



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

# MODELAMIENTO FLUIDODINÁMICO DE TURBINA EN BASE A TORNILLO DE ARQUÍMEDES EN RELAVES MINEROS

MEMORIA PARA OPTAR A TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

DANIEL ALEJANDRO QUINTANA TRONCOSO

PROFESOR GUÍA:  
WILLIAMS CALDERÓN MUÑOZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN  
ÁLVARO VALENCIA MUSALEM  
SEBASTIAN MAGGI SILVA

SANTIAGO DE CHILE  
2016

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Mecánico  
**POR:** Daniel Alejandro Quintana Troncoso  
**FECHA:** 08/03/2016  
**PROFESORA GUÍA:** Williams Calderón Muñoz

## **MODELAMIENTO FLUIDODINÁMICO DE TURBINA EN BASE A TORNILLO DE ARQUÍMEDES EN RELAVES MINEROS**

El tema a tratar en este trabajo de título corresponde al modelamiento fluidodinámico de una turbina en base al tornillo de Arquímedes que opere con relaves. Este trabajo está orientado a realizar un análisis por volúmenes finitos a una porción del fluido entre los álabes de la turbina, con el propósito de aprovechar eficientemente el recurso hidráulico disponible.

Este tema está motivado principalmente por la búsqueda de nuevas fuentes de energía eléctrica limpia y rentable.

El objetivo general de este trabajo de título es realizar un modelamiento fluido dinámico de una turbina en base al tornillo de Arquímedes (sinfín), con el fin de determinar la potencia máxima de generación en función de la RPM, para un caudal de relaves que transitan por un canal rectangular. Como objetivos específicos se tienen: elaborar un modelo basado en un volumen de control para determinar potencia; analizar la dependencia de la potencia respecto de la velocidad de rotación; desarrollar un modelo en CFD, para determinar esfuerzos sobre los álabes, carcasa y eje, calcular torque en turbina usando agua como fluido de trabajo; determinar revoluciones adecuadas para mejorar potencia; y modelar el comportamiento del relave en espacio entre álabes.

La metodología cuenta como primera etapa la recopilación y análisis de los desarrollos actuales del tornillo de Arquímedes utilizado como turbina. También se analizan antecedentes de la turbina operando con agua, sus dimensiones y condiciones de operación. Posteriormente se implementa un modelo computacional usando volúmenes finitos en el software Ansys para determinar el comportamiento de un cubo de agua y su influencia sobre la potencia total de tornillo, tanto para la operación con agua como para la operación con relaves,. Los resultados de este análisis entregan las revoluciones adecuadas para lograr el máximo provecho del recurso.

Como resultados se obtienen los esfuerzos de presión y de corte sobre todas las caras del volumen, se registra una disminución del momento total a medida que aumentan las revoluciones de operación. La componente del momento debido a la presión en el álabes inferior es la encargada de transmitir la mayor cantidad de momento al eje y esta depende mayormente del peso del fluido, Los esfuerzos de corte que se generan en la superficie del volumen se oponen al movimiento del mismo y este comportamiento se intensifica a medida que aumentan las revoluciones.

Las conclusiones de este trabajo reflejan que en el caso de maximizar potencia son predominantes las revoluciones de operación por sobre los esfuerzos viscosos que se oponen al movimiento de la turbina. La máxima RPM posible para el caudal disponible del canal de relave es 10RPM.

*Para recordar cuál fue la primera piedra que forjó los cimientos de ésta carrera.*

## Agradecimientos

Agradecer por el apoyo a mis profesores guía Williams Calderón y profesor co-guía Álvaro Valencia que siempre respondieron a mis inquietudes oportunamente, a mi profesor adjunto Sebastián Maggi por la ayuda en el software.

A mis amigos de Beauchef Runners con los cuales volví a vivir la pasión del atletismo. A mis queridos amigos de la U: Fernando Fuenzalida, José Andrés Espinoza y Pablo Huentelmu con los cuales compartí los momentos que me hicieron crecer como persona. A los del cole: Nelson Olguín, Francisco Molina y José Manuel Espinoza, con los que viví anécdotas memorables. A mi tía María y mi prima Claudia que nunca me olvidaron a pesar de la distancia.

A mi polola Fernanda Morales por ser un apoyo incondicional en los momentos difíciles y por compartir las mejores alegrías que viví en este periodo.

Finalmente agradecer a mi familia, en especial a mis padres Pedro y Mónica que son los pilares de mi vida, los que día a día se entregaron por completo para que no me faltara apoyo y amor.

# Tabla de contenido

1.	Introducción .....	1
1.1	Motivación .....	1
1.2	Objetivos .....	1
1.2.1	Objetivo General.....	2
1.2.2	Objetivos Específicos .....	2
1.3	Alcances .....	2
2.	Antecedentes .....	3
2.1	Turbina de Arquímedes .....	3
2.2	Análisis de la turbina .....	4
2.3	Ventajas y comparación de tecnologías .....	7
2.4	Implementación de turbinas con relaves.....	8
2.5	Tipos de fluidos .....	9
2.5.1	Fluido newtoniano .....	9
2.5.2	Fluido no newtoniano .....	10
2.6	Propiedades del relave .....	11
2.6.1	Granulometría del relave .....	11
2.6.2	Viscosidad .....	12
2.6.3	Parámetros de Bingham.....	13
2.7	Ecuaciones fundamentales .....	14
2.7.1	Conservación de la masa .....	16
2.7.2	Conservación del momentum .....	18
2.7.3	Conservación de energía.....	21
2.7.4	Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano e incompresible... 21	
2.8	Modelación computacional de fluidos .....	22
2.8.1	Numero de Courant .....	23
2.8.2	Parámetros de convergencia .....	23
2.8.3	Modelo numérico.....	23
2.8.4	Volumen de fluido (VOF) .....	25
2.8.5	Propiedades de material.....	27

3.	Metodología .....	28
4.	Definición del modelo.....	30
4.1	Cálculos preliminares .....	30
4.2	Geometría.....	31
4.3	Coeficiente de potencia.....	32
4.4	Propiedades de los fluidos .....	33
4.5	Mallado .....	34
4.6	Configuración .....	35
4.6.1	Modelo Utilizado.....	35
4.6.2	Fluidos involucrados .....	35
4.6.3	Condiciones de borde y de operación.....	37
4.6.4	Definición de la interfaz aire-líquido .....	40
4.6.5	Monitor y registros visuales .....	42
4.6.6	Parámetros de cálculo.....	42
5.	Modelación.....	44
5.1	Caso estático en agua.....	44
5.2	Caso de referencia en agua a 31.5 RPM .....	46
5.3	Caso estático en relave.....	49
5.4	Caso de referencia en relave a 31.5 RPM .....	51
6.	Resultados .....	55
7.	Conclusiones .....	60
8.	Bibliografía.....	61
	Anexos .....	63
	Anexo I: Casos operando con agua a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM .....	64
	Caso en agua a 60 RPM .....	64
	Caso en agua a 90 RPM .....	67
	Caso en agua a 120 RPM .....	70
	Caso en agua a 150 RPM .....	73
	Caso en agua a 180 RPM .....	76
	Anexo II: Casos operando con relave a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM.....	79
	Caso en relave a 60 RPM .....	79

Caso en relave a 90 RPM .....	82
Caso en relave a 120 RPM .....	85
Caso en relave a 150 RPM .....	88
Caso en relave a 180 RPM .....	91

## Índice de tablas

Tabla (2.1): Valores óptimos de parámetros adimensionales.....	6
Tabla (2.2): Características del relave.....	12
Tabla (4.1): Dimensiones cubo de agua.....	30
Tabla (4.2): Propiedades de los fluidos.....	33
Tabla (5.1): Fuerzas verticales en caras caso estático en agua.....	45
Tabla (5.2): Momentum en caras caso estático en agua.....	46
Tabla (5.3): Fuerzas verticales en caras en agua a 31.5 RPM.....	49
Tabla (5.4): Momentum en caras en agua a 31.5 RPM.....	49
Tabla (5.5): Fuerzas verticales en caras en relave estático.....	51
Tabla (5.6): Momento en caras en relave estático.....	51
Tabla (5.7): Fuerzas verticales en caras en agua a 31.5 RPM.....	54
Tabla (5.8): Momentum en caras en agua a 31.5 RPM.....	54
Tabla (A.1): Fuerzas verticales en caras en agua a 60 RPM.....	66
Tabla (A.2): Momentum en caras en agua a 60 RPM.....	66
Tabla (A.3): Fuerzas verticales en caras en agua a 90 RPM.....	69
Tabla (A.4): Momentum en caras en agua a 90 RPM.....	69
Tabla (A.5): Fuerzas verticales en caras en agua a 120 RPM.....	72
Tabla (A.6): Momentum en caras en agua a 120 RPM.....	72
Tabla (A.7): Fuerzas verticales en caras en agua a 150 RPM.....	75
Tabla (A.8): Momentum en caras en agua a 150 RPM.....	75
Tabla (A.9): Fuerzas verticales en caras en agua a 180 RPM.....	78
Tabla (A.10): Momentum en caras en agua a 180 RPM.....	78
Tabla (A.11): Fuerzas verticales en caras en relave a 60 RPM.....	81
Tabla (A.12): Momentum en caras en relave a 60 RPM.....	81
Tabla (A.13): Fuerzas verticales en caras en relave a 90 RPM.....	84
Tabla (A.14): Momentum en caras en agua a 90 RPM.....	84
Tabla (A.15): Fuerzas verticales en caras en relave a 120 RPM.....	87
Tabla (A.16): Momentum en caras en relave a 120 RPM.....	87
Tabla (A.17): Fuerzas verticales en caras en relave a 150 RPM.....	90
Tabla (A.18): Momentum en caras en relave a 150 RPM.....	90
Tabla (A.19): Fuerzas verticales en caras en relave a 180 RPM.....	93
Tabla (A.20): Momentum en caras en relave a 180 RPM.....	93



## Índice de figuras

Figura (2.1): Esquema de generador en base al tornillo de Arquímedes [2].	3
Figura (2.2): Parámetros turbina. Fuente [2].	4
Figura (2.3): Parámetros de un tornillo de Arquímedes. Fuente [5].	5
Figura (2.4): Rango de funcionamiento de turbinas [8].	7
Figura (2.5): Canal de relaves [1].	8
Figura (2.6): Turbina [1].	9
Figura (2.7): Deformación de un fluido entre planos [10].	10
Figura (2.8): Fluidos newtonianos y no newtonianos [9].	10
Figura (2.9): Esquema de viscosidades [10].	13
Figura (2.10): Elemento infinitesimal de fluido [13].	15
Figura (2.11): Caudales máxicos entrando y saliendo del elemento [13].	17
Figura (2.12): Esfuerzos de corte y de presión [14].	19
Figura (2.13): Elemento de fluido sometido a esfuerzos en dirección x [13].	19
Figura (2.14): Modelo Euler-Lagrange. [15].	24
Figura (2.15): Modelo Euler-Euler. [15].	24
Figura (3.1): Metodología.	28
Figura (4.1): Torque en cubo de agua respecto al centro de masa.	31
Figura (4.2): Vistas del volumen de control.	32
Figura (4.3): Mallado.	34
Figura (4.4): Parámetros del modelo multifásico.	35
Figura (4.5): Propiedades del aire.	36
Figura (4.6): Propiedades del agua.	36
Figura (4.7): Propiedades del relave.	37
Figura (4.8): Parámetros de Bingham en modelo Herschel-Bulkley.	37
Figura (4.9): Sectores del volumen.	38
Figura (4.10): Condiciones de borde de álabe inferior.	39
Figura (4.11): Condición de borde periódica en intersección.	39
Figura (4.12): Condiciones de operación.	40
Figura (4.13): Límite liquido-aire.	41
Figura (4.14): Límites del hexaedro de líquido.	41
Figura (4.15): Parámetros del monitor.	42
Figura (4.16): Configuración del paso del tiempo.	43
Figura (5.1): Esfuerzos de corte en álabe inferior caso estático en agua.	44
Figura (5.2): Presión en álabe inferior caso estático en agua.	45
Figura (5.3): Simulación en 4 instantes en agua para 31.5 RPM.	47
Figura (5.4): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 31.5 RPM.	48
Figura (5.5): Presión sobre el álabe inferior en agua 31.5 RPM.	48
Figura (5.6): Esfuerzo de corte en álabe inferior caso estático en relave.	50

Figura (5.7): Presión en álabe inferior caso estático en relave.....	50
Figura (5.8): Simulación en 4 instantes en relave para 31.5 RPM.....	52
Figura (5.9): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 31.5 RPM.....	53
Figura (5.10): Presión sobre el álabe inferior en agua 31.5 RPM.....	53
Figura (6.1): Fuerza en función de RPM.....	55
Figura (6.2): Momento en función de RPM.....	55
Figura (6.3): Momento por presión sobre en álabe inferior.....	56
Figura (6.4): Momento por esfuerzos de corte sobre el álabe inferior.....	57
Figura (6.5): Potencia operando con agua y con relave.....	58
Figura (6.6): Coeficiente de operando con agua y relave para distintas RPM.....	58
Figura (A.1): Simulación en 4 instantes en agua para 60 RPM.....	64
Figura (A.2): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 60 RPM.....	65
Figura (A.3): Presión sobre el álabe inferior en agua para 60 RPM.....	65
Figura (A.4): Simulación en 4 instantes en agua para 90 RPM.....	67
Figura (A.5): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 90 RPM.....	68
Figura (A.6): Presión sobre el álabe inferior en agua para 90 RPM.....	68
Figura (A.7): Simulación en 4 instantes en agua para 120 RPM.....	70
Figura (A.8): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 120 RPM.....	71
Figura (A.9): Presión sobre el álabe inferior en agua para 120 RPM.....	71
Figura (A.10): Simulación en 4 instantes en agua para 150 RPM.....	73
Figura (A.11): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 150 RPM.....	74
Figura (A.12): Presión sobre el álabe inferior en agua para 150 RPM.....	74
Figura (A.13): Simulación en 4 instantes en agua para 180 RPM.....	76
Figura (A.14): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 180 RPM.....	77
Figura (A.15): Presión sobre el álabe inferior en agua para 180 RPM.....	77
Figura (A.16): Simulación en 4 instantes en relave para 60 RPM.....	79
Figura (A.17): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 60 RPM.....	80
Figura (A.18): Presión sobre el álabe inferior en relave para 60 RPM.....	80
Figura (A.19): Simulación en 4 instantes en relave para 90 RPM.....	82
Figura (A.20): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 90 RPM.....	83
Figura (A.21): Presión sobre el álabe inferior en relave para 90 RPM.....	83
Figura (A.22): Simulación en 4 instantes en relave para 120 RPM.....	85
Figura (A.23): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 120 RPM.....	86
Figura (A.24): Presión sobre el álabe inferior en relave para 120 RPM.....	86
Figura (A.25): Simulación en 4 instantes en relave para 150 RPM.....	88
Figura (A.26): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 150 RPM.....	89
Figura (A.27): Presión sobre el álabe inferior en relave para 150 RPM.....	89
Figura (A.28): Simulación en 4 instantes en relave para 180 RPM.....	91
Figura (A.29): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 180 RPM.....	92
Figura (A.30): Presión sobre el álabe inferior en relave para 180 RPM.....	92

# **1. Introducción**

Dentro de la minería, uno de los principales desechos son los relaves, los cuales se decantan en una cancha de acopio. El método de traslado típico de estos relaves desde la planta a la cancha de acopio es a través de canales de concreto que tienen una pendiente determinada para que transiten. Actualmente no existen formas para aprovechar el recurso hidráulico de estos relaves, por lo que se pretende en este trabajo modelar una turbina que genere electricidad bajo estas condiciones.

La turbina propuesta para aprovechar este recurso está basada en el tornillo de Arquímedes que antiguamente se utilizaba como bomba para elevar agua o granos. Actualmente existen turbinas de estas características operando en lechos de ríos o canales de baja cota y caudal, siendo una de sus principales ventajas su alta eficiencia, fácil manipulación, bajas presiones de funcionamiento y bajos costos de mantención.

## **1.1 Motivación**

Actualmente en lo proceso minero desarrollados en Chile, existe un gran movimiento de material entre la mina, las plantas concentradoras y el tranque de relaves, donde entre estos dos últimos lugares, el transporte de material que comúnmente es relave, se realiza mediante canales de concreto o tubo por acción gravitatoria dadas las condiciones orográficas donde se ubican las plantas mineras en Chile.

Existe un elevado potencial energético asociado al transporte de relaves por estos canales que actualmente no está siendo aprovechado. Se han realizado intentos de confinar el relave mediante tubos y así utilizar una tecnología hidráulica de generación, pero dadas las condiciones de trabajo (alta presión) y las características del fluido erosionan de sobremanera los álabes y los conductos, por lo que se hace muy costoso obtener energía de esta forma [1].

## **1.2 Objetivos**

Dentro de este trabajo, se abordarán temas respecto a las revoluciones de operación del tornillo, tomando como parámetros, las condiciones geográficas de lugar

### **1.2.1 Objetivo General**

El objetivo general de este trabajo de título es realizar un modelamiento fluido dinámico de una turbina en base al tornillo de Arquímedes (sinfín), con el fin de determinar la potencia máxima de generación en función de la RPM, para un caudal de relaves que transitan por un canal rectangular, en condiciones de operación de una planta minera.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

Los objetivos específicos para abordar el problema son los siguientes:

- Elaborar un modelo basado en un volumen de control para determinar potencia.
- Analizar la dependencia de la potencia respecto a la velocidad de rotación para una geometría determinada.
- Desarrollar un modelo en CFD, para determinar esfuerzos sobre los álabes, carcasa y eje (segmentos del álabe) y calcular torque en turbina usando agua como fluido de trabajo.
- Modelar el comportamiento del relave en espacio entre álabes.
- Proponer revoluciones adecuadas para mejorar potencia.

### **1.3 Alcances**

En primera instancia se realizará una modelación utilizando como fluido de trabajo agua. Una vez implementado el modelo con agua, se utilizará un modelo de viscosidad de flujo que represente el comportamiento del relave.

Este trabajo aborda las condiciones de funcionamiento del canal de relaves N°1 de la División El Teniente de Codelco, esto involucra características del relave como densidad porcentaje de sólido. Se modelará considerando un tornillo de Arquímedes de 3 álabes.

## 2. Antecedentes

### 2.1 Turbina de Arquímedes

El tornillo de Arquímedes es un dispositivo que se utilizaba en la antigüedad como bomba para elevar agua, harina o cualquier líquido o sólido granulado. El principio de funcionamiento consiste en hacer girar un eje inclinado rodeado de hélices helicoidales dentro de un cilindro de tal forma que en el extremo inferior del eje se encierre agua entre cada hélice, esta agua se desplaza en el interior con cada giro, llegando finalmente al extremo superior.

En el caso de generación el procedimiento se realiza al revés, se conecta el extremo superior del tubo a un embalse, entonces el agua entra en la cavidad ejerciendo una presión en el álabe, haciendo girar el eje y desplazando el agua encerrada entre alabes hacia abajo, de tal forma que en el siguiente giro entra otra porción del agua al tornillo, así se repite el ciclo. El eje se encuentra acoplado a un generador el cual produce energía eléctrica, esto se muestra en la Figura (2.1).

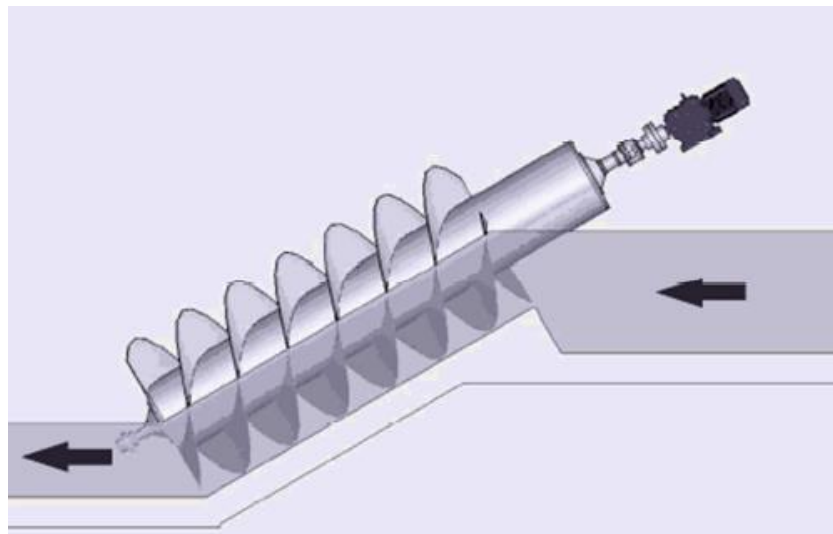


Figura (2.1): Esquema de generador en base al tornillo de Arquímedes [2].

La turbina de Arquímedes se encuentra en el grupo de las máquinas gravimétricas, es decir el agua contribuye al movimiento de la turbina con su propio peso, llenando las cavidades del tornillo que funcionan como cubetas o cajones que se desplazan hacia abajo y por la acción de su peso y la superficie helicoidal de la hélice, hacen girar al tornillo [2].

## 2.2 Análisis de la turbina

Para la construcción y el diseño de la turbina se definen siete parámetros externos: caudal disponible, diámetro exterior del tornillo, altura del salto, ángulo de inclinación del tornillo, eficiencia y el número de hilos. Con estos parámetros se deduce la geometría del tornillo la cual es: longitud, ángulo de inclinación de la hélice, diámetro externo y paso diametral, estos se muestran en la Figura (2.2)

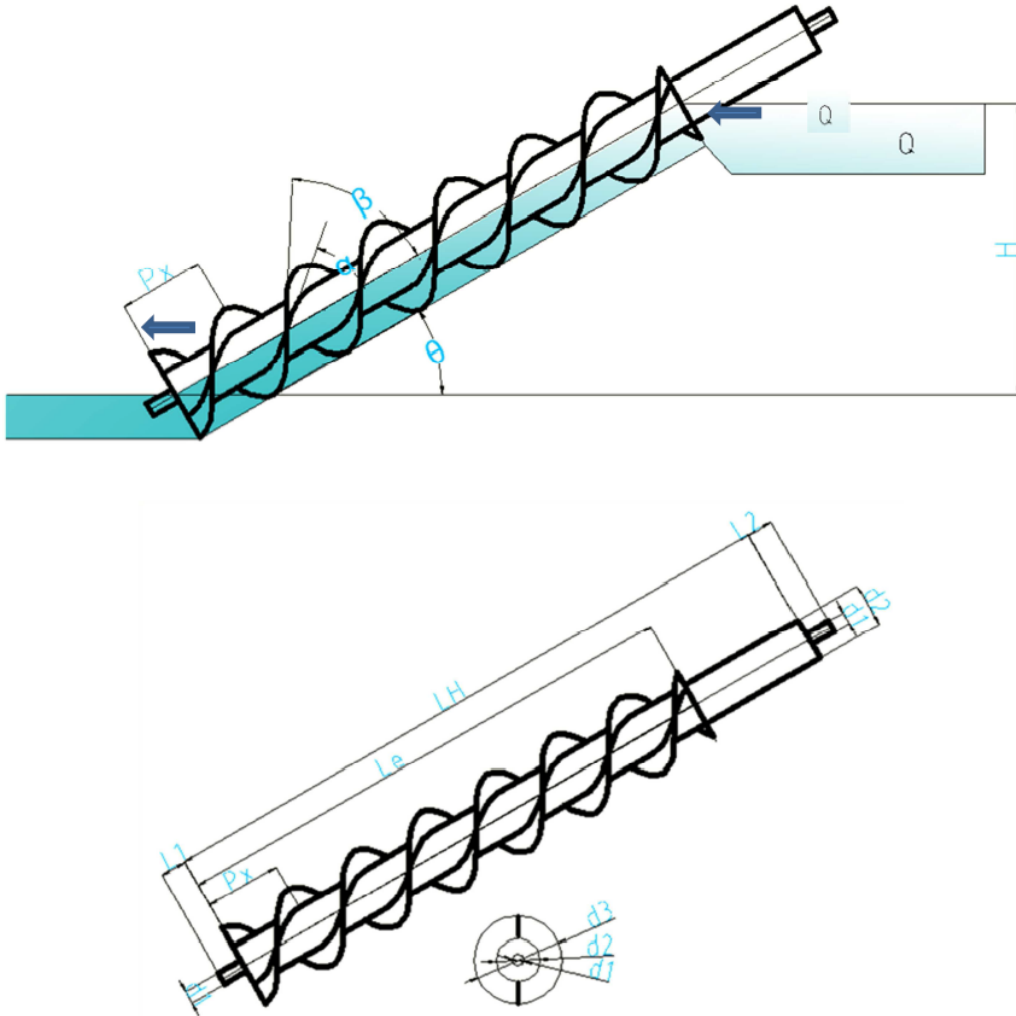


Figura (2.2): Parámetros turbina. Fuente [2].

Donde:

$\alpha$ : Ángulo de inclinación exterior de la hélice [°].

$\beta$ : Ángulo de inclinación interior de la hélice [°].

$\theta$ : Ángulo de inclinación del tornillo [°].

$Q$ : Caudal [ $m^3/s$ ].

$d_1$ : Diámetro del eje sólido [m].



$$v = \frac{V_T}{\pi R_o \Lambda} \quad (2.4)$$

Donde:

$r$ : Fracción de radios

$R_i$ : Radio del eje [m]

$R_o$ : Radio de carcasa [m]

$\lambda$ : Fracción de paso de álabe.

$K$ : Cos  $\theta$  ángulo de inclinación.

$\Lambda$ : Paso del álabe [m].

$v$ : Fracción de volumen.

$V_B$ : Volumen de agua en un cubo (agua entre álabes).

$N$ : Número de álabes.

$V_T = V_B * N$ : Volumen de agua total dentro del tornillo.

Con estas ecuaciones se llega a distintos valores de parámetros adimensionales, los cuales dependen del número de álabes en el tornillo [5]. En la Tabla (2.1) se muestran los parámetros adimensionales para un número de álabes de 1 a 5 que son los tornillos que se ven comúnmente en el mercado.

**Tabla (2.1): Valores óptimos de parámetros adimensionales.**

Número de álabes	$\rho$ Óptimo	$\lambda$ Óptimo	$v$ Óptimo
1	0,5358	0,1285	0,2811
2	0,5369	0,1863	0,2747
3	0,5357	0,2217	0,2697
4	0,5353	0,2456	0,2667
5	0,5352	0,2630	0,2647

Fuente [5]

Con estos parámetros se obtiene dimensiones precisas para un tornillo con un radio exterior, un ángulo de inclinación y un número de álabes determinado.

A medida que aumenta el número de álabes menor es el impacto de la descarga de agua entre álabes pero mayor es el costo de producción. Un número prudente de álabes para esta aplicación está en torno a los 3 álabes.

Otro parámetro preponderante en el diseño del tornillo son las revoluciones del mismo. Las RPM están relacionadas con el diámetro externo del tornillo por medio de la ecuación (2.5) [6]

$$RPM = \frac{50}{D_o^{2/3}} \quad (2.5)$$



Mediante esta ecuación, se limitan las revoluciones al diámetro del tornillo para mantener el fluido en la parte inferior del ducto y así realizar el empuje en el álabe necesario para la rotación del tornillo. Si esto no se cumpliera la turbulencia evitaría que los cubos se llenarían, disminuyendo así la eficiencia del tornillo [5].

