



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

“DISEÑO DE UNA PRÓTESIS DE PIERNA PARA AMPUTADOS TRANSTIBIALES”

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

ALEJANDRO JOSÉ DOBERTI MARTÍNEZ

PROFESORA GUÍA:

VIVIANA MERUANE NARANJO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

JAMES GRIFFIN

GONZALO RIVERA LILLO

SANTIAGO DE CHILE

2015

**RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR EL TÍTULO DE:**
Ingeniero Civil Mecánico

POR: Alejandro José Doberti Martínez

FECHA: 13/10/2015

PROFESORA GUÍA: Viviana
Meruane Naranjo

DISEÑO DE UNA PRÓTESIS DE PIERNA PARA AMPUTADOS TRANSTIBIALES

La cantidad de personas que se han tenido que someter a una operación de amputación ha crecido en la última década y se proyecta que siga creciendo. Los costos de una prótesis comercial que permite al sujeto volver a sus actividades normales son muy altos para una gran porción del público que las necesitan. Otras soluciones, como usar muletas, no proveen la suficiente funcionalidad al paciente, quien debe compensar estas deficiencias con otros movimientos.

El objetivo del trabajo realizado es concebir una prótesis de pierna para aquellos amputados que posean una amputación a nivel de tibia, o transtibial y que ésta sea de un costo/vida útil conveniente. Para el cumplimiento de este objetivo se identifican cuatro fases clave: Primero, diseñar y optimizar una tibia que provea soporte estructural al peso del usuario, siendo el método independiente del paciente; segundo, diseñar un pie que permita dorsiflexión plantar, inversión y eversión de tobillo, dándole al usuario un buen rango de movimiento y estabilidad en la articulación; tercero, modelar la respuesta estática y de resistencia a la fatiga, debido a los esfuerzos cíclicos a los que se ve expuesta cada pieza; Por último, hacer una evaluación económica y análisis de influencia de partidas para la producción de un único prototipo.

Se diseña una prótesis a partir de placas de polioximetileno cortadas con waterjet y Nylon12 impreso en 3D, con un costo total de 173,500 pesos y un costo anual de 77,400 pesos por concepto de reemplazo de piezas.

En este trabajo también se proponen mejoras a los algoritmos desarrollados, así como mejoras posibles al diseño general y procesos de manufactura involucrados en la prótesis concebida. Esto con miras a una segunda iteración en el diseño.

A mi yo futuro, para que recuerdes que dar un salto y jugártela por algo en lo que de verdad crees sí vale la pena.

AGRADECIMIENTOS

Primero les debo un profundo agradecimiento a mis padres por desde pequeño entregarme su apoyo incondicional y su confianza para tomar mis propias decisiones. A mi hermana Valentina por los consejos y los ánimos en los tiempos de bajas ganas, y las hojas, la interminable cantidad de hojas. A Gemma por sus palabras de apoyo, por proveer el escape a mi mundo de ermitaño y empujarme siempre a ser la mejor versión de mí mismo.

A los profesores de mi comisión, por inspirarme a lanzar una idea propia como memoria, a pesar de su gran tamaño y riesgo; por su valioso consejo y guía, que me ayudó en más de una ocasión a salir de aprietos en el proceso de trabajo.

Cómo dejar fuera a los locos mecánicos, ustedes saben quiénes son, con las risas y la joda precisa. Mención honrosa a Pancho y Diego por las conversas, las rondas de quejumbre, las cervezas y por bancarme en las últimas.

Finalmente agradecerles a los chicos de Kimera, Montse y Nico, por poner la confianza y el entusiasmo. Quién diría que lo que se gestó en una conversación hacia el metro y en un café se transformaría en lo que hacemos hoy. La vamos a romper.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes generales	1
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General	3
1.2.2. Objetivos específicos.....	3
1.3. Alcances	3
2. Antecedentes Específicos	4
2.1. Proceso de obtención de un soquete.....	4
2.2. Tipos de tibias y pies	5
2.3. Método de elementos finitos en estructuras 3D	6
2.3.1. Barra en 3D (un grado de libertad).....	6
2.3.2. Desarrollo elemento viga (Dos grados de libertad).....	9
2.3.3. Acoplamiento	11
2.3.4. Pseudo-Código de solución	13
2.4. Algoritmos genéticos.....	13
2.5. Biomecánica del pie y tobillo.....	16
2.5.1. Identificación de cargas durante la marcha	16
2.5.2. Forma de rodadura	20
2.6. Materiales considerados	21
2.6.1. Nylon12.....	21
2.6.2. Polioximetileno	22
3. Metodología	23
3.1. Escaneo de Pierna.....	24
3.2. Limpieza y calce de nube de puntos.....	25
3.3. Obtención de matriz de nodos	27
3.4. Acoplamiento de método de elementos finitos y AG.....	27
3.5. Diseño de pie según modelo de forma de rodadura	30
3.6. Análisis de piezas en software de elementos finitos	32
3.6.1. Análisis de articulación	34
3.6.2. Análisis de sistema pie	35
3.7. Análisis de costos de producción de un prototipo	37

4.	Resultados	38
4.1.	Optimización de tibia	38
4.2.	Diseño de pie.....	40
4.2.1.	Articulación.....	40
4.2.2.	Sistema pie	41
4.3.	Cubicación de materiales y evaluación de costos	47
5.	Discusión.....	48
5.1.	Optimización de tibia	48
5.2.	Diseño de pie.....	51
5.2.1.	Articulación.....	51
5.2.2.	Sistema-pie.....	54
5.3.	Evaluación de producción de un prototipo.....	55
5.3.1.	Influencia de partidas	56
5.4.	Impresiones generales	56
6.	Conclusiones	58
	Bibliografía	59
	Anexos.....	62
A.	Códigos desarrollados y ocupados	62
A.1.	Cloud2CHVertex.m.....	62
A.2.	generateInsidePoints.m	63
A.3.	Script de AG.....	64
A.4.	evaluate.m	66
A.5.	formStiffness3Dframe.m.....	69
A.6.	getstresses.m.....	71
B.	Cubicación de materiales	73
C.	Planos de piezas	76
	Vista explosionada y listado de materiales.....	76
	Piezas.....	77

Índice de Figuras

Figura 2-1 Corte típico para amputación transtibial. [5]	4
Figura 2-2 Sistema de amortiguación extra. [11]	5
Figura 2-3 Pie típico de respuesta dinámica (izq), pie con quillas partidas (der). [11]	6
Figura 2-4 Esquema de barra en espacio 3D. Fuente [12]	7
Figura 2-5 diagrama de elemento viga con las respectivas convenciones de signo [12]	9
Figura 2-6 Esquema de elemento diferencial de viga [12]	9
Figura 2-7 diagrama de variables en flexión [12]	10
Figura 2-8 Diagrama de elemento general [12]	11
Figura 2-9 representación binaria para un cromosoma de dos variables [13]	14
Figura 2-10 Esquema de funcionamiento de método SUS. Fuente: Elaboración propia	15
Figura 2-11 Vista medial de pie [14]	16
Figura 2-12 Esquema anatómico de vista posterior de zona tibial [14]	17
Figura 2-13 Fuerzas de reacción en suelo durante marcha [16]. Se ve que la componente principal es la reacción normal del suelo sobre el pie (Vertical).....	18
Figura 2-14 A. Diagrama de cuerpo libre de tobillo. B. Triángulo de fuerzas formado por los vectores W, J y A [16].....	19
Figura 2-15 Ángulos de rotación de tobillo en el plano sagital (<i>Izq.</i>) y en plano frontal (<i>Der.</i>) [17] 19	19
Figura 2-16 Tres péndulos invertidos teóricos [18]	20
Figura 2-17 Esquema del modelo de rodadura de pie. Elaboración propia.....	20
Figura 2-18 Transformación desde un sistema no inercial (a) a uno inercial (b) [19]	21
Figura 2-19 Forma de rodadura de un pie sano [19]	21
Figura 2-20 Curva S-N de fatiga para Nylon12 impreso en 3D [20]	22
Figura 2-21 Curvas S-N para acetal según su peso molecular [21]	23
Figura 3-1 Diagrama de bloques de la metodología seguida. Elaboración propia	23
Figura 3-2 Esquema de funcionamiento de escaneo por luz estructurada [22]	24
Figura 3-3 <i>Arriba</i> Vista desde la cámara de la zona a escanear. <i>Abajo</i> . Nube de puntos resultante del escaneo. Elaboración propia.....	25
Figura 3-4 Nube tridimensional de puntos de pantorrilla escaneada post calce de vistas. Elaboración propia.....	25
Figura 3-5 Esquema de funcionamiento de la cobertura. Los puntos oscuros representan el set inicial y la línea celeste es la cobertura resultante. Elaboración propia	26
Figura 3-6 Casco convexo obtenido desde la nube de puntos. Elaboración propia	26
Figura 3-7 Ejemplo de triangulación de Delaunay [24]	27
Figura 3-8 Ejemplo de triangulación de Delaunay en 3-D [24]	28
Figura 3-9 (a) Nodo sin conexión (b) Elemento no conectado (c) elemento conectado en un solo extremo (d) situación deseada. Elaboración propia.....	28
Figura 3-10 Ejemplificación de poblaciones iniciales. Elaboración propia	29
Figura 3-11 Diagrama de fuerzas para pie. Elaboración propia.....	30
Figura 3-12 Diagrama equivalente de primera capa (<i>Izq</i>) Sección de perfil (<i>Der</i>). . Elaboración propia.....	31
Figura 3-13 Forma de planta de referencia [26].....	32
Figura 3-14 Esquema de tratamiento de penetración [27].....	33
Figura 3-15 Esquema de vibración en modelo no convergente [27].....	33

Figura 3-16 Tratamiento de estado de contactos: (<i>Izq.</i>) tratamiento binario, (<i>Der.</i>)tratamiento gradual [27]	34
Figura 3-17 Gráfico de convergencia temporal para sistema. Elaboración propia	34
Figura 3-18 Esquema de cargas simuladas para la articulación, caso carga frontal (punta de pie). Elaboración propia	35
Figura 3-19 Esquema de cargas simuladas para articulación, caso carga trasera (talón). Elaboración propia.....	35
Figura 3-20 Esquema de cargas para el sistema pie en carga frontal. Elaboración propia	36
Figura 3-21 Esquema de cargas para el sistema pie en carga trasera. Elaboración propia	36
Figura 3-22 Esquema de unión de placas vía cilindros. Elaboración propia.....	37
Figura 4-1 Evolución de función objetivo en función de las generaciones. Elaboración propia	38
Figura 4-2 Distribución de esfuerzos en estructura campeona. Elaboración propia	39
Figura 4-3 Geometría de estructura campeona.....	39
Figura 4-4 Respuesta de articulación en caso de carga frontal. (<i>Arriba</i>) Deformación vertical del sistema (<i>Abajo</i>) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia.....	40
Figura 4-5 Respuesta de articulación ante carga trasera. (<i>Arriba</i>) Deformación vertical del sistema (<i>Abajo</i>) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia.....	41
Figura 4-6 Respuesta del sistema pie ante carga frontal (<i>Arriba</i>) Deformación (<i>Abajo</i>) esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia	43
Figura 4-7 Detalle de esfuerzos en unión entre placas ante carga frontal (<i>Arriba</i>) detalle de primera placa (<i>Abajo</i>) detalle en unión de cilindros. Elaboración propia.....	44
Figura 4-8 (<i>Arriba</i>) Esquema explicativo de vista en corte (<i>Abajo</i>) Distribución de esfuerzos para carga frontal en plano de corte. Elaboración propia.....	45
Figura 4-9 Respuesta del sistema pie ante carga trasera. (<i>Arriba</i>) Deformación total (<i>Abajo</i>) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia	46
Figura 5-1 Evaluación de esfuerzos de estructura post-falla. Elaboración propia	49
Figura 5-2 Optimización de convergencia local inmediata con penalización. Elaboración propia...	50
Figura 5-3 Diagrama de migración irrestricta [13]	50
Figura 5-4 Obtención local de esfuerzos en zonas críticas para carga frontal. Elaboración propia ..	53
Figura 5-5 Obtención local de esfuerzos en situación de carga trasera. Elaboración propia	53
Figura 5-6 Ampliación de corte de primera planta. Elaboración propia	55

Índice de Tablas

Tabla 2-1 Parámetros de ajuste de curvas [21].....	23
Tabla 4-1 Datos de perfil posterior.	42
Tabla 4-2 Datos de perfil anterior.	42
Tabla 4-3 Factores de seguridad según ecs.3.2 y 3.3.	42
Tabla 4-4 Desglose de pesos. Elaboración propia.....	47
Tabla 4-5 Desglose de costos de materia prima. Elaboración propia.....	47
Tabla 4-6 Desglose de costo de procesos. Elaboración propia	47
Tabla 4-7 Resumen de costos totales. Elaboración propia.....	47

1. Introducción

Las prótesis en la actualidad son, y siempre han sido, la forma que tienen las personas que han sufrido la pérdida de algún miembro para volver a retomar sus actividades normales. Sus aplicaciones se remontan hasta el antiguo Egipto, donde se hacían prótesis cosméticas para que los muertos pasaran al otro mundo con cuerpos completos, sin embargo las prótesis que permiten realizar actividades más complejas datan recién del siglo XIX.

En las últimas décadas la industria protésica ha visto un salto gigantesco en lo que se refiere a las capacidades y características que poseen, permitiendo realizar casi cualquier actividad mediante prótesis especializadas para distintas tareas.

Con el advenimiento de las tecnologías de bajo costo para manufactura y control, la expansión va a tender a moverse hacia la manufactura de prótesis de bajo costo. Lo anterior es de gran importancia en el caso de los niños, quienes deben recibir un gran número de prótesis para poder seguirle el paso al crecimiento de sus cuerpos o en el caso de las personas que no pueden adquirir una debido a su costo.

1.1. Antecedentes generales

Dentro de las causas más frecuentes de amputación se encuentra la enfermedad vascular periférica (EVP), que consiste en el daño u obstrucción en los vasos sanguíneos más alejados del corazón. Sin una suficiente fuente de nutrientes y oxígeno, el tejido circundante empieza a morir y una infección se puede desarrollar en el lugar. Una de las principales causas del EVP es el pie diabético que se presenta en pacientes con diabetes mellitus [1]. Otras causas de amputación importantes son:

- Trauma severo (producto de un accidente o quemadura grave, por ejemplo)
- Tumor canceroso en el hueso o en el músculo de la extremidad
- Infección severa que no mejora con tratamiento

Actualmente en Chile no existe un estudio actualizado, hecho por alguna entidad oficial, que muestre la cantidad de personas en el país que viven con la amputación de algún miembro. En Estados Unidos, una de cada 190 vive con la pérdida de alguna extremidad, sea ésta inferior o superior, y se proyecta que este número puede llegar a duplicarse hacia el año 2050 [2]. Particularmente en Chile, sí se sabe que la tasa de prevalencia de amputaciones causadas por pie diabético ha subido desde 3.5 por cada mil diabéticos el 2002 a 4.5 por cada mil en 2006. Tomando en cuenta que la prevalencia de la diabetes en la población nacional hacia el 2009, según la encuesta nacional de salud es de un 9.4% [3], se puede estimar una cantidad aproximada de siete mil amputaciones anuales causadas únicamente por el pie diabético.

En la actualidad, un amputado transtibial unilateral debe gastar alrededor de 16,000USD por una prótesis comercial. Lamentablemente, la inversión de una pierna protésica es una que debe ser hecha cada cierto tiempo, debido a la eventual falla de los materiales por fatiga. El costo proyectado de una prótesis a cinco años por concepto de gasto médicos, mantenciones, reemplazos y pormenores puede oscilar entre 47,000USD y 137,000USD. Este costo varía según el nivel de actividad y caso específico del individuo [4].

Considerando que aquellas personas con nivel educacional (y presuntamente económico) bajo tienen una prevalencia de diabetes tres veces la de las personas con niveles medios o altos (20.5% versus 7.2% y 6.2%) [3], la mayoría de las personas que requieren de una prótesis son aquellas que no pueden pagar. Por ende, la motivación del trabajo hecho es lograr un diseño de pierna prostética que tenga una relación costo/vida útil que sea más asequible para aquellos que tienen una barrera económica ante la adquisición de una prótesis transtibial. El presente trabajo se encarga de esta propuesta, hacer el diseño completo de una prótesis de pierna para amputados transtibiales que necesitan una prótesis, pero no la pueden costear.

1.2. Objetivos

Los objetivos de la presente memoria se dividen en un objetivo general y cuatro objetivos específicos como sigue:

1.2.1. Objetivo General

Diseñar una pierna protésica de un costo/vida útil menor a 100,000 [pesos/año] para pacientes con amputaciones transtibiales.

1.2.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son:

- Diseñar y optimizar una tibia para el soporte estructural de un usuario en caminata normal.
- Diseñar un pie que permita dorsiflexión plantar, inversión y eversión de tobillo.
- Modelar la respuesta estática y de resistencia a la fatiga de los elementos diseñados.
- Evaluar los costos de producción e influencias de partidas de un prototipo único de la pierna diseñada

1.3. Alcances

Este trabajo detallará el diseño de únicamente un pie articulado y una tibia

Se deja fuera de los alcances de esta memoria el diseño del soquete de la pierna, debido a que este componente es manufacturado de manera artesanal por especialistas, quienes logran un buen resultado ocupando su intuición y experiencia. El proceso es descrito en la sección **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

El diseño contempla una prótesis pasiva. Esto debido a que ambos diseños, pasivo y activo, son inherentemente distintos en cuanto a rangos de movimiento y cargas aplicadas.

En el caso de la evaluación de fatiga, sólo se hace la evaluación de los elementos que no sufren grandes cantidades de deformación, esto es, las piezas realizadas con acetal o con nylon12. Esto debido a que pueden ser evaluados mediante una teoría clásica.

2. Antecedentes Específicos

Una amputación transtibial (o amputación abajo de la rodilla, Figura 2-1) supone la remoción de la extremidad inferior a la altura de la tibia y peroné. Al realizarse una amputación, el paciente pierde la retroalimentación sensorial de posición de la extremidad al caminar, lo que posa un desafío a la hora de ambular con una pierna protésica. Una persona que no ha sufrido amputaciones puede saber exactamente la posición de su pie con los ojos cerrados, mientras que un amputado no tiene cómo saber la posición de su prótesis sin mirarla.

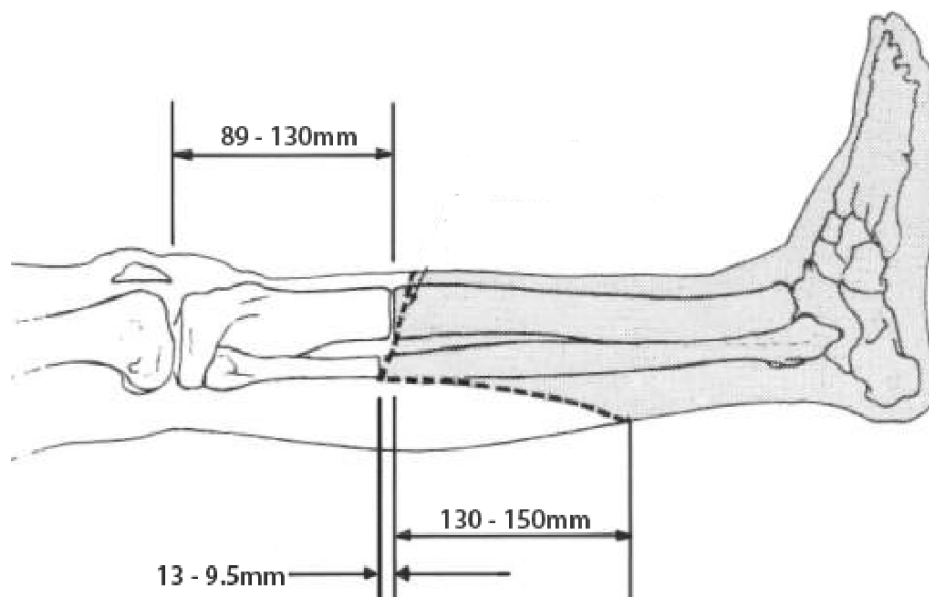


Figura 2-1 Corte típico para amputación transtibial. [5]

2.1. Proceso de obtención de un soquete

Dependiendo del caso, el proceso de adquisición de una prótesis puede comenzar desde aproximadamente 10 a 14 días después de la operación. El proceso parte cuando el técnico hace un negativo de yeso y gasa del muñón del paciente, para luego llenar ese negativo con yeso y así obtener un positivo para trabajar. El paciente, al usar su prótesis, no debe apoyar su peso sobre la punta del muñón, ya que a largo plazo ello desemboca en daños profundos del tejido circundante al hueso truncado [6]. Por ello se ha adoptado la preferencia por hacer soquetes que se apoyen en la parte lateral en zonas que aceptan presión.

Una vez producido el positivo del soquete, usualmente se hace el soquete de chequeo poniendo una lámina de material termoplástico sobre el positivo y activando una bomba de vacío que fuerza a que el termoplástico se ciña al positivo del soquete. Este soquete de chequeo se prueba en el paciente y posteriormente se hacen las modificaciones para un soquete definitivo.

En la actualidad el diseño apoyado en simulaciones de elementos finitos muestra buena concordancia con los resultados de esfuerzos, deformaciones y sus direcciones en diversos estudios para muñones en diversos escenarios [7], [6], [8], [9].

2.2. Tipos de tibias y pies

En el caso del soporte estructural se suelen usar tubos de aleaciones ligeras, por lo que es regular el uso de aluminio por su baja densidad y buenas propiedades comparado al acero convencional. En estas partes específicas se tiene mucha libertad en cuanto a forma y materiales, ya que el único trabajo de estas piezas es el resistir de buena manera los esfuerzos que se imprimen sobre ellas. Si se hacen optimizaciones, se pueden implementar algoritmos de luciérnagas de pocas variables que permiten encontrar resultados satisfactorios con bajo número de iteraciones y bajo requerimiento computacional [10].

En el caso de los pies, éstos son clasificados según el grado de complejidad a medida que imitan de mejor manera la anatomía original de un pie natural. Una buena articulación afecta de gran manera la suavidad de la marcha y la eficiencia de ésta. Relacionado al movimiento del tobillo está la absorción de shock, aspecto crítico para evitar sobrecargas sobre el muñón. Un ejemplo de lo anterior es un talón compresible, que emula la compresión de los músculos dorsiflexores al tocar el talón en el suelo. A esto se le llama flexión plantar simulada o relativa. Otro aspecto es el uso de una “máscara” que emula la apariencia de un pie natural que también protege a los componentes importantes de cualquier desgaste innecesario.

La mayoría de los pies prostéticos son de “respuesta dinámica”, esto significa que el pie tiene una parte central deformable (que se comporta como resorte) que provee una sensación más intuitiva al caminar. Este tipo de diseño es llamado también como ESAR (Energy Storage and Return). La mayoría de los pies consisten de una quilla anterior de la que se desprenden una o más quillas posteriores que se deforman en el plano sagital. Durante la marcha la quilla posterior se deforma imitando la dorsiflexión plantar, luego ésta libera la energía a medida que el pie se carga hacia la parte anterior. Desde la mitad del apoyo hasta el despegue del pie, la quilla anterior se deforma imitando la flexión de los orfejos, liberando energía a medida que se levanta el pie. Algunos pies, en adición, tienen la quilla anterior partida en dos, para permitir un pequeño grado de pronación o de supinación. También es usual el uso de medios extras para absorber aún más el shock de la marcha mediante elementos pasivos como vigas curvas que, al aplicar un esfuerzo axial, se deflectan para absorber energía elástica, como se muestra en la Figura 2-2 .



Figura 2-2 Sistema de amortiguación extra. [11]

Es de cuidado que, como este componente está hecho para deformarse, la percepción es muy dependiente del peso y del nivel de actividad del individuo; si cualquiera de las variables aumenta, se corre el riesgo de la fractura del pie; si lo contrario sucede, el usuario va a sentir que el pie es muy rígido [11].



Figura 2-3 Pie típico de respuesta dinámica (izq), pie con quillas partidas (der). [11]

2.3. Método de elementos finitos en estructuras 3D

Para efectos de esta sección se tendrá como notación que los elementos con el énfasis “^” son variables expresadas en sistema de coordenadas locales y aquellos que no tienen el símbolo están en sistema global. Primero se analiza una barra en compresión y extensión. Posteriormente se analiza una viga en flexión y finalmente se acoplan ambos modelos para poder modelar ambos tipos de respuestas simultáneamente.

2.3.1. Barra en 3D (un grado de libertad)

Para una barra en 3D como la de la Figura 2-4 Esquema de barra en espacio 3D, con un solo grado de libertad (extenderse y contraerse) se tiene que la ecuación de equilibrio estático se puede escribir como [12]

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_{1x} \\ \hat{f}_{2x} \end{Bmatrix} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1x} \\ \hat{d}_{2x} \end{Bmatrix} \quad 2.1$$

donde: A= Área transversal de la barra

E= Módulo de Young del material

L= Largo del elemento en métrica euclideana

Cabe mencionar que todas las variables deben estar a la misma escala de distancia para evitar problemas de unidades.

Y como $\hat{f} = \hat{k} * \hat{d}$ se obtiene que

$$\hat{k} = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad 2.2$$

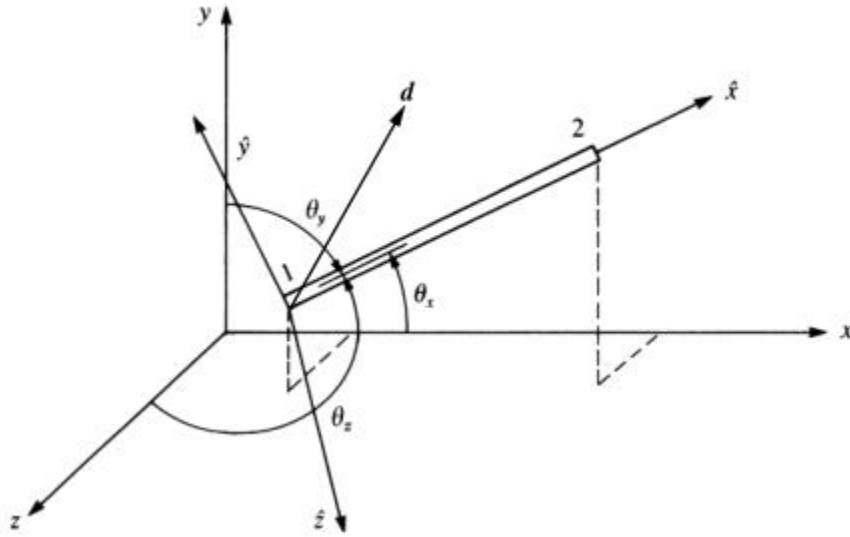


Figura 2-4 Esquema de barra en espacio 3D. Fuente [12]

Luego se ensamblan las matrices globales de rigidez y fuerzas aplicadas en los distintos nodos haciendo una suma adecuada

$$[K] = \sum_{e=1}^N k^{(e)} \quad y \quad \{F\} = \sum_{e=1}^N f^{(e)} \quad 2.3$$

Donde todas las matrices en coordenadas locales \hat{k} de los elementos deben ser transformadas a matrices de elementos en coordenadas globales k de la manera $k = T^T * \hat{k} * T$, donde T es tal que $\hat{d} = T * d$. Para encontrar la matriz se escribe la representación del vector $\hat{d} = d$ en el sistema global como

$$\hat{d}_x \hat{i} + \hat{d}_y \hat{j} + \hat{d}_z \hat{k} = d_x i + d_y j + d_z k \quad 2.4$$

Donde i, j y k son los vectores relacionados a las direcciones ortogonales en el sistema de coordenadas respectivo. Haciendo producto punto con \hat{i} se obtiene

$$\hat{d}_x + 0 + 0 = d_x (\hat{i} \cdot i) + d_y (\hat{j} \cdot j) + d_z (\hat{k} \cdot k) \quad 2.5$$

Y por la definición del producto punto se obtiene

$$\hat{i} \cdot i = \frac{x_2 - x_1}{L} = C_x \quad 2.6$$

$$\begin{aligned}\hat{j} \cdot j &= \frac{y_2 - y_1}{L} = C_y \\ \hat{k} \cdot k &= \frac{z_2 - z_1}{L} = C_z\end{aligned}$$

donde $L = [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{1/2}$

y $C_x = \cos(\theta_x) \quad C_y = \cos(\theta_y) \quad C_z = \cos(\theta_z)$

Aquí, C_x, C_y y C_z son las proyecciones de \hat{i} en i, j y k respectivamente. Esta ecuación da las componentes del vector en las coordenadas globales. Ahora, ocupándola se llega a que

$$\begin{Bmatrix} \hat{d}_{1x} \\ \hat{d}_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_x & C_y & C_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ d_{1z} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ d_{2z} \end{Bmatrix} \quad 2.7$$

por lo que se encuentra que

$$T^* = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_x & C_y & C_z \end{bmatrix} \quad 2.8$$

Es la matriz de transformación de coordenadas que permite a los desplazamientos locales ser expresados en términos del sistema de coordenadas global. Esta misma relación prueba ser cierta para f por lo que

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_{1x} \\ \hat{f}_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_x & C_y & C_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{1z} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ f_{2z} \end{Bmatrix} \quad 2.9$$

con lo que el sistema

$$\hat{f} = \hat{k} * \hat{d} \quad 2.10$$

se transforma en

$$T^* * f = \hat{k} * T^* * d \quad 2.11$$

Ahora bien, como T^* no es una matriz invertible se tiene que expandir a un tamaño que sea trabajable, por lo que se agregan los desplazamientos locales en la dirección “y” y “z”: $\hat{d}_{1y}, \hat{d}_{2y}, \hat{d}_{1z}$ y \hat{d}_{2z} . La matriz resultante es T . Sin embargo, como estas variables agregadas tienen valor 0, dichas columnas y filas serán eliminadas al resolver el sistema. Con esa información puede probarse que [12]

$$T^{-1} = T^T = T^{*T} \quad 2.12$$

Con lo que el sistema se transforma en

$$f = T^{*T} * \hat{k} * T^* * d \quad 2.13$$

Simplificando se encuentra que

$$k = T^{*T} * \hat{k} * T^* = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \lambda & -\lambda \\ -\lambda & \lambda \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} C_x^2 & C_x C_y & C_x C_z \\ C_x C_y & C_y^2 & C_y C_z \\ C_x C_z & C_y C_z & C_z^2 \end{bmatrix} \quad 2.14$$

2.3.2. Desarrollo elemento viga (Dos grados de libertad)

A continuación se desarrolla el ensamblaje de la matriz de resistencia para una viga en flexión tal como se muestra en la Figura 2-5. Cabe mencionar que para la presente memoria se ocupa la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, que a diferencia de la de Timoshenko considera que las secciones transversales permanecen planas y perpendiculares al eje longitudinal al deformarse la viga. Es decir, en el presente análisis se descartan los efectos de corte producto de la flexión de la viga. Dicha suposición es aceptable, ya que las vigas a evaluar tienen un largo grande con respecto a su sección.

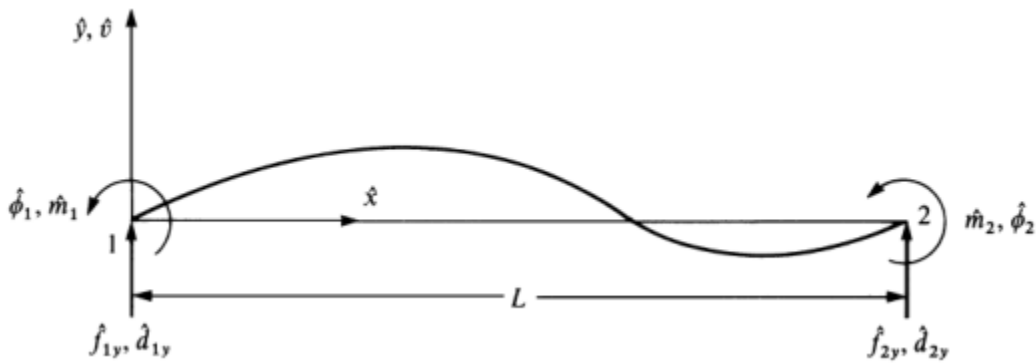


Figura 2-5 diagrama de elemento viga con las respectivas convenciones de signo [12]

Haciendo un equilibrio estático del elemento diferencial mostrado en la Figura 2-6 se encuentra que

$$w(x) = -\frac{dV}{dx} \quad y \quad V = \frac{dM}{dx} \quad 2.15$$

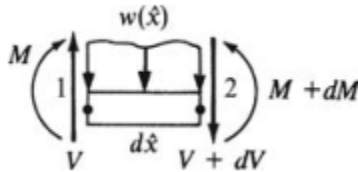


Figura 2-6 Esquema de elemento diferencial de viga [12]

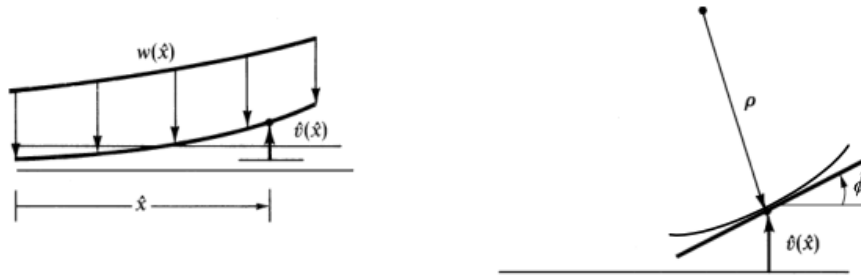


Figura 2-7 diagrama de variables en flexión [12]

Ahora considerando que, para pequeñas deformaciones, la curvatura, que se relaciona con el momento en la viga como $\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$, toma la forma de

$$\kappa = \frac{d^2 \hat{v}}{d\hat{x}^2} \quad 2.16$$

Reemplazando se obtiene que:

$$\frac{d^2}{d\hat{x}^2} \left(EI \frac{d^2 \hat{v}}{d\hat{x}^2} \right) = -w(\hat{x}) \quad \xleftrightarrow{\text{fuerzas y momentos nodales}} EI \frac{d^4 \hat{v}}{d\hat{x}^4} = 0 \quad 2.17$$

Asumiendo que el desplazamiento transversal a través del elemento tiene la forma:

$$\hat{v}(\hat{x}) = a_1 \hat{x}^3 + a_2 \hat{x}^2 + a_3 \hat{x} + a_4 \quad 2.18$$

Un polinomio de grado 3 es adecuado debido a que hay cuatro grados de libertad y cumple con la ecuación diferencial planteada. Considerando las condiciones de borde se encuentra que:

$$\begin{aligned} \hat{v}(0) &= \hat{d}_{1y} = a_4 \\ \frac{d\hat{v}(0)}{d\hat{x}} &= \hat{\phi}_1 = a_3 \\ \hat{v}(L) &= \hat{d}_{2y} = a_1 L^3 + a_2 L^2 + a_3 L + a_4 \\ \frac{d\hat{v}(L)}{d\hat{x}} &= \hat{\phi}_2 = 3a_1 L^2 + 2a_2 L + a_3 \end{aligned} \quad 2.19$$

Con esto se obtiene que

$$\hat{v} = [N]\{\hat{d}\} \quad 2.20$$

donde

$$\{\hat{d}\} = \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1y} \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{d}_{2y} \\ \hat{\phi}_2 \end{Bmatrix}, \quad [N] = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4]$$

$$N_1 = \frac{1}{L^3} (2\hat{x}^3 - 3\hat{x}^2 L + L^3) \quad N_2 = \frac{1}{L^3} (\hat{x}^3 L - 2\hat{x}^2 L^2 + \hat{x} L^3)$$

$$N_3 = \frac{1}{L^3} (-2\hat{x}^3 + 3\hat{x}^2 L) \quad N_4 = \frac{1}{L^3} (\hat{x}^3 L - \hat{x}^2 L^2)$$

N_1, N_2, N_3 y N_4 son las funciones de forma de un elemento viga. Dichas funciones son llamadas las funciones de interpolación cúbica de Hermite (o splines cúbicos). Manipulando las ecuaciones 2.15 y 2.16 se deduce que:

$$\hat{m}(\hat{x}) = EI \frac{d^2 \hat{v}}{d\hat{x}^2} \quad y \quad \hat{V} = EI \frac{d^3 \hat{v}}{d\hat{x}^3} \quad 2.21$$

Reemplazando las relaciones anteriores en la condiciones de borde que se pueden ver en la Figura 2-5, se puede derivar el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_{1y} \\ \hat{m}_1 \\ \hat{f}_{2y} \\ \hat{m}_2 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1y} \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{d}_{2y} \\ \hat{\phi}_2 \end{Bmatrix} \quad 2.22$$

Por lo que:

$$\hat{k} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad 2.23$$

2.3.3. Acoplamiento

Finalmente, para obtener un elemento finito con todos sus 12 grados de libertad se deben acoplar de manera correcta las matrices de ambos tipos de elementos. El elemento sigue la convención de signos de la Figura 2-8 donde el eje \hat{x} va desde el nodo 1 al 2, el eje \hat{y} es aquel para el que el momento de inercia I_y es mínimo y \hat{z} es resultado del producto punto de los dos ejes anteriores. La matriz acoplada para dicho elemento es

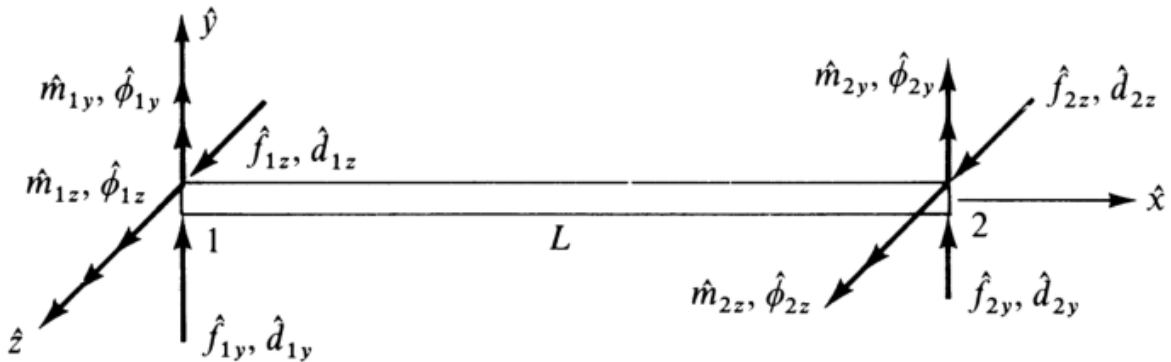


Figura 2-8 Diagrama de elemento general [12]

$$\hat{k} = \begin{bmatrix} \hat{d}_{1x} & \hat{d}_{1y} & \hat{d}_{1z} & \hat{\phi}_{1x} & \hat{\phi}_{1y} & \hat{\phi}_{1z} & \hat{d}_{2x} & \hat{d}_{2y} & \hat{d}_{2z} & \hat{\phi}_{2x} & \hat{\phi}_{2y} & \hat{\phi}_{2z} \\ \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ \hline -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad 2.24$$

Para hacer la transformación al sistema de coordenadas global se ocupa la ecuación

$$k = T^T * \hat{k} * T \quad 2.25$$

Donde:

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_{3 \times 3} & & \\ & \lambda_{3 \times 3} & \\ & & \lambda_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad \lambda_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} l & m & n \\ -\frac{m}{D} & \frac{l}{D} & 0 \\ -\frac{ln}{D} & -\frac{nm}{D} & D \end{bmatrix}$$

$$l = \cos\theta_{x\hat{x}} = \frac{x_2 - x_1}{L}$$

$$m = \cos\theta_{y\hat{x}} = \frac{y_2 - y_1}{L}$$

$$n = \cos\theta_{z\hat{x}} = \frac{z_2 - z_1}{L}$$

$$D = (l^2 + m^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

En el caso especial de que el eje \hat{x} esté alineado con el eje z global, se genera un caso especial (división por cero) donde

$$\lambda_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } \hat{x} \text{ y } z \text{ van en la misma dirección}$$

$$\lambda_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ si } \hat{x} \text{ y } z \text{ van en direcciones contrarias}$$
2.26

2.3.4. Pseudo-Código de solución

A continuación se pueden ver los pasos generales de solución de un sistema de elementos finitos para vigas interconectadas. Cabe mencionar que éste es sólo el proceso lógico de solución, los códigos que fueron desarrollados y que efectivamente fueron usados se pueden encontrar en el Anexo A:

1. Obtener propiedades del material.
2. Obtener propiedades de la sección.
3. Obtener coordenadas de nodos.
4. Obtener lista de conectividad.
5. Número de nodos = Tamaño matriz de nodos.
6. Número de elementos = Tamaño lista de conectividad.
7. Grados de libertad = 6 * Número de nodos.
8. Obtener vector de fuerza aplicada (F).
9. Declarar matriz de rigidez (K).
10. Ensamblar matriz de rigidez.
11. Obtener vector de grados de libertad rígidos (PDoF)
12. Eliminar filas y columnas de matriz de rigidez según PDoF.
13. Eliminar filas de vector de fuerzas según PDoF.
14. Desplazamiento=K\F
15. Reacciones=K*Desplazamiento
16. Devolver vectores de desplazamiento y reacciones

2.4. Algoritmos genéticos

Un algoritmo genético (AG de ahora en adelante) es un método estocástico de búsqueda que imita la metáfora de la evolución biológica. Los AG operan sobre una población de soluciones potenciales, aplicándoles el principio de evolución darwiniana (supervivencia del más apto) para producir cada vez mejores aproximaciones a la solución a medida que avanzan las generaciones. En cada generación se genera un nuevo conjunto de individuos mediante un proceso de selección y cruza entre los individuos más aptos de la generación anterior; la cruza se hace ocupando conceptos similares a los de la genética animal. Lo anterior permite que la población se vuelva más apta a medida que avanzan las generaciones a medida que se va adaptando a las condiciones que le son pedidas.

Los individuos, o posibles aproximaciones de solución son codificados en *strings* o vectores llamados *cromosomas*, que luego son decodificados para que el genotipo (valores numéricos en el cromosoma) sea traducido en un *fenotipo* (valor en espacio de decisión). La representación más usada en la actualidad es la de codificar las variables en código binario {0,1} como se ve en la Figura 2-9, donde hay dos variables x_1, x_2 codificadas en 10 y 15 bits respectivamente. No obstante también se pueden ocupar otros tipos de representaciones para el material genético, como lo son los valores reales, valores enteros, ternarios, etc.



Figura 2-9 representación binaria para un cromosoma de dos variables [13]

En el caso presente se opta por usar esta representación de números, ya que es la forma más ordenada para representar el espacio de decisión para este problema.

Una vez decodificadas las variables al dominio del espacio de decisión, se puede evaluar individualmente qué tan “aptos” son los individuos (conjuntos de variables) de la población para resolver el problema. Lo anterior se hace mediante una función objetivo que caracteriza el desempeño específico del individuo en el dominio del problema. Esto es una analogía de cuán apto sería el individuo para sobrevivir en el entorno donde es expuesto. Por esto, la función objetivo es un pilar fundamental para poder seleccionar qué individuos se reproducen con otros; la aptitud resultante se computa a partir del valor de la función objetivo, que a su vez es ocupada para sesgar el algoritmo de selección de reproducción. De esta manera, los individuos más aptos tienen más posibilidades de ser escogidos, y aquellos que lo son menos tienen menos posibilidades de reproducirse. Debido a esta asignación de probabilidades algunos individuos muy aptos pueden llegar a no reproducirse.

Después de la recombinación se suele utilizar un método de mutación para ayudar al sistema a seguir variando las posibles soluciones y prevenir el estancamiento. Posterior a esto, los nuevos individuos son reinsertados en la población, eliminando a los miembros menos aptos, y el proceso se reinicia. De esta manera se espera que el desempeño promedio de los individuos mejore a medida que avanzan las generaciones. El algoritmo es terminado cuando cierto criterio preestablecido es alcanzado, por ejemplo, un número máximo de generaciones, desviación estándar de la población o cuando la solución es suficientemente buena.

Es importante que el algoritmo da un único campeón, sin embargo junto a él puede haber un número de soluciones potenciales que tienen otras variables siendo la decisión final del usuario.

Si se considera la función de aptitud, o *fitness* como:

$$F(x) = g(f(x)) \tag{2.27}$$

Donde $f(x)$ es el valor de la función objetivo para el individuo y $g(x)$ es aquella que transforma dicha función objetivo a un valor de aptitud. Una forma común de $g(x)$ para un número de individuos N_{ind} es la de la ecuación 2.28.

$$F(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{i=1}^{N_{ind}} f(x_i)} \quad 2.28$$

Cabe mencionar que $\sum_{i=1}^{N_{ind}} F(x_i) = 1$, por lo que este valor puede ser usado directamente como una distribución de probabilidades agregada para el proceso de selección de individuos.

Dos variables muy útiles para medir el método de selección son la dispersión y la parcialidad. La parcialidad mide la diferencia entre la probabilidad esperada de selección y la probabilidad real observada. Lo óptimo es que un método posea parcialidad 0.

La dispersión, por su lado, es el número posible de veces que puede reproducirse un individuo. Si se considera como $h(i)$ el número de veces que el individuo i es seleccionado para cruzar, entonces la dispersión mínima es la menos que permita una parcialidad teórica de cero, es decir

$$h(i) \in \{[et(i)], [et(i)]\} \quad 2.29$$

Donde $et(i)$ es el número de veces que se espera que el individuo sea seleccionado y $[\]$, $[\]$ corresponden a los operadores cajón inferior y cajón superior respectivamente. El método de selección recomendado para una dispersión mínima y parcialidad cero es el Muestreo Estocástico Universal (SUS por sus siglas en inglés). El SUS es un método que toma $S = \sum_{i=1}^{N_{ind}} F(x_i)$ y genera un número aleatorio entre 0 y S, llamado s_o . A partir de este número genera N punteros s_i igualmente espaciados en $\frac{S}{N}$. Los elementos seleccionados para reproducirse son aquellos que sean apuntados al menos por un puntero. La Figura 2-10 muestra cómo funciona el sistema para tres individuos con tres selecciones para cruzar. En el caso de la figura se seleccionaría x_2 dos veces para cruzar, x_1 una vez y x_3 no sería seleccionado para cruzar.

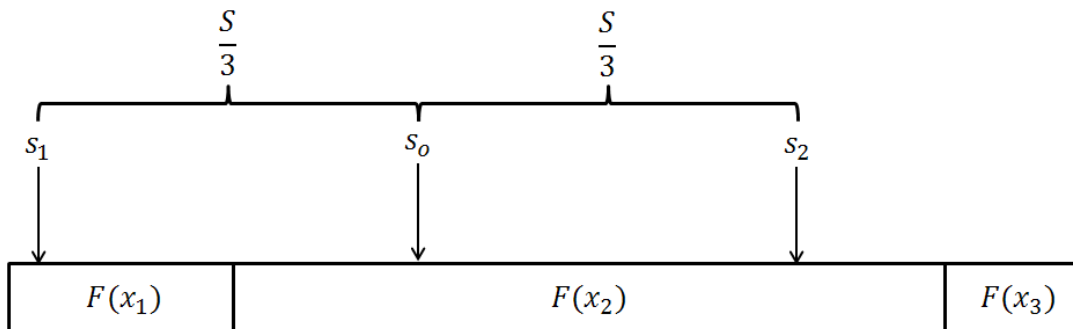


Figura 2-10 Esquema de funcionamiento de método SUS. Fuente: Elaboración propia

Para la cruce, existen varios métodos que recombinan el material genético de los padres para generar hijos. En el caso del problema a solucionar, se utiliza un método de cruce barajada. En este proceso, los materiales genéticos de los padres son desordenados, produciéndose después una cruce en un solo punto. Una vez realizado el cruce de material los cromosomas son reorganizados de la misma manera en que fueron desordenados inicialmente. Esto genera una cruce pseudo uniforme en todos los puntos, tomando menos tiempo que una cruce uniforme tradicional.

En el caso de la mutación, para poblaciones con valores reales, la mutación es lograda perturbando el valor del gen a mutar, o bien escogiéndolo su valor aleatoriamente dentro de cierto rango. En el caso de valores binarios se escoge si el valor, 0 o 1, cambia. Típicamente, para representaciones binarias se ocupan probabilidades en el rango de 0.001 a 0.01, sin embargo en el caso de valores reales se recomienda usar valores más altos, hasta 0.05. [13]

2.5. Biomecánica del pie y tobillo

El tobillo y la articulación subtalar (Talus-Calcáneo) son aquellas responsables del movimiento del pie, Figura 2-11.

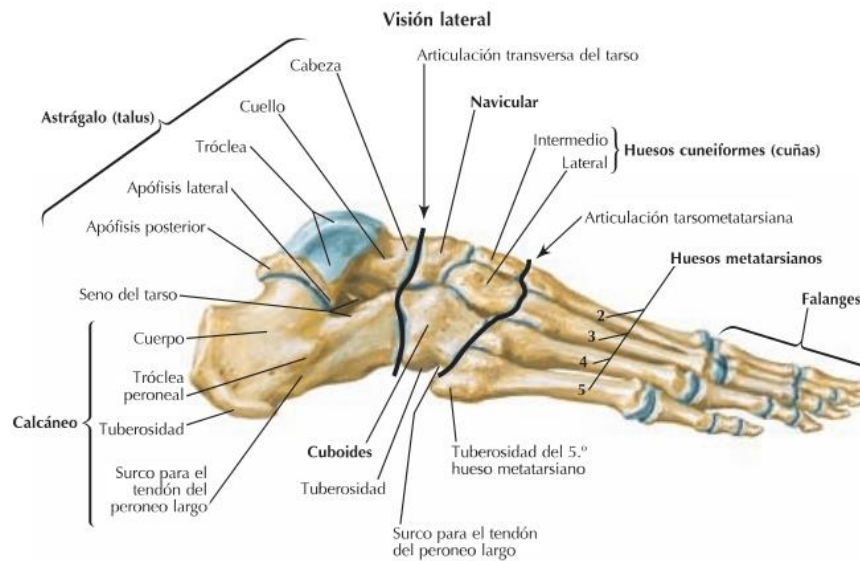


Figura 2-11 Vista medial de pie [14]

2.5.1. Identificación de cargas durante la marcha

Se requieren estudios de la junta del tobillo para poder apreciar las fuerzas que actúan sobre éste durante el ciclo de marcha. Stauffer et al. [15] encontraron que la fuerza compresiva de reacción principal que actúa sobre el tobillo es producido por los músculos gastrocnemios o “gemelos” y los sóleos (Figura 2-12). La musculatura pretibial produce una compresión media de menos que el 20% del peso corporal durante la etapa temprana de marcha. Una fuerza compresiva de cinco veces el peso corporal es producida durante el levante del talón debido a la contracción de la musculatura posterior de la pantorrilla. Es importante hacer una escisión entre este tipo de esfuerzos y lo que se producen en el diseño propuesto, esto porque un pie pasivo no levanta el talón por una acción mecánica en la tibia, sino que lo levanta por su rigidez inherente. Como consecuencia de lo anterior, la carga determinada para el pie es sólo la del usuario.

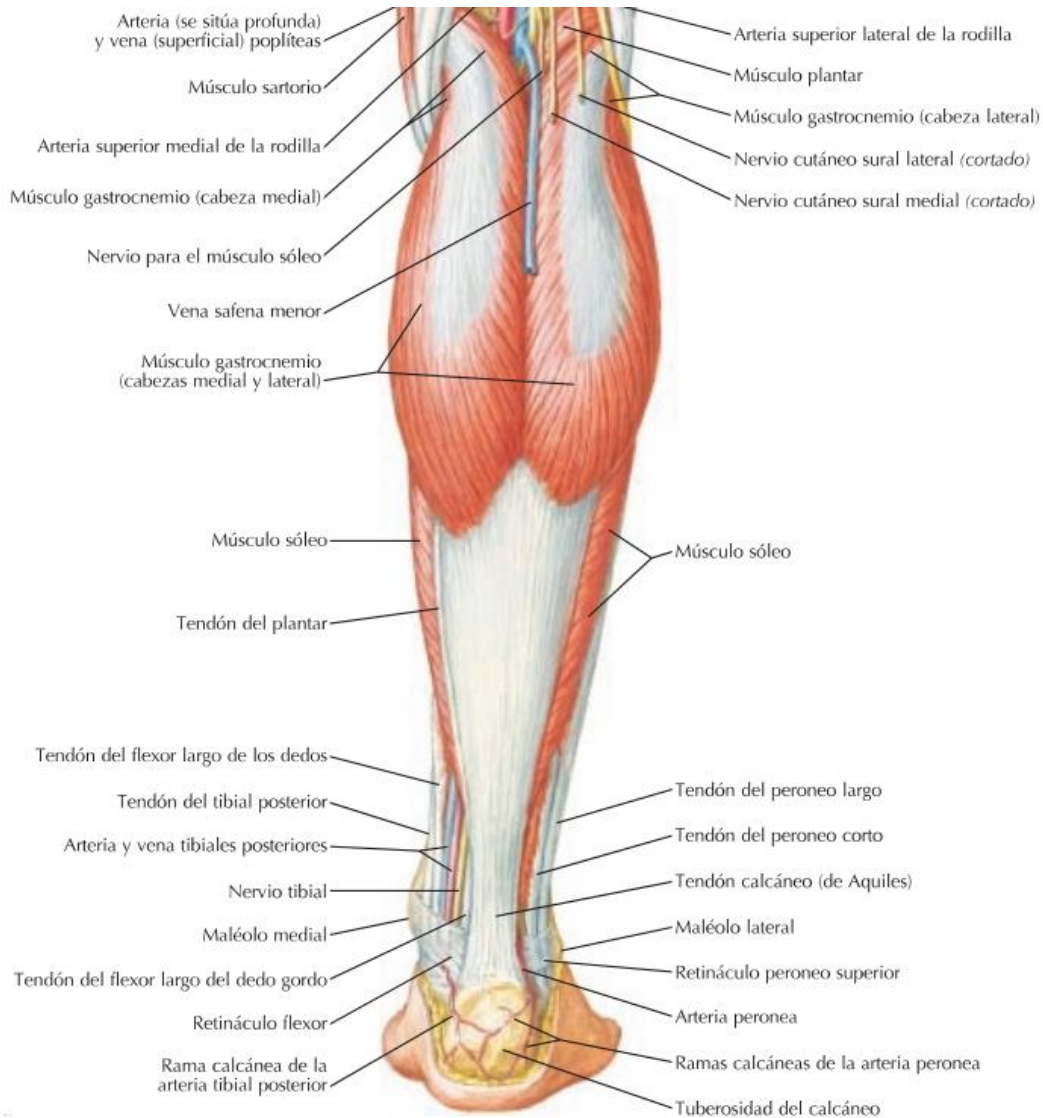


Figura 2-12 Esquema anatómico de vista posterior de zona tibial [14]

En la Figura 2-13 se puede ver la reacción del suelo sobre el pie durante el tiempo en que el pie está apoyado sobre el suelo. Se ve la evolución desde el golpe de talón (GT), pasando por el pie plano (PP) y el levante de talón (LT), terminando con el levante de dedos (LD). Se pueden apreciar las fuerzas en los tres ejes, siendo la fuerza normal la más notoria con un peak de 1.2 veces el peso corporal de la persona (rotulada “Vertical”)

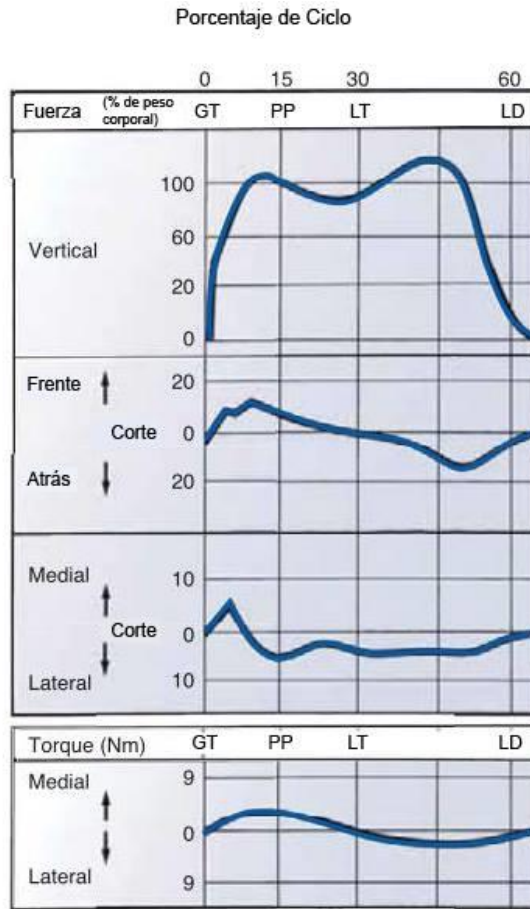


Figura 2-13 Fuerzas de reacción en suelo durante marcha [16]. Se ve que la componente principal es la reacción normal del suelo sobre el pie (Vertical).

Para poder encontrar las fuerzas que interactúan sobre la articulación uno se puede remitir a un diagrama de cuerpo libre como el de la Figura 2-14. Las líneas de aplicación de las fuerzas A y W son extendidas hasta que se intersectan. La línea de aplicación de fuerza luego es encontrada conectando el punto de intersección ya encontrado con el punto de aplicación, la unión tibiotalar.

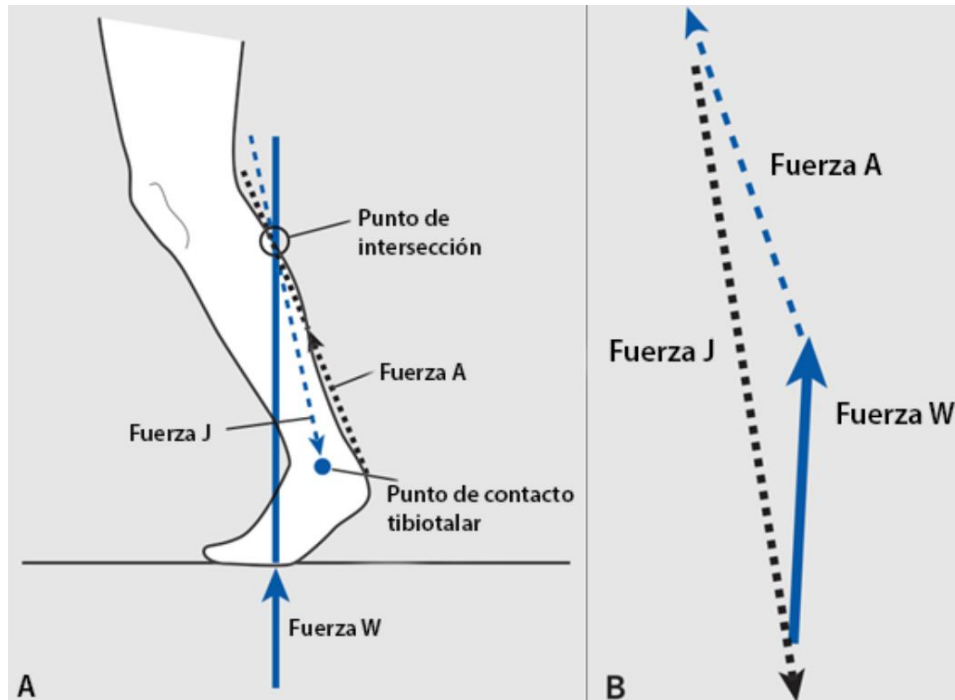


Figura 2-14 A. Diagrama de cuerpo libre de tobillo. B. Triángulo de fuerzas formado por los vectores W, J y A [16]

En el caso de las rotaciones posibles que puede tener el tobillo, se ve en la Figura 2-15 que el tobillo tiene una fuerte flexión plantar al momento de levantar el talón del suelo (alrededor del 60% del total del ciclo), sin embargo este movimiento es logrado mediante la actuación de los músculos sobre el pie, por lo que está fuera del rango de movimiento previsto para el sistema a diseñar. Por lo anterior se consideran como rangos máximos -8° a 6° en el plano sagital, así como 5° simétricos en el plano frontal.

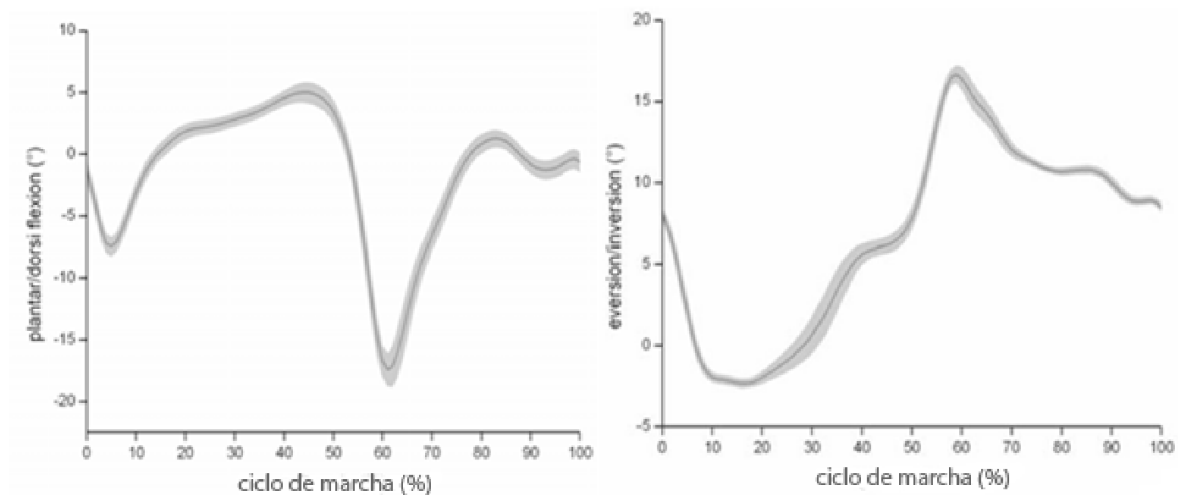


Figura 2-15 Ángulos de rotación de tobillo en el plano sagital (Izq.) y en plano frontal (Der.) [17]

La anterior información es suficiente para poder determinar las condiciones de borde a las que se tiene que someter la tibia diseñada para poder sostener el peso de una persona caminando en terreno nivelado.

2.5.2. Forma de rodadura

Durante el tiempo en que el pie está en contacto con el suelo, el pie rueda desde el talón a la punta del pie, de manera análoga a como rueda un neumático sobre el suelo. Esto es analogado a que la pierna se comporta como un péndulo invertido cuyo centro cambia de posición desde el talón, al tobillo y desde el tobillo a la parte delantera del pie, así como ilustra la Figura 2-16. Esta procesión de pivotes debe ser pensada en términos de que funcionan de manera traslapada y conjunta, no como entes discretos y sucesivos en el tiempo. Esta procesión transforma los pivotes discretos en una superficie de rodadura, forma que se asume que adopta el pie al caminar con respecto al tobillo, como se ve en la Figura 2-17.

