



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

MODELAMIENTO NUMÉRICO DE ESFUERZOS PARA MÉTODOS EMPÍRICOS DE ESTABILIDAD DE CASERONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

ERNESTO RODRIGO PÉREZ CARRASCO

PROFESOR GUÍA:

JAVIER VALLEJOS MASSA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

LUIS MERINO MEDINA

MARCELO VARGAS VERGARA

SANTIAGO DE CHILE

2015

RESUMEN

Los métodos de estabilidad gráficos corresponden a una herramienta empírica de diseño en donde se relacionan el tamaño de la geometría excavada, la competencia del macizo rocoso y la estabilidad de la excavación. Uno de los parámetros que incide en la estabilidad del caserón corresponde al factor de esfuerzos "A", el cual es función de los esfuerzos inducidos sobre la pared y el UCS de la roca. Para la obtención de estos esfuerzos, Mathews (1981) desarrolló gráficos derivados del modelamiento numérico 2D en función de los esfuerzos in-situ y la geometría de la excavación. El objetivo de esta memoria es el desarrollo de nuevos gráficos de estimación de esfuerzos inducidos a partir del modelamiento numérico 3D y el análisis del impacto que éstos producen en el cálculo del factor A y en consecuencia en el diseño de caserones.

La metodología propuesta consiste en 2 etapas:

- Modelamiento numérico, la cual se centra en la realización de curvas para estimación de esfuerzos inducidos, utilizando el software de modelamiento numérico en tres dimensiones RS3, con el objetivo de extender a geometrías 3D los gráficos propuestos por Mathews.
- Impacto en el diseño, se centra cuantificar el impacto generado en el cálculo del factor de esfuerzos. Para esto se realizan 1000 casos sintéticos de caserones, con diferentes geometrías y distintas condiciones de esfuerzos, a los cuales se les calcula el factor de esfuerzos utilizando tanto las curvas de Mathews como las nuevas curvas. Finalmente se aplican estos resultados a la base de datos de Mawdesley (2002) de manera de observar el impacto generado en el gráfico de estabilidad y en el radio hidráulico máximo permisible.

El primer resultado de este estudio indica que en el caso de techos y paredes de término, las nuevas curvas de esfuerzos inducidos, derivadas del modelamiento numérico 3D, presentan grandes diferencias con la curvas propuestas por Mathews, esto repercute significativamente en el cálculo del factor A, pudiendo obtenerse resultados completamente distintos dependiendo de los gráficos utilizados. Por su parte en el caso de las paredes de término no se observan diferencias significativas entre ambos gráficos.

Con respecto al impacto en el diseño, el principal resultado obtenido muestra que la utilización de las nuevas curvas de estimación de esfuerzos sobre techos y paredes de término trae como consecuencia la obtención de radios hidráulicos permisibles significativamente mayores a los de la metodología convencional, observándose diferencias promedio de 20% y 30% respectivamente. Por su parte, en el caso de las cajas no se observa un impacto significativo.

Finalmente se recomienda la utilización de una base de datos histórica que contenga la totalidad de la información requerida (geometría de caserones y esfuerzos in-situ) con el propósito de evaluar de una manera más prolija el impacto de las nuevas curvas.

ABSTRACT

The stability graph methods are considered an empirical tool for open stopes design which relate the size of the excavation with the rock mass qualities and properties. One of the parameters which influence on the stability of the rock mass corresponds to the factor A. This factor varies as a function of the induced stresses at the middle point of the wall and the UCS of the rock. In order to obtain this stresses, Mathews developed graphs based on 2 dimensional numerical modeling and the geometry of the excavation. The main objectives of this work are both: the development of new curves for the estimation of induced stresses, using three-dimensional numerical modeling and the analysis of the impact of the new curves on the stress factor calculation and consequently on the open-stope design procedure.

The proposed methodology consist of 2 steps:

- Numerical modeling, which is focused on the development of the new curves for induced stresses, using the three dimensional numerical modeling software: RS3, with the purpose of adding 3D geometries to the charts proposed by Mathews.
- Impact on the design, which for its part is focused on the impact on the factor A calculation. In order to achieve that, 1000 virtual cases with different geometries and in-situ stress conditions are developed, then using both the Mathews and the new curves, the factor A is calculated for each stope. Finally previous results are applied to the extended data base (Mawdesley 2002) to observe the impact of the new curves on the stability graph and on the maximum permissible span.

The first result of the study indicates that the new developed curves show substantial differences with the Mathews one for the backs and end-walls. Those differences strongly impact on the calculation of the stress factor, enabling completely different results to be obtained depending on the curves used. However, unlike previously, comparing both induced stress curves for hanging-walls, negligible differences are observed between each other.

With regard to the impact on the design, the main result highlights that the utilization of the new curves of induced stresses for backs and end-walls leads to significantly higher maximum permissible spans, observing differences of 20% and 30% respectably. For its part, negligible differences in the permissible span are observed for the hanging-walls

Finally, the utilization of a historical data base containing all the required data (geometry of the stopes and in-situ stresses) is recommended, with the purpose of evaluating more thoroughly the impact of the new curves.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quiero agradecer a mi familia: mis padres, abuelos, tíos, primos, hermana y sobrina por todo el amor y por haber estado siempre al lado mío apoyándome incondicionalmente. Por sobre todo mis padres los cuales me han entregado los mejores momentos de mi vida y me han ayudado a salir a delante en los peores y a mi tía Estela la cual me acompaña y me guía cada día.

A Daniela por siempre animarme a superarse y a seguir adelante.

A los amigos que he conocido en diversos lugares, de los cuales he aprendido mucho y con los que he vivido momentos inolvidables.

Por supuesto a los cabros de la oficina 201 que me ayudaron en esta última etapa universitaria.

Y finalmente a cada profesor que he tenido el gusto de conocer y ser su alumno pero en especial al profesor Javier Vallejos el cual guió el presente trabajo así como también a los demás integrantes de la comisión los cuales leyeron y comentaron esta memoria.

*“a los que buscan
aunque no encuentren*

*a los que avanzan
aunque se pierdan*

*a los que viven a
aunque se mueran”*

- Mario Benedetti

TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción.....	1
1.1	Generalidades.....	1
1.2	Motivación.....	2
1.3	Objetivos.....	8
1.3.1	Objetivos Generales.....	8
1.3.2	Objetivos Específicos.....	8
1.4	Alcances.....	8
1.5	Contenido de la memoria.....	8
2	Antecedentes.....	9
2.1	Caracterización del macizo rocoso.....	9
2.1.1	Sistema de clasificación de Barton et al.....	9
2.2	Métodos de estabilidad gráficos.....	11
2.2.1	Historia del método de estabilidad gráfico.....	12
2.2.2	Metodología de Mathews.....	13
2.2.3	Metodología de Potvin.....	18
2.3	Efecto de esfuerzos inducidos en estabilidad.....	23
2.3.1	Esfuerzos compresivos.....	23
2.3.2	Esfuerzos de tracción.....	24
2.4	Obtención de esfuerzos inducidos en paredes para métodos de estabilidad...	27
2.4.1	Curvas de Mathews.....	27
2.4.2	Curvas de Potvin.....	29
2.4.3	Modelamiento numérico.....	31
2.5	Discusión.....	32
3	Metodología.....	33
3.1	Modelamiento numérico.....	34
3.1.1	Número de modelos y parámetros de entrada.....	34
3.1.2	Construcción de modelos en RS3.....	37
3.2	Ajuste de curvas.....	40
3.2.1	Definición de función de ajuste.....	40
3.2.2	Ajuste mediante solver.....	41
3.3	Elaboración de casos sintéticos.....	41
3.4	Análisis de base de datos de casos históricos.....	42

3.4.1	Base de datos de Mawdesley	42
3.4.2	Base de datos modificada	42
3.5	Impacto en el diseño	43
3.5.1	Frontera de Clasificación	43
3.5.2	Indicadores de Desempeño	43
3.5.3	Optimización del indicador PSS.....	45
3.5.4	Radio hidráulico admisible	45
4	Resultados y análisis.....	47
4.1	Introducción.....	47
4.2	Modelamiento numérico	47
4.3	Ajuste de curvas.....	53
4.4	Casos sintéticos	59
4.5	Impacto en el diseño	68
5	Conclusiones y Recomendaciones	76
5.1	Conclusiones.....	76
5.2	Recomendaciones.....	77
6	Bibliografía	78
7	Anexos	80
7.1	Anexo A.....	80
7.2	Anexo B.....	84
7.3	Anexo C	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Condiciones de terreno	3
Tabla 2: Dimensiones de caserón	3
Tabla 3: Factores metodología de Mathews.....	3
Tabla 4: Radio hidráulico y largo admisible.....	7
Tabla 5: Principales sistemas de clasificación de macizo rocoso (Fuenzalida 2014)	9
Tabla 6: Clasificación de macizo rocoso mediante el índice Q.....	10
Tabla 7: Principales modificaciones y mejoras del gráfico de estabilidad, Modificado de (Suorineni 2010).....	13
Tabla 8: Estados de esfuerzos a utilizar.....	36
Tabla 9: Parámetros de casos sintéticos.....	42
Tabla 10: Matriz de Contingencia.....	44
Tabla 11. Casos de análisis para cálculo de indicadores.....	44
Tabla 12: Parámetros curvas de estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término.	53
Tabla 13: Parámetros curvas de estimación de esfuerzos inducidos en cajas.....	53
Tabla 14: Valores de residual de curvas de estimación de esfuerzos inducidos en techo y paredes de término.....	54
Tabla 15: Valores de residual de curvas de estimación de esfuerzos inducidos en cajas	54
Tabla 16: Rangos de valores de esfuerzos in-situ.....	59
Tabla 17: Número de casos para los distintos valores de "K"	59
Tabla 18: Esfuerzos inducidos sobre caserones	60
Tabla 19: Parámetros de ajuste curva A3D/A2D vs UCS/ σ_{max2D}	67
Tabla 20: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos"	70
Tabla 22: Impacto sobre el radio hidráulico admisible por pared.	74
Tabla 23: Set de discontinuidades (Jn)	80
Tabla 24: Rugosidad de discontinuidades (Jr)	80
Tabla 25: Alteración de discontinuidades (Ja).....	81
Tabla 26: Condición de Agua (Jw)	81
Tabla 27: Factor de reducción de por esfuerzos (SRF).....	82
Tabla 28: ESR	83
Tabla 29: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=0.5)	84
Tabla 30: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=1.0)	84

Tabla 31: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=1.5)	84
Tabla 32: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=2.0)	85
Tabla 33: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=0.5)	85
Tabla 34: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=1.0)	85
Tabla 35: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=1.5)	86
Tabla 36: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=2.0)	86
Tabla 37: Base de datos filtrada original Mawdesley (2002) y modificada.	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Esquema de la problemática	3
Figura 2: Cálculo de máximo esfuerzo inducido en techo (plano medio vertical)	5
Figura 3: Comparación de σ_1 en el techo	5
Figura 4: Cálculo de Factor A de Mathews.....	6
Figura 5: N vs largo	6
Figura 6: Determinación de radio hidráulico máximo permisible.	7
Figura 7: Esquema general de gráfico de estabilidad empírico, Modificado de (Mawdesley 2002)	11
Figura 8: Gráfico de estabilidad de Mathews et al. (1981), modificado de (Stewart 2005)	14
Figura 9: Factores de ajuste de Mathews et al. (1981)	15
Figura 10: Gráfico de estabilidad Steward y Forsyth (1995) modificado de (Mawdesley 2002)	16
Figura 11: Gráfico de estabilidad extendido, modificado de (Mawdesley, Trueman and Whiten 2001)	17
Figura 12: Líneas de isoprobabilidad estables, modificado de (Mawdesley, Trueman and Whiten 2001)	18
Figura 13: Gráfico de estabilidad modificado, modificado de (Potvin 1988)	19
Figura 14: Factores de ajuste de Potvin	20
Figura 15: Gráfico de estabilidad modificado de Nickson, modificado de (Nickson 1992)	21
Figura 16: Gráfico de estabilidad modificado (Hadjigeorgiou et al. 1995) , modificado de (Potvin and Hadjigeorgiou 2001)	22
Figura 17: Gráfico de estabilidad modificado Suorineni, modificado de (Suorineni 2010)	22
Figura 18: Gráfico de estabilidad modificado, casos con altos esfuerzos inducidos, modificado de (Potvin 1988)	23
Figura 19: Gráfico de estabilidad modificado, casos en relajación, modificado de (Potvin 1988)	24
Figura 20: Factor de esfuerzos propuesto por Diederichs y Kaiser, modificado de (Diederichs and Kaiser 1999)	25
Figura 21: Comparación factor A Potvin et al. (1981) con Mitri et al. (2011)	26
Figura 22: Curvas de estimación de esfuerzos inducidos para techos y paredes de término, modificado de Stewart y Forsyth (1995)	28
Figura 23: Curvas de estimación de esfuerzos inducidos para cajas, modificado de Stewart y Forsyth (1995)	28

Figura 24: Definición de razón de aspecto y razón de esfuerzos para estimación de esfuerzos inducidos, modificado de Potvin (1988)	29
Figura 25: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en Cajas, modificado de Potvin (1988).....	30
Figura 26: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en Techos, modificado de Potvin (1988).....	30
Figura 27: Metodología modelamiento numérico	33
Figura 28: Metodología de impacto en el diseño.....	34
Figura 29: Rotación del plano medio horizontal	35
Figura 30: Esquema de modelos a realizar	36
Figura 31: Esquema datos de entrada- datos de salida	37
Figura 32: Definición de límites del modelo.....	37
Figura 33: Modelos Phase 2D, Bordes a 3H de distancia de la excavación	38
Figura 34: Definición de bordes en la dirección z.....	38
Figura 35: Inputs para generación de grilla.	39
Figura 36: Querys A y B ubicadas en plano medio horizontal	40
Figura 37: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=0.5	48
Figura 38: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=1.0	48
Figura 39: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=1.5	49
Figura 40: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=2.0	49
Figura 41: Resultados de modelamiento cajas, K=0.5	50
Figura 42: Resultados de modelamiento cajas, K=1.0	50
Figura 43: Resultados de modelamiento cajas, K=1.5	51
Figura 44: Resultados de modelamiento cajas, K=2.0	51
Figura 45: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=0.5.....	55
Figura 46: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=1.0.....	55
Figura 47: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=1.5.....	56
Figura 48: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=2.0.....	56
Figura 49: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=0.5	57
Figura 50: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=1.0	57
Figura 51: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=1.5	58

Figura 52: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, $K=2.0$	58
Figura 53: Comparación de esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (techos).	60
Figura 54: A modelo vs A 2D de Mathews para techos.....	61
Figura 55: Comparación esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (cajas plano vertical)	62
Figura 56: Comparación esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (cajas plano horizontal)	63
Figura 57: A modelo vs A 2D de Mathews para cajas.....	64
Figura 58: Variación porcentual factor A techos.....	65
Figura 59: variación porcentual factor A cajas.....	65
Figura 60: Guía para transformación de A2D - A3D en techos y paredes de término... ..	68
Figura 61: A 2D Mathews vs A Modelo	70
Figura 62: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos" para base de datos original de Mawdesley.	72
Figura 63: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos" para base de datos modificada.....	72
Figura 64: Rh Mathews vs Rh Modelo	73
Figura 65: Límites superior e inferior	75

1 Introducción

1.1 Generalidades

Un caserón corresponde a la unidad básica de explotación en minería, éste puede dejarse vacío, rellenarse o dejarlo colapsar, cualquiera sea el caso siempre se debe tener una certeza del comportamiento futuro de la excavación, ya que una vez explotado el caserón, éste debe representar fielmente el diseño planificado evitando sobre-excavaciones en sus paredes las cuales influyen negativamente en el negocio minero diluyendo la ley esperada y aumentando los costos de producción (carguío, transporte y soporte de paredes) además de poner en riesgo la seguridad del personal interior mina.

Entre los factores que condicionan la estabilidad-inestabilidad de caserones se encuentran: esfuerzos in-situ, calidad de macizo rocoso y aspectos de diseño tales como forma, tamaño, orientación e inclinación de la excavación.

Con el objetivo de evitar los problemas anteriormente mencionados diversos autores han desarrollado métodos de estabilidad empíricos los cuales incorporan la relación entre la estabilidad del macizo rocoso y el tamaño/forma de la excavación para predecir con cierta certeza el comportamiento de un caserón explotado.

El primer gráfico empírico desarrollado para predecir la estabilidad de caserones abiertos fue propuesto por Mathews et al. (1981) este gráfico se basó en 50 casos históricos norteamericanos en roca de mediana a buena calidad. Desde entonces nuevos casos fueron agregados por diversos investigadores para modificar, actualizar y validar esta metodología como una herramienta de diseño de caserones.

Potvin (1988) modificó el gráfico desarrollado por Mathews basándose en 250 casos históricos con y sin soporte de 34 minas canadienses. Posteriormente Nickson (1992) y Hadjigeorgiou (1995) actualizaron el gráfico propuesto por Potvin a más de 350 casos históricos. Por su parte Stewart y Forsyth (1995) actualizaron el gráfico de Mathews proponiendo 4 zonas de estabilidad (Estable, potencialmente inestable, potencial falla mayor, hundimiento), finalmente Mawdesley (2001) basado en más de 400 casos históricos propuso un gráfico con curvas de isoprobabilidad basadas en regresiones logísticas.

Si bien los métodos empíricos son una herramienta ampliamente utilizada para el diseño de caserones, estos se restringen a las condiciones mineras particulares de la base de datos utilizada, es por esto que deben ser ocupados de forma preliminar hasta que se cuente con una base de datos que represente de mejor manera las condiciones locales.

1.2 Motivación

A continuación se presenta el desarrollo del diseño preliminar de una unidad básica de explotación la cual será ubicada a 1000 metros de profundidad con condiciones de esfuerzos in-situ resumidas en la

Figura 1: Esquema de la problemática

Tabla 1 y una sección transversal definida por las dimensiones presentadas en la Tabla 2. El objetivo de este ejercicio es estimar el largo máximo permitido sobre el techo del caserón mediante la metodología desarrollada por Mathews con 2 procedimientos distintos para estimar los esfuerzos inducidos sobre sus paredes:

- 1) Utilizando las curvas proporcionadas por Mathews
- 2) Estimando esfuerzos mediante modelamiento numérico en 3D.

La metodología de Mathews se basa en el desarrollo de dos factores principales: Rh y N.

$$Rh = \frac{\text{Área}_{pared}}{\text{Perímetro}_{pared}}$$

Rh: Se denomina factor de forma o radio hidráulico y mide la extensión de una pared relativa a su geometría.

$$N = A \cdot B \cdot C \cdot Q'$$

N: Se define como el número de estabilidad y mide la capacidad que tiene una pared para mantenerse estable frente a distintos radios hidráulicos.

A: Factor de esfuerzos, se encarga de asignar un puntaje que toma valores de 0.1 a 1 dependiendo de la resistencia a la compresión de la roca relativo al estado de esfuerzos presente en la pared. Mientras mayor sea el estado de esfuerzos que se induce sobre la pared, menor resulta ser el valor que toma este parámetro y viceversa.

En consecuencia el único factor que se verá afectado al momento de estimar los esfuerzos inducidos será el factor A por lo cual los parámetros restantes se asumirán constantes y conocidos (Tabla 3).

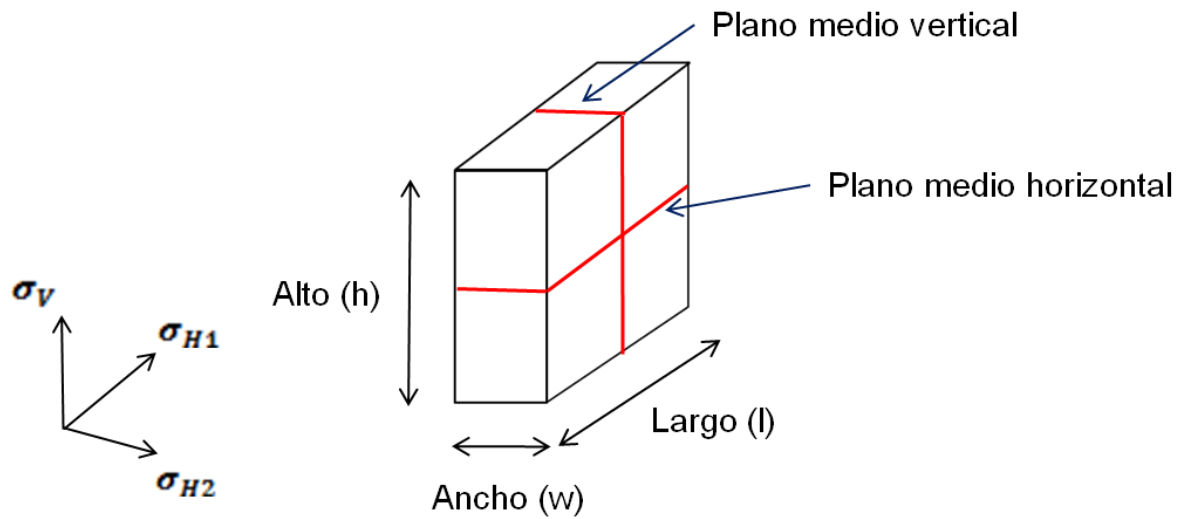


Figura 1: Esquema de la problemática

Tabla 1: Condiciones de terreno

Profundidad [m]	1000
K	1.5
σ_V [Mpa]	27
σ_{H1} [Mpa]	40.5
σ_{H2} [Mpa]	40.5
σ_{UCS} [Mpa]	250

Tabla 2: Dimensiones de caserón

Dimensión	Medida [m]
Alto	60
Ancho	20
Largo	?

Tabla 3: Factores metodología de Mathews

A	?
B	1
C	1
Q'	30

En primer lugar se realiza la estimación del esfuerzo máximo inducido sobre el techo del caserón utilizando la curva proporcionadas por Mathews et al. (1981) para una razón “K” de 1.5 (Figura 2).

En este caso se utilizará la curva correspondiente a la razón de esfuerzos presente en el plano medio vertical.

$$K = \frac{\sigma_{H2}}{\sigma_V} = \frac{40.5 [Mpa]}{27 [Mpa]} = 1.5$$

Por el eje x se ingresa con la razón de aspecto del plano de interés.

$$\frac{Alto}{Ancho} = \frac{60 [metros]}{20[metros]}$$

Finalmente como se muestra en la Figura 2 se obtiene que:

$$\frac{\sigma_{1MAX}}{\sigma_V} = 3.1$$

$$\Rightarrow \sigma_{1MAXtecho} = 3.1 \cdot \sigma_V = 3.1 \cdot 27 [Mpa] = 83.7 [Mpa]$$

Según este procedimiento el máximo esfuerzo inducido sobre el techo depende únicamente del plano medio vertical por lo que el largo del caserón no juega un rol en el cálculo.

Finalmente es posible calcular el factor A y su N asociado.

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{UCS}}{\sigma_{1techo}} = \frac{250 [Mpa]}{83.7 [Mpa]} = 3$$

$$A_{Mathews} = 0.21$$

$$N_{Mathews} = 6.3$$

Posteriormente utilizando un software de modelamiento numérico de 3D (RS3), se realiza la estimación del esfuerzo principal mayor para distintos largos manteniendo la sección transversal (75x25 [m]). La Figura 3 muestra una comparación entre el σ_1 obtenido mediante las curvas de Mathews y el modelamiento numérico en función del largo del caserón. Según los resultados obtenidos mediante modelamiento numérico el largo tiene una influencia en el valor del esfuerzo inducido sobre el techo y tiende al valor estimado por Mathews, esto se debe a que a medida que se aumenta el largo la dimensión fuera del plano de interés pierde relevancia obteniendo una situación similar a la que se aprecia en el modelamiento 2D.

Una vez obtenidos los esfuerzos inducidos sobre el techo del caserón es posible realizar el cálculo del factor A (Figura 4) para ambas alternativas. En el caso del modelamiento como los esfuerzos varían con el largo, el factor A también lo hará, mientras que utilizando los gráficos de Mathews no.

La Figura 5 muestra la variación que experimenta el número de estabilidad en función del largo, al igual que con el factor A, se puede apreciar que al realizar la estimación de esfuerzos utilizando las curvas desarrolladas por Mathews, N no experimenta cambios debido a que σ_{1MAX} no depende del largo, mientras que el número de estabilidad calculado utilizando modelamiento numérico varía debido a que los esfuerzos inducidos resultaron dependientes del largo.

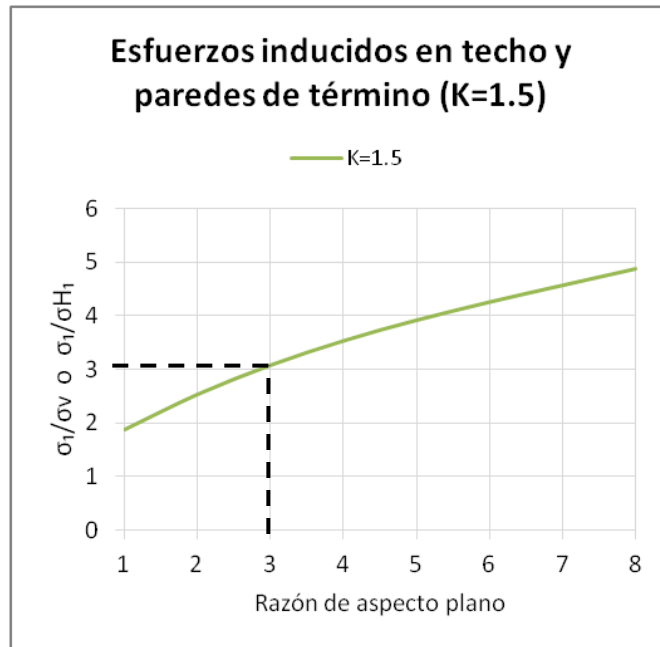


Figura 2: Cálculo de máximo esfuerzo inducido en techo (plano medio vertical)

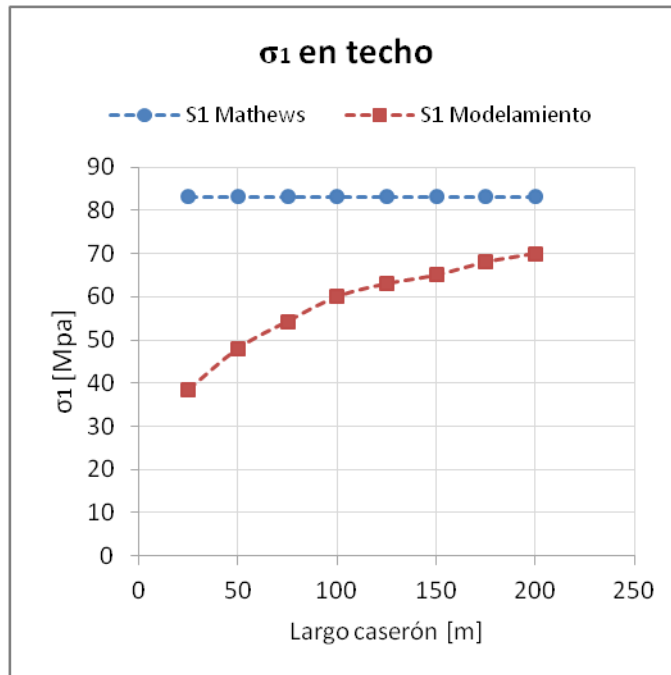


Figura 3: Comparación de σ_1 en el techo

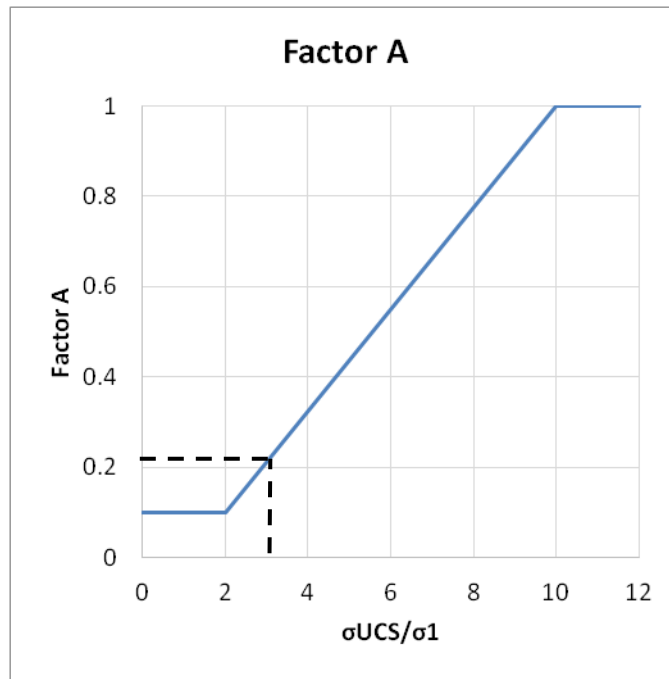


Figura 4: Cálculo de Factor A de Mathews

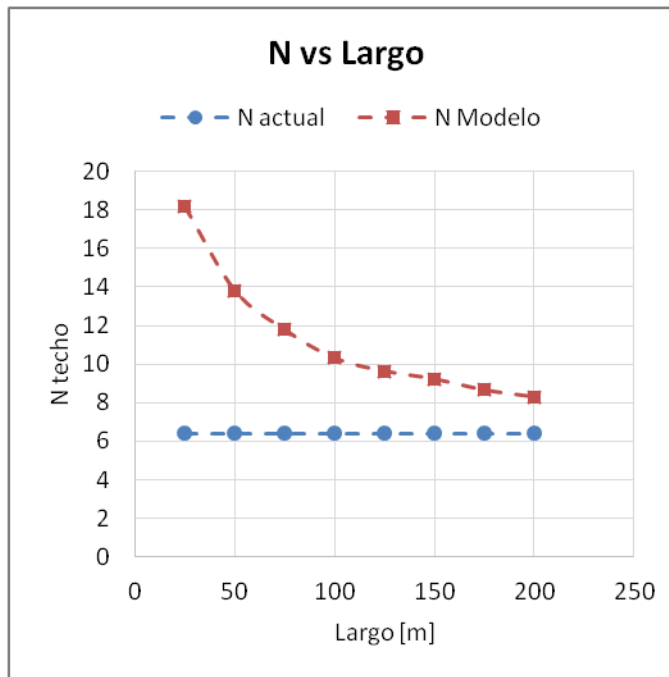


Figura 5: N vs largo

Una vez obtenido el número de estabilidad es posible estimar el máximo radio hidráulico permisible dentro de la zona de estabilidad para el techo, esto se realiza utilizando el gráfico empírico desarrollado por Mawdesley (2001). Es importante recalcar que para simplificar este ejercicio se utiliza este gráfico para la estimación de ambos radios hidráulicos permisibles (Distintos gráficos de estabilidad son obtenidos en las siguientes secciones).

La Figura 6 muestra el máximo radio hidráulico admisible para ambos casos estudiados. El radio hidráulico para el N constante se estima directamente de la curva de estabilidad, mientras que para el N variable se debe iterar el proceso hasta que el radio hidráulico obtenido sea consistente con el largo utilizado para estimar los esfuerzos inducidos.

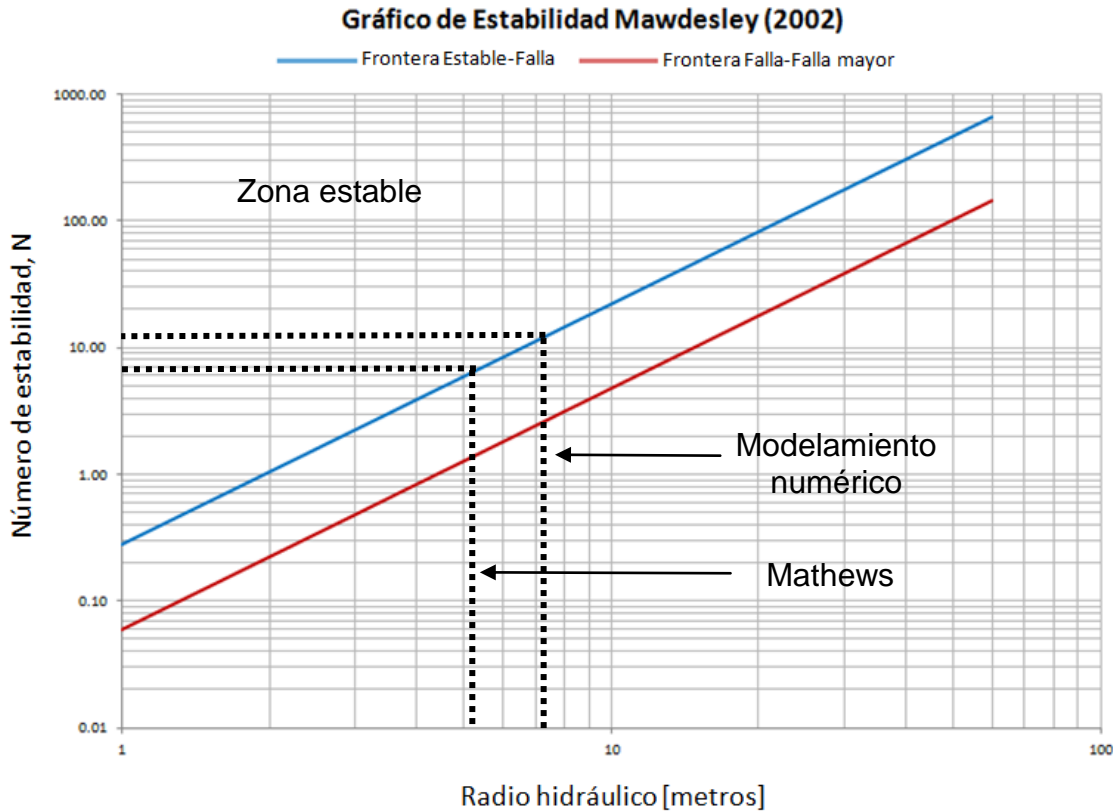


Figura 6: Determinación de radio hidráulico máximo permisible.

Tabla 4: Radio hidráulico y largo admisible.

Metodología	Radio hidráulico [m]	Largo máximo permisible [m]
Mathews	5.2	22
Modelamiento numérico	7.2	51

La Tabla 4 muestra el máximo radio hidráulico y largo permitido sobre el techo para ambos procedimientos utilizados. Se puede apreciar que el largo permisible resultó ser ampliamente mayor al utilizar modelamiento numérico lo cual abre la interrogante acerca de si el procedimiento anterior es consistente, si las curvas desarrolladas por Mathews estiman correctamente los esfuerzos inducidos y cuál es el real impacto que esto tendría en el valor de A y finalmente en el diseño de caserones

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivos Generales

- Modificar y extender curvas de esfuerzos inducidos del factor de esfuerzos A de Mathews para estados tridimensionales mediante la utilización de modelamiento numérico en 3D (software RS3).

1.3.2 Objetivos Específicos

- Mejorar predicción de estabilidad y dilución en explotaciones mineras subterráneas mediante sublevel stoping.
- Analizar variables que métodos actuales no consideran.
- Evaluar impacto en el diseño de caserones.

1.4 Alcances

La presente memoria se centra en el estudio y modelamiento 3D de los esfuerzos inducidos alrededor de caserones explotados en donde se consideran caserones aislados, se analiza una geometría idealizada de éstos y se utiliza un modelo lineal constitutivo elástico. Para analizar el impacto en el diseño de caserones se realizarán casos sintéticos de forma de cuantificar las diferencias entre el factor A obtenido mediante las curvas de Mathews y las curvas de modelamiento 3D con el objetivo de darle consistencia al factor A y ajustar la base de datos de Mawdesley.

1.5 Contenido de la memoria

Capítulo 1: Introducción. Se presentan los objetivos, alcances y la motivación de esta memoria.

Capítulo 2: Se define el estado del arte para el diseño empírico de caserones: caracterización de la calidad del macizo rocoso, gráficos de estabilidad y factor de esfuerzos "A".

Capítulo 3: Se define la metodología utilizada en esta memoria: Se especifica el número de modelos a ser realizados y las funciones que describen las nuevas curvas para la estimación de esfuerzos inducidos. Posteriormente se detalla el procedimiento a realizar para cuantificar el impacto de las nuevas curvas en el factor de esfuerzos y en consecuencia en diseño empírico de caserones.

