



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**IMPACTO DE LA GEOMETRÍA DE LA CAVIDAD EN EL HUNDIMIENTO DE LA  
COLUMNA**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS**

**CRISTÓBAL ANDRÉS CÁRCAMO BERNT**

**PROFESOR GUIA**

**JAVIER VALLEJOS MASSA**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN**

**JAIME CHACÓN FERNÁNDEZ**

**MARCELO VARGAS VERGARA**

SANTIAGO

2016

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil de Minas  
**POR:** Cristóbal Andrés Cárcamo Bernt  
**FECHA:** 02/01/2016  
**PROFESOR GUÍA:** Javier Vallejos Massa

## **IMPACTO DE LA GEOMETRÍA DE LA CAVIDAD EN EL HUNDIMIENTO DE LA COLUMNA**

Existen en la actualidad diversos estudios empíricos que definen los anchos basales mínimos para inducir el hundimiento de la columna según la calidad del macizo rocoso. Sin embargo, muchos de ellos han perdido validez debido a que se realizaron para bajas alturas, bajo régimen de esfuerzos y mala calidad de roca en comparación a los escenarios en los que se encuentra la minería de hoy, siendo la minería por hundimiento la que se posiciona como el método por excelencia para la extracción de yacimientos cada vez más resistentes, más masivos y de menores leyes.

En este nuevo escenario, una de las principales necesidades productivas es la necesidad de hundir mayores alturas de columna, objetivo cada vez más complejo de lograr debido a los mayores confinamientos y calidades de roca de los yacimientos modernos.

Para entender mejor esta problemática se usa el modelamiento numérico, herramienta computacional que mejora año a año y ayuda a entender fenómenos geomecánicos sin la necesidad de ensayos reales. En particular, el software *Abaqus* muestra ser una gran herramienta computacional para modelar casos conceptuales y reales de la minería actual.

Utilizando estas dos herramientas (empíricas y numéricas), es que se construyen modelos numéricos conceptuales con el fin de entender el impacto que provoca la geometría de la cavidad: el concepto de radio hidráulico basal y la geometría del cave-back, en el régimen de esfuerzos y la altura de columna máxima posible a hundir.

La metodología consiste, para determinados radios hidráulicos, geometrías del cave-back y calidades de roca (MRMR), en construir modelos para diferentes razones de ancho y altura de la cavidad con el fin de entender el comportamiento de los esfuerzos principales y las condiciones de hundimiento para cada caso y luego definir las alturas máximas alcanzadas para los distintos escenarios. El mejor criterio encontrado para establecer estas condiciones fue el de la razón de los esfuerzos principales  $S_1/S_3$  en función de la razón de altura y ancho  $h/B$  de la cavidad.

Los resultados muestran, como se esperaba, que a mayores radios hidráulicos y menores valores de MRMR las alturas de columna alcanzadas serán mayores. Sumado a esto, se observa que una geometría más plana de la zona del cave-back provoca una disminución de la magnitud de los esfuerzos principales, en particular del esfuerzo principal menor  $S_3$  registrando mayores alturas de columna. Es por esto que, para una cavidad de RH y calidad del macizo fija, un cambio en la geometría del cave-back (y valores de los esfuerzos principales en su superficie para tal condición) provocará un aumento importante en las alturas de roca alcanzadas y por ende una mejora en la producción.

*“No tenemos nada que temer del futuro, a menos que olvidemos la manera en que el Señor nos ha conducido, y lo que nos ha enseñado en nuestra historia pasada.” Ellen G. White*

## Agradecimientos

Gracias a todos los que me quieren, me acompañan, y desean seguir haciéndolo.

Gracias al Dios que no me dejó solo, incluso en los momentos más duros.

Gracias a mi esposa Paula, mi bonita, quien ha sido mi compañera durante los días felices y los más tristes. Te amo y siempre te voy a amar.

Gracias a quien fuera mi madre y reina de mi vida, Sara Bernt, quien me amo, cuidó, guió y deseó quizás más que nadie leer esto, pero que el sueño de la muerte llevo a descansar. Algún día no muy lejano, podré personalmente, darle las gracias a mi amada madre.

Gracias a mi padre y hermanos, preocupados de mi bienestar y felicidad, se han reído conmigo, y abrazado cuando lloramos. Gracias por su compañía invaluable.

Gracias a toda mi familia quien me da su cariño y apoyo, tanto moral como monetario. A mis tías, tíos, abuelita y primos, gracias por todos esos domingos en familia.

Gracias a mi profesor guía Javier Vallejos quien me permitió trabajar con él y adquirir una gran experiencia. También gracias a toda la oficina 201 del amtc, gracias por toda su amistad.

Gracias a mis suegros Yoly y Juan y a mis cuñadas Carla y Fernanda, nunca imagine sentirme tan querido por ustedes, me incluyeron como uno más de su familia y eso fue de tremendo aliento para mi vida.

Gracias amigos por hacerme reír y permitirme vivir su amistad, a los de la iglesia por apoyarme y a los de la universidad por darme su tiempo y alegrías. Cada uno, aunque no lo nombre, sabrá que me refiero a él o ella en estas palabras, pero de manera especial menciono a mis amigos Milenko, Natalia, Daniel, Jaime, Azurina y Marcela. Fueron un regalo de Dios a mi vida.

Gracias especiales a Alfredo Lucas, quien me orientó y dio ánimo en el proceso académico, sin él no sería ingeniero de esta escuela.

Gracias a mi profesor de matemáticas del colegio, Cesar Paineño, quien me enseñó a amar las matemáticas y provocó un cambio total de mi rendimiento en la asignatura. Gran parte de haber entrado a esta escuela fue gracias a usted profesor. Siga inspirando a más alumnos como lo hizo conmigo.

Gracias de manera especial a las primeras personas que me ofrecieron su amistad en la universidad, Fabián y Andrea, quienes estudiaron conmigo y me permitieron compartir, aunque breves, enormes momentos.

A todos infinitas gracias, que lo que me han dado, Dios se los devuelva en abundancia.

## Tabla de contenido

1. Introducción .....	1
1.1. Motivación.....	1
1.2. Objetivos.....	1
1.2.1. Objetivo general.....	1
1.2.2. Objetivos específicos .....	1
1.3. Alcances.....	1
2. Antecedentes .....	2
2.1. Métodos por hundimiento.....	2
2.2. Mecanismos de propagación por hundimiento.....	4
2.4. Modelamiento numérico.....	12
2.4.2. Elementos finitos .....	13
3. Metodología .....	16
3.1. Definición de parámetros.....	16
3.2. Definición de casos a modelar.....	16
3.3. Construcción de modelos numéricos .....	17
4. Análisis de resultados.....	21
4.1. Caso $n=2$ .....	23
4.2. Caso $n=4$ .....	26
4.3. Caso $n=6$ .....	30
4.4. Efecto geometría de la cavidad.....	33
5. Conclusiones y recomendaciones.....	36
6. Bibliografía.....	38
7. Anexos.....	39

## Índice de Ilustraciones

Ilustración 1: Clasificación de métodos de explotación (Brady & Brown, 2004).....	2
Ilustración 2: Esquema panel caving .....	3
Ilustración 3: Modelo conceptual de propagación del hundimiento (modificada de Duplancic and Brady, 1999) (obtenida de GMT, 2015). .....	4
Ilustración 4: Evolución del cave-back y el mecanismos de propagación del hundimiento (modificada de Flores, 2005). (Obtenida de GMT, 2015). .....	5
Ilustración 5: Variación de la condición de esfuerzos en la periferia de la cavidad (según los resultados que presenta Morrison ,1976 en base a un análisis elástico). .....	7
Ilustración 6: Guía empírica para cuantificar el mecanismo de propagación del hundimiento (Moss et al., 1998). .....	8
Ilustración 7: Ábaco de Laubscher para definir el radio hidráulico requerido para el inicio del hundimiento en un macizo rocoso de un MRMR dado, donde se muestra la curva típica de El Teniente (AKL, 2001). .....	9
Ilustración 8: Gráfico de estabilidad para definir el radio hidráulico requerido para el inicio del hundimiento en un macizo rocoso de un número de estabilidad N dado (Mawlesdey, 2002). .....	10
Ilustración 9: Tendencia de la altura de columna de roca mineralizada a ser explotadas por métodos de hundimiento.....	11
Ilustración 10: Relación empírica entre el ancho menor del área basal socavada la altura de columna de roca mineralizada y la condición de conexión a superficie (Flores & Karzulovic, 2002). .....	11
Ilustración 11: Gráfico empírico para determinar la altura de colapso en función del número de estabilidad y el radio hidráulico del área basal socavada (Mawlesdey, 2002). .....	12
Ilustración 12: Desarrollo del método de elementos finitos (Brady 2004) .....	14
Ilustración 13: Ejemplo Abaqus, vista isométrica y en corte de cavidad .....	15
Ilustración 14: Geometría del modelo a construir .....	19
Ilustración 15: Variación de la altura de la cavidad para $RH=50$ , $n=2$ y algunos de los $h/b$ considerados .....	19
Ilustración 16: Ejemplo de cavidades para cada $n$ .....	20
Ilustración 17: Vista en corte cavidad desplegando esfuerzo principal menor $S_3$ .....	21
Ilustración 18: Vista en corte cavidad desplegando esfuerzo principal mayor $S_1$ .....	21
Ilustración 19: Alturas de columna alcanzadas para las distintas geometrías en función del ancho del footprint (Modificada de Flores & Karzulovic, 2002). .....	34
Ilustración 20: Alturas de columna alcanzadas para las distintas geometrías en función del ancho del radio hidráulico (Modificada de Mawlesdey, 2002). .....	35

## Índice de Gráficos

Gráfico 1: Casos a modelar en los gráficos de Laubscher para minería subterránea. (a) Anchos admisibles recomendados para el diseño de caserones en Sub-Level Stopping. (b) Ábaco empírico de hundimiento con la curva típica de El Teniente. ....	17
Gráfico 2: Esfuerzo principal mayor S1 en función de la distancia desde el techo de la cavidad, caso $n=2$ , $h/b=1$ .....	22
Gráfico 3: Esfuerzo principal menor S3 en función de la distancia desde el techo de la cavidad, caso $n=2$ , $h/b=1$ .....	22
Gráfico 4: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=2$ .....	23
Gráfico 5: Esfuerzo deviatórico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=2$ .....	23
Gráfico 6: Esfuerzo principal mayor S1 en función del esfuerzo principal menor S3 para $n=2$ ...	24
Gráfico 7: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para $n=2$ .....	25
Gráfico 8: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para $n=2$ .....	26
Gráfico 9: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=4$ .....	27
Gráfico 10: Esfuerzo deviatórico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=4$ .....	27
Gráfico 11: Esfuerzo principal mayor S1 en función del esfuerzo principal menor S3 para $n=4$ .	28
Gráfico 12: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para $n=4$ .....	29
Gráfico 13: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para $n=4$ .....	29
Gráfico 14: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=6$ .....	30
Gráfico 15: Esfuerzo deviatórico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para $n=6$ .....	30
Gráfico 16: Esfuerzo principal mayor S1 en función del esfuerzo principal menor S3 para $n=6$ .	31
Gráfico 17: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para $n=6$ .....	32
Gráfico 18: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para $n=6$ .....	32
Gráfico 19: Razón de esfuerzos en la cual se estableció hundimiento en función del MRMR ....	33

## Índice de tablas

Tabla 1: Parámetros de los modelos .....	16
Tabla 2: FH de hundimiento .....	17
Tabla 3: Valores de $S1/S3$ asociados al radio hidraulico necesario para el hundimiento según el grafico de laubsher para $n=2$ .....	24
Tabla 4: Valores de $S1/S3$ asociados al radio hidraulico necesario para el hundimiento según el grafico de laubsher para $n=4$ .....	28
Tabla 5: Valores de $S1/S3$ asociados al radio hidraulico necesario para el hundimiento según el grafico de laubsher para $n=6$ .....	31



# 1. Introducción

## 1.1. Motivación

Un aspecto de diseño relevante en una mina explotada por métodos de hundimiento es el área o radio hidráulico basal necesario para inducir el hundimiento de la columna de mineralización primaria. En la actualidad, se utilizan relaciones empíricas y numéricas para realizar esta estimación. Sin embargo, la minería se enfrenta cada vez más a escenarios con yacimientos de mayor profundidad, mejor calidad de roca y con la necesidad de hundir mayores alturas de columna. En el presente estudio se propone el análisis del impacto de la geometría de la cavidad, especialmente de la geometría del cave-back, en la obtención de mayores alturas de columna, en base a modelamiento numérico y en conjunto con herramientas empíricas.

## 1.2. Objetivos

A continuación se presentan los objetivos generales y específicos del trabajo de título.

### 1.2.1. Objetivo general

- Evaluar el impacto de la geometría de la cavidad en las alturas de columna máximas logradas utilizando herramientas empíricas y de modelamiento numérico.

### 1.2.2. Objetivos específicos

- Revisar en la literatura los mecanismos de propagación del hundimiento, alturas de columnas alcanzadas en función de geometrías (radios hidráulicos) en función de la calidad del macizo rocoso.
- Construcción de modelos conceptuales para diferentes geometrías de una cavidad en el software de modelamiento numérico *Abaqus*.
- Establecer las alturas de columna alcanzadas para cada geometría propuesta.
- Determinar la variación de las alturas de columna alcanzadas en función de la geometría de la cavidad.
- Comparar los resultados obtenidos con resultados empíricos en la literatura.

## 1.3. Alcances

- Modelamiento Numérico 3D lineal elástico, esto significa que se consideraron modelos en los que las deformaciones de la roca son proporcionales a los esfuerzos (comportamiento lineal) y que la roca en todo momento tendrá deformaciones elásticas.
- Estudio conceptual.

- Construcción de geometrías mineras en el software de modelamiento numérico *Abaqus*.
- Efectos de infraestructura no considerados.
- Número limitado de casos a modelar.

## 2. Antecedentes

A continuación se presentan los antecedentes necesarios de los métodos por hundimiento, gráficos e información empírica y bases del modelamiento numérico para justificar y realizar la memoria de título.

### 2.1. Métodos por hundimiento

Según Brady & Brown (2004), los métodos de minería subterránea pueden clasificarse según el tipo de soporte que tengan, ya sea natural, artificial o ninguno (métodos por hundimiento) como lo muestra la ilustración 1:

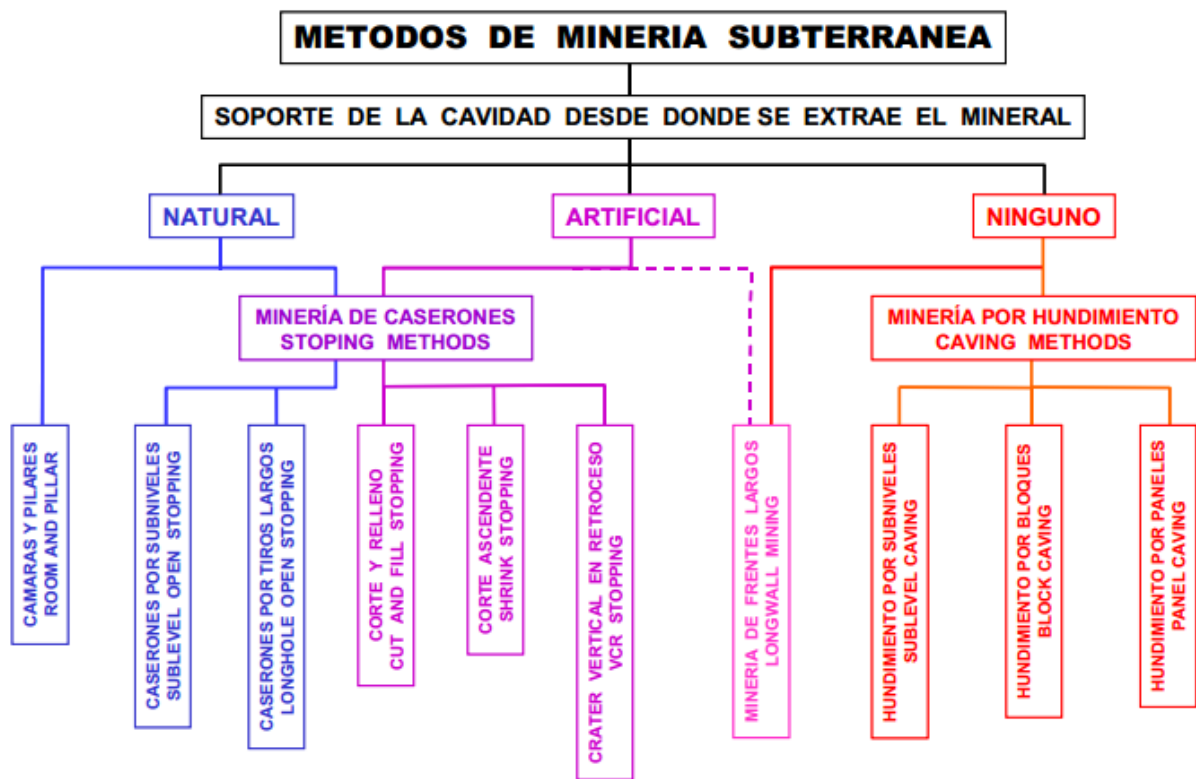


Ilustración 1: Clasificación de métodos de explotación (Brady & Brown, 2004)

Laubscher (1994) define este tercer grupo como todas las operaciones mineras en las cuales la base del cuerpo mineralizado es socavada por medio de operaciones de perforación y tronadura, donde el material se hunde espontáneamente y es recuperado a través de puntos de extracción.

El block y panel caving o hundimiento por bloques o paneles son métodos masivos para roca relativamente incompetente y con una gran cantidad de fracturas. Estas, por acción de fuerzas internas y de la gravedad, dan lugar a fragmentos más pequeños a través del hundimiento ayudando así la extracción y posterior transporte del mineral.

Este método lo constituyen dos niveles principales, el de hundimiento y aproximadamente unos 20 metros más abajo el de producción. El nivel de hundimiento permite realizar un corte basal en el cuerpo mineralizado que posteriormente generará la socavación. Luego, el mineral escurrirá por un sistema de bateas y zanjas al nivel de producción, donde se recolecta para su posterior transporte. Al disminuir la cantidad de roca en la columna se crean inestabilidades que propaga el caving hasta la superficie formando la subsidencia.

En particular, este diseño minero posee los siguientes elementos observables en la ilustración 2:

- Nivel de Hundimiento (UCL)
- Nivel de producción
- Nivel martillos picadores
- Nivel transporte

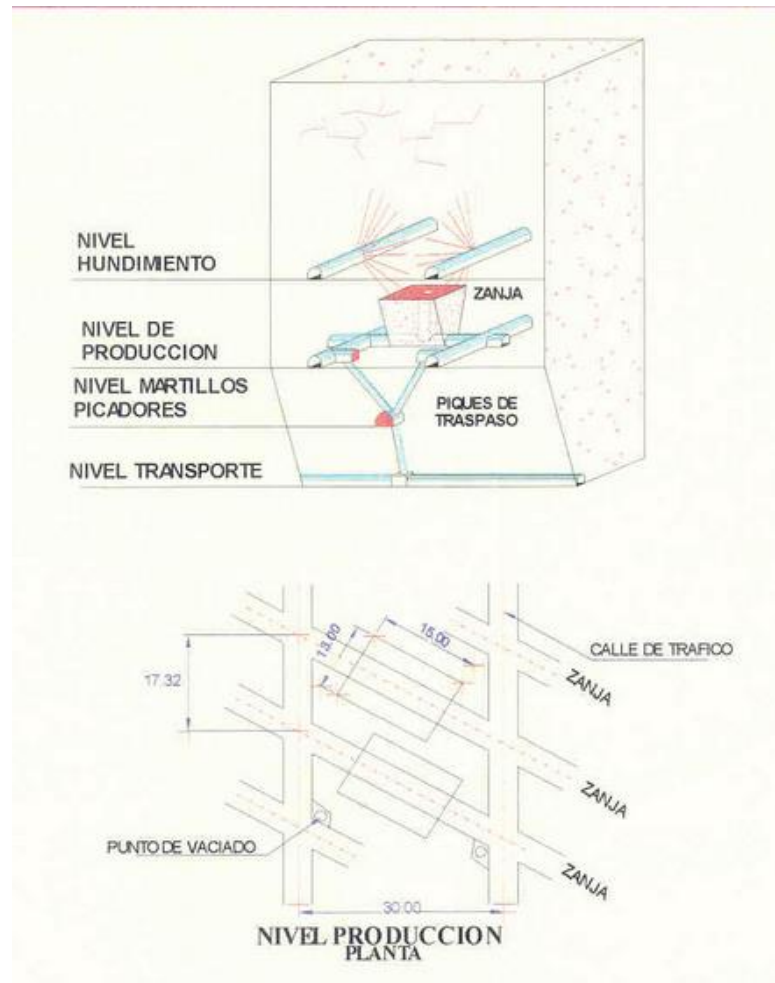


Ilustración 2: Esquema panel caving

La construcción de estos métodos provoca un cambio en el estado de esfuerzos in-situ del macizo rocoso donde los nuevos esfuerzos, los inducidos, poseen magnitud y dirección distinta dependiendo de la forma y tamaño de las excavaciones y de la cercanía a ellas.

## 2.2. Mecanismos de propagación por hundimiento

La ilustración 3 y la ilustración 4 presentan un modelo conceptual de propagación del hundimiento. Se definen 4 zonas:

- Zona elástica: Esta zona presenta un comportamiento lineal-elástico. La condición de esfuerzos es menor al umbral de daño, por tanto el macizo se conserva sin mayores daños.
- Zona sísmica: El macizo rocoso se daña debido al deslizamiento entre discontinuidades existentes y la propagación de nuevas fracturas, provocando actividad sísmica; por tanto, a partir de esta zona, los esfuerzos ya superan el umbral de daño.
- Zona de fluencia: El macizo rocoso se ha dañado de manera importante como resultado de la redistribución de los esfuerzos. Como resultado se produce una pérdida parcial o total de su resistencia en términos de cohesión/tracción.
- Vacío de aire: Zona vacía creada en función de la tasa de extracción, existe solo si el macizo rocoso en la zona de fluencia todavía tiene algo de resistencia en términos de cohesión/tracción y permite la formación de esta zona bajo un área de roca suspendida sobre ella.
- Zona hundida: zona formada por los bloques caídos del “cave-back”. Estos bloques a su vez producen un soporte a las paredes de la cavidad.

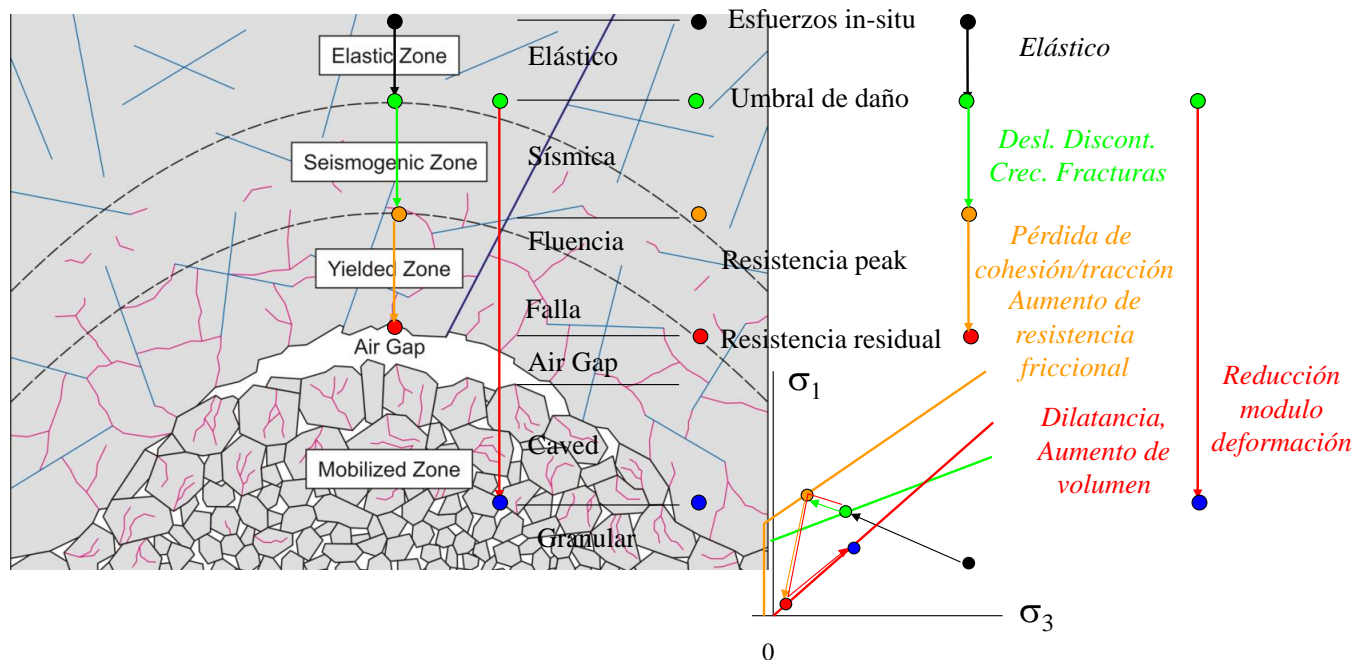
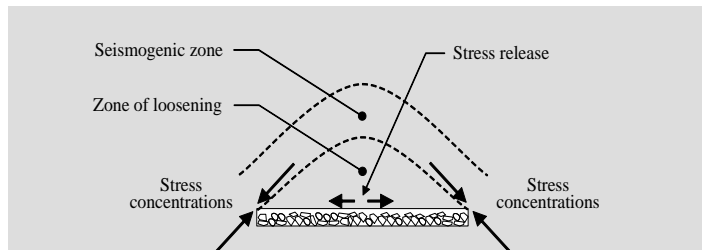


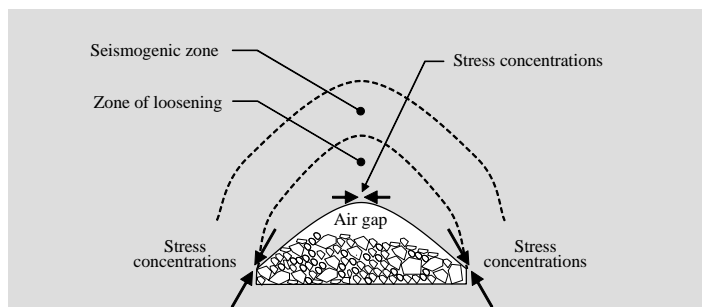
Ilustración 3: Modelo conceptual de propagación del hundimiento (modificada de Duplancic and Brady, 1999) (obtenida de GMT, 2015).

La propagación del hundimiento es explicada por tres mecanismos principales (Brown, 2007)

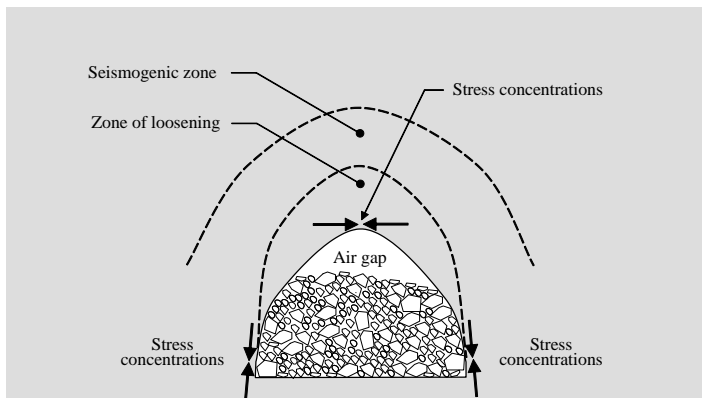
- Gravitacional (gravity caving): Si los esfuerzos confinantes son bajos los bloques del macizo rocoso caen por efecto de la gravedad o deslizan a través de estructuras inclinadas.
- Esfuerzos (stress caving): Se produce principalmente por esfuerzos compresivos. Si los esfuerzos inducidos en el cave-back son altos en comparación a la resistencia del macizo rocoso y la resistencia al corte de las estructuras presentes, puede ocurrir el fracturamiento del macizo rocoso y deslizamiento a través de estructuras.
- Extensión horizontal (subsidence caving): Este mecanismo suele ocurrir cuando existen cavidades mineras adyacentes que han removido el confinamiento lateral de esfuerzos del bloque que será hundido, es decir, cuando el frente de hundimiento avanza desde una zona hundida.



Corte inicial define una excavación tabular la cual induce el hundimiento por efecto viga y el mecanismo es básicamente gravitacional.



La geometría del cave-back de la cavidad comienza a curvarse, aumentando la importancia del mecanismo por esfuerzos.



La propagación adicional del hundimiento aumenta la curvatura del cave-back, predominando el efecto del mecanismo por esfuerzos.

Ilustración 4: Evolución del cave-back y el mecanismos de propagación del hundimiento (modificada de Flores, 2005). (Obtenida de GMT, 2015).

La propagación del hundimiento cambia la forma del techo de la cavidad, curvándolo, produciendo un ascenso del volumen activo y genera una nueva distribución de esfuerzos en el contorno de la cavidad, la cual presenta dos cambios importantes respecto a la condición que se tenía después de la socavación (informe AKL, 2001):

- El esfuerzo en el contorno de la cavidad tiende a hacerse “más compresivo” (i.e. si había tracción su magnitud disminuirá, si había compresión, su magnitud aumentará).
- La concentración de esfuerzos que existía en los extremos de la socavación tiende a disminuir en términos relativos, respecto a la magnitud de los esfuerzos en el techo de la cavidad (i.e. la distribución de esfuerzos en el contorno de la cavidad tiende a ser más uniforme). Estos cambios son importantes porque tienden a dificultar el proceso de quiebre del macizo rocoso, reduciendo la tasa de propagación del caving en la vertical y, quizás peor, aumentando la energía requerida para estos quiebres y, por ende, la sismicidad inducida (lo que puede ser grave en el caso de roca primaria).

Otro aspecto importante en la propagación del hundimiento es el valor de  $k$ . A continuación se presenta la ilustración 5 que muestra el comportamiento de los esfuerzos en el cave-back en función de la razón de los esfuerzos horizontal y vertical ( $k$ ) y que da lineamientos a los resultados esperados:

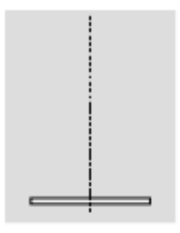
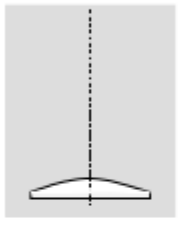
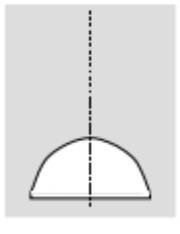
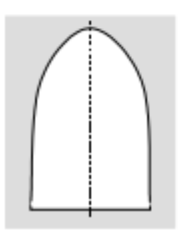
Situación	$h_c/b$	Condición de Esfuerzos	
		Caso $\sigma_H/\sigma_V = 0.33$	Caso $\sigma_H/\sigma_V = 3.00$
	$\leq 0.050$	<p>EN APROXIMADAMENTE EL 70% DEL TECHO DE LA SOCAVACIÓN EN SU PARTE CENTRAL, SE PRODUCEN ESFUERZOS DE TRACCIÓN, CON UNA DISTRIBUCIÓN PRÁCTICAMENTE UNIFORME Y UNA MAGNITUD DEL ORDEN DEL 70% DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO FAVORECE LA RUPTURA O QUIEBRE DEL MACIZO ROCOSO Y LA APERTURA DE LAS ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS.</p> <p>EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN QUE EXCEDEN EN MÁS DE 10 VECES LA MAGNITUD DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO FAVORECE LA RUPTURA POR CORTE DEL MACIZO ROCOSO.</p>	<p>NO SE PRODUCEN ESFUERZOS DE TRACCIÓN EN EL TECHO DE LA SOCAVACIÓN. EN APROXIMADAMENTE EL 70% DE ESTE TECHO, EN SU PARTE CENTRAL, SE PRODUCEN ESFUERZOS DE COMPRESIÓN CON UNA DISTRIBUCIÓN PRÁCTICAMENTE UNIFORME Y UNA MAGNITUD DEL ORDEN DEL 80% DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO DIFICULTA LA RUPTURA O QUIEBRE DEL MACIZO ROCOSO Y LA APERTURA DE LAS ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS.</p> <p>EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN QUE EXCEDEN EN MÁS DE 10 VECES LA MAGNITUD DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO FAVORECE LA RUPTURA POR CORTE DEL MACIZO ROCOSO.</p>
	0.167	<p>EN APROXIMADAMENTE EL 50% DEL TECHO DE LA SOCAVACIÓN EN SU PARTE CENTRAL, SE PRODUCEN ESFUERZOS DE TRACCIÓN, CON UNA DISTRIBUCIÓN PRÁCTICAMENTE UNIFORME Y UNA MAGNITUD DEL ORDEN DEL 40% DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO FAVORECE LA RUPTURA O QUIEBRE DEL MACIZO ROCOSO Y LA APERTURA DE LAS ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS.</p> <p>EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN QUE EXCEDEN EN MÁS DE 5 VECES LA MAGNITUD DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU. ESTO FAVORECE LA RUPTURA POR CORTE DEL MACIZO ROCOSO.</p>	<p>SE PRODUCE UNA DISTRIBUCIÓN CASI UNIFORME DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN A LO LARGO DEL TECHO DE LA CAVIDAD, CON UNA MAGNITUD DEL ORDEN DE 1.3 VECES EL ESFUERZO VERTICAL IN SITU.</p> <p>NO SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD.</p> <p>ESTA CONDICIÓN DIFICULTA LA RUPTURA DEL MACIZO ROCOSO EN EL TECHO DE LA CAVIDAD Y HACE DIFÍCIL QUE EL CAVING SIGA PROPAGÁNDOSE, POR LO QUE LA CAVIDAD TENDRÁ A SER ESTABLE SI NO SE AUMENTA LA EXTENSIÓN BASAL DE LA SOCAVACIÓN.</p>
	0.500	<p>NO SE PRODUCEN TRACCIONES EN EL TECHO DE LA SOCAVACIÓN. LOS ESFUERZOS DE COMPRESIÓN SON MÍNIMOS EN EL CENTRO DEL TECHO, CON UNA MAGNITUD NULA O MUY BAJA, Y MÁXIMOS EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD, DONDE ALCANZAN UNA MAGNITUD DEL ORDEN DE 3 VECES EL ESFUERZO VERTICAL IN SITU.</p> <p>ESTA CONDICIÓN NO FAVORECE LA RUPTURA DEL MACIZO ROCOSO EN EL TECHO DE LA CAVIDAD, Y SOLO PODRÍAN PRODUCIRSE RUPTURAS POR CORTE EN LAS ZONAS EXTREMAS SI Y SOLO SI SE EXCEDE LA RESISTENCIA EN COMPRESIÓN UNIAxIAL DEL MACIZO ROCOSO (EN EL CASO DE ROCA SECUNDARIA ESTA RESISTENCIA PUEDE SER DEL 10% AL 30% DE LA RESISTENCIA DE LA ROCA INTACTA, MIENTRAS QUE EN ROCA PRIMARIA PUEDE ALCANZAR DEL 40% AL 70% DE LA RESISTENCIA DE LA ROCA INTACTA).</p>	<p>NO SE PRODUCEN TRACCIONES EN EL TECHO DE LA CAVIDAD.</p> <p>NO SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD.</p> <p>EN EL CONTORNO DE LA CAVIDAD SE PRODUCE UNA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN QUE ALCANZA UN MÁXIMO, DEL ORDEN DE 3 VECES EL ESFUERZO VERTICAL IN SITU, EN EL CENTRO DEL TECHO Y PRESENTA MÍNIMOS, DE MAGNITUD NULA O MUY BAJA, EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD.</p> <p>ESTA CONDICIÓN NO FAVORECE EL PROGRESO DEL CAVING Y TIENDE A GENERAR UNA CAVIDAD ESTABLE.</p>
	1.500	<p>SE PRODUCE UNA DISTRIBUCIÓN CASI UNIFORME DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN A LO LARGO DEL TECHO DE LA CAVIDAD, CON UNA MAGNITUD DEL ORDEN DE 1.3 VECES EL ESFUERZO VERTICAL IN SITU.</p> <p>NO SE PRODUCEN CONCENTRACIONES DE ESFUERZOS EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD.</p> <p>ESTA CONDICIÓN DIFICULTA LA RUPTURA DEL MACIZO ROCOSO EN EL TECHO DE LA CAVIDAD Y HACE DIFÍCIL QUE EL CAVING SIGA PROPAGÁNDOSE, POR LO QUE LA CAVIDAD TENDRÁ A SER ESTABLE SI NO SE AUMENTA LA EXTENSIÓN BASAL DE LA SOCAVACIÓN.</p>	<p>NO SE PRODUCEN TRACCIONES EN EL TECHO DE LA CAVIDAD, PERO SI EN SUS EXTREMOS.</p> <p>EN EL CONTORNO DE LA CAVIDAD SE PRODUCE UNA DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS DE COMPRESIÓN QUE ALCANZA UN MÁXIMO, DEL ORDEN DE 6 VECES EL ESFUERZO VERTICAL IN SITU, EN EL CENTRO DEL TECHO Y PRESENTA MÍNIMOS, CON TRACCIONES DEL ORDEN DEL 50% DE LA MAGNITUD DEL ESFUERZO VERTICAL IN SITU, EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD.</p> <p>ESTA CONDICIÓN NO FAVORECE EL PROGRESO DEL CAVING, PERO SI FAVORECE LA OCURRENCIA DE RUPTURAS POR TRACCIÓN EN LOS EXTREMOS DE LA CAVIDAD Y/O POR CORTE EN LA PARTE CENTRAL DEL TECHO.</p>

Ilustración 5: Variación de la condición de esfuerzos en la periferia de la cavidad (según los resultados que presenta Morrison, 1976 en base a un análisis elástico).

### 2.3. Herramientas empíricas para la propagación del hundimiento

Los modelos empíricos que describen la hundibilidad del macizo son determinados en base a la calidad del mismo, estructuras presentes, condición de esfuerzos, dimensiones de la excavación y casos históricos recolectados.

La ilustración 6 muestra los diferentes mecanismos de propagación del hundimiento en función de la razón del máximo esfuerzo tangencial inducido en el cave-back y el UCS (resistencia a la compresión uniaxial del macizo). De aquí se extrae como la condición de esfuerzos afecta el mecanismo de propagación del hundimiento.

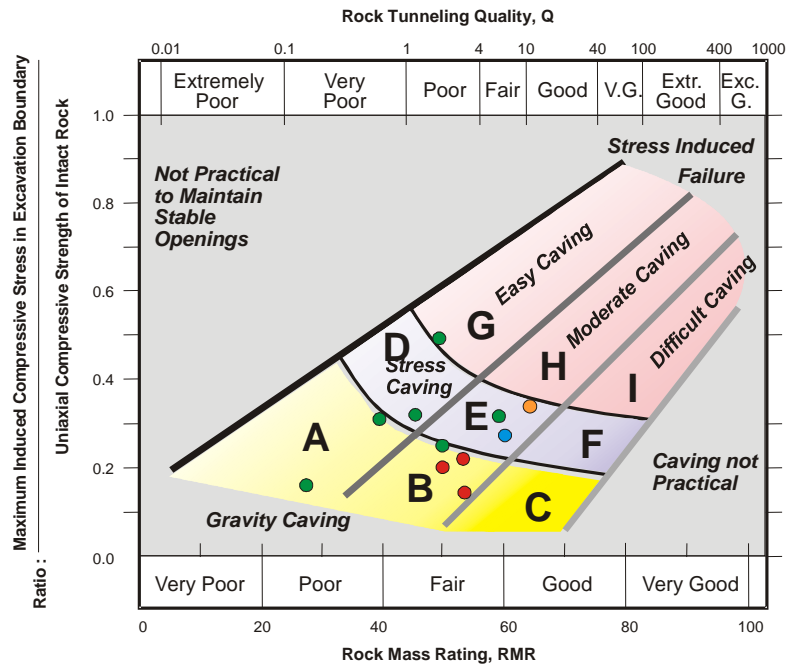
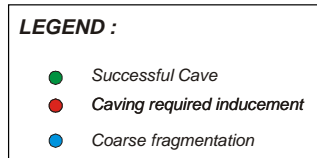


Ilustración 6: Guía empírica para cuantificar el mecanismo de propagación del hundimiento (Moss et al., 1998).

Desde 1980, el gráfico de caving de Laubscher ha sido el método más utilizado internacionalmente para predecir hundibilidad en minas de block y panel caving. Al ser desarrollado en base a yacimientos débiles y masivos es aquí donde existe la mejor correlación. Este método consiste en definir hundibilidad según la calidad del macizo rocoso MRMR (Laubscher, 1975) y el radio hidráulico del área basal socavada. La hundibilidad se clasifica según tres zonas: estable, transición y hundimiento. Algunas de las desventajas de este método son el bajo número de casos, especialmente de macizos de buena calidad. Sumado a esto, las guías para determinar los factores de ajuste no son muy completas, arriesgando errores importantes para usuarios con poca experiencia.

De igual forma, Mawdesley (2002) recolecta casos históricos y adapta para la estimación de hundimiento el gráfico propuesto originalmente por Mathews (1981) y Potvin (1988) para la estabilidad de caserones explotados mediante Sub Level Stopping. Este método consiste en definir hundibilidad según el número de estabilidad N y el radio hidráulico del área basal socavada (ilustración 8). En comparación al modelo de Laubscher, este tiene un mayor número de casos (con macizos de mejor calidad) y establece una guía mucho más detallada para la determinación de los factores de ajuste. Sin embargo, es una técnica relativamente nueva y necesita un mayor número de casos en la zona de transición y hundimiento para así aumentar la confiabilidad.



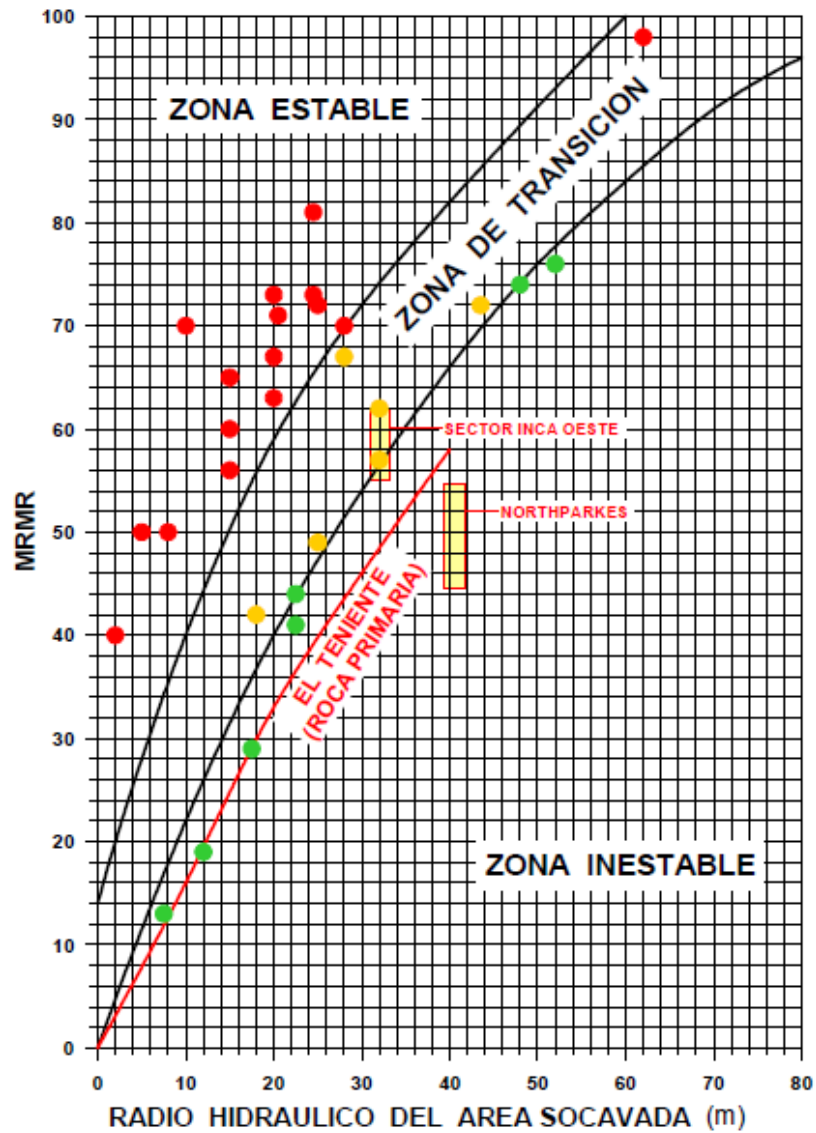


Ilustración 7: Ábaco de Laubscher para definir el radio hidráulico requerido para el inicio del hundimiento en un macizo rocoso de un MRMR dado, donde se muestra la curva típica de El Teniente (AKL, 2001).

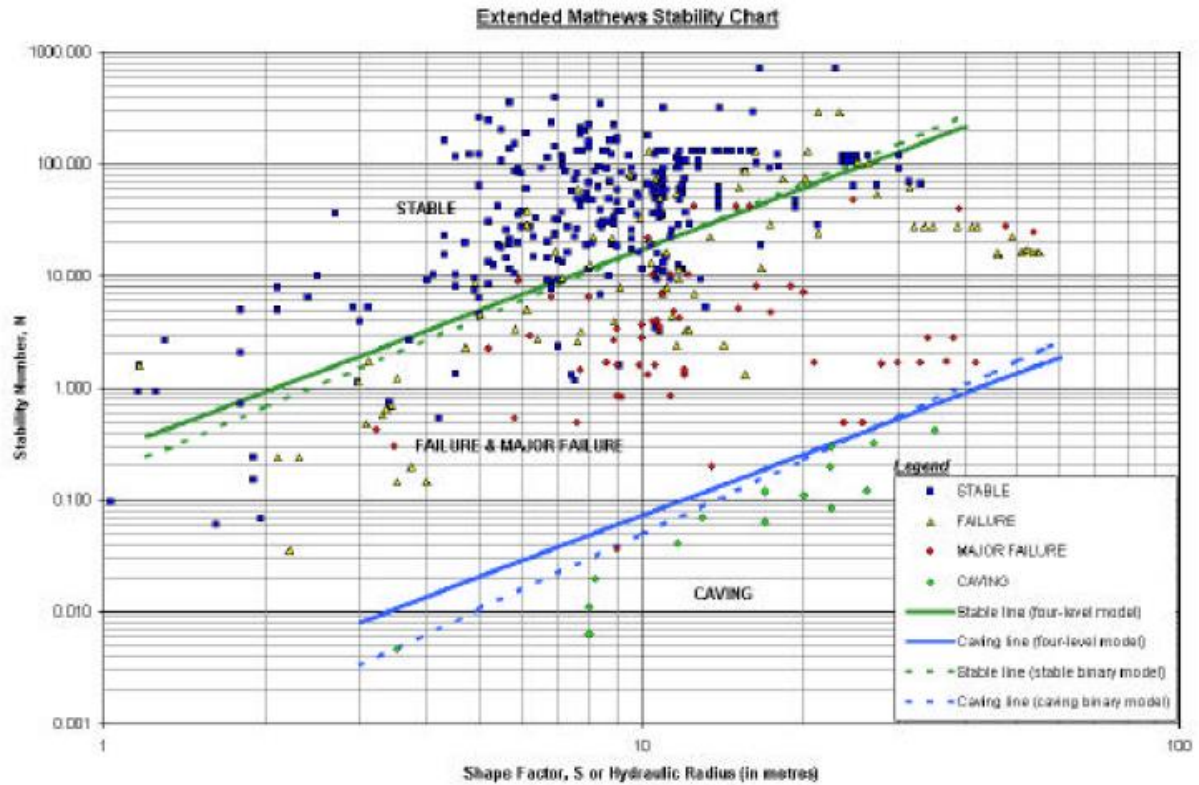


Ilustración 8: Gráfico de estabilidad para definir el radio hidráulico requerido para el inicio del hundimiento en un macizo rocoso de un número de estabilidad  $N$  dado (Mawlesdey, 2002).

Con relación a la altura de columna de roca mineralizada a ser socavada por métodos de hundimiento, esta ha ido en aumento en los últimos 50 años, desde alturas del rango de 50 a 100 m a alturas entre los 150 a 300 m (ilustración 9), haciendo notar la creciente necesidad de hundir mayores alturas de columna con el paso de los años. La ilustración 10 muestra la relación entre la altura de la columna sólida mineralizada a hundir, el ancho del área basal socavada y la condición de conexión a superficie. Se observa que es posible hundir una columna de bloque hasta dos veces el ancho del footprint ( $B$ ). La mayoría de los casos son para una relación de altura y base de la cavidad de  $h/B \leq 1$ . Estos casos históricos serán utilizados para la verificación de los resultados del modelamiento numérico.

La ilustración 11 presenta un gráfico empírico para determinar la altura de colapso dado por la condición del macizo rocoso y el radio hidráulico del área basal socavada. Según esta figura se observa que a medida que  $N$  aumenta (mejora la calidad del macizo) se necesita aumentar de manera potencial el radio hidráulico del área basal socavada. Adicionalmente, a medida que aumenta el radio hidráulico la altura de columna que es posible hundir aumenta de manera no lineal.

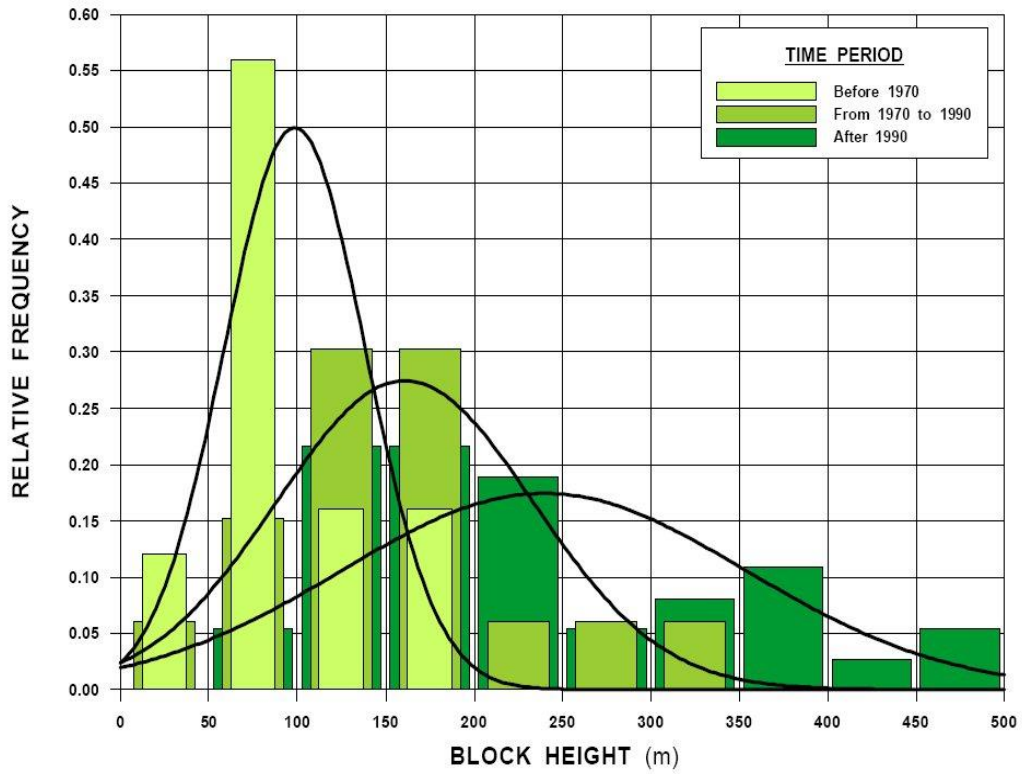


Ilustración 9: Tendencia de la altura de columna de roca mineralizada a ser explotadas por métodos de hundimiento.

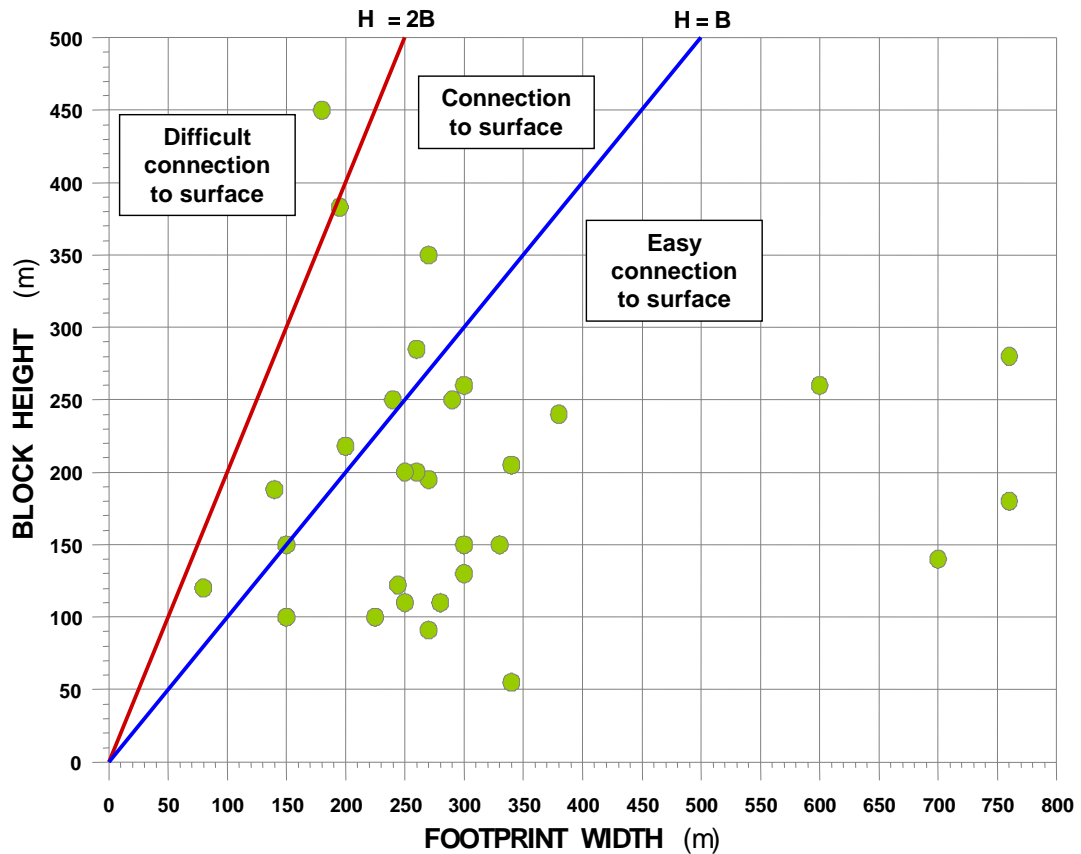


Ilustración 10: Relación empírica entre el ancho menor del área basal socavada la altura de columna de roca mineralizada y la condición de conexión a superficie (Flores & Karzulovic, 2002).

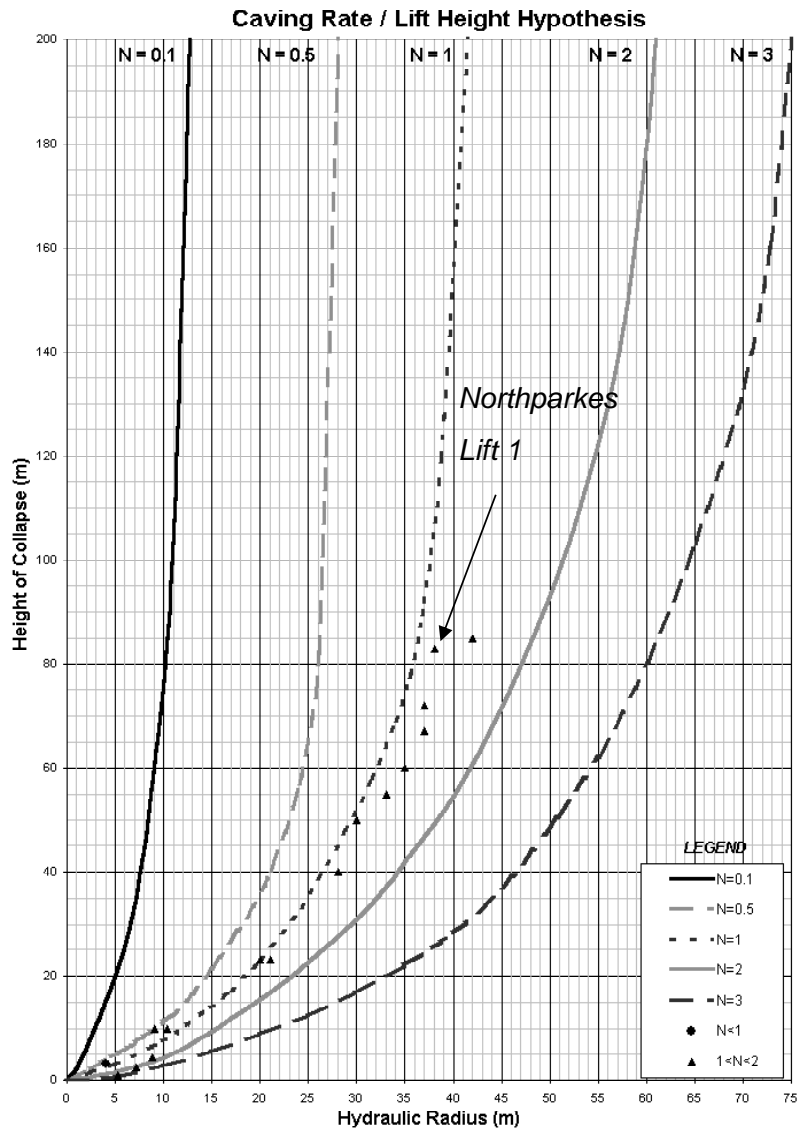


Ilustración 11: Gráfico empírico para determinar la altura de colapso en función del número de estabilidad y el radio hidráulico del área basal socavada (Mawlesdey, 2002).

## 2.4. Modelamiento numérico

La geomecánica busca entender el comportamiento del macizo rocoso. Esto se realiza mediante métodos empíricos, analíticos y mediante modelamiento numérico. Este último método ha encontrado gran aceptación los últimos años debido al ahorro de recursos que significa con respecto a modelos reales y a los enormes avances en tiempo de procesamiento de CPU. Los métodos numéricos son representaciones físico-matemáticas simplificadas de la realidad, por lo que utiliza los *inputs* entregados por el usuario para analizar la situación modelada y complementar conocimientos con los resultados que entrega (Bull 2003). Esta herramienta permite obtener mejores resultados que los métodos empíricos, permitiendo mejorar las decisiones ingenieriles utilizadas en etapas de diseño (Barbour and Krahn 2004).

Jing (2003) presenta los métodos numéricos más aplicados en mecánica de rocas como se presenta a continuación:

- Métodos continuos: Diferencias finitas (FDM), elementos finitos (FEM) y elementos de borde (BEM).
- Métodos discontinuos: Elementos discretos (DEM), redes de fracturas discretas (DFN).
- Métodos híbridos: FEM/BEM, FEM/DEM, entre otros.

Los métodos continuos separan el medio en estudio en un número finito de sub-dominios descritos matemáticamente con un número finito de grados de libertad. Por otro lado, los discontinuos describen la interacción entre bloques o partículas permitiendo un comportamiento general como dominios deformables o elásticos (Jing 2003).

#### 2.4.1. Herramientas numéricas para la estimación del hundimiento

A pesar de existir casos donde se haya obtenido una buena correlación entre los resultados del modelamiento numérico y mediciones obtenidas en terreno, aún no existe una metodología completamente validada y aceptada por la industria para el modelamiento de la propagación del hundimiento (GMT, 2015).

#### 2.4.2. Elementos finitos

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. Por tanto, las soluciones solo serán exactas en los nodos y en el resto del espacio se determinan en base a una interpolación de los nodos vecinos.

Se requiere de tres etapas para llevar a cabo el cálculo para este método (Bathe 2006):

- Pre-proceso: Se define la geometría, propiedades de los materiales, condiciones de borde y la malla de nodos a utilizar.
- Cálculo: Se generan un sistema de N ecuaciones y N incógnitas que son resueltas por el *software* que se implemente.

- Post-proceso: Se utilizan las soluciones exactas para los nodos en el cálculo para obtener soluciones aproximadas en todo el dominio del problema modelado. Brady (2004) explica mediante la ilustración 12 los pasos:

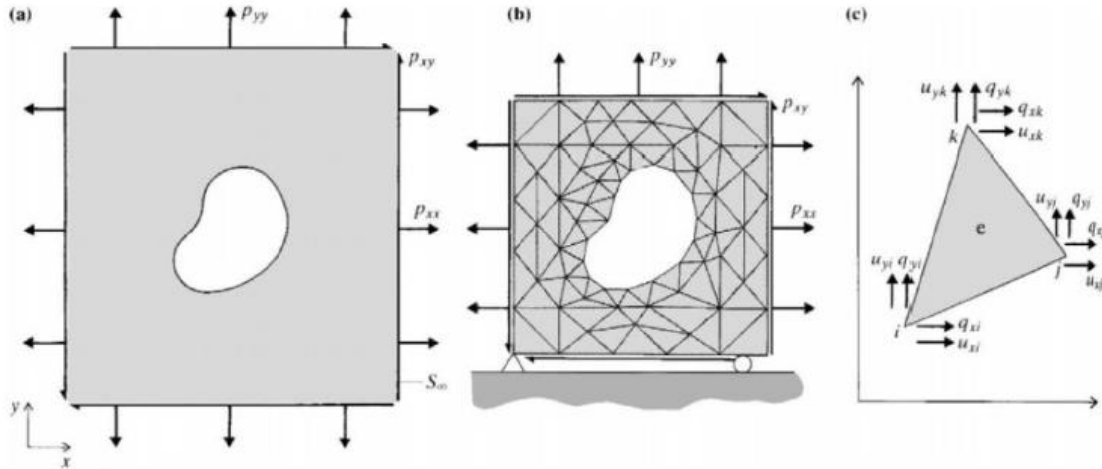


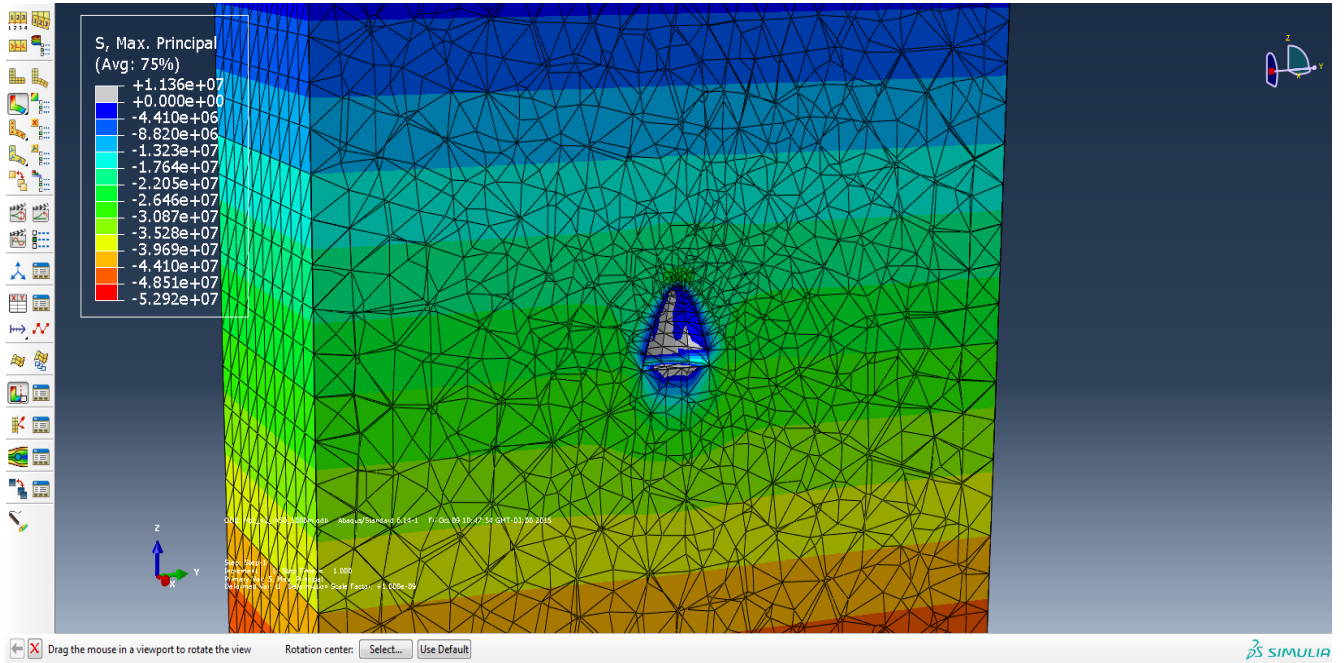
Ilustración 12: Desarrollo del método de elementos finitos (Brady 2004)

En a) se ve un corte transversal de una excavación en un espacio determinado sometido a esfuerzos  $P_{xx}$ ,  $P_{yy}$ ,  $P_{xy}$  y  $P_{yx}$ .

En b), luego de definir las condiciones de borde, se discretiza el espacio mediante triangulaciones que son más densas en las cercanías de la excavación (dada una mayor variación en la zona) y menos densas en las lejanías de ella.

En c) se observa uno de los tantos elementos formados por la triangulación y que quedará determinado por la solución de las ecuaciones en sus nodos y la interpolación de ellos para el resto del elemento.

*Abaqus* es un software de modelamiento numérico basado en elementos finitos el cual puede modelar una infinidad de geometrías y materiales distintos, incluido roca, haciéndose muy adecuado para construir modelos mineros. Este software es capaz de realizar análisis estructurales (esfuerzo/desplazamiento) que se utiliza en el presente trabajo.



*Ilustración 13: Ejemplo Abaqus, vista isométrica y en corte de cavidad*

### 3. Metodología

#### 3.1. Definición de parámetros

La tabla 1 presenta los parámetros de los materiales a ser utilizados en el modelamiento. Se considera una sola unidad geotécnica representada por la roca de caja.

Parámetro	$\gamma$ [t/m <sup>3</sup> ]	E [Gpa]	$\nu$	RMRL	H [m]	k
Valor	2.7	40	0.25	40-55-68-80	1000	2

Tabla 1: Parámetros de los modelos

Donde:

- $\gamma$ : Peso específico
- E: Módulo de deformación
- $\nu$ : Razón de Poisson
- RMRL: Rock Mass Rating de Laubscher (1990)
- H: profundidad de la base de la cavidad
- K: razón de esfuerzos  $S_1/S_3$  (se define  $S_2/S_3=1$ )

#### 3.2. Definición de casos a modelar

El gráfico 1 presenta los casos a modelar según las recomendaciones de diseño de Laubscher para minería subterránea. Se presentan los radios hidráulicos y MRMR considerados en el análisis en el ábaco empírico de hundimiento con la curva típica de El Teniente. Se incluyen los radios hidráulicos 10m, 16m, 20m, 26m, 38m y 50m. Para la calidad del macizo, como se dijo, se considera MRMR=40, 55,68 y 80.

Se observa que algunos casos definidos como estables en (b) presentan cierto nivel de sobre excavación en (a). Estos casos serán definidos como límite para el criterio de hundimiento según la tabla 2.



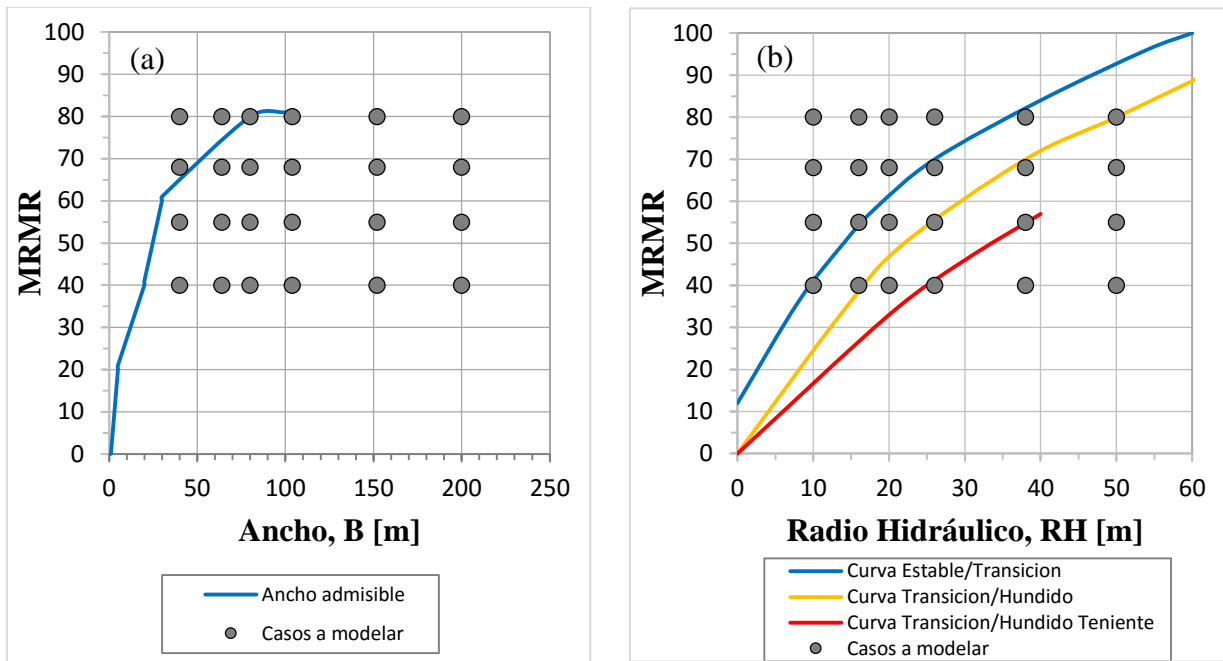


Gráfico 1: Casos a modelar en los gráficos de Laubscher para minería subterránea. (a) Anchos admisibles recomendados para el diseño de caserones en Sub-Level Stopping. (b) Ábaco empírico de hundimiento con la curva típica de El Teniente.

MRMR	RH para Criterio de hundimiento
40	10
55	10
68	16
80	20

Tabla 2: FH de hundimiento

### 3.3. Construcción de modelos numéricos

Para la construcción de los modelos numéricos se utiliza la siguiente metodología:

- Se asume un macizo rocoso homogéneo, isótropo y lineal-elástico.
- La extracción continua del material quebrado permite la propagación del hundimiento generando una cavidad que crece verticalmente. Para propósitos de modelamiento se construyen cavidades tridimensionales de forma elipsoidal según la siguiente ecuación:

$$Z = z_0 - \left(\frac{x}{x_0}\right)^n$$

Donde:

-  $z_0$  y  $x_0$  son parámetros de ajuste para obtener el ancho B y altura h deseada.

-  $n$  es un parámetro de ajuste que define la concavidad del cave-back, es decir a mayores  $n$  se tendrá geometrías mas planas (Ilustración 16).

- Esta última ecuación se describe en el software Abaqus solo para un cuadrante y luego se revoluciona para obtener un elemento tridimensional. Se usa un  $Z_0$  y  $X_0$  particulares en función de obtener los anchos y alturas de la cavidad para cada caso particular.
- Los ejes menor y mayor corresponden a la mitad del ancho del footprint,  $B/2$ , y a la altura extraída,  $h$ , respectivamente. La relación entre el ancho y el radio hidráulico del footprint queda dado por  $RH=B/4$ .
- Se consideran las siguientes razones de altura cavidad y ancho de footprint:  $h/B = 0.25-0.50-0.75-1-1.25-1.5-2-3-4$ .
- Para la forma de la cavidad se considera  $n=2-4$  y  $6$ .
- El tamaño de los elementos finitos en el techo de las cavidades es de  $5$  m.
- Los esfuerzos se obtienen en un volumen aproximado de control de  $10 \times 5 \times 5$  m, que se ubica en el techo y en el centro de la cavidad.
- Se utiliza una caja de  $2000 \times 2000 \times 2000$  m para construir los modelos (las cavidades estarán en el centro de esta esta caja con  $1000$  metros de profundidad).

La Ilustración 14 presenta un esquema del procedimiento utilizado para construir la geometría de la cavidad, mientras que la Ilustración 15 muestra la variación en altura de la cavidad para el caso  $RH=38$  m y algunos  $h/B$  considerados.

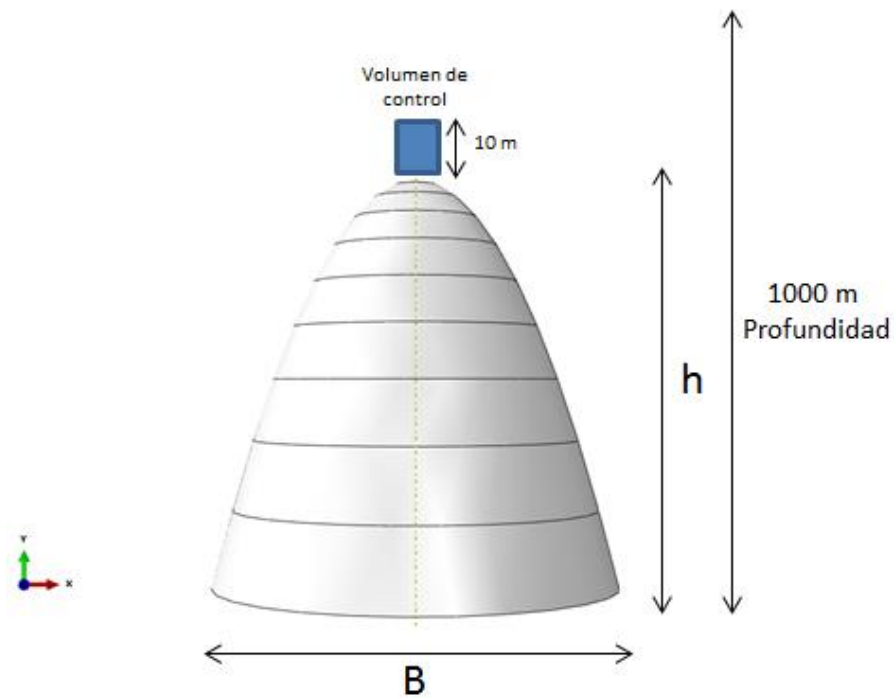


Ilustración 14: Geometría del modelo a construir

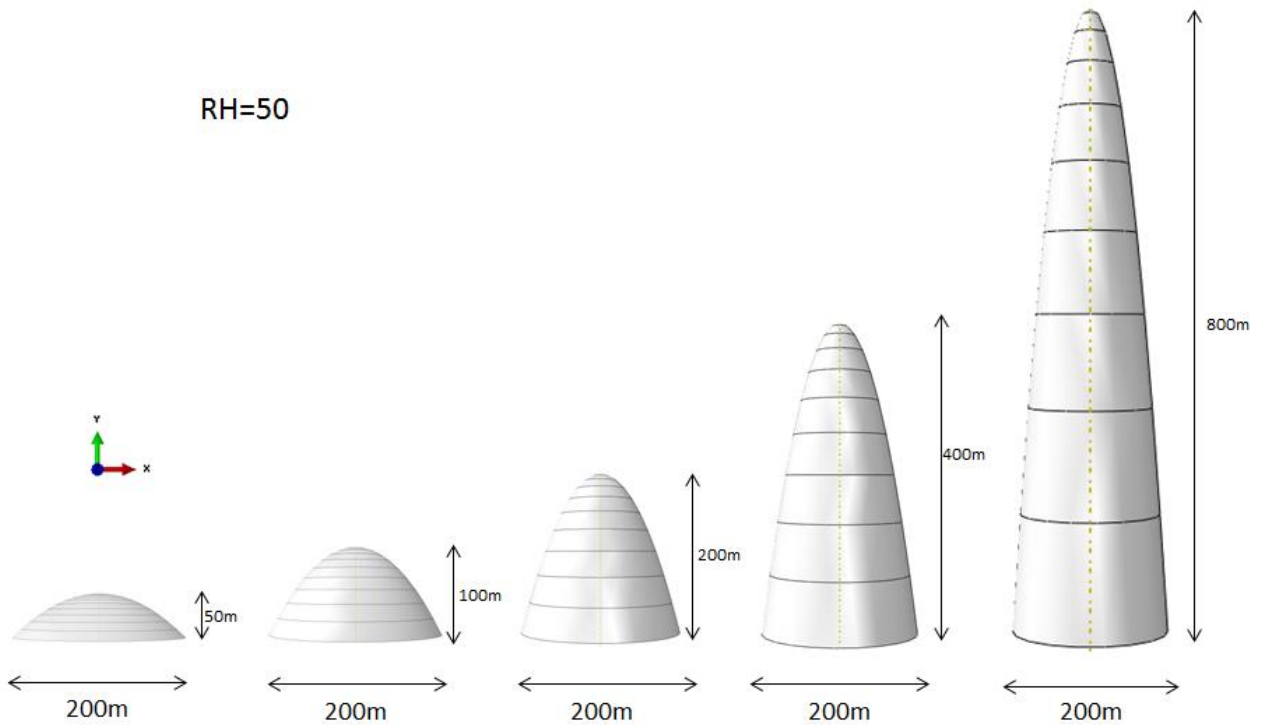
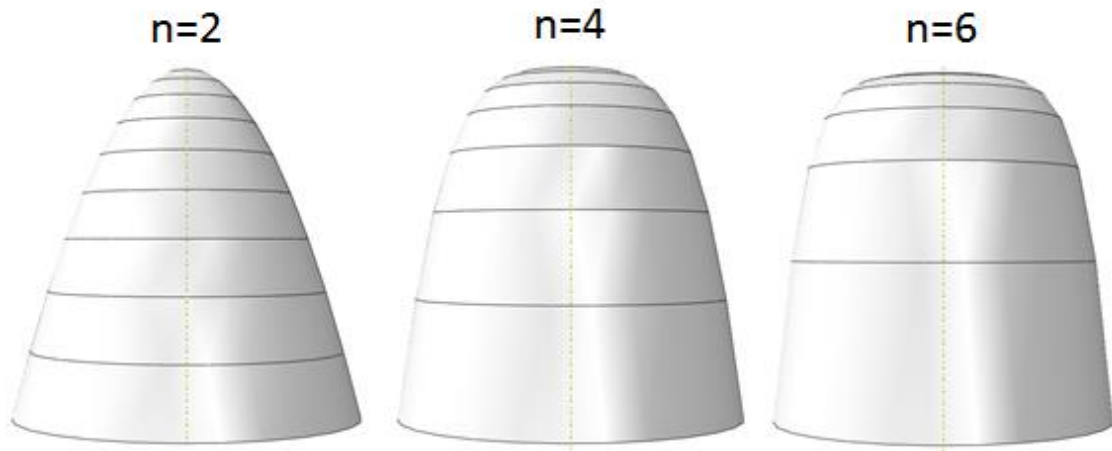


Ilustración 15: Variación de la altura de la cavidad para  $RH=50$ ,  $n=2$  y algunos de los  $h/b$  considerados

La ilustración 16 da cuenta como varía la geometría de la cavidad a medida que varía  $n$ , obteniendo a mayor valor de este parámetro, geometrías mucho más planas en la zona del cave-back.



*Ilustración 16: Ejemplo de cavidades para cada n*

### 3.4. Definición de indicadores de estabilidad

Los indicadores de estabilidad calculados en las zonas de control corresponden a:

- Esfuerzos principales promedios: principal mayor ( $S_1$ ), intermedio ( $S_2$ ), y menor ( $S_3$ ), obtenidos a partir del tensor de esfuerzos cartesiano promedio.
- Se define también el esfuerzo deviatorico como:

$$q = S_1 - S_3$$

## 4. Análisis de resultados

A continuación se presentan los resultados del modelamiento numérico realizado en el software Abaqus.

Las ilustraciones 17 y 18 muestran a modo de ejemplo una vista isométrica en corte de los esfuerzos principales ( $S_1$  y  $S_3$  respectivamente) de la cavidad generada. Los diferentes colores representan los valores de los esfuerzos en el macizo.

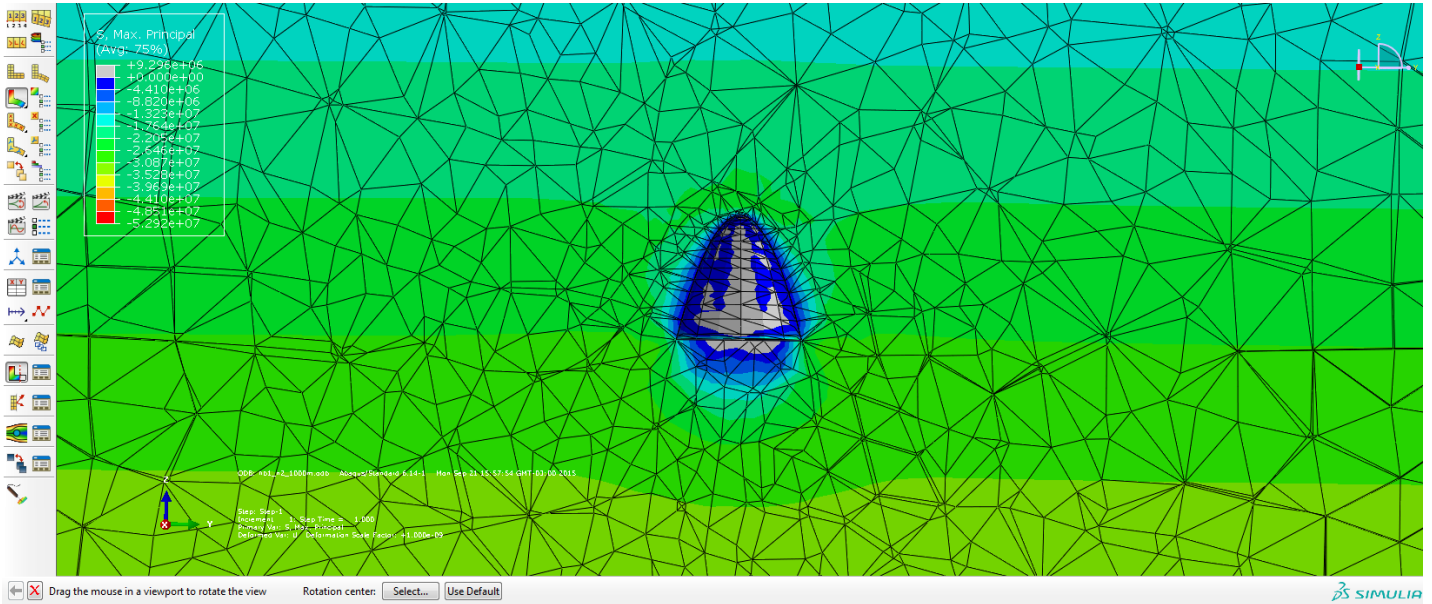


Ilustración 17: Vista en corte cavidad desplegando esfuerzo principal menor  $S_3$

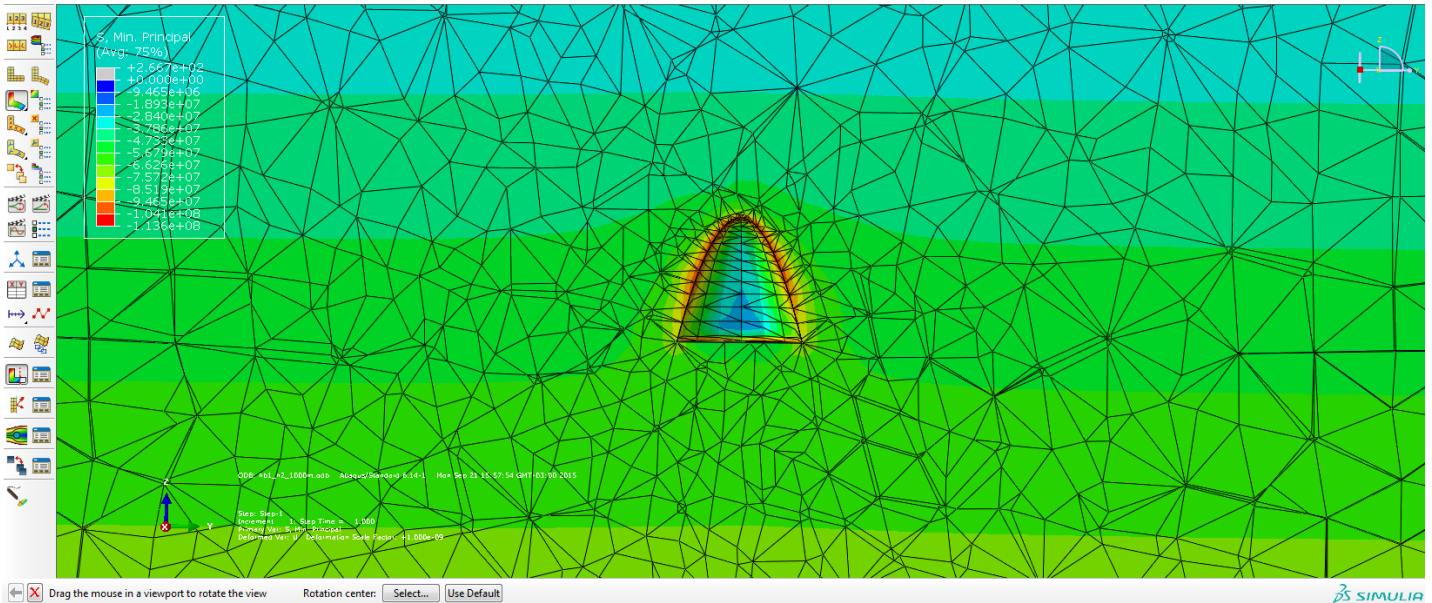


Ilustración 18: Vista en corte cavidad desplegando esfuerzo principal mayor  $S_1$

Como se explicó en la metodología, se crea un camino de 10 puntos espaciados en 1 metro justo por encima de la cavidad, la cual define un volumen de control del cual se extrae el valor promedio de los esfuerzos principales.

Los gráficos 2 y 3 muestran a modo de ejemplo el comportamiento de los esfuerzos principales en función de su distancia al techo de la cavidad. Se observa que el esfuerzo principal mayor  $S_1$  cae su valor exponencialmente hasta que se estabiliza y sigue decayendo solo por efecto de la disminución de la columna de roca (zona de esfuerzos in-situ). Para el caso del esfuerzo principal menor  $S_3$ , este crece exponencialmente hasta estabilizarse y luego comienza a decaer, al igual que  $S_1$ , solo por efecto de la disminución de la columna de roca (zona de esfuerzos in-situ). Como se dijo, para cada caso a evaluar en el estudio, se toman solo los valores de los esfuerzos en los 10 primeros metros.

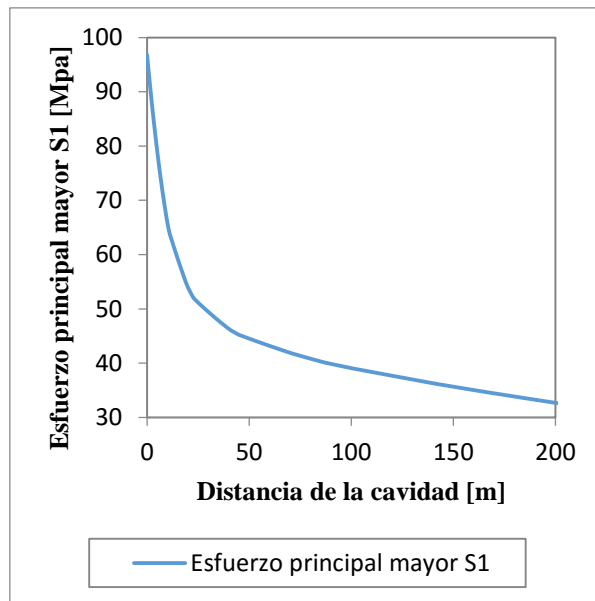


Gráfico 2: Esfuerzo principal mayor  $S_1$  en función de la distancia desde el techo de la cavidad, caso  $n=2$ ,  $h/b=1$

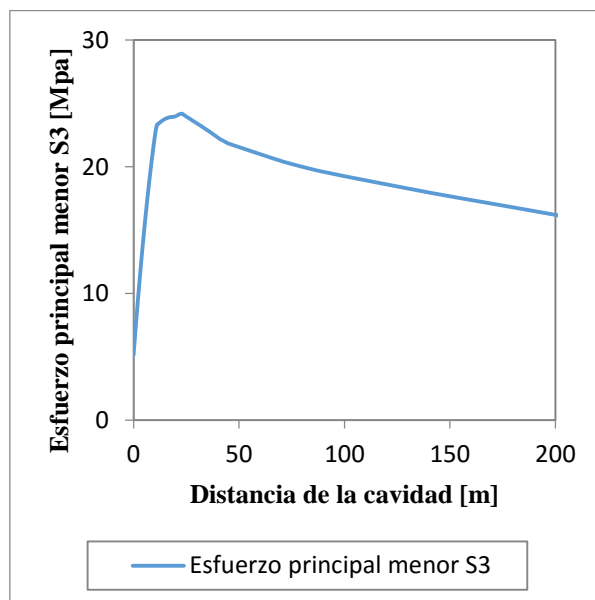


Gráfico 3: Esfuerzo principal menor  $S_3$  en función de la distancia desde el techo de la cavidad, caso  $n=2$ ,  $h/b=1$

### 4.1. Caso n=2

El comportamiento del esfuerzo principal mayor, en función de la razón altura y ancho de la cavidad así como el deviatorico, es el de crecer hasta un máximo y luego disminuir a medida que se propaga el hundimiento. Se aprecia, además, que antes de  $h/b=1.5$  las mayores magnitudes de esfuerzos coinciden con los mayores radios hidráulicos. Sin embargo, después de este valor las mayores magnitudes están en los RH más pequeños. Para el caso del esfuerzo principal menor ( $S_3$ ) este crece hasta un máximo y luego comienza a disminuir levemente.

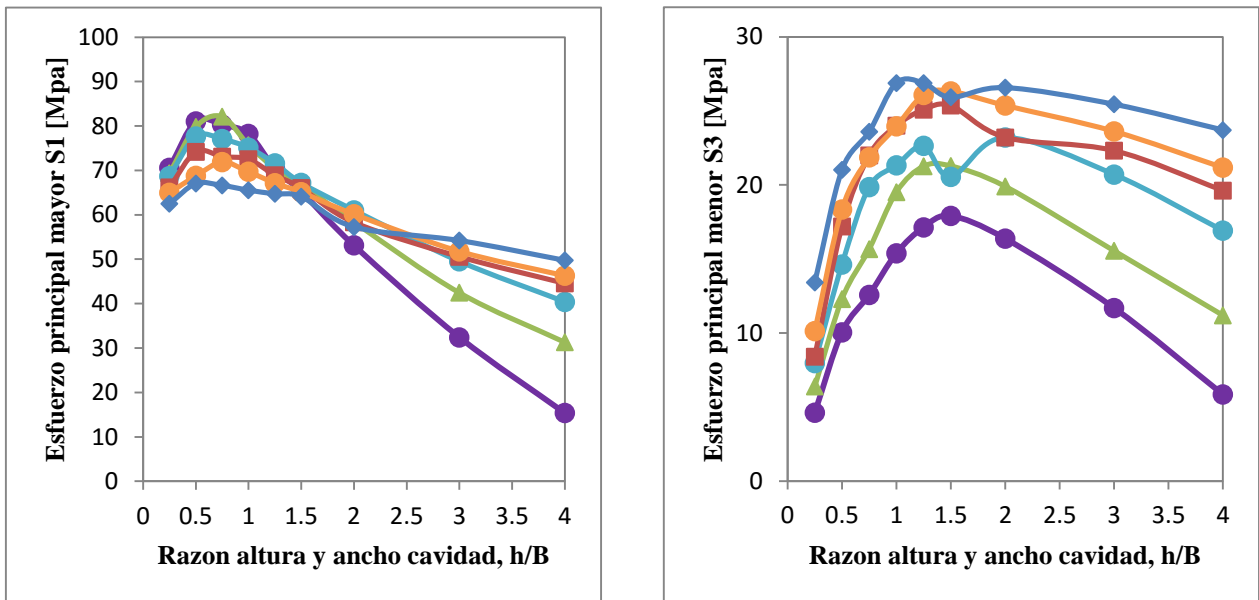


Gráfico 4: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=2$

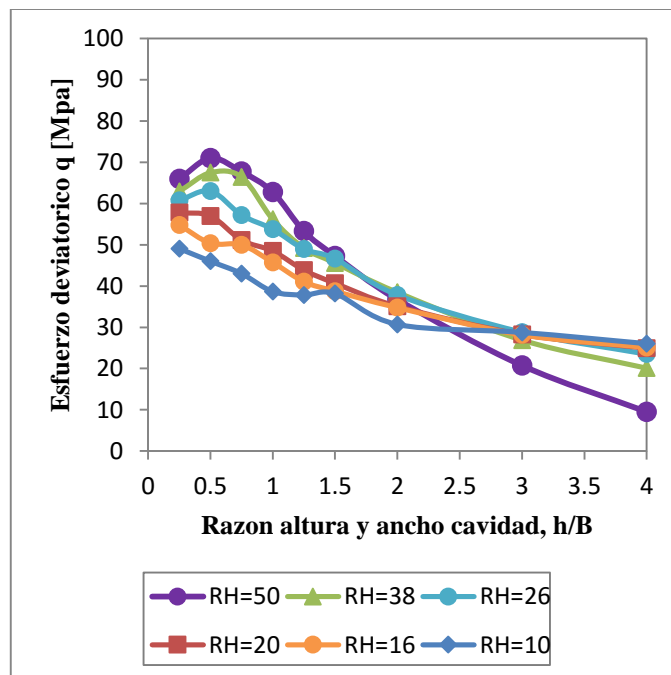


Gráfico 5: Esfuerzo deviatorico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=2$

El gráfico 6 muestra el comportamiento del esfuerzo principal mayor en función del esfuerzo principal menor.

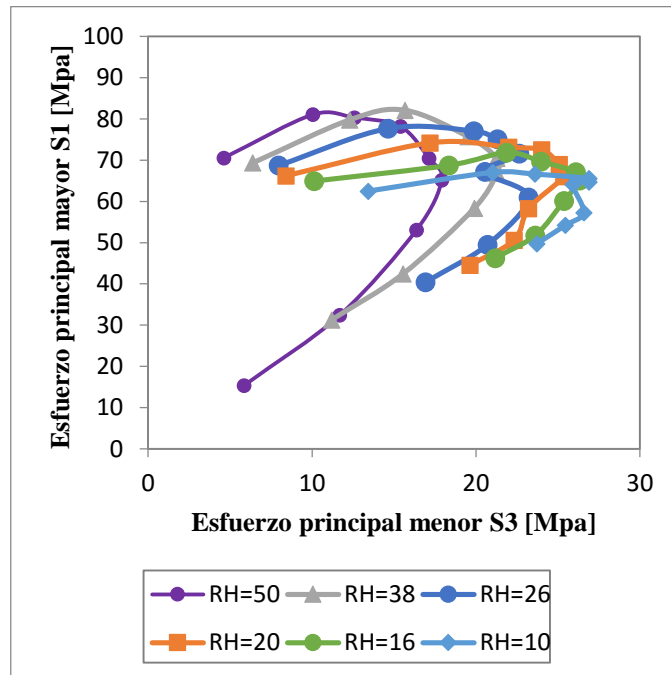


Gráfico 6: Esfuerzo principal mayor  $S_1$  en función del esfuerzo principal menor  $S_3$  para  $n=2$

En el gráfico 7 se observa que la razón de esfuerzos  $S_1/S_3$  tiende a estabilizarse. Luego, usando el criterio de estabilidad definido anteriormente en función de los métodos empíricos de estabilidad, se establece hundimiento para cada radio hidráulico según la tabla 7:

MRMR	RH para Criterio de hundimiento	$S_1/S_3$ [Mpa]
40	10	5
55	10	5
68	16	7
80	20	8

Tabla 3: Valores de  $S_1/S_3$  asociados al radio hidráulico necesario para el hundimiento según el gráfico de laubsher para  $n=2$



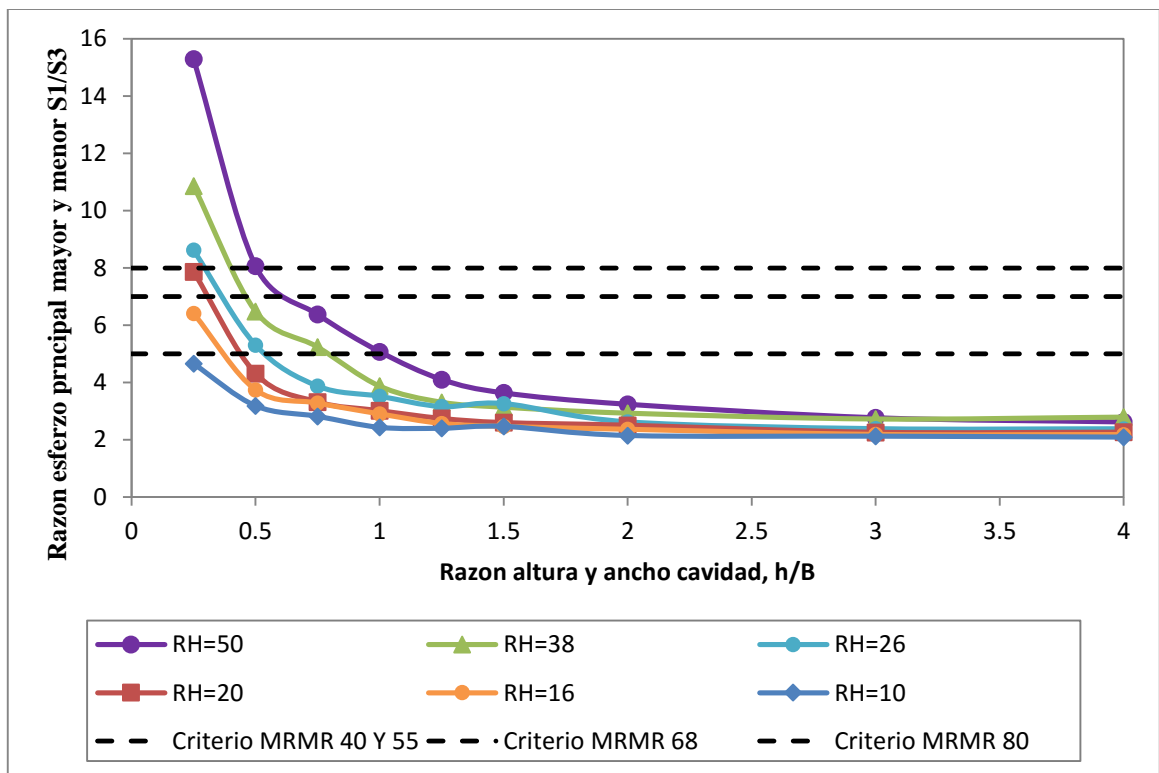


Gráfico 7: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para  $n=2$

Establecidos estos criterios de hundimiento se puede ver las razones  $h/B$  máximas alcanzadas para los radios hidráulicos mayores al criterio logrando así obtener las alturas de columna máximas alcanzadas dada la condición de esfuerzos para cada MRMR (gráfico 8). Se hace notar que los casos de MRMR=40 y 55 tienen el mismo comportamiento aparente, pues según el gráfico de anchos admisibles para diseño de sub level stoping usado en la metodología, se determina el inicio de daño para el mismo radio hidráulico.

El gráfico 8 muestra, por ejemplo, que para un Radio hidráulico de 50 m y MRMR de 55, se alcanzan alturas de columnas 200 m que vendría a ser una razón altura ancho de la cavidad de  $h/b=1$ .

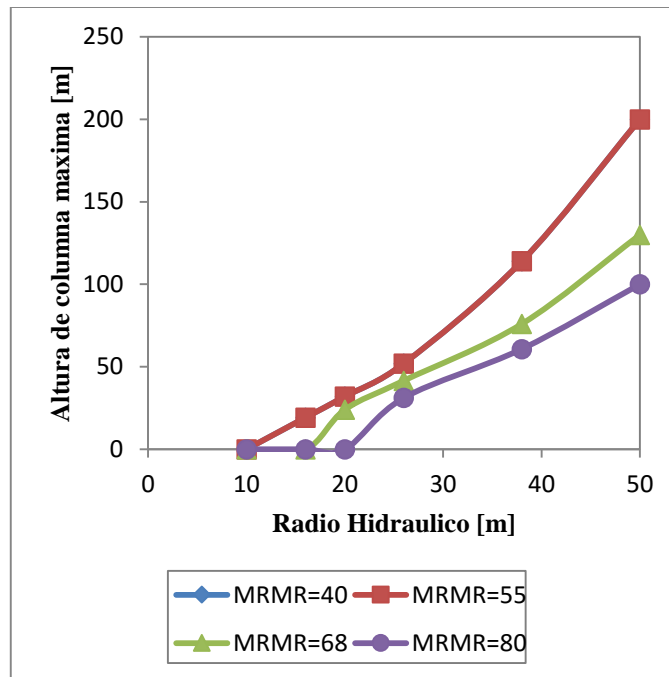


Gráfico 8: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para  $n=2$

## 4.2. Caso $n=4$

El comportamiento del esfuerzo principal mayor así como del deviatorico, al igual que para el caso  $n=2$ , es el de llegar a un máximo y luego disminuir. La diferencia es que para este caso cada radio hidráulico presenta siempre magnitudes menores con respecto a un radio hidráulico menor. Para el caso del esfuerzo principal menor  $S_3$  se observa un crecimiento leve hasta un máximo para luego estabilizarse.

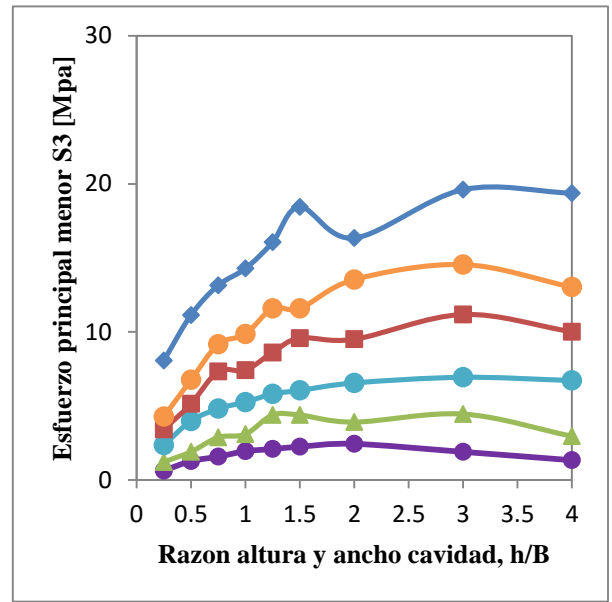
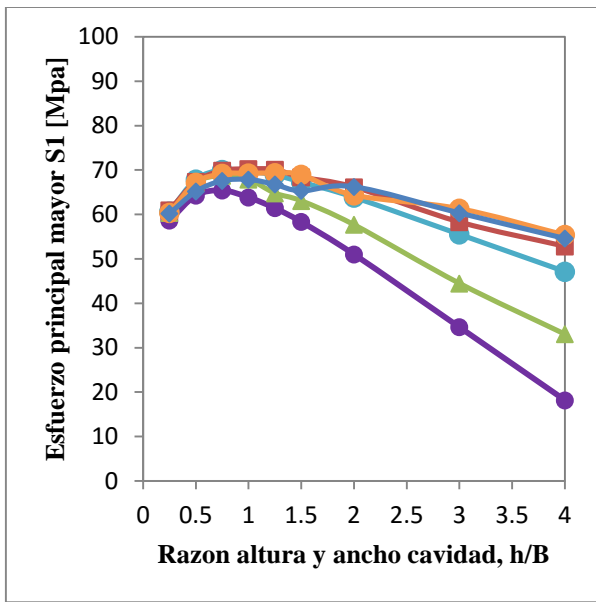


Gráfico 9: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=4$

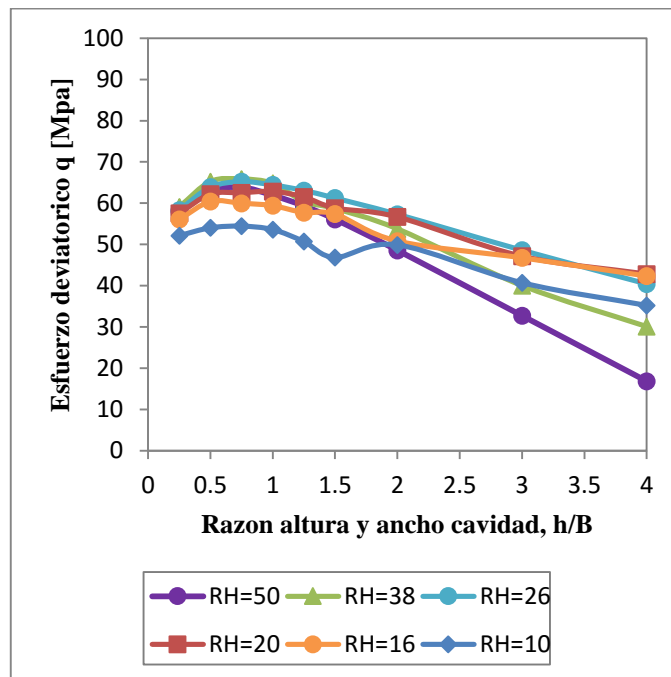


Gráfico 10: Esfuerzo deviatorico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=4$

EL gráfico 11 muestra el comportamiento del esfuerzo principal mayor  $S_1$  en función del esfuerzo principal menor  $S_3$  para el caso  $n=4$ . Se observa que en comparación con el caso  $n=2$  los valores son desplazados a la izquierda y ocupan una zona mucho mas limitada.

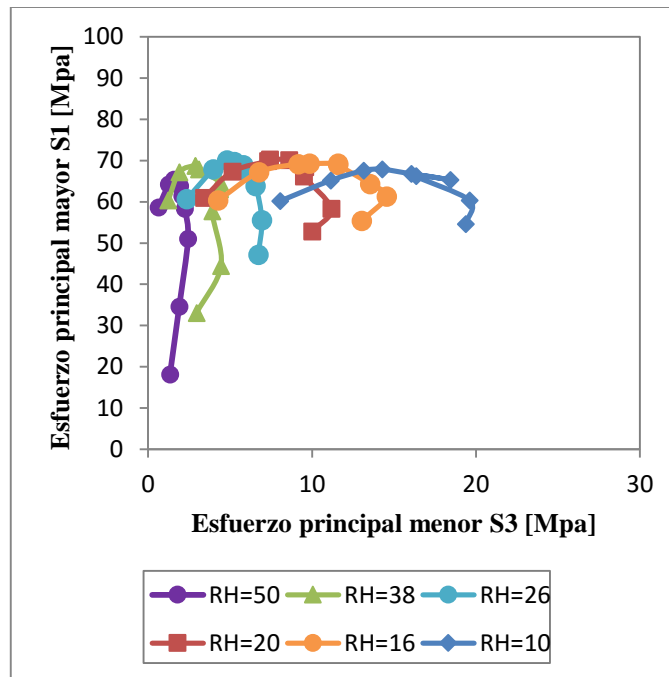


Gráfico 11: Esfuerzo principal mayor S1 en función del esfuerzo principal menor S3 para n=4

Usando el criterio de estabilidad definido anteriormente, en función de los métodos empíricos de estabilidad, se establece hundimiento para cada radio hidráulico según la tabla 4 y representada en el gráfico 12:

MRMR	RH para Criterio de hundimiento	S1/S3 [Mpa]
40	10	8
55	10	8
68	16	15
80	20	18

Tabla 4: Valores de S1/S3 asociados al radio hidráulico necesario para el hundimiento según el gráfico de laubsher para n=4

Al igual que el caso n=2, el gráfico 12 muestra que la razón de esfuerzos principales tiende a estabilizarse. Sin embargo los valores registrados más altos tienden a ser bastante más grandes que para el caso n=2.

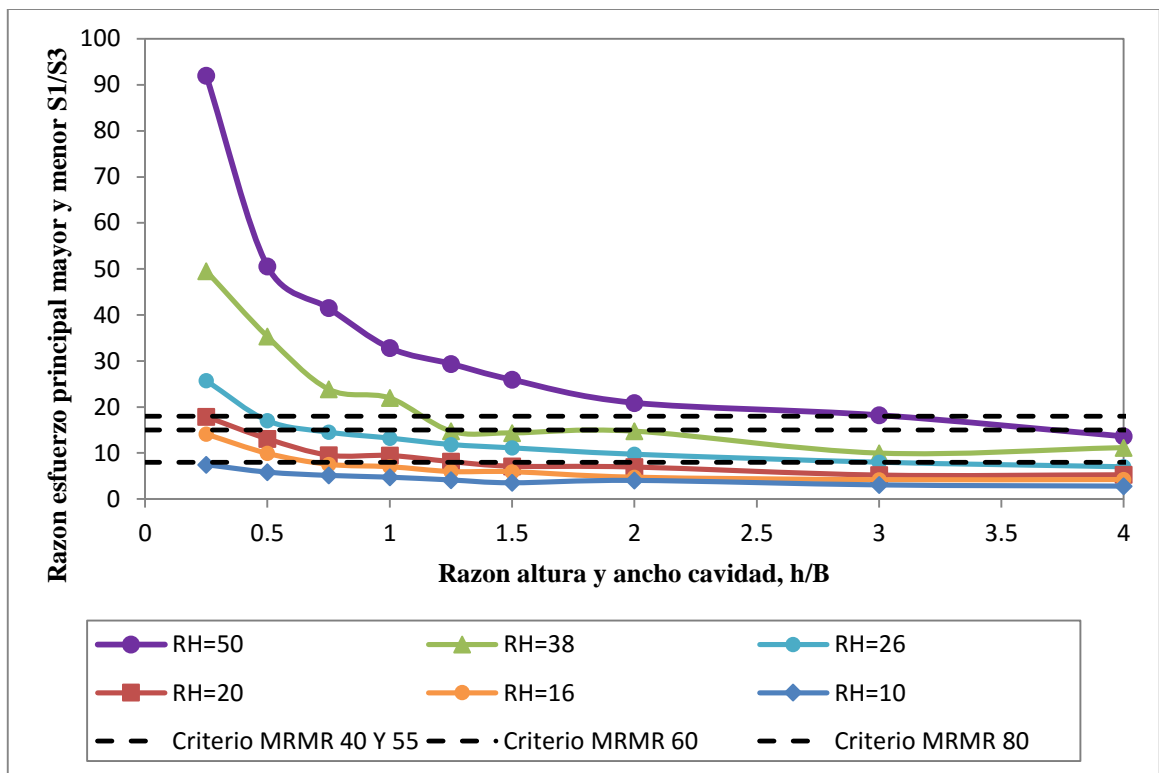


Gráfico 12: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para  $n=4$

Las alturas de columna alcanzadas para el caso  $n=4$  muestran notorios cambios respecto al caso anterior, logrando valores estimados de casi 2000 metros para un macizo de calidad regular y de casi 800 metros para uno de buena calidad. Se hace notar que la curva de MRMR=40 no se ve en el gráfico dado que tiene el mismo comportamiento estimado que el caso MRMR=40

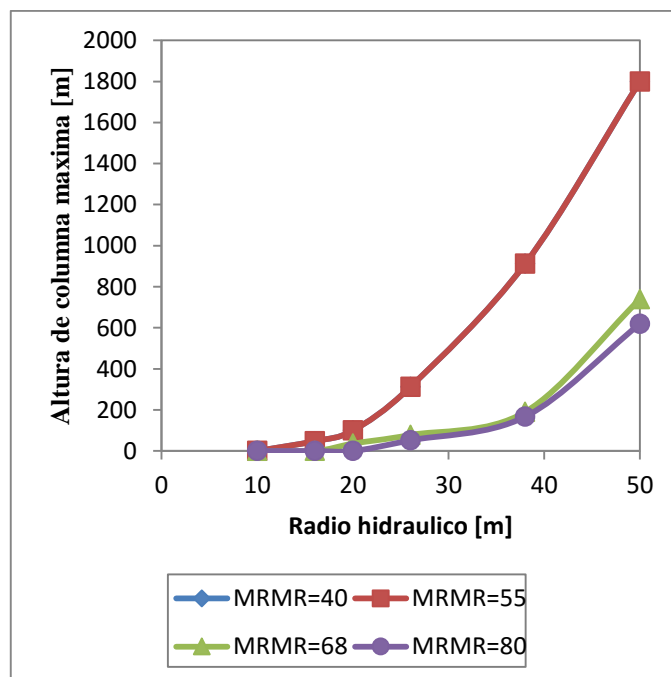


Gráfico 13: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para  $n=4$

### 4.3. Caso n=6

El comportamiento del esfuerzo principal mayor así como del deviatorico es el de llegar a un máximo y luego disminuir, comportamiento muy similar al caso n=4 en cuanto a forma de las curvas. En cuanto a las magnitudes, estas disminuyen en comparación con los casos anteriores. Para el caso del esfuerzo principal menor  $S_3$  se observa un crecimiento leve hasta un máximo para luego estabilizarse que en comparación a los casos anteriores presenta valores de menor magnitud.

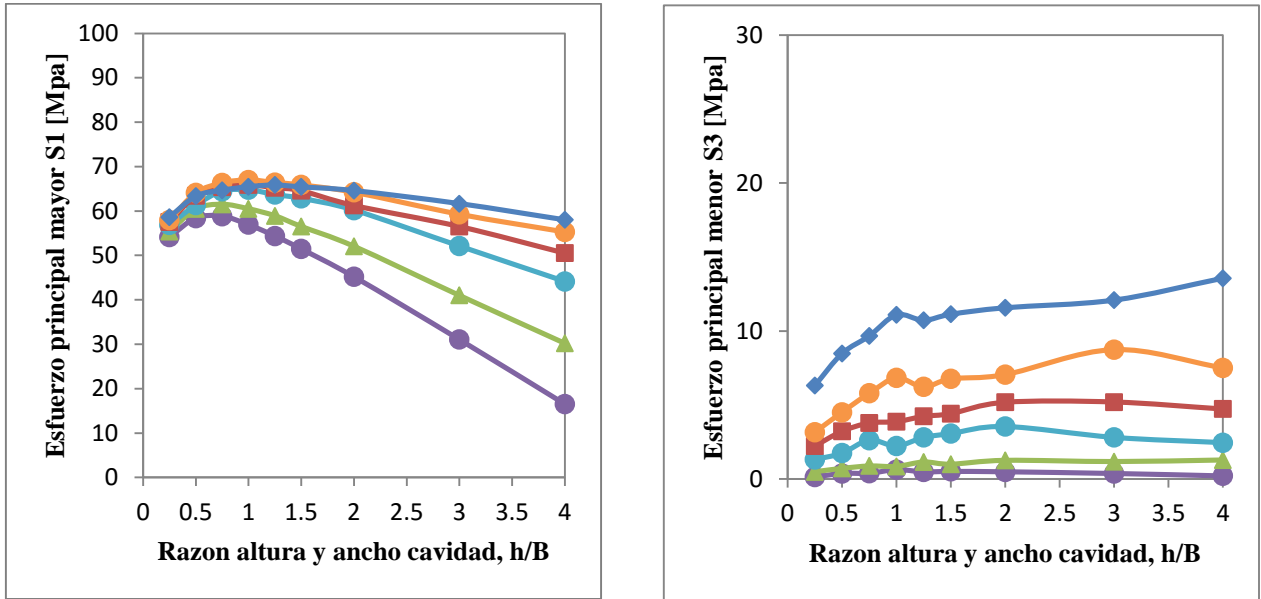


Gráfico 14: Esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=6$

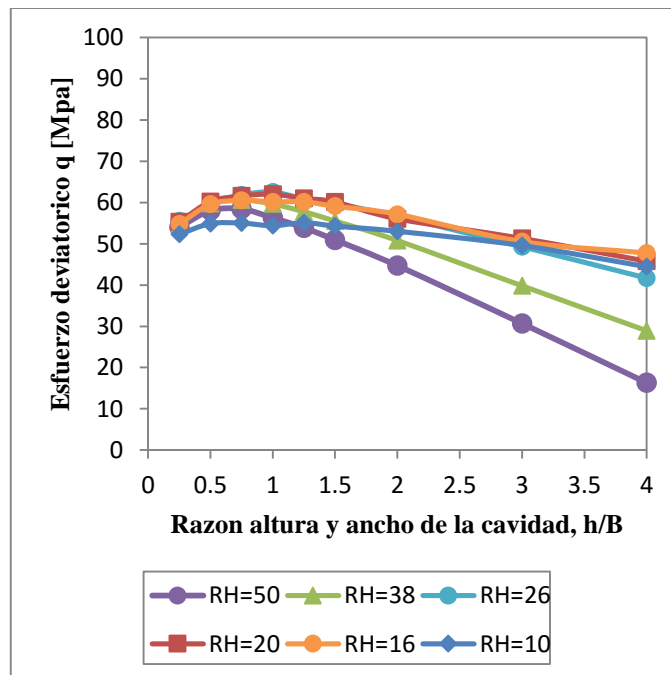


Gráfico 15: Esfuerzo deviatorico en función de la razón altura y ancho ( $h/B$ ) de la cavidad para  $n=6$

La zona de valores del esfuerzo principal mayor en función del esfuerzo principal menor tiene un comportamiento similar al caso  $n=4$ , con la salvedad que en este caso se obtiene valores de  $S_3$  bastante menores (grafico 16):

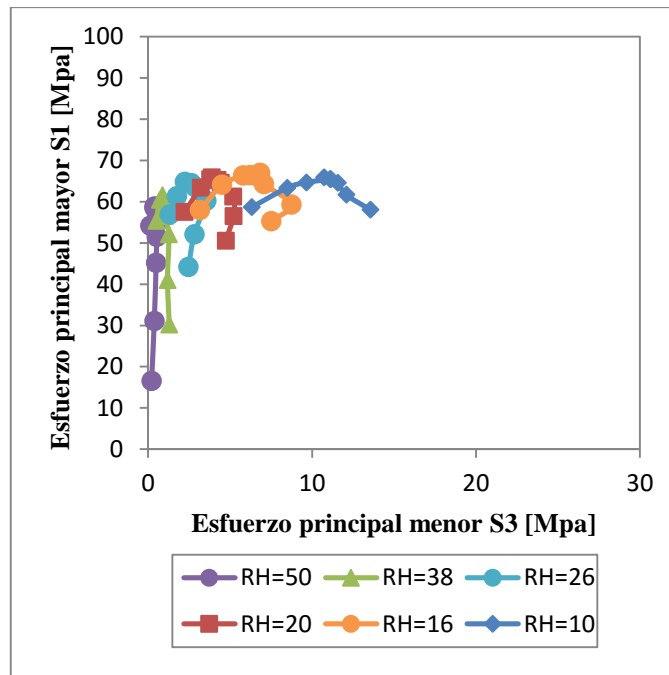


Gráfico 16: Esfuerzo principal mayor S1 en función del esfuerzo principal menor S3 para  $n=6$

La tabla 5 muestra los criterios de hundimiento obtenidos de la aplicación de la metodología. Por su parte, el gráfico 17 muestra la razón de esfuerzos principales a medida que se propaga el hundimiento, alcanzando altos valores al inicio de la propagación en comparación a los casos anteriores.

MRMR	RH para Criterio de hundimiento	S1/S3 [Mpa]
40	10	5
55	10	5
68	16	7
80	20	8

Tabla 5: Valores de S1/S3 asociados al radio hidráulico necesario para el hundimiento según el gráfico de laubscher para  $n=6$

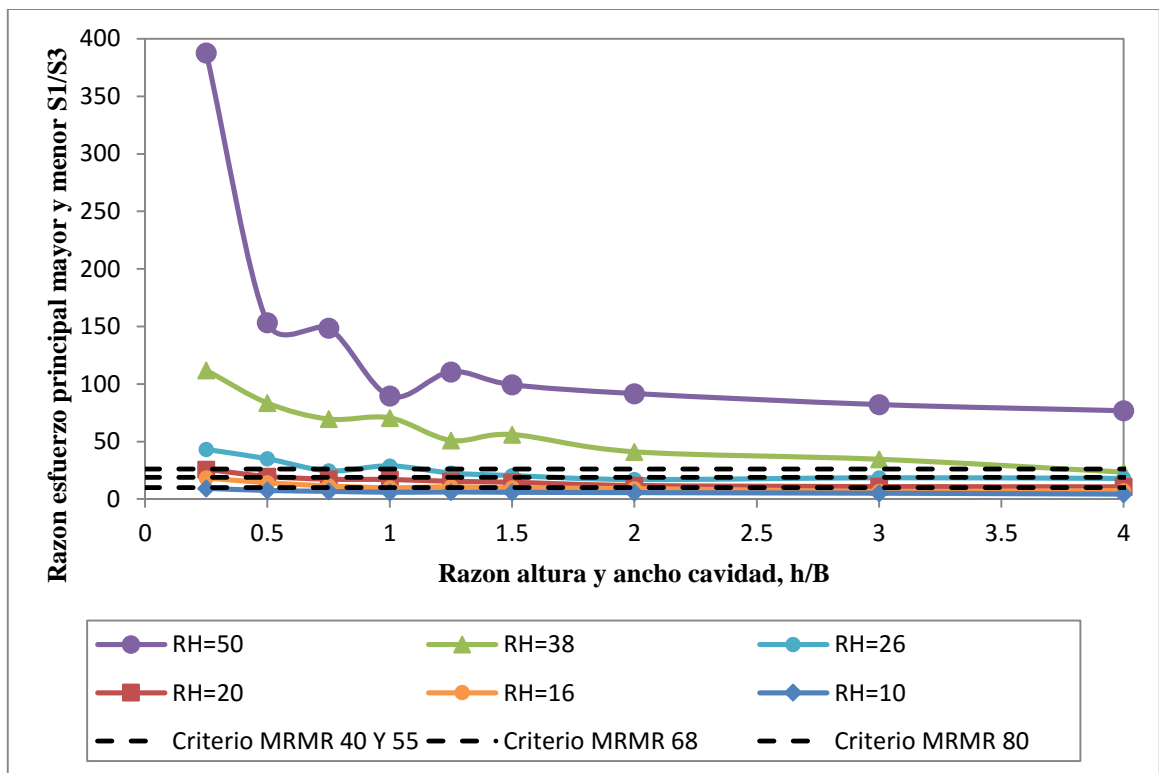


Gráfico 17: Razón de esfuerzos principales en función de la razón altura y ancho ( $H/B$ ) de la cavidad para  $n=6$

Las alturas de columna estimadas alcanzan valores bastante altos llegando a los 2000 m para macizos de buena calidad (Gráfico 18).

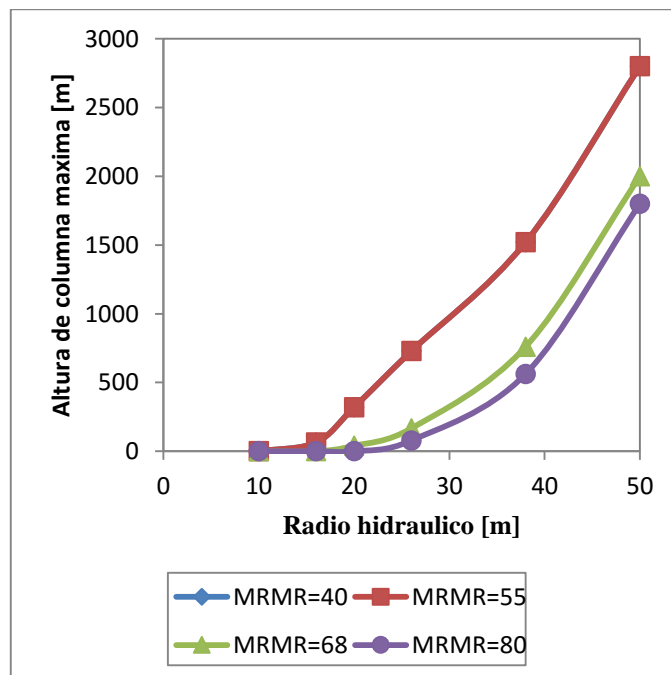


Gráfico 18: Altura de columna alcanzada en función del radio hidráulico para  $n=6$



#### 4.4. Efecto geometría de la cavidad

Los output de las diferentes formas de la cavidad reportan diferencias notorias en el valor de los esfuerzos, sobre todo en los del esfuerzo principal menor  $S_3$ , haciendo ver el gran impacto que tiene la geometría del cave-back en los resultados. El gráfico 26 muestra esta situación.

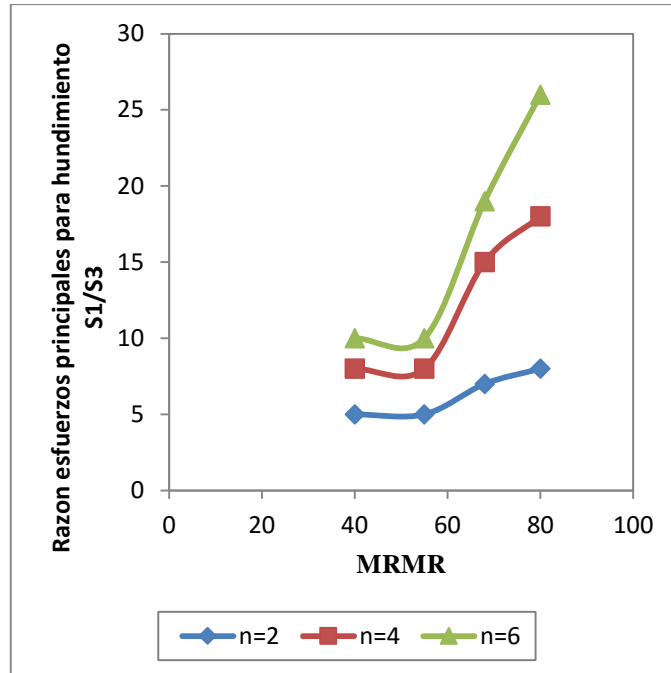


Gráfico 19: Razón de esfuerzos en la cual se estableció hundimiento en función del MRMR

Se percibe que a bajos MRMR ya existe una diferencia notoria en las razones de los esfuerzos principales para la propagación del hundimiento, esta razón se incrementa considerablemente a medida que aumenta la calidad de la roca. La mayor incidencia en la variación de las razones  $S_1/S_3$  tiene que ver con la variación del esfuerzo principal menor  $S_3$ , que disminuye notablemente con el aumento de “n”, lo que implica que a geometrías menos cóncavas disminuyen los esfuerzos, especialmente el esfuerzo principal menor. El gráfico 19 por tanto muestra una guía de cuales serán las magnitudes de los esfuerzos principales para cada geometría y calidad de roca.

Finalmente, las ilustraciones 19 y 20 muestran las alturas de columna alcanzadas en función de la geometría de la cavidad (valor de n) unidas a los gráficos empíricos de Flores & Karzulovic (2002) y de Mawlesdey (2002) mencionados previamente en la metodología. En la comparación con el gráfico empírico de Flores y Karzulovic se observa una correlación de datos especialmente con el caso n=2 validando los resultados modelados con los empíricos y mostrando además que un aumento en el valor de n resulta en mayores alturas de columna. En la comparación con el gráfico empírico de Mawlesdey se aprecia que las curvas siguen efectivamente una tendencia similar a las curvas presentadas y mostrando además, que para un mismo radio hidráulico y calidad de roca, un cambio en la geometría de la cavidad en la zona del cave-back (variación de n) genera grandes cambios en las alturas de columna alcanzadas. Por ejemplo, para un MRMR de 80 y un Radio hidráulico de 38 metros, para una geometría n=2, se alcanza una altura de columna de 60 metros. En cambio, para una geometría n=4 bajo las mismas condiciones, se alcanzan alturas superiores a los 160 metros.

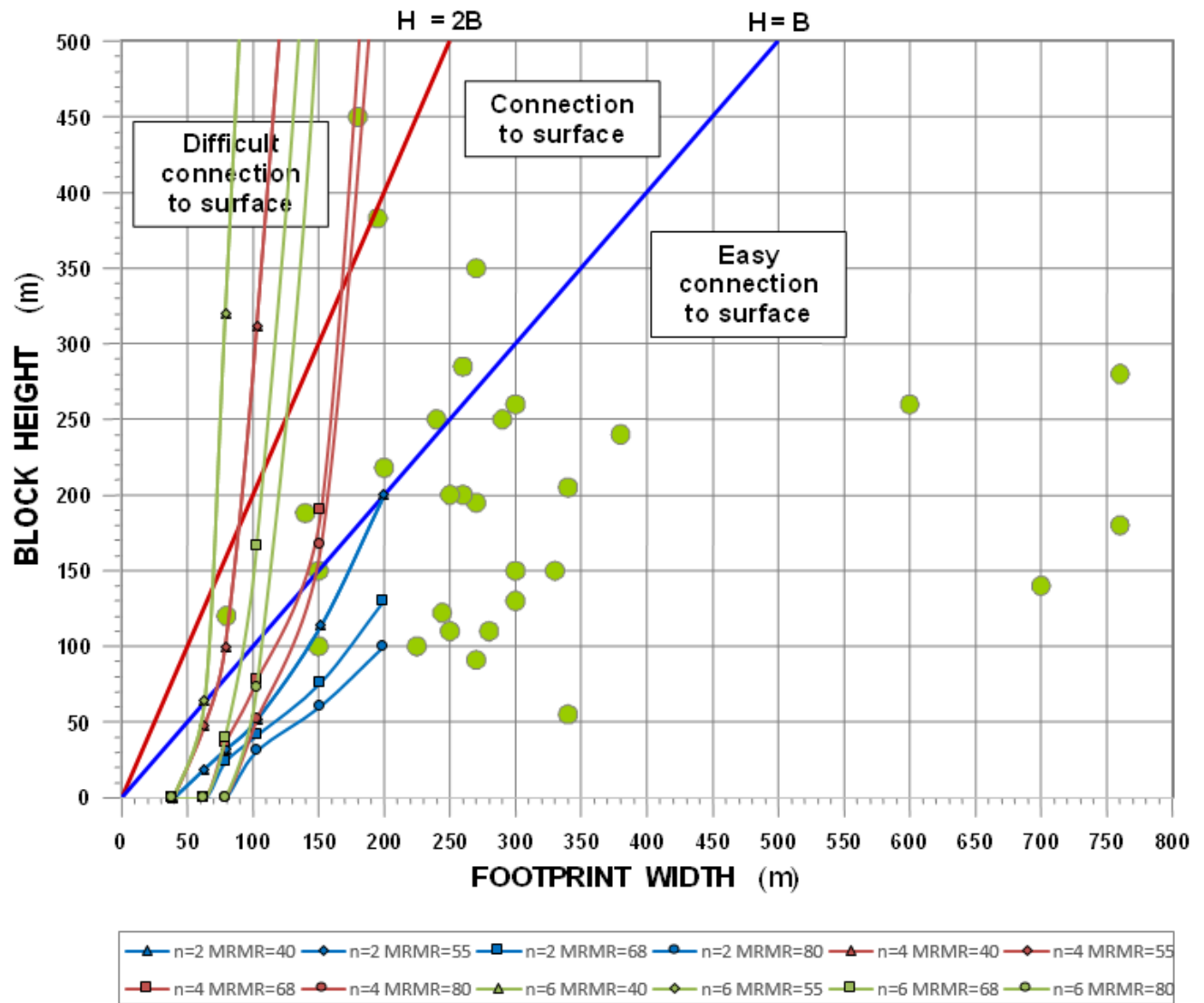


Ilustración 19: Alturas de columna alcanzadas para las distintas geometrías en función del ancho del footprint (Modificada de Flores & Karzulovic, 2002)

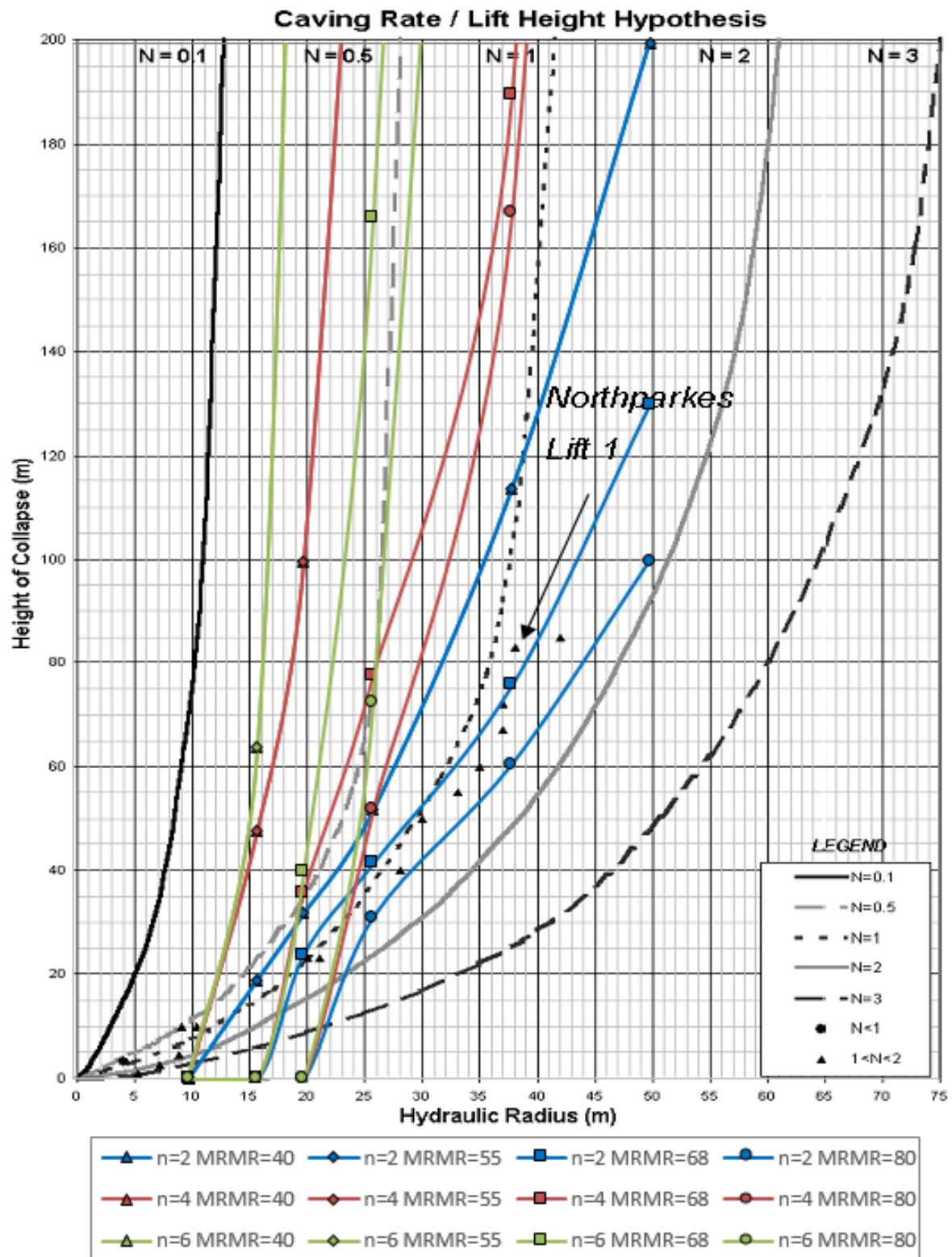


Ilustración 20: Alturas de columna alcanzadas para las distintas geometrías en función del ancho del radio hidráulico (Modificada de Mawlesdey, 2002)

## 5. Conclusiones y recomendaciones

A continuación se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas del modelamiento de los distintos casos de geometrías de cavidades y su comparación con los modelos empíricos con el fin de evaluar su impacto en las alturas de roca alcanzadas:

- El software de modelamiento numérico Abaqus resulta ser una gran herramienta en la creación de estructuras mineras y su posterior análisis. En particular, se obtienen resultados similares a lo visto empíricamente en cuanto a esfuerzos en la zona del cave-back en la propagación del hundimiento.
- Los esfuerzos principales, especialmente el esfuerzo principal menor  $S_3$ , disminuyen al variar la geometría del cave-back aumentando  $n$ , lo que muestra la dependencia de la condición de esfuerzos a la geometría de la cavidad.
- Es posible usar la razón de esfuerzos principales  $S_1/S_3$ , debido a cómo esta magnitud se estabiliza y muestra una tendencia con el aumento de la razón  $h/b$ , para establecer el inicio del hundimiento en una columna de roca. Este resultado es útil para establecer las alturas de columna máximas alcanzadas para cada geometría.
- Como se esperaba, un aumento en el radio hidráulico implica mayores alturas de columna alcanzadas, mostrando que pequeñas variaciones provocan un aumento potencial en las alturas de columna alcanzadas. Esto es corroborado graficando conjuntamente los resultados obtenidos en el gráfico empírico modelado por Mawlesdey mostrando una tendencia y magnitudes similares.
- Se observa, como se dijo anteriormente, que la variación de  $n$  provoca un cambio importante de las magnitudes del esfuerzo principal menor lo que genera mayores alturas de columna cuanto mayor sea  $n$  para las mismas condiciones de calidad de roca y radio hidráulico. Por tanto, solo modificando la geometría del cave-back, es posible alcanzar mejores resultados. En particular, logrando geometrías más planas en la zona del cave-back, se generaran zonas de bajos esfuerzos y por ende mayores alturas de columna. Se observa además que una disminución en los esfuerzos principales aumenta la predominancia de un mecanismo de propagación del hundimiento por gravedad ante un mecanismo por esfuerzos. Por tanto un mecanismo por hundimiento eventualmente tendría mayores alturas de columna de roca alcanzada y se debiera buscar estar en esta zona, o lo mas cercana posible a ella en el gráfico empírico de Moss para obtener mejores resultados en el hundimiento.
- Se recomienda incorporar material quebrado dentro de la cavidad que interactúe con las paredes de ella de manera de conocer de mejor forma el comportamiento de los esfuerzos principales en el contorno del cave-back.
- Se recomienda modelar mayor número de casos, sobre todo para mayores radios hidráulicos y mayores razones  $h/b$ .
- Se recomienda crear modelos con presencia de estructuras a manera de revisar cómo afectan a las alturas de columna logradas y compararlas con casos empíricos. Se recomienda

además modelar casos reales con sus UCS respectivos a manera de, usando el grafico empírico de Moss, evaluar el mecanismo de propagación de hundimiento predicho y compararlo con las alturas de columna de roca alcanzadas.

## 6. Bibliografía

- AKL (2001). Altura de roca primaria en minería por panel caving. Estudio DT-CG-01-002. División El Teniente, Codelco-Chile.
- Barbour, S. L. AND J. Krahn Numerical modelling–Prediction or process. *Geotechnical News*, 2004, 22(4), 44-52.
- Brady, B. H. *Rock mechanics: for underground mining*. Edtion ed.: Springer Science & Business Media, 2004. ISBN 1402020643.
- Brown E.T., 2007. *Block caving geomechanics*. Second edition.
- Bull, J. W. *Numerical analysis and modelling in geomechanics*. Edtion ed.: CRC Press, 2003. ISBN 0203471288.
- Duplancic, P. and Brady, B. H. (1999) Characterization of caving mechanisms by analysis of seismicity and rock stress. *Proceedings 9th International Congress on Rock Mechanics*, Paris, (Editors: G Vouille and P Berest). Balkema: Rotterdam, pp. 1049-1053.
- Flores, G. & Karzulovic, A. (2002). *Geotechnical Guidelines for a Transition from Open Pit to Underground Mining, Benchmarking Report*. Activity 1, Task 4, ICS-II.
- Flores, G.E. (2005). *Rock mass response to the transition from open pit to underground cave mining*. Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Julius Kruttschnitt Mineral Research Center. School of Engineering. The University of Queensland, Australia.
- GMT (2015). *Impacto del fracturamiento hidráulico en la hundibilidad de la columna*. División El Teniente, Codelco-Chile.
- Jing, L. *A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering*, 2003.
- Laubscher, D. *Cave mining-the state of the art*. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 1994, 94(10), 2279.
- Mawdesley, C. (2002). *Predicting Rock Mass Cavability in Block Caving Mines*. PhD Thesis (Doctor of Philosophy). Thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy. Julius Kruttschnitt Mineral Research Center. School of Engineering. The University of Queensland, Australia.

## 7. Anexos

i- Valores de  $X_0$  e  $Z_0$  para obtener los valores H y B para cada caso

		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=40 RH=10	H/B=0.25	6.3	10	11.24	10	13.6	10
	H/B=0.5	4.5	20	9.46	20	12.1	20
	H/B=0.75	3.65	30	8.54	30	11.34	30
	H/B=1	3.16	40	7.95	40	10.8	40
	H/B=1.25	2.83	50	7.52	50	10.41	50
	H/B=1.5	2.58	60	7.18	60	10.1	60
	H/B=2	2.24	80	6.68	80	9.63	80
	H/B=3	1.83	120	6.04	120	9	120
	H/B=4	1.58	160	5.62	160	8.58	160

		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=64 RH=16	H/B=0.25	8	16	16	16	20.15	16
	H/B=0.5	5.65	32	13.45	32	17.95	32
	H/B=0.75	4.62	48	12.15	48	16.75	48
	H/B=1	4	64	11.3	64	16	64
	H/B=1.25	3.58	80	10.7	80	15.41	80
	H/B=1.5	3.27	96	10.22	96	14.95	96
	H/B=2	2.83	128	9.51	128	14.25	128
	H/B=3	2.31	192	8.59	192	13.32	192
	H/B=4	2	256	8	256	12.69	256

		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=80 RH=20	H/B=0.25	9.3	20	18.91	20	24.25	20
	H/B=0.5	6.4	40	15.9	40	21.6	40
	H/B=0.75	5.18	60	14.37	60	20.2	60
	H/B=1	4.46	80	13.37	80	19.25	80
	H/B=1.25	4	100	12.65	100	18.55	100
	H/B=1.5	3.65	120	12.08	120	18	120
	H/B=2	3.16	160	11.24	160	17.16	160
	H/B=3	2.58	240	10.16	240	16.04	240
	H/B=4	2.23	320	9.45	320	15.29	320

		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=104 RH=26	H/B=0.25	10.2	26	23	26	30.1	26
	H/B=0.5	7.21	52	19.3	52	26.9	52
	H/B=0.75	5.89	78	17.5	78	25.1	78
	H/B=1	5.1	104	16.28	104	23.98	104
	H/B=1.25	4.56	130	15.4	130	23.1	130
	H/B=1.5	4.16	156	14.71	156	22.41	156
	H/B=2	3.605	208	13.69	208	21.36	208
	H/B=3	2.94	312	12.37	312	19.96	312
	H/B=4	2.55	416	11.51	416	19.03	416



		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=152 RH=38	H/B=0.25	12.2	38	30	38	41.5	38
	H/B=0.5	8.6	76	25.4	76	36.9	76
	H/B=0.75	7	114	22.95	114	34.5	114
	H/B=1	6.2	152	21.35	152	32.9	152
	H/B=1.25	5.45	190	20.3	190	31.7	190
	H/B=1.5	4.97	228	19.3	228	30.75	228
	H/B=2	4.3	304	17.96	304	29.3	304
	H/B=3	3.51	456	16.23	456	27.03	456
	H/B=4	3.05	608	15.1	608	26.1	608

		n=2		n=4		n=6	
		X0	Z0	X0	Z0	X0	Z0
B=200 RH=50	H/B=0.25	14.14	50	37.6	50	52.1	50
	H/B=0.5	10	100	31.62	100	46.4	100
	H/B=0.75	8.16	150	28.57	150	43.38	150
	H/B=1	7.07	200	26.58	200	41.34	200
	H/B=1.25	6.32	250	25.14	250	39.84	250
	H/B=1.5	5.77	300	24.02	300	38.65	300
	H/B=2	5	400	22.36	400	36.84	400
	H/B=3	4.08	600	20.2	600	34.43	600
	H/B=4	3.53	800	18.8	800	32.82	800

- ii- Tabla de valores promedio para  $n=2$  de los esfuerzos principales en el volumen de control para cada razón H/B Z radio hidráulico dado.

RH=50					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3[Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	50	70.55	4.61	65.94	15.29
0.5	100	81.04	10.05	70.99	8.06
0.75	150	80.30	12.58	67.72	6.38
1	200	78.18	15.39	62.79	5.08
1.25	250	70.42	17.14	53.28	4.11
1.5	300	65.19	17.91	47.29	3.64
2	400	53.10	16.38	36.72	3.24
3	600	32.41	11.69	20.72	2.77
4	800	15.36	5.85	9.51	2.63

RH=38					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	38	69.32	6.38	62.94	10.87
0.5	76	79.77	12.30	67.48	6.49
0.75	114	82.10	15.67	66.43	5.24
1	152	75.68	19.52	56.16	3.88
1.25	190	70.46	21.26	49.20	3.31
1.5	228	66.86	21.28	45.58	3.14
2	304	58.36	19.90	38.46	2.93
3	456	42.43	15.55	26.88	2.73
4	608	31.28	11.19	20.09	2.79

RH=26					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	26	68.71	7.97	60.74	8.62
0.5	52	77.66	14.63	63.02	5.31
0.75	78	77.06	19.86	57.19	3.88
1	104	75.11	21.32	53.79	3.52
1.25	130	71.58	22.63	48.95	3.16
1.5	156	67.18	20.55	46.63	3.27
2	208	61.02	23.20	37.82	2.63
3	312	49.53	20.71	28.82	2.39
4	416	40.41	16.92	23.49	2.39

RH=20					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	20	66.20	8.41	57.80	7.87
0.5	40	74.18	17.19	56.99	4.31
0.75	60	73.12	22.00	51.12	3.32
1	80	72.50	24.00	48.50	3.02
1.25	100	68.93	25.08	43.85	2.75
1.5	120	66.04	25.36	40.69	2.60
2	160	58.29	23.21	35.08	2.51
3	240	50.57	22.32	28.26	2.27
4	320	44.56	19.63	24.93	2.27

			RH=16		
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	16	64.92	10.12	54.80	6.42
0.5	32	68.75	18.35	50.40	3.75
0.75	48	71.84	21.86	49.98	3.29
1	64	69.69	23.96	45.73	2.91
1.25	80	67.14	26.08	41.06	2.57
1.5	96	65.08	26.33	38.75	2.47
2	128	60.13	25.37	34.76	2.37
3	192	51.77	23.62	28.15	2.19
4	256	46.27	21.17	25.10	2.19

			RH=10		
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	10	62.49	13.42	49.07	4.66
0.5	20	67.04	21.02	46.01	3.19
0.75	30	66.61	23.59	43.02	2.82
1	40	65.55	26.88	38.66	2.44
1.25	50	64.72	26.89	37.83	2.41
1.5	60	64.08	25.92	38.16	2.47
2	80	57.26	26.57	30.68	2.15
3	120	54.21	25.45	28.76	2.13
4	160	49.75	23.71	26.03	2.10

- iii- Tabla de valores promedio para n=4 de los esfuerzos principales en el volumen de control para cada razón H/B Z radio hidráulico dado.

RH=50					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	50	58.62	0.64	57.98	91.99
0.5	100	64.26	1.27	62.99	50.59
0.75	150	65.41	1.58	63.83	41.50
1	200	63.85	1.94	61.91	32.84
1.25	250	61.43	2.09	59.34	29.40
1.5	300	58.32	2.25	56.07	25.93
2	400	51.02	2.44	48.58	20.91
3	600	34.62	1.90	32.72	18.22
4	800	18.18	1.33	16.85	13.62

RH=38					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	38	60.34	1.22	59.12	49.55
0.5	76	67.15	1.90	65.25	35.32
0.75	114	68.75	2.88	65.87	23.88
1	152	67.90	3.09	64.80	21.96
1.25	190	64.80	4.39	60.41	14.77
1.5	228	63.07	4.39	58.69	14.38
2	304	57.69	3.91	53.78	14.75
3	456	44.48	4.45	40.03	9.99
4	608	33.05	2.96	30.09	11.18

RH=26					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	26	60.69	2.36	58.33	25.73
0.5	52	67.86	3.98	63.87	17.04
0.75	78	70.02	4.82	65.21	14.53
1	104	69.69	5.26	64.43	13.25
1.25	130	68.89	5.81	63.08	11.85
1.5	156	67.28	6.05	61.24	11.12
2	208	63.86	6.56	57.31	9.74
3	312	55.53	6.94	48.59	8.00
4	416	47.15	6.72	40.43	7.02

RH=20					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	20	60.97	3.41	57.56	17.89
0.5	40	67.35	5.15	62.20	13.09
0.75	60	69.87	7.32	62.54	9.54
1	80	70.27	7.42	62.85	9.47
1.25	100	70.11	8.61	61.50	8.14
1.5	120	68.40	9.58	58.82	7.14
2	160	66.17	9.50	56.67	6.96
3	240	58.31	11.18	47.13	5.22
4	320	52.83	10.01	42.82	5.28

			RH=16			
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3	
0.25	16	60.36	4.28	56.08	14.11	
0.5	32	67.18	6.76	60.41	9.93	
0.75	48	69.15	9.16	59.99	7.55	
1	64	69.26	9.86	59.40	7.03	
1.25	80	69.32	11.59	57.73	5.98	
1.5	96	68.95	11.59	57.36	5.95	
2	128	64.35	13.53	50.81	4.75	
3	192	61.30	14.55	46.75	4.21	
4	256	55.37	13.03	42.34	4.25	

			RH=10			
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3	
0.25	10	60.21	8.06	52.14	7.47	
0.5	20	65.17	11.14	54.03	5.85	
0.75	30	67.57	13.15	54.42	5.14	
1	40	67.88	14.28	53.60	4.75	
1.25	50	66.76	16.07	50.70	4.16	
1.5	60	65.31	18.44	46.87	3.54	
2	80	66.24	16.34	49.90	4.05	
3	120	60.33	19.61	40.71	3.08	
4	160	54.59	19.37	35.22	2.82	

- iv- Tabla de valores promedio para  $n=6$  de los esfuerzos principales en el volumen de control para cada razón H/B y radio hidráulico dado.

RH=50					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	50	54.16	0.14	54.02	387.76
0.5	100	58.42	0.38	58.04	153.24
0.75	150	58.83	0.40	58.43	148.74
1	200	56.93	0.64	56.29	89.54
1.25	250	54.39	0.49	53.90	110.54
1.5	300	51.45	0.52	50.94	99.40
2	400	45.19	0.49	44.70	91.69
3	600	31.05	0.38	30.67	82.12
4	800	16.51	0.22	16.30	76.76

RH=38					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	38	55.36	0.49	54.87	111.93
0.5	76	60.47	0.72	59.75	83.48
0.75	114	61.52	0.88	60.63	69.55
1	152	60.51	0.86	59.65	70.58
1.25	190	58.93	1.15	57.77	51.04
1.5	228	56.52	1.01	55.51	56.07
2	304	52.06	1.27	50.79	41.10
3	456	40.99	1.19	39.81	34.59
4	608	30.20	1.29	28.91	23.40



RH=26					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	26	56.90	1.32	55.58	43.16
0.5	52	61.34	1.75	59.58	35.01
0.75	78	64.48	2.63	61.85	24.54
1	104	64.77	2.24	62.53	28.88
1.25	130	63.72	2.81	60.90	22.65
1.5	156	62.85	3.07	59.77	20.44
2	208	60.21	3.55	56.65	16.95
3	312	52.11	2.82	49.29	18.50
4	416	44.15	2.46	41.68	17.93

RH=20					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	20	57.54	2.23	55.31	25.79
0.5	40	63.44	3.23	60.21	19.67
0.75	60	65.39	3.79	61.60	17.27
1	80	65.89	3.88	62.01	16.98
1.25	100	65.24	4.24	61.00	15.40
1.5	120	64.57	4.42	60.15	14.61
2	160	61.25	5.19	56.06	11.80
3	240	56.51	5.21	51.30	10.85
4	320	50.51	4.73	45.77	10.67

RH=16					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	16	57.98	3.16	54.81	18.32
0.5	32	64.08	4.51	59.57	14.19
0.75	48	66.33	5.80	60.54	11.45
1	64	67.00	6.83	60.17	9.81
1.25	80	66.41	6.23	60.18	10.66
1.5	96	65.87	6.77	59.10	9.73
2	128	64.22	7.06	57.16	9.10
3	192	59.27	8.75	50.52	6.78
4	256	55.28	7.51	47.77	7.36

RH=10					
H/B	H [m]	S1 [Mpa]	S3 [Mpa]	S1-S3 [Mpa]	S1/S3
0.25	10	58.64	6.31	52.32	9.29
0.5	20	63.36	8.48	54.88	7.47
0.75	30	64.67	9.66	55.01	6.69
1	40	65.48	11.09	54.39	5.90
1.25	50	65.85	10.73	55.12	6.14
1.5	60	65.43	11.13	54.30	5.88
2	80	64.60	11.57	53.03	5.58
3	120	61.67	12.09	49.58	5.10
4	160	58.01	13.57	44.44	4.28