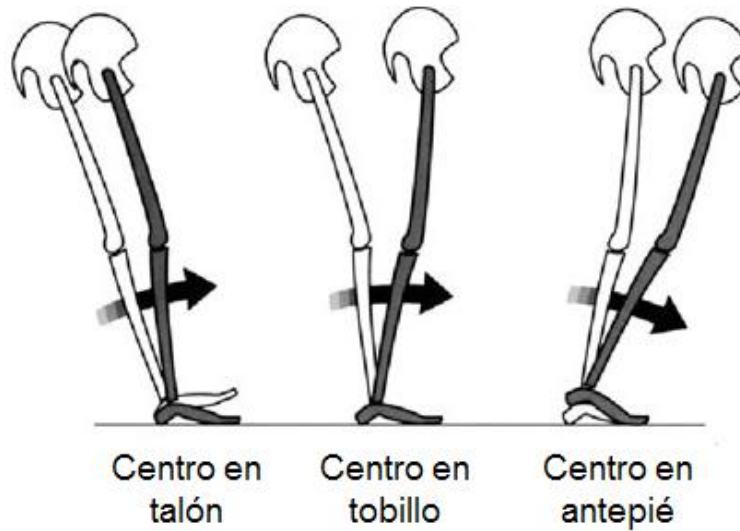


Figura 2-16 Tres péndulos invertidos teóricos [18]

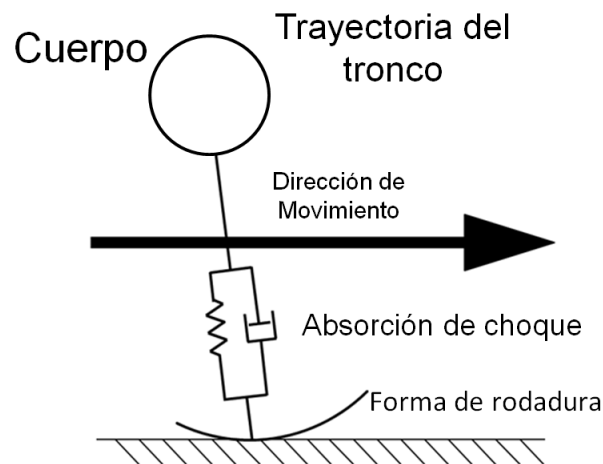


Figura 2-17 Esquema del modelo de rodadura de pie. Elaboración propia

Para encontrar la forma de rodadura del pie, se realiza un experimento donde se calcula el centro de presión instantáneo en el lugar de contacto entre el pie y el suelo. Luego se hace una transformación de coordenadas, desde un sistema de coordenadas inercial a uno no inercial situado en la tibia misma. Este proceso es mostrado en la Figura 2-18. Este proceso revela, en el caso de [19], la forma de rodadura encontrada para un paciente de control (sano), cuyas características no difieren significativamente al comparar entre individuos, por lo que se toma como la forma ideal a adoptar (Figura 2-19). Esta forma debe alcanzarse al deformarse el pie y es necesaria ya que imita la forma de rodadura natural del pie ayuda a los pacientes con amputaciones transtibiales a acercarse hacia un patrón de caminata simétrico [19]. Hay que tener en cuenta que estos movimientos son la suma de los efectos de la rotación del tobillo complementado por la deflexión de la planta del pie.

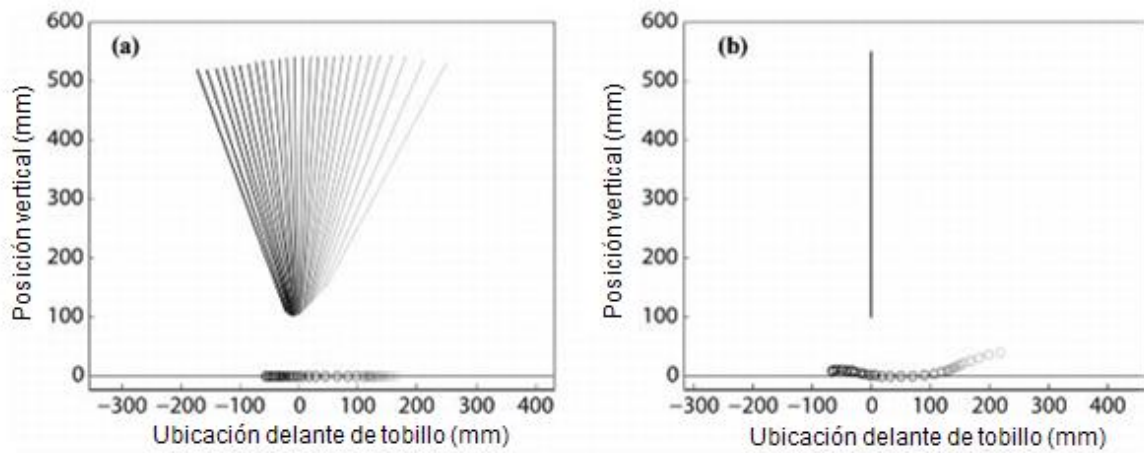


Figura 2-18 Transformación desde un sistema no inercial (a) a uno inercial (b) [19]

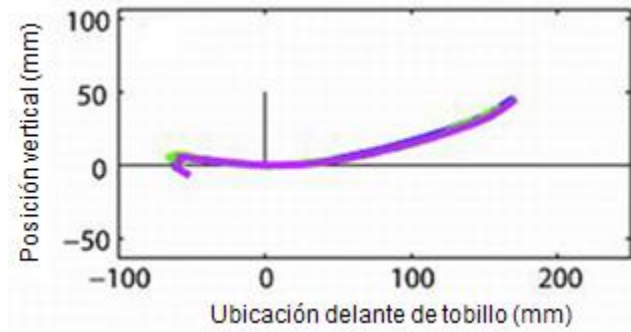


Figura 2-19 Forma de rodadura de un pie sano [19]

2.6. Materiales considerados

En el presente trabajo se consideran dos materiales como componentes principales del diseño: Acetal y Nylon12.

2.6.1. Nylon12

Se considera el uso de nylon 12 debido a su capacidad de ser impreso en 3D con una impresora de tecnología FDM sin mayores problemas. Se escoge en específico el nylon12 y no otro, debido a su estabilidad ante el agua. Lo anterior se refiere a que este polímero absorbe muy poca humedad del

ambiente, por lo que sus características no dependen de si está en condiciones húmedas o secas. Esto es particularmente importante en un sistema que va a ser usado, presumiblemente, en condiciones ambientales variadas. Van Hooreveder et al. [20] desarrollaron las curvas S-N para este material impreso en 3D. El test fue hecho con un esfuerzo reversible $-R=-1-$ y encontraron que para el máximo nivel de vida a fatiga testeado se deben aplicar 18.9[MPa] como amplitud. La curva S-N se puede ver en la Figura 2-20. Otros datos de referencia para este material son su esfuerzo de fluencia de 32[MPa], esfuerzo último de 46[MPa], módulo de Young de 1.282[GPa] y gravedad específica de 0.95.

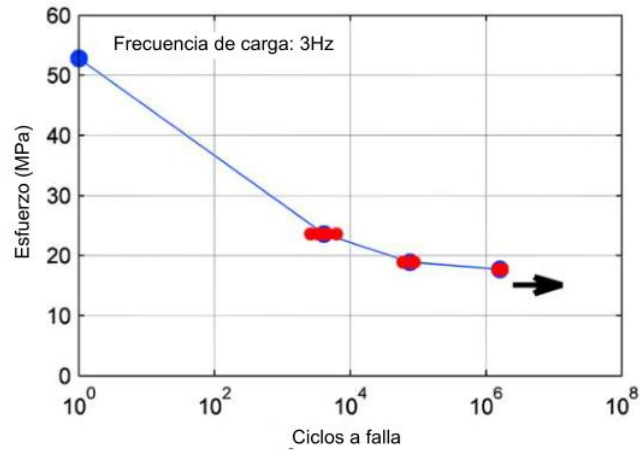


Figura 2-20 Curva S-N de fatiga para Nylon12 impreso en 3D [20]

2.6.2. Polioximetileno

El polioximetileno, también conocido como POM o acetal presenta una muy buena resistencia a la fatiga, excelentes propiedades mecánicas, es poco reactivo a químicos y es relativamente barato. Se tiene particular interés en un acetal de alto peso molecular. Heinlein et al. [21] desarrollaron curvas S-N para acetal en función de su peso molecular. Para este experimento el espécimen fue ciclado con un esfuerzo mínimo de 0, por lo que el esfuerzo medio es igual a la amplitud, $R=0$. Las curvas pueden ser observadas en la Figura 2-21. Para evaluar la vida a la fatiga en este caso, los autores proponen el uso de la relación. Otros parámetros de interés del acetal es si esfuerzo de fluencia de 70[MPa], módulo de Young de 2.9[GPa] y gravedad específica de 1.42. Al igual que el Nylon12, este material absorbe muy poca humedad, sólo un 1.4% de su peso como máximo.

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b \quad 2.30$$

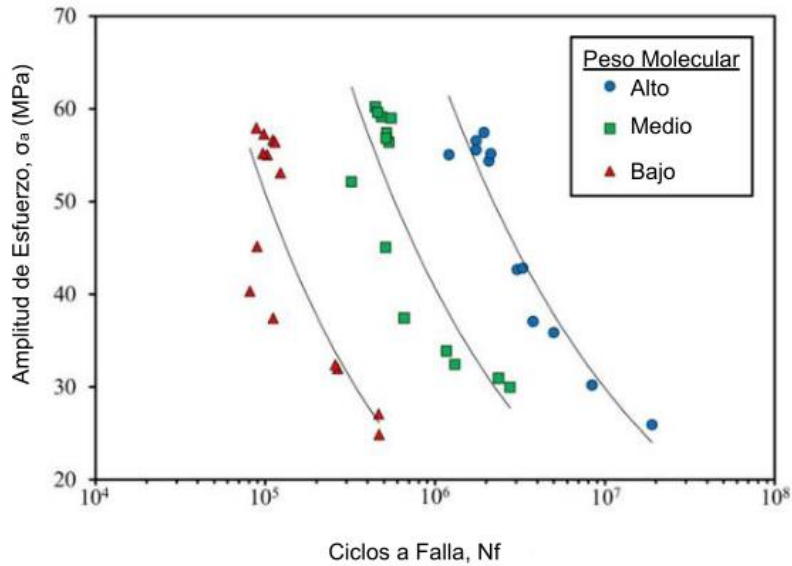


Figura 2-21 Curvas S-N para acetal según su peso molecular [21]

Los parámetros a ingresar en la ecuación se encuentran en la Tabla 2-1

Tabla 2-1 Parámetros de ajuste de curvas [21]

Peso molecular	σ_f' [MPa]	b
Alto	9715	-0.344
Medio	9560	-0.364
Bajo	9952	-0.432

3. Metodología

La metodología adoptada para el trabajo de título se enfoca en el cumplimiento de los objetivos específicos, que a su vez responden al objetivo general. Ésta sigue la estructura de la Figura 3-1.

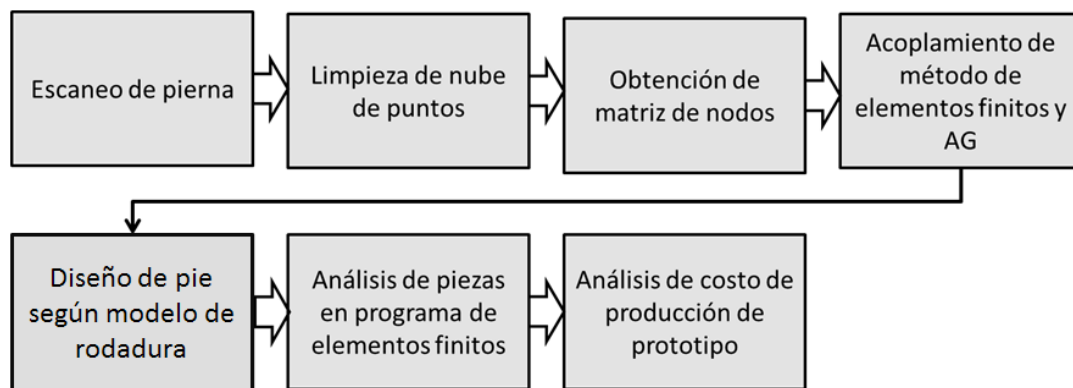


Figura 3-1 Diagrama de bloques de la metodología seguida. Elaboración propia

3.1. Escaneo de Pierna

Debido a que se pretende realizar una optimización de estructura de vigas para diseñar la tibia, se le debe ingresar al algoritmo una base de la que extraer puntos como nodos de los elementos y construir así una estructura. Dicha base viene en forma de una matriz de nodos posibles que están uniformemente distribuidos dentro de una geometría tridimensional con forma de pantorrilla. La base para la creación de la matriz de nodos es el obtener una nube de puntos que describa la geometría de una pantorrilla. Con este objetivo es que se realiza el escaneo tridimensional de la pierna del autor.

El escáner en cuestión, desarrollado por Rafael Meruane, MSc, ocupa el método de luz estructurada. Así se genera una nube de puntos tridimensional que describe la forma exterior del objeto. El método de luz estructurada funciona con un proyector y una cámara: El proyector emite patrones de luz sobre el objeto de interés y según cómo la luz sea reflejada por el objeto (debido a su forma), la cámara interpreta los contornos del objeto con base en la distorsión del patrón de luz, Figura 3-2 Esquema de funcionamiento de escaneo por luz estructurada. El resultado de un escaneo individual entrega una nube de aquella vista, así como una imagen de lo visto por la cámara, Figura 3-3. Posteriormente se procede a tomar varias vistas, procurando no mover mucho la geometría de su configuración original.

Debido a las implicancias éticas que tiene el proyecto, para evitar el ir a una comisión de ética buscando la aprobación de los procedimientos realizados, las mediciones y diseño son basados en medidas biométricas realizadas por el autor sobre sí mismo.

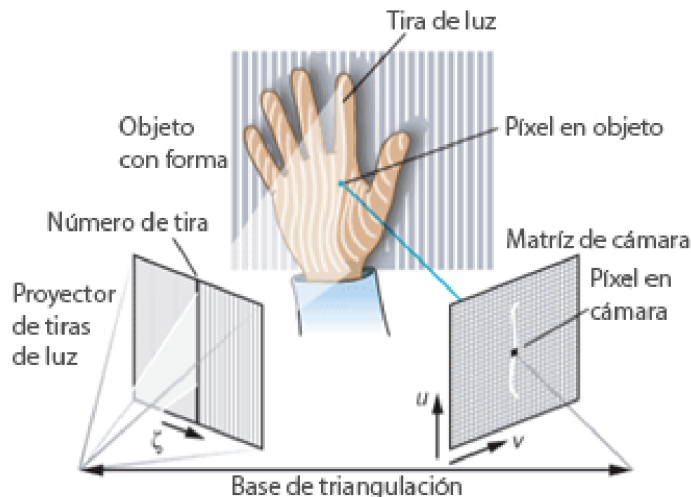


Figura 3-2 Esquema de funcionamiento de escaneo por luz estructurada [22]

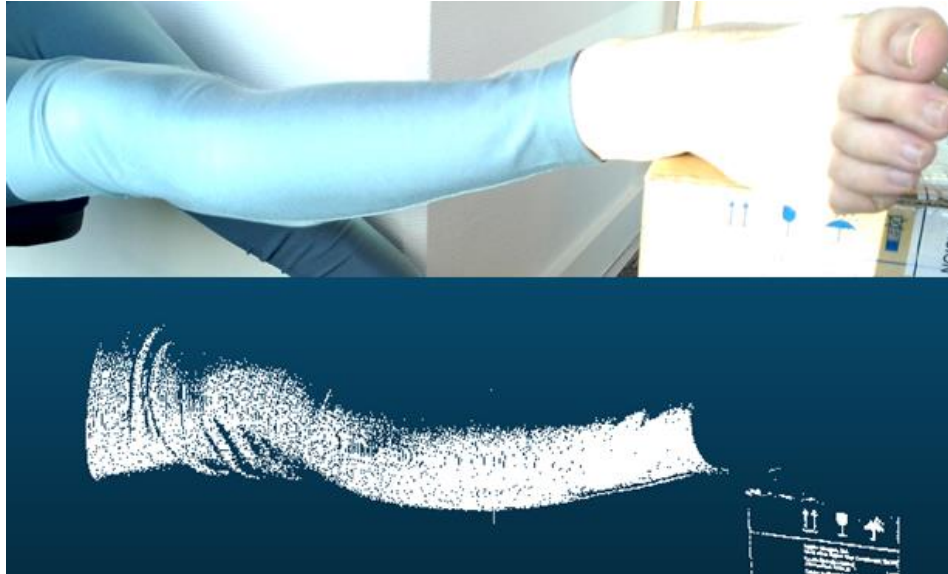


Figura 3-3 *Arriba* Vista desde la cámara de la zona a escanear. *Abajo*. Nube de puntos resultante del escaneo. Elaboración propia

3.2. Limpieza y calce de nube de puntos

Debido a que el escáner obtiene sus datos mediante luz óptica, éste devuelve como resultado la escena completa que ha escaneado. Por lo anterior, primero se deben excluir aquellos puntos que no sean de interés para el estudio. Este proceso se hace con el software CloudCompare™. Posteriormente los puntos de todas las escenas deben ser calzados en un único espacio tridimensional. El resultado de dicho proceso se puede apreciar en la Figura 3-4. También, debido al margen de error que se presenta, la superficie no es perfectamente nivelada, tema que debe ser tratado antes de generar los puntos finales para la estructura.

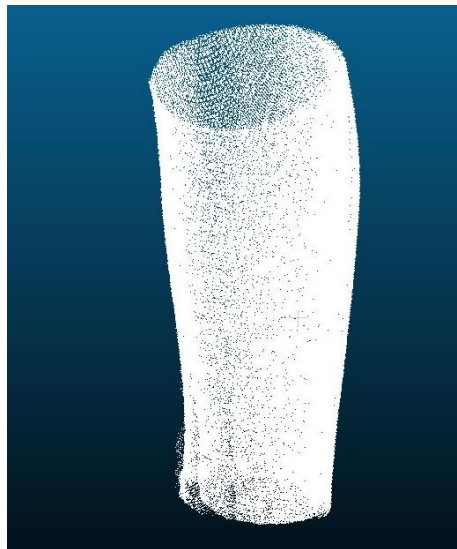


Figura 3-4 Nube tridimensional de puntos de pantorrilla escaneada post calce de vistas. Elaboración propia

Otro punto a anticipar es el hecho de que para generar puntos dentro de una geometría dada, se debe chequear que el punto generado esté efectivamente dentro de la geometría. Dicha tarea es muy cara computacionalmente si el poliedro base no es convexo. Por lo anterior se opta por utilizar un poliedro convexo que represente a la geometría completa.

Para obtener un poliedro convexo a partir de una base de puntos en el espacio se genera una cobertura o casco convexo. Una cobertura es el poliedro convexo más grande que se puede construir basado en los puntos provistos al algoritmo. El uso de una cobertura resulta ser muy conveniente, ya que evita el problema del margen de error al tomar los puntos más exteriores y también genera un poliedro convexo. La Figura 3-5 esquematiza cómo funciona la generación de una cobertura en un espacio 2D. En el caso de la geometría de interés (la superficie escaneada) se genera un algoritmo, ubicado en el Anexo A, que pueda extraer los puntos de la nube que pertenecen al casco convexo, como se puede ver en la Figura 3-6 que muestra el resultado de dicho proceso. El código que hace esta tarea se encuentra en el Anexo A.1

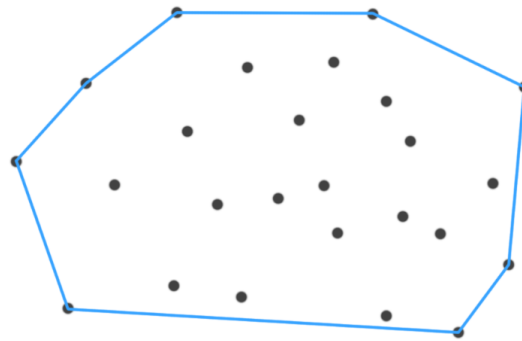


Figura 3-5 Esquema de funcionamiento de la cobertura. Los puntos oscuros representan el set inicial y la línea celeste es la cobertura resultante. Elaboración propia

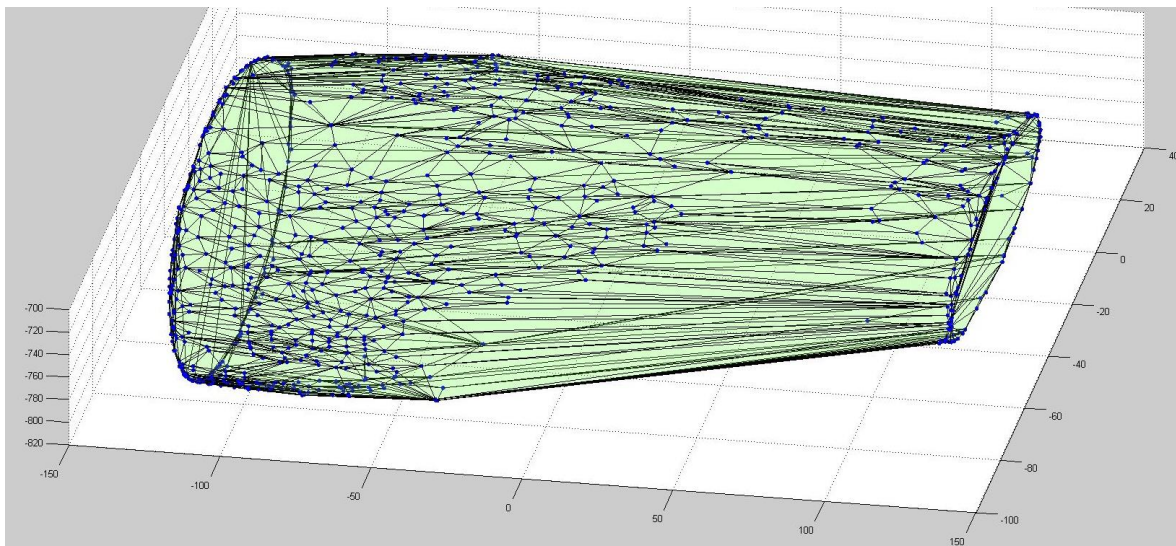


Figura 3-6 Casco convexo obtenido desde la nube de puntos. Elaboración propia

3.3. Obtención de matriz de nodos

Una vez hecho todo lo anterior se pueden generar puntos aleatorios en el espacio que comprende la geometría, pudiendo ser chequeada la pertenencia del punto en cuestión dentro de la geometría. Esto es realizado con el código en el anexo A.2. Una vez generados los puntos interiores, estos son ordenados según la dirección de mayor dimensión de la geometría, permitiendo la rápida identificación de los puntos superiores e inferiores. Esto permite forzar posteriormente las condiciones de borde de manera más fácil. El poder identificar los puntos superiores e inferiores también permite forzar la pertenencia de ellos en la geometría final, restringiendo el espacio de búsqueda a aquellas geometrías que tengan un largo en particular. Ya hecho este proceso, se tiene el espacio de búsqueda sobre el que el algoritmo genético busca optimizar la estructura.

3.4. Acoplamiento de método de elementos finitos y AG

Para hacer la optimización de la estructura se usa un algoritmo genético con una representación cromosómica binaria, es decir, que el material genético de cada individuo sólo puede tener dos valores: cero y uno. En este caso un 0 significa que el punto al que corresponde ese gen no es utilizado, mientras que un 1 significa que el punto es utilizado en la construcción de la estructura. El script que realiza esta tarea se encuentra en el anexo A.3.

Para la definición de los elementos se aplica una triangulación de Delaunay sobre los puntos cuyos valores respectivos en el cromosoma sean 1. La triangulación de Delaunay se caracteriza por que, en el caso 2-D, sin importar el triángulo escogido, la circunferencia que lo circunscribe no contiene ningún nodo que no sean los tres que componen el triángulo en cuestión. Esto se puede ver ejemplificado en la Figura 3-7. Esta propiedad se extiende a tres dimensiones y funciona de la misma manera, sólo que en vez de circunscribir triángulos con circunferencias se usan tetraedros y cascarones esféricos, Figura 3-8. El uso de triangulaciones de Delaunay, como medio para generar los elementos de una estructura, ha sido probado útil en la optimización de estructuras simples [23].

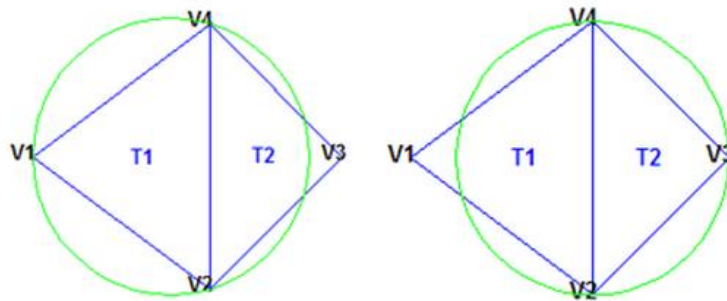


Figura 3-7 Ejemplo de triangulación de Delaunay [24]

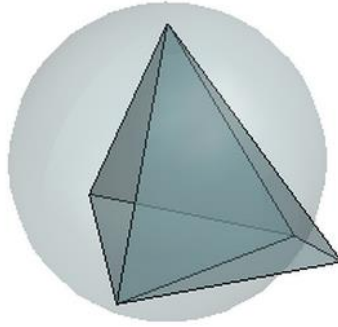


Figura 3-8 Ejemplo de triangulación de Delaunay en 3-D [24]

La triangulación de Delaunay se escoge porque evita tres fenómenos altamente indeseados que causan errores en la evaluación de la estructura por elementos finitos, ilustrados en la Figura 3-9: El tener un nodo en la estructura que no está conectado a nada (a), causando problemas en la construcción de la matriz de rigidez; la existencia de un elemento que no está conectado a la estructura (b), causando que aquel elemento se mueva al infinito al resolver el sistema; el tener un elemento que está conectado en un punto pero el otro extremo está libre (c), causando que el programa agregue rigidez artificial al sistema, porque piensa que el extremo libre está unido a algo. Estos tres problemas son solucionables, sin embargo implica hacer gran cantidad de chequeos para cada individuo, lo que aumenta aún más el tiempo de solución, por lo que se opta por usar la triangulación de Delaunay (d).

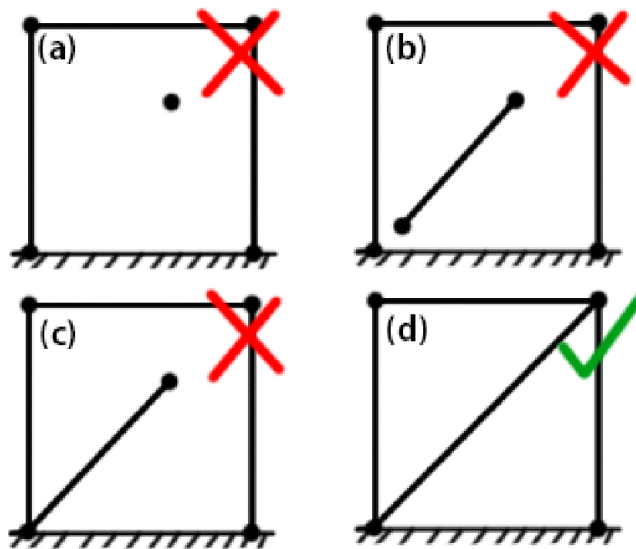


Figura 3-9 (a) Nodo sin conexión (b) Elemento no conectado (c) elemento conectado en un solo extremo (d) situación deseada. Elaboración propia

Un algoritmo genético requiere la existencia de una función objetivo de la que obtener un valor de aptitud. En este caso específico se interviene la función de aptitud para guiar a los individuos en espacio de búsqueda hacia el resultado de interés. La evaluación se hace con el código encontrado en el anexo A.4. Como función objetivo a optimizar se ponderan por igual importancia el peso total de la estructura como la deformación promedio de la estructura.

$$ObjV = 0.4 * Peso[kg] + 0.6 * Deform_prom[cm]$$

3.1

Es importante notar que las capacidades que tiene el algoritmo para optimizar están limitadas al espacio de búsqueda que se le provee. En el caso de la formulación del presente problema ese espacio es conformado por los nodos que puede utilizar la estructura para hacer la triangulación. Mientras menos puntos posibles existan, peor es la resolución que se tiene del espacio a explorar. Esto tiene como consecuencia que el número de elementos máximo y promedio será mucho menos desde un inicio, siendo a su vez la resolución del sistema (inversión de la matriz de rigidez) más fácil computacionalmente, i.e. se demora menos tiempo por estructura. Inversamente, mientras mayor sea la resolución, más nos podemos acercar a la solución global al problema planteado, al costo de que la optimización demore más tiempo. Esto también se traduce en un aumento en la dimensión del cromosoma de cada individuo.

Otro punto a tratar es la representatividad de la población inicial del espacio muestral propuesto, es decir, cuántos individuos posibles hay v/s el tamaño efectivo de la población. En el caso de que el espacio esté muy mal representado, el sistema tiene a converger de manera muy rápida a un mínimo local, sin llegar al resultado real. Esto se debe a que no existe suficiente variabilidad genética como para que el sistema explore el espacio de búsqueda antes de converger. Este problema se ejemplifica en la Figura 3-10. Ahora bien, el tamaño correcto de población a usar depende de qué tanto varía la función objetivo a optimizar. Debido a que la mayoría de las veces la el comportamiento de la función es algo que se desconoce, el cálculo del tamaño poblacional es un tema de tanteo.

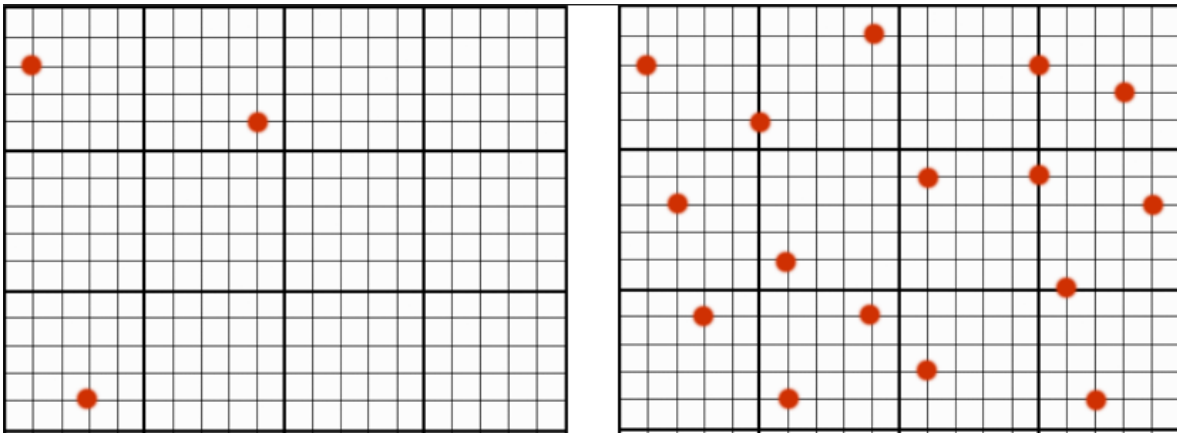


Figura 3-10 Ejemplificación de poblaciones iniciales. Elaboración propia

De manera intuitiva, aumentar la resolución del espacio permite aumentar la *precisión* de la solución encontrada, mientras que aumentar la población permite aumentar la *certeza* de la solución, volviéndola repetible.

3.5. Diseño de pie según modelo de forma de rodadura

El diseño del pie, segundo componente crítico, supone el modelamiento inicial del pie, en conjunto con su articulación que permita las rotaciones definidas anteriormente. Con esto en mente, se recurre al uso de la forma de rodadura del pie, así como el costo y facilidad de construcción como guías principales de diseño.

Para diseñar de manera preliminar la forma del pie, se asume que está hecho de varios perfiles rectangulares superpuestos, así como se muestra en la Figura 3-11, que es la situación donde el pie está hacia el final de un paso. En esta situación se tiene que sólo la primera capa es la que está en contacto con el suelo. Se toma en cuenta que las capas que van arriba de la primera son más gruesas, por lo que se asume que la primera capa está empotrada a una distancia igual a la que empieza la segunda, midiendo desde la punta del pie. Este modelo simplificado puede verse en la Figura 3-12, donde a es la distancia desde la punta de la viga hasta el punto de aplicación de la fuerza vertical y P y W son las proyecciones de la reacción del suelo en las direcciones definidas por la inclinación θ del pie con respecto al suelo. En la misma figura se aprecian ' b ' y ' h ', ancho y alto de la sección rectangular respectivamente.

