

**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

**ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y DINÁMICO DE ESPUMA PARA LA
EVALUACIÓN DE MEJORAS TECNOLÓGICAS DEL LAVADO DE
ESPUMA-MINERALIZADA EN COLUMNAS DE FLOTACIÓN**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

CÉSAR ROBERTO ARREDONDO PEÑA

PROFESOR GUÍA
GONZALO MONTES ATENAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
JUAN YIANATOS BERNARDINO
ALDO CASALI BACELLI

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TÍTULO DE: Ingeniero Civil de Minas.
POR: César Roberto Arredondo Peña.
FECHA: 28/03/2016
PROFESOR GUÍA: Gonzalo Montes Atenas.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y DINÁMICO DE ESPUMA PARA LA EVALUACIÓN DE MEJORAS TECNOLÓGICAS DEL LAVADO DE ESPUMA-MINERALIZADA EN COLUMNAS DE FLOTACIÓN

En concentradoras, juega un importante rol la existencia de un sistema que permita mejorar la ley o el porcentaje de las especies valiosas. En columnas de flotación las tecnologías de agua de lavado permiten subir la ley de concentrado final para su posterior comercialización. Habitualmente dichas tecnologías consisten en un conjunto de cañerías agujereadas ubicadas en la parte superior de la columna, por las cuales circula agua, mojando la espuma en forma de “*ducha*”.

El objetivo de este trabajo es analizar espumas, de dos y tres fases, desde una perspectiva estructural y dinámica que permita desarrollar un nuevo sistema de lavado para columnas de flotación de minerales.

La espuma y el sistema de lavado clásico fueron estudiados utilizando una celda que representa un corte longitudinal de una celda de flotación emulando un sistema en dos dimensiones. Se observó los efectos de la concentración de espumante y la velocidad superficial de gas en la distribución de tamaño de burbuja, contenido de gas, líquido y altura de espuma. Adicionalmente se estudió el comportamiento del transporte de espuma en la celda mediante un modelo para la velocidad de las burbujas. El agua de lavado fue inyectada sobre la espuma utilizando un tubo vertical. Por separado, una nueva tecnología de lavado de espuma fue puesta a prueba en una columna de flotación piloto para compararla con el sistema clásico de lavado.

Los resultados muestran que aumentar la velocidad superficial de gas implica un aumento en el tamaño de burbuja y el contenido de agua en la espuma. Aumentar la concentración de espumante disminuye el tamaño de burbuja pero la hace más estable, aumentando la altura de espuma y el contenido de agua en ella. La distribución de tamaño de las burbujas en una espuma se ajusta a una distribución log normal. El radio promedio de burbuja aumenta con el tiempo proporcionalmente según $r \sim t^\alpha$, con α entre 0,52 y 0,53. Se midió la zona efectiva de lavado y corresponde a entre 9,7 y 13 veces el diámetro del jet de líquido de agua de lavado. En las pruebas a escala piloto, tras comparar el efecto del sistema de lavado clásico con el de lavado homogéneo a una misma altura sobre la superficie de espuma, lavar la espuma en la condición de presión de agua en que el lavado homogéneo genera el mayor tamaño de gota le entrega mayor movilidad a la espuma y provoca que el líquido penetre de mejor forma en ella, obteniendo mejoras en la recuperación y ley de las especies valiosas en el concentrado.

ABSTRACT

The implementation of technologies enabling the improvement of the concentrate grade is key to the success of flotation operations. In column flotation, the froth washing systems allow increasing the grade of final concentrates. Commonly, this technology consists of a net of pipes installed at the top of the column. The pipes exhibit a series of holes through which water flows and exits falling over the froth phase simulating a “*shower*”.

The objective of this work is to analyze two and three-phase froth, from both structural and dynamic standpoints, to develop a new froth washing system for column flotation cells.

The structure and dynamics of the froth phase as well as the impact of classic wash water technology were studied using a rig which represents a slice of a squared flotation cell. The effect of frother concentration and superficial gas velocity on bubble size distribution, gas and liquid holdup and froth depth were studied. The wash water was injected through a vertical pipe placed on the top of the froth. Additionally, the froth phase velocity close to the cell lip was tracked and modelled. Separately, a novel technology of froth washing was tested in a pilot column flotation and compared to the classic froth washing system.

The results show that the increasing J_g increases the bubble size and water content of the froth. Increasing the frother concentration decreases the bubble size but makes a more stable froth zone, increasing froth depth and water content. The bubble size distribution could be adjusted to a log normal distribution. The average bubble radius increases with time as $r \sim t^\alpha$, with α between 0,52 and 0,53. The effective washing zone was measured and it corresponds 9,7 to 13 times the diameter of the liquid jet of wash water. For the pilot plant tests, comparing the classical system with the homogeneous system of wash water, the homogeneous system in the case with larger water drops gives greater mobility to the foam and produce improvements in recovery and grade of valuable species.

Dedicado a mi madre.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis padres, por apoyarme en todos los proyectos que emprendí. Gracias a ustedes tuve la oportunidad de ser profesional. A mi viejita, Angélica Peña, simplemente eres la mejor, te amo. A mi papá, César, espero que éste trabajo sea motivo de orgullo.

A mi tía María Eugenia, es mi segunda mamá. Muchísimas gracias por tanto.

A mis amigos de la vida, Guillermo, Igor, Diego, Silvana. Son mis hermanos, muchas gracias por estar ahí en las buenas y en las malas. A mi amiga Fran, por reaparecer en mi vida en el momento exacto.

A los cruzados, Luis, Ariel, Pablo, Jocelyn, Pauli, Tomás, Josefa, Mati. Forman parte de mi familia, gracias por alentarme en todo momento ¡nos vemos en la cancha!

A mis amigos de mechón, Tomás, Marco, Álvaro, Félix y Natalia. Plan común no habría sido lo mismo sin ustedes.

A los mineros, especialmente a Carlos, Luis, Francisco, Ricardo, Katherine, Miguel, Felipe, Cristóbal, Juan Cristóbal, Ignacio, Rachid, Jaime, Javier, Gabriela, Camila. De todos ustedes me llevo un pequeño aprendizaje y por supuesto que el mejor de los recuerdos.

Al Área de Difusión Colegios. A Pilar, a la Mane, y a los monitores. Son el mejor equipo del que pude formar parte. Gracias por tanto cariño.

A mi profesor guía, Gonzalo Montes, por su paciencia, disposición y su tremenda comprensión y apoyo en los momentos más difíciles de este trabajo. Por sus consejos y su ayuda. Es uno de los mejores profesores que tuve la oportunidad de conocer.

Al grupo M²CSRG, son gente espectacular. Detenerme en Nicolás, Ramón, Alejandro, Sebastián y Pilar, les guardo especial cariño al compartir juntos muy buenos momentos en el laboratorio.

A la Sra. Paula Olea, por su infinita ayuda en el laboratorio. Hoy te considero como una más de mis amigas. También agradecer a la Sra. Emma Fonseca, por tener siempre disposición de ayudar y por todo su apoyo en la fase experimental de este trabajo. Gracias por el cariño cotidiano a ambas.

A Termoequipos Ltda., especialmente a Cristóbal Álamos por su colaboración en la fase de experimentos en planta piloto.

A la gente de SGS, especialmente a Mario Basaure, Pablo León, Claudia Ríos e Iván Muñoz. Gracias por la tremenda disposición, por confiar en mí y sobre todo por apoyar este proyecto y su desarrollo.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	I
ABSTRACT	II
AGRADECIMIENTOS.....	IV
TABLA DE CONTENIDO	i
ÍNDICE DE TABLAS.....	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	iv
APÉNDICE	vi
SIMBOLOGÍA	vii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. Objetivos	3
1.1.1. Objetivo General.....	3
1.1.2. Objetivos Específicos	3
1.2. Alcances.....	3
2. ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS.....	4
2.1. Flotación de minerales.....	4
2.1.1. Principios de flotación de minerales.....	4
2.1.2. Circuitos de flotación	7
2.1.3. Celdas de flotación	9
2.1.4. Columnas de flotación	10
2.1.5. Sistema de agua de lavado en columnas de flotación	11
2.1.6. Tecnologías de lavado de espuma intelectualmente protegidas	16
2.2. Estructura y dimensión de espumas inestables	20
2.2.1. Descripción de las espumas	20
Descripción microscópica	20
Descripción macroscópica	21
2.2.2. Espumas de dos fases (agua y gas).....	22
Evolución de las burbujas en la espuma.....	22
Tamaño de burbuja.....	23
Concentración crítica de coalescencia	24
Velocidad superficial de gas.....	24
Distribución de tamaño de burbuja	24
Fracción de líquido	25
2.2.3. Espumas de tres fases	27
2.2.4. Transporte de la espuma.....	28

3.	MATERIALES Y MÉTODOS.....	33
3.1.	Pruebas a escala de laboratorio	33
3.1.1.	Montaje experimental	33
3.1.2.	Condiciones operacionales.....	35
3.1.3.	Caracterización de la fase espuma.....	35
3.2.	Experimentos de lavado de espuma a escala de planta piloto.....	46
3.2.1.	Montaje planta piloto.....	46
3.2.2.	Procedimiento experimental y condiciones generales de operación	48
3.2.3.	Protocolo experimental de pruebas y muestreo	49
4.	RESULTADOS Y ANÁLISIS	50
4.1.	Límites y restricciones del software ImageJ para análisis de tamaño de burbuja.....	50
4.1.1.	Validación software ImageJ vs análisis manual de tamaño de burbuja.....	50
4.1.2.	Simetría en la celda.....	52
4.2.	Estudio estructural de la espuma y factores que la impactan.....	54
4.2.1.	Diámetros característicos	54
4.2.2.	Impacto de la concentración del espumante y del J_g en el tamaño de burbuja	55
4.2.3.	Ajuste de distribución de tamaño	58
4.3.	Estudio dinámico de la espuma	60
4.3.1.	Evolución del tamaño de burbuja con la altura de espuma	60
4.3.2.	Evolución del tamaño de burbuja en el tiempo.....	64
4.3.3.	Fracción de líquido	65
4.4.	Transporte de la espuma – Espuma de dos fases	68
4.4.1.	Zona de transporte de espuma.....	68
4.4.2.	Modelo de transporte de espuma	70
4.4.3.	Evaluación de modelo teórico.....	71
4.4.4.	Estimación del módulo de elasticidad de la espuma.....	77
4.5.	Espumas de tres fases	77
4.6.	Efecto del lavado en la altura de espuma	79
4.7.	Lavado clásico de espuma y su impacto en la velocidad de las burbujas	80
4.8.	Aplicación metalúrgica.....	85
5.	CONCLUSIONES	89
6.	RECOMENDACIONES.....	91
7.	BIBLIOGRAFÍA.....	92
8.	APÉNDICE	99

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Condiciones operacionales de las pruebas de laboratorio.....	35
Tabla 2. Condiciones operación flotación.....	48
Tabla 3. Resumen operación lavado de espuma.	49
Tabla 4. Resumen validación diámetros imagej.....	52
Tabla 5. Diámetro promedio de burbujas por sección de la celda.	53
Tabla 6. Resumen diámetros característicos por condición experimental	54
Tabla 7. Parámetros distribución log normal para el ajuste.....	59
Tabla 8. Evolución del diámetro de Sauter y promedio.	63
Tabla 9. Alturas de espuma	66
Tabla 10. Volumen de líquido en la espuma completa	67
Tabla 11. Distancia entre salida celda y cambio de orientación de las burbujas	69
Tabla 12. Análisis de sensibilidad vfh	71
Tabla 13. Estimación de δ	72
Tabla 14. Valores estimados para hf	72
Tabla 15. Velocidad vertical con la altura de espuma Jg 1 – 0.46 ppm	73
Tabla 16. Velocidad vertical con la altura de espuma Jg 1.2 – 0.70 ppm	73
Tabla 17. Velocidad inicial Jg 1 - 0.46 ppm	76
Tabla 18. Velocidad inicial Jg 1.2 - 0.70 ppm	76
Tabla 19. Altura de espuma de tres fases.....	78
Tabla 20. Distancia entre salida celda y cambio de orientación de las burbujas	78
Tabla 21. Altura de espuma durante lavado con flujo superficial de 0.28 cm/s.....	79
Tabla 22. Líquido total en la espuma durante el lavado	79
Tabla 23. <i>Gas holdup</i> calculado a partir de Nicklin (1962)	81
Tabla 24. Zona de ruptura y lavado de espuma.	81
Tabla 25. Velocidad horizontal provocada por jet de lavado	82
Tabla 26. Flujo de lavado de espuma.	85
Tabla 27. Resultados Pruebas planta piloto.....	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama celda columnar de flotación.	2
Figura 2: Esquema celda de flotación de minerales.	4
Figura 3: Formas de arrastre de partículas de la pulpa por las burbujas en flotación.....	5
Figura 4. Modelo de flotación en dos fases.....	6
Figura 5. Representación conceptual de un banco de celdas en serie.....	6
Figura 6. Recuperación esquemática acumulada en un banco de celdas de flotación.....	7
Figura 7. Bancos de celdas de flotación en una faena ubicada en Chile.....	7
Figura 8. Esquema circuito <i>Rougher-Cleaner-Scavenger</i>	8
Figura 9. Columna de flotación.....	11
Figura 10. Sistemas de lavado de espuma.....	11
Figura 11. Ejemplo del efecto del bias en la ley y recuperacion.....	12
Figura 12. Efecto del diseño del distribuidor de lavado en la recuperación de agua y ganga....	13
Figura 13. Efecto de la posición del dispositivo de lavado en la recuperación de agua y ganga	14
Figura 14. Mapas de distribución de líquido para el lavado de espuma mediante un jet vertical	15
Figura 15. Mapa de la distribución del agua de lavado inyectada como dos flujos opuestos.....	16
Figura 16. Sistema de lavado de tuberías paralelas.....	16
Figura 17. Sistema de lavado con cañerías circulares y sistema de lavado radial..	17
Figura 18. Sistema de lavado anillo giratorio.	17
Figura 19. Dispositivo de lavado patentado por Xiufeng et al. (2014).....	17
Figura 20. Celdas con sistema de lavado sumergido en la espuma.....	18
Figura 21. Sistema de lavado con dispositivos en forma de 'T' invertida.....	18
Figura 22. Sistema de lavado que implementa una membrana.....	19
Figura 23. Sistemas de lavado ubicados cerca de la salida del concentrado.	19
Figura 24. Film de una burbuja que presenta dos interfases agua aire con los tensoactivos. ...	20
Figura 25. Estructura de la espuma.....	21
Figura 26. Difusión de gas entre burbujas.....	22
Figura 27. Estructura de la espuma.....	26
Figura 28. Simulaciones numéricas 2D de una espuma a diferentes fracciones de líquido.....	26
Figura 29. Perfiles de velocidad que se pueden presentar en un borde de Plateau.....	27
Figura 30. Efecto concentración espumante y porcentaje de sólidos en la altura de espuma ...	28
Figura 31. Modelos de transporte de espuma para celdas de flotación.....	29
Figura 32. Zonas de transporte de espuma en una celda de flotación..	30
Figura 33. Celda experimental.....	33
Figura 34. Luz led implementada en el sistema.....	34
Figura 35. Burbuja correctamente identificada por ImageJ.....	38
Figura 36. División fase espuma en dos secciones iguales para estudiar simetria.....	40
Figura 37. Burbuja marcada para medir su diametro y estimar su volumen..	41
Figura 38. Division espuma en cuatro secciones verticales..	42
Figura 39. División de la fase espuma en siete secciones verticales iguales.....	42
Figura 40. Sección de la celda con marcas para perfil de velocidad mientras se lava espuma.	45
Figura 41. Zonas medidas durante el lavado de espuma.....	46
Figura 42. Celda columnar de flotación utilizada en fase de pruebas de planta piloto.....	47
Figura 43. Configuración del circuito implementado en planta piloto.....	47
Figura 44. Cuadro validación ImageJ.....	50
Figura 45. Zona marcada para validación.....	51
Figura 46. Output gráfico de la herramienta de identificación de partículas de ImageJ,	51

Figura 47. Diámetro promedio de burbuja en fracción acumulada por sección de la celda.	53
Figura 48. Distribución de tamaño de burbuja y porcentaje acumulado.	56
Figura 49. Valor absoluto de delta frecuencia / delta diámetro.....	57
Figura 50. Perímetro/Área para cada clase de diámetro de burbuja..	58
Figura 51. Histogramas de distribución de tamaño de burbuja junto a la curva de ajuste.	60
Figura 52. DTB con la altura de espuma condición $Jg = 1$ cm/s, conc. esp: 0.46 ppm	61
Figura 53. DTB con la altura de espuma condición $Jg = 1.2$ cm/s, conc. esp: 0.70 ppm..	62
Figura 54. Perfil del tamaño de burbuja con la altura de espuma.....	63
Figura 55. Evolución de $r_{2,1}$ en el tiempo.....	64
Figura 56. Fracción de líquido con la altura de espuma.	65
Figura 57. Contenido de líquido en la espuma vs altura de espuma normalizada..	67
Figura 58. Trayectoria de las burbujas mediante Particle Tracker 0.46 ppm de espumante.....	68
Figura 59. Trayectoria de las burbujas mediante Particle Tracker 0.70 ppm de espumante.....	69
Figura 60. Balance entre el flujo de espuma en la celda rectangular.	70
Figura 61. Comportamiento velocidad horizontal Jg 1 - 0.46 ppm.....	74
Figura 62. Comportamiento velocidad horizontal Jg 1.2 - 0.70 ppm.....	74
Figura 63. Zoom a los límites entre la zona vertical inferior y zona horizontal.	75
Figura 64. Diferencia porcentual entre velocidad horizontal medida y estimada..	75
Figura 65. Zona de medición velocidad inicial.....	76
Figura 66. Diferencia porcentual entre velocidad medida y estimada incorporando v_0	77
Figura 67. Perfil de velocidad de burbujas al incorporar agua de lavado.....	80
Figura 68. Zonas de ruptura y lavado de espuma para velocidad superficial de gas 1 cm/s.. ...	83
Figura 69. Zonas de ruptura y lavado de espuma para velocidad superficial de gas 1.2 cm/s. .	84
Figura 70. Curvas teóricas recuperación de Cu vs ley de Cu por especie mineral.	86
Figura 71. Curva Recuperación vs Ley de Cobre.los puntos de operación de lavado.....	87

APÉNDICE

APÉNDICE 1. Protocolo procesamiento de imágenes	100
APÉNDICE 2. Detalle de la operación en planta piloto.	108
APÉNDICE 3. Comportamiento simétrico de la espuma en celda de laboratorio.	110
APÉNDICE 4. Mediciones perímetro de burbuja por unidad de superficie.	116
APÉNDICE 5. Estimaciones y mediciones de velocidad horizontal de espuma	118

SIMBOLOGÍA

A	Área de la sección transversal de celda de flotación.
a	Separación entre placas en la celda de laboratorio [cm].
C_{esp}	Concentración de espumante [ppm].
C_p	Concentración en peso de sólidos [%].
$d_{1,0}$	Diámetro de burbuja, momento de orden 1 [mm].
$d_{2,1}$	Diámetro de burbuja, momento de orden 2 [mm].
$d_{3,2}$	Diámetro de burbuja, momento de orden 3 o Diámetro de Sauter [mm].
d_{80}	Diámetro bajo el cual se encuentra el 80% de las burbujas [mm].
E	Módulo de elasticidad (o de Young) [N/m ²].
F_{in}	Flujo volumétrico de espuma que entra en la región horizontal.
F_{out}	Flujo volumétrico de espuma que sale de la región vertical.
fps	Imágenes por segundo.
h_{esp}	Altura de espuma [cm].
h_f	Distancia entre el nivel del labio de la celda y la superficie de espuma [cm].
J_B	Flujo superficial neto vertical de agua en una columna de flotación (bias) [cm/s].
J_g	Velocidad superficial de gas [cm/s].
J_o	Flujo superficial de agua en el concentrado [cm/s].
J_w	Flujo superficial de agua de lavado [cm/s].
k_f	Conductividad eléctrica de espuma.
k_s	Conductividad eléctrica de líquido.
P	Presión interna de burbuja.
P_{ext}	Presión externa de burbuja.
$P_{máx}$	Identificación para presión mayor en alimentación al lavado homogéneo.
P_{med}	Identificación para presión media en alimentación al lavado homogéneo.
$P_{mín}$	Identificación para presión menor en alimentación al lavado homogéneo.
Q	Flujo volumétrico de gas alimentado a celda de flotación [cm ³ /s].
R	Radio de curvatura de burbuja.
$r_{1,0}$	Radio de burbuja, momento de orden 1 [mm].
$r_{2,1}$	Radio de burbuja, momento de orden 2 [mm].
s	Desviación estándar estadística.
t	Tiempo [s].
V	Volumen [cm ³].
V_f	Volumen de la espuma [cm ³].
V_g	Volumen de gas en la espuma [cm ³].
v_0	Velocidad horizontal inicial de las burbujas [cm/s].
v_{fh}	Velocidad horizontal de las burbujas en la espuma [cm/s].
\widehat{v}_{fh}	Velocidad horizontal estimada de las burbujas en la espuma [cm/s].
\overline{v}_{fh}	Velocidad horizontal medida de las burbujas en la espuma [cm/s].
v_{fv}	Velocidad vertical de las burbujas en la espuma [cm/s].
v_v	Velocidad vertical de las burbujas durante el lavado de espuma [cm/s].
V_{in}	Flujo volumétrico de espuma que entra desde la región vertical a la horizontal.
γ	Tensión superficial.

δ	Flujo superficial de espuma que se rompe en la superficie [cm/s].
ε	Elongación radial.
ε_g	Contenido de gas o <i>gas holdup</i> [%].
ϵ	Diferencia porcentual [%].
μ	Media distribución log normal.
σ	Desviación estándar distribución log normal.
ζ	Esfuerzo de compresión.
φ_l	Fracción de líquido en la espuma [%].
\bar{x}	Media aritmética.

1. INTRODUCCIÓN

La operación de flotación es uno de los procesos más utilizados para la separación selectiva de minerales. Las teorías actuales indican que en el proceso podemos encontrar al menos dos zonas: la zona de colección, en donde ocurre la interacción entre las partículas mineralizadas y las burbujas, y la zona de limpieza o espuma. La fase espuma es una estructura que consiste en la unión de películas o film de líquido entre dos burbujas adyacentes, llamadas lamelas, y la intersección entre ellas, llamadas bordes de Plateau. Desde un punto de vista muy general de operación, se asocia la composición de la espuma de la siguiente forma: partículas valiosas a las lamelas, partículas de ganga y agua a los bordes de Plateau. En la práctica, se implementan circuitos que incorporan celdas de separación denominadas *rougher*, *cleaner* y *scavenger*. La etapa *rougher* tiene por función maximizar la recuperación para generar así un relave con bajo contenido de especies de interés. La etapa *scavenger*, que suele ir después de cualquier etapa de separación, retrata colas o relaves para evitar pérdidas. La etapa *cleaner* tiene por objetivo maximizar la ley de concentrado, generando el producto o concentrado final de la planta. Este trabajo en particular se centra en ésta última

Usualmente la etapa *cleaner* está asociada al uso de las denominadas columnas de flotación. Esta etapa es relevante para el proceso de flotación pues fija la calidad del concentrado final en términos del porcentaje de material valioso. Las columnas de flotación son de altura variable, alcanzando valores del orden de 15m, y pueden estar compuestas por secciones circulares, cuadradas o rectangulares. En ocasiones se les encuentra en combinaciones de 4 a 16 secciones de 1 m² en una misma estructura. Se caracterizan por tener una alta profundidad de espuma, que puede llegar a medir 1,5 m; flujo bias menor a 0,4 cm/s; razón entre el flujo de colas y flujo de alimentación que varía entre 1,01 y 1,15; bajas velocidades superficiales de aire con un J_g entre 1 y 2 cm/s. El sistema de separación considera una operación en contra corriente, entre las partículas descendentes que habitualmente son alimentadas desde la zona media de la columna y las burbujas de aire que ascienden desde la parte inferior, como se muestra en la Figura 1.

En específico, en el caso del funcionamiento de una columna, es la fracción de ganga la que se quiere remover para así subir la ley del concentrado. Ahora bien, esta ley de concentrado no tiene directa relación con la recuperación. Esto es, al aumentar la ley no necesariamente se baja en la recuperación. La recuperación se podría mejorar aumentando la movilidad de la fase espuma y removiendo mediante el agua de lavado las partículas mixtas adheridas más débilmente a las burbujas.

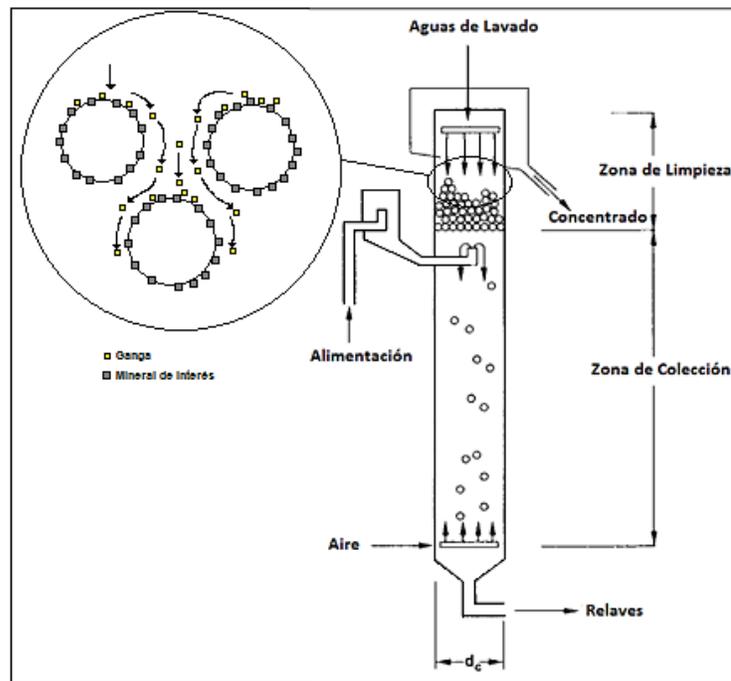


Figura 1. Diagrama celda columnar de flotación (modificado de Finch et al., 1989).

Lo anterior se obtiene mediante la correcta incorporación del agua de lavado en la espuma. En la práctica la introducción de agua en la espuma se realiza mediante la instalación de un conjunto de cañerías agujeradas por las que circula agua. El líquido cae en forma de ducha sobre la superficie de la espuma limpiando el concentrado de las partículas no adheridas a las burbujas. El sistema es utilizado para compensar el agua que se lleva el concentrado que se descarga y mantener el balance de agua en la columna. Sin embargo, dicho sistema de riego clásico no permite que el agua se incorpore a la espuma en forma homogénea debido a que el contacto agua-espuma es sólo local donde el flujo de líquido atraviesa la fase. Además, el líquido no contiene necesariamente cantidades importantes de espumante lo que provoca la eventual desestabilización de la fase espuma cuando ésta entra en contacto con el líquido, reduciendo la altura de espuma y la eficiencia del proceso.

Considerando que la fase espuma es a través de la cual las partículas son transportadas previo a la generación del concentrado final, es importante conocer el comportamiento de dicha fase. Es por esto que el objetivo del estudio es analizar la estructura de la fase espuma y la forma en la cual el agua de lavado se transfiere a ésta.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo General

Analizar espumas, en dos y tres fases, desde una perspectiva estructural y dinámica que permita desarrollar un nuevo sistema de lavado para celdas de flotación de minerales de geometría columnar.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Analizar la estructura y dinámica de la fase espuma, en un sistema de dos fases, a través de la implementación de un equipo de laboratorio especialmente diseñado para estudiar la espuma en cuasi dos dimensiones.
- Estimar el volumen efectivo de lavado que se obtiene con un jet de líquido y relacionarlo con factores operacionales como dosificación de reactivo y flujo de aire.
- Estudiar la movilidad de espumas en dos y tres fases en la cercanía de una pared fija que busca simular el labio de una celda de flotación.
- Diseñar e implementar, en una columna de flotación a escala de planta piloto, un nuevo sistema de lavado de espuma que permita aumentar el volumen efectivo de lavado, mejorando la eficiencia del proceso de flotación.

1.2. Alcances

El trabajo de investigación de esta memoria de ingeniero tiene 2 aspectos fundamentales a saber:

- Se busca sólo sentar los fundamentos para comprender el comportamiento de la espuma y un sistema de lavado de espuma por atomización. No busca la modelación exacta del sistema de flotación industrial columnar ni desarrollar en detalle un modelo de la nueva tecnología de lavado.
- Fase experimental piloto buscará estudiar el balance elemental existente entre el mineral valioso y la ganga presente en un mineral sulfurado de cobre de una minera chilena. Este trabajo no busca demostrar la aplicación a escala completa industrial ni tampoco generar una prueba de concepto real.

2. ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS

2.1. Flotación de minerales

2.1.1. Principios de flotación de minerales

La flotación de minerales es un proceso industrial que utiliza diferencias en las propiedades físico-químicas de la superficie de los minerales. Surge como una alternativa para llevar a cabo la separación selectiva entre los minerales valiosos y los no deseados de ganga. La flotación comprende tres fases: (i) líquido, que cumple el rol de medio para la separación, (ii) sólido (el mineral), en granulometría suficientemente fina para ser dispersado y (iii) gas, introducido en forma de burbujas (Wills y Napier-Munn, 2006). El flujo de gas se mide como $J_g = Q/A$, definido como el flujo superficial de gas, en donde Q corresponde al flujo de gas de alimentación a la celda, medido en cm^3/s y A corresponde al área de la sección transversal efectiva de la celda, medida en cm^2 .

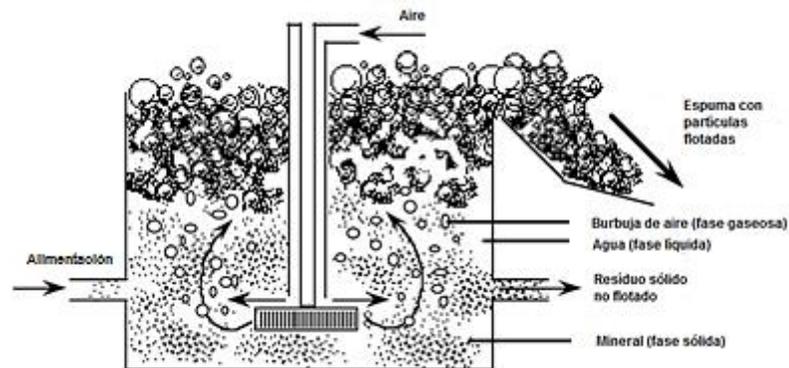


Figura 2. Esquema celda de flotación de minerales.

La recuperación de minerales mediante flotación a partir de una pulpa puede ocurrir mediante tres mecanismos: (i) por adhesión selectiva a las burbujas de aire descrita como “*flotación verdadera*”, (ii) por “*arrastre mecánico*” o no selectivo o (iii) por “*atrapamiento físico*”, selectivo o no, derivado de la retención de partículas en la estructura de la espuma. De esta manera durante la concentración mediante flotación se busca que las partículas de mineral sean transferidas a la espuma, dejando a la ganga, o material económicamente de bajo valor, en el relave o cola. La unión del mineral de interés a las burbujas es el mecanismo que agrupa la mayor cantidad de partículas reportadas al concentrado; sin embargo, la eficiencia de la separación entre el mineral valioso y ganga también depende del grado de arrastre y atrapamiento físico. Konopacka y Drzymala (2010) presentan esquemáticamente las formas mediante las cuales las partículas son arrastradas por las burbujas en la pulpa; una representación de ellos se muestra en la Figura 3.

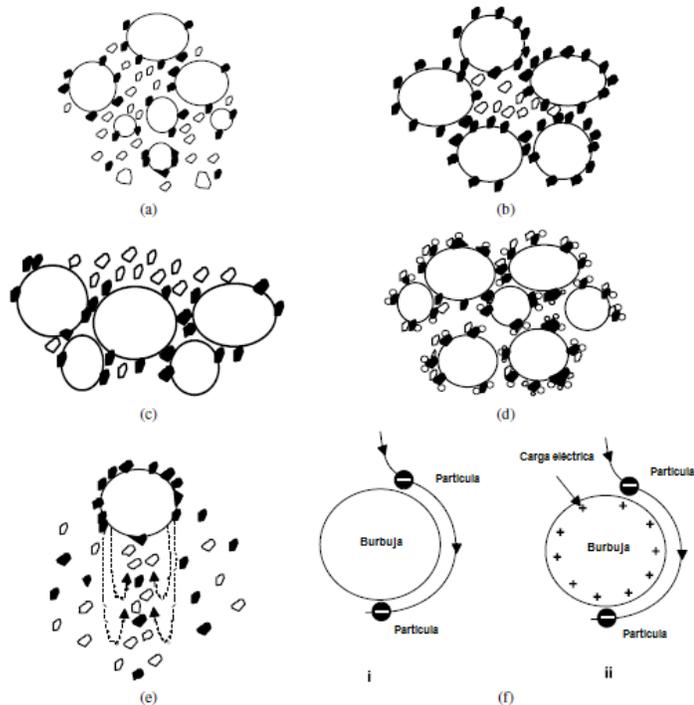


Figura 3. Formas de arrastre de partículas de la pulpa por las burbujas en flotación de minerales. (a) Arrastre en los bordes de las burbujas. (b) Atrapamiento. (c) Soporte. (d) Recubrimiento de partículas finas. (e) Levantamiento. (f) Flotación sin contacto, por dispersión de fuerzas polares y dispersivas (Konopacka y Drzymala, 2010).

Las partículas minerales se adhieren a las burbujas de aire si de alguna forma repelen el agua, es decir, si son hidrófobas, por lo que se incorpora modificadores de superficie para ello. Tras ascender debido a fuerzas de empuje y llegar a la superficie de la fase pulpa, forman lo que se denomina fase espuma.

Para lograr las condiciones que favorezcan el proceso de separación y que las partículas sean capaces de unirse a las burbujas es necesario el uso de compuestos químicos conocidos como reactivos de flotación, los cuales pueden ser clasificados en tres grupos principales: (i) colectores, cuya función principal es proporcionar propiedades hidrófobas a la superficie de los minerales, (ii) espumantes, utilizados para poder generar un tamaño de burbuja en la pulpa y contribuir a la formación de una espuma estable, (iii) modificadores, utilizados para crear condiciones favorables en la superficie de los minerales, principalmente para el funcionamiento selectivo de los colectores y otros efectos en pos de aumentar la eficiencia del proceso.

Los autores separan el comportamiento de la flotación en dos fases: pulpa y espuma. Por ejemplo, Harris y Rimmer (1966) analizan el sistema en términos de flujos, volúmenes y concentraciones, tal como se muestra en la Figura 4. En la actualidad el desafío es la comprensión de la interacción entre las dos fases.

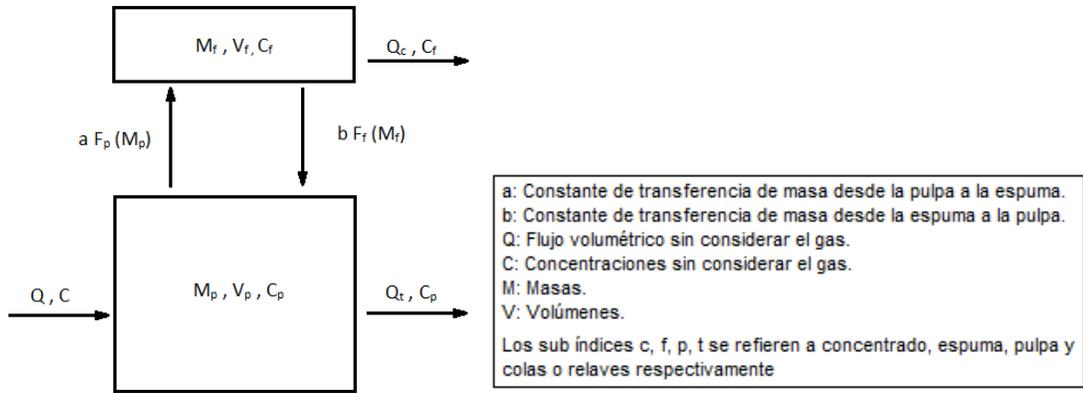


Figura 4. Modelo de flotación en dos fases (Harris y Rimmer, 1966).

Los procesos de concentración se evalúan principalmente por dos conceptos, la recuperación y la ley. La recuperación para un componente valioso (Cu, Mo, etc.) se refiere al porcentaje de contenido fino (peso de Cu, Mo, etc. de la muestra) recuperado en dicho proceso. La ley de un material se refiere al porcentaje en peso del componente de interés económico referido al total de la muestra.

La flotación es un proceso continuo puesto que los flujos de alimentación, concentrados y colas en las celdas lo son. En la práctica industrial, en una planta de flotación, una única etapa es insuficiente (Savassi et al., 1998). Las celdas se disponen en serie, formando lo que se denomina bancos. La pulpa entra en la primera celda del banco, se recupera mineral de la espuma y sus colas constituyen la alimentación de la celda siguiente donde se extrae más espuma mineralizada, y así sucesivamente hasta la última celda del banco, tal como se presenta en el esquema de la Figura 5. Esta disposición se debe a razones cinéticas, debido a que a medida que la pulpa avanza a lo largo del banco de celdas la recuperación acumulada aumenta (Uçurum y Bayat, 2007) (Figura 6). La recuperación global del banco queda dada por la expresión $R = 1 - (1 - R_i)^n$, con R_i la recuperación de la celda i y n el número de celdas en el banco (Finch y Dobby, 1990).

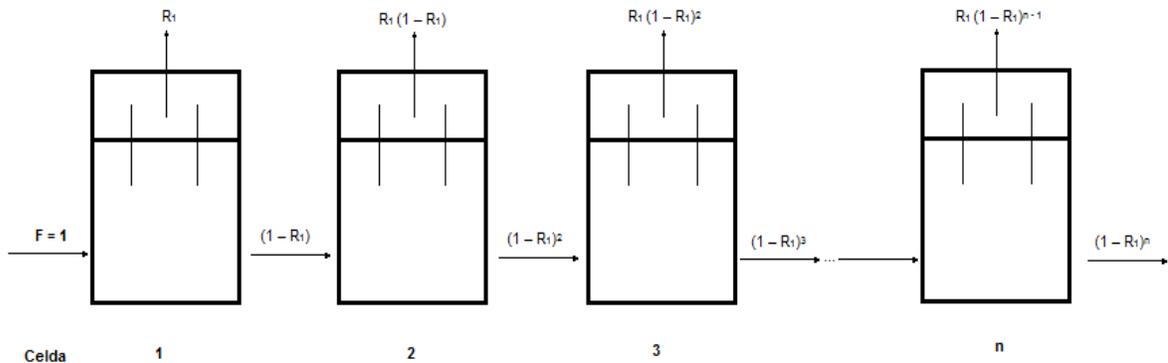


Figura 5. Representación conceptual de un banco de celdas en serie (Finch y Dobby, 1990).

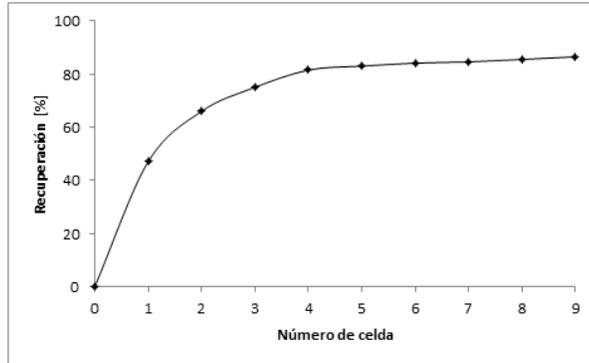


Figura 6. Recuperación esquemática acumulada a lo largo de un banco de celdas de flotación (Uçurum y Bayat, 2007).

Los bancos de celdas se pueden ubicar en paralelo, práctica que se utiliza para cumplir con la capacidad de tratamiento de la planta, permitiendo además mejor capacidad de reacción ante variaciones en el flujo de alimentación, entrega también la opción de recuperar otra especie económicamente valiosa desde la pulpa. Adicionalmente representa ventajas sobre la implementación de un solo banco de celdas, puesto que en el caso de que una celda presente fallas sólo se detenga la operación del banco al cual pertenece la celda en cuestión, permitiendo gestionar de mejor forma las mantenciones. La Figura 7 presenta bancos de celdas en paralelo de una planta de flotación en una faena en Chile.



Figura 7. Bancos de celdas de flotación en una faena ubicada en Chile (Outotec, 2011).

2.1.2. Circuitos de flotación

Se busca maximizar la recuperación y la(s) ley(es) de los productos económicamente valiosos. En la práctica se opta por el óptimo económico del proceso. Usualmente este óptimo no se puede alcanzar con una sola etapa de flotación y es por

esto que se hace necesario combinar distintas etapas de proceso en serie y/o en paralelo destinadas a maximizar la eficiencia global.

Se define así las etapas de flotación por objetivo como *rougher*, *cleaner* y *scavenger* (Finch y Dobby, 1990; Tsatouhas et al., 2006; Schwarz et al, 2006, 2007; Yianatos et al., 2008; Muganda et al., 2012).

- Flotación primaria o *rougher*. Está destinada a maximizar la recuperación, específicamente a producir un relave (o cola) lo más desprovisto posible de las especies de interés. Se caracteriza por porcentaje de sólidos de 30 a 45%, tamaño de partículas (d_{80}) de $\sim 200 \mu\text{m}$, J_g de 0,9 a 2,5 cm/s, tamaño de burbuja de 0,7 a 1,8 mm, altura de fase espuma 10 a 25 cm.
- Flotación de limpieza o *cleaner*. Está destinada a maximizar las leyes de concentrado, con el fin de alcanzar la pureza deseada. En columnas, se caracteriza por porcentaje de sólidos de 10 a 35%, d_{80} de 30 a 40 μm tras una etapa de remolienda, J_g de 0,8 a 1,9 cm/s, tamaño de burbuja de 1,4 a 3,0 mm, altura de fase espuma 0,6 a 1,2 m.
- Flotación de barrido o *scavenger*. Está destinada a maximizar la recuperación, pero suele ir a continuación de alguna de las etapas anteriores, para retratar sus relaves. Su objetivo es aumentar la recuperación de cualquier partícula residual de los relaves que trata. Se caracteriza por porcentaje de sólidos de 23 a 28%, d_{80} de 24 a 45 μm , J_g de 0,5 a 0,8 cm/s, tamaño de burbuja de 0,7 a 1,8 mm, altura de fase espuma 10 a 15 cm.

Se definen circuitos buscando un óptimo técnico-económico para la operación de la planta de flotación, utilizando bancos de las celdas recientemente mencionados. A modo de ejemplo, un circuito utilizado industrialmente en la actualidad es *rougher-cleaner-scavenger*, como el esquema de la Figura 8 (Wills y Napier-Munn, 2006), en el que primero la etapa *rougher* recupera el máximo posible de la alimentación, luego la etapa *cleaner* maximiza la ley y su menor recuperación es solucionada por la etapa *scavenger* posterior.

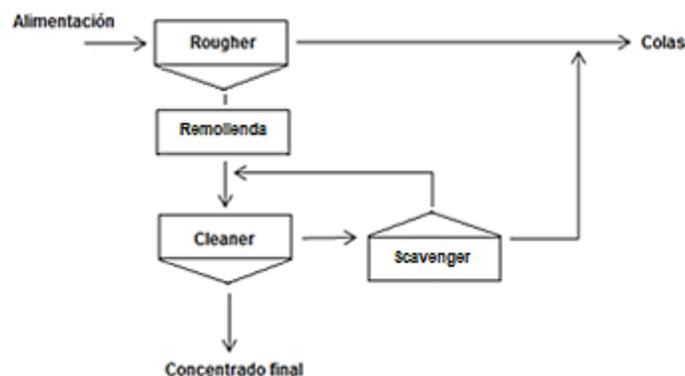


Figura 8. Esquema circuito *rougher-cleaner-scavenger* (Wills y Napier-Munn, 2006).

2.1.3. Celdas de flotación

La celda de flotación es el reactor donde se produce el contacto burbuja – partícula, la adhesión entre ellas y la separación selectiva de las especies de interés. Debe tener la capacidad de mantener en suspensión una pulpa de mineral usualmente con porcentaje de sólidos entre 5 y 40%, pudiendo incorporarle gas. Varios autores indican que las celdas deben disponer de una zona turbulenta como de una zona menos agitada y deben permitir la variación y control de ciertos parámetros operacionales como por ejemplo el flujo de alimentación y colas, nivel de pulpa, fracción volumétrica de aire y adición de reactivos. Las celdas suelen dividirse en dos grupos, celdas mecánicas y celdas neumáticas.

- Celdas mecánicas. Se caracterizan por poseer un agitador mecánico o impeler que se encarga de agitar la pulpa, dispersar y distribuir el aire en la pulpa. Alrededor del eje del rotor se ubica un tubo concéntrico hueco por donde el gas hace ingreso a la celda. En el sector próximo al ingreso de aire, junto al agitador, se mantiene una gran turbulencia con el objetivo de favorecer el contacto de las partículas de mineral con las burbujas. A partir de una altura específica en la celda se postula la existencia de una zona menos turbulenta, donde la burbuja cargada con mineral tiene un movimiento preferencialmente ascendente hasta llegar a la fase espuma, ubicada en el extremo superior del equipo. Estos equipos pueden ser auto aspirantes, en donde el aire es introducido a través de la depresión creada por el impeler, o con aire a presión, en donde el aire se introduce por un soplador externo. En la actualidad estas celdas tienen capacidades que pueden llegar hasta 300 m³, con una altura que varía entre 5 y 6 m. Generalmente son utilizadas en etapas de flotación *rougher* y *scavenger* debido a que alcanzan mayores recuperaciones con la consecuente disminución en la ley.
- Celdas neumáticas. Estos equipos no poseen agitador, utilizan aire comprimido para agitar y airear la pulpa. Las más frecuentes son las celdas columnares, en las cuales existe un flujo en contracorriente de burbujas y pulpa. Incorporan un sistema de lavado de espuma, que busca remover la ganga principalmente presente debido a mecanismos de arrastre con la introducción de agua, de forma tal que la ganga liberada sea reportada preferencialmente en las colas de proceso. Este tipo de celdas se utiliza principalmente en etapas de limpieza, por alcanzar mejores leyes de concentrado que las celdas mecánicas, aunque con una recuperación menor. Este trabajo se concentra especialmente en el estudio de fenómenos que ocurren en este tipo de celdas, también denominadas “columnas de flotación”.

2.1.4. Columnas de flotación

Las columnas son equipos de flotación neumáticos de diseño canadiense de los cuales existe descripciones y trabajo de pruebas desde los años 60' y ha dado origen a una gran cantidad de variaciones (Finch y Dobby, 1990).

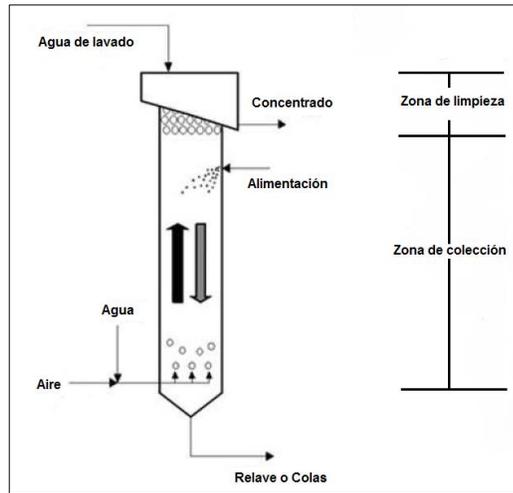
A escala industrial, las columnas suelen tener alturas entre 9 y 15 m. La sección transversal puede ser cuadrada, de hasta 4 metros de lado, o circular de hasta 4,5 metros de diámetro. El lado de la columna cuadrada o su diámetro, si es de sección circular, suele utilizarse para designar el tamaño.

Además de la forma, otras dos características que distinguen a las columnas de las celdas convencionales es el sistema de generación de burbujas y la incorporación del agua de lavado.

La pulpa alimentada a la celda ingresa alrededor de un tercio de la columna medido desde la parte superior y desciende en contra-corriente con las burbujas generadas en la parte inferior donde se encuentra la alimentación de gas. Las burbujas se encuentran entonces con las partículas presentes en la pulpa en lo que se denomina zona de colección, lugar donde ocurre el contacto burbuja – partícula. Las partículas colectadas son transferidas a la espuma en la parte superior de la columna en donde además se ubica el sistema de agua de lavado, que tiene como función principal limpiar la espuma de las partículas no deseadas arrastradas por las burbujas desde la zona de colección. Es por esto que la zona de espuma es también llamada la zona de limpieza. La Figura 9a presenta esquemáticamente los flujos en una celda columnar y el mecanismo en contra-corriente para el encuentro entre las burbujas y las partículas mineralizadas. La Figura 9b muestra una celda de sección circular de una planta de flotación ubicada en Chile.

El sistema de agua de lavado, habitualmente instalado algunos centímetros sobre la fase de espuma, es utilizado para varios propósitos: (i) proveer el bias de agua (flujo neto de agua hacia abajo dentro de la fase de espuma) y (ii) limpiar la espuma de las partículas no valiosas arrastradas mecánicamente al concentrado. El flujo de agua de lavado suele expresarse por unidad de superficie (Flujo superficial de agua de lavado) según la Ecuación 1.

$$J_w = \frac{\text{Flujo de agua de lavado [cm}^3/\text{s]}}{\text{Área sección celda [cm}^2\text{]}} \quad (1)$$



a)



b)

Figura 9. Columna de flotación. a) Esquema de celda columnar con los respectivos flujos (Modificado de Yianatos, 2007). b) Celda columnar de una faena en Canadá (Eriez, 2012).

2.1.5. Sistema de agua de lavado en columnas de flotación

Operacionalmente hablando, en algunos casos el agua de lavado se incorpora mediante una serie de afluentes verticales en la parte superior de la espuma, los cuales pueden introducirse a partir de una caja con un fondo perforado (McKeon, 2001), como se muestra en la Figura 10a. En otros casos el agua se añade a la espuma mediante una serie de tubos perforados por los que circula agua, como se ve en la Figura 10b (Finch et al., 1989).



a)



b)

Figura 10. Sistemas de lavado de espuma. a) Sistema de lavado de espuma mediante una caja. b) Sistema de lavado de espuma mediante cañerías (Fotografías tomadas en plantas de flotación industrial).

En la celda, a medida que fluye hacia abajo el agua de lavado a través de la fase espuma a la zona de colección, se produce la acción de limpieza de las partículas de ganga arrastradas. El flujo neto de agua hacia abajo dentro de la zona de espuma se llama bias (J_B) (Del Villar et al., 1999). Se calcula como la diferencia entre el flujo superficial de agua de lavado (J_w) en cm/s y el flujo superficial de agua en el concentrado (en el rebose de la columna), J_o , en cm/s (Xu et al., 1991) (Ecuación 2). Cuando el flujo de agua de lavado excede el flujo de agua en el concentrado se habla de bias positivo, en caso contrario se habla de bias negativo.

$$J_B = J_w - J_o \quad (2)$$

El bias es una variable importante en la operación de una columna de flotación. Los autores han demostrado que la operación de una columna con bias ligeramente positivo reduce la recuperación por arrastre, aumentando la ley de concentrado (Falutsu y Dobby, 1989; Furey et al., 1990; Espinosa y Johnson, 1991). Un aumento adicional del bias, a través de mayor flujo de agua de lavado, se traduce en un aumento mínimo en la ley pero una pérdida sustancial en la recuperación (Moys y Finch, 1988). Se recomienda a escala de planta industrial $J_B < 0,4$ cm/s (Yianatos et al., 1986). Un ejemplo de la tendencia mencionada se muestra en la Figura 11 para la limpieza de mineral de cobre en una columna de flotación a escala piloto (Dobby –SGS, 2002). Valores negativos para el bias se recomiendan para operaciones con partículas gruesas, para facilitar el ascenso de los agregados burbuja-partícula (Tao, 2005).

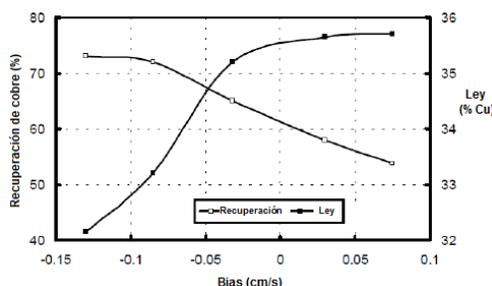


Figura 11. Ejemplo del efecto del bias en la ley y recuperación para una columna en una planta piloto (Dobby-SGS, 2002).

En general, una buena alternativa es proporcionar agua de lavado suficiente de manera que la columna funcione con bias cercano a cero. Cada planta debe tener en cuenta la curva recuperación vs ley y la eficiencia económica específicas para esa operación; por ejemplo, en algunos casos será más conveniente operar con un bias ligeramente negativo cuando la columna debe procesar temporalmente alimentación de alta ley, por lo que se querrá mayor recuperación. Que el bias sea un parámetro tan dependiente de las características de cada operación significa que no es el mejor parámetro para medir el efecto del agua de lavado en la fase espuma.

El agua de lavado compensa a la que naturalmente drena por la espuma por efecto de la gravedad provocando incluso que el contenido de agua en ella sea mayor, promoviendo con esto la estabilidad de la fase espuma que se manifiesta en un

incremento de la altura de espuma (Finch et al., 1989). Yianatos et al. (1986) indica que el agua de bias puede incrementar la altura de espuma del orden de 10 cm para una espuma de 1 m.

El aumento en la estabilidad de la espuma con la adición de agua de lavado se debe a que reduce la ruptura de burbujas al proporcionar líquido para el film de líquido entre las burbujas, provocando con ello que sean más pequeñas (Finch y Dobby, 1990). Otra razón es el aumento de la presión dinámica ejercida por el líquido que fluye, generando un cambio en el equilibrio de la presión de la burbuja y afectando su tamaño (Zhou et al., 1993).

Sripada et al. (1989) estudian el efecto del diseño y la ubicación de la alimentación de agua de lavado en la eficiencia del proceso. Particularmente evalúan la incorporación de agua de lavado mediante sólo un jet de líquido y con un sistema de lavado en forma de ducha aplicados sobre y sumergidos en la espuma, para un flujo superficial de agua de lavado (J_w) de 0,25 y 0,42 cm/s. En sus pruebas utilizan una columna de vidrio, de 1 m de largo y 15 cm de diámetro, 30 ppm de espumante Tween-80, J_g de 0,85 cm/s, altura de espuma de 0,1 – 0,2 cm, como mineral sílice con d_{80} 54 μ m a 2,5% p/p. Se considera sílice para medir la capacidad de limpieza del agua de lavado, evaluada a través de la recuperación de agua y ganga (la sílice) en el rebose de la columna.

Los autores afirman que, cuando el agua de lavado se adiciona desde un punto por sobre la fase espuma, el sistema con sólo un jet es más efectivo que el sistema de ducha reduciendo tanto la recuperación de partículas de ganga como la recuperación de agua en el concentrado (Figura 12a). En el caso de la ducha, aumentar el número de orificios, para un mismo flujo de agua, aumenta la recuperación de agua en el concentrado, disminuye la capacidad de penetración debido a la disminución en la velocidad individual de cada jet, además de que el agua añadida se la lleva el concentrado por el movimiento ascendente de la espuma (Figura 12b).

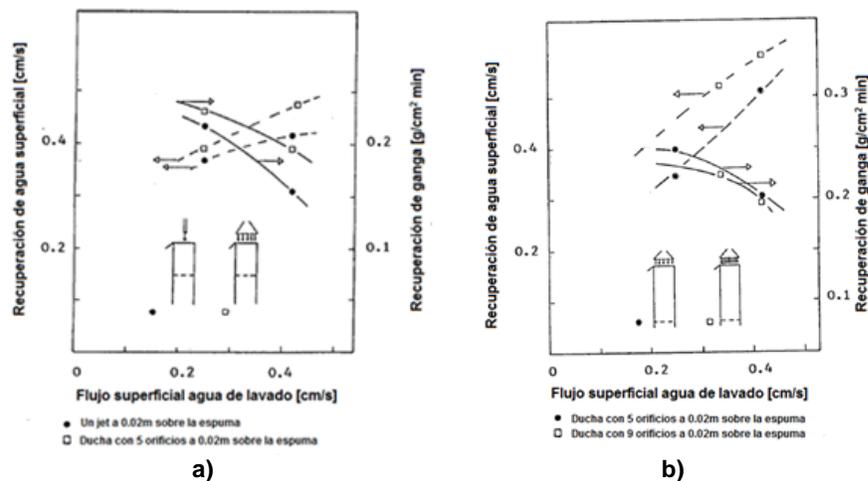


Figura 12. Efecto del diseño del distribuidor de lavado, a 2 cm sobre la espuma, en la recuperación de agua y ganga. a) Un jet vs ducha de 5 orificios. b) Ducha de 5 orificios vs ducha de 9 orificios (Sripada et al., 1989).

Se tiene, por ejemplo, que para un J_g de 0,42 cm/s la recuperación superficial de agua es de $0,41 \pm 0,08$ cm/s, para la ducha con cinco orificios es de $0,49 \pm 0,11$ cm/s y para el caso con nueve orificios $0,58 \pm 0,13$ cm/s según lo reportado por los autores, luego recuperaciones de agua mayores en el concentrado se traducen en menor eficiencia del proceso.

Cuando el jet de líquido se incorpora sumergido a 2 cm en la fase espuma, los autores afirman que se reduce tanto el contenido de partículas de ganga en el concentrado como la recuperación de agua comparado a cuando está sobre ella, y basado en sus observaciones visuales el jet sumergido induce un patrón de circulación dentro de la espuma, lo que aumentaría el tiempo de residencia de las burbujas en la espuma, provocando que las partículas no adheridas a las burbujas puedan drenar hacia la zona de colección. Adicionalmente aumentar la profundidad del jet por debajo de los 2 cm no modifica de forma importante los resultados, puesto que a profundidades de 2 y 10 cm los resultados para la recuperación de ganga y agua en el concentrado son similares (Figura 13). El hecho de que no se aprecie una mejora en el rechazo de la ganga sugiere la existencia de una posición óptima del jet de líquido.

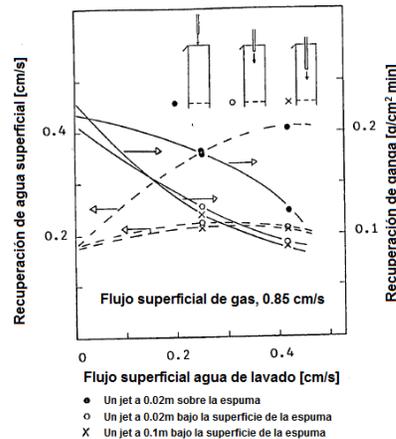


Figura 13. Efecto de la posición del dispositivo de lavado en la recuperación de agua y ganga (Sripada, 1989).

Ireland et al. (2007) estudian el lavado de espuma cuando el agua de lavado es incorporada como un jet y un dispositivo en forma de "T" invertida, mediante una columna rectangular plana de caras de 1 x 0,2 m y placas separadas por 12 mm, a un J_g de 0,3 cm/s y diámetro de burbuja de 0,5 mm. Para las observaciones incorporan al líquido un trazador fluorescente. Describen el patrón de flujos provocado por el agua de lavado como una 'pluma de humo' invertida. Plantean que la propagación de líquido es mayor cuando el jet se incorpora sumergido en la espuma en comparación a cuando se hace por sobre la superficie debido a la mayor recirculación de líquido generada. La Figura 14 presenta mapas de la distribución de líquido para los casos mencionados usando la técnica de marcador fluorescente. Se observan los patrones de flujo del agua de lavado ya descritos. Cuando se inyecta el agua de lavado por sobre la superficie de la espuma se crea una pequeña depresión en el punto de entrada y la espuma alrededor de la

‘pluma’ permanece seca. Inyectar el agua en el interior de la fase espuma produce una distribución horizontal de líquido más uniforme en la parte superior.

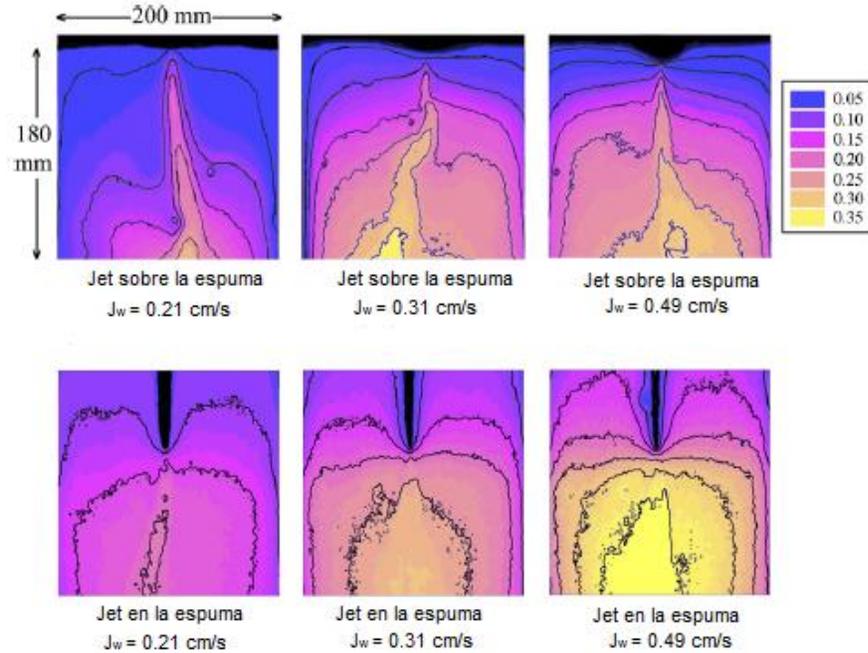


Figura 14. Mapas de distribución de líquido para el lavado de espuma mediante un jet vertical. (Ireland et al., 2007). Se observa la mayor difusión cuando el líquido se incorpora en la espuma.

Los autores, en sus estudios de lavado con el sistema en forma de “T” invertida que genera dos flujos horizontales, plantean que su patrón de flujo corresponde a un par de vórtices que giran en sentido contrario por debajo de las puntas de los tubos. Los bordes superiores y exteriores de cada vórtice están delimitados por el jet de líquido inyectado, que se curva hacia abajo por la influencia de la gravedad y hacia adentro debido a la influencia del vórtice vecino. La velocidad de rotación de los vórtices aumenta con la velocidad de flujo. La Figura 15 presenta mapas de la distribución de líquido para diferentes caudales de inyección de líquido. Se observa la mejor difusión horizontal de líquido comparado con el jet vertical. El dispositivo lava espuma a una altura limitada debido a que produce una espuma húmeda sólo bajo el nivel de adición de líquido, mientras el contenido de agua en la capa por debajo del nivel de inyección es alto, por sobre este nivel el contenido de líquido en la misma espuma es el mismo que en ausencia de agua de lavado, facilitando la ocurrencia de coalescencia de burbujas. Aumentar el flujo de agua de lavado reduciría el flujo de ganga en la espuma por sobre el nivel de la inyección y con ello se tendría un concentrado de mayor ley, pero sin solución al problema de la movilidad de la espuma en la superficie debido a su viscosidad.

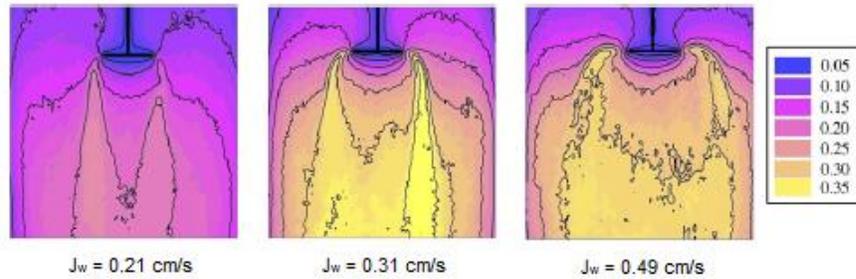


Figura 15. Mapa de la distribución del agua de lavado inyectada como dos flujos opuestos. Se observa la dispersión horizontal de agua. (Ireland et al., 2009).

2.1.6. Tecnologías de lavado de espuma intelectualmente protegidas

Existen varias tecnologías para incorporar el agua de lavado a la espuma en una celda de flotación que han sido patentadas, algunas consideran el sistema de lavado ubicado sobre la superficie de la fase espuma, otros dentro de ella y algunos cercano a la salida del concentrado de la celda.

Ralston (1934) presenta un sistema de cañerías paralelas agujereadas por las que circula agua, ubicadas sobre la superficie de la fase de espuma, de forma tal que el lavado ocurre como una serie de jets de líquido sobre la espuma. (Figura 16).

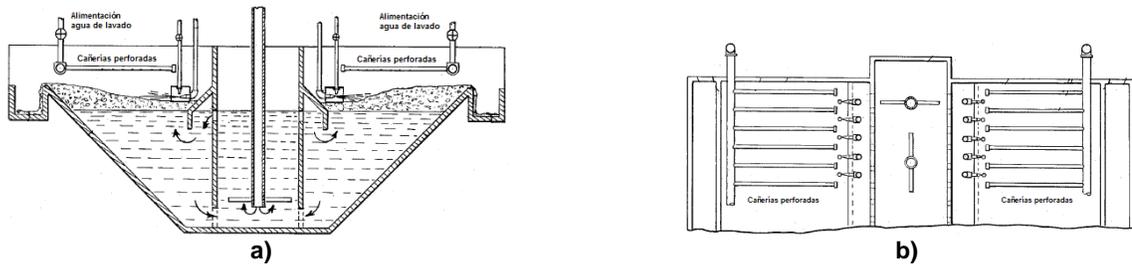


Figura 16. Sistema de lavado de tuberías paralelas. a) Vista frontal. b) Vista en planta. (Ralston, 1934).

Yoon et al. (1998) presentan un sistema de lavado de tres cañerías circulares concéntricas por las que circula agua, desde las cuales salen tuberías en dirección radial con perforaciones de 3 mm (Figura 17b). Cada una de las cañerías es alimentada de forma independiente (Figura 17a), con flujo de agua regulable.

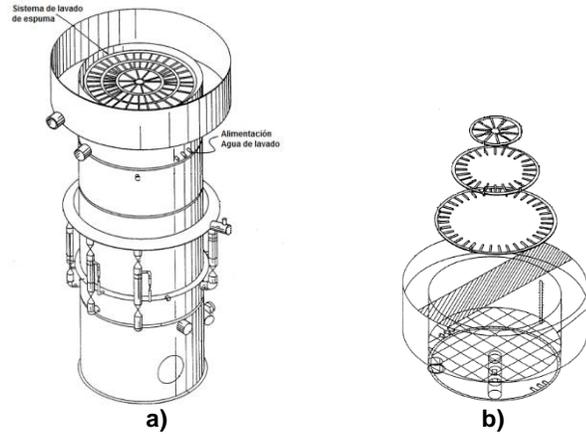


Figura 17. Sistema de lavado con cañerías circulares concéntricas y sistema de lavado radial. (Yoon et al., 1998).

Bourke (2013) presenta un sistema que consiste en un canal circular abierto que tiene tuberías horizontales perforadas como puntos de distribución en el borde exterior, los cuales salen horizontalmente por encima de la fase espuma (Figura 18a). El canal es coaxial con el agitador y gira alrededor de su eje central (Figura 18b). Mientras el canal está girando, distribuye el agua de lavado por gravedad y fuerza centrífuga.

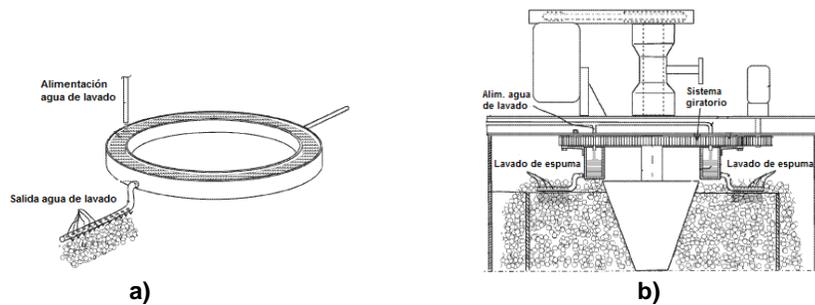


Figura 18. Sistema de lavado anillo giratorio. a) Anillo de agua de lavado con tubería de lavado de espuma. b) Corte longitudinal de una celda agitada con el sistema giratorio. (Bourke, 2013).

Xiufeng et al. (2014) presenta un sistema en el cual seis tuberías alimentadas desde un estanque (Figura 19a) riegan la espuma sobre la superficie en forma de 'T' invertida (Figura 19b). El dispositivo de lavado tiene agujeros de 0,5 mm de diámetro.

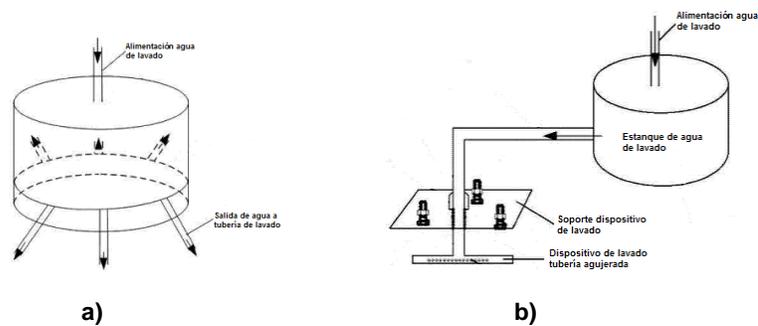


Figura 19. Dispositivo de lavado patentado por Xiufeng et al. (2014).

Algunos autores han protegido tecnologías de lavado ubicadas dentro de la fase de espuma. Kallioinen et al. (1991) presentan un sistema de tuberías en el que agua de lavado se introduce a través de boquillas equidistantes, diseñadas de forma tal que el jet de agua sale a alta velocidad para mejorar la penetración del líquido en la espuma (Figura 20a). Yoon et al. (1991) presentan un sistema de lavado de espuma consistente en seis cañerías radiales perforadas por las que circula el agua de lavado alimentada desde una cañería vertical ubicada en el centro de la celda (Figura 20b).

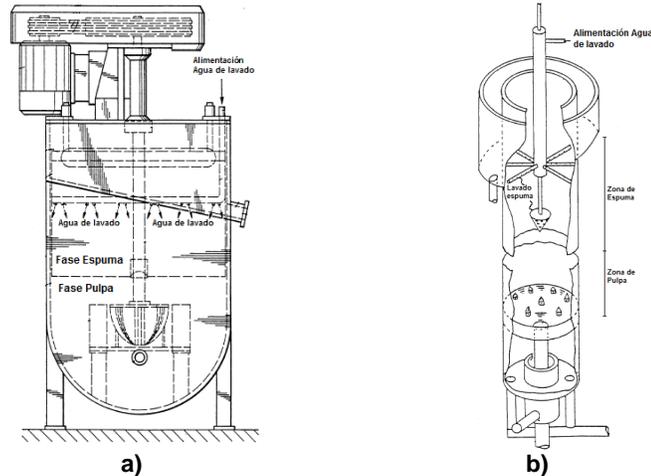


Figura 20. Celdas con sistema de lavado sumergido en la espuma. a) sistema patentado por Kallioinen et al. (1991). b) sistema de lavado patentado por Yoon et al. (1991).

Jameson (2010) presenta el sistema de lavado consistente en una red de dispositivos en forma de 'T' invertida con salida de agua de lavado horizontal (como los descritos en la Sección 2.1.5) sumergidos en la espuma (Figura 21a). La alimentación de agua a los dispositivos corresponde a una red de tuberías ubicadas sobre la columna (Figura 21b).

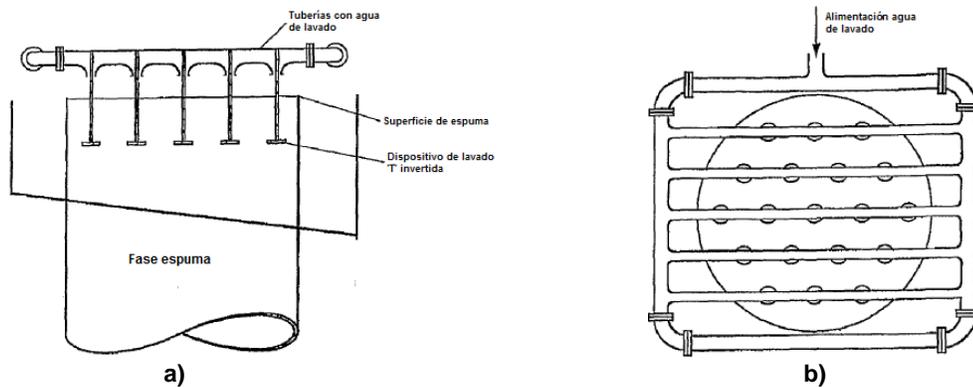


Figura 21. Sistema de lavado con dispositivos en forma de 't' invertida. a) Corte longitudinal de la sección superior de una columna de flotación con los dispositivos de lavado. b) Tubería de alimentación de agua de lavado en donde se identifica la ubicación de cada dispositivo de lavado de espuma. (Jameson, 2010).

Bourke (1996) presenta un sistema de una membrana porosa en contacto directo con la espuma para la propagación del agua de lavado (Figura 22). La membrana se

monta en una placa de respaldo y no necesariamente debe ser flexible, podría ser semipermeable e idealmente debe ser permeable sólo en condición de expansión bajo la presión del agua de lavado. El agua de lavado es suministrada entre la placa de respaldo y la membrana haciendo que esta se expanda y en la condición permeable resultante permita que el agua se propague en la espuma. La propagación del líquido ayuda a que la espuma se oriente en dirección al canal de salida del concentrado.

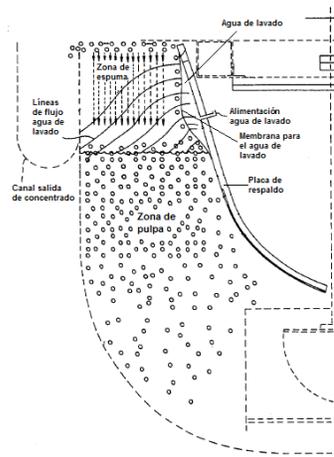


Figura 22. Sistema de lavado que implementa una membrana. (Bourke, 1996).

Algunos autores han patentado sistemas de lavado de espumas que se implementan en la zona cercana a la salida del concentrado de la celda de flotación. Khan et al. (2004) proponen una celda mecánica de flotación que en la parte superior incorpora un canal inclinado, con un ángulo de elevación de 45° , en el cual se ubican los dispositivos de lavado, aunque no parece ser la mejor tecnología debido a que el líquido provocaría que la espuma se oriente de regreso a la celda (Figura 23a). Qing et al. (2014) presentan una celda agitada que en el canal de concentrado incorpora dos dispositivos de adición de agua orientados hacia la salida del concentrado, lavando la espuma en el canal y principalmente mejorando la movilidad de la espuma (Figura 23b).

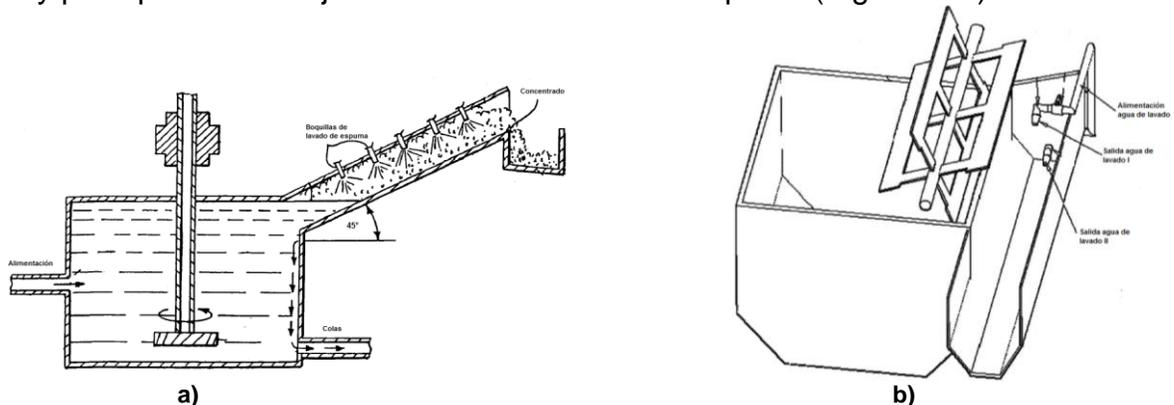


Figura 23. Sistemas de lavado ubicados cerca de la salida del concentrado. a) Canal inclinado con boquillas de lavado (Khan et al. 2004). b) Dos dispositivos de lavado orientados en dirección de la salida de concentrado (Qing et al., 2014).

Debido a que este trabajo es acerca del lavado de espuma, en lo siguiente se detalla estudios relacionados con la estructura y dimensión de esta fase.

2.2. Estructura y dimensión de espumas inestables

2.2.1. Descripción de las espumas

Descripción microscópica

Este trabajo se centra en espumas en las que la fase continua es agua. Las espumas acuosas son estabilizadas por agentes tensoactivos o moléculas anfifílicas (Cho y Laskowski, 2002). Estas moléculas poseen un extremo hidrófilo y otro alifático hidrófobo. Cuando estas moléculas se añaden al agua, se fijan a la interfase agua / aire debido a su dualidad hidrófila/hidrófoba y disminuyen la tensión superficial. También entregan a la superficie una cierta resistencia mecánica (Zhou et al., 1993). Entonces una burbuja está constituida por un film o película de agua cubierta por dos mono capas de tensoactivos (ya que tiene dos interfases agua/aire), tal como se muestra en la Figura 24.

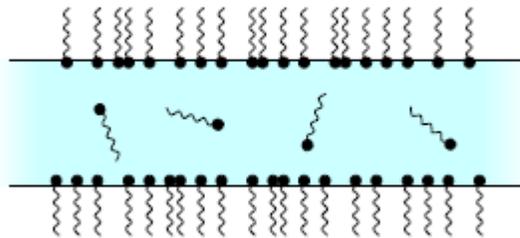


Figura 24. Film de una burbuja que presenta dos interfases agua aire con los tensoactivos.

Hay diferentes tipos de tensoactivos o espumantes y según su tipo se pueden clasificar en aniónicos, catiónicos o no iónicos. La molécula puede ser soluble o insoluble. Si la molécula no es soluble en agua, permanece confinada en la interfase. Las espumas creadas con éstos espumantes son muy inestables y se rompen casi al instante. Cuando la molécula del espumante es soluble en agua se adsorbe en la interfase para reducir al mínimo la energía del sistema. La tensión superficial disminuye a medida que la concentración del tensoactivo aumenta. Cuando la concentración es suficientemente alta, la superficie se satura y las moléculas en solución se organizan en forma de agregados con el fin de proteger las cadenas hidrófobas del agua. Estos agregados evolucionan en función de la concentración y pueden tener varias formas: esferas, cilindros, laminillas. La concentración a la que aparecen agregados esféricos (denominados micelas) se denomina concentración micelar crítica (CMC). Superada la CMC, la concentración de moléculas libres en solución permanece prácticamente constante.

Descripción macroscópica

Joseph Plateau fue uno de los principales físicos en presentar interés en la estructura de una espuma (Weaire et al., 1997). La estructura de la espuma se constituye por tres elementos: las películas o films, las uniones entre estas películas o bordes de Plateau y las uniones entre bordes de Plateau que se denominan nodos (Taylor, 1976).

Plateau tras sus observaciones enuncia:

1. Tres films se intersectan a lo largo de una línea (los bordes de Plateau), luego el ángulo entre ellos es de 120° .
2. Cuatro bordes de Plateau se intersectan en un punto y el ángulo formado por cada par de ellos es de aprox. $109,5^\circ$.

En la Figura 25 se presentan esquemas que permiten comprender éstas observaciones. Las leyes de Plateau reflejan la existencia de un pseudo equilibrio mecánico local de la espuma.

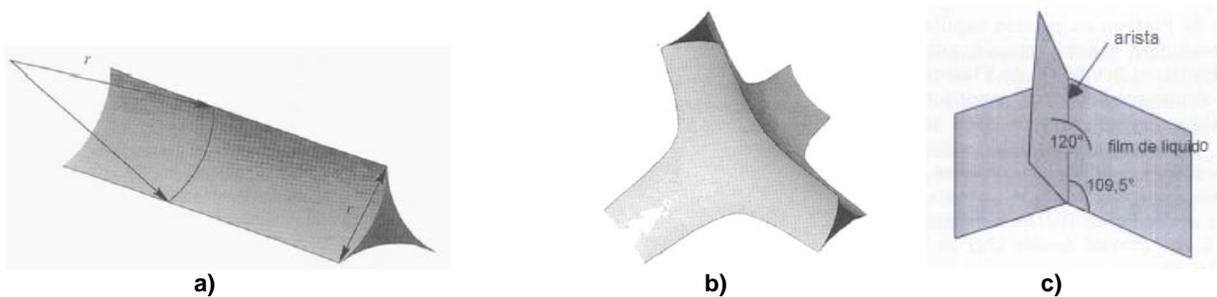


Figura 25. Estructura de la espuma. a) Borde de Plateau, r corresponde al radio de curvatura que viene de la ley de Laplace. b) Nodo, lugar de intersección de cuatro burbujas. c) Representación de las leyes de Plateau. (Weaire et al., 1997).

Para caracterizar el diámetro promedio de las burbujas se utilizan los denominados 'momentos' (Ecuación 3) (Sauter, 1927).

$$d_{i,i-1} = \frac{\sum_{j=1}^n d_j^i}{\sum_{j=1}^n d_j^{i-1}} \quad (3)$$

Donde i corresponde al orden del momento y d_j el diámetro de las burbujas. El momento mayormente usado corresponde al de orden tres, denominado diámetro de Sauter y conocido como $d_{3,2}$. Algunos autores utilizan los momentos aplicados al radio de burbuja en lugar del diámetro.

2.2.2. Espumas de dos fases (agua y gas)

Evolución de las burbujas en la espuma

Las espumas son sistemas termodinámicamente inestables y por ello su estructura cambia con el tiempo y el número de burbujas en ella disminuye, tendiendo así a reducirse la interfase líquido/gas. Estos mecanismos son de dos tipos, difusión y coalescencia (Durand, 2002).

La difusión ocurre cuando el gas pasa desde una burbuja pequeña a una de mayor tamaño. Ocurre inclusive para espumas relativamente mono dispersas puesto que ni en sus inicios el tamaño de las burbujas es el mismo. Por tanto la presión en cada una de las burbujas también difiere puesto que la presión interna de una burbuja es proporcional a su tamaño, según expresa la ley de Laplace (Ecuación 4).

$$P - P_{ext} = 2\gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

Donde P y P_{ext} son las presiones interna y externa de la burbuja respectivamente, γ es la tensión superficial, R_1 y R_2 son los radios de curvatura, el factor 2 viene de que una burbuja tiene dos interfaces. Luego la presión interna es más alta en las burbujas más pequeñas.

Cuando se unen dos burbujas de presiones diferentes, como se muestra en la Figura 26, el gas contenido en la burbuja más pequeña (o la de presión interna mayor) difunde hacia la más grande a través de la pared en común. Con esto las burbujas más pequeñas empiezan a desaparecer en favor de las burbujas más grandes. La distribución de gas dependerá de la diferencia de presión entre las dos burbujas, la permeabilidad de la interfase líquido/gas, la solubilidad del gas en la solución y la liberación de gases disueltos a través del film que separa las dos burbujas. Para reducir la difusión se puede intentar generar una espuma que sea mono dispersa, de forma tal que la presión interna de las burbujas sea la más parecida posible. Otra alternativa es añadiendo un gas cuya solubilidad en el líquido sea muy baja. Finalmente el fenómeno se puede inactivar mediante un aumento del contenido de líquido en la espuma debido a que esto aumentaría el espesor del film entre las burbujas.

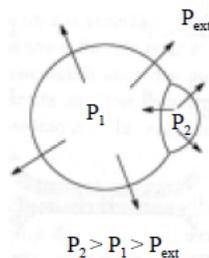


Figura 26. Difusión de gas entre burbujas. El gas en la burbuja pequeña se difunde a la de mayor tamaño, donde la presión es menor.

La coalescencia se define como el proceso en el que dos dominios de fase, de composición esencialmente idéntica, entran en contacto para formar un dominio de fase mayor. En el caso de las burbujas ocurre cuando un film que separa dos de ellas se rompe, lo que genera el reordenamiento de la forma de la espuma (Durand, 2002). La literatura propone, para explicar la ruptura de un film, fenómenos como la inestabilidad del espesor del film debido al drenaje de líquido por gravedad, las fluctuaciones térmicas en el espesor en el film y las fluctuaciones de las concentraciones de espumante en la superficie de las burbujas.

Algunos autores han estudiado el crecimiento de las burbujas en el tiempo. Fuchizaki et al. (1995) presentan resultados de simulaciones numéricas de la evolución del volumen promedio de las burbujas con el tiempo. En su trabajo las burbujas son descritas como poliedros con hasta 15 vértices, basados en diagramas de Voronoi (descomposición de un espacio en regiones, asociada a la presencia de objetos, de tal forma que a cada objeto se le asigna una región del espacio formada por los puntos que son más cercanos a él que a ninguno de los otros objetos) con referencia a los centros de gravedad de cada burbuja. Reportan que el comportamiento del volumen promedio es de la forma $\langle V \rangle \sim t^{2/3}$ independiente del tamaño inicial.

Magrabi et al. (1999) presentan observaciones experimentales sobre el crecimiento de las burbujas en una celda que contiene una solución de agua con espumante Triton X-305, donde el aire se alimenta como aire comprimido (a una presión de 580kPa). Para las mediciones utilizan Optimas, herramienta de análisis de imágenes. Plantean una relación empírica para describir la evolución del radio promedio de las burbujas ($r_{2,1}$) en el tiempo para espumas húmedas (fracción de líquido 0,2) según $r_{2,1} \sim t^{0.55 \pm 0.08}$ y espuma seca (fracción de líquido 0,05) según $r_{2,1} \sim t^{0.52 \pm 0.08}$. Stevans (1990) observa burbujas de jabon entre dos placas de vidrio creciendo muy juntas siguiendo una relación $t^{0.5}$ si el exceso de líquido drenado por la espuma es removido periódicamente para mantener constante el tamaño de los bordes de Plateau. Fortest et al. (1998) presenta un crecimiento de burbujas según $t^{0.54}$ para una espuma húmeda de densidad 0,03 g/cm³.

Tamaño de burbuja

Se han desarrollado numerosos métodos para medir el tamaño de burbuja en celdas de flotación. Entre los métodos ópticos destaca el “Bubble Size Analyzer” de la Universidad de Ciudad del Cabo, que utiliza detectores ópticos para determinar la velocidad y el volumen de burbujas en un capilar de diámetro interior conocido, junto con el volumen total de gas para calcular la distribución de tamaño de burbuja (Randall et al., 1989). Otro método óptico es el “Bubble Viewer”, equipo de la Universidad de McGill, que se basa en el análisis de una serie de imágenes de burbujas en una cámara transparente fuera de la celda de flotación, utilizando un software para calcular la distribución de tamaño de burbuja (Hernández-Aguilar, 2004).

Concentración crítica de coalescencia

En la práctica, los tamaños de burbuja en las celdas de flotación varían entre 0,3 – 3,0 mm (Wills y Napier-Munn, 2006). Las diferencias en el tamaño son resultado de la frecuencia de la coalescencia de las burbujas, lo cual es afectado por la concentración de espumante. Varios autores, como Cho et al. (2002), Zhang et al (2012), Szyszkam (2013) entre otros, plantean que la incorporación de espumantes regula el tamaño de las burbujas en los sistemas de flotación mediante el control de la coalescencia. A medida que aumenta la concentración disminuye el tamaño de burbuja. Se plantea la existencia de una concentración característica para cada espumante, denominada concentración crítica de coalescencia (CCC), a la cual se alcanza el mínimo tamaño de burbuja. A concentraciones que exceden la CCC el tamaño de burbuja deja de estar determinado por la coalescencia y dependerá mayormente de la geometría del sistema y las condiciones hidrodinámicas.

Velocidad superficial de gas

Se ha demostrado que la velocidad superficial de gas tiene un efecto importante sobre el tamaño de burbuja en las celdas de flotación. El tamaño de burbuja aumenta con la velocidad superficial de gas (Sada et al., 1978; Ghosh y Ulbrecht, 1989; Finch y Dobby, 1990). Dobby y Finch (1986) proponen la correlación entre la velocidad de gas y el tamaño de burbuja presentada en la Ecuación 5.

$$d_b = k J_g^x \quad (5)$$

Donde d_b es el tamaño de burbuja, J_g es la velocidad superficial de gas, k y x son constantes relativas a la generación de las burbujas y la química. Para sistemas de dos fases x es 0,4 (O'Connor et al., 1990).

Distribución de tamaño de burbuja

Autores como Kamp et al. (2001) y Grau et al. (2005) han presentado mediciones experimentales de tamaño de burbujas en espumas, observando que la distribución que mejor se ajusta a los resultados es la distribución log-normal.

Granqvist y Buhrman (1976) estudian la distribución de tamaño de partículas cuyo crecimiento ocurre por coalescencia, considerando como supuesto que sólo existe crecimiento por éste mecanismo y que las partículas están sujetas a una secuencia de procesos de crecimiento independientes. Demuestran que la distribución de tamaño queda determinada por las Ecuaciones 6 a 8 (con x el diámetro de las partículas esféricas, \bar{x} la media estadística para los diámetros y σ la desviación estándar), que corresponde a la función distribución log-normal. Si se considera el mismo supuesto para el caso de la espuma y que la distribución de tamaño de burbuja es producto de muchos pequeños factores independientes, aplica que los fenómenos de crecimiento de las burbujas obedecen dicha distribución.

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \ln \sigma} \exp\left(-\frac{(\ln(x) - \ln(\bar{x}))^2}{2 \ln^2 \sigma}\right) \quad (6)$$

$$\sigma = \exp\left\{\left(\frac{\sum_i n_i (\ln x_i - \ln \bar{x})^2}{\sum_i n_i}\right)^{1/2}\right\} \quad (7)$$

$$\bar{x} = \exp\left(\frac{\sum_i n_i \ln x_i}{\sum_i n_i}\right) \quad (8)$$

Fracción de líquido

La cantidad de líquido contenida entre las burbujas se caracteriza mediante la fracción de líquido (φ_l), definido como el volumen de líquido contenido en la espuma en el volumen total ocupado por ella (Ecuación 9).

$$\varphi_l = \frac{V_{liquido}}{V_{espuma}} \quad (9)$$

No existe mucha información disponible sobre el contenido de líquido en espumas de flotación, probablemente debido a las dificultades en la medición de ésta cantidad. Un método utilizado en la literatura consiste en medir la conductividad eléctrica de una capa de espuma (Kruglyakov y Exerowa, 1990; Chang y Lemlich, 1980; Yianatos et al., 1985), que calculan la fracción de líquido según la Ecuación 10.

$$\varphi_l = B \frac{k_s}{k_f} \quad (10)$$

Donde k_s y k_f son las conductividades eléctricas del líquido y la espuma respectivamente, B es un coeficiente de proporcionalidad cuya magnitud está determinada por la distribución de líquido entre los films que separan las burbujas y los bordes de Plateau. El problema surge en que, según resultados de varios autores, el valor de B se encuentra entre 1,5 y 3,0 por lo que las mediciones de la fracción de líquido dependen del valor que se asuma para B . (Turner, 1976; Agnihotri y Lemlich, 1981; Lemlich, 1985; Kann y Feklistov, 1986).

En la misma línea de mediciones en la espuma, se define el *holdup* de gas en la espuma, ε_g , como la razón entre el volumen de gas en la espuma (V_g) y el volumen total ocupado por la espuma (V_f), como presenta la Ecuación 11.

$$\varepsilon_g = \frac{V_g}{V_f} \quad (11)$$

La estructura de la espuma depende de la fracción de líquido. Yianatos et al. (1986) indican que las espumas húmedas presentan burbujas con forma esférica, mientras que en las espumas secas las burbujas tienen forma poliédrica, además presentan un modelo en el que describen la espuma en tres secciones (Figura 27). La primera zona es donde las burbujas son de menor tamaño, homogéneas y de forma esférica. Las colisiones de

las burbujas que van subiendo desde la fase pulpa con la interfase pulpa-espuma promueven colisiones adicionales, causando coalescencia de burbujas a pesar de ser una zona donde el contenido de líquido es alto. La segunda sección, llamada de lecho empacado de burbujas, se presenta cuando la fracción de líquido es menor a 0,26 y las burbujas permanecen esféricas. En este sector hay menor coalescencia que en la zona anterior y es provocado principalmente por las colisiones causadas por el movimiento de burbujas más grandes, que viajan hacia arriba a una velocidad superior a la media. La última sección es la espuma donde ocurre mayor drenaje, el contenido de líquido es típicamente inferior a 0,2.

Weaire et al. (1997), presentan resultados de simulaciones numéricas de espumas con distintas fracciones de líquidos, donde se observa que en espumas más húmedas las burbujas tienen forma esférica mientras que en las espumas secas tienen formas poliédricas (Figura 28), esto último debido a que al ser menor el espesor del film de líquido entre burbujas, interactúan los tensoactivos de las dos superficies por fuerzas de repulsión electrostática y de atracción (fuerzas de van der Waals entre los dipolos) generando que las superficies se aplanen.

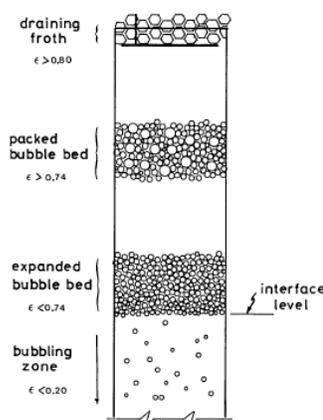


Figura 27. Estructura de la espuma. Tres secciones, desde abajo hacia arriba. En la zona inferior se presenta un lecho expandido de burbujas, cuando la fracción de líquido es de aprox. 0,26 se presenta un lecho empacado, cuando la fracción de líquido es inferior a 0,2 se aprecia la espuma drenada. (Yianatos et al., 1986).

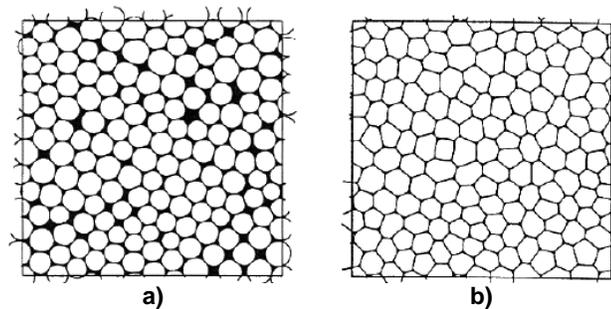


Figura 28. Simulaciones numéricas en dos dimensiones de una espuma a diferentes fracciones de líquido. a) $\phi_l = 0,12$. B) $\phi_l = 0,01$. (Weaire et al., 1997).

El mecanismo que desestabiliza a una espuma y produce el cambio de forma de las burbujas es el drenaje. Este consiste en el flujo vertical hacia abajo del líquido contenido en la espuma por efectos de la gravedad. El líquido se transfiere por la red de canales (los bordes de Plateau) y los nodos.

Como resultado de numerosas investigaciones existen dos modelos de drenaje conocidos como el modelo de Trinity (Verbist et al., 1996) y el modelo de Harvard (Koehler et al., 1999). Las diferencias entre ambos modelos radican en la consideración hecha respecto a la disipación de energía (forma en la que la energía mecánica en el medio cambia por fuerzas no conservativas). El modelo de Trinity considera que la disipación se produce en los bordes de Plateau. Asumiendo que las paredes de los bordes de Plateau son rígidas, se genera un flujo de líquido del tipo Poiseuille. El modelo de Harvard sugiere que la disipación se realiza en los nodos. En este caso las paredes de los bordes de Plateau son móviles y por tanto el flujo de líquido es del tipo pistón. La Figura 29 esquematiza la diferencia.

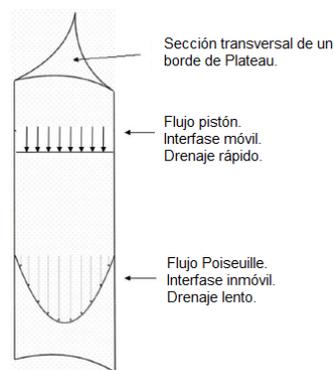


Figura 29. Perfiles de velocidad que se pueden presentar en un borde de Plateau. El flujo pistón presenta un perfil de velocidad casi plano, indicando que la interfase agua-aire es móvil. Si la interfase agua-aire es fija se presenta un flujo Poiseuille.

2.2.3. Espumas de tres fases

En sistemas de flotación, la espuma es la zona en la que se clasifican las partículas por sus características hidrófobas (Wills y Napier-Munn, 2006). Entonces es necesario conocer el efecto de la incorporación de sólidos en la espuma y su estabilidad.

La incorporación de sólidos modifica la estabilidad de las espumas debido a que su presencia incrementa la viscosidad de los films (Ata et al., 2003). Subrahmanyam y Forssberg (1987) indican que la estabilidad de la espuma dependerá de la concentración de partículas y de su tamaño, además que aumentar la concentración de sólidos significa generación de espumas más estables, con mayores profundidades. Tang et al. (2010) estudia la estabilidad de espumas, para dos tipos de espumante en varias concentraciones y dos porcentajes de sólidos. Indica que en columnas la altura máxima de espuma aumenta cuando se añaden sólidos en la alimentación (Figura 30). También acota que el tiempo de vida media de la espuma también se ve afectado por la presencia

de partículas. Mayor densidad de la espuma se traduce en mayores tiempos de vida media.

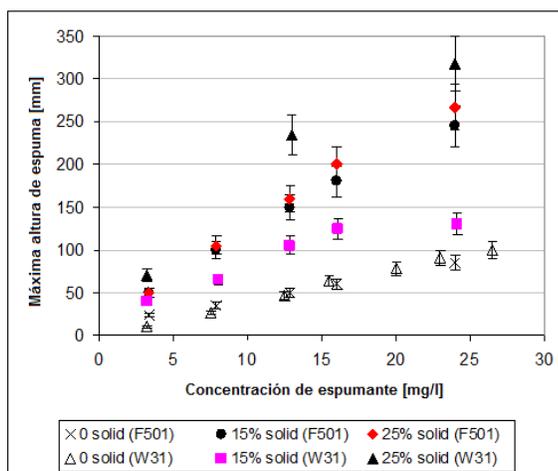


Figura 30. Efecto de la concentración de espumante y porcentaje de sólidos en la altura de la espuma en una celda de flotación columnar. (Tang et al., 2010).

Un aporte importante para la comprensión del comportamiento de las espumas de tres fases corresponde a lo realizado por Moys (1978), quien tomó muestras de distintas zonas de la altura de espuma (mediante la implementación de una celda de laboratorio con agujeros como puntos de muestreo en las paredes, ubicados en intervalos de 5 cm), para caracterizarla. Se observó que el contenido de mineral valioso en la espuma aumenta con el drenaje de líquido en el film de las burbujas pero que esto las hacía más inestables. Al colapsar las burbujas, las partículas mineralizadas que estaban adheridas a ellas regresan a la fase pulpa, disminuyendo la recuperación. Adicionalmente al comparar las espumas con y sin remoción mecánica en la salida de la celda obtuvo que la forma en que se remueve la espuma es un factor que incide en el colapso de burbujas y con ello en la recuperación.

2.2.4. Transporte de la espuma

Autores han propuesto modelos para describir el transporte de la espuma en una celda de flotación. Moys (1984) propone un modelo en el que nueve líneas de corriente representan el transporte de la espuma en distintas posiciones de la fase (Figura 31a), donde el flujo de aire que entra en la fase de espuma ($g_0(x)$) va al concentrado $g_c(x)$ o a la atmósfera $g_b(x)$. Moys utiliza un parámetro de estabilidad de espuma y un parámetro de eficiencia de remoción de espuma para describir el transporte global de espuma. El parámetro de estabilidad de espuma se define como la relación entre el flujo de aire en el concentrado y el flujo de aire en las burbujas que entran en la fase de espuma que tiene una probabilidad distinta de cero de entrar en el concentrado (Notar de la Figura 31a que algunas partes de la espuma se alejan del labio de la celda por lo que tienen

nula probabilidad de ser recuperadas en el concentrado). El parámetro de eficiencia de remoción de espuma se refiere a la relación entre el flujo de aire en el concentrado y el flujo total de aire en las burbujas que entran en la fase de espuma. Asume que la recuperación de espuma es únicamente un resultado del transporte de espuma. Desafortunadamente, el modelo fue muy complejo y no obtuvo una solución, por lo que en el mismo trabajo propone una versión simplificada.

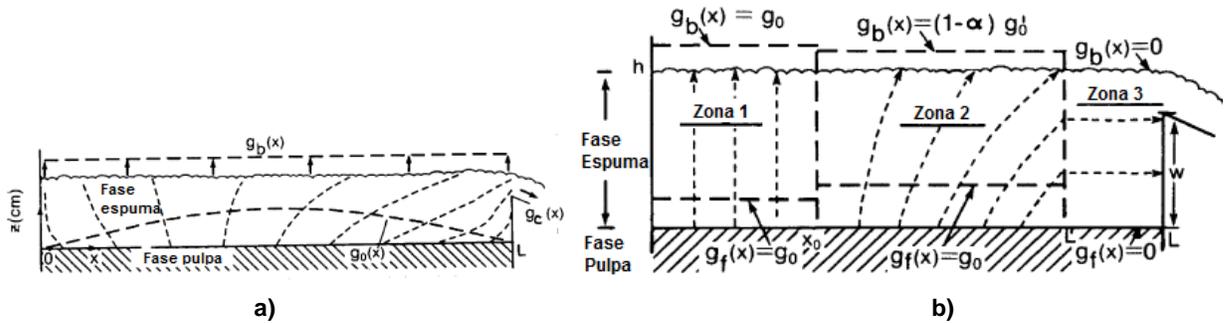


Figura 31. Modelos de transporte de espuma para celdas de flotación. a) Modelo de nueve líneas de corriente. b) Modelo de tres zonas. (Moys, 1984).

El modelo simplificado considera la espuma dividida en tres zonas (Figura 31b). En la primera, todas las burbujas que entran en la fase de espuma ascienden y se rompen en la superficie. En la segunda, sólo una fracción de la espuma asciende y se rompe mientras que el resto se orienta hacia el labio de la celda. En la tercera, todas las burbujas que entran en ella se orientan hacia el concentrado. El tiempo de residencia de la espuma, especialmente en la zona 2, se calcula a partir del aumento de flujo de espuma. El flujo de espuma depende del drenaje, el cual se supone proporcional a la concentración de partículas. Lo importante de este trabajo es que identifica los diferentes comportamientos en la fase de espuma y su efecto en la recuperación de espuma.

Zheng et al. (2004) propone un modelo del transporte de espuma para determinar la distribución de velocidad de la espuma y la distribución del tiempo de residencia, incluyendo las dimensiones de la celda, condiciones operacionales y propiedades de la espuma. Este modelo propone la división de la fase espuma, en una celda cilíndrica, en tres zonas diferentes acorde a las características del transporte de espuma y sus propiedades (Figura 32a).

La primera zona es una región de espuma estancada, cerca del centro de la celda. Para un proceso continuo en estado estacionario, el intercambio entre la fase espuma estancada y la pulpa se considera en equilibrio. La segunda zona se ubica bajo el nivel del labio de la celda, en ella la espuma se mueve en dirección vertical hacia la superficie de la espuma. Como supuesto se asume que la espuma en esta zona se comporta como flujo pistón. Durante la transferencia de la espuma en esta región, se produce coalescencia de las burbujas por lo que la superficie total de burbuja disminuye y como resultado algunas de las partículas adheridas inicialmente se desprenden. Dichas partículas drenan con el agua hacia la fase de pulpa y por tanto la recuperación de espuma depende de la ocurrencia de coalescencia de burbujas y el drenaje. Asume además que el comportamiento de las partículas arrastradas y el agua en la fase espuma

están perfectamente mezclados. La tercera zona está ubicada sobre el nivel del labio de la celda. La espuma en esta zona se mueve en dirección horizontal hacia el labio de la celda. Se asume el nivel de la superficie de la espuma uniforme en toda la celda. En estado estacionario se asume que la cantidad de espuma que entra verticalmente desde la zona inferior es la misma que la espuma que sale desde esta horizontalmente desde esta zona en el concentrado.

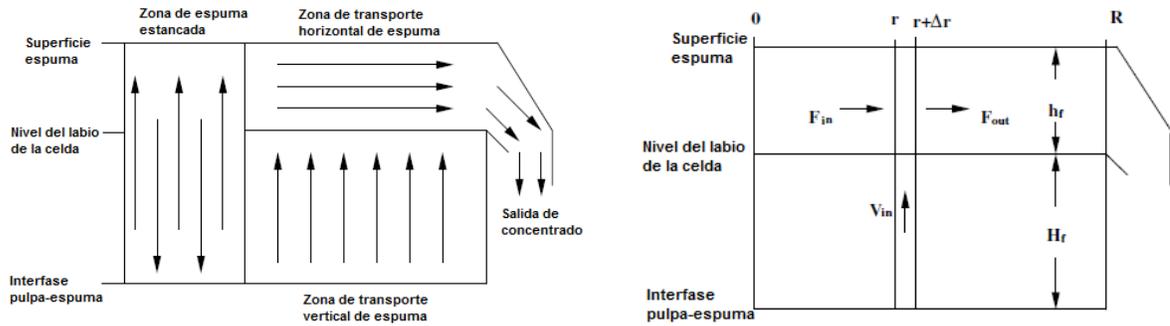


Figura 32. Zonas de transporte de espuma en una celda de flotación. a) Modelo de tres zonas. b) Balance de flujos volumétricos en la zona horizontal. (Zheng et al., 2004).

Asumiendo que las burbujas y las partículas adheridas a ellas ascienden verticalmente por la espuma hasta que llegan al nivel del labio de la celda, la velocidad vertical (v_{fv}) queda determinada por la Ecuación 12.

$$v_{fv} = \frac{J_g}{\varepsilon_g} \quad (12)$$

Para simplificar el modelo, los autores consideran que la concentración de gas en la espuma se mantiene constante, a pesar de que éste crece gradualmente en la dirección vertical desde la interfase pulpa-espuma, debido a que este incremento es más significativo sólo en la región más baja de la fase espuma, donde la mayor parte de partículas arrastradas y agua drenan de regreso a la pulpa. Consideran que la velocidad superficial de gas se mantiene constante en toda la fase espuma, asumiendo que no hay cambios en la sección de la celda.

La espuma que está por sobre el nivel del labio de la celda se asume que se mueve horizontalmente. Las burbujas en la superficie que se rompen no contribuyen al transporte horizontal, por lo que sólo una fracción de la espuma que sube deja la celda en la zona de desplazamiento horizontal. Asumiendo que el volumen de espuma que se rompe por unidad de tiempo por unidad de superficie constante, para el balance de flujos que muestra la Figura 32b, la cantidad de espuma que deja la fase desde la superficie entre r y $(r + \Delta r)$, $\delta(r)$, por unidad de tiempo queda determinada por la Ecuación 13.

$$\delta(r) = \delta \cdot 2 \pi r \cdot r \cdot \Delta r \quad (13)$$

Donde δ es el volumen de espuma que se rompe por unidad de tiempo por unidad de superficie. En el balance, el flujo de espuma que entra desde la región vertical ($V_{in}(r)$) entre r y Δr queda determinado por la Ecuación (14)

$$V_{in}(r) = J_g \cdot 2 \pi r \cdot \Delta r \quad (14)$$

y los flujos de espuma entrando y saliendo de la región horizontal ($F_{in}(r)$ y $F_{out}(r)$ respectivamente) quedan representados por las Ecuaciones 15 y 16, donde h_f es la altura de espuma desde el nivel del labio de la celda hasta la superficie y v_{fh} es la velocidad horizontal.

$$F_{in}(r) = 2 \pi r \cdot h_f \cdot \varepsilon_g \cdot v_{fh}(r) \quad (15)$$

$$F_{out}(r + \Delta r) = 2 \pi (r + \Delta r) \cdot h_f \cdot \varepsilon_g \cdot v_{fh}(r + \Delta r) \quad (16)$$

Asumiendo que el volumen de las partículas desadheridas es muy pequeño en comparación con el volumen de burbujas que se rompen, el balance de flujo en la espuma entre r y Δr se expresa según la Ecuación 17.

$$F_{in}(r) + V_{in}(r) - F_{out}(r + \Delta r) - \delta(r) = 0 \quad (17)$$

De las Ecuaciones 14 a la 17, y la condición de borde de que $v_{fh}(l = 0) = 0$, se tiene que la relación entre la velocidad horizontal de la espuma y r de la Ecuación 18.

$$v_{fh}(r) = \frac{J_g - \delta}{2 \cdot h_f \cdot \varepsilon_g} \cdot r \quad (18)$$

Con ello, Zheng et al. (2004) presentan un modelo simple que considera parámetros operacionales de una celda y sus dimensiones para representar el comportamiento de la espuma en celdas de flotación.

Teóricamente, un sistema de lavado bien implementado es aquel en que el flujo de agua se distribuye de forma homogénea a través de toda la superficie y volumen de la espuma sin desestabilizarla. Idealmente se desea evitar la ocurrencia de 'drop back' de partículas de material valioso.

Los sistemas de lavado de espuma en celdas de flotación columnar se han utilizado ampliamente y con éxito en la industria, aunque en la actualidad se entiende poco sobre el comportamiento del agua de lavado en el interior de la espuma, razón por la cual el método de ensayo y error ha sido la principal forma de optimizar el suministro de agua de lavado. El diseño y la ubicación del sistema de incorporación de agua tiene una influencia considerable en la eficiencia de lavado de espuma. Sin embargo, no se sabe lo suficiente sobre el mecanismo de lavado.

El presente trabajo estudia estructuralmente las espumas, su movilidad en la celda de flotación y el efecto que tiene en su dinámica la incorporación del agua de lavado. En la línea de la generación de nuevos diseños, propone un nuevo sistema para el lavado de espuma y estudia los resultados de su implementación a escala de planta piloto en la recuperación de mineral de cobre en columnas de flotación.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

Este trabajo busca analizar el estado del arte en los sistemas de lavado de espuma en columnas de flotación y evaluar la aplicación de la atomización de la fase acuosa para lavar una espuma. Para ello se ha dividido el estudio en dos partes:

- Experimentos a escala de laboratorio en celda 2D.
- Experimentos de lavado en columna de flotación a escala piloto.

3.1. Pruebas a escala de laboratorio

3.1.1. Montaje experimental

Para el trabajo se utiliza un equipo de laboratorio, diseñado por Minerals & Metals Characterisation And Separation Research Group (M²CSRG) y fabricado por Flugas Ltda. El dispositivo emula una celda de flotación (Figura 33b), El sistema tiene paredes de vidrio de 0.6 cm de grosor y estructura de acero inoxidable. La inyección de gas se realiza mediante lanzas ubicadas en la base de la estructura y es regulable a través de válvulas que controlan el flujo. Adicionalmente, el sistema cuenta con una válvula de descarga en su extremo inferior que permite vaciar el contenido. La alimentación de gas proviene de cilindros conectados a la celda mediante un regulador, tubería de poliuretano de 5 mm de diámetro interior y acoples rápidos. La Figura 33a muestra un esquema con el detalle de las medidas de la celda.

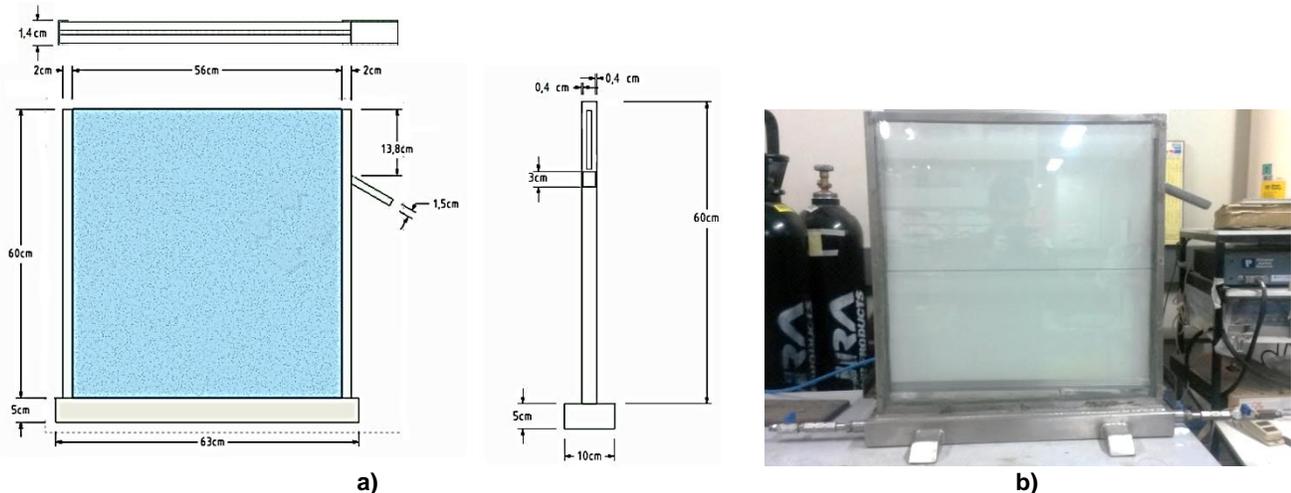


Figura 33. Celda experimental. a) Dimensiones del equipo. b) Fotografía de la celda.

El sistema incluye una luz LED fría, la cual fue diseñada especialmente para evitar cambios en los resultados de la caracterización de la espuma asociados a variaciones de temperatura (Figura 34b). La Figura 34a presenta sus dimensiones.



Figura 34. Luz LED implementada en el sistema. a) Dimensiones de la luz. b) Separación entre la luz LED y la celda.

Para realizar grabaciones y tomar fotografías de la fase espuma se utiliza una cámara marca Canon, modelo EOS Rebel T2i, con una resolución de grabación de 1080p (1920 x 1080 pixeles) con la opción de grabar a 24, 25 y 30 fps. La cámara se ubica a 28 cm de distancia frente a la celda, sobre un pedestal de altura regulable.

El sistema de lavado clásico se implementa usando un recipiente de vidrio con una salida inferior de diámetro interior de 0,4 cm, el cual se instala en el punto medio de la parte superior de la celda.

3.1.2. Condiciones operacionales

Se consideran dos condiciones de flujo de nitrógeno gaseoso en la entrada a la celda, y dos condiciones de concentración de espumante Matfroth 355 de Mathiesen S.A.C. (Tabla 1).

Tabla 1. Condiciones operacionales de las pruebas de laboratorio

Condición	Flujo de gas [l/min]	Espumante [ppm]
1	4.88 ± 0.19	0.46 ± 0.02
2	4.88 ± 0.19	0.70 ± 0.04
3	5.85 ± 0.23	0.46 ± 0.02
4	5.85 ± 0.23	0.70 ± 0.04

Las concentraciones de espumante utilizadas producen profundidades de espuma de entre seis y veinte centímetros, valores que permiten realizar las observaciones buscadas. Adicionalmente estas concentraciones son del mismo orden que lo reportado en trabajos similares (Malysa, 1992). La velocidad superficial de gas corresponde a $1,00 \pm 0,02$ y $1,20 \pm 0,03$ cm/s, valores que se encuentran dentro del rango de operación habitualmente implementado en operaciones de flotación de minerales (Finch y Dobby, 1990).

3.1.3. Caracterización de la fase espuma

Procedimientos generales

La caracterización de la fase espuma involucra las siguientes mediciones: (i) distribución de tamaño de burbuja (DTB), (ii) medición de la velocidad de las burbujas, (iii) fracción de líquido de la fase espuma. El procedimiento general para obtener la información que permite realizar todas estas observaciones consta de las siguientes etapas:

- Procesamiento del video.
- Análisis de imágenes.
- Determinación de la distribución de tamaño de burbujas
- Determinación de velocidad de burbuja.

En este capítulo se explican los pasos que se realizan para el procesamiento de las imágenes. En el Apéndice 1 se incluye el procedimiento detallado para la conversión de los videos capturados a cuadros y en la sección b del mismo se encuentra el detalle

de la manipulación de la herramienta para medir superficie de partículas del software ImageJ.

Metodología de uso del equipamiento

El procedimiento contempla las siguientes etapas:

- Preparar en un recipiente graduado una mezcla de agua destilada y espumante con la concentración correspondiente a la prueba a realizar, la cual se encuentra expresada en ml de espumante por litro de agua.
- Abrir válvulas de la celda y regulador del cilindro de nitrógeno con un flujo de gas tal que permita obtener el J_g establecido para la condición que será puesta a prueba.
- Insertar en la celda cuatro litros de la solución de agua con espumante y esperar que la fase espuma se estabilice.
- Encender la luz LED e instalar la cámara frente a la celda. Ésta última situada a 28 cm de ella, asegurándose de que en la imagen se capture completamente la fase espuma.
- Preparar recipiente de agua de lavado sobre la celda. En el centro de ella.
- Iniciar la filmación, capturar un minuto de la espuma, luego, incorporar el agua de lavado y abrir la válvula de salida de la celda para mantener el nivel de agua en ella. Capturar hasta que el recipiente se vacíe por completo y repetir hasta tener cuatro videos del mismo experimento.

a. Procesamiento de video

Para trabajar con el video es necesario convertirlo en una secuencia de imágenes (cuadros). Para esto se utiliza el software VirtualDub, desarrollado por Avery Lee, el cual permite capturar y procesar videos.

Los principales criterios en la conversión son:

- El video se captura a una tasa de 30 fps.
- Exportar los cuadros en formato BMP para ser procesados utilizando el software ImageJ.

b. Análisis de imágenes

Para el análisis del video se ocupa el software ImageJ (National Institutes of Health). En este trabajo ImageJ fue utilizado para medir la velocidad y tamaño de las burbujas.

Para medir la velocidad de burbujas, se configura la relación de aspecto (escala) y la razón de tiempo entre cada cuadro del estudio. Según cada caso, se ingresa el respectivo número de pixeles en 1 cm de imagen. Con respecto al tiempo, en todas las capturas se tiene 30 fps, lo que significa que entre cada cuadro hay aprox. 0,03 s.

Considerando que ImageJ identifica partículas a través del reconocimiento de bordes, midiendo el área que encierran, los criterios más importantes para la identificación y adecuada medición del tamaño de burbujas utilizando la herramienta de análisis de partículas del software son:

- Mejora de contraste. Se utiliza esta herramienta para asegurarse que las burbujas tengan contornos mejor delimitados.
- Referencia conocida. Es necesario configurar la escala, puesto que el software mide en pixeles. En la celda con este fin se incorporó una huincha graduada.
- Transformar las imágenes a escala de grises, en 8-bit.
- Delimitar el área que será analizada. Generando un duplicado exclusivo de ella.
- Cerrar posibles burbujas que hubiesen quedado abiertas en su contorno con la herramienta correspondiente.
- Filtro de esfericidad entre 0,85 y 1,00.

c. Determinación de la distribución de tamaño de burbujas (DTB)

Se procesa la información generada por el software ImageJ en una planilla Excel, que calcula el diámetro de las burbujas identificadas como tal. Luego se filtran los datos y se estudia la estadística de la DTB.

- Filtrado de cuadros

Primero que todo, se establece el mínimo salto de cuadros entre los cuales se realiza la medición de tal forma que no se cuente una burbuja más de una vez. Para esto

se considera la información obtenida de la velocidad promedio con que ascienden las burbujas y el tiempo de residencia de estas en toda la capa de espuma, según cada caso.

El criterio utilizado considera como intervalo de medición el décimo cuadro pasado un tiempo de residencia.

- Cálculo de diámetro de burbujas

ImageJ mide el área, en unidades de [px²], de las partículas identificadas según los criterios de borde y curvatura anteriormente expuestos, además considera la escala configurada para reportar las mediciones en la unidad definida por el usuario. Con esta información se procede a calcular el diámetro asumiendo áreas circulares según la Ecuación 19.

$$d = \sqrt{\frac{\text{Área} \times 4}{\pi}} \quad (19)$$

- Filtrado de datos

Los valores calculados para los diámetros de burbuja deben ser filtrados. Considerando que las mediciones vienen de circunferencias (por trabajar en dos dimensiones), se establece que una burbuja correctamente identificada será aquella cuyo diámetro mide al menos tres pixeles, encerrando con ello a un pixel y por tanto tiene una superficie de cinco px², tal como se puede ver en el esquema de la Figura 35. Para efectos de éste análisis de imágenes, superficies inferiores sólo constituyen puntos y en ningún caso puede ser tomado en cuenta como una burbuja, luego el diámetro mínimo posible de medir corresponde aprox. a 0,3 mm.

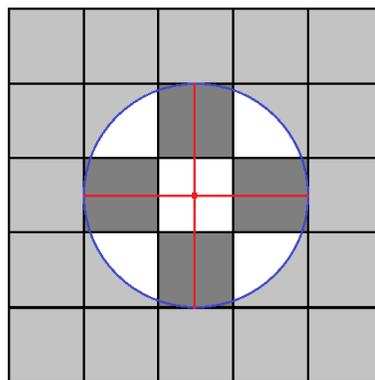


Figura 35. Burbuja correctamente identificada por ImageJ, es aquella que ocupa una superficie de cinco pixeles, cuatro corresponden a la fase líquida y uno la fase gas. Se asume como diámetro mínimo de burbuja 3 pixeles equivalentes a aprox. 0,3 mm.

Al terminar el filtrado de datos se puede estimar la distribución de tamaño de burbujas mediante Excel u otro software, ingresando un rango adecuado de clases.

- Ajuste de las distribuciones

La función distribución de probabilidades que mejor ajusta a los datos experimentales de tamaño de burbuja se obtiene utilizando el software EasyFit (MathWave Technologies), que posee un algoritmo de estimación de parámetros que ajusta hasta 50 distribuciones automáticamente a los datos ingresados por el usuario.

El mejor ajuste se determina mediante pruebas de bondad de ajuste por criterio Chi - cuadrado, Kolmogorov - Smirnov y Anderson – Darling. En este trabajo se descarta el uso de Kolmogorov – Smirnov por ser una herramienta más útil cuando se está comparando dos distribuciones de probabilidad, también se descarta Anderson – Darling por ser más eficiente cuando se prueba que los datos han sido extraídos desde una familia de distribuciones de probabilidad. La estimación del parámetro Chi – cuadrado se usa para medir la discrepancia entre una distribución observada y otra teórica por lo que es el test que mejor se adecúa a lo que se requiere (Sachs, 1984).

d. Determinación de la velocidad de burbuja

Para medir la velocidad de burbujas se utiliza el complemento Particle Manual Tracking de ImageJ, el cual permite seguir cuadro por cuadro una burbuja y reporta la distancia recorrida (en la componente horizontal y vertical) y la velocidad entre cada marca. El procedimiento es el siguiente:

- Marcar una burbuja visible con la herramienta de punto múltiple.
- Seguir la burbuja cuadro a cuadro y marcarla en cada uno de ellos. Si el tamaño de la burbuja aumenta dramáticamente por coalescencia ésta se descarta y se reinicia el proceso con otra burbuja. Se define como aumento dramático que la superficie medida crezca un 50%, lo que significa un aumento de un 22.5% en el diámetro.
- Se marcan al menos seis burbujas en cada medición realizada para obtener un valor promedio.

Validación software ImageJ

Se estudia la calidad de la información sobre la distribución de tamaño de burbujas que entrega ImageJ. Para esto se sigue el procedimiento de determinación de DTB, descrito anteriormente, sólo agua destilada para generar una cantidad limitada de burbujas.

Se utiliza el software para identificar una cantidad limitada de burbujas y estimar la superficie de ellas, para luego estimar su diámetro. Simultáneamente se realiza el procedimiento de forma manual y se comparan los resultados, además se calcula el error entre ambos procedimientos.

Procedimientos antes del lavado de espuma

a. Simetría en la celda

Con la finalidad de simplificar el análisis de imágenes, se divide la espuma en dos secciones iguales (Figura 36) y se estima la distribución de tamaño de burbujas para cada una de ellas en forma separada para compararlas. Con esto se estudia la simetría del sistema.

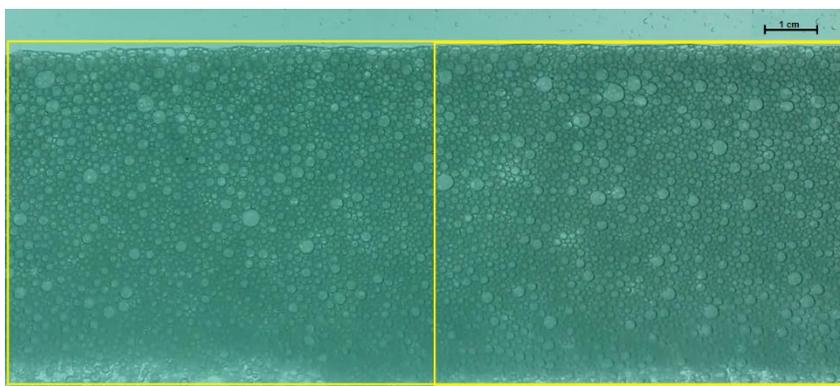


Figura 36. División fase espuma en dos secciones iguales para estudiar simetría.

Dicho estudio se realiza para cada condición experimental. El análisis considera como muestra siete cuadros distintos, separados por el tiempo de residencia correspondiente para cada caso.

Se compara el porcentaje acumulado del tamaño de burbujas entre las mediciones de una misma sección y el promedio global de ambas secciones. Además se estima el error porcentual entre las dos secciones.

b. Tamaño de burbuja en el tiempo y su relación con la altura de espuma

Se estudia la evolución del tamaño de burbuja en el tiempo. La metodología consta de dos etapas: (i) mediciones manuales utilizando la herramienta de Manual Tracking de ImageJ y (ii) estimación de distribución de tamaño de burbujas. Con esta información se analiza el perfil del diámetro de burbuja con la altura de espuma.

En la primera etapa se marcan burbujas ubicadas en la interfase pulpa – espuma con la herramienta de Manual Tracking de ImageJ y se les hace un seguimiento hasta que llegan a la superficie (Figura 37). Para cada marca se registra el diámetro de burbuja en función de la posición y el tiempo transcurrido. Se repite el procedimiento para seis burbujas, de las zonas izquierda, central y derecha de la celda.

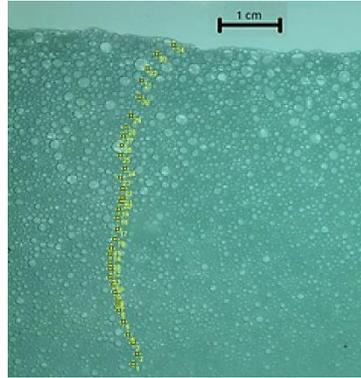


Figura 37. Burbuja marcada para medir su diámetro y con ello estimar su volumen. Se repite el procedimiento para seis burbujas.

La segunda etapa contempla dividir la altura de espuma en cuatro secciones verticales con un ancho de 1 cm (Figura 38) para medir el tamaño de una cantidad controlada de burbujas. Se estima la distribución de tamaño de burbuja en cada una de las secciones usando el procedimiento ya indicado previamente. El procedimiento se repite seis veces, se estima la distribución de tamaño promedio por sección y se compara el tamaño promedio medido manualmente y por ImageJ en cada una de las secciones.

Adicionalmente se calculan los diámetros de diferentes momentos ($d_{1,0}$, $d_{3,2}$) para analizar el sesgo de tamaño por sección.

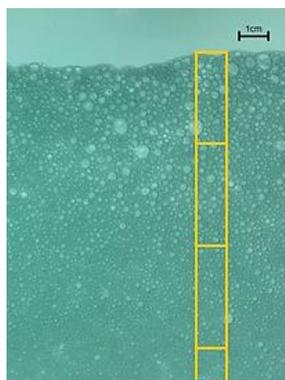


Figura 38. División espuma en cuatro secciones verticales. El ancho de cada sección es de 1 cm, el largo depende del comportamiento observado en las mediciones manuales.

c. Fracción de líquido en la espuma

Se estudia el contenido de aire en la espuma para estimar la variación de la fracción de líquido en ella con respecto a la altura.

Se divide la altura de espuma en siete secciones verticales iguales, con dimensión de 1cm x 1 cm (Figura 39).

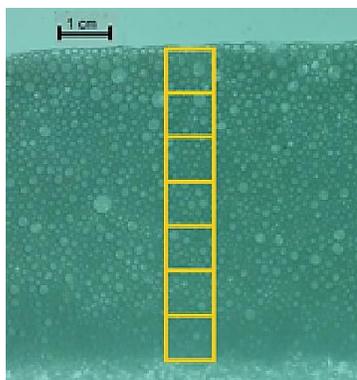


Figura 39. División de la fase espuma en siete secciones verticales iguales. Esta imagen constituye un ejemplo puesto que se repite el mismo procedimiento para las cuatro condiciones experimentales.

Como se trata de un registro en dos dimensiones, el procedimiento consiste en realizar la medición de los diámetros de las burbujas identificadas en cada sección y con estas mediciones estimar la superficie de aire en la espuma. Conocido el valor anterior y considerando que se trata de un sistema de dos fases, la diferencia entre el área total de la sección y el área total de aire medida se asume igual al contenido de agua en la sección. Teniendo este último valor ya es posible tener una estimación de la fracción de

líquido para determinada altura de espuma. Se considera como altura representativa de la sección medida como el centro de ésta.

Las mediciones se realizan para las cuatro condiciones experimentales, para con ello poder obtener los gráficos que muestren de mejor forma la variación de la fracción de líquido en la espuma con la altura y su comportamiento bajo distintas concentraciones de espumante.

Determinación de la distancia crítica de transporte de material al concentrado

Se mide la distancia horizontal entre el labio de la celda y el punto donde ya no se aprecia un evidente movimiento de las burbujas hacia él. Para ello se utiliza el mismo montaje de las mediciones anteriores. Esta vez el nivel de celda utilizado es mayor para asegurar rebose de espuma.

Se realizan mediciones en sistemas de dos y tres fases.

- Sistema de dos fases: Se enfoca la cámara en el sector cercano al labio de la celda una vez que hay salida de espuma.
- Sistema de tres fases: La fase sólida corresponde a mineral de molibdenita por sus características de baja dureza (1 – 1,5 en la escala de Mohs). Esta condición experimental permite evaluar el sistema con sólidos hidrófobos. Adicionalmente permite realizar la observación deseada sin rayar las placas de vidrio de la celda. Se consideran dos condiciones de porcentaje de sólidos, 10% y 15%.

Para las mediciones deseadas se utiliza la herramienta Particle Tracker del software ImageJ. Particle Tracker es una herramienta capaz de identificar partículas en una secuencia de imágenes y demarcar sus trayectorias. El usuario debe configurar la curvatura de partícula y luminosidad para lograrlo.

Para este procedimiento interesa diferenciar las trayectorias verticales de las con orientación hacia la salida de la celda. Una vez que Particle Tracker entrega el reporte de trayectorias sobre la secuencia, se mide la distancia entre el borde de la celda y las trayectorias que tienen una componente de velocidad horizontal notoria.

El procedimiento se repite para 10 secuencias de cada condición para así estimar una distancia promedio y su respectiva desviación estándar.

Adicionalmente, se utiliza la herramienta Manual Tracking para marcar burbujas y hacer un seguimiento de ellas, de manera tal de identificar y medir manualmente la distancia a la salida de la celda en la cual ya no hay desviación de la trayectoria de las burbujas hacia la salida de la celda.

Determinación del perfil de transporte de espuma en la celda

Basado en los resultados para la distancia de transporte al concentrado se centra la atención en la sección de la espuma donde hay burbujas que se desplazan hacia la salida de la celda. En la zona destacada se mide la velocidad, en su componente horizontal y vertical. Para las mediciones se divide la zona de interés como una cuadrícula, con secciones iguales de 1 cm^2 .

El objetivo es comparar las mediciones con estimaciones basadas en el modelo de transporte de espuma en una celda de flotación, presentado por Zheng et al. (2004), aplicado a las condiciones de este trabajo.

Experimentos con lavado de espuma

a. Estimación flujo de lavado

Considerando que el dispositivo utilizado para simular el lavado de espuma se trata de un recipiente que funciona como un estanque en descarga. El flujo de agua en su salida no es constante en el tiempo, se realizan mediciones del volumen descargado para estimar el flujo de salida en el tiempo utilizando una probeta graduada y un cronómetro. Una vez conocido el flujo, en ml/min, se utiliza el valor de los instantes inicial y final de la descarga del estanque por corresponder a los flujos mayor y menor, los cuales corresponden a $31,3 \pm 0,6 \text{ cm}^3/\text{s}$ y $19,7 \pm 0,8 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Si se calcula la velocidad superficial del agua de lavado (J_w), según la Ecuación 1, se tiene que para el mayor flujo, el J_w corresponde a $0,44 \pm 0,01 \text{ cm/s}$ mientras que para el menor flujo es de $0,28 \pm 0,01 \text{ cm/s}$. Valores que se encuentran en el rango recomendado para plantas de flotación industrial (Yianatos et al., 1986).

b. Estimación del perfil de velocidades de ascenso de las burbujas

Se considera que el comportamiento de la espuma es simétrico en la celda. En consecuencia se mide la velocidad de ascenso de las burbujas después de incorporar el jet de líquido que emula el lavado de espuma sólo en una mitad de ella.

Se utiliza la herramienta Manual Tracking de ImageJ para marcar burbujas y hacerles un seguimiento. Con esto se obtiene para cada burbuja marcada la velocidad vertical.

Para trazar el perfil de velocidad vertical con respecto a la distancia al líquido se mide desde la zona de contacto del jet de líquido con la espuma, a distancias separadas por un centímetro entre sí, hasta que se confirme que la velocidad vertical se mantiene constante. Se considera esto último como criterio para identificar la distancia a la cual no

se aprecian efectos significativos del lavado de espuma sobre la velocidad de las burbujas.

Se repite el procedimiento para seis burbujas a una misma distancia del jet y se calcula la velocidad promedio.

La Figura 40 muestra un ejemplo de un cuadro en donde se observa el lavado de espuma y una línea que marca los puntos de medición.

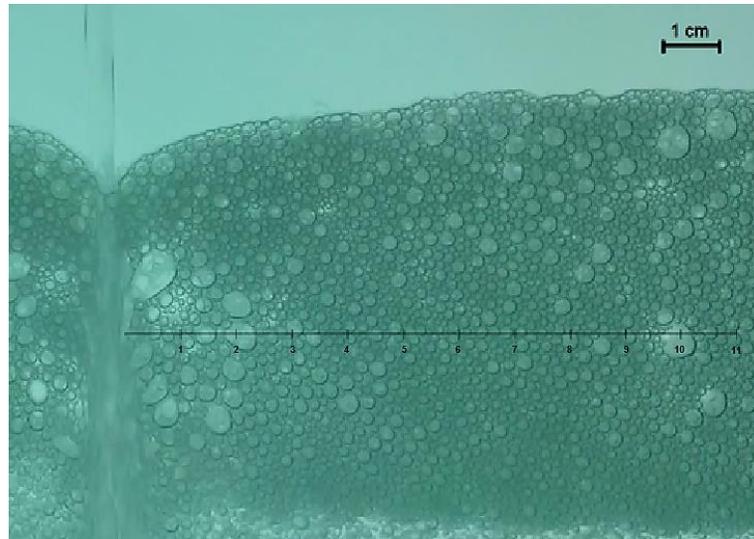


Figura 40. Sección de la celda con marcas para perfil de velocidad mientras se lava espuma.

Para completar el estudio del lavado de espuma se mide la zona de ruptura de espuma la cual se define como aquella zona en la cual las burbujas se rompen o son arrastradas por el líquido (Figura 41a). Además, se mide la zona efectiva de lavado, que es aquella en la que se aprecia agitación de las burbujas (Figura 41b).

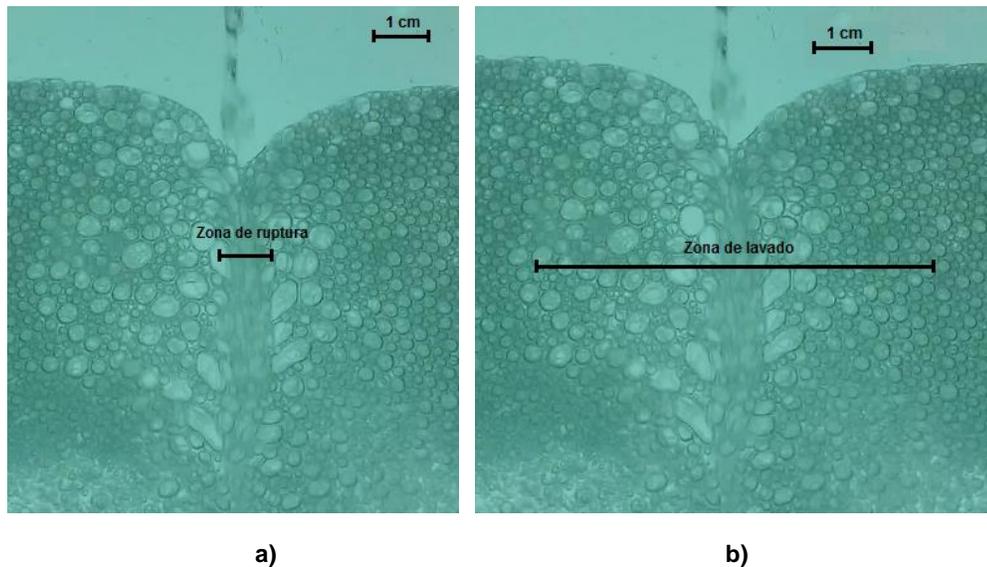


Figura 41. Zonas medidas durante el lavado de espuma. a) Zona de ruptura. b) Zona de lavado.

3.2. Experimentos de lavado de espuma a escala de planta piloto

3.2.1. Montaje planta piloto

Se realiza una campaña piloto de flotación en una celda columnar para evaluar dos sistemas de lavado: (i) clásico (con varios jet's de líquido) y (ii) la utilización de un sistema de nebulización de agua.

La campaña piloto de flotación se realiza en la planta de procesamiento de minerales de SGS Minerals Services S.A.

Se utiliza la celda de flotación columnar que se muestra en la Figura 42a. La columna tiene 4" de diámetro y 4,95 metros de altura y es alimentada desde un estanque pulmón mediante una bomba peristáltica de velocidad variable. El control de nivel de espuma se efectúa mediante un sistema automatizado. El sistema de lavado de espuma (Figura 42b) se ubica a 10 cm sobre la parte superior de la columna e incorpora agua mediante 8 jet's. Se trabaja con mineral de sulfuros de cobre correspondiente a una alimentación *rougher* cuya caracterización mineralógica se realiza mediante la tecnología QEMSCAN.

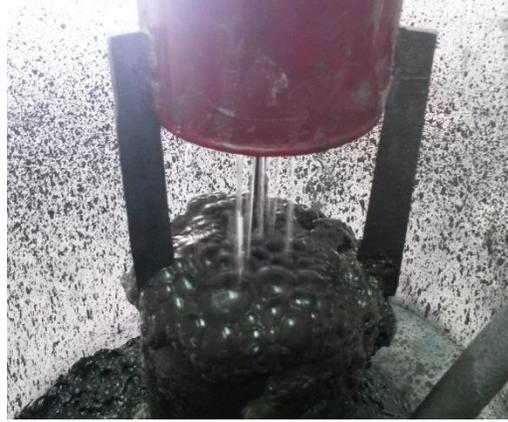


Figura 42. a) Celda columnar de flotación utilizada en la fase de pruebas a escala de planta piloto. b) Sistema de lavado en la parte superior de la columna.

La operación incluye sólo la celda columna, en circuito abierto. La Figura 43 ilustra en forma esquemática la configuración del circuito empleado en el programa experimental. Se utilizan equipos complementarios, como bombas para transporte de pulpa y bomba de pistones (alimentación 220V, 50 Hz monofásico, potencia 1,1 kW) para el sistema de lavado con agua nebulizada. En cuanto a la instrumentación, se usan balanzas tipo Marcy para el control de la concentración de sólidos, pH-metro para el control de pH y flujómetros para el control del agua adicionada.

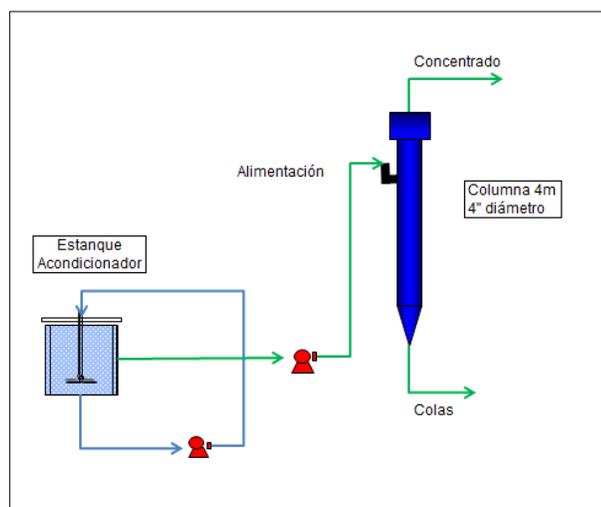


Figura 43. Configuración del circuito implementado en planta piloto. Se opera exclusivamente la columna a través de un sistema de recirculación de flujos.

3.2.2. Procedimiento experimental y condiciones generales de operación

i) Descripción del procedimiento experimental

La primera fase del experimento corresponde a la estabilización del circuito de flotación. Lo principal es alcanzar y mantener estables las condiciones operacionales en ella, lo que se logra mediante controles continuos de variables como el porcentaje de sólidos, altura de la fase espuma, dosificación de reactivo, nivel de pH.

La segunda fase corresponde a la instalación de la bomba y el sistema de agua nebulizada en la parte superior de la columna. Se busca darle flexibilidad a la posición de ésta, especialmente con respecto a la distancia vertical entre la superficie de la espuma y la salida de líquido del dispositivo.

Una vez alcanzadas las condiciones operacionales deseadas, se procede a realizar los muestreos de alimentación, concentrado y colas variando las condiciones de lavado de espuma según cada caso estudiado, lo cual se indica en la sección 3.2.3.

ii) Condiciones de operación

Las principales condiciones operacionales controladas durante la ejecución del programa experimental deben estar en torno a los valores que se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Condiciones operación flotación

Flotación Columna 4"	
Parámetro	
Flujo Alimentación [l/min]	6.0
Flujo de aire [l/min]	5.6
Tiempo de residencia [min]	5.0
J_g [cm/s]	1.15
Espumante F – 749 [g/ton]	8.0
Colector Cu AP – 405 [g/ton]	10.0
Altura de espuma [cm]	105 – 110
Conc. Sólidos [%]	21.0
Volumen Celda [l]	36
pH (Modif. Cal)	11.5 – 11.8

3.2.3. Protocolo experimental de pruebas y muestreo de alimentación, concentrado y colas

La campaña de pruebas piloto de flotación está orientada a generar un concentrado bajo distintas condiciones de lavado de espuma, para luego realizar análisis de laboratorio con las muestras obtenidas.

Se fija un total de ocho condiciones para la operación del lavado de espuma (Tabla 3).

Para la nebulización, se mantiene constante el dispositivo utilizado, se trabaja con dos distancias entre la fase espuma y la salida de agua y además con tres presiones distintas en la bomba de agua.

En el caso con lavado clásico, se mantienen las condiciones de operación utilizadas por SGS S.A.

Tabla 3. Resumen operación lavado de espuma

Condición	Altura Lavado [cm]	Presión bomba [bar]	Flujo de lavado [cm ³ /min]
1	18	P_{\min}	36
2	18	P_{med}	50
3	18	P_{\max}	106
4	28	P_{\min}	36
5	28	P_{med}	50
6	28	P_{\max}	86
7	Sin Lavado	Sin Lavado	0
8	10	Lavado clásico	100 - 110

Un mayor detalle de la operación en planta se encuentra en el Apéndice 2.

En la campaña de muestreo, para cada condición, una vez que la columna se encuentra estabilizada, se colecta tres sub-muestras del flujo de alimentación a la columna, concentrado y colas. Los cortes se realizan cada 10 min, de forma tal de asegurarse que se sobrepasa el tiempo de residencia de la pulpa en la columna. Con esto se generan compósitos para cada condición.

Los compósitos se envían a análisis químico por Cu. En el caso de los concentrados análisis por volumetría mientras que las muestras de alimentación y colas a análisis por absorción atómica por tratarse de leyes inferiores a 10%.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Límites y restricciones del software ImageJ para análisis de tamaño de burbuja

Para el desarrollo de este trabajo resulta muy importante garantizar que las mediciones realizadas por el software utilizado son confiables y además simplificar el procesamiento de la información. En esta sección se presentan la validación del software ImageJ para el análisis de tamaño de burbuja y se demuestra que el comportamiento de la espuma es similar en todo el equipo donde se realiza la medición.

4.1.1. Validación software ImageJ vs análisis manual de tamaño de burbuja

Para la validación, se considera un cuadro de video como el que se muestra en la Figura 44, en un sistema de dos fases (agua y gas) sin espumante.

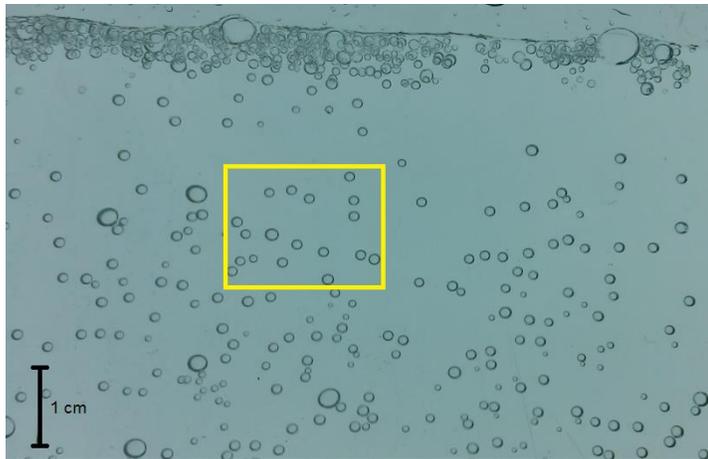


Figura 44. Cuadro validación ImageJ. Se selecciona una zona acotada para medir el tamaño de las burbujas que ocupan dicho espacio de forma manual y a través de la herramienta de identificación de bordes de ImageJ. Sistema de dos fases sin espumante.

La Figura 45a detalla la imagen seleccionada en la Figura 44. El software ImageJ identifica burbujas a través de sus bordes, por lo que el protocolo considera un aumento del contraste tal como se puede ver en la Figura 45b.

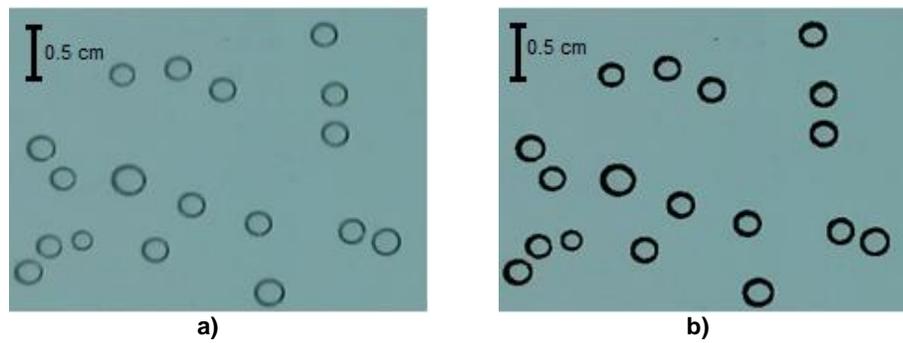


Figura 45. Zona marcada para validación. a) Zona seleccionada. b) Reconocimiento de elementos a partir de sus bordes en la zona seleccionada.

Luego, utilizando la herramienta de reconocimiento de partículas, se puede ver que se identifican 19, las cuales se encuentran numeradas en la Figura 46.

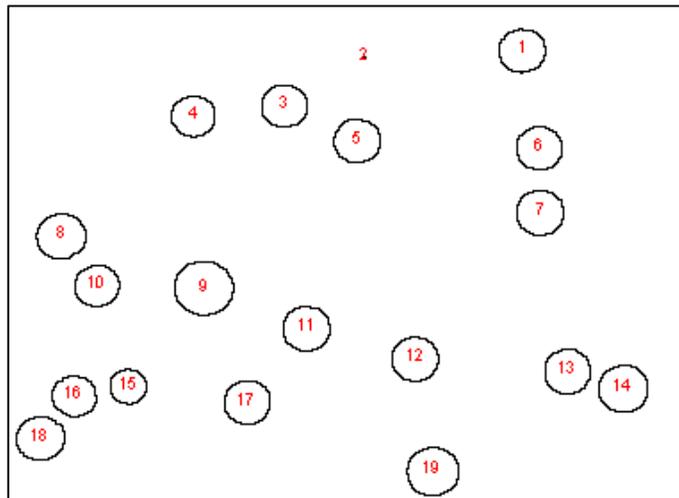


Figura 46. Output gráfico de la herramienta de identificación de partículas de ImageJ, se muestran enumeradas las burbujas detectadas por el software.

ImageJ reporta la superficie en px^2 , por lo que con esta información y usando la escala se calcula la superficie de las burbujas en mm^2 y luego calcular el diámetro de las burbujas. Los resultados de tamaño de burbuja obtenidos de forma manual así como los generados por el software en forma automática son resumidos en la Tabla 4.

Tabla 4. Resumen validación diámetros ImageJ

Burbuja	Área		Diámetro [mm]		Error [%]
	[px ²]	[mm ²]	Software	Medido	
1	313	3.654	2.157	2.162	0.23
3	322	3.359	2.068	2.032	1.74
4	293	3.224	2.026	2.014	0.59
5	331	3.678	2.164	2.126	1.76
6	330	3.593	2.139	2.109	1.40
7	331	3.864	2.218	2.139	3.56
8	342	3.753	2.186	2.158	1.28
9	483	5.224	2.579	2.620	1.56
10	283	3.060	1.974	1.927	2.38
11	329	3.767	2.190	2.143	2.15
12	321	3.777	2.193	2.167	1.19
13	314	3.631	2.150	2.161	0.51
14	323	3.617	2.146	2.140	0.28
15	205	2.172	1.663	1.613	2.99
16	291	2.999	1.954	1.961	0.36
17	323	3.431	2.090	2.064	1.24
18	365	3.641	2.153	2.097	2.60
19	382	4.297	2.339	2.334	0.21

Notar que el error porcentual, en todos los casos que constituyen efectivamente a una burbuja, es inferior a un 4%. Estas diferencias se deben a que en el proceso de mejora del contraste de los bordes de las burbujas se aumenta el espesor de línea de ellos.

Se puede afirmar entonces que la herramienta de reconocimiento de partículas de ImageJ permite calcular el diámetro de las burbujas con un error experimental inferior a un 5% lo que valida la utilización del software para medir el tamaño de las burbujas a través del reconocimiento de bordes y con ello estimar la distribución de tamaño de burbuja en un rango acotado.

4.1.2. Simetría en la celda

Se busca demostrar que el tamaño de burbuja es consistente a lo largo de la celda. Para ello se presenta la distribución del diámetro de burbuja, por fracción acumulada, para las siguientes condiciones de flujo de aire y concentración de espumante estudiadas en laboratorio. Estas condiciones son consideradas como condiciones de referencia, caracterizadas por J_g 1 cm/s – 0,46 ppm de espumante y J_g de 1,2 cm/s - 0,70 ppm de espumante. El análisis se realizó para siete cuadros distintos, en el lado izquierdo y derecho de la celda, en cada una de las condiciones (Tabla 5).

Tabla 5. Diámetro promedio de burbujas por sección de la celda.

Clase	$J_g = 1 \text{ cm/s} - 0.46 \text{ ppm}$				$J_g = 1.2 \text{ cm/s} - 0.70 \text{ ppm}$			
	Izquierda [%]	Derecha [%]	Promedio [%]	Error [%]	Izquierda [%]	Derecha [%]	Promedio [%]	Error [%]
0.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.4	8.00	7.72	7.86	1.13	0.00	0.00	0.00	0.00
0.5	29.38	28.70	29.04	2.45	24.81	23.75	24.28	1.47
0.6	44.64	45.36	45.00	2.62	43.00	43.45	43.22	2.16
0.7	56.73	58.26	57.50	2.47	54.65	56.24	55.44	2.69
0.8	66.59	68.17	67.38	2.44	63.26	65.55	64.40	3.03
0.9	73.92	75.31	74.62	2.26	72.51	75.38	73.95	3.13
1.0	79.94	81.17	80.56	2.16	79.23	81.74	80.48	2.99
1.1	83.96	85.06	84.51	2.02	84.08	86.01	85.04	2.56
1.2	87.46	88.55	88.00	1.89	87.89	89.36	88.63	2.24
1.3	90.04	90.85	90.44	1.66	90.73	91.93	91.33	1.76
1.4	92.05	92.50	92.28	1.51	92.70	93.71	93.21	1.51
1.5	93.74	93.86	93.80	1.34	94.21	95.06	94.63	1.27
1.6	94.89	94.90	94.89	1.14	95.19	95.90	95.54	1.04
Y mayor	100.00	100.00	100.00	0.00	100.00	100.00	100.00	0.00

La Figura 47 presenta de forma gráfica estos resultados.

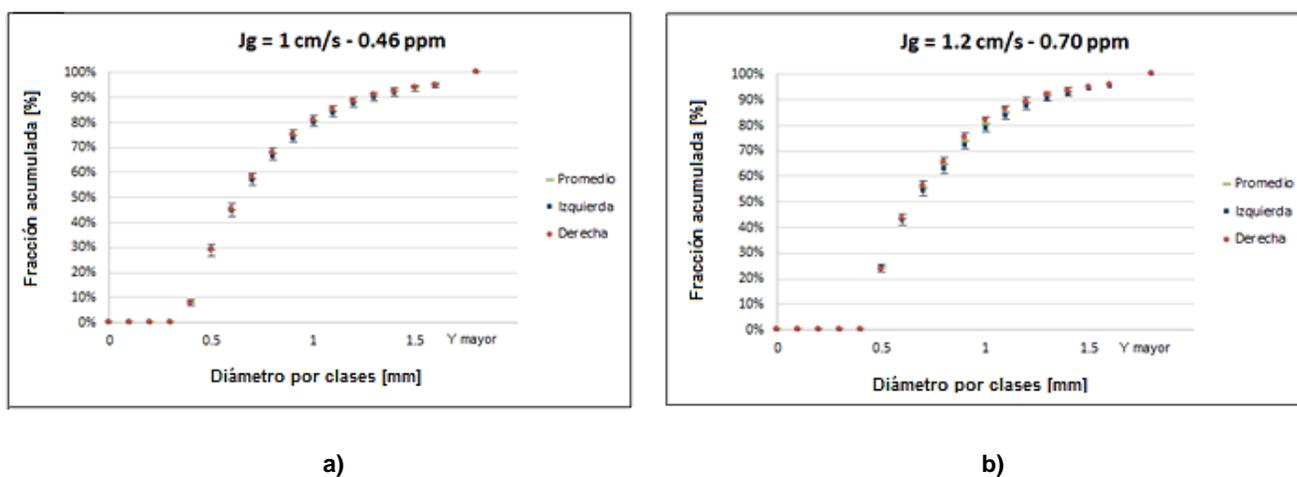


Figura 47. Diámetro promedio de burbuja en fracción acumulada por sección de la celda. a) resultados promedio para la condición con $J_g = 1 \text{ cm/s}$ y $0,46 \text{ ppm}$. b) $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$ y $0,70 \text{ ppm}$.

Se observa que el comportamiento del diámetro de las burbujas en las dos secciones de la celda es similar (error inferior a 5%) (Tabla 5).

Con estos resultados se concluye que el comportamiento de la espuma durante las pruebas experimentales se puede asumir simétrico y por tanto mediciones posteriores pueden enfocarse sólo en una de las dos mitades de la celda, sin alterar la calidad de la información obtenida.

Notar que no se tiene información para burbujas de diámetro pequeño por las limitaciones de la resolución de las imágenes capturadas durante la fase experimental. Según la escala, los diámetros pequeños que no pudieron ser contabilizados se debe a que miden una distancia menor a tres píxeles.

Las otras dos condiciones no son reportadas por presentar un comportamiento análogo al expuesto. En la sección Apéndice 3 se encuentra el detalle de las mediciones para las cuatro condiciones experimentales.

4.2. Estudio estructural de la espuma y factores que la impactan

4.2.1. Diámetros característicos

Con la información obtenida de las mediciones en la espuma con ImageJ se calcula los diámetros característicos para cada una de las condiciones experimentales. El cambio de tamaño de la población de burbujas con la concentración de espumante a distintas velocidades superficiales se presenta en la Tabla 6. En ella se puede ver que en ningún caso el valor del diámetro de Sauter es similar al del diámetro medio, lo que significa que el tamaño de las burbujas en la celda completa no es monodisperso (Rodrigues y Rubio., 2003).

Tabla 6. Resumen diámetros característicos por condición experimental

Espumante [ppm]	Parámetro	J_g [cm/s]	
		1	1.2
0.46	$d_{1,0}$	0.779 ± 0.025	0.784 ± 0.034
	$d_{2,1}$	1.064 ± 0.044	1.075 ± 0.032
	$d_{3,2}$	1.767 ± 0.081	1.891 ± 0.087
0.70	$d_{1,0}$	0.644 ± 0.015	0.745 ± 0.033
	$d_{2,1}$	0.894 ± 0.039	1.103 ± 0.029
	$d_{3,2}$	1.621 ± 0.071	1.789 ± 0.035

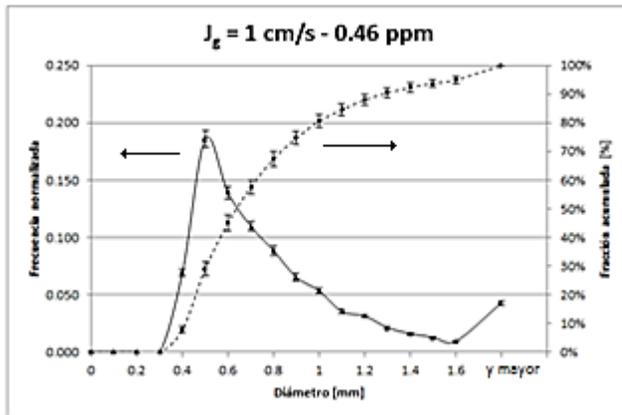
Dobby y Finch (1986) describen que el diámetro de burbuja se comporta según $d_{3,2} = kJ_g^x$, donde el valor de x depende del material del sparger de la celda y varía entre 0,20 y 0,53. También para sistemas de dos fases, O'Connor et al. (1990) ajusta sus datos experimentales para diámetro de burbuja en espumas de dos fases a la misma relación, con $x = 0,40$. Los resultados obtenidos para el diámetro de Sauter son concordantes con lo expuesto por la literatura, de un ajuste se tiene valores de x de 0,41 y 0,47, con valores para k de 0,72 y 1,65 respectivamente.

4.2.2. Impacto de la concentración del espumante y de la velocidad superficial de gas en el tamaño de burbuja

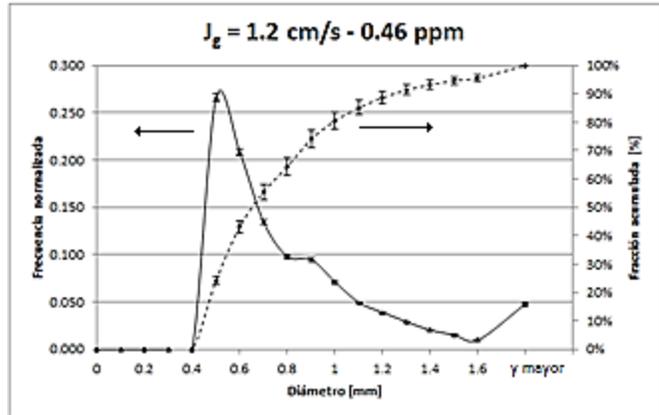
Se busca observar el efecto de la concentración de espumante y de la velocidad superficial de gas en el tamaño de las burbujas. Para ello se presenta en la Figura 48 el promedio de la distribución de tamaño de burbuja y la fracción acumulada para las cuatro condiciones puestas a prueba en la celda de laboratorio. Cada medición incluye su respectiva barra de error. Adicionalmente la curva de distribución se presenta normalizada.

Para el caso J_g 1 cm/s, si se presta atención a la curva de la fracción acumulada, se observa por ejemplo que al aumentar la concentración de espumante desde 0,46 ppm a 0,70, ppm el diámetro promedio de las burbujas baja desde 7,86% bajo 0,4 mm de diámetro hasta 26,72% bajo esta misma medida, o el cambio de 80,56% bajo 1 mm a 88,53%. Es necesario notar que dichas concentraciones de espumante, al ser tan bajas, se encuentran por debajo de su CCC (concentración crítica de coalescencia). En general, se puede decir que para ambos casos la curva de fracción acumulada se desplaza hacia arriba.

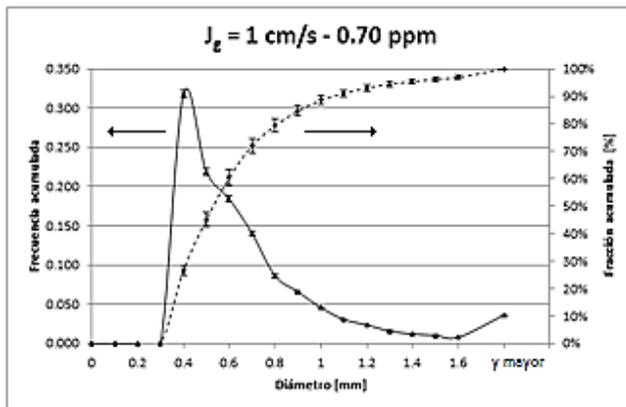
Si estas observaciones se complementan con la información de la Tabla 6. Se puede ver que el diámetro de Sauter disminuye al aumentar la concentración del espumante. Desde 1,77 mm a 1,62 mm para una velocidad superficial de gas de 1 cm/s, mientras que para el caso de 1,2 cm/s disminuye desde 1,89 mm a 1,79 mm.



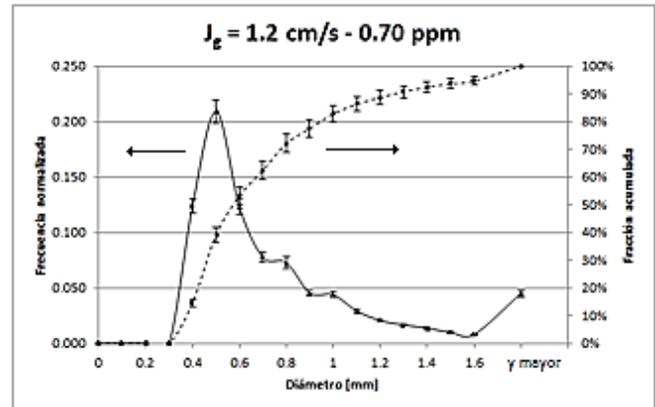
a)



b)



c)



d)

Figura 48. Distribución de tamaño de burbuja y porcentaje acumulado. La curva de línea continua corresponde a la distribución promedio de tamaño y la curva segmentada representa el porcentaje acumulado.

Los resultados son consistentes con el efecto del espumante sobre el tamaño de burbuja ($d_{3,2}$) debido a la disminución de la tensión superficial por el espumante (O'Connor et al., 1990).

Se confirma que al aumentar la concentración de espumante, cuando se trabaja con valores bajo la CCC, disminuye el tamaño de burbujas. Lo anterior se explica porque en estas condiciones el tamaño de las burbujas está controlado por la coalescencia. Entonces, al acercarse la concentración al valor CCC las burbujas se empiezan a estabilizar y el tamaño deja de estar completamente determinado por la coalescencia y comienza a depender en mayor medida de la geometría y las condiciones hidrodinámicas del sistema (Cho et al., 2002).

Si ahora el análisis se centra en el impacto de la velocidad superficial de gas, se debe comparar nuevamente las gráficas por pares pero ahora dejando fija la concentración de espumante. Entonces, para la concentración de 0,46 ppm se fija la atención en las gráficas a y b mientras que para 0,70 ppm en las figuras c y d.

Centrando la observación en las respectivas curvas de distribución de tamaño, se puede ver que al aumentar la velocidad superficial de gas ésta curva se ve desplazada

hacia la derecha debido a que el diámetro de burbuja alcanza valores más altos. Si adicionalmente se utiliza la información de la Tabla 6, se puede ver que para el caso 0,46 ppm el diámetro de Sauter aumenta desde 1,767 mm a 1,891 mm, cambio que representa un aumento de 7,02%. Para el caso de 0,70 ppm el diámetro aumenta desde 1,621 mm a 1,789 mm, lo que representa un aumento de 10,36%. Estos resultados son concordantes a la literatura, que expone que la tendencia es que a mayor velocidad superficial de gas el diámetro de Sauter también es mayor (Sada et al., 1978; Ghosh y Ulbrecht, 1989).

Utilizando la información de la Figura 48 se grafica, para las cuatro condiciones experimentales, el valor absoluto de la pendiente entre dos puntos para observar las tendencias de comportamiento del tamaño de burbuja y el número de componentes presentes en cada caso. Estos resultados se presentan en la Figura 49.

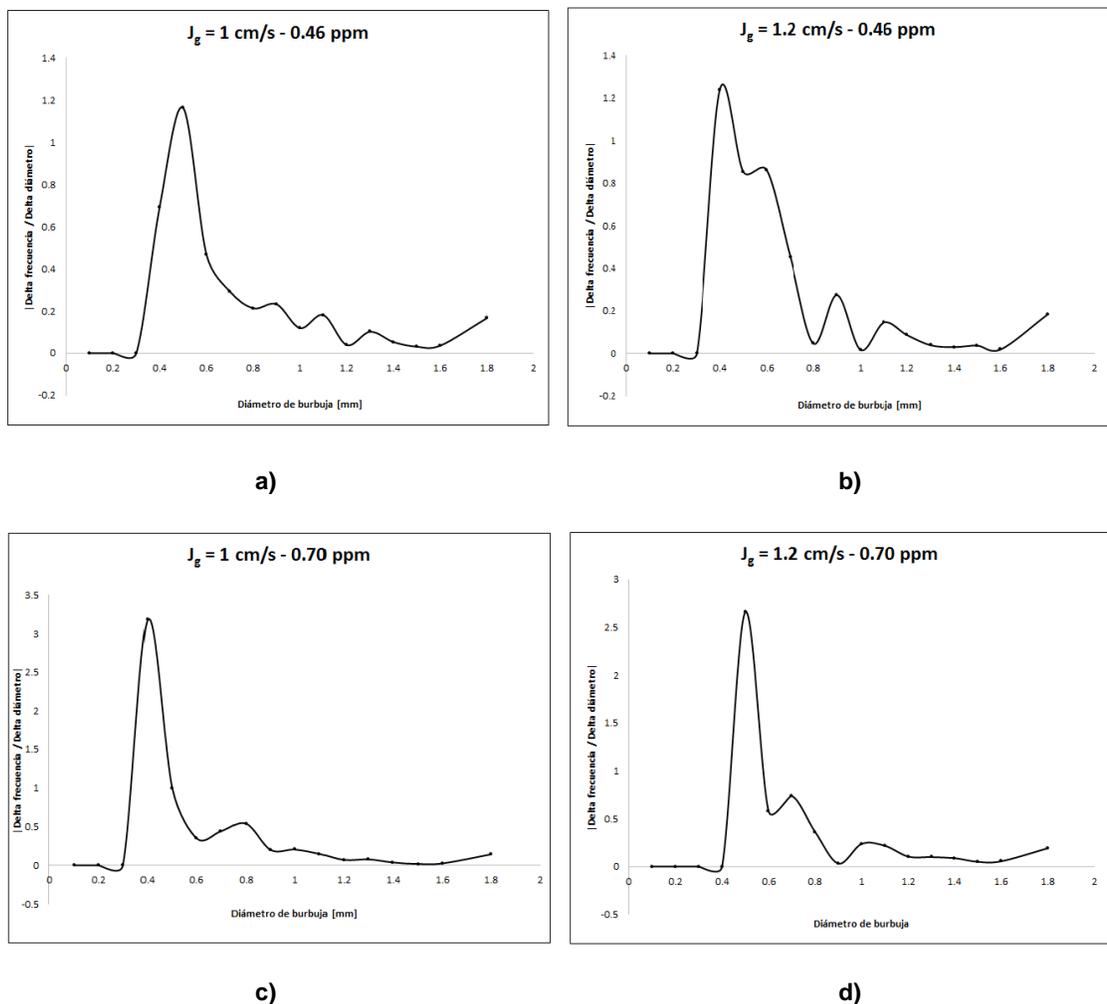


Figura 49. Valor absoluto de delta frecuencia / delta diámetro para las cuatro condiciones experimentales.

Si la observación se concentra en el efecto de la concentración de espumante para una misma velocidad superficial de gas (pares a – c y b – d en la Figura 49). Se observa

que aumentar la concentración de espumante disminuye el número de componentes (peaks), confirmando la disminución de tamaño de burbuja y la concentración de la población de burbujas en los menores diámetros. En el caso del aumento del J_g para una concentración de espumante fija, se tiene que los peaks son más altos en los diámetros mayores, lo que se condice con el aumento de tamaño con la velocidad superficial de gas.

La Figura 50 presenta el perímetro de las burbujas por unidad de área para cada clase de diámetro de burbuja para observar el efecto de la concentración de espumante en la superficie disponible de burbujas.

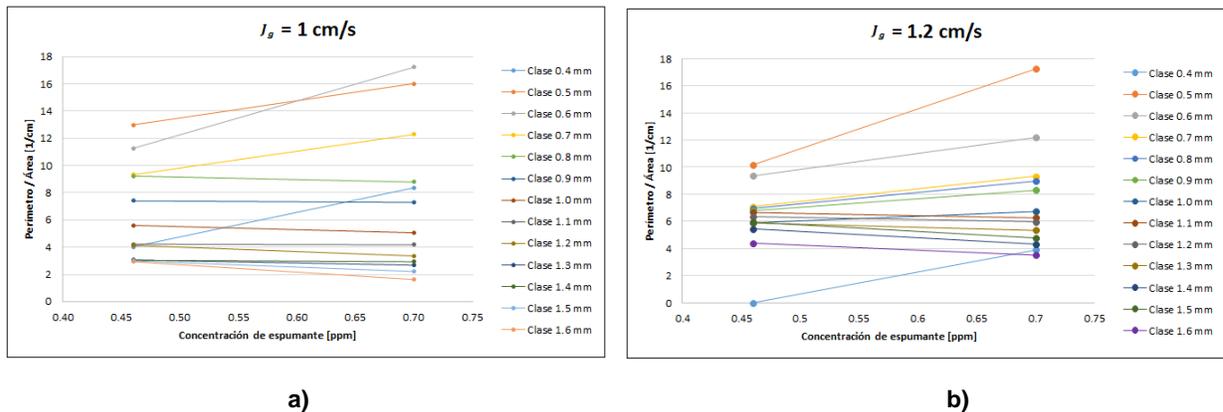


Figura 50. Perímetro/área para cada clase de diámetro de burbuja. a) $J_g = 1 \text{ cm/s}$. b) $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$.

Se observa que, al aumentar la concentración de espumante, los perímetros de las burbujas de menor diámetro alcanzan mayor longitud, lo que se interpreta como mayor estabilidad de las burbujas más pequeñas. Sin embargo, para diámetros mayores a 1 mm, la longitud se mantiene prácticamente constante. En el caso del aumento en la velocidad superficial de gas, para una misma concentración de espumante, se reduce el perímetro de los menores diámetros mientras que en el caso de los mayores diámetros el perímetro es mayor, confirmando el efecto esperado para aumentos en el J_g . Una tabla con el detalle de estos resultados se encuentra en el Apéndice 4.

4.2.3. Ajuste de distribución de tamaño

Para completar el análisis del comportamiento de la espuma, se busca la distribución de probabilidad conocida a la que mejor se ajustan los datos obtenidos de las mediciones mediante ImageJ. Para ello se utiliza el software EasyFit.

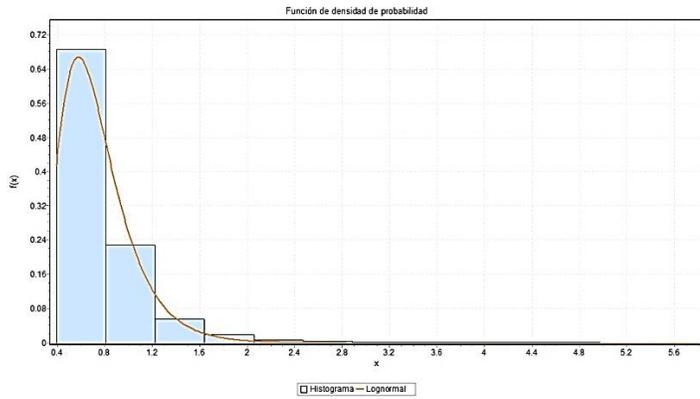
En la Figura 51 se presentan los histogramas de las distribuciones y la curva ajustada por software. Los histogramas muestran una asimetría positiva, en donde la mayoría de los valores ocurren en las proximidades de un valor mínimo, resultado que tiene una tendencia similar a la presentada por Yianatos et al. (1986).

Basado en el test Chi – cuadrado para la bondad de ajuste, realizado por el mismo software, se tiene que la función distribución de probabilidades a la que mejor se ajustan las cuatro condiciones corresponde a la distribución log normal, la cual es característica en conjuntos de datos como los que se tiene en este trabajo, donde existe mayor frecuencia de valores pequeños (Sachs L., 1984). Además, Granqvist et al. (1976) demuestran que las partículas que crecen por coalescencia se distribuyen de forma log normal debido a que corresponde a un fenómeno en el que la variable estudiada (el tamaño de burbuja) es la resultante de un número elevado de interacciones independientes (interacción entre dos burbujas) que se componen de manera multiplicativa pero que tienen un efecto despreciable frente al global (la espuma completa). Adicionalmente, este resultado se condice con lo presentado por Piret (1980), Kamp et al. (2001) y Grau et al. (2005), aunque este último trabajo sólo ajusta la fracción acumulada del tamaño de burbujas a una distribución log normal. La Tabla 7 muestra los parámetros correspondientes al ajuste de cada condición, la media aritmética (\bar{x}), desviación estándar (s) y el coeficiente de variación (s/\bar{x}).

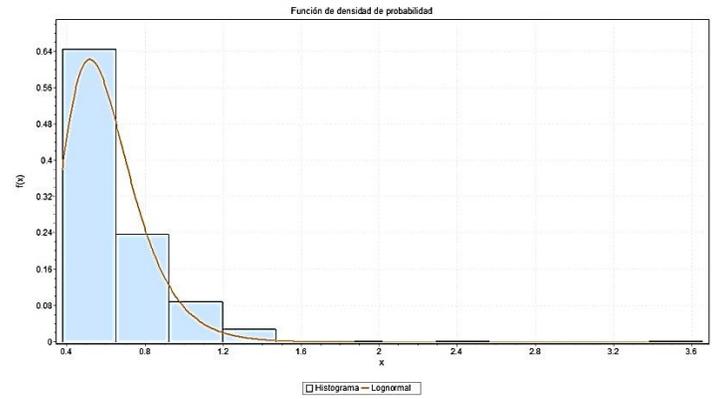
Tabla 7. Parámetros distribución log normal para el ajuste

J_g [cm/s]	Espumante [ppm]	σ	μ	s	\bar{x}	s/\bar{x}
1	0.46	0.42	-0.39	0.41	0.75	0.55
1	0.70	0.35	-0.56	0.24	0.61	0.40
1.2	0.46	0.46	-0.33	0.50	0.81	0.61
1.2	0.70	0.48	-0.52	0.44	0.68	0.65

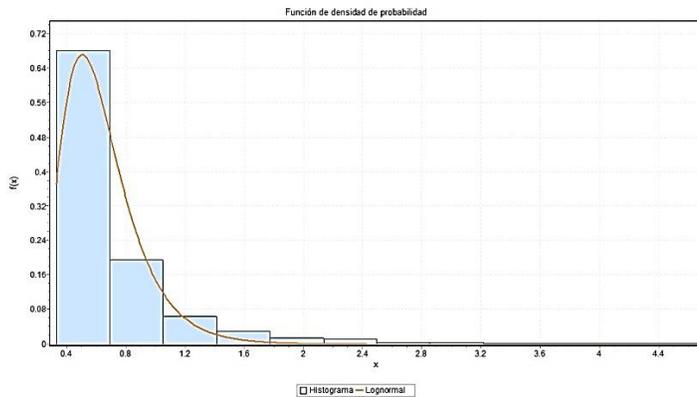
El alto valor del coeficiente de variación significa que el diámetro de burbuja es heterogéneo en la celda, resultado que es consecuente con los resultados presentados previamente. Los mayores valores se presentan cuando es mayor la velocidad superficial de gas, confirmando que a mayor flujo de gas las burbujas alcanzan mayores diámetros, lo que se traduce en un mayor coeficiente de variación.



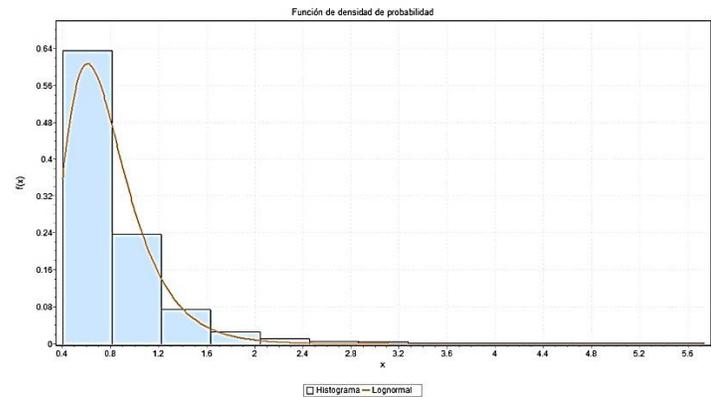
a)



b)



c)



d)

Figura 51. Histogramas de distribución de tamaño de burbuja junto a la curva de ajuste de distribución log normal por Easyfit. a) Condición $J_g = 1 \text{ cm/s}$ y conc. Esp. 0,46 ppm. b) Condición $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$ y conc. Esp. 0,46 ppm. c) Condición $J_g = 1 \text{ cm/s}$ y conc. Esp. 0,70 ppm. d) Condición $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$ y conc. Esp. 0,70 ppm.

4.3. Estudio dinámico de la espuma

4.3.1. Evolución del tamaño de burbuja con la altura de espuma

Para estudiar el comportamiento del tamaño de burbuja con la altura de la espuma se presenta las mediciones de las dos condiciones de referencia. En las Figuras 52 y 53 se puede ver una parte de la fase espuma, con las curvas de distribución de tamaño de burbuja para cada una de las secciones marcadas (gráficas a la izquierda).

El diámetro de burbuja es mayor mientras más cerca de la superficie de la espuma se realice la medición (las curvas se van desplazando hacia la derecha). Se puede ver además que el ancho de la muestra es mayor con el aumento de la altura. Esto último es más claro verlo con las gráficas para la pendiente entre dos puntos (gráficas a la derecha

en Figuras 52 y 53). Se observa en ambos casos que a medida que se sube en la espuma hay un mayor número de componentes (peaks), lo que significa que la población de burbujas se va distribuyendo en un rango más amplio de diámetros. Esto además se confirma comparando los valores para el diámetro de Sauter ($d_{3,2}$) con el promedio aritmético ($d_{1,0}$), como se muestra en la Tabla 8, donde la zona 1 se refiere a la más baja mientras que la 4 a la más alta.

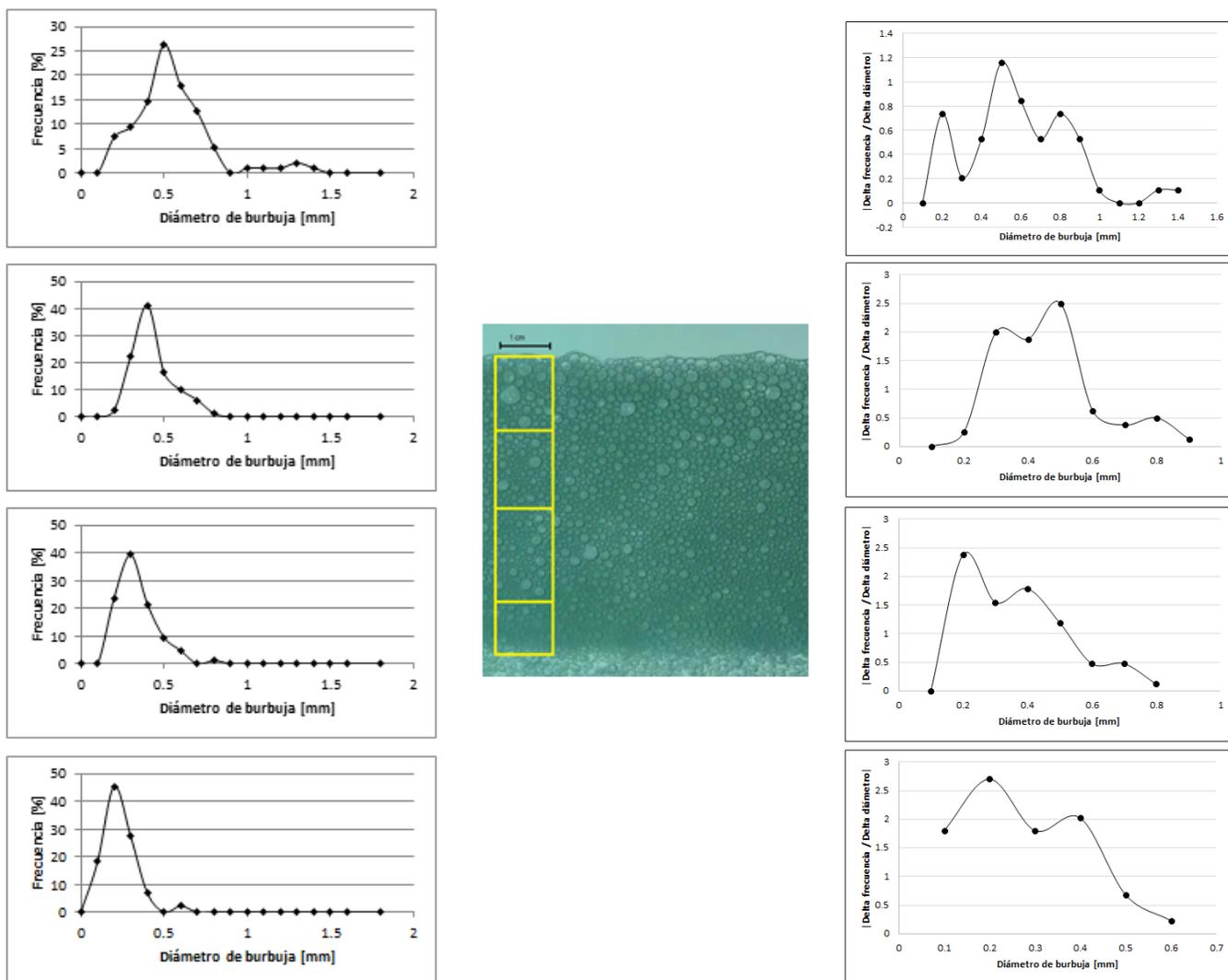


Figura 52. A la izquierda, distribución de diámetro de burbuja con la altura de espuma. Condición $J_g = 1$ cm/s, conc. esp: 0,46 ppm. Se aprecia el desplazamiento de la curva hacia la derecha a mayor altura de espuma. A la derecha, valor absoluto de delta frecuencia/delta diámetro.

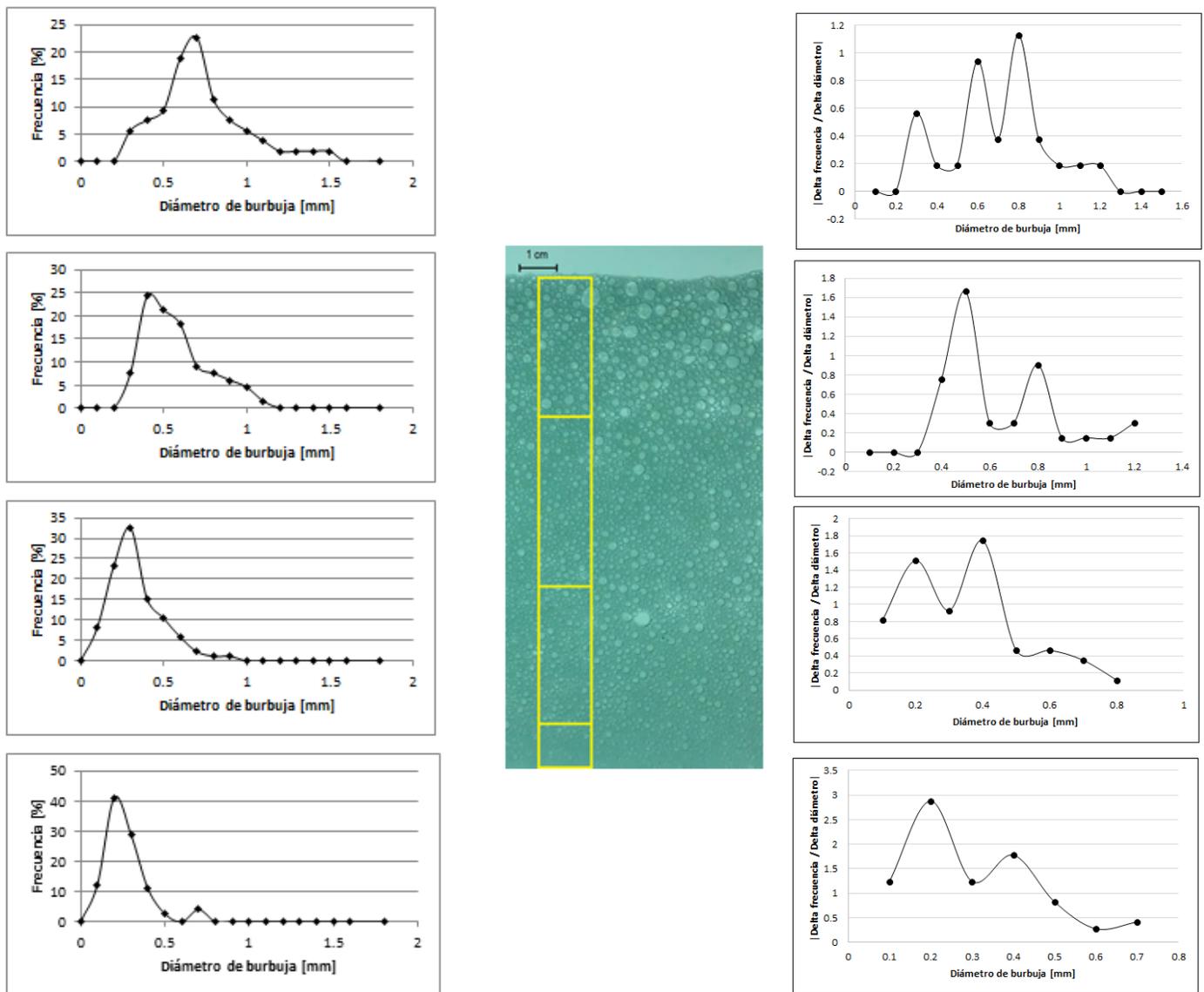


Figura 53. A la izquierda, distribución de diámetro de burbuja con la altura de espuma. Condición $J_g = 1,2$ cm/s, conc. Esp: 0,70 ppm. La curva se desplaza hacia la derecha y se hace más amplia a mayor altura de espuma. A la derecha, valor absoluto de delta frecuencia/delta diámetro.

Tabla 8. Evolución del diámetro de Sauter y promedio.

$J_g = 1 \text{ cm/s} - \text{Esp. } 0.46 \text{ ppm}$				
Sección	1	2	3	4
$d_{1,0}$	0.24	0.36	0.54	0.69
$d_{3,2}$	0.27	0.58	0.77	0.93
$J_g = 1.2 \text{ cm/s} - \text{Esp. } 0.70 \text{ ppm}$				
Sección	1	2	3	4
$d_{1,0}$	0.27	0.40	0.67	0.78
$d_{3,2}$	0.28	0.57	0.84	1.13

En las secciones inferiores, el diámetro de Sauter y promedio son muy parecidos debido a que se tiene diámetros pequeños y acotados, mientras más cerca de la superficie de la fase espuma se vuelven cada vez más diferentes puesto que hay mayor dispersión en los datos, lo que se explica por el sesgo del diámetro de Sauter en distribuciones amplias.

Se ha mostrado que las burbujas aumentan su tamaño con la altura de espuma, para ello se ha utilizado las distribuciones de tamaño de distintas secciones de la fase espuma. Esta vez en la Figura 54b se presenta el perfil de crecimiento de tamaño con la altura de espuma para las dos condiciones presentadas anteriormente.

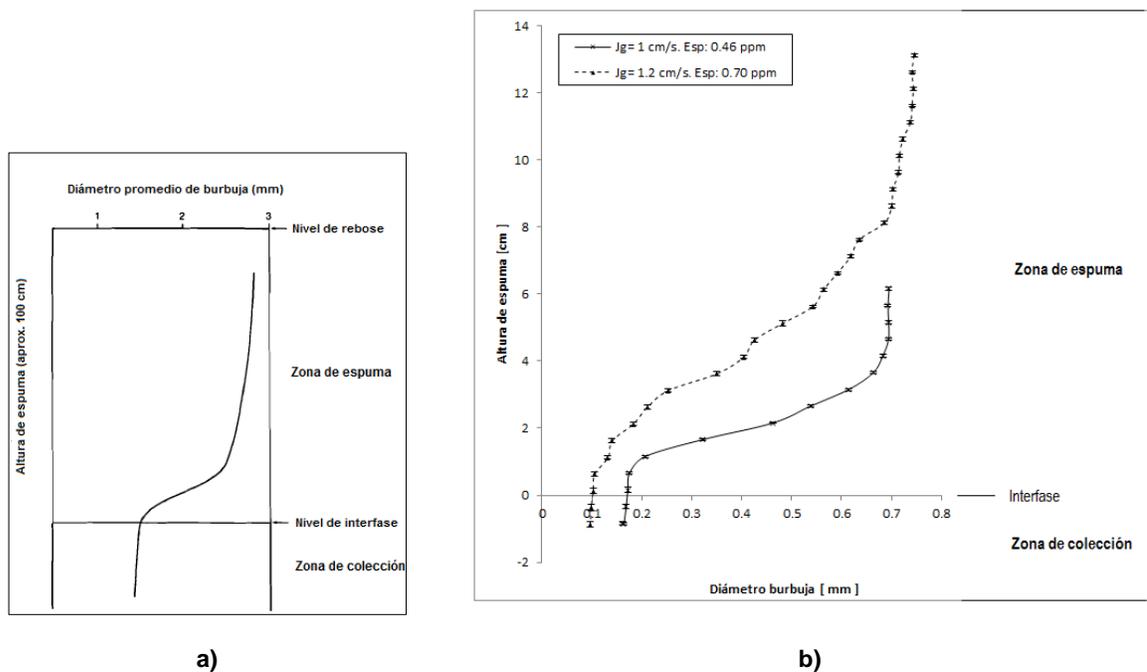


Figura 54. Perfil del tamaño de burbuja con la altura de espuma. a) Perfil presentado por Finch et al. (1989). b) Perfil a partir de los resultados experimentales.

Se observa una tendencia similar a la presentada por Finch et al. (1989) (Figura 54a). Se ve que el aumento del diámetro no es tan evidente en el primer centímetro de espuma lo que se explica por el empaquetamiento de las burbujas de menor tamaño. Posteriormente se aprecia un comportamiento exponencial, debido a la difusión de gas desde las burbujas pequeñas a otras de mayor tamaño y a la coalescencia de burbuja.

4.3.2. Evolución del tamaño de burbuja en el tiempo

Como se ha descrito en las secciones anteriores, el tamaño de las burbujas de una espuma cambia a medida que éstas ascienden. Para completar el estudio del comportamiento de la espuma, en esta sección se analiza la evolución del diámetro de las burbujas en el tiempo, buscando una relación que permita describir esta tendencia.

Tras utilizar las mediciones del seguimiento de burbujas, para las dos condiciones de referencia, se obtiene las gráficas presentadas en la Figura 55 para el logaritmo natural del radio promedio ($r_{1,0}$) vs logaritmo natural del tiempo. Con esto se busca linealizar los resultados para encontrar una relación empírica de la forma $r_{1,0} \sim t^\alpha$ (con t como el tiempo transcurrido y α un número real), la cual es indicada en la misma figura.

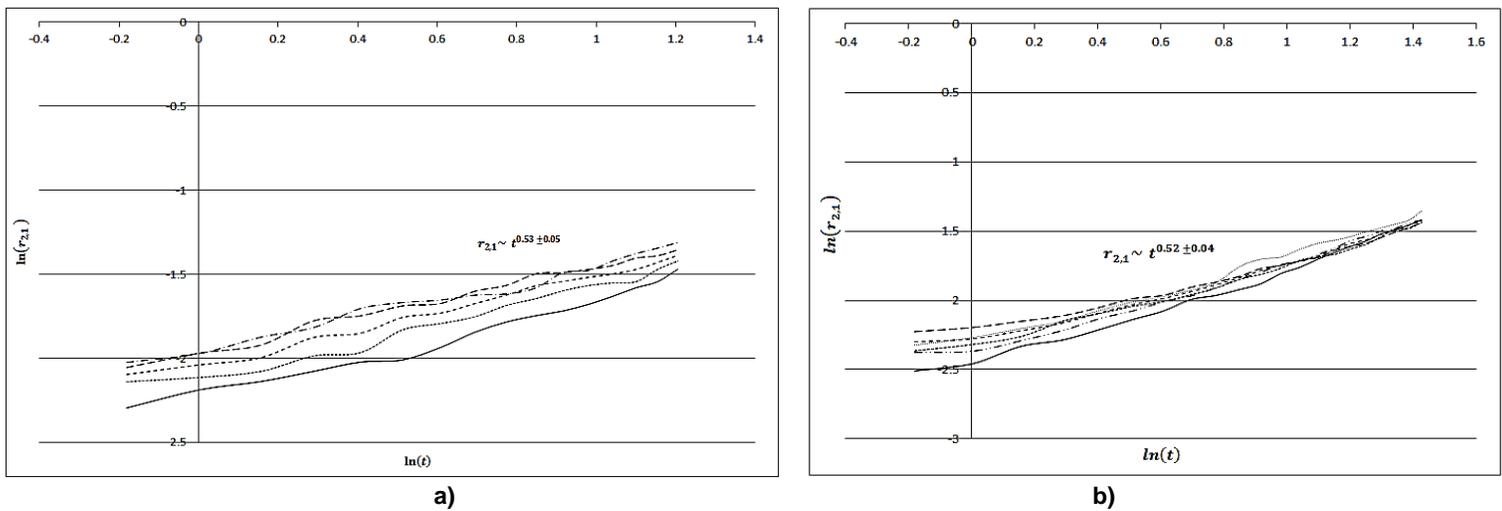


Figura 55. Evolución de $r_{2,1}$ en el tiempo. A) $J_g = 1 \text{ cm/s}$, conc. Esp. 0,46 ppm. B) $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$, conc. Esp. 0,70 ppm.

Estos resultados experimentales son similares a los presentados por Magrabi et al. (1999) para la dependencia del radio promedio de burbujas con el tiempo, puesto que ellos reportan que el radio de burbujas es proporcional a t^α , con α entre 0,52 y 0,56. Adicionalmente es consistente con el comportamiento de fenómenos difusivos de cinética heterogénea, en donde el crecimiento del tamaño de partícula está dado por $r = k\sqrt{t}$ con k constante con unidades de un coeficiente de difusión que depende de la permeabilidad del film de líquido entre las burbujas (Mullins, 1986; Shafi et al., 1997).

Hay que notar que los resultados también se encuentran acordes a lo obtenido mediante simulaciones numéricas por Fuchizaki et al. (1995), puesto que plantean que la relación entre el volumen promedio de las burbujas en la espuma crece en el tiempo según $\langle V \rangle \sim t^{3/2}$, aunque aquí las burbujas son descritas como poliedros, lo que se parece más a una espuma seca.

4.3.3. Fracción de líquido

En la Figura 56 se presentan los valores promedio de fracción de líquido obtenidos para un mismo instante, organizados para cada concentración de espumante.

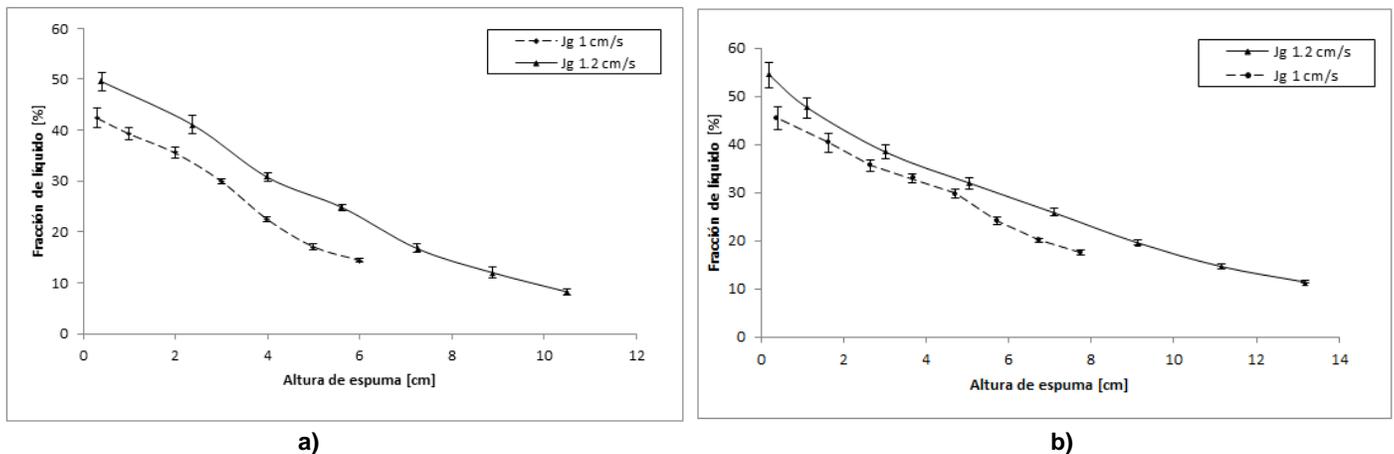


Figura 56. Fracción de líquido con la altura de espuma. a) 0,46 ppm de espumante. b) 0,70 ppm de espumante. El eje horizontal representa la altura de espuma medida desde la interfase pulpa – espuma.

Se observa en todos los casos la tendencia a la disminución del contenido de líquido en la espuma a medida que las burbujas se encuentran más cerca de la superficie de la fase espuma, explicado por la ocurrencia de drenaje de líquido por gravedad por los bordes de Plateau, mecanismo que produce un perfil vertical para su distribución (Princen y Kiss, 1987). La reducción de fracción de líquido por drenaje es consistente con la variación del tamaño de burbuja, espumas con burbujas más grandes drenan más rápido el líquido que las espumas con tamaño de burbuja más pequeño (Saint-Jalmes et al., 2002). Adicionalmente, las tendencias en los perfiles son concordantes con las observaciones presentadas por Malysa (1993), quien además propone un modelo simple para describir la dependencia de la fracción de líquido con la altura de la espuma según la Ecuación 20.

$$\phi = f(h) = A [1 - \exp(-Bh)] \quad (20)$$

Sin embargo, los valores de A y B , constantes de ajuste, según el autor dependen del espumante, del flujo de gas y del equipo utilizado. En el caso de este trabajo, con el ajuste se tiene que $A = 0,207$ y $B = 5,166$.

En este contexto la fracción de líquido tiende a aumentar con la concentración de espumante, tal como lo presenta Malysa (1993) para bajas concentraciones de espumante. A nivel de superficie de la espuma, en el caso de una velocidad superficial de gas de 1 cm/s, para 0.46 ppm se registra una fracción de líquido de 14,42% mientras que para 0,77 ppm de 17,53%, mientras que para un J_g de 1,2 cm/s se registra 8,25% y 11,39% respectivamente, diferencias que indican que a mayor altura de espuma la fracción de líquido en la superficie es menor. Se tiene entonces una espuma más seca en superficie lo que hace esperar que la tasa de ruptura de burbujas sea mayor (Durand, 2002).

Si el análisis se centra ahora en el efecto de la velocidad superficial de gas, se puede observar que valores mayores de J_g producen espumas que ocupan un mayor volumen, tal como lo muestra la Tabla 9. Además, independiente de la concentración de espumante un aumento en el J_g provoca que el contenido de líquido en la espuma para una misma altura sea mayor.

Tabla 9. Alturas de espuma

Condición		Altura de espuma [cm]
J_g [cm/s]	Espumante [ppm]	
1	0.46	6.49 ± 0.48
1	0.70	8.76 ± 0.52
1.2	0.46	11.29 ± 0.33
1.2	0.70	14.19 ± 0.44

Con esta información y estimando la fracción de líquido promedio de la espuma, se propone una relación empírica para la altura de espuma (h_{esp}) en la celda de laboratorio en función de la concentración de espumante, velocidad superficial de gas y fracción de líquido, presentada en la Ecuación 21.

$$h_{esp}[cm] = -6.779 + 15.957 \cdot C_{esp}[ppm] + 20.113 \cdot J_g \left[\frac{cm}{s} \right] - 0.508 \cdot \varphi_l[\%] \quad (21)$$

Para estudiar el contenido de líquido en la espuma se presentan en la Tabla 10 las estimaciones para el líquido total en la espuma. Adicionalmente se presenta la fracción acumulada de líquido en la espuma con respecto a la altura normalizada, para las cuatro condiciones de laboratorio (Figura 57).

Tabla 10. Volumen de líquido en la espuma completa

Condición		Líquido total en la espuma [cm ³]
J_g [cm/s]	Espumante [ppm]	
1	0.46	137.16 ± 3.99
1	0.70	184.90 ± 6.87
1.2	0.46	201.84 ± 5.61
1.2	0.70	244.26 ± 6.64

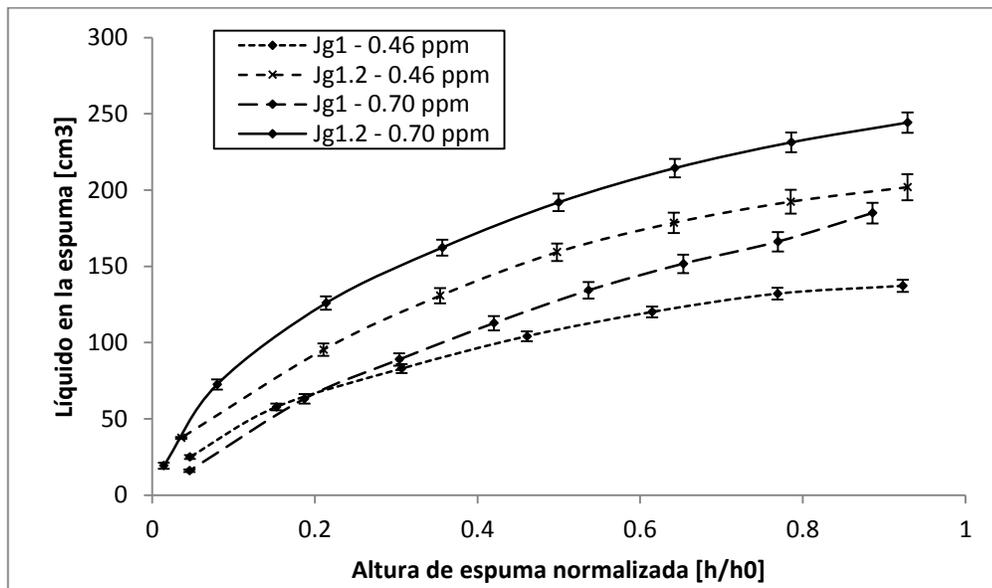


Figura 57. Contenido de líquido en la espuma vs altura de espuma normalizada. Se observa el mayor contenido de líquido en espumas formadas por mayores concentraciones de espumante y velocidades superficiales de gas más altas.

Se puede observar resultados similares a los presentados por Nguyen et al. (2003) y Tang et al. (2010) entre otros autores. Al aumentar la concentración de espumante se alcanza mayores alturas de espuma, lo que se traduce en una mayor recuperación de agua en ella. En el caso de la velocidad superficial de gas, cuando ésta sube el contenido de líquido en la espuma completa es mayor. Comparando proporcionalmente las espumas, las tendencias son las mismas.

Experimentos que realizan éste tipo de mediciones de forma indirecta, (Yianatos et al., 1985; Malysa, 1993; Saint-Jalmes, 2000, 2002) afirman que la fracción de líquido en la parte más baja de la espuma no fluctúa considerablemente. Las mediciones a través

de análisis de imágenes de este trabajo no son concluyentes acerca del efecto de la concentración de espumante y del J_g en la zona mencionada.

4.4. Transporte de la espuma – Espuma de dos fases

4.4.1. Zona de transporte de espuma

Para describir el comportamiento del transporte de espuma en la celda se observan las trayectorias de las burbujas basado en los resultados de Particle Tracker provisto por el software ImageJ. Se mide la distancia entre el labio de la celda y la parte de la espuma en la cual ya no se observa de forma notoria una componente horizontal de velocidad de burbujas (en adelante distancia labio - v_0).

En las Figuras 58 y 59 se presentan los resultados entregados por Particle Tracker de ImageJ.

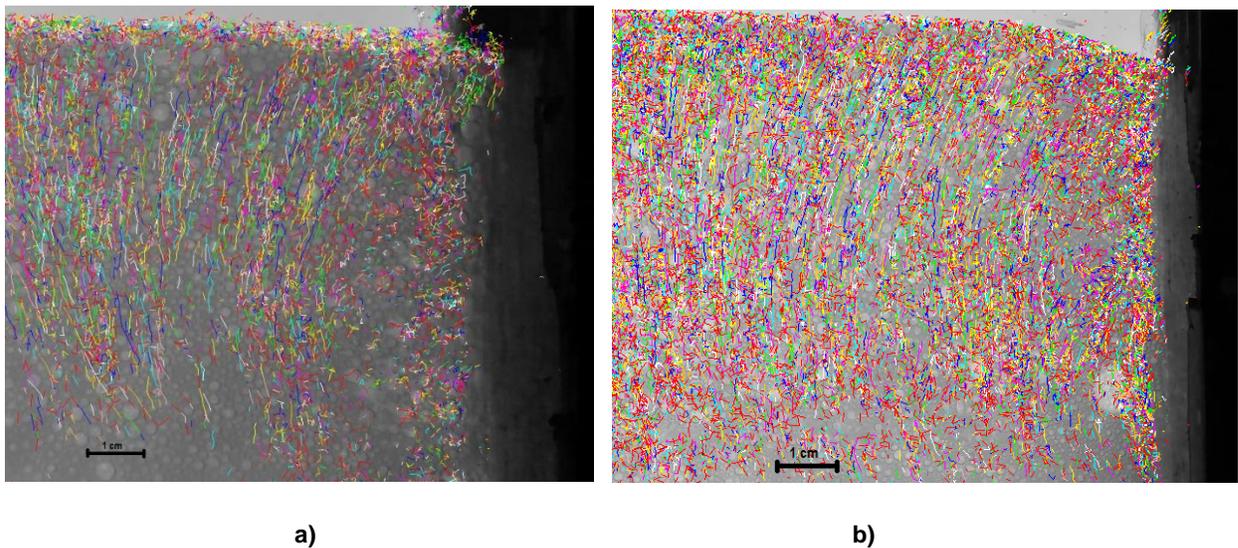


Figura 58. Trayectoria de las burbujas mediante Particle Tracker para 0,46 ppm de espumante. Cada línea representa una trayectoria identificada por el software, se observa la orientación hacia la salida (a la derecha) y hasta donde llega. a) $J_g = 1$ cm/s, b) $J_g = 1,2$ cm/s.

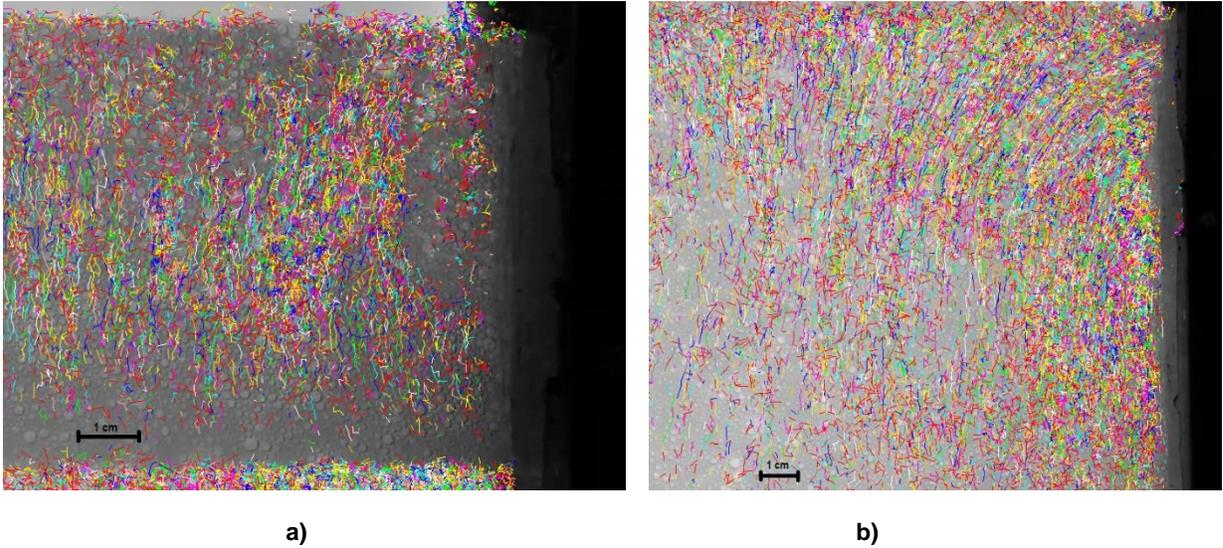


Figura 59. Trayectoria de las burbujas mediante Particle Tracker para 0,70 ppm de espumante. A) $J_g = 1$ cm/s, b) $J_g = 1,2$ cm/s.

Al medir la distancia labio - v_0 , mediante el seguimiento de burbujas marcadas de forma manual se obtienen los valores presentados en la Tabla 11. Las diferencias entre los valores promedio para ambas formas de medición son inferiores a un 2%.

Tabla 11. Distancia entre salida celda y cambio de orientación de las burbujas

Condición		Distancia Particle Tracker [cm]	Distancia medida manualmente [cm]
J_g [cm/s]	Espumante [ppm]		
1	0.46	7.27 ± 0.32	7.38 ± 0.46
1	0.70	7.62 ± 0.34	7.74 ± 0.39
1.2	0.46	10.76 ± 0.25	10.79 ± 0.32
1.2	0.70	12.02 ± 0.49	12.38 ± 0.44

Estos resultados sugieren que la longitud de espuma que modifica su trayectoria hacia el labio de la celda depende principalmente del flujo de gas incorporado a la celda y no tanto de la concentración del espumante cuando se tiene espumas de dos fases.

4.4.2. Modelo de transporte de espuma

Debido a que los resultados visuales sugieren zonas de comportamiento en la celda, se aplica el modelo de transporte de espuma en una celda de flotación presentado por Zheng et al. (2004), que divide la celda en tres zonas (Figura 32a). Como la geometría de la celda de laboratorio es diferente a la considerada por los autores (cilíndrica), el modelo es adecuadamente adaptado.

Para la velocidad vertical de burbujas, se tiene la Ecuación 22 (Nicklin, 1962). Los autores consideran como supuesto un valor constante para el *gas holdup* en toda la fase espuma, sin embargo, se tiene mediciones para la variación de la fracción de líquido con la altura, por lo que se estima su valor con la altura como $\varepsilon_g(h) = 1 - \varphi_l(h)$.

$$v_{fv} = \frac{J_g}{\varepsilon_g(h)} \quad (22)$$

Para la velocidad horizontal, se considera el supuesto de que la espuma por sobre el nivel del labio de la celda se mueve horizontalmente y que la misma cantidad de espuma que entra verticalmente en la zona es la misma que sale horizontalmente. La Figura 60 esquematiza la celda de laboratorio de placas paralelas. Es posible plantear las ecuaciones para el balance para un volumen diferencial ubicado entre la posición l y Δl .

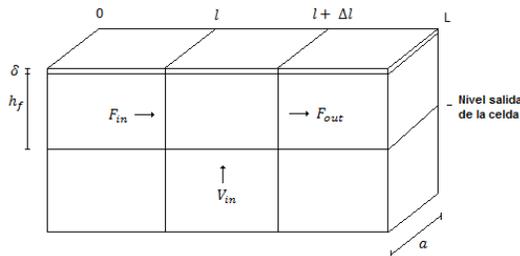


Figura 60. Balance entre el flujo de espuma entrando verticalmente y el flujo de espuma que sale de forma horizontal en la celda rectangular.

Se tiene que el flujo volumétrico de espuma que entra verticalmente está dado por la Ecuación 23.

$$V_{in} = J_g \cdot a \cdot \Delta l \quad (23)$$

Donde a es la separación entre las placas de vidrio de la celda. Los flujos volumétricos que entran y salen horizontalmente, en las posiciones l y Δl están representados por las Ecuaciones 24 y 25, respectivamente.

$$F_{in} = a \cdot h_f \cdot \varepsilon_g \cdot V_{fh}(l) \quad (24)$$

$$F_{out} = a \cdot h_f \cdot \varepsilon_g \cdot V_{fh}(l + \Delta l) \quad (25)$$

Considerando constante la ruptura de burbujas en la superficie de la espuma por unidad de tiempo por unidad de superficie (δ), la cantidad de espuma que se rompe entre l y Δl por unidad de tiempo queda determinado por la Ecuación 26.

$$\delta(l) = a \cdot \Delta l \cdot \delta \quad (26)$$

Luego, el balance volumétrico queda dado por la Ecuación 27.

$$V_{in} + F_{in} - F_{out} - \delta(l) = 0 \quad (27)$$

De las Ecuaciones 23 a la 27 y la condición de borde $v_{fh}(l) = 0$, con $l = 0$ la posición donde comienza a aparecer la componente horizontal de la velocidad de las burbujas se tiene el modelo de la Ecuación 28.

$$v_{fh} = \frac{J_g - \delta}{h_f \cdot \varepsilon_g} \cdot l \quad (28)$$

Si la condición de borde para $l = 0$ fuera $v_{fh}(l) = v_0 \neq 0$ se llega a la expresión de la Ecuación 29.

$$v_{fh} = v_0 + \frac{J_g - \delta}{h_f \cdot \varepsilon_g} \cdot l \quad (29)$$

Un análisis de sensibilidad preliminar, considerando el rango en el que se mueven las variables operacionales en las pruebas experimentales para un l fijo, indica que la variable que genera mayor variabilidad en la componente horizontal de la velocidad es h_f mientras la que menos incide es δ , tal como se muestra en la Tabla 12.

Tabla 12. Análisis de sensibilidad v_{fh}

Variable	Variación v_{fh} [%]
J_g	19.16
δ	12.24
h_f	28.10
ε_g	15.86

4.4.3. Evaluación de modelo teórico

El modelo del transporte de la espuma incorpora parámetros operacionales que son posibles de medir en los experimentos en la celda de laboratorio. Uno que no había sido reportado hasta ahora es δ y resulta interesante verificar su consistencia. Su valor se estima midiendo en la superficie de la espuma el volumen de varias burbujas en el instante justo en que se rompen. El valor de δ se reporta en la Tabla 13.

Tabla 13. Estimación de δ

		Concentración de espumante [ppm]	
		0.46	0.70
J_g [cm/s]	1.0	0.185 ± 0.052	0.175 ± 0.039
	1.2	0.287 ± 0.043	0.206 ± 0.046

Se observa que, para una misma condición de velocidad superficial de gas, el valor de δ disminuye con el aumento en la concentración de espumante. Esto es consistente con lo reportado en la literatura, que indica que un aumento de la concentración de espumante se traduce en burbujas de menor tamaño y espumas más estables (O'Connor et al., 1990; Cho et al., 2002), razón por la cual lo esperable es que aumentar la concentración de espumante signifique una menor tasa de ruptura de burbujas en la superficie de la espuma, que es precisamente lo que ocurre. Adicionalmente, dicho valor es considerablemente menor al J_g lo que significa que δ es un parámetro consistente. Es interesante notar que la magnitud de δ es similar a la velocidad transferida por las burbujas al líquido (alrededor de 0,2 cm/s) (Cherry y Hulle, 1992).

Con las Ecuaciones 22 y 28 y los valores de parámetros de las Tabla 13 y 14 para δ y h_f respectivamente, se estiman los valores para las velocidades vertical y horizontal en la celda en función de la posición para las condiciones operacionales de referencia.

Tabla 14. Valores estimados para h_f

Espumante [ppm]	J_g [cm/s]	h_f [cm]
0.46	1.0 ± 0.05	3.68 ± 0.29
0.70	1.2 ± 0.06	5.13 ± 0.34

El modelo de Zheng et al. (2004) considera que la componente vertical de velocidad de burbujas no depende de la posición horizontal. Los resultados de la comparación entre los valores estimados y medidos para las dos condiciones evaluadas se presentan en las Tablas 15 y 16.

Se observa que las variaciones son inferiores a un 6% por lo que el modelo ajusta de buena forma el comportamiento de la velocidad vertical de la espuma en la celda.

Tabla 15. Velocidad vertical con la altura de espuma J_g 1 – 0,46 ppm

Altura de espuma [cm]	Velocidad vertical [cm/s]		Diferencia [%]
	Calculada	Medida	
6.5	1.190 ± 0.086	1.154 ± 0.053	3.120
5.5	1.247 ± 0.092	1.322 ± 0.160	5.673
4.5	1.355 ± 0.103	1.369 ± 0.121	1.023
3.5	1.486 ± 0.116	1.384 ± 0.154	7.370
2.5	1.597 ± 0.128	1.515 ± 0.311	5.413
1.5	1.689 ± 0.139	1.599 ± 0.186	5.629
0.5	1.735 ± 0.144	1.649 ± 0.053	5.215

Tabla 16. Velocidad vertical con la altura de espuma J_g 1,2 – 0,70 ppm

Altura espuma [cm]	Velocidad vertical [cm/s]		Diferencia [%]
	Calculada	Medida	
13.5	1.345 ± 0.097	1.358 ± 0.103	0.957
12.5	1.385 ± 0.099	1.396 ± 0.107	0.788
11.5	1.405 ± 0.102	1.432 ± 0.135	1.885
10.5	1.424 ± 0.103	1.453 ± 0.158	1.996
9.5	1.492 ± 0.110	1.489 ± 0.194	0.201
8.5	1.531 ± 0.114	1.586 ± 0.213	3.468
7.5	1.597 ± 0.120	1.594 ± 0.151	0.188
6.5	1.652 ± 0.126	1.647 ± 0.146	0.304
5.5	1.724 ± 0.133	1.727 ± 0.129	0.174
4.5	1.812 ± 0.143	1.805 ± 0.133	0.388
3.5	1.912 ± 0.153	1.913 ± 0.148	0.052
2.5	2.119 ± 0.177	2.126 ± 0.116	0.329
1.5	2.291 ± 0.198	2.367 ± 0.121	3.211
0.5	2.634 ± 0.242	2.721 ± 0.144	3.197

Con respecto a la velocidad horizontal de burbujas, se presentan los resultados como mapas de isocontornos (Figuras 61 a 63), obtenidos a partir de los valores estimados y medidos. El detalle de dichos valores se encuentra en el Apéndice 5. No fue posible obtener información de los 2,5 cm más cercanos a la salida de la celda (a la derecha de cada figura) por las características del equipo (platinas metálicas de 1,5 cm y sellado de 1 cm).

Para las dos condiciones evaluadas se tiene que el modelo describe de buena manera las mayores velocidades de burbuja en la zona horizontal mientras más cerca se encuentran del labio de la celda. Una observación importante es que, en el proceso de marcado y medición de las componentes de velocidad, se observa que la zona horizontal no comienza exactamente a la altura del nivel del labio de la celda sino que entre 3 y 5

mm más abajo (Figura 63), lo que indica que hay fenómenos que tienen que ver con la reología y la viscosidad de la espuma que inciden en la velocidad y que no están siendo considerados por este modelo. Adicionalmente se observa que, en las zonas verticales, los datos medidos indican que la componente de velocidad horizontal es distinta de cero, aunque muy pequeña al ser comparada con los valores obtenidos para la zona horizontal.

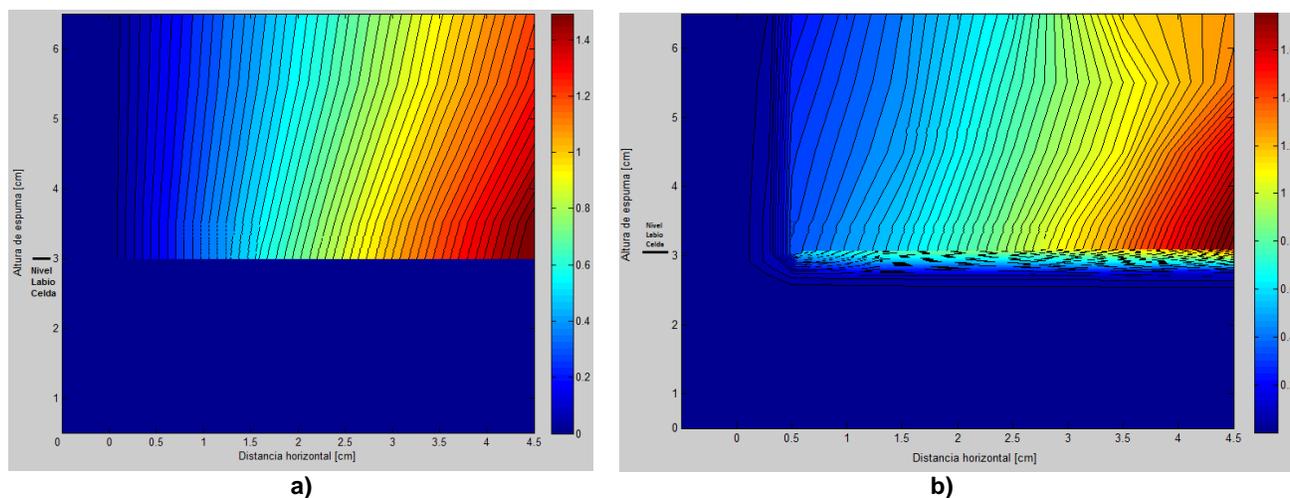


Figura 61. Comportamiento velocidad horizontal J_g 1 – 0,46 ppm. a) Datos estimados. b) Datos medidos.

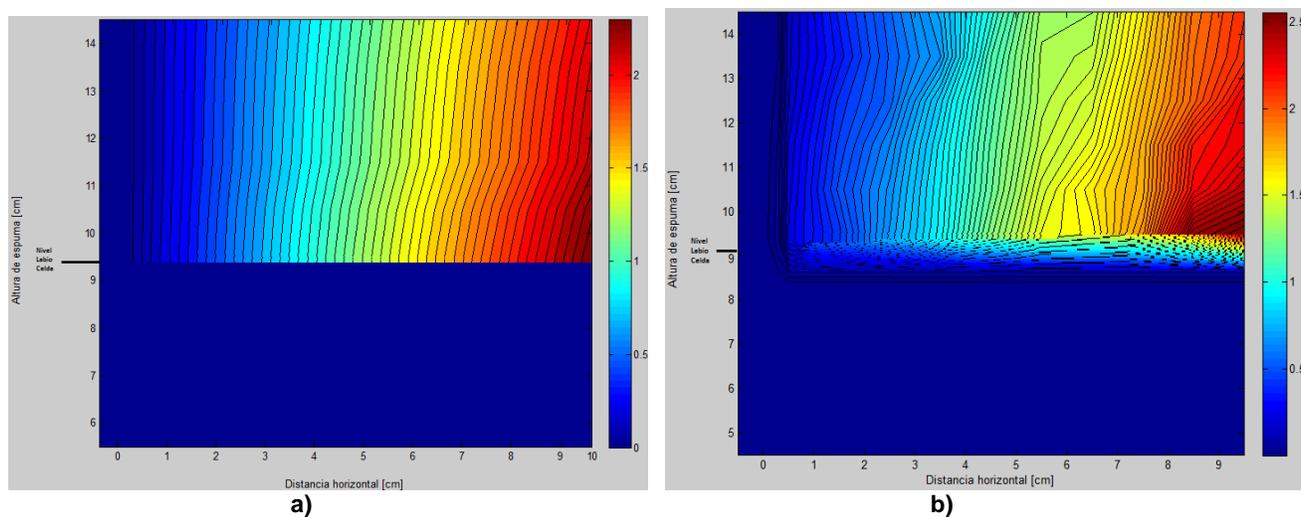


Figura 62. Comportamiento velocidad horizontal J_g 1,2 – 0,70 ppm. a) Datos estimados. b) Datos medidos.

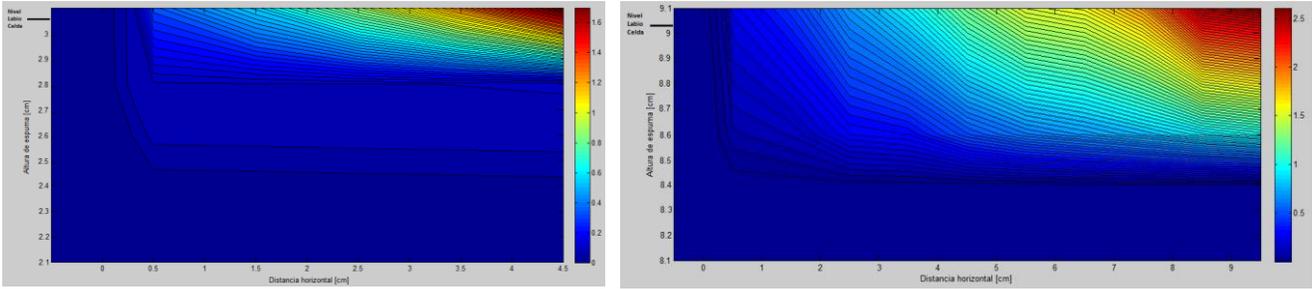


Figura 63. Zoom a los límites entre la zona vertical inferior y zona horizontal. a) J_g 1 cm/s – 0,46 ppm. b) J_g 1,2 cm/s – 0,70 ppm.

Para observar con mayor detalle la diferencia entre los valores estimados y medidos, se presenta en la Figura 64 las diferencias porcentuales (ϵ) en forma de gráficos de columna, calculada según la Ecuación 30.

$$\epsilon [\%] = \frac{|\widehat{v_{fh}} - \overline{v_{fh}}|}{\overline{v_{fh}}} \cdot 100 \quad (30)$$

Donde $\widehat{v_{fh}}$ es la velocidad horizontal estimada y $\overline{v_{fh}}$ corresponde a la velocidad horizontal medida.

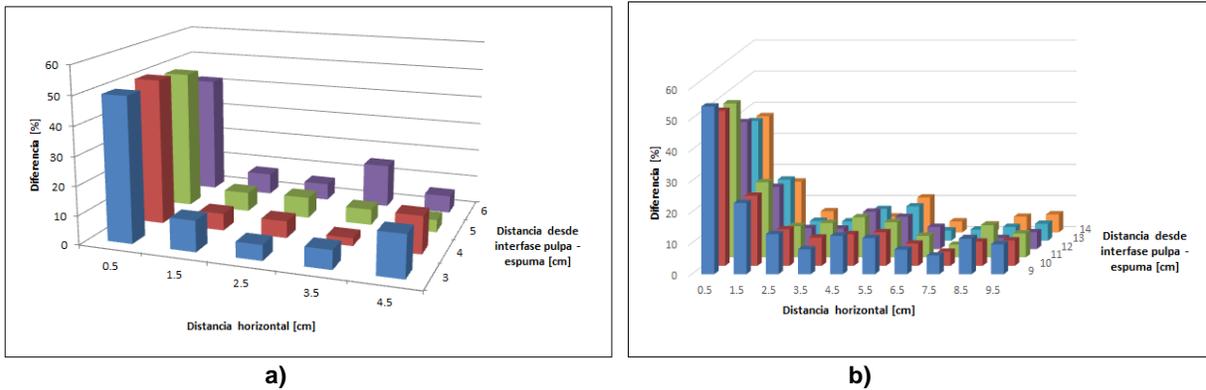


Figura 64. Diferencia porcentual entre velocidad horizontal medida y estimada. a) J_g 1 cm/s – 0,46 ppm. b) J_g 1,2 cm/s – 0,70 ppm.

Se observa, en ambas condiciones, que las estimaciones presentan errores de hasta 20% para todas las mediciones, salvo las del primer centímetro, que son del orden de 50%. Esto último se debe a que el cálculo de la estimación no involucra el comportamiento viscoso de la espuma, lo que requiere entender la espuma completa.

En estas mediciones existe un error asociado a la discretización de la espuma en secciones de 1 cm^2 para realizar las estimaciones, puesto que la sección completa queda representada por su punto medio, razón por la cual se pierde información. Para corregir este error se considera la Ecuación 27 con la condición de borde $v_{fh}(l = 0) = v_0$.

Experimentalmente, v_0 corresponde a la velocidad medida en los 4 mm de superficie que rodean al límite (Figura 65).

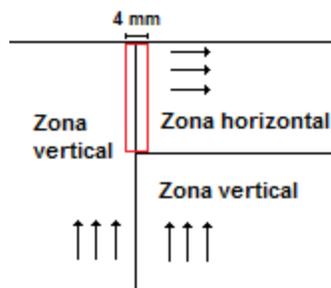


FIGURA 65. ZONA DE MEDICIÓN VELOCIDAD INICIAL.

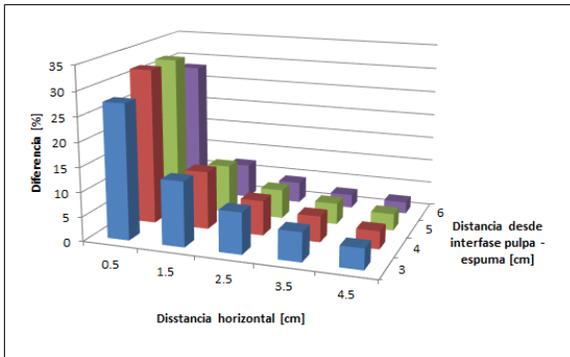
Con dicha consideración se obtiene los valores reportados en las Tablas 17 y 18. Una vez incorporado v_0 se vuelve a graficar el error porcentual entre los datos medidos y estimados, los cuales son presentados en la Figura 66.

Tabla 17. Velocidad inicial J_g 1 – 0,46 ppm

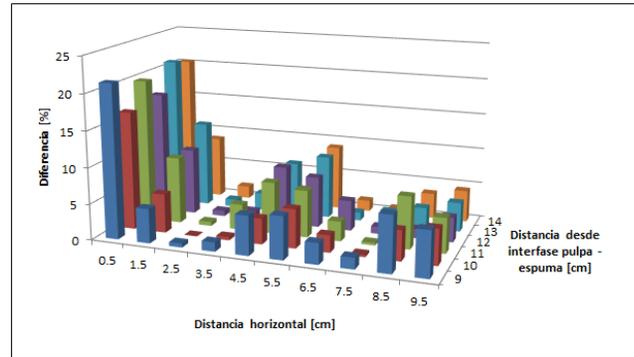
J_g 1 cm/s - 0.46 ppm	
Altura espuma [cm]	v_0
6	0.0313
5	0.0458
4	0.0585
3	0.0753

Tabla 18. Velocidad inicial J_g 1,2 – 0,70 ppm

J_g 1.2 cm/s - 0.70 ppm	
Altura espuma [cm]	v_0
14	0.0297
13	0.0318
12	0.0455
11	0.0677
10	0.0797
9	0.0870



a)



b)

Figura 66. Diferencia porcentual entre velocidad medida y estimada incorporando velocidad inicial. a) J_g 1 cm/s – 0,46 ppm. b) J_g 1,2 – 0,70 ppm.

Se observa que la incorporación de v_0 reduce la diferencia considerablemente. En la primera condición el error se reduce hasta en 22% mientras que en la segunda hasta en 33%.

Estos resultados sugieren que el modelo de Zheng et al. (2004) representa de buena forma el comportamiento de la velocidad de la espuma en la celda con algunos parámetros operacionales y de la geometría de la celda; sin embargo requiere de la incorporación de información sobre la reología de la espuma.

4.4.4. Estimación del módulo de elasticidad de la espuma

Suponiendo de forma simplificada que la espuma se puede representar como un sólido elástico sometido a dos fuerzas, el empuje de las burbujas subiendo desde la parte inferior de la celda y de la presión atmosférica en la parte superior, resultando la velocidad horizontal de la espuma como la deformación radial del sólido por esfuerzos de compresión. Basado en dicha simplificación, se puede estimar el módulo de elasticidad de la espuma aplicando la ley de Hooke ($\zeta = \varepsilon E$ con ζ el esfuerzo de compresión, ε la elongación radial y E el módulo de elasticidad (o de Young)), asumiendo un volumen de control de largo 1 cm en un tiempo de 1 segundo. Se estima que el módulo de elasticidad de la espuma varía entre $4,6$ y $7,5 \times 10^6$ N/m². Resultado que en términos de magnitud es consistente con lo expuesto por Williams y Wroblewski (1988), quienes reportan valores para el módulo de elasticidad de emulsiones en agua del orden de 2×10^6 N/m².

4.5. Espumas de tres fases

Se repiten las mediciones en las condiciones de referencia, pero esta vez en espuma de tres fases (líquido – gas – sólido), tras la incorporación de mineral de molibdenita de alta pureza. Se observa en primera instancia efectos en la altura de espuma, los cuales se registran en la Tabla 19. En cuanto a las mediciones de la distancia

a la cual la espuma presenta tendencia a dirigirse al labio de la celda, se presentan en la Tabla 20.

Tabla 19. Altura de espuma de tres fases

Condición		Altura de espuma [cm]	Diferencia con espuma dos fases [cm]
J_g [cm/s]	Sólidos [%]		
1	10	14.23 ± 0.47	7.74 ± 0.95
	15	21.07 ± 0.36	14.58 ± 0.84
1	10	16.22 ± 0.51	7.46 ± 1.03
	15	32.43 ± 0.44	23.67 ± 0.96
1.2	10	23.96 ± 0.39	12.67 ± 0.72
	15	36.11 ± 0.35	24.82 ± 0.68
1.2	10	26.35 ± 0.41	12.16 ± 0.85
	15	42.73 ± 0.22	28.54 ± 0.66

Se observa que al incorporar mineral fino a la espuma, las burbujas se hacen más estables, lo que se traduce en un aumento en la altura de espuma.

Tabla 20. Distancia entre salida celda y cambio de orientación de las burbujas

Condición			Distancia Particle Tracker [cm]	Distancia medida manualmente [cm]
J_g [cm/s]	Espumante [ppm]	Sólidos [%]		
1	0.46	10	10.58 ± 0.31	10.27 ± 0.64
		15	12.62 ± 0.29	12.73 ± 0.24
1	0.70	10	14.18 ± 0.27	14.34 ± 0.44
		15	17.44 ± 0.36	17.65 ± 0.79
1.2	0.46	10	11.51 ± 0.24	11.71 ± 0.56
		15	13.75 ± 0.33	13.84 ± 0.87
1.2	0.70	10	15.22 ± 0.18	15.47 ± 0.25
		15	18.67 ± 0.20	18.78 ± 0.46

La incorporación de sólidos a la espuma implica que el volumen de espuma que se dirige al labio de la celda es mayor, por tratarse de una espuma más estable.

Al igual que en el caso de espumas de dos fases, aumentar la velocidad superficial de gas se traduce en un aumento en la espuma que sale de la celda. Aumentar la concentración de espumante también se traduce en aumentos en el flujo volumétrico de

espuma al concentrado. Esta vez toma relevancia el efecto del espumante puesto que aporta a la estabilidad de las burbujas al igual que la incorporación de sólidos.

4.6. Efecto del lavado en la altura de espuma

La incorporación de agua de lavado, en principio, busca promover la estabilidad de la espuma y con ello genera un incremento de su altura (Yianatos et al., 1986; Finch et al., 1989; Zhou et al., 1993). Dado lo anterior, se mide la altura de espuma durante el lavado para un J_w de 0,28 cm/s y los resultados se presentan en la Tabla 21.

Al aplicar el sistema de lavado clásico se observa una pequeña depresión en la superficie de la espuma en la zona de entrada del agua de lavado. Sin embargo, en términos generales, fuera de la zona de lavado se tiene un aumento en la altura de entre 13,7% y 21,9% asociado a la profundidad de espuma (no al nivel de pulpa) puesto que el contenido total de líquido en la espuma aumenta con la incorporación del agua de lavado, tal como se presentan en la Tabla 22 para las condiciones de referencia. Se observa además que el contenido de líquido en la espuma aumenta con el flujo de agua de lavado.

Tabla 21. Altura de espuma durante lavado con flujo superficial de 0,28 cm/s.

J_g [cm/s]	Condición		Altura de espuma [cm]	Incremento [cm]
	Espumante [ppm]			
1	0.46		8.17 ± 0.31	1.68 ± 0.79
1	0.70		9.88 ± 0.38	1.12 ± 0.90
1.2	0.46		13.76 ± 0.39	2.47 ± 0.72
1.2	0.70		17.11 ± 0.27	2.92 ± 0.78

Tabla 22. Líquido total en la espuma durante el lavado

J_g [cm/s]	Conc. espumante [ppm]	Líquido total en la espuma [cm ³]	
		J_w 0.28 cm/s	J_w 0.44 cm/s
1	0.46	191.11 ± 4.87	198.14 ± 4.93
1.2	0.70	323.40 ± 7.72	327.38 ± 8.49

4.7. Lavado clásico de espuma y su impacto en la velocidad de las burbujas

Las mediciones presentan un aumento en la velocidad de ascenso de las burbujas en la fase espuma debido al empuje provocado por la incorporación de un jet de líquido desde la parte superior, simulando el sistema de lavado clásico.

La Figura 67 presenta los perfiles de empuje para las condiciones de referencia, con los dos flujos de agua de lavado de espuma simulados.

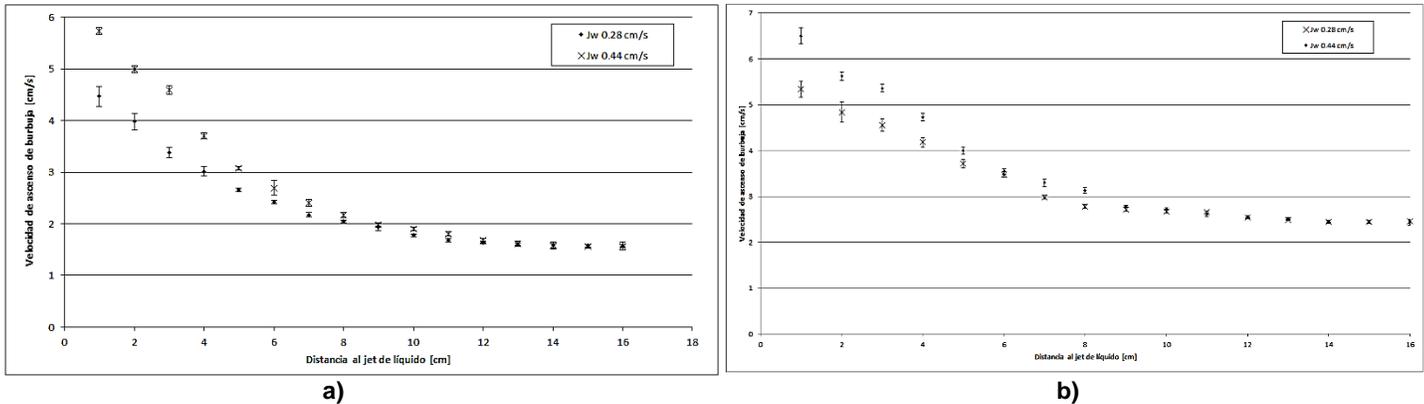


Figura 67. Perfil de velocidad de burbujas al incorporar agua de lavado. a) $J_g = 1 \text{ cm/s}$ – esp. 0,46 ppm. b) $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$ – esp. 0,70 ppm.

Se observa que independiente de las condiciones operacionales, aumentar el flujo del agua de lavado se traduce en una mayor velocidad vertical de las burbujas (v_v). Se realiza un ajuste a los datos obtenidos, se tiene que para el caso de $J_g = 1 \text{ cm/s}$ – 0,46 ppm la relación resulta ser $v_v [cm/s] = 0.0239 x^2 - 0.6235x + 5.5804$ mientras que para el caso $J_g = 1,2 \text{ cm/s}$ – 0,70 ppm es $v_v [cm/s] = 0.0234 x^2 - 0.6157x + 6.4537$, donde x es la distancia al jet de líquido, con coeficientes R^2 de 0,9314 y 0,9532 respectivamente.

Calculando el *gas holdup* a partir de los resultados para la velocidad y el modelo de Nicklin (1962) (Ecuación 22) se tiene que, en la zona más cercana al jet de líquido, ε_g varía entre 17 y 27% para un J_g de 1 cm/s y entre 18 y 28% para un J_g de 1,2 cm/s y los mayores valores se alcanzan en los casos en que el J_w es menor (0,28 cm/s). El detalle se presenta en la Tabla 23. Adicionalmente, para una misma velocidad superficial de gas, los valores para ε_g difieren entre 0,3 y 13%.

Tabla 23. Gas holdup calculado a partir de Nicklin (1962)

Distancia al jet [cm]	J_g 1 cm/s - 0.46 ppm		J_g 1.2 cm/s - 0.70 ppm	
	J_w 0.28 [cm/s]	J_w 0.44 [cm/s]	J_w 0.28 [cm/s]	J_w 0.44 [cm/s]
1	0.2239	0.1742	0.2246	0.1847
2	0.2512	0.2003	0.2481	0.2133
3	0.2653	0.2176	0.2638	0.2239
4	0.2718	0.2698	0.2869	0.2541

La zona de influencia del jet de líquido a la cual las burbujas ya no son afectadas y no cambian su velocidad, para las condiciones estudiadas, se registra en aproximadamente 11 cm desde el jet de líquido para el caso con J_g de 1,2 cm/s mientras que para J_g de 1 cm/s una distancia de 12 cm. La concentración de espumante no presenta cambios significativos en dicha distancia. Para efectos de normalización de las distancias medidas, éstas corresponden radialmente a entre 27,5 y 30 veces el diámetro del jet de líquido.

Se mide la zona de lavado, considerando espuma lavada a la distancia a la cual se aprecia cambios en las burbujas, como aumento dramático del tamaño debido a difusión de aire, cambios bruscos de dirección de movimiento, circulación, etc. Además se mide la zona donde hay ruptura de burbujas (Tabla 24).

Tabla 24. Zona de ruptura y lavado de espuma

Condición		Zona de ruptura		Zona de lavado	
J_g [cm/s]	Espumante [ppm]	$J_w = 0.28$ cm/s [cm]	$J_w = 0.44$ cm/s [cm]	$J_w = 0.28$ cm/s [cm]	$J_w = 0.44$ cm/s [cm]
1	0.46	0.61 ± 0.058	0.64 ± 0.052	3.89 ± 0.22	4.44 ± 0.22
	0.70	0.66 ± 0.051	0.67 ± 0.047	3.88 ± 0.17	4.58 ± 0.27
1.2	0.46	0.67 ± 0.039	0.68 ± 0.031	4.79 ± 0.39	5.19 ± 0.15
	0.70	0.67 ± 0.078	0.70 ± 0.051	4.81 ± 0.41	5.21 ± 0.65

La zona de ruptura de espuma permanece prácticamente invariante (aunque presenta un leve aumento al aumentar el J_g) y corresponde a entre 1,5 y 1,75 veces el diámetro del jet de líquido.

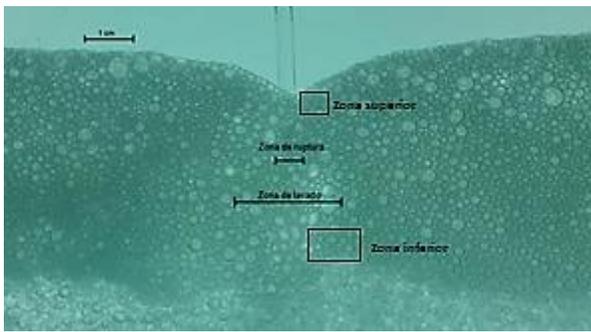
La zona de lavado, medida de forma diametral, es de entre 9,7 y 13 veces el diámetro del jet según el flujo de líquido. Los mayores valores se presentan a mayor velocidad superficial de gas y no se aprecian diferencias significativas al aumentar la concentración del espumante. También se aprecia que la zona de lavado aumenta con el flujo de líquido.

Se observa que el agua de lavado penetra profundamente en la espuma. De un balance simple se tiene que para el caso con J_w de 0,28 cm/s se tiene que un 16,11% del líquido difunde horizontalmente, mientras que para el caso con J_w de 0,44 cm/s difunde un 26,84%, por lo que el líquido se acumula principalmente en la parte inferior de la espuma.

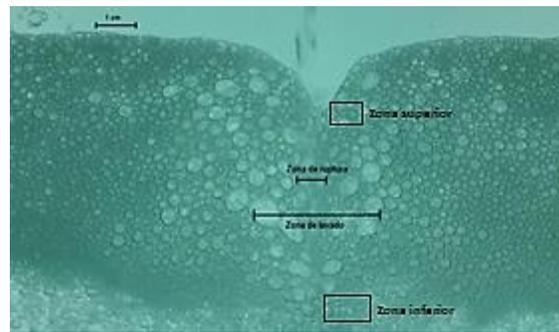
El flujo de líquido pasa a través de la superficie de espuma rompiéndola. En la parte superior de la espuma es donde se genera menor movimiento en la cercanía del jet tal como se detalla en la Tabla 25. En las Figuras 68 y 69 se presenta una imagen para cada una de las condiciones estudiadas con las zonas de medición explicitadas.

Tabla 25. Velocidad horizontal provocada por jet de agua de lavado

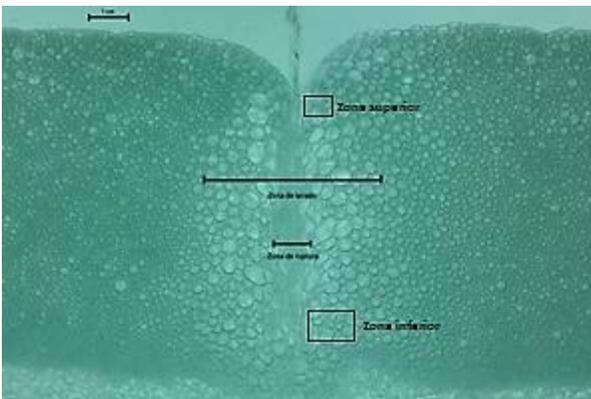
J_g [cm/s]	Conc. Espumante [ppm]	J_w [cm/s]	Velocidad zona superior [cm/s]	Velocidad zona inferior [cm/s]
1	0.46	0.28	1.45 ± 0.016	3.50 ± 0.023
		0.44	1.73 ± 0.023	4.79 ± 0.018
1	0.70	0.28	1.52 ± 0.015	3.63 ± 0.022
		0.44	1.89 ± 0.016	4.87 ± 0.021
1.2	0.46	0.28	2.14 ± 0.018	5.43 ± 0.027
		0.44	2.26 ± 0.021	5.64 ± 0.029
1.2	0.70	0.28	2.58 ± 0.012	5.71 ± 0.022
		0.44	2.85 ± 0.018	5.92 ± 0.025



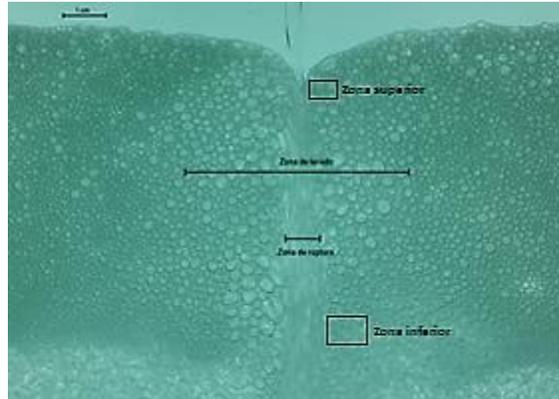
a)



b)



c)



d)

Figura 68. Zonas de ruptura y lavado de espuma para velocidad superficial de gas de 1 cm/s. a) Esp. 0,46 ppm – J_w 0,28 cm/s. b) Esp. 0,46 ppm – J_w 0,44 cm/s. c) Esp. 0,70 ppm – J_w 0,28 cm/s. d) Esp. 0,70 ppm – J_w 0,44 cm/s. Las distancias medidas no cambian al modificar la concentración de espumante.

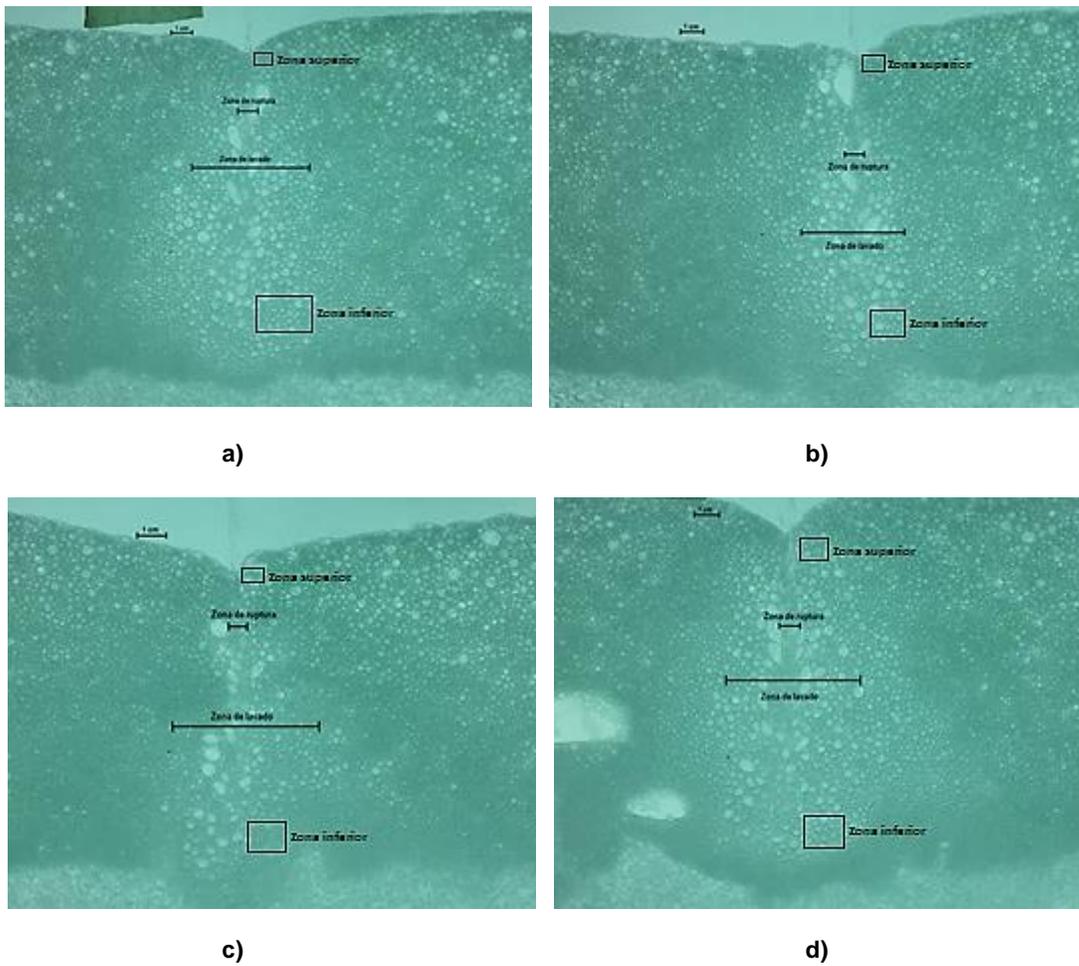


Figura 69. Zonas de ruptura y lavado de espuma para velocidad superficial de gas de 1,2 cm/s. a) Esp. 0,46 ppm – J_w 0,28 cm/s. b) Esp. 0,46 ppm – J_w 0,44 cm/s. c) Esp. 0,70 ppm – J_w 0,28 cm/s. d) Esp. 0,70 ppm – J_w 0,44 cm/s. Al igual que en caso anterior las distancias no cambian al modificar la concentración de espumante, las diferencias se aprecian con el distinto flujo de lavado.

4.8. Aplicación metalúrgica

La fase de experimentos en planta piloto contempla mediciones de contenido de cobre en alimentación, concentrado y colas de una columna de flotación sometida a distintas condiciones de lavado de espuma. Se compara el sistema de lavado clásico con el propuesto en éste trabajo, que está basado en la atomización de líquido.

La Tabla 26 presenta el rótulo de presión en la bomba de alimentación de líquido al nuevo dispositivo y el flujo de agua de lavado de cada una de las condiciones experimentales.

Tabla 26. Flujo de lavado de espuma

Presión	Flujo de lavado [ml/min]
P_{min}	36
P_{med}	50
$P_{máx}$	106
Lavado clásico	100 - 110

Basado en las características del sistema, se limita el análisis a dos condiciones con el nuevo sistema de lavado, denominado lavado homogéneo, además del lavado clásico. Primero que todo, se considera las condiciones que ubican al dispositivo de lavado más cerca de la superficie de la espuma. Entre dichas condiciones se toma en cuenta la de menor presión de líquido, por generar el mayor tamaño de gota posible para el dispositivo y por ello en teoría debiera ser la mejor condición. Además, para comparar el dispositivo con el sistema de lavado clásico se incorpora la condición que tiene un flujo de líquido equivalente al de éste.

La Tabla 27 presenta los resultados para las leyes reconciliadas de los flujos de alimentación, concentrado y colas de la columna, las recuperaciones metalúrgica y másica, y la razón de enriquecimiento para cada condición. Posición representa la distancia entre el dispositivo y la superficie de la espuma.

Del análisis QEMSCAN a las muestras de alimentación, se tiene las curvas de recuperación de cobre vs ley de cobre para las especies minerales, las cuales se encuentran representadas en la Figura 70.

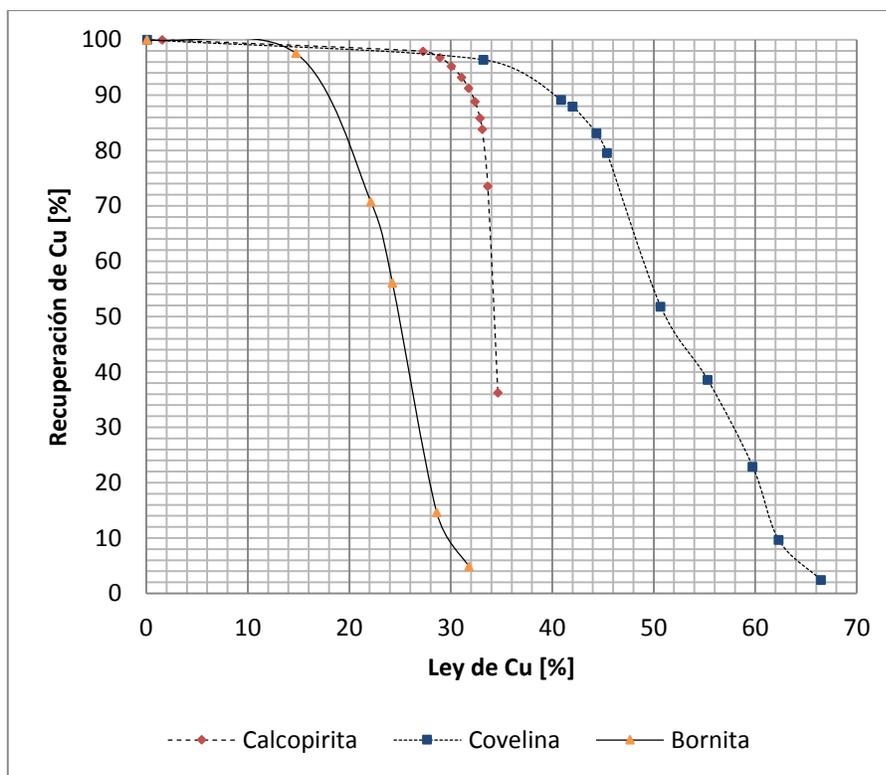


Figura 70. Curvas teóricas recuperación de Cu vs ley de Cu por especie mineral.

De las curvas anteriores se construye la curva de recuperación vs ley de cobre, que se muestra en la Figura 71. Sobre la misma se agregan los puntos obtenidos en las pruebas de planta.

Tabla 27. Resultados pruebas planta piloto

Condición de lavado	Ley de cobre [%]			Recuperaciones [%]		Factor de Enriquecimiento
	Alim.	Conc.	Colas	Metalúrgica	Másica	
Lavado clásico	0.32	15.463	0.116	65.03 ± 0.75	31.424 ± 1.21	48.323 ± 0.564
$P_{máx}$	0.32	10.670	0.125	62.98 ± 1.19	20.998 ± 1.32	33.343 ± 0.367
$P_{mín}$	0.32	23.573	0.109	66.90 ± 0.87	49.284 ± 1.29	73.667 ± 0.958

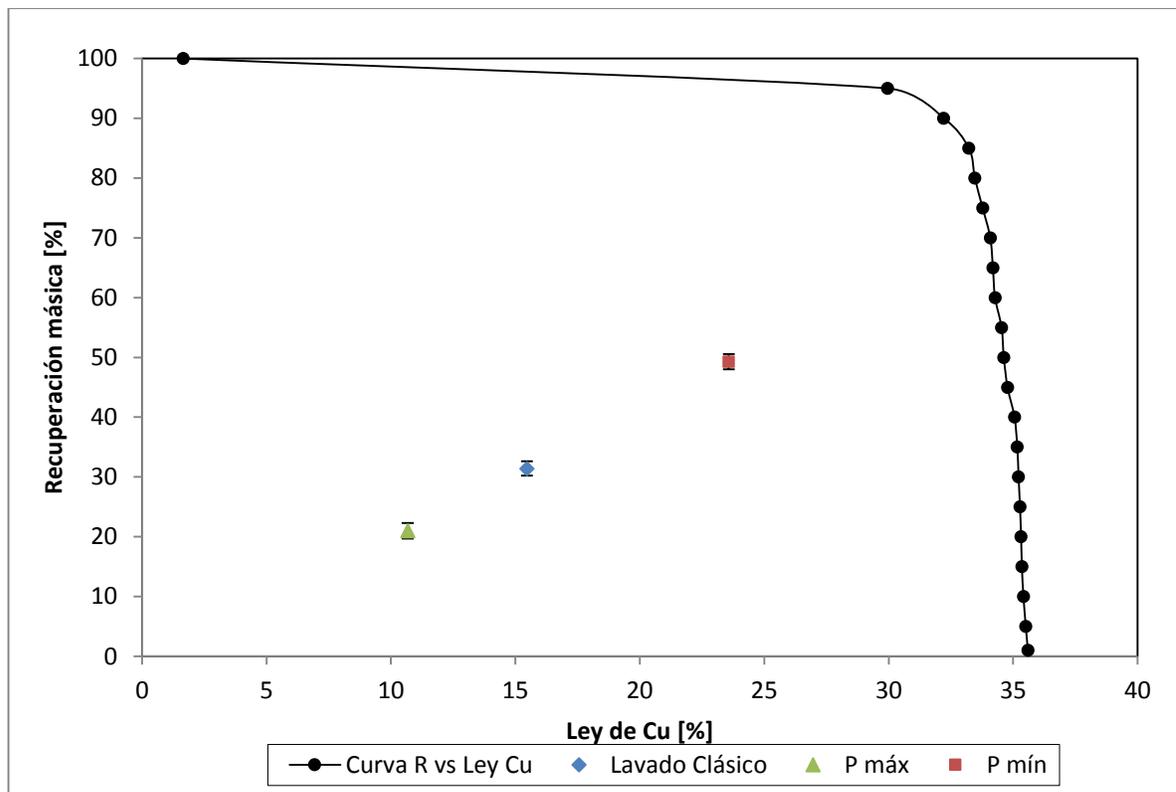


Figura 71. Curva recuperación vs ley de cobre y los puntos de operación de lavado de espuma.

Se observa que al modificar el sistema de lavado se producen cambios en la recuperación y ley de cobre en el concentrado de forma simultánea. La literatura indica que mejorar la recuperación significa sacrificar ley; sin embargo, eso ocurre sólo si la operación se encuentra en el óptimo (sobre la curva). Mientras la operación se encuentre bajo este 'límite' será posible mejorar ambos parámetros.

Comparando el sistema de lavado clásico con el sistema de lavado homogéneo, se puede ver que:

- La condición de igual flujo de líquido no es mejor que el lavado clásico, presentando el primero menores leyes y recuperaciones. La condición con mayor presión produce gotas más pequeñas, lo que se traduce en que no poseen el momentum suficiente como para penetrar en la espuma. En efecto, la superficie de la espuma es la zona más hidrófoba de la fase espuma-mineralizada, lo que se traduce en que el líquido se acumula principalmente sobre la espuma, saliendo junto al concentrado y aumentando la recuperación de líquido. Que el sistema tenga el mismo flujo de agua de lavado no implica que permitirá obtener los mismos resultados en términos de la recuperación y ley de cobre.
- La condición con el mayor tamaño de gota presenta mejores recuperaciones y leyes de cobre en el concentrado. Incorporar el agua de lavado de forma más homogénea significa mayor cobertura y al ser más gentil se reduce al mínimo la

ruptura de burbujas. Gotas de mayor tamaño penetran mayormente en la espuma. Todo esto se traduce en un mejor lavado. Las características de la incorporación de líquido del sistema de lavado homogéneo provoca que las burbujas tengan mayor movilidad, se genera una depresión en la espuma por desplazamiento de las burbujas y es esto último lo que facilita la incorporación de las gotas a la espuma, superando con mayor facilidad la zona más hidrófoba de la espuma. Notar que el flujo de líquido es inferior al del sistema clásico en un 40%.

Notar que los resultados aquí presentados corresponden a sólo una etapa de proceso (los experimentos consideran sólo la columna en operación), lo que significa que el proceso formando parte de un circuito completo de flotación podría significar mejores resultados metalúrgicos.

En conclusión el sistema de lavado homogéneo permite recuperar más, con mayor ley del elemento valioso (en este caso cobre) y de forma más eficiente en términos de consumo de agua.

5. CONCLUSIONES

Se confirma que el tamaño de burbuja ($d_{1,0}$) en espumas de dos fases (líquido/gas) aumenta con la velocidad superficial de gas. Aumentar la concentración de espumante estabiliza la espuma para la fracción de tamaño inferior a 1 mm, disminuyendo el diámetro de las burbujas y aumentando la altura de la zona de espuma. El tamaño de burbuja es mayor mientras más cerca se encuentra de la superficie de la espuma debido a la difusión de aire entre burbujas. A pesar de esto en todo momento la distribución de tamaño de burbuja en espumas sigue una distribución log normal.

Se confirma que aumentar la concentración de espumante implica una mayor recuperación de líquido en la espuma. Del mismo modo, el contenido de líquido en la espuma aumenta con la velocidad superficial de gas.

Es posible determinar una relación entre el aumento de tamaño de burbujas en el tiempo. Los resultados experimentales indican que el aumento del radio promedio de las burbujas en la espuma aumenta proporcionalmente con el tiempo, relación que puede expresarse como $r \sim t^\alpha$, con α entre 0,52 y 0,53.

La porción de espuma que se orienta hacia el labio de la celda, y que por tanto será recuperada, aumenta con el flujo superficial de gas tanto en espumas de dos fases como de tres fases (sólido/líquido/gas). En el caso de estas últimas, aumentar el porcentaje de sólidos aumenta la fracción de espuma recuperada. La concentración de espumante sólo es relevante cuando se incorporan sólidos en la alimentación, esto debido a que aporta a la estabilidad de las burbujas al igual que la incorporación de sólidos.

Las mediciones para la velocidad vertical y horizontal de la espuma indican que el modelo para el transporte de espuma en una celda de flotación propuesto por Zheng et al. (2004) describe de buena forma el comportamiento de la espuma en dirección hacia el labio de la celda utilizando parámetros operacionales como el J_g , ε_g y la altura de espuma. Es necesario incorporar al modelo el *gas holdup* en función de la altura de espuma ($\varepsilon_g(h)$). Incorporar una corrección a la condición de borde del modelo disminuye el error hasta en un 33%.

Un jet de líquido como el de un sistema de lavado clásico al entrar en contacto con la espuma genera ruptura de burbujas, la zona en la que ocurre corresponde a entre 1,5 a 1,75 veces el diámetro del jet.

Considerando como lavado efectivo la zona en la cual se aprecia cambios en las burbujas, como aumento dramático del tamaño debido a difusión de aire, cambios bruscos de dirección de movimiento y circulación en el flujo, un jet de líquido lavará una zona de entre 9,7 y 13 veces su diámetro. A mayor velocidad superficial de gas se presentan mayores zonas de lavado.

La zona de influencia de un jet de agua de lavado corresponde a entre 27,5 y 30 veces su diámetro, medido radialmente. Es decir, una burbuja que se encuentra más allá de 30 veces el diámetro del jet de líquido no verá afectada su velocidad de ascenso.

Es posible implementar un sistema de lavado de espuma basado en la atomización de líquido sobre una columna de flotación a escala de planta piloto con una configuración simple, que entrega flexibilidad a la operación. Lavar la espuma en estas condiciones, con una configuración adecuada en términos de distancia a la superficie de la espuma y presión de líquido, permite mejorar la recuperación de material valioso desde 31 a 49% aumentando simultáneamente su ley en el concentrado desde 15 a 23%. Esto se debe a que le entrega mayor movilidad a la espuma y porque el líquido penetra de forma homogénea en ella.

6. RECOMENDACIONES

Considerar pruebas en la celda de laboratorio que incorporen una mayor cantidad de condiciones para la concentración de espumante con más de un tipo. Éste trabajo utiliza un alcohol, sin embargo los glicoles generarían comparativamente espumas con un menor contenido de líquido por estar conformados por moléculas más cortas que por tanto arrastran menos agua (Moyo et al., 2007).

Se deja propuesto para trabajos futuros el cálculo de la difusión de aire entre las burbujas utilizando los datos experimentales para profundizar el estudio del comportamiento del tamaño de burbujas y la altura de la espuma en el tiempo. Se sugiere, como primer acercamiento, el modelo propuesto por Lemlich (1978) junto con el trabajo de Krieger et al. (1967).

Resulta interesante como trabajo futuro entender el comportamiento de la velocidad de la espuma en una celda de flotación en su componente horizontal, justo en la zona límite donde ésta desaparece y de alguna forma medir su valor para relacionarlo con la reología y el contenido de líquido de la espuma.

Se recomienda implementar un sistema de lavado de espuma que permita controlar de mejor manera el flujo de líquido incorporado en la celda, de forma tal que éste pueda ser incorporado a un valor constante. Esto facilitaría las observaciones y análisis como los expuestos en este trabajo y mejoraría los tiempos de captura de imágenes, logrando mayor información disponible.

Implementar un modelo que simule la interacción entre el jet de líquido de lavado y la espuma a través de un software que utilice herramientas de elementos finitos y dinámica de fluido computacional, como Ansys Fluent ®. Resulta interesante comparar los resultados experimentales con el modelo, especialmente las observaciones de transferencia de momentum entre los fluidos.

Este trabajo demuestra que es posible la observación y estudio de espumas con tres fases, por lo que se propone la realización de pruebas del impacto del jet de líquido en la espuma en dicha condición.

En experimentos futuros a escala de planta piloto se recomienda realizar, además de cortes para la información metalúrgica, medir los flujos en la columna y filtrar las muestras tomadas de ellos, para así analizar la recuperación de agua.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Agnihotri, A. K., and Lemlich, R. (1981). Electrical conductivity and the distribution of liquid in polyhedral foam. *Journal of Colloid and Interface Science*, 84(1), 42-46.
- Ata, S., Ahmed, N., and Jameson, G. J. (2003). A study of bubble coalescence in flotation froths. *International Journal of Mineral Processing*, 72(1), 255-266.
- Bhakta, A., and Ruckenstein, E. (1995). Drainage of a standing foam. *Langmuir*, 11(5), 1486-1492.
- Bourke, P. G. (1996). U.S. Patent No. 5,511,669. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Bourke, P. (2013). U.S. Patent No. 8,360,246. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Chang, K. S., and Lemlich, R. (1980). A study of the electrical conductivity of foam. *Journal of Colloid and Interface Science*, 73(1), 224-232.
- Cherry, R. S., & Hulle, C. T. (1992). Cell death in the thin films of bursting bubbles. *Biotechnology progress*, 8(1), 11-18.
- Cho, Y. S. and Laskowski, J. S. (2002). Effect of flotation frothers on bubble size and foam stability. *International Journal of Mineral Processing*, 64(2), 69-80.
- Del Villar, R., Grégoire, M., and Pomerleau, A. (1999). Automatic control of a laboratory flotation column. *Minerals Engineering*, 12(3), 291-308.
- Dobby, G. S. and Finch, J. A. (1986). Particle collection in columns – Gas rate and bubble size effects. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 25(1), 9-13.
- Dobby, G. - SGS. (2002). Column flotation for plant design. *Technical Bulletin*, 2002, 23.
- Durand, M. (2002). Contributions theorique et experimentale à l'étude du drainage d'une mousse aqueuse. Doctorat d'Etat thesis, Université Paris XI UFR Scientifique D'orsay, Paris, France.
- Espinosa-Gomez, R., and Johnson, N. W. (1991). Technical Experiences with Conventional Columns at Mount Isa Mines Ltd. *Proceedings Column*, 91, 1991.
- Eriez. Flotation Division. (2012). Catálogo de equipos.
- Exerowa, D., Kruglyakov, P. M., and Möbius, R. (1998). Foam and foam films.
- Falutsu, M., and Dobby, G. S. (1989). Direct measurement of froth drop back and collection zone recovery in a laboratory flotation column. *Minerals Engineering*, 2(3), 377-386.

- Finch, J. A., Yianatos, J., and Dobby, G. (1989). Column froths. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 5(14), 281-305.
- Finch J. A. and Dobby G. S. (1990). *Column Flotation*. Pergamon Press, Oxford.
- Fortest, M. A., Emlia Rosa, M., Findlay, S., and Guedes, M. (1998). Development of bamboo structure in a foam: the kinetics of foam coarsening. *Philosophical Magazine A*, 77(1), 257-265.
- Fuchizaki, K., Kusaba, T., and Kawasaki, K. (1995). Computer modelling of three-dimensional cellular pattern growth. *Philosophical Magazine B*, 71(3), 333-357.
- Furey, J. T., Karklin, G. A., and Hatrzog, L. D. (1990). Rougher column flotation of gold tellurides. In *CMP Conference*.
- Ghosh, A. K., and Ulbrecht, J. J. (1989). Bubble formation from a sparger in polymer solutions – II. Moving liquid. *Chemical Engineering Science*, 44(4), 969-977.
- Granqvist, C. G., and Buhrman, R. A. (1976). