baroclínicas y el procesamiento y la transformación de los datos adquiridos por los instrumentos de medición utilizados.

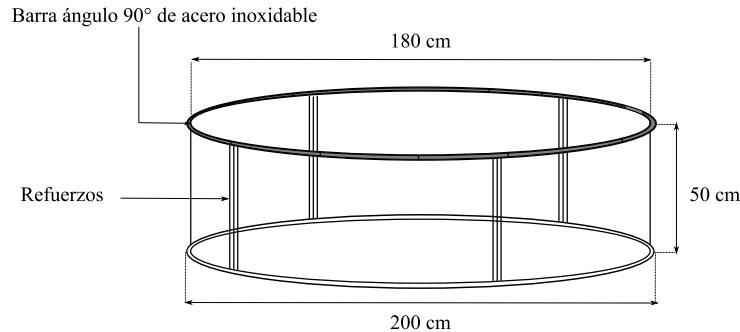
### 3.1. Descripción del Montaje Experimental

Para efecto de un mejor entendimiento de cada uno de los componentes del montaje experimental, éstos se describen de forma desagregada en las siguientes subsecciones.

#### 3.1.1. Estanque Cilíndrico

La cubeta (Figura 3.1) donde se introduce el fluido para realizar los experimentos es una estructura de acrílico transparente, de geometría cilíndrica, cuyas dimensiones son: espesor de 10 mm; altura de 50 cm y diámetro de 180 cm. La cubeta está conformada por 4 arcos circulares unidos, de 90° cada uno, permitiendo la formación del manto. Las uniones son reforzadas con 4 barras verticales de acrílico, para aumentar la resistencia frente a esfuerzos desarrollados. La base de la cubeta tiene un diámetro de 200 cm y está dispuesta axisimétri-

camente con respecto al manto de la cubeta. Sobre el área de la base que no queda cubierta con el manto se refuerza con una franja curva de acrílico para aumentar la resistencia a tensiones y evitar filtraciones. Finalmente, en la parte superior del manto se adhiere una barra ángulo 90° de acero inoxidable de 25 mm de ala y 3 mm de espesor. Su función es disminuir las posibles deformaciones de la cubeta y además servir como apoyo de equipos de medición.



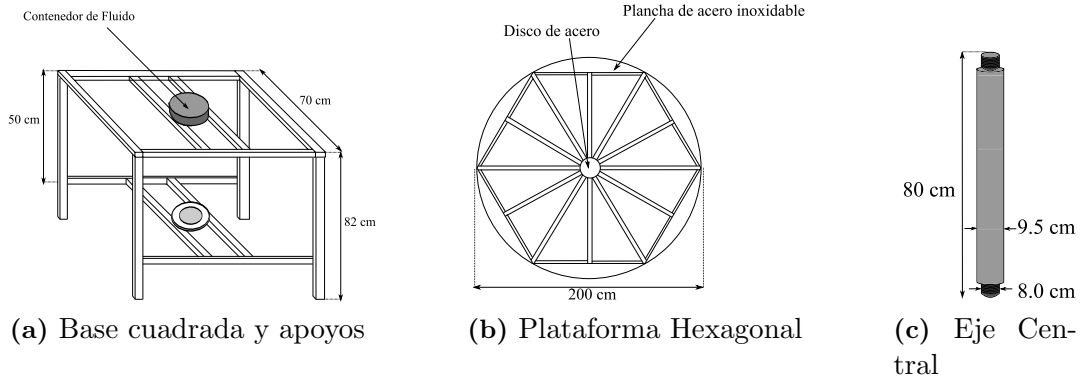
**Figura 3.1.** Estanque cilíndrico y sus componentes. Elaboración Propia.

### 3.1.2. Mesa Rotatoria

La estructura que sustenta a la cubeta es la mesa rotatoria (Figura 3.2), la cual está construida a base de acero y consta de 3 partes principales: **i)** Una base cuadrada (70 cm) de acero que cuenta con 4 apoyos verticales de 82 cm de alto que se fijan con pernos al suelo del laboratorio (Figura 3.2a). **ii)** un rotor central de diámetro 9.5 cm y alto 80 cm (Figura 3.2c), con eje en el centro de la base cuadrada y que se encuentra unido en su parte inferior a un motor electromecánico que entrega al sistema la capacidad de rotación. Además, en la parte superior del rotor central (inmediatamente arriba de la base cuadrada) se encuentra una cámara de acero cilíndrica que alberga el fluido utilizado para el accionamiento del sistema hidráulico-mecánico de inclinación de la cubeta. **iii)** Plataforma hexagonal de acero (Figura 3.2b) montada sobre el rotor central que cuenta en su interior con 12 barras de acero dispuestas radialmente para aumentar la rigidez. Dichas barras están unidas a un disco de acero ubicado en el centro del hexágono y que permite desmontar la estructura de forma más asequible y segura. Además, sobre la plataforma hexagonal se monta una plancha circular de acero inoxidable de 200 cm de diámetro que funciona como base estructural para el montaje del sistema de inclinación y de la cubeta.

### 3.1.3. Sistema Mecánico-Hidráulico de Inclinación

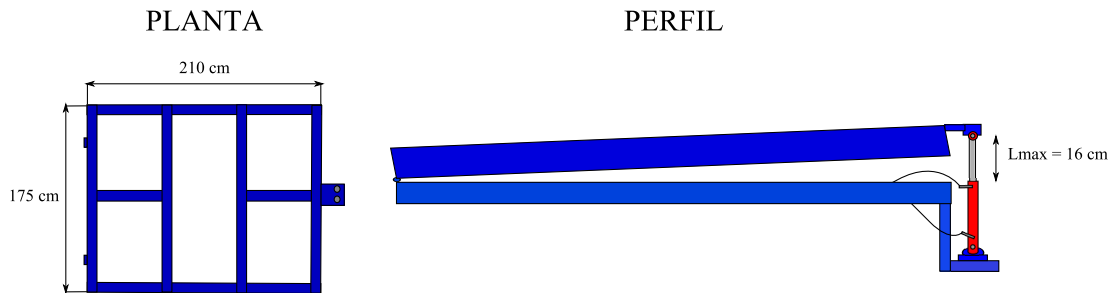
El mecanismo que permite la inclinación de la cubeta con respecto a la horizontal consta de dos plataformas rectangulares paralelas de acero montadas una sobre la otra inmediatamente arriba de la plancha de acero inoxidable de la mesa rotatoria. Las plataformas están unidas en una arista por un sistema de visagras, que genera el eje de giro de la plataforma superior. Las plataformas cuentan con un marco principal y barras equiespaciadas. La plataforma inferior tiene dimensiones de 2.10 m de largo, 1.80 m de ancho y 5 cm de alto y cumple con la misión de permanecer fija de manera horizontal sobre la plataforma hexagonal. Por otro lado, la



**Figura 3.2.** Componentes de Mesa Rotatoria. Elaboración Propia.

plataforma superior tiene dimensiones de 2.10 m de largo, 1.77 m de ancho y 7 cm de alto, siendo su función girar con respecto al eje de giro para generar la inclinación de la cubeta.

El levantamiento se genera con un pistón tipo hidráulico (Figura 3.3), el cual posee un rango de inclinación desde 0 a 16 cm y es accionado con un módulo lógico universal Siemens modelo Logo! (Figura 3.4), ubicado en un panel existente en un pilar del laboratorio, a 3 metros de distancia de la instalación experimental. El fluido que hace funcionar el sistema hidráulico se encuentra en la cámara cilíndrica por sobre la base cuadrada de la mesa, específicamente en el espacio entre el rotor central y dicha cámara. Desde allí emergen las mangueras encargadas de trasladar el fluido hacia una bomba, ubicada en uno de los costados de los apoyos verticales de la mesa rotatoria. Cuando la bomba entra en operación, eleva el fluido hasta llevarlo al pistón hidráulico, generando la extensión vertical de éste último y provocando la inclinación de la cubeta.



**Figura 3.3.** Plataforma rectangular superior y pistón hidráulico. Elaboración Propia.

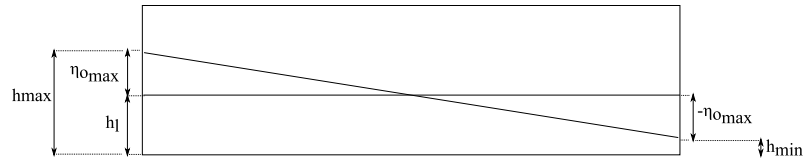
El módulo lógico tiene temporizadores que permiten la programación del tiempo  $t_s$  que demora el pistón en subir, el tiempo que la cubeta se mantiene arriba e inclinada, el tiempo de bajada del pistón y el tiempo de la cubeta en posición horizontal. Con respecto al tiempo de subida, se realiza una calibración entre éste y la amplitud adimensional  $\mathcal{A}_*$ , correspondiente a un flujo barotrópico de altura  $h_\ell = 5$  cm.

De acuerdo al esquema de la Figura 3.5, se aprecia un seiche artificial generado por el sistema hidráulico para cada tiempo de subida (distintas inclinaciones). Se pueden medir las alturas  $h_{max}$  y  $h_{min}$  del flujo barotrópico de altura  $h_\ell$ , pudiéndose calcular la amplitud adimensional  $\mathcal{A}_* \equiv \eta_{0max}/h_\ell = (h_{max} - h_{min})/(h_{max} + h_{min})$ . La calibración resultante se muestra en la

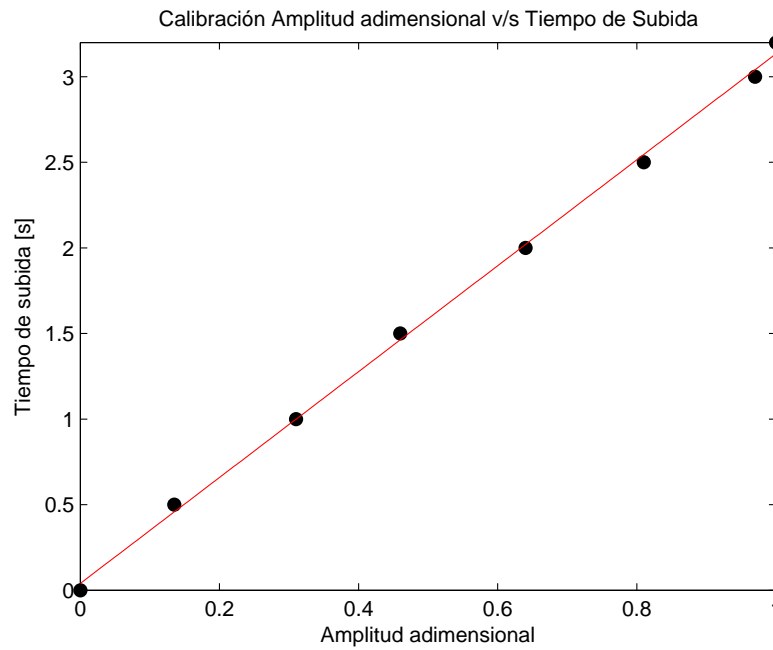


**Figura 3.4.** Módulo Lógico Universal Logo! Siemens.

Figura 3.6 y su respectivo ajuste en la ecuación 3.1.



**Figura 3.5.** Esquema Conceptual de seiche artificial.



**Figura 3.6.** Tiempo de subida vs Amplitud adimensional.

$$t_s = 3,1455 \cdot \mathcal{A}_* \quad (3.1)$$

De esta manera, para el caso de los experimentos barotrópicos se fija  $\mathcal{A}_*$ , obteniéndose el valor de  $t_s$  a colocar en el módulo Siemens. Para el caso de los experimentos baroclínicos, se calcula la amplitud adimensional con la que se trabaja midiendo los valores de  $h_{max}$  y  $h_{min}$  dado un tiempo de subida. Se utiliza esta forma ya que además permite conocer la altura del estrato inferior  $h_b = (h_{max} + h_{min})/2$ .

### 3.1.4. Motor Electromecánico

A un costado de los apoyos de la base cuadrada se cuenta con un motorreductor Motovario, modelo NMRV, el cual se conecta con una cadena de transmisión al rotor central, permitiendo la rotación del sistema desde los 0 hasta las 6 rpm. El motorreductor (Figura 3.7b) es operado desde un variador de frecuencia (Figura 3.7a) situado en un pilar del laboratorio a 3 metros de distancia de la instalación experimental, el cual entrega la frecuencia necesaria al motorreductor para que se accionen la cadena de transmisión y el rotor central. Además, el variador dota al sistema de electricidad, hecho que es aprovechado con la colocación de módulos eléctricos en la plataforma hexagonal de la mesa rotatoria, los cuales proveen de corriente eléctrica a cualquier instrumento que se monte sobre las plataformas del sistema de inclinación, sin el peligro de enrollamiento y/o ruptura del cableado, ya que la electricidad se dispone de forma solidaria a la rotación del sistema.

El variador de frecuencia cuenta con un tacómetro que permite visualizar la frecuencia del motorreductor  $f_m$ , siendo un dato indirecto de la frecuencia de giro del rotor central. Por lo tanto, también es una medida indirecta del parámetro de Coriolis,  $f$ .

Se realiza una calibración entre la frecuencia del motorreductor que entrega el tacómetro y el período de un ciclo de la cubeta  $T$ . Dado que la velocidad angular  $\Omega = 2\pi/T$  y  $f = 2\Omega$ , entonces la calibración (ecuación 3.2) entre la frecuencia del panel y el parámetro de Coriolis,  $f$ , también se puede obtener de acuerdo a lo observado en la Figura 3.8.



(a) Variador de Frecuencia



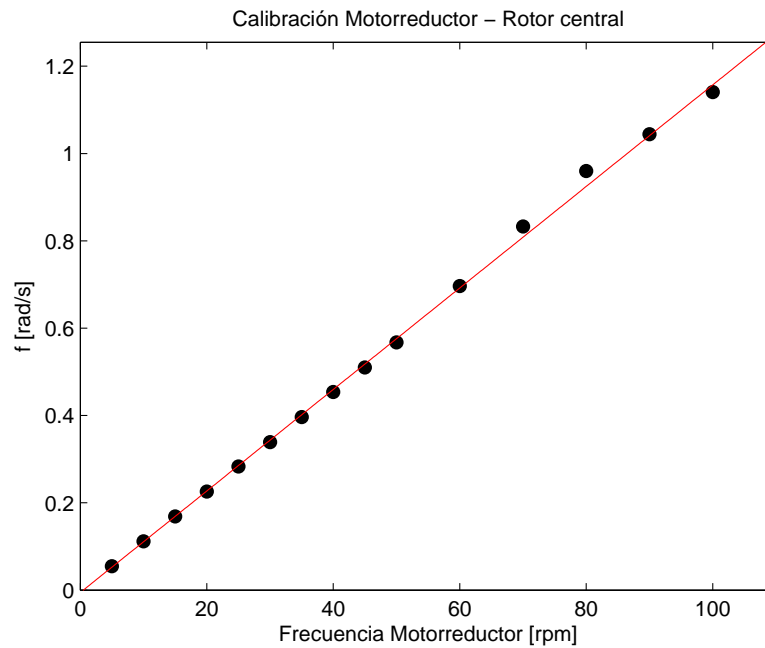
(b) Motoreductor

**Figura 3.7.** Componentes Sistema Electromecánico.

$$f_m = 85,912 \cdot f + 0,5233 \quad (3.2)$$

Gracias a esto, se puede conocer el parámetro  $f$  que caracteriza el adimensional de rotación,  $\mathcal{T}_{gf}$ , para los experimentos barotrópicos y baroclínicos.

Finalmente, en la Figura 3.9 se puede observar un esquema general con los componentes que caracterizan el montaje experimental.



**Figura 3.8.** Calibración frecuencia motorreductor y Parámetro de Coriolis.

## 3.2. Puesta en marcha

En la presente sección se describen todos los sistemas agregados a la estructura principal de la mesa rotatoria durante el estudio experimental, los cuales ayudarán a replicar el modelo conceptual y a visualizar la evolución del flujo principalmente.

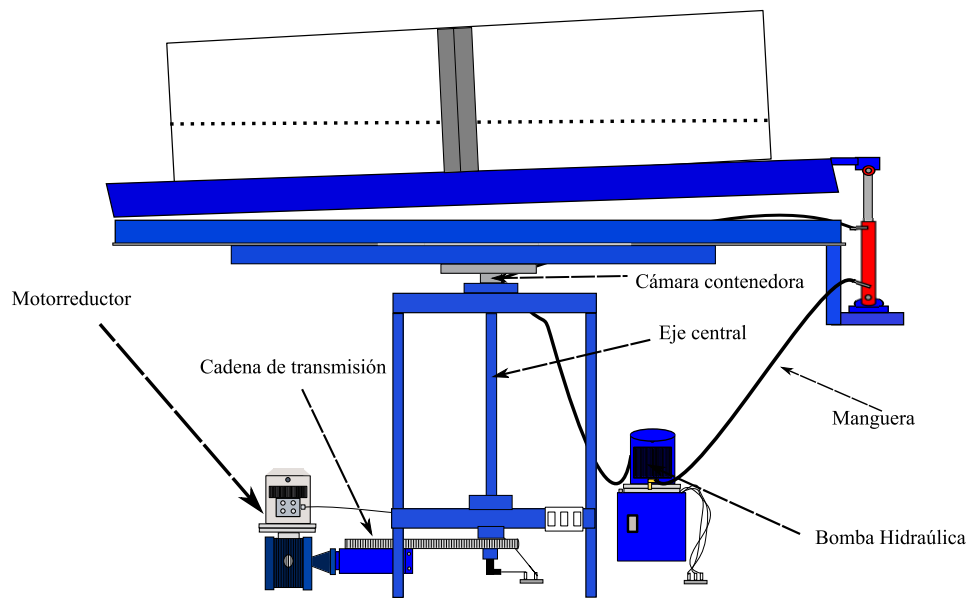
### 3.2.1. Nivelación y dotación de electricidad al sistema

En una primera instancia, se verifica la nivelación del montaje experimental con un nivel topográfico. En general, se observan desniveles asociados tanto a la estructura física de la mesa rotatoria, como al cambio durante el giro del eje del rotor central. Si bien la segunda fuente de desnivel resulta difícil de ajustar, se compensa mediante la nivelación desde la base de los apoyos de la mesa rotatoria, incorporando por debajo de éstos láminas delgadas de 1 mm de acero inoxidable.

### 3.2.2. Pieza oscura

Dadas las ventajas en términos de diferenciación visual que otorga la incandescencia inducida por láser verde a un flujo teñido por rodamina tipo b, se opta por la construcción de una habitación oscura, la cual tiene como objetivo potenciar el contraste entre la atmósfera y una capa superficial para el caso barotrópico y entre los estratos del modelo conceptual de 2 capas, para el caso baroclínico.





**Figura 3.9.** Esquema general de mesa rotatoria. Elaboración Propia.

Para tal efecto, se construye la pieza en base a una tela negra que impida el paso de la luz exterior y una red estructural de tubos de PVC de 40 mm de diámetro, conformada por uniones del tipo cupla, tee's y codos y cuya función es sostener la tela. La pieza oscura tiene una geometría de paralelepípedo, con dimensiones de 3.0 m de alto, 4.0 m de largo y 4.0 m de ancho. El espacio al interior de la habitación es más que suficiente para el desplazamiento del experimentador durante plena experiencia y para la cabida de los instrumentos de medición a utilizar.

Por otro lado, también se adhiere sobre la cara basal de la cubeta de acrílico, una plancha de cartón negro, con la finalidad de mitigar reflexiones de la línea laser sobre el fondo de la cubeta, evitando pérdida de calidad en el contraste deseado.

### 3.2.3. Método de estratificación

#### Esponja Porosa

En una primera instancia se intentó generar la estratificación con una esponja de baja densidad, de 8 cm de espesor y de 180 cm de diámetro. Para este caso, primero se realiza la mezcla con sal y rodamina b en el interior de la cubeta y posteriormente se introduce la esponja, que en un principio se encuentra flotando sobre la superficie libre del agua salada. Sobre el medio poroso se dispone de una red de distribución creada por mangueras transparentes y uniones (coplas, tee's y codos) de 4 [mm] de diámetro, encargada de distribuir lenta y uniformemente por sobre la esponja el agua inyectada desde la red de agua potable.

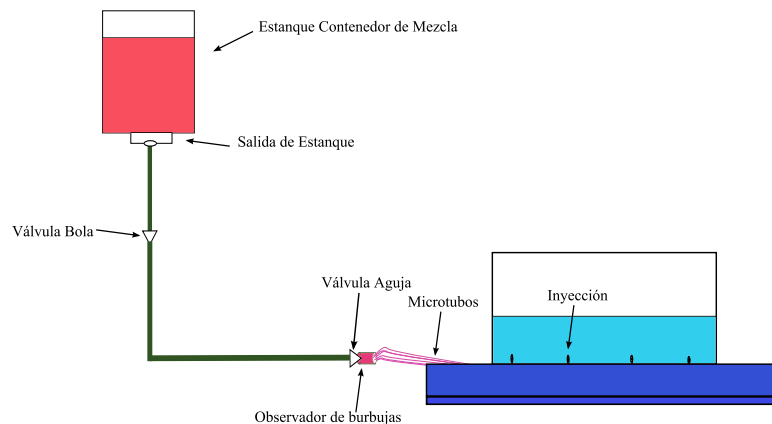
A medida que se satura con agua la esponja, las partículas de fluido percolan hasta alcanzar la superficie del agua teñida, momento en el cual se comienza a generar el estrato superior. Con este proceso, la esponja comienza a ascender, traspasando parte de la rodamina que adquiere

cuando está en un inicio en contacto con el agua salada, en la conformación del estrato superior. En términos experimentales, esta situación deteriora la calidad en el contraste entre las capas ya que el modelo conceptual de estratificación de dos capas no se logra con la pulcritud requerida, sobretodo por la conformación de un parche de rodamina en el estrato superior. De esta forma, se opta por un nuevo método de estratificación, inyectando el estrato pesado desde la base de la cubeta.

### Inyección desde base

La mezcla para la formación del estrato pesado se realiza con sal no yodada y rodamina tipo b (sólo realizada para estudios baroclínicos). Ésta se efectúa en un estanque cilíndrico de 50 cm de diámetro y 90 cm de alto, justo al exterior de la habitación oscura y cuya base se encuentra a un nivel mayor al punto más alto de la cubeta para permitir el flujo por gravedad. El estanque tiene una salida en su base que se conecta a una manguera, la cual contiene en su desarrollo una válvula tipo bola para permitir o bloquear el flujo de la mezcla. La manguera conecta luego a una válvula tipo aguja, controlando de esta forma el caudal evacuado. Inmediatamente después se conecta a una cámara cilíndrica de acrílico de pequeñas dimensiones (4 cm de diámetro y 6 cm de largo), la cual permite observar la presencia de burbujas no deseadas, a fin de eliminarlas. Esta cámara posee 6 mangueras transparentes de salida de 3 mm de diámetro, las cuales llegan a 6 orificios (también de 3 mm de diámetro) localizados en la cara basal de la cubeta y por los cuales la mezcla comienza a introducirse al interior de ésta.

En la Figura 3.10 se observan los componentes de la red encargada de la incorporación del estrato inferior más pesado a la cubeta.



**Figura 3.10.** Sistema de Estratificación y sus componentes.

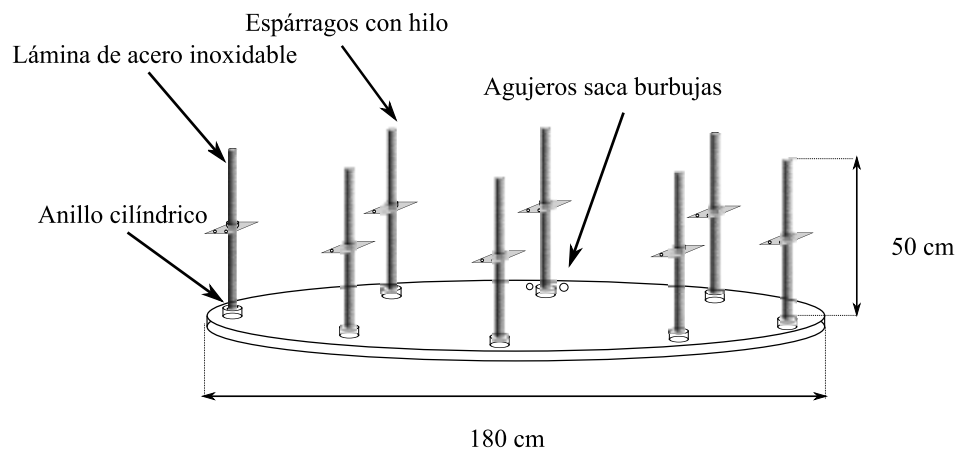
### 3.2.4. Tapa rígida

El viento sobre los lagos genera las inclinaciones de la interfaz de densidad y de la superficie libre, siendo esta última menos importante. Por esto, se utiliza la aproximación de tapa rígida para anular las perturbaciones en la superficie libre. Para lograr esto experimentalmente, se

pone en contacto con la lámina superior de agua una tapa rígida de acrílico de 10 mm de espesor y 180 cm de diámetro (Figura 3.11). El acrílico, originalmente con forma rectangular, fue sobrepuesto sobre la cubeta y marcado interiormente para cortar de acuerdo a la circunferencia del tope de la cubeta. Luego del corte, éste se lima y se pule por el borde cortado comenzando un proceso iterativo de limado y pulido hasta que quepa dentro de la cubeta para cualquier profundidad. Posteriormente, se instalan en el borde de la tapa, 8 espárragos con hilo de 50 cm de largo y 1/2 pulgada de diámetro, y cuyas bases están conectadas cada una a un anillo cilíndrico adherido al acrílico rígido. Los espárragos están equiespaciados a lo largo del perímetro de la tapa y tienen la capacidad de desplazar altimétricamente la cubierta de acrílico. Para ello, cada espárrago penetra una lámina rectangular de acero inoxidable conectada al borde superior de la cubeta también de acero inoxidable (barra ángulo 90°). Arriba y abajo de la lámina, los espárragos poseen tuercas cuyos giros permiten el ascenso/descenso de la tapa hasta la profundidad que se desee. El movimiento vertical requiere de la mantención de la forma horizontal de la tapa. De esta forma, la operación de descenso se realiza poco a poco y de manera sucesiva entre los espárragos.

Por otra parte, se realizan en la tapa dos agujeros de 6 mm y 4 mm de diámetro en la zona donde se encuentra el pistón. Una vez que se incline el sistema, será en esta zona donde se unificará una gran burbuja de aire, lo que facilita su extracción.

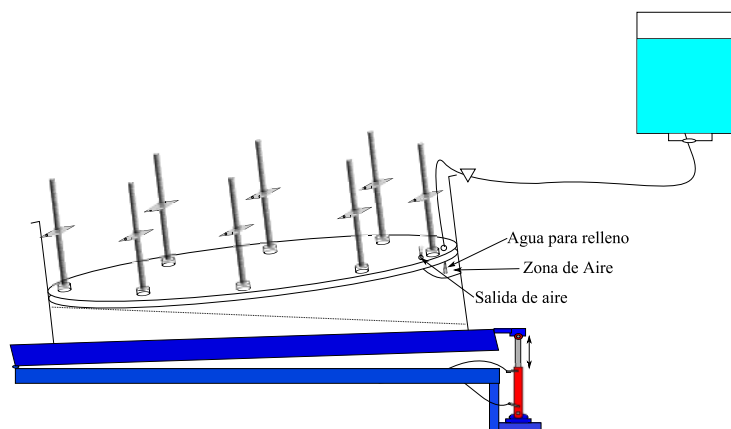
Los agujeros cumplen la misión de inyectar agua para rellenar los espacios de aire que quedan entre la tapa y el fluido, y para extraer el aire, respectivamente.



**Figura 3.11.** Tapa rígida y sus componentes.

### 3.2.5. Sistema de llenado

El sistema de relleno del estrato superior (Figura 3.12) consta de una micro manguera transparente de 6 mm de diámetro, que se conecta al agujero de mismo tamaño de la tapa mediante un terminal de cobre. El sistema cuenta con una válvula aguja para controlar el caudal, a fin de evitar que el chorro de agua incorporado llegue a la zona de la termoclina, aumentando mezcla indeseada en la estratificación. El sistema es alimentado por un estanque cilíndrico con agua de 50 cm de alto y 35 cm de diámetro desde una altura mayor al punto más alto de la cubeta.