Este problema tiene una solución analítica para la deflexión y el momento en la zona empotrada dada por: [25]

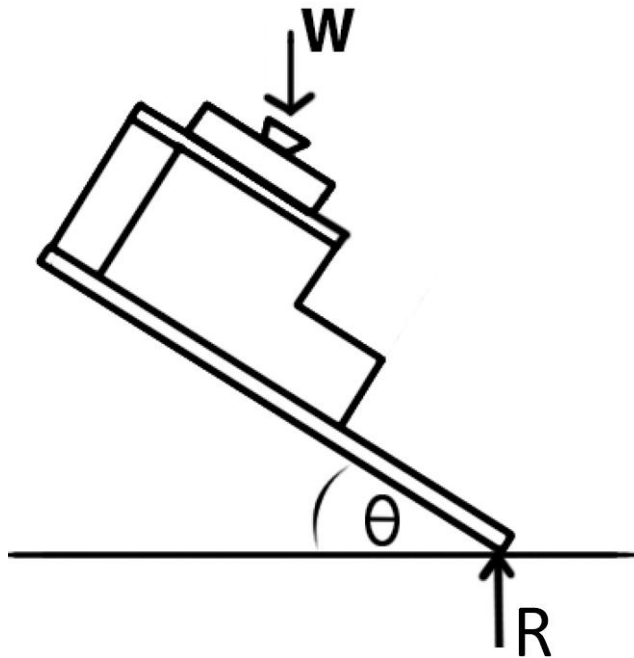


Figura 3-11 Diagrama de fuerzas para pie. Elaboración propia

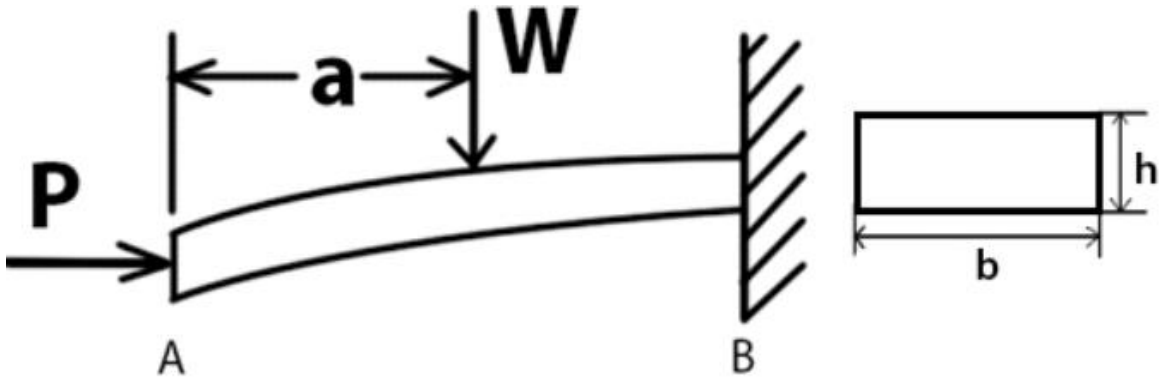


Figura 3-12 Diagrama equivalente de primera capa (Izq) Sección de perfil (Der). . Elaboración propia

$$y_A = -\frac{W}{kP} \frac{(C_2 C_{a3} - C_1 C_{a4})}{C_1} \quad 3.2$$

$$M_B = -\frac{W}{k} \frac{(C_2 C_{a3} + C_1 C_{a2})}{C_1} \quad 3.3$$

$$C_1 = \cos(kl), \quad C_2 = \sin(kl)$$

$$C_{a2} = \sin k(l - a); \quad C_{a3} = 1 - \cos k(l - a); \quad C_{a4} = k(l - a) - \sin k(l - a)$$

$$k = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

Es importante precisar que este método no da un modelo definitivo, ya que la forma real que necesita adoptar el pie no es cuadrada, sino es más bien similar a la forma ilustrada en la Figura 3-13. También el suponer la viga como empotrada es una aproximación gruesa, no obstante permite dar una aproximación de las dimensiones iniciales que debe existir entre el final de una capa y el final de la que le sigue.

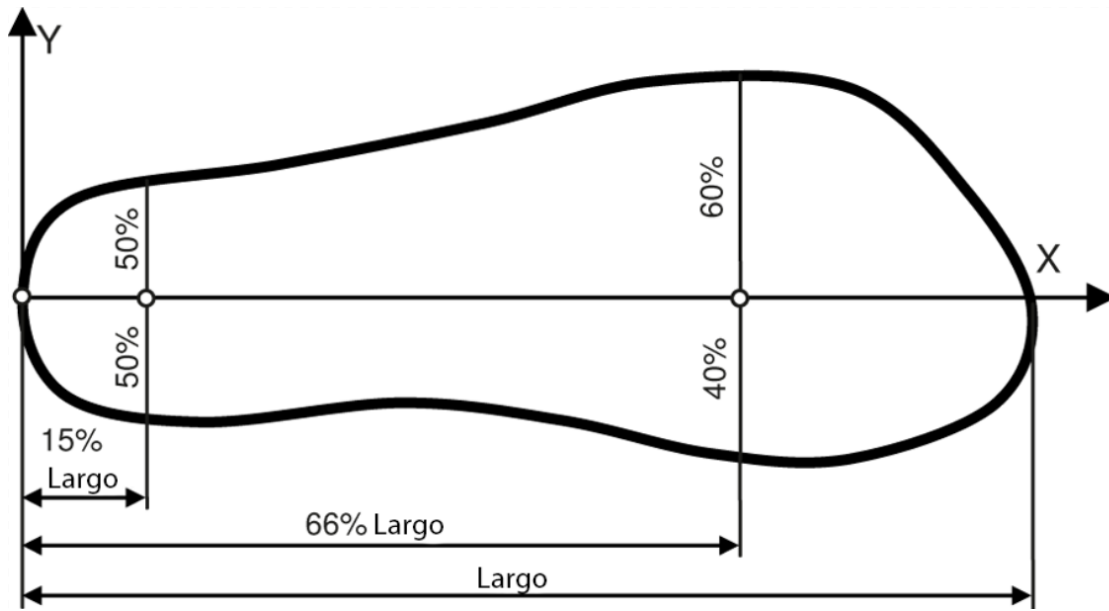


Figura 3-13 Forma de planta de referencia [26]

3.6. Análisis de piezas en software de elementos finitos

Una vez diseñadas las piezas del pie, se simulan sus comportamientos como ensamblaje bajo las cargas de uso normal. Lo anterior tiene por objetivo cerciorar que los diseños son aptos en una segunda aproximación para las condiciones de borde impuestas. Los softwares proveen facilidades que permiten aproximar mejor algunos valores como los esfuerzos y deformaciones, dado un perfil de esfuerzo aplicado, permite obtener modos normales y respuesta estática a carga. En el caso específico del análisis de vida a fatiga, se han obtenido las curvas S-N de fatiga para los polímeros considerados para las piezas. Debido a que el software no presenta una opción de uso de curvas S-N personalizadas para cada material, se hace una evaluación fuera de software, basado en las curvas ya mencionadas y los esfuerzos calculados.

En el caso de un ensamblaje como el del pie de la prótesis, se tiene que las distintas piezas tienen que interactuar entre sí. Esto se logra mediante contactos que definen la interacción entre los elementos de manera numérica. Los contactos usados tienen una forma inherentemente no lineal, es decir, la rigidez del sistema depende de si las piezas están en contacto o están separadas. Otra manera de decirlo es que las piezas son capaces de transferirse esfuerzos compresivos una vez que hacen contacto, pero si existen esfuerzos de tracción entre ellas, se separan. Para obtener el mínimo posible de penetración entre las superficies, el software computa la fuerza normal al contacto aplicando el equivalente de un resorte en la superficie de contacto, como se ve en la Figura 3-14. Idealmente uno desearía que k_{normal} fuera infinita para evitar cualquier penetración, lo que es imposible. No obstante, mientras la penetración sea lo suficientemente baja, los resultados serán certeros. Existen distintos métodos para tratar el contacto no lineal, cada uno teniendo distintas formulaciones para la detección de contacto y el valor de k_{normal} aplicado.

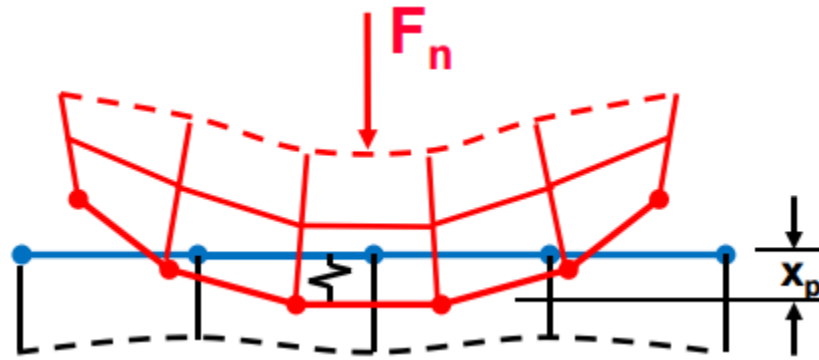


Figura 3-14 Esquema de tratamiento de penetración [27]

El valor de k_{normal} es el parámetro más importante en la simulación, y tiene una influencia directa sobre si el software converge a una solución o no. En la mayoría de los casos donde no se converge a un resultado, se puede asumir que se está produciendo un fenómeno de vibración en los contactos, como se ve en la Figura 3-15. Dicho comportamiento puede ser debido a dos situaciones: La rigidez del contacto es demasiado alta para la escala de tiempo, causando que el software bisecte el paso de tiempo en un intento de disminuir la amplitud del rebote; la formulación de contacto usada no admite penetración en absoluto (formulación Lagrange Normal), volviéndola susceptible a este tipo de problemas, Figura 3-16. Ambas situaciones tienen sus respectivos tratamientos: En el primer caso, si se trata de un caso dominado por la flexión, se puede reducir la rigidez del contacto hasta 0.1, permitiendo una mayor penetración a cambio de mejor convergencia; en el segundo caso se debe bajar la velocidad de aplicación de las fuerzas sobre el sistema, o bien cambiar el método de tratamiento de contacto por uno que permita penetración.

Un método que ayuda a la convergencia en general del sistema es permitirle al software modificar la rigidez del contacto en cada iteración, en un intento de encontrar buena convergencia. Lo anterior puede ser hecho de manera normal, variando un poco, o de manera agresiva, permitiendo amplias variaciones.

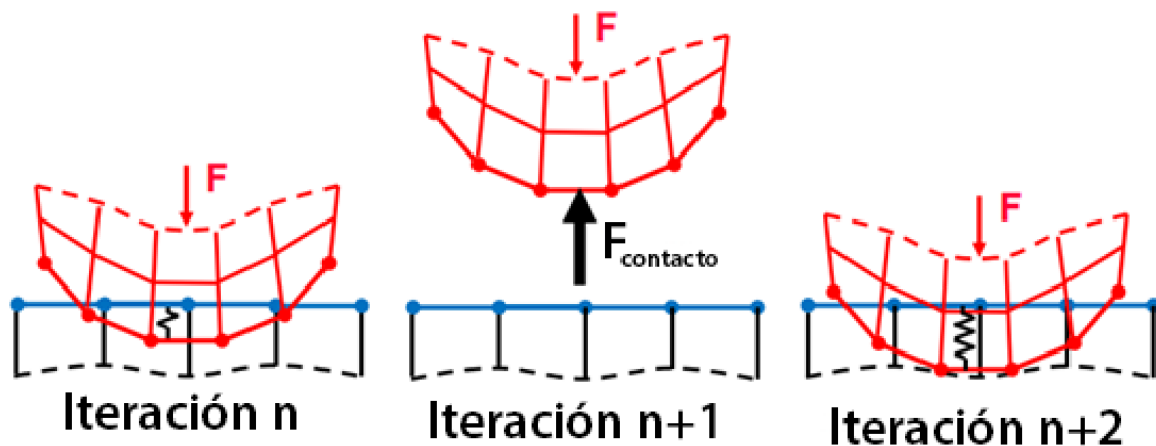


Figura 3-15 Esquema de vibración en modelo no convergente [27]



Figura 3-16 Tratamiento de estado de contactos: (Izq.) tratamiento binario, (Der.)tratamiento gradual [27]

A continuación, Figura 3-17, se puede ver un gráfico de la convergencia de la fuerza en el sistema a medida que pasa el tiempo para una simulación de carga estática.

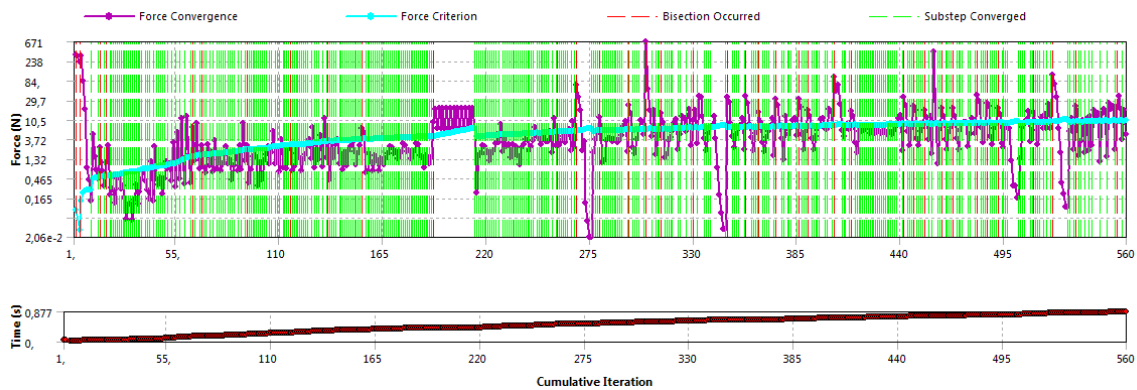


Figura 3-17 Gráfico de convergencia temporal para sistema. Elaboración propia

Las líneas verdes significan que el sistema llegó a una convergencia para ese paso de tiempo, mientras que las líneas rojas indican una no convergencia y bisección del paso de tiempo correspondiente. Se considera que el paso de tiempo converge si el error medio (en morado) llega a estar por debajo del criterio de nivel adecuado (celeste). En el caso mostrado, se ve la convergencia del ensamblaje completo. El ensamblaje completo tiene muchas superficies de contacto no lineal, lo que causa que los pasos de tiempo sean muy chicos (560 pasos por segundo) y a su vez tiempos de simulación muy altos. Para reducir estos tiempos se opta por analizar la articulación y el bloque de la planta de manera independiente como sigue.

3.6.1. Análisis de articulación

En el caso de la articulación se usa la parte superior como empotrada para poder obtener el comportamiento de ésta frente a los esfuerzos. Hay que notar que las fuerzas no son aplicadas directamente en el objeto a analizar, sino que son aplicadas lejos de él, sobre otro sistema, y es el contacto entre ambos lo que transmite las fuerzas al objeto de interés. Para emular este comportamiento se utiliza una fuerza remota en un punto remoto asociado a la cara de interfaz entre ambos sistemas. Un punto remoto, al aplicarle fuerzas, se comporta como un elemento rígido que une el punto en cuestión con el centro geométrico que ha sido asociado al punto. Esto permite

transmitir tanto la fuerza como los momentos asociados a la geometría deseada. Es de interés de este trabajo el analizar la respuesta del sistema en la condiciones de contacto de talón y de levante de talón. Los casos de cargas pueden ser vistos en las figuras Figura 3-18 y Figura 3-19.

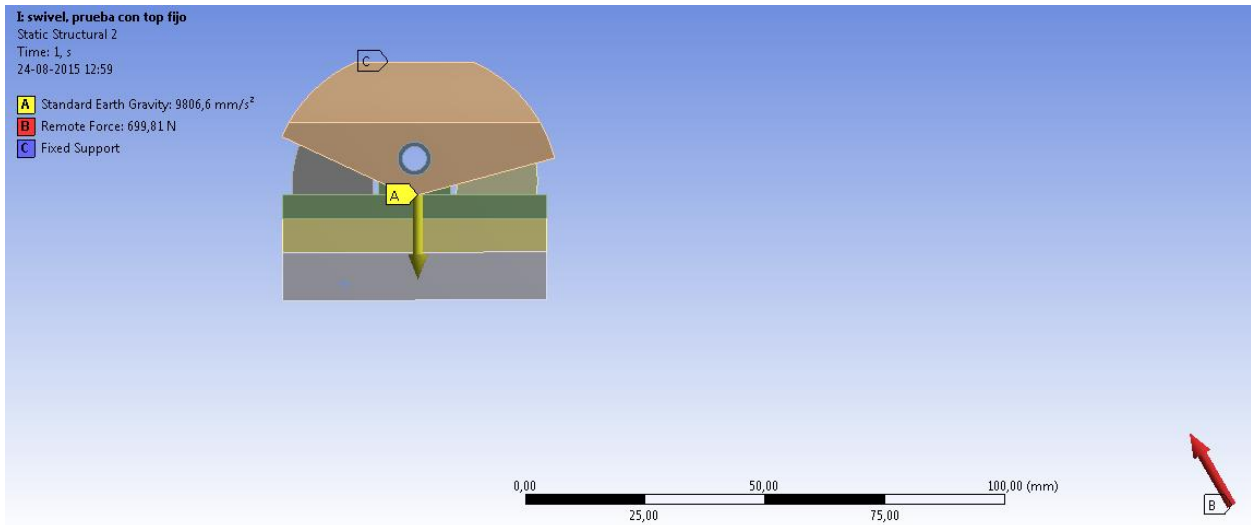


Figura 3-18 Esquema de cargas simuladas para la articulación, caso carga frontal (punta de pie). Elaboración propia

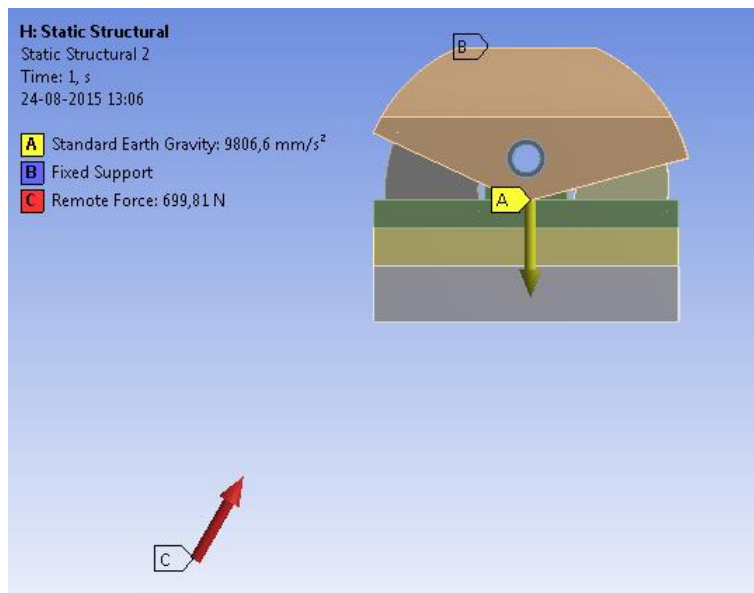


Figura 3-19 Esquema de cargas simuladas para articulación, caso carga trasera (talón). Elaboración propia

3.6.2. Análisis de sistema pie

Para la simulación del comportamiento del sistema pie se utilizan fuerzas proyectadas sobre superficies pequeñas en la parte inferior del sistema, esto para simular la localización de la fuerza sobre las zonas respectivas de contacto. Los esquemas de carga se pueden ver en las figuras Figura 3-20 y Figura 3-21.

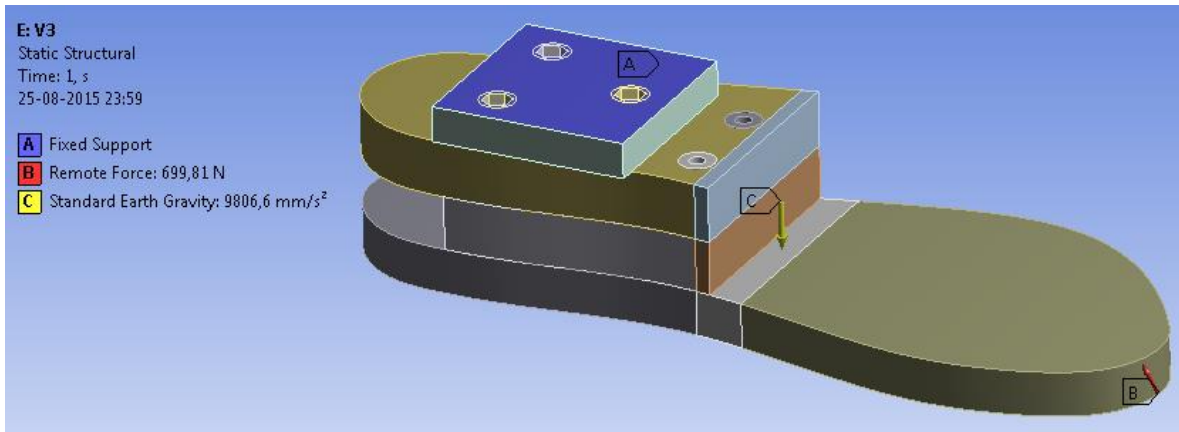


Figura 3-20 Esquema de cargas para el sistema pie en carga frontal. Elaboración propia

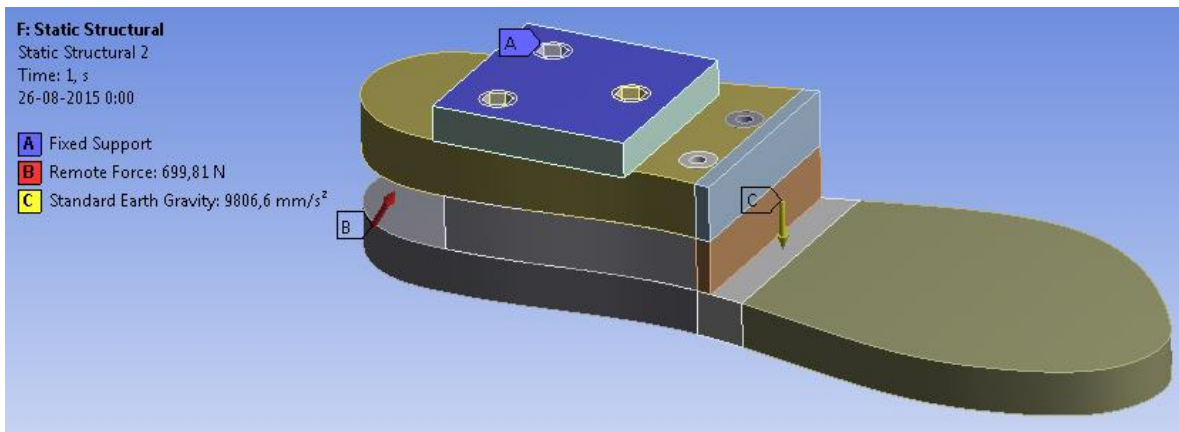


Figura 3-21 Esquema de cargas para el sistema pie en carga trasera. Elaboración propia

Debido a que las diversas placas que conforman el sistema se encuentran unidas por pernos, las superficies de las placas deben ser capaces de deslizarse unas con respecto a las otras al deformarse, así como su separación en puntos lejanos a los lugares apertados. No obstante, si todas las superficies pudieran hacer eso, todas las placas presentarían movimiento de cuerpo rígido y se separarían. Para solucionar este problema se puede, o bien agregar los pernos como sólidos parte del modelo, o bien generar contacto de unión en ciertas zonas. Debido a la gran complejidad computacional agregada por los pernos, se usa la segunda opción.

Para llevar a cabo la segunda opción, se genera un cilindro alrededor de cada hoyo en el material, estando todos unidos verticalmente entre sí, así como unidos cada uno a su respectiva placa, Figura 3-22. Es de cuidado mencionar que hacer esto genera un aumento en la rigidez del sistema en la vecindad de cada unión entre cilindros. Este aumento es uno abrupto y artificial, que tiene como consecuencia que en el entorno de las uniones se produzcan esfuerzos artificialmente grandes. Esto tiene que ser tomado en cuenta al evaluar los resultados, tomando como válidos los esfuerzos en una vecindad de la frontera, y no los esfuerzos de la frontera misma.

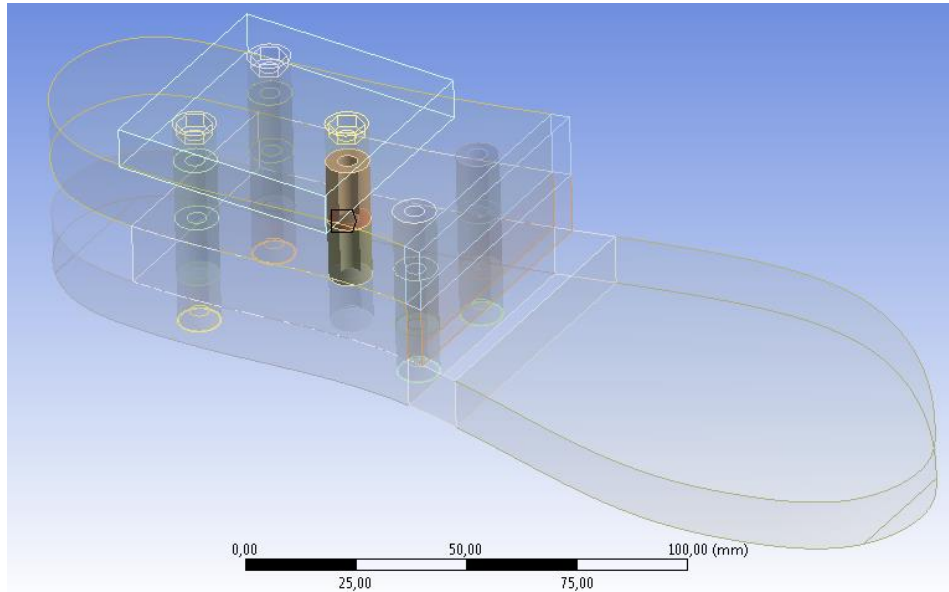


Figura 3-22 Esquema de unión de placas vía cilindros. Elaboración propia

3.7. Análisis de costos de producción de un prototipo

Es necesario, en última instancia, evaluar los costos asociados a producir un prototipo de la pierna diseñada. Lo anterior debe incluir insumos, hora máquina y horas hombre. El desglose incluye un estudio de influencia de partidas para hacer un análisis comparativo de las inversiones necesarias asociadas a producir un único prototipo. Este paso tiene la intención de dimensionar el potencial costo de desarrollo del diseño propuesto. Este paso también provee una visión realista del tipo de máquinas y herramientas necesarias, así como el aprovechamiento de la materia prima con la que se fabrica el producto. Esto puede tener influencias posteriores para posteriores iteraciones en el diseño, donde se pueden usar menos máquinas o hacer una disposición de materiales que permitan un mejor aprovechamiento. También se cuentan las horas hombre estimadas para la manufactura del sistema, ya que no se puede asumir que el tiempo invertido en ensamblarla es gratis. Debido a que el sistema está diseñado con un ensamblaje simple en mente, se estima que una persona no debiera demorar más de 2 horas en ensamblar el sistema completo.

4. Resultados

Los resultados principales del presente trabajo se encuentran subdivididos en conformidad a cómo responden a los objetivos específicos

4.1. Optimización de tibia

En el caso particular de la función objetivo mencionada en la ecuación 3.1, se ocupa una población inicial de 1500 individuos. Se considera como uso una sección circular constante de 5mm de diámetro. Cada uno de los individuos inicialmente puede utilizar tanto los 813 puntos de la envolvente convexa como los 1000 puntos internos generados de manera indistinta. Esto resulta en un cromosoma de 1813 variables por cada individuo. Como condición de término se impuso el llegar a 300 generaciones de individuos, con un tiempo de ejecución de 192 horas. Este proceso puede ser visto en la Figura 4-1. Cabe mencionar que este sistema no fue intervenido mediante penalizaciones.

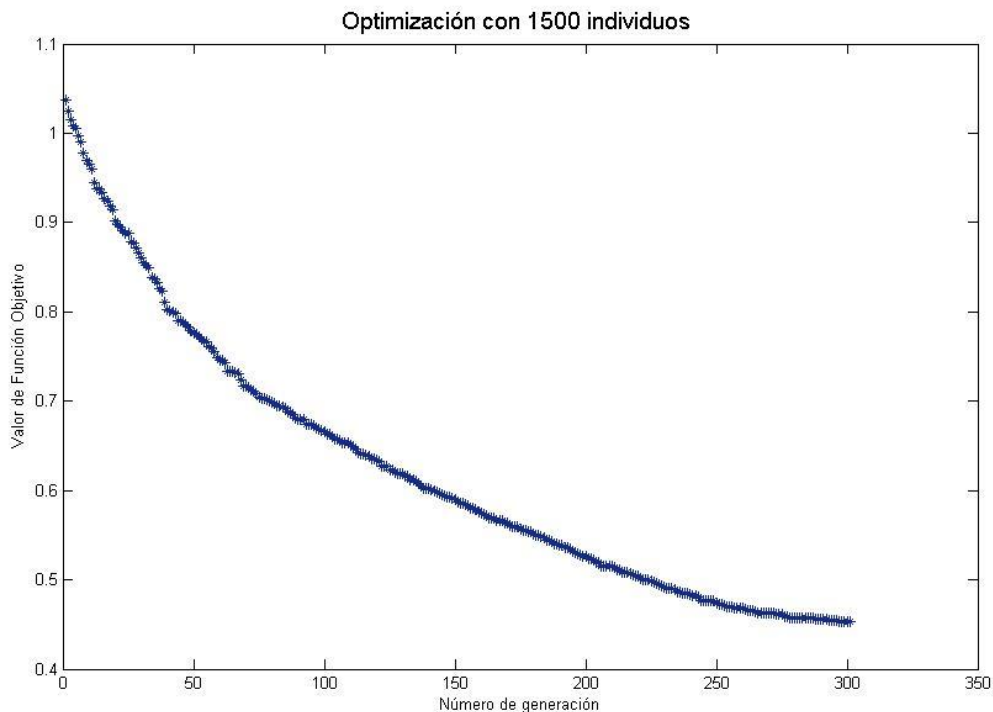


Figura 4-1 Evolución de función objetivo en función de las generaciones. Elaboración propia

Al evaluar la estructura campeona se obtienen los esfuerzos encontrados en la Figura 4-2. En esta figura los esfuerzos de compresión y tensión se encuentran en rojo y azul respectivamente, mientras que el límite de fatiga del material en esfuerzo cíclico se puede contemplar como líneas negras horizontales. La estructura en cuestión tiene un peso de 1.1[kg], con un desplazamiento promedio en todos sus elementos de $2.4 \cdot 10^6$ [m]. Se puede ver la geometría de la estructura campeona en la Figura 4-3 Geometría de estructura campeona.