Capítulo 4: Se presentan, se analizan y se argumentan los resultados del modelamiento numérico y del impacto en el diseño obtenidos al aplicar la metodología.

Capítulo 5: Conclusiones finales de la memoria y recomendaciones para trabajos futuros.

2 Antecedentes

La siguiente sección se divide en 4 partes, la primera describe los sistemas de clasificación y caracterización de macizo rocoso, la segunda introduce el diseño de caserones y los métodos de estabilidad gráficos más relevantes, finalmente en las últimas dos secciones se detallan distintos factores de esfuerzos propuestos en la literatura junto con las distintas metodologías utilizadas para estimar esfuerzos inducidos alrededor de caserones.

2.1 Caracterización del macizo rocoso

Los sistemas de clasificación fueron desarrollados a partir de la necesidad de unificar y cuantificar las características de un macizo en un indicador que permitiera a geomecánicos hablar un lenguaje común. Los principales indicadores combinan mediciones de roca intacta con características de discontinuidades para asignar un puntaje al macizo rocoso con el cual se puede saber que tan competente es éste. Los sistemas también permiten relacionar experiencia de condiciones de rocas de un sitio a otro y derivar datos cuantitativos y guías para el diseño ingenieril. La Tabla 5 muestra los principales sistemas de clasificación utilizados en el área de la geomecánica, posteriormente solo se detallará el sistema Q (Barton et al. 1974) ya que es utilizado por los métodos de estabilidad gráficos sobre los cuales se hablará en la siguiente sección.

Tabla 5: Principales sistemas de clasificación de macizo rocoso (Fuenzalida 2014)

Sistema	Autor	Descripción
RQD (Rock Quality Designation)	(Deere et al. 1966)	Mide largos de trozos recuperados mayores a 10 cm, dividido por el largo total del testigo.
RMR (Rock Mass Rating)	(Bieniawski 1974)	Integra sumas de puntajes por: UCS, RQD, espaciamiento, condición y orientación de discontinuidades y aguas subterráneas.
MRMR (Mining Rock Mass Rating)	(Laubscher 1977)	Agrega al RMR, esfuerzos in-situ e inducidos y efectos de tronadura y alteración
GSI (Geological Strength Index)	(Hoek 1994)	Desarrollado para escalar la resistencia del macizo rocoso de acuerdo al criterio Hoek&Brown.
Q (Rock Tunneling Index)	(Barton, Lien and Lunde 1974)	Se describe en detalle en la sección 2.1.1

2.1.1 Sistema de clasificación de Barton et al.

Barton, Lien y Lunde (1974) del instituto geotécnico noruego desarrollaron la clasificación NGI que define el sistema de clasificación de macizo Q. El Q de Barton puede tomar valores entre 0.001 (para suelo excepcionalmente malo) a 1000 (para macizos rocoso excepcionalmente buenos) y está compuesto de 6 parámetros independientes, cada uno tiene asociado un puntaje los cuales pueden ser estimados realizando mapeos sobre superficies expuestas del macizo. el índice Q puede ser calculado utilizando la siguiente expresión:

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{SRF}$$

Ecuación 1: Sistema de clasificación Q (Barton, Lien and Lunde 1974)

El cociente (RQD/J_n) representa el grado de fracturamiento y el tamaño de los bloques que forman el macizo. El cociente (J_r/J_a) toma en cuenta la resistencia al corte de las juntas. Mientras que (J_w/SRF) representa el efecto de los esfuerzos y la presencia de agua en el macizo rocoso. Los factores individuales se describen a continuación.

- RQD : Rock Quality designation, mide el largo de trozos de roca intacta mayores a 10 cms, en un metro.
- J_n : Número de sistemas de discontinuidades, cuantifica el efecto del número de sistemas de discontinuidades en el macizo.
- J_r : Número de rugosidad, caracteriza la forma y la irregularidad de la superficie de las discontinuidades.
- J_a : Número de alteración, Considera la presencia de relleno y la condición de la superficie de las juntas.
- J_w : Número de agua en discontinuidades, toma en cuenta la presencia de presión de agua en el macizo.
- SRF : Factor de reducción por esfuerzos, toma en cuenta la influencia del campo de esfuerzos subterráneo aplicado sobre el macizo.

En la sección de Anexos se pueden encontrar las guías desarrolladas por Barton para la asignación de puntajes. Finalmente la Tabla 6 muestra la clasificación de macizo según el rango de puntaje de Q.

Tabla 6: Clasificación de macizo rocoso mediante el índice Q

Rango Q		Macizo Rocos
0.001	0.01	Excepcionalmente Pobre
0.01	0.1	Extremadamente Pobre
0.1	1	Muy Pobre
1	4	Pobre
4	10	Regular
10	40	Bueno
40	100	Muy Bueno
100	400	Extremadamente Bueno
400	1000	Excepcionalmente Bueno

2.2 Métodos de estabilidad gráficos

Existen distintos tipos de excavaciones subterráneas tales como: caserones con y sin acceso de personal, chimeneas, túneles mineros, túneles de carreteras, cavernas para almacenamiento de residuos nucleares, etc. Para la ejecución de cualquiera de estas obras es necesario contar con métodos de diseño que se adapten a diferentes contextos geomecánicos y que cuenten con cierto grado de confiabilidad dependiendo del uso.

El desarrollo de sistemas de clasificación de macizo rocoso jugó un rol importante en la historia de la geomecánica aplicada. Los primeros sistemas: el Sistema RMR (Bieniawski 1974) y el sistema Q (Barton, Lien and Lunde 1974), dividieron el macizo rocoso en distintos parámetros cuantificables caracterizando las propiedades del macizo. Esto entregó por primera vez un lenguaje común para la recolección sistemática de información geotécnica en distintos escenarios geológicos además de hacer posible el desarrollo de modelos empíricos para la predicción de la estabilidad de excavaciones subterráneas.

Esta sección se centrará en la revisión de los principales métodos utilizados en el diseño de caserones abiertos. Estos métodos han sido largamente utilizados y actualizados por más de tres décadas desde el desarrollo de la primera metodología propuesta por Mathews (Mathews et al. 1981).

Los métodos de estabilidad gráficos corresponden a una herramienta empírica de diseño en donde se relacionan el tamaño de la geometría excavada con la competencia del macizo rocoso junto con una definición de estabilidad. La Figura 7 muestra un esquema general de un gráfico de estabilidad empírico el cual está compuesto de un conjunto de datos históricos de los cuales se posee información de la calidad de macizo, geometría y condición de estabilidad. Se identifican casos históricos estables e inestables según el criterio utilizado en la recolección de datos. Una vez graficados los datos es posible identificar una frontera que divide las zonas de influencia de los casos estables de los inestables.

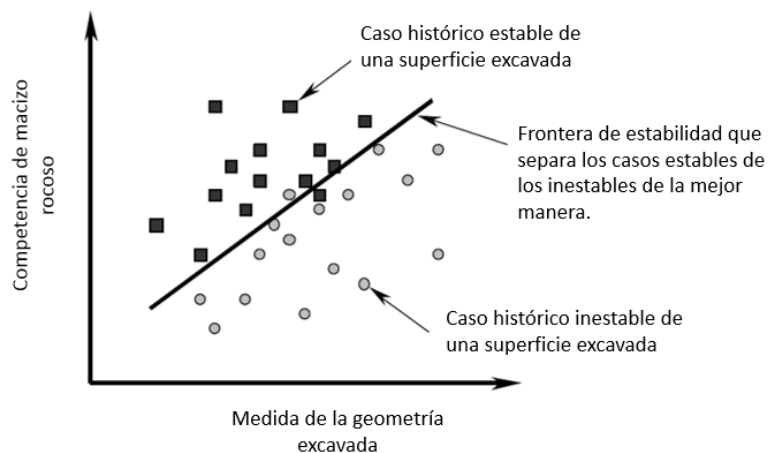


Figura 7: Esquema general de gráfico de estabilidad empírico, Modificado de (Mawdesley 2002)

La medida de la geometría excavada se mide comúnmente utilizando el radio hidráulico el cual corresponde a cuantifica la extensión de la superficie relativa a su forma.

$$Rh = \frac{\text{Área}_{pared}}{\text{Perímetro}_{pared}}$$

Ecuación 2: Factor de forma o Radio hidráulico

Por su parte la competencia del macizo rocoso es evaluada comúnmente utilizando un sistema de clasificación de macizo (Q de Barton o RMR de Laubscher por ejemplo) junto con otros factores de ajuste relevantes para la estabilidad de la excavación los cuales varían dependiendo de la metodología empírica utilizada.

2.2.1 Historia del método de estabilidad gráfico

Desde el primer gráfico propuesto por Mathews et al.(1981) hasta la fecha, diversos autores han presentado actualizaciones o cambios a la metodología de manera de mejorar la capacidad de predicción de los gráficos de estabilidad (Tabla 7).

Las actualizaciones del gráfico de estabilidad han sido principalmente orientadas a la recolección de casos históricos de caserones explotados. En su primera versión el gráfico contaba con 26 casos, mientras que la base de datos más reciente cuenta con 485 casos provenientes de diferentes faenas a lo largo del mundo. Por su parte los cambios más relevantes se han enfocado a resolver las limitaciones de los distintos factores. Sin embargo a lo largo de los años no ha existido un consenso general con respecto a cuál de los gráficos de estabilidad utilizar. De acuerdo a Suorineni (2010) algunos autores prefieren el gráfico de estabilidad original desarrollado por Mathews argumentando que no hay una diferencia significativa entre factores recalibrados y los originales.

Tabla 7: Principales modificaciones y mejoras del gráfico de estabilidad, Modificado de (Suorineni 2010)

Periodo	Desarrollos	Autor
1980-1985	Introducción del Gráfico de Estabilidad: 26 casos históricos.	Mathews et al.
1985-1990	Calibración de factores de ajuste y fronteras: 175 casos históricos.	Potvin.
1990-1995	Redefinición de zonas de transición. Primera definición parcial estadística de las fronteras.	Nickson.
1995-2000	Redefinición de las zonas de transición.	Stewart y Forsyth.
	Segunda definición parcial estadística de las fronteras.	Hadjigeorgiou et al.
	Calibración de curvas de dilución ELOS	Clark y Pakalnis
	Incorporación de Factor D de daño por esfuerzos inducidos.	Sprott et al.
2000-2005	Expansión de los casos de la base de datos a 400.	Mawdesley et al.
	Análisis estadístico completo usando regresión logística.	Mawdesley
2005-a la fecha	Modelamiento Numérico para validar Factor de Ajuste B.	Bewick y Kaiser
	Modificación del Factor de ajuste A de esfuerzos.	Mitri

2.2.2 Metodología de Mathews

Mathews et al. (1981) desarrolló el primer gráfico de estabilidad empírico. El estudio abarcó la recolección de información geométrica y geotécnica de 26 caserones explotados a más de 1000 metros de profundidad.

La Figura 8 muestra el gráfico desarrollado por Mathews et al (1981) en donde se identifican 2 fronteras de estabilidad que dividen el gráfico en 3 zonas:

- Zona estable: La excavación se mantiene en buen estado sin utilización de soporte, o sólo con necesidad local de soporte.
- Zona potencialmente inestable: La excavación presenta falla localizada, pero tiende a formar arcos mecánicos estables. Sumando la utilización de soporte puede disminuir el riesgo de falla.
- Zona de potencial hundimiento: La excavación falla y no logra estabilizarse antes del relleno de toda la cavidad.

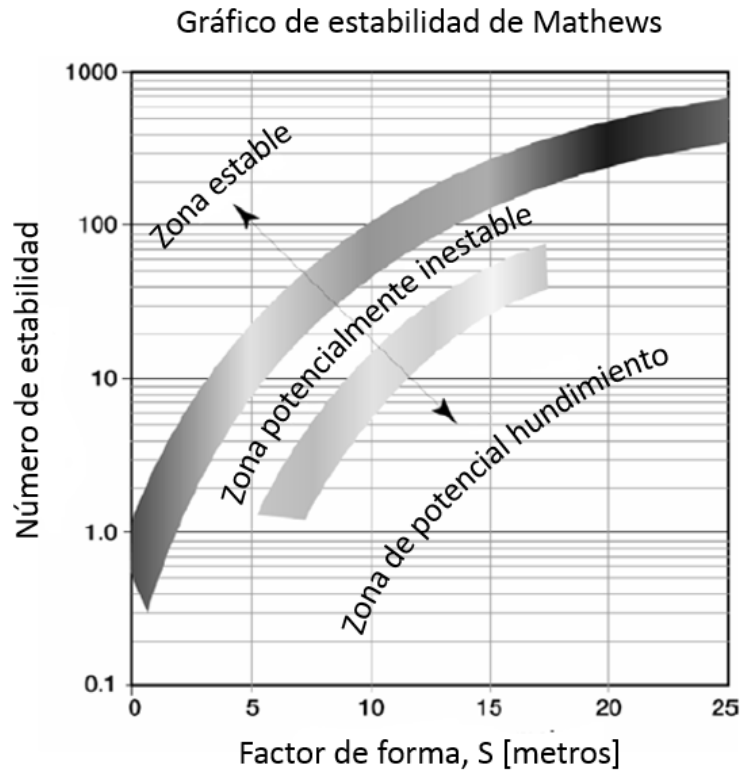


Figura 8: Gráfico de estabilidad de Mathews et al. (1981), modificado de (Stewart 2005)

Para ubicar los casos históricos en éste gráfico es necesario el desarrollo de 2 factores propuestos por la metodología de Mathews:

- Factor de forma o Radio hidráulico: definido como la razón entre el área y el perímetro de la superficie
- Número de estabilidad N: Combina distintos factores geotécnicos para cuantificar la capacidad de una superficie para mantenerse estable. El número de estabilidad puede calcularse mediante la Ecuación 3, donde A, B y C son factores que toman en cuenta el estado de esfuerzos inducidos, la orientación de los sets de discontinuidades y la gravedad, respectivamente, mientras que Q' corresponde a una modificación del sistema de clasificación de macizo rocoso Q (Barton 1974), en donde los factores SRF y J_n adquieren un valor de 1.

Ecuación 3: Número de estabilidad, N

$$N = A \cdot B \cdot C \cdot Q'$$

El factor de esfuerzos A reemplaza al factor SRF del Sistema de clasificación Q y está basado en la razón entre la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta (σ_{UCS} [Mpa]) y el máximo esfuerzo inducido actuando paralelo a la superficie (σ_i [Mpa]). El factor B considera la orientación del set estructural más crítico relativo a la orientación de la superficie del caserón. Finalmente el factor C está basado en el efecto que ejerce la gravedad sobre la estabilidad de la superficie del caserón. Finalmente, el Factor C

representa el ajuste por inclinación de las paredes y es calculado gráficamente a través de la inclinación de la pared en evaluación. La Figura 9 muestra los gráficos utilizados para realizar el cálculo de de estos factores.

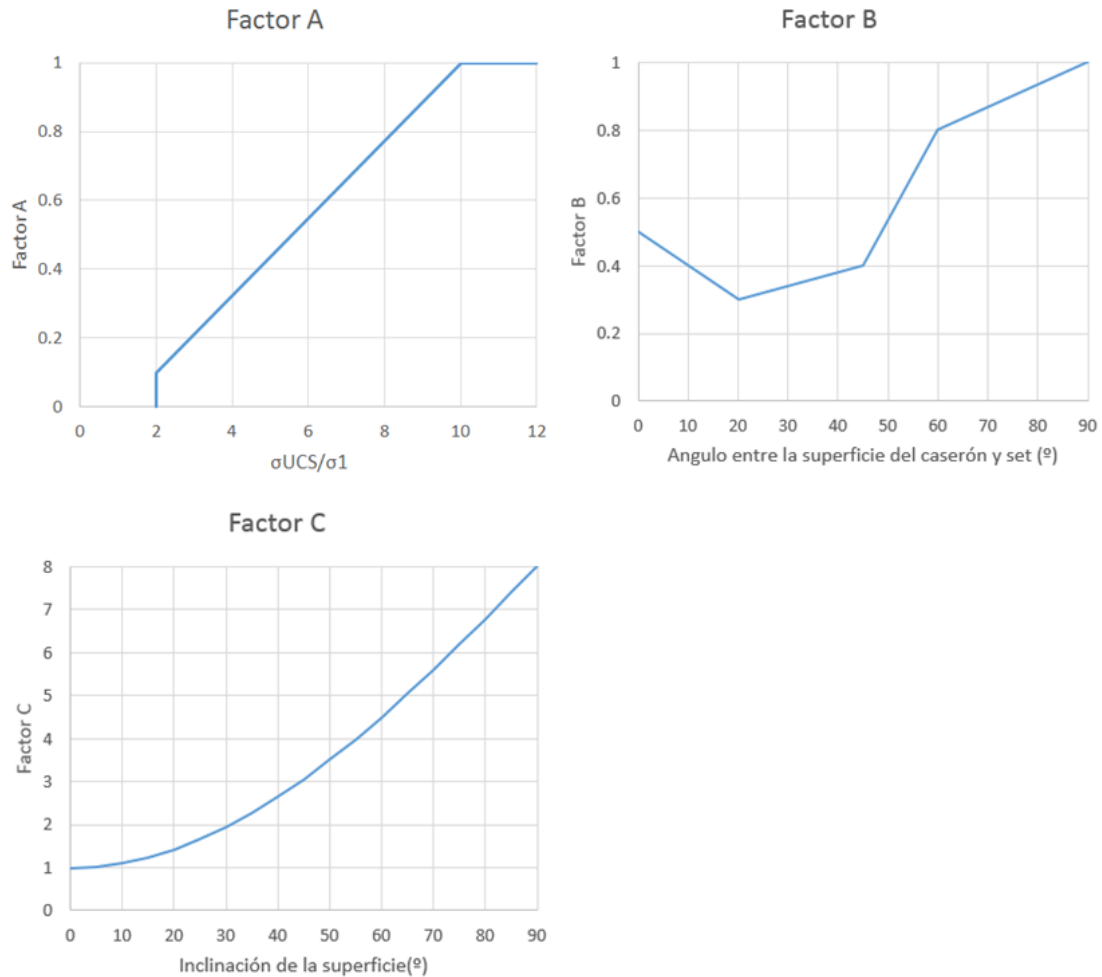


Figura 9: Factores de ajuste de Mathews et al. (1981)

Steward y Forsyth (1995) actualizaron la base de datos original convirtiendo los casos históricos del gráfico de estabilidad modificado (el cual se revisará más adelante) al número de estabilidad de Mathews (N) y graficándolos en el gráfico de estabilidad de Mathews. Basándose en estos nuevos casos Steward y Forsyth (1995) delinearon nuevas fronteras en el gráfico de estabilidad de Mathews, sin embargo, los autores advirtieron que los nuevos límites fueron trazados “a mano” sin la utilización de un procedimiento riguroso.

La Figura 10 muestra el gráfico de estabilidad desarrollado por Steward y Forsyth en donde se delimitan 4 zonas de estabilidad:

- Potencialmente estable: Las superficies se encuentran totalmente soportadas sin la necesidad de refuerzo, con una mínima dilución (<10%).

- Potencialmente inestable: Superficies requieren cierto tipo de soporte. La extensión del soporte determinará la falla asociada a dilución (10 a 30%).
- Potencial falla mayor: Superficies requieren refuerzo extensivo (dilución mayor a 30%).
- Potencial hundimiento: En esta zona el refuerzo no es útil ya que las superficies continuaran fallando hasta que no existan espacios abiertos remanentes o la falla haya conectado con la superficie.

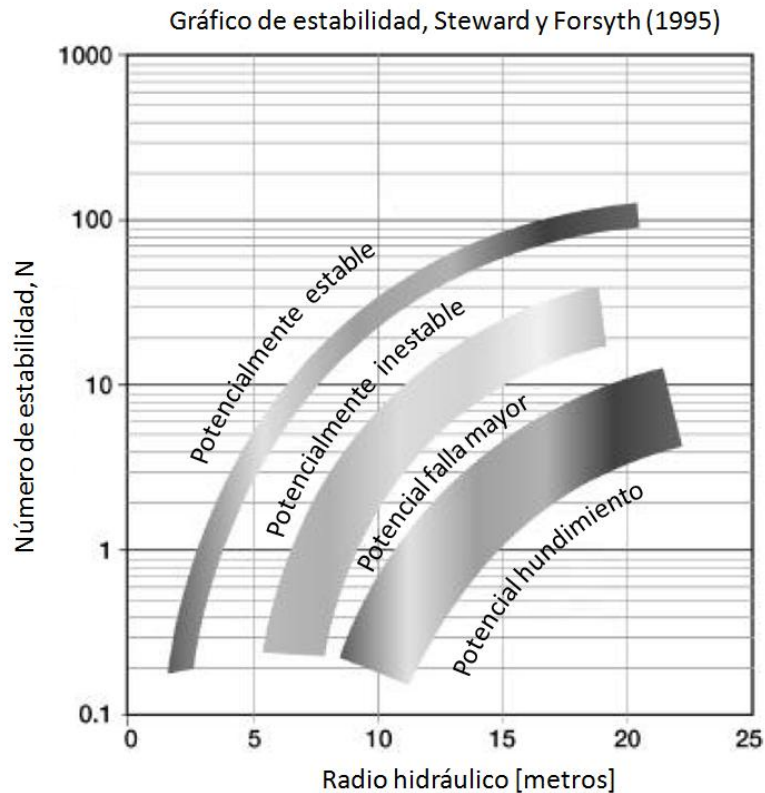


Figura 10: Gráfico de estabilidad Steward y Forsyth (1995) modificado de (Mawdesley 2002)

Los usuarios del gráfico original de Mathews indicaban que el método no era capaz de determinar de manera correcta la extensión del nivel de hundimiento para minas explotadas mediante block caving, es decir, la frontera no entregaba áreas lo suficientemente extensas para propagar el hundimiento (Stewart and Forsyth 1995). Al comparar el gráfico de Mathews con el de Steward y Forsyth es posible apreciar que la zona de potencial hundimiento, en este último, se encuentra ubicada a radio hidráulicos mayores y N menores esto fue obtenido utilizando una aproximación del gráfico de (Laubscher 1990) el cual refleja de buena manera casos históricos de block caving.

Autores como (Trueman et al. 2000) y (Mawdesley et al. 2001) extendieron el gráfico de estabilidad original de Mathews incrementando el número de casos históricos desde 176 a 485, todos los nuevos casos fueron calculados a partir de los factores de ajuste originales propuestos por Mathews et al. (1981). Por su parte 100 de los casos

modificados y agregados desde el gráfico de Potvin (1988) por Stewart y Forsyth (1995) fueron desechados debido a que no poseían información consistente.

Mawdesley (2001) llevó a cabo regresiones logísticas a la base de datos extendida para delinear las zonas de estabilidad de manera estadística (Figura 11) y para determinar líneas de isoprobabilidad para escenarios estables, falla menor y falla mayor (Figura 12, muestra curvas de isoprobabilidad para el caso estable). Una de las ventajas en el uso de regresiones logísticas es que la incerteza en la aplicación del método de Mathews puede ser cuantificada dentro de un amplio rango de geometrías de caserón y condiciones de macizo rocoso lo cual no era posible anteriormente.

El gráfico de estabilidad extendido de Mathews (Figura 11) posee una escala logarítmica tanto el eje horizontal como el vertical ya que ofrece una imagen más clara de las zonas. Las fronteras estable-falla y falla-falla mayor quedan definidas por las siguientes funciones (Mawdesley 2002):

$$\ln(N) = -1.56 + 1.82 \cdot \ln(RH)$$

Ecuación 4: Frontera estable-falla

$$\ln(N) = -7.01 + 1.82 \cdot \ln(RH)$$

Ecuación 5: Frontera falla-falla mayor

Gráfico de estabilidad extendido, Mawdesley (2001)

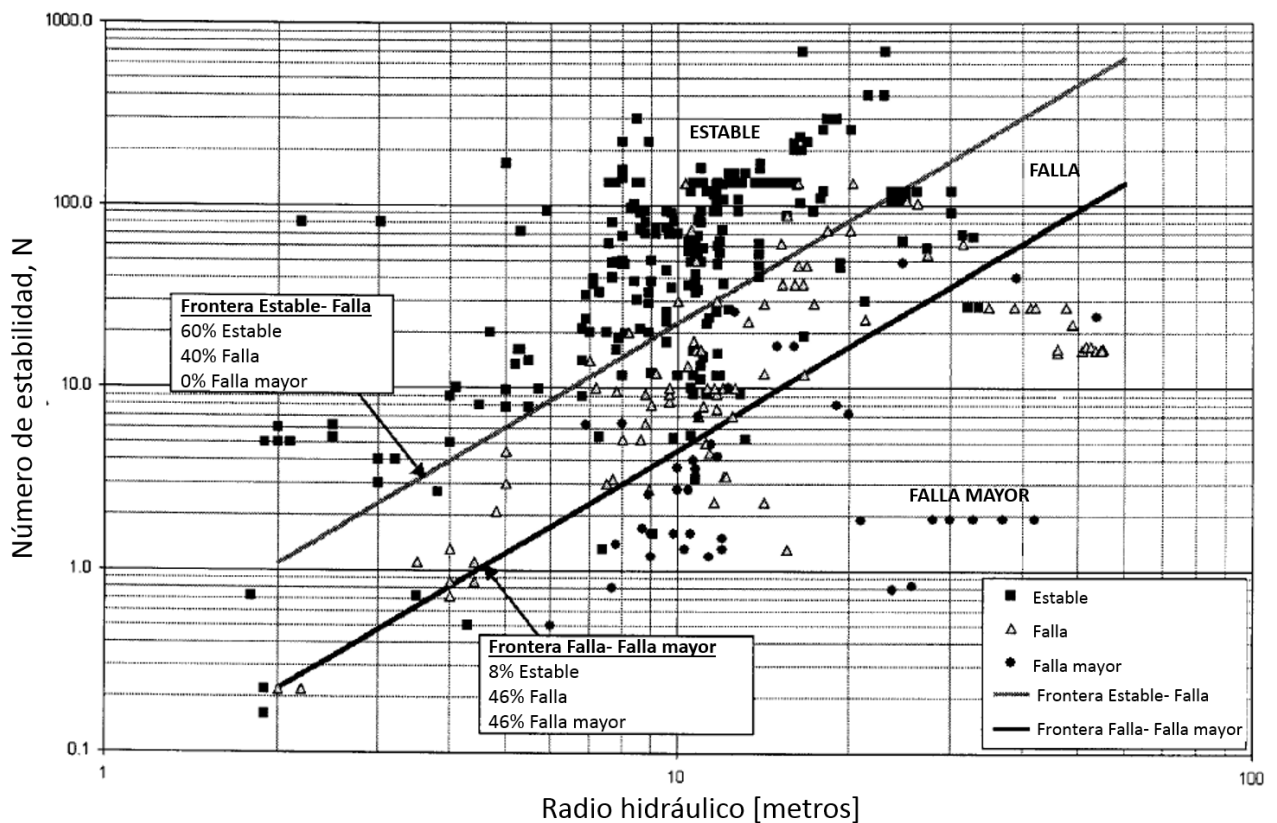


Figura 11: Gráfico de estabilidad extendido, modificado de (Mawdesley, Trueman and Whiten 2001)

Líneas de isoprobabilidad estables, Mawdesley (2001)

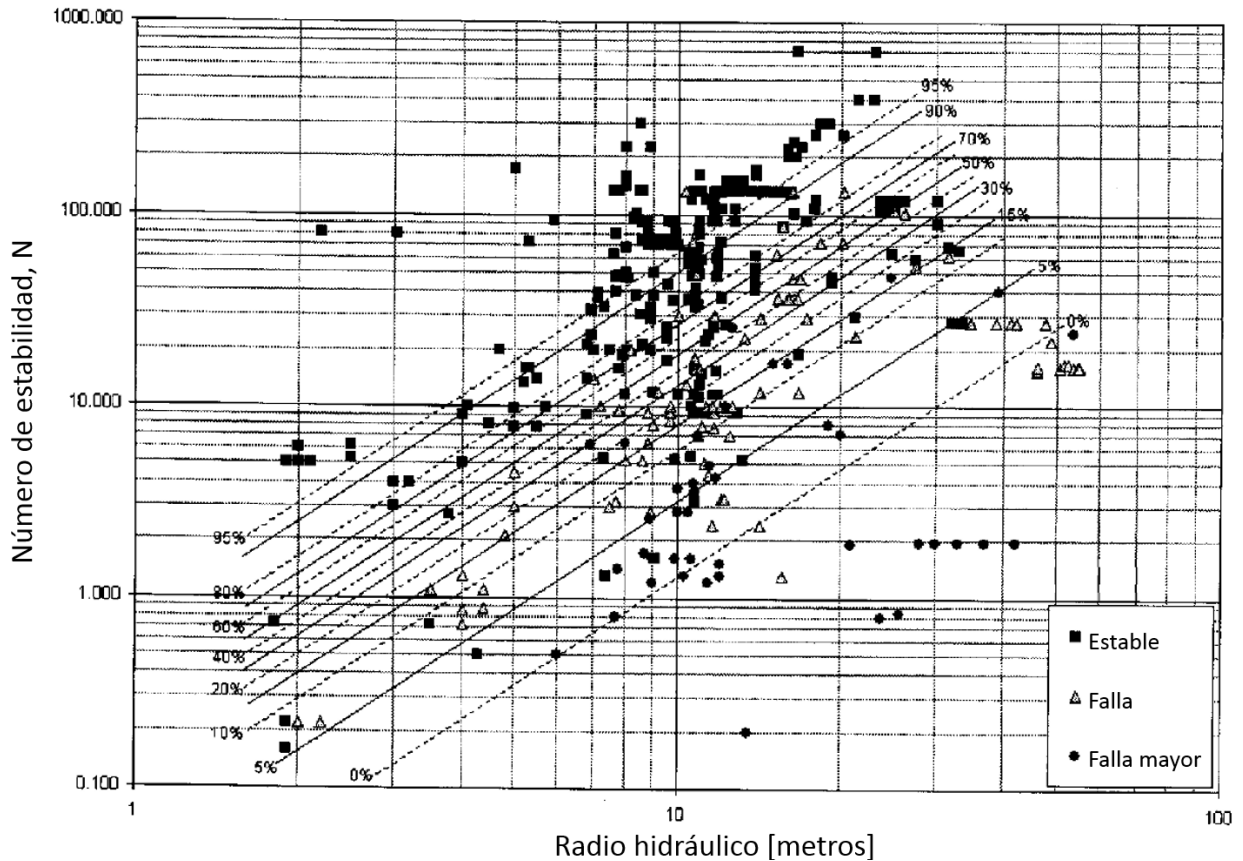


Figura 12: Líneas de isoprobabilidad estables, modificado de (Mawdesley, Trueman and Whiten 2001)

2.2.3 Metodología de Potvin

Potvin (1988) propuso un gráfico de estabilidad modificado del gráfico original de Mathews. El objetivo Principal de su estudio fue desarrollar un modelo geomecánico valido que pudiera predecir la estabilidad de caserones abiertos en el contexto geológico canadiense, para esto Potvin se basó en 176 casos históricos de caserones sin soporte y 66 casos con soporte recolectados de faenas de sublevel stoping en Canadá. La Figura 13 muestra el gráfico estabilidad modificado junto con los casos históricos sin soporte, en éste se identifican 3 zonas de estabilidad:

- Zona estable: Estabilidad con pequeños desprendimientos locales, que no necesita de mayor soporte o refuerzo.
- Zona inestable: Se generan desprendimientos locales que pueden ser considerables hasta lograr la geometría de arco mecánico estable. Se aconseja la utilización de soporte y refuerzo.
- Zona de hundimiento: Inestabilidad potencial, donde puede ocurrir desprendimientos a lo largo de toda la pared de manera de inhabilitar la actividad minera en el sector.

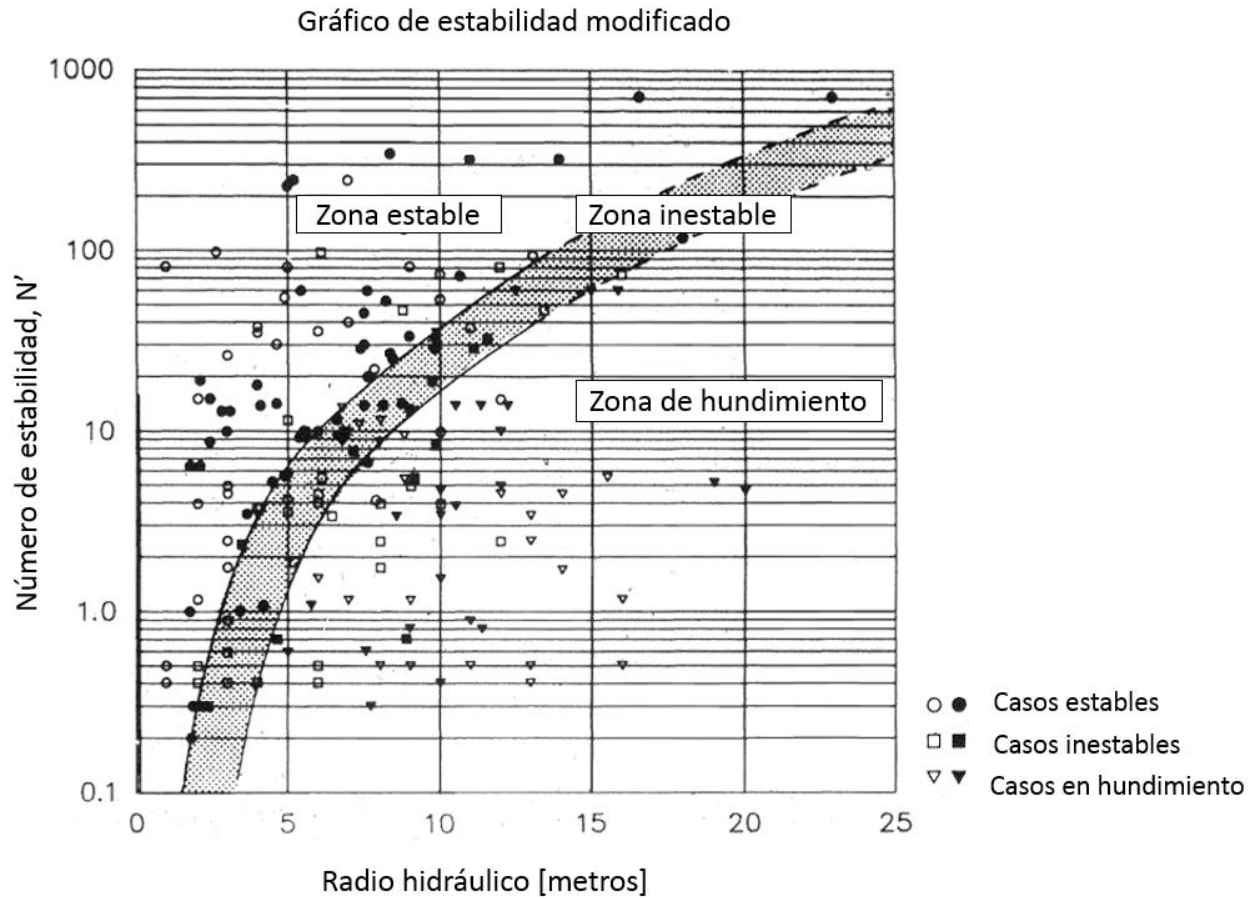


Figura 13: Gráfico de estabilidad modificado, modificado de (Potvin 1988)

Para ubicar los casos históricos en éste gráfico, al igual que en la metodología de Mathews, es necesario el desarrollo de 2 factores: número de estabilidad modificado (N') y radio hidráulico. El número N' es obtenido de manera similar al N de Mathews, sin embargo difieren en el cálculo de los factores de ajuste.

Ecuación 6: Número de estabilidad modificado

$$N' = Q' \cdot A \cdot B \cdot C$$

En el método de Potvin el Factor A, derivado por modelamiento numérico, representa la influencia de los esfuerzos inducidos en torno a la excavación. Los factores B y C fueron modificados de sus antecesores de Mathews, a través del estudio en redes estereográficas y minimizando las formas de falla por gravedad en dos formas: caída por causa gravitacional y deslizamiento relativo de bloques.