**Figura 3.12.** Sistema de llenado de cubeta.

### 3.2.6. Barra de láseres

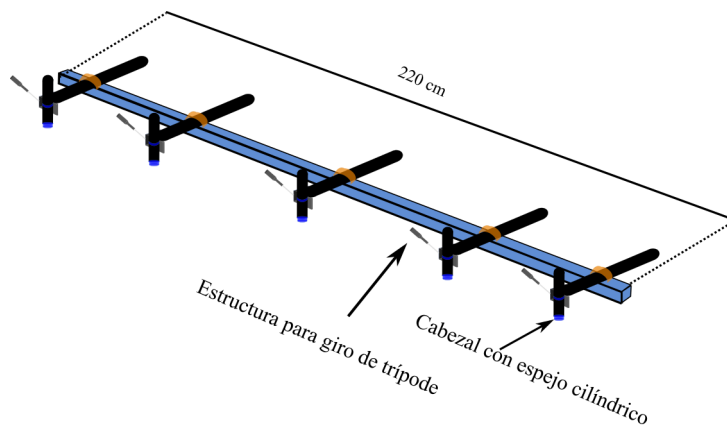
Sobre un perfil cuadrado de acero (con dimensiones 20 mm de base y 220 cm de largo), se montan 5 láseres encargados de incandescer al flujo teñido con rodamina. Cada uno posee una emisión de longitud de onda de 532 nm (color verde) y una potencia de 1000 mW. Los láseres se disponen de forma simétrica con respecto al láser central, el cual se posiciona en el centro de la cubeta, donde  $r = 0$ , una vez que la barra se monta sobre el manto de ésta. El par de láseres más cercano al central queda ubicado en la posición  $r = 0,5 \cdot R$  mientras que el par extremo se ubica, por criterios de construcción, lo más cercano posible al borde, en la posición  $r = 0,83 \cdot R$ . En la parte superior de cada láser se monta un cabezal que tiene acoplado un espejo cilíndrico de 1.0 mm de diámetro, encargado de abrir el láser de un punto a una línea. Cada láser está conectado a un mecanismo móvil que permite el movimiento en 3 grados de libertad; 2 de giro y uno de traslación. El mecanismo móvil es extraído de los trípodes genéricos para cámara (Figura 3.13).

La calibración manual (alineación) conjunta de los grados de libertad para cada láser encienden un plano diametral el cual diferencia visualmente la capa teñida con rodamina, dando la posibilidad de seguimiento de la dinámica superficial e interna del flujo tanto en el borde como en el centro del dominio.

Las baterías de los láseres tienen una durabilidad máxima de encendido continuo de 1 hora aproximadamente, imponiendo una condición límite de realización de a lo más una experiencia para una estratificación.

### 3.2.7. Plataformas para cámaras e instrumentos

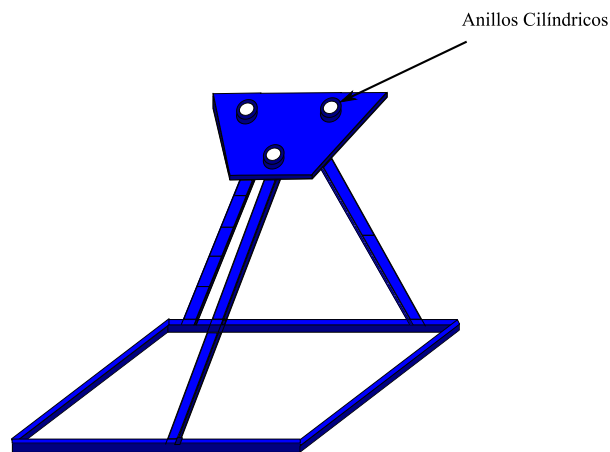
Para que el proceso de filmación se lleve a cabo, es necesaria la instalación de plataformas que garanticen una adecuada fijación de las cámaras a utilizar. Debido a las distintas condiciones experimentales, las experiencias barotrópicas y baroclínicas poseen distintas configuraciones.



**Figura 3.13.** Barra láser.

### Caso Barotrópico

El trípode que soporta la cámara se sustenta en un marco de acero tipo torre; de 50 cm de altura y ubicada a  $90^\circ$  en sentido horario de la posición del pistón hidráulico; que cuenta con una base rectangular, de las cuales nacen 3 apoyos diagonales que llegan hasta una plataforma encargada de sostener los apoyos del trípode, los cuales son insertados en anillos cilíndricos para evitar vibraciones y desplazamiento en el proceso de grabación (Figura 3.14). Este sistema permite la extensión de los apoyos del trípode, proporcionando la variación hacia la altura idónea para cada filmación. Para los experimentos barotrópicos, se fija la altura del trípode en 50 cm. De esta manera, cuando se inserta la cámara en la base superior de apoyo del trípode, ésta queda distanciada a 90 cm de altura de la base de la cubeta y a 110 cm del plano diagonal ortogonal al interior de la cubeta. Estas dimensiones permitirán restaurar geoméricamente las imágenes.



**Figura 3.14.** Estructura soportante de cámara, caso barotrópico.

Por otro lado, se requiere sustentar un desktop y un instrumento de medición de voltajes (Figura 3.20) los cuales se posicionan en la cara contraria (a  $180^\circ$ ) a la ubicación del pistón hidráulico. Sobre la plataforma superior del sistema de inclinación se monta otra plataforma de acrílico encargada de sostener ambos equipos. El computador es además fijado con amarras plásticas para que no sufra desplazamientos durante los movimientos propios del sistema en

cada experimento mientras que el instrumento de voltaje es insertado dentro de una zona limitada por dos placas verticales de acrílicos para el mismo propósito.

### Caso Baroclínico

La colocación de la tapa rígida en los experimentos baroclínicos obliga a modificar el posicionamiento de las cámaras, debido a la adhesión de pequeñas burbujas que interfieren la correcta visualización del plano diametral, excitado con el set de láseres desde arriba. De esta forma, se fijan dos bases de apoyo para cámara extraídas de dos trípodes. Éstas bases (Figura 3.15) están ubicadas en la plataforma rectangular superior del sistema de inclinación, a  $30^\circ$  y  $135^\circ$  en sentido antihorario del pistón hidráulico, justo en las esquinas de dicha plataforma. Además, cuentan con disponibilidad de movimiento en dos grados de libertad (ambos giros). De esta forma, el registro de la información puede ser obtenido desde distintas posiciones con dos cámaras trabajando en simultáneo. Si bien las cámaras no filman de frente al plano incandescente, están a la misma altura, por lo que no es necesaria una reconstrucción geométrica.

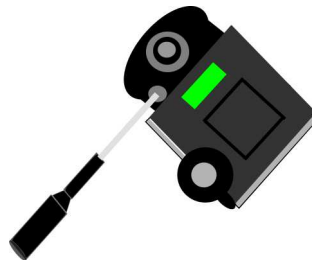


Figura 3.15. Base de trípode para cámara.

### 3.3. Adquisición de datos

En el presente apartado se detallan los instrumentos utilizados para extraer la información requerida de los experimentos. En términos generales, se pretende medir la evolución temporal de la altura del flujo en el plano fluorescente para distintos regímenes de rotación e inclinación. Además, es menester que los equipos de medición cumplan con dos requisitos: que tengan asociada una frecuencia de Nyquist lo suficientemente alta para observar la respuesta gravitacional del campo de ondas y que permitan registrar una ventana de tiempo suficientemente alta para poder observar las frecuencias más bajas del sistema.

A modo de resumen, en las Figuras 3.16 y 3.17 se esquematizan las configuraciones de adquisición de los datos para las experiencias barotrópicas y baroclínicas, respectivamente.

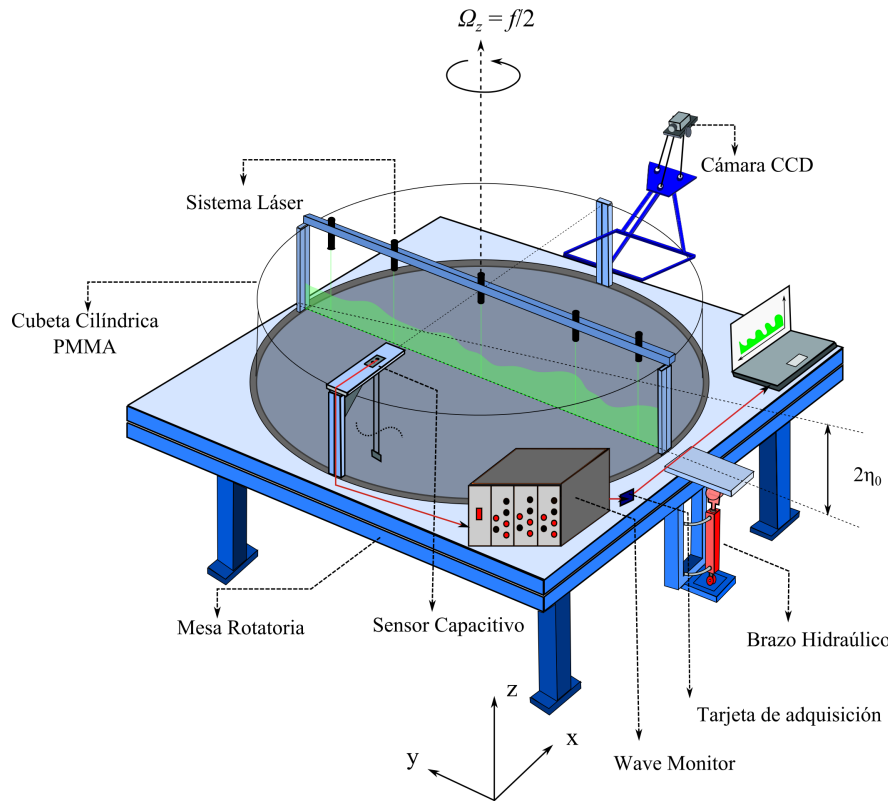


Figura 3.16. Esquema de adquisición de datos, Caso Barotrópico (Rojas et al., 2015).

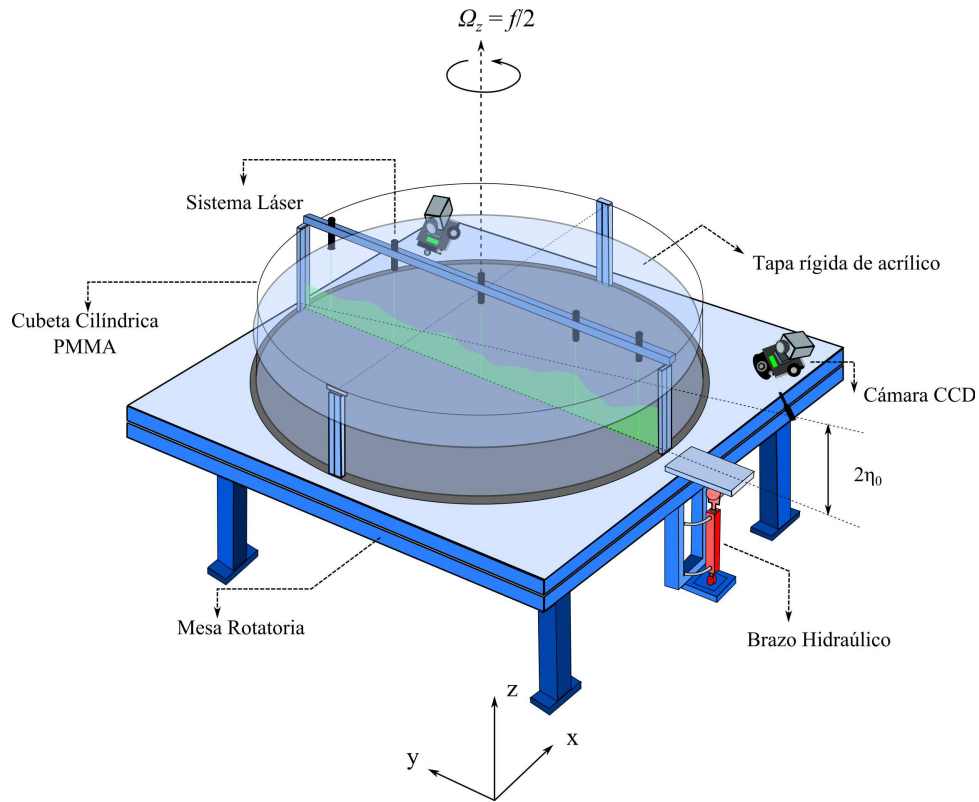
### 3.3.1. CCD

#### Caso Barotrópico

La cámara Nikon D800 (Figura 3.18a) es la utilizada para las filmaciones de estos experimentos. La frecuencia de muestreo es de 25 Hz y sus cuadros tienen dimensiones de 1920x1020 píxeles. La duración de las filmaciones es de al menos 50 períodos inerciales  $T_{50f} = 50 \cdot \frac{2\pi}{f}$ . La cámara es situada de tal forma que filme desde arriba de la cubeta, logrando registrar todo el plano diametral excitado por la acción de los láseres. La cámara es soportada por el conjunto de la plataforma de acero tipo torre más un trípode. La lente marca Nikon 18-55mm f/3.5-5.6G AF-S VR DX NIKKOR (Figura 3.18b) es incorporada al cuerpo de la cámara para realizar las filmaciones. Se escoge esta lente porque permite visualizar todo el plano excitado desde la ubicación de la cámara.

#### Caso Baroclínico

La filmación se genera por los costados de la mesa, agregándose una segunda cámara Nikon D3100 (Figura 3.19a) con lente Nikon AF-S NIKKOR 24-85mm 1:3.5-4.5 G (Figura 3.19b), soportada sobre las bases de apoyo para trípodes fijadas en la plataforma rectangular superior del sistema de inclinación. El rango del parámetro "G" de la lente permite la regulación del paso de la luz que entra a la cámara. La frecuencia de muestreo es de 24 Hz y sus cuadros



**Figura 3.17.** Esquema de adquisición de datos, Caso Baroclínico (Rojas et al., 2015).

tienen dimensiones de 1920x1020 píxeles. La duración de las filmaciones es el tiempo máximo que permite grabar continuamente la cámara, 10 minutos. Esta cámara se dispone a  $135^\circ$  en sentido antihorario de la posición del pistón hidráulico y registra la mitad del dominio diametral.

Por otro lado, la cámara D800 se ubica en el otro cabezal de apoyo para trípode posicionado a  $30^\circ$  del pistón hidráulico. Las características de grabación son las mismas que para el caso barotrópico, con la salvedad que ahora se registra el máximo tiempo de grabación que permite la cámara (20 minutos). El dominio de filmación de ésta cámara es la otra mitad del plano diametral no filmado por la cámara D3100.

Para ambos caso, los videos son guardados en una memoria SD HC Clase 10 de 32 GB, la cual permite filmar en cuadros de 1920x1080 píxeles.

### 3.3.2. Capacitor

En el caso de los experimentos barotrópicos, la altura del flujo en un punto cercano al borde ( $r \approx 0,98 \cdot R$ ) se mide con la utilización de un capacitor sumergido en el fluido, consistente en un par de alambres paralelos de acero inoxidable (Figura 3.20a). Específicamente, la posición de medición del capacitor es a  $90^\circ$  en sentido antihorario de la ubicación del pistón hidráulico.

El flujo de corriente por el capacitor es percibido por un circuito eléctrico incorporado en un





**Figura 3.18.** Cámara CCD caso barotrópico.



**Figura 3.19.** Segunda cámara CCD caso baroclínico.

dispositivo marca Churchill Controls modelo Wave Monitor (Figura 3.20b), proporcionando como output un voltaje de salida, el cual es proporcional a la profundidad instantánea sumergida de la sonda (capacitor) y cuyo rango de alturas medibles va desde 5 mm a 2 m. Dicho voltaje llega a uno de los terminales de un dispositivo de adquisición de datos marca Measurement Computing modelo USB-1208LS, el cual se conecta vía USB a un computador. Mediante el software Labview, que permite el control instrumental y el diseño de sistemas, se obtienen las lecturas de voltajes deseadas las cuales quedan registradas en un archivo de texto dentro del disco duro del computador. La tasa de muestreo de la señal es de 100 Hz.

Las lecturas de voltajes se traspan a altura de flujo mediante una calibración realizada (Figura 3.21). Para obtener la calibración, se sumergue la sonda hasta la base de un recipiente, en el cual se va agregando agua sucesivamente. Así, para cada altura de agua (en centímetros) se mide el voltaje (en Volt) de salida. La ecuación de ajuste (Ecuación 3.3) es lineal y por lo tanto constata la relación proporcional entre ambas variables.

$$h = 3,965 \cdot V + 3,0257 \quad (3.3)$$

El cálculo de las perturbaciones con el capacitor en el borde requiere tanto de la serie de voltajes sólo con rotación como de la serie de voltajes con rotación y la inclinación (y posterior relajación) de la cubeta. Por tanto, también se realizan las lecturas del caso sólo rotativo para el rango de velocidades angulares  $[\Omega_{min}, \Omega_{max}]$  estudiados en el contexto barotrópico.

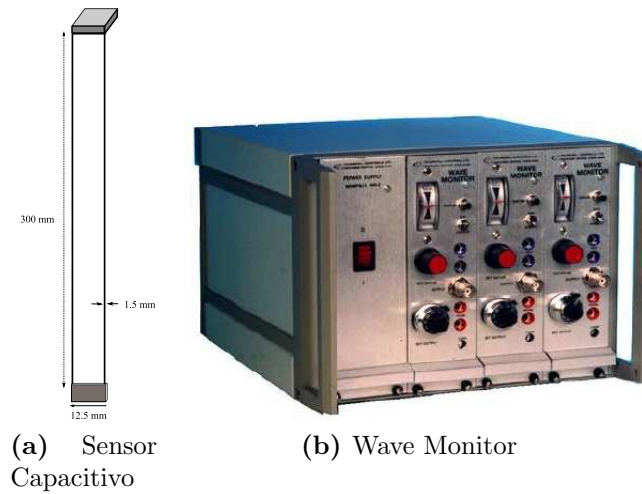


Figura 3.20. Componentes del sensor capacitivo para medición de voltajes.

## 3.4. Metodología experimental

En esta sección se divide la explicación de la metodología experimental implementada tanto para las experiencias barotrópicas como baroclínicas. Para ambos casos, se procura tener siempre en el estado de carga máxima las baterías de los lasers y de las cámaras, además de disponer de los instrumentos de medición en la posición para aquel trabajo.

Los procedimientos realizados para llevar a cabo cada una de las experiencias se detallan de acuerdo a su ordenamiento cronológico.

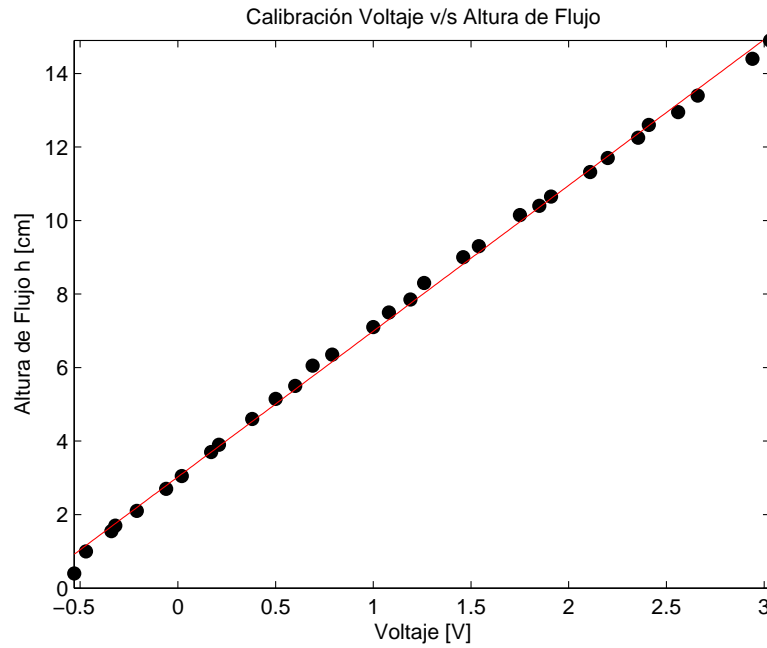
### 3.4.1. Caso Barotrópico

#### 1. Elección parámetros adimensionales

La altura del flujo utilizada para todas las experiencias es de 5 cm. Por tanto, la celeridad lineal  $c_\ell$  es siempre la misma. El número de rotación  $\mathcal{T}_{gf}$  solo se ve modificado por el parámetro de Coriolis  $f$ , por tanto, para fijar el régimen de rotación se selecciona la frecuencia del motorreductor  $f_m$  asociada a  $f$ , dado un valor de  $\mathcal{T}_{gf}$ . De la misma manera, la amplitud adimensional  $\mathcal{A}_*$  se fija, determinando el valor del tiempo de subida  $t_s$  del módulo lógico Logo! a implementar. De esta forma, desde el comienzo de la experiencia se conocen los valores  $f_m$  y  $t_s$ .

#### 2. Formación de capa

La formación de la capa se efectúa al interior de la cubeta. La mezcla es sencilla, se introduce en primera instancia agua desde la red de agua potable hasta completar 5 cm de altura. Este hecho se constata con el capacitor, el cual debe entregar el valor en voltaje de  $V_5 =$



**Figura 3.21.** Calibración del sensor capacitivo con la altura del flujo.

$V(h = 5\text{cm})$ , de acuerdo a la expresión de la ecuación 3.3. Además, se pesa rodamina tipo b para alcanzar una concentración de 1 mg/l, la cual es incorporada al agua y posteriormente mezclada con una barra de acrílico hasta obtener una mezcla completamente homogénea y teñida.

### 3. Comienzo de la experiencia y registro de la información

Inmediatamente creada la capa se monta el sistema de la barra láser, donde cada emisor de luz es regulado manualmente para alinear todos los lasers, de tal forma de generar un plano coherente. La barra es fijada con prensas tipo c a la barra ángulo  $90^\circ$  de acero inoxidable de la cubeta, dejándose todos los lasers encendidos. Luego, se introducen los valores de  $f_m$  y  $t_s$  en los respectivos paneles y se cierra la habitación oscura. Con el sistema rotando y a punto de abandonar la condición inclinada, se comienza con la grabación del video y con el inicio de las mediciones de voltaje. Salvo contadas excepciones donde las mediciones de voltaje no son tomadas correctamente, las restantes mediciones y los videos son filmados de la forma adecuada.

La tasa de realización de experimentos llega hasta 12 por día, dependiendo de las cargas de los láseres y de la cámara. Es por esto que el flujo utilizado para las experiencias es el mismo, ya que el tiempo característico de la evaporación es mucho menor que la tasa de realización. Eso si, se va agregando trazas de rodamina para mantener la concentración ya que ésta se va precipitando en el tiempo. Por último, cada vez que se pasa de una experiencia a otra se espera que el flujo se estabilice solo con la cubeta rotando.

## 3.4.2. Caso Baroclínico

### 1. Elección parámetros adimensionales

La primera decisión que se debe tomar para iniciar una experiencia es determinar los números adimensionales que caracterizarán al experimento, además de la diferencia de densidad  $\Delta\rho$  a utilizar entre las dos capas. De esta forma, se fijan la razón de aspecto  $\mathcal{H}_* = h_b/H$ , el número de rotación  $\mathcal{T}_{gf}$  y la amplitud adimensional  $\mathcal{A}_*$ . Con esto, se tendrá conocimiento de la cantidad de sal a emplear para generar la diferencia de densidad, las alturas  $h_t$  y  $h_b$  del modelo conceptual, el tiempo de subida  $t_s$  con el cual debe operar el pistón y la frecuencia de giro del motor electromecánico,  $f_m$ .

### 2. Formación estrato superior

Con la cubeta completamente limpia y vacía, se incorpora agua desde la red de agua potable hasta que se alcance la altura  $h_t$  deseada. Esta altura se constata con huinchas de medir localizadas en el perímetro del estanque.

### 3. Cantidad de sal necesaria

Una vez seleccionada la razón de aspecto,  $h_*$ , y la diferencia de densidad,  $\Delta\rho$ , con los cuales se trabajará, se calcula la masa de sal  $m_s$  (ecuación 3.4) necesaria para tales características. El cálculo se realiza en base a los balances de masa y volumétrico.

$$m_s = \frac{\Delta\rho V_T}{\left(1 + \frac{\rho_w}{\rho_s}\right)} \quad (3.4)$$

donde  $V_T$  corresponde al volumen total del flujo estratificado;  $\rho_w$  es la densidad del agua y  $\rho_s$  es la densidad de la sal.

### 4. Mezcla y Estratificación

Una vez conocida la masa de sal,  $m_s$ , necesaria y el volumen de agua asociado a una altura de agua en la cubeta,  $h_b$ , se realiza la mezcla del estrato inferior. Se intenta incorporar la sal de la manera más fina posible para evitar la generación de cúmulos que empeoren la calidad de la mezcla. Al igual que para el caso barotrópico, se añade rodamina tipo b a una concentración de 1 mg/l. Se acciona las válvulas de bola y aguja para comenzar a introducir el estrato inferior por la base de la cubeta.

Como la mezcla es más pesada que el agua que esta contenida en ese momento en la cubeta, ésta comienza a expandirse de forma radial, quedando abajo del agua más liviana. De esta forma, comienza a generarse la estratificación. A medida que avanza el tiempo, cada una de

las salidas se ve taponeada por la presencia de la misma mezcla, requiriéndose el aumento regular del caudal con la válvula aguja hasta que esto ya no ocurra. Para no generar mezcla entre los estratos, siempre se trabaja con el menor caudal posible, generando una condición mínima del tiempo de estratificación cercano a las 24 [hrs] para  $h_b = 5$  cm.

## 5. Colocación de tapa

Una vez lograda la estratificación, se requiere colocar la tapa rígida sobre la superficie libre de altura  $H_T = h_b + h_t$ . La cubierta de acrílico es limpiada por ambas caras para que la luz láser no se vea interferida. Además, las tuercas de cada uno de los 8 espárragos son ajustadas en un mismo nivel. Dicha distancia es la que existe en un principio entre el tope de la cubeta (dónde son fijadas las láminas de acero inoxidable) y la cara superior de la tapa de acrílico. La posición de los pernos se calcula para que la tapa quede a 3 cm de la superficie libre del flujo estratificado. Cuatro personas se encargan de montar el acrílico sobre la cubeta, bajándolo horizontalmente hasta la posición fijada por las tuercas, momento en el cual se une con las láminas de acero inoxidable a la barra ángulo de la cubeta. Esta maniobra permite comenzar a bajar (girando las tuercas en el respectivo sentido) cada espárrago de forma pareja hasta alcanzar contacto con el flujo del interior del estanque cilíndrico. Con esto, se busca limitar la presencia de aire entre la tapa y la superficie libre para disminuir el periodo de relleno posterior. Debido a espacios no cubiertos entre el manto de la cubeta y la tapa es necesario sellar, comenzando con la aplicación mediante pistola de silicona caliente por todo el perímetro y luego silicona fría, la cual es elástica y permite mantener el sello ante las dilataciones/contracciones intradiaria que pueden llegar a tener la cubeta y la cubierta de acrílico. Se esperan 24 [hrs] para que ocurra el secado del sellante, momento a partir del cual se puede comenzar con la experiencia propiamente tal. Con esto, se debe esperar obtener un espesor de zona de mezcla cercano a  $\sqrt{Dt} \sim 1,3$ , considerando al valor del coeficiente de difusión de la sal en el agua como  $D \sim 2 \times 10^{-9}$  [m<sup>2</sup>/s].

## 6. Sacado de burbujas

Luego que la fase de sellado culmina, la mesa es inclinada levemente para unificar las burbujas esparcidas por los espacios sin contacto entre la tapa y la primera lámina del fluido. Esta nueva posición genera sobrepresión sobre el extremo de un plano diametral, originando potencialmente la aparición de filtraciones, las cuales son nuevamente selladas con masilla de chicle.

En el extremo más cercano al pistón hidráulico se dispone de dos agujeros que permiten el ingreso para el relleno con agua y la consecuente salida del aire. Este proceso finaliza cuando ya no exista presencia de burbujas. Con esto, se esta en condiciones de realizar la experiencia.

## 7. Comienzo de la experiencia y registro de la información

Al igual que para el caso barotrópico, se comienza con la alineación del plano láser. Además, se secan todas las pequeñas filtraciones que puedan existir a fin de evitar reflexiones y refracciones en la luz láser. También se introducen en los respectivos paneles los valores de  $f_m$  y  $t_s$  y se condiciona la pieza para que quede completamente oscura. Las cámaras son accionadas para que graben durante y después de la inclinación y posterior relajación de la cubeta. Debido a la duración de los lasers, sólo se puede realizar una experiencia por estratificación, con un desfase de tiempo entre una experiencia y otra de alrededor de 4 días.

## 8. Vaciado y limpieza de cubeta

Luego de realizado un experimento, se inicia con la extracción de los sellos de silicona caliente y fría y de la tapa rígida. Para esta última, se retiran los pernos que fijan la lámina de acero inoxidable a la barra ángulo  $90^\circ$  de la cubeta. Luego, mediante un sistema sifón y con la cubeta inclinada para aumentar la carga de agua, se comienza a extraer la mezcla de la cubeta. Cuando queda poco fluido, se observa la precipitación de sal y rodamina en la base de la cubeta, razón por la cual se inyecta agua hasta que ésta quede completamente limpia. La cubeta finalmente es secada y devuelta a su posición horizontal, encontrándose así dispuesta para la realización de una siguiente experiencia baroclínica.