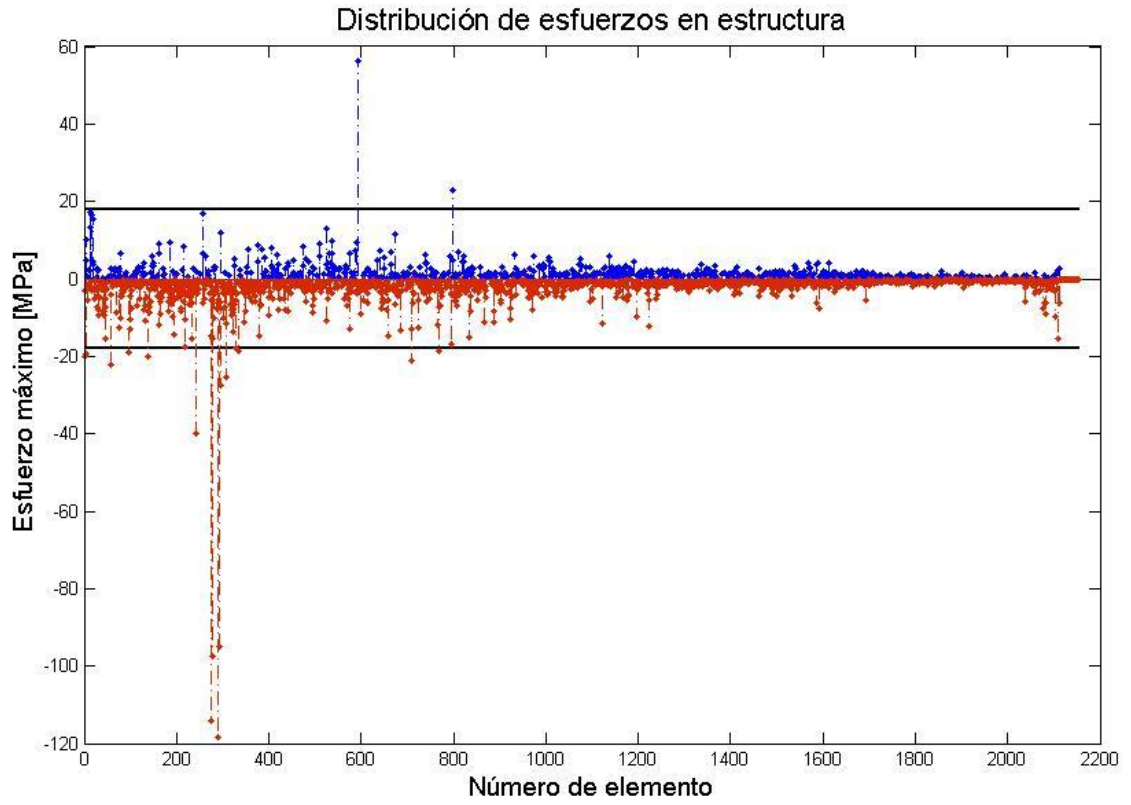


Figura 4-2 Distribución de esfuerzos en estructura campeona. Elaboración propia

Estructura campeona

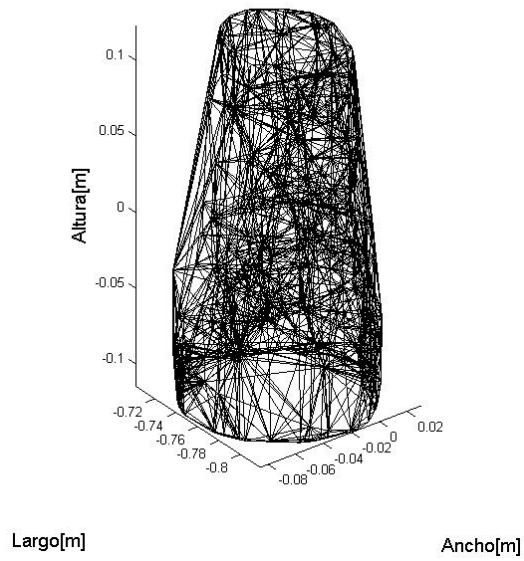


Figura 4-3 Geometría de estructura campeona

4.2. Diseño de pie

Los planos del ensamble completo del pie diseñado, así como sus piezas individuales, se pueden encontrar en el Anexo C

4.2.1. Articulación

Simulación en Software de Elementos Finitos

Al tomar las situaciones de cargas remotas postuladas en las figuras Figura 3-18 y Figura 3-19, se pasa a resolver los sistemas para encontrar los esfuerzos y deformaciones asociadas a ellos. Dichos resultados se ven plasmados en las figuras Figura 4-4 y Figura 4-5. Es importante mencionar que debido a la evidente rotación que se produce, se considera el desplazamiento vertical de los elementos como la variable de interés para la forma de rodadura. De lo contrario se estaría contabilizando el movimiento horizontal como un contribuyente a la forma de rodadura, dando deflexiones adicionales a las reales.

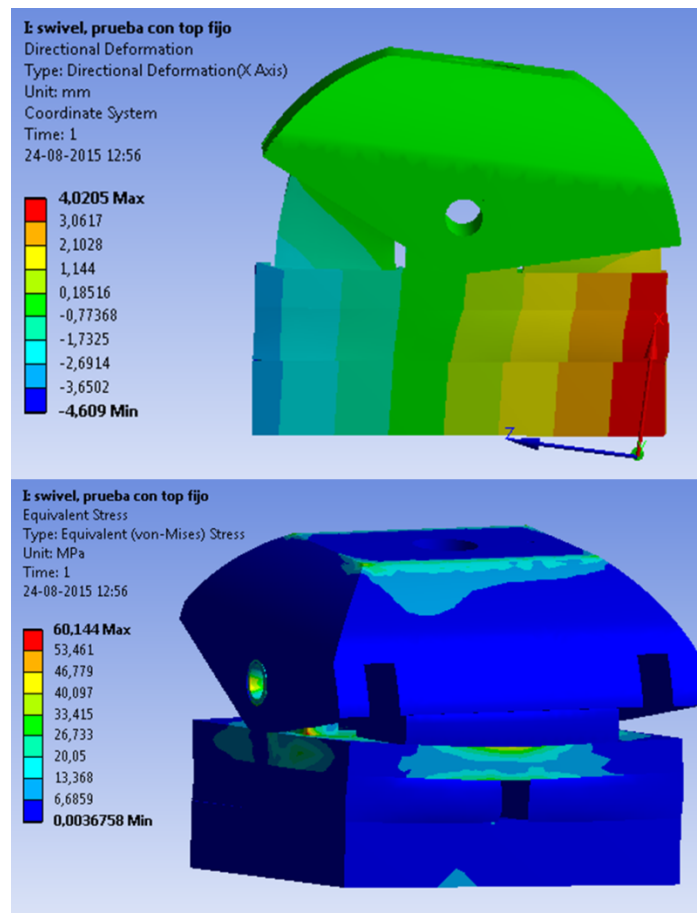


Figura 4-4 Respuesta de articulación en caso de carga frontal. (Arriba) Deformación vertical del sistema (Abajo) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia

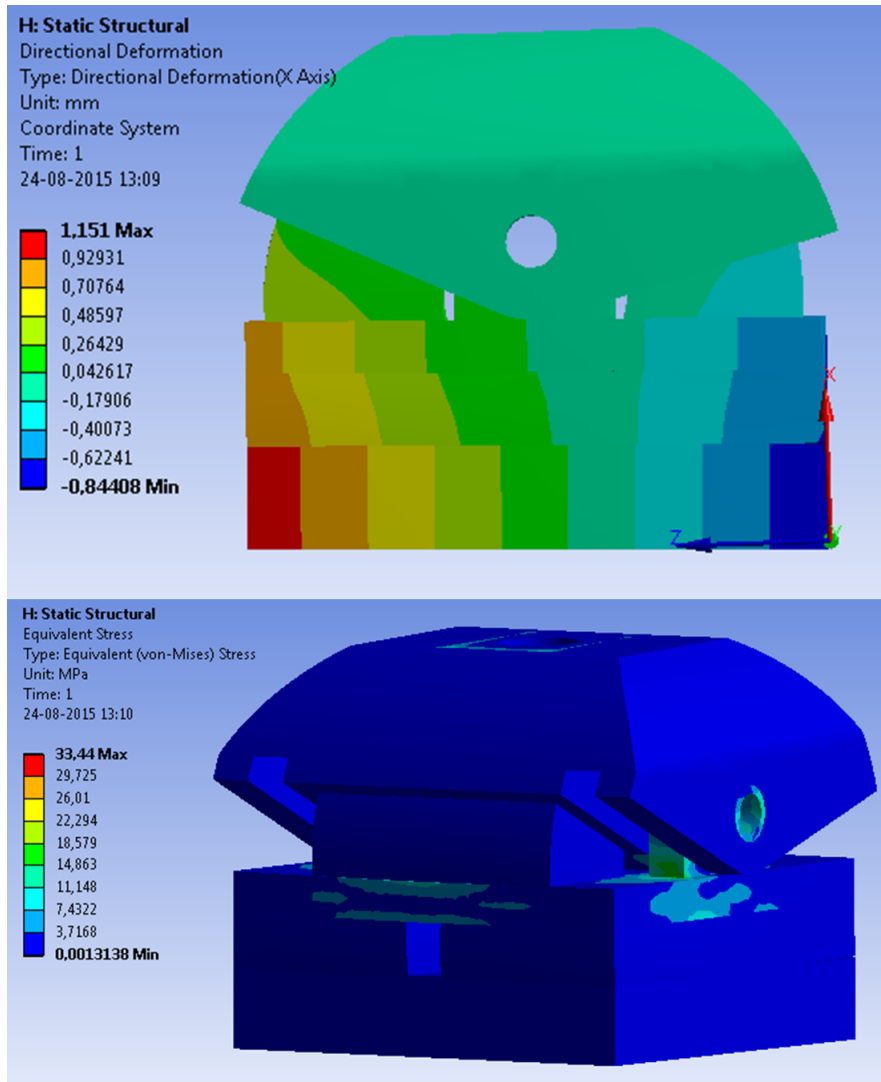


Figura 4-5 Respuesta de articulación ante carga trasera. (Arriba) Deformación vertical del sistema (Abajo) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia

4.2.2. Sistema pie

Cálculos preliminares

Usando el método propuesto en la sección 3.5, tomando en cuenta la Figura 2-19, se encuentran los valores plasmados en las tablas Tabla 4-1 y Tabla 4-2. Para encontrar estos valores se ingresan las ecuaciones 3.2 y 3.3 en un solver de Microsoft® Excel™, con las variables del perfil como entradas y la deflexión deseada como objetivo. Como ya se mencionó, la deflexión de la planta no es la única responsable por la forma de rodadura, por lo que se le asigna un 45% de lo requerido por la forma de rodadura, esto es, 20[mm] por delante y 2[mm] por atrás. Se ocupan factores de seguridad en tensión, compresión, fatiga y pandeo como restricciones a los valores adoptables, Tabla 4-3. También cabe mencionar que por construcción se considera que ambas vigas (anterior y posterior) tienen que tener el mismo espesor ‘h’ pero no necesariamente el mismo ancho ‘b’

Tabla 4-1 Datos de perfil posterior.

Variables de entrada				Salida
L [m]	Peso Persona [kg]	b[m]	h[m]	Deflexión [m]
0,035	70	0,024	0,012	0,002

Tabla 4-2 Datos de perfil anterior.

Variables de entrada				Salida
L[m]	Peso Persona [kg]	b[m]	h[m]	Deflexión [m]
0,12	70	0,1055	0,012	0,02

Tabla 4-3 Factores de seguridad según ecs.3.2 y 3.3.

Factores de seguridad			Zona anterior	Zona Posterior
SFT	Tensión		23,1	19,8
SFC	Compresión		25,2	20,6
SFB	Pandeo		38,1	103,3
SFF	Fatiga		18,9	15,5

Como se ha mencionado previamente, este método entrega resultados preliminares de primer orden para guiar el diseño definitivo del dispositivo.

Simulaciones en software de elementos finitos

Una vez corridos los casos propuestos en la sección 3.6.2 se obtienen los resultados ilustrados en las figuras Figura 4-6, Figura 4-7, Figura 4-8 y Figura 4-9. Las primeras tres y la última corresponden al caso de carga frontal y trasera respectivamente. La Figura 4-7 muestra los esfuerzos cerca de la frontera de unión entre las placas tanto con la placa base presente como en su ausencia. La Figura 4-8 muestra un corte frontal de la zona, dando una mejor idea de la magnitud de los esfuerzos, así como su distribución. En este caso se toma la deformación total del sistema-pie, ya que la diferencia entre ésta y la direccional es negligible, siendo coherente con lo esperado en una situación de flexión.

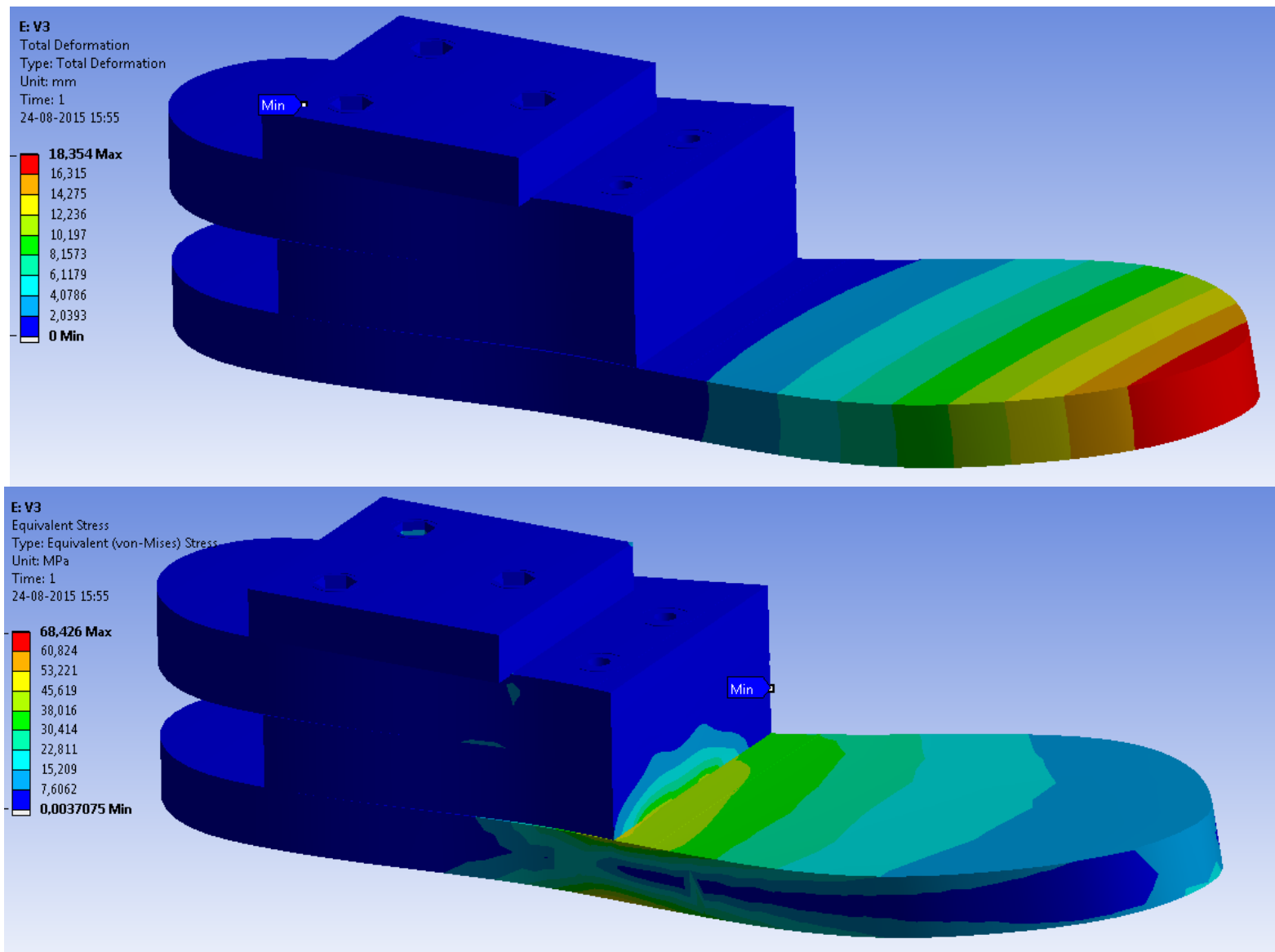


Figura 4-6 Respuesta del sistema pie ante carga frontal (*Arriba*) Deformación (*Abajo*) esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia

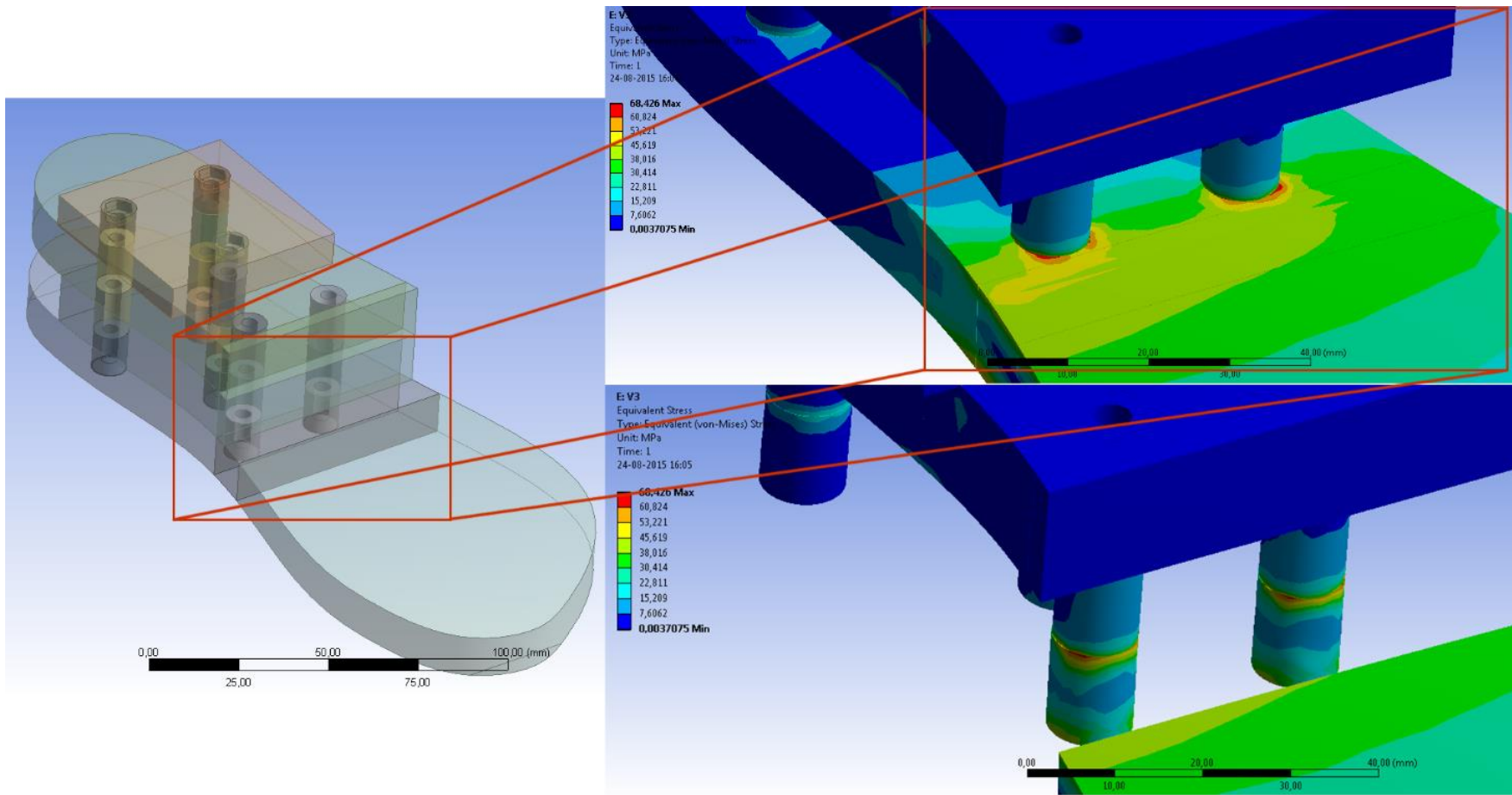


Figura 4-7 Detalle de esfuerzos en unión entre placas ante carga frontal (*Arriba*) detalle de primera placa (*Abajo*) detalle en unión de cilindros. Elaboración propia

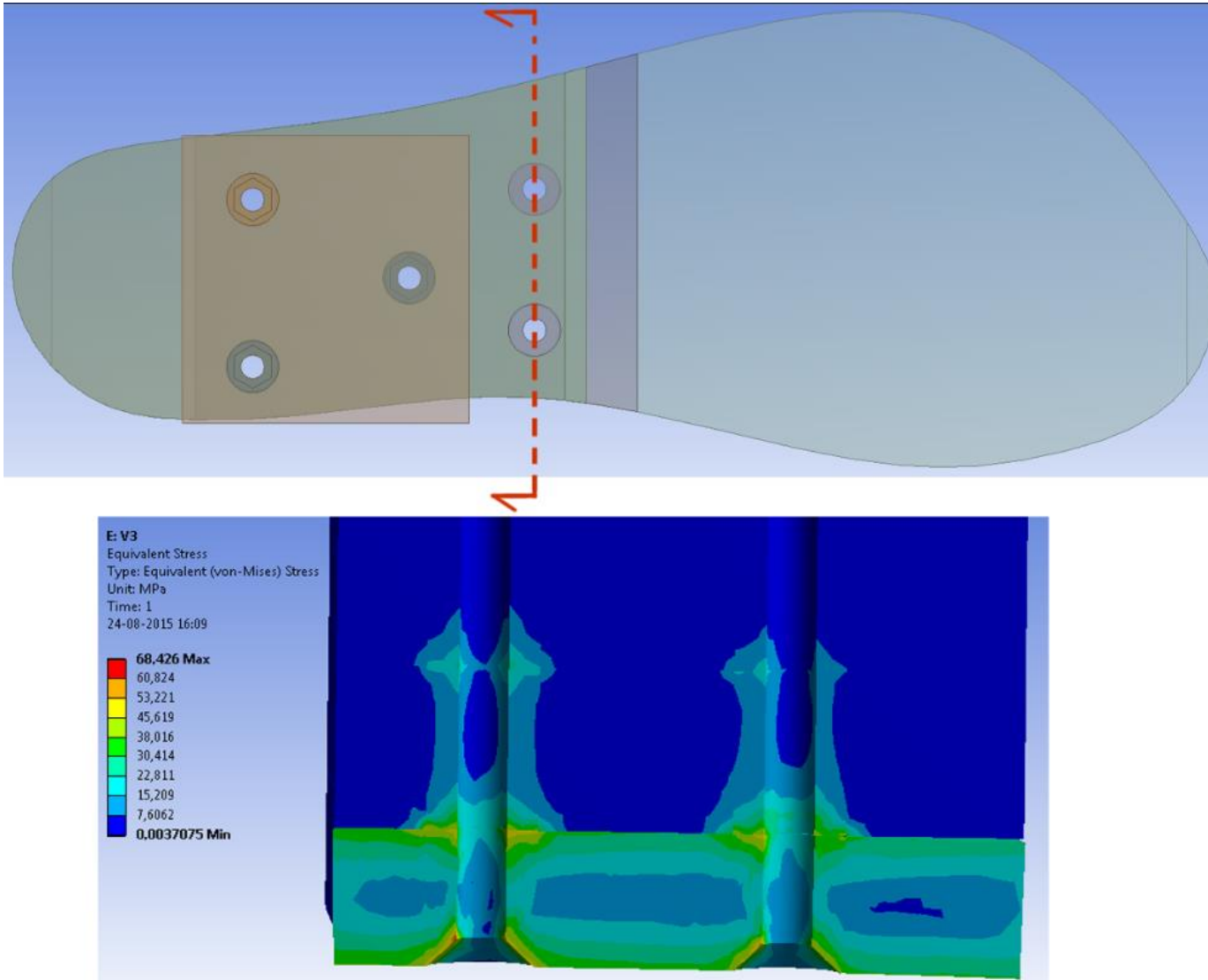


Figura 4-8 (Arriba) Esquema explicativo de vista en corte (Abajo) Distribución de esfuerzos para carga frontal en plano de corte. Elaboración propia

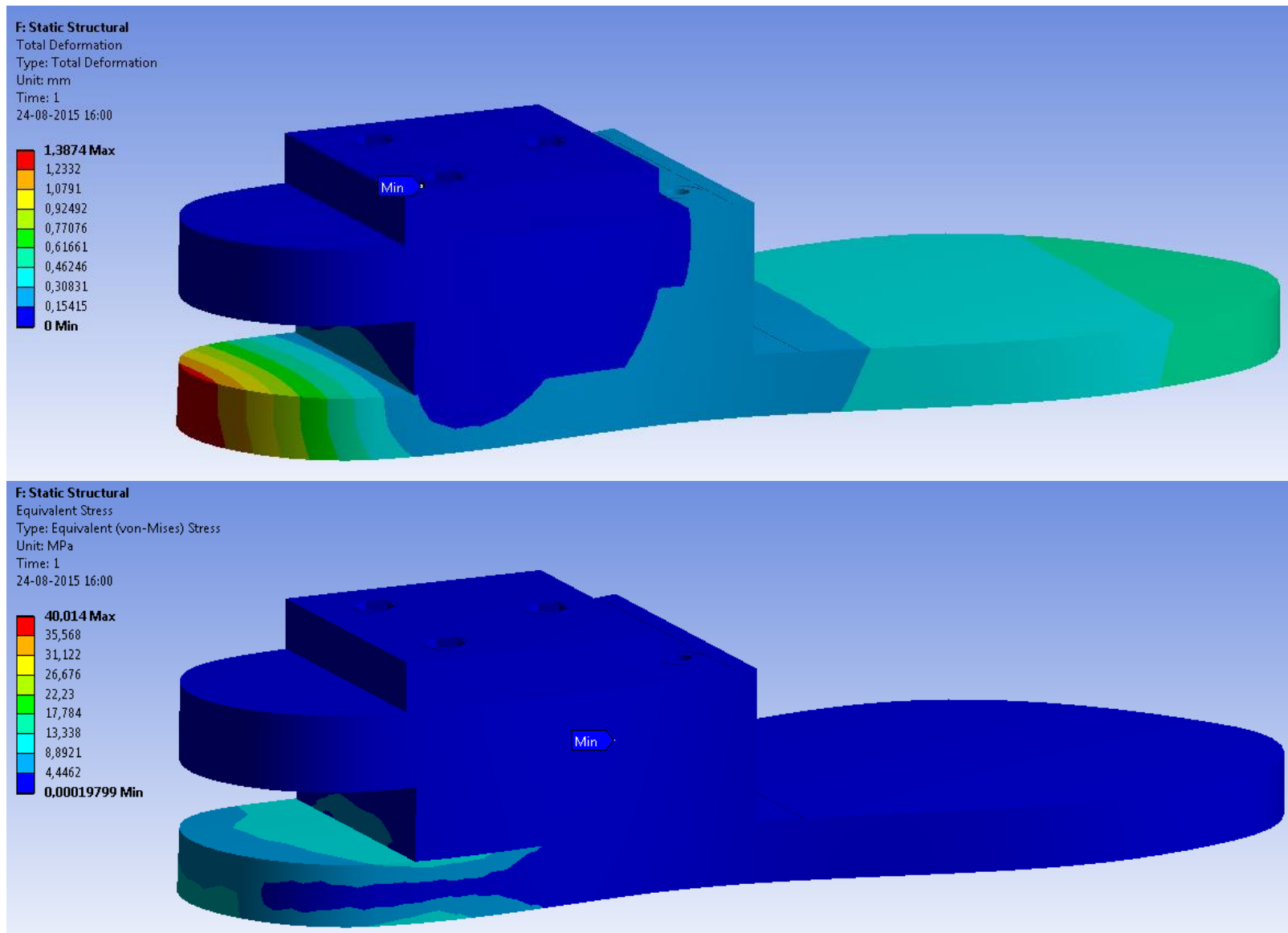


Figura 4-9 Respuesta del sistema pie ante carga trasera. (Arriba) Deformación total (Abajo) Esfuerzos de von-Mises. Elaboración propia

4.3. Cubicación de materiales y evaluación de costos

La cubicación en detalle de materiales, el costeo de procesos y el desglose de operaciones para cada pieza se puede encontrar en el Anexo B, sin embargo se presentan aquí, en las tablas Tabla 4-4, Tabla 4-5, Tabla 4-6 y Tabla 4-7, los valores principales de interés.

Tabla 4-4 Desglose de pesos. Elaboración propia

Tabla Pesos Totales	
Parte	Peso Total [kg]
Tibia	1,105
Pie	1,066
TOTAL	2,171

Tabla 4-5 Desglose de costos de materia prima. Elaboración propia

Tabla Costo Total Materia Prima	
Parte	Costo Total [CLP]
Tibia	\$ 55.600,00
Pie	\$ 86.691,70
TOTAL	\$ 142.291,70

Tabla 4-6 Desglose de costo de procesos. Elaboración propia

Proceso	Cantidad	Unidad	Costo por hora	Costo
Impresión 3D	704225,3522	mm ³	\$ 108,93	\$ 21.195,17
Corte	1510,000	mm	\$ 8.316,40	\$ 0,80
Fresa	35200,000	mm ³	\$ 4.000,00	\$ 2,06
Taladrado	4084,070	mm ³	\$ 4.000,00	\$ 9,08
Ensamblaje	120	min	\$ 5.000,00	\$ 10.000,00
				\$ 31.207,10

Tabla 4-7 Resumen de costos totales. Elaboración propia

Item	Costo de proceso	Costo Materia Prima	Costo Total
TIBIA	\$ 21.195,17	\$ 55.600,00	\$ 76.795,17
PIE	\$ 11,94	\$ 86.691,70	\$ 86.703,63
TOTAL	\$ 31.207,10	\$ 142.291,70	\$ 173.498,80

5. Discusión

A continuación se discuten los resultados entregados en el orden que fueron presentados.

5.1. Optimización de tibia

En primera instancia al evaluar los esfuerzos representados en la Figura 4-2 Distribución de esfuerzos en estructura campeona, se nota que varios elementos exceden el límite de 18[MPa], causando fatiga de bajo ciclaje en aquellas vigas. En el caso particular de dos elementos, se encuentra que los esfuerzos máximos, dados por la flexión del material, producirían una falla catastrófica en ellas. Esto se debe a que la ecuación 3.1 promueve la baja de los esfuerzos de manera indirecta vía la deformación general de la estructura. Debido a que se analiza la deformación promedio de la estructura, esto da cabida a altas deformaciones opuestas; se podría tener, por ejemplo, un nodo con gran desplazamiento en ‘-x’ mientras que otro nodo sufre el mismo movimiento en ‘+x’. Según estándares de la función objetivo, este par de nodos no aumenta el valor de la función objetivo de la estructura, sin embargo lleva a grandes esfuerzos internos. Debido a que éste tipo de solución es posible, existe la posibilidad que las estructuras que poseen este comportamiento sean la especie dominante en la población.

Al notar este comportamiento en la estructura, se hace una segunda evaluación a la estructura, eliminando las vigas en falla, en un intento de observar el comportamiento de la estructura pasada la falla. Esto puede observarse en la Figura 5-1. Sorprendentemente, una vez que fallan los componentes que se mantenían sobre los 18[MPa], se obtiene que el resto de la estructura se mantiene íntegra; la estructura no sólo se mantiene, sino que el resto de las vigas aceptan la carga, aumentando el esfuerzo promedio por viga. No obstante el aumento, se ve que los esfuerzos ahora se encuentran bien dentro de rangos aceptables para tener una vida a fatiga de alto ciclaje según la Figura 2-20. Con base en esto, la estructura sería viable si las vigas eliminadas no se construyeran en primer lugar.

Esto deja la duda de por qué el algoritmo no logra llegar a la solución recién planteada. La razón yace en la topología definida para la optimización. Una vez que se eliminan las vigas en falla, el sistema deja de ser una triangulación de Delaunay, por lo que queda automáticamente fuera del espacio de búsqueda. Es, en efecto, imposible que el algoritmo de optimización llegue a la nueva geometría dadas las restricciones impuestas sobre éste. Esto demuestra que los algoritmos genéticos llegan a una buena solución dependiendo de la formulación que haga el usuario. No hay que olvidar, sin embargo, que esta topología es escogida en un *trade-off* entre complejidad computacional y libertad de búsqueda del algoritmo. Como ya se mencionó previamente, el levantar esta restricción implicaría un aumento importante en el tamaño de cromosoma y la necesidad de hacer múltiples chequeos para evitar un mal comportamiento en el ensamblado de la matriz de rigidez. Este punto también es notado en [23], donde se admite que si bien las triangulaciones de Delaunay sirven para optimizar estructuras, no son topología óptima para encontrar la mejor estructura posible, pudiendo considerarse otro tipo de triangulaciones como mejorías.

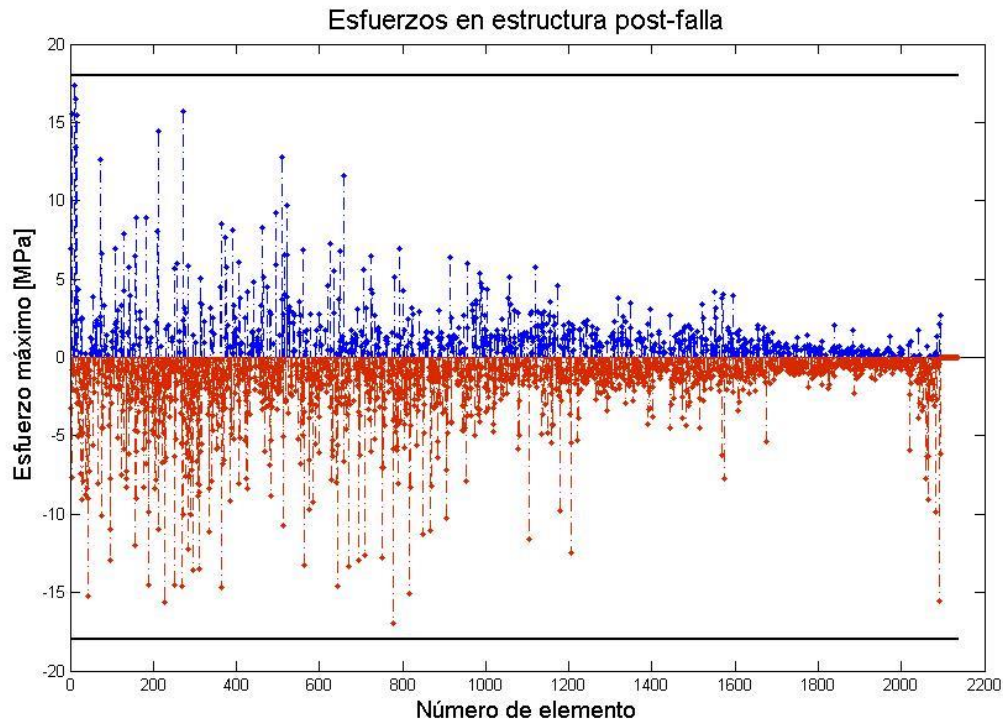


Figura 5-1 Evaluación de esfuerzos de estructura post-falla. Elaboración propia

Como se menciona en 4.1, el sistema fue optimizado sin penalizaciones. Inicialmente éstas fueron consideradas para limitar los esfuerzos y penalizar a aquellas estructuras que superaran los límites de resistencia de los materiales; el implementarlas tuvo un impacto negativo sobre la evolución del sistema, generándose una convergencia local inmediata, Figura 5-2. Esto indica que la población inicial es muy propensa a violar la resistencia del material en múltiples puntos. Se cree que una posible solución a esta situación sería implementar una penalización que sea dependiente de la generación presente, aumentando gradualmente en el tiempo hasta un estado estacionario. Esto le permitiría al sistema evolucionar hacia geometrías favorables antes de empezar a sufrir penalizaciones. Esto se puede analogar a que un ambiente que es crecientemente hostil es más favorable para la evolución que uno donde seres aleatorios son puestos en condiciones muy desfavorables desde un principio, aumentando innecesariamente la presión de selección en la población.

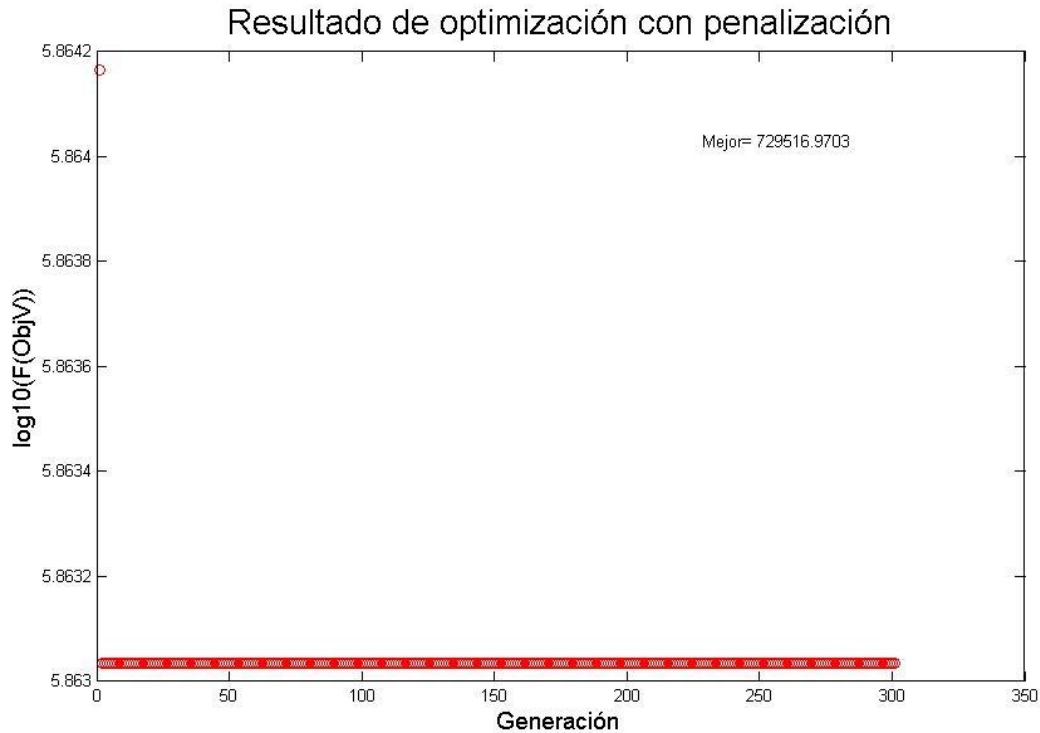


Figura 5-2 Optimización de convergencia local inmediata con penalización. Elaboración propia

Otro punto de posible mejoría en el algoritmo sería el uso de subpoblaciones para mejorar la variabilidad genética. Su uso en general mejora la calidad de los resultados obtenidos en el uso de AG, en comparación de los AG que utilizan una sola población [28]. Al utilizar subpoblaciones, se permite la migración desde una subpoblación hacia otra cada cierto tiempo. Un método usual para la selección de individuos para migración es el escogerlos según aptitud, esto es, los individuos más aptos emigran de su subpoblación y reemplazan a los individuos en otra población de manera de ampliar la variabilidad en cada población. Existen muchas maneras para migrar. En la Figura 5-3 se puede ver un ejemplo de migración irrestricta, donde un individuo puede migrar a cualquier subpoblación al azar. Esto permite una máxima interacción entre poblaciones.

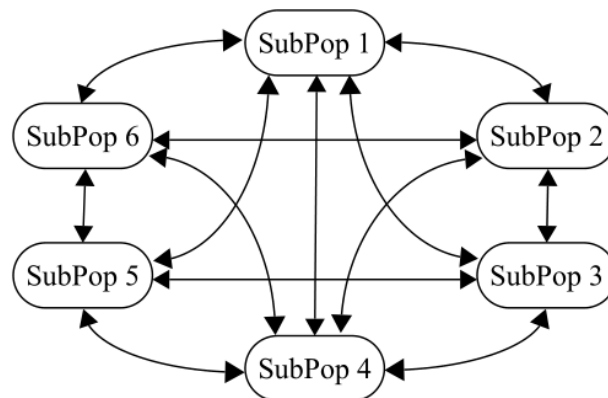


Figura 5-3 Diagrama de migración irrestricta [13]

Es relevante notar que el peso de la estructura, a pesar de su buen desempeño, es de 1.1[kg]. Teniendo en cuenta que una barra de duraluminio del mismo largo y un diámetro de 45[mm] tiene el mismo peso y mejores propiedades físicas, la estructura diseñada se evidencia pobre en desempeño kilo por kilo. Este punto es ampliado en la sección 5.3

5.2. Diseño de pie

Como primer punto lo primero que se nota es que el diseño del pie es bastante tosco y admite muchas mejoras, sin embargo fue pensado con facilidad de construcción y disminución de costos en mente. Inicialmente se consideró el uso de una goma amortiguadora para el talón, sin embargo el sistema, como se verá más adelante, es ligeramente deficiente en deflexión en esa zona ante la carga trasera, por lo que añadir aquella goma sería detrimental para la forma de rodadura del pie y añadiría peso a éste. El sistema completo se mantiene unido usando pernos de cabeza plana y las tuercas correspondientes. En el caso del eje, se consideró como mejor opción ocupar un prisionero para evitar que éste se desplace en la dirección axial, esto ya que otros métodos como seguros zegers, son más aparatosos. A continuación se analizan los dos subsistemas del pie según los resultados mostrados.

5.2.1. Articulación

De las figuras Figura 4-4 Respuesta de articulación en caso de carga frontal. (*Arriba*) Deformación vertical del sistema (*Abajo*) Esfuerzos de von-Mises. y Figura 4-5 Respuesta de articulación ante carga trasera. (*Arriba*) Deformación vertical del sistema (*Abajo*) Esfuerzos de von-Mises., se pueden extraer conclusiones sobre cuánto contribuye la deformación de este componente a la forma de rodadura del pie protésico. Inicialmente se le atribuyó la necesidad de responder por 25[mm] sobre la deformación vertical total del pie en la punta, así como 3[mm] en el talón. Tomando en cuenta que la plataforma base de la articulación, lugar de mayor movimiento, tiene 55[mm] de largo total, siendo la distancia del borde al pivote de 27.5[mm], se puede proyectar linealmente esta inclinación hasta la punta del pie. Esto lleva a encontrar una pendiente de 0.147[mm/mm] (8.4°) en la parte frontal y de 0.042[mm/mm] (2.4°). en la parte trasera, cada una como respuesta a su respectivo caso de carga. Esto causa que la punta del pie, a 170[mm] del centro, se mueva ~25[mm], mientras que el talón, ubicado 60[mm] detrás del pivote, se mueva ~2.5[mm] en la vertical.

El movimiento trasero fue menor al esperado, por 0.5[mm], sin embargo no amerita un rediseño del componente, debido a que esta desviación está cerca a la precisión tradicional con la que se pueden manufacturar las piezas. En vez, hay que enfatizar que lo que afecta de manera altamente sensible al sistema es la rigidez de los amortiguadores de poliuretano. Se tiene que el módulo de Young de este material puede oscilar entre 2 y 10[MPa] según el fabricante. También hay que tener en cuenta que su comportamiento es presumiblemente no lineal durante la mayoría de su curva de tracción. Por esto, para tener certeza de los resultados de la simulación, se requeriría un ensayo de tracción en el material. Con esto se le podría asignar, basado en su curva, un modelo de elastómero que se acople bien a su comportamiento, así como los parámetros correspondientes al modelo, teniendo así una simulación mucho más fidedigna. Como se ocupan valores de referencia y curvas estándar para

simular el comportamiento del elastómero, estos resultados de deformación deben ser tomados con cautela.

En el caso de los esfuerzos que se generan en el ensamblaje, los mayores se producen en las orejas que proveen la parte estática del pivote, particularmente en la oreja que está del lado más cercano a la carga frontal. En este caso se tiene que los esfuerzos se concentran naturalmente en las esquinas de las piezas, pero el valor de dicho esfuerzo es ligeramente exagerado por la esquina perfecta generada en el software CAD. Esto podría ser resuelto redondeando los bordes de las piezas en los lugares que lo ameriten, sin embargo esto generaría dificultades de mallado y a su vez mayor tiempo de ejecución. Esto no se hace en este caso particular, ya que los esfuerzos encontrados, según la Figura 5-4 no son suficientes para tener un impacto detrimental en la vida a fatiga del componente al evaluar con respecto a la Figura 2-21 y la ecuación 2.30. Con esto se puede asegurar una vida del componente de al menos 10^7 ciclos.

La pieza de mayor cuidado en este caso de carga frontal es la que pivota alrededor de la base. Aquí se puede ver claramente un aumento abrupto en los esfuerzo en las esquinas de la superficie que se declaró fija, mientras que los bordes presentan también un aumento marcado en los esfuerzos. En la realidad lo que sucede en este caso es que el soporte no es rígido, sino que es levemente elástico, lo que relajaría los esfuerzos en la frontera de la superficie. Otra forma de aproximar el esfuerzo es evaluarlo en el entorno de la frontera, sin alejarse mucho de ella. Con ello se llega a un esfuerzo de alrededor de 17[MPa], Figura 5-4, que puede ser evaluado mediante la teoría clásica de fatiga vía el criterio de Goodman modificado. Hay que tener en mente que el esfuerzo medio de fatiga aquí es 0.5 veces el máximo, mientras que en la curva S-N fue desarrollada con un esfuerzo reversible ($R=-1$), por lo que tomar 18.9[MPa] como el límite de fatiga para $R=0$ es una medida conservadora. Haciendo una evaluación mediante el criterio de Goodman modificado se obtiene que

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = \frac{8.5}{18.9} + \frac{8.5}{48} = 0.63 = \frac{1}{n} \Rightarrow n = 1.57 \quad 5.1$$

Con esto se puede asumir que frente al caso de carga frontal el elemento puede asegurar, por lo menos, una vida de 10^6 ciclos. Esta premisa, bajo el criterio de Goodman, se mantiene hasta un nivel de esfuerzos cercano a 26.5[MPa]. Es importante mencionar que en el caso de esta pieza sólo se asegura un mínimo, ya que no hay data de fatiga pasado ese punto de vida.

Los esfuerzos en el caso de carga trasera, Figura 5-5, son bajos. Inclusive en las zonas de concentración, siendo los máximos en la base y la pieza pivotante, con una magnitud del orden de la mitad que en el caso de carga frontal. Debido a esto, la vida de los componentes del sistema está limitada por el caso de carga frontal, presentando la carga trasera una nula amenaza de daño en fatiga al material, tanto en el caso del acetal como en el nylon.

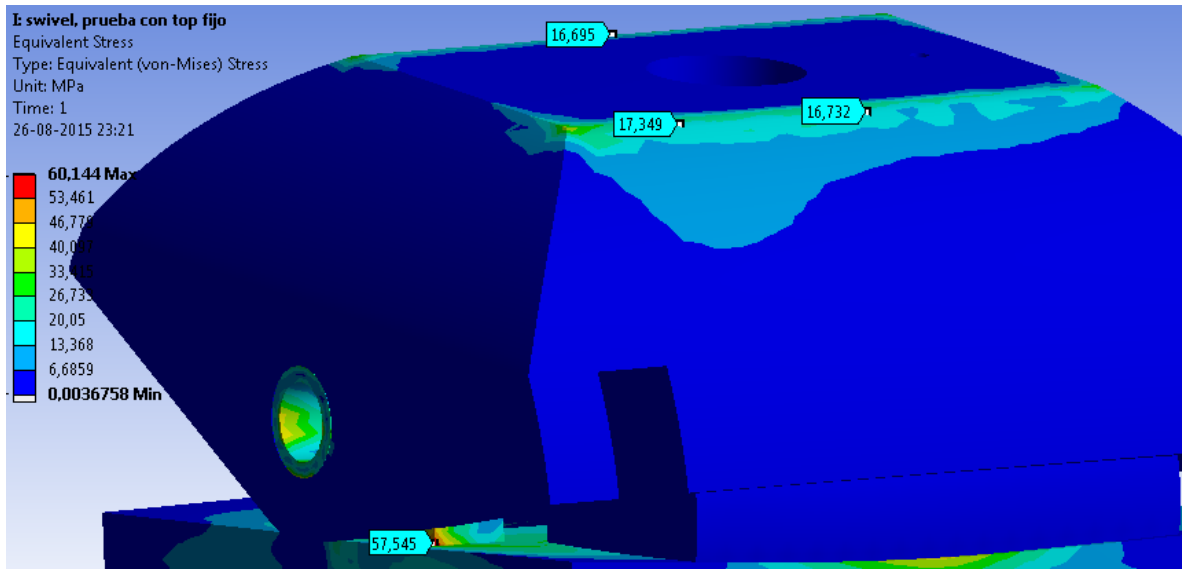


Figura 5-4 Obtención local de esfuerzos en zonas críticas para carga frontal. Elaboración propia



Figura 5-5 Obtención local de esfuerzos en situación de carga trasera. Elaboración propia

5.2.2. Sistema-pie

En el caso del sistema pie, fabricado con acetal, al observar las figuras Figura 4-6 y Figura 4-9, se ve, en primera instancia que las deformaciones delantera y trasera son de 18.4[mm] y 1.4[mm] respectivamente, que es ligeramente menos que lo que se tenía presupuestado para el diseño, sin embargo se ajusta bien a los espesores de venta comerciales y a la forma de un pie convencional, pudiendo insertarse en una zapatilla, por ejemplo.

En el caso de los esfuerzos, nuevamente se nota que los esfuerzos generados por la carga trasera son inofensivos, llegando hasta los 40[MPa], no teniendo ningún tipo de efecto sobre la vida a fatiga de los componentes del sistema pie. Nuevamente, los esfuerzos máximos son exagerados por las condiciones de borde. Este efecto es más visible en la carga frontal, que será tratada a continuación.

En el caso de la carga frontal, se observa inmediatamente que el esfuerzo máximo no se produce donde uno esperaría – En el lugar donde empieza la segunda placa.- sino que se produce cerca de los cilindros definidos para mantener juntas las placas. Esto se debe precisamente a que estos cilindros son los que mantienen unido al sistema. En la Figura 4-7 se puede ver esta manifestación desde más cerca. Si bien es cierto que el apriete de los pernos va a generar esfuerzo en las placas al aplicarse las cargas, éstas no generan concentraciones en la frontera, siendo los esfuerzos que se encuentran en el corte de la Figura 5-6 los correctos para considerar. También existen, nuevamente, concentraciones en la esquina donde se apoya el cuello del perno de cabeza plana, como se puede ver en la Figura 5-6, que muestra el mismo corte que la Figura 4-8. Una posible solución a este último caso particular sería modelar las placas sin hoyos, para evitar ese tipo de interacciones.

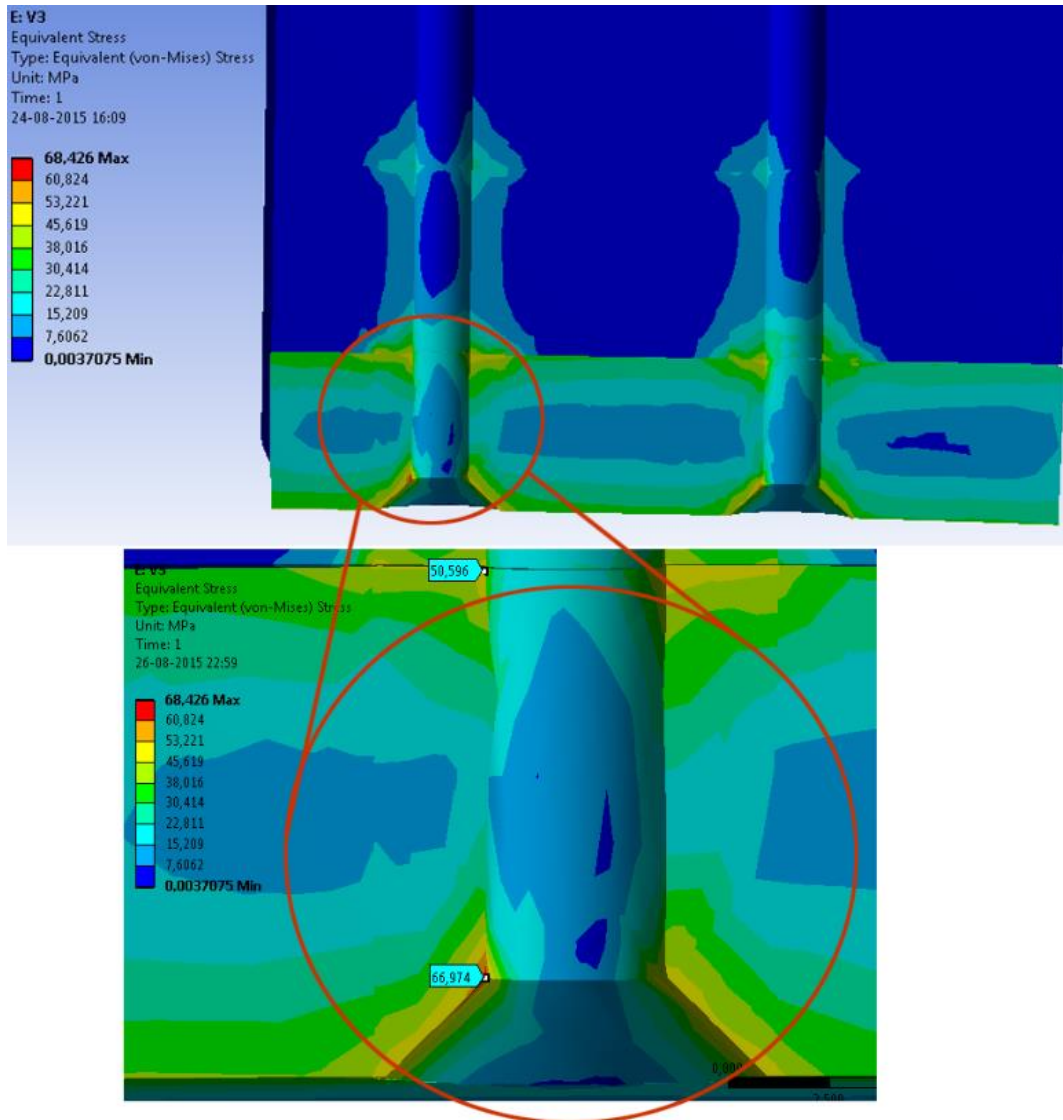


Figura 5-6 Ampliación de corte de primera planta. Elaboración propia

En cualquier caso, se puede ver que en el caso de carga frontal, los esfuerzos absolutos no superan los 67[MPa], por lo que se podría tomar que la vida del sistema pie es de al menos $7 \cdot 10^6$ ciclos, según la información provista en la Figura 2-21

Al evaluar la forma estimada de rodadura del pie se encuentra que se ajusta bastante bien a la forma base de la Figura 2-19, teniendo una deflexión en el talón de ~ 4 [mm] en vez de 5[mm] y una deformación vertical de ~ 43.5 [mm] en vez de 45[mm] en la punta.

5.3. Evaluación de producción de un prototipo

De las tablas Tabla 4-4, Tabla 4-5, Tabla 4-6 y Tabla 4-7 se obtiene un costo de manufactura de un prototipo de alrededor de 173,500CLP. Es importante notar que este precio es considerando la manufactura de un único prototipo. Por esto no se están tomando en cuenta factores de economía de escala que se notarían si se hiciera una partida de un gran número de unidades. En un caso así

entraría en juego el aprovechamiento de material, que es inherentemente pobre al hacer un único prototipo.

En la Tabla 4-6 llama la atención los bajos costos de manufactura en máquinas removedoras de material. Estos precios están subestimados, ya que no consideran los tiempos de seteo de ellas. Este factor, sumado a que las tasas de remoción de material en polímeros tienden a ser muy elevadas, tiende a arrojar tiempos de uso de máquina muy bajos. Nuevamente esta desviación se minimiza en la medida que el número de unidades aumenta, ya que por cada placa seteada en una mesa de waterjet, por ejemplo, se pueden sacar decenas de placas para el sistema pie, aumentando las horas máquina con respecto a las horas de seteo.

Se debe tener también en cuenta que para grandes volúmenes de producción se pueden considerar como opciones el hacer las piezas mediante moldeo de inyección de los materiales plásticos, lo que da más libertad sobre la geometría a usar y disminuye dramáticamente los costos de producción. Hay que hacer énfasis en que esta alternativa sólo es factible si la cantidad de piezas producidas justifica el hacer el molde, que es la parte más cara del proceso.

5.3.1. Influencia de partidas

Se encuentra que la mayoría del costo de la prótesis diseñada es por concepto de adquisición de materias primas para el pie, particularmente el precio del adhesivo que se usaría para pegar las gomas amortiguadoras a las placas, que asciende a los 34,000CLP, más de un tercio del costo total del pie. Aquí se detecta una de las mayores fuentes de mejoría en el costo del sistema. Se podría hacer una segunda iteración de diseño que use un método de sujeción mecánica para las gomas, prescindiendo de la necesidad del uso de adhesivo.

En el caso de la tibia, se tiene que casi todo su costo proviene del filamento de Nylon necesario para poder imprimir en 3D. Este costo es particularmente alto debido a la baja oferta que hay de este material en el mercado chileno, en comparación con otros mercados donde se podría encontrar el mismo filamento a un precio hasta un 66% menor, como es el caso de Estados Unidos. Esto vuelve a la técnica de impresión 3D menos competitiva con respecto a métodos y materiales más tradicionales en cuanto a producción de piezas funcionales se refiere.

Dentro de los costos de manufactura se encuentra como clara mayoría el uso de impresión 3D para la manufactura de la estructura que conforma la tibia. Esto no cae como sorpresa, debido a la gran cantidad de material que debe ser impreso, lo que demoraría alrededor de 8 días en manufactura. Este tiempo de manufactura no está fuera de lo posible, si se toma en cuenta que una mano protésica impresa en 3D puede demorar entre tres y cuatro días en ser impresa [29].

5.4. Impresiones generales

Tomando los ciclajes a fatiga tentativos de las piezas que conforman el sistema, se encuentra que las piezas de nylon pueden soportar al menos 10^6 ciclos de carga, y que las piezas de acetal pueden soportar al menos $7 \cdot 10^6$ ciclos. Tomando en cuenta que una persona toma típicamente alrededor de 7,500 pasos al día, [30] siendo 3,750 de éstos dados con cada pie, se puede deducir que las piezas de Nylon tienen una duración mínima de 265 días, mientras que las piezas de acetal durarían por al menos 5 años. Considerando los costos de las piezas de cada material, se puede concluir que la prótesis prototipo tendría un costo anual equivalente de 77,400[CLP/año]. Si se compara este valor

con el costo anual de una prótesis comercial típica, que asciende a ~9,400[USD/año] ≈6,580,000[CLP/año], se ve que el costo anual de la prótesis propuesta es ampliamente menor. Se debe tener cuidado en el sentido de los valores que se le cobra a los pacientes por prótesis convencionales tienen incluidos los márgenes que gana la empresa que las distribuye, situación que no es considerada en la prótesis propuesta. Este punto sirve para dar un orden de magnitud de cuán bajo es el costo de la prótesis diseñada frente a otras, no debe ser usado para hacer una comparación detallada.

Se debe precisar que los resultados de fatiga encontrados sólo son válidos en la medida que la situación de carga real sea la presupuestada, es decir, mientras sea utilizada exclusivamente para caminar por un terreno relativamente nivelado. Lo anterior significa que, dado el análisis hecho, no se sabe cómo podría reaccionar el sistema si la persona decide empezar a, por ejemplo, correr y saltar mientras usa la prótesis.

Existe trabajo sobre cuán atraídas se sienten las personas a una prótesis con respecto a su apariencia [31] [32]. Estos sugieren que los usuarios de prótesis se sienten más atraídos por prótesis de menor nivel cosmético en la medida que progresan en su nivel de aceptación de la amputación. No obstante lo anterior, se evidencia también que existe un bajo nivel de atracción hacia aquellas prótesis que guardan poca relación con la forma general del miembro perdido.

Dados los resultados expuestos se vuelve difícil recomendar la estructura de polímero diseñada como la mejor opción para soportar el peso del usuario, principalmente por el peso de la estructura y su alto costo en el mercado nacional, así como los tiempos y costos de manufactura asociados. Esto se acentúa por la fácil implementación que involucra el utilizar un tubo de aluminio en vez de la estructura encontrada. Hacer este cambio implica una mejoría considerable en el peso, costo, tiempos de manufactura y estabilidad mecánica de la tibia. El último punto es dado mayoritariamente por las propiedades mecánicas claramente superiores del aluminio por sobre el nylon. No obstante lo anterior, esta reflexión no podía ser hecha a priori con certeza sin generar la estructura optimizada en primer lugar.

Tomando en cuenta los costos proyectados para la producción de la tibia, además de la información recién expuesta, se cree que lo mejor sería utilizar una estructura de soporte en la forma de un tubo de aluminio para la tibia y utilizar la impresión 3D para hacer una máscara cosmética a su alrededor. Esto proveería una apariencia atractiva y personalizable a la prótesis, así como una disminución en el costo global de su manufactura.

En cuanto al pie, como ya se mencionó, existe la posibilidad de generar varias mejoras en su diseño, con el objetivo de mejorar su peso sin encarecerlo innecesariamente ni comprometer su respuesta. Las zonas que, a juicio del autor, admiten mayores mejoras son las placas intermedias que conforman la mayoría del volumen del pie, puntualmente la segunda, tercera y cuarta. Dada la alta sección transversal, el hacer un ranurado inteligente en dichas placas puede probar ser efectivo en disminuir peso sin afectar notablemente su contribución a la rigidez del sistema.

6. Conclusiones

En el presente trabajo se logra diseñar de manera satisfactoria una pierna protésica con un costo/vida útil de aproximadamente 77,400[CLP/año], que se compara favorablemente desde el punto de vista monetario frente a otras opciones más convencionales presentes en el mercado. Esta baja en el precio viene con un compromiso en estética y peso, no obstante provee la funcionalidad más importante a quienes presumiblemente no pueden costear prótesis más sofisticadas

El diseño propuesto de tibia muestra debilidades, notado por su peso y costo, así como por la falla de algunas de sus vigas por fatiga, a pesar de mantenerse estructuralmente sana. Por ello se propone un cambio hacia tibias de aluminio con una cubierta cosmética, dando mejores características mecánicas y agregando valor para el usuario.

Se obtiene un robusto diseño de pie basado en la forma de rodadura que tiene un pie al caminar. El pie permite la inclinación de tobillo en el plano sagital y frontal, permitiendo a la persona tomar un patrón de caminata más cómodo y natural. Es de fácil manufactura y ensamblado, donde los movimientos de la articulación son amortiguados mediante elastómeros que sirven también como limitadores.

Al modelar la respuesta estática de tanto la tibia como el pie, se obtienen esfuerzos finales que no producen fluencia en los materiales de diseño. En el caso del pie, las deformaciones y esfuerzos están dominados por la situación de carga frontal, cuando el pie está a punto de despegarse del suelo. Se nota que en la mayoría de los casos existen concentraciones artificiales de esfuerzos generadas por aumentos abruptos en la rigidez del sistema. Tanto la tibia como el pie son evaluados en cuanto a su resistencia a la fatiga, encontrándose, con ayuda de las curvas S-N de los materiales, que las piezas de nylon no fallan hasta estar por lo menos 265 días en servicio. En el caso de las piezas de acetal se encuentra que éstas duran aproximadamente cinco años de uso.

Existen varias modificaciones que podrían mejorar el desempeño del algoritmo usado para optimizar la estructura, en búsqueda de que disminuya su peso manteniendo una buena distribución de esfuerzos. También existen modificaciones que se pueden hacer en el pie y tobillo en las áreas que están sobredimensionadas, con miras a disminuir su peso total.