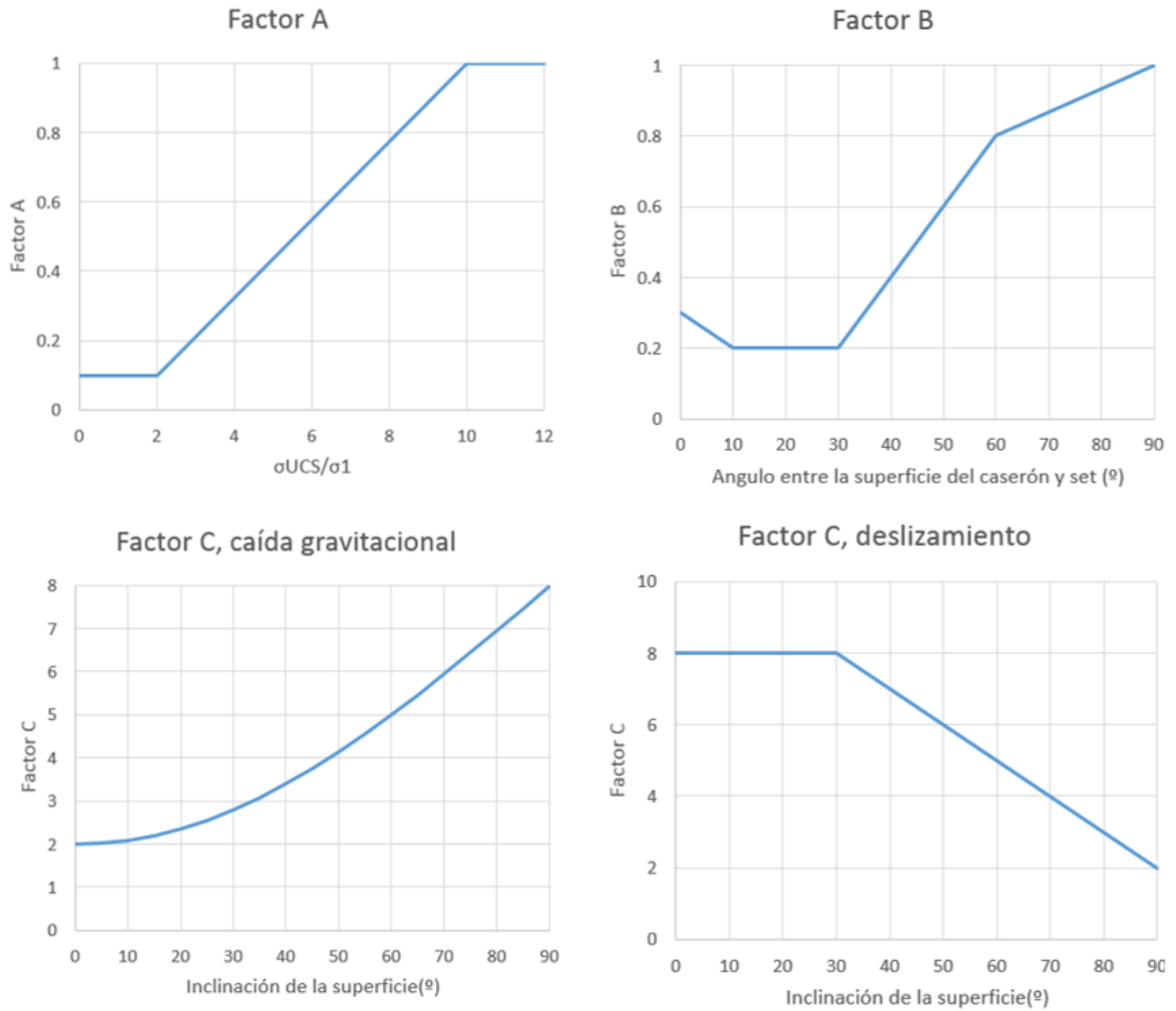


Figura 14: Factores de ajuste de Potvin

Nickson (1992) expandió la base de datos original de Potvin con 13 casos históricos sin soporte y 46 casos con soporte de 13 faenas canadienses, estadounidenses e irlandesas. Las 3 zonas de estabilidad definidas por Potvin fueron modificadas por Nickson (1992) el cual delimitó 5 zonas de estabilidad que por primera vez consideraban soporte:

- Estable
- Zona de transición sin soporte
- Estable con soporte
- Zona de transición con soporte
- Zona de hundimiento

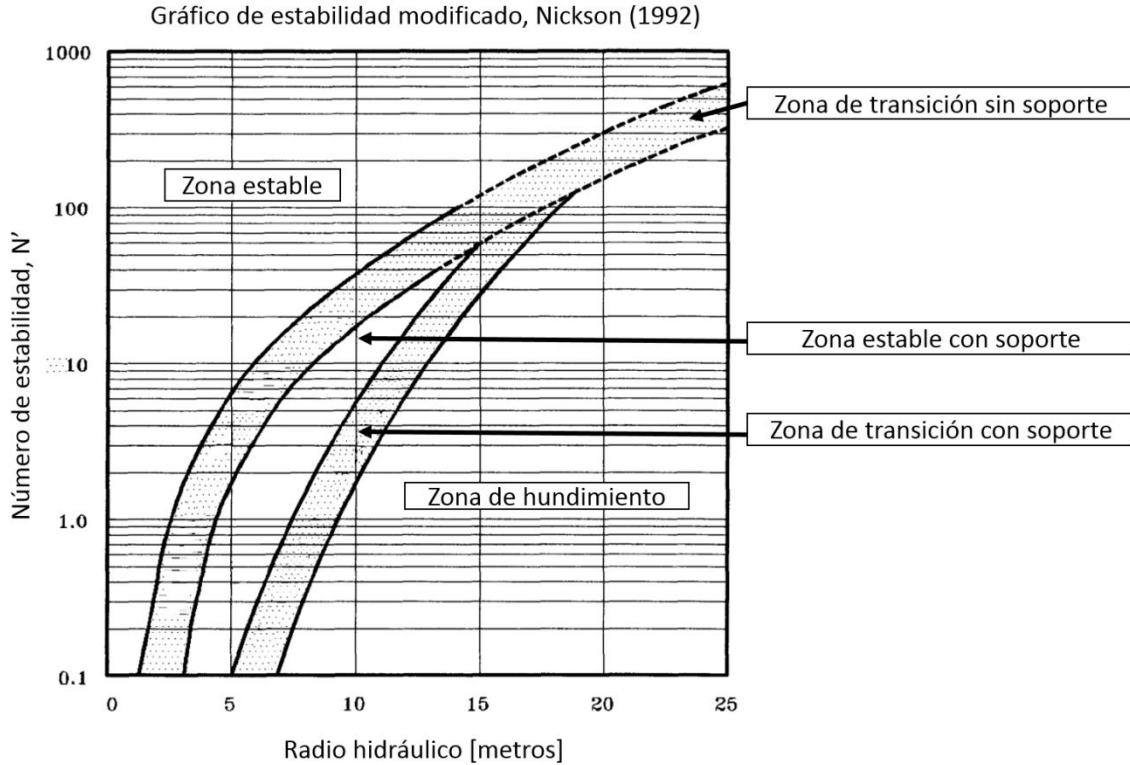


Figura 15: Gráfico de estabilidad modificado de Nickson, modificado de (Nickson 1992)

Hadjigeorgiou et al. (1995) actualiza el gráfico de estabilidad basado en un total de 228 casos históricos. Esta base de datos fue trabajada estadísticamente utilizando el método de análisis discriminante. La Figura 16 muestra el gráfico de estabilidad de Hadjigeorgiou et al. (1995) y las nuevas fronteras obtenidas.

Suorineni (1998) ocupa la función de verosimilitud para definir la frontera de estabilidad, utilizando el número de estabilidad modificado N'

$$RH = 10^{(0.4905 - 2 \log(\Delta) + 0.3738 \log(N'))}$$

Ecuación 7: Frontera de estabilidad Suorineni

Donde Δ es la razón entre la probabilidad de ser estable y la probabilidad de ser inestable. Una razón de 1 tiene igual probabilidad de ser estable o inestable y resultaría en una frontera similar a la propuesta por Nickson 1992.

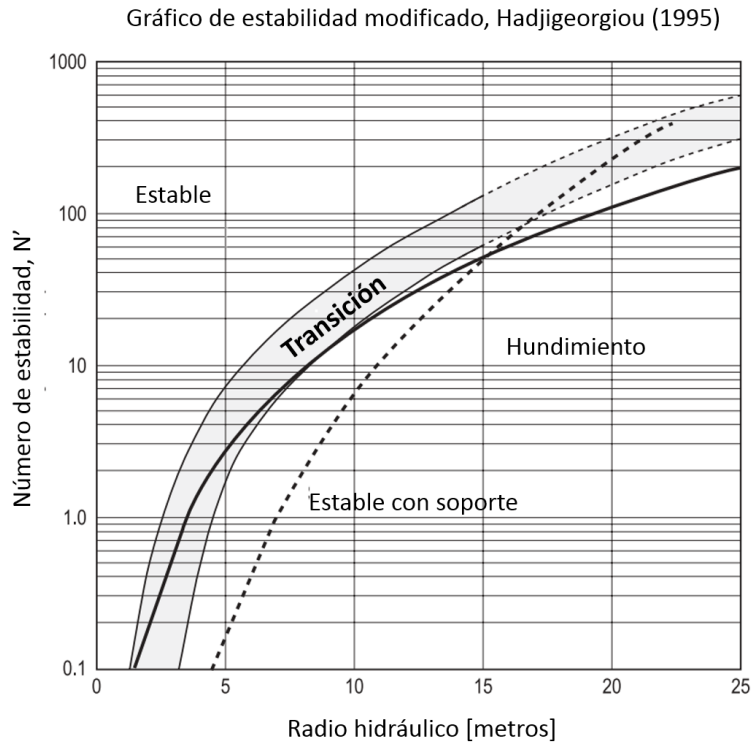


Figura 16: Gráfico de estabilidad modificado (Hadjigeorgiou et al. 1995) , modificado de (Potvin and Hadjigeorgiou 2001)

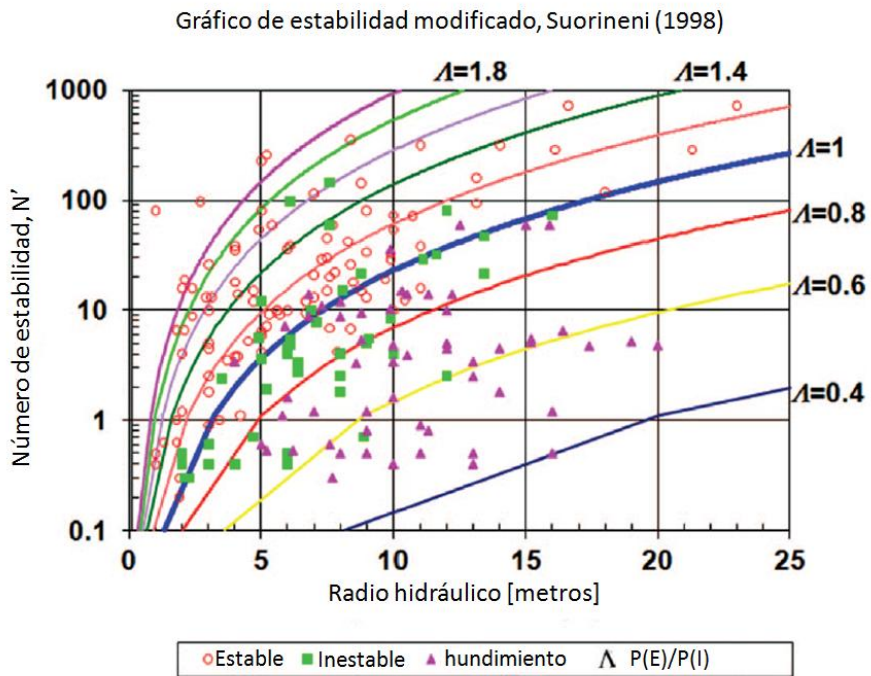


Figura 17: Gráfico de estabilidad modificado Suorineni, modificado de (Suorineni 2010)

2.3 Efecto de esfuerzos inducidos en estabilidad

2.3.1 Esfuerzos compresivos

El factor de esfuerzos reemplaza al factor SRF del Sistema de clasificación Q y toma principalmente en cuenta el efecto de los esfuerzos compresivos ejercidos sobre las paredes de los caserones. Altos esfuerzos compresivos ejercidos sobre el macizo rocoso pueden ocasionar falla o agrietamiento de la roca intacta, corte a lo largo de discontinuidades pre-existentes, rotación de bloques o cualquier combinación de las anteriores. La complejidad y variabilidad de estos fenómenos hacen difícil reproducirlos, con un cierto nivel de precisión, en un modelo empírico. La aproximación de Mathews et al. (1981) escala el esfuerzo inducido tangencial paralelo a la excavación (σ_i) con la resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta (σ_{UCS}). Esto sugiere que el efecto del esfuerzo compresivo es proporcional a la magnitud relativa del esfuerzo tangencial normalizado con el σ_{UCS} (Potvin 1988).

Al comparar el factor de esfuerzos de Mathews (Figura 9) con el de Potvin (Figura 14) se puede apreciar una que para valores de σ_i/σ_{UCS} mayores a 2 son exactamente iguales, sin embargo la diferencia se da a valores menores a 2 en donde Mathews et al. (1981) asigna un valor de 0 ya que asume falla automática, mientras que Potvin (1988) asigna un valor de 0.1 justificando que existen diversos casos de caserones en los cuales los esfuerzos inducidos sobre el techo son altos pero se mantienen estables debido a que poseen dimensiones pequeñas. Estos casos se presentan en la Figura 18 con los cuales Potvin (1988) concluye que su calibración parece ajustarse bien.

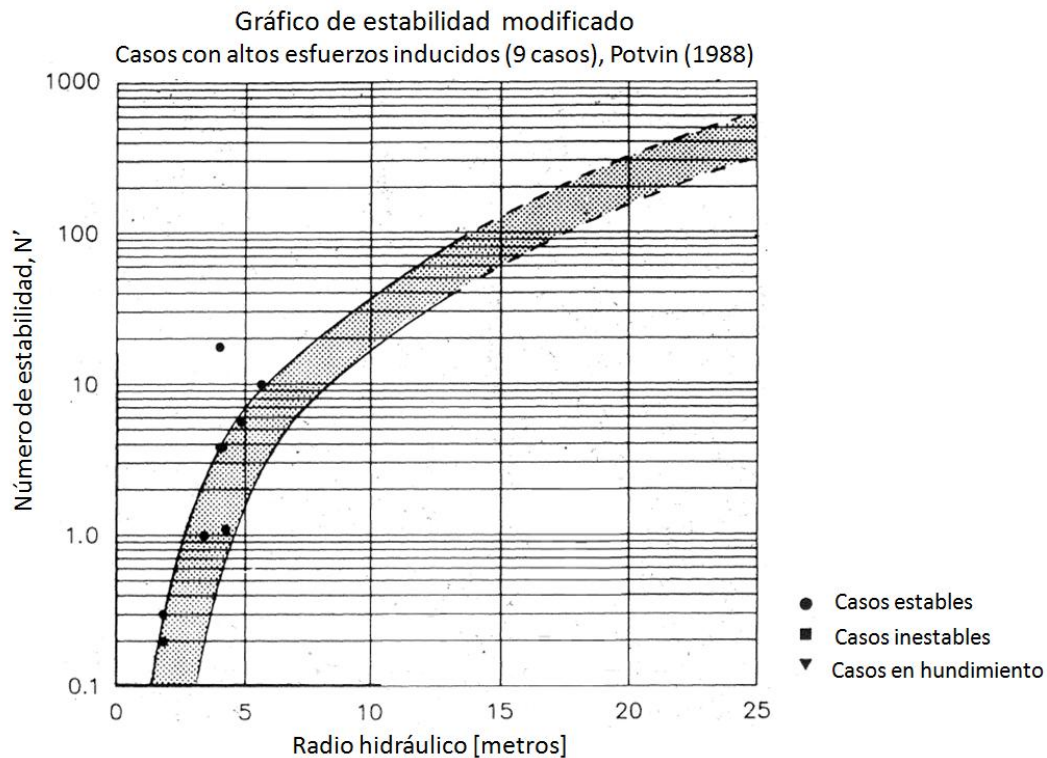


Figura 18: Gráfico de estabilidad modificado, casos con altos esfuerzos inducidos, modificado de (Potvin 1988)

2.3.2 Esfuerzos de tracción

Las zonas de relajación se crean en las paredes de caserones longitudinales cuando la razón de esfuerzos in-situ "K" es mayor que 1. Como la roca intacta y las discontinuidades tienen una baja resistencia a la tracción este estado de esfuerzos no es propicio para realizar labores mineras. Los esfuerzos de tracción abren las discontinuidades pre-existentes o inducen nuevas fracturas a través de la roca intacta creando una zona de relajación en donde los bloques individuales tienen mayor libertad de movimiento volviéndose susceptibles a la acción de la gravedad debido al estado de desconfinamiento.

En la metodología original de Mathews los esfuerzos de relajación actuando en las paredes de un caserón no son tomados en cuenta por lo cual se les asigna un valor de A igual a 1.

Potvin (1988) concuerda con Mathews et al. (1981) y sugiere que la influencia del estado de relajación se encuentra indirectamente representado por el radio hidráulico y el factor de ajuste por gravedad C. Los casos históricos en relajación estudiados por Potvin (1988) se presentan en la Figura 19, con esta el autor concluye que no se justifica un ajuste para el factor de esfuerzos para los estados de esfuerzos en relajación ya que se aprecia que la ubicación de los casos históricos concuerda con las zonas de estabilidad trazadas.

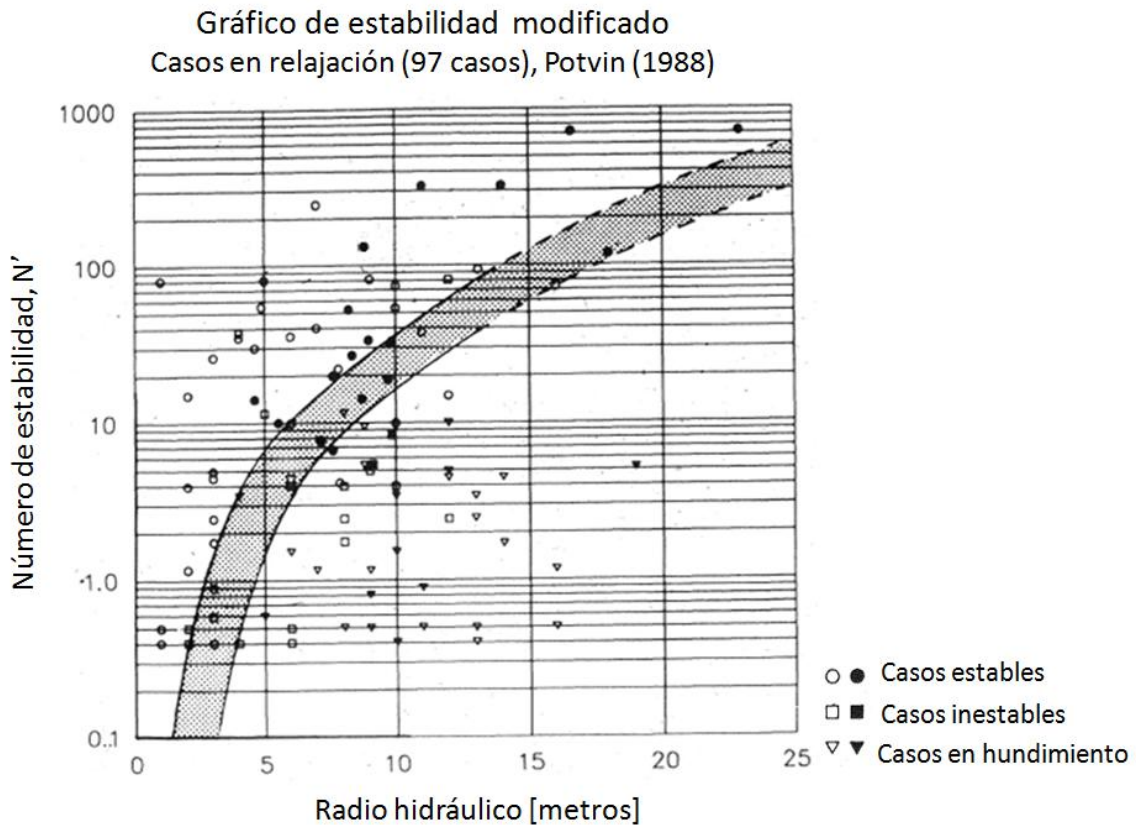


Figura 19: Gráfico de estabilidad modificado, casos en relajación, modificado de (Potvin 1988)

Diederichs y Kaiser (1999) propusieron un cambio al factor A para tomar en consideración los esfuerzos de tracción actuando sobre las paredes de un caserón (Figura 20). sin embargo Steward (2001) rechaza la validez de este factor debido a que entrega peores resultados que al utilizar el factor A propuesto por Mathews et al. (1981)

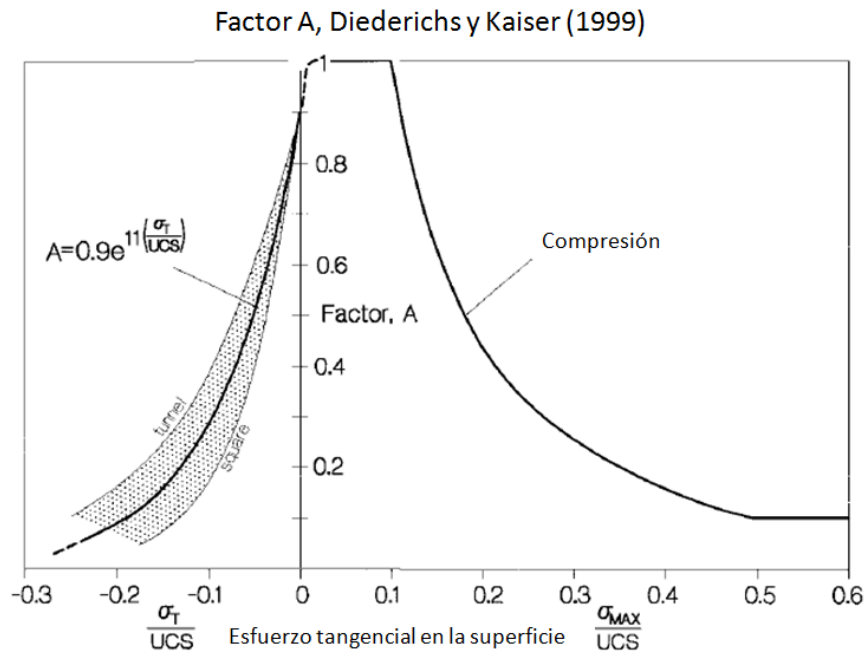


Figura 20: Factor de esfuerzos propuesto por Diederichs y Kaiser, modificado de (Diederichs and Kaiser 1999)

Por su parte Mitri et al. (2011) señala que los estados de esfuerzos en relajación no son para nada beneficiosos para la estabilidad de excavaciones y que para caserones esbeltos los esfuerzos de tracción producen la pérdida de las fuerzas de cohesión a lo largo de hangingwalls y footwalls lo cual trae como resultado sobre-excavación y dilución indeseada. Mitri et al. (2011) propuso la siguiente modificación modelo para el factor A de Potvin (1988):

Ecuación 8: Maximum Stress Factor (Mitri et al. 2011)

$$MSF = \sigma_{i \text{ Max}} / \sigma_{UCS}$$

Ecuación 9: Modelo factor A (Mitri, Hughes and Zhang 2011)

$$A = \begin{cases} 0.1 & \text{si } MSF < 0.0 \\ 0.1 + 0.9e \left[\left(-e^{-\frac{MSF-0.3}{0.09}} \right) - \frac{MSF - 0.3}{0.09} + 1.0 \right] & \text{si } 0.0 < MSF < 1.0 \\ 0.1 & \text{si } MSF > 1.0 \end{cases}$$

La Figura 21 muestra una comparación entre el factor A desarrollado por Potvin (1988) y el de Mitri et al. (2011). Se puede apreciar que Mitri et al. (2001) coincide con Potvin para casos de altos esfuerzos compresivos ya que ambos factores se comportan de igual manera en valores de MSF superiores a 0.7. Sin embargo se puede apreciar que la curva de Mitri posee un peak en MSF=0.3 que difiere con Potvin, esto se basa en que

la falla compresiva se iniciaría a esfuerzos mayores a 30% del UCS (Mitri, Hughes and Zhang 2011). Finalmente para estados de relajación ($MSF < 0.1$) las curvas difieren completamente ya que Mitri et al. (2011) penaliza con un valor de 0.1 a estos casos, mientras que Potvin les asigna un valor de 1.

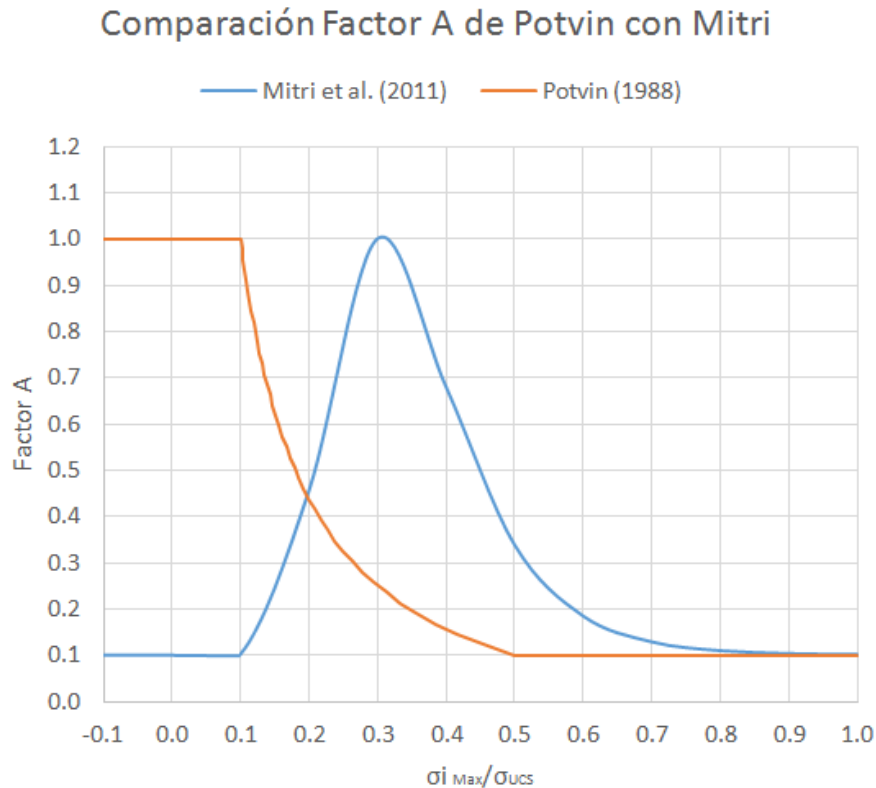


Figura 21: Comparación factor A Potvin et al. (1981) con Mitri et al. (2011)

El Factor de ajuste de esfuerzos propuesto por Mitri et al. (2011) es un intento por cuantificar el efecto de los esfuerzos de relajación en la estabilidad de caserones, sin embargo esto se contrapone a lo observado empíricamente por Potvin (1988). La modificación del factor A en relajación desplazaría los casos históricos, presentados en la Figura 19, hacia abajo siendo su número N' 0.9 veces menor al calculado por Potvin, dado esto, no existiría consistencia entre la frontera de estabilidad y los casos históricos por lo cual el factor A desarrollado por Mitri et al. (2011) no se presenta a priori como un ajuste válido para casos de relajación de esfuerzos.

Como se ha visto en esta sección han existido esfuerzos por representar en el gráfico de estabilidad los casos en estado de esfuerzos de relajación, sin embargo autores como Steward y Mawdesley han planteado que el factor de esfuerzos original de Mathews sigue siendo el que mejor se ajusta a los casos históricos estudiados.

2.4 Obtención de esfuerzos inducidos en paredes para métodos de estabilidad

Como se vio en secciones anteriores, el cálculo del factor de esfuerzos de los métodos de estabilidad gráficos requiere de la obtención del esfuerzo principal mayor inducido sobre la pared del caserón. Los esfuerzos principales inducidos en las paredes de un caserón, actúan en 2 direcciones perpendiculares del plano de interés. La magnitud de estos esfuerzos es función de los esfuerzos in-situ y de la geometría de la unidad básica de explotación.

En la actualidad la mayoría de las operaciones mineras tienen acceso a softwares de modelamiento numérico 2D y 3D, sin embargo, la utilización de estos para el cálculo de esfuerzos hace engorroso los procesos de diseño y back análisis de casos históricos. En el proceso de diseño se debe disponer de herramientas que permitan un cálculo rápido de los esfuerzos inducidos de manera de permitir el análisis de cuantas geometrías estime pertinente el diseñador en el menor tiempo posible. Por su parte en el proceso de back análisis de casos históricos se dispone de bases de datos con una gran cantidad de casos los cuales poseen geometrías y condiciones de esfuerzos distintas entre sí, en este contexto los ábacos de cálculo de esfuerzos inducidos son de gran utilidad ya que permiten el rápido procesamiento de éstos sin necesidad de tener que recurrir a softwares de modelamiento numérico los cuales harían el proceso tedioso.

Tanto Mathews et al. (1981) como Potvin (1988) desarrollaron ábacos que permiten el cálculo de esfuerzos inducidos sobre las paredes de caserones abiertos. Como se ha visto anteriormente este es un procedimiento bastante relevante para la obtención del factor de esfuerzos (A). Una mala estimación de los esfuerzos inducidos podría resultar en una pobre representación del factor de esfuerzos, lo cual podría hacer a una base de datos y su gráfico de estabilidad asociado poco consistentes.

2.4.1 Curvas de Mathews

Mathews et al. (1981) propuso dos gráficos para estimar los esfuerzos inducidos en la mitad de las caras de un caserón. Para esto definió dos planos: plano medio horizontal y plano medio vertical. A los gráficos de Mathews se ingresa con la razón de aspecto del plano junto con la razón de esfuerzos in-situ a lo largo de este. Las curvas entregan como resultado el esfuerzo inducido en la mitad de la cara paralelo al plano, dividido por el esfuerzo vertical u horizontal según sea el caso.

Los gráficos de Mathews fueron desarrollados mediante el modelamiento numérico de caserones en dos dimensiones. Se asumen caserones de largo infinito razón por la cual las curvas no retratan fielmente la naturaleza tridimensional de los caserones abiertos.

Tanto para el desarrollo del gráfico de estabilidad original (Mathews et al. 1981) como para las últimas actualizaciones de éste (Mawdesley 2002) se utilizaron las curvas propuestas por Mathews para el cálculo de los esfuerzos inducidos de cada pared, el error en el que podrían haber incurrido éstos autores en la realización del back análisis de casos históricos será discutido en las siguientes secciones.

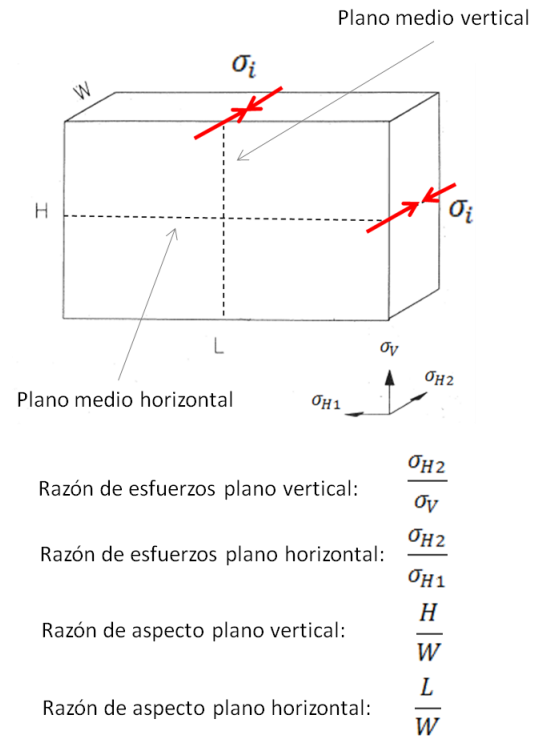
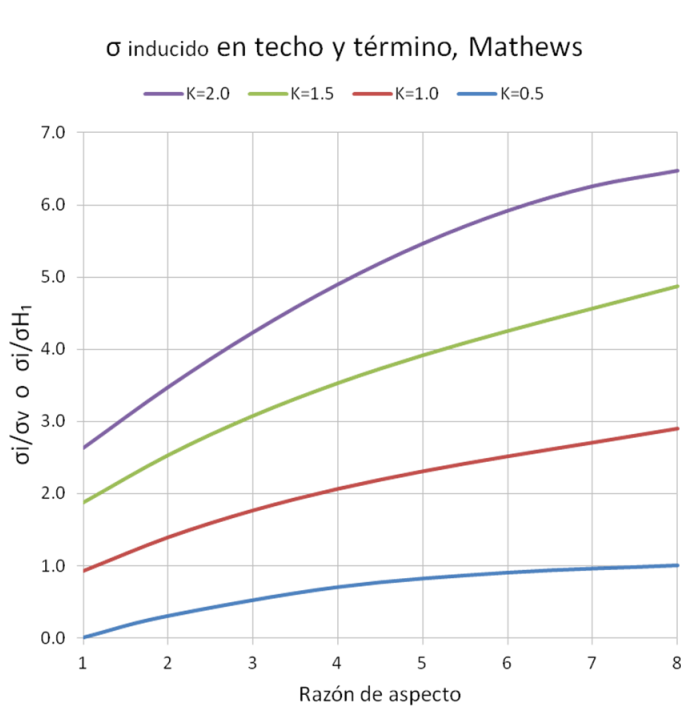


Figura 22: Curvas de estimación de esfuerzos inducidos para techos y paredes de término, modificado de Stewart y Forsyth (1995)

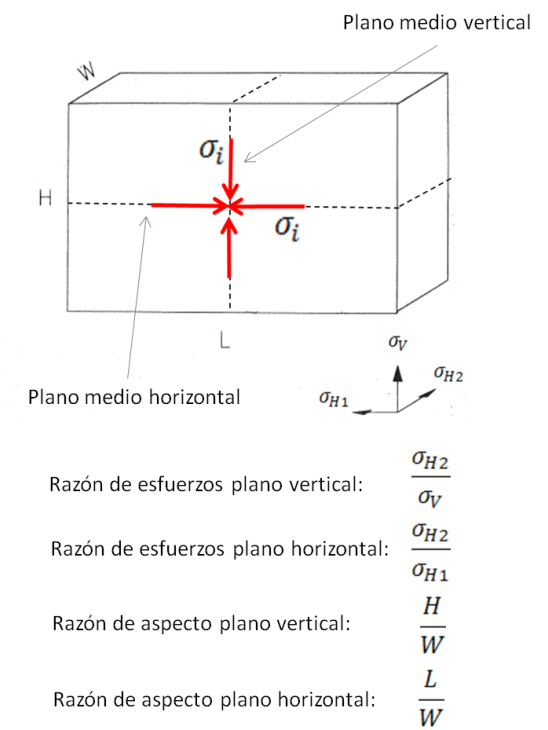
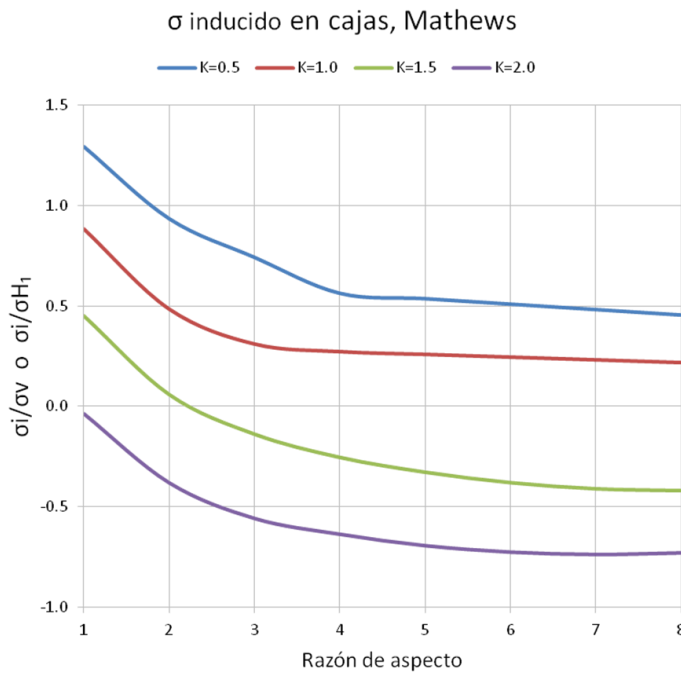


Figura 23: Curvas de estimación de esfuerzos inducidos para cajas, modificado de Stewart y Forsyth (1995)

2.4.2 Curvas de Potvin

Potvin (1988) propuso curvas que permitían la estimación de esfuerzos inducidos para sus más de 200 casos canadienses recolectados. Estas curvas fueron desarrolladas corriendo 70 modelos en un software de elementos de borde 3D (BEAP).

