



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

OPTIMIZACIÓN DEL ASSORTMENT DE PRODUCTOS CONFORMADOS POR
EQUIPOS MÓVILES Y PLANES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

FRANCISCO JOSÉ DONOSO SOLÍS

PROFESOR GUÍA:
DENIS SAURÉ VALENZUELA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
MARCEL GOIC FIGUEROA
FERNANDO ORDOÑEZ PIZARRO

SANTIAGO DE CHILE
2015

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: FRANCISCO JOSÉ DONOSO SOLÍS
FECHA: 02/11/2015
PROF. GUÍA: DENIS SAURÉ VALENZUELA

OPTIMIZACIÓN DEL ASSORTMENT DE PRODUCTOS CONFORMADOS POR EQUIPOS MÓVILES Y PLANES

La industria de las telecomunicaciones está frecuentemente enfrentada a las decisiones de surtido: determinar qué productos ofrecer y en qué momento. La importancia de tales decisiones se observa particularmente al promocionar, de manera *online*, productos conformados por un plan y un equipo móvil. Actualmente el surtido se mantiene estático a lo largo de cada mes, independientemente de los cambios en las existencias, lo que aumenta la probabilidad de tener un quiebre de stock. Por otro lado, los productos se determinan en base a una cantidad limitada de combinaciones, denominada universo, ambos, productos promocionados y universo, son seleccionados haciendo uso del juicio de expertos.

El objetivo del trabajo es determinar una estrategia de surtido óptima para las promociones de dichas combinaciones por medio de la maximización del ingreso, para la cual se adapta un modelo que calcula en base a una función de demanda y el stock disponible, qué productos ofrecer y en qué momento. Debido a la cantidad de combinaciones es necesario utilizar generación de columnas, logrando así, su factibilidad computacional. El modelo base solo se ejecuta al principio de la planificación, lo cual lo hace inflexible. Para incorporar adaptabilidad se utiliza un horizonte rodante y se penalizan los productos que tienen un menor stock remanente, haciendo posible agregar información reciente de las ventas al recalcular el modelo cada un cierto periodo de tiempo y mejorar la calidad del surtido a lo largo de la planificación. Para evaluar la metodología se crean tres estrategias: (*Caso Base*) representación de la forma actual de resolver el problema; (*A*) una estrategia que determina el surtido utilizando la metodología creada, pero considerando el universo definido por la empresa y (*B*) una estrategia que además de considerar la metodología propuesta, utiliza un universo conformado por todas las combinaciones posibles. Se destaca que la cantidad de ejecuciones también fue sujeta a evaluación, considerando el cambio en el ingreso y aumento en los tiempos de ejecución. La metodología se evaluó usando datos de una importante empresa de telecomunicaciones, en la cual existen dos tipos de productos: *Portabilidad* - productos de gama alta que son ofrecidos a clientes de la competencia y cumplen requisitos específicos- y *Multimedia* - productos ofrecidos a clientes que ya forman parte de la compañía o a aquellos clientes externos que no cumplen los requisitos de portabilidad-. Debido a los resultados prometedores de las 2 estrategias propuestas, se considera incluir una estrategia extra denominada *Lista Ordenada*, con el objetivo de comparar las propuestas que optimizan con una opción de implementación sencilla. Tal estrategia consiste en ofrecer los productos que tengan una mejor combinación de atractivo y rentabilidad. Los resultados reflejan que la mejor estrategia depende del nivel de stock, con respecto a Multimedia, se tiene más del nivel necesario y por ello se sugiere utilizar la *Lista* que aumenta el ingreso en un 46 %. Por su parte, Portabilidad no tiene el suficiente nivel de stock y por ello la mejor opción es la estrategia B, que mejora el ingreso en un 21 %.

A mi familia nuclear: mamá, hermano, papá y nana, como a mi hermosa Chilín, gracias por hacer esto posible. Papá, espero que estés leyendo allá arriba.

Agradecimientos

Se que suena cliché, pero esta es la parte más difícil de hacer, pues no solo engloba este trabajo, sino que mi vida. Los seres humanos somos criaturas sociales, nuestro desarrollo está marcado por las personas que nos rodean, agradecer a algunos es injusto, pues todos los que han interactuado conmigo me hacen lo que soy. Pero también es injusto con los que han aportado más y para ellos les dedico esta sección:

Quiero agradecer a mi Madre, Padre y Nana, por criarme y enseñarme a caminar por este mundo, con todos los vaivenes que trae, por enseñarme cómo hay que levantarse y felicitarme cuando ello ocurría. Sus lecciones son el núcleo de mi ser y forman parte importante de las herramientas que tengo para vivir. Se que con algunos ya no hay tanto tiempo para pasar juntos, ya sea porque se han tomado diferentes caminos o tomaron un camino que no quiero tomar pronto, pero los preciosos momentos que tenemos durarán para siempre! -o hasta que sea viejo y me empiecen a fallar las neuronas-. Agradezco a Gustavo por enseñarme la primera lección que tuve en mi vida: Compartir. Estoy seguro que gracias a ti soy una mejor persona. Tengo grandes recuerdos como debates interminables que no llevaban a ninguna parte, el que resiste el golpe más fuerte gana, contestar el teléfono, comprar el pan o obligarme a salir cuando no quería por flojera. Chilín gracias por venir a revolver el gallinero que tenía tan bien ordenado, lo hemos ido arreglado juntos y me alegra que ahora ambos cabemos en él. En el proceso, me has enseñado un montón de cosas que no alcanzan a escribirse en una hoja, y me alegra saber que con el tiempo abarcarán más que la extensión de esta memoria.

Gracias a mis amigos más cercanos, por enseñarme a reír y llorar. Son parte importante de mi vida y se merecen este espacio: Clasing, Olivos, Cobian, Nico, Iso, Juani, Maranguiz, Gustavo, Quiro, Sebox, Vicho, Rojas, Camilo, Amilcar, Madaritia, Rorro e Isi (los ordené aleatoriamente en excel para que no se peleen por el lugar). A mi familia: Shu, Tío Mamo, Maruja, Titi, Elvira, Tío Juan, Tía Ximena Valdez, Tía Ximena Ford, Tía Cecilia, Tío Pablo, Felipe, Gastón, Franco, Juama, Cristy, Toña, Feñi, Charito Late, Bea. Gracias al Tío Oscar, Tía Alejandra, Waio y Maca por ayudar con su tiempo y buenos consejos. A los profesores que formaron parte de este trabajo: Marcel Goic, Denis Sauré, Fernando Ordoñez y Todd Pezzuti, como también a los miembros del CEINE: Profesor Sebastián Ríos, Felipe Aguilera, Iván Videla, Constanza Contreras, Pablina Valdivia, Felipe Ayala y Catalina Sepúlveda. Tampoco puedo dejar de lado a mis profesores del colegio Josefino Santísima Trinidad, por ser parte importantísima de mi formación: Profe Quenita y Profe Mónica. Y por último, gracias a mi equivocación en una pregunta de la PSU de matemáticas, sin ella no habría entrado a la Universidad de Chile y no sería la persona que soy ahora. Siempre estaré agradecido.

Tabla de contenido

Introducción	1
1. Presentación	2
1.1. Contextualización	2
1.2. El problema	5
1.3. Objetivos	6
1.4. Alcances	7
1.5. Resultados esperados/ Contribuciones	7
1.6. Estructura de la memoria	7
2. Marco conceptual	8
2.1. Modelos de optimización	8
2.1.1. Programación lineal	8
2.1.2. Programación dinámica	9
2.1.3. Tipos de problemas	9
2.2. <i>Revenue Management</i>	10
2.2.1. <i>Price-based RM</i>	11
2.2.2. <i>Quantity-based RM</i>	11
2.3. Modelos de comportamiento del consumidor ante elecciones discretas con demanda dependiente	13
2.4. Simulación: Método de Monte Carlo	16
2.5. Intervalo de confianza	18
3. Metodología	19
3.1. Entendimiento del negocio y de los datos	21
3.2. Preparación de los datos	21
3.3. Modelamiento	21
3.3.1. Formulación dinámica	22
3.3.2. Formulación lineal (CDLP)	23
3.3.3. Función de demanda	27
3.3.4. Modelo utilizado	30
3.3.5. Estrategias	30
3.4. Evaluación	41
3.5. Despliegue	42
4. Aplicación sobre datos reales	43
4.1. Entendimiento del negocio y de los datos	43

4.2. Preparación de los datos	44
4.2.1. <i>Multinomial logit</i>	44
4.2.2. Estrategias	52
4.3. Modelamiento	55
4.4. Análisis de resultados	56
4.4.1. Función de demanda	56
4.4.2. Benchmark	61
Conclusión	69
Bibliografía	72
Anexos	73

Índice de cuadros

2.1. Ejemplo Método de Monte Carlo	16
2.2. Ejemplo Método de Monte Carlo: Probabilidad acumulada	16
2.3. Ejemplo Método de Monte Carlo: Primera simulación	17
2.4. Ejemplo Método de Monte Carlo: Resultado simulaciones	17
3.1. Ejemplo Caso base: Equipos	32
3.2. Ejemplo Caso base: Planes	32
3.3. Ejemplo Caso base: Productos	32
3.4. Ejemplo Caso base: Segmento	33
3.5. Ejemplo Caso base: Cálculo probabilidades	33
3.6. Ejemplo Caso base: Simulación	34
3.7. Ejemplo Caso base: Resultado simulaciones	34
3.8. Ejemplo Estrategia A: Matriz de incidencia	35
3.9. Ejemplo Estrategia A: Set Inicial	35
3.10. Ejemplo Estrategia A: Resultado	35
3.11. Ejemplo Estrategia A: Probabilidad por Set	36
3.12. Ejemplo Estrategia A: Probabilidad por Set acumulada	36
3.13. Ejemplo Estrategia A: Simulación	36
3.14. Ejemplo Estrategia A: Resultado simulaciones con un cálculo	37
3.15. Ejemplo Estrategia A: Resultado simulaciones con diferentes recálculos	37
3.16. Ejemplo Estrategia B: Matriz de incidencia	38
3.17. Ejemplo Estrategia B: Set Inicial	38
3.18. Ejemplo Estrategia B: Inputs regresión lineal	38
3.19. Ejemplo Estrategia B: Resultados regresión lineal	38
3.20. Ejemplo Estrategia B: Cálculo nuevos productos	39
3.21. Ejemplo Estrategia B: Productos	39
3.22. Ejemplo Estrategia B: Resultado	39
3.23. Ejemplo Estrategia B: Probabilidad por Set acumulada	39
3.24. Ejemplo Estrategia B: Simulación	40
3.25. Ejemplo Estrategia B: Resultado simulaciones con un cálculo	40
3.26. Ejemplo Estrategia B: Resultado simulaciones con diferentes recálculos	40
3.27. Comparación estrategias	41
3.28. Comparación estrategias con 100 simulaciones	42
4.1. Variables que superaron la eliminación	47
4.2. Ejemplo productos con sus atributos	47

4.3. Llegadas por mes	52
4.4. Magnitud problema real	54
4.5. Universo estrategia B	55
4.6. Resultado MNL Multimedia [De vuelta a 4.4.1]	58
4.7. Resultado MNL Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]	60
4.8. Multimedia: Resultado Caso Base	61
4.9. Multimedia: Resultado Estrategia A	61
4.10. Multimedia: Resultado Estrategia A sin <i>Penalty Function</i>	62
4.11. Resultado Estrategia A con <i>Penalty Function</i> Ejemplo con 300 simulaciones	62
4.12. Resultado Estrategia A sin <i>Penalty Function</i> Ejemplo con 300 simulaciones	62
4.13. Multimedia: Resultado Estrategia B con <i>Penalty Function</i>	63
4.14. Multimedia: Resultado Estrategia B sin <i>Penalty Function</i>	63
4.15. Resultado Estrategia B sin <i>Penalty Function</i> Ejemplo con 300 simulaciones	63
4.16. Síntesis MM sin penalización	64
4.17. Síntesis MM con penalización	65
4.18. Síntesis MM con ListaOrdenada	65
4.19. Portabilidad: Resultado Caso Base	67
4.20. Portabilidad: Resultado Estrategia A con <i>Penalty Function</i>	67
4.21. Portabilidad: Resultado Estrategia B con <i>Penalty Function</i>	68
4.22. Síntesis Port con ListaOrdenada	69
4.23. Productos por mes Multimedia [De vuelta a 4.2.1]	75
4.24. Productos por mes Portabilidad [De vuelta a 4.2.1]	76
4.25. Compras por mes Multimedia [De vuelta a 4.2.1]	77
4.26. Compras por mes Portabilidad [De vuelta a 4.2.1]	78
4.27. Periodo de estudio [De vuelta a 4.2.2]	79
4.28. Valor de no comprar Multimedia [De vuelta a 4.4.1]	79
4.29. Valor de no comprar Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]	80
4.30. Equipos Multimedia [De vuelta a 4.2.2]	81
4.31. Equipos Portabilidad [De vuelta a 4.2.2]	82
4.32. Planes Portabilidad y Multimedia [De vuelta a 4.2.2]	83
4.33. Surtido mensual estrategia actual, Port y MM [De vuelta a 4.2.2]	84
4.34. Matriz de incidencia Multimedia [De vuelta a 4.2.2]	85
4.35. Matriz de incidencia Portabilidad [De vuelta a 4.2.2]	86
4.36. Resultado regresión lineal [De vuelta a 4.2.2]	87
4.37. <i>Mean Absolute Error</i> Multimedia [De vuelta a 4.4.1]	88
4.38. <i>Mean Absolute Error</i> Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]	89
4.39. <i>Mean Absolute Percentage Error</i> Multimedia [De vuelta a 4.4.1]	90
4.40. <i>Mean Absolute Percentage Error</i> Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]	91

Índice de figuras

1.1. Producto ejemplo	3
1.2. Ejemplo surtido	4
3.1. Etapas KRISP-DM	19
4.1. Análisis descriptivo MM Variables Categóricas	49
4.2. Análisis descriptivo Gráficos MM Variables de escala	50
4.3. Análisis descriptivo Port Variables Categóricas	51
4.4. Análisis descriptivo Gráficos Port Variables de escala	51
4.5. Efecto de la penalización	64
4.6. Gráfico Ingreso Total Multimedia	66
4.7. Gráfico Ingreso Total Estrategia A, efecto recálculos	68
4.8. Gráfico Ingreso Total Portabilidad	69

Introducción

Las decisiones de gestión han existido desde la primera transacción comercial: ¿Qué precio ofertar? ¿Qué productos ofrecer? ¿En qué momento? ¿Cuándo empezar una promoción?, etc. Dar respuestas a estas interrogantes es complejo, y normalmente se ha usado la experiencia para llegar a las mejores soluciones. Afortunadamente el avance tecnológico ha hecho posible almacenar información a una escala nunca antes pensada [3], y aún más importante, ha permitido procesar tal información, haciendo posible incluir herramientas computacionales para dar solución a los problemas ya mencionados.

Este trabajo de título busca, a partir de ventas históricas, resolver la interrogante de qué productos ofrecer y en qué momento, en otras palabras, determinar la estrategia de surtido. La problemática está emplazada en el rubro de las telecomunicaciones, donde se ofrece vía *online* un producto conformado por un plan y equipo móvil.

La dificultad radica en ofrecer una combinación que equilibre el atractivo del producto con su precio. Además, los productos tienen un recurso que se consume con cada venta, correspondiente a la cantidad de equipos, y por ende, es necesario incorporar el stock en la planificación del surtido. Por último, la magnitud de combinaciones de planes y equipos es tal que se utiliza un algoritmo de generación de columnas, pues el problema completo regularmente no cabe en memoria.

La metodología utilizada está asociada al *data mining*, por su parte, el modelo es una adaptación de técnicas usadas frecuentemente en la industria aerocomercial [18]. Este modelo considera una red de productos que consumen diferentes recursos y tiene como objetivo definir qué ofrecer a lo largo de la planificación. Se evaluarán diferentes variaciones de la estrategia de surtido usando datos reales de una importante empresa de telecomunicaciones -incluyendo la forma que se resuelve el problema actualmente-, y conforme a los resultados, se concluirá cuál es la mejor opción.

Capítulo 1

Presentación

En el desarrollo de este capítulo se aborda una introducción del trabajo, en donde se describe el contexto en que está emplazado, los objetivos que se quieren lograr, los resultados esperados y su estructura .

1.1. Contextualización

El presente trabajo es desarrollado conjuntamente con una importante empresa dedicada a las telecomunicaciones, donde las principales líneas de negocios son:

1. **Telefonía móvil:** Servicio de comunicación, ya sea por voz, Internet o mensaje de texto; donde a lo menos uno de los dispositivos se conecta inalámbricamente a la red de transmisión.
2. **Telefonía fija:** Comunicación por voz que se produce entre dos dispositivos conectados alámbricamente a la red de transmisión.
3. **Banda ancha:** Sistema de conexión y transmisión de datos. Esta conexión se puede realizar por medio de un dispositivo conectado alámbricamente (Banca ancha Fija) o inalámbricamente (Banda ancha Móvil).
4. **Televisión digital:** Servicio que ofrece acceso a televisión de alta definición.

Debido al interés de la compañía en mejorar las ventas de planes móviles, se considerará como eje la línea de negocio de Telefonía móvil. Con el fin de generar un alza en las ventas, la estrategia de la empresa ha sido ofrecer promociones consistentes en un plan en conjunto con un equipo, lo que se denomina “producto” - plan se refiere al servicio que brinda acceso a la red de transmisión y equipo al dispositivo que se utiliza para acceder a ella-.

Esta promoción se realiza por medio de tres canales de venta: tiendas físicas/sucursales; una página web, denominada canal *online* y por medio de un *callcenter*, donde un ejecutivo contacta telefónicamente al posible cliente. El trabajo se realiza en conjunto con el área de *E-commerce*, por lo tanto solo se analizarán las ventas vía *online*.

La ventaja de adquirir este producto es la subvención aplicada al precio del equipo, es decir, si se compra el par específico de plan y equipo se aplica un descuento al precio de este último. Esto se debe a un estudio preliminar que concluyó que la principal motivación para la compra de los productos es el precio del equipo asociado. Para aclarar, la figura 1.1 muestra cómo se ofrece un producto en la página web.

The screenshot displays a product offer for a Nokia Lumia 635 smartphone paired with a Plan Multimedia 2 GB. On the left, the phone is shown with its specifications: Windows Phone 8.1, 8 GB internal memory, 5 MP camera, and a Quad Core 1.2 GHz processor. The initial equipment fee is listed as \$0, with a reference price of \$29.990. The plan details include 4G LTE technology, a 2 GB navigation threshold, and 450 minutes of all-destination service. The promotional price is \$26.990 per month. A 'Solicitar' button and a 'Ver detalles del plan' link are provided for further action.

Figura 1.1: Producto ejemplo

El precio del plan corresponde a una cuota que se paga mensualmente e incluye minutos a todo destino, navegación por *Internet* y mensajes de texto. En el ejemplo de la figura 1.1 el precio del plan corresponde a CLP\$26.990. Por su parte, el precio del equipo corresponde a la “Cuota Inicial Equipo”- monto que se paga la primera vez que se cobra el plan-. Se puede observar que al comprar el equipo *Nokia Lumia 635* junto al *Plan multimedia 2 GB* se ahorran CLP\$29.990, pues su precio de referencia es CLP\$29.990 y al comprar la promoción queda a costo inicial cero.

El precio subvencionado del equipo es fijado por el área de *E-commerce* en conjunto con el área de *Terminales*. La primera, encargada de determinar el surtido, tiene como objetivo aumentar las ventas de productos efectuadas por medio del canal *online*, y la segunda busca determinar cómo distribuir el monto destinado a las subvenciones entre todos los equipos que promocionarán los tres canales de venta. Dadas sus metas, el área de *E-commerce* busca el mayor subsidio posible para el equipo asociado de cada producto y el área de *Terminales* busca distribuir el monto de forma equitativa entre los canales.

Lo anterior implica dos aspectos importantes: debido al costo de *horas hombre* incurrido en la negociación del subsidio del equipo presente en cada producto, no se puede determinar el monto para todo el universo de posibles combinaciones de planes y equipos, por consiguiente, los productos en promoción son un subconjunto del total de opciones. El segundo aspecto es el precio fijo de los productos, implicando que para condicionar la demanda es necesario alterar el surtido que se muestra en la página. Este surtido se puede observar en la figura 1.2, representado por cinco productos, si se llegase a reemplazar cualquier producto que lo compone, entonces se dice que el surtido ha cambiado.

La cantidad vendida de productos depende del stock de equipos disponibles, pues corresponde al *recurso* que se consume cuando el producto es comprado. La frecuencia de reposición -a nivel compañía- ocurre cada seis meses, pues al fijar estos plazos en los contratos los proveedores de equipos mejoran su planificación productiva -al disminuir la incertidumbre causada por los cortos ciclos de vida de los equipos y abruptos cambios en las preferencias de los consumidores [9]-. Este aspecto aumenta la complejidad de la tarea del área de *E-commerce*, pues reduce flexibilidad en la provisión del servicio.

 <p>Huawei Ascend Y350</p> <ul style="list-style-type: none"> Android 4.4 KitKat 4 GB Memoria interna Cámara 5 MP Procesador Quad Core 1.2 GHz <p>Cuota inicial equipo \$0 Ref: \$29 990</p>	<p>Plan Multimedia 2 GB</p> <table border="1"> <tr> <td>Tecnología</td> <td>Umbral de Navegación</td> <td>Minutos todo destino</td> </tr> <tr> <td>4G LTE</td> <td>2 GB</td> <td>450</td> </tr> </table>	Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino	4G LTE	2 GB	450	<p>Oferta exclusiva web</p> <p>\$26.990 /mes</p> <p>Solicitar</p> <p>Ver detalles del plan</p>
Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino						
4G LTE	2 GB	450						
 <p>Sony Xperia M2 Aqua + SmartBand</p> <ul style="list-style-type: none"> Android 4.4 KitKat 8 GB Memoria interna Cámara 8 MP Procesador Quad Core 1.2 GHz <p>Cuota inicial equipo \$19.990 Ref: \$39 990</p>	<p>Plan Multimedia 4 GB</p> <table border="1"> <tr> <td>Tecnología</td> <td>Umbral de Navegación</td> <td>Minutos todo destino</td> </tr> <tr> <td>4G LTE</td> <td>4 GB</td> <td>650</td> </tr> </table>	Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino	4G LTE	4 GB	650	<p>Oferta exclusiva web</p> <p>\$35.990 /mes</p> <p>Solicitar</p> <p>Ver detalles del plan</p>
Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino						
4G LTE	4 GB	650						
 <p>Sony Xperia M2 Aqua + SmartBand</p> <ul style="list-style-type: none"> Android 4.4 KitKat 8 GB Memoria interna Cámara 8 MP Procesador Quad Core 1.2 GHz <p>Cuota inicial equipo \$59.990 Ref: \$79 990</p>	<p>Plan Multimedia 2 GB</p> <table border="1"> <tr> <td>Tecnología</td> <td>Umbral de Navegación</td> <td>Minutos todo destino</td> </tr> <tr> <td>4G LTE</td> <td>2 GB</td> <td>450</td> </tr> </table>	Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino	4G LTE	2 GB	450	<p>Oferta exclusiva web</p> <p>\$26.990 /mes</p> <p>Solicitar</p> <p>Ver detalles del plan</p>
Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino						
4G LTE	2 GB	450						
 <p>Nokia Lumia 635</p> <ul style="list-style-type: none"> Windows Phone 8.1 8 GB memoria interna Cámara 5 MP Procesador Quad Core 1.2 GHz <p>Cuota inicial equipo \$0 Ref: \$29 990</p>	<p>Plan Multimedia 2 GB</p> <table border="1"> <tr> <td>Tecnología</td> <td>Umbral de Navegación</td> <td>Minutos todo destino</td> </tr> <tr> <td>4G LTE</td> <td>2 GB</td> <td>450</td> </tr> </table>	Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino	4G LTE	2 GB	450	<p>Oferta exclusiva web</p> <p>\$26.990 /mes</p> <p>Solicitar</p> <p>Ver detalles del plan</p>
Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino						
4G LTE	2 GB	450						
 <p>iPhone 5C 8 GB</p> <ul style="list-style-type: none"> iOS 8 Cámara 8 MP 8 GB Memoria interna Procesador Apple A6 <p>Cuota inicial equipo \$89.990</p>	<p>Plan Multimedia 2 GB</p> <table border="1"> <tr> <td>Tecnología</td> <td>Umbral de Navegación</td> <td>Minutos todo destino</td> </tr> <tr> <td>4G LTE</td> <td>2 GB</td> <td>450</td> </tr> </table>	Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino	4G LTE	2 GB	450	<p>Oferta exclusiva web</p> <p>\$26.990 /mes</p> <p>Solicitar</p> <p>Ver detalles del plan</p>
Tecnología	Umbral de Navegación	Minutos todo destino						
4G LTE	2 GB	450						

Figura 1.2: Ejemplo surtido

La sección de la página web que muestra las promociones se denomina “Ofertas que te gustan” y para acceder a esta no es necesario el registro previo -ingreso de datos personales por parte del cliente-, por lo tanto, en caso que se efectúe una segmentación -para determinar el modelo de comportamiento de los clientes- solo se puede realizar por medio de características de compra.

Para clarificar, los productos ofertados en la sección “Ofertas que te gustan” también se pueden encontrar buscando en el catálogo general de la página web -al unir el plan a comprar con el equipo específico- pero tanto el precio del plan como el costo inicial del equipo son más convenientes en “Ofertas que te gustan”, pues tienen como objetivo orientar la venta hacia productos que sopesen atractivo con precio. Por último, en caso que un surtido sea extenso -e.g 20 productos- se muestra todo en la misma página web.

1.2. El problema

El problema que se busca resolver es encontrar una estrategia de surtido para las promociones de productos que se van a mostrar en la página web, con el fin de obtener mayores ingresos con los mismos recursos.

Actualmente, el surtido es determinado mensualmente por el área de *E-commerce*, donde en base a la experiencia, determinan cuál va a ser la cantidad conveniente de productos que se van a mostrar -e.g. 17-, luego considerando el juicio de expertos del área, se determina cuáles van a ser los 17 productos que se ofrecerán y finalmente las áreas involucradas negocian el subsidio para el precio del equipo correspondiente a cada producto. Este “surtido” se mantiene durante todo el mes. En caso que un miembro del área note un quiebre de stock, se dialoga con los otros tres canales para conseguir lo necesario. El tiempo de duración de este proceso depende del nivel de stock que tienen los otros canales, como también de su disponibilidad de tiempo.

En ocasiones un cliente compra un producto que está en exhibición pero no tiene stock, ante esto tiene dos opciones: esperar hasta que el canal *online* tenga stock de ese equipo o cancelar la compra. Ambas opciones conllevan costos para la empresa, ya sea por la disminución del Valor de Marca o *Brand Equity* [8] -efecto positivo o negativo que tiene la notoriedad de la marca en la venta de un producto de dicha marca - al ofrecer un producto sin stock y forzar al cliente a esperar, o por la pérdida de la venta cuando el cliente cancela la compra.

Se concluye que la actual estrategia de surtido es una estrategia reactiva, pues no incluye los niveles de stock, además, genera efectos negativos al disminuir el Valor de Marca y aumentar las ventas perdidas y quiebres de stock.

Cabe mencionar que la empresa considera que la ganancia adquirida por la venta de un producto viene dada por el plan y no por el equipo -estos tienen como objetivo hacer más atractiva la compra del plan-. Los equipos y sus cantidades no son elegidos por el área, por lo tanto el costo de ellos se considera hundido, por otro lado, agregar un cliente a la red de transmisión es un costo marginal. En síntesis, para medir la utilidad obtenida por la venta de un producto solo se considera su ingreso, correspondiente al precio del plan.

Para lograr una estrategia de surtido que maximice los ingresos, una opción es ofrecer productos que tengan mayor ingreso esperado -multiplicación del ingreso por la probabilidad de elección del producto-, pero al considerar los niveles de stock surge una interrogante: ¿Qué es más conveniente, mostrar los productos con mayor ingreso esperado, hasta que el stock asociado se acabe, o a medida que el stock de un producto se vaya acabando, cambiarlo por uno de menor ingreso esperado, pero con mayor stock?

La respuesta no es clara, ambos enfoques tienen sus pros y sus contras, el primero asegura mayor ingreso y el segundo además de considerar los ingresos disminuye los costos. Esta disminución se produce al ofrecer un *surtido* más equilibrado a lo largo del tiempo y con ello generar una percepción del sitio balanceada, además al conservar stock de productos de mayor ingreso esperado, se reduce el efecto de *Stock-out* en el futuro [2]- costo percibido por el vendedor cuando el cliente no encuentra el producto deseado, se produce por el cambio

de producto, de tienda, retraso o cancelación de la compra-. De ambos enfoques, la empresa opta por el segundo: mantener un stock equilibrado, pues prefiere maximizar el ingreso, pero evitando costos de *stock-out* y obteniendo una percepción balanceada del sitio.

Por otro lado existe un subproblema: se desconoce si la forma de determinar el universo de productos del cual se extrae el surtido es la más conveniente. Por lo tanto, primero se buscará determinar el surtido con el mismo universo de productos que la compañía eligió y luego se utilizará una estrategia nueva para la elección de este universo.