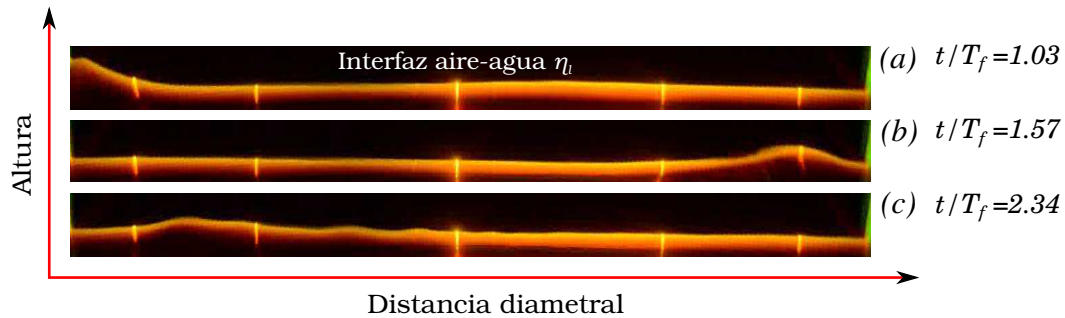
## 3.5. Procesamiento de la información

Luego de extraída la información, ésta es transformada para estudiar la evolución de la altura del flujo para distintos regímenes de rotación e inclinación.

### CCD

Los videos obtenidos de las cámaras son, en primer lugar, fragmentados en todos los cuadros que lo componen. Luego, cada cuadro es manipulado por el software Lightroom, el cual permite corregir la imagen geoméricamente sobretodo en la distorsión generada en los bordes de las filmaciones barotrópicas. Además, el software permite mejorar los contrastes y recortar la imagen, a fin de aumentar la calidad en la diferenciación del flujo y el rendimiento en tiempo en el procesamiento de los frames, respectivamente. El trabajo posterior se realiza en el software Matlab, donde la imagen es trabajada solo en la matriz roja de la imagen RGB, ya que de esta manera se facilita encontrar el píxel representativo de la interfaz con rodamina. Para una posición horizontal, la imagen es recorrida verticalmente hasta encontrar un píxel con un valor mayor a un determinado umbral, que en cuyo caso representa el píxel de la interfaz buscado. Para trabajar en términos de altura física de flujo, se emplea una calibración lineal entre pixeles y altura, conociendo una altura de referencia,  $h_{ref}$  y sus respectivos pixeles,  $px_{ref}$ . De esta manera, la altura del flujo obtenida con el método CCD,  $h_{CCD}$ , en función de la cantidad de pixeles  $pxs$ , es:

$$h_{CCD} = \frac{h_{ref}}{px_{ref}} p x s \quad (3.5)$$



**Figura 3.22.** Ejemplo de visualización de la interfaz aire-agua a lo largo del diámetro para tres instantes distintos del experimento presentado en la Figura 5.1(c).

Finalmente, se realiza una reconstitución geométrica de la imagen para mirar de frente la evolución del flujo. Con esto, se obtienen series de tiempo de altura de flujo de distintos puntos del dominio diametral para los casos barotrópicos y baroclínicos, en sus distintos regímenes de rotación e inclinación.

El procesamiento de cuadros genera estructura de la interfaz aire-agua ( $\eta_\ell$ ) a lo largo del diámetro como las vistas en las Figuras 3.22a, b, c, donde se muestran 3 instantes distintos del experimento cuyos adimensionales son:  $\mathcal{A}_* = 0,6 \pm 1,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $\mathcal{T}_{gf} = 1,5 \pm 1,4 \cdot 10^{-2}$ ,  $\mathcal{T}_{sg} = 1,6 \pm 2,2 \cdot 10^{-2}$  y  $\mathcal{T}_{vf} = 142 \pm 8,9 \cdot 10^{-1}$ . La transformación de los cuadros permite identificar cualitativamente estructuras con decaimiento exponencial desde el borde hacia el interior del dominio, que corresponden al paso de ondas tipo Kelvin (ver Figura 3.22(a)), además de superposiciones de ondas tipo Poincaré y Kelvin como las observadas en las Figuras 3.22(b, c).

Por otro lado, se estima la frecuencia boyante  $N$  como  $|N| = \sqrt{g'/\varepsilon}$ , donde  $\varepsilon$  corresponde a la zona de mezcla entorno a la interfaz de densidad de los experimentos baroclínicos, la cual es calculada mediante un criterio de gradiente vertical en el valor del píxel en la escala roja.

Las series de tiempo de los experimentos baroclínicos son relativizadas y normalizadas por el valor que tiene la altura del estrato inferior,  $h_b$ , al fin de la ventana de tiempo registrada. De esta forma, las series de tiempo convergen a cero, aunque esto no implica que no exista mezcla.

## Capacitor

Con Matlab, los registros de voltajes son manipulados principalmente por la eliminación de peaks indeseados que corresponden a ruidos en la medición. Además, las series de tiempo se acortan para que todas comiencen un período inercial antes de la relajación de la cubeta hacia el estado horizontal. Dada la ecuación 3.3, la información es transformada a altura de flujo.

# Capítulo 4

## Set de Experimentos

El presente capítulo detalla tanto la modelación como la información experimental de los sets de experiencias barotrópicas y baroclínicas realizadas, incluyendo además la propagación del error de los parámetros físicos relevantes en el estudio.

### 4.1. Modelación de experimentos

#### 4.1.1. Experimentos barotrópicos

La altura del flujo  $h_\ell = 5$  [cm] es escogida como criterio mínimo para que los errores asociados a la instrumentación de medición no escalen con  $h(t, r, \theta)$ . En conjunto con las limitantes propias del rango de operabilidad del motorreductor, el máximo valor alcanzable del parámetro de rotación es  $\mathcal{T}_{gf} = 1,538$ , correspondiente a un régimen de rotación denominado débil. Por otro lado, se opta como límite inferior del parámetro de rotación cuando  $\mathcal{T}_{gf} = 0,500$ , donde se espera que el flujo no se encuentre afectado por la rotación. Con los límites previamente establecidos, se modelan experimentos con 7 regímenes intermedios más de rotación, teniendo en total 9 escenarios distintos.

En cuanto a la modelación de experimentos basado en la perturbación inicial del sistema,  $\mathcal{A}_*$ , se decide tener como límite superior la situación de *upwelling*, cuando  $\mathcal{A}_* = 1$ , ya que se considera una perturbación más que suficiente para que el flujo desarrolle una dinámica afectada por procesos no-lineales, permitiendo el análisis de la transferencia de la energía asociado a este mecanismo. Por contraparte, se escoge como límite inferior una perturbación inicial baja, donde  $\mathcal{A}_* = 0,05$ , ya que se desea observar el límite donde los mecanismos de transferencia y disipación de la energía están asociados a efectos viscosos. Con los límites previamente establecidos, se modelan experimentos con 4 regímenes intermedios más de perturbación inicial, teniendo en total 6 escenarios distintos.



## 4.1.2. Experimentos baroclínicos

La modelación de los experimentos baroclínicos se basa en variar el efecto de la rotación en la dinámica de las ondas gravitacionales internas de un flujo estratificado. De esta manera, se ejecutan 3 experimentos con regímenes de rotación que afectan fuerte, mediana y débilmente al flujo. El parámetro de rotación,  $\mathcal{T}_{gf}$ , para el caso interno se define como  $\mathcal{T}_{gf} = Rf/\sqrt{g\Delta\rho h_t h_b/(\rho_o H)}$ , por tanto, para obtener los regímenes de rotación deseados se deben fijar los valores para la diferencia de densidad  $\Delta\rho$ ; para la altura de las capas superior e inferior,  $h_t$  y  $h_b$ , respectivamente y para el parámetro  $f$ , el cual esta limitado por el rango de operabilidad del motorreductor. Idealmente, se adoptan los valores  $\Delta\rho = 20$  [kg/m<sup>3</sup>],  $h_b = 5$  [cm] y  $h_t = 15$  [cm], sin embargo, el último par de valores se ve modificado ya que existe difusión que induce una zona de mezcla entre las capas no despreciable, dado que el fluido se estratifica durante 24 [hrs], cambiando la razón de aspecto de la estratificación, y obligando a recalcular  $\mathcal{T}_{gf}$ . Aún así, el cambio en el valor del parámetro de rotación debido al efecto de la difusión no afecta demasiado el diseño inicial de los valores de  $\mathcal{T}_{gf}$ , de forma que los 3 regímenes de rotación originalmente modelados siguen estando dentro del rango de operabilidad del motorreductor y por lo tanto los experimentos diseñados se pueden materializar.

## 4.2. Set de experimentos

### 4.2.1. Experimentos barotrópicos

El set experimental consideró 9 valores para el parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf}$  y 6 valores para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_*$ , generando un total de 54 experiencias. Los valores utilizados para ambos adimensionales fueron  $\mathcal{T}_{gf} \in [0,50, 1,5]$  y  $\mathcal{A}_* \in [0,05, 1,0]$ , respectivamente. En el caso de los parámetros de empujamiento  $\mathcal{T}_{sg}$  y de Ekman  $\mathcal{T}_{vf}$  se abarcaron los rangos  $\mathcal{T}_{sg} \in [0,7, 20]$  y  $\mathcal{T}_{vf} \in [0,3, 400]$ , respectivamente. En las tablas 4.1-4.9 se sintetizan la información experimental de los 54 experimentos barotrópicos realizados. En éstas se incluye la información de los controladores de rotación y de la inclinación de la cubeta; los parámetros adimensionales de rotación y de perturbación inicial y las técnicas de medición implementadas en cada experimento. Cada tabla contiene información para un régimen de rotación. Cabe consignar que con el método del sensor capacitivo se registró la totalidad de los experimentos, mientras que con el método CCD se registran 30 experiencias, considerando los valores del parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} \in (0,50, 1,05, 1,11, 1,18, 1,54)$ .

### 4.2.2. Experimentos baroclínicos

El set de experimentos consideró 3 valores para el parámetro de rotación,  $\mathcal{T}_{gf} \in \{1,33; 4,07; 10,15\}$ . Si bien la modelación inicial de los experimentos indica que los parámetros adimensionales de perturbación inicial,  $\mathcal{A}_* = \eta_o/h_b$ , y de razón de aspecto,  $\mathcal{H}_* = h_b/H$  son constantes debido a que originalmente  $h_b$  es el mismo en las 3 experiencias, el efecto de la difusión genera un rango de valores para ambos parámetros adimensionales. De esta forma, el parámetro de pertur-

bación inicial tiene los valores  $\mathcal{A}_* \in \{0,74; 0,80; 0,74\}$  mientras que la razón de aspecto tiene los valores  $\mathcal{H}_* \in \{0,26; 0,32; 0,34\}$ , en el mismo orden que  $\mathcal{T}_{gf}$ . En la tabla 4.10 se sintetiza la información experimental de los 3 experimentos baroclínicos realizados. En ésta se incluye la información de los controladores de rotación y de la inclinación de la cubeta; los parámetros adimensionales de rotación y de perturbación inicial; las alturas de ambos estratos; la razón de aspecto,  $\mathcal{H}_*$  y el espesor de la zona de mezcla,  $\varepsilon$ .

### 4.3. Propagación de errores

Los parámetros determinados en este estudio son medidos de forma directa e indirecta. Cada uno de éstos está afectado por un error de medición, el cual puede tener un origen instrumental, de operación o asociado a factores ambientales y que a su vez puede tener una naturaleza aleatoria o sistemática. El enfoque del cálculo del error será considerando al error aleatorio, debido a que las fuentes de error son originadas principalmente desde la precisión instrumental. Se emplea la teoría de propagación de errores para el cálculo del error de medición experimental de los parámetros físicos del estudio. Sea  $f = f(\vec{x})$  una función que depende de  $n$  variables, entonces el error asociado a la función  $f$ ,  $\sigma_f$ , es:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2} \quad (4.1)$$

De esta manera, de acuerdo a las igualdades definidas para los parámetros físicos en el Capítulo 2, a las calibraciones obtenidas en el Capítulo 3, a la precisión de los instrumentos y a los errores de medición directa, se procede al cálculo de los errores. En las tablas 4.11 - 4.15 se muestran los errores de medición asociados a la instrumentalización, a las escalas de longitud, a las escalas de tiempo, a los parámetros dinámicos y a los parámetros adimensionales, respectivamente. En las tablas se muestran los valores máximos del error para los parámetros que dependen de cada experimento realizado, los cuales se identifican a lo largo de las tablas con texto ennegrecido.

**Tabla 4.1.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,538$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 1.1	105.671	1.196	1.538	0.157	0.05	✓	✓
Run 1.2	105.671	1.196	1.538	0.629	0.20	✓	✓
Run 1.3	105.671	1.196	1.538	1.258	0.40	✓	✓
Run 1.4	105.671	1.196	1.538	1.887	0.60	✓	✓
Run 1.5	105.671	1.196	1.538	2.516	0.80	✓	✓
Run 1.6	105.671	1.196	1.538	3.146	1.00	✓	✓

**Tabla 4.2.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,429$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 2.1	98.138	1.110	1.429	0.157	0.05	X	✓
Run 2.2	98.138	1.110	1.429	0.629	0.20	X	✓
Run 2.3	98.138	1.110	1.429	1.258	0.40	X	✓
Run 2.4	98.138	1.110	1.429	1.887	0.60	X	✓
Run 2.5	98.138	1.110	1.429	2.516	0.80	X	✓
Run 2.6	98.138	1.110	1.429	3.146	1.00	X	✓

**Tabla 4.3.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,333$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 3.1	91.608	1.036	1.333	0.157	0.05	X	✓
Run 3.2	91.608	1.036	1.333	0.629	0.20	X	✓
Run 3.3	91.608	1.036	1.333	1.258	0.40	X	✓
Run 3.4	91.608	1.036	1.333	1.887	0.60	X	✓
Run 3.5	91.608	1.036	1.333	2.516	0.80	X	✓
Run 3.6	91.608	1.036	1.333	3.146	1.00	X	✓

**Tabla 4.4.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,250$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 4.1	85.893	0.972	1.250	0.157	0.05	X	✓
Run 4.2	85.893	0.972	1.250	0.629	0.20	X	✓
Run 4.3	85.893	0.972	1.250	1.258	0.40	X	✓
Run 4.4	85.893	0.972	1.250	1.887	0.60	X	✓
Run 4.5	85.893	0.972	1.250	2.516	0.80	X	✓
Run 4.6	85.893	0.972	1.250	3.146	1.00	X	✓

**Tabla 4.5.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,176$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 5.1	80.851	0.914	1.176	0.157	0.05	✓	✓
Run 5.2	80.851	0.914	1.176	0.629	0.20	✓	✓
Run 5.3	80.851	0.914	1.176	1.258	0.40	✓	✓
Run 5.4	80.851	0.914	1.176	1.887	0.60	✓	✓
Run 5.5	80.851	0.914	1.176	2.516	0.80	✓	✓
Run 5.6	80.851	0.914	1.176	3.146	1.00	✓	✓

**Tabla 4.6.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,111$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 6.1	76.368	0.864	1.111	0.157	0.05	✓	✓
Run 6.2	76.368	0.864	1.111	0.629	0.20	✓	✓
Run 6.3	76.368	0.864	1.111	1.258	0.40	✓	✓
Run 6.4	76.368	0.864	1.111	1.887	0.60	✓	✓
Run 6.5	76.368	0.864	1.111	2.516	0.80	✓	✓
Run 6.6	76.368	0.864	1.111	3.146	1.00	✓	✓

**Tabla 4.7.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,053$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 7.1	72.356	0.818	1.053	0.157	0.05	✓	✓
Run 7.2	72.356	0.818	1.053	0.629	0.20	✓	✓
Run 7.3	72.356	0.818	1.053	1.258	0.40	✓	✓
Run 7.4	72.356	0.818	1.053	1.887	0.60	✓	✓
Run 7.5	72.356	0.818	1.053	2.516	0.80	✓	✓
Run 7.6	72.356	0.818	1.053	3.146	1.00	✓	✓

**Tabla 4.8.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 1,000$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 8.1	68.745	0.777	1.000	0.157	0.05	X	✓
Run 8.2	68.745	0.777	1.000	0.629	0.20	X	✓
Run 8.3	68.745	0.777	1.000	1.258	0.40	X	✓
Run 8.4	68.745	0.777	1.000	1.887	0.60	X	✓
Run 8.5	68.745	0.777	1.000	2.516	0.80	X	✓
Run 8.6	68.745	0.777	1.000	3.146	1.00	X	✓

**Tabla 4.9.** Información experimental de experiencias barotrópicas, Parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} = 0,500$ .

Experimento	$f_m$ [rpm]	$f$ [rad/s]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	CCD	Sensor capacitivo
Run 9.1	34.420	0.389	0.500	0.157	0.05	✓	✓
Run 9.2	34.420	0.389	0.500	0.629	0.20	✓	✓
Run 9.3	34.420	0.389	0.500	1.258	0.40	✓	✓
Run 9.4	34.420	0.389	0.500	1.887	0.60	✓	✓
Run 9.5	34.420	0.389	0.500	2.516	0.80	✓	✓
Run 9.6	34.420	0.389	0.500	3.146	1.00	✓	✓

**Tabla 4.10.** Información experimental de experiencias barotrópicas

Experimento	$f_m$ [rpm]	$\mathcal{T}_{gf}$	$t_s$ [s]	$\mathcal{A}_*$	$h_1$ [cm]	$h_2$ [cm]	$\mathcal{H}_*$	$\varepsilon$ [cm]
Run 10.1	90.43	10.15	3.15	0.74	13.2	6.8	0.34	1.80
Run 10.2	35.58	4.07	3.15	0.80	13.3	6.3	0.32	1.50
Run 10.3	11.49	1.33	2.42	0.74	14.8	5.2	0.26	1.14

**Tabla 4.11.** Errores instrumentales de los sistemas de medición.

Parámetro	Notación	Valor del error	Unidad	Medición
Error instrumental capacitor	$\sigma_{SC}$	0.005	V	Directa
Error instrumental CCD	$\sigma_{CCD}$	0.500	px	Directa

**Tabla 4.12.** Errores experimentales asociados a escalas de longitud.

Parámetro	Notación	Valor del error	Unidad	Medición
Diámetro	$\sigma_D$	0.050	cm	Directa
Altura capa $\ell$	$\sigma_{h_\ell}$	0.050	cm	Directa
Altura Sensor Capacitivo	$\sigma_{h_{SC}}$	0.020	cm	Indirecta
Altura CCD	$\sigma_{h_{CCD}}$	0.083	cm	Indirecta
Perturbación inicial	$\sigma_{\eta_0}$	0.035	cm	Indirecta
Perturbación Sensor capacitivo	$\sigma_{\eta_{SC}}$	0.020	cm	Indirecta
Perturbación CCD	$\sigma_{\eta_{CCD}}$	0.097	cm	Indirecta
Espesor zona de mezcla	$\sigma_\varepsilon$	0.083	cm	Indirecta
Volumen estrato inferior	$\sigma_{V_\ell}$	1.274	l	Indirecta

**Tabla 4.13.** Errores experimentales asociados a escalas de tiempo.

Parámetro	Notación	Valor del error	Unidad	Medición
Período de revolución	$\sigma_T$	0.003	s	Directa
Velocidad angular	$\sigma_\Omega$	0.002	rad/s	Indirecta
Frecuencia inercial	$\sigma_f$	0.004	rad/s	Indirecta
Celeridad lineal de capa $\ell$	$\sigma_{c_\ell}$	0.004	m/s	Indirecta
Frecuencia boyante	$\sigma_N$	<b>0.632</b>	rad/s	Indirecta
Tiempo característico de la inercia	$\sigma_{T_g}$	<b>0.041</b>	s	Indirecta
Tiempo característico de la rotación	$\sigma_{T_f}$	<b>0.166</b>	s	Indirecta
Tiempo característico del empinamiento	$\sigma_{T_s}$	<b>0.035</b>	s	Indirecta
Tiempo característico de la viscosidad	$\sigma_{T_\nu}$	<b>2.967</b>	s	Indirecta

**Tabla 4.14.** Errores experimentales asociados a parámetros termo-dinámicos.

Parámetro	Notación	Valor del error	Unidad	Medición
Masa de sal	$\sigma_{m_s}$	0.05	kg	Directa
Temperatura	$\sigma_T$	1	°C	Indirecta
Densidad estrato inferior	$\sigma_{\rho_b}$	0.621	kg/m <sup>3</sup>	Indirecta
Densidad estrato superior	$\sigma_{\rho_t}$	0.125	kg/m <sup>3</sup>	Indirecta
Diferencia de densidades	$\sigma_{\Delta\rho}$	0.634	kg/m <sup>3</sup>	Indirecta
Viscosidad capa $\ell$	$\sigma_{\nu_\ell}$	$3.33 \times 10^{-8}$	m <sup>2</sup> /s	Indirecta

**Tabla 4.15.** Errores experimentales de los parámetros adimensionales.

Parámetro	Notación	Valor del error	Unidad	Medición
Parámetro de perturbación inicial	$\sigma_{\mathcal{A}^*}$	<b>0.012</b>	–	Indirecta
Parámetro de rotación	$\sigma_{\mathcal{T}_{gf}}$	<b>0.049</b>	–	Indirecta
Parámetro de empinamiento	$\sigma_{\mathcal{T}_{sg}}$	<b>0.051</b>	–	Indirecta
Parámetro de Ekman	$\sigma_{\mathcal{T}_{\nu f}}$	<b>12.510</b>	–	Indirecta

# Capítulo 5

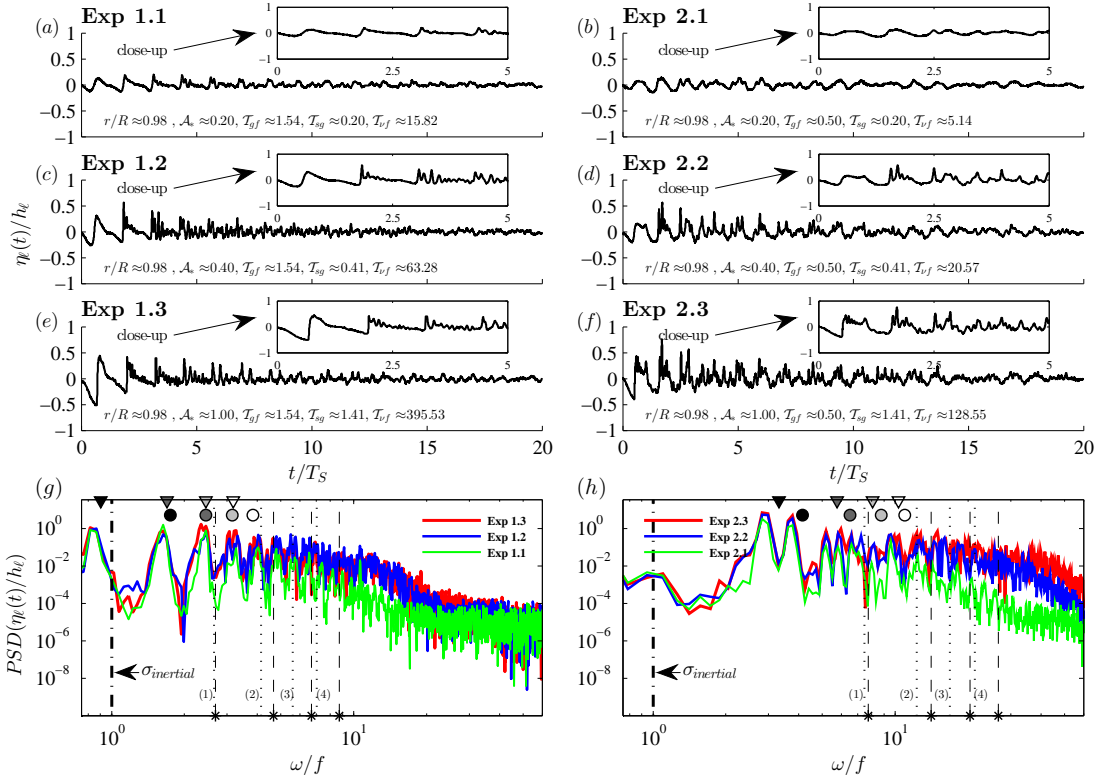
## Análisis de Resultados

### 5.1. Experimentos barotrópicos

Las Figuras (5.1)-(5.6) presentan resultados de un sub-conjunto de 6 experimentos, en los cuales se destaca el comportamiento del campo de ondas gravitacionales en los regímenes extremos de rotación  $\mathcal{T}_{gf} \in \{0, 50; 1, 54\}$ , para las amplitudes adimensionales  $\mathcal{A}_* \in \{0, 20; 0, 40; 1, 00\}$ , en 3 posiciones del espacio. De aquí en más, se denomina régimen de rotación alto y débil cuando se refiere al máximo y mínimo valor del parámetro de rotación  $\mathcal{T}_{gf} \approx 1,54$  y  $\mathcal{T}_{gf} \approx 0, 50$ , respectivamente. Además, se definen los modos acoplados no-lineales Kelvin-Poincaré como  $\omega_{KP(n_r, n_\theta)} = \omega_{K(n_r, n_\theta)} + \omega_{P(n_r, n_\theta)}$ , siguiendo la misma nomenclatura expuesta en la Figura (2.3).

Las Figuras (5.1) y (5.2) muestran los resultados del campo de ondas en el borde del dominio, donde  $r/R \approx 0,98$ . La Figura (5.1) incorpora las series de tiempo de la perturbación normalizada,  $\eta_\ell/h_\ell$ , de la interfaz agua-aire (ST) y los respectivos espectros de densidad potencial (PSD), para un tiempo de registro  $t_r = 20T_S$ , donde  $T_S = 4R/c_\ell$  es el período del seiche fundamental, el cual solo depende de las características geométricas del cuerpo de agua. Por su parte, la Figura (5.2) muestra los resultados de la transformada wavelet (WT) normalizada por la energía máxima del set de experimentos considerados, para un tiempo de registro  $t_r = 10T_{K(1,1)}$ , donde  $T_{K(1,1)}$  es el período de la onda Kelvin fundamental.

De la misma manera, los pares de Figuras (5.3)-(5.4) y (5.5)-(5.6) muestran los resultados obtenidos del campo de ondas en el interior del dominio para las posiciones  $r/R \approx 0,50$  y  $r/R \approx 0,00$ , respectivamente. Los resultados evidencian claras diferencias en función de la posición en el espacio. Por esto, la presentación de los resultados se desagrega en dos subsecciones: el comportamiento del campo de ondas en el borde y en el interior del dominio.



**Figura 5.1.** ST de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Espectros de densidad (PSD):  $\mathcal{A}_* = 0,2 \pm 0,0016$ : línea verde;  $\mathcal{A}_* = 0,6 \pm 0,0016$ : línea azul;  $\mathcal{A}_* = 1,0 \pm 0,0016$ : línea roja. Línea de puntos y trazos: Frecuencia inercial, donde  $\omega/f = 1$ , con  $f = 1,196 \pm 0,004$  [rad/s] y  $f = 0,389 \pm 0,004$  [rad/s] para rotación alta y baja, respectivamente. ▼: frecuencia de onda Kelvin azimutal, ●: frecuencia de onda Poincaré azimutal. Línea punteada ( $\cdots$ ) y línea segmentada ( $--$ ) representan modos acoplados y geostróficos, respectivamente. Hacia la derecha se identifican secuencialmente sus respectivos submodos.

### 5.1.1. Campo de ondas en el borde

Las ST muestran notables diferencias de acuerdo a la rotación del medio y a la perturbación inicial del sistema,  $\mathcal{A}_*$ . Se observan mayores valores de  $\eta_\ell/h_\ell$  a medida que la rotación es más débil. Por otra parte, la dinámica lineal de la onda se ve modificada a medida que  $\mathcal{A}_*$  aumenta en el sistema, permitiendo la formación de frentes empujados como los observados en los close-up de los experimentos 1.3 y 2.3 (ver Figuras 5.1g,h), los cuales degeneran en trenes de ondas tipo solitarias en el caso de un ambiente de rotación alto. Por otro lado, en el régimen de rotación débil, si bien se observan frentes empujados y paquetes de ondas de alta frecuencia, no es posible identificar estructuras coherentes tipo ondas solitarias.

Los PSD también muestran diferencias de acuerdo a la rotación del medio y  $\mathcal{A}_*$ . En primer lugar, se observa un aumento del ancho de bandas de frecuencias energizadas a medida que aumentamos  $\mathcal{A}_*$ . Esto último intensifica los procesos no lineales y a su vez la transferencia de energía hacia altas frecuencias. Este proceso de transferencia explica como sub-modos azimutales, inicialmente no excitados en la inclinación inicial del sistema, almacenan energía en el espectro, como se aprecia en las Figuras (5.1g,h). Si bien esto último se observa en



ambos regímenes, en el caso de rotación alta se obtiene una mejor correspondencia entre las frecuencias teóricas y las experimentales. Por último, en esta región del espacio no es posible identificar con claridad la presencia de modos geostróficos ( $5.1g,h;--$ ) ni acoplamientos no-lineales del tipo Kelvin-Poincaré ( $5.1g,h; \dots$ ).

Las Figuras (5.2a,b,c) muestran las WT correspondientes a los experimentos con un alto nivel de rotación. El aumento de  $\mathcal{A}_*$  se ve reflejado en la energización de altas frecuencias durante los primeros periodos de la onda Kelvin. Conforme pasa el tiempo, se observa un importante decaimiento de la energía tanto en la baja como en la alta frecuencia, observándose que la energía queda almacenada en rangos de frecuencias cercanas a  $\omega_{KP(1,1)}$ . Los close-up de las Figuras (5.2a,b,c) muestran que el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  pierde y gana energía en función del tiempo, presentando peaks de energía mayores que los modos fundamentales Kelvin y Poincaré, los cuales decaen débilmente en el tiempo. Para el caso de rotación débil, las Figuras (5.2d,e,f) evidencian un claro dominio energético de los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y Poincaré ( $\bullet$ ), predominando energéticamente la onda Kelvin con respecto a la onda Poincaré, conforme a la teoría. De los close-up de las Figuras (5.2d,e,f) se observa que la energía contenida en las ondas Kelvin y Poincaré posee un decaimiento periódico. Por otra parte, durante los primeros periodos de la onda Kelvin se puede observar energización del modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$ , el cual pierde su energía a partir de  $t/T_{K(1,1)} \geq 4$ .

### 5.1.2. Campo de ondas en el interior

Las Figuras (5.3a,c,e) y (5.3b,d,f) muestran las ST en la posición  $r/R \approx 0,50$ , correspondientes a los casos de alta y baja rotación, respectivamente. La formación de frentes empinados y el desarrollo de paquetes de ondas tipo solitarias es evidente para el caso de alta rotación. Por otro lado, no se aprecian frentes empinados para el régimen de rotación débil; solo se identifican peaks localizados. En éste régimen de rotación se observan mayores valores de  $\eta_\ell/h_\ell$ .

Las Figuras (5.3g,h) muestran los PSD en  $r/R \approx 0,50$  para los regímenes de alta y baja rotación, respectivamente. Los resultados muestran una mayor energía en el regimen de rotación débil. Se observa, para ambos regímenes de rotación, una correspondencia evidente entre la teoría y los peaks energéticos asociados a los sub-modos azimutales Kelvin y Poincaré, donde  $n_\theta \leq 2$ . Adicionalmente, se observa un peak de energía en  $\omega_{P_{1,4}}$  cuando la rotación es débil. En estos últimos ambientes rotacionales se observa un acople de los modos fundamentales Kelvin-Poincaré,  $\omega_{KP(1,1)}$ , mientras que en ambientes de rotación alta, es posible identificar acoples como  $\omega_{KP(1,2)}$  y  $\omega_{KP(1,3)}$ .

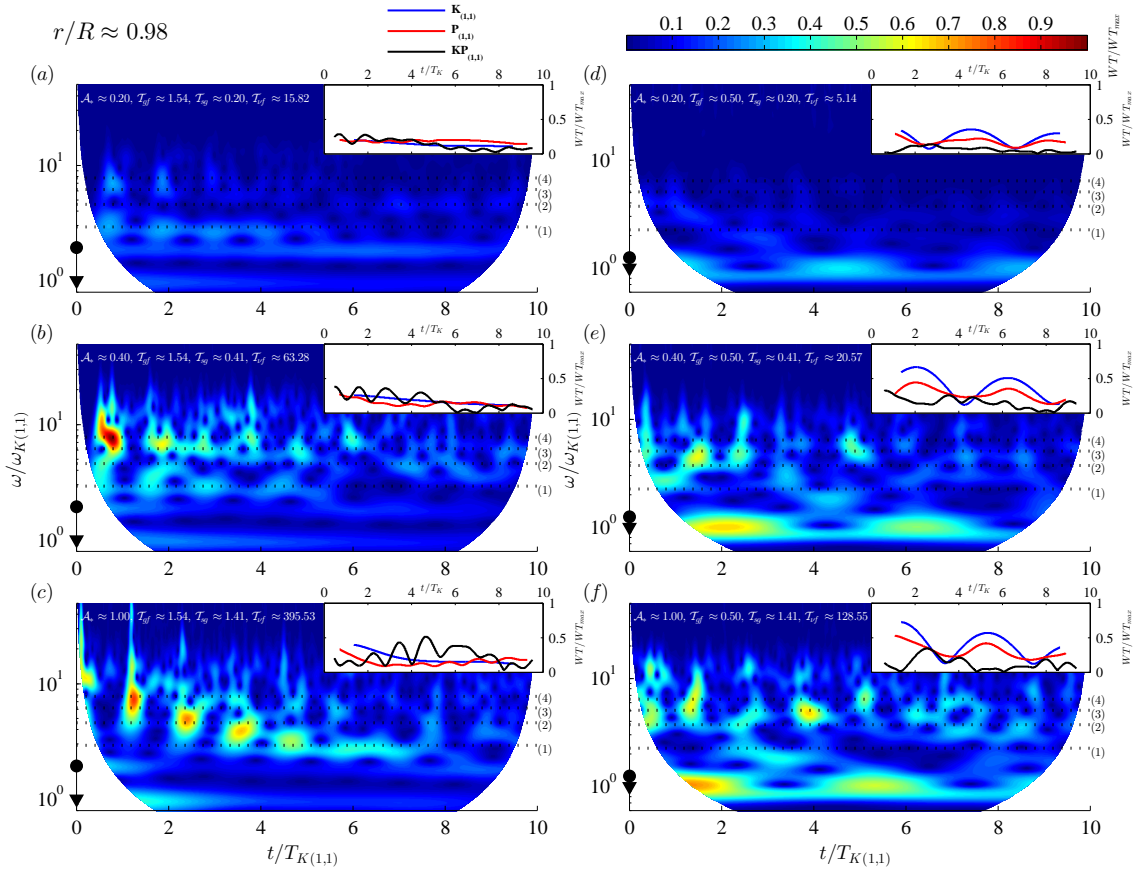
La Figura (5.4) muestra las WT obtenidas para la posición  $r/R \approx 0,50$ . Los resultados muestran claras diferencias con respecto a la rotación del medio. En primer lugar, para el régimen de rotación débil si bien las frecuencias fundamentales Kelvin,  $\omega_{K(1,1)}$ , y Poincaré,  $\omega_{P(1,1)}$ , tienen una importante energización, los máximos peaks de energías se observan en bandas de alta frecuencia (Figura 5.4f).

De los close-up de las Figuras 5.4(d,e,f) se advierte que las ondas Poincaré y Kelvin fundamentales tienen similares niveles energéticos en función del tiempo, mostrando ambas un

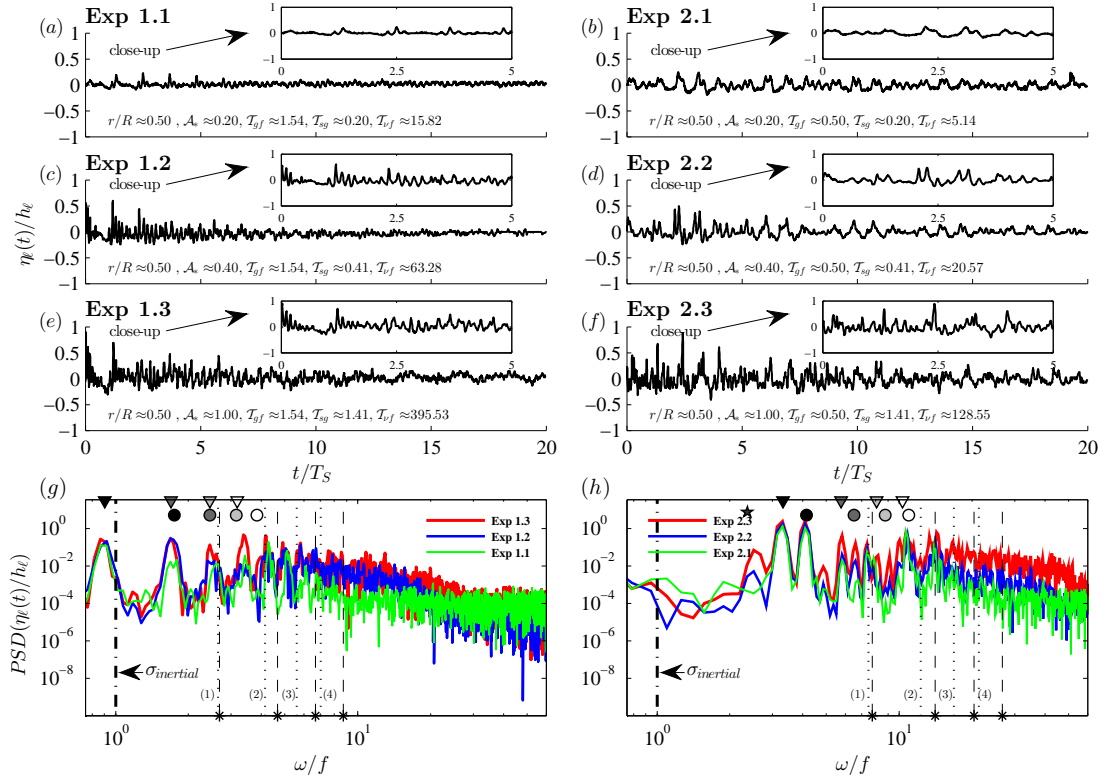
decaimiento periódico, mientras que el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  almacena menor energía que los modos fundamentales.

Por otro lado, en el escenario de rotación alta (ver Figuras 5.4a,b,c) se observa una energización de alta frecuencia a medida que  $\mathcal{A}_*$  crece, que tienden a decaer en torno a  $t/T_{K(1,1)} \sim 6$  para el caso más energético. Conforme pasa el tiempo, la energía queda principalmente almacenada en torno a la frecuencia  $\omega_{KP(1,1)}$ . De los close-up de las Figuras (5.4a,b,c) se observa que los modos fundamentales y los acoplamientos Kelvin-Poincaré tienen baja energía.

Las Figuras (5.5a,c,e) y (5.5b,d,f) muestran las ST en la posición  $r/R \approx 0,00$ , correspondientes a los casos de alta y baja rotación, respectivamente. En esta región se observan mayores amplitudes en el régimen de rotación débil. Para este régimen también se aprecia como la señal de  $\eta_\ell(t)$  queda atrapada en una envolvente periódica, siendo más evidente en el experimento menos energético (Exp 2.1). Cabe destacar que en esta región del espacio no se observan frentes de ondas empujados ni formación de paquetes de ondas tipo solitarias para



**Figura 5.2.** WT de los desplazamientos verticales de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Los experimentos considerados son:  $\mathcal{T}_{gf} = 1,54 \pm 0,0014$  (a,b,c) y  $\mathcal{T}_{gf} = 0,50 \pm 0,0007$  (d,e,f). Las perturbaciones iniciales para las respectivas filas son:  $\mathcal{A}_* = 0,2 \pm 0,0016$ : (a,c);  $\mathcal{A}_* = 0,6 \pm 0,0016$ : (b,d);  $\mathcal{A}_* = 1,0 \pm 0,0016$ : (c,e). En líneas punteadas ( $\cdot \cdot \cdot$ ) se identifican 4 modos acoplados  $\omega_{KP(1,n_\theta)}$  ordenados secuencialmente de abajo hacia arriba. Las imágenes situadas en la esquina superior derecha de cada gráfico muestran el seguimiento temporal de la energía de las ondas Kelvin y Poincaré fundamentales  $\blacktriangledown$  y  $\bullet$  respectivamente, además de su primera interacción  $\omega_{KP(1,1)}$ .

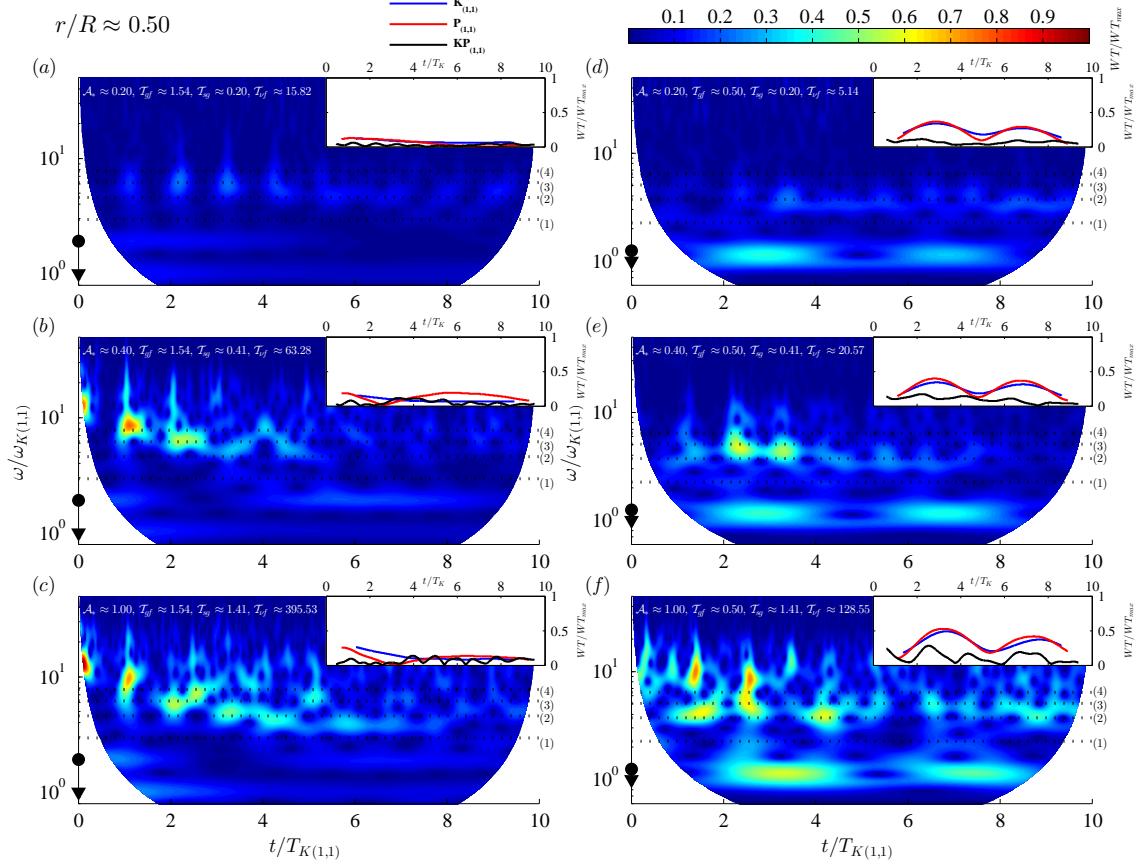


**Figura 5.3.** ST de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = \pi) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Se observa un peak de energía asociado a la interacción  $\omega_{P_{(1,2)}} - \omega_{P_{(1,1)}}$  ( $\star$ ). Ídem Figura 5.1.

ningún régimen de rotación.

Las Figuras (5.5g,h) muestran los PSD para alta y baja rotación, respectivamente. Para ambas rotaciones, los peaks de energía más notorios están asociados a frecuencias altas  $\omega/f \sim \mathcal{O}(10^1)$ . Por el contrario, los sub-modos radiales Kelvin ( $\blacktriangle$ ) y Poincaré ( $\blacksquare$ ) contienen muy poca energía. También se observa de forma evidente, y para ambos casos, la energización de los sub-modos geostroficados ( $--$ )  $\omega_{G_{(1,0)}}$  y  $\omega_{G_{(2,0)}}$ , existiendo una especie de pseudo-resonancia entre  $\omega_{G_{(1,0)}}$  y la primera interacción ( $\cdots$ )  $\omega_{KP_{(1,1)}}$ .

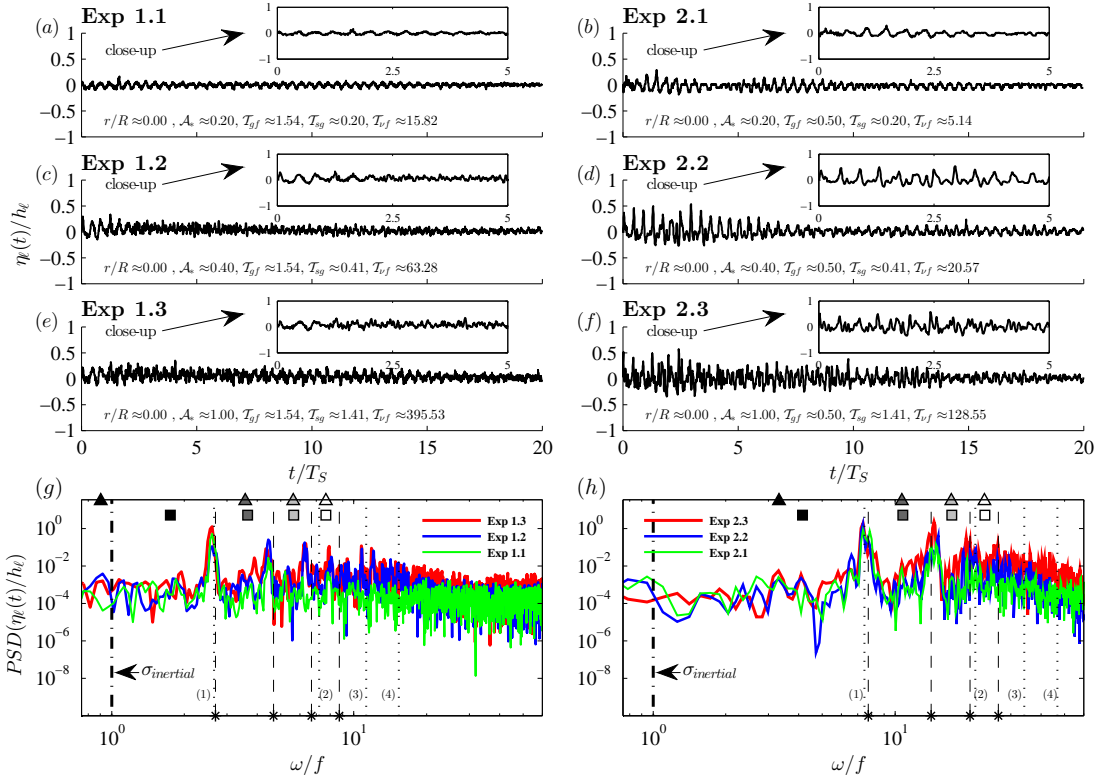
La Figura (5.6) muestra las WT para la posición  $r/R \approx 0,00$ . Se aprecia para ambos regímenes una mayor energización de la interacción  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  con respecto a las frecuencias fundamentales, las cuales casi no contienen energía en el tiempo de registro  $10T_{K_{(1,1)}}$ . Para ambos regímenes, el decaimiento energético del modo acoplado  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  muestra descensos e incrementos en función del tiempo, siendo este comportamiento notablemente más intenso en el caso de rotación débil. En el régimen de rotación alta, se visualiza que el decaimiento posee una estructura tipo exponencial para el caso energético intermedio (ver Figura 5.6b). Para el régimen de rotación débil  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  contiene más energía y decae periódicamente (Figuras 5.6d,f). Además, aún en el final del tiempo de registro  $10T_{K_{(1,1)}}$ , se aprecian bandas de frecuencias energizadas del orden de  $\omega/\omega_{K_{(1,1)}} \sim \mathcal{O}(10^1)$ .



**Figura 5.4.** WT de los desplazamientos verticales de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = \pi) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Ídem Figura 5.2.

### 5.1.3. Tasa de decaimiento del campo de ondas gravitacionales

La tasa de decaimiento del campo de ondas gravitacionales,  $\mathcal{T}_{df}$ , fue obtenida mediante el ajuste de una curva del tipo  $\eta_0 \exp(\mathcal{T}_{df} \cdot t/T_f)$  a la envolvente de la interfaz  $\eta_\ell(t)$ . Los resultados obtenidos se presenta en la Figura 5.7. Las Figuras 5.7(a, b, c, d) muestra  $\mathcal{T}_{df}$  en función de los números adimensionales en la formulación del problema. En términos generales, los resultados obtenidos pueden ser sintetizados de la siguiente forma: (1) a medida que aumenta el nivel de perturbación inicial,  $\mathcal{A}_* \uparrow$ , la tasa de decaimiento aumenta,  $\mathcal{T}_{df} \uparrow$ ; (2) a medida que se incrementa el efecto de la rotación en el campo de ondas gravitacionales,  $\mathcal{T}_{gf} \uparrow$ , la tasa de decaimiento aumenta,  $\mathcal{T}_{df} \uparrow$ ; (3) a medida que se incrementa la tasa de empinamiento,  $\mathcal{T}_{sg} \downarrow$ , la tasa de decaimiento aumenta,  $\mathcal{T}_{df} \uparrow$ ; (4) a medida que se incrementa el parámetro de Ekman,  $\mathcal{T}_{vf} \uparrow$ , la tasa de decaimiento aumenta,  $\mathcal{T}_{df} \uparrow$ . Se observa una relación importante entre los efectos no lineales y la rotación del sistema. Para entender el decaimiento del campo de gravedad de forma tal que satisfaga el efecto de la perturbación no lineal, la rotación y la viscosidad, se propone un parámetro adimensional  $\Pi = c_0 \cdot (\mathcal{T}_{gf})^{c_1} \cdot (\mathcal{T}_{sg})^{c_2} \cdot (\mathcal{T}_{vf})^{c_3}$ , que caracterize la tasa de decaimiento  $\mathcal{T}_{df}$ . Para obtener  $c_i$  se resolvió el problema no lineal de mínimos cuadrados entre  $\mathcal{T}_{df}$  y  $\Pi$ , obteniendo los valores  $c_0 = 0,0125$ ,  $c_1 = -0,0969$ ,  $c_2 = 0,4687$  y  $c_3 = 0,3520$ . El resultado de este análisis se muestran en la Figura 5.7(e).



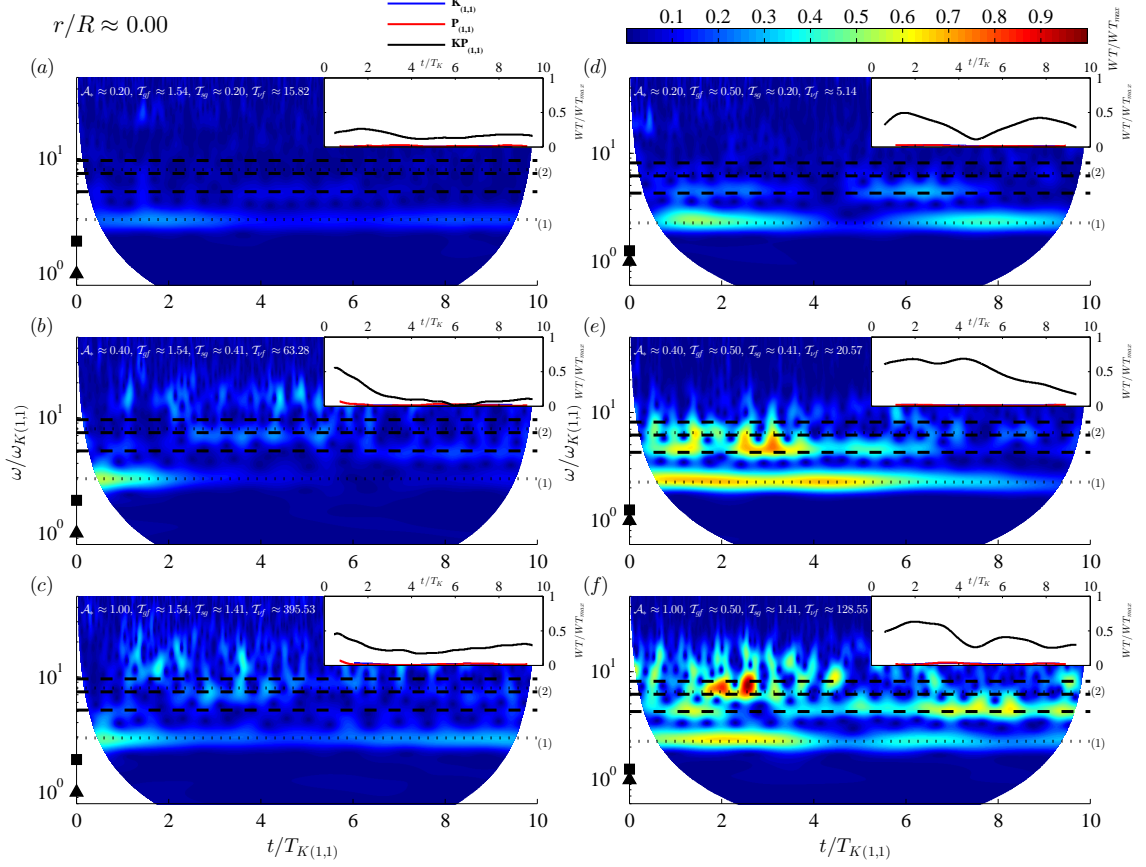
**Figura 5.5.** ST de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Se incluyen sub-modos radiales Kelvin (▲) y Poincaré (■). Idem Figura 5.1.

## 5.2. Experimentos baroclínicos

Las Figuras (5.8)-(5.10) presentan resultados de un conjunto de 3 experimentos, en los cuales se destaca el comportamiento de la dinámica del campo de ondas internas gravitacionales en las posiciones  $r/R \in \{0,95; 0,50; 0,00\}$ , respectivamente. En cada figura se abarcan valores para el parámetro de rotación  $T_{gf_i} \in \{1, 33; 4, 00; 10, 00\}$ , los cuales son denominados durante la descripción de los resultados como regímenes de rotación débil, intermedia y alta, respectivamente.

La Figura (5.8) incluye resultados del campo de ondas en el borde del dominio, donde  $r/R \approx 0,95$ . Se incorporan las series de tiempo del desplazamiento de la interfaz de densidad normalizada por la altura del estrato inferior  $\eta_\ell(t)/h_2$  (ST) y los respectivos espectros de densidad potencial (PSD) de las frecuencias normalizadas por la frecuencia inercial  $\omega/f$ , para un tiempo de registro  $t_r = 20T_{S_i}$ , donde  $T_{S_i} = 4R/c_{\ell_1}$  es el período del seiche interno fundamental, el cual no depende de la rotación del medio pero sí de la razón de aspecto y de la estratificación, para un flujo de 2 capas. También se muestran las transformadas wavelet (WT) normalizadas por la energía máxima del conjunto de experimentos considerados, para un tiempo de registro  $t_r = 10T_{K(1,1)}$ , donde  $T_{K(1,1)}$  es el período de la onda Kelvin fundamental, el cual sí depende de la rotación del medio. Las gráficas WT muestran las frecuencias normalizadas por la frecuencia del modo Kelvin fundamental,  $\omega/\omega_{K(1,1)}$ .

De la misma manera, las Figuras (5.9) y (5.10) muestran los resultados obtenidos del campo

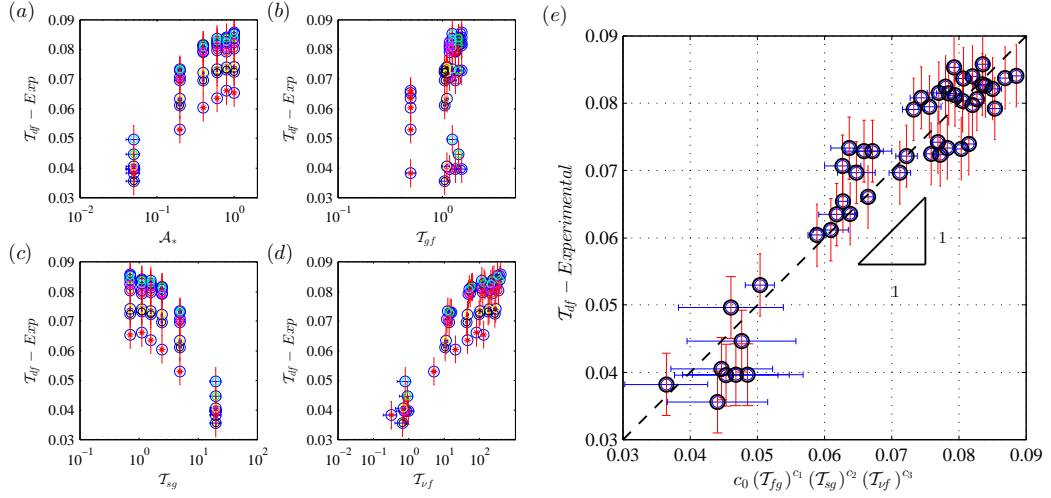


**Figura 5.6.** WT de los desplazamientos verticales de la interfaz  $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}[m]$ . Sub-modos radiales Kelvin ( $\blacktriangle$ ) y Poincaré ( $\blacksquare$ ). En línea segmentada (—) se identifican los modos geostroficados  $\omega_{G(2,0)}$ ,  $\omega_{G(3,0)}$  y  $\omega_{G(4,0)}$ , secuencialmente de abajo hacia arriba. En línea punteada ( $\cdot\cdot\cdot$ ) se muestran los primeros 2 modos acoplados radiales. Ídem Figura 5.2.

de ondas internas en el interior del dominio para las posiciones  $r/R \approx 0,50$  y  $r/R \approx 0,00$ , respectivamente. Los resultados evidencian claras diferencias de acuerdo a la rotación del medio y a la posición en el espacio. La presentación de los resultados se desagrega en dos subsecciones: la respuesta del campo de ondas internas en el borde y en el interior del dominio.

### 5.2.1. Campo de ondas internas en el borde del dominio

Las ST de las Figuras (5.8a, b, c) muestran notables diferencias de acuerdo al régimen de rotación del medio. A medida que la rotación se debilita, se observan mayores valores de  $\eta_\ell(t)/h_2$ . Cuando la rotación es fuerte, se visualiza como la señal casi no se perturba una vez recuperada la amplitud desde la perturbación inicial, desde  $t \sim 5 \times T_S$ . Para el caso de rotación intermedia, se observan perturbaciones de alta frecuencia luego de la recuperación de la amplitud desde la condición inicial, sin embargo, no es posible identificar procesos de empujamiento ni desarrollo de paquetes de onda tipo solitarias. Conforme pasa el tiempo, la señal comienza a estabilizarse en oscilaciones de menor frecuencia con respecto al inicio. Para el caso de rotación débil, se observan amplitudes mayores de la señal, siendo evidente la presencia de frentes empinados, sin embargo, no se advierte la presencia de paquetes de

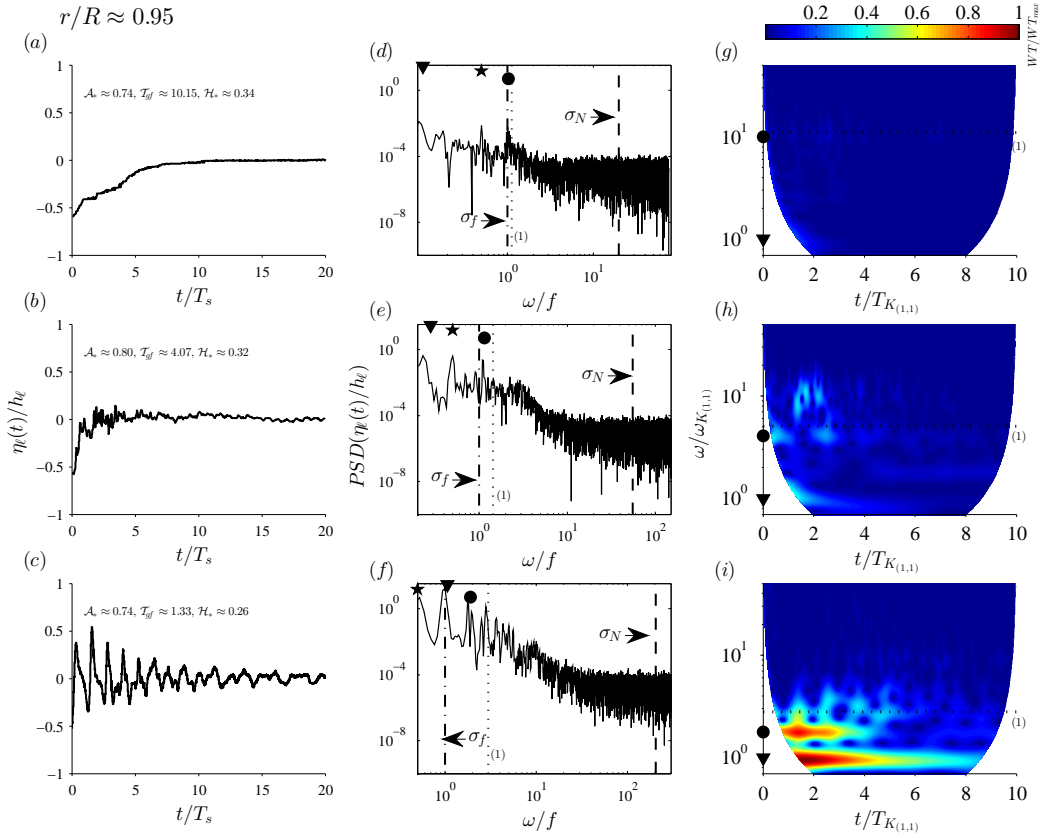


**Figura 5.7.** (a) – (d): Tasa de decaimiento  $\mathcal{T}_{df}$  en términos de los parámetros adimensionales  $\mathcal{A}_*$ ,  $\mathcal{T}_{gf}$ ,  $\mathcal{T}_{sg}$  y  $\mathcal{T}_{vf}$ , respectivamente. Barras rojas representan la desviación estándar de  $\mathcal{T}_{vf}$ . (e): Tasa de decaimiento  $\mathcal{T}_{df}$  en términos de una función  $\Pi = c_0 (\mathcal{T}_{gf})^{c_1} \cdot (\mathcal{T}_{sg})^{c_2} \cdot (\mathcal{T}_{vf})^{c_3}$ . Línea punteada muestra la recta con pendiente 1. Barras horizontales azules representan el error de  $\pi$  para cada experimento.

ondas tipo solitarias. La señal decae en función del tiempo hasta alcanzar una estructura de onda monocromática al final de la ventana de tiempo registrado.

Los PSD de las Figuras (5.8d, e, f) también muestran diferencias de acuerdo al régimen de rotación. Se observa que a medida que la rotación se atenúa, los peaks energéticos asociados a las frecuencias dominantes son más altos. Para el caso de rotación fuerte, los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y Poincaré ( $\bullet$ ) son los más energéticos del espectro gravitacional, observándose una correspondencia con las frecuencias teóricas. También se visualiza un peak en  $\omega/f \approx 0,5$ , el cual está asociado a la velocidad angular del sistema. El modo acoplado  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  (línea punteada  $\cdot \cdot \cdot$ ) no está vinculado a un peak de energía de forma evidente. Para el régimen de rotación intermedia, los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y Poincaré ( $\bullet$ ), en conjunto con el modo asociado a la velocidad angular, son las frecuencias con mayores peaks energéticos, observándose una correspondencia con las frecuencias teóricas. El modo acoplado  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  (línea punteada  $\cdot \cdot \cdot$ ) no está vinculado a un peak de energía de forma evidente. Cuando la rotación es débil, ambos modos fundamentales, la interacción  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  y la frecuencia asociada a la velocidad angular del sistema,  $\omega_\Omega$ , poseen peaks energéticos (ver Figura 5.8f). En este régimen de rotación se observa una buena correspondencia entre las frecuencias teóricas lineales y experimentales.

Las WT de las Figuras (5.8g, h, i) muestran diferencias de acuerdo a la rotación del medio. Se observa una mayor cantidad de energía a medida que la rotación se debilita. Para el régimen de alta rotación, la máxima energía alcanzada es atribuible al modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ), decayendo totalmente en  $t \sim 3T_{K_{(1,1)}}$ . También existen frecuencias levemente energizadas en torno al modo fundamental Poincaré y entre los modos fundamentales Kelvin y Poincaré. Para el régimen de rotación intermedio, existen bandas de baja y alta frecuencia energizadas. Para las bajas frecuencias, se observa que el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) tiene energía asociada que decae en torno a  $t \sim 6T_{K_{(1,1)}}$ , mientras que el modo fundamental Poincaré ( $\bullet$ )



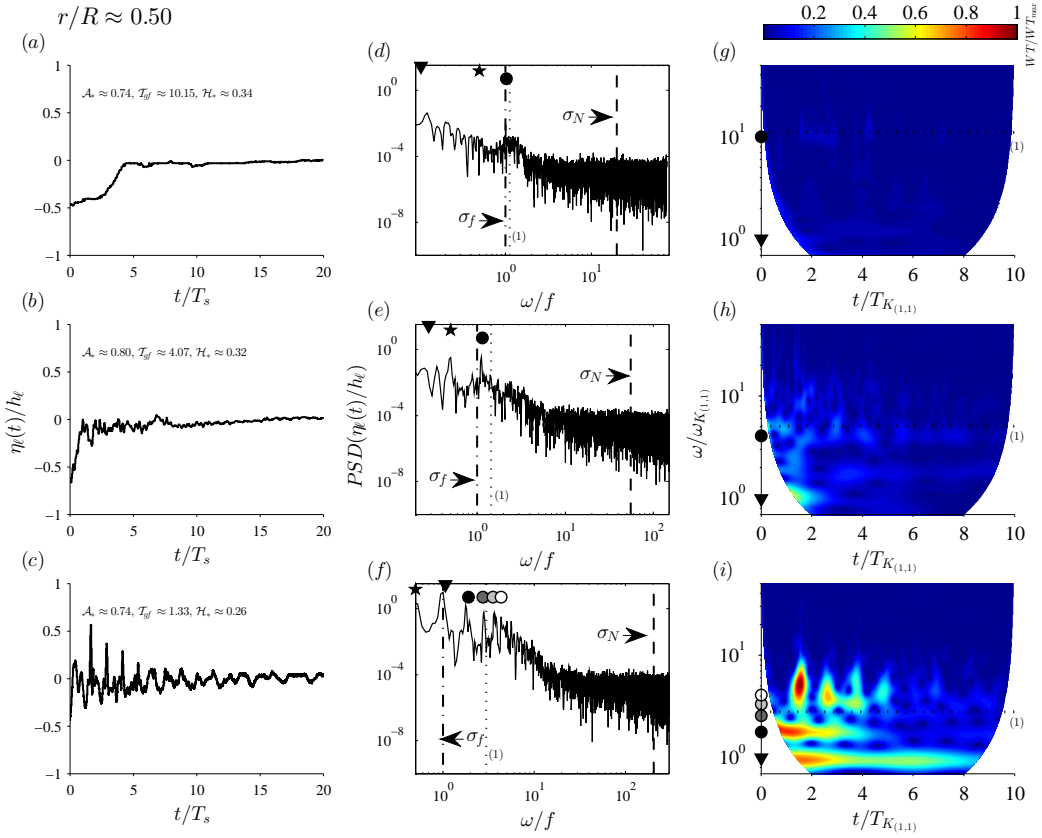
**Figura 5.8.** ST de la interfaz de densidad  $\eta_\ell(t, r \approx 0,95 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$  [m]. Espectros de densidad (PSD):  $\sigma_f$ : frecuencia inercial;  $\sigma_N$ : frecuencia boyante;  $\blacktriangledown$ : frecuencia de onda Kelvin azumital;  $\bullet$ : frecuencia de onda Poincaré azumital; Línea punteada ( $\cdot \cdot \cdot$ ) es el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  y  $\star$ : frecuencia angular  $\omega_\Omega$ .

posee una estructura de decaimiento periódico hasta  $t \sim 4T_{K(1,1)}$ . Por otro lado, se observan bandas de alta frecuencia energizadas en torno a  $\omega/\omega_{K(1,1)} \sim \mathcal{O}(10^1)$ . Para el régimen de rotación débil se advierte de forma evidente la energización de bandas de baja frecuencias en torno a ambos modos fundamentales ( $\blacktriangledown$  y  $\bullet$  en Figura 5.8i). La onda Kelvin fundamental va perdiendo su energía en función del tiempo, sin embargo, aún en  $t \sim 8T_{K(1,1)}$  contiene una importante fracción de energía disponible. Por otra parte, casi la totalidad de la energía de la onda Poincaré decae en en torno a  $t \sim 4T_{K(1,1)}$ . También se observa energización en torno a bandas de altas frecuencias. El modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  se energiza de forma periódica hasta decaer en torno a  $t \sim 5T_{K(1,1)}$ . Además, se observan frecuencias con leve almacenamiento de energía entre  $\omega_{KP(1,1)}/\omega_{K(1,1)} < \omega/\omega_{K(1,1)} < 10$ .

## 5.2.2. Campo de ondas internas en el interior del dominio

Las ST de las Figuras (5.9a, b, c) muestran notables diferencias de acuerdo al régimen de rotación del medio. A medida que la rotación se debilita, se observan mayores valores de  $\eta_\ell(t)/h_2$ . Cuando la rotación es fuerte, se visualiza como la señal casi no se perturba una vez recuperada la amplitud desde la perturbación inicial  $\eta_0$ , desde  $t \sim 5T_S$ . Para el caso de





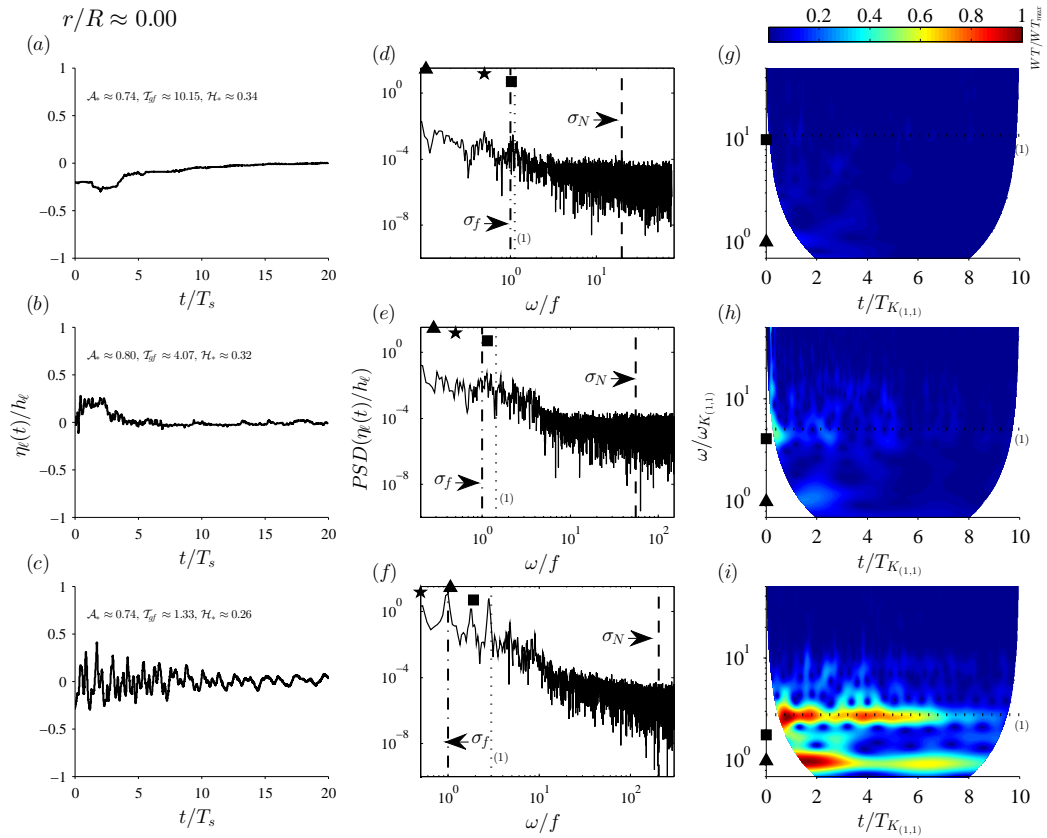
**Figura 5.9.** ST, PSD y WT de la interfaz de densidad  $\eta_\ell(t, r \approx 0,50 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$  [m]. Se muestran sub-modos azimutales Poincaré  $\bullet$  en las gráficas PSD y WT. Idem Figura 5.8.

rotación intermedia, se observa una primera fase con perturbaciones de alta frecuencia luego de la recuperación de la amplitud desde la condición inicial. Sin embargo, no se visualizan procesos de empinamiento ni desarrollo de paquetes de ondas tipo solitarias. Conforme pasa el tiempo, la señal comienza a estabilizarse en oscilaciones de menor frecuencia con respecto al inicio. Para el caso de rotación débil, se observan amplitudes mayores de la señal, siendo evidente la presencia de frentes empinados. Sin embargo, no se advierte de forma evidente la presencia de trenes de ondas tipo solitarias. La señal decae en función del tiempo hasta alcanzar una estructura monocromática al final de la ventana de tiempo registrada.

Los PSD de las Figuras (5.9d, e, f) también muestran diferencias de acuerdo al régimen de rotación. Se observa que a medida que la rotación es más débil, los peaks asociados a las frecuencias dominantes son más energéticos. Para el caso de rotación alta, el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) es el más energético. Además, se detectan peaks de energía en frecuencias subinerciales ( $\omega/f < 1$ , a la izquierda de línea punto-trazo  $-\cdot-$ ) mayores que  $\omega_{K(1,1)}$ . Por otro lado, tanto el modo fundamental Poincaré ( $\bullet$ ) como el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  (línea punteada  $\cdot\cdot\cdot$ ) no están vinculados a algún peak de energía de forma evidente. Para el régimen de rotación intermedia, los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y Poincaré ( $\bullet$ ), en conjunto con el modo asociado a la velocidad angular, son las frecuencias con mayores peaks energéticos, observándose una correspondencia con las frecuencias teóricas. El modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  (línea punteada  $\cdot\cdot\cdot$ ) no está vinculado a un peak de energía importante. Cuando la rotación

es débil, ambos modos fundamentales, la interacción  $\omega_{KP(1,1)}$  y la frecuencia asociada a la velocidad angular del sistema,  $\omega_\Omega$ , poseen peaks energéticos (ver Figura 5.9f). También se observa un peak para  $\omega/f \sim 4$ . Se aprecia una correspondencia de los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y Poincaré ( $\bullet$ ) con las frecuencias teóricas.

Las WT de las Figuras (5.9g, h, i) muestran diferencias de acuerdo a la rotación del medio. Se observa una mayor cantidad de energía a medida que la rotación se debilita. Para el régimen de alta rotación, las máximas energías alcanzadas son atribuible al modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y al modo fundamental Poincaré ( $\bullet$ ). Para el régimen de rotación intermedio existen frecuencias energizadas entre el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) y  $\omega = 10\omega_{K(1,1)}$ . En general, gran parte de la energía decae en torno a  $t \sim 2T_{K(1,1)}$ , inclusive  $\omega_{K(1,1)}$ , que es la frecuencia donde se aprecia la máxima cantidad de energía almacenada. Para el régimen de rotación débil se advierte de forma evidente la energización de bandas de baja frecuencias en torno a ambos modos fundamentales ( $\blacktriangledown$  y  $\bullet$  en Figura 5.9i). La onda Kelvin fundamental va perdiendo su energía en función del tiempo, sin embargo, aún en  $t \sim 8T_{K(1,1)}$  contiene una importante fracción de energía disponible. Por otra parte, casi la totalidad de la energía de la onda Poincaré decae en en torno a  $t \sim 4T_{K(1,1)}$ . La energía máxima se logra apreciar en bandas de alta frecuencia ubicadas entre  $\omega_{KP(1,1)}$  y  $\omega/f \sim \mathcal{O}(10^1)$ , las cuales cada vez son más acotadas conforme pasa el tiempo, decayendo casi en su totalidad en  $t = 5T_{K(1,1)}$ .



**Figura 5.10.** ST, PSD y WT de la interfaz de densidad  $\eta_\ell(t, r \approx 0,00 \cdot R, \theta = 0) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 1 \times 10^{-3}$  [m]. Idem Figura 5.8.

Las ST de las Figuras (5.10a, b, c) muestran notables diferencias de acuerdo al régimen de rotación del medio. A medida que la rotación se debilita, se observan mayores valores de

$\eta_\ell(t)/h_2$ . Cuando la rotación es fuerte, se visualiza como la señal casi no se perturba, una vez recuperada de la perturbación inicial  $\eta_0$  impuesta en la condición inicial. Para el caso de rotación intermedia, si bien no se identifican frentes empinados ni desarrollos de paquetes de ondas no lineales tipo solitarias, sí existen cambios abruptos de la perturbación en la interfaz de densidad, observándose una primera fase con un aumento y una disminución de la señal hasta  $t \sim 3T_S$ , una segunda fase con perturbaciones de alta frecuencia hasta  $t \sim 7T_S$  y la posterior fase de estabilización de la señal. Para el caso de rotación débil, se observan amplitudes mayores de la señal, siendo evidente la presencia de frentes empinados, sin embargo, no se advierte la presencia de trenes de ondas tipo solitarias.

Los PSD de las Figuras (5.10d, e, f) también muestran diferencias de acuerdo al régimen de rotación. Se observa que a medida que la rotación se atenúa, los peaks energéticos asociados a las frecuencias dominantes son más altos. Para el caso de rotación fuerte, el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangle$ ) es el más energético. También se visualiza un peak en  $\omega/f \approx 0,5$ , el cual esta asociado a la velocidad angular del sistema. Por otro lado, tanto el modo fundamental Poincaré ( $\blacksquare$ ) como el modo acoplado  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  (línea punteada  $\cdots$ ) no están vinculados a peaks de energía de forma evidente. Para el régimen de rotación intermedia, se observan peaks de energías situados en frecuencias sub-inerciales donde  $\omega/f < 1$  (a la izquierda de línea punteada  $-\cdot-$ ), sin embargo, estos peaks no tienen una correspondencia evidente con el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangle$ ) o la frecuencia angular  $\omega_\Omega$ . Para frecuencias super-inerciales, se observa un peak local de energía correspondiente al modo fundamental Poincaré ( $\blacksquare$ ). Además, se visualizan frecuencias no lineales energizadas en el rango  $\omega/f \in [2, 5]$ . Cuando la rotación es débil, ambos modos fundamentales, la interacción  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  y la frecuencia asociada a la velocidad angular del sistema,  $\omega_\Omega$ , poseen peaks energéticos (ver Figura 5.10f). Se aprecia una correspondencia de los modos fundamentales Kelvin ( $\blacktriangle$ ) y Poincaré ( $\blacksquare$ ) con las frecuencias teóricas.

Las WT de las Figuras (5.10g, h, i) muestran diferencias de acuerdo a la rotación del medio. Se observa una mayor cantidad de energía a medida que la rotación se debilita. Para el régimen de alta rotación, la máxima energía alcanzada es atribuible al modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangle$ ), decayendo totalmente en  $t \sim 4T_{K_{(1,1)}}$ . También existen frecuencias levemente energizadas entre los modos fundamentales Kelvin y Poincaré ( $\blacksquare$ ), las cuales decaen casi absolutamente en  $t \sim 4T_{K_{(1,1)}}$ . Para el régimen de rotación intermedio, existen bandas de baja y alta frecuencia energizadas. Para las bajas frecuencias, se observa que el modo fundamental Kelvin ( $\blacktriangledown$ ) tiene energía asociada, la cual decae casi completamente en  $t \sim 3T_{K_{(1,1)}}$ . Por otro lado, las bandas de altas frecuencias energizadas se sitúan en torno al modo acoplado Kelvin-Poincaré  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  y contiene la energía máxima almacenada. En la Figura (5.10h) se observa que la máxima energía comienza a tener un descenso notorio en  $t \sim T_{K_{(1,1)}}$ , decaimiento que continúa hasta que gran parte de la energía se ha amortiguado en  $t \sim 5T_{K_{(1,1)}}$ . Para el régimen de rotación débil se advierte de forma evidente la energización de bandas de baja frecuencias en torno a ambos modos fundamentales ( $\blacktriangledown$  y  $\bullet$  en Figura 5.10i). La onda Kelvin fundamental, que contiene la máxima energía, va decayendo en función del tiempo, sin embargo, aún en  $t \sim 8T_{K_{(1,1)}}$  contiene una importante fracción de energía disponible. Por otra parte, casi la totalidad de la energía de la onda Poincaré decae en en torno a  $t \sim 3T_{K_{(1,1)}}$ . Se observa energización en torno a bandas de altas frecuencias. La energización del modo  $\omega_{KP_{(1,1)}}$  es evidente al menos hasta  $t \sim 5T_{K_{(1,1)}}$ , tiempo en el cual decae casi absolutamente. Se observan frecuencias con leve almacenamiento de energía entre  $\omega_{KP_{(1,1)}}/\omega_{K_{(1,1)}} < \omega/\omega_{K_{(1,1)}} < 10$ .

# Capítulo 6

## Discusión y Conclusiones

### 6.1. Discusiones

#### 6.1.1. Metodología

##### Montaje experimental

En general, el montaje experimental logra reproducir los experimentos de acuerdo a los modelos conceptuales propuestos. No obstante, los tiempos empleados en preparar los experimentos baroclínicos son extensos. En este sentido, mejoras como el aumento de la sección y del número de agujeros para la inyección del flujo salino son soluciones asequibles. Otra mejora propuesta, más lejana de alcanzar, es reducir el tamaño del estanque cilíndrico utilizado, dónde la escala de longitud horizontal de éste se debe diseñar en función de los regímenes de rotación que se quieran estudiar. Éstos últimos también se pueden controlar si se instala un nuevo motoreductor que opere en rangos de frecuencias más extensos.

El montaje experimental permite realizar experimentos barotrópicos de forma asequible, sin embargo, cuenta con limitaciones propias de la capacidad de giro de la mesa rotatoria que no permiten estudiar la dinámica del campo de ondas gravitacionales afectadas por un régimen de rotación distinto del denominado débil, entendiendo que la altura del estrato  $h_\ell = 5[\text{cm}]$  no puede ser disminuida ya que los errores asociados al CCD y a la nivelación de la mesa comienzan a escalar con  $h_\ell$ .

##### Métodos e instrumentos de medición

La transferencia de energía desde las ondas de gravedad de gran escala hacia ondas de alta frecuencia, como por ejemplo los trenes de ondas no lineales tipo solitarias, ocurre dentro de la zona gravitacional del espectro de densidad potencial. Sin embargo, esta transferencia puede llegar a escalas menores, como la escala donde la tensión superficial comienza a influir sobre

el flujo. Para los experimentos barotrópicos, el límite superior del espectro gravitacional es la frecuencia capilar. Esta última apenas alcanza a ser registrada cuando el sensor capacitivo actúa con una tasa de muestreo de  $f_{m_{SC}} = 100$  [Hz]. La frecuencia capilar calculada es  $\omega_c \approx 13,4$  [Hz], la cual no es resuelta para el caso de CCD, cuya frecuencia de Nyquist asociada a la tasa de muestreo,  $f_{m_{CCD}} = 25$  [Hz], es de  $f_{nyq} = 12,5$  [Hz]. Por tanto, si bien en el borde se puede resolver la escala capilar, en el interior del dominio se necesitan cámaras de alta velocidad que logren capturarlas.

Por otro lado, la estructura de densidad de los experimentos baroclínicos puede ser conocida con la utilización de sensores de conductividad. Estos otorgarían información relevante acerca del espesor de la zona de mezcla y del perfil de densidades, lo cual impulsaría una mejor caracterización de los efectos de boyancia.

Además, la implementación de la técnica PIV mediante el uso de partículas de rodamina posibilitaría caracterizar el campo de velocidades en la interfaz de densidad, pudiéndose determinar el esfuerzo de corte en esa zona. Para ello, las partículas deben poseer un diámetro característico ad-hoc para que logren situarse en la zona de interfaz de densidad. El acoplamiento de ambos métodos permitiría contrastar los efectos de la boyancia con el esfuerzo de corte para caracterizar los mecanismos de la mezcla entre los estratos.

## Metodología experimental

Los avances alcanzados en la metodología experimental no dejan de ser importantes. El diseño de la tapa rígida contempla inhibir los modos barotrópicos a cualquier profundidad de la cubeta, independientemente de la irregularidad geométrica de los planos  $(r, \theta)$ . Además, el índice de refracción del acrílico no es impedimento para el correcto funcionamiento del plano láser. Por otro lado, el diseño de la estratificación mediante inyección basal permite controlar de mejor manera la capa salina, reduciendo los espesores de la zona de mezcla entre las capas. Ambos avances, la creación de la tapa de acrílico y del sistema de estratificación, permiten generar modelos conceptuales de dos capas con el cumplimiento, a nivel experimental, de la hipótesis de tapa rígida, al igual que lo realizado por Horn et al. (2001), permitiendo una mejor relación entre los supuestos teóricos usados en las soluciones analíticas lineales y los resultados experimentales.

La poca duración de la carga de los láser es un inconveniente a la hora de realizar experimentos, ya que limita la cantidad de experiencias barotrópicos y baroclínicos por día que se pueden realizar. Una vez descargados, el proceso de carga dura alrededor de 4 horas, interrumpiendo la realización continua de experimentos. Para mitigar tal situación, los láseres pueden conectarse a una batería común, la cual estaría conectada a la red eléctrica de la mesa rotatoria en todo momento, dotando de carga continuamente a las baterías de los láseres. Con este avance, la realización de los experimentos sería más eficiente, pudiéndose inclusive, hasta duplicar la tasa diaria de realización de experiencias, al menos para el caso barotrópico.

En cuanto al método de estratificación, en un principio se utiliza la esponja porosa para generar el modelo de 2 capas (Ulloa, 2011). Sin embargo, este método no genera el contraste deseado para la implementación del método óptico de fluorescencia inducida por láser (LIF)

ya que la esponja se tiñe al contacto con la rodamina b del estrato inferior, manchando el estrato superior conforme éste se va generando. Para evitar esta situación, se optó por un método de estratificación no invasivo, que inyecta el estrato salino desde la cara basal de la cubeta de acrílico. Esta solución permite obtener estratificaciones más controladas y utilizar de manera correcta el método óptico de fluorescencia inducida por láser.

El sistema hidráulico-mecánico encargado de inclinar la cubeta puede ser controlado para que excite periódicamente al campo de ondas gravitacionales. Así, se pueden realizar estudios acerca de resonancia entre la frecuencia del forzante externo con los períodos naturales del sistema (Boegman and Ivey, 2012; Wake et al., 2007).

## Procesamiento de la información

La obtención de series de tiempo de la perturbación vertical en la interfaz aire-agua se realiza manualmente, posición por posición. Conocer la dinámica de todo el plano diametral excitado para un tiempo  $t$  cualquiera, tal como los resultados obtenidos por Grimshaw et al. (2013), no es posible al menos con la metodología experimental empleada, ya que determinar el lugar geométrico de la base a lo largo del plano diametral es dificultoso, debido a que existen planos secundarios que se excitan por la acción de la técnica óptica LIF, y que tienen distinta forma en función del tiempo. Lograr solucionar este impedimento permitiría obtener información relevante acerca de la distribución de la energía en las longitudes de onda  $\lambda$  desarrolladas en el plano diametral.

En el caso baroclínico, debido a que se utilizan dos cámaras con distintas frecuencias de muestreo para abarcar todo el plano diametral, obtener series de tiempo para todo el dominio diametral inicialmente forzado no es posible dado que la información entre ambas cámaras esta desfasada, imposibilitando la unificación de la información. Para superar el desfase, se deben disponer de dos cámaras que posean la misma tasa de muestreo.

Por otro lado, de las Figuras (5.8-5.10d, e, f) se observa que la frecuencia boyante  $N$  calculada se encuentra en la zona de ruido blanco. Dicha situación puede tener dos explicaciones. La primera es que el método CCD puede no estar detectando perturbaciones de alta frecuencia (ver ST de Figuras 5.8-5.10), de forma que las gráficas PSD solo muestran una fracción del espectro gravitacional. Otra explicación se debe a la incertidumbre relacionada a la estimación empleada en el cálculo del espesor de la zona de mezcla,  $\varepsilon$ , ya que no necesariamente un gradiente vertical del valor del píxel en la escala roja representa al gradiente vertical de la densidad. Al respecto, la utilización de los conductivímetros ayudaría a una mejor estimación de  $\Delta\rho$ ,  $\varepsilon$ , y por lo tanto, de la frecuencia boyante  $N$ .

Para encontrar el píxel que caracteriza a la posición de las interfaces aire-agua y de densidad se trabaja con el espectro rojo de la escala RGB, la cual identifica de mejor manera las interfaces, por sobre la escala binaria y la escala de grises, dado el método óptico utilizado. La identificación de las interfaces se logra mediante el criterio del máximo gradiente vertical del valor del píxel en la escala roja. Por otro lado, las series de tiempo en bruto obtenidas desde los métodos CCD y sensor capacitivo, son procesadas para eliminar peaks indeseados asociados a ruidos en la instrumentalización.

En cuánto al cálculo de las transformadas wavelet, si bien el tiempo de registro  $t_r$  de los experimentos depende del régimen de rotación, y por lo tanto se pueden esperar pérdidas de calidad en las resoluciones de frecuencia dependiendo de  $t_r$ , existe correspondencia entre las frecuencias energizadas observadas en las gráficas WT con las frecuencias asociadas a peaks de energía en las gráficas PSD.

### 6.1.2. Experimentos Barotrópicos

En esta investigación se realizaron 54 experimentos barotrópicos de laboratorio, con el fin de estudiar la respuesta espacio-temporal de campos de ondas gravitacionales superficiales en ambientes donde la rotación afecta débilmente los movimientos de gran escala, i.e.,  $R_\ell \sim \lambda_h$ . Cuerpos de aguas que cumplen con éste tipo de régimen son lagos o embalses de pequeña y mediana escala (e.g,  $\lambda_h \sim 1 - 10$  km), lagos de latitudes bajas o lagos fuertemente estratificados. De acuerdo al estudio 'Redefinición de la red mínima de lagos', (DGA and POCH-AMBIENTAL, 2009), algunos de los cuerpos de agua en el contexto nacional que se sitúan en el régimen de rotación estudiado son los identificados con texto ennegrecido en la Tabla 6.1, siendo el caso del Lago Lanalhue el más cercano al régimen de rotación más alto considerado en este estudio (texto azul). Los resultados obtenidos en esta investigación permiten obtener una primera aproximación al entendimiento de la componente física en la limnología de este tipo de cuerpos de agua.

**Tabla 6.1.** Identificación de cuerpos de aguas nacionales en el régimen de rotación estudiado. Experimentos barotrópicos.

Nombre de Lago	Tipo	Región	$f$ [rad/s] $\times 10^{-3}$	$\mathcal{T}_{gf}$
<b>Aculeo</b>	Laguna	XIII	0.135	<b>1.20</b>
<b>Caburga</b>	Lago	IX	0.143	<b>0.82</b>
<b>Calafquén</b>	Lago	XIV	0.143	<b>1.40</b>
<b>Chapo</b>	Lago	X	0.145	<b>0.70</b>
<b>del Laja</b>	Laguna	VIII	0.141	<b>1.05</b>
Grande de San Pedro	Laguna	VIII	0.140	0.46
<b>Lanalhue</b>	Lago	VIII	0.141	<b>1.47</b>
Llanquihue	Lago	X	0.145	4.97
La Paloma	Embalse	IV	0.128	0.29
<b>Maihue</b>	Lago	XIV	0.144	<b>1.11</b>
<b>Panguipulli</b>	Lago	XIV	0.143	<b>0.82</b>
Ranco	Lago	XIV	0.144	4.54
<b>Riñihue</b>	Lago	XIV	0.143	<b>0.83</b>
<b>Todos los Santos</b>	Lago	X	0.145	<b>1.16</b>
Villarrica	Lago	IX	0.143	2.81

En el borde del dominio ( $r/R = 0,98$ ), la respuesta del campo de ondas en un ambiente de alta rotación es notablemente diferente al campo de ondas en un ambiente de rotación débil. En esta región del espacio dominan los modos Kelvin y Poincaré fundamentales. A medida que la perturbación inicial  $\mathcal{A}_*$  aumenta, la dinámica no lineal se intensifica, promoviendo la

formación de frentes empujados y flujos no-hidrostáticos que dan origen a trenes de ondas no lineales tipo solitarias. Estos procesos fuerzan la transferencia de energía desde los modos fundamentales a sub-modos azimutales (de la Fuente et al., 2008). Por lo tanto, la estructura del campo de ondas en el borde está predominantemente integrada por sub-modos azimutales Kelvin y Poincaré.

A medida que nos alejamos del borde ( $r/R = 0,5$ ), los modos fundamentales Kelvin y Poincaré pierden importancia respecto a sus sub-modos azimutales en la señal espectral. Además, la estructura de los trenes de ondas observados en el borde y en ambientes de alta rotación muestra un cambio evidente; en esta región los paquetes de onda muestran una importante similitud con aquellos observados por Grimshaw et al. (2013). En el caso de ambientes de rotación débil, se observa un marcado proceso de transferir/recibir energía con cierta periodicidad por parte de la onda Poincaré, mientras que las ondas Kelvin solo tienden a decaer. Ambos comportamientos también se observan en borde del dominio y habían sido reportados en estudios numéricos (de la Fuente et al., 2008; Sakai and Redekopp, 2010). Por lo tanto, la estructura del campo de ondas en el interior del dominio comienza a ser dominado por sub-modos, principalmente de tipo Poincaré. Inclusive, se evidencia como estos sub-modos comienzan a interactuar, observándose un peak de energía en el modo Poincaré acoplado  $\omega_{P(1,2)} - \omega_{P(1,1)}$  (ver Figura 5.3).

En el centro del dominio ( $r/R = 0$ ), los modos fundamentales Kelvin y Poincaré son prácticamente indetectables, y el espectro de ondas está conformado principalmente por modos geostróficos y acoplamientos de modos Kelvin-Poincaré, destacando energéticamente el acoplamiento de los modos fundamentales,  $\omega_{KP(1,1)}$ , el cual puede estar en un estado de pseudo-resonancia con el modo fundamental geostrófico,  $\omega_{G(1,0)}$ . En el caso de ambientes con alta rotación, no se observan estructuras de ondas coherentes en las series de tiempo de  $\eta_\ell(t)$ , mientras que en ambientes de rotación más débil, se observa la formación de modulaciones de la serie de tiempo, que se ve reflejado en la estructura pseudo-periodica que muestra la señal energética de las frecuencias dominantes del campo de ondas.

En cuanto a la tasa de decaimiento  $\mathcal{T}_{df}$  calculada, para el borde del dominio resulta evidente ajustar una curva del tipo  $\eta_0 \exp(\mathcal{T}_{df} \cdot t/T_f)$  a la envolvente de la interfaz  $\eta_\ell(t)$ , dado el claro amortiguamiento que muestra la señal (Figura 5.1). Tras proponer el parámetro adimensional del decaimiento  $\mathcal{T}_{df}$  del campo de gravedad de la forma  $\Pi = c_0 \cdot (\mathcal{T}_{gf})^{c_1} \cdot (\mathcal{T}_{sg})^{c_2} \cdot (\mathcal{T}_{vf})^{c_3}$ , se observa como los experimentos colapsan en la curva  $\Pi = \mathcal{T}_{df}$  de la Figura (5.7e). Se evidencia que los experimentos con menores valores de  $\mathcal{T}_{df}$  poseen un mayor error horizontal (barras azules) lo cual es esperable ya que la propagación de errores comienza a escalar con estas experiencias, las cuales están asociadas a los experimentos con condiciones iniciales menos energéticas. Para el centro del dominio, en un principio se realiza el mismo tipo de ajuste que en el borde, con la salvedad de que el parámetro propuesto para estudiar el decaimiento no incluye efectos de empujamiento. Sin embargo, no se obtiene el colapso que sí se observa en el borde del dominio. Esto se explica al no observarse un amortiguamiento de las ST notorio como en el caso del borde (ver Figura 5.5) e inclusive se observa como la señal queda atrapada en una especie de envolvente (Figura 5.5b). Queda como tema pendiente caracterizar el decaimiento en el centro del dominio.

También es menester realizar experiencias sin rotación, a fin de poseer el límite extremo de



la respuesta espacio-temporal del campo de ondas gravitacionales cuando  $\mathcal{T}_{gf} \rightarrow 0$ .

### 6.1.3. Experimentos Baroclínicos

En esta investigación se realizaron 3 experimentos baroclínicos de laboratorios con el fin de estudiar la respuesta espacio-temporal de campos de ondas gravitacionales en ambientes donde la rotación afecta débil, mediana y fuertemente, los movimientos de gran escala. De acuerdo al estudio 'Redefinición de la red mínima de lagos', (DGA and POCH-AMBIENTAL, 2009), algunos de los cuerpos de agua en el contexto nacional que se sitúan en los régimen de rotación estudiado son los identificados con texto ennegrecido en la Tabla 6.2, siendo los casos del Lago Calafquén y del Lago Ranco los más cercanos a los regímenes de rotación débil y medio considerados en el estudio de flujos baroclínicos (texto rojo y texto azul, respectivamente). Los resultados obtenidos en esta investigación permiten obtener una primera aproximación al entendimiento de la componente física en la limnología de este tipo de cuerpos de agua.

**Tabla 6.2.** Identificación de cuerpos de aguas nacionales en el régimen de rotación estudiado. Experimentos baroclínicos.

Nombre de Lago	Tipo	Región	$f$ [rad/s] $\times 10^{-3}$	$\mathcal{T}_{gf_i}$
Aculeo	Laguna	XIII	0.135	1.20
Caburga	Lago	IX	0.143	0.82
<b>Calafquén</b>	Lago	XIV	0.143	<b>1.40</b>
Chapo	Lago	X	0.145	0.70
del Laja	Laguna	VIII	0.141	1.05
Grande de San Pedro	Laguna	VIII	0.140	0.46
<b>Lanahue</b>	Lago	VIII	0.141	<b>1.47</b>
<b>Llanquihue</b>	Lago	X	0.145	<b>4.97</b>
La Paloma	Embalse	IV	0.128	0.29
Maihue	Lago	XIV	0.144	1.11
Panguipulli	Lago	XIV	0.143	0.82
<b>Ranco</b>	Lago	XIV	0.144	<b>4.54</b>
Riñihue	Lago	XIV	0.143	0.83
Todos los Santos	Lago	X	0.145	1.16
<b>Villarrica</b>	Lago	IX	0.143	<b>2.81</b>

En el borde del dominio ( $r/R = 0,95$ ), la respuesta del campo de ondas en un ambiente de alta rotación es notablemente diferente al campo de ondas en un ambiente de rotación débil. A medida que la rotación del medio es más débil, se observa como los modos fundamentales Kelvin y Poincaré contienen las mayores energías. Esto ocurre debido a que menores valores de  $\mathcal{T}_{gf_i}$ , implican un debilitamiento en la influencia de la rotación en la dinámica del flujo en el borde, dando paso a que procesos de advección actúen en un tiempo característico menor que logran energizar el movimiento en el borde, tal como se observa en la Figura (5.8c). En esta región del espacio dominan los modos Kelvin y Poincaré fundamentales.

A medida que nos alejamos del borde ( $r/R = 0,5$ ), los modos fundamentales Kelvin y Poin-

caré pierden importancia respecto a sus sub-modos azimutales en la señal espectral. En la Figura (5.9*f*) se incluyen los sub-modos Poincaré azimutales, los cuales contienen energía almacenada cuando la rotación es débil. Este hecho se constata en a Figura (5.9*i*), donde los sub-modos Poincaré contienen energía hasta cuando  $t \sim 4T_{K(1,1)}$ . En el caso de ambientes de rotación débil, se observa un marcado proceso de transferir/recibir energía con cierta periodicidad por parte de los sub-modos azimutales de la onda Poincaré, mientras que las ondas Kelvin y Poincaré fundamentales solo tienden a decaer. Al igual que para el caso barotrópico, ambos comportamientos han sido reportados en estudios numéricos (de la Fuente et al., 2008; Sakai and Redekopp, 2010). Por lo tanto, la estructura del campo de ondas en el interior del dominio comienza a ser dominado por sub-modos, principalmente de tipo Poincaré.

En el centro del dominio ( $r/R = 0$ ), también se observan diferencias de acuerdo al régimen de rotación. A medida que la rotación es más débil, el flujo en el centro del dominio posee mayor energía. Si bien el modo Poincaré fundamental tiene un peak de energía asociado (Figura 5.10*f*), las energías máximas están asociadas al modo Kelvin fundamental y al modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  (Figura 5.10*i*). Éstos últimos modos pueden estar operando en un estado de pseudo-resonancia con la frecuencia inercial y el modo fundamental geostrófico,  $\omega_{G(1,0)}$ , respectivamente.

Por otro lado, los 3 experimentos baroclínicos son modelados para una misma perturbación inicial  $\mathcal{A}_*$ . Si bien se observa un proceso de degeneración de la señal asociada a frentes empinados para el experimento de rotación débil, no se observa la formación de trenes de ondas tipo solitarias que permitan la transferencia de energía hacia altas frecuencias. Realizar más experimentos para capturar fenómenos no lineales en todo el dominio diametral aumentando la perturbación inicial del sistema forma parte de los desafíos experimentales a futuro que se pueden realizar.

Por último, la leve desnivelación de la mesa rotatoria induce peak de energía asociados a la frecuencia angular del sistema ( $\star$ ) (Figuras 5.8*d, e, f* hasta 5.10*d, e, f*), los cuales pueden ser considerados como modos topográficos propios de la batimetría de fondo de lagos (Huang and Saylor, 1982).

## 6.2. Conclusiones

El objetivo principal de estudiar experimentalmente la respuesta espacio-temporal del campo de ondas gravitacionales en un ambiente de rotación débil para flujos barotrópicos y baroclínicos se cumple en el trabajo realizado. El cumplimiento de los objetivos específicos también es satisfactorio, sobretodo en las implementaciones de técnicas de medición (LIF y sensor capacitivo) y de mejoras experimentales (tapa rígida y sistema de estratificación) añadidas al montaje experimental, permitiendo la correcta ejecución y el adecuado registro de los experimentos en la manera que fueron modelados. Las conclusiones más relevantes del estudio se desagregan en la metodología experimental, los experimentos barotrópicos y los experimentos baroclínicos.

### 6.2.1. Metodología Experimental

- El montaje experimental de la mesa rotatoria permite la ejecución de experimentos barotrópicos y baroclínicos para distintas perturbaciones iniciales y rotación del medio, lo que la hace una herramienta científica de alto alcance para la investigación de cuerpos lacustres a escala de laboratorio aplicados a la limnología física.
- El método óptico de fluorescencia inducida por láser (LIF) en una cámara oscura logra identificar las interfaces aire-agua y de densidad de forma satisfactoria, permitiendo el registro de series de tiempo de las perturbaciones verticales de ambas interfaces.
- La generación del flujo baroclínico mediante inyección basal resulta ser el método de estratificación que mejor se acopla al correcto funcionamiento del método óptico de fluorescencia inducida por láser.
- La tapa rígida de acrílico permitió el correcto funcionamiento del plano láser para excitar al flujo salino teñido de rodamina b, en el sentido que no interfiere mayormente en una refracción de la luz de manera evidente.
- El desafío inicial de registrar la dinámica del campo de ondas gravitacionales en el centro del dominio se cumple satisfactoriamente.
- La instrumentalización utilizada para estudiar la dinámica del campo de ondas gravitacionales funciona de manera satisfactoria. Tanto el sensor capacitivo como el CCD logran capturar fidedignamente el desplazamiento vertical de las interfaces tanto en el centro como en el borde del dominio.

### 6.2.2. Experimentos Barotrópicos

- Se realizaron 54 experimentos, correspondiente a las combinaciones de 9 regímenes de rotación y 6 distintas perturbaciones iniciales. Los experimentos están en el marco del denominado régimen de rotación débil. Se obtienen series de tiempo, espectros de densidad potencial y transformadas de wavelet correspondientes al desplazamiento vertical de la interfaz aire-agua.
- Independiente de la posición analizada, a medida que la rotación es más débil, los peaks de energía en el espectro de densidad potencial son mayores.
- En todos los puntos del dominio analizados existe una respuesta de la dinámica del campo de ondas en función de la rotación de medio. Dentro del radio interno de Rossby, y para rotaciones altas, se observa la presencia de frentes empinados y trenes de ondas tipo solitarias, transfiriendo energía a las altas frecuencias. Para el régimen de rotación débil existe una predominancia de los modos fundamentales Kelvin y Poincaré. A medida que se está más cerca del centro del dominio, se observa como la estructura del campo de ondas en el interior del dominio comienza a ser dominada por sub-modos Poincaré azimutales. En el centro del dominio, el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  y los modos geostróficos  $\omega_{G(1,0)}$  y  $\omega_{KP(2,0)}$  son los más energéticos luego de la liberación del sistema, siendo los modos fundamentales Kelvin y Poincaré prácticamente indetectables.

### 6.2.3. Experimentos Baroclínicos

- Se realizan 3 experimentos, correspondientes a regímenes de rotación alto, medio y bajo, para una misma perturbación inicial y razón de aspecto. Se obtienen series de tiempo, espectros de densidad potencial y transformadas de wavelet correspondientes al desplazamiento vertical de la interfaz de densidad.
- Independiente de la posición analizada, a medida que la rotación es más débil, los peaks de energía en el espectro de densidad potencial son mayores.
- Dentro del radio interno de Rossby, predominan claramente los modos fundamentales Kelvin y Poincaré. Acercándose al centro, la onda Poincaré fundamental comienza a transferir energía hacia sub-modos Poincaré azimutales. En el centro del dominio, existe predominancia en dos pares de modos que se encuentran en una pseudo-resonancia: la onda Kelvin fundamental con la frecuencia inercial y el modo acoplado  $\omega_{KP(1,1)}$  con el modo geostrófico fundamental  $\omega_{G(1,0)}$ .
- La presencia de peaks de energías asociados a la frecuencia angular del sistema,  $\omega_{\Omega}$ , pueden considerarse como modos topográficos inducidos por la leve desnivelación de la mesa.

# Bibliografía

- Abramowitz, M. and Stegun, A. (1965). *Handbook of Mathematical Functions: With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover.
- Antenucci, J. and Imberger, J. (2001). Energetics of long internal gravity waves in large lakes. *Limnol. Oceanogr.*, 46:1760–1773, [dx.doi.org/10.4319/lo.2001.46.7.1760](https://doi.org/10.4319/lo.2001.46.7.1760).
- Bendat, J. S. and Piersol, A. G. (2000). *Random data: analysis and measurement procedures*, volume 729. John Wiley & Sons.
- Boegman, L. and Ivey, G. N. (2012). The dynamics of internal wave resonance in periodically forced narrow basins. *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012)*, 117(C11).
- Boehrer, B. and Schultze, M. (2008). Stratification of lakes. *Rev. Geophys.*, 46:RG2005, [dx.doi.org/10.1029/2006RG000210](https://doi.org/10.1029/2006RG000210).
- Bouffard, D., Boegman, L., and Rao, Y. (2012). Poincaré wave-induced mixing in a large lake. *Limnol. Oceanogr.*, 57:1201–1216, [dx.doi.org/10.4319/lo.2012.57.4.1201](https://doi.org/10.4319/lo.2012.57.4.1201).
- Csanady, G. T. (1967). Large-scale motion in the great lakes. *J. Geophys. Res.*, 72:4151–4162, [dx.doi.org/10.1029/JZ072i016p04151](https://doi.org/10.1029/JZ072i016p04151).
- Csanady, G. T. (1982). On the Structure of Transient Upwelling Events. *J. Phys. Oceanogr.*, 12:84–96, [dx.doi.org/10.1175/1520--0485\(1982\)012<0084:OTSOTU>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520--0485(1982)012<0084:OTSOTU>2.0.CO;2).
- de la Fuente, A., Shimizu, K., Imberger, J., and Niño, Y. (2008). The evolution of internal waves in a rotating, stratified, circular basin and the influence of weakly nonlinear and nonhydrostatic accelerations. *Limnol. Oceanogr.*, 53(6):2738–2748, [dx.doi.org/10.4319/lo.2008.53.6.2738](https://doi.org/10.4319/lo.2008.53.6.2738).
- DGA and POCH-AMBIENTAL (2009). Redefinición de la red mínima de lagos. Technical report, División General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas de Chile.
- Geller, W. (1992). The temperature stratification and related characteristics of chilean lakes in midsummer. *Aquatic Sciences*, 54(1):37–57.
- Gill, A. E. (1982). *Atmosphere-ocean dynamics*, volume 30. Academic press.
- Grimshaw, R. (2002). Internal solitary waves. In *Environmental stratified flows*, pages 1–27. Springer.

- Grimshaw, R. H. J. and Helfrich, K. (2012). The effect of rotation on internal solitary waves. *J. Appl. Math.*, 77:326–339, [dx.doi.org/10.1093/imamat/hxs024](https://doi.org/10.1093/imamat/hxs024).
- Grimshaw, R. H. J., Helfrich, K. R., and Johnson, E. R. (2013). Experimental study of the effect of rotation on large amplitude internal waves. *Phys. Fluids*, 25:056602, [dx.doi.org/10.1063/1.4805092](https://doi.org/10.1063/1.4805092).
- Hodges, B. R., Imberger, J., Saggio, A., and Winters, K. B. (2000). Modeling basin-scale internal waves in a stratified lake. *Limnology and oceanography*, 45(7):1603–1620.
- Horn, D., Imberger, J., and Ivey, G. (2001). The degeneration of large-scale interfacial gravity waves in lakes. *Journal of Fluid Mechanics*, 434:181–207.
- Huang, J. C. and Saylor, J. H. (1982). Vorticity waves in a shallow basin. *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, 6(3):177–196.
- Imberger, J. (1998). *Flux path in a stratified lake: A review*. 1 - 17 in J. Imberger [ed]. Physical processes in Lakes and Oceans. American Geophysical Union.
- Lamb, H. (1932). *Hydrodynamics*. Dover, 6th ed.
- Meyers, S. D., Kelly, B. G., and O’Brien, J. J. (1993). An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of yanai waves. *Monthly weather review*, 121(10):2858–2866.
- Ng, S. M. N., Antenucci, J. P., Hipsey, M. R., Tibor, R., and Zohary, T. (2011). Physical controls on the spatial evolution of a dinoflagellate bloom in a large lakes. *Limnol. Oceanogr.*, 56(6):2265–2281: [dx.doi.org/10.4319/lo.2011.56.6.2265](https://doi.org/10.4319/lo.2011.56.6.2265).
- Niño, Y. and Tamburrino, A. (2004). Coriolis effect on surface and internal waves. Universidad de Chile. Apuntes curso Hidrodinámica Ambiental.
- Ostrovsky, L. (1978). Nonlinear internal waves in a rotating ocean. *Oceanology*, 18(2):119–125.
- Pedocchi, F., Martin, J. E., and García, M. H. (2008). Inexpensive fluorescent particles for large-scale experiments using particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 45(1):183–186.
- Preusse, M., Peeters, F., and Lorke, A. (2010). Internal waves and the generation of turbulence in the thermocline of a large lakes. *Limnol. Oceanogr.*, 55(6):2353–2365, [dx.doi.org/10.4319/lo.2010.55.6.2353](https://doi.org/10.4319/lo.2010.55.6.2353).
- Rojas, P., Ulloa, H., and Niño, Y. (2015). Estudio experimental del efecto de la rotación en el amortiguamiento de ondas gravitacionales. IV Simposio sobre métodos experimentales en hidráulica, La Plata, Argentina.
- Rozas, C., de la Fuente, A., Ulloa, H., Davies, P., and Niño, Y. (2014). Quantifying the effect of wind on internal wave resonance in lake Villarrica, Chile. *Environ. Fluid Mech.*,

14 (4):849–871, [dx.doi.org/10.1007/s10652--013--9329--9](https://doi.org/10.1007/s10652--013--9329--9).

- Sakai, T. and Redekopp, L. G. (2010). A weakly nonlinear evolution model for long internal waves in a large lake. *J. Fluid Mech.*, 637:137–172, [dx.doi.org/10.1017/S0022112010001114](https://doi.org/10.1017/S0022112010001114).
- Shintani, T., de la Fuente, A., Nino, Y., and Imberger, J. (2010). Generalizations of the wedderburn number: Parameterizing upwelling in stratified lakes. *Limnology and Oceanography*, 55(3):1377–1389.
- Stocker, R. and Imberger, J. (2003). Energy Partitioning and Horizontal Dispersion in a Stratified Rotating Lake. *J. Phys. Oceanogr.*, 33:512–529, [dx.doi.org/10.1175/1520--0485\(2003\)033<0512:EPAHDI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520--0485(2003)033<0512:EPAHDI>2.0.CO;2).
- Thomson, W. L. K. (1880). On gravitational oscillations of rotating water. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 10:92–100, [dx.doi.org/10.1017/S0370164600043467](https://doi.org/10.1017/S0370164600043467).
- Torrence, C. and Compo, G. P. (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological society*, 79(1):61–78.
- Ulloa, H. N. (2011). Estudio Experimental de la Respuesta de Ondas Internas Gravitacionales Afectadas por la Rotación Terrestre en un Flujo Estratificado. Civil engineering thesis, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.
- Ulloa, H. N. (2015). *Degeneration of internal gravity waves in a stratified rotating basin*. PhD thesis, Universidad de Chile. Supervisor: Y. Niño.
- Ulloa, H. N., de la Fuente, A., and Niño, Y. (2014). An experimental study of the free evolution of rotating, nonlinear internal gravity waves in a two-layer stratified fluid. *J. Fluid Mech.*, 742:308–339, [dx.doi.org/10.1017/jfm.2014.10](https://doi.org/10.1017/jfm.2014.10).
- Ulloa, H. N., Winters, K. B., de la Fuente, A., and Niño, Y. (2015). Degeneration of internal kelvin waves in a continuous two-layer stratification. *J. Fluid Mech.*, 777:68–96, [dx.doi.org/10.1017/jfm.2015.311](https://doi.org/10.1017/jfm.2015.311).
- Wake, G. W., Hopfinger, E. J., and Ivey, G. N. (2007). Experimental study on resonantly forced interfacial waves in a stratified circular cylindrical basin. *Journal of Fluid Mechanics*, 582:203–222.
- Wake, G. W., Ivey, G. N., and Imberger, J. (2005). The temporal evolution of baroclinic basin-scale waves in a rotating circular basin. *J. Fluid Mech.*, 523:367–392, [dx.doi.org/10.1017/S0022112004002344](https://doi.org/10.1017/S0022112004002344).
- Welch, P. D. (1967). The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, 15(2):70–73.
- Wüest, A. and Lorke, A. (2003). Small-Scale Hydrodynamics in Lakes. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 35:373–412, [dx.doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220).