Para la realización de los modelos, Potvin asumió los siguientes supuestos:

- Se consideraron caserones aislados
- Las geometrías usadas se basaron en caserones abiertos observados en más de 30 minas canadienses. Sin embargo, sus formas fueron idealizadas y solo se consideró un dip vertical.
- La geometría del problema se dividió en configuraciones longitudinales y transversales mientras los esfuerzos in-situ variaron desde la condición isostática ($K=1.0$) hasta $K=2.5$ en las tres direcciones.
- Se asume un ancho de $1/4$ de la dimensión intermedia.

Las razones de aspecto y de esfuerzos que considera Potvin se pueden apreciar en la Figura 24, mientras que la Figura 25 y la Figura 26 muestran las curvas para el cálculo de esfuerzos inducidos en cajas (plano vertical y horizontal), techos y paredes de término.

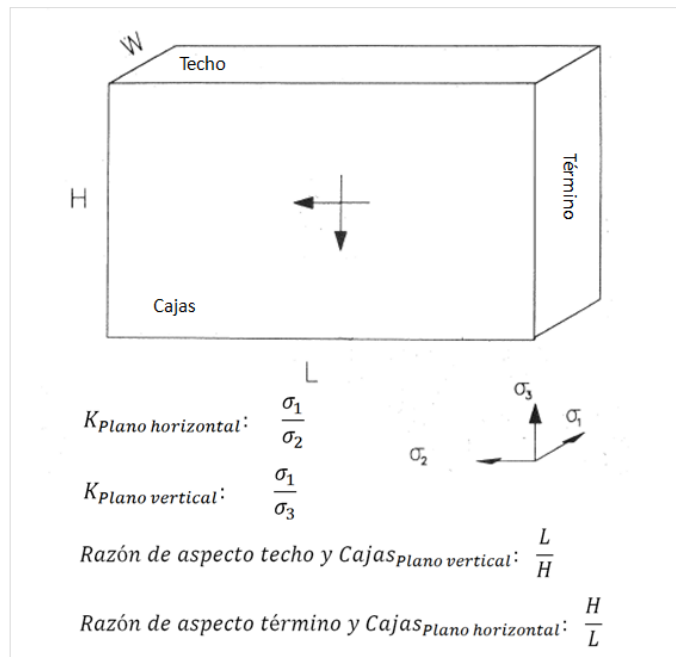


Figura 24: Definición de razón de aspecto y razón de esfuerzos para estimación de esfuerzos inducidos, modificado de Potvin (1988)

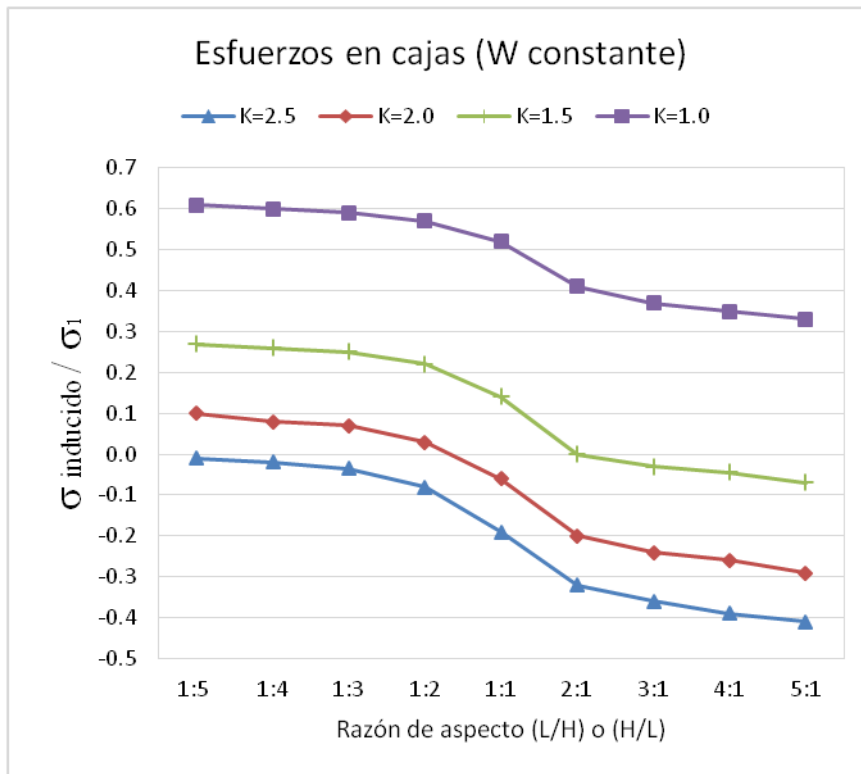


Figura 25: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en Cajas, modificado de Potvin (1988)

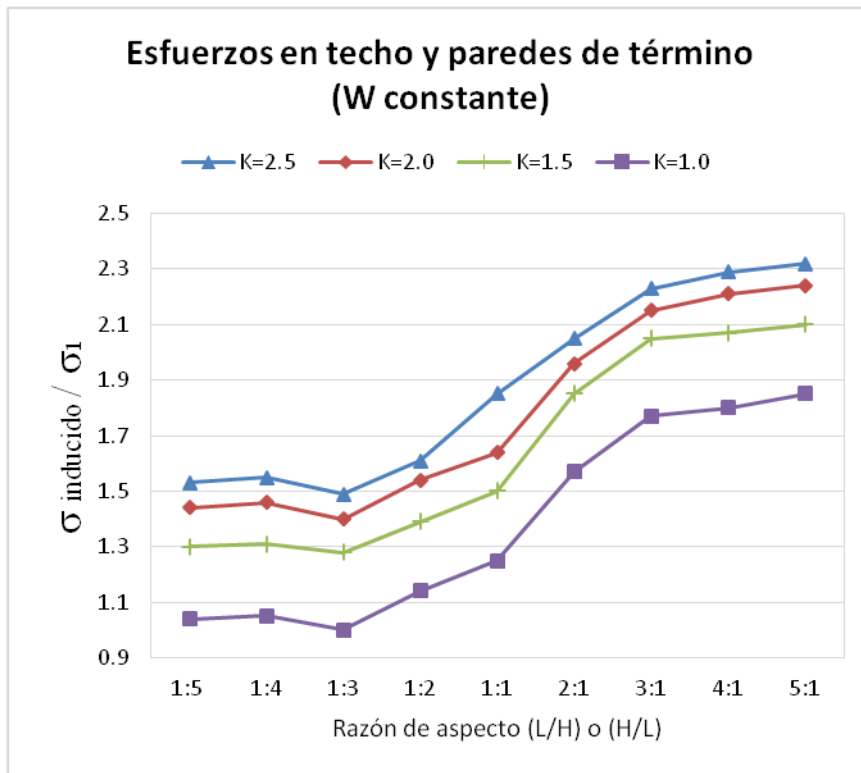


Figura 26: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en Techos, modificado de Potvin (1988)

Como se puede apreciar, a diferencia de los gráficos de Mathews et al. (1981), Potvin (1988) si considera la influencia de la tercera dimensión, sin embargo Potvin realizó estas curvas basado en las geometrías características de la base de datos canadiense, es por esto que no sería recomendable utilizarlas en escenarios que no cumplan los supuestos utilizados por el autor.

2.4.3 Modelamiento numérico

2.4.3.1 Métodos de modelamiento numérico

En la actualidad existen tres métodos tridimensionales ampliamente utilizados en el modelamiento numérico en mecánica de rocas: método de elementos de borde (BEM), método de elementos finitos (FEM) y método de diferencias finitas (FDM). Estos tres métodos son de naturaleza continua, y se ajustan en mayor o menor medida a las características propias del problema a modelar, permitiendo la implementación de rutinas que incorporen los supuestos sobre el modelo constitutivo del macizo rocoso.

La principal virtud del modelamiento numérico tridimensional, por sobre los estudios bidimensionales, guarda relación con el ahorro en los errores inducidos por supuestos tales como deformaciones planas o esfuerzos planos, permitiendo delimitar con mayor exactitud las zonas con gradientes de esfuerzos y sus geometrías o patrones (Castro 2014).

El presente trabajo se basará en el modelamiento numérico 3D de esfuerzos al rededor de caserones con el objetivo de apreciar su impacto en el factor de esfuerzos. Para realizar esto se utilizará el software de modelamiento numérico RS3 (propiedad de rocsience) el cual ocupa el método de elementos finitos (FEM) el cual se describe en la siguiente sección.

2.4.3.2 Método de elementos finitos

En el modelamiento numérico de elementos finitos todo el dominio del problema debe ser definido y discretizado previo a realizar la simulación. Esta discretización consiste en la generación de una malla en la que coexisten zonas unidas entre sí en sus vértices por nodos generando así la interacción conjunta de todo el dominio. Por lo general la malla debe tener una densidad mayor al rededor de las excavaciones del modelo de manera de lograr una buena representación de las zonas de gradientes de esfuerzos altos.

En el primer paso del FEM se seleccionan un set de funciones que definen las componentes de desplazamiento en cualquier punto dentro del elemento finito en términos de los desplazamientos nodales. La variación de los desplazamientos define el estado de deformación en el elemento, mientras las deformaciones inducidas y las propiedades elásticas del medio determinan los esfuerzos inducidos en el elemento. Finalmente la superposición de los esfuerzos iniciales e inducidos determina el esfuerzo total en el elemento.

Las principales ventajas de este tipo de modelamiento es que se pueden realizar simulaciones con material heterogéneo y se logran representar de buena forma modelos constitutivos complejos, incluyendo plasticidad del material. Por su parte una

de las principales desventajas del método radica en los altos tiempos de procesamiento ya que para llegar a la solución del sistema es necesario resolver un sistema de ecuaciones multivariable. A mayor tamaño de la matriz a invertir, mayores son los tiempos de cálculo, los cuales pueden llegar a ser sumamente altos para problemas complejos.

Phase2 y RS3 son ejemplos de softwares ampliamente utilizados y que ocupan el método FEM. El primero asume la condición de deformaciones planas debido a su bidimensionalidad, lo que no permite estudiar a plenitud el patrón de distribución de esfuerzos inducidos. Mientras que RS3 permite el modelamiento en 3 dimensiones lo cual lo hace más útil para estudio de complejas geometrías tridimensionales.

2.5 Discusión

Los métodos de estabilidad gráficos son una herramienta ampliamente utilizada en el proceso de diseño de caserones abiertos, sin embargo éstos no entregan una confiabilidad absoluta debido a la naturaleza empírica en la que fueron concebidos, es por esto, que para obtener resultados satisfactorios, la utilización de los gráficos debe ir acompañada de análisis más detallados que consideren el contexto geotécnico particular sobre el cual se está trabajando. Más aún tanto el gráfico de estabilidad de Mathews como el de Potvin en sus últimas versiones actualizadas están basados en casos históricos en su mayoría australianos y canadienses por lo cual no necesariamente representan las prácticas operacionales y la geología particular de faenas ubicadas en otros países, debido a esto es recomendable la recolección de datos históricos locales de manera de desarrollar curvas de estabilidad más acorde a la realidad específica de cada faena.

Con respecto al factor de esfuerzos numerosos autores han tratado de cuantificar el efecto de los esfuerzos de relajación, sin embargo, estos intentos no han logrado adaptarse bien a las bases de datos de casos históricos de la literatura. Esto puede deberse a que la falla del macizo en presencia de esfuerzos de tracción no solo está influenciada por la resistencia a la tracción de la roca intacta, sino que también depende del área abierta o radio hidráulico y el grado de fracturamiento del macizo rocoso.

El cálculo de los esfuerzos inducidos sobre las paredes de un caserón es un paso crucial para la determinación del factor A, es por esto que se debe realizar una buena estimación de éstos para lograr una base de datos consistente y de buena calidad. Las curvas propuestas por Mathews obtenidas desde modelamiento numérico de 2 dimensiones, no consideran la naturaleza tridimensional de los caserones abiertos por lo cual se puede estar siendo inconsistente en el cálculo del factor A. Por su parte Potvin desarrolló sus curvas basándose en el modelamiento numérico en 3 dimensiones, sin embargo, éstas se adaptan exclusivamente a las geometrías características de los casos históricos canadienses por lo cual no son útiles para caserones que escapen de esta realidad. Finalmente el modelamiento numérico de cada geometría entregaría los resultados más certeros, no obstante, hacen de los procesos de diseño y back análisis poco eficientes y engorrosos.

3 Metodología

El presente trabajo consta de dos partes. La primera de éstas se centra en la realización de curvas para estimación de esfuerzos inducidos, utilizando el software de modelamiento numérico en tres dimensiones RS3, con el objetivo de extender a geometrías 3D los gráficos propuestos por Mathews et al. (1881). La siguiente figura muestra un esquema del procedimiento a seguir.

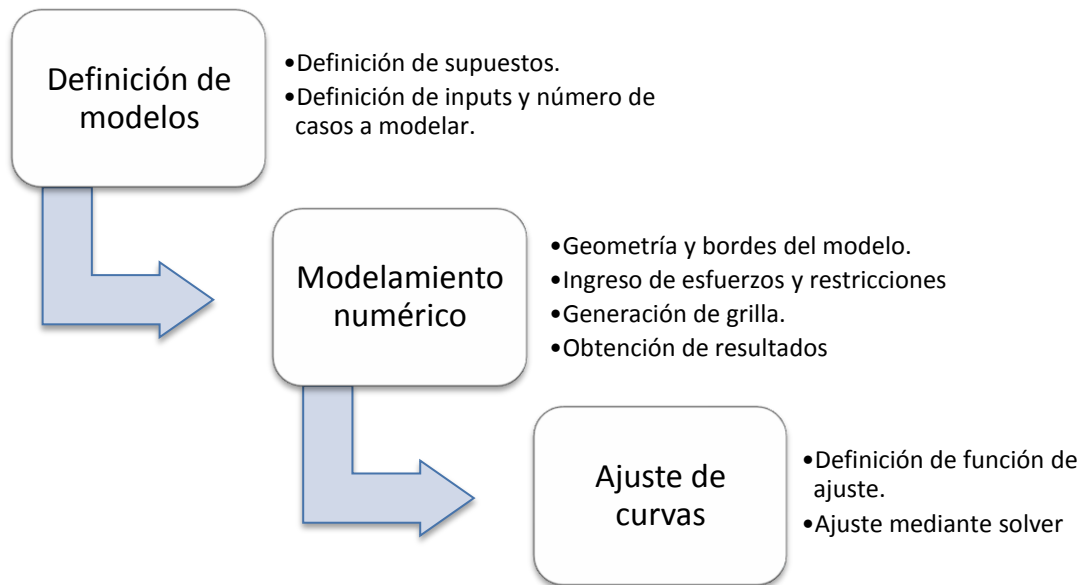


Figura 27: Metodología modelamiento numérico

La segunda parte del trabajo utiliza las curvas obtenidas desde el modelamiento numérico realizado en la primera parte para cuantificar el impacto generado en el cálculo del factor de esfuerzos. Para esto se realizarán 1000 casos sintéticos de caserones, con diferentes geometrías y sometidos a distintas condiciones de esfuerzos, a los cuales se les calculará el factor de esfuerzos utilizando las curvas de Mathews y las nuevas curvas para geometrías tridimensionales derivadas en la primera parte. Finalmente se aplicaran estos resultados a la base de datos de Mawdesley (2002) de manera de cuantificar el impacto generado en el gráfico de estabilidad. La Figura 31 esquematiza el procedimiento llevado a cabo en esta segunda parte.

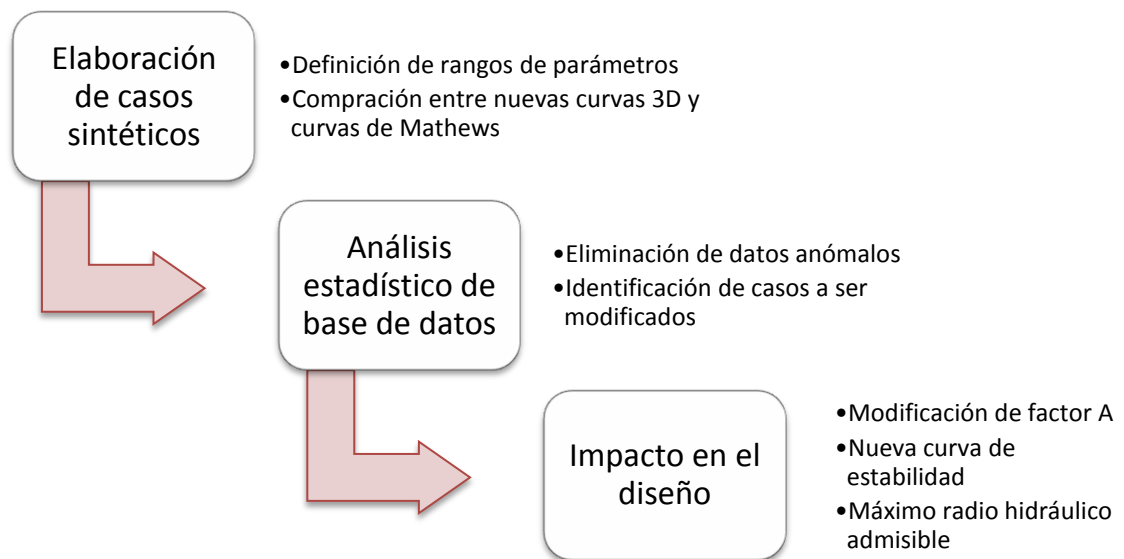


Figura 28: Metodología de impacto en el diseño

3.1 Modelamiento numérico

3.1.1 Número de modelos y parámetros de entrada

El objetivo de los modelos numéricos es obtener curvas que permitan obtener los esfuerzos inducidos para geometrías tridimensionales de manera fácil y rápida. Para esto se construyen una serie de modelos y se extienden las curvas originales propuestas por Mathews (revisadas en la sección de antecedentes).

Para la realización de los modelos se tienen las siguientes consideraciones:

- Se consideran caserones completamente aislados.
- Se consideran caserones idealizados con un dip de 90° .
- Se utiliza un modelo lineal constitutivo elástico.
- Las nuevas curvas utilizan los mismos inputs de los gráficos de Mathews: las razones de aspecto de los planos medios vertical y horizontal junto con la razón de esfuerzos in-situ a lo largo de éstos.
- Para la realización de los modelos se considera que el plano medio vertical corresponde a una rotación de 90° del plano medio horizontal (Figura 29), esto disminuye el número de modelos que debe correrse, ya que solo se analizan los esfuerzos a lo largo del plano horizontal.
- Los modelos se realizan variando la razón de aspecto tanto vertical como horizontal y la razón de esfuerzos. Para cada razón de aspecto vertical (H/W constante) se definen 4 razones de esfuerzos en el plano horizontal ($K=0.5, 1.0,$

1.5, 2.0), posteriormente para cada uno de ellos se varía la razón del plano vertical horizontal (L/W o largo variable). La Figura 30 ilustra lo dicho anteriormente.

- Se consideran caserones a una profundidad de 1000 [metros] y un factor de sobrecarga de 0.027 [Mpa/m]. La Tabla 8 resume los 4 estados de esfuerzos a utilizar.

Los datos de salida de cada uno de los modelos corresponden a los esfuerzos inducidos paralelos al plano medio horizontal tanto para la hanging wall como para la pared de término, divididos por σ_{H1} (Figura 31).

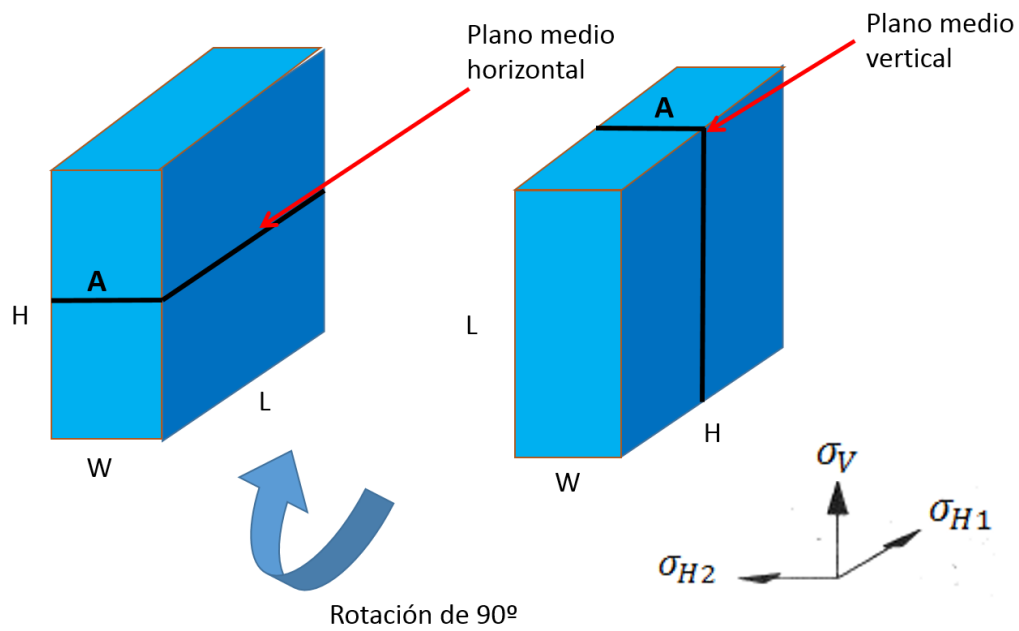


Figura 29: Rotación del plano medio horizontal

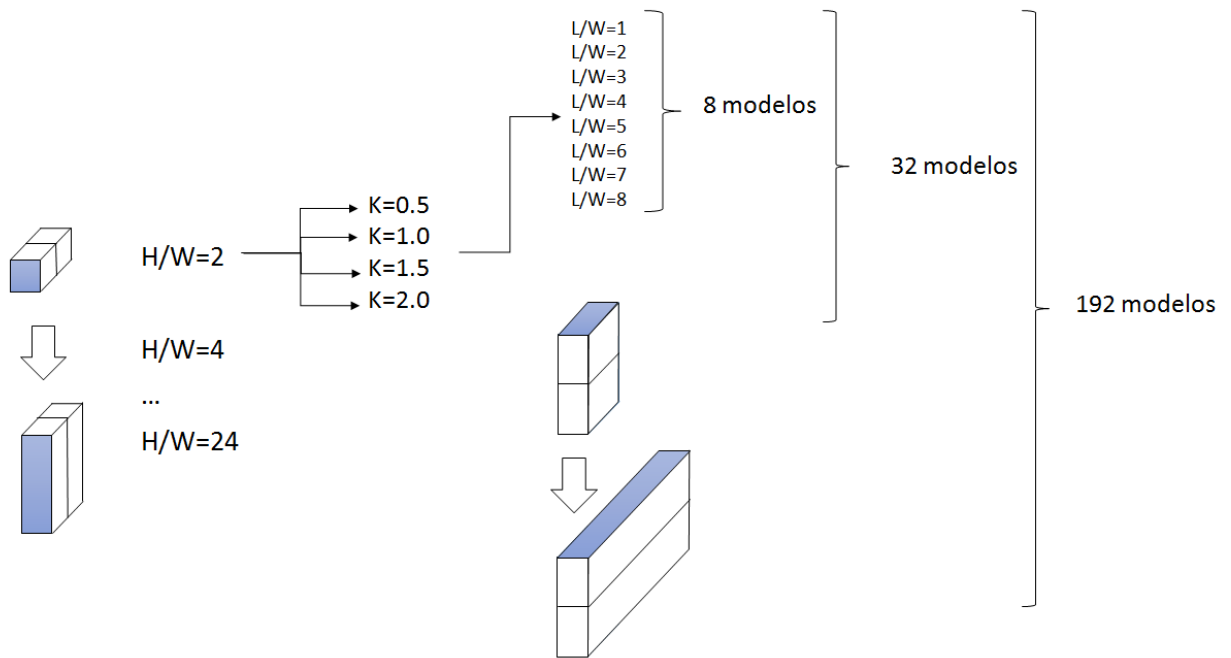


Figura 30: Esquema de modelos a realizar

Tabla 8: Estados de esfuerzos a utilizar.

Razón de esfuerzos "K" plano medio horizontal	σ_V [Mpa]	σ_{H1} [Mpa]	σ_{H2} [Mpa]
0.5	27	54	27
1.0	27	40.5	40.5
1.5	27	27	40.5
2.0	27	13.5	27

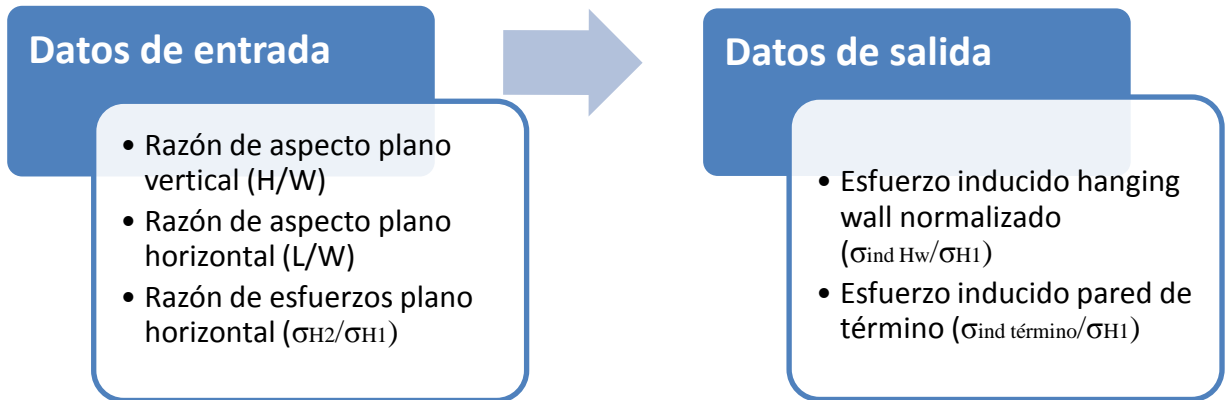


Figura 31: Esquema datos de entrada- datos de salida

3.1.2 Construcción de modelos en RS3

3.1.2.1 Geometría y bordes del modelo.

Como en la mayoría de los modelos numéricos, se procede en primer lugar a trazar el contorno de la excavación a evaluar. En el caso de RS3 se debe dibujar una geometría en el plano transversal (x-y) la cual representa a una sección del caserón de dimensiones H x W.

Una vez trazada la sección se define la forma y la ubicación de los límites del modelo en el plano transversal, éstos se deben ubicar lo suficientemente lejos de manera de no influenciar la distribución de esfuerzos alrededor de la excavación de interés. Los límites del modelo en el plano transversal son de forma rectangular y ubicados a una distancia de tres veces la altura del caserón. La Figura 32 muestra la disposición de la excavación y de los bordes del modelo en RS3.

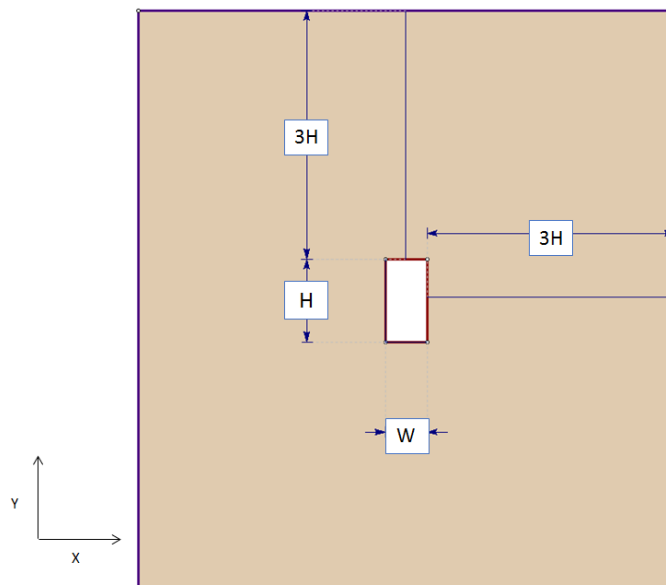


Figura 32: Definición de límites del modelo

La figura 33 muestra tres modelos corridos en Phase2 (software de elementos finitos 2D, propiedad de rocscience) con diferentes razones de esfuerzos, en la que se puede apreciar que la ubicación de los bordes escogida no afecta el gradiente de esfuerzos alrededor del caserón.

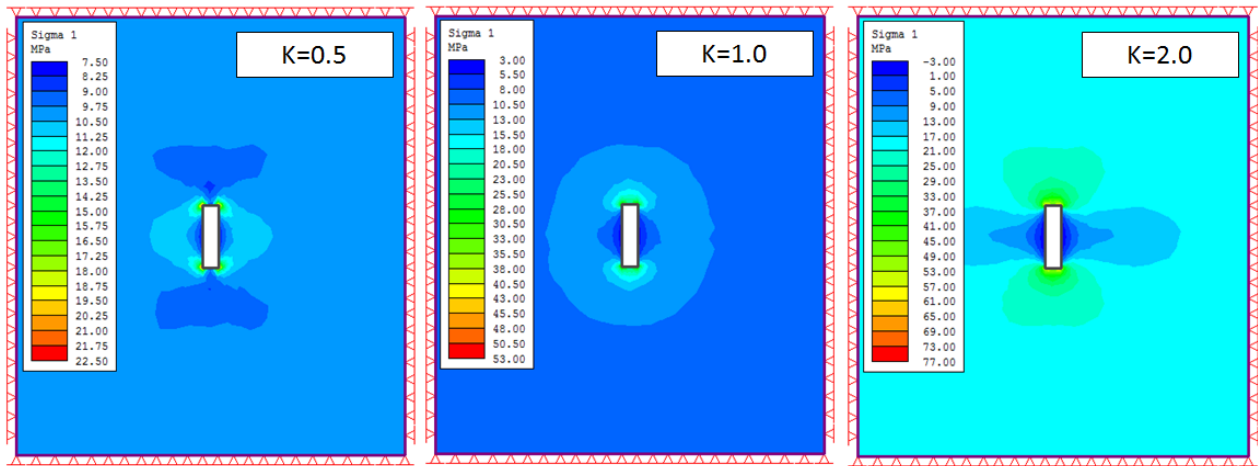


Figura 33: Modelos Phase 2D, Bordes a 3H de distancia de la excavación

Una vez definida la excavación y los límites en el plano transversal se debe extruir el modelo en la tercera dimensión según el largo (L) de caserón deseado. Los límites del modelo en la dirección z se definen a tres veces el largo de distancia de la excavación. La siguiente figura muestra una vista isométrica de un modelo realizado en RS3.

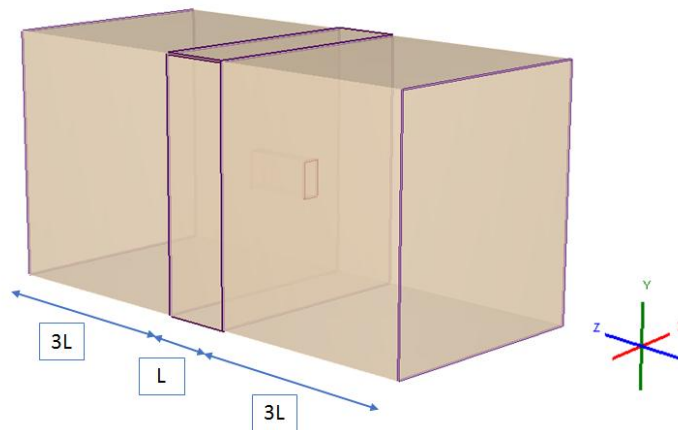


Figura 34: Definición de bordes en la dirección z

3.1.2.2 Definición de esfuerzos in-situ y restricciones

Ya definida la excavación y los bordes del problema se debe definir el estado de esfuerzos in-situ. Los esfuerzos in-situ se definirán constantes en los bordes del problema debido a que la escala del problema no justifica la utilización de esfuerzos gravitacionales.

Las condiciones de borde se fijan ocupando la herramienta de restricción automática para excavaciones subterráneas, esta herramienta asigna la restricción de movimiento del modelo en las tres dimensiones (xyz), es decir, todas las superficies, aristas y vértices de los límites externos del modelo estarán completamente restringidas.

3.1.2.3 Definición de la grilla

Al ser un software de modelamiento numérico de elementos finitos, RS3 exige la generación de una grilla definida en todo el dominio del problema. La grilla se construye utilizando un tipo de malla gradada, con elementos tetraédricos de cuatro nodos y con 200 elementos al rededor de bordes excavados. Con respecto a los parámetros de gradado se fija el offset en 2, el factor de gradado en 2 y el factor de gradado externo en 1.

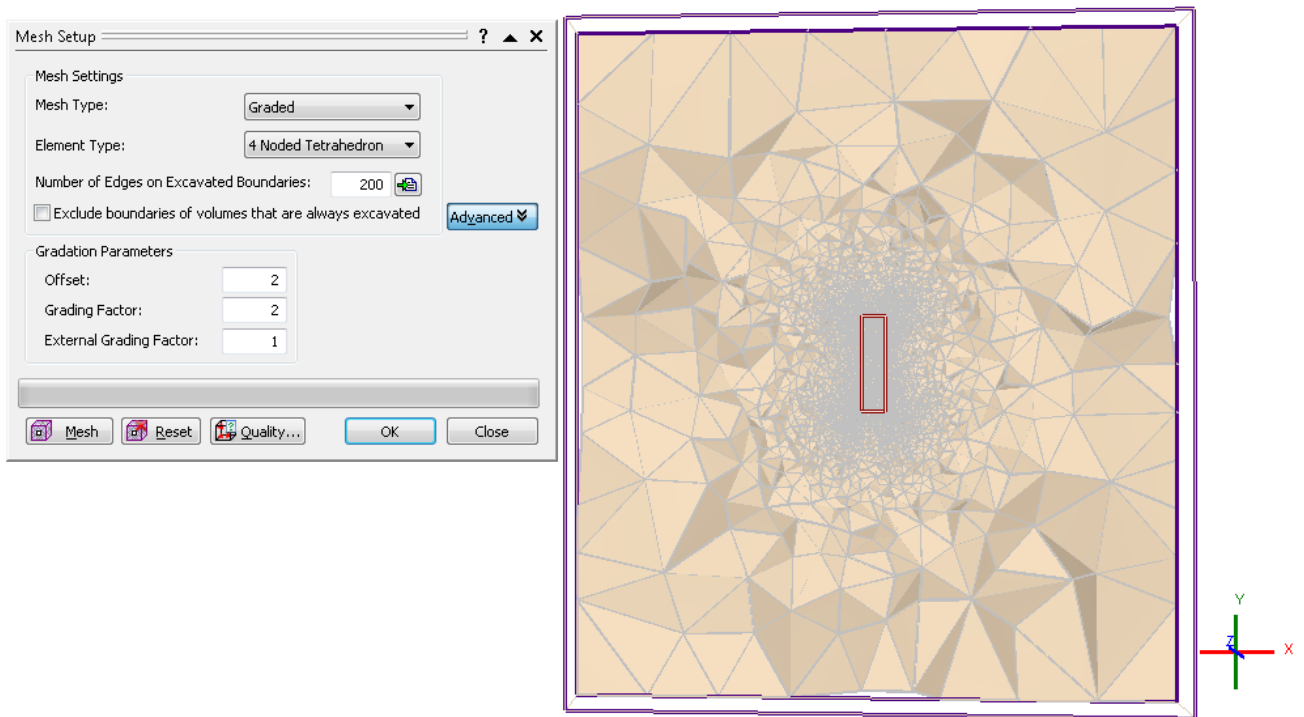


Figura 35: Inputs para generación de grilla.

La malla gradada permite que los elementos tetraédricos de la grilla aumenten su tamaño a medida que se encuentran más lejos del caserón. Por su parte la cantidad de elementos de elemento al rededor de la excavación define el tamaño y la densidad de los elementos que la rodean. Con respecto a los parámetros de gradación el offset especifica el espesor alrededor de la excavación en donde los elementos mantienen el mismo tamaño, el factor de gradado determina cuán rápido incrementa el tamaño de los elementos al alejarse de la zona de offset y el factor de gradado externo controla el tamaño de los elementos en los bordes del modelo.

Posterior a la generación de la grilla se procede a correr cada uno de los modelos. el tiempo de cálculo de cada uno de éstos depende exclusivamente de la cantidad de elementos definidos en el modelo, a mayor número de elementos, mayores tiempos de cálculo.

3.1.2.4 Obtención de resultados

Una vez corridos los modelos, se procede a extraer los valores de los esfuerzos inducidos en el plano horizontal medio de cada uno de ellos. Para esto se definen dos queries: una a lo largo de la pared de término y la otra a lo largo de la hanging wall (Figura 36). Estas queries permiten visualizar la distribución de esfuerzos a lo largo del plano horizontal mediante la cual es posible obtener los esfuerzos inducidos en el punto medio de cada pared.

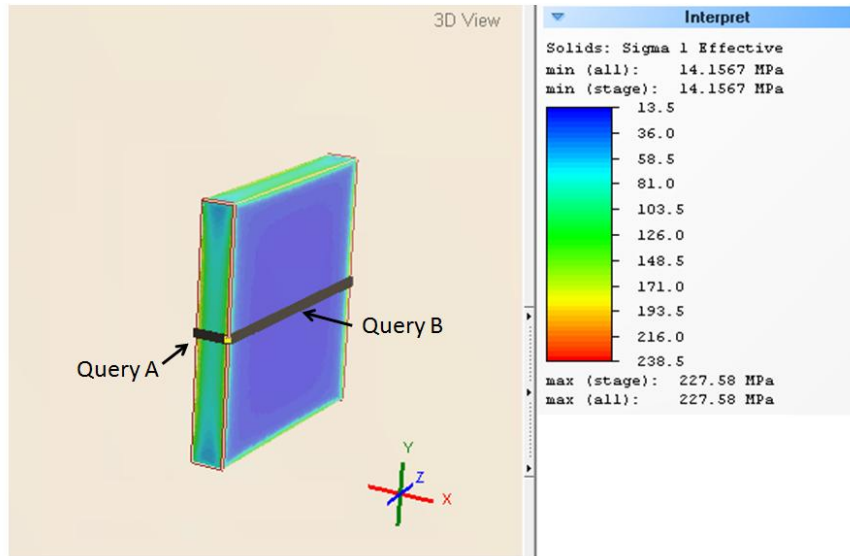


Figura 36: Queries A y B ubicadas en plano medio horizontal

3.2 Ajuste de curvas

3.2.1 Definición de función de ajuste

Las curvas derivadas del modelamiento numérico descrito en la sección anterior estarán basadas en tres parámetros principales: $K, \frac{H}{W}, \frac{L}{W}$. Para cada razón de esfuerzos “ K ” se ajusta una curva la cual será función de la razón de aspecto de los planos vertical y horizontal $(\frac{H}{W}, \frac{L}{W})$. Las funciones propuestas para el ajuste se muestran a continuación:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_p} = \alpha_1 + \frac{\alpha_2 - \beta_2 \cdot R^{1-\gamma_2}}{P \alpha_3 - \beta_3 \cdot z^{1-\gamma_3}} \cdot (P - 1)$$

Ecuación 10: Curvas de ajuste para estimación de esfuerzos en techos y paredes de término.

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_p} = \alpha'_1 - \frac{\alpha'_2 - \beta'_2 \cdot R^{1-\gamma'_2}}{P \alpha'_3 + \beta'_3 \cdot R^{1-\gamma'_3}} \cdot (P - 1)$$

Ecuación 11: Curvas de ajuste para estimación de esfuerzos en cajas.

Donde σ_p toma los valores de σ_V o σ_{H1} dependiendo del plano medio a lo largo del cual se calculan los esfuerzos. P corresponde a la razón de aspecto del plano de interés, mientras que R es la razón de aspecto del plano medio perpendicular a éste.

3.2.2 Ajuste mediante solver

Una vez obtenidos los resultados de los 192 modelos se procede a ajustar las curvas descritas en la Ecuación 10 y la Ecuación 11, para esto se utiliza el solver evolutionary de excel. Esta herramienta exige como parámetros de entrada: una función a minimizar y parámetros a variar. Los parámetros variables deben ser restringidos a un dominio en el cual se busca por la solución deseada.

El problema de optimización se presenta a continuación:

$$\text{Min } \sum (\sigma_i - \sigma_i^*)^2$$

Ecuación 12: Residual a minimizar

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\alpha_K^{inf} < \alpha_K < \alpha_K^{sup}$$

$$\beta_J^{inf} < \beta_J < \beta_J^{sup}$$

$$\gamma_J^{inf} < \gamma_J < \gamma_J^{sup}$$

Ecuación 13: Restricción de parámetros

Donde la Ecuación 12 presenta del residual a ser minimizado. σ_i corresponde a los resultados de los modelos y σ_i^* son los resultados estimados mediante las funciones propuestas. i toma valores entre 1 y 24, debido a que a partir de los 192 modelos se generan 8 gráficos (gráficos de techos y cajas a 4 distintas razones de esfuerzos). Por su parte la Ecuación 13 presenta las restricciones a las que están sujetos los parámetros de la función de ajuste. El subíndice K toma valores de 1 a 3 mientras que J adquiere valores de 2 y 3.

3.3 Elaboración de casos sintéticos

En este punto se realizarán 1000 casos sintéticos de caserones con diferentes geometrías, estados de esfuerzos y resistencias a la compresión uniaxial. Todos los parámetros son obtenidos utilizando distribuciones de probabilidad uniformes. La Tabla 9 muestra los rangos de valores.

El objetivo de realizar estos casos es apreciar las diferencias en el factor de esfuerzos cuando este es calculado mediante las curvas propuestas por la metodología de Mathews et al (1981) o mediante las curvas derivadas del modelamiento numérico en tres dimensiones. Una vez cuantificadas estas diferencias en el factor A , se procede a reajustar de manera preliminar los casos históricos de la base de datos de Mawdesley (2002) y se propondrán guías para la transformación de esfuerzos 2D a 3D.

Tabla 9: Parámetros de casos sintéticos

Parámetro	Valor
Ancho (W)	5-20 [<i>metros</i>]
Alto (H)	20-40 [<i>metros</i>]
Largo (L)	20-40 [<i>metros</i>]
Razón de esfuerzos horizontal y vertical (K)	0.5, 1.0, 1.5, 2.0
Profundidad	100-1000 [<i>metros</i>]
Gradiente de esfuerzo vertical	0.027 [<i>Mpa</i>]
UCS	50-200 [<i>Mpa</i>]

3.4 Análisis de base de datos de casos históricos

3.4.1 Base de datos de Mawdesley

La base de datos desarrollada por Mawdesley (2002) cuenta con un total de 485 datos y entrega información respecto a: Fuente, Mina, Pared de Estudio, Radio Hidráulico, Número de Estabilidad, Factor A, Factor B, Factor C, Q' de Barton, Jr, Ja, Jn, RQD, Estado de clasificación y Comentarios. El objetivo de esta sección es obtener la base de datos definitiva con la cual se trabajará para cuantificar los cambios introducidos al utilizar las nuevas curvas de estimación de esfuerzos.

En primer lugar se eliminan un total de 4 datos: existen 3 datos cuyo valor del Factor A es menor a 0.1 y un dato cuyo valor del Factor C es mayor a 8. Por su parte 16 de los datos son clasificados como no pertinentes ya que estos representan casos históricos de minas block/panel caving los cuales no deben ser considerados para establecer fronteras Estable-Falla-Falla Mayor en minería selectiva.

Finalmente la base de datos con la que se trabaja contiene un total de 465 datos.

3.4.2 Base de datos modificada

Ya que la base de datos original de Mawdesley no entrega información ni de geometrías ni de esfuerzos in-situ, no es posible realizar una re-estimación certera del factor A, por lo cual se realizan nuevamente casos sintéticos para completar esta tarea.

El re-ajuste del factor A se llevará a cabo sobre los techos con un valor de A entre 0.1 y 1.0. Como se verá más adelante, los techos corresponden a los datos históricos que experimentan el cambio más significativo en el valor del factor A al estimar los esfuerzos inducidos utilizando las curvas derivadas del modelamiento numérico en tres dimensiones. Como techos se definen los casos históricos con un valor del factor C entre uno y dos (paredes sub horizontales).

Los casos que cumplen las condiciones descritas anteriormente y serán modificados corresponden a 108.

3.5 Impacto en el diseño

Una vez procesadas tanto la base de datos original de Mawdesley como la base de datos modificada (cambio de factor A para techos), se procede a utilizar una herramienta estadística que permita cuantificar el cambio experimentado por la frontera de estabilidad. En esta sección se definirá la función que define la frontera, los indicadores de desempeño y finalmente se describirá el cálculo y la optimización de éstos.

3.5.1 Frontera de Clasificación

En este estudio se utiliza la misma función utilizada por Mawdesley para definir sus fronteras de estabilidad. Estas fronteras clasifican los distintos estados de estabilidad. Al tratarse de un gráfico log-log la curva, de función tipo potencia, queda definida como una recta de pendiente a e intercepto $\log(b)$.

$$N = bRH^a$$

$$\text{Log}(N) = a \cdot \text{Log}(RH) + \log(b)$$

Ecuación 14: Función de frontera de clasificación

3.5.2 Indicadores de Desempeño

Se utiliza como métrica de clasificación la matriz de contingencia. Este método permite calcular el indicador de desempeño que sirve para determinar las curvas que mejor clasifican los estados de estabilidad. Para ello se definen 4 variables según la matriz de contingencia que se observa en la Tabla 10 :

- **TP:** El modelo predice el estado positivo y el caso real es positivo.
- **FP:** El modelo predice el estado positivo y el caso real es negativo.
- **TN:** El modelo predice el estado negativo y el caso real es negativo.
- **FN:** El modelo predice el estado negativo y el caso real es positivo.

Tabla 10: Matriz de Contingencia.

		Estado Real	
		Positivo	Negativo
Predicción Modelo	Positivo	TP	FP
	Negativo	FN	TN
		P	N

A continuación se definen las métricas de contingencia:

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN} = \frac{TP}{P}$$

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN} = \frac{FP}{N}$$

Ecuación 15: Métricas de contingencia

TPR (*True Positive Rate*) define el porcentaje de casos positivos que fueron correctamente clasificados, siendo esta la razón de verdaderos positivos. De la misma manera el FPR (*False Positive Rate*) define el porcentaje de casos negativos mal clasificados, siendo esta la razón de falsos positivos. Un clasificador perfecto debería obtener valores TPR =1 y FPR=0.

Para medir la efectividad del método de clasificación se define el siguiente indicador de desempeño:

- PSS (*Pierce Skill Score*) propuesto por Pierce (1884), que queda definido de la siguiente manera:

$$PSS = TPR - FPR$$

Ecuación 16: Pierce Skill Score

En el caso de un clasificador perfecto el PSS tendrá valor igual a 1 y peor que un clasificador aleatorio un valor igual a 0.

La base de datos de Mawdesley está conformada por casos históricos que se encuentran en tres distintos estados de estabilidad (estable, falla, falla mayor). Por lo tanto, para realizar el cálculo de los indicadores, existen tres posibles casos de análisis, estos se presentan a continuación:

Tabla 11. Casos de análisis para cálculo de indicadores.

Caso	Estado Positivo	Estado Negativo
1	“Estable”	“Falla” + “Falla Mayor”
2	“Falla”	“Falla Mayor” + “Estable”
3	“Falla Mayor”	“Falla” + “Estable”

Para cuantificar el cambio en el gráfico de estabilidad provocado por las curvas derivadas de modelamiento numérico 3D se utiliza el caso 1, es decir, se considera “estable” como estado positivo mientras que los estados en “falla” y “falla mayor” son considerados estado negativo.

3.5.3 Optimización del indicador PSS

Para obtener la frontera de clasificación “Estable-Resto de los casos” se debe optimizar el indicador PSS. Esto se logra mediante la búsqueda de los parámetros a y b de la frontera que maximicen el indicador PSS. El problema a resolver queda definido como:

$$Max PSS$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$a_1 < a < a_2$$

$$b_1 < b < b_2$$

Los parámetros a_i y b_i representan el intervalo en donde se busca la solución mientras que a y b representan la pendiente y el intercepto de la frontera de clasificación respectivamente.

Utilizando el procedimiento anteriormente descrito se obtiene una frontera de estabilidad tanto para la base de datos original de Mawdesley como para la base de datos modificada, de manera de analizar de manera preliminar los cambios introducidos por las nuevas curvas de estimación de esfuerzos.

3.5.4 Radio hidráulico admisible

Una vez obtenidas tanto las guías de transformación de factor de esfuerzos 2D a 3D y las fronteras de estabilidad para ambos escenarios, se generan nuevamente 1000 casos sintéticos de manera de comparar el radio hidráulico admisible. Estos casos son desarrollados con valores idénticos de B, C y Q’ entre sí, pero con diferencias en el factor A dadas por la relación entre A2D y A3D obtenida previamente. Finalmente se obtiene el máximo radio hidráulico admisible para cada caserón, utilizando las fronteras de estabilidad correspondientes.

Para cuantificar el impacto en el diseño, se procede a calcular el radio hidráulico máximo admisible en ambos casos según:

$$Rh_{admisibile} = \sqrt[a]{N/b}$$

Ecuación 17: Radio hidráulico admisible

Posteriormente para cuantificar la variación del radio hidráulico admisible se utilizan las siguientes relaciones:

$$Variación Rh = Rh_{Mathews} - Rh_{Modelo}$$

Ecuación 18: Variación Rh

$$VRHM = \frac{\sum_1^n (\text{Variación } Rh)}{n}$$

Ecuación 19: Variación del radio hidráulico medio

$$VRHMP = \frac{\sum_1^n \left(\frac{\text{Variación } Rh}{Rh_{Mathews}} \right)}{n}$$

Ecuación 20: Variación del radio hidráulico medio promedio

VRHM representa la Variación de Radio Hidráulico Medio mientras que *VRHMP* es la Porcentual.

4 Resultados y análisis

4.1 Introducción

En la presente sección se presentan los resultados y análisis obtenidos al llevar a cabo la metodología expuesta anteriormente. En primer lugar se presentarán los resultados de los modelos numéricos ejecutados en RS3. Posteriormente se mostrarán las curvas ajustadas junto con los distintos parámetros que las describen. Una vez obtenidas las nuevas curvas estas serán utilizadas para estimar los esfuerzos inducidos sobre las paredes de 1000 casos sintéticos, con esto será posible realizar comparaciones cuantitativas entre el factor A calculado mediante las nuevas curvas y el A calculado de la manera tradicional, además se exhibirán guías para estimar el factor A derivado de esfuerzos 3D a partir del A 2D de Mathews. Finalmente se presentará el impacto preliminar generado por las nuevas curvas desarrolladas sobre la base de datos de Mawdesley.

4.2 Modelamiento numérico

A continuación se muestran los resultados obtenidos del modelamiento numérico realizado en RS3, éstos se presentan gráficamente para los distintos valores de “K” utilizados. Desde la Figura 37 a la Figura 40 se muestran los resultados del modelamiento sobre los techos y paredes de término, mientras que desde la Figura 41a la Figura 44 se muestran los resultados obtenidos en las cajas. Conjuntamente en cada uno de los gráficos se presentan las respectivas curvas derivadas por Mathews et al. (1981) de manera de apreciar posibles tendencias y/o similitudes de los modelos 3D con la condición 2D.

El eje horizontal presenta la razón de aspecto “P” la cual hace referencia al plano en donde se obtienen los esfuerzos inducidos, mientras que “R” corresponde a la razón de aspecto del plano perpendicular a éste. Por su parte el eje vertical muestra el esfuerzo inducido en la mitad de la pared normalizado por σ_{H1} o σ_V según sea el caso.

De manera de facilitar la visualización gráfica de los resultados, se omitieron los modelos realizados con una razón de aspecto “R” de 2 y 12. El detalle de los resultados del modelamiento se presenta en la sección de Anexos.

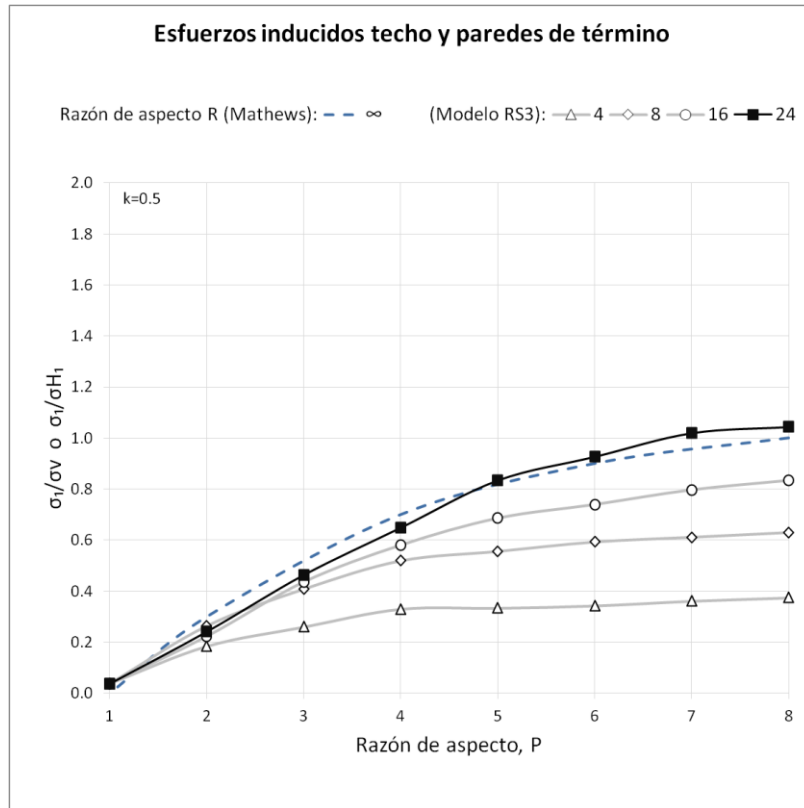


Figura 37: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=0.5

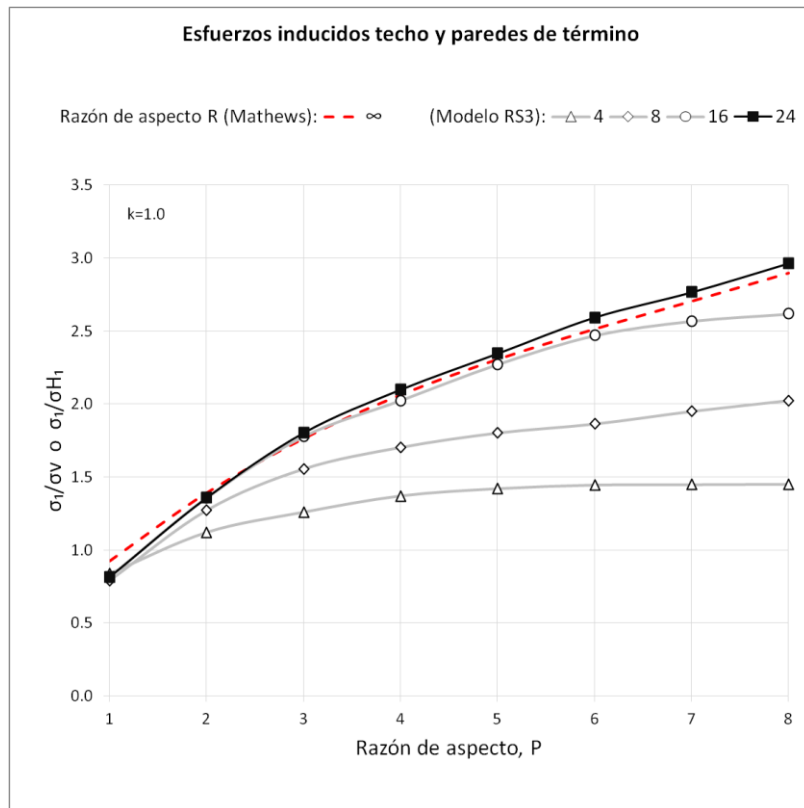


Figura 38: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=1.0

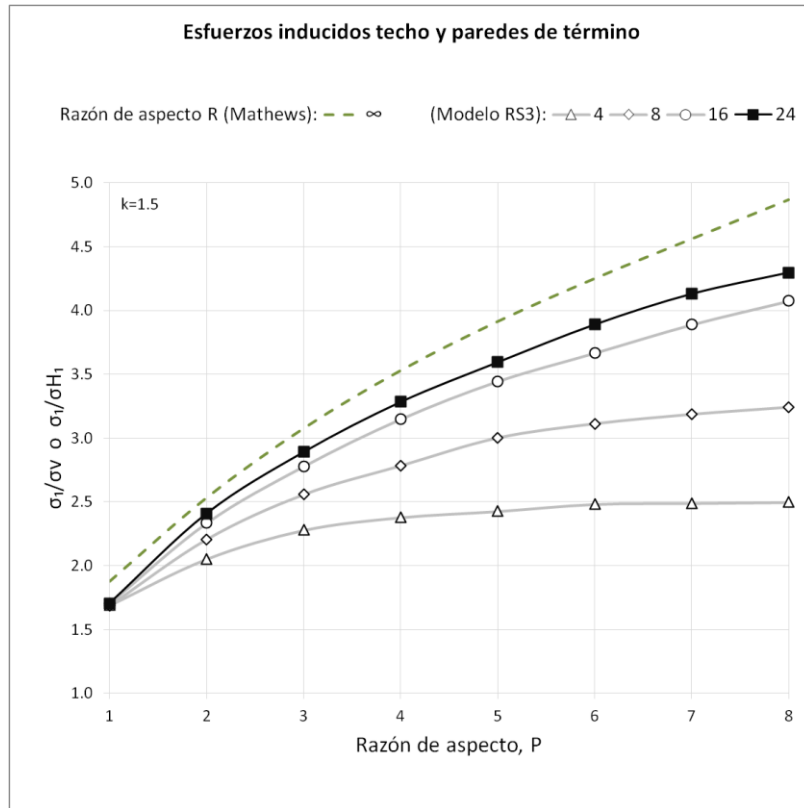


Figura 39: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=1.5

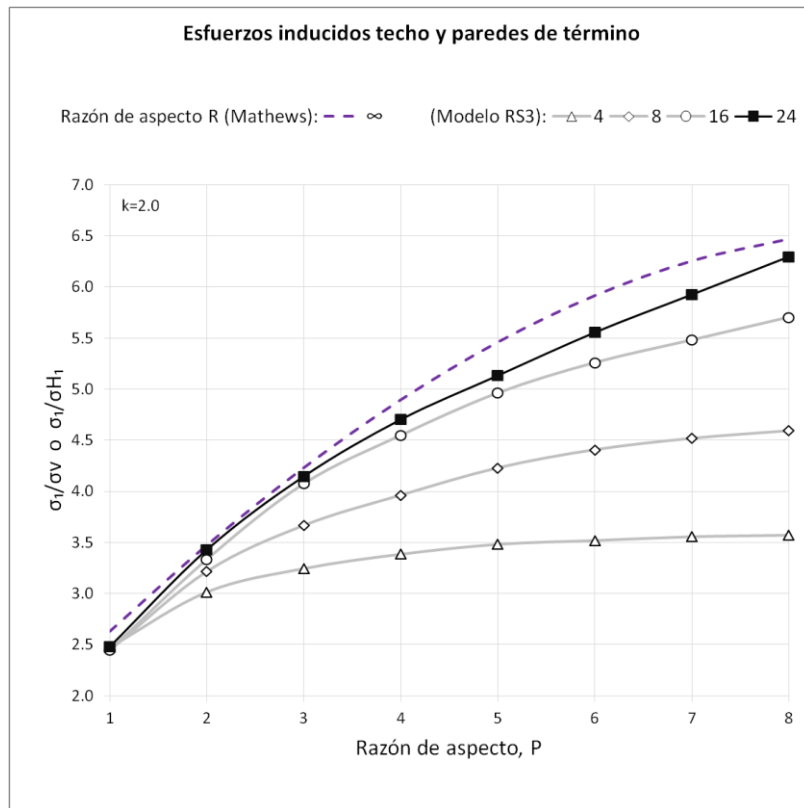


Figura 40: Resultados de modelamiento techos y paredes de término, K=2.0

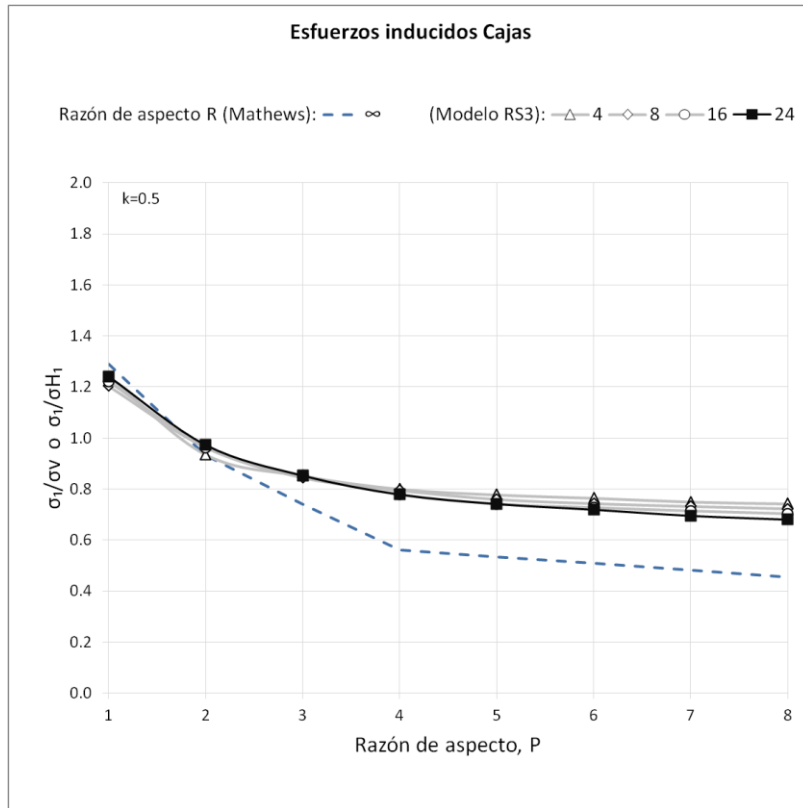


Figura 41: Resultados de modelamiento cajas, K=0.5

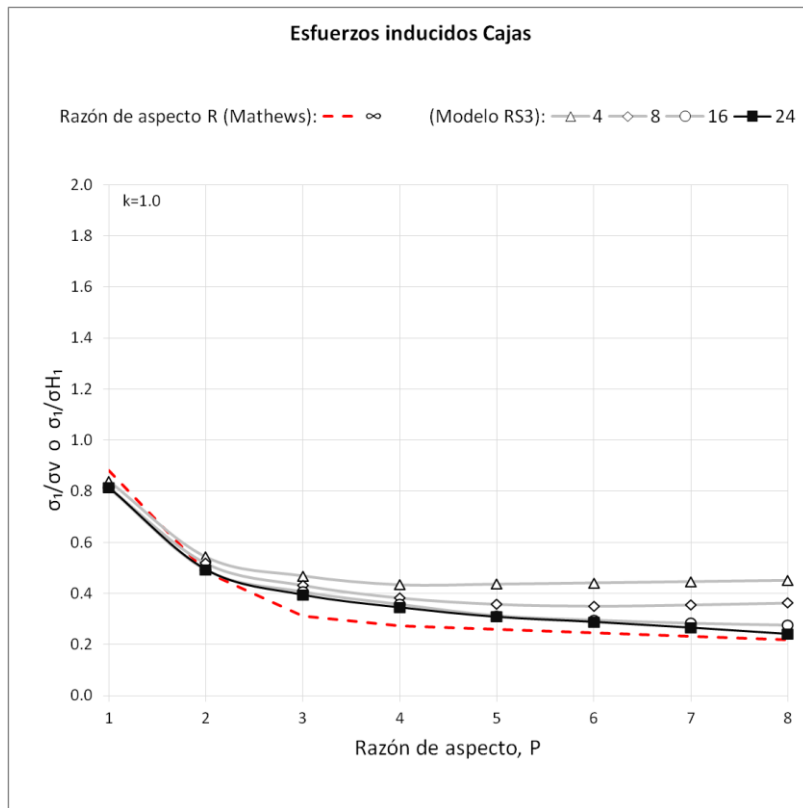


Figura 42: Resultados de modelamiento cajas, K=1.0

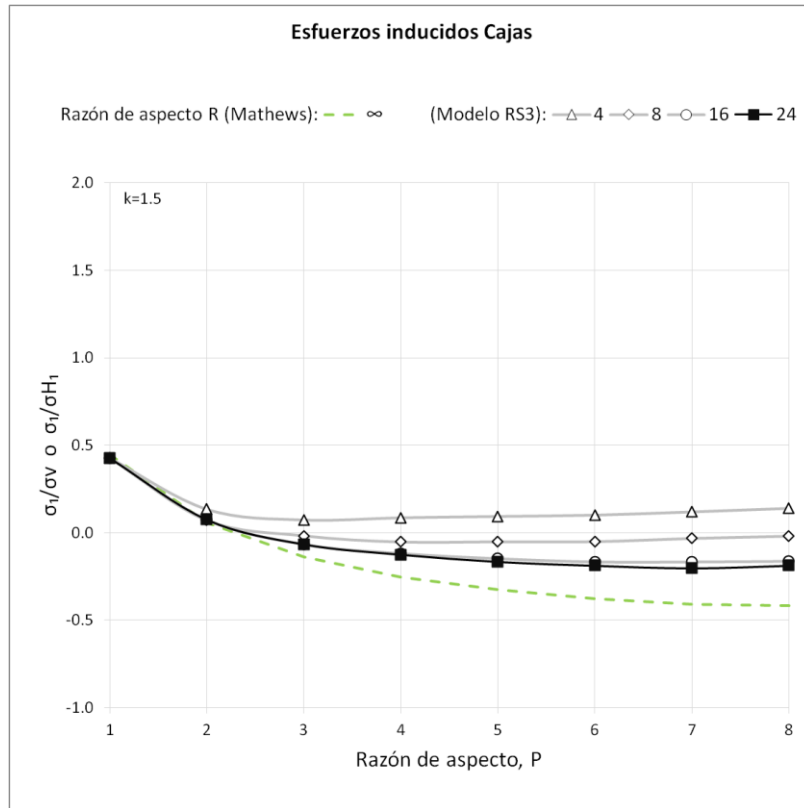


Figura 43: Resultados de modelamiento cajas, K=1.5

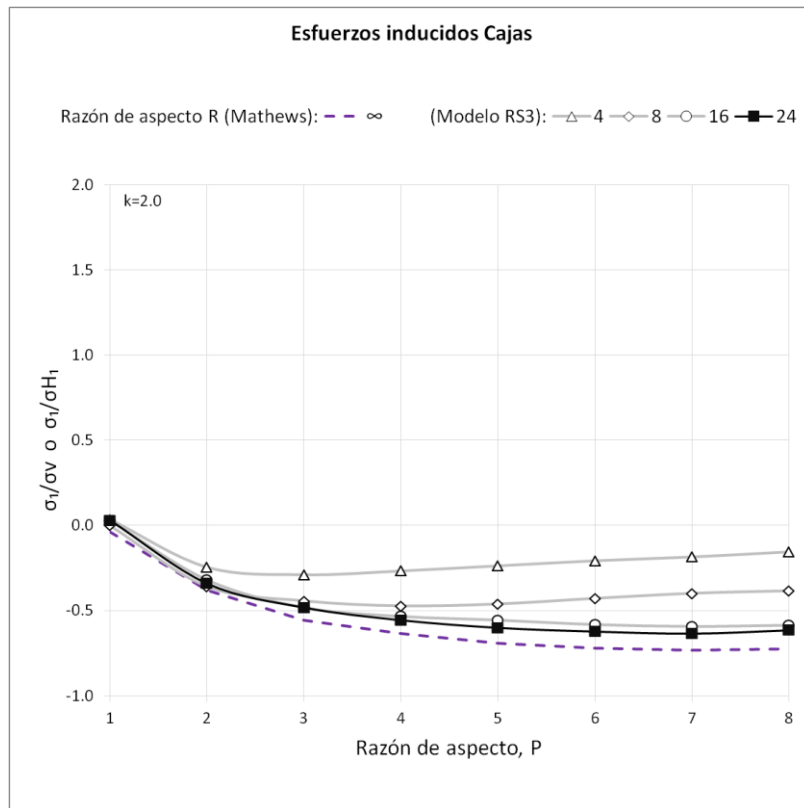


Figura 44: Resultados de modelamiento cajas, K=2.0

En primer lugar es posible observar que en cada uno de los gráficos (Figura 37 a Figura 44), para valores de “P” iguales a 1, las curvas poseen el mismo valor independiente de la razón de aspecto “R” y además este punto coincide con las curvas derivadas por Mathews.

Por otro lado a valores de “P” mayores a 1 se aprecian diferencias al comparar los modelos 3D con las curvas de Mathews. En el caso de los gráficos de techos y paredes de término (Figura 37 a Figura 40) el error al calcular los esfuerzos inducidos mediante las curvas de Mathews puede resultar alto debido a que las diferencias con los modelos 3D son significativas a valores de “R” bajos. En el caso de los gráficos desarrollados para cajas (Figura 41 a Figura 44) sucede una situación contraria, ya que independiente del valor de “R” las curvas no experimentan cambios considerables, lo cual implica que el error cometido al estimar esfuerzos inducidos mediante las curvas de Mathews no resultaría significativo.

En el caso de los gráficos derivados para techos y paredes de término, se puede apreciar que a medida que se aumenta la razón de aspecto “R” la pendiente de las curvas aumenta, por lo cual cada una de éstas se sitúa por sobre su antecesora. Un fenómeno contrario se observa en los gráficos para cajas, en donde la pendiente de las curvas disminuye a medida que la razón “R” aumenta, por lo cual cada una éstas se sitúa por debajo de su antecesora. Al observar casi la totalidad de los gráficos presentados en esta sección, el fenómeno anteriormente descrito muestra una tendencia de las curvas a aproximarse a los gráficos propuestos previamente por Mathews. Esta tendencia es asintótica ya que se puede apreciar que la distancia entre curvas se vuelve cada vez menor a medida que se aumenta la razón “R”, por ejemplo la diferencia existente entre curvas con “R” 16 y 24 es menor a las diferencia entre curvas con valores de “R” 8 y 16 en la totalidad de los gráficos.

La tendencia asintótica de los modelos de tres dimensiones hacia las curvas de Mathews, se debe a que mientras que la razón de aspecto “R” aumenta, la distribución de esfuerzos alrededor del plano “P” se aproxima a una condición de deformaciones planas al igual que un caserón modelado en dos dimensiones.

Como es posible apreciar desde la Figura 37 a la Figura 44, la razón de aspecto “R” igual a 24 representa la condición en que se obtiene una condición de deformaciones planas para cualquier razón de aspecto del plano medio “P”. Por su parte la mayor razón “P” modelada posee un valor de 8, dado esto es posible calcular una relación entre el alto y largo para la cual se logra el estado de deformaciones planas y son aplicables las curvas de Mathews. En el caso del plano medio vertical el cálculo es el siguiente:

$$\frac{R}{P} = \frac{L/W}{H/W} = \frac{L}{H} = \frac{24}{8} = 3$$

Y de manera análoga se presenta a continuación el cálculo para el caso del plano medio horizontal:

$$\frac{R}{P} = \frac{H/W}{L/W} = \frac{H}{L} = \frac{24}{8} = 3$$

De los cálculos anteriores es posible concluir que para alcanzar el estado de deformaciones planas, la razón de aspecto “R” debe ser 3 veces la razón de aspecto “P”. Dicho de otra forma, la dimensión intermedia debe pertenecer al plano medio “P” y debe ser 3 veces menor a la dimensión mayor, perteneciente al plano medio “R”, para alcanzar este estado.

Esto último explica porqué las curvas de cada gráfico poseen idéntico valor cuando “P” es igual a 1. Esto se debe a que la menor razón de aspecto “R” presentada (“R”=4) es más de tres veces mayor a la razón de aspecto “P” igual a 1.

4.3 Ajuste de curvas

Siguiendo los pasos estipulados en la metodología, una vez obtenidos los resultados del modelamiento numérico se procede a ajustar las funciones presentadas en la Ecuación 10 y la Ecuación 11 (Sección 3.2.1). El ajuste de cada gráfico se realizó sobre 48 datos derivados del modelamiento numérico en 3 dimensiones.

Las siguientes tablas presentan los parámetros de los ajustes realizados sobre cada uno de los gráficos mostrados en la sección 4.2. La Tabla 12 resume los parámetros de las curvas desarrolladas para techos y paredes de término, mientras que la Tabla 13 resume los parámetros de las curvas desarrolladas para cajas.

Tabla 12: Parámetros curvas de estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término.

Parámetro	Valor			
	0.5	1.0	1.5	2.0
K				
α_1	0.025	0.797	1.688	2.449
α_2	0.399	1.162	1.139	1.657
α_3	10.796	6.001	11.336	9.111
β_2	1.101	1.601	1.697	2.315
β_3	9.655	5.000	10.382	8.129
γ_2	2.788	1.721	1.888	1.810
γ_3	0.979	0.974	0.986	0.981

Tabla 13: Parámetros curvas de estimación de esfuerzos inducidos en cajas

Parámetro	Valor			
	0.5	1.0	1.5	2.0
K				
α_1	1.231	0.818	0.429	0.030
α_2	2.115	3.387	1.083	5.176
α_3	0.539	0.756	0.653	0.841
β_2	1.442	2.622	0.150	3.944
β_3	0.640	0.803	1.438	3.442
γ_2	0.968	0.983	0.737	0.964
γ_3	1.175	1.397	1.453	1.980

A continuación se presentan los errores obtenidos del ajuste realizados sobre cada uno de los 8 gráficos, estos se presentan como la suma de los errores cuadráticos (residual).

Tabla 14: Valores de residual de curvas de estimación de esfuerzos inducidos en techo y paredes de término

K	Residual
0.5	0.05
1.0	0.11
1.5	0.15
2.0	0.22

Tabla 15: Valores de residual de curvas de estimación de esfuerzos inducidos en cajas

K	Residual
0.5	0.01
1.0	0.01
1.5	0.01
2.0	0.01

Considerando que el número de datos sobre los cuales se realizó cada ajuste fue de 48, la suma de errores cuadráticos obtenidas indica que las funciones propuestas en la sección 3.2.1 se ajustan perfectamente.

En la Tabla 14 se aprecia que a mayores valores de “K”, aumenta el error asociado, esto se debe a que los datos del modelamiento se encuentran más dispersos y presentan un mayor rango de valores a medida que el valor de “K” aumenta. Esto se puede observar comparando desde la Figura 37 a la Figura 40, por ejemplo el rango de valores de esfuerzo inducido normalizado en el gráfico de K=0.5 es de [0.0-1.0] mientras que el rango de valores en el gráfico de K=2.0 es de [2.5-6.5]. Por otro lado en la Tabla 15 se aprecia que los errores del ajuste se mantienen constantes, esto se explica debido a que los resultados del modelamiento en cajas se encuentran menos dispersos que en el caso anterior (Figura 41 a Figura 44).

A continuación se presentan los 8 gráficos obtenidos del ajuste realizado sobre los resultados del modelamiento numérico 3D, desde la Figura 45 a la Figura 48 se presentan las curvas para techos y paredes de término, mientras que desde la Figura 49 a la Figura 52 se muestran las curvas para cajas. Estos nuevos gráficos extienden a los desarrollados por Mathews et al.(1981) y permiten una mejor estimación de los esfuerzos inducidos ya que toman en consideración la naturaleza tridimensional del caserón.

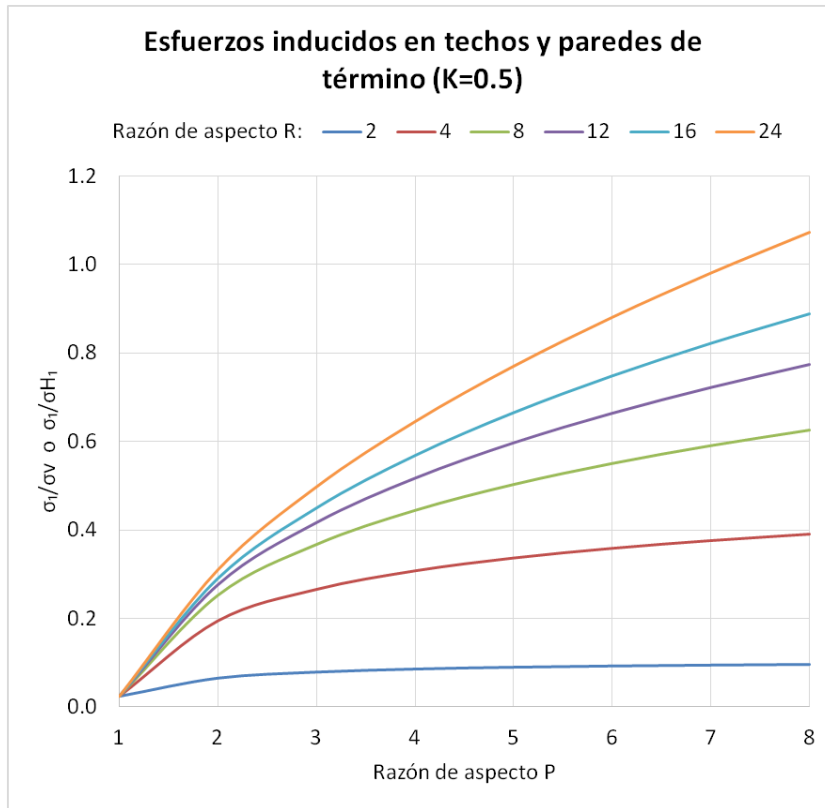


Figura 45: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=0.5

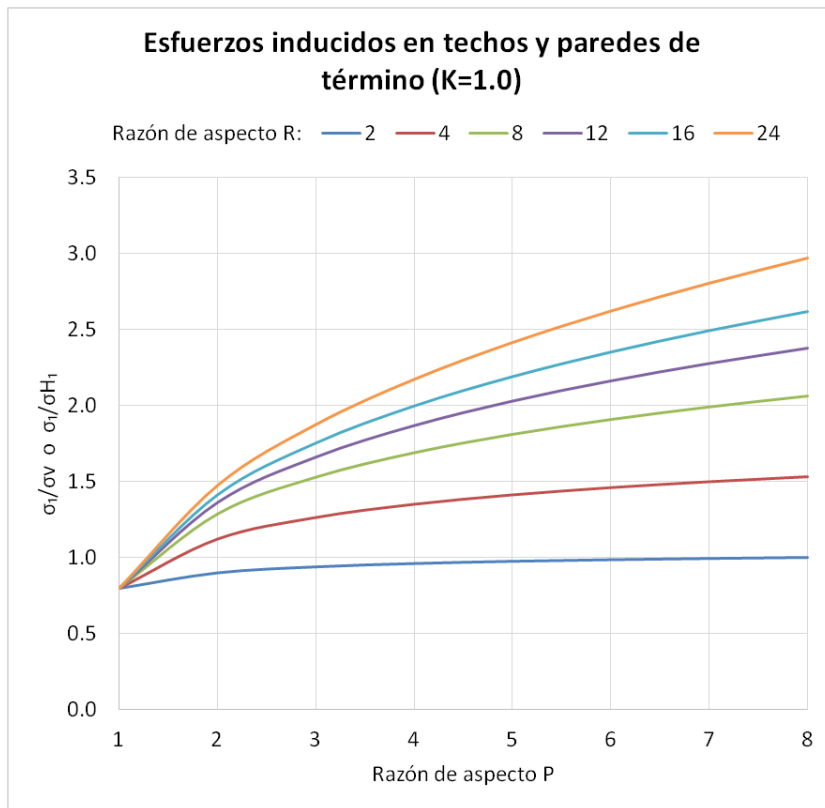


Figura 46: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=1.0

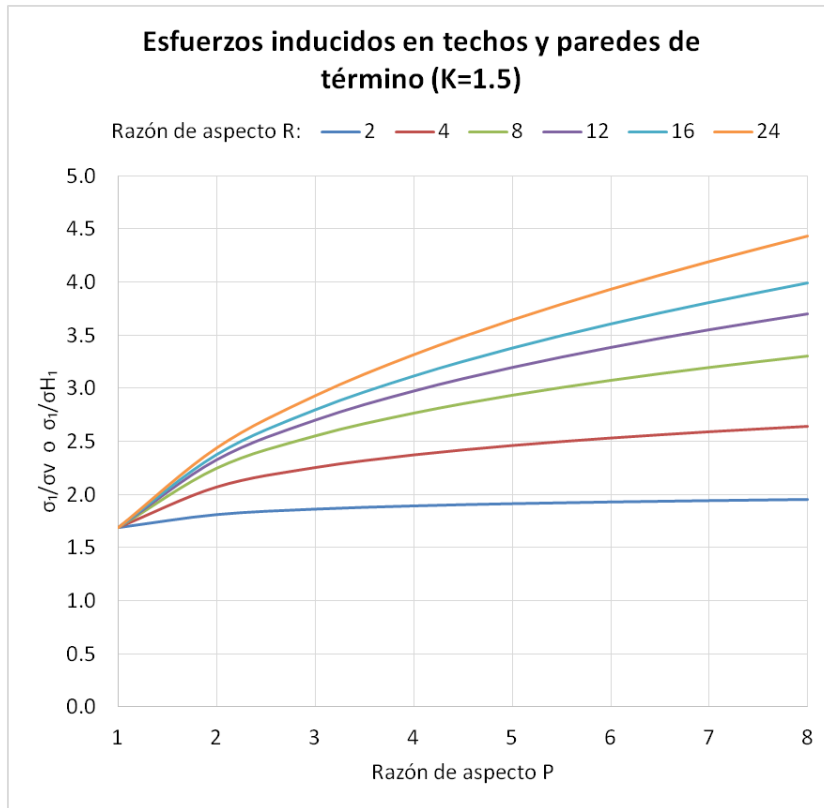


Figura 47: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=1.5

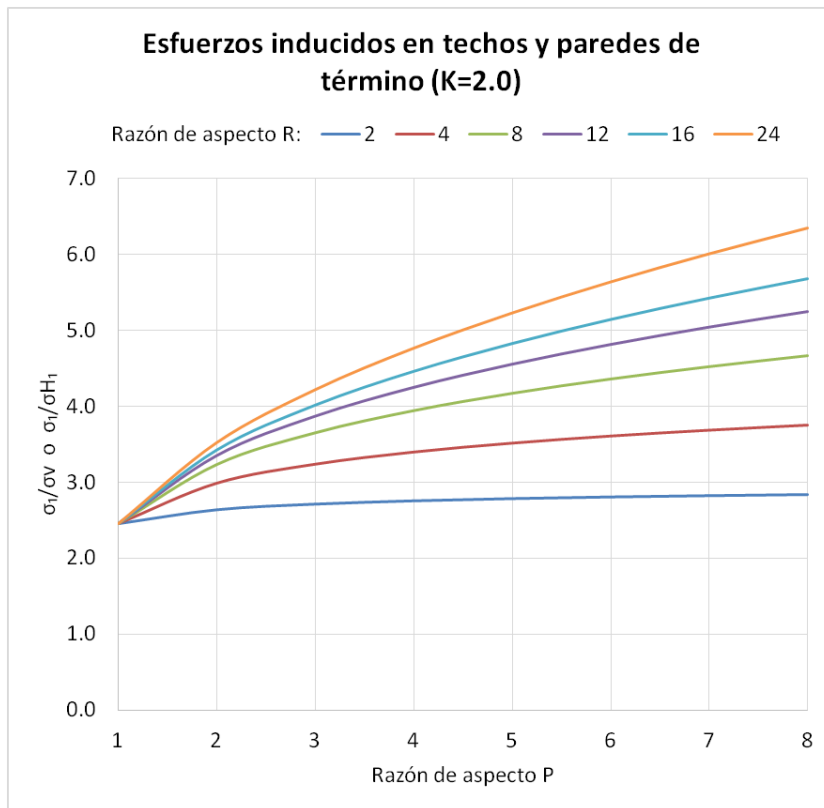


Figura 48: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en techos y paredes de término, K=2.0

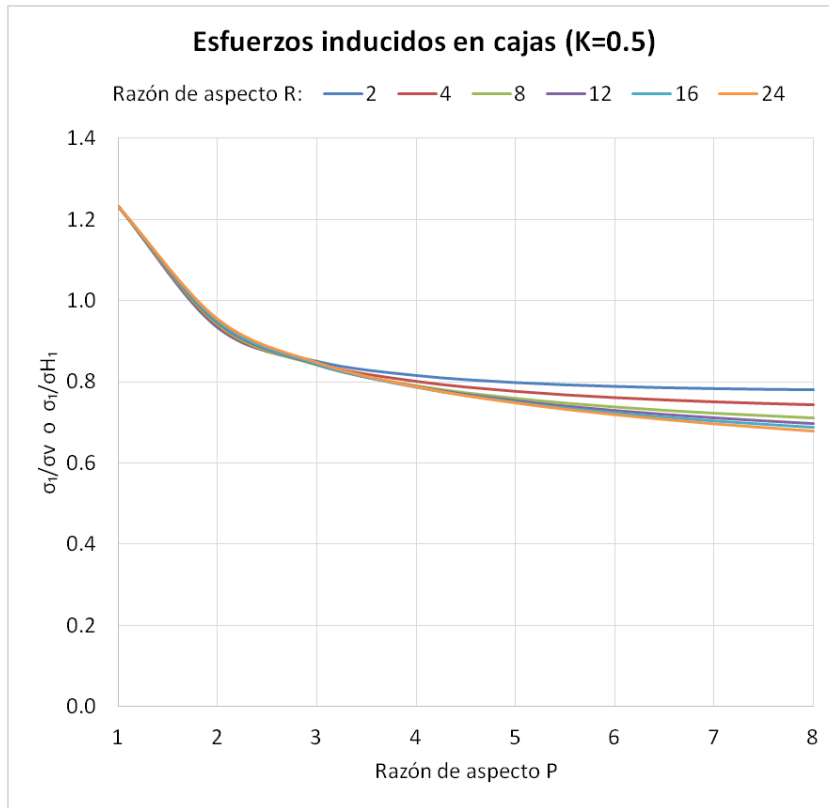


Figura 49: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=0.5

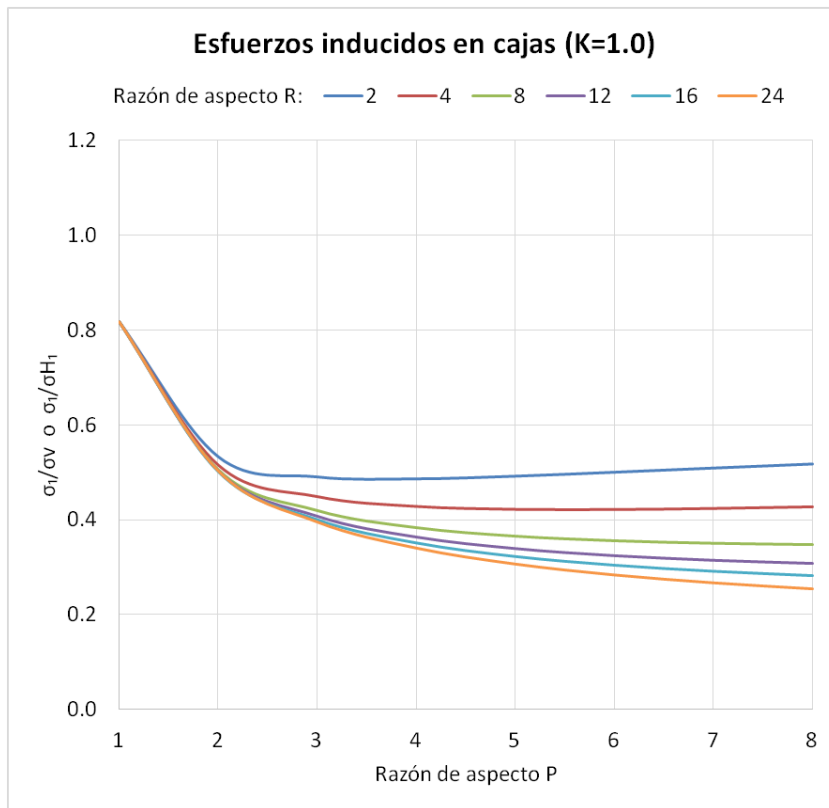


Figura 50: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=1.0

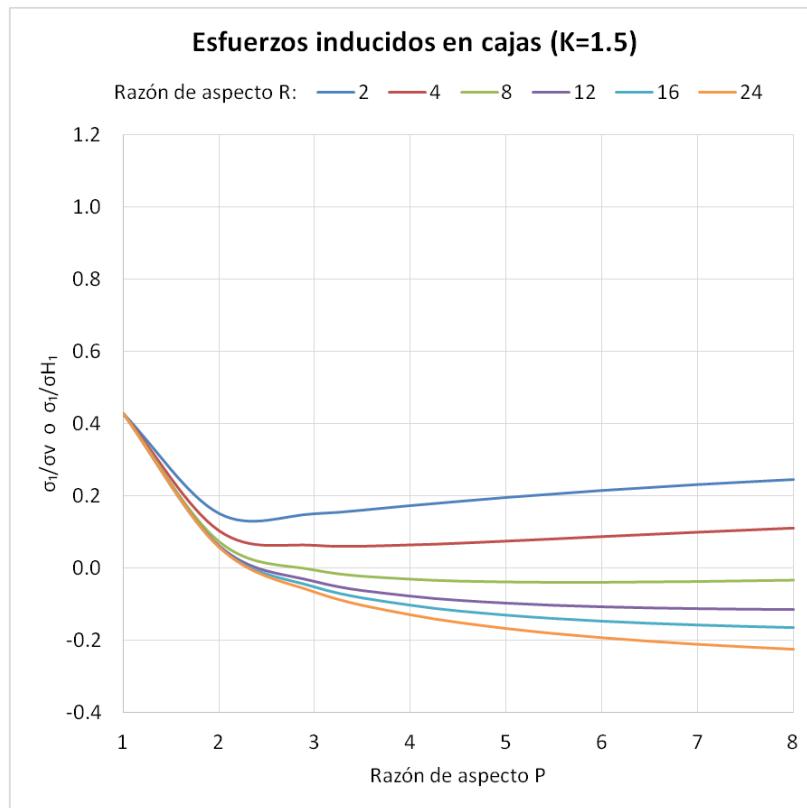


Figura 51: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=1.5

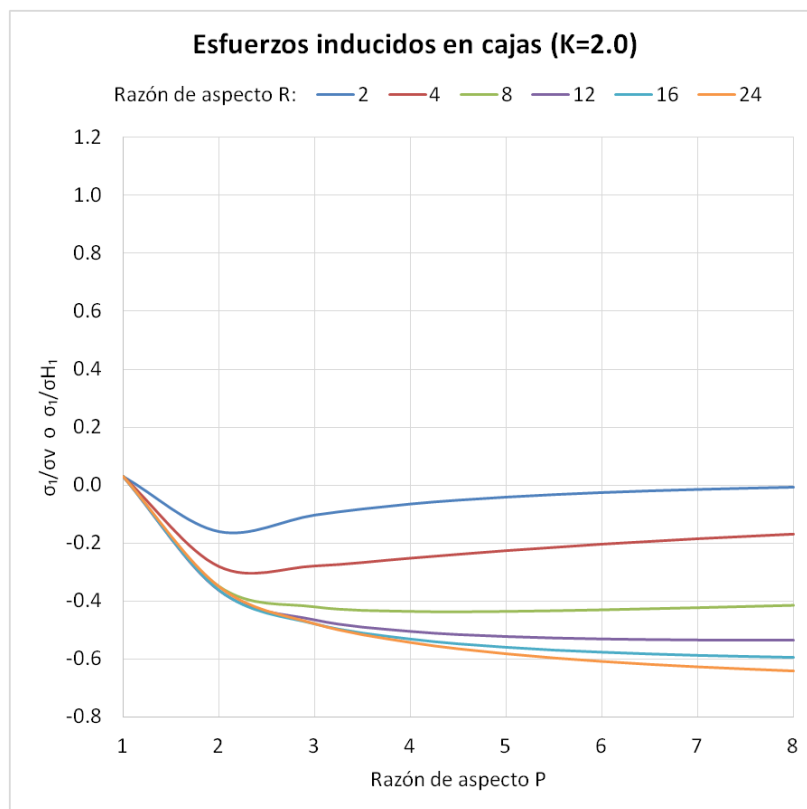


Figura 52: Curvas para estimación de esfuerzos inducidos en cajas, K=2.0

4.4 Casos sintéticos

Ya obtenidas las nuevas curvas para estimación de esfuerzos, se procede a realizar 1000 casos de caserones de distintas geometrías y condiciones de terreno con el objetivo de analizar las diferencias entre los nuevos gráficos de estimación de esfuerzos y los gráficos de Mathews.

A continuación se presenta el rango de valores para los esfuerzos in-situ que actúan sobre los 1000 casos.

Tabla 16: Rangos de valores de esfuerzos in-situ

	Min	Max
σ_V [Mpa]	2.73	26.97
σ_{H1} [Mpa]	0.71	107.78
σ_{H2} [Mpa]	1.38	53.89

El esfuerzo vertical fue calculado por sobrecarga utilizando un valor de $\gamma = 0.027$ [Mpa/m], el rango de valores para la profundidad del caserón es de [100-1000] por lo cual el rango de valores del σ_V resulta ser el esperado.

Por su parte σ_{H2} fue calculado de la siguiente manera:

$$\sigma_{H2} = \sigma_V \cdot K_{vertical}$$

Es debido a esto que el rango de valores para σ_{H2} es más amplio que el de σ_V , ya que valores bajos de σ_V se reducen por 0.5 mientras que valores altos de σ_V se amplifican por 2.0.

Finamente σ_{H1} fue calculado según:

$$\sigma_{H1} = \frac{\sigma_{H2}}{K_{horizontal}}$$

Al igual que en el caso anterior el rango de valores para σ_{H1} es más amplio que el de σ_{H2} , ya que valores bajos de σ_{H2} se reducen por 0.5 mientras que valores altos de σ_{H2} se amplifican por 2.0.

Tabla 17: Número de casos para los distintos valores de "K"

	K=0.5	K=1.0	K=1.5	K=2.0
$K_{vertical}$	258	247	241	254
$K_{horizontal}$	238	250	248	264

A continuación se muestran los rangos de valores de los esfuerzos inducidos en techos y cajas tanto para los esfuerzos estimados con las curvas de Mathews como para los esfuerzos calculados mediante las nuevas curvas 3D.

Tabla 18: Esfuerzos inducidos sobre caserones

	Mathews		Curvas 3D	
	min	max	min	max
$\sigma_{inducido\ techo}$	1.08	160.40	0.21	99.70
$\sigma_{inducido\ cajas\ Vertical}$	-19.14	24.80	-8.60	24.80
$\sigma_{inducido\ cajas\ Horizontal}$	-16.68	95.36	-7.96	96.20

En la Tabla 18 se puede apreciar que el rango de valores del esfuerzo inducido sobre el techo es menor en el caso de las curvas 3D, esto se debe a que las curvas 3D sub-estiman los esfuerzos inducidos en los techos con respecto a los gráficos de Mathews. Una situación contraria se observa en el caso de las cajas, esto se debe a que las curvas 3D sobre-estiman los esfuerzos inducidos sobre éstas.

La Figura 53 muestra una comparación gráfica entre los esfuerzos inducidos sobre los techos calculados de las 2 formas.

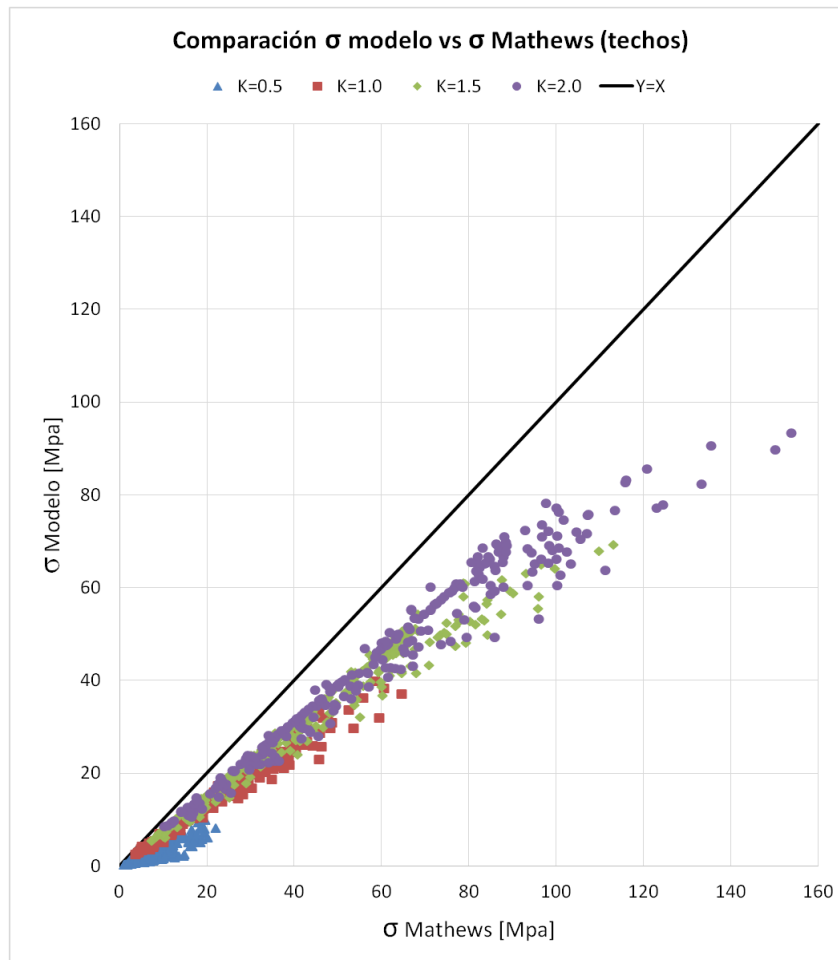


Figura 53: Comparación de esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (techos).

En la Figura 53 se puede apreciar que la totalidad de los esfuerzos estimados con las nuevas curvas (σ_{Modelo}) resultaron ser menores o iguales a los esfuerzos calculados a partir de los gráficos de Mathews. Esto se debe a que las nuevas curvas se ubican por

debajo de las desarrolladas por Mathews, siendo “R”=24 el caso en el que se igualan. Es decir en la mayoría de los casos las curvas obtenidas del modelamiento numérico 3D sub-estiman el esfuerzo inducido en techos y paredes de término con respecto a las curvas obtenidas mediante modelamiento 2D.

Otro aspecto que se puede observar en la Figura 53 es la dispersión de los datos en función del valor de “K” en el plano “P” (Plano medio vertical en este caso). Como era de esperar a mayor valor de “K” sobre el plano medio vertical, mayores son los esfuerzos inducidos en el techo.

La siguiente figura presenta el gráfico de dispersión que compara los factores de esfuerzos para los techos, estos fueron obtenidos a partir de las dos metodologías utilizadas para estimar los esfuerzos inducidos.

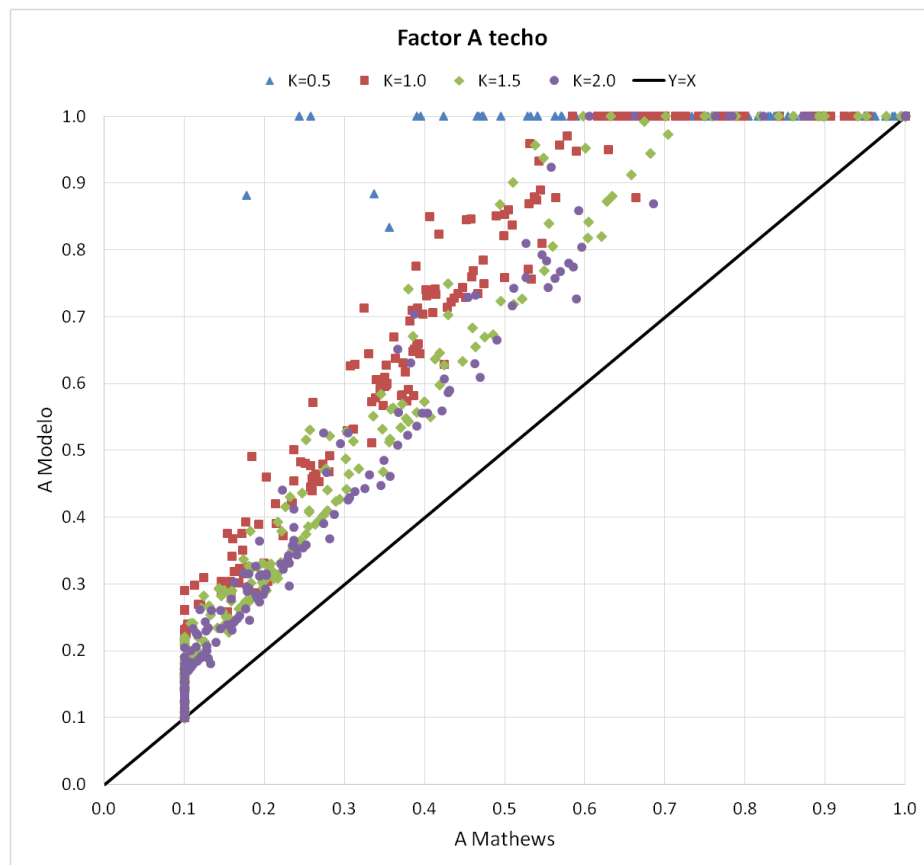


Figura 54: A modelo vs A 2D de Mathews para techos.

La Figura 54 es consistente con lo observado en la Figura 53 ya que el factor A del modelo resulta ser mayor o igual al factor A de Mathews.

Finalmente se puede apreciar una dispersión de datos lineal en donde los caserones con un “K”=2.0 (estado de esfuerzos altos) se ubican en valores de A bajos, mientras los caserones con un “K”=0.5 (estado de esfuerzos bajos) se ubican a valores de A altos.

A continuación se presentan los gráficos de dispersión de los esfuerzos inducidos sobre las cajas de los caserones. Los esfuerzos sobre el plano medio vertical se presentan en Figura 55, mientras que los esfuerzos sobre el plano medio horizontal se muestran en la Figura 56.

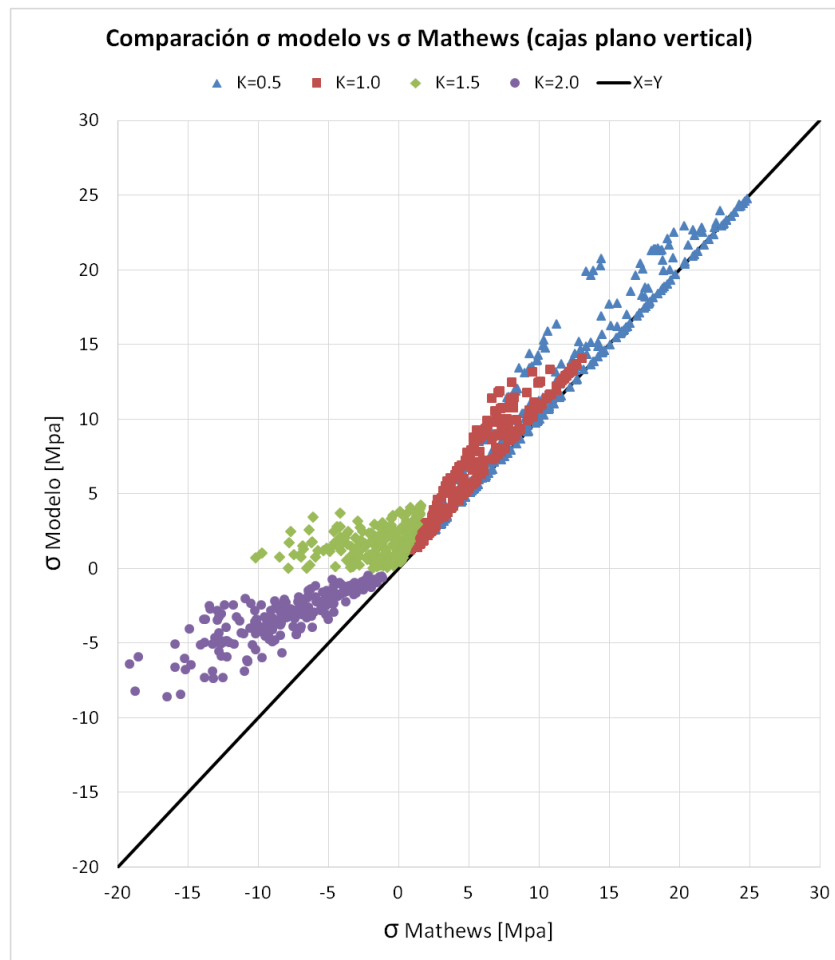


Figura 55: Comparación esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (cajas plano vertical)

Al observar la Figura 55 se aprecia una relación lineal entre los datos la cual está muy cercana a la función identidad ($X=Y$), como se explicó anteriormente esto se debe a la baja diferencia existente entre las nuevas curvas 3D y los gráficos de estimación de esfuerzos en cajas de Mathews.

En la Figura 55 se puede observar que los valores para los esfuerzos inducidos sobre el plano medio vertical son negativos cuando “K”=2.0 independiente de cuál sea la manera de estimarlos (todos los datos contenidos en el tercer cuadrante). Lo anterior implica que en los casos donde “K”=2.0 no existirán diferencias en el cálculo del factor A, ya que a todo valor negativo de esfuerzos inducidos se le asigna un valor de 1.0.

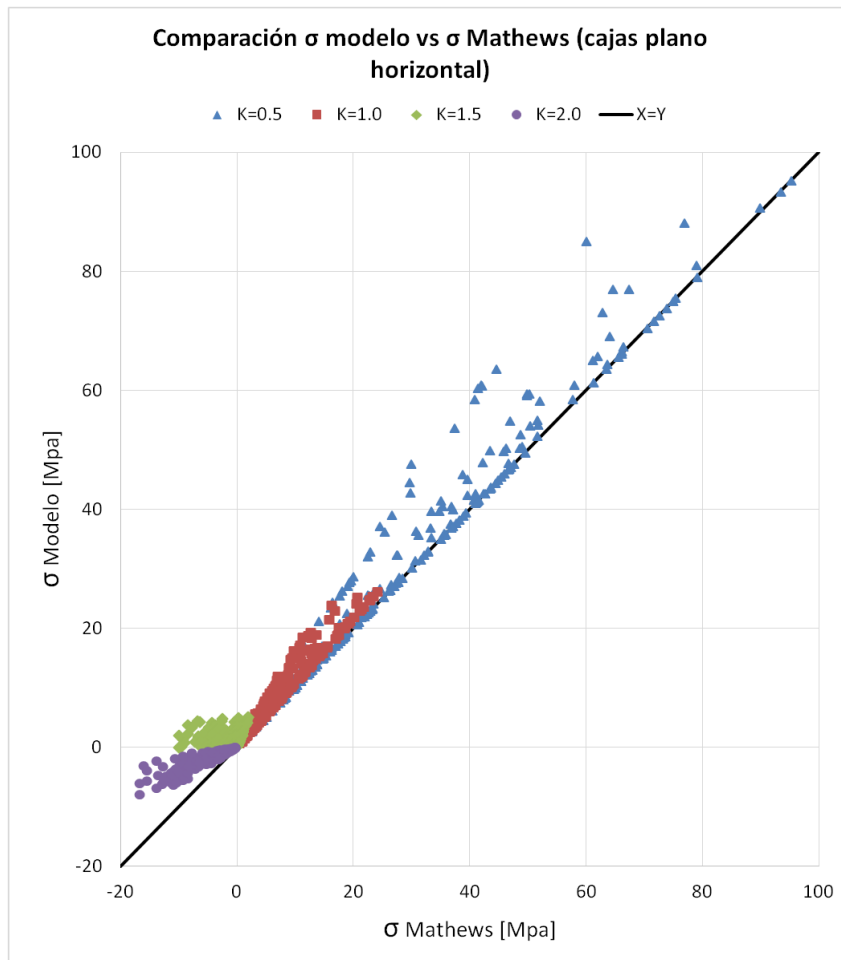


Figura 56: Comparación esfuerzos obtenidos mediante curvas 3D vs curvas 2D de Mathews (cajas plano horizontal)

Al igual que lo observado en Figura 55, el gráfico de dispersión mostrado en Figura 56 exhibe una relación lineal entre los datos muy cercana a la función identidad ($X=Y$). De igual manera los valores para los esfuerzos inducidos sobre el plano medio horizontal son negativos cuando “K”=2.0 independiente de la metodología utilizada para estimarlos.

La principal diferencia entre las dispersiones mostradas en las Figuras 55-56 tiene relación con el rango de valores que estas cubren. Es posible apreciar que en el plano medio horizontal (Figura 56) existen valores de esfuerzos inducidos mayores que en el plano medio vertical (Figura 55). Esto se debe a que en el caso del plano medio horizontal el esfuerzo inducido se obtiene normalizado por σ_{H1} mientras que en el plano medio vertical el esfuerzo se obtiene normalizado por σ_V y como se dijo anteriormente, el rango de valores de σ_{H1} es superior al rango de valores de σ_V (Tabla 16).

La siguiente figura presenta el gráfico de dispersión que compara los factores de esfuerzos para las cajas, éstos fueron obtenidos de manera independiente a partir de las dos metodologías utilizadas para estimar los esfuerzos inducidos.

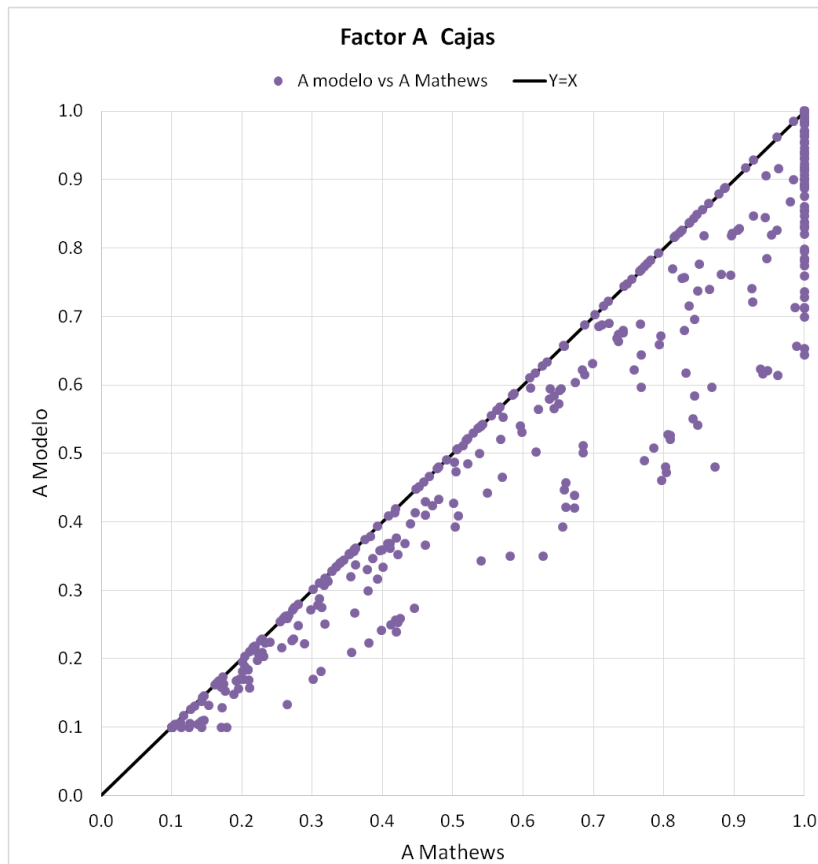


Figura 57: A modelo vs A 2D de Mathews para cajas.

La Figura 57 es consistente con lo observado en las Figuras 55-56 ya que el factor A del modelo resulta ser menor o igual al factor A de Mathews.

A diferencia de lo realizado en la Figura 54, en la Figura 57 no fue posible realizar una clasificación dependiente de valor de “K” ya que en el caso de las cajas se debe seleccionar el factor A más desfavorable entre los planos analizados (plano medio vertical y horizontal), es decir, existieron caserones en los cuales las curvas 3D estimaron un factor A menor en el plano horizontal mientras que las curvas de Mathews calcularon un factor de esfuerzos menor en el plano vertical o viceversa.

Para cuantificar las diferencias obtenidas en el cálculo del factor de esfuerzos se realizaron 2 gráficos de barras en los cuales se muestran las diferencias porcentuales que experimenta el factor A en techos (Figura 58) y cajas (Figura 59) sobre los 1000 casos sintéticos.

La variación porcentual del factor A fue calculada según:

$$\text{variación } \%_i = \left| \frac{A_{\text{modelo } 3D \ i} - A_{\text{Mathews } i}}{A_{\text{mathews } i}} \right| \cdot 100\%$$

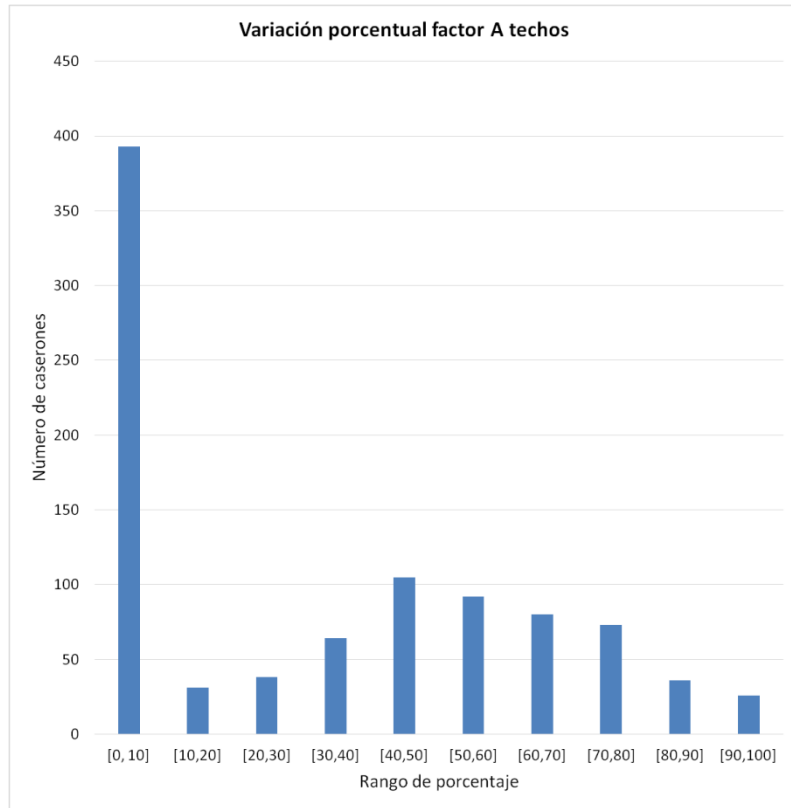


Figura 58: Variación porcentual factor A techos.

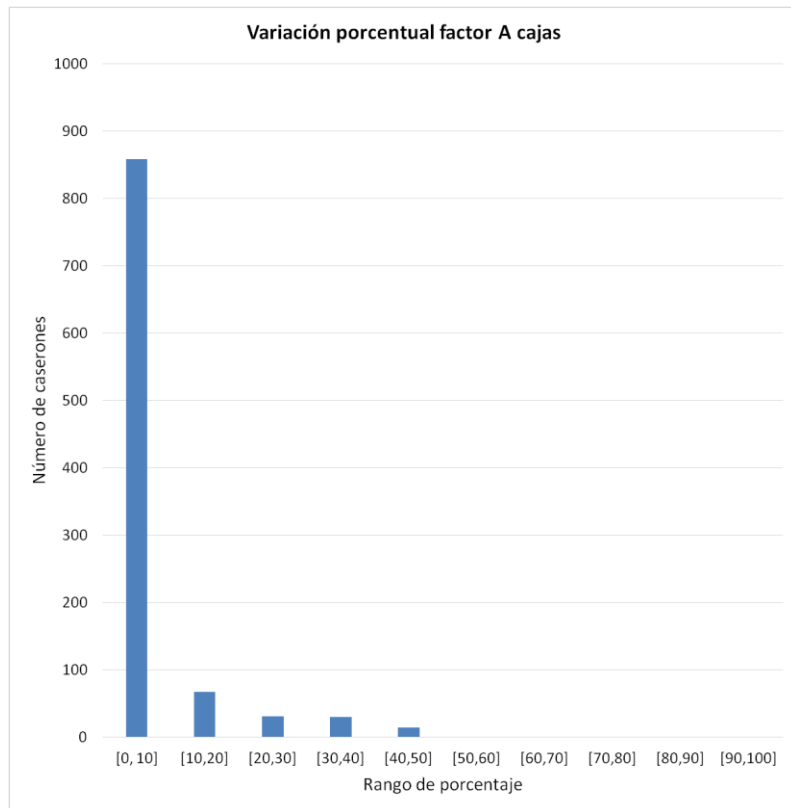


Figura 59: variación porcentual factor A cajas.

En la Figura 58 se aprecia que cerca del 40% de los datos se encuentran en el rango de [0-10], es decir, el factor A no experimenta grandes cambios, en gran parte de estos casos ocurren los siguientes fenómenos:

- Dada la relación lineal observada en la Figura 53, se dan casos en los cuales las dos metodologías estiman esfuerzos inducidos altos, por lo cual el factor A adquiere un valor de 0.1 para ambas. Esto ocurre principalmente cuando " $K_{vertical}$ "=2.0.
- Dada la relación lineal observada en la Figura 53, existen casos en los cuales las dos metodologías estiman esfuerzos inducidos bajos, por lo cual el factor A adquiere un valor de 1.0 para ambas. Esto ocurre principalmente cuando " $K_{vertical}$ "=0.5.

Siguiendo con la Figura 58 se puede apreciar que aproximadamente el 40 % de los datos se encuentra en un rango de variación porcentual de [40-100], es decir, el factor A experimenta grandes cambios. Como es posible apreciar en la Figura 54 la mayoría de estos caserones están asociados a valores de " $K_{vertical}$ " de 1.0 y 1.5 ya que al ser éstos estados de esfuerzos intermedios, el factor A no se encuentra acotado por los valores de 0.1 y 1.0, a diferencia de lo que ocurre con los valores de " $K_{vertical}$ "= 0.5 y 2.0 anteriormente analizados.

Por otro lado, en la Figura 59 se puede observar que cerca del 85% de los datos no experimentan grandes variaciones del factor A, es decir, se encuentran en el rango de variación porcentual de [0-10]. Este fenómeno se debe a las siguientes razones:

- Como se observa en las Figuras 55-56 no existen grandes diferencias entre estimar los esfuerzos inducidos mediante las curvas de los modelos 3D o mediante las curvas de Mathews, lo cual se refleja posteriormente en el cálculo del factor A.
- La totalidad de los esfuerzos estimados mediante las dos metodologías son negativos para valores de " K "=2.0, en consecuencia el factor A adquiere un valor de 1.0 en ambos casos.

El resto de los caserones (15%) experimentan variaciones porcentuales del factor A en el rango [10-50]. Estas mayores diferencias se deben a casos en los cuales las curvas 3D estimaron un factor A menor en el plano horizontal mientras que las curvas de Mathews calcularon un factor de esfuerzos menor en el plano vertical o viceversa.

Basándose en los resultados obtenidos en esta sección, se puede concluir que en el caso de techos y paredes de término el factor A calculado mediante los gráficos derivados del modelamiento numérico 3D presenta diferencias significativas con el factor A obtenido mediante los gráficos de Mathews, mientras que en el caso de las cajas estas diferencias no resultaron ser significativas.

A continuación se presenta una guía para estimar el factor de esfuerzos A que toma en cuenta la naturaleza tridimensional del caserón (A3D) en techos y paredes de término, a partir del A2D de Mathews, el $\sigma_{inducido}$ calculado mediante las curvas de Mathews y el valor de la resistencia unaxial de la roca intacta (Figura 60).

La Figura 60 presenta los resultados obtenidos de los 1000 caserones modelados en esta sección ($A3D/A2D$ vs $UCS/\sigma_{max}2D$), sobre estos datos se ajustó la siguiente función:

$$\frac{A3D}{A2D} = \begin{cases} 1 & , \quad \frac{UCS}{\sigma_{max}2D} \leq 1.5 \\ b_1 + \left(\frac{UCS}{\sigma_{max}2D} + b_2\right)^{b_3} \cdot \left(\exp - \left(\frac{UCS}{\sigma_{max}2D} + b_2\right)\right)^{b_4} & , \quad \frac{UCS}{\sigma_{max}2D} > 1.5 \end{cases}$$

Ecuación 21: Estimación factor A 3D

Los valores de las constantes b_i se presentan a continuación:

Tabla 19: Parámetros de ajuste curva $A3D/A2D$ vs $UCS/\sigma_{max}2D$

Parámetro	Valor
b_1	0.97
b_2	-0.53
b_3	2.16
b_4	0.85

Además la Figura 60 presenta la curva en la cual el $A3D = 1.0$, es posible apreciar que ésta recupera la forma original del factor A:

$$\frac{1}{A2D} = f(\sigma_{max}2D)$$

La dispersión de datos se encuentra ubicada por debajo de esta curva, debido a que $A3D$ se encuentra acotado a valores menores a 1.0.

Finalmente es posible apreciar que para valores de $UCS/\sigma_{max}2D$ mayores a 10 $A3D = A2D = 1.0$.

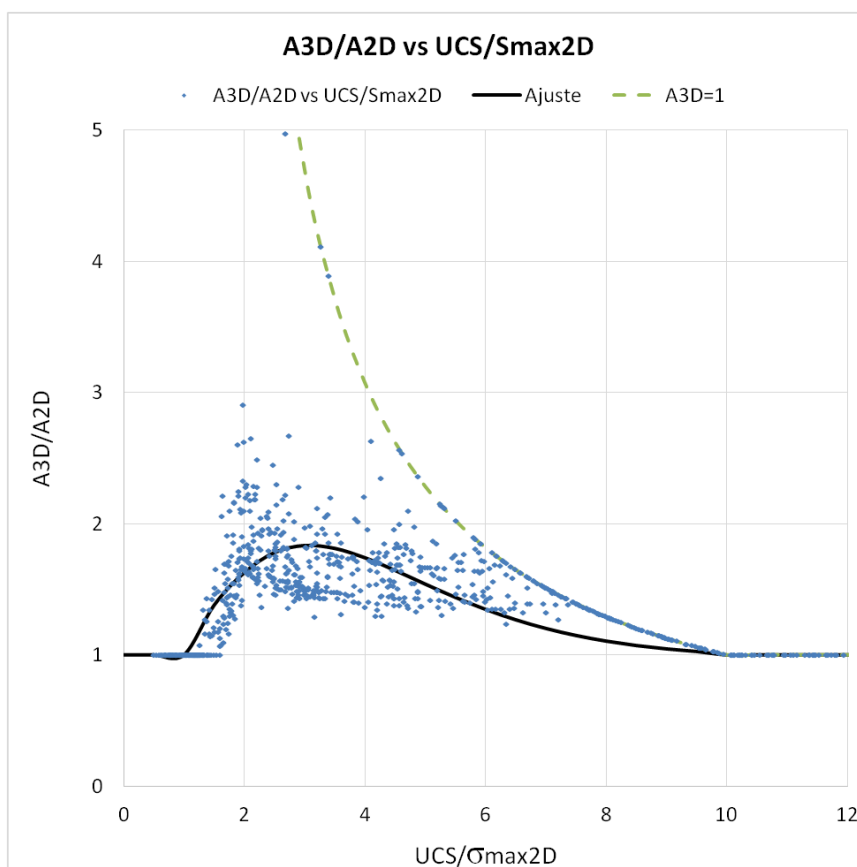


Figura 60: Guía para transformación de A2D - A3D en techos y paredes de término.

4.5 Impacto en el diseño

En la presente sección se analizará de manera preliminar el efecto producido por las nuevas curvas de estimación de esfuerzos inducidos, sobre la base de datos de Mawdesley.

Como se observó en la sección anterior, para el caso de los techos, las nuevas curvas 3D presentaron diferencias significativas en el cálculo del factor A con respecto a los gráficos de esfuerzos inducidos 2D de Mathews. Por su parte, en el caso de las cajas estas diferencias no resultaron ser relevantes. Dado esto, sobre la base de datos de Mawdesley, se modificará el factor de esfuerzos asociado a los techos, de manera de tomar en cuenta la naturaleza tridimensional de los caserones.

La base de datos de Mawdesley presenta el valor del factor A de los casos históricos, sin embargo no cuenta con información de los principales inputs requeridos para el cálculo de éste, tales como:

- Esfuerzos in-situ
- Esfuerzos inducidos en paredes
- Geometría del caserón

Dado que los principales inputs requeridos para la aplicación de las curvas de esfuerzos inducidos 3D no se encuentran presentes en la base de datos, se utilizaron nuevamente los casos sintéticos generados en la sección anterior para realizar un reajuste del factor A sobre los techos.

El reajuste del factor A de Mathews se realizó sobre el gráfico de dispersión A2D de Mathews vs A3D (Figura 61). El ajuste fue obtenido mediante la herramienta de Excel “solver” minimizando la suma de errores cuadráticos entre los datos y la función presentada a continuación.

$$A_{3D} = \begin{cases} m \cdot A_{2D}, & \text{Si } m \cdot A_{2D} < 1.0 \\ 1.0, & \text{Caso contrario} \end{cases}$$

El resultado del problema de optimización arrojó un valor de $m = 1.64$.

Es posible apreciar que a partir de valores de A_{2D} mayores a 0.61 el valor máximo que puede adquirir el A_{3D} es de 1.0. por lo cual el ajuste queda definido finalmente por:

$$A_{3D} = \begin{cases} 1.64 \cdot A_{2D} & A_{2D} \leq 0.61 \\ 1.0 & A_{2D} > 0.61 \end{cases}$$

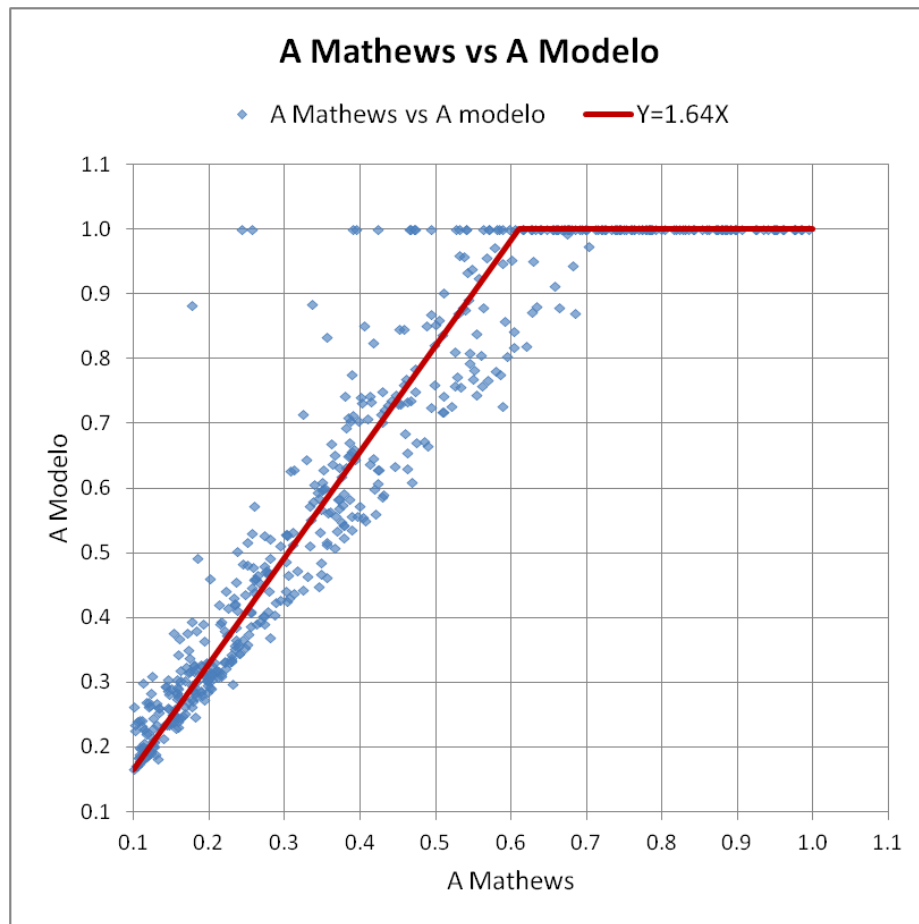


Figura 61: A 2D Mathews vs A Modelo

Una vez obtenida la función de ajuste para la obtención del $A3D$ a partir del $A2D$, se procede a modificar el factor A , asociado a techos, de la base de datos de Mawdesley. Como techos se definieron todos los casos históricos con un valor de $C \leq 2$ (paredes sub horizontales). La base de datos filtrada junto con los valores de A modificados puede en la sección de anexos (Anexo C).

Tanto la base de datos de Mawdesley original como la modificada fueron sometidas al procedimiento explicado en la sección 3.5. Los resultados de las fronteras de clasificación "Estable-Resto de los casos" junto con los indicadores de desempeño obtenidos en ambos casos se resumen en la Tabla 20.

Tabla 20: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos"

	Base de datos Original	Base de datos modificada
<i>a</i>	1.82	1.65
<i>b</i>	0.32	0.52
<i>TRP</i>	0.81	0.83
<i>FRP</i>	0.17	0.19
<i>PSS</i>	0.636	0.652

Con los parámetros presentados en la Tabla 20 es posible calcular el punto de intersección (HR^*, N^*) entre ambas fronteras de clasificación según:

$$0.32 \cdot HR^{*1.82} = 0.52 \cdot HR^{*1.65}$$

$$\Rightarrow HR^* = 11.07$$

$$\Rightarrow N^* = 25.42$$

Dados los parámetros b , que indican el valor de N cuando $HR = 1.0$, se puede concluir que la frontera de clasificación de la base de datos original se ubica debajo de la frontera asociada a la base de datos modificada para valores de $1.0 < HR < 11.07$. Lo anterior se debe a que las nuevas curvas 3D sobre-estiman el factor A, por lo cual los datos históricos modificados se desplazan hacia arriba en el gráfico de estabilidad.

Con respecto al indicador de desempeño PSS , se puede apreciar una leve mejora en la base de datos modificada respecto a la base de datos original. Sin embargo no es posible asegurar de manera categórica, que el factor A modificado permite una mejor clasificación de los datos. Esto se debe principalmente a que la diferencia apreciada en el indicador PSS no resulta ser significativa.

Las siguientes figuras muestran los gráficos de estabilidad obtenidos tanto para la base de datos original como para la base de datos modificada.

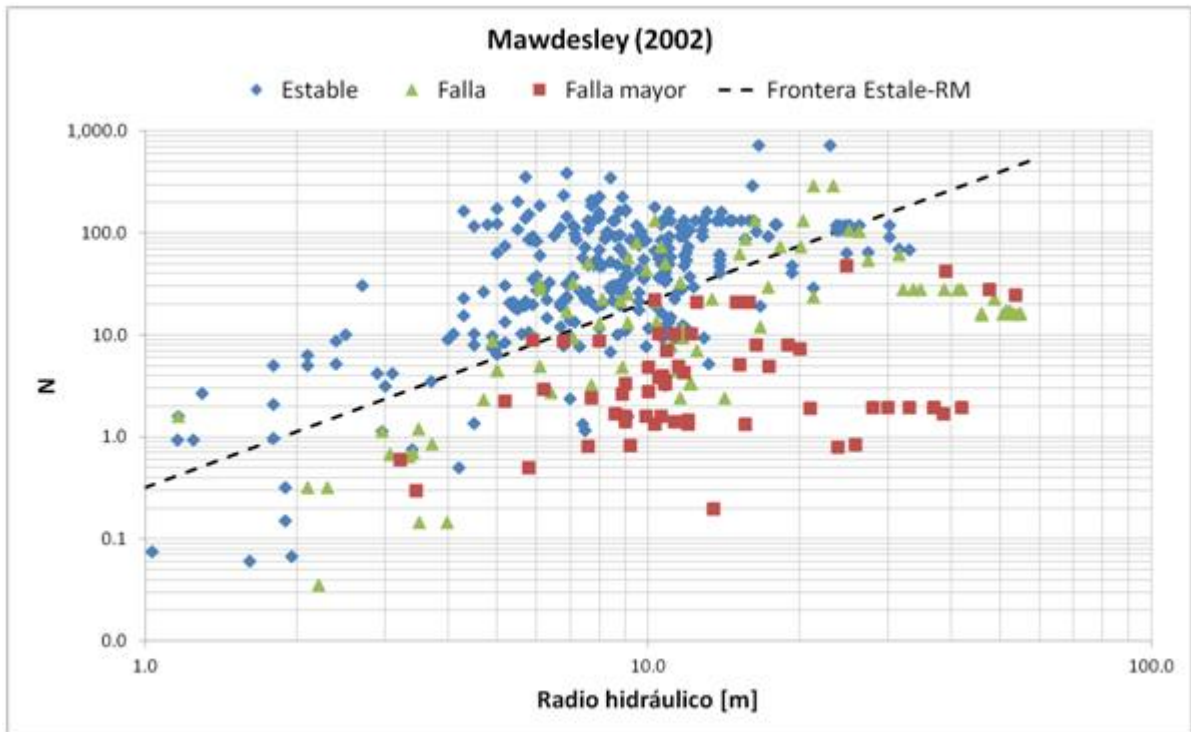


Figura 62: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos" para base de datos original de Mawdesley.

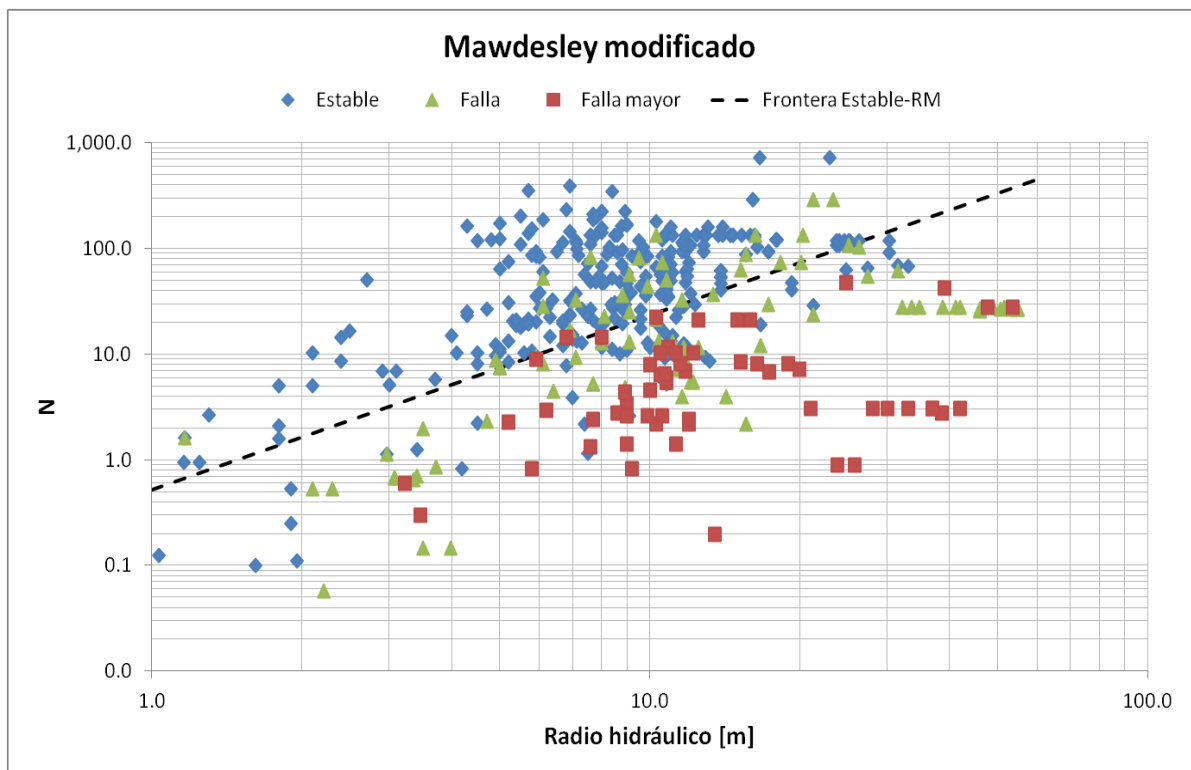


Figura 63: Ajuste de frontera "Estable-Resto de los casos" para base de datos modificada.

Finalmente utilizando tanto la frontera de estabilidad para los datos históricos originales como para los datos modificados, es posible evaluar el impacto producido por las nuevas curvas de estimación de esfuerzos sobre el diseño de caserones. Para esto se generaron 1000 casos aleatorios los cuales consideran las diferencias en el cálculo del factor A, ambas fronteras de estabilidad y distintas paredes (techos, término y cajas). La Figura 64 presenta un gráfico de dispersión que relaciona los radios hidráulicos máximos obtenidos en ambos casos, mientras que la **Error! Reference source not found.** y la Tabla 21 resumen los indicadores y parámetros.

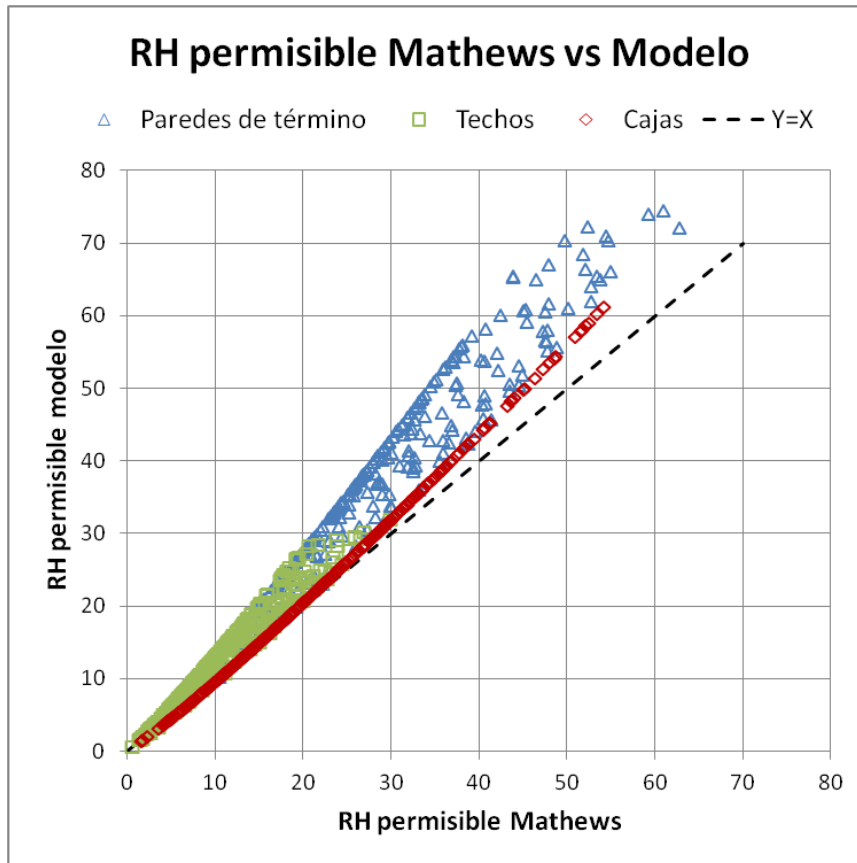


Figura 64: Rh Mathews vs Rh Modelo

Tabla 21: Impacto sobre el radio hidráulico admisible por pared.

	Global	Techos	Paredes de término	Cajas
$Rh_{Mathews}$ Promedio [m]	19.07	11.03	25.16	20.98
$D. Estandar_{mathews}$ [m]	12.02	5.78	12.83	11.43
Rh_{Modelo} Promedio [m]	22.59	13.20	32.74	21.80
$D. Estandar_{Modelo}$ [m]	15.13	6.82	16.75	12.98
$VRHM$ [m]	-3.52	-2.17	-7.58	-0.82
$VRHMP$ [%]	-16.42	-19.35	-29.40	-0.63

En la figura y tablas anteriormente presentadas, se observa que los valores de $Rh_{admisible}$ asociados a las nuevas curvas modeladas se encuentran casi en su totalidad por sobre los de la metodología convencional de Mathews. Más aún al realizar un análisis por pared se puede concluir lo siguiente:

- Los casos correspondientes a techos y paredes de término son los que presentan cambios más significativos debido al incremento que experimentan en el factor A y en consecuencia en el valor de N. Este incremento de N es más influente que la diferencia existente entre las diferentes curvas de estabilidad obteniéndose radios hidráulicos permisibles mayores al utilizar las nuevas curvas de esfuerzos inducidos desarrolladas.
- Los casos correspondientes a cajas no presentan grandes cambios ubicándose principalmente a lo largo de la identidad, esto se debe a que el factor de esfuerzos no es modificado en estos casos, por lo que las diferencias se producen principalmente debido a las curvas de estabilidad, las cuales no impactan significativamente en el valor del radio hidráulico permisible.

Del análisis por pared es posible concluir que las diferencias observadas en el radio hidráulico permisible están controladas principalmente por el factor A y en consecuencia por las nuevas curvas modeladas. En resumen, a mayor cambio del factor A, mayores diferencias en el radio hidráulico permisible son observadas. Finalmente es posible identificar 2 casos extremos:

- Límite Superior: Casos que experimentan mayores cambios los cuales corresponden a techos y paredes de término con valores de $A_{Mathews}$ menores a 0.6.
- Límite inferior: Casos que prácticamente no se ven afectados los cuales corresponden a techos y paredes de término con valores de $A_{Mathews} = 1.0$ y la totalidad de las cajas.

La

Figura 65 presenta gráficamente los límites inferior y superior descritos anteriormente.

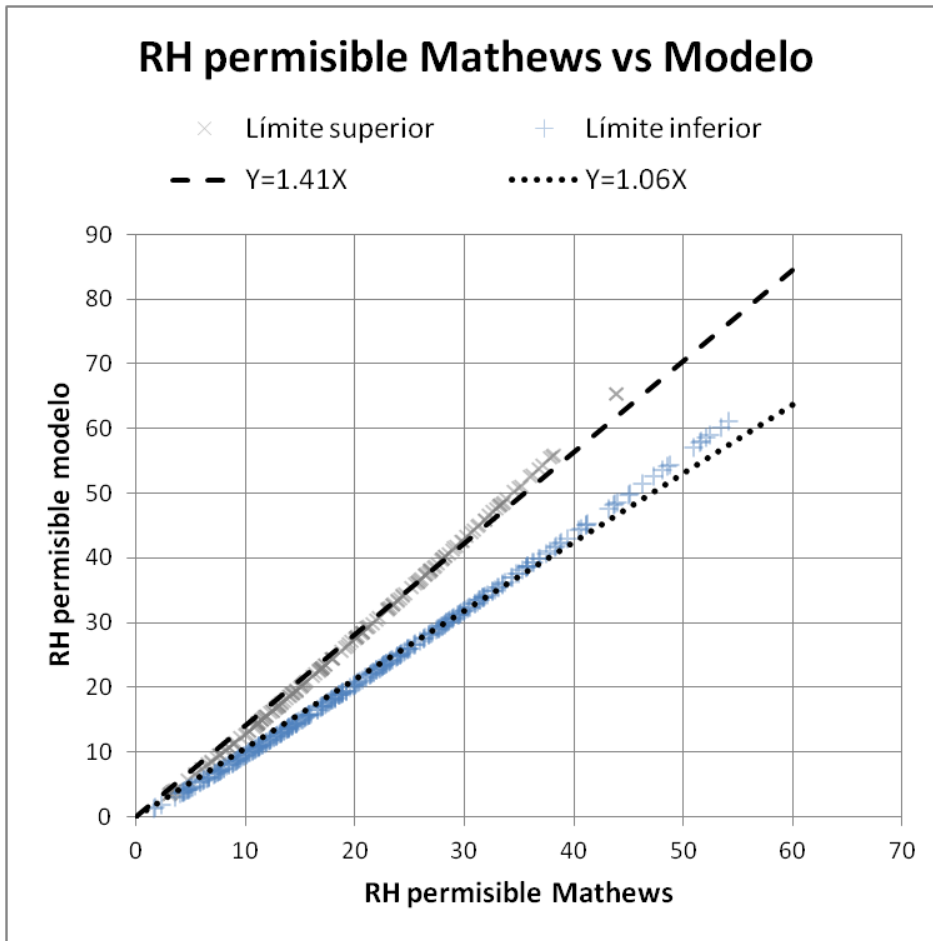


Figura 65: Límites superior e inferior

En conclusión, utilizando las nuevas curvas para estimación de esfuerzos inducidos junto con el gráfico de estabilidad desarrollados en la presente memoria, es posible obtener radios hidráulicos mayores dependiendo de la pared analizada y la condición de esfuerzos sobre esta (diferencias promedios resumidas en la Tabla 21).