Bibliografía

- [1] H. E y M. C, «Diabetes and Peripheral vascular disease,» *Acta Chir Belg*, vol. 109, n° 5, pp. 587-594, 2009.
- [2] K. Ziegler-Graham, E. MacKenzie, P. Ephraim, T. Travison y R. Brookmeyer, «Estimating the prevalence of limb loss in the United States: 2005 to 2050,» *Arch Phys Med Rehabil*, vol. 89, n° 3, pp. 422-429, 2008.
- [3] G. d. C. Ministerio de Salud, «Encuesta Nacional de Salud ENS Chile 2009-2010,» Santiago, Chile, 2011.
- [4] D. K. Blough, S. Hubbard, L. V. McFarland, D. G. Smith, J. M. Gambel y G. E. Reiber, «Prosthetic cost projections for servicemembers with major limb loss from Vietnam and OIF/OEF,» *Journal of Rehabilitation Research & Development*, vol. 47, n° 4, pp. 387-402, 2010.
- [5] E. M y J. H, «Artificial Limbs: A review of Current Developments,» *Amputations Below the Knee*, vol. 13, n° 11, pp. 1-12, 1969.
- [6] S. Portnoy, I. Siev-Ner, N. Shabshin, A. Kristal, Z. Yizhar y A. Gefen, «Patient-specific analyses of deep tissue loads post transtibial amputation in residual limbs of multiple prosthetic users,» *Journal of Biomechanics*, vol. 42, pp. 2686-2693, 2009.
- [7] G. Colombo, S. Filippi, C. Rizzi y F. Rotini, «A new design paradigm for the development of custom-fit soft sockets for lower limb prostheses,» *Computers in Industry*, vol. 61, pp. 513-523, 2010.
- [8] S. Portnoy, Z. Yizhar, N. Shabshin, Y. Itzchak, A. Kristal, Y. Dotan-Marom, I. Siev-Ner y A. Gefen, «Internal mechanical conditions in the soft tissues of a residual limb of a trans-tibial amputee,» *Journal of Biomechanics*, vol. 41, pp. 1897-1909, 2008.
- [9] M. Zhang y C. Roberts, «Comparison of computational analysis with clinical measurement of stresses on below-knee residual limb in a prosthetic socket,» *Medical Engineering & Physics*, vol. 22, pp. 607-612, 2000.
- [10] A. H. Gandomi, X.-S. Yang and A. H. Alavi, "Mixed variable structural optimization using Firefly Algorithm," *Computers and Structures*, vol. 89, pp. 2325-2336, 2011.
- [11] S. Kapp y J. Miller, «Chapter 20: Lower limb prosthetics,» de *Care of the Combat amputee*.
- [12] D. Logan, *A first course in the finite element method*, Brooks/Cole, 2002.

- [13] A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlheim y C. Fonseca, *Genetic Algorithm Toolbox*, Sheffield: Department of Automatic Control and Systems Engineering, 1998.
- [14] F. Netter, *Atlas de la anatomía humana*, Barcelona: Elsevier Masson, 2011.
- [15] R. Stauffer, E. Chao y R. Brewster, «Force and motion analysis of the normal, diseased and prosthetic ankle joints,» *Clin Orthop*, n° 127, p. 189, 1977.
- [16] M. Nordin y V. Frankel, *Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System*, Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 2012.
- [17] M. CS, S. To y G. C. HJC, «Ankle movements during normal gait evaluated by flexible electrogoniometer,» *Revista Brasileira de Fisioterapia*, vol. 11, n° 3, pp. 205-211, 2007.
- [18] J. Perry y J. Burnfield, *Gait Analysis: Normal and Pathological Function*, SLACK Inc., 2010.
- [19] C. Curtze, B. Otten, A. L. Hof y K. Postema, «Determining asymmetry of roll-over shapes in prosthetic walking,» *Journal of Rehabilitation Research and Development*, vol. 48, n° 10, 2010.
- [20] B. V. Hooreweder, F. D. Coninck, D. Moens, R. Boonen y P. Sas, «Microstructural characterization of SLS-PA12 specimens under dynamic tension/compression excitation,» *Polymer Testing*, n° 29, pp. 319-326, 2010.
- [21] G. S. Heinlein y S. J. Timpe, «Development of Elastic and Plastic Properties of Polyoxymethylene During Bending Fatigue,» *Journal of Applied Polymer Science*, 2014.
- [22] «Laser Focus World,» 2011. [En línea]. Available: <http://www.laserfocusworld.com/articles/2011/01/lasers-bring-gesture-recognition-to-the-home.html>. [Último acceso: 2 Agosto 2015].
- [23] A. Papapavlou, «Structural Evolution: A genetic algorithm method to generate structurally optimal Delaunay triangulated space frames for dynamic loads,» University College London, London, UK, 2008.
- [24] Mathworks, «Matlab Documentation,» [En línea]. Available: <http://www.mathworks.com/help/matlab/math/delaunay-triangulation.html>. [Último acceso: 10 Mayo 2015].
- [25] W. Young y R. Budynas, *Roark's Formulas for Stress and Strain*, New York: McGraw-Hill, 2002, p. 234.
- [26] M. Jezeršek y J. Možina, «High-speed measurement of foot shape based on multiple-laser-plane triangulation,» *Optical Engineering*, vol. 48, n° 11, 2009.

- [27] A. INC, «Colorado School of mines,» [En línea]. Available: http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Labs/1301_ENME442_lab6_lecture.pdf. [Último acceso: 15 Agosto 2015].
- [28] T. Starkweather, D. Whitley y K. Mathias, «Optimization Using Distributed Genetic Algorithms,» *Proc. Parallel Problem Solving From Nature 1*, n° 496, pp. 176-185, 1990.
- [29] O. Bionics, Interviewee, *3D Printing & Scanning feat. HP Sprout at Intel Booth, CES*. [Entrevista]. 2015.
- [30] C. Tudor-Locke y D. Bassett, «How many Steps/Day are enough? Preliminary Pedometer Indices for Public Health,» *Sports Med*, vol. 34, n° 1, pp. 1-8, 2004.
- [31] S. Sansoni, A. Wodehouse, A. McFayden y A. Buis, «The aesthetic appeal of prosthetic limbs and the uncanny valley: The role of personal characteristics in attraction,» *International Journal of Desing*, vol. 9, n° 1, pp. 67-81, 2015.
- [32] S. Sansoni, «Psychological distress and well-being in prosthetic users: The role of realism in below the knee prostheses,» de *Design & Emotion*, Colombia, 2014.
- [33] Z. Michalewicz, *Genetic Algorithms+Data Structures= Evolution Programs*, Springer Verlag, 1992.
- [34] I. Papadopoulos, «Predicting the fatigue life of elastomer components,» London.

Anexos

A. Códigos desarrollados y ocupados

A.1. Cloud2CHVertex.m

```
%-----  
%Alejandro Doberti Martinez  
%2015  
%-----  
function [extPoints] = Cloud2CHVertex( PointCloud )  
%-----  
%This function extracts the convex hull from a Point Cloud  
%and returns the vertexes of the convex hull as to clean up the point cloud  
%-----  
%Get the convex hull  
T=convhulln(PointCloud);  
%Get the vertex indexes for the triangles without repetitions  
extIndex=unique([T(:,1);T(:,2);T(:,3)]);  
%Extract coordinates from the original Point Cloud  
extPoints=PointCloud(extIndex,:);  
%Extract the coordinates of the interior points by removing the exterior  
%ones  
intPoints=setdiff(PointCloud,extPoints,'rows');  
%Plot mesh, vertexes and interior points for graphic confirmation  
figure  
trisurf(T,PointCloud(:,1),PointCloud(:,2),PointCloud(:,3),1,'faceAlpha',0.2)  
hold on  
%scatter3(intPoints(:,1),intPoints(:,2),intPoints(:,3),25,'r','filled')  
scatter3(extPoints(:,1),extPoints(:,2),extPoints(:,3),25,'b','filled')  
  
end
```

A.2. generateInsidePoints.m

```
%-----  
%Alejandro Doberti Martinez  
%2015  
%-----  
function [ inpoints ] = generateInsidePoints( extPoints,numPoints )  
%-----  
%This function gets the external vertexes that comprise the convex hull of  
%the point Cloud and returns numPoints internal points that reside inside  
%the geometry  
%-----  
%Create a Delaunay triangulation for checking afterwards  
DT=delauNayTriangulation(extPoints);  
%Define geometric bounding box for geometry  
lbx=min(extPoints(:,1));  
ubx=max(extPoints(:,1));  
lby=min(extPoints(:,2));  
uby=max(extPoints(:,2));  
lbz=min(extPoints(:,3));  
ubz=max(extPoints(:,3));  
%Generate proposed points  
testPointsx=rand(numPoints,1)*(ubx-lbx)+lbx;  
testPointsy=rand(numPoints,1)*(uby-lby)+lby;  
testPointsz=rand(numPoints,1)*(ubz-lbz)+lbz;  
testPoints=[testPointsx testPointsy testPointsz];  
i=1;  
%Regenerate points if they don't lie within the geometry  
while i<=numel(testPointsx)  
    inCheck=pointLocation(DT,testPoints(i,:));  
    if isnan(inCheck)==1  
        testPoints(i,:)=[rand*(ubx-lbx)+lbx rand*(uby-lby)+lby ...  
            rand*(ubz-lbz)+lbz];  
    else  
        i=i+1;  
    end  
%Return required points  
inpoints=testPoints;  
end  
end
```


A.3. Script de AG

```
% -----  
%  
%  
clc  
% This script implements the GA Toolbox developed for MATLAB.  
%  
  
% Author:      Andrew Chipperfield  
% Modified by: Alejandro Doberti  
% History:     23-Mar-94      file created  
%              20-May-2015  adaptation for structures  
%-----  
TDScan=load('TreatedCloudm');  
global extpoints  
extpoints=TDScan.TreatedCloudm;  
global intpoints  
nintpoints=1000;  
intpoints=generateInsidePoints(extpoints,nintpoints);  
global NodesU  
NodesU=sortrows([extpoints;intpoints],3);  
  
% global DT  
% DT=delauunayTriangulation([extpoints;intpoints]);  
% global NodesU  
% NodesU=DT.Points;  
% global EdgesU  
% EdgesU=edges(DT);  
  
NIND = 1500;           % Number of individuals per subpopulations  
MAXGEN = 250;         % maximum Number of generations  
GGAP = .9;           % Generation gap, how many new individuals are created  
NVAR = size(NodesU,1)-50;  
PRECI = 1;           % Precision of binary representation  
  
% Build field descriptor, not needed in this case  
%   FieldD = [rep([PRECI],[1, NVAR]); rep([-512;512],[1, NVAR]);...  
%             rep([1; 0; 1 ;1], [1, NVAR])];  
  
% Initialise population  
Chrom = crtbp(NIND, NVAR*PRECI);  
  
% Reset counters  
Best = NaN*ones(MAXGEN,1); % best in current population  
BestW = NaN*ones(MAXGEN,1); %weights of bests  
BestD = NaN*ones(MAXGEN,1); %Displacements of bests  
global gen  
gen = 0;           % generational counter  
% Evaluate initial population  
[ObjV,weight,meandisp] = evaluate(Chrom);
```

```

% Track best individual and display convergence

[Best(gen+1),I] = min(ObjV);
% BestW(gen+1)=weight(I);
% BestD(gen+1)=meandisp(I);
plot(log10(Best),'ro');xlabel('generation'); ylabel('log10(f(x))');
text(0.5,0.95,['Best = ', num2str(Best(gen+1))],'Units','normalized');
drawnow;

% Generational loop
while gen < MAXGEN,
gen
% Assign fitness-value to entire population
FitnV = ranking(ObjV);

% Select individuals for breeding
SelCh = select('sus', Chrom, FitnV, GGAP);

% Recombine selected individuals (crossover)
SelCh = recomb('xovsp',SelCh,0.7);

% Perform mutation on offspring
SelCh = mut(SelCh);

% Evaluate offspring, call objective function
[ObjVSel,weight,meandisp] = evaluate(SelCh);

% Reinsert offspring into current population
[Chrom, ObjV]=reins(Chrom,SelCh,1,1,ObjV,ObjVSel);

% Increment generational counter
gen = gen+1;
[Best(gen+1),I] = min(ObjV);
% Update display and record current best individual
% if min(ObjV)<=min(ObjVSel)%if offspring is not better than best parent
% Best(gen+1) = Best(gen);
% BestW(gen+1)= BestW(gen);
% BestD(gen+1)= BestD(gen);
% else
% [Best(gen+1),I] = min(ObjV);
% BestW(gen+1)=weight(I);
% BestD(gen+1)=meandisp(I);
% end
plot(log10(Best),'ro'); xlabel('generation'); ylabel('log10(f(x))');
text(0.5,0.95,['Best = ', num2str(Best(gen+1))],'Units','normalized');
drawnow;
end

```

A.4. evaluate.m

```
%-----  
% Original Function by Antonio Ferreira  
% Modified by Alejandro Doberti  
% History: 2008 Created  
%         2015 Modified matrix construction for compliance  
%         with FEM theory  
%-----  
function [stiffness]=...  
formStiffness3Dframe(GDof,numberElements,...  
elementNodes,numberNodes,nodeCoordinates,E,A,Iz,Iy,G,J)  
stiffness=zeros(GDof);  
% computation of the system stiffness matrix  
for e=1:numberElements;  
% elementDof: element degrees of freedom (Dof)  
indice=elementNodes(e,:);  
elementDof=[6*indice(1)-5 6*indice(1)-4 6*indice(1)-3 ...  
6*indice(1)-2 6*indice(1)-1 6*indice(1) ...  
6*indice(2)-5 6*indice(2)-4 6*indice(2)-3 ...  
6*indice(2)-2 6*indice(2)-1 6*indice(2)];  
x1=nodeCoordinates(indice(1),1);  
y1=nodeCoordinates(indice(1),2);  
z1=nodeCoordinates(indice(1),3);  
x2=nodeCoordinates(indice(2),1);  
y2=nodeCoordinates(indice(2),2);  
z2=nodeCoordinates(indice(2),3);  
L = sqrt((x2-x1)*(x2-x1) + (y2-y1)*(y2-y1) +...  
(z2-z1)*(z2-z1));  
k1 = E*A/L;  
k2 = 12*E*Iz/(L*L*L);  
k3 = 6*E*Iz/(L*L);  
k4 = 4*E*Iz/L;  
k5 = 2*E*Iz/L;  
k6 = 12*E*Iy/(L*L*L);  
k7 = 6*E*Iy/(L*L);  
k8 = 4*E*Iy/L;  
k9 = 2*E*Iy/L;  
k10 = G*J/L;  
a=[k1 0 0; 0 k2 0; 0 0 k6];  
b=[ 0 0 0;0 0 k3; 0 -k7 0];  
c=[k10 0 0;0 k8 0; 0 0 k4];  
d=[-k10 0 0;0 k9 0;0 0 k5];  
k = [a b -a b;b' c (-b)' d; (-a)' -b a -b;b' d' (-b)' c];
```

```

xx=nodeCoordinates(:,1);

yy=nodeCoordinates(:,2);
zz=nodeCoordinates(:,3);
elementNodes=edges(DT);
elementNodes([13,15,17,255,290,300,560,602,639],:)=[];
numberNodes=size(nodeCoordinates,1);
numberElements=size(elementNodes,1);
% for structure:
% displacements: displacement vector
% force : force vector
% stiffness: stiffness matrix
% GDof: global number of degrees of freedom
GDof=6*numberNodes;
U=zeros(GDof,1);
stress=zeros(numberElements);
force=zeros(GDof,1);
stiffness=zeros(GDof);
%force vector
forceI=[1:30]*6-3;
force(forceI)=24/1000;%kN
% calculation of the system stiffness matrix
% and force vector
% stiffness matrix
stiffness=...
formStiffness3Dframe(GDof,numberElements,...
elementNodes,numberNodes,nodeCoordinates,E,A,Iz,Iy,G,J);
% boundary conditions and solution
prescribedDof=[(size(usedN,1)-20)*6+1:size(usedN,1)*6];
% solution
displacements=solution(GDof,prescribedDof,stiffness,force);
[stress,Le]=getstresses(displacements,numberElements,elementNodes,...
nodeCoordinates,E,Iy,Iz);
auxvec=zeros(3,1);
save('stress','stress','displacements');
[maxistress,pointer1]=max(stress)
[ministress,pointer2]=min(stress)
%extract the nodes movement for averaging as objective function
for e=1:(numberNodes-1)
auxvec=vertcat(auxvec,[e;e;e]);
end
dstripper=rep([1;2;3],[numberNodes,1]);
dstripper=dstripper+(6*auxvec);
weight(i)=sum(Le)*density*pi*r^2/1000000;
meandisp(i)=mean(displacements(dstripper));

ObjV(i)=0.4*weight(i)+0.6*100*meandisp(i);
m=0;

```

```

for e=1:numberElements

    if stress(e)>=ystressT*0.25 || stress(e)<=-ystressC*0.25
        m=m+1;
    end
    if stress(e)<=-0.25*E*Iz*(pi/Le(e))^2
        m=m+1;
    end
    if stress(e)>=0.5*18.9
        m=m+1;
    end
end
pfactor=0;
%10^9-(3*numberElements-m)*10^9/(3*numberElements)
%ObjV(i)=ObjV(i)+(0.5*gen)^2*pfactor;
% displacements
% disp('Displacements')
% jj=1:GDof; format long
% f=[jj; displacements'];
% fprintf('node U\n')
% fprintf('%3d %12.8f\n',f)
% %drawing mesh and deformed shape
% U=displacements;
% clf
% drawingMesh(nodeCoordinates+500*[U(1:6:6*numberNodes)...
% U(2:6:6*numberNodes) U(3:6:6*numberNodes)],...
% elementNodes,'L2','k.-');
% drawingMesh(nodeCoordinates,elementNodes,'L2','k--');
end
end

```

A.5. formStiffness3Dframe.m

```
%-----  
  
% MATLAB codes for Finite Element Analysis  
%  
% antonio ferreira 2008  
% Modified for compliance with GA by Alejandro Doberti 2015  
% History: 2008 Created  
%          2015 Modified and corrected  
% clear memory  
% E; modulus of elasticity  
% I: second moments of area  
% J: polar moment of inertia  
% G: shear modulus  
% L: length of bar  
function [ObjV, weight, meandisp]=evaluate(Chrom)  
global NodesU  
global DT  
global EdgesU  
global gen  
global r  
r=2.5; %beam radius mm  
ObjV=zeros(size(Chrom,1),1);  
weight=zeros(size(Chrom,1),1);  
meandisp=zeros(size(Chrom,1),1);  
%Enter material properties  
ystressT=32;%MPa  
ystressC=51;  
density=986;%[kg/m^3]  
E=1.282e6; A=pi*r^2/(2*10^6);%E[kPa] A[m^2], G[kPa]  
Iy=(pi*r^4)/(4*10^12); Iz=(pi*r^4)/(4*10^12); J=pi*r^4/(2*10^12); G=3e5;  
%I and J are m^4  
%Complete the actual chromosome inserting the deterministic nodes to be used  
actualChrom=[ones(size(Chrom,1),30) Chrom ones(size(Chrom,1),20)];  
%depending on the anchored nodes  
for i=1:size(actualChrom,1)  
% generation of coordinates and conectivities  
% Stripping the actually used nodes from the individual's chromosome  
i  
aux=[1:size(actualChrom,2);actualChrom(i,:)];  
  
stripper=[1:size(actualChrom,2);ones(1,size(actualChrom,2))];  
usedN=intersect(aux',stripper','rows');  
%remove logical values  
usedN(:,2)=[];  
%extracting the used nodes and generating the truss structure corresponding  
%to the individual  
global nodeCoordinates  
nodeCoordinates=NodesU(usedN,:);  
DT=deLaunayTriangulation(nodeCoordinates);
```

```

if x1 == x2 & y1 == y2

if z2 > z1
Lambda = [0 0 1 ; 0 1 0 ; -1 0 0];
else
Lambda = [0 0 -1 ; 0 1 0 ; 1 0 0];
end
else
CXx = (x2-x1)/L;
CYx = (y2-y1)/L;
CZx = (z2-z1)/L;
D = sqrt(CXx*CXx + CYx*CYx);
CYy = -CYx/D;
CYy = CXx/D;
CZy = 0;
CXz = -CXx*CZx/D;
CYz = -CYx*CZx/D;
CZz = D;
Lambda = [CXx CYx CZx ;CYy CYy CZy ;CXz CYz CZz];
end
R = [Lambda zeros(3,9); zeros(3) Lambda zeros(3,6);...
zeros(3,6) Lambda zeros(3);zeros(3,9) Lambda];
stiffness(elementDof,elementDof)=...
stiffness(elementDof,elementDof)+R'*k*R;
end
end

```

A.6. getstresses.m

```
%-----  
%Alejandro Doberti 2015  
%  
%History: 2015 Created  
%-----  
function [ stresses,Le ] =getstresses( displacements,numberElements,...  
    elementNodes,nodeCoordinates,E,Iy,Iz)  
%-----  
% getstresses calculates the stresses on the elements of a structure  
% This function computes the maximum stresses that are produced on a beam  
% structure whilst under external forces, either compressive or tensile.  
% compressive stresses are negative,while tensile stresses are assumed to be  
% positive.  
% This function assumes the use of cubic spline functions to approximate the  
% deformation of an euler beam enduring bending and tensile stress  
%-----  
global r  
stresses=zeros(numberElements,1);  
Le=zeros(numberElements,1);  
for i=1:numberElements  
    indice=elementNodes(i,:);  
    elementDof=[6*indice(1)-5 6*indice(1)-4 6*indice(1)-3 ...  
6*indice(1)-2 6*indice(1)-1 6*indice(1)...  
6*indice(2)-5 6*indice(2)-4 6*indice(2)-3 ...  
6*indice(2)-2 6*indice(2)-1 6*indice(2)];  
    x1=nodeCoordinates(indice(1),1);  
    y1=nodeCoordinates(indice(1),2);  
    z1=nodeCoordinates(indice(1),3);  
    x2=nodeCoordinates(indice(2),1);  
    y2=nodeCoordinates(indice(2),2);  
    z2=nodeCoordinates(indice(2),3);  
    L = sqrt((x2-x1)*(x2-x1) + (y2-y1)*(y2-y1) +...  
    (z2-z1)*(z2-z1));  
    Le(i)=L;  
    if x1 == x2 && y1 == y2  
        if z2 > z1  
            Lambda = [0 0 1 ; 0 1 0 ; -1 0 0];  
        else  
            Lambda = [0 0 -1 ; 0 1 0 ; 1 0 0];  
        end  
    else  
        CXx = (x2-x1)/L;  
        CYx = (y2-y1)/L;  
        CZx = (z2-z1)/L;  
        D = sqrt(CXx*CXx + CYx*CYx);  
        CXy = -CYx/D;  
        CYy = CXx/D;  
        CZy = 0;
```



```

CXz = -CXx*CZx/D;

CYz = -CYx*CZx/D;
CZz = D;
Lambda = [CXx CYx CZx ;CXy CYy CZy ;CXz CYz CZz];
end
R = [Lambda zeros(3,9); zeros(3) Lambda zeros(3,6);...
zeros(3,6) Lambda zeros(3);zeros(3,9) Lambda];
lDisp=R*displacements(elementDof);
elDisplacements=lDisp;
Tstress=E*(elDisplacements(7)-elDisplacements(1))/L;
Bmomentz=max([abs(E*Iz*2*(-3*(elDisplacements(2)-elDisplacements(8))...
/(L*L)-(2*elDisplacements(6)+elDisplacements(12))/L)), ...
abs(E*Iz*(6*(2*(elDisplacements(2)-elDisplacements(8)))/(L^2)...
+(elDisplacements(6)+elDisplacements(12))/L)+2 ...
*(-3*(elDisplacements(2)-elDisplacements(8))...
/(L*L)-(2*elDisplacements(6)+elDisplacements(12))/L))] );
Bmomenty=max([abs(E*Iy*2*(-3*(elDisplacements(3)-elDisplacements(9))...
/(L*L)-(2*elDisplacements(5)+elDisplacements(11))/L)), ...
abs(E*Iy*(6*(2*(elDisplacements(3)-elDisplacements(9)))/(L^2)...
+(elDisplacements(5)+elDisplacements(11))/L)+2 ...
*(-3*(elDisplacements(3)-elDisplacements(9))...
/(L*L)-(2*elDisplacements(5)+elDisplacements(11))/L))] );
Bstressz=Bmomentz*r/(1000*Iz);%kPa
Bstressy=Bmomenty*r/(1000*Iy);%kPa
Bstress=Bstressy+Bstressz;
stresses(i)=(Bstress*sign(Tstress)+Tstress)/1000;

end

```

B. Cubicación de materiales

TIBIA								
ÍTEM	CANT.	DESCRIPCIÓN	MATERIAL	OBSERVACIÓN	DIAM	LONG	ANCHO	ALTO
					[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1,1	1	Adaptador pirámide Macho	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	7
1,2	1	Adaptador pirámide Hembra	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	33
1,3	1	Filamento Nylon 12-12	NYLON	Filamento de 3mm, 1kg	-----	-----	-----	-----

PIE								
ÍTEM	CANT.	DESCRIPCIÓN	MATERIAL	OBSERVACIÓN	DIAM	LONG	ANCHO	ALTO
					[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
2	2,1	Primera placa-suela	ACETAL	VENTA 12MM, INC. OTRAS PLANCH	-----	100	250	-----
	2,2	Segunda placa-cuerpo	ACETAL	DIM VENTA 20MM	-----	100	85	-----
	2,3	Tercera placa-tope primeros pernos	ACETAL	DIM VENTA 12 MM	-----	100	120	-----
	2,4	Cuarta placa-tope resto pernos	ACETAL	DIM VENTA 12MM	-----	60	60	-----
	2,5	Quinta placa-acople articulacion	ACETAL	DIM VENTA 6MM	-----	60	60	-----
	2,6	Adaptador pirámide Macho	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	7
	2,7	Goma de uretano	URETANO	Goma amort frontal	-----	-----	-----	-----
	2,8	Goma de uretano	URETANO	Se compra líquido	-----	-----	-----	-----
	2,9	Perno hex. Avellanado M4	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	-----
	2,10	Perno Hex. Avellanado M4	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	-----
	2,11	Tuerca hex M4	ALUMINIO	Con flanje, pack de 10 un.	-----	-----	-----	-----
	2,12	Filamento Nylon 12-12	NYLON	Filamento de 3mm	-----	-----	-----	-----
	2,13	Tubo aluminio	ALUMINIO	SCH 40	5	75	-----	-----
	2,14	prisionero M1.6	ALUMINIO	-----	-----	-----	-----	-----
	2,15	Adhesivo Reltek B46-TH	-----	Para pegar uretano	-----	-----	-----	-----

Peso total [Kg]

COSTO TOTAL MATERIAS PRIMAS

ESPEJOR	PESO LINEAL	PESO SUP	Densidad	VOLUMEN	PESO UN.	PESO TOTAL	COSTO UN.	COSTO TOTAL
[mm]	[Kg/m]	[Kg/m^2]	[Kg/m^3]	[m^3]	[Kg]	[Kg]		
-----	-----	-----	-----	-----	0,055	0,055	\$ 6.800,00	\$ 6.800,00
-----	-----	-----	-----	-----	0,05	0,05	\$ 6.800,00	\$ 6.800,00
-----	-----	-----	950	-----	1	1	\$ 42.000,00	\$ 42.000,00
Total						1,105		\$ 55.600,00
ESPEJOR	PESO LINEAL	PESO SUP	Densidad	VOLUMEN	PESO UN.	PESO TOTAL	COSTO UN.	COSTO TOTAL
[mm]	[Kg/m]	[Kg/m^2]	[Kg/m^3]	[m^3]	[Kg]	[Kg]		
12	-----	-----	1420	0,0003	0,426	0,426	\$ 18.800,00	\$ 18.800,00
16	-----	-----	1420	0,000136	0,19312	0,19312	\$ 6.820,00	\$ 6.820,00
12	-----	-----	1420	0,000144	0,20448	0,20448	INCL	INCL
12	-----	-----	1420	0,0000432	0,061344	0,061344	INCL	INCL
6	-----	-----	1420	0,0000216	0,030672	0,030672	\$ 934,56	\$ 934,56
-----	-----	-----	-----	-----	0,055	0,055	\$ 6.800,00	\$ 6.800,00
-----	-----	-----	1250	0,000009625	0,01203125	0,0240625	\$ 212,71	\$ 425,43
-----	-----	-----	1250	0,000004972	0,006215	0,01243	\$ 109,88	\$ 219,76
-----	-----	-----	2712	-----	0,001	0,003	\$ 1.830,00	\$ 5.490,00
-----	-----	-----	2712	-----	0,001	0,002	\$ 1.830,00	\$ 3.660,00
-----	-----	-----	2712	-----	0,001	0,005	\$ 1.310,46	\$ 6.552,29
-----	-----	-----	950	0,00004736	0,044992	0,044992	\$ 1.889,66	\$ 1.889,66
1	-----	-----	2712	1,41372E-06	0,003834	0,003834	\$ 6,25	\$ 500,00
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	\$ 600,00	\$ 600,00
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	\$ 34.000,00	\$ 34.000,00
Total						1,0659345		\$ 86.691,70
						2,1709		
						\$ 142.291,70		

N° Item	Material	Cantidad a procesar	Unidad	Proceso	MRR	Unidades	Costo por unidad	Unidades	Total
1,3	NYLON 12	7,04E+05	mm3	Impresión 3D	1,00531	mm^3/s	\$ 108,93	\$/hora	\$ 21.195,17
2,1	POM	700	mm	Corte WJ	4572	mm/s	\$ 8.316,40	\$/hora	\$ 0,35
2,2	POM	370	mm	Corte WJ	3760	mm/s	\$ 8.316,40	\$/hora	\$ 0,23
	POM	34000	mm3	Fresa	18825	mm^3/min	\$ 4.000,00	\$/hora	\$ 2,01
2,3	POM	440	mm	Corte WJ	4572	mm/s	\$ 8.316,40	\$/hora	\$ 0,22
2,4	POM	600	mm3	Fresa	18825	mm^3/min	\$ 4.000,00	\$/hora	\$ 0,04
2,5	POM	600	mm3	Fresa	18825	mm^3/min	\$ 1.600,00	\$/hora	\$ 0,01
2,13	ALUMINIO	2	mm	Refrentado	-	-	\$ 4.000,00	\$/hora	\$ -
2,12	NYLON 12	0,00004736	mm3	Impresión 3D	1,00531	mm^3/s	\$ 108,93	\$/hora	\$ 0,00
GENERAL	N/A	4084,07045	mm3	Taladrado	500	mm^3/s	\$ 4.000,00	\$/hora	\$ 9,08
ENSAMBLAJE	N/A	-----	-----	-----	-----	-----	\$ 5.000,00	\$/hora	\$ 10.000,00
									\$ 31.207,10