Como se ha mencionado, es importante balancear el atractivo que el cliente asigna al producto, con su precio -efecto positivo para la empresa y negativo para el cliente-, en otras palabras, tener productos que tengan mayor ingreso esperado. En síntesis, el problema a resolver consiste en: *“Encontrar una estrategia de surtido que maximice el ingreso esperado, considere el stock de equipos en la planificación y muestre un surtido equilibrado a lo largo del tiempo.”*

1.3. Objetivos

Objetivo general

El objetivo general es determinar una estrategia de surtido óptima para los productos promocionados en la página *web*.

Objetivos específicos

1. Replicar la manera de resolver actualmente el problema en la compañía.
2. Generar una estrategia de surtido considerando el mismo universo de productos utilizado por la empresa.
3. Generar una estrategia de surtido considerando un universo con todas las posibles combinaciones.
4. Medir y cuantificar los resultados de cada estrategia.
5. Concluir y determinar cuál es la mejor estrategia.

1.4. Alcances

El presente trabajo pretende determinar qué productos mostrar a lo largo del tiempo, no de qué forma se deben mostrar, pues para ello es necesario utilizar técnicas de usabilidad que escapan del área de estudio del autor. El nivel de stock se considerará como *input*, por lo tanto no se determinará cuál es la cantidad óptima.

Dada la limitación de tiempo para la ejecución del proyecto, se omite la etapa de implementación en la empresa. El trabajo debe ser considerado como un estudio que resuelve el problema de surtido, pero este problema no será solucionado hasta que se implemente la propuesta.

1.5. Resultados esperados/ Contribuciones

Al concluir este trabajo se espera:

- Establecer un modelo (*Caso base*) que refleje la forma actual de realizar la estrategia de surtido.
- Crear una estrategia de surtido considerando el mismo universo de productos que se mostraron por parte de la empresa.
- Crear una estrategia de surtido considerando un universo con todos los productos posibles.
- Realizar un *benchmark* que incluya los 3 modelos anteriores.
- Definir cuál es la estrategia que otorga mayor ingreso esperado, y en caso de que no sea el *Caso base*, determinar cuál es el aumento del ingreso frente a este.

1.6. Estructura de la memoria

Se inicia con el marco conceptual, donde se describen los conceptos previos necesarios para entender a cabalidad el trabajo realizado, como también cuáles han sido los trabajos anteriores y la razón por la cual se utilizaron o no sus modelos. Después se muestra en detalle los pasos del proceso metodológico, además, se describe un ejemplo a pequeña escala para facilitar su entendimiento y replicación. En la última parte se aplica la metodología usando datos reales de una importante empresa de telecomunicaciones, se analizan los resultados y en base a estos, se determina el cumplimiento de los objetivos o conclusiones y se abre el espacio para trabajos futuros.

Capítulo 2

Marco conceptual

Este capítulo tiene como propósito describir los principales conceptos previos que se requieren para un apropiado entendimiento del trabajo realizado. Estos conceptos están relacionados con las áreas de investigación de operaciones y comportamiento del consumidor.

2.1. Modelos de optimización

Un modelo de optimización es una representación de la realidad, en la cual se busca determinar el valor óptimo de las variables que conforman una función que se quiere maximizar o minimizar.

2.1.1. Programación lineal

Consiste en maximizar una función lineal, denominada función objetivo, donde las variables de dicha función están sujetas a una serie de restricciones que se expresan mediante un sistema de inecuaciones lineales. La forma estándar de un modelo de programación lineal es la siguiente:

Función objetivo a maximizar:

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n$$

Restricciones del problema:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

Variables de decisión no negativas:

$$x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

El problema usualmente es expresado en forma matricial:

$$\max \{c^T x | Ax \leq b \wedge x \geq 0\}$$

Otras formas de problemas como los de minimización o con variables de decisión negativas siempre se pueden reescribir como un problema equivalente en forma estándar.

2.1.2. Programación dinámica

Es un enfoque general para dar solución a problemas en los que es necesario tomar decisiones en etapas sucesivas. Destaca que las decisiones tomadas en una etapa condicionan el desempeño futuro del sistema, afectando las situaciones en las cuales el sistema se encontrará en el futuro (denotadas como estados).

Los elementos que componen una programación dinámica son:

- Etapas: momentos en los cuales se debe tomar una decisión.
- Variables de decisión: lo que se decide en cada etapa.
- Variables de estado: la variable que va a ser afectada por la decisión y condicionará la decisión en la próxima etapa.
- Función de beneficio: resultado que se consigue al tomar una decisión en una determinada etapa. Usualmente es recursiva.
- Condiciones de borde: valor de la función de beneficio cuando se ha llegado al final del horizonte de planificación.
- Función objetivo: Lo que se busca optimizar, generalmente parte con la función de beneficio del primer periodo y esta, como es recursiva, va avanzando en los periodos.

Para profundizar se sugiere revisar la formulación en [1] y ejemplos en [13].

2.1.3. Tipos de problemas

Problemas determinísticos

Son problemas o programaciones en que todos los datos y coeficientes tienen un valor determinado, un número fijo. En el caso de la programación lineal sería en la función objetivo y las restricciones, y en el caso de la programación dinámica sería en la función de beneficio y función objetivo.

Problemas estocásticos

Se refiere a los problemas o programaciones en donde al menos uno de los datos o coeficientes tienen una naturaleza probabilística. Por ejemplo la existencia de un parámetro con

una distribución de probabilidad o que presente un valor dependiendo del caso, al cual se pertenece con una probabilidad determinada.

2.2. *Revenue Management*

Conforme con [18], *Revenue Management* (RM) -o *Yield Management*- se refiere a la forma de dar solución a las *decisiones de gestión de demanda* -que consisten en la estimación de la demanda y sus características y al uso de técnicas de control de precios y capacidades para “gestionar” aquella demanda-, además de la metodología y sistemas requeridos para llegar a concretar tales decisiones, todo lo anterior, con el objetivo de *incrementar el ingreso* de la compañía.

Talluri y van Ryzin [18] enfatizan en que no todos los negocios son compatibles con RM, y que para aprovechar sus virtudes, hay 6 condiciones que debe tener el negocio:

1. **Heterogeneidad de los clientes:** Es necesario que los clientes tengan diferencias en sus patrones de conducta, de manera de aprovechar la heterogeneidad de forma estratégica.
2. **Variabilidad e incertidumbre en la demanda:** A medida que aumenta la variabilidad en la demanda y esta presenta mayor incertidumbre se torna más probable cometer un error en alguna *decisión de gestión de demanda*, por ende se hace crucial el uso de herramientas sofisticadas para determinar sus características.
3. **Inflexibilidad en la producción:** Conforme la planificación de la producción se complejiza, aumenta la dificultad para “absorber” las variaciones en la demanda, además los productos se tornan más escasos, por lo que pesa más una incorrecta decisión.
4. **Precio como señal de calidad:** Si el cliente percibe que una baja en el precio influye directamente en la calidad del producto, entonces, no es posible realizar decisiones tácticas que involucren la modificación de los precios, en tal caso, RM no es la mejor opción.
5. **Infraestructura de sistemas de datos e información:** Para operacionalizar el RM es necesario tener una magnitud considerable de datos almacenados, de forma de caracterizar y modelar la demanda de forma precisa. En suma con lo anterior, es más adecuado utilizar RM en industrias que ya tienen sistemas computacionales de procesamiento de transacciones.

De los cinco puntos expuestos, la industria de las telecomunicaciones cumple la *heterogeneidad de los clientes*, *variabilidad en la demanda* y tiene la *infraestructura de sistemas de datos e información* necesaria. Por su parte, la empresa en que se realiza el trabajo presenta *inflexibilidad en la producción*, debido a los contratos que maneja con los proveedores de equipos móviles. Finalmente dado que el precio sí es un reflejo de la calidad de un plan y de un equipo -se espera que un plan de mayor valor tenga mejores características, al igual que para el equipo- se concluye que el cuarto punto no se cumple. Aun así, debido a que se busca modificar el surtido y no el precio de los productos, se puede decir que al utilizar técnicas de RM se están aprovechando los beneficios que ofrece.

Acorde a la notación utilizada por Talluri y van Ryzin [18], existen dos grandes líneas: *Price-based RM* y *Quantity-based RM*.

2.2.1. *Price-based RM*

Envuelve decisiones sobre cómo establecer los precios publicados, ofertas individuales y precios reservados (subastas); cómo determinar el precio a través de las categorías y/o a lo largo del tiempo; cómo descontar sobre el precio inicial a lo largo de la vida de un producto; etc. De estos tipos de decisiones destacan el *Pricing Dinámico* y las subastas. En caso de querer explorar las técnicas de RM basadas en el precio, se sugiere revisar la segunda parte de [18].

2.2.2. *Quantity-based RM*

RM basado en las cantidades, se refiere a las decisiones tales como: aceptar o rechazar una oferta de compra, determinar la capacidad de productos en cada segmento o canal; cuándo retirar un producto del mercado, como también cuándo habilitarlo; etc. Estas decisiones se separan en dos áreas: control de la capacidad de productos considerando solo un recurso y control de la capacidad considerando varios recursos.

Dado que se busca determinar el surtido, es vital explorar las técnicas de RM asociadas a las decisiones de cantidad:

Single-Resource Capacity Control

Se refiere al control de la capacidad o la cantidad ofrecida de productos/servicios que comparten un solo recurso y que son ofrecidos a tipos de demandas diferenciadas (e.g. asientos en un vuelo específico, piezas de un hotel en una noche específica -relacionándolo con este trabajo, corresponde a ofrecer productos que comparten un mismo equipo-).

Network Capacity Control/Network Revenue Management(NRM)

La principal diferencia con el caso anterior es que se resuelven problemas en los cuales se ofrecen productos que utilizan múltiples recursos. En el caso de las aerolíneas, el problema es gestionar la capacidad ofrecida de un conjunto de vuelos conectados a través de una red (*network*) donde los *tickets* pueden tener un mix de vuelos de conexión o locales. En el caso del NRM aplicado a hoteles, el problema es gestionar la disponibilidad de las piezas durante días consecutivos donde los clientes tienen estadías de múltiples noches, y existe un mix de clientes con estadías de diferentes duraciones que comparten la misma capacidad de habitaciones durante un día dado. Para dar más claridad a NRM se describe el modelo clásico [10]:

Deterministic Linear Programming Model (DLP)

Este modelo, descrito en [16], busca determinar la cantidad de productos que se van a ofrecer dada una demanda, en otras palabras, determinar si guardar o no capacidad para después. Considera una *Network* de m recursos, en donde $x = (x^1, \dots, x^m)$ representa el vector de la capacidad remanente y k representa el número de periodos de tiempo faltantes. La matriz $A = [a_{ij}]$ es llamada matriz de incidencia, en donde $a_{ij} = 1$ si el producto j usa el recurso i y $a_{ij} = 0$ si no, en consecuencia, se podría decir que A_j -columna j -ésima de A -, es el vector de incidencia del producto j , que refleja todos los recursos que este producto utiliza cuando se vende.

Cada producto j contribuye con un ingreso r_j , representados en el vector $r = (r_1, \dots, r_j)$. Sea Y_k^j el número total de productos j solicitados en el tiempo remanente k , e $Y_k = (Y_k^1, \dots, Y_k^j)$ el vector que representa la demanda de todos los productos -en este caso se puede vender más de un producto por periodo de tiempo k -. La innovación de este modelo es considerar la media de la demanda para encontrar una solución -elimina los aspectos estocásticos-, denotada como EY , por consiguiente el modelo a resolver es el siguiente:

$$J_k^{DLP}(x) = \max \{r^T y\} \quad (2.1)$$

$$Ay \leq x \quad (2.2)$$

$$0 \leq y \leq EY \quad (2.3)$$

La variable de decisión y no es utilizada directamente, en cambio se utiliza el valor de los duales de la restricción 2.2 denotados como $\mu = (\mu^1, \dots, \mu^m)$, esto debido a que el problema de programación lineal no es degenerado en la solución óptima, por ende, $\nabla J_k^{DLP}(x)$ existe y es igual a μ . Para finalizar se utiliza la estrategia de *Bid Price Control*, definida en [15], la cual otorga valores límites (*threshold values*) para el ingreso que se obtiene por la venta de un producto que consume una cantidad determinada de cada recurso. Esta estrategia consiste en aceptar la venta del producto j si y solo si: ¹

$$r_j > \sum_{i \in A^j} \mu_k^i(x)$$

La ventaja del *Deterministic Linear Programming Model* según [16] es que otorga simplicidad computacional y debido a su interpretabilidad ofrece facilidad en su implementación. Pero la desventaja es que considera el supuesto de *demand independent*, el cual se refiere a que la demanda de los productos no es afectada por los controles -o disponibilidad de opciones - aplicados por el vendedor.

El problema con este supuesto es que en la práctica [17] se puede observar que existen dos efectos que contradicen la independencia: "*buy up*" y "*buy down*". El primero ocurre cuando el cliente cambia su decisión de comprar un producto que otorga un menor ingreso a la empresa por uno de mayor ingreso -esto debido a que ya no está disponible el producto que el cliente

¹Se destaca que solo se suman los valores de los duales cuando el producto j utiliza el recurso asociado a ese dual, denotado por $i \in A^j$

tenía como primera opción-, y el segundo efecto corresponde a sustituir la decisión de comprar un producto de menor ingreso por uno de mayor ingreso en el caso que al segundo se le aplica un descuento. Por lo tanto, existe influencia en la demanda por parte de los sistemas de control utilizados por el vendedor.

Para incorporar demanda dependiente fue necesario utilizar modelos de comportamiento del consumidor, y así modelar cómo cambia la demanda de un producto cuando se alteran las opciones que tiene el posible comprador (la demanda depende de los controles que ejerce el vendedor sobre el surtido) [10]. Con respecto a esta inclusión, un enfoque fue cambiar el precio y con ello moverse a través de la curva de demanda, descrito por Gallego y van Ryzin como *Dynamic Pricing Models*[6], pero está limitado a la decisión de comprar o no un determinado producto a un precio específico [17], por lo que no se apega al problema de este trabajo, donde el cliente elige entre varios productos.

Para modelar procesos de elección entre varios productos, Ryzin y Liu [10] proponen unir enfoques, el primero es el utilizado por Gallego et. al [5] que consiste en ofrecer un set flexible de productos, donde el cliente compra la opción de obtener alguno de los productos del set y el vendedor, al final del periodo de tiempo, y basándose en la demanda ya conocida, determina el producto que le corresponde a cada cliente. Por otro lado el segundo enfoque es la noción de eficiencia que proponen Talluri y van Ryzin en [17], con el propósito de resolver un problema de *choice-based* RM con un solo recurso. Lo novedoso del trabajo de van Ryzin y Liu [10] es que al unir ambas investigaciones crean una forma de resolver un problema de NRM cuando hay una red de productos y recursos, denominado *Choice-based Deterministic Linear Programming* (CDLP). Pero al considerar segmentos disjuntos se hace infactible su utilización para resolver el problema de este trabajo -en la industria de las telecomunicaciones un determinado producto puede ser parte de las opciones de dos grupos distintos, por ejemplo el segmento de *Negocios* comparte productos con el de *Persona*-.

En respuesta al modelo CDLP con segmentos disjuntos, Miranda-Bront et. al [11] proponen el caso general donde los segmentos están traslapados, que es justamente el modelo a utilizar en las dos estrategias propuestas -ver capítulo 3, específicamente la sección que se refiere al modelamiento-. Si bien en [11] también se propone un modelo de Programación Dinámica Aproximada, no se considerará, pues en el caso de segmentos traslapados la Programación Dinámica Aproximada tiene un tiempo de ejecución 43 veces mayor y solo consigue un aumento de 3% en el ingreso obtenido.

Como se ha explicado, el modelo a utilizar considera la representación del comportamiento del consumidor frente a elecciones discretas. A continuación se describen los modelos que se utilizan generalmente en NRM:

2.3. Modelos de comportamiento del consumidor ante elecciones discretas con demanda dependiente

Consideran que la demanda está condicionada por las opciones que muestra el oferente, de ellos se describen el Multinomial Logit y Mixed logit:

Multinomial Logit

Es el modelo de elección discreta más utilizado y su popularidad radica en que las probabilidades tienen una forma cerrada y la fórmula es fácil de interpretar [19]. Su fórmula se deriva de suponer que el tomador de decisiones n , cuando se ve enfrentado a la opción j , de un total de J , tiene una utilidad que se compone por dos partes: V_{nj} que es conocida por el investigador, y depende de variables observables, y una parte desconocida ε_{nj} que no depende de variables observables por el investigador, por lo tanto es tratada como aleatoria. El *mutinomial logit* se obtiene al asumir que cada ε_{nj} se distribuye independientemente e idénticamente como Valor Extremo. Esta distribución, también llamada Gumbel o Valor Extremo tipo I, tiene una función de densidad tal que:

$$f(\varepsilon_{nj}) = e^{-\varepsilon_{nj}} e^{-e^{-\varepsilon_{nj}}} \quad (2.4)$$

Siguiendo los pasos de la sección 3.1 *Logit: Choice probabilities* de [19], se llega a la fórmula cerrada de las probabilidades de elección:

$$P_{nj} = \frac{e^{V_{nj}}}{\sum_h e^{V_{nh}}} \quad (2.5)$$

Complementando lo anterior, la utilidad conocida usualmente es representada como una combinación lineal de parámetros: $V_{nj} = \beta' x_{nj}$, donde x_{nj} es un vector de variables observables por el sujeto n relativas a la alternativa j . Con esta especificación, las probabilidades quedan descritas como:

$$P_{nj} = \frac{e^{\beta' x_{nj}}}{\sum_h e^{\beta' x_{nh}}}. \quad (2.6)$$

Es importante mencionar que cuando solo existe una opción y la decisión es comprar o no, se habla de *logit* a secas, pero cuando hay más de una opción se refiere al *multinomial logit*.

Las ventajas de este modelo son su fórmula cerrada y su fácil interpretación. Por su parte, las limitaciones son:

1. Puede representar variaciones sistemáticas en la decisión (que se relacionan con la parte conocida de la utilidad), pero no variaciones aleatorias (diferencias en los gustos que no se relacionan con las variables observables).
2. El modelo implica patrones de sustitución proporcionales entre todas las alternativas. Pero no puede representar otras formas más flexibles de sustitución, para ello es necesario utilizar otros modelos.
3. Si en repetidas ocasiones de elección, los factores no conocidos son independientes en el tiempo entonces sí se puede utilizar *multinomial logit*. Sin embargo, no puede manejar situaciones donde los factores desconocidos están correlacionados en el tiempo.

Mixed logit

Modelo altamente flexible que puede llegar a aproximarse a cualquier modelo aleatorio de utilidad. Resuelve las tres limitaciones del *multinomial logit* al permitir variación aleatoria de los gustos, no restringe los patrones de sustitución y soporta correlación de las variables no observables en el tiempo. Su derivación es directa y la simulación de las probabilidades de elección es simple.

La diferencia con el *multinomial logit* radica en que los parámetros que definen la utilidad tienen una distribución de probabilidad. En otras palabras, un modelo *mixed logit* es cualquier modelo de elección discreta cuyas probabilidades pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$P_{nj} = \int L_{nj}(\beta) f(\beta) d\beta. \quad (2.7)$$

Donde $L_{nj}(\beta)$ es la probabilidad del *logit* evaluada en el parámetro β :

$$L_{nj}(\beta) = \frac{e^{V_{nj}(\beta)}}{\sum_h e^{V_{nh}(\beta)}}. \quad (2.8)$$

$f(\beta)$ es la función de densidad del parámetro, $V_{nj}(\beta)$ es la porción conocida de la utilidad, si esta es lineal en β , entonces $V_{nj}(\beta) = \beta' x_{nj}$. En tal caso, las probabilidades de elección toman la siguiente forma:

$$P_{nj} = \int \left(\frac{e^{\beta' x_{nj}}}{\sum_h e^{\beta' x_{nh}}} \right) f(\beta) d\beta. \quad (2.9)$$

Esta fórmula se puede interpretar como el promedio ponderado de la fórmula del *logit* evaluada sobre diferentes valores de β , con pesos dados por la densidad $f(\beta)$.

Si se considera a la distribución $f(\beta)$ como discreta, donde β puede tomar el valor de un conjunto finito de cardinalidad M , por ejemplo: b_1, \dots, b_M . Y además, si se denota a s_m como la probabilidad que $\beta = b_m$ el *mixed logit* pasa a ser llamado como “**modelo de clases latentes**” y la fórmula de las probabilidades de elección tiene la siguiente forma:

$$P_{nj} = \sum_{m=1}^M s_m \left(\frac{e^{b'_m x_{nj}}}{\sum_h e^{b'_m x_{nh}}} \right). \quad (2.10)$$

El beneficio de usar *mixed logit* es que resuelve las tres limitaciones del *multinomial logit*, pero el perjuicio, es que carece de la estructura que tiene el primero, lo cual es perjudicial en una optimización. Dentro de la esfera del *Revenue Management* -cuando se incluyen modelos de comportamiento para elecciones discretas, con demanda dependiente- los modelos más utilizados son el *multinomial logit* ([17], [10] y [7]) y el modelo de clases latentes [11], debido a que son computacionalmente eficientes y permiten abordar los problema de optimización con mayor simplicidad [10].

Para comparar cada una de las estrategias se simularán las llegadas que pueden haber durante todo el horizonte de tiempo, para ello se utilizará la simulación de Monte Carlo:

2.4. Simulación: Método de Monte Carlo

Este método se usa para análisis de riesgo al determinar los posibles resultados en base a la variación de los inputs, los cuales son extraídos de una distribución de probabilidad [12]. Este método puede aplicarse en un sin número de usos, ya sea desde la detección de cáncer de mamas [4] hasta la aplicación en problemas de *Network Revenue Management* [11]. Para dar pie a un mejor entendimiento del método -pues da para muchos contextos- se detalla un ejemplo para el caso discreto, específicamente para la venta de productos:

Se tienen dos productos, A y B , los cuales tienen una probabilidad de 0.2 y 0.3 de ser comprados, en el resto de los casos no hay compra. El ingreso que se obtiene por la venta de cada producto es de \$100 y \$200, respectivamente. ¿Cuánto se gana en promedio? Si denotamos a *NoComprar* como el caso sin ventas, las probabilidades son las expuestas en el cuadro 2.1. Para determinar cuál va a ser el *output* del problema, es necesario realizar una

A	B	NoComprar
20 %	30 %	50 %
\$100	\$200	\$0

Cuadro 2.1: Ejemplo Método de Monte Carlo

cantidad N de simulaciones y a medida que se aumenta el número, el resultado se acercará al promedio. Otro aspecto importante es el valor de las probabilidades acumuladas, clave para determinar cuál será el caso elegido en cada simulación (expuesto en el cuadro 2.2)

A	B	NoComprar
0.2	0.5	1
\$100	\$200	\$0

Cuadro 2.2: Ejemplo Método de Monte Carlo: Probabilidad acumulada

Considerando lo descrito anteriormente, los pasos para realizar el Método de Monte Carlo son:

1. Establecer los casos, la probabilidad y el *output* de cada uno.
2. Calcular las probabilidades acumuladas.
3. Generar un número aleatorio entre 0 y 1.
4. Determinar a qué caso corresponde el número generado aleatoriamente y establecer el *output*.
5. Realizar los puntos 3 y 4 N veces y promediar los resultados.

El cuadro 2.3 muestra el resultado de 10 simulaciones, como se puede observar el valor del promedio se aleja al promedio esperado, el cual corresponde a $\$100*0,2+\$200*0,3+\$0*0,5 = \80 , por lo tanto para calcular un promedio de forma precisa hay que aumentar la cantidad de simulaciones, exhibido en el cuadro 2.4.

#	Número Aleatorio Generado	Ingreso correspondiente
1	0.67	0
2	0.24	200
3	0.31	200
4	0.52	0
5	0.36	200
6	0.11	100
7	0.61	0
8	0.82	0
9	0.02	100
10	0.45	200
Promedio: 100		

Cuadro 2.3: Ejemplo Método de Monte Carlo: Primera simulación

Cantidad de simulaciones	Promedio <i>output</i>
10	100
50	66
100	74
1000	80.4

Cuadro 2.4: Ejemplo Método de Monte Carlo: Resultado simulaciones

Como se observa, a medida que la cantidad de simulaciones aumenta, el valor del promedio se hace más preciso. Esta ventaja permitirá acotar el ingreso generado por cada estrategia y discernir correctamente cuál es la más conveniente.

2.5. Intervalo de confianza

Es una medida estadística que sirve para determinar en qué rango de valores se encuentra probabilísticamente una variable. Para términos de este trabajo se utilizará para agrupar el resultado de diferentes simulaciones y así determinar en que rango se encuentra el promedio del ingreso que refleja cada estrategia.

A medida que la cantidad de simulaciones aumenta, la distribución de las medias muestrales \bar{X} se parece a una distribución normal/gaussiana- con media μ y desviación estándar muestral de $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, donde σ es la desviación estándar muestral y n representa la cantidad de elementos considerados, en otras palabras $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$. Estandarizando se obtiene que $\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = Z \sim N(0,1)$ lo que finalmente implica, al 95% de significancia, que $P(\mu - 1,96 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq Z \leq \mu + 1,96 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0,95$. Se concluye que la media tiene un 95% de probabilidades de estar en el rango conformado por:

$$I.C. = (\mu - 1,96 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + 1,96 * \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

A modo de resumen, el negocio cumple con lo necesario para aprovechar los beneficios de las técnicas de *Revenue Management*. Por su parte, el problema es tal que es necesario utilizar *Network Revenue Management* sin considerar el supuesto de demanda independiente. El modelo a utilizar es el *Choice-based Deterministic Linear Programming*. Y finalmente, para incorporar la dependencia, y con ello incluir el comportamiento del consumidor, lo recomendado es utilizar *Multinomial Logit* o *Logit de clases latentes*, dependiendo de cuántos segmentos se consideren.

Capítulo 3

Metodología

La metodología está basada en *Cross Industry Standard Process for Data Mining* (CRISP-DM) [20] que considera el proceso de *Knowledge Discovery in Databases* (KDD) [3]. KDD es un proceso lineal compuesto por 5 etapas secuenciales (Selección, Preprocesamiento, Transformación, Aplicación de técnicas de data mining e Interpretación de resultados). Por su parte, CRISP-DM es una metodología en forma de espiral y su característica principal es su independencia del sector/industria como de la tecnología utilizada. Esta forma espiral permite desarrollar el proceso de forma cíclica y recurrir a las etapas previas en caso necesario. Las seis etapas que lo componen se encuentran expuestas en la figura 3.1 y se describen a continuación:

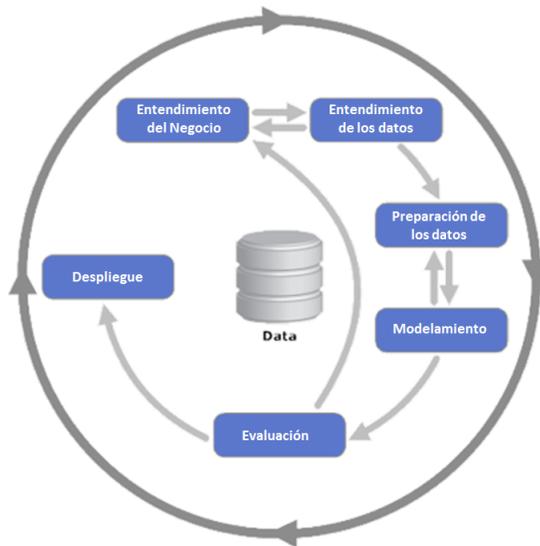


Figura 3.1: Etapas KRISP-DM

Entendimiento del negocio

Para entender el negocio es necesario pasar por una etapa previa, en la cual se revisa la literatura de surtido de productos. En esta etapa se determinan cuáles van a ser los princi-

pales modelos a utilizar. Luego es necesario realizar reuniones con las áreas de la empresa involucradas con el problema: *Ventas Web*, *E-commerce*, *Terminales* e *Inteligencia de Negocios* tanto para entender su problemática como para pedir los datos que serán incorporados a los modelos seleccionados.

Entendimiento de la datos

Ya obtenidos los datos -y contextualizado el problema con las características del negocio- se procede a analizar la forma que están almacenados y entender que representan. Es vital saber las limitaciones de la data disponible, para establecer si cumplen los requisitos para ser incorporados a los modelos.

Preparación de los datos

Engloba todas las actividades necesarias para transformar los datos en *inputs* que serán incorporados a los modelos. Ejemplo de estas actividades son la logaritimización de variables, agregado y filtrado de la base de datos, construcción de tablas con los datos necesarios, ajuste de la escala de tiempo de las tasas de llegada, etc.

Modelamiento

Proceso que une toda la información recabada del entendimiento del negocio, junto con los *inputs*, para crear los modelos que representarán matemáticamente el problema, estos determinarán las tres estrategias de surtido. Para desarrollar un modelo adaptativo se incluye el ajuste de parámetros y funciones de los modelos definidos en el entendimiento del negocio. Finalmente se desarrolla la programación y se describen los principales aspectos que facilitan su replicación.

Evaluación

Etapa en que se evalúan los *outputs* de los modelos utilizados en base a diferentes métricas, con el fin de determinar que estrategia de surtido es la más conveniente.

Despliegue

Una vez determinado cuál es la estrategia más conveniente, previa validación de las áreas involucradas, se procede a desplegar los pasos necesarios para su futura implementación. Tales pasos son un detalle de la forma y significado de los inputs del problema, descripción general del algoritmo, como también los beneficios y limitantes de la estrategia.