# Capítulo 7

## Anexos

### 7.1. Apéndice I: Ondas internas débilmente no lineales

La ecuación de Korteweg-de Vries (KdV) es la usada con mayor frecuencia para caracterizar un régimen no lineal débil, entregando una solución para las ondas internas solitarias. Sin embargo, cuando se toma en cuenta la rotación entonces se agrega un nuevo término, que si bien es una perturbación lineal de onda de gran escala, tiene un efecto importante sobre la solución ya que no se tendrá la caracterización de las ondas solitarias, formándose eventualmente paquetes de ondas no lineales (Grimshaw and Helfrich, 2012). La incorporación del nuevo término define la ecuación de Ostrovsky (Ostrovsky, 1978).

La ecuación KdV que entrega una solución para las ondas solitarias es (Grimshaw, 2002):

$$A_t + \nu A A_x + \lambda A_{xxx} = 0 \quad (7.1)$$

donde  $A(x, t)$  es la amplitud del modo  $\phi_z(z)$  de la onda larga lineal asociada a celeridad lineal  $c_\ell$ . Los coeficientes  $\nu$  y  $\lambda$  se obtienen de:

$$I\nu = 3c_\ell^2 \int_{-h_\ell}^0 \rho_o^2 \phi_z^3 dz, I\lambda = c_\ell^2 \int_{-h_\ell}^0 \rho_o \phi_z^2 dz, I = 2c_\ell \int_{-h_\ell}^0 \rho_o \phi_z^2 dz \quad (7.2)$$

donde  $\rho_o(z)$  es la estructura de densidad para una estratificación estable. Con esto, la solución para las ondas solitarias es (Grimshaw and Helfrich, 2012):

$$A = a_s \operatorname{sech}^2\left(\frac{x - Vt}{D}\right), V = \frac{\nu a_s}{3} = \frac{4\lambda}{D^2} \quad (7.3)$$

donde  $a_s$  es la amplitud inicial y  $D$  es longitud horizontal característica. Dado que las ondas solitarias permanecen en los grandes cuerpos de agua por un importante periodo inercial, es necesario incorporar el término de la rotación. La ecuación (7.4) se denomina ecuación



de Ostrovsky, la cual difiere de (7.1) por el término  $\gamma A$ , ya que incorpora el impacto de la rotación (Ostrovsky, 1978). Se tiene entonces:

$$(A_t + \nu A A_x + \lambda A_{xxx})_x = \gamma A \quad (7.4)$$

donde  $\gamma$  es:

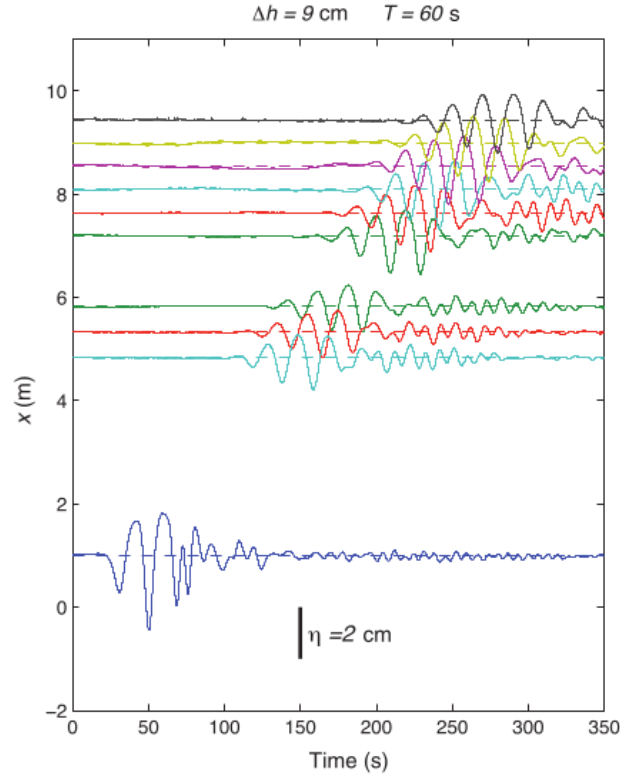
$$\gamma = \frac{f^2}{2c_\ell} \quad (7.5)$$

Con la inclusión del efecto de la rotación, las velocidades de fase  $c_\ell$  y de grupo  $c_g$  son:

$$c_\ell = \frac{\gamma}{k^2} - \lambda k^2, \quad (7.6a)$$

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{-\gamma}{k^2} - 3\lambda k^2. \quad (7.6b)$$

donde  $k$  es el número de onda. Finalmente, en la Figura 7.1 se aprecia la formación de paquetes de ondas no lineales en los experimentos realizados por (Grimshaw and Helfrich, 2012).



**Figura 7.1.** Formación paquetes de ondas, para experimentos con un periodo de rotación de 60 [s] y una elevación inicial de la interfaz de densidad  $\Delta h = 9$  [cm] (Grimshaw and Helfrich, 2012).

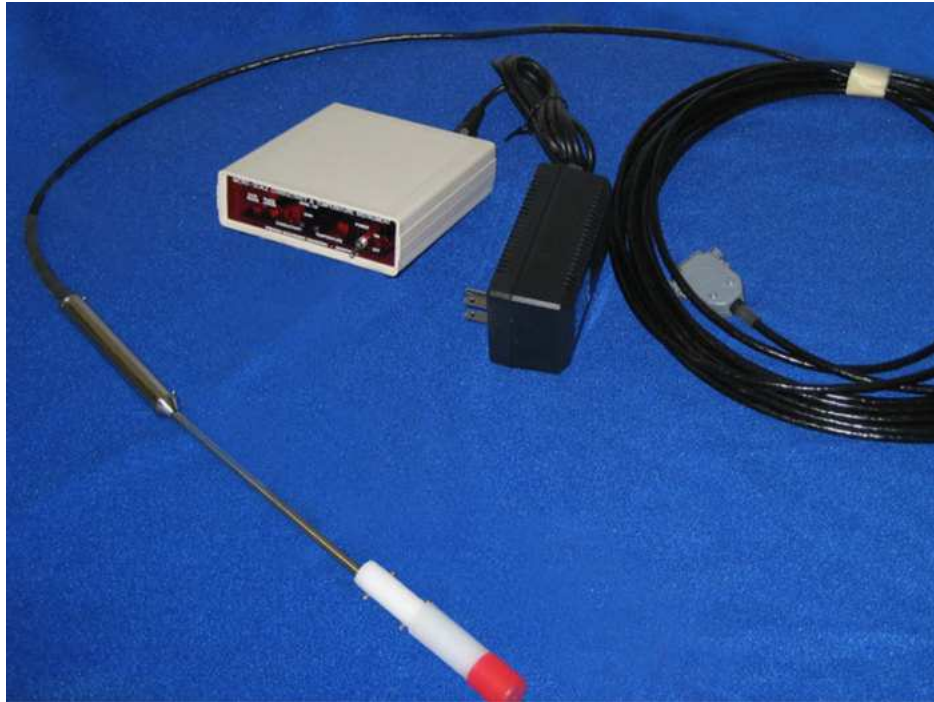
## 7.2. Apéndice II: Partículas de rodamina

Dadas las ventajas del método de fluorescencia inducida por laser en términos de visualización, se genera la idea de incorporar partículas de rodamina para estudiar el campo de velocidades en la vecindad de la zona de mezcla del flujo estratificado, mediante la técnica PIV (Particle Image Velocimetry). Éstas partículas pueden ser desarrolladas a un precio relativamente bajo con la metodología propuesta por Pedocchi et al. (2008). El resultado es una estructura con aspecto de vela de cera de color rojizo, la cual se raspa para la obtención de las partículas. El tamizado de éstas, permite la distribución de partículas de distintos tamaños característicos. Se realizan pruebas preliminares introduciendo partículas en flujos estratificados, pero éstas difícilmente se estabilizan en la zona de mezcla. La decisión de utilizar partículas de rodamina se desecha por no obtener suficientes partículas atrapadas en la zona de interés.

## 7.3. Apéndice III: Conductivímetros

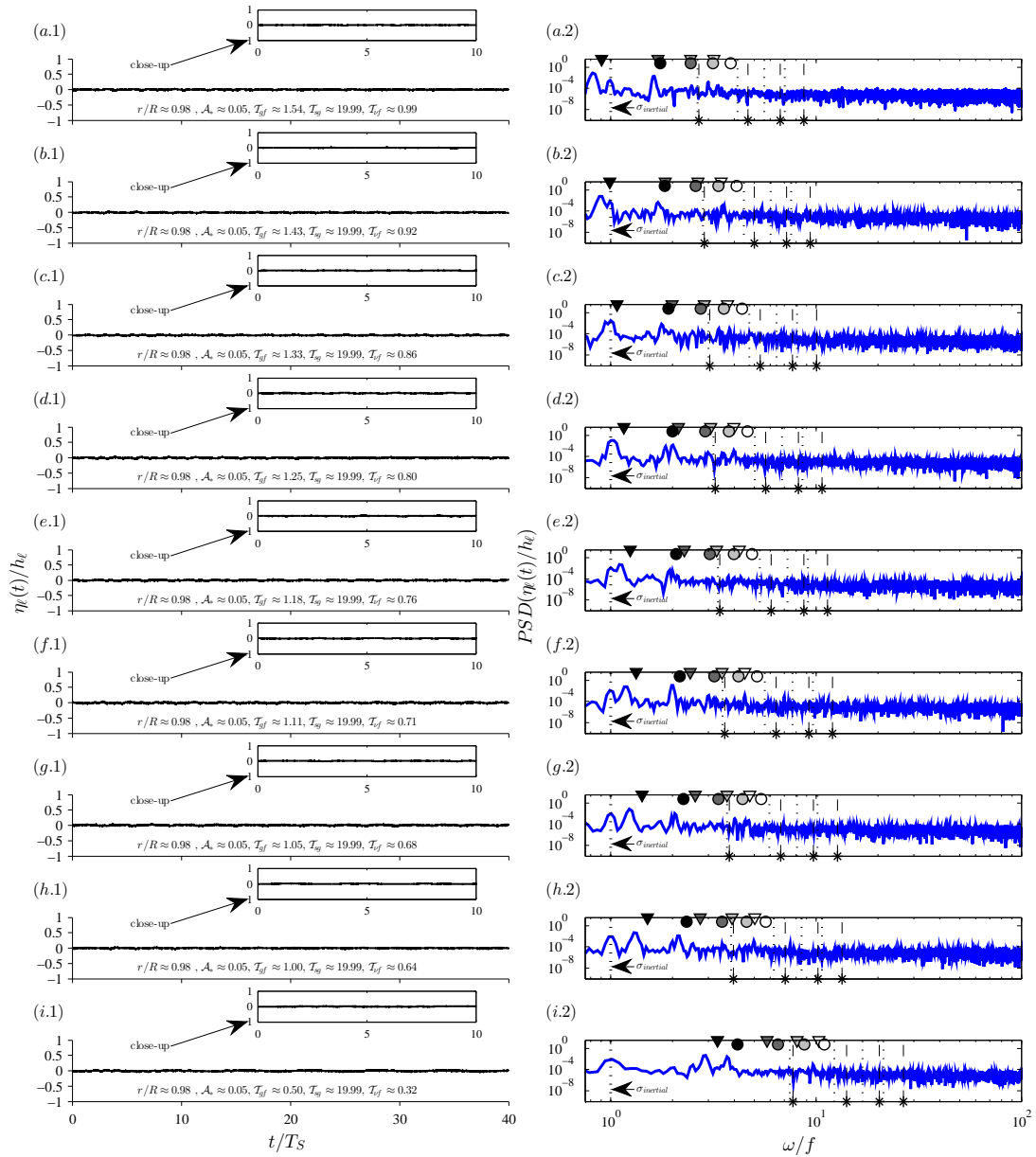
Para la medición de la estructura de densidad en flujos estratificados se cuenta con tres equipos semejantes al capacitor obtenedor de alturas de flujo. Se trata de instrumentos de laboratorio capaz de medir la conductividad en el rango 0.5 a 800 mS/cm y la temperatura en el rango -10 a 100 °C de soluciones que contienen iones conductivos (tal es el caso de la estratificación salina). Similiar al caso del capacitor, se cuenta con una sonda en cuyo extremo cuenta con un sensor de cristal conectado a un panel central marca Precision Measurement Engineering (PME) modelo MicroScale Conductivity Temperature Instrument Model 125 (Figura 7.2), la cual entrega dos voltajes análogos de salida cuyos valores llegan a un dispositivo de adquisición de datos Marca National Instruments modelo USB 6009. Del mismo modo que para el capacitor, éste dispositivo se conecta por vía USB a un computador, encargándose el software Labview de registrar los voltajes. En este caso, también la relación entre el voltaje y la conductividad eléctrica es, a priori, lineal. Esta última es una medida indirecta de la densidad de la muestra, ya que la conductividad eléctrica se relaciona con la salinidad y esta última, con la densidad. Además, para conocer la estructura de densidad en la vertical, se requiere realizar un barrido del sensor recorriendo distintas altitudes del flujo estratificado.

Al momento de ratificar el comportamiento lineal entre la conductividad eléctrica y el voltaje mediante diversas pruebas con soluciones salinas (inclusive con soluciones de conductividades patrones) se observan lecturas fuera de los rangos de valores para el voltaje, problema originado porque los sensores de cristal estaban dañados desde su desuso anterior. Esto impide realizar la calibración correspondiente para la obtención del dato de conductividad eléctrica, por lo que el equipo de investigación decide reenviarlos a su lugar de origen (PME, Estados Unidos) para su reparación. El tiempo de devolución de los instrumentos ajustados es demasiado para los espacios temporales del presente trabajo, por lo que se decide no utilizarlos. Además, esta decisión se ve fortalecida por la dificultad que implica insertar los sensores de conductividad en la tapa de acrílico.



**Figura 7.2.** Sensor de conductividad y panel central MSCTI 125.

## 7.4. Apéndice IV: ST, PSD y WT en el borde



**Figura 7.3.** ST de la interfaz aire-agua  $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m] y Espectros de densidad (PSD): Línea de puntos y trazos, Frecuencia Inercial,  $\omega/f$ ; ▼: frecuencia de onda Kelvin azimutal, ●: frecuencia de onda Poincaré azimutal. Línea punteada (· · ·) y línea segmentada (—) representan modos acoplados y geostrofos, respectivamente. Hacia la derecha se identifican secuencialmente sus respectivos submodos. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,05 \pm 0.007$ .

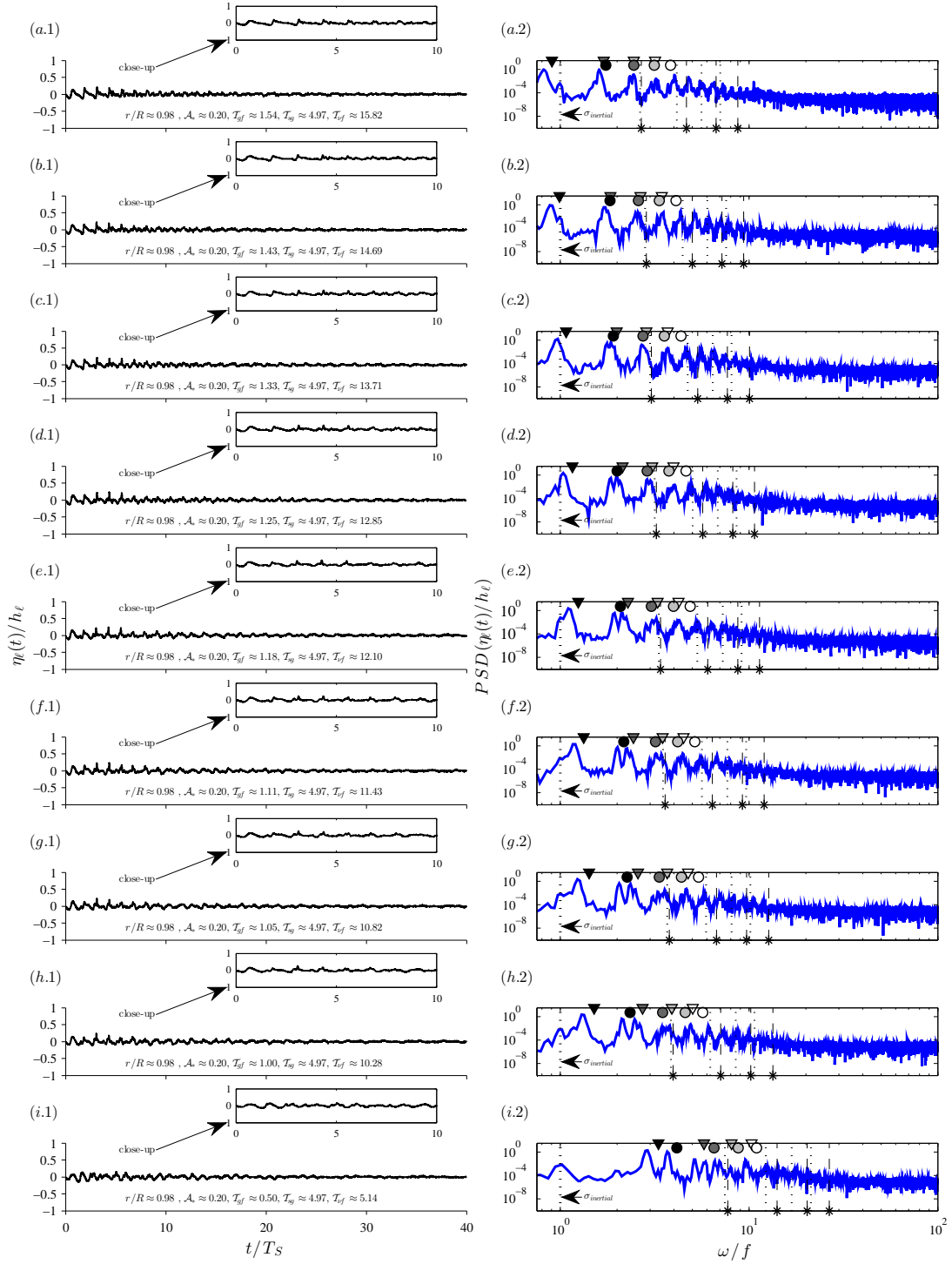


Figura 7.4. Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,20 \pm 0.007$ .

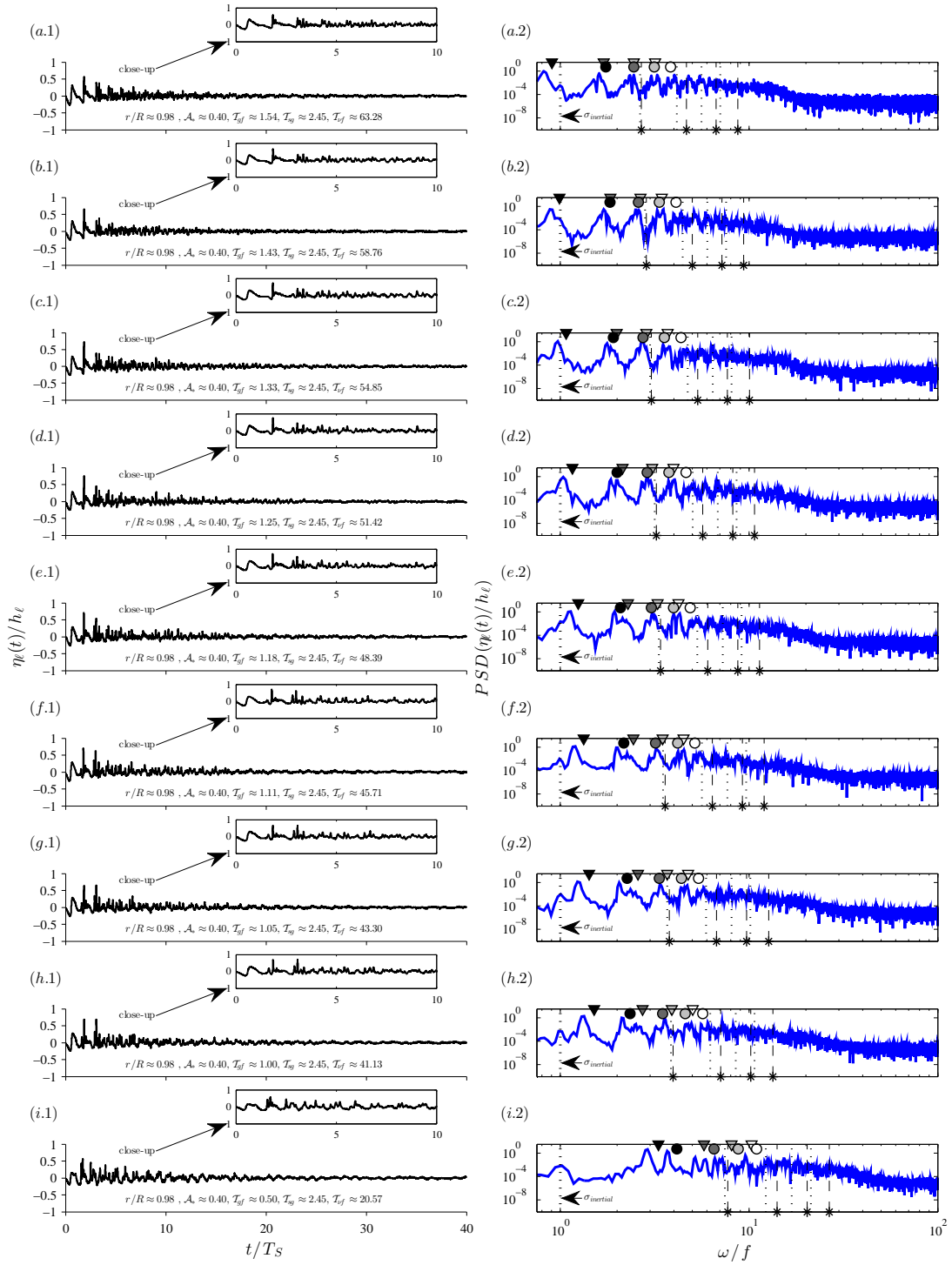


Figura 7.5. Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,40 \pm 0.008$ .

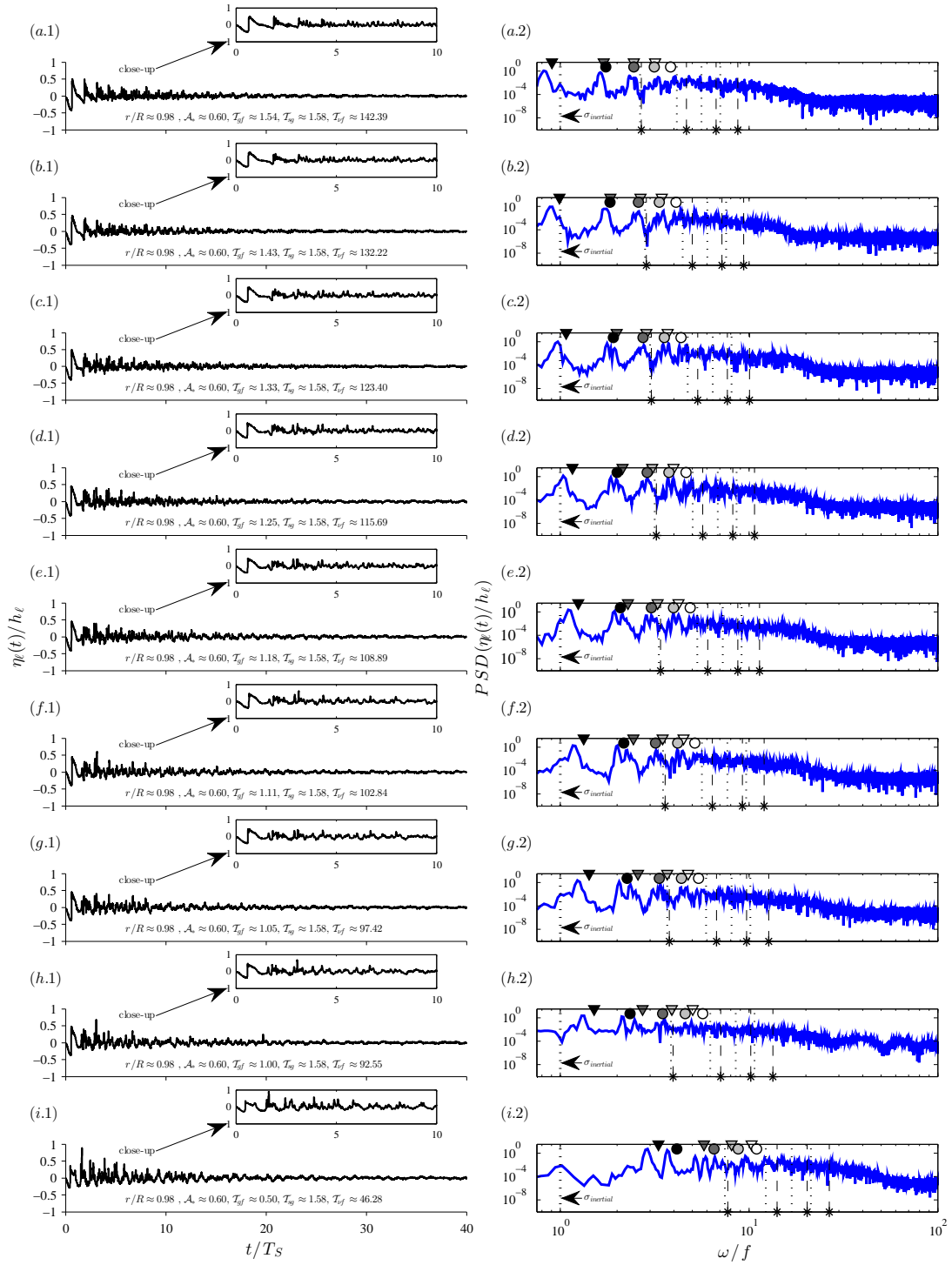


Figura 7.6. Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,60 \pm 0.009$ .

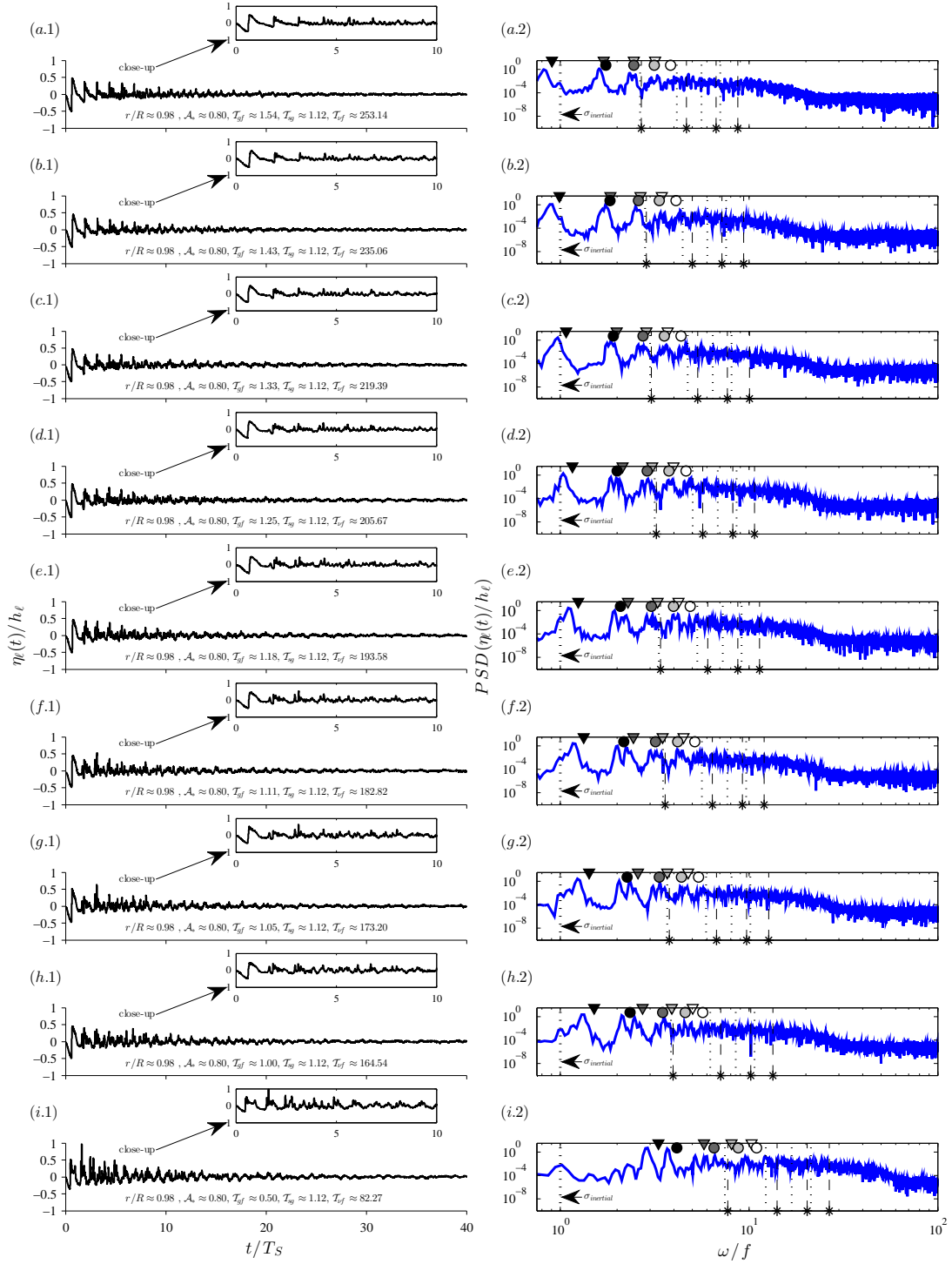


Figura 7.7. Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,80 \pm 0.011$ .



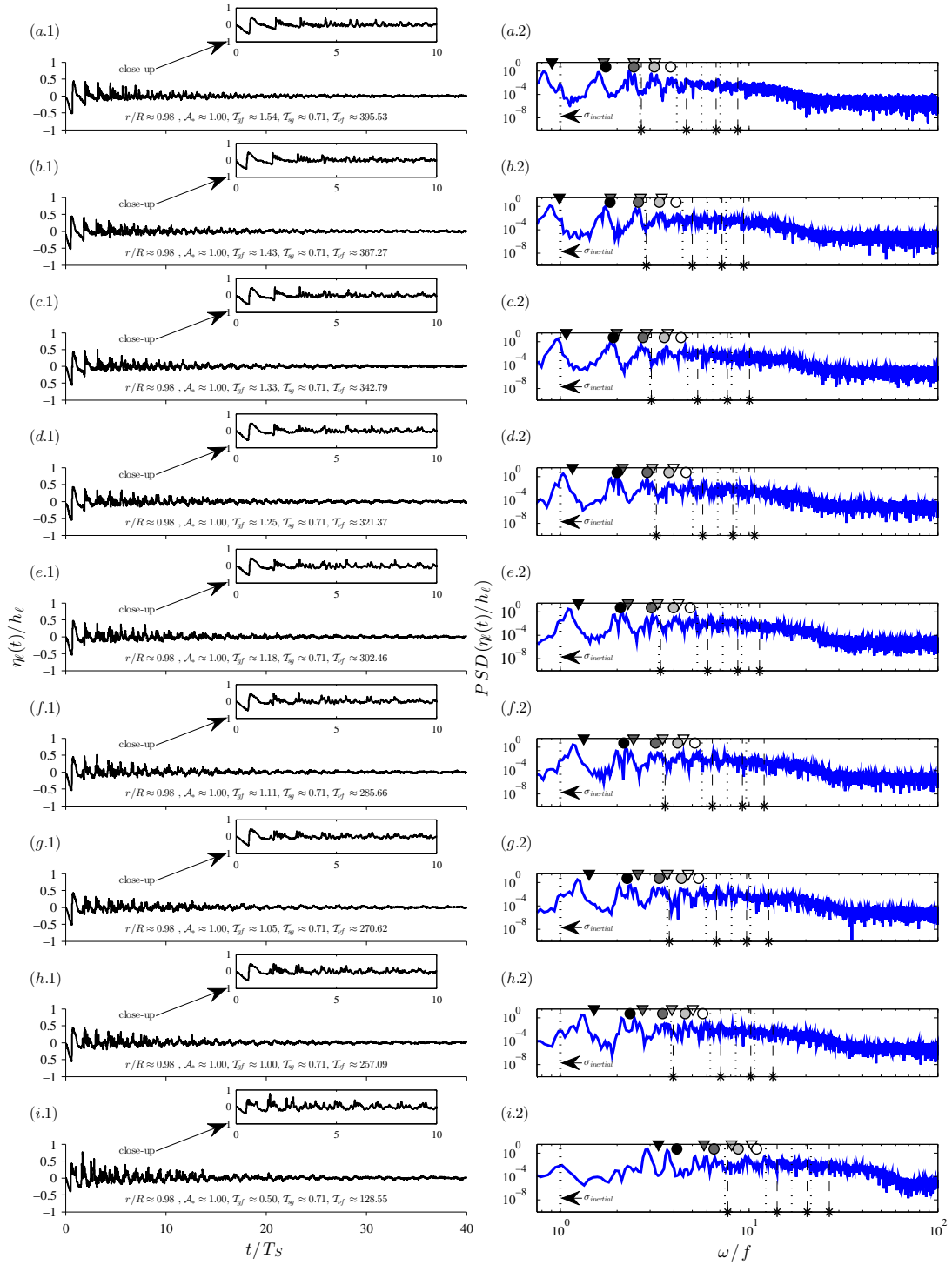
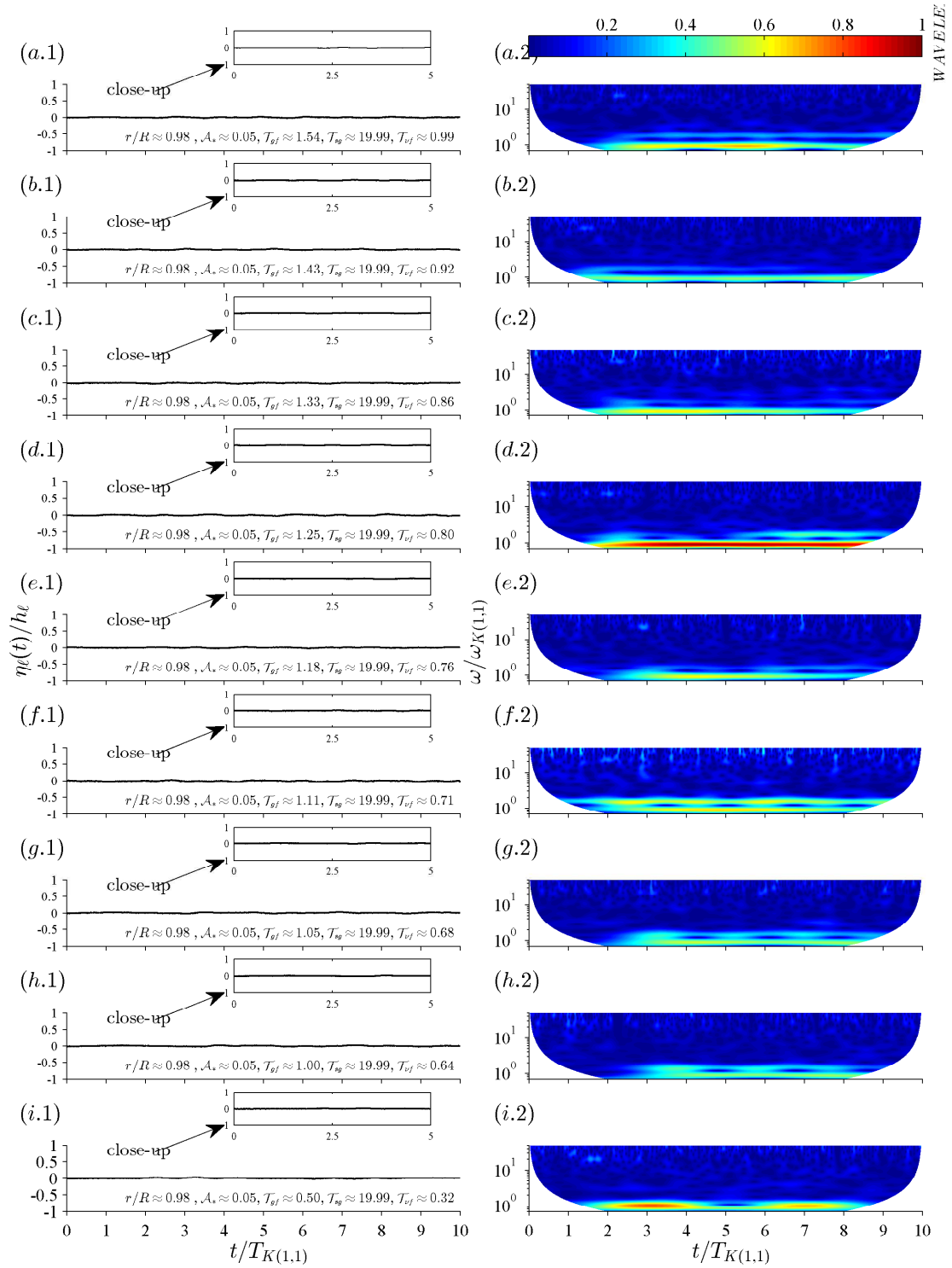
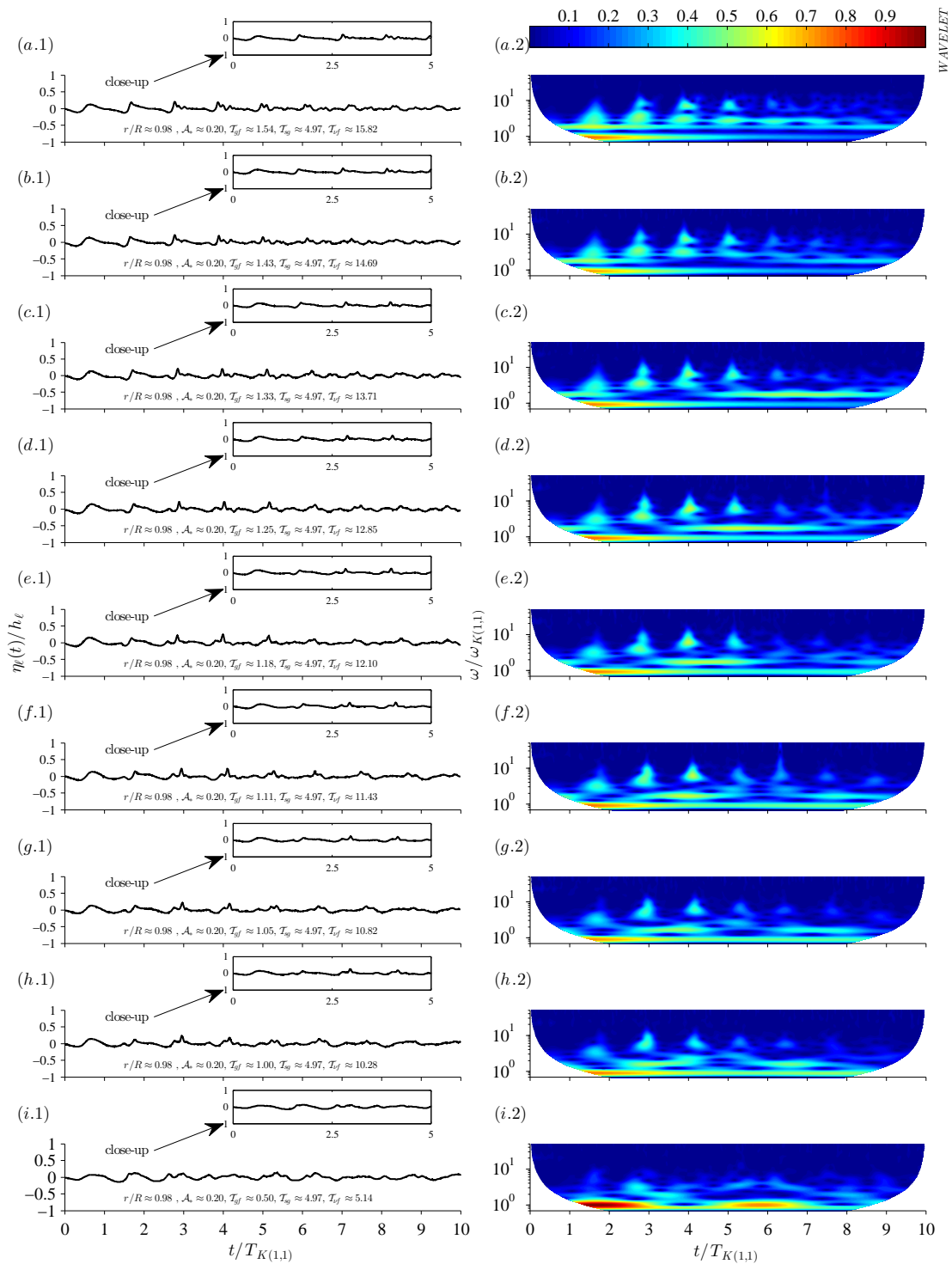


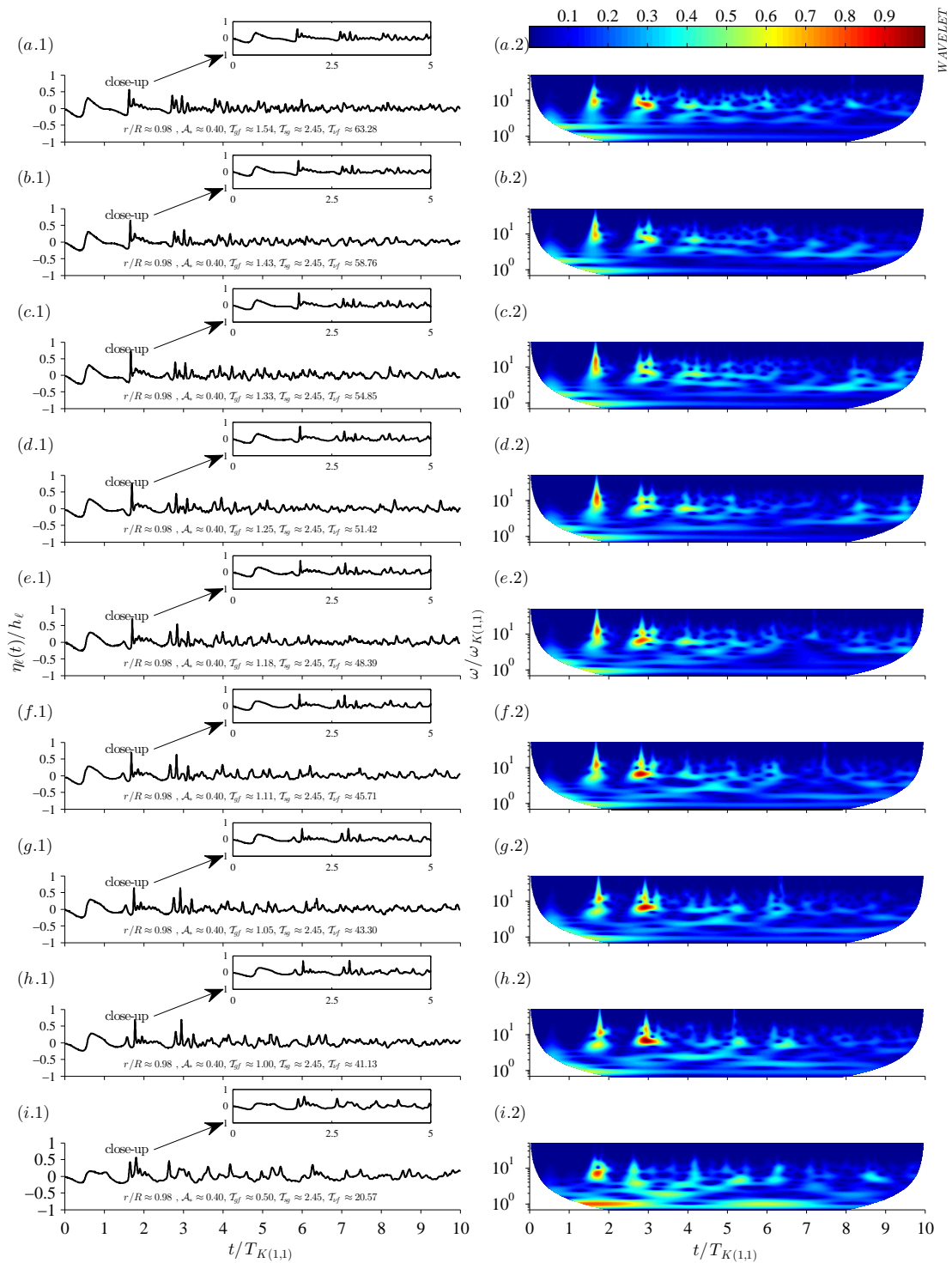
Figura 7.8. Ídem Figura 7.3. Resultados muestran los 9 regímenes de rotación, con menor influencia de la rotación hacia abajo, para la perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 1,00 \pm 0.012$ .



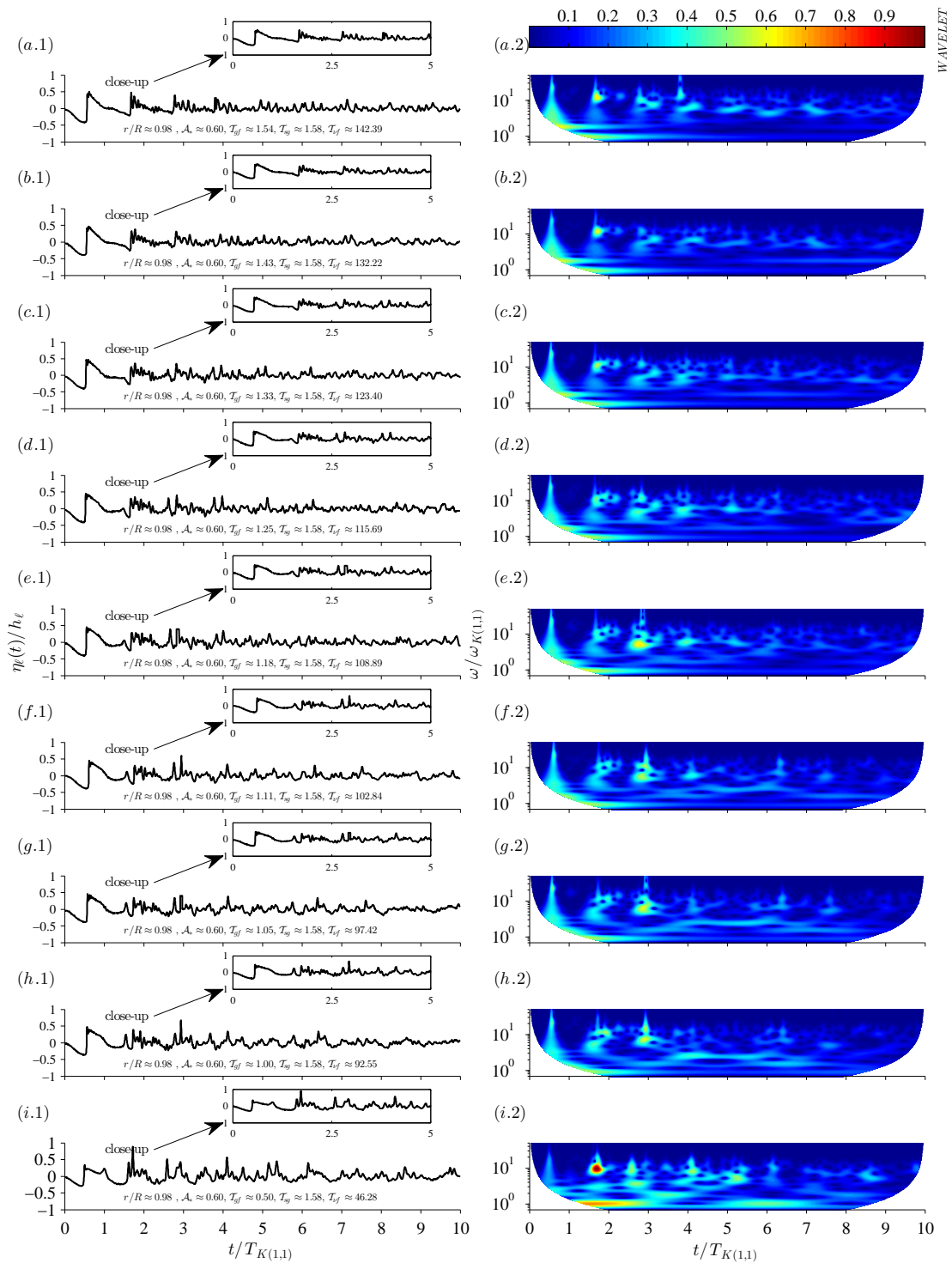
**Figura 7.9.** ST y WT de los desplazamientos verticales de la interfaz aire-agua  $\eta_\ell(t, r \approx 0,98 \cdot R, \theta = -\pi/2) \pm \delta\eta_\ell$ , con  $\delta\eta_\ell \approx 2 \times 10^{-4}$  [m]. Los gráficos WT (derecha) muestran la energía escalada por la energía máxima del set de experimentos considerados, los cuales son los 9 regímenes de rotación estudiados, con una menor influencia de la rotación hacia abajo. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,05 \pm 0,007$ .



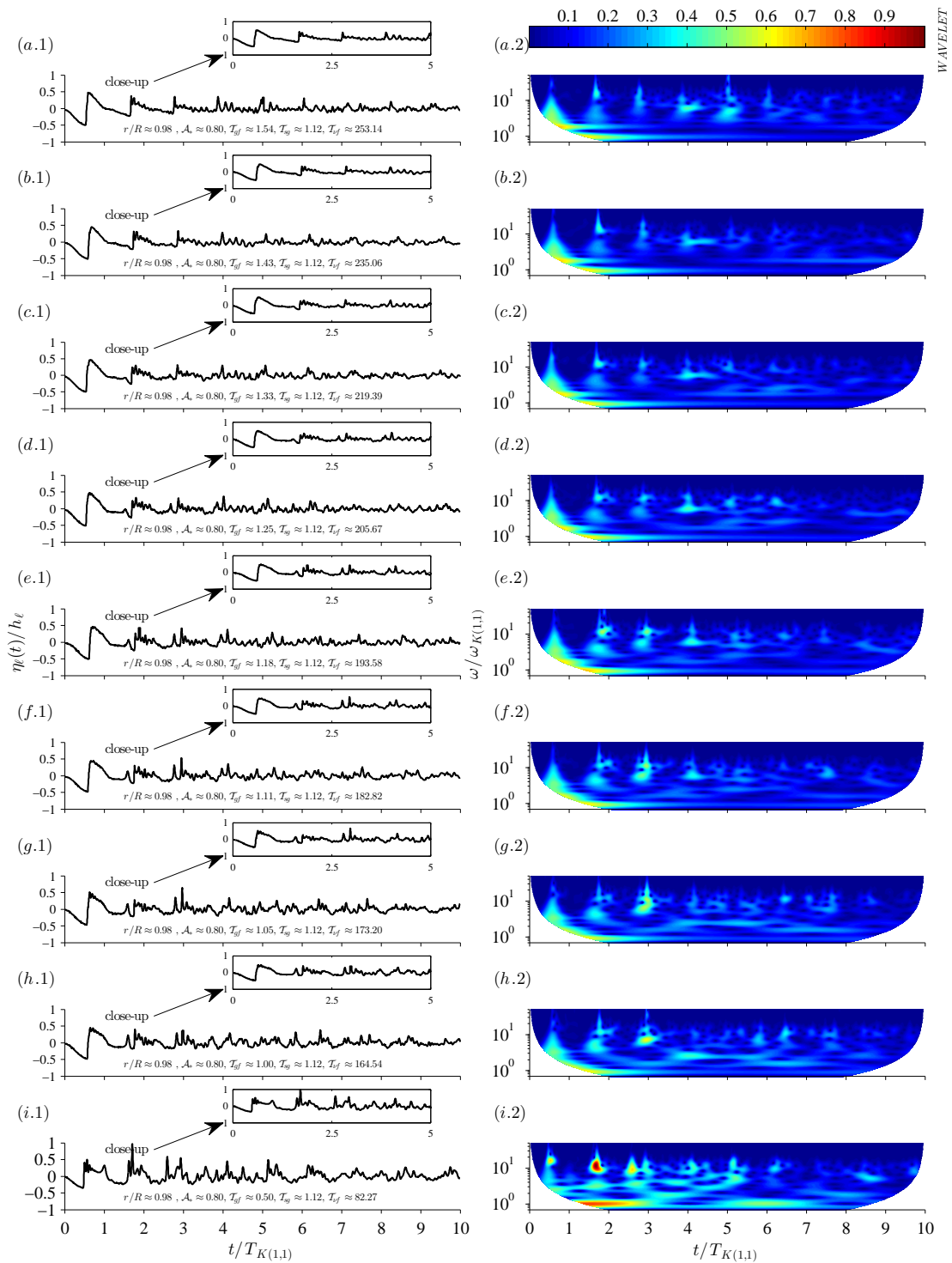
**Figura 7.10.** Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,20 \pm 0,007$ .



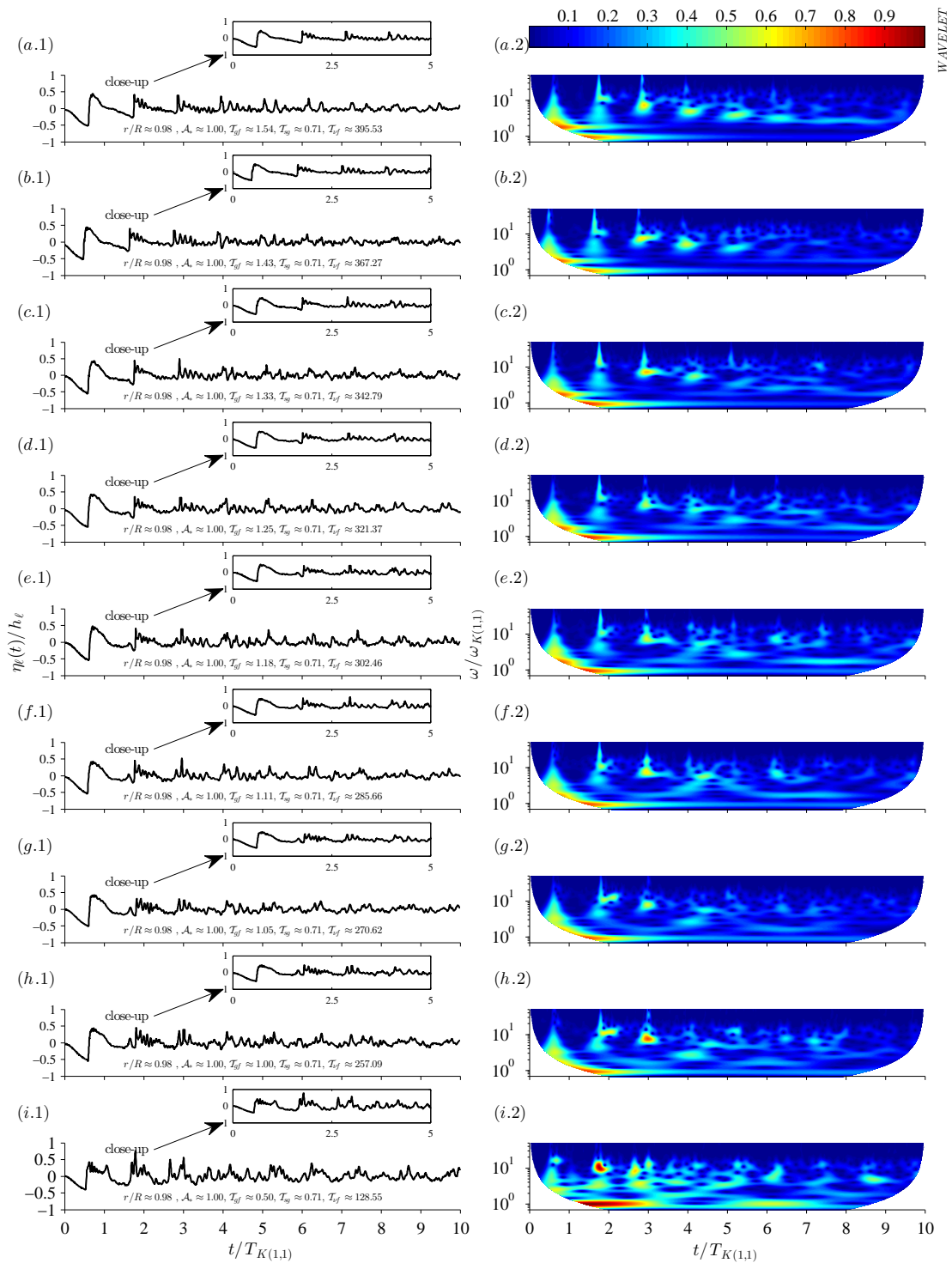
**Figura 7.11.** Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,40 \pm 0.008$ .



**Figura 7.12.** Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,60 \pm 0.009$ .



**Figura 7.13.** Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 0,80 \pm 0.011$ .



**Figura 7.14.** Ídem Figura 7.9. Los resultados exhibidos tienen una perturbación inicial  $\mathcal{A}_* = 1,00 \pm 0.012$ .