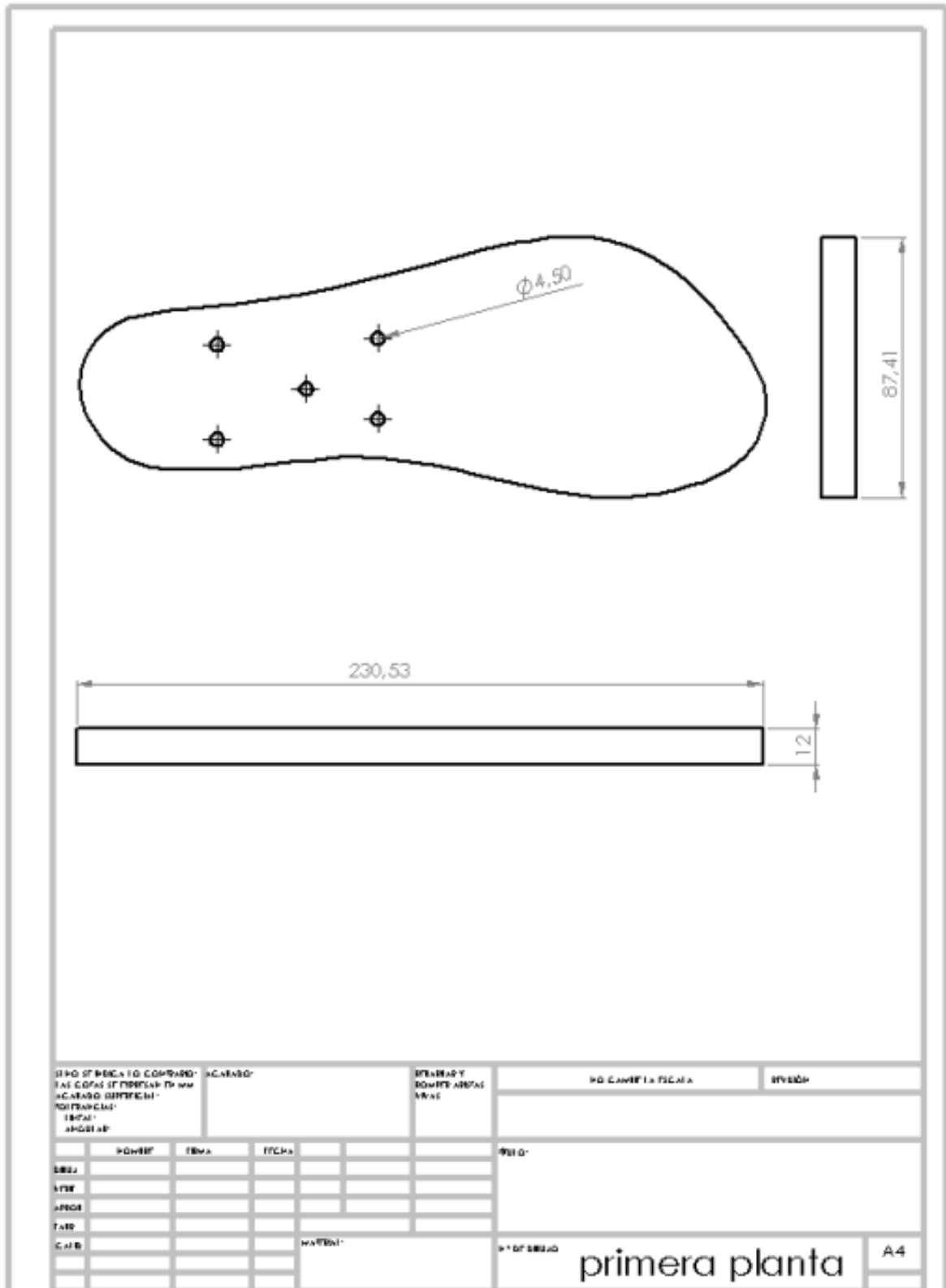
C. Planos de piezas

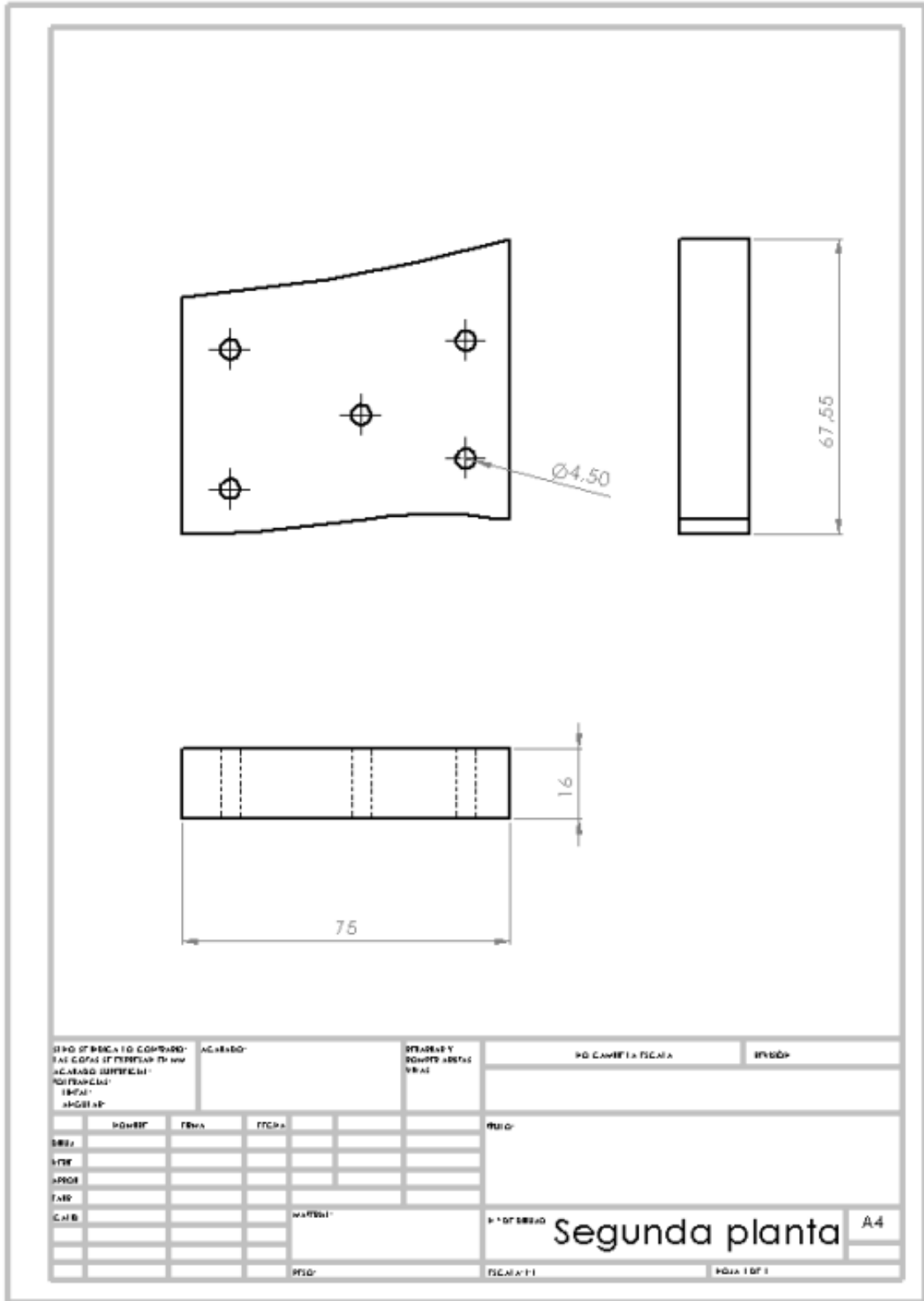
Vista explosionada y listado de materiales

N.º DE ELEMENTO	N.º DE PIEZA	CANTIDAD
1	Base Pivote	1
2	Pivote	1
3	Segunda planta	1
4	Goma_rect	2
5	Cuarta Planta	1
6	Tercera Planta	1
7	Tuerca Hexagonal M4	5
8	Perno parker M4X55	3
9	Gomaflex1	1
10	Gomaflex2	1
11	Eje Pivote	1
12	Prisionero M1.6	1
13	Perno Parker cabeza plana M4x50	2
14	primera planta	1

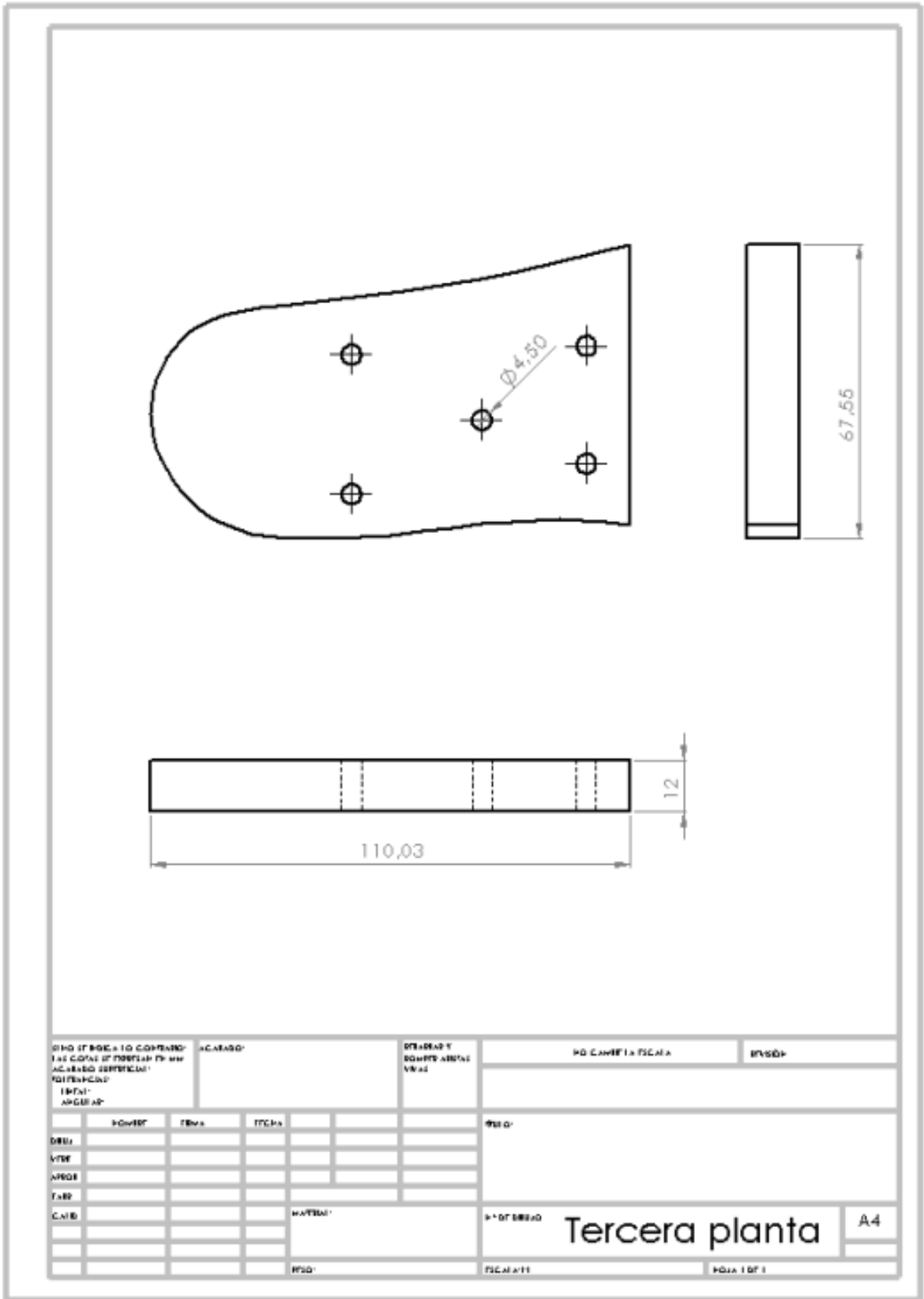
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM ACABADO SUPERFICIAL: TIPOS: ANGULAR*		ACABADO*	DEBIDAR Y COMPT. AREAS VRAS		NO CAMBIA ESCALA	ESTRUC.
PROYECT.	FECHA	FECHA			FIGURA:	
DBUJ.					Vista Explosionada y listado de materiales	
VIST.						
APROB.						
TARE.						
C.A.B.				WATERM*	N.º DE DIBUJO vista explosionada A4	
					ESCALA: 1:10	
					PÁGINA 1 DE 1	

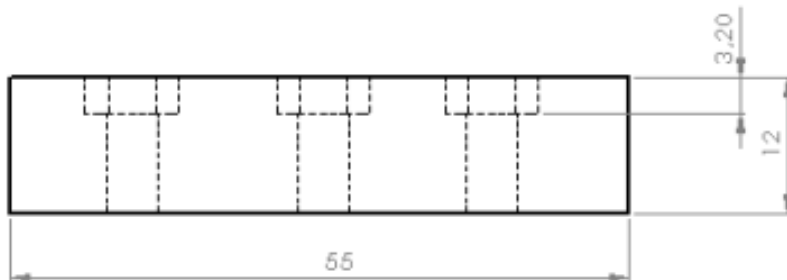
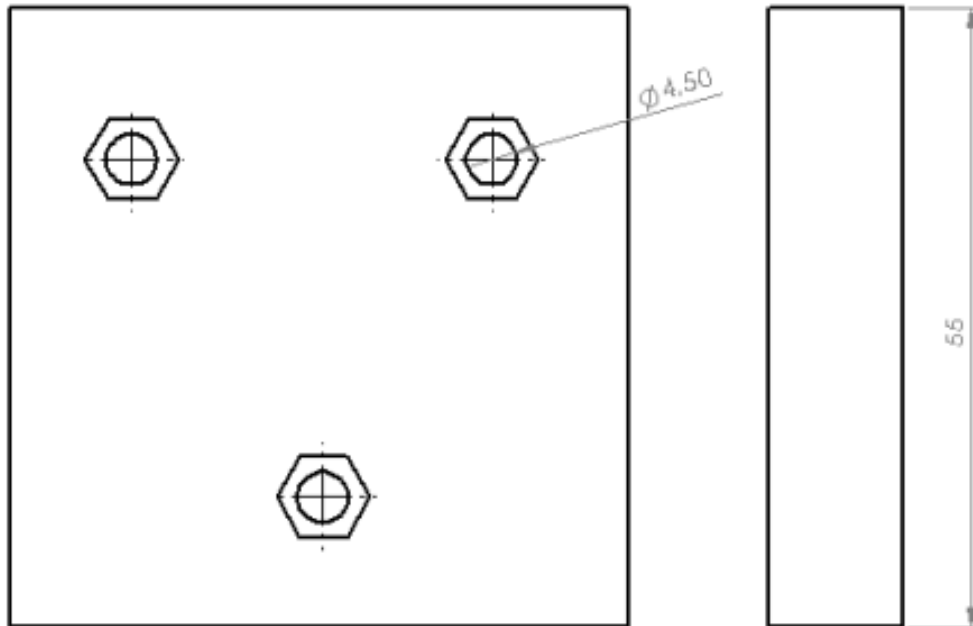
Piezas



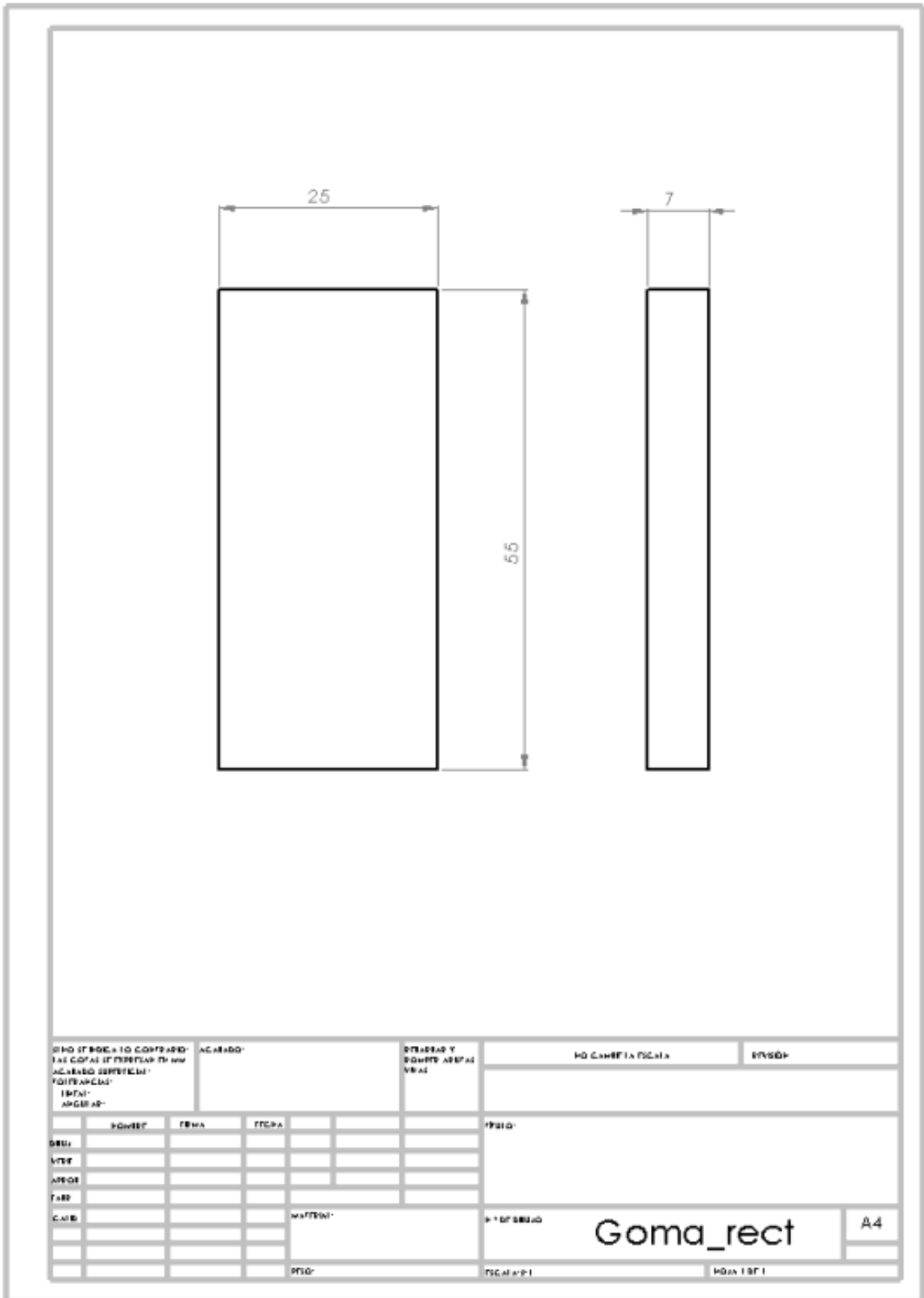


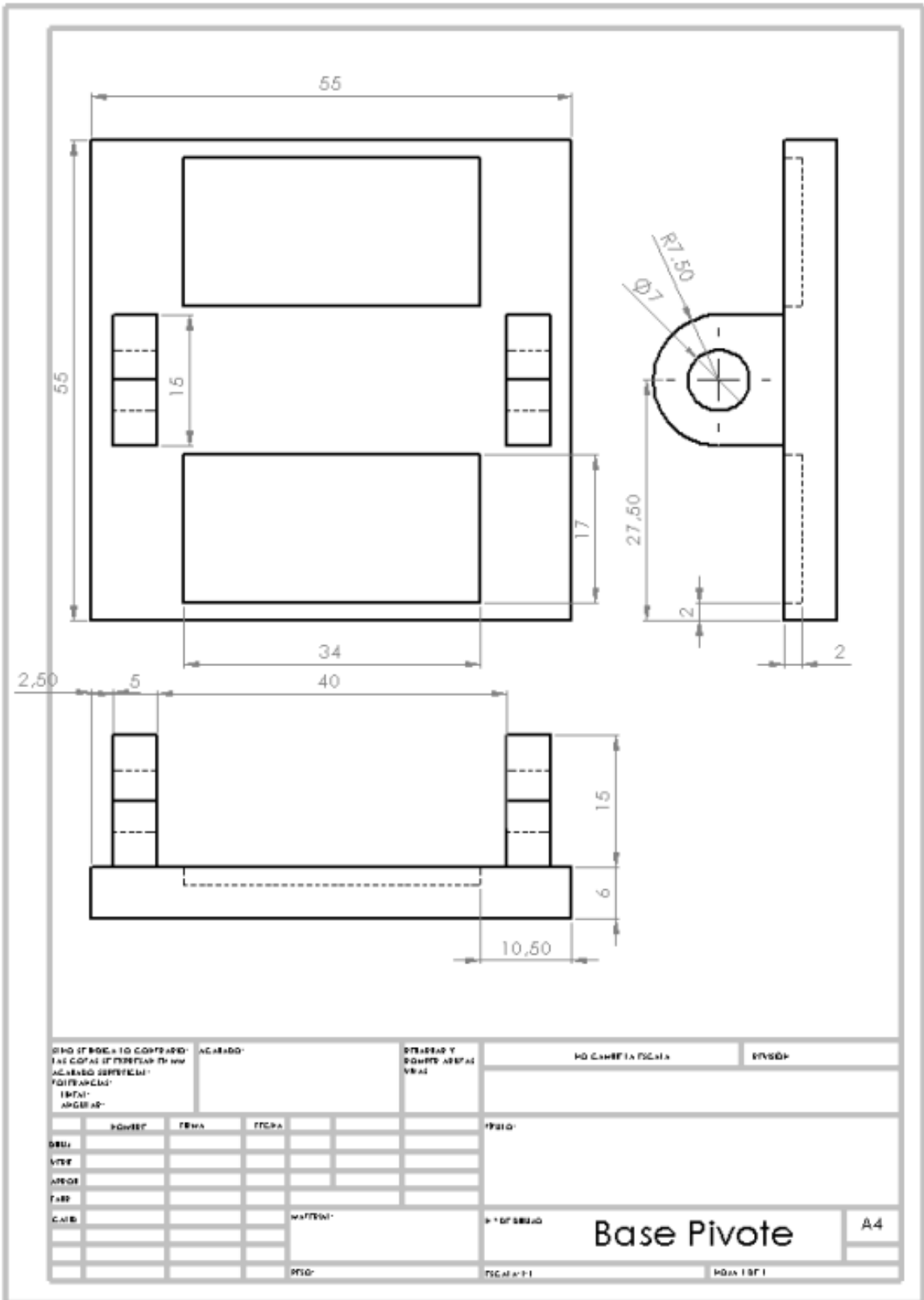
DISEÑO DE BOMBA Y O COMPARTI- MIENTOS DE COFAS DE PUNTALES DE ACERADO (MATERIALES) INGENIERIA INDUSTRIAL		ACERADO	DETALLE Y DIMENSIONES Y UNIDADES		NO CAMBIA ESCALA	INICIO
DISEÑO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO		DISEÑO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO	DISEÑO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO	DISEÑO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO	DISEÑO AUTOMATICO AUTOMATICO AUTOMATICO	
CALIBRE		MATERIAL		NOMBRE Segunda planta		A4
DISEÑO		ESCALA 1:1		PÁGINA 1 DE 1		

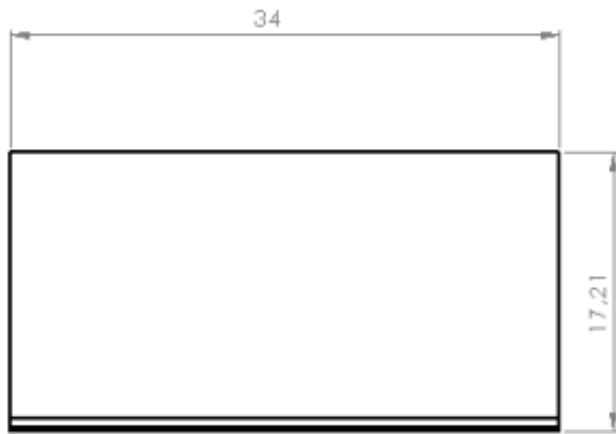
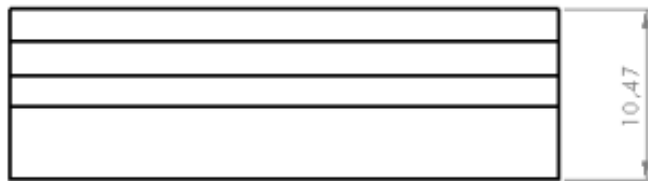




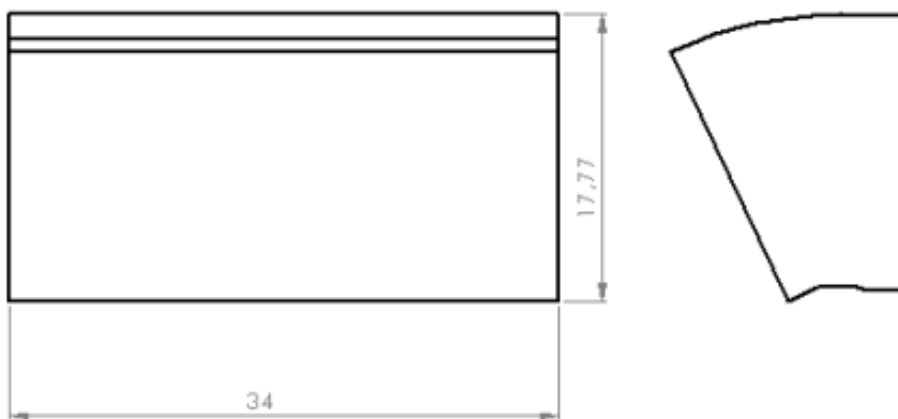
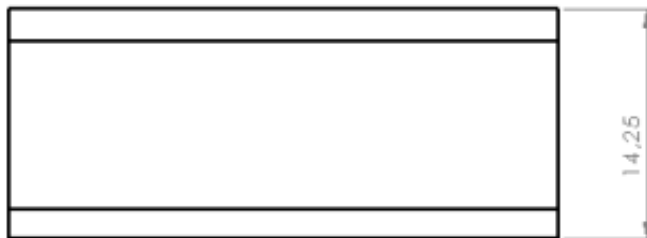
DISEÑO DE BOCAL O CORTAPAPEL LAS COPIAS DE ESTE PLAN DE DEBE ACERCA DEL SERVICIO DE DISEÑO Y SERVICIO DE VERAS		ACERCA DEL	NO CAMBIE LA ESCALA		PROYECTO
DISEÑO VERAS PROYECTO TALLER CALIBRO	SERVICIO TALLER PROYECTO TALLER	TALLER PROYECTO TALLER	TALLER PROYECTO TALLER	TALLER PROYECTO TALLER	TALLER PROYECTO TALLER
MATERIAL:				Nº DE BOCAL	Cuarta planta
PROYECTO				ESCALA: 1:1	A4
PROYECTO				ESCALA: 1:1	PROYECTO



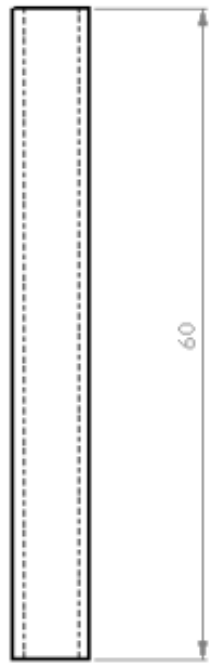
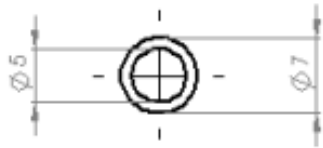




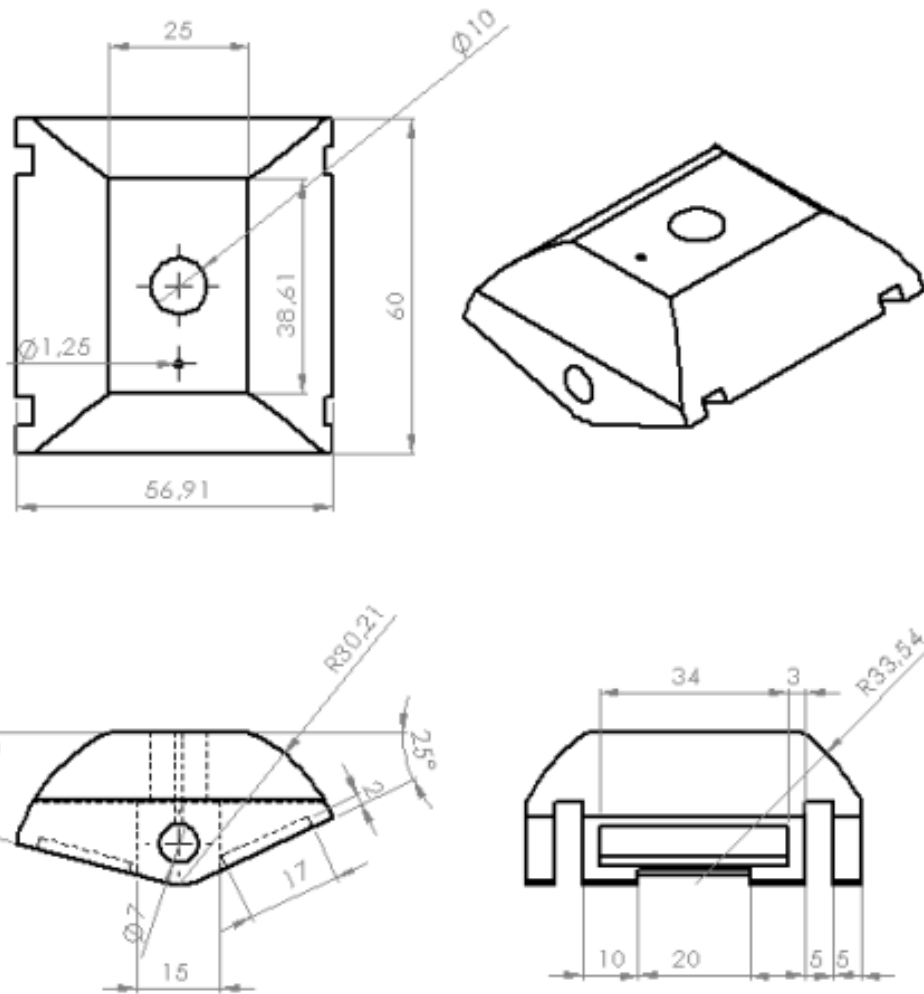
DISEÑO DE BOCAL O CONTRABOCAL TALLER COPAL DE PEREJAN DE SAN ACERADO SUPERFICIA FUENTES ACERADO 18/11/11 ANGELES		ACERADO	DISEÑO Y DIBUJO ASISTIDO VITAL		NO CAMBIA ESCALA	PROYECTO
DISEÑO VISE ARCO TALLER CAD	FUENTE TALLER TALLER TALLER TALLER	TALLER TALLER TALLER TALLER	TALLER TALLER TALLER TALLER	TALLER TALLER TALLER TALLER	TALLER TALLER TALLER TALLER	TALLER TALLER TALLER TALLER
MATERIAL:				Nº DE BOCAL	Gomaflex1	
DISEÑO			TALLER	TALLER	A4	
TALLER		TALLER	TALLER	TALLER	TALLER	



QND IT BDC-A TO COMPARE TAI GOFAS IT PERSEAN TO NW ACABED SIBRECE POFREANCIA IRETA ANGERAR		ACABED	STREAR Y POFRE ARPAI VRAI		HO CANEFA I SCNA	RTVSDP
	POWRE	TEWA	TECA		PFIQ	
DEU						
VTE						
AROE						
TAB						
CAB			WATEM		P * OF SBAID	Gomaflex2
						A4
			PFIQ	TECA PFI		HOAN I SF I



DISEÑO DE BODEGA TO CONTRARDO TALLER COPAL DE PROYECTOS DE MAQUINARIA FUENTES ABERTAS INTALACIONES ANGELES		ACABADO		DISEÑO Y FUENTES ABERTAS VIAL		NO CAMBIA ESCALA DIVISION	
DISEÑO VIAL ANGELES TABLA CALIBRO	FUENTES FUENTES FUENTES FUENTES	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA	ESCALA ESCALA ESCALA ESCALA
MATERIAL				N° DE BODEGA		Eje Pivote	
DISEÑO				ESCALA 1:1		HOJA 1 DE 1	
						A4	



DISEÑO DE PIEZA Y/O COMPONENTE LAS COPIAS DE ESTE DISEÑO SON PROPIEDAD DE LA EMPRESA AUTORIZACION: _____ FECHA: _____		ACABADO: _____	MATERIA: _____	ESTADO Y SUPOSICIONES VERED: _____	HOJA CANTIDAD DE HOJAS: _____	DISEÑO: _____
DISEÑO: _____ VERED: _____ AUTORIZACION: _____ FECHA: _____ C.A.B.	HOJAS: _____	FECHA: _____	MATERIA: _____	ESTADO Y SUPOSICIONES VERED: _____	HOJA CANTIDAD DE HOJAS: _____	DISEÑO: _____
Pivote					A4	
		FECHA: _____	MATERIA: _____	ESTADO Y SUPOSICIONES VERED: _____	HOJA CANTIDAD DE HOJAS: _____	DISEÑO: _____