3.1. Entendimiento del negocio y de los datos

Se unen ambas etapas pues están estrechamente entrelazadas: al entender la problemática del negocio, se puede determinar cuál va a ser el enfoque utilizado para resolverlo, y con ello los datos necesarios. Es vital saber previamente si la empresa tiene la capacidad para almacenar efectivamente datos transaccionales y de navegación, pues ambos son la base para determinar una estrategia de surtido.

En esta etapa se determina el horizonte de tiempo analizado como también la sección de la página web considerada. Además se determina cuáles fueron los productos promocionados, el funcionamiento de la estrategia de surtido actual y se buscan los datos necesarios para su replicación.

3.2. Preparación de los datos

Se extraen las ventas correspondientes a la sección de la página web como al tiempo correspondiente, se agrega esta data transaccional de forma mensual, pues facilita su uso para determinar la función de demanda. Por otro lado se crean los sets de datos para realizar la regresión *Multinomial logit*, este set de datos estará compuesto por todos los atributos del producto que observa el cliente en el momento de la compra, e.g: Precio de referencia del equipo, marca, sistema operativo, memoria interna, procesador, calidad de imagen de la cámara, tamaño de la pantalla, etc; para el plan están los minutos, mensajes de texto, umbral de navegación, valor minuto adicional, etc; y para la combinación está el precio subvencionado y el ahorro. Las variables con mayor magnitud se logaritmizan, además si dos variables son linealmente dependientes, entonces la segunda se extrae del set de datos.

Además de los explicados hasta ahora, se determinan todos los *inputs* necesarios para ejecutar el CDLP -explicados en la sección Modelamiento 3.3-. El CDLP tiene una infinidad de sets de datos, por ende se sugiere crearlos en formato *comma-separated values* o *CSV* dado que facilita su lectura y escritura. En pro de lo anterior, se sugiere que cada set de datos que esté en formato *CSV* tenga en su primera fila la información del total de filas y columnas de la data que contiene.

3.3. Modelamiento

A continuación se describen las principales alternativas para resolver el problema, el modelo elegido y las razones de su elección. También se describen las tres estrategias que servirán como base de comparación para determinar la existencia de una mejor alternativa a la estrategia actual. Cada estrategia tiene adjunto un ejemplo, de manera de simplificar el entendimiento de la metodología.

3.3.1. Formulación dinámica

Se considera una red o *network* con m equipos que se pueden usar para proveer n productos. No existe reposición de stock y sus valores iniciales están dados por $c = (c_1, \dots, c_m)$. La cantidad de productos está denotada por $N = \{1, \dots, n\}$. Se tiene una matriz de incidencia $A = [a_{ij}] \in \{0, 1\}^{m \times n}$, donde $a_{ij} = 1$ si el equipo i es utilizado por el producto j o 0 si no. Por ende, la i -ésima columna de A , denotada A_j es el vector de incidencia del producto j y la i -ésima fila de A o A^i corresponde al vector de incidencia del equipo i . Se utiliza la notación $i \in A_j$ para indicar que el equipo i es utilizado por el producto j , como $j \in A^i$ para referirse al caso en que el producto j utiliza el recurso i . El ingreso obtenido por la venta del producto j corresponde a r_j .

El tiempo t es modelado discretamente, empezando desde el 0 hasta el final del horizonte de planificación T , o sea, $t = 0, \dots, T$. Se asume que a lo más hay una llegada por periodo y en esta solo se puede comprar un producto. La tasa de llegada viene dada por λ -cantidad por segundo-. Se puede tener una tasa de llegada dependiendo del tiempo, pero para simplificar la exposición se considera constante. Los clientes pueden pertenecer a varios segmentos $l = 1, \dots, L$, caracterizados por un *Consideration set* $C \subseteq N$, además se permiten segmentos traslapados, o sea, $C_l \cup C_{l'} \neq \emptyset$ para $l \neq l'$. Desde el punto de vista de la firma, cada llegada pertenece al segmento l con probabilidad p_l , con $\sum_{l=1}^L p_l = 1$, por lo tanto, una llegada del segmento l viene dada por una tasa $\lambda_l = \lambda p_l$, por su parte, la tasa de llegada general es tal que $\lambda = \sum_{l=1}^L \lambda_l$.

La empresa se enfrenta a la decisión de determinar qué productos promocionar en cada periodo t . Este surtido $S \subseteq N$ se llama *offer set*. Dado un *offer set* S , la probabilidad de elegir al producto $j \in S$ corresponde a $P_j(S)$, donde $P_j(S) = 0$ si $j \notin S$. Se denota la probabilidad de *no comprar* como $P_0(S)$, la cual está asociada a un valor $v_0 \in \mathbb{R}^+$, que sirve para representar el caso donde no hay compra, denominado *valor de no comprar*. Considerando lo anterior se tiene que $\sum_{j \in S} P_j(S) + P_0(S) = 1$. Finalmente la probabilidad se modela utilizando la regresión *Multinomial logit*:

$$P_{lj}(S) = \frac{e^{\beta_l' x_j}}{v_0 + \sum_{h \in C_l \cap S} e^{\beta_l' x_h}}$$

Si $j \notin C_l \cap S$ o $j \notin C_l$, entonces $e^{\beta_l' x_j} = 0$ (implicando que $P_{lj} = 0$). Notar que no es posible distinguir el segmento que pertenece cada llegada, por ende, la probabilidad de comprar el producto j es:

$$P_j(S) = \sum_{l=1}^L p_l P_{lj}(S)$$

El estado de la red o variable de estado es la capacidad disponible, denotada por el vector $x = (x_1, \dots, x_m) \geq 0$. Se asume que la firma es neutral al riesgo y busca maximizar el ingreso. La decisión es elegir en cada periodo de tiempo t el *offer set* S que maximiza el *revenue* de toda la planificación. Para ello se denota $V_t(x)$ que representa el ingreso esperado obtenido desde el tiempo t hasta el final del horizonte de planificación T , dado el vector de capacidad remanente x en el tiempo t , por lo tanto, la función de recurrencia/beneficio queda:

$$\begin{aligned}
V_t(x) &= \max_{S \subseteq N} \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) (r_j + V_{t+1}(x - A_j) + (\lambda P_0(S) + 1 - \lambda) V_{t+1}(x)) \right\} \\
&= \max_{S \subseteq N} \left\{ \sum_{j \in S} \lambda P_j(S) (r_j - (V_{t+1}(x) - V_{t+1}(x - A_j))) \right\} + V_{t+1}(x),
\end{aligned}$$

La fórmula anterior se debe a que existe la probabilidad $\lambda P_j(S)$ de vender el producto j , $\lambda P_0(S)$ de no vender nada y una probabilidad $1 - \lambda$ de no tener una llegada. El primer caso modifica la variable de estado y los dos últimos no cambian la cantidad de stock.

La segunda igualdad se logra al considerar $\sum_{j \in S} P_j(S) + P_0(S) = 1$. No se permite *overbooking* (sobreventa), por ende, $x - A_j \geq 0, \forall j \in S$. Para finalizar, las condiciones de borde son:

$$\begin{aligned}
V_t(0) &= 0, & t &= 1, \dots, T, \\
V_{T+1}(x) &= 0, & \forall x &\geq 0.
\end{aligned}$$

Desafortunadamente no es posible resolver este modelo en la mayoría de los casos [10], y el caso real presentado en el capítulo 4 no es la excepción. Esto se debe a que se debe calcular el ingreso obtenido en todos los posibles escenarios de cada t , y considerando la gran cantidad de combinaciones de planes y equipos que generan los productos, resolver el problema dinámico se hace infactible, efecto denominado *curse of dimensionality* [11].

3.3.2. Formulación lineal (CDLP)

Dado lo anterior, una opción es simplificar la formulación dinámica. Esto se logra al reemplazar cantidades estocásticas por su media o valor esperado y asumir que la demanda y las capacidades son continuas [10]. Esta formulación se denomina *Choiced-based Deterministic Linear Programming* (CDLP) y utiliza la misma notación que en el modelo dinámico, pero cambia la $P_j(S)$ la cual se interpreta como la cantidad determinística vendida del producto j cuando llega un cliente y el set S es ofrecido. Además se crea $R(S)$ que es el ingreso esperado generado cuando se ofrece el set S :

$$R(S) = \sum_{j \in S} r_j P_j(S).$$

Este ingreso esperado equipara la probabilidad de compra con el ingreso obtenido y con ello se ofrecen productos convenientes tanto para el cliente como para la empresa -la probabilidad de compra disminuye a medida que se aumenta el valor del producto-. Dada una llegada, $Q_i(S)$ representa la probabilidad condicional de utilizar una unidad del equipo i , cuando el set S es ofrecido. El vector de probabilidades condicionales de consumo viene dado por $Q(S) = AP(S)$, donde $P(S) = (P_1(S), \dots, P_n(S))^T$ corresponde al vector de probabilidades de compra.

Aunque la empresa debe elegir el set S a ofrecer en cada periodo de tiempo, desde un punto de vista determinístico solo importa cuántas veces se ofrece cada set S -suponiendo

que el comportamiento del consumidor no cambia durante el periodo de tiempo-, por lo tanto, se emplea la variable $t(S)$ que representa cuántos periodos se mostró el set S . Por lo tanto, el modelo a optimizar corresponde a:

$$\begin{aligned}
V^{CDLP} = \max & \sum_{S \subseteq N} \lambda R(S) t(S) \\
s.t. & \sum_{S \subseteq N} \lambda Q(S) t(S) \leq c, \\
& \sum_{S \subseteq N} t(S) \leq T, \\
& t(S) \geq 0 \quad \forall S \subseteq N.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Donde la primera restricción -de dimensión m - corresponde a la disponibilidad de stock de equipos y la segunda restricción -unidimensional- es la disponibilidad de tiempo. Esta última no es una igualdad pues cuando se da un caso con poco stock no se puede realizar una planificación para todo el horizonte.

La cantidad de posibles sets corresponde a $2^n - 1$, pero dadas las restricciones del problema, a lo más existen $m + 1$ sets con tiempo positivo en la solución óptima. En el contexto de las telecomunicaciones, la cantidad de productos supera con creces a la cantidad de equipos, por ejemplo con que existan 42 productos y 18 equipos, se tienen $2^{42} = 4,39805 * 10^{12}$ posibles sets, cuando de ellos solo 19 son factibles. Lo anterior incentiva a resolver el problema por medio de generación de columnas:

Resolución del CDLP por medio de Generación de columnas

Para evitar sufrir complicaciones por la magnitud de productos y recursos analizados (*curse of dimensionality*), y facilitar la resolución del problema, se propone un algoritmo de generación de columnas. Este inicia con un limitado número de *offer set* $\eta = S_1, \dots, S_k$. La cantidad k corresponde a la cantidad de segmentos y cada uno de estos *sets* se determina aleatoriamente, en donde se le asigna un número aleatorio entre 0 y 1 a cada producto del *Consideration Set* y si es mayor a 0.8 entonces pertenece al *offer set* del segmento -si pertenece se le asigna un 1, si no, un 0-. Ya obtenido el conjunto η se calcula el modelo reducido o *CDLP-R*(η):

$$\begin{aligned}
V^{CDLP-R(\eta)} = \max & \sum_{S \in \eta} \lambda R(S) t(S) \\
s.t. & \sum_{S \in \eta} \lambda Q(S) t(S) \leq c, \\
& \sum_{S \in \eta} t(S) \leq T, \\
& t(S) \geq 0 \quad \forall S \in \eta.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Con el resultado de este modelo se calcula el *reduced cost* -aporte a la función objetivo- de todos los sets $S \subseteq N$. El set que tiene mayor *reduced cost* es el elegido para empezar la generación de columnas. Este set S^* conformará el primer elemento del conjunto $\psi = S^*$ que conformará un **nuevo** *CDLP-R*(ψ):

$$\begin{aligned}
V^{CDLP-R(\psi)} = \max \quad & \sum_{S \in \psi} \lambda R(S) t(S) \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{S \in \psi} \lambda Q(S) t(S) \leq c, \\
& \sum_{S \in \psi} t(S) \leq T, \\
& t(S) \geq 0 \quad \forall S \in \psi.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Para determinar los *reduced costs* de 3.2 y 3.3 se deben utilizar las variables duales, correspondientes a $\pi \in \mathbb{R}^m$ y $\sigma \in \mathbb{R}$ - π asociado a las restricciones de stock y σ a la de tiempo-. A modo de referencia, el problema dual de 3.3 corresponde a :

$$\begin{aligned}
\text{mín} \quad & \pi^T c + T\sigma \\
\text{s.t.} \quad & \lambda \pi^T Q(S) + \sigma \geq \lambda R(S), \quad \forall S \in \psi \\
& \pi \geq 0 \\
& \sigma \geq 0
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Intuitivamente, el valor óptimo de π provee una estimación del valor marginal de la capacidad de cada recurso de la *network*, como el valor óptimo de σ corresponde a la estimación del valor marginal -o costo de oportunidad- del tiempo.

Continuando con la generación de columnas, para determinar el *reduced cost* se crea un subproblema, expresado como:

$$\max_{S \subseteq N} \{ \lambda R(S) - \lambda \pi^T Q(S) \} - \sigma \tag{3.5}$$

Para resolverlo es necesario expresar cada set de forma vectorial, es decir, se incluye al vector $y \in \{0, 1\}^n$, donde y_j corresponde a 1 si el producto j pertenece al set o 0 en caso contrario. Usando esta notación, 3.5 queda como:

$$\max_{y \in \{0,1\}^n} \left\{ \sum_{l=1}^L \lambda_l \frac{\sum_{j \in c_l} (r_j - A_j^T \pi) y_j e^{\beta_l' x_j}}{v_{l0} + \sum_{i \in C_l} y_i e^{\beta_l' x_i}} \right\} - \sigma \tag{3.6}$$

Si el valor óptimo de 3.6 es ≤ 0 entonces π y σ son dualmente factibles y la actual solución del problema reducido 3.3 es de hecho, la solución óptima del problema original 3.1. La interpretación es que de todas las posibles combinaciones de productos ninguna aumentará el valor de la función objetivo si se agrega al conjunto ψ . En cambio, si el valor de 3.6 es > 0 , el resultado S^* se agrega al conjunto ψ y se repite la iteración -recalcular 3.3, sus variables duales y finalmente el máximo *reduced cost* para evaluar si es o no ≤ 0 -.

Resolución del subproblema

Debido a que los segmentos están traslapados, un producto j puede aparecer reiteradas veces en el denominador de 3.6, por lo que no se puede realizar una separación por componente y por ende el subproblema tiene la variable de decisión en el numerador y el denominador, por ende no es un problema de programación lineal. Afortunadamente se puede reformular el subproblema como un *Mixed Integer Programming Problem* o programación entera mixta -donde algunas variables $\in \mathbb{R}$ y otras $\in \mathbb{Z}$ -. Siguiendo los pasos de [11], definiendo a

$$x_l = \frac{1}{v_{l0} + \sum_{j \in C_l} y_j e^{\beta_l' x_j}}, \quad l = 1, \dots, L.$$

y tomando a $z = xy$, el subproblema de generación de columnas 3.6 se puede reescribir como:

$$\begin{aligned}
 \text{máx} \quad & \sum_{l=1}^L \sum_{j \in C_l} \lambda_l (r_j - A_j^T \pi) z_{lj} e^{\beta_l' x_j} \\
 \text{s.t.} \quad & x_l v_{l0} + \sum_{j \in C_l} z_{lj} e^{\beta_l' x_j} = 1 && \forall l, \\
 & C_{lj} (x_l - z_{lj}) \leq C_{lj} (K - K y_j) && \forall l, j. \\
 & C_{lj} z_{lj} \leq C_{lj} x_l && \forall l, j. \\
 & C_{lj} z_{lj} \leq C_{lj} K y_j && \forall l, j. \\
 & \sum_{j=1}^J y_j \leq \text{Productos_Max} \\
 & y_j \in \{0, 1\}, \quad x_l \geq 0, \quad z_{lj} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Donde C_{lj} corresponde al *consideration set* y representa un 1 si el segmento l tiene dentro de sus posibles opciones al producto j o 0 en caso contrario. K es un número que debe cumplir $K \geq 1/\underline{v}$ con $\underline{v} = \min \{e^{\beta_l' x_j} : j = 1, \dots, n; l = 1, \dots, L\}$. *Productos_Max* corresponde al número máximo de productos que se pueden mostrar en la página web. Finalmente con esta formulación el problema puede resolverse utilizando un software de optimización como CPLEX[®] o Gurobi[®].

El output del CDLP es cuánto tiempo mostrar los sets seleccionados por el subproblema, pero lo que se necesita saber es en qué momento mostrar cada set. Por ello se considera el supuesto que los surtidos S que se muestra más tiempo son los más convenientes, y por ende, los sets se mostrarán desde el S con mayor tiempo hasta el con menor asignación.

Adaptabilidad del CDLP

El CDLP solo se ejecuta al inicio, por ende no puede adaptarse a los sucesos ocurridos durante el horizonte de planificación. Debido a esto se incluye el trabajo de Golrezaei et al. [7], donde, en un contexto sin reposición de stock, desarrollan la idea de penalizar el ingreso del producto considerando el nivel de stock que se tiene. La ventaja de este enfoque además de su adaptabilidad frente a las ventas, es que reduce el efecto de *Stock-out* -costo que se produce cuando no está en exhibición el producto que desea el cliente- y al ofrecer un surtido más equilibrado a lo largo de la planificación, se evita una disminución del valor de marca o *brand equity* al final del periodo. Por construcción el CDLP ofrecerá primero los productos con mayor ingreso esperado, por ende disminuirá su stock a medida que avance el tiempo. La idea de la penalización es pasar a ofrecer productos con menor ingreso esperado, y alto porcentaje de stock, a medida que aquellos con mayor ingreso esperado se vayan acabando. Se busca conservar una fracción de los productos de alta gama para controlar la calidad del surtido ofrecido al final de la planificación.

Para incorporar la penalización es necesario implementar un enfoque de horizonte rodante - recalcular la planificación cada un cierto periodo tiempo [14]-. De esa forma se puede recalcular el surtido, pero incorporando el porcentaje de stock que se tiene en ese momento. Esta *Penalty Function* consiste en multiplicar el ingreso del producto por:

$$\Psi(x) = \frac{e}{e-1}(1 - e^{-x})$$

Donde x representa el porcentaje de stock que se tiene en el periodo t , porcentaje que viene dado por el stock inicial y el stock en el periodo t , o sea $x = Stock_t/Stock_0$. En el mismo artículo también se considera una *Penalty Function* lineal, pero se elige la exponencial pues produce una disminución más equilibrada del stock de los productos con mayor ingreso esperado [7].

A modo de aclaración incluir una *Penalty Function* no significa que se penaliza el ingreso obtenido cuando un cliente compra un producto con poco stock, si no que tiene como fin que la generación de columnas considere el porcentaje de stock cuando elige qué sets incluir.

Si bien considerar el enfoque de horizonte rodante aporta adaptabilidad, se requiere determinar el cambio en el ingreso que conlleva. Para ello se compararán un conjunto de simulaciones con distintos intervalos, o equivalentemente, diferentes recálculos, como también, se analizará el efecto en el ingreso y tiempo de ejecución de penalizar.

3.3.3. Función de demanda

Para representar el comportamiento del consumidor -como se ha descrito en el capítulo 2- es conveniente utilizar *Multinomial Logit* o *Modelo de clases latentes*, su utilización depende de la cantidad de segmentos considerados. En el capítulo 4 se expone que solo se considerará un segmento, por lo tanto se describe la forma de calcular las variables que definen al *Multinomial Logit*:

Lo que se busca determinar es la probabilidad de elección de un producto dado que se compara con distintas opciones, estas probabilidades están descritas como:

$$P_{nj} = \frac{e^{\beta' x_{nj}}}{\sum_h e^{\beta' x_{nh}}}. \quad (3.8)$$

En donde x_{nj} es un vector de variables observables relativas a la alternativa j y n representa al cliente que está tomando la decisión. La data transaccional está fragmentada por mes y el surtido no varía dentro de este periodo, por lo que se puede decir que la probabilidad de elegir un producto también depende del mes m , esta dependencia se logra al incluir al conjunto $F(m)$, que representa las promociones disponibles en cada mes. Además el cliente tiene la opción de no comprar, por ende se agrega v_0 .

$$P_{mnj} = \frac{e^{\beta' x_{nj}}}{v_0 + \sum_{h \in F(m)} e^{\beta' x_{nh}}}. \quad (3.9)$$

Para determinar los ponderadores β , y con ello la probabilidad, se utiliza el método de máxima verosimilitud, el cual maximiza la siguiente función:

$$LL = \sum_m LL_m \quad (3.10)$$

La interpretación de LL es el aporte que hay en cada mes a la log-verosimilitud. A su vez, LL_m viene dado por:

$$LL_m = \sum_n \sum_j y_{nj} \ln(P_{mnj}). \quad (3.11)$$

Donde y_{nj} corresponde a un 1 si el cliente n compró el producto j o 0 si no. Dado que solo existe un segmento, la probabilidad de elección depende exclusivamente de los atributos de los productos en promoción, en otras palabras, $P_{jnm} = P_{jm}$, implicando que 3.11 queda de la siguiente forma:

$$LL_m = \sum_j N_{mj} \ln(P_{jm}). \quad (3.12)$$

Con N_{mj} siendo la cantidad de compras del producto j que se realizaron en el mes m . Finalmente reemplazando 3.9 y 3.12 en 3.10 se obtiene la función que se debe maximizar:

$$LL = \sum_m \sum_j N_{mj} \ln\left(\frac{e^{\beta' x_j}}{v_0 + \sum_{h \in F(m)} e^{\beta' x_h}}\right). \quad (3.13)$$

Al calcular el valor de cada β , se determina la importancia que dan los clientes a cada atributo y con ello se obtiene la función de demanda o modelo del comportamiento del consumidor.

Para evaluar la capacidad de pronóstico se utiliza el *Mean Absolute Error (MAE)*, que consiste en medir la diferencia entre el valor real y el pronosticado. En este caso, corresponde a la diferencia entre la probabilidad real de elección de cada producto en cada mes y la probabilidad pronosticada. Su fórmula consiste en:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{m=1} \sum_{j=1}^J |f_{mj} - y_{mj}|$$

Donde f_{mj} representa el valor pronosticado e y_{mj} el valor real. También existe la medida del porcentaje que representa el error en base al valor real, conocido como *Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*, para calcularlo se utiliza:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{m=1} \sum_{j=1}^J \frac{|f_{mj} - y_{mj}|}{y_{mj}}$$

3.3.4. Modelo utilizado

A modo de resumen de esta sección, el comportamiento del consumidor se modelará usando la regresión *Multinomial logit* y para determinar el surtido se utiliza el CDLP con un enfoque adaptativo, lo que implica que se mantiene todo lo expuesto en 3.3.2, excepto el subproblema de generación de columnas, el cual queda expresado como:

$$\begin{aligned}
\text{máx} \quad & \sum_{l=1}^L \sum_{j \in C_l} \lambda_l (r_j * \Psi(\text{Stock}_t / \text{Stock}_0) - A_j^T \pi) z_{lj} e^{\beta_l^t x_j} \\
\text{s.t.} \quad & x_l v_{l0} + \sum_{j \in C_l} z_{lj} e^{\beta_l^t x_j} = 1 \quad \forall l, \\
& C_{lj}(x_l - z_{lj}) \leq C_{lj}(K - Ky_j) \quad \forall l, j. \\
& C_{lj} z_{lj} \leq C_{lj} x_l \quad \forall l, j. \\
& C_{lj} z_{lj} \leq C_{lj} Ky_j \quad \forall l, j. \\
& \sum_{j=1}^J y_j \leq \text{Productos_Max} \\
& y_j \in \{0, 1\}, \quad x_l \geq 0, \quad z_{lj} \geq 0.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Como se puede observar en 3.14 se penaliza el ingreso dependiendo del nivel de stock que se tiene en el tiempo t , el cual corresponde al momento en que se recalcula el CDLP. Por su parte, 3.2 y 3.3 - *CDLP-R*(η) y *CDLP-R*(ψ)- no cambian, pues ya tenían incluido el stock dentro de su formulación, agregar penalización sería repetir información.

3.3.5. Estrategias

Dado que ya se expuso qué modelo se va a utilizar, se procede a describir las tres estrategias que servirán para evaluar la metodología propuesta:

Caso base

Representación de la forma actual de resolver el problema. Para realizarla es necesario conocer cuáles fueron los productos en promoción, y de estos, qué atributos pudieron observar los clientes. En base a la información de los productos en promoción se debe construir las opciones que existieron en cada mes -recordar que el surtido es estático a lo largo de ese periodo- y gracias al modelo de comportamiento del consumidor es posible determinar la probabilidad de elección de cada producto, y finalmente simular el ingreso obtenido. Para la construcción de esta estrategia es necesario tener los siguientes datos:

1. **Periodo de estudio:** Definir los meses que se incluirán en el periodo de estudio, estos meses definirán la totalidad de los datos que se necesitan para representar el *caso base*.

2. **Tasa de llegada:** Calcular la tasa de llegada en base a la cantidad de ingresos que hubo a la sección “Ofertas que te gustan” en un determinado periodo. Por ejemplo cuántas personas llegaron por mes.

3. **Probabilidad de no comprar:** Se calcula a partir de la proporción entre llegadas que efectuaron una compra y llegadas totales. Se habla de llegadas por que es imposible saber a que cliente corresponde cada navegación -pues no están registrados-.

4. **Utilidad de no comprar:** Una vez obtenida la probabilidad de no comprar se puede obtener la utilidad que los clientes le asocian. Si la probabilidad de no compra es alta, este valor también es alto. Cabe mencionar que esta variable tiene que ser no negativa.

5. **Equipos:** Corresponde a los Equipos móviles que formaron los productos promocionados, aquí se especifica la cantidad de stock que tuvo cada dispositivo como sus atributos. Los atributos de los equipos son todas las características objetivas que el cliente puede observar a la hora de la compra, exceptuando los precios.

6. **Planes:** Se refiere a los planes que estuvieron disponibles durante el periodo de estudio, declarando específicamente los atributos de cada uno. La forma de determinar los atributos es la misma que para los equipos.

7. **Productos en promoción:** Combinaciones de planes y equipos que se promocionaron, como también los atributos que componen tal combinación. Estos atributos son el precio subvencionado del equipo, ahorro obtenido, precio del plan e ingreso que se adquiere por la venta del producto -como ha sido descrito en la sección 1.2 el ingreso viene dado por el precio del plan-. Se distingue el precio del plan del ingreso pues al ser un *input* para el cálculo de la probabilidad de elección el primero podría estar logaritimizado. Destaca que los productos en promoción se mantienen sin cambio durante cada mes.

8. **Probabilidad de elección:** Se reemplaza el valor de no comprar, las opciones disponibles por mes y sus atributos, en la función de demanda, para determinar la probabilidad de elegir cada opción en un determinado mes.

Una vez obtenida la probabilidad de elegir cada producto para todos los meses de estudio, se procede a realizar una simulación de Monte Carlo. Para dar más claridad, se describe un ejemplo a pequeña escala:

Ejemplo *Caso base*

Este ejemplo ficticio está emplazado en el mes de enero del 2014. Supongamos que hubo 20 llegadas, y dado que enero tiene 31 días, estas ocurrieron durante 2,678,400 segundos, por ende la tasa de llegada es de $20/2,678,400 \approx 7.47 \cdot 10^{-6}$. El delta de tiempo corresponde a $1/\lambda = 133,920$, lo que quiere decir que hay una llegada cada 133,920 segundos. Se tienen 2 planes y 3 equipos, descritos en los cuadros 3.1 y 3.2.

#	ID	NOMBRE	STOCK	EMARCA_3	ECAMARA[MP]_1
1	765	Samsung Galaxy S III	8	0#0#1	8
2	783	LG Optimus L5	5	1#0#0	5
3	855	Nokia Lumia 1320	6	0#1#0	8

Cuadro 3.1: Ejemplo Caso base: Equipos

#	Cod	NOMBRE	PMinutosTodoDestino[min]_1
1	QAD	MM 3,5 GB tecnologia 3G (QAD)	200
2	QAA	MM 2 GB tecnologia 3G (QAA)	300

Cuadro 3.2: Ejemplo Caso base: Planes

Los expertos del área determinan en base a su experiencia que solo hay 4 productos convenientes, pero las restricciones de la página web solo permiten mostrar 2, usando nuevamente su experiencia, determinan que lo mejor es mostrar el primer y cuarto producto.

#	NOMBRE	E#	P#	Eid	Pcod	EPrecio_1	EAhorro_1	PPrecio_1	Ingreso	¿set?
1	765_QAD	1	1	765	QAD	\$100000	\$100000	\$30000	\$30000	1
2	765_QAA	1	2	765	QAA	\$150000	\$50000	\$25000	\$25000	0
3	783_QAD	2	1	783	QAD	\$130000	\$50000	\$30000	\$30000	0
4	855_QAA	3	2	855	QAA	\$150000	\$20000	\$25000	\$25000	1

Cuadro 3.3: Ejemplo Caso base: Productos

Dado que la variable EMARCA es categórica, es necesario transformarla a una notación binaria separada entre “#”, donde la marca corresponde a LG#Nokia#Samsung. Se puede observar que el Equipo *Samsung Galaxy S III* tiene un 1 en la tercera casilla, eso implica que su marca corresponde a Samsung. La razón de tal transformación es para determinar el aporte a la utilidad de la marca con un producto punto y con ello simplificar y ordenar el cálculo. Todas las variables que son de la forma “VARIABLE_x” son inputs para la regresión, donde si $x > 1$ implica que la variable es categórica.

En este ejemplo solo se considera un segmento, por ende, para calcular las probabilidades de elección de los productos y la opción de no comprar, es necesario utilizar la fórmula del *Multinomial logit*. Los ponderadores que definen la demanda se exponen en el cuadro 3.4 y el cálculo de la probabilidad de elección en el cuadro 3.5.

Ponderadores	
PMinutosTodoDestino[min]_1	12
EMARCA_3	-0.3#0#1.2
ECAMARA[MP]_1	4.2
Intercepto_1	1.6
EPrecio_1	-0.19
EAhorro_1	0.2
PPrecio_1	-25
Utilidad por no comprar	
V0	0.2

Cuadro 3.4: Ejemplo Caso base: Segmento

#	PMin_1	Emarca_1	ECam_1	interc.	EPrecio_1	EAhorro_1	PPrecio_1	B'X	B'X ⁿ	E(B'X ⁿ)	Set	E(B'X ⁿ)*	Prob
1	5.3	0#0#1	8	1	11.5	11.5	10.3	-157	-1.01	0.36	1	0.36	38 %
2	5.7	0#0#1	8	1	11.9	10.8	10.1	-148	-0.94	0.39	0	0	0 %
3	5.3	1#0#0	5	1	11.8	10.8	10.3	-172	-1.1	0.33	0	0	0 %
4	5.7	0#1#0	8	1	11.9	9.9	10.1	-149	-0.95	0.39	1	0.39	41 %
NoC	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.2	1	0.2	21 %

Cuadro 3.5: Ejemplo Caso base: Cálculo probabilidades

Cabe mencionar que las variables con un promedio superior a 10 -excepto “Ingreso”, pues no es input de la regresión- se logaritizaron usando la función $y = \ln(x + 1)$ -se suma 1 para evitar que quede indefinida cuando la variable es igual a 0-. Se destaca que $B'X$ tiene una magnitud tal que no es posible determinar el valor de $e^{B'X}$, por lo tanto se normaliza usando la fórmula $B'X^n = B'X / \text{abs}(\overline{B'X})$, donde $\overline{B'X}$ simboliza el promedio la columna -se consideran todas las opciones de productos incluso los que no son parte del surtido-.

La simulación se debe hacer para cada llegada, o sea, cada 133,920 segundos, La condición de término es hasta que se llegue al final del periodo o hasta acabar stock. Como se puede observar en el cuadro 3.6 la simulación se terminó a la decimoséptima llegada. Si se da el caso que se elige un producto que no tiene stock, el ingreso es nulo.

Llegada	Segundos	Num.Aleat	Producto 1	Producto 4	No comprar	Revenue	Stock E1	Stock E3
1	133,920	0.596657209	0	1	0	\$ 25,000	7	4
2	267,840	0.327658229	1	0	0	\$ 30,000	6	4
3	401,760	0.476125517	0	1	0	\$ 25,000	6	3
4	535,680	0.092627782	1	0	0	\$ 30,000	5	3
5	669,600	0.762929339	0	1	0	\$ 25,000	5	2
6	803,520	0.995527093	0	0	1	\$ 0	5	2
7	937,440	0.943319974	0	0	1	\$ 0	5	2
8	1,071,360	0.784953585	0	1	0	\$ 25,000	5	1
9	1,205,280	0.391854891	0	1	0	\$ 25,000	5	0
10	1,339,200	0.287735662	1	0	0	\$ 30,000	4	0
11	1,473,120	0.099528392	1	0	0	\$ 30,000	3	0
12	1,607,040	0.003826653	1	0	0	\$ 30,000	2	0
13	1,740,960	0.650799903	0	1	0	\$ 0	2	-1
14	1,874,880	0.163725411	1	0	0	\$ 30,000	1	-1
15	2,008,800	0.43834071	0	1	0	\$ 0	1	-2
16	2,142,720	0.840612983	0	0	1	\$ 0	1	-2
17	2,276,640	0.18124391	1	0	0	\$ 30,000	0	-2

Cuadro 3.6: Ejemplo Caso base: Simulación

Para evaluar el *Caso base* es necesario comparar el ingreso obtenido en más de una simulación, expuesto en el cuadro 3.7. Se puede observar que tanto la primera como la tercera simulación lograron el mismo ingreso, pero la tercera lo hizo en menos llegadas, este hecho motiva a usar el indicador Ingreso/llegada para la comparación - cuarta columna de 3.7-. Se destaca que si bien se vendió todo el stock del primer y tercer equipo, con esta estrategia nunca se venderá alguna unidad del equipo 2, y es precisamente este el problema que implica tener un surtido estático.

Finalmente, se calcula la media y la desviación estándar del indicador elegido y se concluye que el promedio del ingreso por llegada está con un 95 % de confianza entre \$ 10,839 y \$ 23,423.

#	Ingreso	Llegadas	Ingreso/llegada
Simulación1	\$ 335,000	17	\$ 19,706
Simulación2	\$ 215,000	20	\$ 10,750
Simulación3	\$ 335,000	16	\$ 20,938
Intervalo de Confianza promedio Ingreso por llegadas: (\$ 10,839 ; \$ 23,423)			

Cuadro 3.7: Ejemplo Caso base: Resultado simulaciones

Estrategia A

Para determinar que productos incorporar al surtido se utiliza el *Choice-Based Deterministic Linear Programming Model* propuesto por [11] y descrito en 3.3.2 y 3.3.4.

Ejemplo

Para facilitar la comprensión de la estrategia A se utiliza un ejemplo que considera los mismos *inputs* utilizados en el ejemplo del *Caso base*: 3 equipos, 2 planes y 4 productos -de un universo de 6 posibles combinaciones-. Las condiciones de la empresa son tales que solo se pueden mostrar 2 productos a la vez. Este ejemplo mantiene las mismas llegadas y está emplazado en el mismo mes que el *Caso Base*.

Para ejecutar la estrategia es necesario construir el *Consideration set*, *matriz de incidencia* y set inicial. Al ser solo un segmento, cada elemento del *Consideration set* es igual a 1, por su parte, la matriz de incidencia se expone en el cuadro 3.8 y el set inicial en el cuadro 3.9.

Matriz de Incidencia	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA
765	1	1	0	0
783	0	0	1	0
855	0	0	0	1

Cuadro 3.8: Ejemplo Estrategia A: Matriz de incidencia

	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA
Set	0	0	1	0
Num.Aleat	0.13067813	0.562942973	0.893104957	0.770895925

Cuadro 3.9: Ejemplo Estrategia A: Set Inicial

Dado que los *inputs* son los mismos que en el ejemplo del *Caso base*, se expone la solución del algoritmo en el cuadro 3.10. El algoritmo de generación de columnas o Subproblema reflejó que de los $2^4 - 1 = 15$ posibles surtidos solo 4 tenían *reduced cost* ≥ 0 . El próximo paso es ejecutar el Problema, el cual distribuye el tiempo:

SET	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	Tiempo	T. Redondeado	% de Tiempo
set1	1	1	0	0	851,645.62	851,646	32 %
set2	0	0	1	1	1,177,959.52	1,177,960	44 %
set3	1	0	1	0	648,794.86	648,795	24 %
set4	1	0	0	0	0.00	0	0 %

Cuadro 3.10: Ejemplo Estrategia A: Resultado

Se puede observar que solo 3 de los 4 sets tienen tiempo positivo. Destaca que el tiempo es redondeado hacia arriba, pues la máxima granularidad es el segundo y es mejor que sobre a que falte tiempo. Las probabilidades de elección dado cada S se muestran en el cuadro 3.11

Probab_por_set	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	V0
set1	0.38	0.41	0	0	0.21
set2	0	0	0.36	0.42	0.22
set3	0.41	0	0.37	0	0.22

Cuadro 3.11: Ejemplo Estrategia A: Probabilidad por Set

Simulación

La etapa de simulación es similar a la descrita en la sección 3.3.5, comparten Periodo de estudio, Tasa de llegada, Utilidad por no comprar, equipos, planes y productos en promoción. La diferencia radica en la probabilidad de elección, pues al utilizar el CDLP se ofrecen diferentes surtidos, además de que este surtido puede cambiar al momento de un recálculo.

La simulación considera 4 casos para los recálculos, 1,5,10 y 20. El primer recálculo siempre se efectúa al principio del horizonte de tiempo, por lo tanto al tener un 100 % del stock la penalty function da un valor de 1, o sea, el caso con un cálculo corresponde al caso no adaptativo. El objetivo es determinar el ingreso que se pudo haber obtenido con cada una de las variantes de la estrategia A, además de evaluar su tiempo de ejecución para determinar su factibilidad.

Se describirá la simulación con un recálculo, cuyo primer paso es calcular el tiempo y las probabilidades acumuladas de cada S , expuesto en el cuadro 3.12, a partir del resultado observado en 3.11. Los sets están ordenados por tiempo y la columna *Tiempo acumulado* define a partir de qué momento se mostrará cada set.

Probab_por_set		765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	V0	tiempo redondeado	Tiempo acumulado
set2	0	0	0	0.36	0.78	1	1,177,960	1,177,960
set1	0	0.38	0.79	0.79	0.79	1	851,646	2,029,606
set3	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	648,795	2,678,401

Cuadro 3.12: Ejemplo Estrategia A: Probabilidad por Set acumulada

#	Tiempo	Surtido	Num.aleat.	Probs:	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	V0	Elección	Ingreso	765	783	855
1	133920	set2	0.592	0	0	0	0.36	0.78	1	855_QAA	25000	7	5	4
2	267840	set2	0.369	0	0	0	0.36	0.78	1	855_QAA	25000	7	5	3
3	401760	set2	0.267	0	0	0	0.36	0.78	1	783_QAD	30000	7	4	3
4	535680	set2	0.327	0	0	0	0.36	0.78	1	783_QAD	30000	7	3	3
5	669600	set2	0.86	0	0	0	0.36	0.78	1	V0	0	7	3	3
6	803520	set2	0.91	0	0	0	0.36	0.78	1	V0	0	7	3	3
7	937440	set2	0.069	0	0	0	0.36	0.78	1	783_QAD	30000	7	2	3
8	1071360	set2	0.139	0	0	0	0.36	0.78	1	783_QAD	30000	7	1	3
9	1205280	set1	0.866	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	V0	0	7	1	3
10	1339200	set1	0.401	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	765_QAD	30000	6	1	3
11	1473120	set1	0.285	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	765_QAD	30000	5	1	3
12	1607040	set1	0.663	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	783_QAD	30000	5	0	3
13	1740960	set1	0.319	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	765_QAD	30000	4	0	3
14	1874880	set1	0.691	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	783_QAD	30000	4	-1	3
15	2008800	set1	0.093	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	765_QAD	30000	3	-1	3
16	2142720	set3	0.675	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	783_QAD	30000	3	-2	3
17	2276640	set3	0.786	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	V0	0	3	-2	3
18	2410560	set3	0.616	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	783_QAD	30000	3	-3	3
19	2544480	set3	0.394	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	765_QAD	30000	2	-3	3
20	2678400	set3	0.538	0	0.41	0.41	0.78	0.78	1	783_QAD	30000	2	-4	3

Cuadro 3.13: Ejemplo Estrategia A: Simulación

Dado que el modelo se calcula solo una vez, tanto los sets como la distribución de tiempo se mantienen fijos. Si es que se recalcula, entonces se considera el nuevo resultado del modelo

y se modifican los sets y sus tiempos asignados. Cabe destacar que a medida que avanza el tiempo en la simulación, el valor de T disminuye -hay menos para distribuir entre los sets- pues representa por cuánto tiempo se tiene que hacer la planificación.

Volviendo a la simulación, esta se detuvo en la vigésima llegada, pues superó los 2,678,400 segundos que tiene enero. Por otro lado, este caso difiere del *Caso base*, pues el set que se muestra cambia a partir de lo expresado en el cuadro 3.12, cambio observado en la columna “Surtido” del cuadro 3.13. Dado un número aleatorio, el caso que se elige siempre va a ser la cota superior del intervalo, o sea si $783_QAD < Num.aleat. \leq 855_QAA$ entonces el producto que se elige es 855_QAA.

#	Ingreso	Llegadas	Ingreso/llegada
Simulación1	\$ 470,000	20	\$ 23,500
Simulación2	\$ 515,000	20	\$ 25,750
Simulación3	\$ 430,000	20	\$ 21,500
Intervalo de Confianza promedio Ingreso por llegadas: (\$ 21,177 ; \$ 25,989)			

Cuadro 3.14: Ejemplo Estrategia A: Resultado simulaciones con un cálculo

El cuadro 3.14 muestra el resultado de tres simulaciones, las cuales se terminaron a las 20 llegadas, o sea, al término del horizonte de planificación.

Dado que ya se describió el caso con un cálculo, el cuadro 3.15 expone el intervalo de confianza para el tiempo por simulación y el ingreso por llegada considerando 3 simulaciones para los casos con 1, 5, 10 y 20 recálculos. Los recálculos se distribuyeron equitativamente en el tiempo, por lo tanto con 5 ejecuciones, el modelo se corre cada $2,678,400/5 = 535,680$ segundos.

	IConfianza Ingreso por llegada
1 cálculo	(\$ 19,480 ; \$ 21,520)
5 cálculos	(\$ 20,553 ; \$ 23,947)
10 cálculos	(\$ 18,605 ; \$ 25,395)
20 cálculos	(\$ 20,726 ; \$ 26,515)
	IConfianza Tiempo
1 cálculo	(0.0027 ; 0.0194) mins
5 cálculos	(0.0074 ; 0.0166) mins
10 cálculos	(0.0101 ; 0.0142) mins
20 cálculos	(0.0283 ; 0.0422) mins

Cuadro 3.15: Ejemplo Estrategia A: Resultado simulaciones con diferentes recálculos

Estrategia B

La diferencia entre la Estrategia A y la Estrategia B radica en el universo de productos considerado. En vez de estar compuesto por los productos determinados por la empresa, utiliza todas las posibles combinaciones, de forma de no limitar al CDLP en su elección del surtido.

Se desconoce la subvención del precio del equipo de los productos que no fueron considerados por la empresa, por lo tanto se realiza una regresión lineal con inputs similares a la regresión *multinomial logit*: se elimina el precio subvencionado, se agrega el precio de referencia y no se logaritmizan las variables. La regresión lineal busca pronosticar el valor de $EAhorro_1$, y a partir de este -en conjunto con el Precio de Referencia- se calcula $EPrecio_1$. Los valores pronosticados son solo para los productos que no existían, para los que sí fueron considerados se mantiene el valor utilizado previamente.

Ejemplo

El cambio en la cantidad de productos -de 4 a 6- implica que hay que modificar el *Consideration set*, *matriz de incidencia* y *set inicial*. La primera, nuevamente tiene todos sus elementos igual a 1, por su parte, la *matriz de incidencia* y *set inicial* se muestran en los cuadros 3.16 y 3.17 respectivamente.

Matriz de Incidencia	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	855_QAD	783_QAA
765	1	1	0	0	0	0
783	0	0	1	0	0	1
855	0	0	0	1	1	0

Cuadro 3.16: Ejemplo Estrategia B: Matriz de incidencia

	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	855_QAD	783_QAA
Set	0	0	1	0	0	0
Num.Aleat	0.304688561	0.200982128	0.831323043	0.127306706	0.455864686	0.410933835

Cuadro 3.17: Ejemplo Estrategia B: Set Inicial

Los *input* de la regresión lineal se ven en el cuadro 3.18, a su vez el cuadro 3.19 muestra los resultados.

	EAhorro_1	PMin_1	LG	Nokia	Samng	ECam_1	PPrecio_1	EPReferencia
765_QAD	\$ 100,000	200	0	0	1	8	30,000	200,000
765_QAA	\$ 50,000	300	0	0	1	8	25,000	200,000
783_QAD	\$ 50,000	200	1	0	0	5	30,000	180,000
855_QAA	\$ 20,000	300	0	1	0	8	25,000	170,000

Cuadro 3.18: Ejemplo Estrategia B: Inputs regresión lineal

Intercepto	PMin_1	LG	Nokia	Samng	ECam_1	PPrecio_1	EPReferencia	R^2
-480,000.0	0.0	0.0	0.0	0.0	10000.0	10.0	1.0	1

Cuadro 3.19: Ejemplo Estrategia B: Resultados regresión lineal

Realizada la regresión, es necesario calcular el valor $EAhorro_1$ y $EPrecio_1$ de los nuevos productos, observado en el cuadro 3.20.

	EAhorro_1	EPrecio_1	PMin_1	LG	Nokia	Samng	ECam_1	PPrecio_1	EPReferencia
855_QAD	\$ 70,000	\$ 100,000	200	0	1	0	8	\$ 30,000	\$ 170,000
783_QAA	\$ 0	\$ 180,000	300	1	0	0	5	\$ 25,000	\$ 180,000

Cuadro 3.20: Ejemplo Estrategia B: Cálculo nuevos productos

Finalmente, se tienen todos los datos necesarios para crear el nuevo universo de productos, cuadro 3.21, y con ello se puede ejecutar el CDLP. Los resultados se muestran en el cuadro 3.22.

#	NOMBRE	E#	P#	Eid	Pcod	EPrecio_1	EAhorro_1	PPrecio_1	Ingreso
1	765_QAD	1	1	765	QAD	11.51	11.51	10.3	\$30000
2	765_QAA	1	2	765	QAA	11.91	10.81	10.12	\$25000
3	783_QAD	2	1	783	QAD	11.77	10.81	10.3	\$30000
4	855_QAA	3	2	855	QAA	11.91	9.9	10.12	\$25000
5	855_QAD	3	1	855	QAD	11.51	11.16	10.3	\$30000
6	783_QAA	2	2	783	QAA	12.1	0	10.12	\$25000

Cuadro 3.21: Ejemplo Estrategia B: Productos

SET	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	855_QAD	783_QAA	Tiempo	T. Redondeado	% de Tiempo
set1	1	0	0	0	1	0	0.00	0	0%
set2	0	0	1	0	0	0	0.00	0	0%
set3	1	0	1	0	0	0	981,541.91	981,542	37%
set4	0	0	1	0	1	0	336,582.50	336,583	13%
set5	1	0	0	0	1	0	1,360,275.59	1,360,276	51%

Cuadro 3.22: Ejemplo Estrategia B: Resultado

Simulación

Nuevamente, se explica en detalle el caso con un cálculo y para los otros casos solo se muestra el resultado. Para la simulación es necesario saber las probabilidades y tiempos acumulados de los sets que tuvieron tiempo positivo, expuesto en el cuadro 3.23. Una vez calculados estos datos, se procede a realizar la simulación, el detalle de la primera se encuentra en el cuadro 3.24- y el resultado de tres simulaciones en el cuadro 3.25.

Probab_por_set	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	855_QAD	783_QAA	V0	tiempo redondeado	Tiempo acumulado
set3	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	1,177,960
set4	0	0	0	0.37	0.37	0.78	0.78	1	851,646
set5	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	648,795

Cuadro 3.23: Ejemplo Estrategia B: Probabilidad por Set acumulada

Se ocupa el mismo razonamiento que en la estrategia A: se agrega adaptabilidad al recalculer el modelo cada un cierto periodo de tiempo, penalizando los productos dado su porcentaje de stock. El resultado para los casos con 1,5,10 y 20 recálculos con 3 simulaciones se observa en el cuadro 3.26.

#	Tiempo	Surtido	Num.aleat.	Probs:	765_QAD	765_QAA	783_QAD	855_QAA	855_QAD	783_QAA	V0	elección	Ingreso	765	783	855
1	133,920	set 3	0.357	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	765_QAD	\$ 30,000	6	5	5
2	267,840	set 3	0.854	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	V0	\$ 0	6	5	5
3	401,760	set 3	0.41	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	4	5
4	535,680	set 3	0.668	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	3	5
5	669,600	set 3	0.925	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	V0	\$ 0	6	3	5
6	803,520	set 3	0.926	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	V0	\$ 0	6	3	5
7	937,440	set 3	0.529	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	2	5
8	1,071,360	set 3	0.839	0	0.41	0.41	0.78	0.78	0.78	0.78	1	V0	\$ 0	6	2	5
9	1,205,280	set 4	0.66	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	855_QAD	\$ 30,000	6	2	4
10	1,339,200	set 4	0.216	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	1	4
11	1,473,120	set 4	0.228	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	0	4
12	1,607,040	set 4	0.04	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	-1	4
13	1,740,960	set 4	0.121	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	-2	4
14	1,874,880	set 4	0.2	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	783_QAD	\$ 30,000	6	-3	4
15	2,008,800	set 4	0.514	0	0.00	0.00	0.37	0.37	0.78	0.78	1	855_QAD	\$ 30,000	6	-3	3
16	2,142,720	set 5	0.701	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	855_QAD	\$ 30,000	6	-3	2
17	2,276,640	set 5	0.958	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	V0	\$ 0	6	-3	2
18	2,410,560	set 5	0.922	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	V0	\$ 0	6	-3	2
19	2,544,480	set 5	0.616	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	855_QAD	\$ 30,000	6	-3	1
20	2,678,400	set 5	0.7	0	0.39	0.39	0.39	0.39	0.79	0.79	1	855_QAD	\$ 30,000	6	-3	0

Cuadro 3.24: Ejemplo Estrategia B: Simulación

#	Ingreso	Llegadas	Ingreso/llegada
Simulación1	\$ 420,000	20	\$ 21,000
Simulación2	\$ 480,000	20	\$ 24,000
Simulación3	\$ 450,000	20	\$ 22,500
Intervalo de Confianza promedio Ingreso por llegadas: (\$ 20,803 ; \$ 24,197)			

Cuadro 3.25: Ejemplo Estrategia B: Resultado simulaciones con un cálculo

IConfianza Ingreso por llegada	
1 cálculo	(\$ 20,489 ; \$ 22,844)
5 cálculos	(\$ 22,184 ; \$ 23,316)
10 cálculos	(\$ 20,465 ; \$ 23,368)
20 cálculos	(\$ 20,265 ; \$ 29,480)
IConfianza Tiempo	
1 cálculo	(0.0046 ; 0.0237) mins
5 cálculos	(0.0097 ; 0.0207) mins
10 cálculos	(0.0185 ; 0.0293) mins
20 cálculos	(0.0361 ; 0.0593) mins

Cuadro 3.26: Ejemplo Estrategia B: Resultado simulaciones con diferentes recálculos

3.4. Evaluación

Se evalúan las tres estrategias, comparando el intervalo de confianza para el promedio del ingreso por llegada. Si la cota inferior del intervalo de confianza de la estrategia X es mayor que la cota superior de Y, entonces se puede decir que X tiene estadísticamente un mayor ingreso por llegada.

Por lo expuesto en los cuadros 3.7, 3.15 y 3.26 -información consolidada en 3.27- se puede ver que no es claro cuál es la estrategia con mayor ingreso por llegada. Otro aspecto importante es que en términos de tiempo, todas las estrategias son factibles -recordar que el tiempo corresponde al promedio del tiempo por simulación, por lo tanto, si una simulación con 10 cálculos se demora en promedio 50 minutos, entre cada cálculo se espera que hayan 5 minutos.

IConfianza Ingreso por llegada	
Caso Base	(\$10,839 ; \$ 23,423)
A:1 cálculo	(\$ 19,480 ; \$ 21,520)
A:5 cálculos	(\$ 20,553 ; \$ 23,947)
A:10 cálculos	(\$ 18,605 ; \$ 25,395)
A:20 cálculos	(\$ 20,726 ; \$ 26,515)
B:1 cálculo	(\$ 20,489 ; \$ 22,844)
B:5 cálculos	(\$ 22,184 ; \$ 23,316)
B:10 cálculos	(\$ 20,465 ; \$ 23,368)
B:20 cálculos	(\$ 20,265 ; \$ 29,480)
IConfianza Tiempo	
Caso Base	No aplica
A:1 cálculo	(0.0027 ; 0.0194) mins
A:5 cálculos	(0.0074 ; 0.0166) mins
A:10 cálculos	(0.0101 ; 0.0142) mins
A:20 cálculos	(0.0283 ; 0.0422) mins
B:1 cálculo	(0.0046 ; 0.0237) mins
B:5 cálculos	(0.0097 ; 0.0207) mins
B:10 cálculos	(0.0185 ; 0.0293) mins
B:20 cálculos	(0.0361 ; 0.0593) mins

Cuadro 3.27: Comparación estrategias

No es claro cuál es la estrategia más conveniente, por lo tanto se procede a aumentar la cantidad de simulaciones de 3 a 100, procurando que exista una disminución en el tamaño del intervalo de confianza.

Dado el resultado de 100 simulaciones, expuesto en el cuadro 3.28, se puede ver que ambas estrategias -A y B- tienen mayor ingreso por llegada que el *Caso base*, y que los casos con mayor ingreso por llegada corresponden a la estrategia B con 5 y 20 recálculos, por lo tanto se puede concluir que la estrategia B aporta mayor ingreso por llegada. Se puede observar que la cota inferior para 5 cálculos es mayor que la cota inferior para 20, lo mismo para las cotas superiores, y sumando el hecho que la estrategia B con 20 cálculos tiene un tiempo \approx 4 veces mayor, se concluye que la opción elegida es la estrategia B con 5 cálculos.

IConfianza Ingreso por llegada	
Caso Base	(\$ 15,514 ; \$ 16,061)
A:1 cálculo	(\$ 19,724 ; \$ 20,507)
A:5 cálculos	(\$ 20,501 ; \$ 21,526)
A:10 cálculos	(\$ 21,187 ; \$ 22,069)
A:20 cálculos	(\$ 20,781 ; \$ 21,887)
B:1 cálculo	(\$ 20,507 ; \$ 21,400)
B:5 cálculos	(\$ 22,304 ; \$ 23,293)
B:10 cálculos	(\$ 21,565 ; \$ 22,596)
B:20 cálculos	(\$ 22,107 ; \$ 23,183)
IConfianza Tiempo	
Caso Base	No aplica
A:1 cálculo	(0.0039 ; 0.0044) mins
A:5 cálculos	(0.0086 ; 0.0094) mins
A:10 cálculos	(0.0138 ; 0.0154) mins
A:20 cálculos	(0.0259 ; 0.0281) mins
B:1 cálculo	(0.0039 ; 0.0045) mins
B:5 cálculos	(0.0106 ; 0.0113) mins
B:10 cálculos	(0.0205 ; 0.0226) mins
B:20 cálculos	(0.0419 ; 0.0443) mins

Cuadro 3.28: Comparación estrategias con 100 simulaciones

3.5. Despliegue

Consiste en la entrega de un documento que muestra cómo conseguir los inputs necesarios para implementar el modelo, expresado en el capítulo 4. Junto con lo anterior, el documento debe explicar claramente la estrategia elegida y cada cuánto tiempo se debe recalcular, las razones de su elección y el significado del *output*.

En el ejemplo, la estrategia B con 5 cálculos entrega un mayor ingreso por llegada a un tiempo que posibilita su implementación. Se sugiere correr el modelo a partir de un universo que contenga todos los productos posibles, y realizar el recálculo cada 535,680 segundos. El *output* debe ser entendido como el tiempo que se mostrará cada set, donde los sets se vayan mostrando de mayor a menor tiempo asociado.

En caso que exista un cambio en la estructura del problema, o sea, cambio de precios, cantidad o características de los equipos o planes, o se desee utilizar una nueva función de demanda, etc, se sugiere recalculer el modelo y mantener el recálculo en el tiempo propuesto.

Capítulo 4

Aplicación sobre datos reales

Este capítulo muestra la aplicación de la metodología descrita en el capítulo 3 pero considerando un caso real. La motivación para realizar lo anterior es determinar la efectividad de la metodología bajo circunstancias concretas, analizar cómo se comporta cuando aumenta la magnitud en la cantidad de productos y resolver un problema recurrente en la industria.

La metodología se aplica en una importante empresa de telecomunicaciones, con el objetivo de determinar el surtido de promociones de productos, conformado por planes y equipos móviles, en la sección “Ofertas que te gustan”(OQTG) de la página web. Para contextualizar, el canal web representa un 4% del total de ventas de la compañía.

4.1. Entendimiento del negocio y de los datos

Descripción de los datos disponibles

Se tiene la data transaccional a nivel empresa para el periodo de enero a octubre del año 2014. Debido a su tamaño, la data está separada por mes. Además, se conoce qué surtido hubo en cada mes en la sección (OQTG). Esta información, denominada por la empresa como “Parrillas”, muestra los productos -junto con sus atributos- promocionados durante cada mes. La sección involucrada ofrece promociones para Telefonía móvil, Internet móvil y Pack Tríos (compuesta por Internet banda ancha, televisión digital y telefonía fija). De las tres líneas, el trabajo se enfoca en Telefonía Móvil, la cual está dividida en dos tipos de promociones:

- **Portabilidad (Port):** Productos que se ofrecen a clientes de la competencia para que se cambien a la compañía, los productos son de una mayor calidad y se ofrece el beneficio de mantener el número telefónico ¹.
- **Multimedia (MM):** Productos de gama media que se ofrecen a clientes de la competencia que no pueden optar a la portabilidad o clientes de la misma compañía que deseen comprar el producto.

¹Los requisitos para optar a la portabilidad se muestran en la sección 4.4.2 del anexo.

Se conoce la cantidad de visitas que hubo a la subsección de Telefonía móvil de la sección OQTG y de ellas cuántas solicitaron comprar un producto.

Cabe mencionar que una vez que un cliente solicita un producto en promoción es comunicado con un ejecutivo del *callcenter* que determina su factibilidad técnica- si puede ser agregado a la red de transmisión- y económica -si tiene capacidad de pago-, si ambas son aprobadas entonces se procede a efectuar la venta. Solo se sabe la identidad del cliente una vez es contactado con el ejecutivo del *callcenter*, y no existe comunicación en el sentido contrario, por lo tanto el área de *E-commerce* no puede saber si dos visitas corresponden a diferentes clientes o al mismo. Esto implica que no se hablará de clientes, sino de llegadas/visitas. Otra implicancia provocada por desconocer si una sesión corresponde -o no- a un cliente es que no se puede incorporar un surtido segmentado, o sea, no se pueden ofrecer productos a un grupo en base a la información de cada cliente. Cabe mencionar que los segmentos aplican para dos aspectos: la función de demanda y el surtido, en este caso se habla del segundo.

4.2. Preparación de los datos

4.2.1. *Multinomial logit*

Es necesario filtrar la data transaccional para obtener las ventas de la sección OQTG, este proceso considera:

- Estado: Alta, pendiente o rechazo. Se elige Alta, pues significa que la venta se efectuó sin problema.
- Proc (procedencia): Las opciones son E o I, en donde E implica que el cliente viene con equipo e I es que compra uno nuevo. Se consideran solo las ventas con *Proc* igual a I.
- Marcas: Se eligen las marcas que fabrican equipos móviles: Alcatel, Apple, BlackBerry, Huawei, LG, Motorola, Nokia, Samsung, Sony y ZTE.

Además se realizan otros filtros especificados por el área de *E-commerce*, correspondientes a: Canal: TEVTA (canal *online*), Subcanal: Tienda Virtual y Grupo: Voz -las otras opciones corresponden a telefonía fija, banda ancha y televisión digital-.

Una vez logrado este primer filtro, es necesario extraer las ventas de los productos promocionados en un determinado mes, estos son identificados usando las parrillas, ya sea para Multimedia o Portabilidad, y están expuestos en el cuadro 4.23 y 4.24 del anexo. Cada producto está denotado por un número que identifica al equipo o “Eid”, seguido por un “_” y finalmente el código del plan o “Pcod”, por ejemplo el nombre del primer producto de Portabilidad es “809_RW1”.

Ya realizados ambos filtros, se tiene la cantidad de productos vendidos en cada mes, expuesto en el cuadro 4.25 y 4.26 de los anexos.

De los tres *inputs* necesarios para la regresión, falta determinar los atributos de los productos, estos corresponden a las características objetivas de cada producto vistas por el cliente. Si el atributo empieza con [E] significa que es del equipo, [P] del plan y [C] del producto o combinación.

- [E]Marca: Variable categórica { *Alcatel, Apple, BlackBerry, LG, Motorola Nokia, Samsung, Sony* } ².
- [E] Sistema operativo: Variable categórica { *Android 4.0 ICS, Android 4.1 Jelly, Bean, Android 4.2 Jelly Bean, Android 4.2.2 Jelly Bean, Android 4.3 Jelly Bean, Android 4.4 KitKat, BlackBerry OS 10, iOS 7, Windows Phone 8, Windows Phone 8.1* }.
- [E] Procesador: Variable categórica { *1 GHz, 800 MHz, Apple A6, Dual Core 1 GHz, Dual Core 1.2 GHz, Dual Core 1.3 GHz, Dual Core 1.4 GHz, Dual Core 1.5 GHz, Dual Core 1.7 GHz, Quad Core 1.2 GHz, Quad Core 1.4 GHz, Quad Core 1.5 GHz, Quad Core 1.6 GHz, Quad Core 1.7 GHz, Quad Core 1.9 GHz, Quad Core 2.2 GHz, Quad Core 2.3 GHz, Quad Core 2.5 GHz* }.
- [E] Cámara: Variable de escala: la cantidad de *megapixeles* que tiene la cámara del equipo, a medida que aumenta este valor mejor es la calidad.
- [E] Pantalla: Variable de escala: el tamaño en pulgadas de la pantalla.
- [E] Memoria interna: Variable de escala: Gigabytes [GB] de capacidad.
- [P]Tipo: Variable categórica {Control, Libre, Portabilidad}. Control y Libre están presentes en multimedia, el primero es un plan que a partir de una cantidad de minutos ocupados se corta el servicio de llamado, en cambio, en el plan del tipo Libre, se puede seguir llamando, pero se cobra por minuto adicional. El plan portabilidad es aquel que es utilizado para atraer a los clientes de la competencia, generalmente tiene mejor atributos.
- [P] Tecnología: Variable categórica, existen dos tecnologías: 3G y 4G, la diferencia radica en que la segunda permite una conexión a Internet con mayor velocidad.
- [P] Umbral de navegación: Variable de escala, representa la cantidad límite de Megabytes [MB] utilizados a máxima velocidad, e.g. si el plan tiene un umbral de 2048 [MB] y es de tecnología 4G, esta velocidad corresponde a 7 [mbps](megabytes por segundo), una vez que se utilizaron los 2048 [MB], la velocidad baja a 32 [kbps](kilobytes por segundo).
- [P] Minutos todo destino: Variable de escala que consiste en la cantidad de minutos mensuales que se pueden utilizar para llamadas, si el plan es del tipo libre o portabilidad, y se alcanza este límite, empieza un cobro por minuto.
- [P] Valor minuto adicional: Variable de escala en pesos chilenos que consiste en el monto a pagar por minuto una vez superada la cantidad de minutos mensuales.
- [P] SMS: Variable categórica que representa los mensajes de texto, las opciones son mensajes ilimitados o \$CLP 70 por mensaje.
- [P] Velocidad después de alcanzar el umbral: Variable de escala, consiste en la velocidad de navegación en [kbps] experimentada luego de alcanzar el umbral de navegación.
- [C] Precio Subvencionado del equipo: Variable de escala, representa el precio promocionado del equipo una vez que se compra combinado con un plan determinado.

²No se incluye la marca ZTE, pues no hubo equipos de tal marca conformando los productos promocionados.

- [C] Ahorro: Variable de escala, es la resta entre el precio de referencia y precio subvencionado del equipo. Solo se incluye el precio subvencionado y el ahorro, pues con estas dos se puede construir la tercera.
- [C] Precio plan: Variable de escala: si bien esta variable no es afectada por el cambio del equipo asociado, se incluye en el producto para mantener ordenadas las variables asociadas a los precios de compra.

Para incorporar las variables descritas a la regresión *multinomial logit*, es necesario realizar cuatro pasos:

1. **Transformar las variables categóricas a columnas con variables binarias:** por ejemplo la variable Tecnología, transformarla a dos variables: T4G y T3G. Ambas son binarias, si anteriormente un plan tenía tecnología 4G, entonces el valor de la variable T4G será 1 y el de T3G es 0.
2. **Eliminar variables con dependencia lineal** Si n variables tienen dependencia lineal, entonces se elimina la última y se vuelve a calcular la cantidad de variables con tal característica. Este proceso se repite hasta que no existan variables con cuya dependencia. Para determinar la dependencia se calcula el rango -cantidad de columnas linealmente independientes- de una matriz que contiene a todas las variables, menos la variable en cuestión. Por ejemplo si se tienen 5 columnas, donde las primeras 3 son linealmente dependientes, el rango de la matriz -sin considerar la variable en cuestión- corresponde a 2,2,2, 3 y 3, por lo tanto la cuarta y quinta columnas son linealmente dependientes y se elimina la quinta. La razón de la eliminación es que la información se encuentra duplicada. Este proceso debe incorporar una columna con todos sus elementos iguales a 1, utilizada posteriormente para agregar el intercepto.
3. **Eliminar variables con alta correlación:** Existen casos en que dos variables no tienen dependencia lineal, pero tienen una correlación alta, esto quiere decir que no comparte el 100 % de la desviación, pero si una fracción importante. Se optó por eliminar una de dos variables si estas tienen una correlación superior o igual a 0.95.
4. **Logaritmizar variables:** Se logaritmizan las variables que tienen un promedio superior a 50. Para la logaritmización se utiliza fórmula $y = \ln(x + 1)$, donde se suma 1 para que no quede indefinida en caso que exista un valor nulo. Esta transformación se realiza para disminuir la magnitud de las variables y con ello, evitar problemas a la hora de aplicar $exp(x)$.

Cabe destacar que los atributos son comunes para ambos tipos de promociones, debido a que en caso que no existan productos con un determinado atributo -e.g. no existen equipos con marca Iphone en Multimedia-, este será eliminado por tener dependencia lineal con el intercepto -el primero tiene todos los valores nulos y el segundo tiene todos sus componentes con el mismo valor-.

Al realizar los cuatro pasos descritos ³, disminuye la posibilidad de no poder calcular los ponderadores, asociado a la duplicación de variables y tener funciones indefinidas. El resultado de las variables que superaron el proceso se muestra en el cuadro 4.1.

³También se puede incluir la extracción de columnas con nula desviación estándar, pues no agregan información a la hora de comparar opciones, pero al tener una columna para el intercepto aquellas columnas con desviación estándar nula estarían siendo eliminadas por ser linealmente dependiente con la primera.

Multimedia	Portabilidad
Intercepto	Intercepto
Alcatel	Apple
LG	BlackBerry
Motorola	LG
Nokia	Motorola
Samsung	Nokia
Android.4.1.Jelly.Bean	Samsung
Android.4.2.Jelly.Bean	Android.4.1.Jelly.Bean
Android.4.3.Jelly.Bean	Android.4.2.Jelly.Bean
Android.4.4.KitKat	Android.4.3.Jelly.Bean
EPrecio	Android.4.4.KitKat
EAhorro	Windows.Phone.8
Procesador.1.GHz	EPrecio
Procesador.Dual.Core.1.GHz	EAhorro
Procesador.Dual.Core.1.3.GHz	Procesador.Quad.Core.1.7.GHz
Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	Procesador.Dual.Core.1.2.GHz
Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	Procesador.Dual.Core.1.7.GHz
Procesador.800.MHz	Procesador.Dual.Core.1.5.GHz
Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	Procesador.Quad.Core.1.9.GHz
Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	ECamaraNUMERO
Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	PPrecio
Procesador.Dual.Core.1.4.GHz	PMinutosTodoDestino
Procesador.Quad.Core.1.6.GHz	PVelocidadDespuesAlcanzarUmbral
Procesador.Quad.Core.1.4.GHz	
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	
ECamaraNUMERO	
EPantallaNUMERO	
EMemoriaInternaNUMERO	
PPrecio	
Libre	
T3G	

Cuadro 4.1: Variables que superaron la eliminación

Se tienen 43 y 42 productos para Multimedia y Portabilidad respectivamente, dada la cantidad de variables no es posible mostrar toda la información en un cuadro, por lo tanto para ejemplificar, el cuadro 4.2 muestra los atributos de un producto para cada categoría ya superado el proceso de eliminación. El producto *765_QAD* corresponde al equipo *Samsung Galaxy S III* con el plan *MM 3,5 GB tecnología 3G*, y el producto *809_RW1* es el equipo *Samsung Galaxy S4* con el plan *MM 6,5 GB PORT 4G*.

Multimedia	765_QAD	Portabilidad	809_RW1
Intercepto	1	Intercepto	1
Alcatel	0	Apple	0
LG	0	BlackBerry	0
Motorola	0	LG	0
Nokia	0	Motorola	0
Samsung	1	Nokia	0
Android.4.1.Jelly.Bean	0	Samsung	1
Android.4.2.Jelly.Bean	0	Android.4.1.Jelly.Bean	0
Android.4.3.Jelly.Bean	0	Android.4.2.Jelly.Bean	1
Android.4.4.KitKat	0	Android.4.3.Jelly.Bean	0
EPrecio	0	Android.4.4.KitKat	0
EAhorro	10.59640971	Windows.Phone.8	0
Procesador.1.GHz	0	EPrecio	0
Procesador.Dual.Core.1.GHz	0	EAhorro	12.04350077
Procesador.Dual.Core.1.3.GHz	0	Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	0
Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	0	Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	0
Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	0	Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	0
Procesador.800.MHz	0	Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	0
Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	0	Procesador.Quad.Core.1.9.GHz	1
Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	0	ECamaraNUMERO	13
Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	0	PPrecio	10.77876877
Procesador.Dual.Core.1.4.GHz	0	PMinutosTodoDestino	7.170888479
Procesador.Quad.Core.1.6.GHz	0	PVelocidadDespuesAlcanzarUmbral	4.17438727
Procesador.Quad.Core.1.4.GHz	1		
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	0		
ECamaraNUMERO	8		
EPantallaNUMERO	4.8		
EMemoriaInternaNUMERO	16		
PPrecio	10.49102419		
Libre	1		
T3G	1		

Cuadro 4.2: Ejemplo productos con sus atributos

Con lo descrito hasta este momento, ya se tienen los *inputs* necesarios (Productos por mes, Compras por mes y Atributos por Producto) para ejecutar las regresiones *multinomial logit* de ambos tipos de promociones.

Análisis descriptivo

Multimedia

Las ventas a lo largo de los diez meses, cuadro 4.25 anexado, muestran una clara tendencia a comprar el producto 822_QGK. Este hecho implica que los atributos asociados a mayores ventas serán justamente los pertenecientes a este producto, por ejemplo, la marca más vendida es Nokia (81% de las ventas), Sistema Operativo es Windows Phone 8 (81%), Procesador: Procesador Dual Core 1 GHz (80%), Tipo plan: Control (80%), Tecnología 3G (97%) y SMS: M70_pesos_por_SMS (80%) -detalle en figura 4.1-. Por lo tanto se espera que los atributos nombrados tengan un ponderador positivo y de mayor magnitud.

En las variables de escala se observa el mismo fenómeno, los atributos asociados a 822_QGK son justamente la variable independiente que marca el *peak* en cada gráfico -cuadro 4.2-. Se espera que la regresión *multinomial logit* exprese un ponderador negativo para el EAhorro -contraintuitivo-, como también para EPrecio, PPrecio, PUmbral y PVelocidad después de alcanzar umbral. Las variables que se espera tengan un ponderador positivo son EMemoria, ECámara, EPantalla y PMinutos, debido a su distribución de probabilidades similar a una normal o log-normal y su media positiva.

EMarca_8	Ventas	%
Nokia	1812	81%
Samsung	186	8%
Motorola	137	6%
Sony	58	3%
LG	38	2%
Alcatel	17	1%
Total general	2248	

ESistemaO_10	Ventas	%
Windows Phone 8	1812	81%
Android 4.4 KitKat	139	6%
Android 4.1 Jelly Bean	126	6%
Android 4.0 ICS	116	5%
Android 4.2 Jelly Bean	53	2%
Android 4.3 Jelly Bean	2	0%
Total general	2248	

PTipo_3	Ventas	%
Control	1800	80%
Libre	448	20%
Total general	2248	

EProcesador_18	Ventas	%
Procesador Dual Core 1 GHz	1807	80%
Procesador Quad Core 1.2 GHz	101	4%
Procesador Quad Core 1.4 GHz	70	3%
Procesador Quad Core 1.6 GHz	70	3%
Procesador Dual Core 1.7 GHz	40	2%
Procesador 800 MHz	30	1%
Procesador 1 GHz	29	1%
Procesador Dual Core 1.4 GHz	28	1%
Procesador Quad Core 1.5 GHz	27	1%
Procesador Dual Core 1.5 GHz	23	1%
Procesador Dual Core 1.2 GHz	16	1%
Procesador Dual Core 1.3 GHz	5	0%
Procesador Quad Core 2.2 GHz	1	0%
Procesador Quad Core 1.7 GHz	1	0%
Total general	2248	

PTecnologia_2	Ventas	%
3G	2181	97%
4G	67	3%
Total general	2248	

PSMSTodoDestino_2	Total	%
M70_pesos_por_SMS	1800	80%
Ilimitados	448	20%
Total general	2248	

Figura 4.1: Análisis descriptivo MM Variables Categóricas

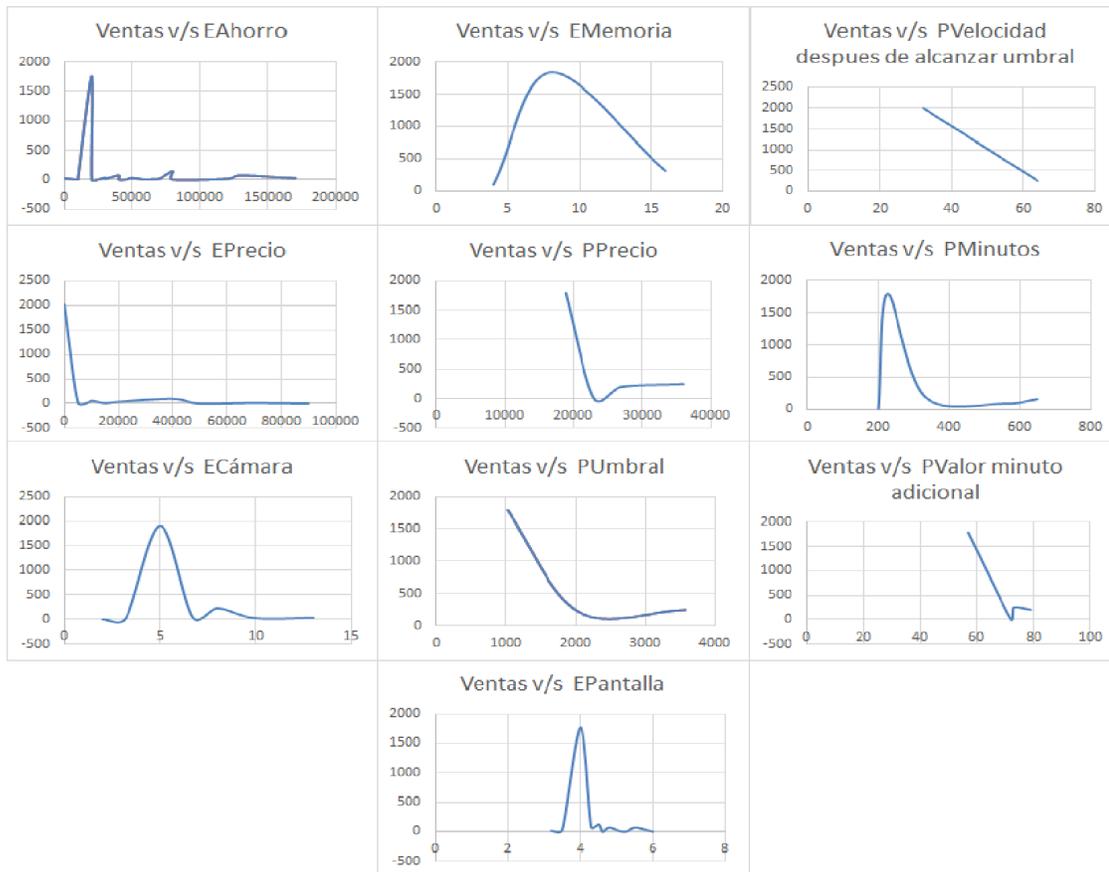


Figura 4.2: Análisis descriptivo Gráficos MM Variables de escala

Portabilidad

Este tipo de promoción presenta ventas distribuidas entre tres productos -cuadro 4.3-, lo que conlleva a que existan tres marcas (Samsung, Apple y Motorola), sistemas operativos (Android.4.2.Jelly.Bean, Android.4.4.KitKat y iOS.7) y procesadores (Dual.Core.1.7.GHz, Apple.A6 y Quad.Core.1.9.GHz) que destacan frente a los demás. Se espera que los ponderadores asociados a estos atributos sean positivos. Por otro lado los productos promocionados solo tuvieron un PTipo(Portabilidad), PTecnologia(T4G) y SMSTodoDestino(Ilimitados), por lo tanto serán eliminadas por poseer dependencia lineal con la columna del intercepto.

Con respecto a las variables de escala -cuadro 4.4-, el mismo efecto se observa en las variables EAhorro, EPrecio y EPantalla, por ende, dado que no se puede decir que existe una relación directa o inversa entre las ventas y el aumento de estos atributos, se espera que el ponderador asociado sea cercano a cero. Los productos con menor EMemoria y ECámara tuvieron mayores ventas, entonces se espera un ponderador negativo. Por su parte PPrecio, PUmbral, PMinutos y PValor minuto adicional tuvieron mejores ventas cuando estas características fueron medidas, implicando un ponderador positivo pero de magnitud media. Solo una característica muestra una relación directa con las ventas, PVelocidad después de alcanzar umbral, por lo tanto, se espera un ponderador positivo.

EMarca_8	Ventas	%
Samsung	800	39%
Apple	532	26%
Motorola	401	20%
LG	111	5%
Sony	105	5%
Nokia	76	4%
BlackBerry	1	0%
Total general	2026	

ESistemaO_10	Ventas	%
Android.4.2.Jelly.Bean	677	33%
Android.4.4.KitKat	540	27%
iOS.7	532	26%
Android.4.3.Jelly.Bean	168	8%
Windows.Phone.8	76	4%
Android.4.2.2.Jelly.Bean	32	2%
BlackBerry.OS.10	1	0%
Windows.Phone.8.1	0	0%
Android.4.1.Jelly.Bean	0	0%
Total general	2026	

PTipo_3	Ventas	%
Portabilidad	2026	100%
Total general	2026	

EProcesador_18	Ventas	%
Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	772	38%
Procesador.Apple.A6	532	26%
Procesador.Quad.Core.1.9.GHz	284	14%
Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	168	8%
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	105	5%
Procesador.Quad.Core.2.5.GHz	71	4%
Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	47	2%
Procesador.Quad.Core.2.3.GHz	32	2%
Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	8	0%
Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	7	0%
Total general	2026	

PTecnologia_2	Ventas	%
T4G	2026	100%
Total general	2026	

PSMSTodoDestino_2	Ventas	%
Ilimitados	2026	100%
Total general	2026	

Figura 4.3: Análisis descriptivo Port Variables Categóricas

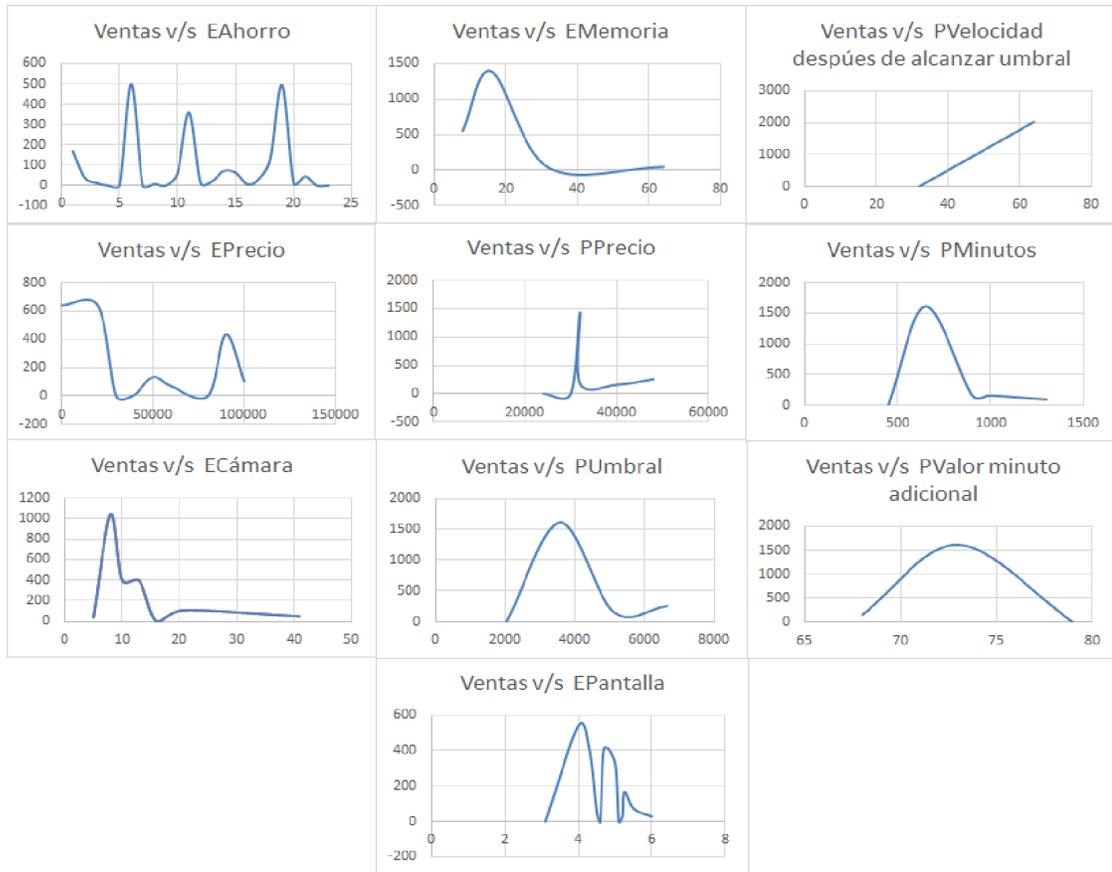


Figura 4.4: Análisis descriptivo Gráficos Port Variables de escala

4.2.2. Estrategias

Se describen los datos necesarios para cada estrategia y cómo se obtuvieron y/o construyeron. En primera instancia se describen los datos comunes y luego los datos propios de cada estrategia.

1. **Periodo de estudio:** Los primeros 10 meses del año 2014, se debe tener la cantidad de segundos que hubo en cada mes. Datos expuestos en el cuadro 4.27 de anexos.
2. **Tasa de llegada:** Solo se tiene la información de llegadas para la sección OQTG para el periodo comprendido entre los meses de julio a diciembre -el periodo de estudio va de enero a noviembre-. Es posible implementar una tasa de llegada diferente para cada mes, pero requiere que el modelo se ejecute a lo menos una vez por mes, por lo que no cumple con todos los casos de recálculos. Otra opción es mantener la tasa fija y alargar o encoger la duración del mes en pro del cambio en la tasa, por ejemplo si la tasa es el doble, se tiene que alargar al doble el tiempo, y de esa manera llegan el doble de clientes. Si bien existen opciones viables, no modificarán las condiciones entre las estrategias -el cambio en la tasa afectará a todas por igual-, por lo tanto, para simplificar, y considerando que se quiere saber la diferencia entre ellas, se incorpora una tasa fija para todo el periodo de estudio.

La tasa se calcula considerando los segundos y las llegadas que hubo en cada mes, finalmente se calcula el promedio de todos los meses que se tiene información. Si bien existen ventanas de tiempo en que la página web recibe menos llegadas -e.g. 3 a.m de un martes- se opta por mantener la tasa de llegada constante en pro de la simplificación del modelo. El detalle de los cálculos se muestra en el cuadro 4.3.

Mes	Visitas OQTG	Días	Segundos	llegadas por segundo
Julio	184,135	31	2,678,400	0.069
Agosto	218,997	31	2,678,400	0.082
Septiembre	164,550	30	2,592,000	0.063
Octubre	129,812	31	2,678,400	0.048
Noviembre	115,540	30	2,592,000	0.045
Diciembre	98,481	31	2,678,400	0.037
Promedio 0.057 lleg/segundo				
Promedio 3.438 lleg/min				
Promedio 206.284 lleg/hora				

Cuadro 4.3: Llegadas por mes

Debido a que se necesita la tasa de llegada para Multimedia y Portabilidad se multiplica la tasa global por la proporción de las ventas que cada una significa. Esta proporción corresponde a 53 % y 47 %, por lo tanto, las tasas de llegadas quedan como 0.03139 llegadas/segundo para MM y 0.027162 llegadas/segundo para Port.

3. **Probabilidad de no comprar:** Se calcula a partir de la proporción entre las llegadas que efectuaron una compra y las llegadas totales. En ambas categorías solo un 7 % de las llegadas terminan en una compra.

4. **Utilidad de no comprar:** Dado que se conoce la probabilidad de no comprar y los productos que estuvieron en exhibición en cada mes, es posible determinar el valor de no comprar. Se utiliza la regresión *multinomial logit* para calcular el valor que tiene cada producto en exhibición, y luego se despeja el valor de no comprar con tal que la probabilidad de no comprar sea igual a 93 %. La ecuación es la siguiente:

$$93\% = \frac{V_{0m}}{V_{0m} + \sum_{h \in C_1 \cap S} e^{\beta'_i x_h}}$$

Como se puede observar, existe un V_{0m} por mes, pero para términos de simplicidad el modelo considera solo un valor de no comprar, que corresponde al promedio de los valores mensuales. Para aclarar, no se puede calcular el valor de no comprar íntegramente con la regresión porque no se tienen los datos de ventas perdidas desagregados, es decir, no se sabe en qué momento hubo un cliente que accedió a la página y terminó sin comprar. El principal problema radica en que se desconoce cuál fue el surtido que observaron los clientes cuando se generaron las ventas perdidas. Sumado a lo anterior, para hacer el cálculo íntegramente se tienen que generar datos ficticios que representan el 93 % de los casos, lo cual no permitirá al modelo enfocarse en las diferencias entre los atributos de los productos del surtido, si no que en el atributo que definirá a la venta perdida. Por lo tanto, se debe utilizar el dato agregado de la probabilidad de no comprar para encontrar su valor.

5. **Equipos:** Corresponde a los Equipos móviles que dieron paso a los productos, contiene al stock inicial y los atributos que definen a cada equipo. La información se obtuvo de las “parrillas” y se transformó al formato CSV para facilitar su manipulación y lectura. Para facilitar el cálculo de las probabilidades de elección, las variables categóricas se escribieron como un vector en el formato $V_x^1 \# \dots \# V_x^n$, de forma de calcular el aporte a la utilidad de la variable por medio de un producto punto -cada componente del vector está separado por #- . El área de *E-commerce* no lleva registro del stock de cada equipo, pues comparte la bodega de almacenamiento con los otros tres canales y solo se preocupa de vender -si se acaba el stock de un producto, cambian la promoción por otra, proceso que no está definido-. Dado lo anterior, se elige considerar las ventas para definir el nivel, pues son una cota inferior del stock, pero al utilizar este dato se está sesgando la cantidad de stock para que calce con lo que se vendió, por lo tanto, se elige distribuir el mismo valor para todos los equipos. Finalmente, para asegurar que es posible replicar lo ocurrido en el periodo de estudio, el stock se fija como la cantidad máxima que se vendió entre todos los equipos. Esta cantidad corresponde a 1749 MM y 532 Port. La información de los equipos se encuentra en los cuadros 4.30 para Multimedia y 4.31 para Portabilidad. Si bien se explicó que la empresa repone cada seis meses, se opta por no hacerlo para analizar la efectividad de cada estrategia y observar que pasa cuando queda poco stock. En caso de implementar la reposición, se actualiza el valor del stock inicial, se copia al valor del stock actual y se recalcula el resultado de la estrategia.
6. **Planes:** Se refiere a los planes, junto con sus atributos, que estuvieron disponibles durante el periodo de estudio para cada tipo de promoción. Cuadro 4.32 anexo.

7. **Función de demanda:** Corresponde al resultado de la regresión *Multinomial logit*, los ponderadores de cada atributo. Cabe mencionar, que la regresión busca pronosticar la probabilidad de comprar un producto dado que se hizo una compra en la llegada, por lo tanto, si dos productos tienen un 50 % de ser comprados, y sumando que hay un 7 % de probabilidad de compra, implica que ambos tienen un 3.5 % de ser comprados en una llegada.
8. **Valorizaciones:** Producto punto entre los ponderadores y los atributos de cada producto, en otras palabras $\beta'_i x_h$. Para evitar problemas debido a la magnitud de $e^{\beta'_i x_h}$ y considerando que la utilidad es una medida relativa, es decir, solo importa la diferencia entre dos elecciones y no la magnitud de cada una, se normalizan los valores de las valorizaciones. La fórmula utilizada es $y = (x - \mu)/\sigma$, donde μ corresponde al promedio de las valorizaciones de todos los productos y σ a la desviación estándar.

Caso base

El único dato extra es el surtido mensual que hubo durante cada mes, obtenido a partir de las “parrillas”. Cuadro 4.33.

Estrategia A

Para determinar el surtido es necesario ejecutar el CDLP, el cual necesita los siguientes datos extras:

1. **Universo de productos:** Para la estrategia A, el universo de productos considerado son todos los productos promocionados durante el periodo de estudio, cantidades expuestas en el cuadro 4.4. A su vez, también se muestra la cantidad de planes y equipos para cada categoría.

Categoría	productos	Equipos	Planes
Multimedia	43	32	8
Portabilidad	42	18	6

Cuadro 4.4: Magnitud problema real

2. **Consideration set:** Equivale a qué productos puede optar cada segmento, sus columnas son los productos del universo y las filas corresponden a cada uno de los segmentos. En caso que sea solo un segmento, cada producto tiene un 1 -si se deja un valor igual a 0, el producto asociado nunca podrá ser parte del surtido-.
3. **Matriz de incidencia:** Qué productos utilizan qué equipos, cuadros 4.34 y 4.35 anexados.
4. **Set inicial:** El set con el que comienza el algoritmo, no se muestra pues va cambiando dado que su construcción es a partir de números aleatorios. El criterio para su construcción es el expresado en 3.3.2.

Estrategia B

Son necesarios los mismos datos extras: **Consideration set**, **matriz de incidencia** y **Set inicial**, pero los tres consideran un universo de productos diferente. Este nuevo universo corresponde a todas las combinaciones posibles con los equipos y planes exhibidos, la columna “Productos posibles” -multiplicación entre la cantidad de equipos y la cantidad de planes- del cuadro 4.5 muestra la magnitud del universo para cada categoría.

Categoría	productos	Equipos	Planes	Productos posibles
Multimedia	43	32	8	256
Portabilidad	42	18	6	108

Cuadro 4.5: Universo estrategia B

Para crear este universo se utiliza un macro para dar con todas las combinaciones entre planes y equipos disponibles. Los datos de los productos que estaban en el universo de la estrategia A son copiados y los nuevos utilizan los datos de los planes y equipos. A la hora de copiar la información, en caso que exista una discordancia en el precio de referencia de un equipo -que haya dos productos con el mismo equipo y tienen precios de referencia diferentes- se utiliza el promedio.

Los únicos atributos que no se puede crear son el precio subvencionado y el ahorro, pues son combinaciones que no se mostraron y por ende no existió la etapa de negociación para determinar su valor. Por esto, se realiza una regresión lineal considerando todos los atributos -excepto los dos mencionados-, donde la variable dependiente es el ahorro -con este valor pronosticado se puede calcular el precio subvencionado-. Esta regresión lineal -cuadro 4.36 anexo- considera ambos universos, Multimedia como Portabilidad, y tiene un $R^2 = 0.9663$. Dentro de los hallazgos principales está que hay pocas variables significativas y ellas son EPrecioReferencia [7.86E-01], PPrecio[8.13E+00], Libre [-3.70E+04], T3G[3.21E+04] y PUmbralNavegacion[-2.73E+01]. Con tal información se puede decir que efectivamente a mayor precio de referencia y mayor precio del plan se consigue un mayor subsidio, los planes Multimedia del tipo Libre y aquellos que tengan un mayor umbral de navegación reciben un menor monto y que los equipos que sólo poseen la tecnología 3G -menor velocidad de navegación- tienden notoriamente a recibir un mayor subsidio.

4.3. Modelamiento

Implementación

Los *inputs* están en formato *CSV*. Las regresiones se programaron en R, las simulaciones en *Java* -utilizando librerías de *CPLEX*[®], *AMPL*[®] y *OpenCSV 2.3*-. También se utilizó *IBM ILOG CPLEX Optimization Studio*[®] para evaluar paralelamente el resultado de los modelos de optimización. Para crear y rellenar los datos faltantes de los productos de la estrategia B se utilizó *Visual Basic for Applications*[®] (VBA).

Análisis de sensibilidad

Para evaluar la independencia de los resultados de las cuatro estrategias con respecto a la función de demanda -evaluar los resultados ante un cambio en el comportamiento-, se agrega variación en los parámetros de la regresión: Se considera que tienen distribución normal con media y desviación estándar descritas en los cuadros 4.6 y 4.7, y se genera un valor dentro de esa distribución para cada simulación. Si no existe la media o desviación estándar, se consideran como cero. Se destaca que las tres estrategias tienen parámetros generados de forma independiente.

4.4. Análisis de resultados

4.4.1. Función de demanda

En primer lugar es necesario definir la cantidad de segmentos a utilizar, para ello se ejecutaron las regresiones con 1,2 y 3 segmentos y se midió la capacidad de pronóstico. Para determinar tal capacidad, se utilizó el *Mean Absolute Error* (MAE) y *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Solo se midió el error para los productos que estuvieron en exhibición durante un determinado mes y de estos, los que tuvieron ventas positivas -si las ventas son nulas el MAPE queda indefinido-. Estas consideraciones cambian el indicador original, por ende, se hablará de MAE y MAPE corregidos. A continuación se detallan los resultados separando por el tipo de datos:

Multimedia

Con un segmento el valor del MAE corregido corresponde a 1.15% -cuadro 4.37- y el *MAPE corregido* a 46.28% -cuadro 4.39- Para el caso con dos segmentos ambos indicadores se mantienen relativamente similares, pasando de 1.145392% a 1.145407% en error absoluto y de 46.2844517% a 46.2870092% en el relativo. El peso de los segmentos es de 99.91% y 0.09%. Finalmente, con tres segmentos se tiene un peso de 0.42%, 6.27% y 93.32% y el valor de ambos indicadores también sufren un cambio mínimo. Por lo tanto, dado que no hay una mejora importante en la capacidad de pronóstico y los pesos sugieren una marcada tendencia a un tipo de cliente, se opta por considerar solo un segmento.

Cabe destacar que el MAE está en porcentaje pues este hereda la unidad de medida de lo que se está pronosticando, que corresponde a una probabilidad. Se obtuvo un error absoluto menor al 2%, considerado bajo, pero esto se debe a que la mayoría de las probabilidades son menores al 10%. Como se puede observar en el segundo indicador, existe un error relativo $\approx 50\%$, lo cual es alto.

Es importante considerar lo anterior, pero se decide seguir con estos resultados, pues para mejorar la capacidad de pronóstico es necesario utilizar otra regresión o implementar heterogeneidad en la regresión MNL usando un *Mixed logit*, pero agregar estos resultados a

la metodología implica cambiar el subproblema de generación de columnas, lo cual conlleva un grado importante de complejidad computacional y teórica, además de cambiar gran parte de la formulación.

Con respecto a los ponderadores, expresados en la tabla 4.6, destaca que todas las variables de escala: *EPrecio*, *EAhorro*, *PPrecio*, *ECamaraNUMERO*, *EPantallaNUMERO*, *EMemoriaInternaNUMERO* -excepto intercepto- son significativas al máximo nivel de confianza, por lo tanto efectivamente influyen en la decisión de compra. De estas, la que influye de forma más negativa es el precio del plan[-31.18]. Otro aprendizaje es que el aumento en el tamaño de la pantalla afecta negativamente el atractivo del producto[-11.55], efecto que se podía observar en el gráfico de ventas v/s *EPantalla* del análisis descriptivo 4.2.1. El atributo que más aporta al atractivo del producto corresponde a la cantidad de *megapíxeles* que posee el equipo[7.96]. Uno de los puntos importantes declarados por la empresa consiste en sostener que equipos con bajos precios son más atractivos, lo cual no se observa tajantemente, pues el precio del equipo tiene un ponderador de [0.49], su signo sugiere la preferencia por equipos de precio medio. Además si se observa el ponderador de *EAhorro* [-3.75] se llega a que el subsidio no es importante. Por lo tanto se sugiere ofrecer equipos que tengan un precio medio, frente a equipos de precio alto pero subvencionados, pues el subsidio no es valorado por los clientes que compran productos Multimedia.

Las variables categóricas muestran preferencias marcadas para las marcas *Motorola* [38.06] y *Nokia* [27.34], y desutilidades al elegir las otras opciones: *Alcatel*[-5.94], *LG*[-1.65] y *Samsung*[-1.34]. Cabe decir que el único atributo significativo al 9.99 % es *Nokia*, lo cual calca con las ventas que muestran una clara tendencia a comprar productos de tal marca. Para el caso de los sistemas operativos la mejor opción corresponde a *Android.4.2.Jelly.Bean* [25.20], siendo la única que aporta positivamente a la utilidad, por su parte el resto solo lo hace negativamente, destacando *Android.4.3.Jelly.Bean* [-70.89] -por lo visto la actualización de ese sistema operativo no era lo que esperaban los clientes-. Los procesadores tienen ponderadores bien distribuidos en todo el espectro de opciones, no hay ninguno que destaque positiva como negativamente, además la mayoría es significativo. Para el tipo de plan se puede decir que el tipo *Libre* es más deseado que el *Control* -recordar que solo están estas 2 opciones en Multimedia-, pero dado que el ponderador no es significativo pierde su importancia en el análisis. Finalmente el peso que se le da al tipo de tecnología es negativo para *T3G* [-3.74], pero al no ser significativo no se puede estar seguro que su valor es distinto a cero. Por último se destaca el alto valor asociado a la desviación estándar del *Intercepto*[838.94], *Motorola*[4194.43], *Procesador.Quad.Core.1.7.GHz*[4194.37] y *Procesador.Quad.Core.2.2.GHz*[4194.35], por lo tanto no se puede confiar mucho en el signo ni la magnitud de sus ponderadores, lo cual se ve reflejado en sus significancias cercanas a 1.

A modo de conclusión lo clientes de Multimedia prefieren equipos de marca *Nokia*, de ser posible con sistema operativo *Android.4.2.Jelly.Bean*, y con un procesador entre las siguientes opciones: *Procesador.Quad.Core.1.2.GHz*, *Procesador.Quad.Core.1.6.GHz* o *Procesador.Quad.Core.1.4.GHz*. No prefieren una gran capacidad de memoria interna, pero si un tamaño de pantalla pequeño. Se destaca que lo que más valoran dentro de las variables de escala son equipos con una cámara de alta calidad. Finalmente la única característica del plan que afecta la decisión de compra es su precio, una baja en su valor llevará a productos mucho más atractivos para este tipo de clientes.

Multimedia					
		Media	SD	Estadístico t	pvalor
Intercepto		2.209268	838.943511	0.002633	0.997942
Marca	Alcatel	-5.946323	1.718759	-3.45966	0.00472*
	Apple	-	-	-	-
	BlackBerry	-	-	-	-
	LG	-1.652574	1.412312	-1.170119	0.264668
	Motorola	38.066498	4194.431551	0.009075	0.992908
	Nokia	27.345387	2.775035	9.854068	0***
	Samsung	-1.348623	1.503882	-0.896761	0.387483
S.O	Sony	-	-	-	-
	Android.4.0.ICS	-	-	-	-
	Android.4.1.Jelly.Bean	-0.944999	5.891124	-0.160411	0.875226
	Android.4.2.Jelly.Bean	25.208366	3.189139	7.904442	4e-06***
	Android.4.2.2.Jelly.Bean	-	-	-	-
	Android.4.3.Jelly.Bean	-70.894175	6.175955	-11.479062	0***
	Android.4.4.KitKat	-30.730162	4194.42049	-0.007326	0.994275
	BlackBerry.OS.10	-	-	-	-
	iOS.7	-	-	-	-
Procesador	Windows.Phone.8	-	-	-	-
	Windows.Phone.8.1	-	-	-	-
	Procesador.1.GHz	-22.166619	6.291422	-3.523308	0.004198*
	Procesador.800.MHz	-18.669966	3.229564	-5.780956	8.7e-05***
	Procesador.Apple.A6	-	-	-	-
	Procesador.Dual.Core.1.GHz	-28.347053	3.448505	-8.2201	3e-06***
	Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	-28.079328	3.817954	-7.354549	9e-06***
	Procesador.Dual.Core.1.3.GHz	-33.953676	3.751116	-9.051619	1e-06***
	Procesador.Dual.Core.1.4.GHz	-13.185075	3.011717	-4.377926	9e-04**
	Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	-9.06435	4.121239	-2.199424	0.048187
	Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	-36.140338	5.822133	-6.207405	4.5e-05***
	Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	44.299194	3.504262	12.641517	0***
	Procesador.Quad.Core.1.4.GHz	39.349366	3.811718	10.323263	0***
	Procesador.Quad.Core.1.5.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Quad.Core.1.6.GHz	48.747741	6.260558	7.786485	5e-06***
Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	-19.48369	4194.372053	-0.004645	0.99637	
Procesador.Quad.Core.1.9.GHz	-	-	-	-	
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	-50.152884	4194.358662	-0.011957	0.990656	
Procesador.Quad.Core.2.3.GHz	-	-	-	-	
Procesador.Quad.Core.2.5.GHz	-	-	-	-	
ECamaraNUMERO		7.960756	1.045863	7.611665	6e-06***
EPantallaNUMERO		-11.557098	2.364075	-4.888635	0.000373**
EMemoriaInternaNUMERO		-4.495897	0.424869	-10.581851	0***
PTipo	Control	-	-	-	-
	Libre	1.164044	1.054745	1.103626	0.291395
PTecnologia	Portabilidad	-	-	-	-
	T3G	-3.743186	2.033955	-1.840349	0.090568
PUmbralNavegación	T4G	-	-	-	-
		-	-	-	-
PMinutosTodoDestino		-	-	-	-
PSMSTodoDestino	Ilimitados	-	-	-	-
	M70_pesos_por_SMS	-	-	-	-
PVelocidadDespuesAlcanzarUmbral		-	-	-	-
PvalorMinutoAdicionalTraesEquipo		-	-	-	-
EPrecio		0.490609	0.063974	7.668832	6e-06***
EAhorro		-3.750242	0.285992	-13.113117	0***
PPrecio		-31.183193	1.614717	-19.311869	0***

Signif. codes: - "0.001" 0.01 "0.05" 0.1 " " 1

Cuadro 4.6: Resultado MNL Multimedia [De vuelta a 4.4.1]

Portabilidad

Para el caso que existe solo un segmento el MAE es de 3.64 % -detalle en 4.38- y el MAPE de 96.84 % Port - cuadro 4.40-. Con dos segmentos la capacidad de pronóstico se mantiene exactamente igual tanto para el error absoluto como el porcentual y el peso de los segmentos corresponde a 99.10 % y 0.90 %. En el ultimo caso, donde se presentan 3 segmentos, sigue manteniéndose la tendencia en el MAE y MAPE y los pesos son de 95.88 %, 3.67 % y 0.45 %. Siguiendo el mismo criterio que en el tipo de dato anterior, se elige continuar con un solo segmento.

Cabe destacar que la capacidad de pronóstico es mejor en el caso de Multimedia, esto se asocia a que las ventas fueron lideradas por un solo producto, en cambio, en Portabilidad las ventas estuvieron más distribuidas.

El resultado de las regresión logit multinomial con un segmento se ve en el cuadro 4.7. Se puede observar que a diferencia de Multimedia, los atributos que son significativos son escasos. Dentro de las variables de escala se puede encontrar *EPrecio*[-0.18], *EAhorro* [2.47] y *PMinutosTodoDestino* [-6.06], a partir de tal información se puede decir que los tipos de clientes que compran productos de Portabilidad prefieren equipos ligeramente más caros -les da sensación de calidad-, pero con un subsidio importante. Con respecto a los minutos, se puede ver que no es una característica valorada e incluso aporta negativamente a la utilidad.

Los variables categóricas muestran poca influencia en la decisión de compra, las marcas no son significativas, y solo hay un sistema operativo -*Android.4.4.KitKat* [2.78]- y procesador -*Procesador.Quad.Core.1.7.GHz*[-3.30]- que afectan a la utilidad. Característica valorada y desvalorada respectivamente.

Se concluye que la decisión de compra de los clientes de Portabilidad está principalmente influenciada positivamente por la cantidad de subsidio que tienen los equipos -en línea con lo comunicado por la empresa- y negativamente por la cantidad de minutos del plan.

Cabe destacar que los clientes de MM y Port presentan comportamiento diferentes, donde el primero busca planes de bajo precio unidos con equipos de calidad media -precio medio, buena cámara, pantalla pequeña y memoria interna de baja capacidad- y el segundo busca un equipo de precio bajo por medio de un gran subsidio y para conseguirlo está dispuesto a tener un plan con menos minutos.

Por último, el valor de no comprar es analizado con los dos tipos de productos conjuntamente, este es de 291.60 y 355.23 para MM y Port respectivamente, el detalle de los cálculos se encuentra en los cuadros anexados de 4.28 y 4.29. El hecho que el valor asociado a Portabilidad sea mayor es por que sus productos son de mejor calidad -una valorización mayor por parte de los clientes- y por ende, para igualar el 93 % de probabilidad de no compra, el valor asociado debe ser mayor.

Portabilidad					
		Media	SD	Estadístico t	pvalor
Intercepto		-0.451603	NaN	NaN	NaN
Marca	Alcatel	-	-	-	-
	Apple	7.945918	NaN	NaN	NaN
	BlackBerry	-5.245663	NaN	NaN	NaN
	LG	1.940139	NaN	NaN	NaN
	Motorola	-9.023451	NaN	NaN	NaN
	Nokia	-12.477222	NaN	NaN	NaN
	Samsung	-6.034758	NaN	NaN	NaN
S.O	Sony	-	-	-	-
	Android.4.0.ICS	-	-	-	-
	Android.4.1.Jelly.Bean	-13.763238	NaN	NaN	NaN
	Android.4.2.Jelly.Bean	-0.084675	0.361514	-0.234225	0.817316
	Android.4.2.2.Jelly.Bean	-	-	-	-
	Android.4.3.Jelly.Bean	17.603291	NaN	NaN	NaN
	Android.4.4.KitKat	2.780696	0.244335	11.380661	0***
	BlackBerry.OS.10	-	-	-	-
	iOS.7	-	-	-	-
Procesador	Windows.Phone.8	5.220821	NaN	NaN	NaN
	Windows.Phone.8.1	-	-	-	-
	Procesador.1.GHz	-	-	-	-
	Procesador.800.MHz	-	-	-	-
	Procesador.Apple.A6	-	-	-	-
	Procesador.Dual.Core.1.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	10.768117	NaN	NaN	NaN
	Procesador.Dual.Core.1.3.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Dual.Core.1.4.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	2.795334	NaN	NaN	NaN
	Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	9.495496	NaN	NaN	NaN
	Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Quad.Core.1.4.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Quad.Core.1.5.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Quad.Core.1.6.GHz	-	-	-	-
	Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	-3.303863	0.458522	-7.205459	1e-06***
Procesador.Quad.Core.1.9.GHz	8.597983	NaN	NaN	NaN	
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	-	-	-	-	
Procesador.Quad.Core.2.3.GHz	-	-	-	-	
Procesador.Quad.Core.2.5.GHz	-	-	-	-	
ECamaraNUMERO		0.172505	NaN	NaN	NaN
EPantallaNUMERO		-	-	-	-
EMemoriaInternaNUMERO		-	-	-	-
PTipo	Control	-	-	-	-
	Libre	-	-	-	-
	Portabilidad	-	-	-	-
PTecnologia	T3G	-	-	-	-
	T4G	-	-	-	-
PUmbralNavegación		-	-	-	-
PMinutosTodoDestino		-6.066909	0.424891	-14.278745	0***
PSMSTodoDestino	Ilimitados	-	-	-	-
	M70_pesos_por_SMS	-	-	-	-
PVelocidadDespuesAlcanzarUmbral		22.007714	36.254349	0.607037	0.551013
PvalorMinutoAdicionalTraesEquipo		-	-	-	-
Eprecio		-0.185029	0.02507	-7.380474	1e-06***
Eahorro		2.476903	0.183046	13.531568	0***
PPrecio		1.960829	1.055837	1.857132	0.078864

Signif. codes: - "0.001 ***" 0.01 "**" 0.05 "*" 0.1 "." 1

Cuadro 4.7: Resultado MNL Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]

4.4.2. Benchmark

A continuación se exponen los resultados para ambos tipos de promociones, se divide todo el benchmark en dos para no confundir al lector entre los resultados de MM y Port.

Multimedia

Caso base

Para representar la estrategia ejecutada actualmente por la empresa, se realizaron 10 simulaciones, cuyo resultado se muestra en el cuadro 4.8.

revenue[0]	1,189.12
revenue[1]	1,246.77
revenue[2]	1,198.50
revenue[3]	1,180.70
revenue[4]	1,177.68
revenue[5]	1,227.22
revenue[6]	1,132.38
revenue[7]	998.30
revenue[8]	1,243.09
revenue[9]	1,180.28
Promedio Ingreso/llegada :	1,177.41
DesviacionEstandar Ingreso/llegada:	71.74
Intervalo de Confianza Ingreso/llegada:	(1,132.94 ; 1,221.87)

Cuadro 4.8: Multimedia: Resultado Caso Base

Estrategia A

Si analizamos el caso con 1,5 y 10 recálculos -cuadro 4.9- se observa que el tiempo de ejecución para correr el modelo una vez está expresado por el intervalo de confianza con un recálculo: (1.25 ; 6.78) minutos. Dado que las llegadas ocurren cada ≈ 33 segundos en MM se puede decir que correr el modelo en cada llegada es infactible.

Entonces ¿Cuántos recálculos analizar? Es importante convalidar la estrategia con los tiempos que tiene la empresa para replanificar el surtido, como se expuso, se reúnen mensualmente para determinar el surtido y por lo mismo, se puede utilizar este espacio para analizar los resultados de la estrategia propuesta, y a partir de ello establecer lo que se exhibirá en la página. En suma, la cantidad de recálculos a analizar será 1,5 y 10 pues así la opción elegida será factible de implementar.

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(1462.55 ; 1512.68)	1487.62	(1.32 ; 1.61)
5	(1537.09 ; 1582.57)	1559.83	(4.25 ; 5.89)
10	(1511.64 ; 1602.88)	1557.26	(6.91 ; 9.21)

Cuadro 4.9: Multimedia: Resultado Estrategia A

Considerando el cuadro 4.9 se observa que a medida que se realizan más recálculos **no** aumenta el promedio del ingreso por llegada, contrario a la intuición, pues con más recálculos hay mayor adaptabilidad. Se sospecha que la razón de ello es la *Penalty Function*, por lo que se procede a ejecutar simulaciones sin penalizar, cuadro 4.10.

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(1504.73 ; 1637.49)	1571.11	(1.44 ; 2.18)
5	(1593.86 ; 1737.64)	1665.75	(5.58 ; 8.53)
10	(1607.5 ; 1681.15)	1644.33	(12.86 ; 19.68)

Cuadro 4.10: Multimedia: Resultado Estrategia A sin *Penalty Function*

Eliminar la penalización incrementa el promedio del ingreso por llegada en un 6 %, 7 % y 6 % para cada caso de recálculo, pero aún así, no hay una tendencia clara -no hay un intervalo que sea dominante sobre el resto-, por lo tanto es necesario correr más simulaciones. Los tiempos de ejecución son tales que no es posible correr una cantidad razonable -del orden de 100 simulaciones-, además que trae problemas para almacenar la información en memoria, por lo tanto, se recurre al ejemplo utilizado en 3.3.5 y se hace una analogía entre ellos.

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(21147.23 ; 21672.6)	21409.92	(0 ; 0)
5	(22095.78 ; 22616.73)	22356.26	(0 ; 0)
10	(22040.27 ; 22647.89)	22344.08	(0.01 ; 0.01)
20	(22223.07 ; 22857.43)	22540.25	(0.01 ; 0.01)

Cuadro 4.11: Resultado Estrategia A con *Penalty Function* Ejemplo con 300 simulaciones

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(21195.98 ; 21636.72)	21416.35	(0 ; 0)
5	(22471.15 ; 22976.35)	22723.75	(0 ; 0)
10	(22826.99 ; 23330.18)	23078.59	(0.01 ; 0.01)
20	(22855.42 ; 23371.25)	23113.34	(0.02 ; 0.02)

Cuadro 4.12: Resultado Estrategia A sin *Penalty Function* Ejemplo con 300 simulaciones

En este ejemplo, con *Penalty Function* -cuadro 4.11-, tampoco existe una tendencia clara, el ingreso sube de 1 a 5, pero baja con 10, para luego volver a subir cuando se realizan 20 recálculos. Pero cuando no se incluye *Penalty Function* - cuadro 4.12- el ingreso sí aumenta a medida que hay más recálculos. Si se comparan los intervalos de confianza con y sin *Penalty Function*, la segunda opción es mayor en todos los casos de recálculos, tanto para la cota inferior, superior y promedio. Por lo tanto se concluye que la estrategia que otorga mayor ingreso por llegada es realizar la mayor cantidad de recálculos, o sea 10 para el caso real, pero **sin** *Penalty Function*.

Estrategia B

Se muestran los resultados para los casos con 1, 5 y 10 recálculos:

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(1798.52 ; 1972.1)	1885.31	(1.06 ; 1.19)
5	(2050.3 ; 3034.18)	2542.24	(1.58 ; 3.36)
10	(1813.1 ; 2088.57)	1950.84	(6.39 ; 9.67)

Cuadro 4.13: Multimedia: Resultado Estrategia B con *Penalty Function*

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(3221.49 ; 3324.19)	3272.84	(0.77 ; 1.14)
5	(2467.85 ; 3447.57)	2957.71	(1.33 ; 2.11)
10	(2659.11 ; 3418.13)	3038.62	(1.14 ; 3.97)

Cuadro 4.14: Multimedia: Resultado Estrategia B sin *Penalty Function*

En este caso la diferencia entre incluir o no penalización es mayor, se observa que no penalizar aumenta el promedio en 74 %, 16 % y 56 % para los casos con 1, 5 y 10 recálculos, y por su parte, todas las cotas inferiores como superiores son mayores cuando no se penaliza. Aún así, para asegurar este resultado, se usa nuevamente el ejemplo. Se observa en el cuadro 4.15 que la tendencia se mantiene: Aumentar los recálculos sin *Penalty Function* conlleva a un incremento en el ingreso.

Cantidad de recálculos	Intervalo de confianza ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio [\$]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(22114.04 ; 22382.85)	22248.45	(0 ; 0)
5	(23478.12 ; 23780.47)	23629.3	(0.01 ; 0.01)
10	(23816.2 ; 24060.76)	23938.48	(0.02 ; 0.02)
20	(24429.57 ; 24646.62)	24538.1	(0.04 ; 0.04)

Cuadro 4.15: Resultado Estrategia B sin *Penalty Function* Ejemplo con 300 simulaciones

Por lo tanto, se concluye que la opción elegida, al igual que en la estrategia A, es realizar 10 recálculos y no incorporar penalización. Y que es solo aumentar las simulaciones para llegar a concluir que es la opción que conlleva a un mayor ingreso por llegada.

Síntesis

Finalmente se comparan las variantes elegidas de cada una de las estrategias. Es importante mencionar que si bien la unidad de medida es ingreso por llegada, la empresa prefiere saber el total al final de los diez meses, por lo tanto también se expone el intervalo de confianza para este valor.

	P.F.	Recálc.	Prom. Ing./lleg [\$]	I.C Ing./lleg [\$]	Prom. Ing. Total [\$]	I.C Ing. Total [\$]	I.C Tiempo [min]
Caso Base.	-	-	1,177.41	(1,132.94 ; 1,221.87)	956,143,148	(913,390,134 ; 998,896,162)	-
A	no	10	1,660.21	(1,638.03 ; 1,682.38)	699,979,357	(650,475,834 ; 749,482,880)	(12.86 ; 19.68)
B	no	10	3,038.62	(2659.11 ; 3418.13)	609,301,914	(565,188,893 ; 653,414,935)	(1.14 ; 3.97)

Cuadro 4.16: Síntesis MM sin penalización

Se observa que si bien las estrategias propuestas entregan mayor ingreso por llegada, no es así con el total: Ambas están bajo lo que se obtuvo en el *Caso Base*. Esto se debe a que a medida que avanza el tiempo se van acabando los productos que sugiere el subproblema de generación de columnas, y dado que no se penaliza dependiendo del stock, estos productos son siempre los mismos. Si se acaba el stock de los productos elegidos por el subproblema, implica que el problema lineal no podrá distribuir el tiempo, pues las restricciones de capacidad estarán limitadas por 0. Si esto ocurre no se podrá planificar y se termina la simulación. Por ello es que si bien se consigue un mayor ingreso por llegadas, la planificación se corta cuando se acaba el stock de los productos elegidos y finalmente la estrategia actual supera las dos propuestas. La diferencia entre penalizar o no se puede ver en el gráfico 4.5, el cual fue construido eligiendo la mejor de las 10 simulaciones para cada caso.

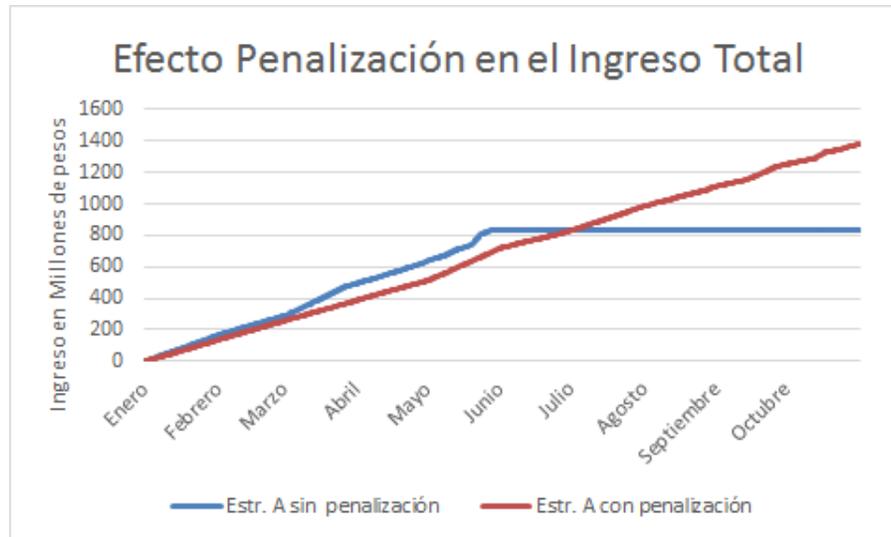


Figura 4.5: Efecto de la penalización

Debido a lo anterior, es necesario definir el mejor caso para la estrategia A y B, pero incluyendo penalización. Como se ha expuesto, no existe una tendencia clara, por lo tanto no es posible definir una solución comparando los intervalos de confianza. Finalmente, se opta por utilizar el mismo espacio que tiene la empresa para definir el surtido: una ejecución mensual, en otras palabras, 10 recálculos. El resultado de la estrategia A y B con 10 recálculos, e incluyendo penalización, se expone en el cuadro 4.17.

	P.F.	Recál.	Prom. Ing./leg [\$]	I.C Ing./leg [\$]	Prom. Ing. Total [\$]	I.C Ing. Total [\$]	I.C Tiempo [min]
<i>Caso Base</i>	-	-	1,177.41	(1,132.94 ; 1,221.87)	956,143,148	(913,390,134 ; 998,896,162)	-
A	si	10	1,557.26	(1511.64 ; 1602.88)	1,173,592,697	(1,084,553,492 ; 1,262,631,902)	(6.91 ; 9.21)
B	si	10	1,950.84	(1813.1 ; 2088.57)	1,368,696,922	(1,282,862,172 ; 1,454,531,672)	(6.39 ; 9.67)

Cuadro 4.17: Síntesis MM con penalización

Con estos datos se desprende que la estrategia B es estrictamente dominante -el intervalo de confianza siempre es mayor, o sea, hay un 95 % de probabilidades de tener un mayor ingreso total e ingreso por llegada-, generando un aumento promedio del ingreso total en 43 % y del ingreso/llegada de 66 %. La intuición detrás es que además de definir el surtido considerando el stock y exhibir los productos con mayor ingreso esperado -estrategia A-, no se limita al universo de productos definido por la empresa, si no que se nutre de todas las combinaciones posibles de planes y equipos.

Se ha visto que las estrategias propuestas llevan a mejores resultados que la forma actual de determinar el surtido, pero ¿Qué pasa si se comparan con una solución sencilla de operar? ¿Es necesario optimizar?

Para contestar tales interrogantes se propone una cuarta estrategia, denominada *Lista Ordenada*, la cual consiste en ordenar todos los productos del universo de la estrategia B considerando su atractivo y su rentabilidad, es decir $V_j * r_j$ donde $V_j = \beta'x_j$ corresponde al atractivo y r_j a la rentabilidad de cada uno de los productos posibles. El proceso es el siguiente, se genera la lista y se muestran los primeros productos dependiendo de la cantidad a ofrecer dada por *Productos_Max*, si se acaba el stock de unos de los productos se cambia por la mejor opción que no se ha mostrado, y se eliminan todos los productos asociados a tal equipo.

Ya definida la nueva estrategia, se procede a analizar el resultado para 10 simulaciones -expuesto en el cuadro 4.18-, esta vez incluyendo la *Lista Ordenada* y el promedio de los quiebres de stock. Con respecto al ingreso total como al ingreso por llegada se puede ver que la nueva estrategia presenta un mayor promedio, cota inferior y superior del intervalo de confianza. Los quiebres de stock son liderados por el *Caso Base*, lo cual tiene sentido pues su surtido no considera el nivel de stock. En la misma línea, destaca que la estrategia B presenta sistemáticamente más quiebres, esto se asocia a que al tener mejores productos, son más deseados por los clientes, y por ende se acaba con mayor facilidad el stock, implicando un aumento en los quiebres. Finalmente la Lista no tiene quiebres, pues por construcción no puede mostrar productos sin existencias.

	P.F.	Recál.	Prom. Ing./leg [\$]	I.C Ing./leg [\$]	Prom. Ing. Total [\$]	I.C Ing. Total [\$]	I.C Tiempo [min]	Prom. Quiebres de stock
<i>Caso Base</i>	-	-	1,177.41	(1,132.94 1,221.87)	956,143,148	(913,390,134 998,896,162)	-	97,709
A	si	10	1,557.26	(1511.64 1602.88)	1,173,592,697	(1,084,553,492 1,262,631,902)	(6.91 9.21)	24
B	si	10	1,950.84	(1813.1 2088.57)	1,368,696,922	(1,282,862,172 1,454,531,672)	(6.39 9.67)	68
Lista	-	-	2,010.71	(1873.06 2148.36)	1,400,372,399	(1,296,093,531 1,504,651,267)	(23.95 33.75)	0

Cuadro 4.18: Síntesis MM con ListaOrdenada

Para entender de mejor forma el comportamiento de las estrategias se muestra visualmente la evolución del ingreso total del mejor resultado de cada caso, esto por medio de la figura 4.6. Se puede observar que la estrategia B como la Lista se van intercalando el primer lugar, pero finalmente la Lista logra un mejor resultado: un aumento del 46 % en el ingreso total frente al *Caso Base*. Por conclusión la mejor opción corresponde a la *Lista Ordenada*, si bien el aumento del ingreso total es solo un 3 % y el tiempo de la simulación es notoriamente mayor, no presenta quiebres de stock y su formulación es más sencilla.

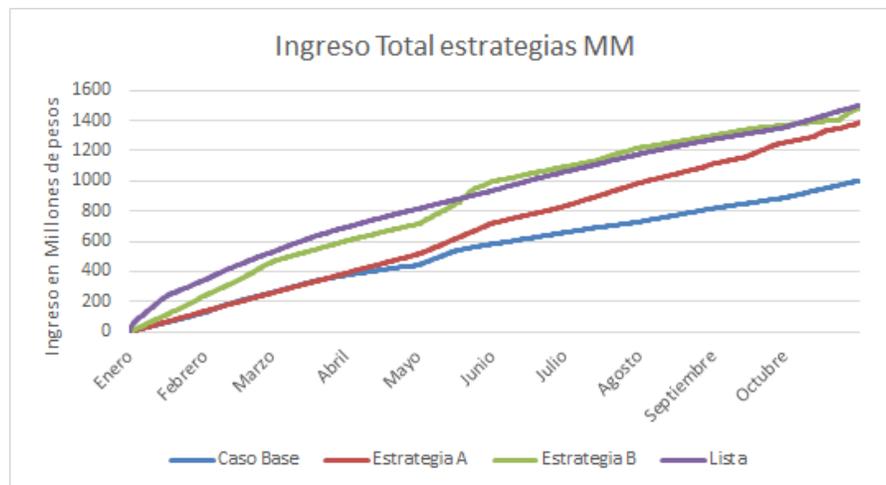


Figura 4.6: Gráfico Ingreso Total Multimedia

Portabilidad

Caso base

Al igual que en Multimedia, se corrieron 10 simulaciones para el Caso Base:

revenue[0]	461.00
revenue[1]	443.53
revenue[2]	434.13
revenue[3]	431.35
revenue[4]	461.13
revenue[5]	441.06
revenue[6]	423.06
revenue[7]	459.78
revenue[8]	437.29
revenue[9]	457.83
Promedio Ingreso/llegada:	445.02
DesviacionEstandar Ingreso/llegada:	13.99
Intervalo de Confianza Ingreso/llegada:	(436.34 ; 453.69)

Cuadro 4.19: Portabilidad: Resultado Caso Base

Estrategia A

Para definir la correcta cantidad de recálculos, se muestra el resultado de 10 simulaciones en el cuadro 4.20 incluyendo *Penalty Function*, dado que no es posible incorporar adaptabilidad sin agregar penalización. Además se agrega el ingreso total pues como se vio en la sección de Multimedia, es necesario analizar tanto el ingreso por llegada como el total.

Cantidad de recálculos	I.C ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio	I.C Ing.Total [\$/]	Prom. Ing. Total [\$/]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(2,416.62 ; 2,663.95)	2,540.29	(298,037,140.22 ; 328,377,417.79)	313,207,279.01	(1.62 ; 2.39)
5	(1945.3 ; 2795.77)	2,370.54	(292,812,199.84 ; 330,261,446.17)	311,536,823.01	(-2.17 ; 22.96)
10	(497.9 ; 858.84)	678.37	(301,121,695.19 ; 376,812,888.46)	338,967,291.82	(5.74 ; 7.96)

Cuadro 4.20: Portabilidad: Resultado Estrategia A con *Penalty Function*

La opción que obtiene un mayor ingreso por llegada corresponde a realizar 1 recálculo, pero si se observa, 10 recálculos logran un mayor intervalo de confianza para el ingreso total. La razón de ello es que con más recálculos se logra mayor adaptabilidad, observado en la figura 4.7, en donde existen cambios abruptos después de empezar algunos meses. También se ve que el modelo no adaptativo solo puede planificar hasta el comienzo del cuarto mes, en cambio el adaptativo logra mantener un surtido hasta el noveno y además logra mejores resultados totales. Los tiempos de simulación son bajos para las tres opciones, por lo que no afectan la decisión. Finalmente, sumando lo expuesto, se opta por elegir los 10 recálculos.

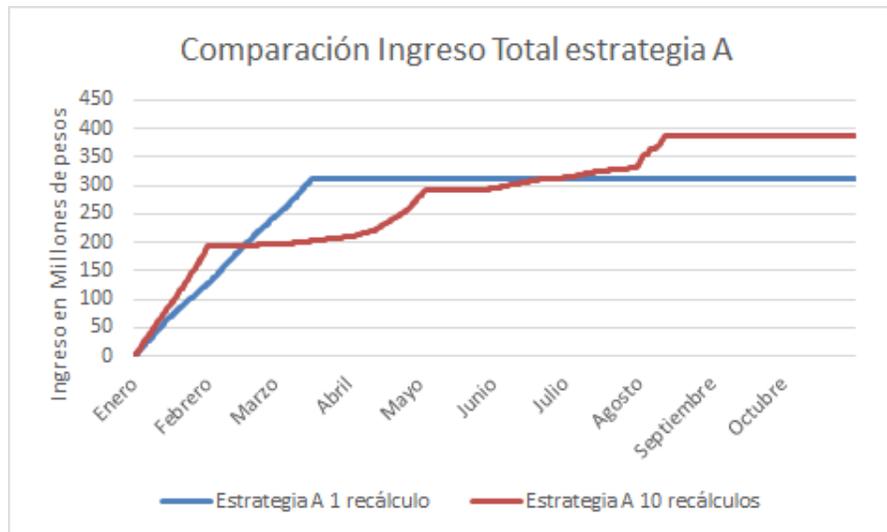


Figura 4.7: Gráfico Ingreso Total Estrategia A, efecto recálculos

Estrategia B

La información referida a este caso se encuentra en el cuadro 4.21, la cual muestra que realizar 5 recálculos lleva a un mejor resultado por llegada, pero si se observa nuevamente el total se cumple la tendencia observada en la estrategia anterior. Por lo tanto se elige ejecutar 10 recálculos.

Cantidad de recálculos	I.C ingreso/llegada [\$/llegada]	Promedio	I.C Ing. Total [€]	Prom. Ing. Total [€]	Intervalo de confianza tiempo [min]
1	(4,267.86 ; 5,888.13)	5,078.00	(317,468,851.00 ; 400,895,253.00)	359,182,052.00	(3.42 ; 8.68)
5	(5,149.77 ; 7,084.81)	6,117.29	(342,953,430.23 ; 413,769,895.77)	378,361,663.00	(10.54 ; 25.74)
10	(4,597.19 ; 7,050.24)	5,823.72	(360,034,570.87 ; 427,394,931.13)	393,714,751.00	(10.22 ; 12.34)

Cuadro 4.21: Portabilidad: Resultado Estrategia B con *Penalty Function*

Síntesis

Se expone el resultado realizando 10 recálculos para la estrategia A y B, y se comparan con el *Caso Base* y la *ListaOrdenada* explicada en la síntesis de Multimedia. La información reflejada en el cuadro 4.22, muestra que la Estrategia B logra un mayor ingreso total e ingreso por llegada. Los quiebres de stock mantienen las misma tendencia que en Multimedia, un gran número de quiebres en el *Caso Base* y muy pocos en las estrategias A y B -representan un 0.02% y 0.07% de los quiebres del *Caso Base*-, la explicación de estas tendencias es exactamente la misma que la descrita en Multimedia.

Para complementar este análisis se muestra gráficamente el ingreso total en la figura 4.8, en donde se puede observar que la lista tiene una forma logarítmica, esto se debe a que a partir del mes de febrero solo van quedando los peores productos y su atractivo es tan bajo que la probabilidad de no comprar aumenta continuamente, tanto así que al final termina bordeando el 99%, y por esto es que logra un menor desempeño. Esto no pasa con Multimedia pues al tener un stock inicial de 1749 por equipo -frente a 532 de Portabilidad- logra tener el stock necesario. Para determina si se tiene o no lo necesario se puede realizar una estimación realizando un cálculo simple: $Stock\ Necesario = \frac{TiempoTotal * \lambda * 0,07}{Cantidad\ de\ equipos}$. El cual da 1741.09 para MM y 2760.64 para Portabilidad, al compararlo con los 1749 y 532 de stock inicial respectivamente, se concluye que a grandes rasgos el primero si tiene el stock necesario y el segundo no, pues solo tiene un 19% de lo que debería tener. Con respecto a la estrategia B, esta se estanca al principio de Junio, esto se debe a que en ese momento la suma de todos los stocks es tan baja -cercano al 0.54% del stock inicial- que no se puede planificar y la simulación se detiene. En síntesis, con la estrategia B se logra un mejor resultado y en un menor tiempo, llevando a una mejora esperada del ingreso total frente al *Caso Base* del 21%.

	P.F.	Recalc.	Prom. Ing./lleg [S]	I.C Ing./lleg [S]	Prom. Ing. Total [S]	I.C Ing. Total [S]	I.C Tiempo [min]	Prom. Quiebres
<i>Caso Base</i>	-	-	445.02	(436.34 ; 453.69)	313.263.076.00	(303.205.036.00 ; 323.321.116.00)	-	39.440
A	si	10	678.37	(497.9 ; 858.84)	338.967.291.82	(301.121.695.19 ; 376.812.888.46)	(5.74 ; 7.96)	48
B	si	10	5.823.72	(4597.19 ; 7050.24)	393.714.751.00	(360.034.570.87 ; 427.394.931.13)	(10.22 ; 12.34)	107
Lista	-	-	5.046.71	(4100.24 ; 5993.17)	380.123.345.00	(373.844.477.16 ; 386.402.212.84)	(5.02 ; 6.98)	0

Cuadro 4.22: Síntesis Port con ListaOrdenada

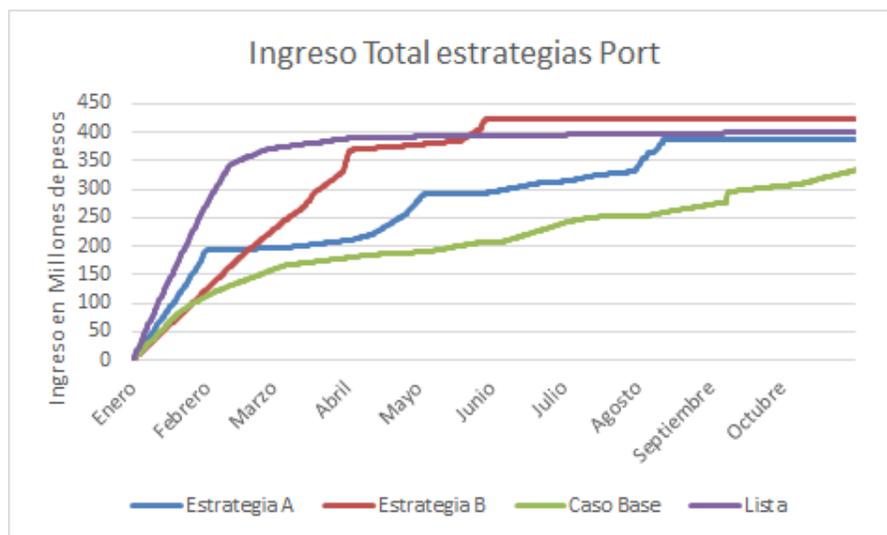


Figura 4.8: Gráfico Ingreso Total Portabilidad

Conclusión

La estrategia utilizada actualmente por la empresa -*Caso Base*- fue replicada y modelada, permitiendo medir las consecuencias de mantener el surtido estático, asociadas a bajos ingresos y una mayor cantidad de quiebres de stock. El *Caso Base* fue replicado satisfactoriamente, pese a que hay varios procesos que no se pudieron modelar por que no han sido definidos claramente por la empresa - En caso de quiebre de stock: ¿Mantener un producto en promoción o cambiarlo? ¿Por cuál otro producto realizar el cambio?, etc-, pero considerando que todo modelo es una representación aproximada de la realidad, se concluye lo antes mencionado.

Además del *Caso Base*, se generaron tres estrategias: A, B y *Lista Ordenada*, las primeras dos utilizan el mismo algoritmo, pero se diferencian en que la segunda no se limita a usar el universo de productos definidos por la empresa, sino que considera todas las combinaciones de planes y equipos posibles. La tercera estrategia consiste en ordenar todos los productos posibles considerando la multiplicación del atractivo por la rentabilidad y mostrar los mejores productos hasta que se acabe su stock. La *Lista Ordenada* nace para comparar las dos estrategias propuestas con una creación de implementación simple que no necesite optimizar.

Para comparar las estrategias, se utilizaron datos reales de una importante empresa de telecomunicaciones, la cual presenta dos tipos de promociones: Multimedia y Portabilidad. Cabe mencionar la importancia de implementar la metodología en un caso real, pues surgieron problemáticas que nunca habrían aparecido en un caso ficticio o de menor magnitud. Tales problemáticas fueron resueltas al logaritmizar variables, limitar la cantidad de columnas en el algoritmo de generación de columnas, considerar el tiempo de ejecución, entre otras. Se concluyó formalmente que existe una mejor forma de determinar el surtido que lo realizado actualmente y esta estrategia corresponde a la *Lista Ordenada* para Multimedia y la estrategia B para Portabilidad. Si se compara con la forma actual de determinar el surtido se tiene una mejora en el ingreso total del 46 % y 21 %, y una disminución en los quiebres de un 99.73 % y 100 % respectivamente.

El principal hallazgo es que la estrategia a implementar, y por ende la necesidad de optimizar, depende en gran medida de la cantidad de stock, por ello se creó una fórmula para calcular si se tiene la cantidad necesaria. Se sugiere usar la *Lista Ordenada* cuando se tiene más del valor estimado, pues logra mejores resultados y es más simple de implementar. Pero si la cantidad es menor, entonces es necesario optimizar, y en cuyo caso, la mejor opción es utilizar la estrategia B. Si se utiliza la *Lista Ordenada* cuando hay poco stock la calidad del surtido baja considerablemente a medida que los productos de mayor atractivo se van

acabando, lo que produce una disminución drástica en la probabilidad de compra. Otro punto importante es que para que las estrategias de optimización funcionen correctamente con la incorporación de un horizonte rodante, es necesario penalizar a partir del stock, de forma que el subproblema de generación de columnas se vaya adaptando y no muestre siempre las mismas opciones. En suma, se determinó una mejor estrategia para los productos promocionados en la página *web*, que considera el stock en la planificación, es implementable y aumenta el ingreso total obtenido considerando todo horizonte de planificación.

Es importante mencionar que ambas estrategias sugeridas si bien aumentan los ingresos esperados, también aumentan los costos de operación. Pero no hay que olvidar que al implementar tales estrategias se agregan beneficios no cuantificables, pues se cambia el enfoque que tienen los tomadores de decisión, desde una discusión subjetiva a una más formal. Si existen diferentes opiniones con respecto al atractivo de un producto se pueden enfocar en los ponderadores de los atributos, y la importancia que le da cada persona a tales atributos. Otro beneficio es que al tener una estrategia más formal pueden compararse resultados, incluir métricas como cantidad de quiebres, ingreso por llegada, ingreso total, etc y realizar simulaciones en pro de un mayor conocimiento del efecto que tienen algunas decisiones, como nivel de stock, cantidad de productos a ofrecer, etc. Finalmente este enfoque también permite ir aprendiendo de los cambios en las tendencias de compra al comparar los resultados de regresiones MNL alimentadas por ventas pasadas y actuales.

Este trabajo puede extenderse en varias aristas, la de mayor importancia es mejorar la capacidad de pronóstico de la función de demanda, ya sea alimentando la regresión con otro set de datos y/o utilizando un modelo del comportamiento del consumidor diferente. Para el primer caso se recomienda evaluar continuamente los datos utilizados para no perder el contacto con el comportamiento real de los consumidores. Por su parte, si se desea utilizar otro modelo, es importante considerar los cambios en la formulación e implementación que implica, específicamente en el subproblema de generación de columnas. También sería interesante utilizar una aplicación en la que se pueda conocer la identidad de los clientes, para así incorporar segmentos y que cada uno tenga un surtido específico.

El trabajo se limitó a ser un elemento de estudio para determinar la existencia de una mejor estrategia de surtido, sin considerar la etapa de implementación. La ventaja de iniciar esta etapa es que surgen situaciones que no están dentro de lo planificado, además es posible modificar los *inputs* a medida que avanza el tiempo, y así representar de mejor manera los cambios en el comportamiento de los clientes. Por lo tanto, el paso apropiado a seguir es probar la estrategia propuesta para cada tipo de promoción bajo circunstancias reales -no confundir con datos reales-. Por último, también sería enriquecedor incorporar a la formulación los datos del área de abastecimiento de equipos, y así cambiar el enfoque del stock de ser un *input* a ser una variable. La idea principal sería calcular la cantidad óptima de stock, pero para ello es necesario conocer los costos de los equipos y que el área de *E-commerce* participe en las negociaciones de compra de equipos a nivel compañía.

Bibliografía

- [1] Richard Bellman. The theory of dynamic programming. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 60(6):503–515, 11 1954.
- [2] Katia Campo, Els Gijsbrechts, and Patricia Nisol. Towards understanding consumer response to stock-outs. *Journal of Retailing*, 76(2):219–242, 2000.
- [3] Usama Fayyad, Gregory Piatetsky-Shapiro, and Padhraic Smyth. From data mining to knowledge discovery in databases. *AI magazine*, 17(3):37, 1996.
- [4] C Forastero, LI Zamora, D Guirado, and AM Lallena. A monte carlo tool to simulate breast cancer screening programmes. *Physics in medicine and biology*, 55(17):5213, 2010.
- [5] Guillermo Gallego, Garud Iyengar, Robert Phillips, and Abha Dubey. Managing flexible products on a network. Technical report, IEOR Department, Columbia University, Stanford University, School of Operations Research and Industrial Engineering, Cornell University, 2004.
- [6] Guillermo Gallego and Garrett van Ryzin. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science*, 40(8):999–1020, 1994.
- [7] Negin Golrezaei, Hamid Nazerzadeh, and Paat Rusmevichientong. Real-time optimization of personalized assortments. *Management Science*, 60(6):1532–1551, 2014.
- [8] Kevin L. Keller. Conceptualizing, measuring, and managing customer-based brand equity. *The Journal of Marketing*, 57(1), 1993.
- [9] Jong Hyun Kim. Metodología de estimacion de demanda para equipos de ciclo de vida corta en la industria de las comunicaciones. *Memoria para optar al titulo de Ingeniero Civil Industrial, Universidad de Chile*, 2013.
- [10] Qian Liu and Garrett van Ryzin. On the choice-based linear programming model for network revenue management. *Manufacturing & Service Operations Management*, 10(2):288–310, 2008.
- [11] Juan José Miranda Bront, Isabel Méndez-Díaz, and Gustavo J. Vulcano. A column generation algorithm for choice-based network revenue management. *Operations Research*, 57(3):769–784, 2009.

- [12] Samik Raychaudhuri. Introduction to monte carlo simulation. In *Simulation Conference, 2008. WSC 2008. Winter*, pages 91–100. IEEE, 2008.
- [13] Denis Saure. Programación dinámica estocástica. *Apuntes curso IN3702 Investigación de Operaciones, Material Docente, U-cursos, Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.*, 2003.
- [14] Suresh Sethi and Gerhard Sorger. A theory of rolling horizon decision making. *Annals of Operations Research*, 29(1):387–415, 1991.
- [15] Kalyan Talluri and Garrett Van Ryzin. An analysis of bid-price controls for network revenue management. *Management Science*, 44(11-part-1):1577–1593, 1998.
- [16] Kalyan Talluri and Garrett Van Ryzin. A randomized linear programming method for computing network bid prices. *Transportation Science*, 33(2):207–216, 1999.
- [17] Kalyan Talluri and Garrett van Ryzin. Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior. *Management Science*, 50(1):15–33, 2004.
- [18] Kalyan T. Talluri and Garrett John van Ryzin. *The theory and practice of revenue management*. International series in operations research & management science. Springer, New York, 2005. Nouveau tirage 14 décembre 2005: ajout d’errata pp. 713-715.
- [19] Kenneth Train. *Discrete Choice Methods with Simulation*. Number emetr2 in Online economics textbooks. SUNY-Oswego, Department of Economics, December 2003.
- [20] Rüdiger Wirth. Crisp-dm: Towards a standard process model for data mining. In *Proceedings of the Fourth International Conference on the Practical Application of Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 29–39, 2000.

Anexos

Requisitos para optar a portabilidad.

- Ser titular de la línea a portar.
- No contar con otra solicitud de portabilidad en trámite.
- No tener menos de 2 meses desde la última portación.
- No tener el servicio suspendido por deuda, mandato judicial, declaración de insolvencia o por uso indebido del servicio.
- No estar dado de baja más de 30 días.
- No tener deuda vencida con el Operador Actual.
- Presentar Solicitud de Portabilidad suscrita por el titular del servicio o por un apoderado.

Multimedia										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
765_QAD	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
783_QAA	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
794_QGB	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
797_QAA	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
804_QAA	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
805_QAD	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
805_QGB	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
817_B97	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
817_QGK	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
818_QAA	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
820_QAA	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
822_B97	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
822_QGK	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
823_QAA	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
825_VW7	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1
828_VP1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
828_VW7	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
831_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
831_VO9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
831_VP1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
831_VW7	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
839_QAA	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
841_VO9	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
841_VP1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
841_VW7	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
846_QAA	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
848_VO9	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
848_VW7	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
849_QGK	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
850_VW7	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
851_QGK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
853_QGB	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
855_VW7	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
856_VW7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
862_QGB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
865_VW7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
866_QGK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
867_VW7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
869_VO9	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
869_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
870_QGK	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
877_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
879_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Cuadro 4.23: Productos por mes Multimedia [De vuelta a 4.2.1]

Portabilidad										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
809_RW1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
809_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
809_VW3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
809_VW4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
809_VW9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
819_RW1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
819_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
819_VW4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
820_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
825_RW1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
825_VW3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
825_VW4	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
825_VW9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
828_VW3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
828_VW4	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
830_RW1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
830_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
830_VW3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
830_VW4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
832_RW1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
832_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
835_RW1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
835_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
835_VW4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
836_RW1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1
836_VH4	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
836_VW3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
836_VW4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
841_RW1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
841_VW2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
841_VW3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
841_VW4	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
848_VW2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
850_VW3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
854_RW1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
855_RW1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
855_VW3	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
855_VW4	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
862_VW3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
865_VW3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
874_VW3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
881_VW3	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1

Cuadro 4.24: Productos por mes Portabilidad [De vuelta a 4.2.1]

Multimedia										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
765_QAD	69	0	0	0	0	0	0	0	0	0
783_QAA	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
794_QGB	0	0	0	0	0	14	15	17	4	20
797_QAA	18	8	2	0	0	0	0	0	0	0
804_QAA	0	14	3	0	0	0	0	0	0	0
805_QAD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
805_QGB	0	0	9	4	10	3	1	0	0	0
817_B97	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
817_QGK	0	0	1	0	5	4	1	0	0	0
818_QAA	27	13	0	0	0	0	0	0	0	0
820_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
822_B97	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
822_QGK	0	0	231	429	367	151	187	180	101	93
823_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
825_VW7	0	10	5	4	0	0	0	0	0	0
828_VP1	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
828_VW7	0	2	6	1	0	0	0	0	0	0
831_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
831_VO9	6	7	1	0	0	0	0	0	0	0
831_VP1	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
831_VW7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
839_QAA	37	54	9	0	0	0	0	0	0	0
841_VO9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
841_VP1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
841_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
846_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
848_VO9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
848_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
849_QGK	0	0	0	0	1	6	6	3	0	2
850_VW7	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
851_QGK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
853_QGB	0	0	0	0	0	4	6	9	9	0
855_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
856_VW7	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
862_QGB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
865_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
866_QGK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16
867_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
869_VO9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
869_VW7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
870_QGK	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
877_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
879_QAA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro 4.25: Compras por mes Multimedia [De vuelta a 4.2.1]

Portabilidad										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
809_RW1	0	0	24	20	7	0	0	0	0	0
809_VH4	53	23	0	0	0	0	0	0	0	0
809_VW3	0	23	26	11	11	0	0	0	0	23
809_VW4	0	17	23	14	9	0	0	0	0	0
809_VW9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
819_RW1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
819_VH4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
819_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
820_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
825_RW1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
825_VW3	0	39	55	83	99	42	21	58	4	0
825_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
825_VW9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
828_VW3	0	69	121	71	68	0	0	0	0	0
828_VW4	0	3	5	3	1	0	0	0	0	0
830_RW1	0	0	2	2	1	0	0	0	0	0
830_VH4	19	5	0	0	0	0	0	0	0	0
830_VW3	0	2	1	2	2	0	3	1	0	0
830_VW4	0	1	3	1	1	0	0	0	0	0
832_RW1	0	0	7	13	4	0	0	0	0	0
832_VH4	6	15	0	0	0	0	0	0	0	0
835_RW1	0	0	4	2	0	0	0	0	0	0
835_VH4	10	5	0	0	0	0	0	0	0	0
835_VW4	0	2	5	3	1	0	0	0	0	0
836_RW1	0	0	4	3	1	0	0	0	0	0
836_VH4	16	7	0	0	0	0	0	0	0	0
836_VW3	0	0	0	0	0	0	182	102	72	79
836_VW4	0	24	27	8	7	0	0	0	0	0
841_RW1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
841_VW2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
841_VW3	0	0	0	0	0	3	4	0	0	0
841_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
848_VW2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
850_VW3	0	0	0	0	0	1	8	4	35	12
854_RW1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
855_RW1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
855_VW3	0	0	0	0	0	9	11	8	1	1
855_VW4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
862_VW3	0	0	0	0	0	0	0	8	49	111
865_VW3	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0
874_VW3	0	0	0	0	0	0	0	0	71	0
881_VW3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro 4.26: Compras por mes Portabilidad [De vuelta a 4.2.1]

Mes	Días	Segundos
Enero	31	2,678,400
Febrero	28	2,419,200
Marzo	31	2,678,400
Abril	30	2,592,000
Mayo	31	2,678,400
Junio	30	2,592,000
Julio	31	2,678,400
Agosto	31	2,678,400
Septiembre	30	2,592,000
Octubre	31	2,678,400

Cuadro 4.27: Periodo de estudio [De vuelta a 4.2.2]

Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
765_QAD	1.81									1.81
783_QAA	1.30									
794_QGB					2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
797_QAA	1.59	1.59	1.59	1.59						1.59
804_QAA		1.59	1.59	1.59	1.59	1.59	1.59			1.59
805_QAD	1.56									1.56
805_QGB		1.56	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56			
817_B97	0.98	0.98								0.98
817_QGK			1.66	1.66	1.66	1.66	1.66			
818_QAA	1.63	1.63	1.63	1.63						1.63
820_QAA					0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	
822_B97	1.49	1.49								1.49
822_QGK			2.54	2.54	2.54	2.54	2.54	2.54	2.54	2.54
823_QAA					1.37	1.37	1.37			
825_VW7		1.60	1.60	1.60		1.60	1.60	1.60	1.60	1.60
828_VP1	1.53									1.53
828_VW7		1.50	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50			
831_QAA										1.51
831_VO9	1.50	1.50	1.50	1.50						1.50
831_VP1	1.42									1.42
831_VW7		1.42	1.42	1.42						
839_QAA	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75
841_VO9					1.15	1.15	1.15	1.15	1.15	1.15
841_VP1	0.44									0.44
841_VW7		0.64	0.64	0.64						
846_QAA								0.81	0.81	
848_VO9		1.18	1.18	1.18	1.18	1.18	1.18			
848_VW7		0.30	0.30	0.30						
849_QGK					1.78	1.78	1.78	1.78	1.78	1.78
850_VW7					1.44	1.44	1.44			
851_QGK										1.95
853_QGB						1.94	1.94	1.94	1.94	
855_VW7					0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
856_VW7					1.60					
862_QGB										0.12
865_VW7								1.51	1.51	1.51
866_QGK										2.15
867_VW7								1.57	1.57	1.57
869_VO9								0.66	0.66	
869_VW7										0.38
870_QGK								1.56	1.56	
877_QAA										1.58
879_QAA										0.03
V0	225.88	248.63	271.57	271.57	282.51	308.23	308.23	252.56	252.56	494.31
%	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
V0 promedio 291.60										

Cuadro 4.28: Valor de no comprar Multimedia [De vuelta a 4.4.1]

Eid_Peod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
809_RW1			2.45	2.45	2.45					2.45
809_VH4	2.45	2.45								
809_VW3	2.61	2.61	2.61	2.61	2.61					2.61
809_VW4	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89					1.89
809_VW9									2.50	2.50
819_RW1			1.15	1.15	1.15					1.15
819_VH4	1.15	1.15								
819_VW4	1.57	1.57	1.57	1.57	1.57					1.57
820_VW4										1.51
825_RW1						0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
825_VW3	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95
825_VW4						1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
825_VW9									1.09	1.09
828_VW3	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02					4.02
828_VW4	2.04	2.04	2.04	2.04	2.04					2.04
830_RW1			0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11	0.11
830_VH4	0.11	0.11								
830_VW3	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
830_VW4	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
832_RW1			0.31	0.31	0.31					0.31
832_VH4	0.31	0.31								
835_RW1			1.84	1.84	1.84	1.84	1.84			1.84
835_VH4	1.84	1.84								
835_VW4	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43	1.43			1.43
836_RW1			0.91	0.91	0.91	0.91	0.91			0.91
836_VH4	0.91	0.91								
836_VW3						1.28	1.28	1.28	1.28	1.28
836_VW4	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
841_RW1						1.62	1.62			
841_VW2					1.56					
841_VW3						2.77	2.77	2.77	2.77	2.77
841_VW4						2.06	2.06	2.06	2.06	2.06
848_VW2					0.43					
850_VW3						1.67	1.67	1.67	1.67	1.67
854_RW1								0.25	0.25	0.25
855_RW1						1.41	1.41			
855_VW3						4.03	4.03	4.03	4.03	4.03
855_VW4						1.80	1.80	1.80	1.80	1.80
862_VW3								0.27	0.27	0.27
865_VW3								1.25	1.25	
874_VW3									0.53	
881_VW3	0.74	0.74	0.74	0.74	0.74					0.74
V0	321.94	321.94	321.94	321.94	348.41	349.77	349.77	277.42	332.20	607.01
%	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93	0.93
V0 promedio 355.23										

Cuadro 4.29: Valor de no comprar Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]

ID	Número	NOMBRE	CAPACIDAD	EMARCA_S	ESO_10	EPROCESADOR_IS	EAMAHAMPI_1	EPANTALLA pt gdgd ds _1	EMemoria Internua NUMERO_ _1
1	765	Samsung Galaxy S III (I9300)	1749	0#0#0#0#0#0#1#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4.8	16
2	783	LG Optimus L5 (E612)	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	4
3	794	Samsung Galaxy Note II (N7100)	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	5.5	16
4	797	Sony Xperia M10	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#1	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	3.5	4
5	801	LG Optimus I9	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4.7	4
6	805	Sony Xperia ZL	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#1#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	13	5	16
7	817	Alcatel One Touch M Pop	1749	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	4
8	818	Nokia Lumia 720	1749	0#0#0#0#0#0#1#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#0#0#0#0#0#0#0#0	6,7	4.3	8
9	820	Sony Xperia SP	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#1#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4.6	8
10	822	Nokia Lumia 520	1749	0#0#0#0#0#0#1#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	8
11	823	Samsung Galaxy Fame (S8810L)	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	5	3.5	4
12	823	Motorola Moto X	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#1#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	10	4.7	16
13	828	Samsung Galaxy S4 Mini (I9195)	1749	0#0#0#0#0#0#1#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4.3	8
14	831	Nokia Lumia 925	1749	0#0#0#0#0#0#1#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4.5	16
15	839	Motorola Moto G	1749	0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4.5	16
16	841	Samsung Galaxy Ace 3	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#0#0#1#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	8
17	846	LG Optimus L5 II	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	4
18	848	Nokia Lumia 625	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4.7	8
19	849	LG Optimus L3 II	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#1#0#0#0#0#0#0#0	1#0#0#0#0#0#0#0#0	3,2	3.2	4
20	850	Sony Xperia Z1 Compact	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	20,7	4.3	16
21	851	Alcatel One Touch Pop C5	1749	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#1#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4.5	4
22	853	Samsung Galaxy Mega (I9150)	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#0#0#1#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	5,8	8
23	855	Nokia Lumia 1320	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	6	8
24	856	Motorola Moto X Bamboo	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	10	4,7	16
25	862	Samsung Galaxy Grand 2 (G7105)	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	5,25	8
26	865	LG G2 Mini	1749	0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	13	4,7	8
27	866	Motorola Moto E	1749	0#0#0#0#0#1#0#0#0	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4,3	4
28	867	Sony Xperia T2 Ultra	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	13	6	8
29	869	Sony Xperia M2	1749	0#0#0#0#0#0#0#0#1	0#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4,8	8
30	870	Alcatel One Touch Pop C1	1749	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#1#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	2	3,5	4
31	877	Alcatel One Touch Idol 2 Mini S	1749	1#0#0#0#0#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	8	4,3	4
32	879	Samsung Galaxy Ace 4 LTE	1749	0#0#0#0#0#0#0#1#0	0#0#0#0#0#0#1#0#0#0#0	0#0#0#0#0#0#0#0#0	5	4	4

Cuadro 4.30: Equipos Multimedia [De vuelta a 4.2.2]

Multimedia													
ID	Cod	NOMBRE	PTIPO_3	PTECNOLOGIA_2	PUmbralNavegación[MIB]_1	PMinutosToPoDestino[min]_1	FSMSToPoDestino_2	PVelocidadDespues:MezclarUmbral[kbps]_1	PvalorMintoAdicionalTrasEquipo_1				
1	QAD	MM 3,5 GB tecnología 3G (QAD)	0#/1#0	1#0	8.184513753	6.311734809	1#0	64	4.304065093				
2	QAA	MM 2 GB tecnología 3G (QAA)	0#/1#0	1#0	7.625107148	5.802118375	1#0	32	4.382026635				
3	QGB	MM 3,5 GB tecnología 3G	0#/1#0	1#0	8.184513753	6.478509642	1#0	64	4.304065093				
4	B97	MM Control 200 Tecnología 3G (B97)	1#0#0	1#0	7.625107148	5.303304908	0#/1	32	4.290439441				
5	QGK	MM Control 225 Tecnología 3G	1#0#0	1#0	6.932447892	5.420534699	0#/1	32	4.000443011				
6	VW7	MM 3,5 GB tecnología 4G	0#/1#0	0#1	8.184513753	6.478509642	1#0	64	4.304065093				
7	VP1	MM 3,5 GB tecnología 4G (VP1)	0#/1#0	0#1	8.184513753	6.311734809	1#0	64	4.304065093				
8	VO9	MM 2 GB Tecnología 4G (VO9)	0#/1#0	0#1	7.625107148	5.802118375	1#0	32	4.382026635				
Portabilidad													
ID	Cod	NOMBRE	PTIPO_3	PTECNOLOGIA_2	PUmbralNavegación[MIB]_1	PMinutosToPoDestino[min]_1	FSMSToPoDestino_2	PVelocidadDespues:MezclarUmbral[kbps]_1	PvalorMintoAdicionalTrasEquipo_1				
1	RW1	MM 6,5 GB PORT 4G (RW1)	0#/0#1	0#1	8.803421212	7.170888479	1#0	1.812913337	4.189654742				
2	VH4	MM 6,5 GB PORT 4G (VH4)	0#/0#1	0#1	8.803421212	6.803505258	1#0	1.812913337	4.189654742				
3	VW3	MM 3,5 GB PORT 4G (LN2)	0#/0#1	0#1	8.184513753	6.478509642	1#0	1.812913337	4.304065093				
4	VW4	MM 5 GB PORT 4G (LN2)	0#/0#1	0#1	8.541105011	6.908754779	1#0	1.812913337	4.234106505				
5	VW9	MM 2 GB Portabilidad Tecnología 4G	0#/0#1	0#1	7.625107148	6.11146734	1#0	1.51851394	4.382026635				
6	VW2	MM 2 GB Portabilidad Tecnología 4G MCM	0#/0#1	0#1	7.625107148	6.11146734	1#0	1.51851394	4.382026635				

Cuadro 4.32: Planes Portabilidad y Multimedia [De vuelta a 4.2.2]

Equipo/Producto	765_QAD	783_QAA	791_QCB	797_QAA	801_QAA	805_QAD	805_QCB	817_B97	817_QCK	818_QAA	820_QAA	822_B97	822_QCK	823_QAA	825_VW7	828_VP1	828_VW7	831_QAA	831_V09	831_VP1	831_VW7
765	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
783	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
791	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
797	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
801	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
805	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
817	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
818	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
820	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
821	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
822	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
823	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
825	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
828	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
831	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
833	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
841	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
846	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
848	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
849	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
850	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
851	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
853	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
855	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
856	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
862	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
865	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
867	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
869	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
870	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
871	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
879	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
880	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
881	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
883	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
885	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
886	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
892	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
895	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
896	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
897	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
898	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
899	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
900	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
901	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
902	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
903	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
904	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
905	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
906	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
907	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
908	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
909	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
910	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
912	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
913	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
914	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
915	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
916	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
917	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
918	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
919	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cuadro 4.34: Matriz de incidencia Multimedia [De vuelta a 4.2.2]

Multiple R-squared: 0.9663, Adjusted R-squared: 0.9356				
F-statistic: 31.52 on 40 and 44 DF, p-value: <2.2e-16				
	Estimate	Std.Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	-1.55E+05	1.02E+05	-1.52	0.13573
Alcatel	-1.91E+04	1.68E+04	-1.138	0.26146
Apple	-2.65E+04	2.80E+04	-0.943	0.35072
BlackBerry	9.12E+02	4.27E+04	0.021	0.98304
LG	-8.76E+03	1.67E+04	-0.523	0.60357
Motorola	-5.16E+03	2.26E+04	-0.228	0.82057
Nokia	-4.86E+03	6.10E+04	-0.08	0.93691
Samsung	-2.69E+04	1.56E+04	-1.72	0.09242
Sony	NA	NA	NA	NA
Android.4.1.Jelly.Bean	-3.60E+04	4.16E+04	-0.865	0.3916
Android.4.2.Jelly.Bean	5.54E+03	3.69E+04	0.15	0.88132
Android.4.3.Jelly.Bean	-3.86E+04	6.45E+04	-0.599	0.55252
Android.4.4.KitKat	-3.09E+04	3.53E+04	-0.875	0.38655
Android.4.0.ICS	-3.00E+04	4.55E+04	-0.661	0.51203
Windows.Phone.8	-2.53E+04	3.47E+04	-0.728	0.47064
iOS.7	NA	NA	NA	NA
BlackBerry.OS.10	NA	NA	NA	NA
Android.4.2.2.Jelly.Bean	NA	NA	NA	NA
Windows.Phone.8.1	NA	NA	NA	NA
EPrecioReferencia	7.86E-01	6.47E-02	12.146	1.20E-15 ***
Procesador.1.GHz	4.71E+04	3.47E+04	1.356	1.82E-01
Procesador.Dual.Core.1.GHz	2.80E+04	3.25E+04	0.862	0.39324
Procesador.Dual.Core.1.3.GHz	1.62E+04	3.21E+04	0.504	0.61656
Procesador.Quad.Core.1.2.GHz	4.25E+04	4.21E+04	1.01	0.31811
Procesador.Quad.Core.1.7.GHz	4.35E+04	2.43E+04	1.79	0.08037
Procesador.800.MHz	2.39E+04	4.17E+04	0.574	0.56919
Procesador.Dual.Core.1.2.GHz	2.74E+04	2.55E+04	1.075	0.28825
Procesador.Dual.Core.1.7.GHz	2.79E+04	2.33E+04	1.196	0.23813
Procesador.Dual.Core.1.5.GHz	2.45E+04	3.16E+04	0.775	0.4426
Procesador.Dual.Core.1.4.GHz	-1.01E+04	3.10E+04	-0.325	0.74704
Procesador.Quad.Core.1.6.GHz	2.95E+04	3.90E+04	0.757	0.45327
Procesador.Quad.Core.1.4.GHz	3.49E+04	3.79E+04	0.921	0.36185
Procesador.Quad.Core.2.2.GHz	-5.86E+03	2.81E+04	-0.208	0.83581
Procesador.Quad.Core.1.5.GHz	9.14E+03	3.03E+04	0.302	0.76445
Procesador.Apple.A6	NA	NA	NA	NA
Procesador.Quad.Core.2.3.GHz	NA	NA	NA	NA
Procesador.Quad.Core.1.9.GHz	1.28E+04	2.12E+04	0.604	0.54887
Procesador.Quad.Core.2.5.GHz	NA	NA	NA	NA
ECamaraNUMERO	5.56E+02	2.57E+03	0.217	0.8295
EPantallaNUMERO	4.88E+03	9.54E+03	0.511	0.61156
EMemoriaInternaNUMERO	-3.88E+02	1.75E+03	-0.222	0.82542
PPrecio	8.13E+00	2.46E+00	3.306	0.00189 **
Libre	-3.70E+04	1.10E+04	-3.362	0.00161 **
Control	-1.27E+04	2.26E+04	-0.561	0.57764
Portabilidad	NA	NA	NA	NA
T3G	3.21E+04	1.24E+04	2.59	0.01298 *
T4G	NA	NA	NA	NA
PUmbralNavegacion	-2.73E+01	1.22E+01	-2.235	0.03054 *
PMinutosTodoDestino	-3.45E+01	2.11E+01	-1.632	0.10972
Ilimitados	NA	NA	NA	NA
M70_pesos_por_SMS	NA	NA	NA	NA
PVelocidadDespuesAlcanzarUmbral	-2.47E+02	3.06E+02	-0.807	0.4239
PvalorMinutoAdicionalTraesEquipo	1.10E+02	8.87E+02	0.124	0.90182

Signif. codes: 0 “***” 0.001 “**” 0.01 “*” 0.05 “.” 0.1 “ ” 1

Cuadro 4.36: Resultado regresión lineal [De vuelta a 4.2.2]

MAE corregido 1.15 %										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
765_QAD	1.4 %									1.5 %
783_QAA	0.2 %									
794_QGB					5.8 %	2.1 %	1.3 %	2.5 %	2.2 %	9.7 %
797_QAA	1.9 %	2.3 %	0.3 %	0.4 %						0.3 %
804_QAA		3.0 %	0.7 %	0.4 %	0.4 %	0.4 %	0.4 %			0.3 %
805_QAD	6.6 %									0.3 %
805_QGB		8.3 %	3.0 %	0.5 %	2.2 %	1.3 %	0.1 %			
817_B97	0.0 %	0.0 %								0.0 %
817_QGK			0.4 %	0.7 %	0.6 %	1.5 %	0.2 %			
818_QAA	4.1 %	1.0 %	0.6 %	0.6 %						0.4 %
820_QAA					0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	
822_B97	1.4 %	4.9 %								0.2 %
822_QGK			8.8 %	2.9 %	6.0 %	2.7 %	0.9 %	0.3 %	0.6 %	5.8 %
823_QAA					0.1 %	0.1 %	0.1 %			
825_VW7		1.9 %	1.4 %	0.4 %		0.4 %	0.4 %	0.5 %	0.5 %	0.4 %
828_VP1	0.0 %									0.2 %
828_VW7		3.1 %	2.0 %	0.0 %	0.2 %	0.2 %	0.2 %			
831_QAA										0.2 %
831_VO9	0.8 %	1.5 %	0.1 %	0.2 %						0.2 %
831_VP1	2.1 %									0.1 %
831_VW7		2.7 %	0.3 %	0.1 %						
839_QAA	3.8 %	20.2 %	2.0 %	1.3 %	1.2 %	1.2 %	1.2 %	1.2 %	1.2 %	1.0 %
841_VO9					0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %
841_VP1	0.0 %									0.0 %
841_VW7		0.0 %	0.0 %	0.0 %						
846_QAA								0.0 %	0.0 %	
848_VO9		0.3 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %			
848_VW7		0.0 %	0.0 %	0.0 %						
849_QGK					1.2 %	1.9 %	1.3 %	0.0 %	1.5 %	0.2 %
850_VW7					0.1 %	0.1 %	0.1 %			
851_QGK										0.0 %
853_QGB						1.7 %	1.1 %	0.4 %	3.9 %	
855_VW7					0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %
856_VW7					0.1 %					
862_QGB										0.0 %
865_VW7								0.2 %	0.6 %	0.2 %
866_QGK										0.5 %
867_VW7								0.4 %	0.4 %	0.4 %
869_VO9								0.0 %	0.0 %	
869_VW7										0.7 %
870_QGK								0.3 %	0.5 %	
877_QAA										0.3 %
879_QAA										0.0 %

Cuadro 4.37: Mean Absolute Error Multimedia [De vuelta a 4.4.1]

MAE corregido 3.64%										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
809_RW1			3.9%	4.6%	0.6%					1.5%
809_VH4	30.2%	11.0%								
809_VW3	9.2%	0.5%	7.6%	11.4%	10.9%					3.8%
809_VW4	0.8%	6.4%	6.2%	4.6%	2.9%					0.5%
809_VW9									0.0%	0.0%
819_RW1			0.0%	0.0%	0.0%					0.0%
819_VH4	0.1%	0.4%								
819_VW4	0.0%	0.0%	0.1%	0.1%	0.1%					0.0%
820_VW4										0.0%
825_RW1						0.1%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%
825_VW3	16.0%	0.5%	10.0%	7.2%	18.8%	55.4%	11.8%	17.9%	8.3%	11.1%
825_VW4						0.2%	0.2%	0.1%	0.1%	0.1%
825_VW9									0.0%	0.0%
828_VW3	18.7%	10.5%	6.8%	2.5%	0.5%					12.9%
828_VW4	0.1%	1.2%	1.4%	1.1%	0.3%					0.1%
830_RW1			0.2%	0.4%	0.0%	0.3%	0.3%	0.2%	0.2%	0.2%
830_VH4	15.9%	0.2%								
830_VW3	1.2%	0.3%	1.8%	1.2%	1.1%	1.6%	0.3%	0.5%	0.7%	0.8%
830_VW4	0.1%	0.3%	0.8%	0.2%	0.3%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%
832_RW1			0.6%	3.8%	0.2%					0.7%
832_VH4	3.3%	2.7%								
835_RW1			0.3%	0.1%	1.0%	0.7%	0.7%			0.4%
835_VH4	4.5%	3.0%								
835_VW4	0.2%	0.6%	1.3%	0.9%	0.1%	0.3%	0.3%			0.1%
836_RW1			0.6%	0.7%	1.5%	1.5%	1.5%			0.8%
836_VH4	5.0%	7.4%								
836_VW3						51.4%	28.1%	21.6%	5.6%	7.8%
836_VW4	5.9%	4.2%	1.5%	6.9%	7.0%	7.7%	7.7%	5.2%	3.7%	4.1%
841_RW1						0.0%	0.0%			
841_VW2					0.0%					
841_VW3						4.5%	0.8%	0.7%	0.5%	0.5%
841_VW4						0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%
848_VW2					0.0%					
850_VW3						7.6%	5.9%	4.1%	10.1%	0.4%
854_RW1								0.0%	0.0%	0.0%
855_RW1						0.0%	0.0%			
855_VW3						11.7%	0.1%	1.3%	1.8%	2.0%
855_VW4						0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
862_VW3								27.5%	2.0%	24.1%
865_VW3								2.3%	1.7%	
874_VW3									0.0%	
881_VW3	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%					0.0%

Cuadro 4.38: Mean Absolute Error Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]

MAPE corregido 46.28 %										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
765_QAD	3.9%									
783_QAA	22.4%									
794_QGB						26.9%	19.1%	30.3%	64.5%	66.8%
797_QAA	19.8%	31.2%	41.9%							
804_QAA		23.2%	60.4%							
805_QAD										
805_QGB			89.0%	59.4%	86.6%	79.7%	27.9%			
817_B97										
817_QGK			95.7%		47.2%	70.1%	42.1%			
818_QAA	28.3%	8.3%								
820_QAA										
822_B97	27.1%									
822_QGK			10.3%	3.0%	6.3%	3.2%	1.1%	0.3%	0.7%	8.7%
823_QAA										
825_VW7		20.6%	73.3%	45.5%						
828_VP1	0.4%									
828_VW7		169.5%	90.1%	2.6%						
831_QAA										
831_VO9	24.4%	22.4%	39.9%							
831_VP1	49.2%									
831_VW7			67.3%							
839_QAA	19.4%	40.5%	60.5%							
841_VO9										
841_VP1										
841_VW7										
846_QAA										
848_VO9										
848_VW7										
849_QGK					476.9%	56.4%	48.3%	1.0%		15.2%
850_VW7					49.8%					
851_QGK										0.0%
853_QGB						75.5%	38.8%	9.6%	49.8%	
855_VW7										
856_VW7					10.0%					
862_QGB										
865_VW7									73.8%	
866_QGK										4.5%
867_VW7										58.9%
869_VO9										
869_VW7										100.0%
870_QGK									62.9%	
877_QAA										
879_QAA										

Cuadro 4.39: Mean Absolute Percentage Error Multimedia [De vuelta a 4.4.1]

MAPE corregido 96.84%										
Eid_Pcod	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
809_RW1			50.3%	54.1%	17.7%					
809_VH4	59.3%	113.0%								
809_VW3		5.4%	89.4%	244.1%	209.1%					37.4%
809_VW4		89.4%	82.3%	77.7%	68.8%					
809_VW9										
819_RW1										
819_VH4		85.4%								
819_VW4										
820_VW4										
825_RW1										
825_VW3		2.9%	55.9%	20.6%	40.2%	72.5%	128.6%	55.8%	498.0%	
825_VW4										
825_VW9										
828_VW3		35.9%	17.3%	8.3%	1.6%					
828_VW4		91.5%	88.4%	85.2%	60.0%					
830_RW1			32.8%	48.3%	7.1%					
830_VH4	87.2%	10.4%								
830_VW3		41.2%	539.3%	145.7%	120.8%		19.4%	91.1%		
830_VW4		73.1%	79.7%	53.1%	57.9%					
832_RW1			25.8%	69.3%	10.3%					
832_VH4	56.6%	42.2%								
835_RW1			26.6%	12.9%						
835_VH4	46.9%	141.2%								
835_VW4		75.7%	78.0%	71.8%	24.1%					
836_RW1			48.8%	52.5%	311.0%					
836_VH4	32.7%	249.0%								
836_VW3							35.3%	38.4%	18.5%	22.2%
836_VW4		41.8%	17.1%	203.9%	212.0%					
841_RW1										
841_VW2										
841_VW3						82.2%	44.5%			
841_VW4										
848_VW2										
850_VW3						415.4%	168.3%	186.3%	69.5%	6.7%
854_RW1										
855_RW1										
855_VW3						71.4%	2.6%	28.5%	433.9%	459.4%
855_VW4										
862_VW3								621.2%	9.9%	49.2%
865_VW3									51.7%	
874_VW3									0.0%	
881_VW3										

Cuadro 4.40: Mean Absolute Percentage Error Portabilidad [De vuelta a 4.4.1]