Otro parámetro que está involucrado en el rendimiento del tornillo son los niveles de agua a la entrada y salida del mismo. Donde se comprueba que es beneficioso tener un alto nivel de agua a la entrada y un bajo nivel de agua a la salida, ya que en este último punto, el nivel de agua disminuye la rotación del tornillo, por consiguiente su potencia [7].

## 2.3 Ventajas y comparación de tecnologías

El uso actual de esta tecnología es ampliamente utilizado en bajas cotas y bajo caudales, dado su fácil implementación, mantención y control del mismo, respecto de tecnologías que pueden operar bajo las mismas condiciones. Los rangos de operación para las tecnologías hidráulicas más utilizadas se muestran en la Figura (2.4).

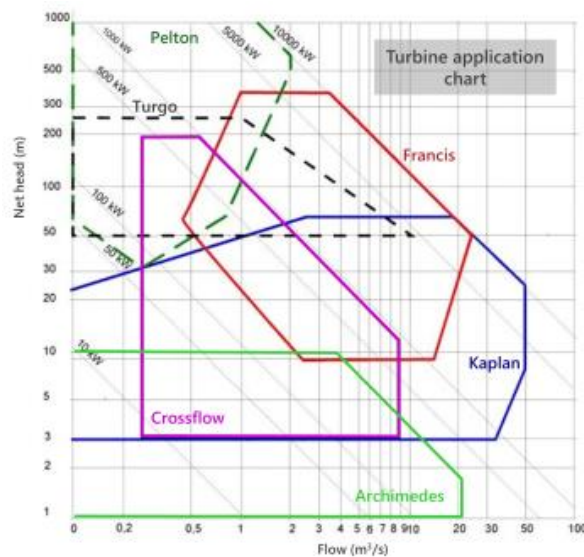


Figura (2.4): Rango de funcionamiento de turbinas [8].

Las ventajas más relevantes de la turbina de Arquímedes respecto de las tecnologías que operan dentro del mismo rango son:

- Trabajo óptimo en bajas cotas.
- Alta eficiencia a diferentes caudales.
- Baja inversión en obras civiles con respecto a otras tecnologías.
- Poco mantenimiento.
- Baja velocidad de rotación ( $RPM < 60$ ).
- Sin cavitación.
- Fácil control de operación, el tornillo se autorregula.
- Amigable con el medio ambiente.

i) En operación con hasta el 15% del flujo máximo.

## 2.4 Implementación de turbinas con relaves

Se tienen registros recientes de la instalación de una Micro Central Hidroeléctrica piloto donde se utilizó como fluido motriz relaves de procesamiento de mineral de cobre. En este caso se tomó una fracción del caudal que fluye por las canaletas de relaves de hormigón armado, derivadas de una cámara alimentadora de la Cascada N°1, en sector Barahona de CODELCO Teniente, el canal se muestra en la Figura (2.5).



Figura (2.5): Canal de relaves [1].

En este caso, se utilizó una bomba centrífuga operando como bomba (Figura (2.6)) de 6"x6", revestida con compuestos de caucho para líquidos abrasivos, instalada en forma invertida.

La configuración para este caso fue de una altura neta de 38,4 [m], con un caudal de diseño de 0,111 [m<sup>3</sup>/s], la potencia generada fue de 45 [kW], con una eficiencia de 61% [1].



Figura (2.6): Turbina [1].

## 2.5 Tipos de fluidos

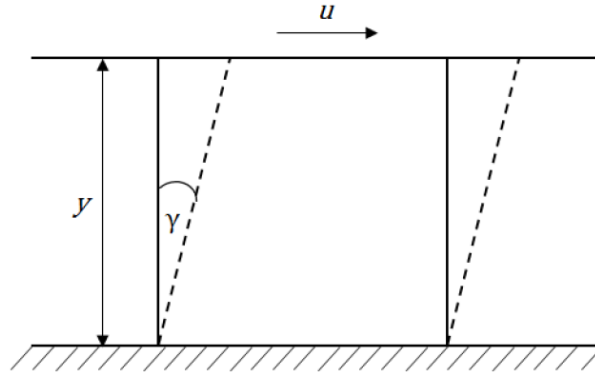
Un fluido se puede definir como: “sustancia que se deforma continuamente cuando se ve sometida a un esfuerzo de corte, dado que entre moléculas solo existe una fuerza de atracción débil”. El grado de oposición del fluido a esta deformación se denomina viscosidad y en base a ésta, los fluidos se pueden clasificar en dos grupos: newtoniano y no-newtoniano.

### 2.5.1 Fluido newtoniano

Se llama fluido Newtoniano al fluido cuya viscosidad no varía y es independiente del tiempo de la velocidad de deformación. El esfuerzo de corte es directamente proporcional a la velocidad de deformación, esto se representa por las ecuaciones (2.6) y (2.7) [9].

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dy} = \frac{d\gamma}{dt} \quad (2.6)$$

$$\tau = \mu\dot{\gamma} \quad (2.7)$$



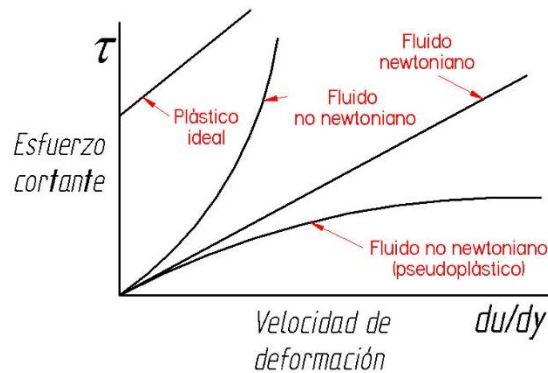
**Figura (2.7): Deformación de un fluido entre planos [10].**

Donde:

- $\dot{\gamma}$ : Tasa de deformación [1/s].
- $u$ : Velocidad tangencial del plano superior [m/s].
- $y$ : Distancia entre planos [m].
- $\tau$ : Esfuerzo de corte [ $N/m^2$ ].
- $\mu$ : Viscosidad [ $N \cdot s/m^2$ ].
- $\gamma$ : Deformación angular [ $^\circ$ ].

### 2.5.2 Fluido no newtoniano

El fluido no newtoniano es el que su viscosidad no varía y es dependiente del tiempo de la velocidad de deformación. Existen 3 categorías en las que se puede clasificar un fluido no newtoniano, como: plásticos, pseudo-plásticos y dilatantes. El comportamiento de estos fluidos al aplicar una deformación se muestra en la Figura (2.8).



**Figura (2.8): Fluidos newtonianos y no newtonianos [9].**

### 2.5.2.1 Plástico de Bingham

Se llama plástico de Bingham o plástico ideal al fluido el cual se comporta como sólido para tensiones tangenciales menores que un valor  $\tau_0$ . Al superar este valor, el fluido escurre describiendo un comportamiento de fluido newtoniano. Esta descripción puede ser interpretada como se muestra en las ecuaciones (2.8) y (2.9).

$$\dot{\gamma} = 0; \text{ si } \tau < \tau_0 \quad (2.8)$$

$$\tau = \tau_f + \mu_B \dot{\gamma}; \text{ si } \tau > \tau_0 \quad (2.9)$$

Donde,

- $\tau_f$  = Esfuerzo de fluencia [N/m].
- $\mu_B$  = Viscosidad de Bingham [N\*s/m<sup>2</sup>].

Cuando se trabaja con un relave de una concentración en peso por debajo del 60% se considera que prevalece un comportamiento marcadamente newtoniano [11], como es el caso presente en el canal de relaves utilizado como referencia, donde la concentración en peso del relave bordea el 50% [1].

## 2.6 Propiedades del relave

En este trabajo se modelará el relave como fluido No-Newtoniano, suponiendo que el flujo es suficientemente homogéneo. Para llevar esto a cabo, es necesario definir sus propiedades principales.

### 2.6.1 Granulometría del relave

Para la aplicación del modelo, una vez realizadas las pruebas usando agua como fluido principal, se caracterizará el fluido con las propiedades del relave proveniente de las operaciones realizadas en la mina el teniente, específicamente del canal N°1 que llega hasta el tranque Carén. El caudal y la densidad del relave se muestran en la Tabla (2.2) [12].

Tabla (2.2): Características del relave.

Mes	Promedio mensual (m3/seg)		Promedio mensual (Ton/m3)	
	2013	2014	2013	2014
<b>Enero</b>	2,1	2,13	1,44	1,46
<b>Febrero</b>	2,04	1,92	1,48	1,51
<b>Marzo</b>	2,08	2,01	1,49	1,50
<b>Abril</b>	1,93	1,86	1,47	1,48
<b>Mayo</b>	2,04	2,09	1,48	1,48
<b>Junio</b>	2,07	2,04	1,48	1,49
<b>Julio</b>	2,11	2,03	1,49	1,49
<b>Agosto</b>	2,14	2,1	1,47	1,50
<b>Septiembre</b>	1,77	2,18	1,49	1,49
<b>Octubre</b>	2,01	2,16	1,49	1,50
<b>Noviembre</b>	2,12	2,13	1,49	1,50
<b>Diciembre</b>	1,99	2,08	1,48	1,49

Fuente: [10]

## 2.6.2 Viscosidad

En el caso de un fluido en general, se pueden definir dos viscosidades: la viscosidad aparente y la viscosidad local. La viscosidad aparente se define como se muestra en la ecuación (2.10).

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (2.10)$$

Para un fluido Newtoniano se tiene  $\mu_a = \mu = cte$ . En todos los demás casos la viscosidad aparente depende de  $\dot{\gamma}$  por lo que no está bien definida a menos que se especifique la tasa de deformación. La viscosidad aparente puede entenderse como la viscosidad que tendría un fluido Newtoniano que presentara el mismo esfuerzo de corte que el fluido estudiado para un valor determinado de  $\dot{\gamma}$ .

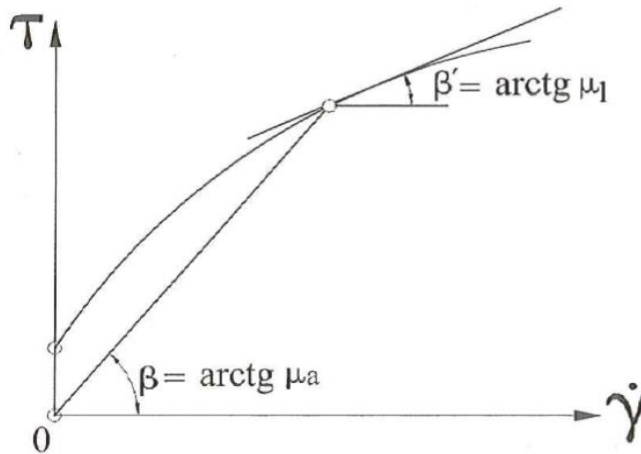


Figura (2.9): Esquema de viscosidades [10].

Considerando un punto en la curva de viscosidad como se muestra en la Figura (2.9) es posible definir la viscosidad local como se muestra en la relación (2.11)

$$\mu_l = \frac{\delta\tau}{\delta\dot{\gamma}} \quad (2.11)$$

En este caso, para un fluido Newtoniano  $\mu_l = \mu_a = \mu = cte$ , y para un fluido de Bingham se tiene que  $\mu_a = \mu_B = cte$ . En todos los demás casos la viscosidad local depende de  $\dot{\gamma}$ . Se deduce que, en general la viscosidad aparente y la viscosidad local carecen de significado a menos que se especifique el valor de  $\dot{\gamma}$  para la cual fueron medidas.

Se puede introducir el concepto de viscosidad aparente asintótica  $\mu_\infty$  que es la viscosidad aparente cuando la velocidad de deformación tiende a infinito como se muestra en la ecuación (2.12).

$$\mu_\infty = \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow \infty} \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (2.12)$$

En algunos casos este límite no existe, pero para el caso de Bingham se tiene que  $\mu_\infty = \mu_B$ .

### 2.6.3 Parámetros de Bingham

Para realizar el cálculo de la viscosidad de Bingham y la tensión de fluencia se utilizan las expresiones (2.13), (2.14), (2.15), (2.16).

$$\phi = \frac{C_p}{C_p + (1 - C_p) \cdot \frac{SG_s}{SG_l}} \quad (2.13)$$

$$\tau_f = A \cdot \phi^B \quad (2.14)$$

$$V_R = \frac{SG_s}{SG_l} \cdot \frac{C_p}{(1 - C_p)} \quad (2.15)$$

$$\frac{\mu_B}{\mu_{agua}} = 10^{V_R \cdot B'} \quad (2.16)$$

Donde:

- $\phi$ : Concentración volumétrica de sólidos.
- $SG_s$ : Gravedad específica de los sólidos.
- $SG_l$ : Gravedad específica de los líquidos.
- $V_R$ : Volumen reducido del sólido.
- $\mu_{agua}$ : Viscosidad del agua.

Los parámetros A, B y B' son parámetros de ajuste que se obtienen mediante una correlación con datos experimentales obtenidos para el relave específico a estudiar.

## 2.7 Ecuaciones fundamentales

El comportamiento de los fluidos está gobernado por las siguientes leyes de conservación de la física:

- Conservación de la masa.
- Conservación del momentum.
- Conservación de la energía.

En términos macroscópicos el fluido puede considerarse como un continuo donde prevalecen propiedades como velocidad, presión, densidad y temperatura. Todas estas propiedades tienen un valor determinado en el espacio tridimensional y en un momento dado. Para el análisis completo de la porción de fluido involucrada en el tornillo, es necesario discretizar este volumen y conocer cómo se comporta un elemento infinitesimal cubico de aristas  $\delta x$ ,  $\delta y$  y  $\delta z$  como el que se muestra en la Figura (2.10).



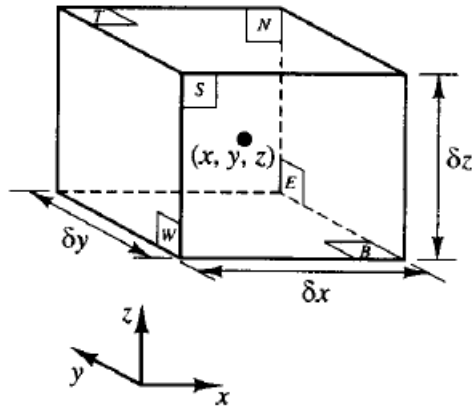


Figura (2.10): Elemento infinitesimal de fluido [13].

Este elemento está espacialmente identificado por su centro  $(x, y, z)$  y rodeado por 6 caras perpendiculares a un eje de coordenadas.

Los cambios de masa, de momento y de energía (además de fuerzas internas) se estiman calculando el cambio de estos valores respecto a las caras nombradas anteriormente

Las propiedades relevantes que describen el comportamiento del fluido en función del espacio y del tiempo como se muestra en el punto (2.17):

$$\rho(x, y, z, t); p(x, y, z, t); T(x, y, z, t); u(x, y, z, t). \quad (2.17)$$

Estas propiedades son densidad, presión, temperatura y velocidad. Nótese que las ecuaciones y expresiones siguientes en base a estos términos, sus dependencias con el espacio y el tiempo vendrán dadas de una manera implícita. Por ejemplo, la derivada de la coordenada  $X$  de la presión  $p$  en  $(x, y, z)$  y tiempo  $t$  vendrá anotado por  $\partial p / \partial x$ .

El elemento en consideración es tan pequeño que las propiedades del fluido en sus caras pueden expresarse de una manera suficientemente precisa por medio de los dos primeros términos de una serie de Taylor expansiva. Por ejemplo, la presión en las caras W y E, donde las dos están a una distancia de  $1/2 \delta x$  del centro, puede expresarse como se muestra en las relaciones de la expresión (2.18).

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \quad y \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \delta x \quad (2.18)$$

### Derivada material

Las leyes de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento se basan en el cambio en las propiedades de una partícula de fluido, pero la descripción euleriana de la derivada ordinaria  $\partial f / \partial t$  no representa toda la variación de una propiedad  $f$  del fluido por unidad de tiempo debido al movimiento del fluido mismo. Para reflejar esta variación se utiliza la derivada material también conocida como aproximación lagrangiana.

Cada propiedad de la partícula es una función de la posición (x, y, z) de esta partícula y del tiempo t. La derivada material de una partícula que se desplaza con respecto del tiempo, Df/Dt, es (Ecuación (2.19)):

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (2.19)$$

Ya que la partícula sigue el flujo,  $dx/dt=u$ ;  $dy/dt=v$ ;  $dz/dt=w$ . De esta manera se obtiene la ecuación (2.20).

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)f \quad (2.20)$$

Así, Df/Dt define la rapidez en el cambio de una propiedad por unidad de masa f. Es posible determinar con métodos numéricos el comportamiento de un fluido a partir de la aproximación lagrangiana, esto es, rastreando el movimiento de una partícula. A pesar de ello, es más común desarrollar las ecuaciones sobre un conjunto de elementos de un fluido que conforman una región fijada en el espacio, como una tubería, bomba centrífuga, etc. Esto está definido por el método de Euler.

Como en el caso de la conservación de la masa, aquí interesa el desarrollo de las ecuaciones en los cambios por unidad de volumen, esto se logra ponderando por la densidad, como se muestra en la ecuación (2.21).

$$\rho \frac{Df}{Dt} = \rho \frac{\partial f}{\partial t} + \rho(\vec{V} \cdot \nabla)f \quad (2.21)$$

### 2.7.1 Conservación de la masa

Para determinar la ecuación de la conservación de la masa es necesario hacer un balance másico del fluido en el elemento designado, tomando como eje fundamental la siguiente base:

*Índice del aumento de la masa en el elemento = Índice del caudal másico a través del elemento*

El primer término de la anterior afirmación depende únicamente de la densidad dado un elemento infinitesimal fijo (Ecuación (2.22)).

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (2.22)$$

El segundo término viene determinado por el producto de la densidad, el área y la componente de la velocidad normal a la cara establecida del elemento, como se expresa en el término (2.23).

$$\begin{aligned}
& \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\
& + \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\
& + \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y
\end{aligned} \tag{2.23}$$

El flujo que entra en el elemento produce un aumento de la masa y adquiere un signo positivo, mientras que el flujo que sale adquiere un signo negativo (Figura (2.11)).

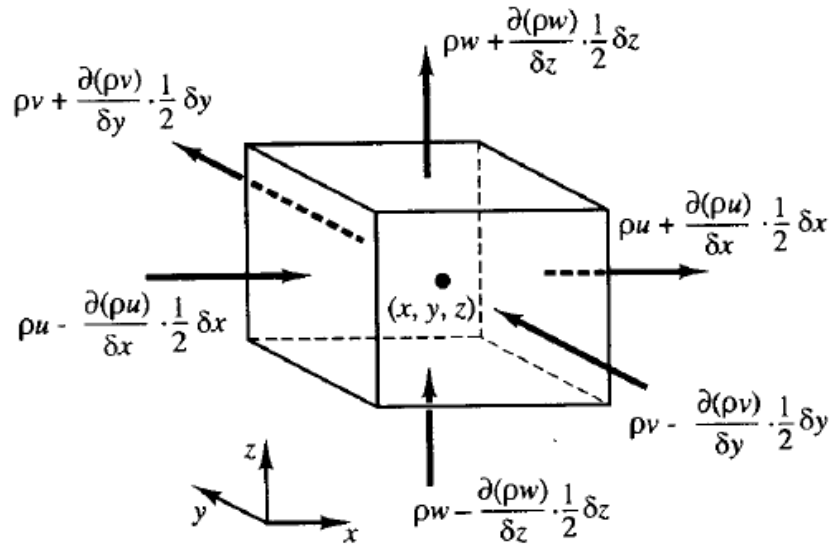


Figura (2.11): Caudales máxicos entrando y saliendo del elemento [13].

El índice de incremento de la masa dentro del elemento ahora se iguala al balance de caudal máxico del elemento a través de sus caras. Nótese que la ecuación está dividida por el volumen del elemento  $\delta x$ ,  $\delta y$ , y  $\delta z$  (Ecuación (2.24)).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{2.24}$$

De forma vectorial la ecuación anterior se escribe como se muestra en la ecuación (2.25).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \tag{2.25}$$

Ésta es la ecuación de la conservación de la masa o ecuación de la continuidad en un punto para un fluido compresible. El primer término se refiere al cambio de la densidad respecto

del tiempo. El segundo término describe el balance del caudal másico que atraviesa el elemento por medio de sus contornos; se denomina término convectivo.

Para un fluido incompresible y de densidad constante en el tiempo, la ecuación (2.25) se reduce a la expresión de la ecuación (2.26).

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.26)$$

## 2.7.2 Conservación del momentum

De la segunda ley de Newton se sabe que la suma de fuerzas en el elemento es igual al aumento en el movimiento de esta partícula. Como esta afirmación se cumple para un espacio tridimensional es correcto descomponerla en cada una de estas dimensiones. Considerando por ejemplo la dimensión x como referencia, se puede escribir la relación de Newton como se muestra en la ecuación (2.27).

$$F_x = m \cdot a_x \quad (2.27)$$

Esta ecuación será analizada por cada término partiendo por la fuerza, en este caso en la dirección x. Las fuerzas involucradas en el elemento de fluidos son de dos tipos:

- Fuerzas de superficie: Como esfuerzos de corte y presión, que actúan directamente sobre la superficie del elemento.
- Fuerzas de cuerpo: Como fuerza centrípeta, gravedad, Coriolis y electromagnéticas, las cuales actúan directamente en la masa del elemento.

El estado en que el elemento del fluido se encuentra sometido a un esfuerzo en su superficie está definido en términos de presión y los nueve componentes de esfuerzo viscoso. La presión, un esfuerzo normal, se denomina p. Los esfuerzos viscosos vienen denominados por  $\tau$ , agrupados en la matriz del tensor  $\sigma$  representado en la siguiente figura (ecuación (2.28)). La anotación habitual de los dos sufijos  $\tau_{ij}$  se aplica para indicar la dirección de tales esfuerzos. El sufijo j señala el esfuerzo viscoso actuando en esa dirección, en una superficie normal a la dirección i.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Los esfuerzos cortantes y normales de un fluido están relacionas con la deformación del elemento del fluido a través del tiempo, esto se puede apreciar en la Figura (2.12) los esfuerzos de corte en la dirección x de la cara y (izquierda) está relacionado con la deformación cortante en el tiempo y la presión en la dirección x en la cara x (derecha) está relacionado con el cambio de volumen del elemento en el tiempo.

Como resultado, estos dos esfuerzos, así como la presión, dependen de los gradientes de velocidad en el fluido. En la mayoría de los fluidos viscosos, los esfuerzos normales son mucho más pequeños que los esfuerzos cortantes, por lo que en muchas ocasiones son despreciados. Los esfuerzos normales (como  $\tau_{xx}$ ), ganan más protagonismo cuando los gradientes de velocidad en la dirección normal (como  $\partial u/\partial x$ ) son muy grandes, como por ejemplo dentro de una ola.

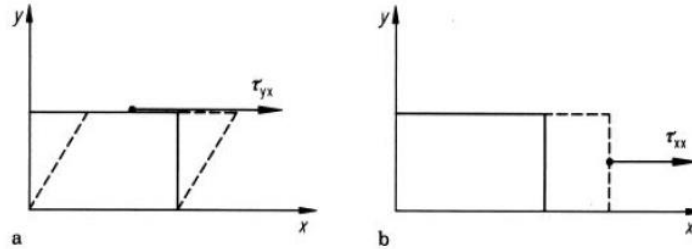


Figura (2.12): Esfuerzos de corte y de presión [14].

En el eje X de un sistema de coordenadas tridimensional se encuentran pues las fuerzas debidas a la presión  $p$ , y los componentes de esfuerzo  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yx}$  y  $\tau_{zx}$ , mostrándose en la Figura (2.13). Puede verse que las fuerzas alineadas con la dirección normal de un eje reciben un signo positivo y aquellas en la dirección opuesta reciben un signo negativo. La fuerza resultante en la dirección  $x$  es la suma de las fuerzas en los componentes actuando en el elemento.

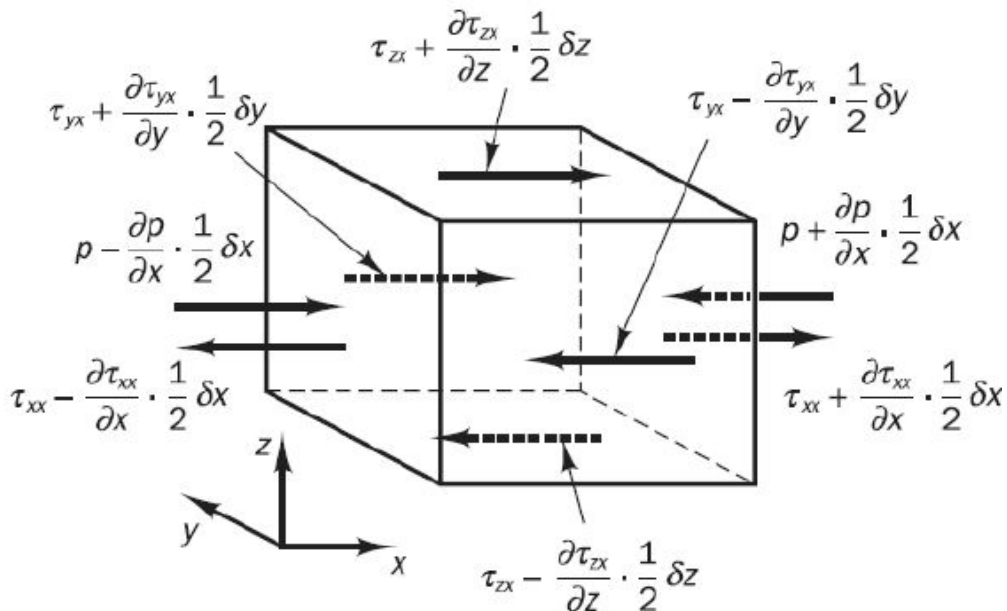


Figura (2.13): Elemento de fluido sometido a esfuerzos en dirección x [13].

Aquí la presión es la magnitud de fuerza resultante del producto entre fuerza y superficie. Después de hacer un balance de fuerzas entre caras opuestas, se suman las resultantes en la dirección  $x$  para obtener lo del término (2.29).

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.29)$$

Luego, considerando  $f_x$  la fuerza del cuerpo por unidad de masa actuando sobre el elemento en cuestión en la dirección  $x$ . Un ejemplo podría ser la gravedad, en la dirección  $z$ . Asumiendo que el volumen de un elemento es  $(dx, dy, dz)$  se obtiene (término (2.30)):

$$\rho f_x(dx dy dz) \quad (2.30)$$

Si se juntan estos dos últimos términos, se obtiene la ecuación (2.31) que representa la fuerza resultante en la dirección  $x$  por unidad de volumen.

$$F_x = \left( \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} \right) dx dy dz + \rho f_x(dx dy dz) \quad (2.31)$$

Una vez determinada la fuerza involucrada, es necesario definir la masa, para este volumen se muestra en la ecuación (2.32).

$$m = \rho dx dy dz \quad (2.32)$$

Por último, nótese que la aceleración de la partícula no es más que el cambio en el tiempo de su velocidad. Ya que se está siguiendo el movimiento del elemento del fluido, este cambio en el tiempo de la velocidad está dado por la derivada total. Recordando que se está trabajando en la dirección  $x$ :

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \quad (2.33)$$

Combinado y extendiendo a las tres dimensiones estas relaciones y siguiendo la ecuación de momentum de Newton se obtienen las ecuaciones (2.34), (2.35) y (2.36).

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.34)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.35)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.36)$$

La presión tiene signo negativo ya que está establecido que los esfuerzos de tensión mantengan el signo positivo, y la presión es un esfuerzo a compresión.