5 Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

Para el caso de techos y paredes de término, las nuevas curvas de esfuerzos inducidos, derivadas del modelamiento numérico 3D, presentan grandes diferencias con la curvas propuestas por Mathews, esto repercute significativamente en el cálculo del factor A, pudiendo obtenerse resultados completamente distintos dependiendo de los gráficos utilizados.

En caserones angostos en donde $w \ll h, l$, las diferencias entre las curvas de Mathews y a las curvas 3D resultan ser bajas, esto se debe a que la razón de aspecto en el plano "R" posee valores altos tanto para los planos medios vertical como horizontal con lo cual, en este tipo de caserones, se logra una aproximación a la condición de deformaciones planas. Sin embargo, caserones masivos, donde las tres dimensiones son similares, las diferencias entre las curvas resultan ser altas debido a que la razón de aspecto "R" posee valores bajos tanto en el plano medio vertical como en el horizontal, y como se apreció en los resultados mostrados en el presente trabajo, a menor valor de "R", mayores las diferencias entre las curvas.

Por su parte, el reprocesamiento preliminar de la base de datos de Mawdesley arrojó un mejor comportamiento de las nuevas curvas 3D, sin embargo las diferencias basadas en el indicador *PSS* no resultaron ser significativas. Para la realización de un mejor análisis se debe trabajar sobre una base de datos que contenga los principales inputs para el cálculo de esfuerzos inducidos, situación que no ocurrió con la base de datos de Mawdesley, en la cual se tuvo que recurrir a la generación de casos sintéticos para estimar una relación entre el A3D y el A de Mathews.

En el caso de la base de datos modificada, la frontera de clasificación "Estable- Resto de los casos" se ubica por encima de la frontera derivada desde la base de datos original para casi la totalidad del dominio ($HR > 1.08$), esto se debe a que el factor A3D en los techos es siempre mayor o igual al A2D de Mathews, con lo cual la nube de puntos de casos históricos modificados sube y en consecuencia la frontera de estabilidad también.

El impacto en el diseño generado por las nuevas curvas de cálculo de esfuerzos inducidos, no es cuantificable a priori, ya que el valor del número de estabilidad derivado de las curvas 3D es siempre mayor o igual al N obtenido mediante las curvas de Mathews, sin embargo esto no asegura la obtención de radios hidráulicos mayores ya que, como se dijo anteriormente, para casi la totalidad del dominio la frontera de la base de batos modificada se ubica por sobre la frontera de la base de datos original de Mawdesley.

Con el objetivo de cuantificar el impacto en el diseño se realizaron nuevamente 1000 casos aleatorios de los cuales es posible concluir que utilizando las nuevas curvas de estimación de esfuerzos sobre techos y paredes de término se obtienen radios hidráulicos significativamente mayores en promedio a los de la metodología convencional (20% y 30% mayores en techos y paredes de término respectivamente)

Finalmente al utilizar los gráficos de estabilidad como una herramienta de diseño de caserones se debe tener plena conciencia acerca de cómo fue construida la base de datos de casos históricos, por ejemplo, en el caso de que hayan sido utilizadas las curvas de Mathews para estimar los esfuerzos inducidos, deben utilizarse siempre éstas para obtener el factor A del diseño, de manera de ser consistente con el gráfico de estabilidad.

5.2 Recomendaciones

Para el cálculo del factor A es recomendable la utilización de las nuevas curvas de estimación de esfuerzos inducidos, debido a que éstas toman en cuenta la naturaleza 3D de los caserones entregando un valor más aproximado a la situación real que los gráficos de Mathews.

Las guías para el cálculo del factor A 3D desarrolladas en el presente trabajo, resultan ser una buena herramienta para estimar preliminarmente el Factor A3D a partir del A2D de Mathews, sin embargo para obtener resultados de mayor confiabilidad se recomienda estimar el factor de esfuerzos directamente desde las nuevas curvas derivadas del modelamiento numérico de caserones 3D.

Para analizar de buena manera el impacto generado por las nuevas curvas de estimación de esfuerzos, sobre los gráficos de estabilidad, se recomienda trabajar sobre una base de datos que contenga los principales inputs para el cálculo de esfuerzos inducidos.

Finalmente se recomienda evaluar la obtención de un nuevo factor A basado en las nuevas curvas de estimación de esfuerzos inducidos obtenidas en la presente memoria, esto se debe a que el gráfico del factor de esfuerzos de la metodología de Mathews fue concebido para ser utilizado a la par de los gráficos de esfuerzos inducidos 2D, con lo cual la utilización del mismo factor de esfuerzos "A" junto con las nuevas curvas 3D no resultaría ser del todo consistente.

6 Bibliografía

BARTON, N., R. LIEN AND J. LUNDE Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock mechanics*, 1974, 6(4), 189-236.

BIENIAWSKI, Z. Engineering classification of jointed rock masses. discussions of paper by ZT Bieniawski, trans. s. afr. instn. civ. engrs. v15, n12, Dec. 1973, and authors reply: 4F, 4T, 39R. *Trans. S. Afr. Instn. Civ. Engrs.* V16, N7, July, 1974, P239–254. In *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. Pergamon, 1974, vol. 11, p. 244.

CASTRO, C. Modelamiento numérico de la dilución por sobre excavación en minería subterránea explotada por sublevel stoping In., 2014.

DEERE, D. U., A. HENDRON, F. PATTON AND E. CORDING. Design of surface and near-surface construction in rock. In *The 8th US Symposium on Rock Mechanics (USRMS)*. American Rock Mechanics Association, 1966.

DIEDERICHS, M. AND P. KAISER Tensile strength and abutment relaxation as failure control mechanisms in underground excavations. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1999, 36(1), 69-96.

FUENZALIDA, J. Evaluación estadística de los factores de ajuste de la metodología de Mathews y su impacto en el diseño empírico de caserones. In., 2014.

HADJIGEORGIOU, J., J. LECLAIR AND Y. POTVIN An update of the stability graph method for open stope design. *CIM Rock Mechanics and Strata Control session*, Halifax, Nova Scotia, 1995, 14-18.

HOEK, E. Strength of rock and rock masses. *ISRM News Journal*, 1994, 2(2), 4-16.

LAUBSCHER, D. Geomechanics classification of jointed rock masses-mining applications. *Trans. Instn. Min. Metall*, 1977, 86, A1-8.

LAUBSCHER, D. A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design. *JS Afr. Inst. Metall*, 1990, 90(10), 267-273.

MATHEWS, K., E. HOEK, D. WYLLIE AND S. STEWART Prediction of stable excavation spans for mining at depths below 1000 m in hard rock. *CANMET DSS Serial No: 0sQ80-00081.*, Ottawa, 1981.

MAWDESLEY, C., R. TRUEMAN AND W. WHITEN Extending the Mathews stability graph for open-stope design. *Mining Technology*, 2001, 110(1), 27-39.

MAWDESLEY, C. A. Predicting rock mass cavability in block caving mines 2002.

MITRI, H. S., R. HUGHES AND Y. ZHANG New rock stress factor for the stability graph method. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2011, 48(1), 141-145.

NICKSON, S. D. Cable support guidelines for underground hard rock mine operations. University of British Columbia, 1992.

POTVIN, Y. Empirical open stope design in Canada 1988.

POTVIN, Y. AND J. HADJIGEORGIOU The stability graph method for open-stope design. *Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International*

Case Studies. Society of Mining, Metallurgy and Exploration, 8307 Shaffer Parkway, Littleton, CO 80127, USA, 2001., 2001, 513-520.

STEWART, P. C. Minimising dilution in narrow vein mines 2005.

STEWART, S. AND W. FORSYTH The Mathew's method for open stope design. CIM bulletin, 1995, 88(992), 45-53.

SUORINENI, F. T. The stability graph after three decades in use: Experiences and the way forward. International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 2010, 24(4), 307-339.

TRUEMAN, R., P. MIKULA, C. MAWDESLEY AND N. HARRIES Experience in Australia with the application of the Mathews' method for open stope design. CIM bulletin, 2000, 93(1036), 162-167.

7 Anexos

7.1 Anexo A

La asignación de puntajes para la clasificación geomecánica correspondiente al Q se presenta en las siguientes tabla modificadas de (Hutchinson and Diederichs 1996)

Tabla 22: Set de discontinuidades (J_n)











N° de sets de juntas		J_n			
Roca masiva sin sets		0.5	1		Pocos sets - aleatorios
1 set		2	3		1 set + aleatorio
2 sets		4	6		2 sets + aleatorio
3 sets		9	12		3 sets + aleatorio
4 o más sets		15	20		Roca desintegrada

Tabla 23: Rugosidad de discontinuidades (J_r)






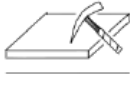

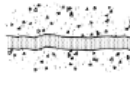
		Gran escala	Planas	Ondulosas	Discontinuas
Pequeña escala:	J_r (set crítico)				
Pulida		0.5	1.5	2.0	
Suave		1.0	2.0	3.0	
Rugosa		1.5	3.0	4.0	
Discontinuidad rellena		1.0	1.0	1.5	

Tabla 24: Alteración de discontinuidades (Ja)

Caso	Condición	ϕ_{jres} (°)	J_a
(a) Hay contacto entre las cajas de la estructura			
A	Estructuras bien trabadas y selladas con rellenos duros, impermeables, y que no se ablandan (e.g. cuarzo epidota, etc.)	---	0,75
B	Estructuras con cajas no alteradas, que solo presentan patinas locales	25-35	1
C	Estructuras con cajas ligeramente alteradas. Pátinas de materiales que no se ablandan y libres de finos: arenas, roca molida, etc.	25-30	2
D	Estructuras con pátinas limo arenosas, con poco contenido de arcillas, que no se ablandan	20-25	3
E	Estructuras con pátinas de minerales arcillosos de baja fricción y que se ablandan (e.g. caolinita, micas, etc). Estructuras con pátinas de clorita, talco, yeso, grafito, etc. Estructuras con pequeñas cantidades de arcillas expansivas (pátinas discontinuas, de 1 a 2 mm de potencia)	8-16	4
(b) Desplazamiento de corte menores que 10 cm producen contacto entre las cajas de la estructura			
F	Estructuras con rellenos de arenas y/o roca molida, libres de arcilla	25-30	4
G	Estructuras con rellenos de arcillas muy pre-consolidadas, que no se ablandan (rellenos continuos, con espesores < 5 mm)	16-24	6
H	Estructuras con rellenos de arcillas algo a poco pre-consolidadas, que se ablandan (rellenos continuos, con espesores < 5 mm)	6-12	8
J	Estructuras con rellenos de arcillas expansivas (e.g. montmorillonita, rellenos continuos, espesores < 5 mm).		8-12
(c) Los desplazamientos de corte no producen contacto entre las cajas de la estructura			
K, L, M	Estructuras con rellenos de roca desintegrada o triturada y arcillas (ver G, H, J para descripciones del material arcilloso)	6-24	6, 8 o 8-12
N	Estructuras con rellenos potentes de arenas limosas o limo-arcillosas, con poco contenido de arcillas (que no se ablandan)	---	5
O, P, R	Estructuras con rellenos potentes de salbanda arcillosa (ver G, H, J para descripciones del material arcilloso)	6-24	10, 13 o 13-20

– Aumenta la alteración de la estructura →

Tabla 25: Condición de Agua (Jw)

Caso	Condición	p_w (MPa)	J_w	
– Aumentan las infiltraciones →	A	Túneles secos o con infiltraciones menores (e.g. 5 lt/min localmente o en algunos sectores)	< 0,1	1
	B	Infiltraciones y presiones moderadas, que ocasionalmente causan el lavado del relleno de las estructuras	0,1-0,25	0,66
	C	Infiltraciones y presiones importantes en roca competente con estructuras sin relleno	0,25-1,0	0,50
	D	Infiltraciones y presiones importantes que causan lavado de los rellenos de las estructuras		0,33
	E	Infiltraciones muy importantes y a presión gatilladas por las tronaduras, pero decaen con el tiempo	> 1,0	0,1-0,2
	F	Infiltraciones excepcionalmente altas con presiones que continúan sin decaer con el tiempo		0,05-0,1

Tabla 26: Factor de reducción de por esfuerzos (SRF)

(a) Zonas débiles interceptan la posición que tendrá la excavación subterránea, lo que puede causar aflojamiento (loosening) del terreno cuando se desarrolle la excavación subterránea				
Caso	Condición		SRF	
A	Múltiples zonas débiles que contienen arcillas y/o roca químicamente desintegrada, con roca suelta en su periferia (a cualquier z)		10,0	
B	Múltiples zonas débiles, con roca suelta en su periferia, en un macizo rocoso competente y libre de arcilla (a cualquier z)		7,5	
C	Macizo rocoso muy fracturado, con estructuras abiertas que definen bloques en forma de cubos (a cualquier z)		5,0	
D, E	Una zona débil que contienen arcillas y/o roca químicamente desintegrada, con roca suelta en su periferia	$z \leq 50$ m	5,0	
		$z > 50$ m	2,5	
F, G	Una zona débil, con roca suelta en su periferia, en un macizo rocoso competente y libre de arcilla	$z \leq 50$ m	5,0	
		$z > 50$ m	2,5	

(b) Macizos rocosos competentes, problemas asociados a concentraciones de esfuerzos				
Caso	Condición	UCS/σ_1	σ_θ/UCS	SRF
H	Estado de esfuerzos de magnitud baja, estructuras superficiales abiertas	> 200	< 0,01	2,5
I	Estado de esfuerzos moderados, condición de esfuerzos favorable	200 – 10	0,01 – 0,3	1,0
J	Estado de esfuerzos de magnitud alta, estructuras bien trabadas (usualmente favorable para la estabilidad, aunque puede presentar problemas en las cajas)	10 – 5	0,3 – 0,4	0,5 – 2,0
K	Macizo rocoso que presenta lajamientos moderados 1 hora después del desarrollo de la excavación subterránea	5 – 3	0,5 – 0,65	5 – 50
L	Macizo rocoso que presenta lajamientos e incluso estallidos de roca poco después del desarrollo de la excavación subterránea	3 – 2	0,65 - 1,0	50 – 200
M	Macizos rocosos que sufren notorios estallidos de roca y deformaciones inmediatas después del desarrollo de la excavación subterránea	< 2	> 1	200 - 400

(c) Macizos rocosos que fluyen plásticamente (squeezing rock)			
Caso	Condición	UCS/σ_1	SRF
O	El flujo plástico genera presiones leve a moderadas	1 – 5	5 – 10
P	El flujo plástico genera presiones importantes	> 5	10 – 20

(d) Macizos rocosos expansivo (swelling rock), expansión o hinchamiento debido a reacciones químicas causadas por la presencia de agua		
Caso	Condición	SRF
R	El hinchamiento genera presiones leves a moderadas	5 – 10
S	El hinchamiento genera presiones importantes	10 – 15

Finalmente para ingresar al gráfico para la determinación de características del soporte se integra el parámetro ESR, cuyos valores se presentan a continuación:

Tabla 27: ESR

Tipo de Excavación	ESR
A. Labores mineras de carácter temporal	2 - 5
B. Galerías mineras permanentes, túneles de centrales hidroeléctricas (excluyendo las galerías de alta presión), túneles piloto, galerías de avance en grandes excavaciones, cámaras de compensación hidroeléctrica	1.6 - 2
C. cavernas de almacenamiento, plantas de tratamiento de agua, túneles de carreteras secundarias y de ferrocarril, túneles de acceso	1.2 – 1.3
D. Centrales eléctricas subterráneas, túneles de carreteras primarias y de ferrocarril, refugios subterráneas para defensa civil, emboquilles e intersecciones de túneles.	0.9 - 1.1
E. Centrales nucleares subterráneas, estaciones de ferrocarril instalaciones públicas y deportivas, fabricas, túneles para tuberías principales de gas.	0.5 – 0.8

7.2 Anexo B

Las tablas presentadas a continuación muestran el detalle del modelamiento numérico de caserones en tres dimensiones.

Tabla 28: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=0.5)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
	2	0.07	0.18	0.26	0.23	0.22	0.24
	3	0.08	0.26	0.41	0.39	0.44	0.46
	4	0.09	0.33	0.52	0.51	0.58	0.65
	5	0.09	0.33	0.56	0.61	0.69	0.83
	6	0.09	0.34	0.59	0.68	0.74	0.93
	7	0.09	0.36	0.61	0.69	0.80	1.02
	8	0.09	0.37	0.63	0.71	0.83	1.04

Tabla 29: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=1.0)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	0.78	0.84	0.79	0.81	0.81	0.81
	2	0.92	1.12	1.27	1.31	1.36	1.36
	3	0.96	1.26	1.56	1.73	1.78	1.80
	4	0.98	1.37	1.70	1.96	2.02	2.10
	5	0.99	1.42	1.80	2.10	2.27	2.35
	6	1.00	1.44	1.86	2.22	2.47	2.59
	7	1.00	1.45	1.95	2.30	2.57	2.77
	8	1.00	1.45	2.02	2.35	2.62	2.96

Tabla 30: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=1.5)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	1.63	1.69	1.69	1.70	1.70	1.70
	2	1.85	2.05	2.20	2.30	2.33	2.41
	3	1.93	2.28	2.56	2.70	2.78	2.89
	4	1.93	2.38	2.78	3.04	3.15	3.28
	5	1.94	2.43	3.00	3.30	3.44	3.59
	6	1.94	2.48	3.11	3.49	3.67	3.89
	7	1.94	2.49	3.19	3.63	3.89	4.13
	8	1.94	2.50	3.24	3.70	4.07	4.30

Tabla 31: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, techos y paredes de término (K=2.0)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	2.41	2.47	2.44	2.44	2.44	2.48
	2	2.67	3.01	3.21	3.26	3.33	3.43
	3	2.78	3.24	3.67	3.87	4.07	4.15
	4	2.80	3.39	3.96	4.37	4.55	4.70
	5	2.80	3.48	4.23	4.67	4.96	5.13
	6	2.81	3.52	4.41	4.89	5.26	5.56
	7	2.81	3.56	4.52	5.11	5.48	5.93
	8	2.81	3.57	4.59	5.24	5.70	6.30

Tabla 32: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=0.5)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	1.22	1.24	1.20	1.24	1.22	1.24
	2	0.94	0.94	0.96	0.95	0.96	0.97
	3	0.83	0.85	0.84	0.82	0.85	0.85
	4	0.80	0.80	0.79	0.78	0.78	0.78
	5	0.79	0.78	0.76	0.74	0.74	0.74
	6	0.79	0.76	0.74	0.71	0.73	0.72
	7	0.79	0.75	0.73	0.71	0.71	0.69
	8	0.79	0.74	0.72	0.70	0.70	0.68

Tabla 33: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=1.0)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	0.81	0.84	0.81	0.81	0.81	0.81
	2	0.51	0.54	0.52	0.49	0.49	0.49
	3	0.47	0.47	0.43	0.41	0.41	0.40
	4	0.47	0.43	0.38	0.37	0.36	0.35
	5	0.48	0.44	0.36	0.33	0.31	0.31
	6	0.49	0.44	0.35	0.31	0.30	0.29
	7	0.49	0.45	0.36	0.31	0.28	0.27
	8	0.50	0.45	0.36	0.30	0.28	0.24

Tabla 34: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=1.5)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43
	2	0.15	0.13	0.07	0.08	0.07	0.07
	3	0.15	0.07	-0.02	-0.03	-0.07	-0.07
	4	0.17	0.09	-0.05	-0.09	-0.12	-0.13
	5	0.19	0.09	-0.05	-0.11	-0.15	-0.17
	6	0.20	0.10	-0.05	-0.13	-0.17	-0.19
	7	0.22	0.12	-0.03	-0.12	-0.17	-0.20
	8	0.23	0.14	-0.02	-0.10	-0.16	-0.19

Tabla 35: $\sigma_{inducido}/\sigma_{H1}$ o $\sigma_{inducido}/\sigma_V$, cajas (K=2.0)

		Razón de aspecto "R"					
		2	4	8	12	16	24
Razón de aspecto "p"	1	0.03	0.03	0.00	0.03	0.03	0.03
	2	-0.16	-0.24	-0.36	-0.33	-0.32	-0.34
	3	-0.10	-0.29	-0.44	-0.46	-0.48	-0.48
	4	-0.07	-0.27	-0.47	-0.52	-0.53	-0.56
	5	-0.04	-0.24	-0.46	-0.53	-0.56	-0.60
	6	-0.02	-0.21	-0.43	-0.53	-0.58	-0.62
	7	-0.01	-0.19	-0.40	-0.54	-0.59	-0.63
	8	-0.01	-0.16	-0.39	-0.51	-0.59	-0.61

7.3 Anexo C

La siguiente tabla presenta la base de datos filtrada de Mawdesley. Los valores de A y N modificados se encuentran sombreados.

Tabla 36: Base de datos filtrada original Mawdesley (2002) y modificada.

Nº	Fuente	A	A modificado	N	N modificado
271	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	8.8	14.5
34	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	17.0	27.8
35	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	17.0	27.8
391	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	6.2	10.2
84	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	7.9	13.0
446	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	50.7	83.1
377	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	3.8	6.3
39	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
23	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	16.3	26.7
24	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	16.3	26.7
33	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	16.1	26.3
36	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	16.1	26.3
37	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	16.1	26.3
38	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	16.1	26.3
40	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
41	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
42	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
43	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
44	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
45	Mawdesley (2002)	0.6	1.0	1.9	3.1
22	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	15.6	25.6
448	Mawdesley (2002)	0.6	0.9	22.4	36.7
447	Mawdesley (2002)	0.5	0.9	21.6	35.4
81	Mawdesley (2002)	0.5	0.9	7.0	11.5
80	Mawdesley (2002)	0.5	0.9	7.0	11.5
82	Mawdesley (2002)	0.5	0.9	7.0	11.5
450	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	5.1	8.4
379	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	8.7	14.3
392	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	5.2	8.5
380	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	8.7	14.3
381	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	8.7	14.3
425	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	7.7	12.6
426	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	7.7	12.6
427	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	7.7	12.6

449	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	4.9	8.0
266	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	10.1	16.5
311	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	7.4	12.2
337	Mawdesley (2002)	0.5	0.8	15.3	25.1
404	Mawdesley (2002)	0.7	1.0	7.7	11.0
78	Mawdesley (2002)	0.5	0.7	5.2	8.5
452	Mawdesley (2002)	0.7	1.0	4.9	6.7
376	Mawdesley (2002)	0.4	0.7	36.0	59.0
393	Mawdesley (2002)	0.4	0.7	4.2	6.8
394	Mawdesley (2002)	0.4	0.7	4.2	6.8
407	Mawdesley (2002)	0.4	0.7	4.8	7.9
445	Mawdesley (2002)	0.4	0.6	32.1	52.6
77	Mawdesley (2002)	0.4	0.6	4.9	8.0
444	Mawdesley (2002)	0.4	0.6	30.4	49.9
307	Mawdesley (2002)	0.4	0.6	2.3	3.8
3	Mawdesley (2002)	0.4	0.6	1.7	2.8
74	Mawdesley (2002)	0.3	0.6	4.5	7.4
75	Mawdesley (2002)	0.3	0.6	4.5	7.4
76	Mawdesley (2002)	0.3	0.6	4.5	7.4
73	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	4.4	7.1
72	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	4.2	6.9
25	Mawdesley (2002)	0.8	1.0	22.2	27.8
79	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	3.5	5.7
395	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	3.1	5.1
401	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	1.0	1.6
71	Mawdesley (2002)	0.3	0.5	4.0	6.5
70	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.6	5.8
451	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	2.7	4.4
64	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
65	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
66	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
67	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
68	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
69	Mawdesley (2002)	0.3	0.4	3.3	5.4
63	Mawdesley (2002)	0.2	0.4	3.2	5.2
61	Mawdesley (2002)	0.2	0.4	3.2	5.2
62	Mawdesley (2002)	0.2	0.4	3.2	5.2
326	Mawdesley (2002)	0.2	0.4	1.3	2.2
456	Mawdesley (2002)	0.2	0.4	9.4	15.3
92	Mawdesley (2002)	0.9	1.0	9.9	11.6

60	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	2.8	4.5
383	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	3.5	5.7
59	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	2.6	4.3
21	Mawdesley (2002)	0.9	1.0	24.2	27.8
57	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	2.4	3.9
58	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	2.4	3.9
18	Mawdesley (2002)	0.9	1.0	0.8	0.9
457	Mawdesley (2002)	0.2	0.3	6.8	11.2
461	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	6.4	10.5
54	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.6	2.6
53	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.6	2.6
55	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.6	2.6
56	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.6	2.6
52	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.5	2.4
19	Mawdesley (2002)	0.9	1.0	0.8	0.9
48	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.3	2.2
359	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.5	0.8
374	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	9.0	14.8
390	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.2	0.2
400	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.3	0.5
413	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.8	1.2
470	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.1	0.1
480	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.1	0.1
485	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.1	0.1
49	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.3	2.2
50	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.3	2.2
358	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.5	0.8
414	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.8	1.3
416	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.7	2.8
51	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.3	2.2
361	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	1.2	2.0
402	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.3	0.5
403	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.3	0.5
475	Mawdesley (2002)	0.1	0.2	0.0	0.1
94	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	11.6	11.6
95	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	11.6	11.6
99	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	11.6	11.6
105	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	11.6	11.6
362	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	5.0	5.0
365	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	5.0	5.0

369	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	10.2	10.2
408	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	12.0	12.0
17	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	0.2	0.2
27	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
366	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	10.2	10.2
367	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	10.2	10.2
368	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	10.2	10.2
26	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
28	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
29	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
30	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
31	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
32	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	27.8	27.8
83	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	11.6	11.6
101	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	13.2	13.2
422	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.9	20.9
423	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.9	20.9
419	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.9	20.9
420	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.9	20.9
421	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.9	20.9
350	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	32.0	32.0
47	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	41.6	41.6
436	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.4	8.4
363	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	26.3	26.3
364	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	26.3	26.3
441	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.8	8.8
439	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	2.1	2.1
433	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	22.0	22.0
440	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	28.3	28.3
378	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	10.9	10.9
372	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	45.9	45.9
442	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	18.7	18.7
434	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.0	8.0
399	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	19.3	19.3
103	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	13.3	13.3
110	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	19.8	19.8
126	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	33.0	33.0
135	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	37.0	37.0
161	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	54.1	54.1
133	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	36.3	36.3

136	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	37.1	37.1
211	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	120.1	120.1
212	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	120.1	120.1
213	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	120.1	120.1
265	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	18.7	18.7
310	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	116.9	116.9
398	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.6	20.6
437	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	2.7	2.7
432	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	2.2	2.2
270	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	21.3	21.3
387	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	71.5	71.5
386	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	71.5	71.5
396	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	22.4	22.4
438	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	60.3	60.3
405	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	1.4	1.4
406	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	1.4	1.4
397	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	22.4	22.4
428	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	16.8	16.8
443	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.7	8.7
268	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	85.7	85.7
298	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	82.3	82.3
46	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	67.7	67.7
151	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	48.5	48.5
175	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	69.7	69.7
333	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	7.8	7.8
344	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	3.3	3.3
299	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	9.3	9.3
353	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	74.3	74.3
356	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	13.0	13.0
467	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.6	0.6
287	Mawdesley (2002)	0.8	0.8	13.8	13.8
472	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.8	0.8
318	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	32.6	32.6
357	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	101.8	101.8
430	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	20.4	20.4
338	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	0.8	0.8
269	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	151.7	151.7
336	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	196.6	196.6
343	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	58.3	58.3
321	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	92.8	92.8

264	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	30.5	30.5
313	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	111.9	111.9
462	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	289.0	289.0
463	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	289.0	289.0
464	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	289.0	289.0
465	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	289.0	289.0
466	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.7	0.7
471	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.1	0.1
481	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.1	0.1
98	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	12.5	12.5
118	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	28.1	28.1
119	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	29.1	29.1
147	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	47.1	47.1
121	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	29.1	29.1
122	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	29.1	29.1
108	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	18.6	18.6
115	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	25.9	25.9
477	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.6	0.6
476	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.3	0.3
431	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	2.9	2.9
295	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	1.1	1.1
306	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	26.3	26.3
314	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	13.3	13.3
275	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	12.8	12.8
317	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	97.5	97.5
305	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	27.3	27.3
274	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	86.7	86.7
292	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	143.5	143.5
102	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	13.2	13.2
113	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	23.8	23.8
96	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	11.6	11.6
97	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	11.6	11.6
104	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	14.8	14.8
106	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	15.8	15.8
111	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	22.2	22.2
143	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	40.4	40.4
173	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	63.4	63.4
139	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	40.7	40.7
144	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	46.5	46.5
163	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	58.1	58.1

141	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	41.6	41.6
209	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	106.9	106.9
155	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	49.6	49.6
165	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	64.7	64.7
159	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	53.9	53.9
172	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	63.0	63.0
167	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	61.2	61.2
168	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	61.2	61.2
169	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	61.2	61.2
178	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	68.9	68.9
174	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	63.8	63.8
197	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
198	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
199	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
215	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
216	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
217	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
218	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
219	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
220	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
221	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
222	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.8	118.8
100	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	11.9	11.9
114	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	23.8	23.8
154	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	49.6	49.6
283	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	56.7	56.7
302	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	26.7	26.7
324	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	108.8	108.8
279	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	54.2	54.2
291	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	386.0	386.0
411	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	10.2	10.2
355	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	2.3	2.3
454	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	25.1	25.1
339	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	84.8	84.8
412	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	51.8	51.8
418	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	43.2	43.2
453	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	56.4	56.4
347	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	172.8	172.8
351	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	160.0	160.0
352	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	160.0	160.0

354	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	21.6	21.6
360	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	96.0	96.0
373	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	720.0	720.0
375	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	720.0	720.0
388	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	19.2	19.2
389	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	19.2	19.2
410	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	102.4	102.4
417	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	84.0	84.0
435	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	31.4	31.4
107	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	17.6	17.6
112	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	21.3	21.3
124	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	30.4	30.4
125	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	31.7	31.7
130	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	35.6	35.6
131	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	35.6	35.6
132	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	35.6	35.6
116	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	25.9	25.9
117	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	25.9	25.9
137	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	38.3	38.3
142	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	43.4	43.4
177	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	67.3	67.3
162	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	56.0	56.0
184	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	83.2	83.2
189	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	91.1	91.1
183	Mawdesley (2002)	0.8	0.8	74.8	74.8
224	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	128.0	128.0
191	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
193	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
225	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
228	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
229	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
231	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
232	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
233	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
236	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
238	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
239	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
241	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
242	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
243	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0

244	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
245	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
246	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
252	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
253	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
254	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
120	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	29.0	29.0
255	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
256	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
327	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	85.9	85.9
330	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	10.0	10.0
319	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	27.1	27.1
322	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	14.7	14.7
345	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	22.1	22.1
276	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	162.1	162.1
308	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	163.4	163.4
334	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	96.3	96.3
296	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	210.6	210.6
262	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	200.5	200.5
280	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	348.8	348.8
267	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	164.0	164.0
272	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	84.4	84.4
284	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	84.4	84.4
293	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	48.0	48.0
303	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	70.7	70.7
341	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	9.5	9.5
315	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	177.8	177.8
288	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	120.7	120.7
145	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	47.1	47.1
146	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	47.1	47.1
129	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	34.3	34.3
134	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	37.0	37.0
176	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	67.3	67.3
148	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	47.5	47.5
152	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	48.8	48.8
166	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	59.4	59.4
180	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	72.6	72.6
257	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	141.4	141.4
186	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	87.1	87.1
187	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	87.1	87.1

194	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	92.4	92.4
195	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	92.4	92.4
196	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	92.4	92.4
258	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	157.1	157.1
200	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	96.4	96.4
201	Mawdesley (2002)	0.8	0.8	101.6	101.6
210	Mawdesley (2002)	0.8	0.8	106.9	106.9
214	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	113.5	113.5
138	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	118.8	118.8
223	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	120.1	120.1
190	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
226	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
227	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
234	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
235	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
237	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
240	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
247	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
248	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
249	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
250	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
251	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
259	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	224.4	224.4
260	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	224.4	224.4
261	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	224.4	224.4
171	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	62.0	62.0
179	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	72.6	72.6
181	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	72.6	72.6
182	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	72.6	72.6
185	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	87.1	87.1
230	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	132.0	132.0
469	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	1.6	1.6
478	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.9	0.9
479	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.9	0.9
484	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	1.1	1.1
468	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	1.6	1.6
473	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.7	0.7
474	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	0.7	0.7
483	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	1.1	1.1
323	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	19.4	19.4

328	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	37.6	37.6
277	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	10.2	10.2
331	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	19.3	19.3
340	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	30.7	30.7
342	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	19.9	19.9
281	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	22.9	22.9
320	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	37.9	37.9
346	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	27.0	27.0
309	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	69.9	69.9
335	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	29.3	29.3
294	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	35.0	35.0
297	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	35.2	35.2
263	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	112.7	112.7
300	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	231.6	231.6
273	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	122.1	122.1
304	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	54.2	54.2
312	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	66.0	66.0
316	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	21.3	21.3
285	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	80.2	80.2
289	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	186.0	186.0
85	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
86	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
87	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
88	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
91	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
93	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	11.1	11.1
109	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	19.0	19.0
123	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	28.5	28.5
127	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	33.3	33.3
128	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	33.3	33.3
140	Mawdesley (2002)	0.4	0.4	40.7	40.7
149	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	47.5	47.5
153	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	49.0	49.0
156	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	53.6	53.6
157	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	53.6	53.6
158	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	53.6	53.6
164	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	58.2	58.2
188	Mawdesley (2002)	0.9	0.9	90.8	90.8
192	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	92.4	92.4
203	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6

204	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6
205	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6
206	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6
208	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6
150	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	47.5	47.5
89	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
90	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.2	9.2
160	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	53.9	53.9
170	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	61.2	61.2
202	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	102.4	102.4
207	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	105.6	105.6
429	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	9.6	9.6
370	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	48.0	48.0
371	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	108.8	108.8
384	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	348.0	348.0
385	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.0	8.0
409	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	120.0	120.0
455	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	160.0	160.0
349	Mawdesley (2002)	0.1	0.1	2.4	2.4
382	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	8.0	8.0
415	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	7.2	7.2
348	Mawdesley (2002)	0.2	0.2	4.8	4.8
424	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	32.4	32.4
329	Mawdesley (2002)	0.3	0.3	17.8	17.8
332	Mawdesley (2002)	0.5	0.5	63.6	63.6
301	Mawdesley (2002)	0.6	0.6	184.3	184.3
282	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	169.9	169.9
325	Mawdesley (2002)	0.7	0.7	10.6	10.6
286	Mawdesley (2002)	0.8	0.8	22.9	22.9
278	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	118.7	118.7
290	Mawdesley (2002)	1.0	1.0	138.0	138.0