Utilizando la derivada material y reescribiendo las tres ecuaciones anteriores de manera matricial se obtiene finalmente la ecuación (2.37) que representa la variación de momento de un elemento de fluido.

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho(V \cdot \nabla)V = -\nabla p + \Delta \sigma + \rho \vec{f} \quad (2.37)$$

### 2.7.3 Conservación de energía

Esta ecuación está fuera del entorno de estudio de este trabajo, puesto que no afecta al problema que se presenta. Mencionar pero que normalmente la energía de un fluido se define como la suma de la energía interna (térmica), la energía cinética  $\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$ , y la energía potencial acumulada por la acción de la gravedad.

### 2.7.4 Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano e incompresible

En un fluido Newtoniano los esfuerzos viscosos son proporcionales a la deformación. La ley de Newton de la viscosidad para fluidos no compresibles en tres dimensiones incluye solo una constante de proporción: la viscosidad dinámica  $\mu$ , que relaciona esfuerzos con deformaciones lineales. Así, los nueve componentes de fuerzas viscosas ya vistas son, cumpliéndose la simetría entre 6 de ellas (Ecuación (2.38)):

$$\sigma = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

La sustitución de estos esfuerzos cortantes en la ecuación (2.37) de la conservación de la cantidad de movimiento da paso a las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones (2.39), (2.40) y (2.41)).

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) + \rho f_x \quad (2.39)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \rho f_y \quad (2.40)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho f_z \quad (2.41)$$

Reordenando y reemplazando términos de la ecuación de continuidad (Ecuación (2.24)). Considerando que la fuerza de cuerpo relevante es la gravedad, las ecuaciones anteriores pueden ser escritas como las ecuaciones (2.42), (2.43) y (2.44).

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \quad (2.42)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g_y \quad (2.43)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g_z \quad (2.44)$$

Finalmente utilizando el desarrollo de derivada material y escribiendo las ecuaciones en forma matricial se obtiene la ecuación de Navier-Stokes para un fluido Newtoniano e incompresible (Ecuación (2.45)).

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho} - (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \nu \Delta \vec{V} + \vec{g} \quad (2.45)$$

## 2.8 Modelación computacional de fluidos

Para la realización de este trabajo se implementa el módulo Fluent del software Ansys. Este software trabaja utilizando volúmenes finitos donde se implementan las ecuaciones pertinentes dentro de un volumen de control, esto asegura conservación del flujo. Para el problema actual, se utiliza un modelo de mulifase.



### 2.8.1 Numero de Courant

Se trata de una condición de convergencia la cual relaciona la velocidad de la partícula dada en un intervalo de tiempo con la longitud de la celda mallada con el objetivo de obtener un parámetro que indique que tan confiable es la aplicación del modelo numérico en la discretización del volumen. Mientras más bajo sea este número adimensional, mejor será la aproximación. Esta relación se muestra en la ecuación (2.46).

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta h} \quad (2.46)$$

Donde:

$u$ : Velocidad del fluido en un punto.

$\Delta t$ : Intervalo de tiempo del método de solución.

$\Delta h$ : Largo de la celda de malla.

Cabe destacar que este número condiciona el estado de simulación, por lo que si es demasiado grande, la simulación es interrumpida. Idealmente es preferible que este número esté por debajo de 1, ya que así se asegura que cada iteración esté dentro de un intervalo de la malla.

### 2.8.2 Parámetros de convergencia

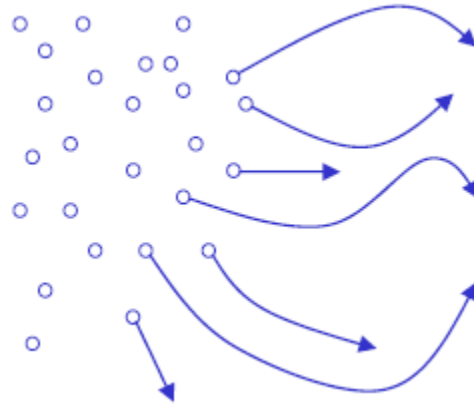
El parámetro de convergencia principal usando en esta simulación corresponde a la presión total en la superficie del álabe inferior, esto quiere decir, una vez que el tornillo entre en régimen permanente la presión sobre esta superficie será constante.

Teniendo esto en cuenta, vale destacar que los tiempos de convergencia para el agua son mayores que para el relave dada la viscosidad y la densidad de los fluidos.

### 2.8.3 Modelo numérico

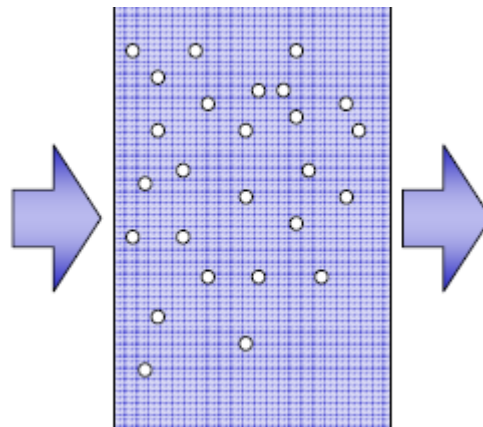
Los dos enfoques físicos más comúnmente utilizados en la clasificación de los modelos para la simulación numérica de flujo multifásico son: Euler-Lagrange y Euler-Euler.

En los modelos Euler-Lagrange, se determina el campo de flujo a partir de las ecuaciones de conservación aplicadas a una mezcla pseudo-homogénea gas-líquido, para luego calcular la concentración o presencia de gas (holdup) monitoreando el movimiento de cada una de las burbujas (Figura (2.14)). Las ventajas que ofrece éste método son principalmente la fácil inclusión de los efectos interfaz gas-líquido y la ausencia de difusión numérica (sólo en la solución para la fase dispersa). Sin embargo, a medida que la concentración de la fase dispersa aumenta, es prácticamente imposible rastrear el desplazamiento de cada burbuja individualmente.



**Figura (2.14): Modelo Euler-Lagrange. [15]**

Los modelos Euler-Euler, tratan los componentes del flujo como fluidos interpenetrantes, y resuelven las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento para este “flujo homogéneo” resultante, este comportamiento se muestra en la Figura (2.15). Como consecuencia, existe la presencia de fuerte difusión numérica en el campo de soluciones del problema, lo cual puede ser perjudicial en situaciones de flujo multifásico en donde debe determinarse con precisión la ubicación de la interfase.



**Figura (2.15): Modelo Euler-Euler. [15]**

En el caso particular de la simulación de flujo bifásico se han desarrollado numerosas técnicas y métodos numéricos con la finalidad de determinar la localización de la interfase entre los dos fluidos, considerándolos inmiscibles (es decir, no hay transferencia de masa entre las fases). El modelo del Volumen de Fluido (VOF) tiene un enfoque Euler-Euler, modelo que será profundizado en la sección próxima.

## 2.8.4 Volumen de fluido (VOF)

El volumen de fluido es una técnica de modelamiento en base superficie libre, esto quiere decir detectar las superficies de los fluidos involucrados, donde se entrega la posición de interface entre los fluidos de interés.

Son ampliamente usados modelos eulerianos de flujos interfaciales, especialmente aquellos en donde la interfase es sometida a cambios bruscos en su topología (como por ejemplo rompimientos o coalescencia).

El método de volumen de fluido de Ansys tiene las siguientes restricciones:

- Se debe usar “pressure-based solver”, no funciona en “density-based solver”.
- El volumen de control debe estar completamente lleno de los fluidos involucrados.
- Solo una fase puede ser definida como gas ideal compresible.
- En el rastreo de partículas en paralelo, el modelo DPM no puede ser usado junto con VOF si la opción memoria compartida está activada

El seguimiento de la interfaz entre las fases se lleva siguiendo la ecuación de continuidad para la fracción de volumen de una o más fases (ecuación (2.47)). Para la fase “q-esima” se tiene:

$$\frac{1}{\rho_q} \left[ \frac{\delta}{\delta t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (2.47)$$

Donde:

- $\dot{m}_{qp}$ : Es la masa transferida desde la fase “q” a la fase “p”.
- $\dot{m}_{pq}$ : Es la masa transferida desde la fase “p” a la fase “q”.
- $S_{\alpha_q}$ : Terminio de fuente, en general cero.
- $\alpha_q$ : Fraccion de volumen de la fase q-ésima; si  $\alpha_q = 0$ , la celda no contiene a la fase q, si  $\alpha_q = 1$ , la celda contiene a la fase q, y si  $0 < \alpha_q < 1$ , la celda contiene la interface entre la fase q-ésima y la otra.
- $\rho_q$ : Densidad de la fase q-ésima.
- $\vec{v}_q$ : Velocidad de la fase q-ésima.

La ecuación de la fracción de volumen no se resolverá para la fase primaria, la fracción de volumen de la fase primaria se calcula en base a la restricción en la ecuación (2.48).

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2.48)$$

La ecuación de fracción de volumen puede ser resuelta mediante métodos de discretización implícito o explícito.

### 2.8.4.1 Esquema implícito

Cuando el esquema implícito es usado para la discretización del tiempo, esquemas de interpolación de diferencias finitas, Quick, Second Order Upwind, First Order Upwind y Modified HRIC schemes son usados para obtener flujos de cara para todas las celdas, incluyendo las que se encuentran cerca de la interface.

Dado que la ecuación (2.49) requiere los valores de fracción de volumen en el paso de tiempo actual (en lugar de en el paso anterior, como para el esquema explícito), una ecuación de transporte escalar estándar se resuelve iterativamente para cada una de las fracciones de volumen de la fase secundaria en cada paso de tiempo.

$$\frac{\alpha_q^{n+1}\rho_q^{n+1} - \alpha_q^n\rho_q^n}{\Delta t}V + \sum_f (\rho_q^{n+1}U_f^{n+1}\alpha_{q,f}^{n+1}) = \left[ S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] V \quad (2.49)$$

Donde:

- $n + 1$ : Índice para el paso de tiempo actual.
- $n$ : Índice para el paso de tiempo anterior.
- $\alpha_{q,f}$ : Valor de la capa de la fracción de volumen de la q-ésima fase
- $V$ : Volumen de la celda.
- $U_f$ : Flujo volumétrico a través de la cara, basada en la velocidad normal a esta.

El esquema implícito se puede utilizar para ambos cálculos dependientes del tiempo y de estado estacionario.

### 2.8.4.2 Esquema explícito

En el enfoque explícito, esquemas de interpolación de diferencias finitas estándar de ANSYS Fluent se aplican a los valores de fracción de volumen que se calcularon en el paso de tiempo anterior. Esto se muestra en la ecuación (2.50).

$$\frac{\alpha_q^{n+1}\rho_q^{n+1} - \alpha_q^n\rho_q^n}{\Delta t}V + \sum_f (\rho_q U_f^n \alpha_{q,f}^n) = \left[ S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \right] V \quad (2.50)$$

Esta formulación no requiere solución iterativa de la ecuación de transporte durante cada paso de tiempo, como es necesario para el esquema implícito, pero cuando es usada la solución dependiente del tiempo debe ser calculada.

Cuando se utiliza el esquema explícito para discretización tiempo, los flujos cara puede ser interpolados, ya sea usando la reconstrucción interfaz o usando un esquema de discretización volumen finito.

## 2.8.5 Propiedades de material

Las propiedades que aparecen en las ecuaciones de transporte se determinan por la presencia de las fases de los componentes en cada volumen de control. En un sistema de dos fases, por ejemplo, si las fases están representados por los subíndices 1 y 2, y si está siendo rastreada la fracción de volumen de la segunda de ellas, la densidad en cada celda está expuesta en la ecuación (2.51).

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (2.51)$$

### 2.8.5.1 Dependencia del tiempo

Para los cálculos dependientes del tiempo en la ecuación (2.47) se utiliza un esquema “time-marching” explícito. Fuent refina automáticamente el paso de tiempo para la integración de la ecuación de la fracción de volumen, pero se puede influir en paso de tiempo mediante la modificación del número de Courant. También es posible actualizar la fracción de volumen una vez para cada paso de tiempo o una vez para cada intervalo de tiempo.

### 3. Metodología

La metodología para abordar el diseño tiene como primera etapa la recopilación y análisis de los desarrollos actuales del tornillo de Arquímedes utilizando como turbina. Además se analizan antecedentes de la turbina operando con agua, sus dimensiones y condiciones de operación. Posteriormente se implementa un modelo computacional usando volúmenes finitos en módulo fluent del software Ansys para determinar el comportamiento de un cubo de agua y su influencia en la potencia total de tornillo, tanto para la operación con agua como para la operación con relaves,. Los resultados de este análisis entregan las revoluciones adecuadas para lograr el máximo provecho del recurso. La metodología se muestra en esquema de la Figura (3.1).

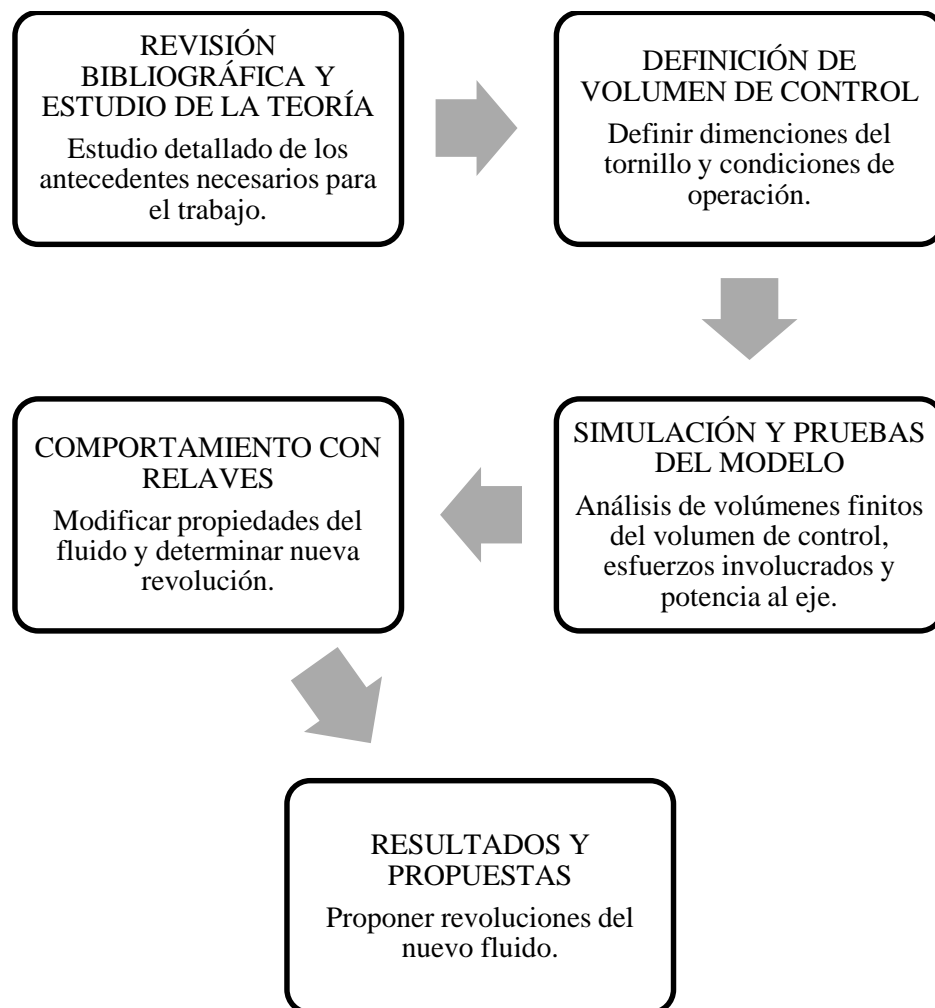


Figura (3.1): Metodología.

## *Metodología de simulación*

Dado que la simulación será realizada en el módulo Fluent de Ansys, se seguirá la metodología que sugiere el programa para llevar a cabo la modelación. Los pasos a seguir son los siguientes:

- Creación de geometría

En esta sección, se dan las dimensiones a la geometría que se utilizará para la simulación, esta puede ser creada por el programa interno de Ansys llamado Design Modeler, o puede ser importada desde otro software CAD como Solidworks, Solidedge, etc. En este caso, la geometría del volumen de control fue realizada en Solidworks, siguiendo las dimensiones sugeridas por Rorres [5] para las condiciones de operación (cota, caudal y ángulo de inclinación)

- Mallado

Realizada la geometría se procede a segmentar el volumen en volúmenes más pequeños para aplicar las ecuaciones de flujo correspondientes, este procedimiento se llama mallado. Ansys cuenta con un módulo para realizar el mallado, el cual es utilizado en este trabajo.

- Configuración

Esta sección abarca todas las condiciones a las cuales será sometida la geometría como métodos a utilizar, modelos, condiciones de borde etc. Estableciendo los parámetros anteriores se procede a realizar la simulación.

- Resultados

Una vez terminada la simulación, se deben procesar los resultados obtenidos y visualizarlos de la manera más apropiada al objetivo.

## 4. Definición del modelo

### 4.1 Cálculos preliminares

Como primera aproximación a la potencia entregada por el tornillo, se realizaron los cálculos de potencia suponiendo el volumen máximo de agua dentro de cada cubo.

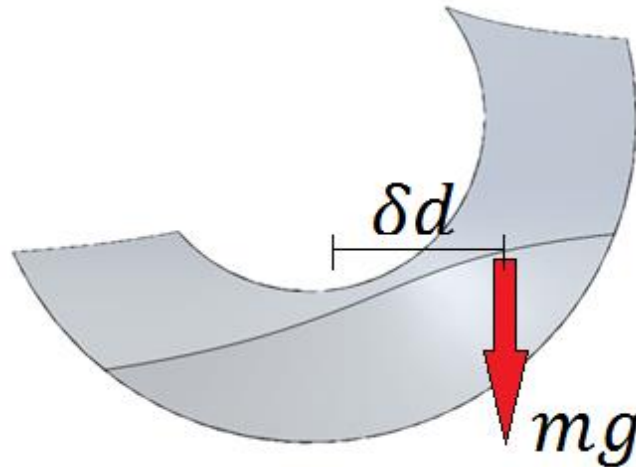
Utilizando las ecuaciones (2.2), (2.3) y (2.4) junto a las dimensiones y cotas de operación es posible determinar el volumen de agua efectivo entre alabes mediante el uso de Excel. Con estos datos es posible dimensionar el volumen de agua en el programa SolidWorks, además de calcular su centro de masa respecto al eje de rotación. Los datos obtenidos del cálculo en Excel se muestran en la Tabla (4.1).

**Tabla (4.1): Dimensiones cubo de agua.**

<b>Nº álabes</b>	3
<b><math>\rho^*</math></b>	0,535
<b><math>\lambda^*</math></b>	0,221
<b><math>v^*</math></b>	0,269
<b>Diámetro interno [mm]</b>	1071,33
<b>Paso de álabe [mm]</b>	2412,55
<b>Ancho entre álabe[mm]</b>	804,18
<b>Volumen de agua en un cubo [m<sup>3</sup>]</b>	0,681
<b>Volumen de agua en un cubo [kg]</b>	681,28
<b>Distancia del centro de gravedad al eje [mm]</b>	191,98

Con estos datos y utilizando las revoluciones entregadas por la ecuación (2.5), se puede obtener la potencia de un cubo de agua respecto al eje (Figura (4.1)).





**Figura (4.1): Torque en cubo de agua respecto al centro de masa.**

La potencia del cubo de agua se muestra en la ecuación (4.2)

$$P = T \times \vec{\omega} \times eff \tag{4.1}$$

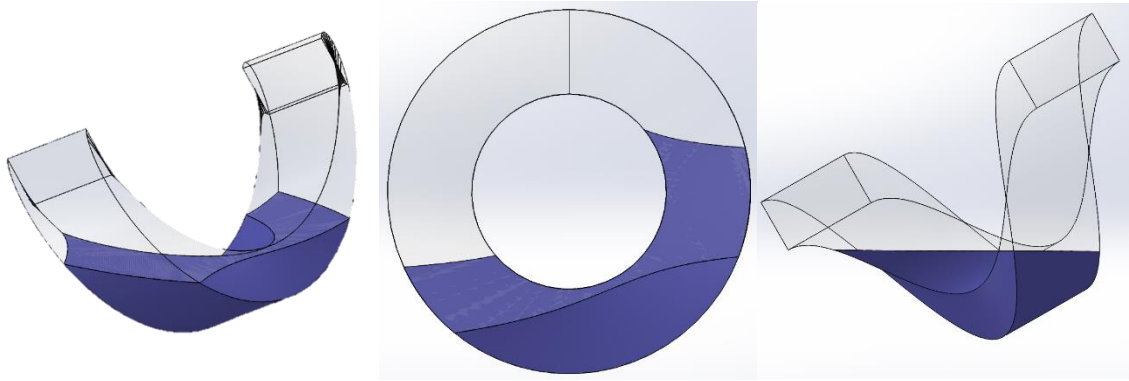
$$P = (0,192 \times 681,28 \times 9,81) \times \left( \frac{31,5 \times \pi}{30} \right) \times 0,9 = 3,8076[kW] \tag{4.2}$$

Esta potencia es la que entregaría un cubo de agua, en caso de tener un tornillo de largo 6 metros se tendrán 7 cubos de agua operando llenos lo que se traduce a un potencia total de 26.653kW por unidad.

## 4.2 Geometría

El volumen involucrado en el análisis fluido dinámico corresponde a un paso del álabe donde se encierra una porción de agua en interfaz con una porción de aire.

Al tratarse de un paso completo, esta geometría puede replicarse a lo largo de todo el tornillo, exceptuando la entrada y salida del mismo dado que estas secciones están vinculadas a los tranques de entrada y salida, con lo cual no existe simetría con respecto a los cubos del medio. En la Figura (4.2) se muestran 3 vistas del volumen de control con sus dos correspondientes fases involucradas, estas vistas de referencia en SolidWorks y no corresponden a las utilizadas en la simulación.



**Figura (4.2): Vistas del volumen de control.**

Las dimensiones de este volumen de control son:

- Diámetro externo: 2000mm.
- Diámetro interno: 1071,33mm.
- Paso diametral: 2412,55mm.
- Separación entre álabes: 804,18mm.
- Angulo de inclinación del eje: 30°.

Todas estas dimensiones fueron obtenidas con el modelo de maximización de volumen contenido propuesto por Rorres [5].

### 4.3 Coeficiente de potencia

El coeficiente de potencia es un número adimensional que relaciona la potencia disponible del recurso con la potencia generada a partir de este recurso. Este coeficiente es útil para evaluar el desempeño de distintas tecnologías o condiciones de generación. En este caso el coeficiente de potencia aplicado para evaluar el desempeño del tornillo de Arquímedes a distintas revoluciones se expone en la ecuación (4.3).

$$C_p = \frac{\text{Momeno total [Nm]} * \text{Vel rotación} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] * \text{número de cubos}}{\text{Cota [m]} * \text{Densidad} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] * \text{Caudal} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] * \text{Gavedad} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]} \quad (4.3)$$

Cabe destacar que el caudal disponible del recurso está ligado a las revoluciones de operación de la turbina, esto quiere decir que aumenta a medida que aumentan las revoluciones de la turbina aumenta el caudal disponible en la turbina, este caudal no representa en caudal real del recurso sino que corresponde al caudal que es capaz de realizar trabajo sobre la turbina.

## 4.4 Propiedades de los fluidos

Las propiedades de los fluidos involucrados en la simulación se muestran en la Tabla (4.2).

Tabla (4.2): Propiedades de los fluidos.

Fluido	Densidad, $\rho$ [ $kg/m^3$ ]	Viscosidad dinámica, $\mu$ [ $Pa \cdot s$ ]	Viscosidad de Bingham, $\mu_b$ [ $Pa \cdot s$ ]	Esfuerzo de fluencia, $\tau_f$ [ $Pa$ ]
Aire	1,225	$1,789 \cdot 10^{-5}$	-	-
Agua	998,2	$1,003 \cdot 10^{-3}$	-	-
Relave	1485	-	$8,6 \cdot 10^{-3}$	1,11

Fuente [10]

## 4.5 Mallado

En la realización del mallado se implementó el software Meshing de Ansys. La malla debe ser capaz de revelar el comportamiento real del fluido en las áreas de interés. Este estudio busca determinar los esfuerzos existentes en la superficie de los álabes con el fin de determinar la potencia mecánica del tornillo.

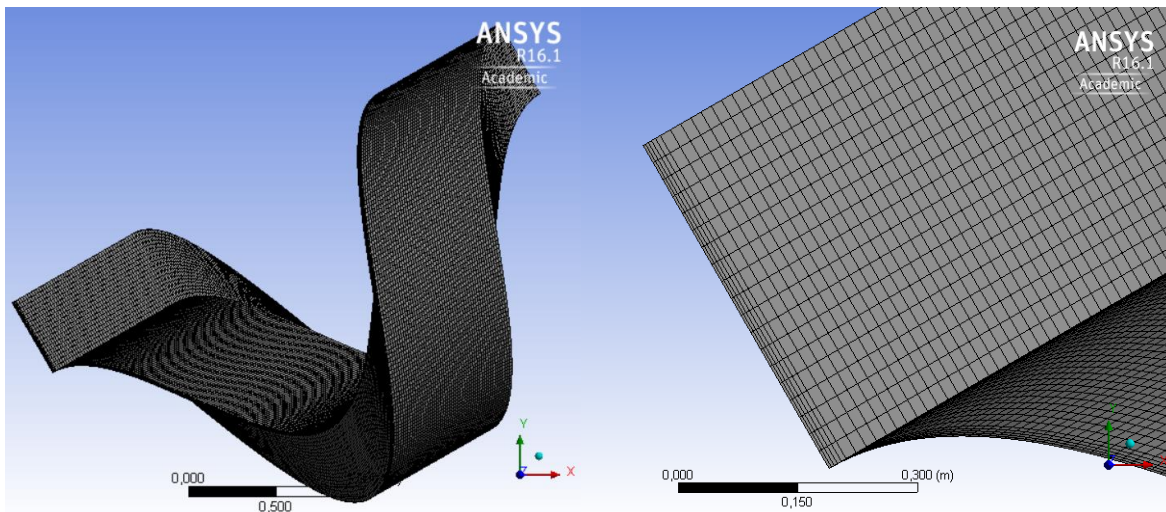
Uno de los puntos importantes a analizar corresponde a la capa límite. Para esto se implementa un control de malla llamado “inflation”, este control realiza una refinación de la malla en la dirección perpendicular de una superficie, con el objetivo de reflejar en detalle lo que ocurre con la capa límite en este sector. Se aplicó “inflation” a la cara álabes inferior la cual es la encargada de entregar el torque al eje.

Posteriormente, se implementa un control del tamaño del elemento de malla, esto para imponer un tamaño de elemento máximo, que en este caso corresponde a 2,5 centímetros.

Con el fin de entregar un resultado más preciso, se fomentó el uso de elementos hexaédricos a la malla, ya que esta configuración mejora sustancialmente la convergencia a la solución, en comparación a los elementos tetraédricos. Para hacer compatible este tipo de elemento con “inflation”, se utiliza el control de malla “multizone”, con esto el sector de capa límite obtiene hexaedros más pequeños respecto al sector interior del volumen.

Para seguir la simetría de las caras del volumen de control, se implementa “face meshing”, así se mantiene uniforme la geometría hexaédrica con respecto a las caras.

El resultado de la complementación de la malla y los métodos de control se pueden apreciar en la Figura (4.3).



**Figura (4.3): Mallado.**

## 4.6 Configuración

Una vez definida la malla es necesario, importarla en “fluent”, definir el modelo de interfase a utilizar, los fluidos involucrados y las propiedades de estos, las condiciones de borde, de operación, los métodos de solución implementados, la definición de la interfaz entre aire y líquido, los monitores y registros visuales del comportamiento del fluido en la cavidad y finalmente los parámetros del cálculo de la solución.

### 4.6.1 Modelo Utilizado

Para esta simulación se utiliza el modelo multifásico llamado VOF (Volume of fluid), el cual es idóneo para representar un fluido bifásico que fluye por un cauce cerrado, como es el caso del tornillo de Arquímedes en operación.

Las condiciones en las cuales se utilizará este modelo se muestran en la Figura (4.4).

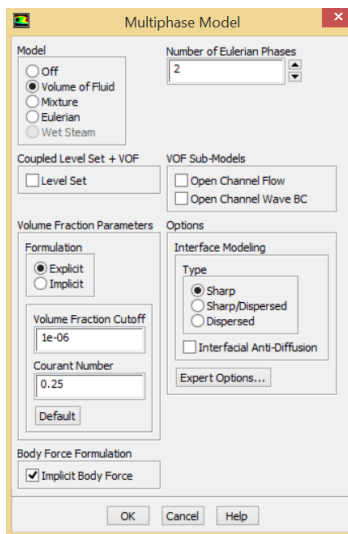


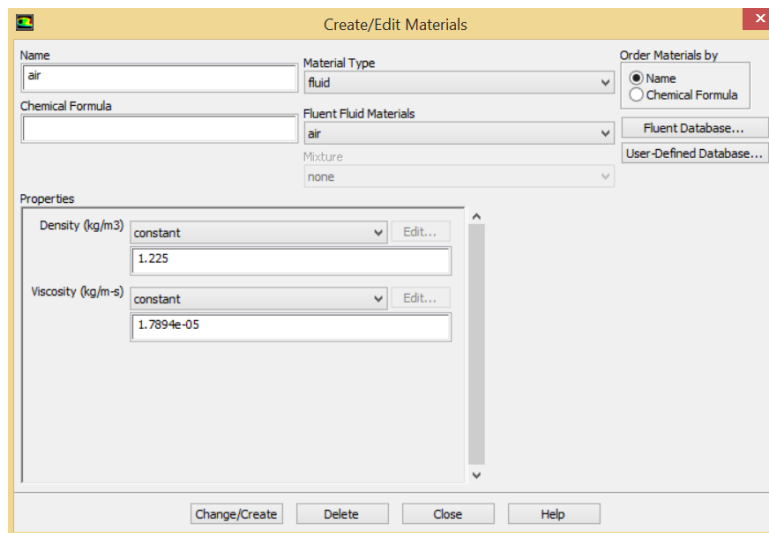
Figura (4.4): Parámetros del modelo multifásico.

Para la simulación se imponen dos fases, no se utiliza level set ya que no interesa el comportamiento de la interfase propiamente tal, se utiliza el esquema explícito ya que se analiza un caso transiente, el límite de la fracción de volumen a considerar será el predeterminado sugerido y el número de Courant ideal estará en torno a 0,25 y finalmente se tomarán en cuenta las fuerzas de cuerpo implícitas ya que existe un equilibrio entre la fuerza de gravedad y las fuerzas viscosas dentro del fluido en estado permanente.

### 4.6.2 Fluidos involucrados

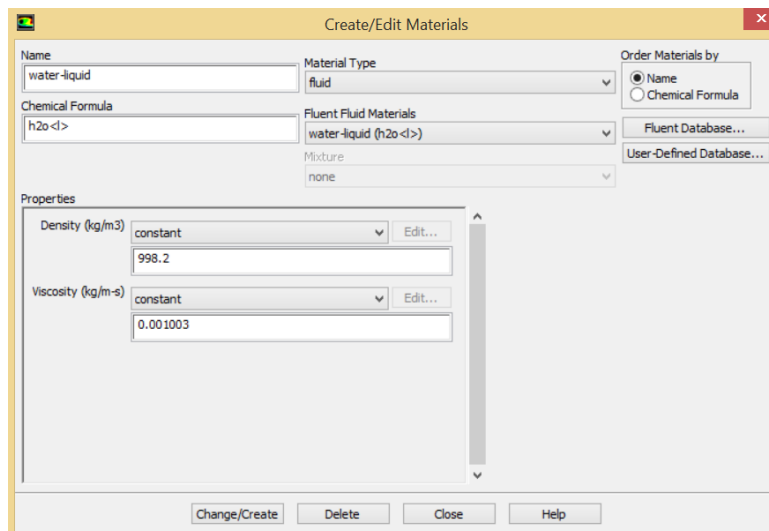
Los fluidos involucrados son 3, aire, agua y relave. Para los dos casos a simular la interacción correspondiente será, aire/agua y aire/relave.

Las propiedades del aire en ambos casos se muestran en la Figura (4.5).



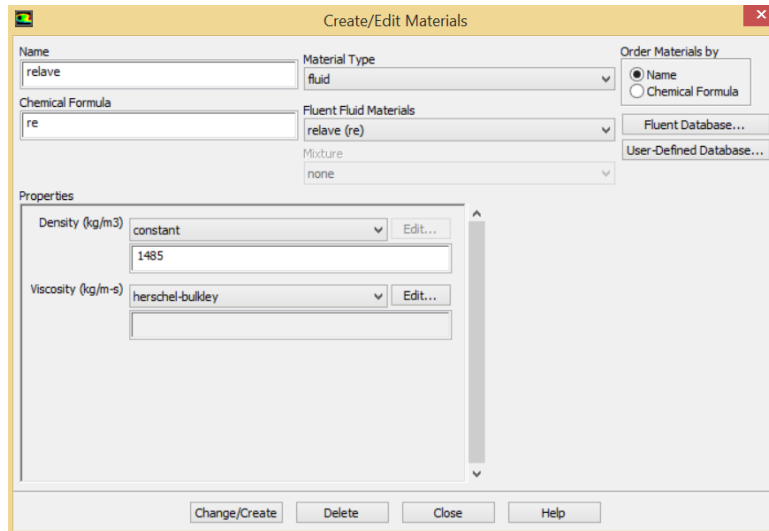
**Figura (4.5): Propiedades del aire.**

En la simulación de la turbina con agua, las propiedades del agua son las detalladas en la Figura (4.6).



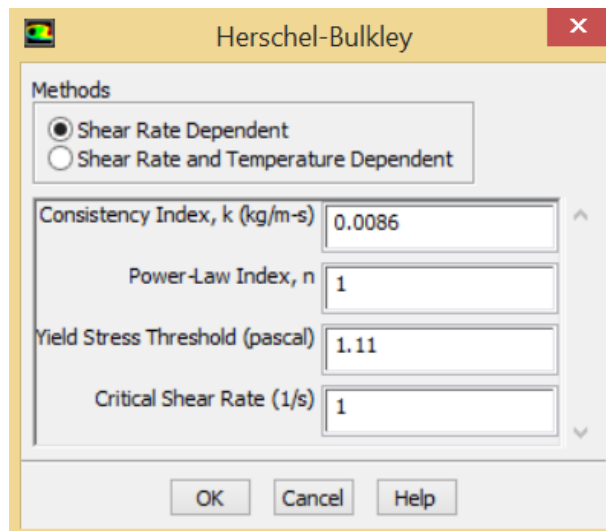
**Figura (4.6): Propiedades del agua.**

Finalmente las propiedades de relave se muestran en la Figura (4.7).



**Figura (4.7): Propiedades del relave.**

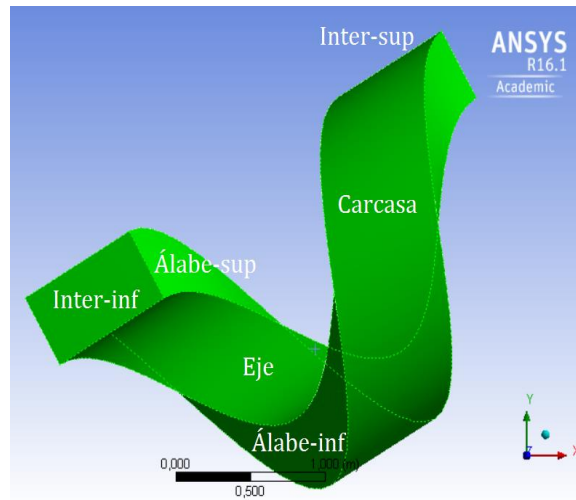
Cabe destacar que se tomó como referencia el modelo de viscosidad de Bingham, el cual fue implementado en “Fluent” mediante el modelo de Herschel-Bulkley utilizando los parámetros expuestos en la Figura (4.8).



**Figura (4.8): Parámetros de Bingham en modelo Herschel-Bulkley.**

### 4.6.3 Condiciones de borde y de operación

El volumen de control tiene 6 caras donde se aplican condiciones de borde que simulen la operación de la turbina. Estas caras fueron identificadas con nombre en el mallado. Estas caras se identifican en la Figura (4.9).

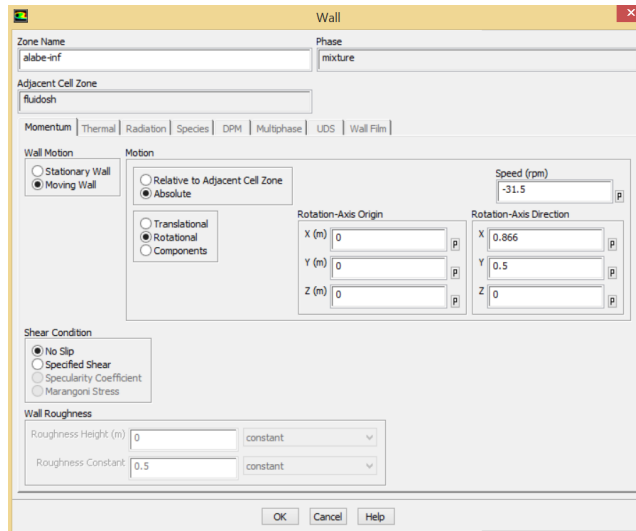


**Figura (4.9): Sectores del volumen.**

- 1) Álabe inferior
- 2) Álabe superior
- 3) Intersección superior
- 4) Intersección inferior
- 5) Eje
- 6) Carcasa

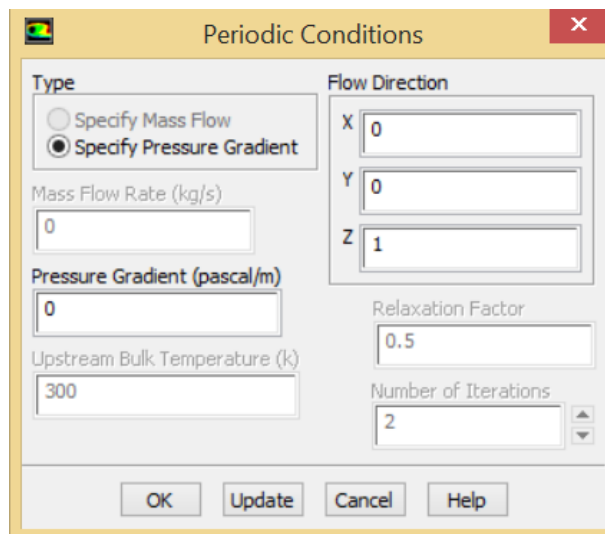
Todas estas caras, excepto intersección superior e inferior, giran en torno al eje inclinado definido por el vector unitario  $(0.866, 0.5, 0)$ , esto ya el tornillo se encuentra en un eje de inclinación de 30 grados y a 31,5 RPM que son las revoluciones en caso base, las cuales están relacionadas con el diámetro externo del tornillo según la ecuación (2.5), por ejemplo, las condiciones de borde el álabe inferior se muestra en la Figura (4.10), estas son iguales para las demás caras, excepto para intersección superior e inferior.





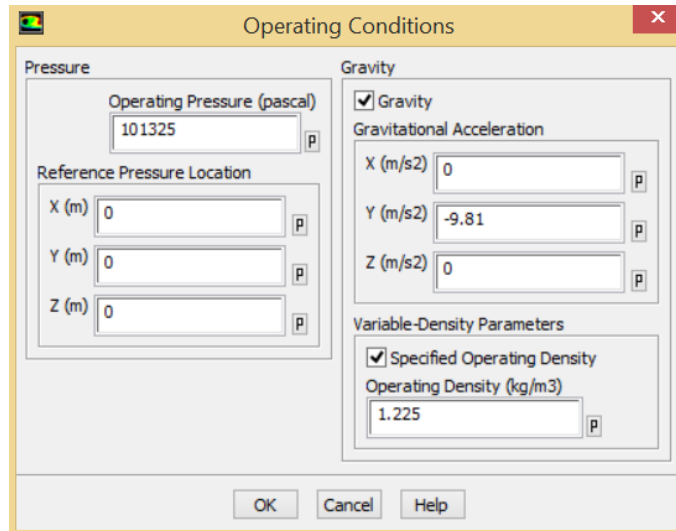
**Figura (4.10): Condiciones de borde de álabe inferior.**

Para las caras intersección superior e inferior se impuso la condición de borde llamada “periodic” la cual impone la condición periódica entre estas caras, eso quiere decir, que existe transferencia de masa entre la intersección superior e inferior (Figura (4.10)). Esta condición de borde pretende simular la periodicidad que ocurre a lo largo del tornillo.



**Figura (4.11): Condición de borde periódica en intersección.**

Las condiciones de operación del fluido se detallan en la Figura (4.12).

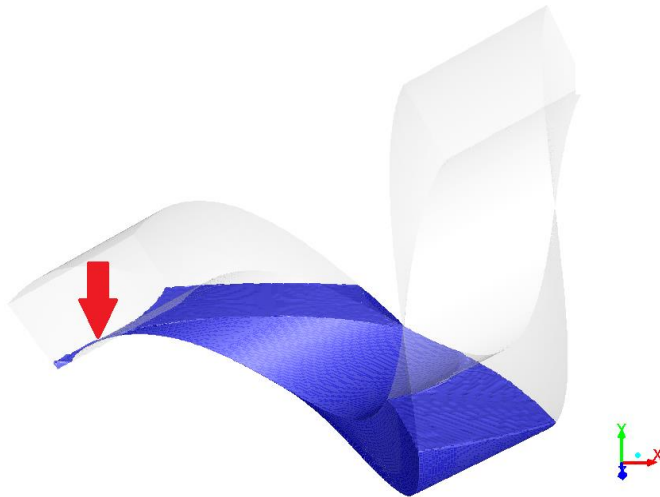


**Figura (4.12): Condiciones de operación.**

Se considera como presión de operación, la presión atmosférica, ya que este tornillo trabaja abierto al ambiente, aceleración de gravedad actúa en el eje “y”, finalmente se considera la densidad de operación del aire con un rango variable, ya que el aire es el fluido compresible.

#### **4.6.4 Definición de la interfaz aire-líquido**

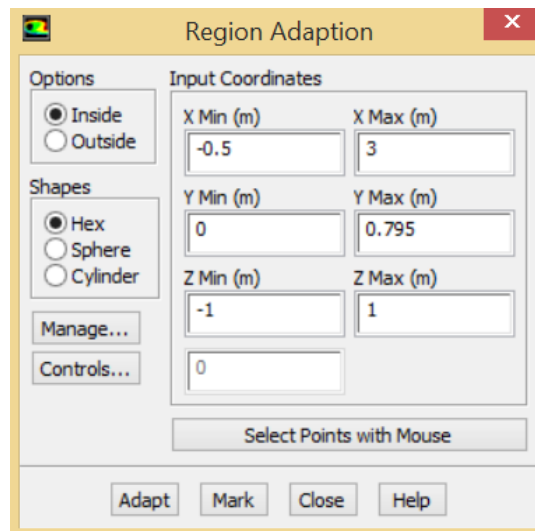
El punto que define el límite entre la superficie del líquido y el aire está dado por es señalado en la Figura (4.13). Al alcanzar el fluido este punto, este escurre hasta el siguiente nivel del tornillo, con lo que esta porción de líquido no realizar torque. Cabe destacar que esta condición solo se cumple en estado de reposos, a medida que el tornillo gira, debido al movimiento de este, más agua escapa por esta vía.



**Figura (4.13): Límite liquido-aire.**

Como se define la interfaz en reposo, se tendrá el volumen de agua máximo soportado por el paso, es caso de escurrir el volumen sobrante este volverá el volumen de control gracias a la condición de borde “periodic” definida anteriormente.

Para implementar este límite en “fluent” es necesario intersectar 2 volúmenes, el primero es el volumen de control (el paso del tornillo) y el segundo es un hexaedro que indicara que porción del volumen de control corresponde a agua. Las dimensiones del hexaedro están dadas por los valores máximos y mínimos en cada eje de coordenadas, con esto se obtiene la posición de sus caras. Los valores se muestran en la Figura (4.14).



**Figura (4.14): Limites del hexaedro de líquido.**

Con estos valores se adapta la región que corresponde al líquido.

#### 4.6.5 Monitor y registros visuales

El monitor empleado en la simulación corresponde a la presión total en el álabe inferior, si el valor de este no varía a medida que aumenta el tiempo de simulación quiere decir que esta convergió. La configuración de este monitor se muestra en la Figura (4.15).

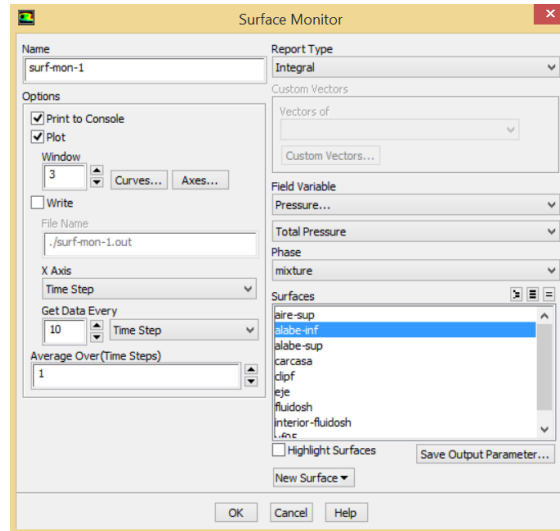


Figura (4.15): Parámetros del monitor.

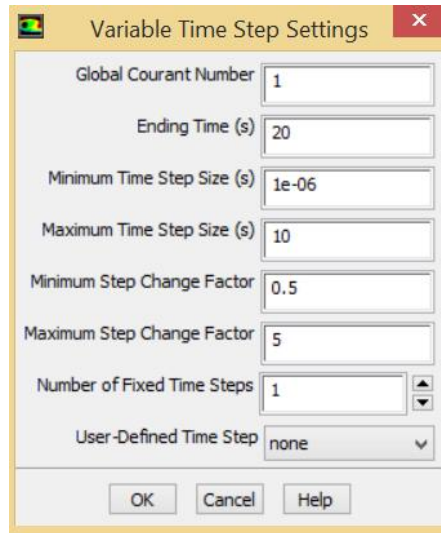
El registro visual se logró mediante el uso de captura de pantalla cada 20 pasos de iteración, con esto se tiene una referencia del movimiento del fluido dentro del volumen. Como el paso de tiempo es variable, cada captura no está separada en tiempos iguales, dado esto se obtiene un mayor número de capturas cuando el fluido presenta altas velocidades.

#### 4.6.6 Parámetros de cálculo

Con el fin de llegar a una solución válida es necesario establecer rangos aceptables para lograr la convergencia. Como se señaló anteriormente se impondrá un número de Courant máximo 1 y límites del tamaño de paso del tiempo como se muestra en la Figura (4.16).

Se inicia la simulación con un valor de paso de tiempo de 0.0001s, que es el menor valor que típicamente toma esta simulación, todos los demás están en torno a 0.008s.

El número de pasos determina el tiempo que toma terminar la simulación, dadas las pruebas se establece que un número de pasos de tiempo apropiado para este problema donde se mantiene constante la presión en el álabe inferior es de 3000 pasos.



**Figura (4.16): Configuración del paso del tiempo.**

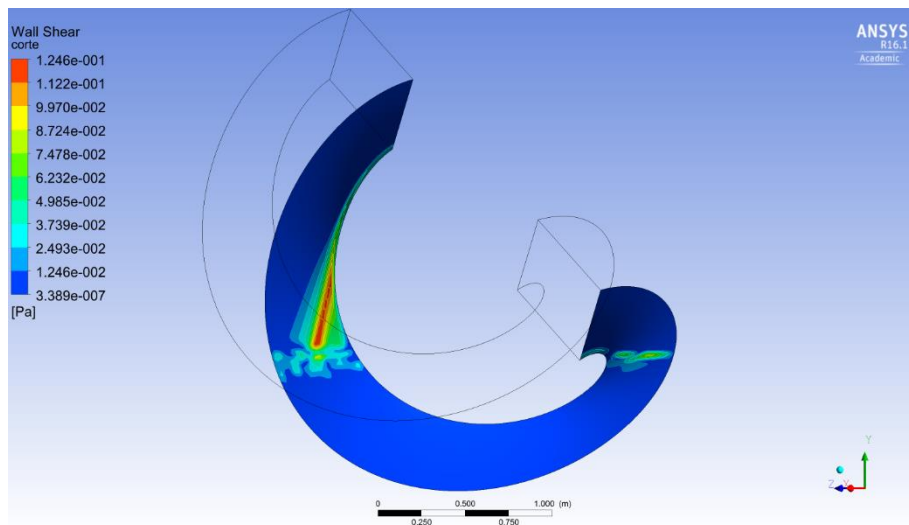
## 5. Modelación

En esta sección se detallarán cada una de las pruebas realizadas a distintas revoluciones, tanto para agua como para relave.

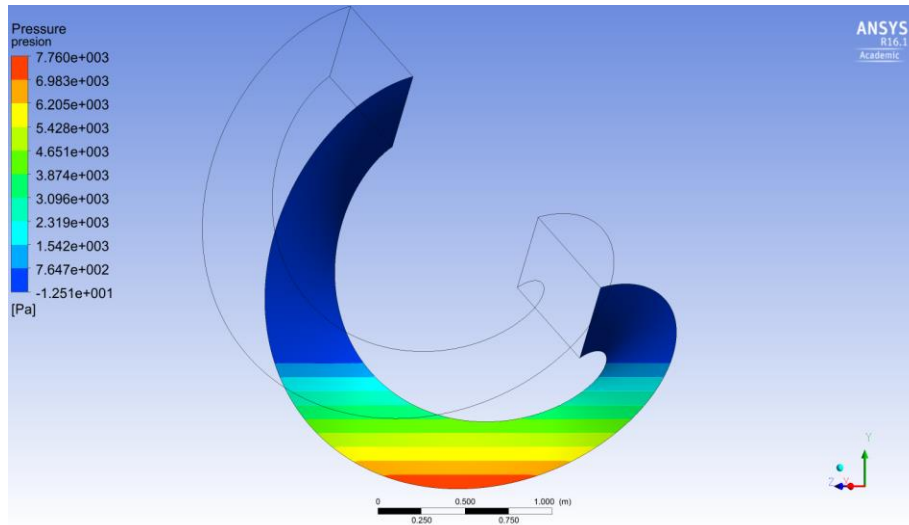
Con el fin de corroborar los resultados emitidos por el software, se realizó una simulación considerando las condiciones de pared estática con fluido detenido y máxima capacidad contenida en el volumen de control, tanto para agua como para relave. Contrastando estos datos y los datos obtenidos en el cálculo preliminar es posible encontrar un margen de error asociado al tratamiento que realiza “fluent” en volúmenes finitos.

### 5.1 Caso estático en agua

Del caso estático es posible obtener los esfuerzos de corte y las presiones sobre los álabes como se muestra en las Figura (5.1) y Figura (5.2).



**Figura (5.1): Esfuerzos de corte en álabes inferior caso estático en agua.**



**Figura (5.2): Presión en álabe inferior caso estático en agua.**

Como se trata de un caso estático, no existen esfuerzos de corte en las paredes solo la presencia de presión, la cual aumenta con la profundidad del fluido. El esfuerzo de corte que se muestra en la Figura (5.1) corresponde a una gota descendiendo y no contribuye al momento de tornillo.

Con la simulación terminada es posible obtener las fuerzas que ejerce el fluido sobre las superficies del volumen así como el momento con respecto a un eje en particular. Tomando las condiciones de operación del tornillo en este estado, las fuerzas en “y” y momentos en las caras se exponen en las Tabla (5.1) y Tabla (5.2) respectivamente.

**Tabla (5.1): Fuerzas verticales en caras caso estático en agua.**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2645,69	-0,01	-2645,70
Álabe superior	532,79	0,00	532,79
Carcasa	-5528,39	0,00	-5528,39
Eje	896,80	0,00	896,80
<b>Neto</b>	<b>-6744,49</b>	<b>-0,01</b>	<b>-6744,50</b>

**Tabla (5.2): Momentum en caras caso estático en agua.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1633,88	0,00	-1633,88
Álabe superior	339,44	0,00	339,44
Carcasa	-0,05	0,00	-0,05
Eje	0,00	0,00	0,00
Neto	-1294,49	0,00	<b>-1294,49</b>

Como se puede apreciar la fuerza total resultante en el eje y es de 6744.49 Newton lo que corresponde a 687 kg, muy similar a la masa obtenida en el cálculo preliminar realizada con el software solid Works que resultó en 681 kg, esta diferencia corresponde a menos del 1%.

En el caso del momentum respecto al eje de rotación, el calculado por Fluent fue 1294 Nm y el calculado usando los datos de Solid Works fue de 1282 Nm, este resultado también menor al 1%.

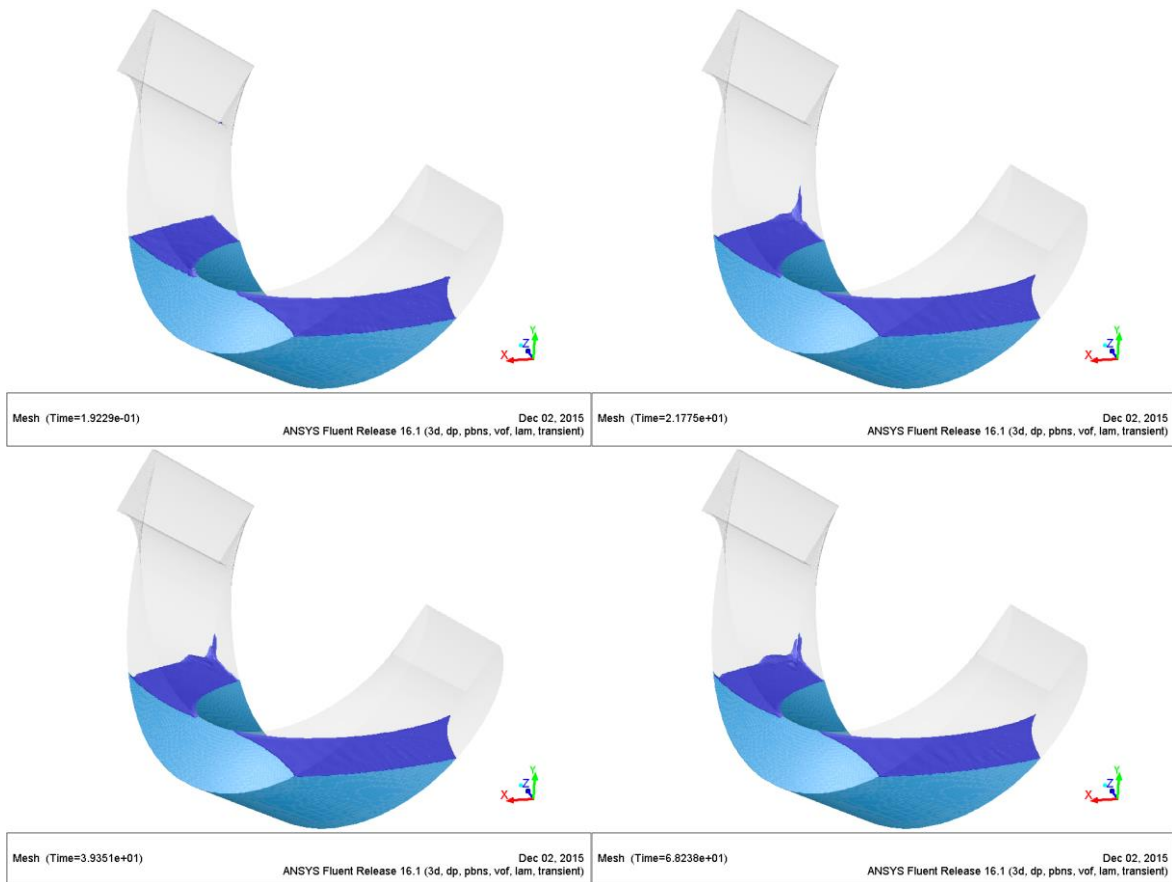
Una vez realizada esta comprobación, se imponen las condiciones de operación y de borde descritas anteriormente para el agua poniendo énfasis en que se utilizaran como referencia las revoluciones dependientes del diámetro cuya relación está dada por la ecuación (2.5).

## **5.2 Caso de referencia en agua a 31.5 RPM**

Para este caso se impone velocidad de rotación con respecto al eje de inclinación para todas las caras del volumen, excepto para las caras de intersección superior e inferior ya que se consideran como una zona de periodicidad del fluido.

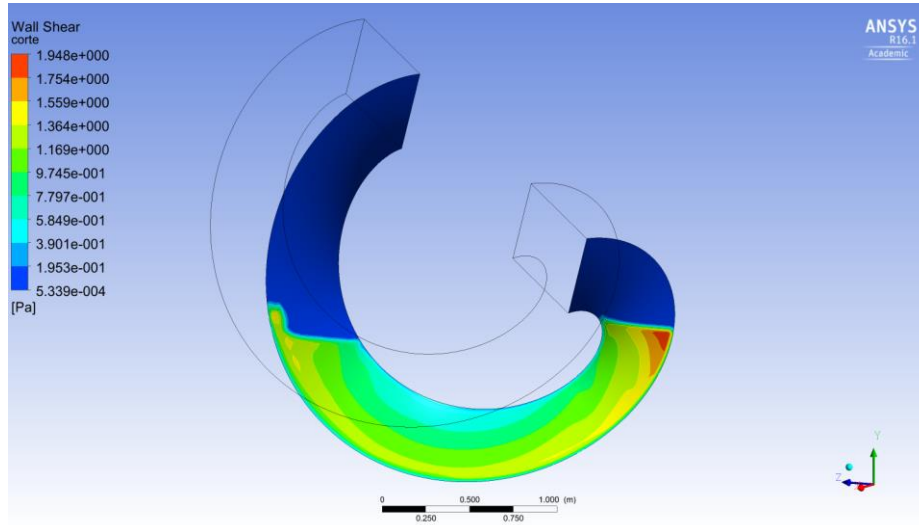
Se tomó un tiempo de cálculo de aproximadamente 2 días con un paso variable de tiempo. Con esto se obtuvo una simulación en tiempo real de 1 minuto de operación del tornillo con lo cual se logró registrar el comportamiento permanente del mismo. En las Figura (5.3) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.



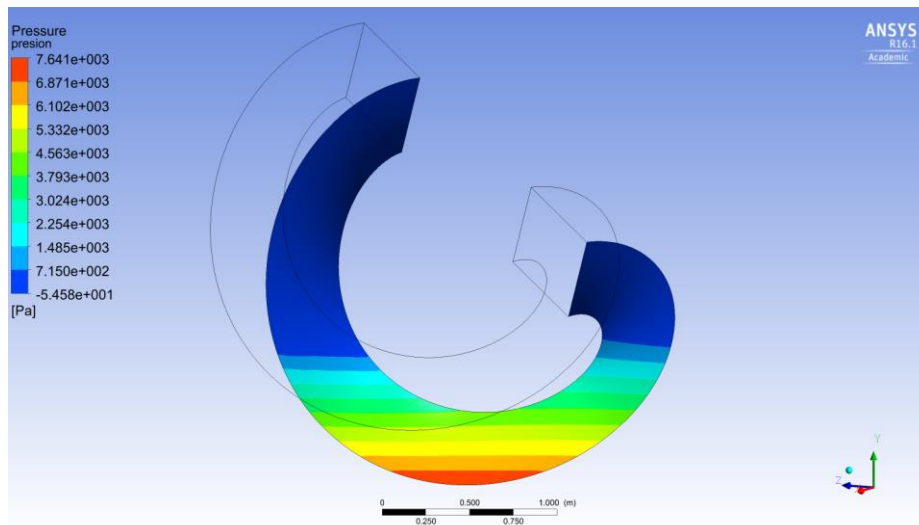


**Figura (5.3): Simulación en 4 instantes en agua para 31.5 RPM.**

Una vez realizada la modelación es posible obtener los esfuerzos de corte sobre el álabe inferior, que es el encargado de transmitir el torque al eje. Los esfuerzos de corte y la presión sobre el álabe inferior se muestran en la Figura (5.4) y Figura (5.5) respectivamente.



**Figura (5.4): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 31.5 RPM.**



**Figura (5.5): Presión sobre el álabe inferior en agua 31.5 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (5.3) y Tabla (5.4).

**Tabla (5.3): Fuerzas verticales en caras en agua a 31.5 RPM**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2.646,87	-0,04	-2.646,90
Álabe superior	534,76	0,01	534,76
Carcasa	-5.525,88	0,10	-5.525,78
Eje	893,35	0,04	893,39
Neto	-6.744,64	0,11	<b>-6.744,53</b>

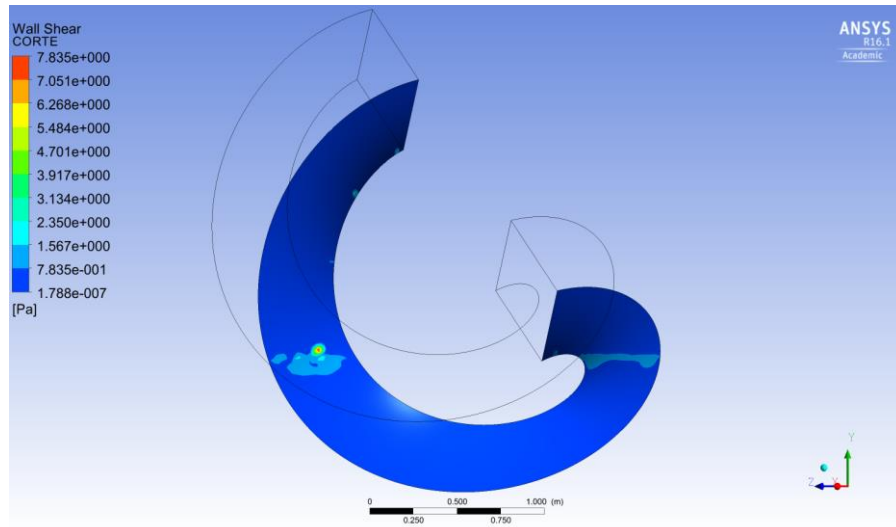
**Tabla (5.4): Momentum en caras en agua a 31.5 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1635,29	1,03	-1634,26
Álabe superior	341,02	0,14	341,17
Carcasa	-0,05	0,48	0,43
Eje	0,00	0,06	0,06
Neto	-1294,32	1,71	<b>-1292,61</b>

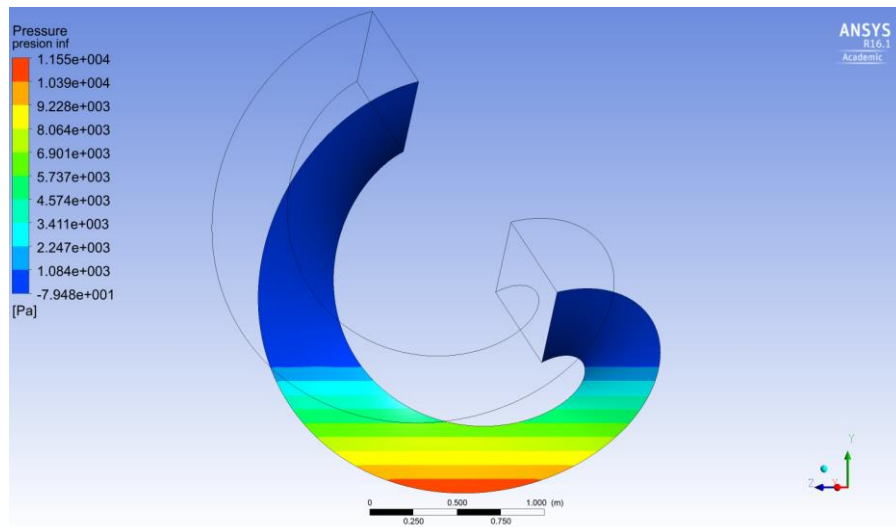
Este análisis se realiza para la operación del tornillo a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM, así tener un espectro de potencias posibles. El detalle de estos casos tal cual se realizó el caso de referencia, se encuentra en el anexo A I.

### 5.3 Caso estático en relave

De forma similar a lo realizado en agua, se modelará un caso estático con relave como fluido de trabajo. Los esfuerzos de corte y presión en el álabe inferior se muestran en la Figura (5.6) y Figura (5.7) respectivamente.



**Figura (5.6): Esfuerzo de corte en álabe inferior caso estático en relave.**



**Figura (5.7): Presión en álabe inferior caso estático en relave.**

Se puede apreciar en la Figura (5.6) que los puntos donde existe esfuerzo de corte corresponden a pequeñas gotas que escurren desde el paso anterior.

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento que el volumen de relave estático ejerce sobre las paredes se muestran en la Tabla (5.5) y Tabla (5.6).

**Tabla (5.5): Fuerzas verticales en caras en relave estático.**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3942,91	0,07	-3942,84
Álabe superior	798,34	0,00	798,34
Carcasa	-8226,77	0,16	-8226,62
Eje	1332,45	-0,19	1332,26
Neto	-10038,89	0,03	<b>-10038,86</b>

**Tabla (5.6): Momento en caras en relave estático.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2437,01	0,02	-2437,00
Álabe superior	509,49	0,00	509,49
Carcasa	-0,08	-0,05	-0,13
Eje	0,00	-0,02	-0,02
Neto	-1927,60	-0,06	<b>-1927,66</b>

## **5.4 Caso de referencia en relave a 31.5 RPM**

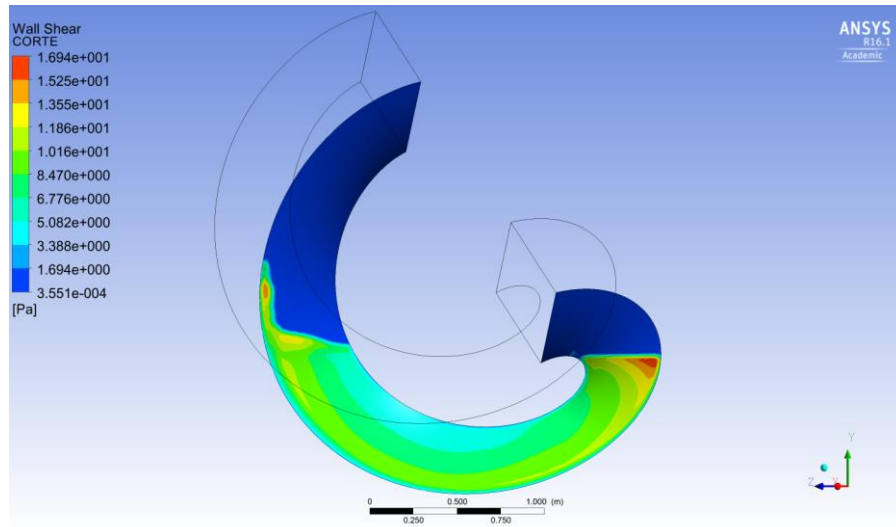
Para este caso se impone velocidad de rotación con respecto al eje de inclinación para todas las caras del volumen, excepto para las caras de intersección superior e inferior ya que se consideran como una zona de periodicidad del fluido, tal como se realizó en el caso de operación con agua.

Se tomó un tiempo de cálculo de aproximadamente 1 día con un paso variable de tiempo. Con esto se obtuvo una simulación en tiempo real de 30 segundos de operación del tornillo con lo cual se logró registrar el comportamiento permanente del mismo, a diferencia que en caso anterior, se logró una convergencia temprana en la presión sobre el álabe inferior, dado que este fluido tiene mayor viscosidad que el agua. En la Figura (5.8) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

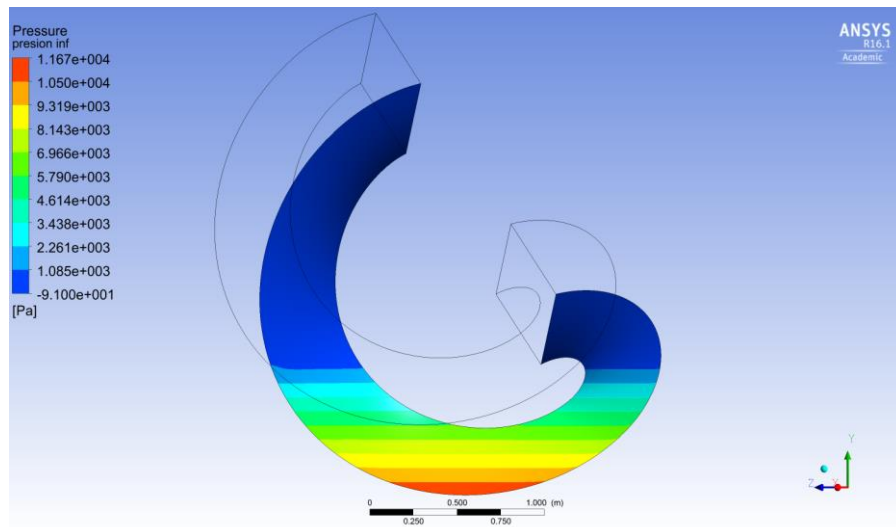


**Figura (5.8): Simulación en 4 instantes en relave para 31.5 RPM.**

Una vez realizada la modelación es posible obtener los esfuerzos de corte sobre el álabe inferior, que es el encargado de transmitir el torque al eje. Los esfuerzos de corte y la presión sobre el álabe inferior se muestran en la Figura (5.9) y Figura (5.10) respectivamente.



**Figura (5.9): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 31.5 RPM.**



**Figura (5.10): Presión sobre el álabe inferior en agua 31.5 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (5.7) y Tabla (5.8).

**Tabla (5.7): Fuerzas verticales en caras en agua a 31.5 RPM**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3934,92	-0,99	-3935,92
Álabe superior	798,78	0,06	798,84
Carcasa	-8235,52	1,68	-8233,84
Eje	1332,45	0,97	1333,42
Neto	-10039,21	1,71	<b>-10037,50</b>

**Tabla (5.8): Momentum en caras en agua a 31.5 RPM.**

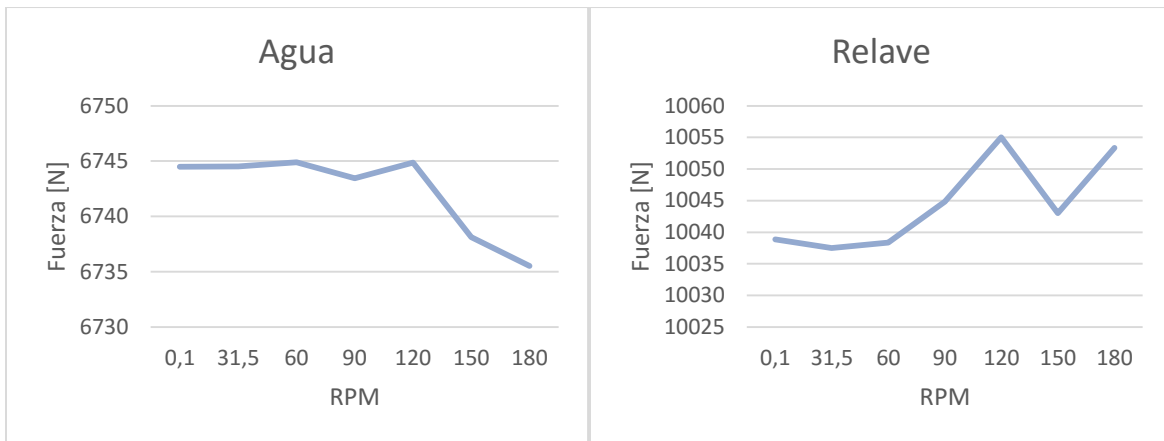
Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2434,46	8,21	-2426,25
Álabe superior	510,46	1,99	512,45
Carcasa	-0,08	7,94	7,86
Eje	0,00	1,46	1,46
Neto	-1924,08	19,61	<b>-1904,48</b>

Este análisis, al igual que en el caso con agua, se realiza para la operación del tornillo a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM, así tener un espectro de potencias posibles. El detalle de estos casos tal cual se realizó el caso de referencia, se encuentra en el anexo A II.

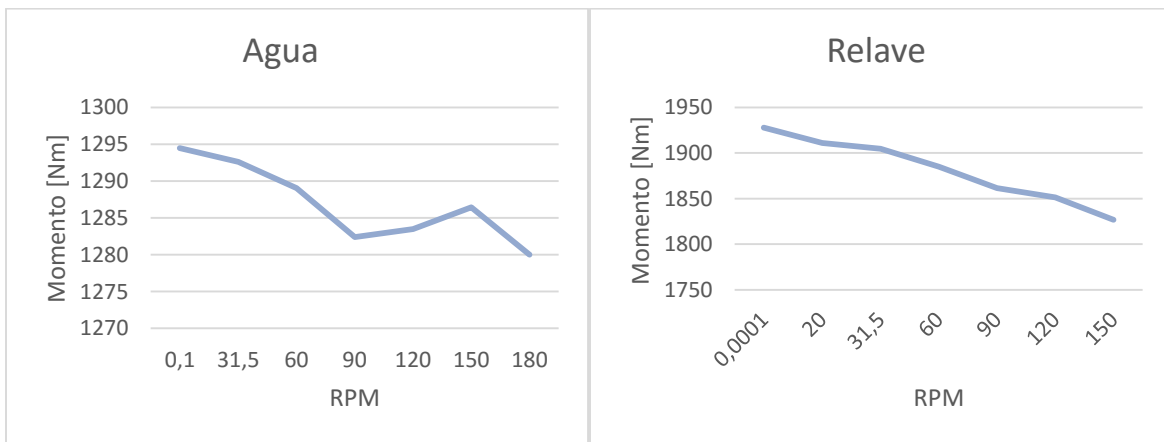


## 6. Resultados

Recopilando los datos anteriormente expuestos se obtienen las curvas de fuerza y momento para cada revolución tanto para agua como para relave, estos datos se aprecian en las Figura (6.1) y Figura (6.2) respectivamente.



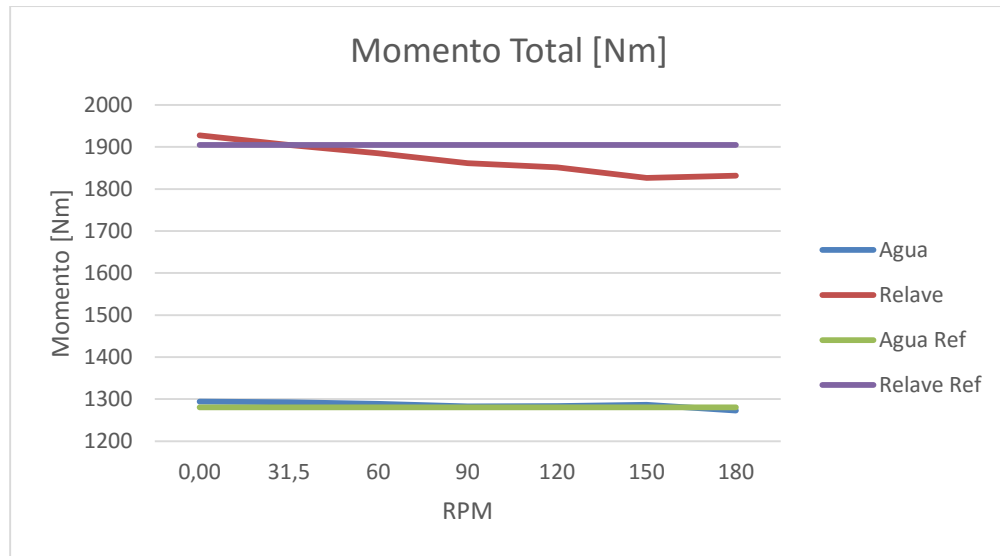
**Figura (6.1): Fuerza en función de RPM.**



**Figura (6.2): Momento en función de RPM.**

De las curvas de momento se puede rescatar que a medida que aumenta las revoluciones de operación del tornillo el momento sobre el eje disminuye, esto es debido a que las fuerzas viscosas sobre las paredes de volumen se oponen al giro. Este comportamiento es más predominante en el caso del relave dado su alta viscosidad.

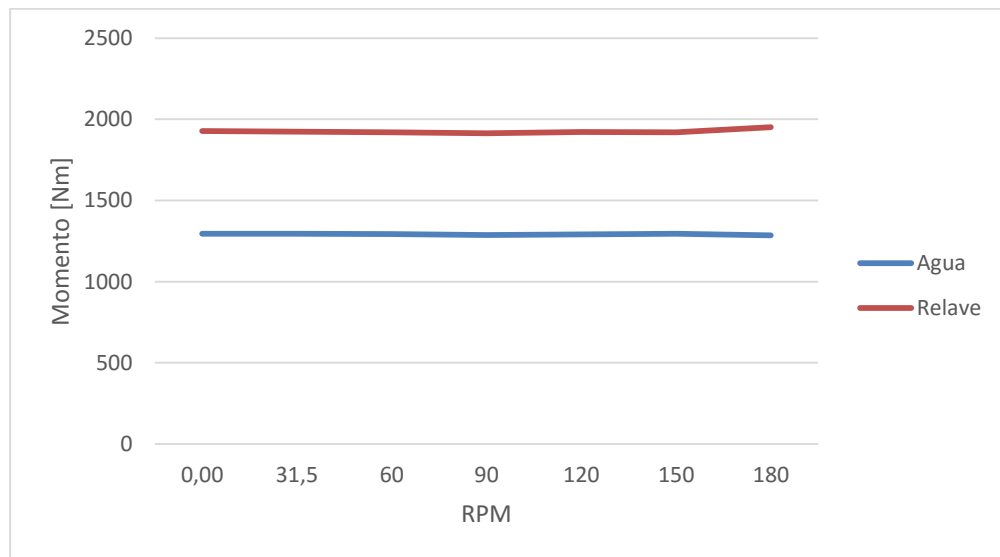
En la figura xd se observa el momento total en el álabe, tanto para agua como para relave. Como referencia se grafican también el momento utilizando la expresión de torque expuesta en la ecuación (4.2).



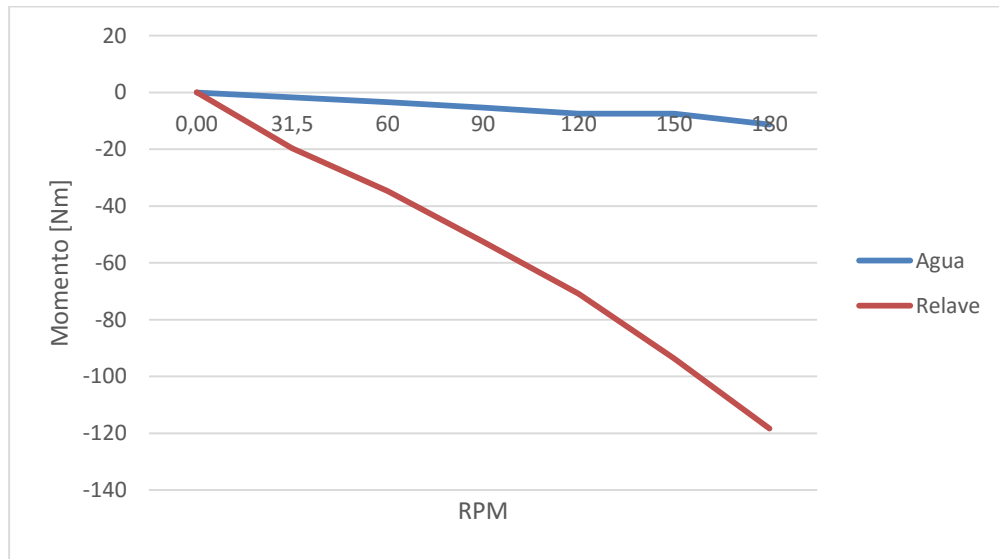
**Figura (6.3): Momento total sobre álabe inferior**

Como es de esperar, la expresión de torque en la ecuación (4.2) no representa fielmente el comportamiento de la turbina a distintas revoluciones.

Para analizar de mejor forma este comportamiento es necesario identificar el aporte de la presión y la viscosidad al momento total. En las Figura (6.4) y Figura (6.5) se muestra el aporte de presión y viscoso al momento en el eje



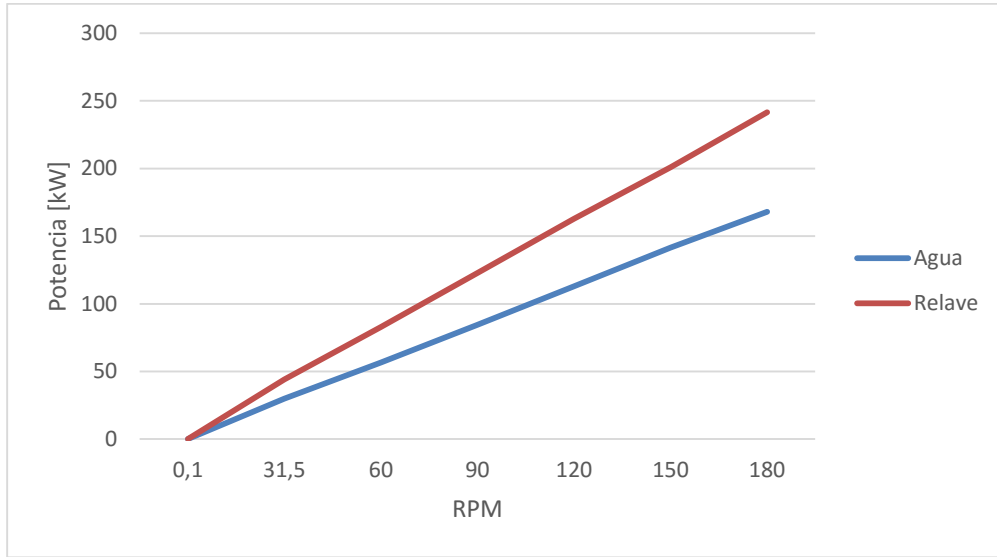
**Figura (6.4): Momento por presión sobre en álabe inferior.**



**Figura (6.5): Momento por esfuerzos de corte sobre el álabe inferior.**

De los gráficos anteriores se corrobora que el mayor aporte al torque es por parte de la presión, que en este caso la aporta el peso del fluido, tanto para agua como para relave. Las fuerzas viscosas del fluido son encargadas de oponerse al movimiento, este comportamiento se acentúa en el relave dada las características de este fluido y su alta viscosidad respecto a la del agua.

Con estos datos se puede desprender la curva de potencia de la turbina para agua y para relave, esta se muestra en la Figura (6.6).

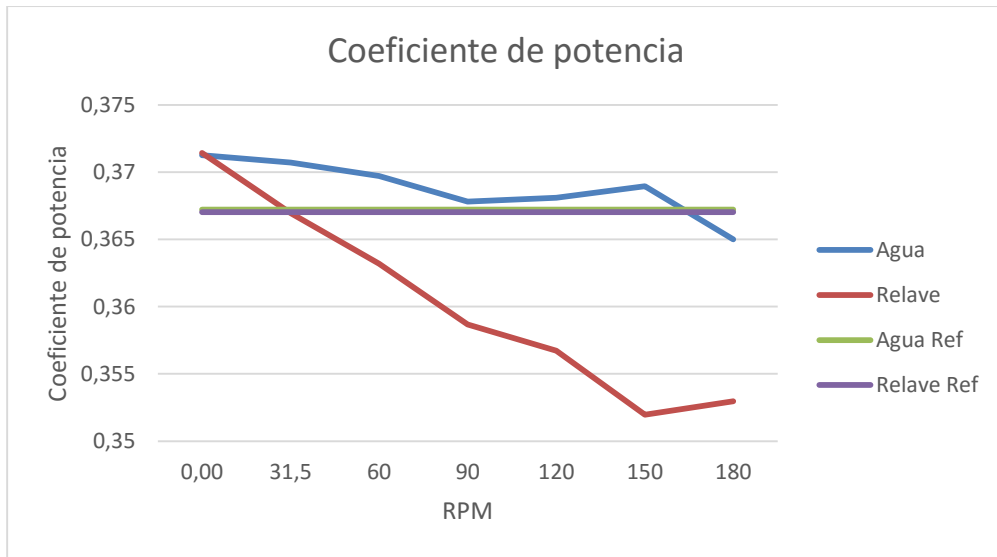


**Figura (6.6): Potencia operando con agua y con relave.**

La curva anterior entrega la potencia de una turbina de 6 metros de largo a distintos caudales de operación que son impuestos por las revoluciones de operación.

Para analizar la potencia de la maquina es necesario hacer un análisis adimensional de esta. Utilizando como referencia la potencia disponible del recurso, no con un caudal fijo, sino un caudal para cada revolución de operación, dado que al tener una geometría fija de cubo de agua, la forma de variar el caudal que transita por la turbina, es modificando las revoluciones.

En la Figura (6.7) es posible observar el coeficiente de potencia para cada RPM.



**Figura (6.7): Coeficiente de potencia operando con agua y relave para distintas RPM.**

Como se puede apreciar en la Figura (6.7) El coeficiente de potencia de este tipo de turbina disminuye a medida que aumentan las revoluciones de operación, esto es debido a que la componente viscosa del momento se opone al movimiento del tornillo, disminuyendo la potencia efectiva del tornillo sobre el eje. Con esto resultados es posible afirmar que mientras menor sean las revoluciones de operación del tornillo mayor será el provecho de la energía disponible del recurso.

Como las revoluciones de operación son predominantes al considerar maximizar potencia del funcionamiento del tornillo, es el caudal el factor que delimita la máxima revolución de operación. De esta forma se intersecta el caudal disponible que sea capaz de contener el tornillo en funcionamiento.

Como en la planta, el caudal disponible promedio del canal es de 2.04 m<sup>3</sup>/s se obtiene la velocidad ideal de operación de 10 RPM.

## 7. Conclusiones

Si bien la implementación del tornillo de Arquímedes como turbina de baja cota ha sido realizada en países de Europa, principalmente al costado de lechos de ríos, no se han realizado pruebas para su utilización en canales de relaves, cuyo potencial es elevado dada la creciente actividad minera características del país y por las condiciones geográficas donde se desarrollan estas actividades.

El estudio de esta tecnología y su implementación en canales de relave significa una inversión a largo plazo en conceptos de ahorro y generación de energía.

Para la construcción de la malla se pasaron por varios modelos de prueba, prevaleciendo al final un modelo simétrico hexagonal, esto se debió a que fue la única configuración compatible con la condición de borde “periodic” necesaria para representar el comportamiento del tornillo. Debido a esto aumentó la calidad de la malla pero también aumentaron los tiempos de simulación.

El periodo transiente de la simulación en agua es mayor que en relave debido a la alta viscosidad del relave respecto a la del agua, con este factor, se lograron tiempos de simulación del relave en torno a la mitad que el tomado por el agua.

La presión ejercida sobre el álabe inferior es la encargada de entregar la mayor cantidad de torque a la turbina, esta presión es lograda totalmente por el peso del fluido. A medida que aumentan las revoluciones de operación la componente de presión mantiene estabilidad con una leve disminución mientras que la componente viscosa aumenta, oponiéndose al movimiento del tornillo. Este efecto es mayor en la operación con relave que la operación con agua.

Las revoluciones del tornillo en un caso real están limitadas por el caudal disponible del recurso, por lo que a la hora de maximizar potencia es recomendable maximizar las revoluciones de operación dado que la disminución de momento por parte de las fuerzas viscosas es despreciable.

Finalmente, después de aterrizar los resultados obtenidos al caso del canal de relaves de El Teniente se concluye que la velocidad ideal de rotación de la unidad es de 10 RPM.

## 8. Bibliografía

- [1] I. I. T. I. A. LTDA, «Informe de Cierre Planta Piloto MICRO CENTRAL HIDROELÉCTRICA PILOTO CON BOMBA,» Santiago, 2010.
- [2] J. Mejia, «Diseño de una turbina hidráulica basada en el tornillo de Arquímedes,» Salvador, 2011.
- [3] J. S. Gerald Müller, «Simplifiedn theory of Archimedean screws,» *Journal of hydraulic research*, p. 4, 2009.
- [4] M. Fox, Introducción a la Mecánica de Fluidos, México: McGraw-Hill / Interamerica S.A, 1997.
- [5] C. Rorres, «Optimal design of an Archimedes screw,» *Journal of hydraulic engineering*, p. 9, 2000.
- [6] M.-I. Gerhard Nagel y R.-P. OHG., Archimedian screw pump handbook : fundamental aspects of the design and operation of water pumping installations using Archimedian screw pumps, Schwäbisch Gmünd : RITZ-Pumpenfabrik OHG, 1968., 1968.
- [7] W. L. Murray Lyons, «Archimedes screws for microhydro power generation,» *7th International conference on energy sustainability*, p. 7, 2013.
- [8] «Energy Saving Advisor,» 2015. [En línea]. Available: <http://www.energysavingadvisor.co.uk/hydro-power/hydro-power-technical-stuff-further-reading-references>.
- [9] D. C. W. Merle C. Potter, Mecánica de Fluidos, Mexico: Thomson Learning Inc., 2002.
- [10] J. A. Facusse, «Análisis mediante simulación fluidodinámica computacional del flujo de relaves de minería en desgaste de cajones disipadores.,» Santiago, Chile, 2013.
- [11] J. Rayo, Transporte Hidráulico de Sólidos, Curso de Perfeccionamiento, Santiago Chile: Instituto de Ingenieros de Minas de Chile, 1982.
- [12] CODELCO, *Características históricas del relave 2013-2014*, Rancagua, 2014.
- [13] W. M. H. K. VERSTEEG, An introduction to computational fluid dynamics, The finite volume method, Malaysia: Longman, 1995.
- [14] J. J.D. Anderson, An Introduction Computational Fluid Dynamics, Springer, 2009.

- [15] J. E. Morán, «Simulación numérica de flujo bifásico mediante el método del volumen de fluido,» Universidad de Zulia, Venezuela, 2002.
- [16] C. Mataix, Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas, Madrid, España: Ediciones del castillo, 1986.
- [17] ANSYS, Inc, Release Notes 16.1, Canonsburg, 2015.

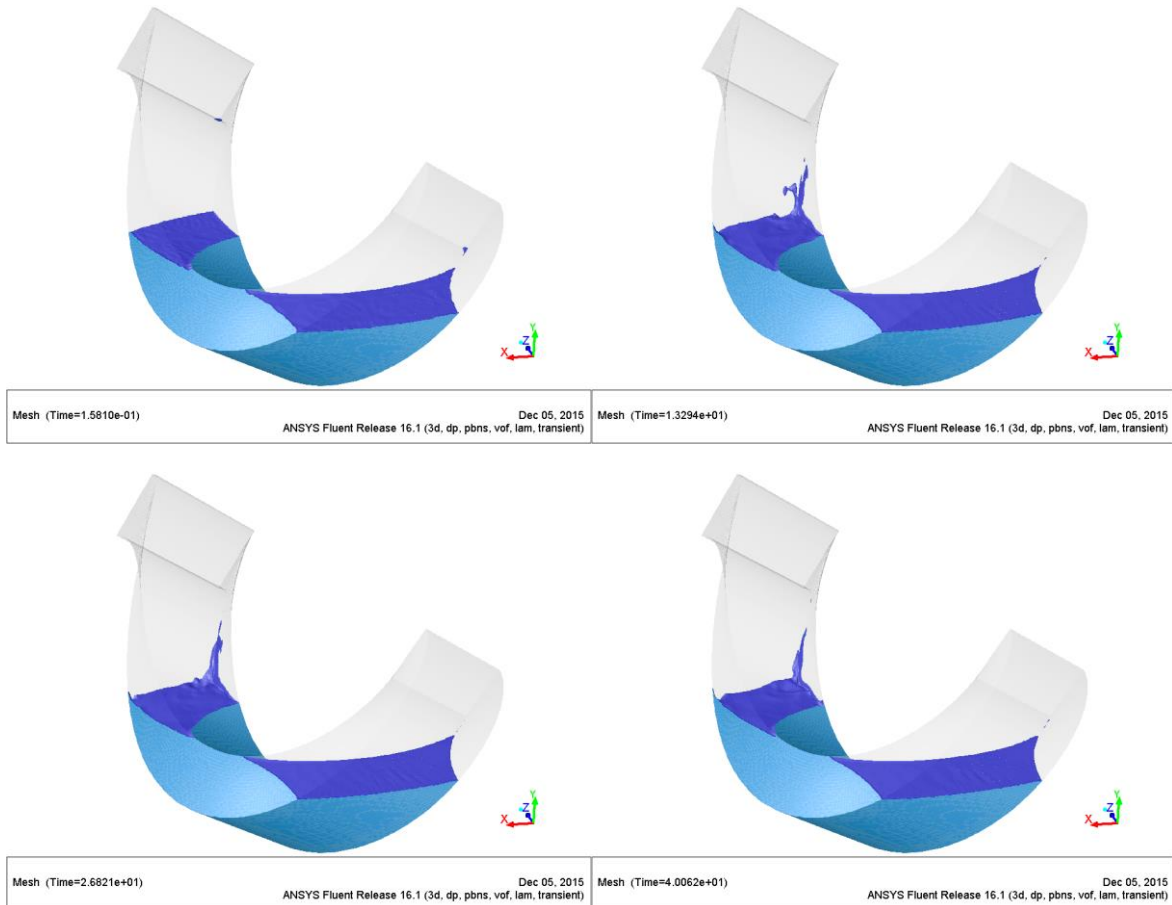


## **Anexos**

## Anexo I: Casos operando con agua a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM

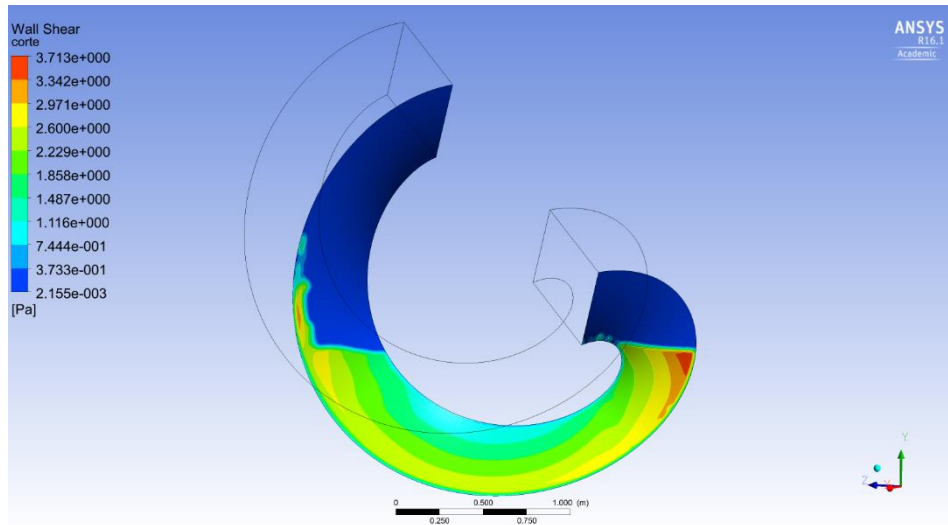
### Caso en agua a 60 RPM

En las Figura (A.1) se puede apreciar 4 momentos de simulación.

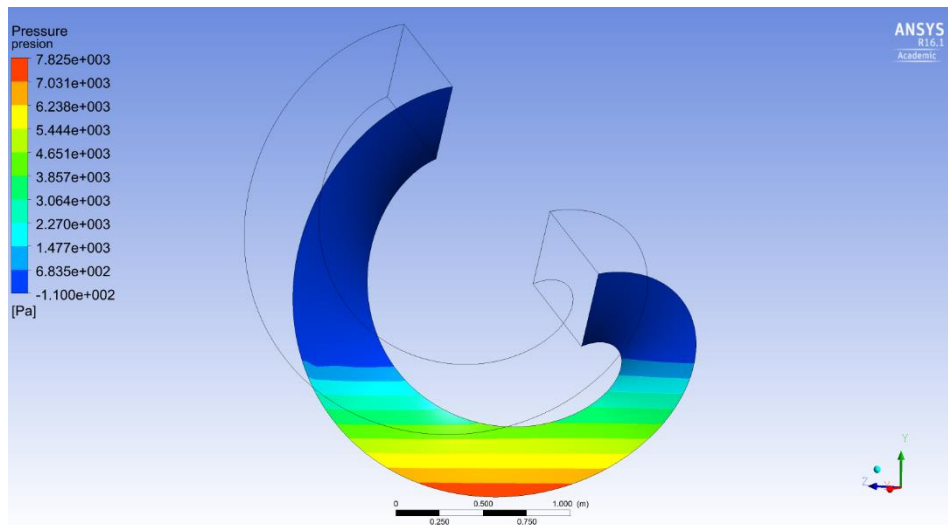


**Figura (A.1): Simulación en 4 instantes en agua para 60 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.2) y Figura (A.3) respectivamente.



**Figura (A.2): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 60 RPM.**



**Figura (A.3): Presión sobre el álabe inferior en agua para 60 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.1) y Tabla (A.2).

**Tabla (A.1): Fuerzas verticales en caras en agua a 60 RPM**

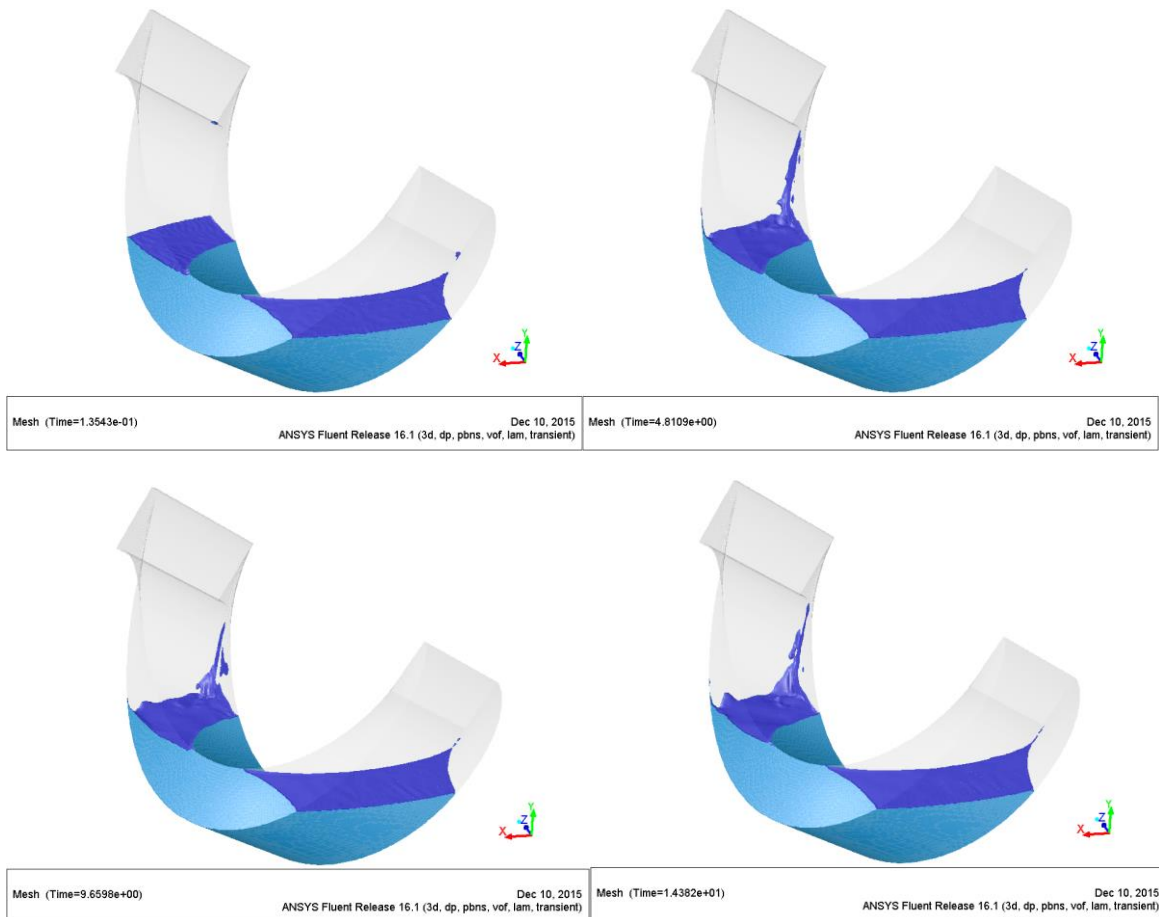
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2638,52	-0,10	-2638,63
Álabe superior	529,76	0,01	529,76
Carcasa	-5535,23	0,19	-5535,04
Eje	898,94	0,07	899,01
Neto	-6745,06	0,17	<b>-6744,89</b>

**Tabla (A.2): Momentum en caras en agua a 60 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1630,11	2,10	-1628,00
Álabe superior	337,68	0,28	337,96
Carcasa	-0,05	0,93	0,88
Eje	0,00	0,11	0,11
Neto	-1292,48	3,42	<b>-1289,06</b>

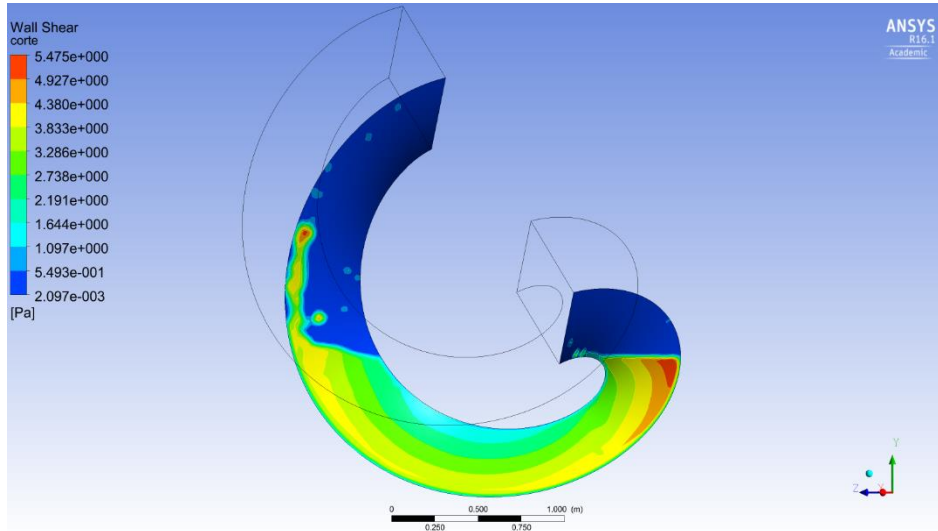
## Caso en agua a 90 RPM

En la Figura (A.4) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

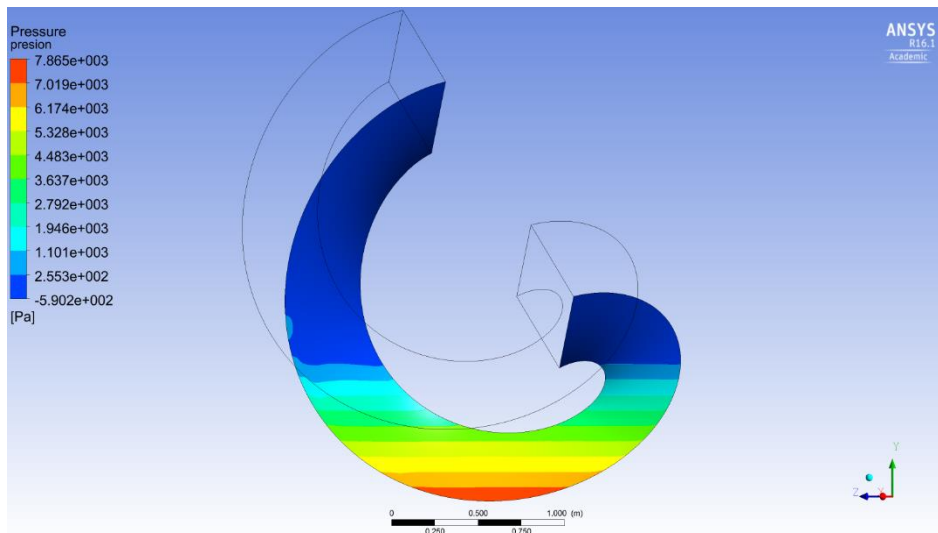


**Figura (A.4): Simulación en 4 instantes en agua para 90 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.5) y Figura (A.0.6) respectivamente.



**Figura (A.5): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 90 RPM.**



**Figura (A.0.6): Presión sobre el álabe inferior en agua para 90 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.3) y Tabla (A.4).

**Tabla (A.3): Fuerzas verticales en caras en agua a 90 RPM**

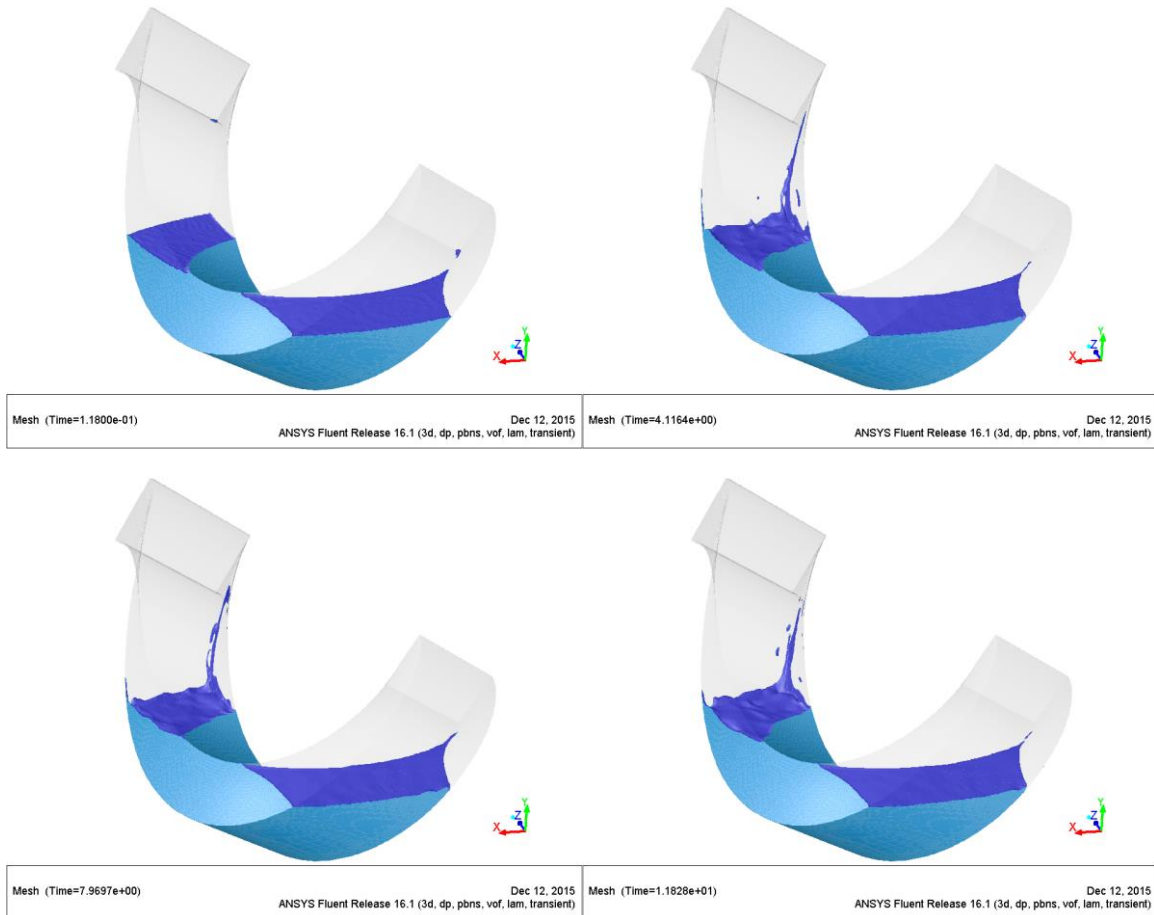
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2646,66	-0,29	-2646,95
Álabe superior	540,13	0,00	540,13
Carcasa	-5528,41	0,28	-5528,14
Eje	891,44	0,07	891,51
Neto	-6743,51	0,07	<b>-6743,44</b>

**Tabla (A.4): Momentum en caras en agua a 90 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1633,49	3,39	-1630,10
Álabe superior	345,79	0,42	346,22
Carcasa	-0,05	1,41	1,36
Eje	0,00	0,11	0,11
Neto	-1287,75	5,33	<b>-1282,42</b>

## Caso en agua a 120 RPM

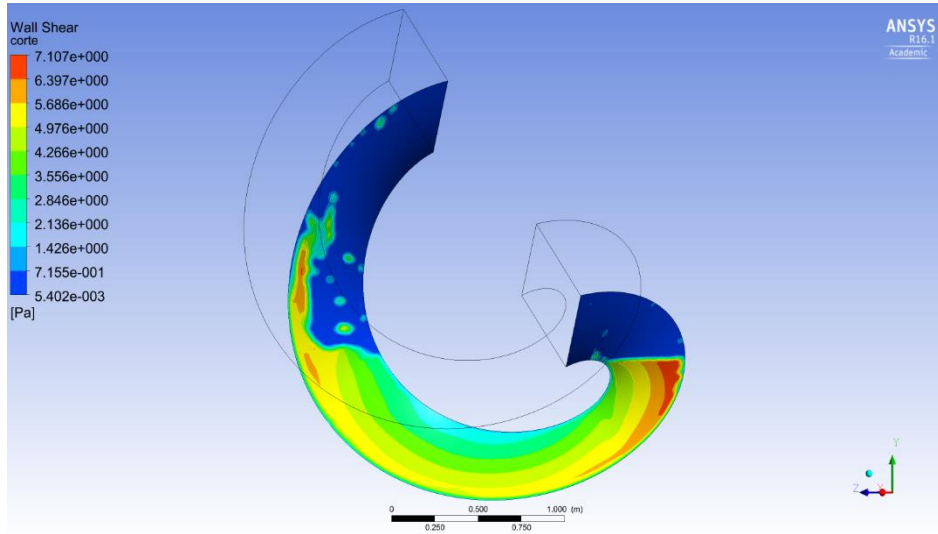
En la Figura (A.7) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.



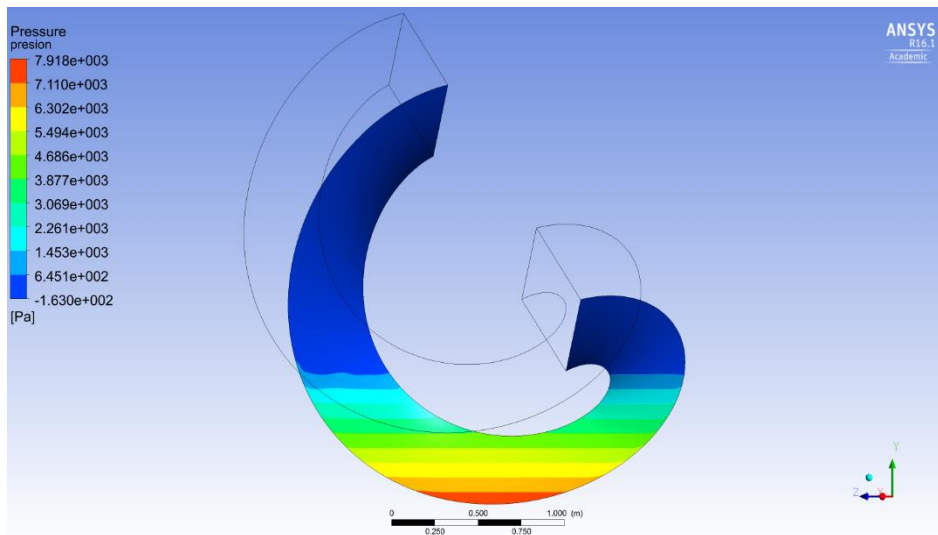
**Figura (A.7): Simulación en 4 instantes en agua para 120 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.8) y Figura (A.15) respectivamente.





**Figura (A.8): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 120 RPM.**



**Figura (A.9): Presión sobre el álabe inferior en agua para 120 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.5) y Tabla (A.6).

**Tabla (A.5): Fuerzas verticales en caras en agua a 120 RPM**

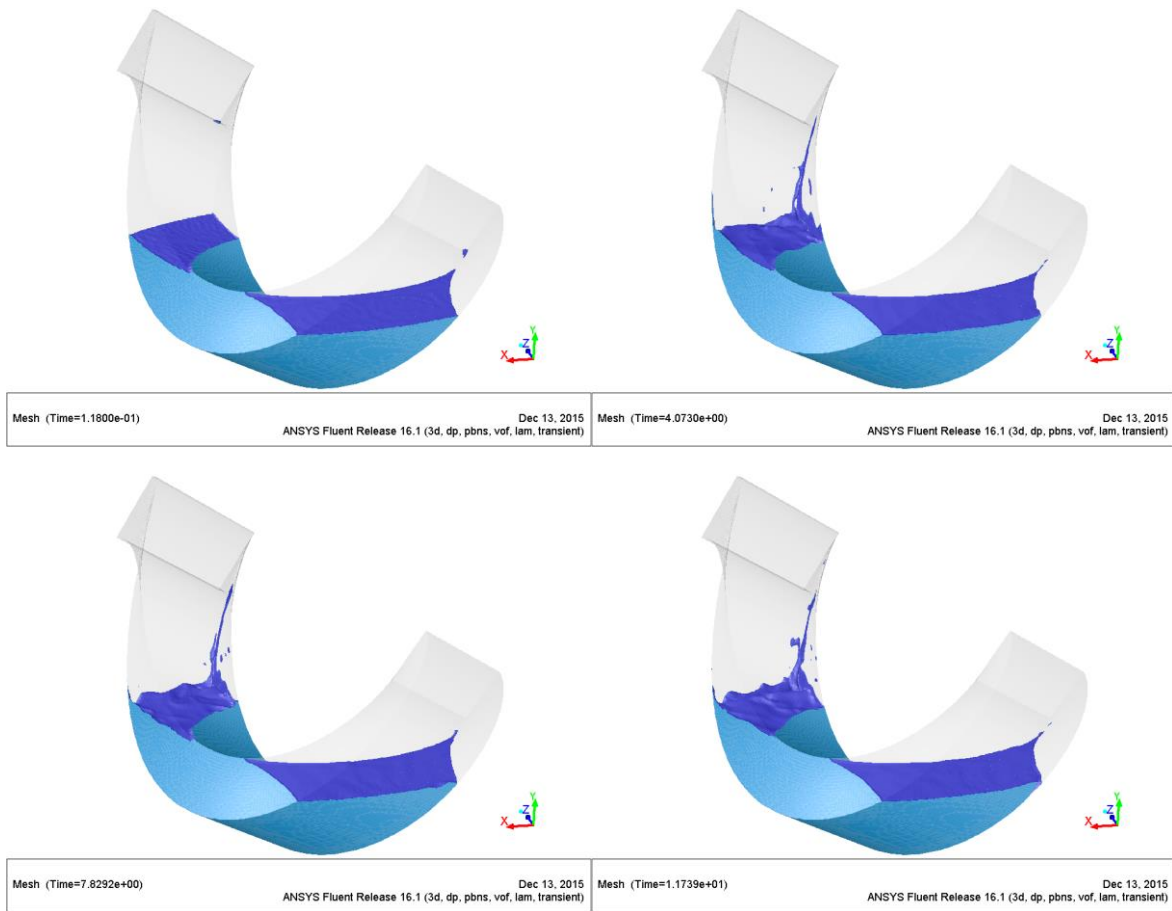
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2643,82	-0,59	-2644,41
Álabe superior	535,61	0,01	535,61
Carcasa	-5522,91	0,37	-5522,54
Eje	886,32	0,15	886,47
Neto	-6744,81	-0,06	<b>-6744,87</b>

**Tabla (A.6): Momentum en caras en agua a 120 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1633,53	4,74	-1628,78
Álabe superior	342,68	0,57	343,25
Carcasa	-0,06	1,89	1,83
Eje	0,00	0,22	0,22
Neto	-1290,90	7,41	<b>-1283,49</b>

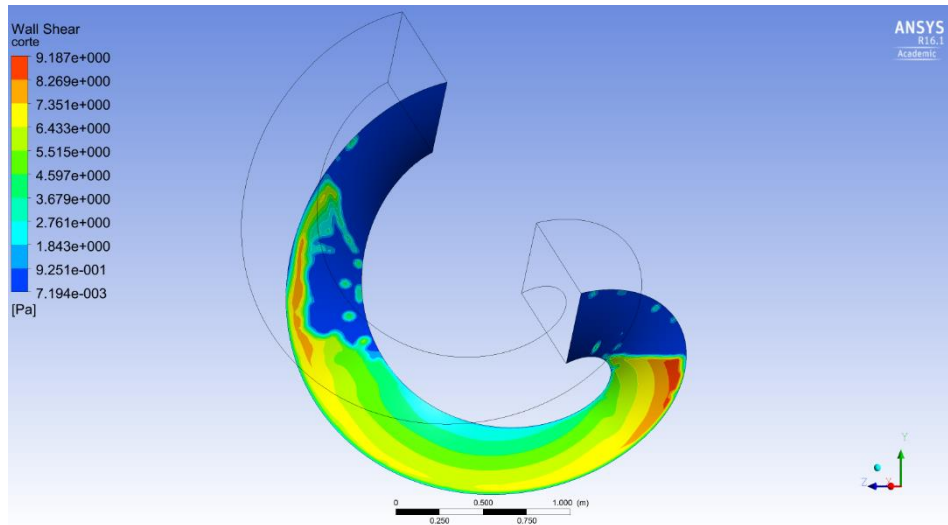
## Caso en agua a 150 RPM

En la Figura (A.10) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

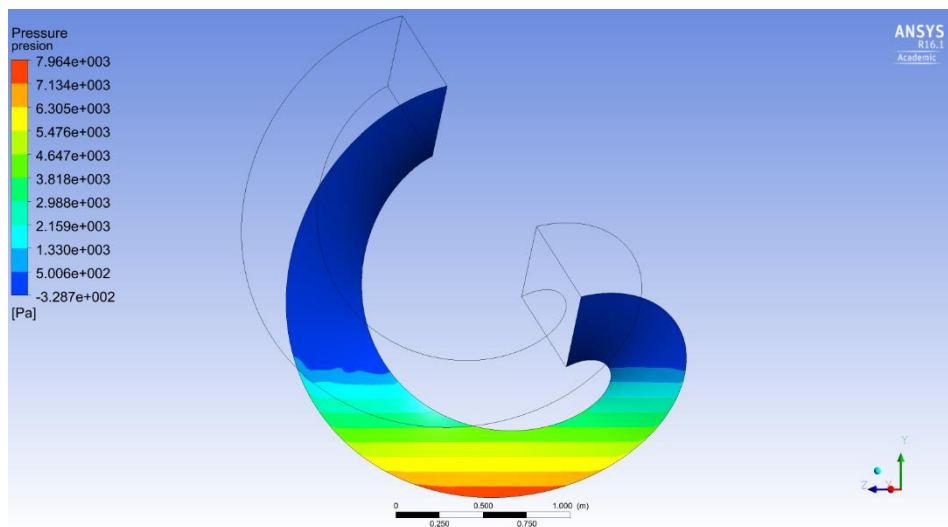


**Figura (A.10): Simulación en 4 instantes en agua para 150 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.11) y Figura (A.12) respectivamente.



**Figura (A.11): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 150 RPM.**



**Figura (A.12): Presión sobre el álabe inferior en agua para 150 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.7) y Tabla (A.8).

**Tabla (A.7): Fuerzas verticales en caras en agua a 150 RPM**

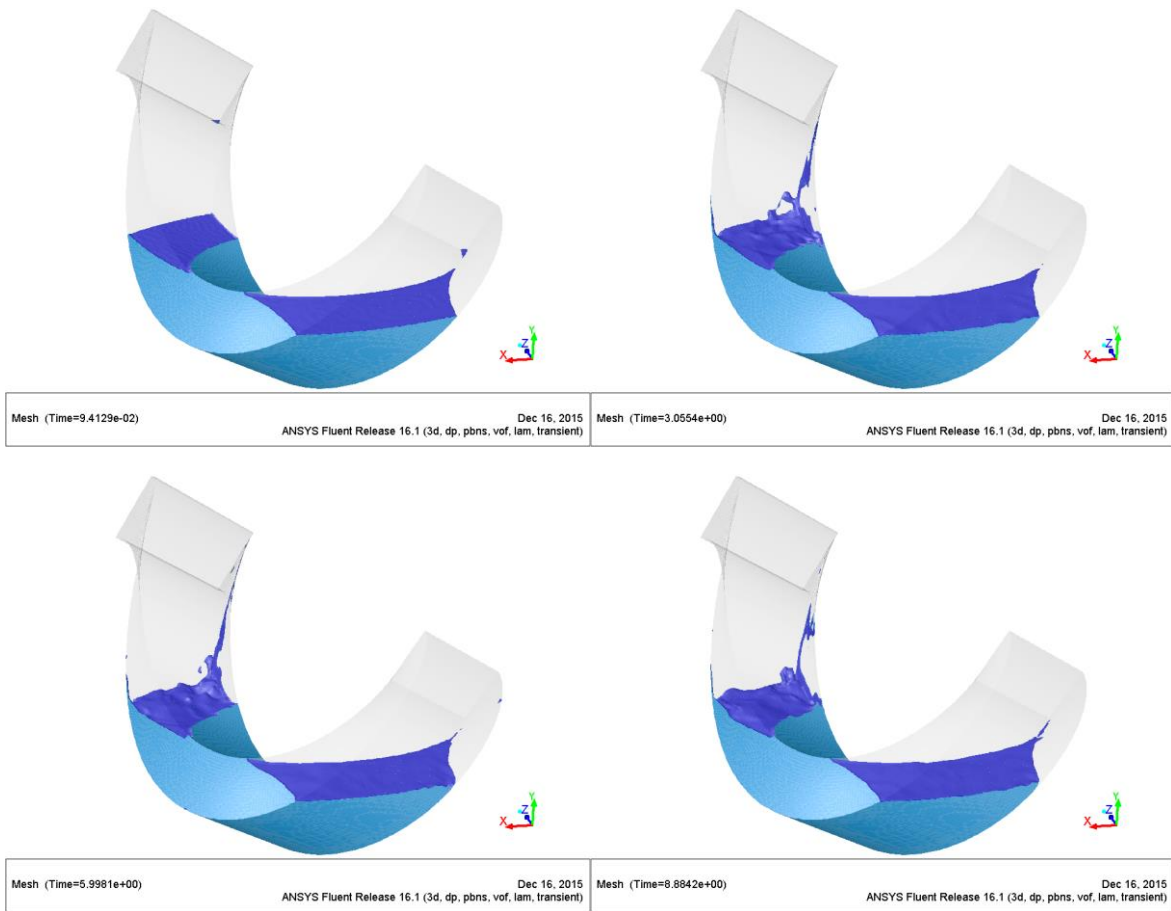
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2637,12	-0,93	-2638,05
Álabe superior	535,01	0,00	535,01
Carcasa	-5517,67	0,46	-5517,21
Eje	881,94	0,19	882,13
Neto	-6737,84	-0,29	<b>-6738,13</b>

**Tabla (A.8): Momentum en caras en agua a 150 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1637,07	4,74	-1632,34
Álabe superior	343,29	0,56	343,85
Carcasa	-0,06	1,89	1,84
Eje	0,00	0,22	0,22
Neto	-1293,84	7,41	<b>-1286,43</b>

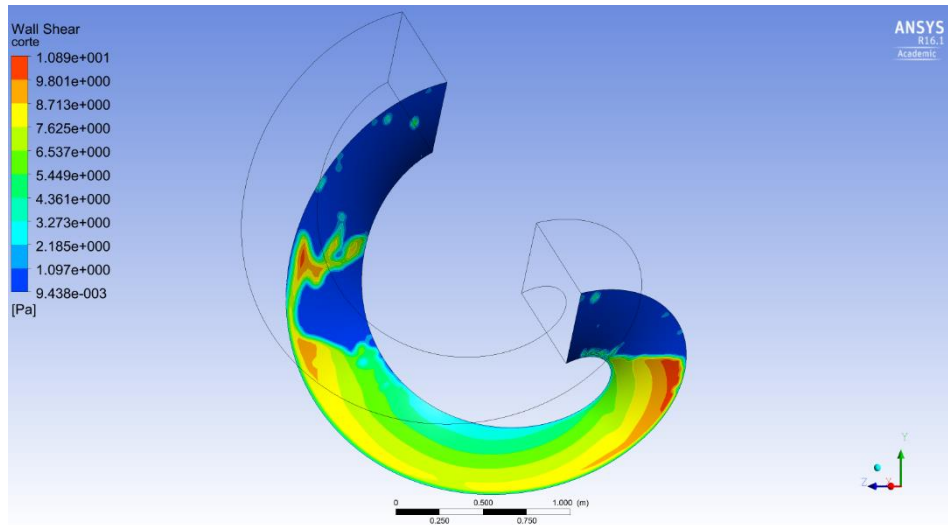
## Caso en agua a 180 RPM

En la Figura (A.13) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

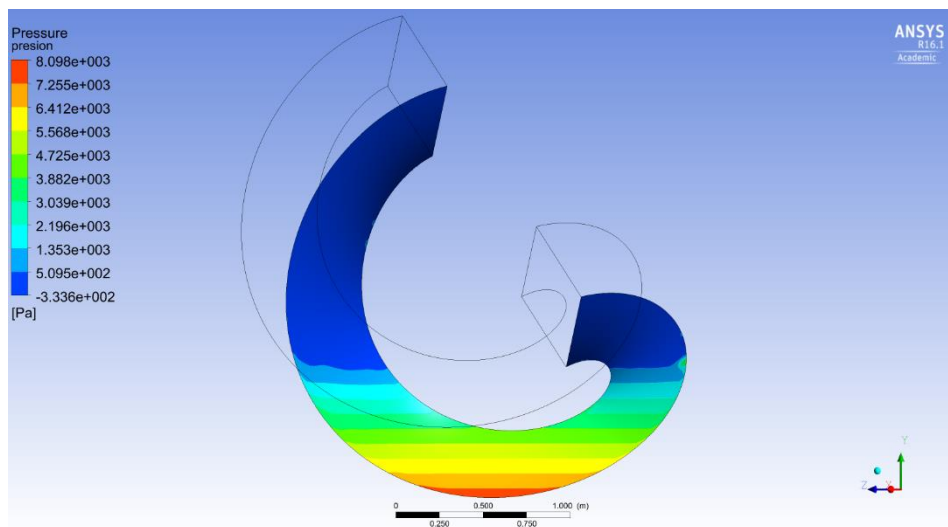


**Figura (A.13): Simulación en 4 instantes en agua para 180 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.14) y Figura (A.15) respectivamente.



**Figura (A.14): Esfuerzos de corte en álabe inferior en agua para 180 RPM.**



**Figura (A.15): Presión sobre el álabe inferior en agua para 180 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.9) y Tabla (A.10).

**Tabla (A.9): Fuerzas verticales en caras en agua a 180 RPM**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2658,99	-0,96	-2659,96
Álabe superior	559,86	0,01	559,87
Carcasa	-5521,73	0,54	-5521,19
Eje	885,52	0,23	885,75
Neto	-6735,33	-0,19	<b>-6735,52</b>

**Tabla (A.10): Momentum en caras en agua a 180 RPM.**

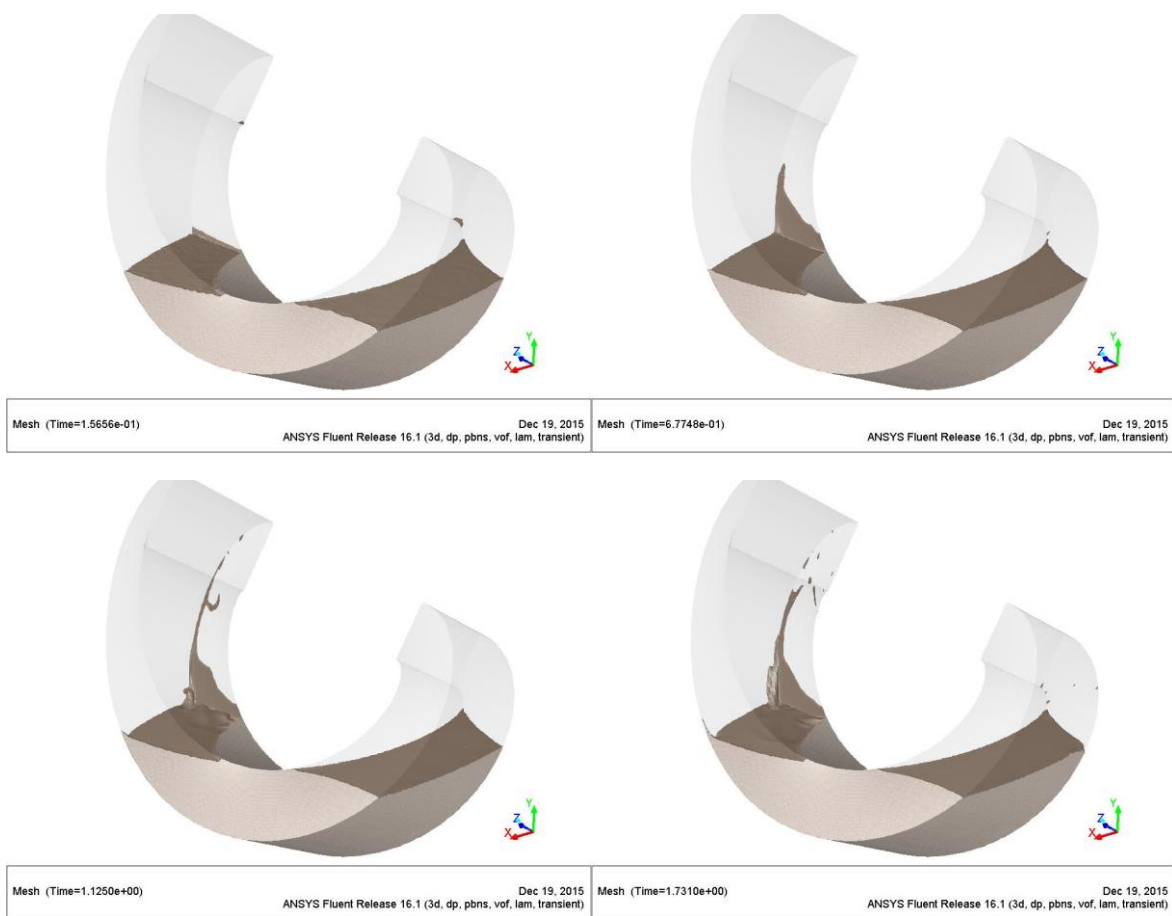
Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-1644,76	7,26	-1637,50
Álabe superior	360,87	0,85	361,71
Carcasa	-0,06	2,85	2,79
Eje	0,00	0,33	0,33
Neto	-1283,95	11,29	<b>-1272,66</b>



## Anexo II: Casos operando con relave a 60, 90, 120, 150 y 180 RPM

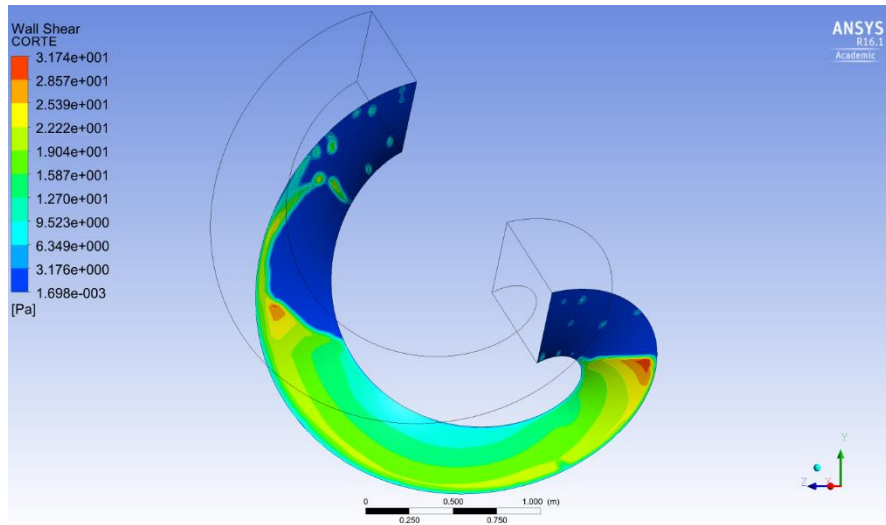
### Caso en relave a 60 RPM

En la Figura (A.16) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

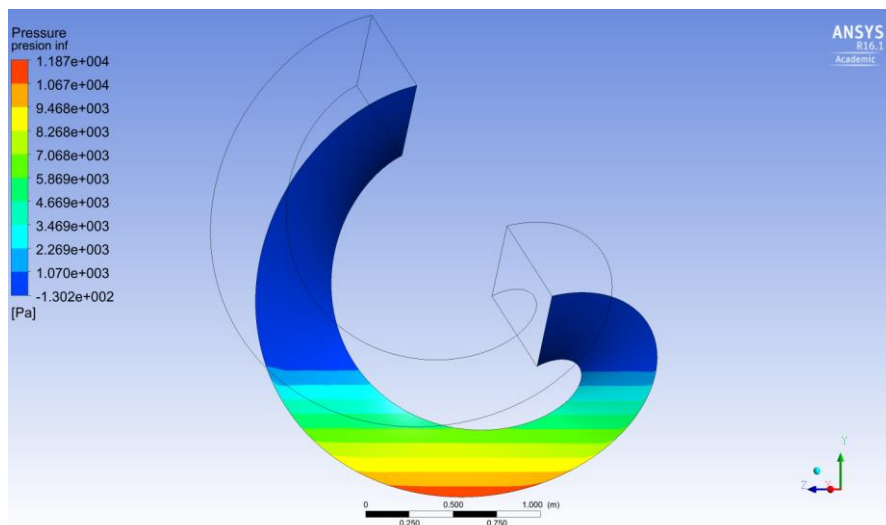


**Figura (A.16): Simulación en 4 instantes en relave para 60 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.17) y Figura (A.18) respectivamente.



**Figura (A.17): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 60 RPM.**



**Figura (A.18): Presión sobre el álabe inferior en relave para 60 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.11) y Tabla (A.12) respectivamente.

**Tabla (A.11): Fuerzas verticales en caras en relave a 60 RPM**

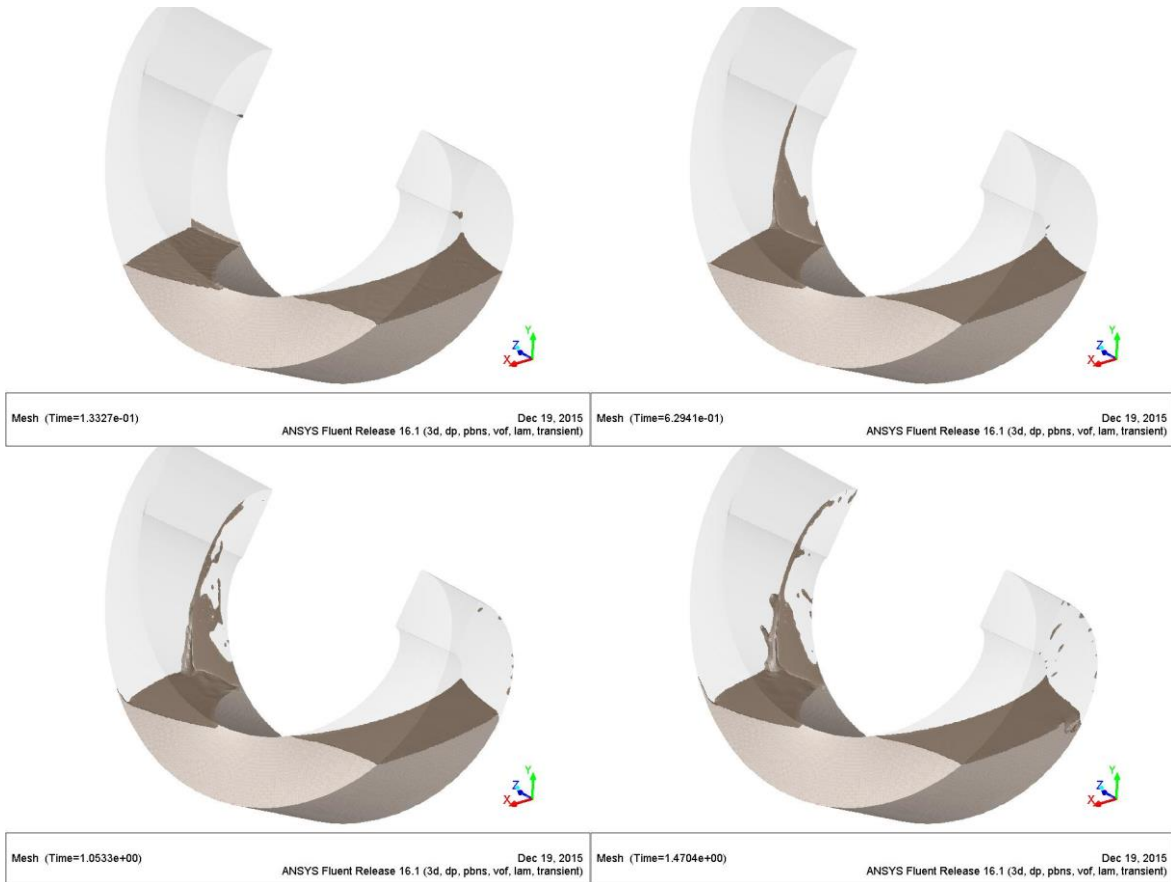
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3920,19	-3,72	-3923,91
Álabe superior	798,92	0,09	799,01
Carcasa	-8247,56	2,38	-8245,18
Eje	1330,46	1,28	1331,74
Neto	-10038,37	0,03	<b>-10038,34</b>

**Tabla (A.12): Momentum en caras en relave a 60 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2430,58	17,99	-2412,59
Álabe superior	510,94	3,11	514,05
Carcasa	-0,08	11,74	11,66
Eje	0,00	1,92	1,92
Neto	-1919,73	34,76	<b>-1884,97</b>

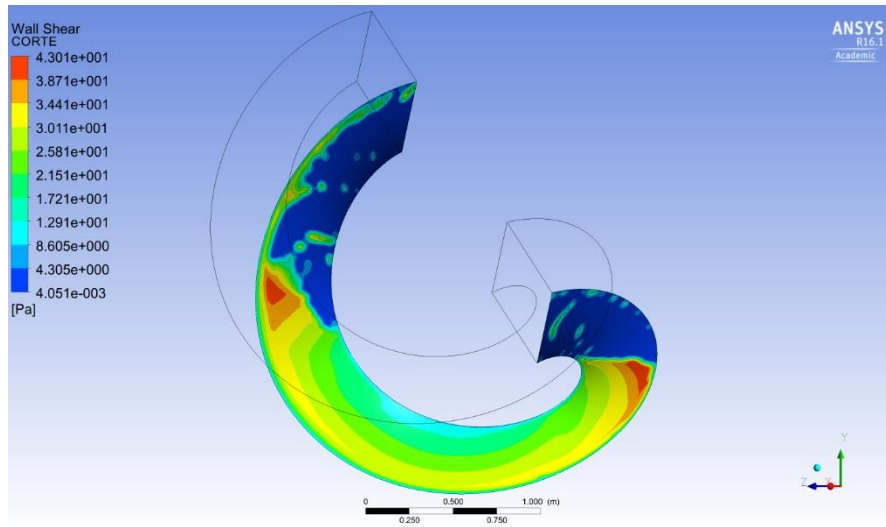
## Caso en relave a 90 RPM

En la Figura (A.19) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

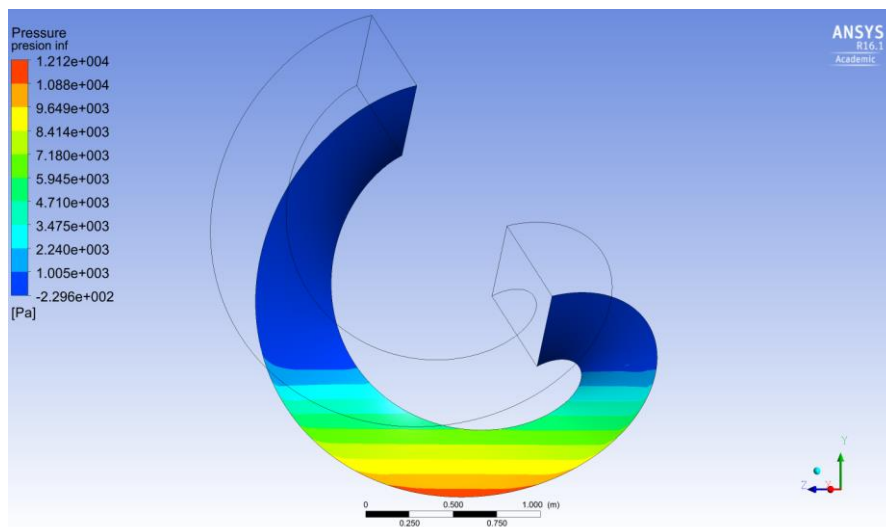


**Figura (A.19): Simulación en 4 instantes en relave para 90 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.20) y Figura (A.21) respectivamente.



**Figura (A.20): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 90 RPM.**



**Figura (A.21): Presión sobre el álabe inferior en relave para 90 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.13) y Tabla (A.14).

**Tabla (A.13): Fuerzas verticales en caras en relave a 90 RPM**

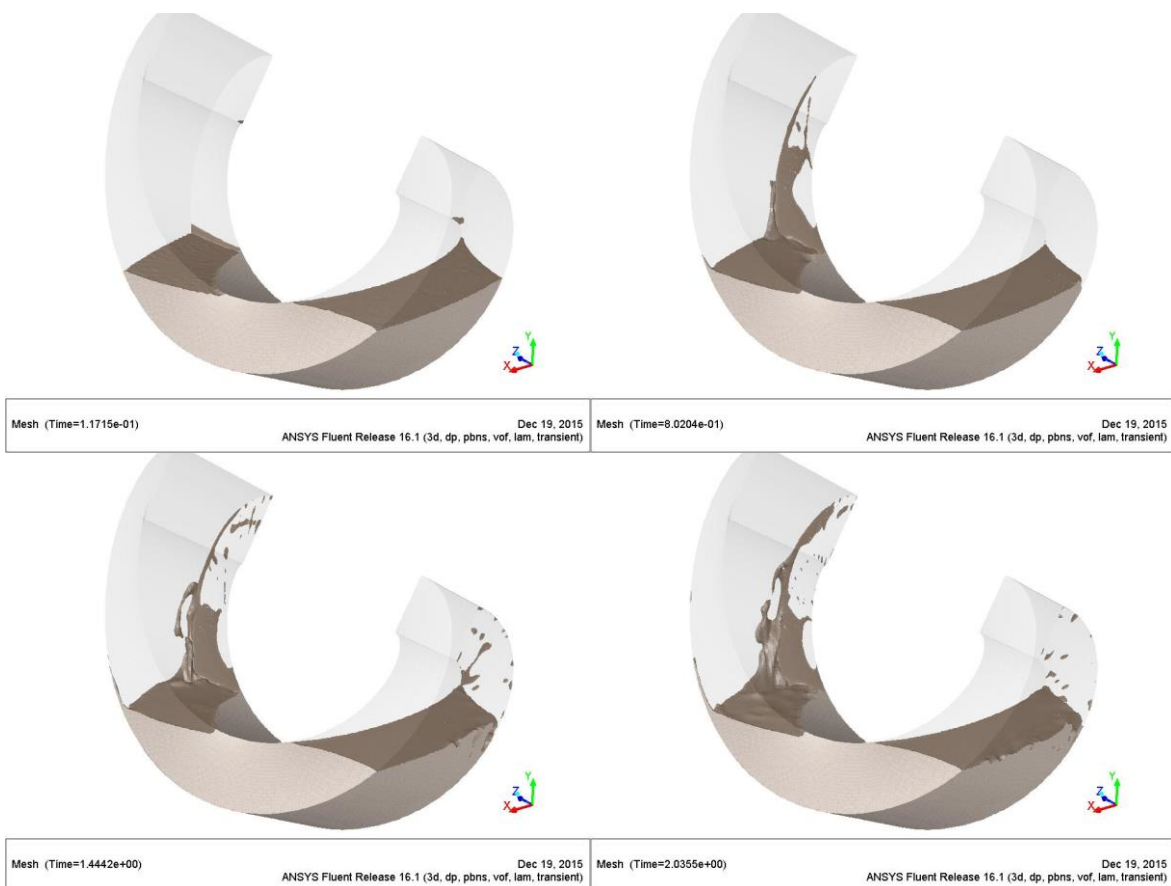
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3909,04	-8,22	-3917,27
Álabe superior	803,86	0,07	803,93
Carcasa	-8270,38	2,94	-8267,43
Eje	1334,37	1,56	1335,94
Neto	-10041,19	-3,65	<b>-10044,83</b>

**Tabla (A.14): Momentum en caras en agua a 90 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2430,24	30,08	-2400,16
Álabe superior	516,33	4,29	520,62
Carcasa	-0,09	15,77	15,67
Eje	0,00	2,39	2,39
Neto	-1914,01	52,53	<b>-1861,48</b>

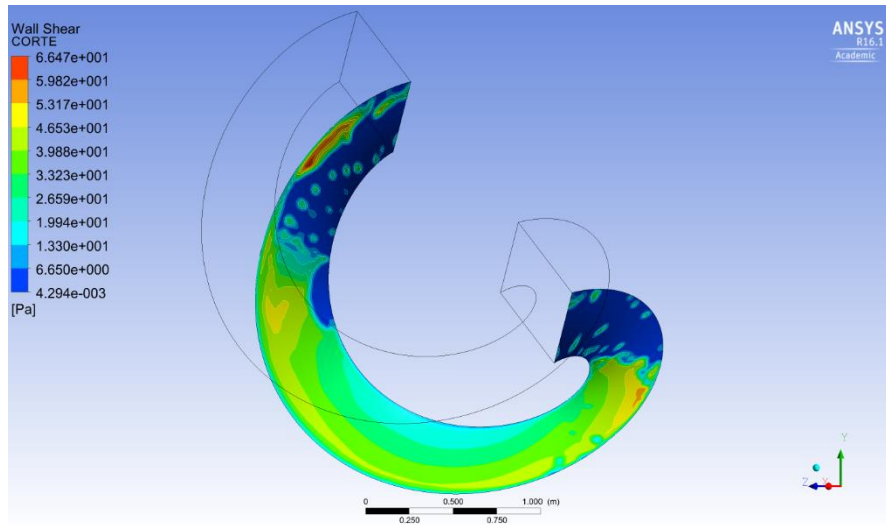
## Caso en relave a 120 RPM

En la Figura (A.22) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

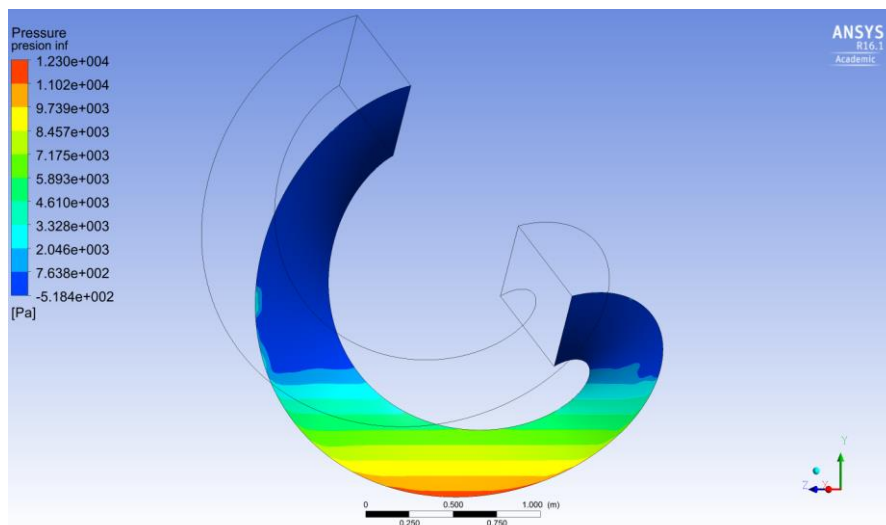


**Figura (A.22): Simulación en 4 instantes en relave para 120 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.23) y Figura (A.24) respectivamente.



**Figura (A.23): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 120 RPM.**



**Figura (A.24): Presión sobre el álabe inferior en relave para 120 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.15) y Tabla (A.16).



**Tabla (A.15): Fuerzas verticales en caras en relave a 120 RPM**

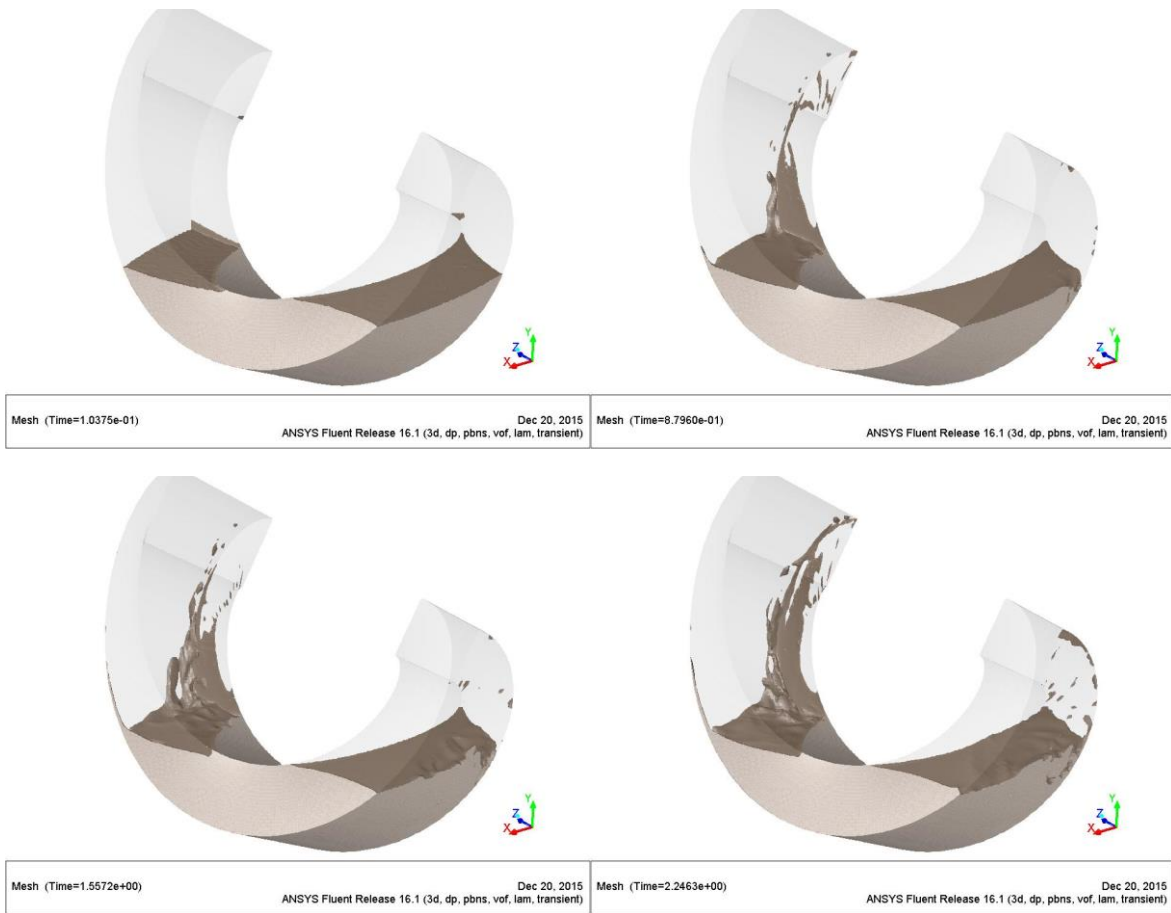
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3860,61	-13,32	-3873,93
Álabe superior	734,67	0,04	734,71
Carcasa	-8235,00	3,24	-8231,77
Eje	1314,07	1,88	1315,96
Neto	-10046,87	-8,16	<b>-10055,03</b>

**Tabla (A.16): Momentum en caras en relave a 120 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2384,01	42,36	-2341,65
Álabe superior	461,93	5,52	467,46
Carcasa	-0,10	20,18	20,08
Eje	0,00	2,83	2,83
Neto	-1922,17	70,89	<b>-1851,28</b>

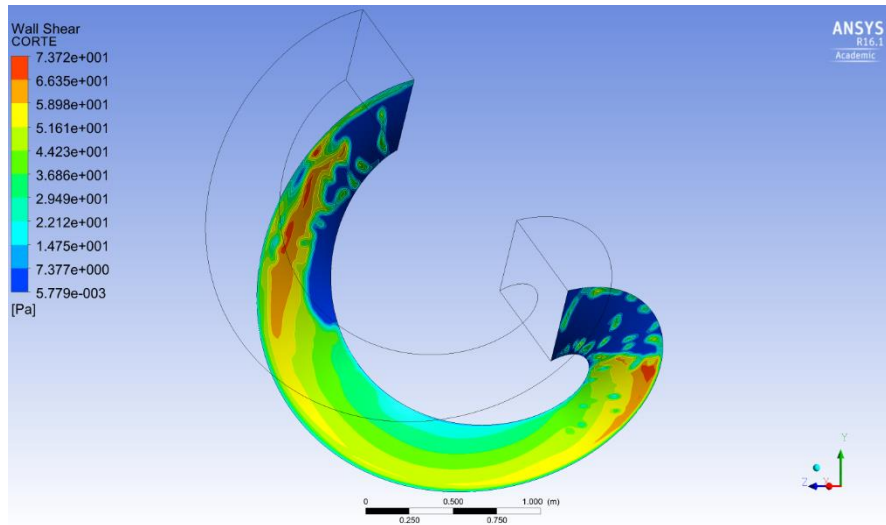
## Caso en relave a 150 RPM

En la Figura (A.25) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

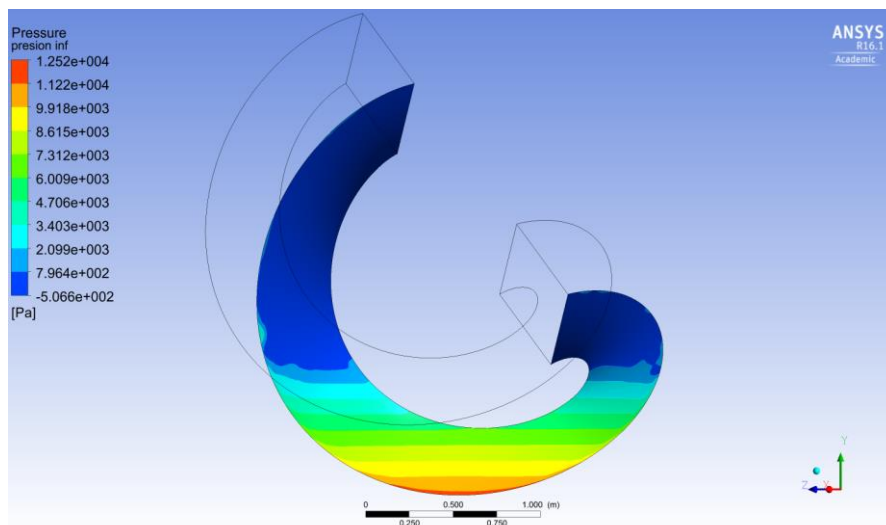


**Figura (A.25): Simulación en 4 instantes en relave para 150 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.26) y Figura (A.27) respectivamente.



**Figura (A.26): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 150 RPM.**



**Figura (A.27): Presión sobre el álabe inferior en relave para 150 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.17) y Tabla (A.18).

**Tabla (A.17): Fuerzas verticales en caras en relave a 150 RPM**

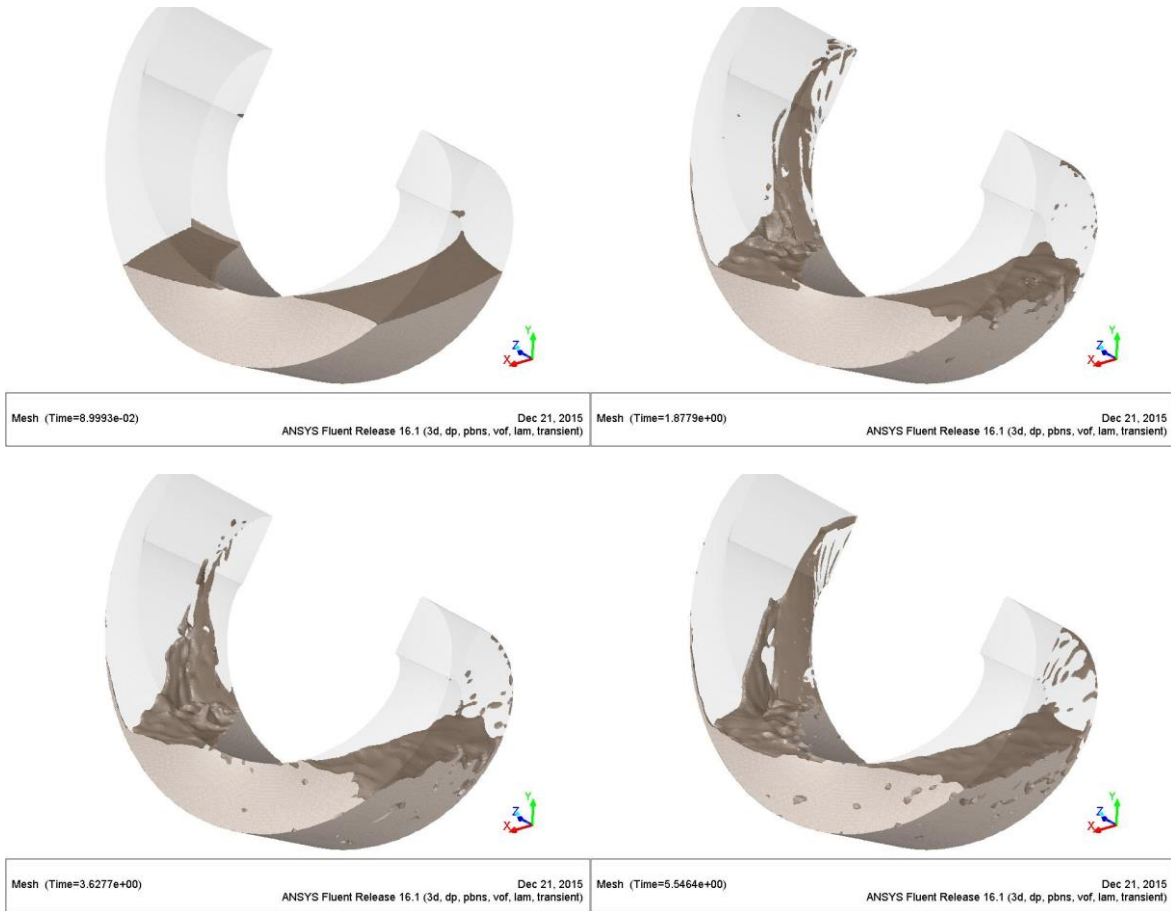
Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3905,52	-19,81	-3925,33
Álabe superior	773,76	-0,12	773,64
Carcasa	-8167,19	4,00	-8163,19
Eje	1269,55	2,32	1271,87
Neto	-10029,40	-13,61	<b>-10043,01</b>

**Tabla (A.18): Momentum en caras en relave a 150 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2415,36	59,56	-2355,80
Álabe superior	495,19	6,79	501,98
Carcasa	-0,12	24,01	23,89
Eje	0,00	3,28	3,28
Neto	-1920,29	93,65	<b>-1826,64</b>

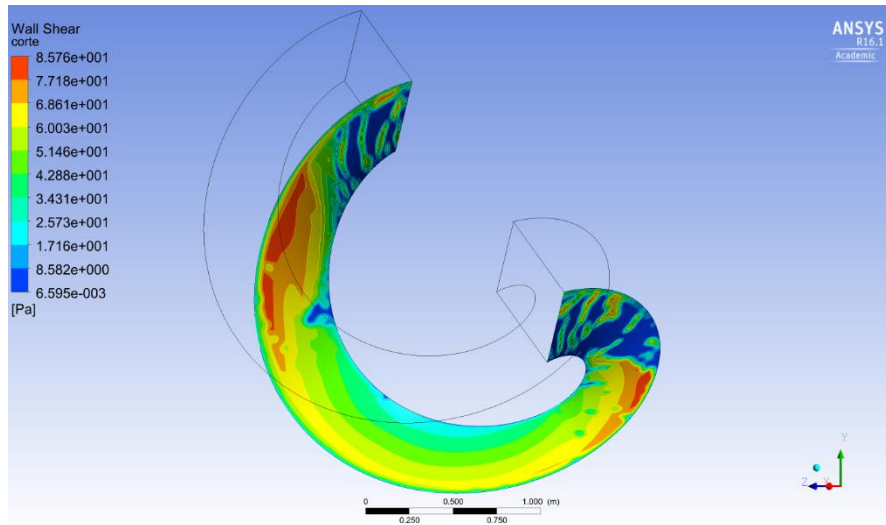
## Caso en relave a 180 RPM

En la Figura (A.28) se puede apreciar 4 momentos de esta simulación.

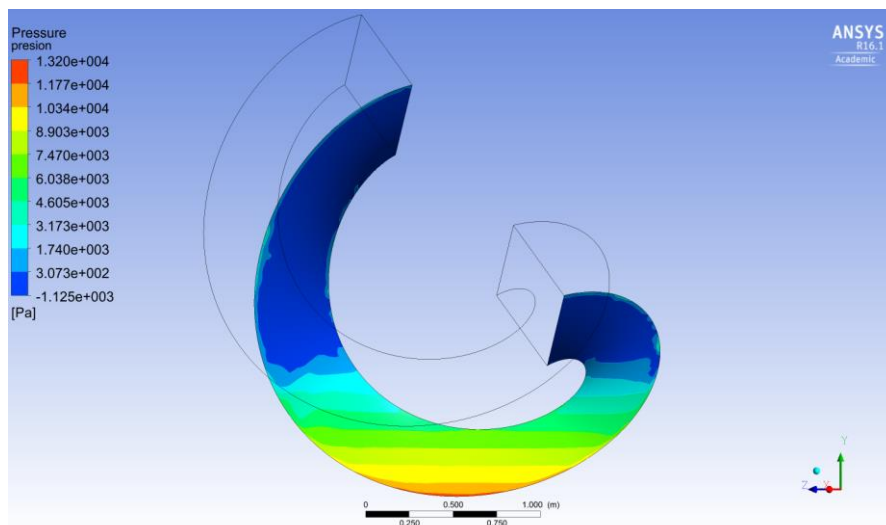


**Figura (A.28): Simulación en 4 instantes en relave para 180 RPM.**

Los esfuerzos de corte y presión sobre el álabe inferior en este caso se muestran en la Figura (A.29) y Figura (A.30) respectivamente.



**Figura (A.29): Esfuerzos de corte en álabe inferior en relave para 180 RPM.**



**Figura (A.30): Presión sobre el álabe inferior en relave para 180 RPM.**

Los valores de fuerza en el eje “y” y momento sobre el volumen completo mientras este gira con respecto al eje se muestran en la Tabla (A.19) y Tabla (A.20).

**Tabla (A.19): Fuerzas verticales en caras en relave a 180 RPM**

Zona	Fuerzas [N]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-3911,53	-31,33	-3942,85
Álabe superior	770,34	-0,18	770,16
Carcasa	-8186,03	3,43	-8182,60
Eje	1299,69	2,27	1301,95
Neto	-10027,52	-25,81	<b>-10053,34</b>

**Tabla (A.20): Momentum en caras en relave a 180 RPM.**

Zona	Momento [Nm]		
	Presión	Viscosas	Total
Álabe inferior	-2439,83	79,73	-2360,11
Álabe superior	489,80	7,12	496,92
Carcasa	-0,15	27,78	27,63
Eje	0,00	3,74	3,74
Neto	-1950,19	118,37	<b>-1831,82</b>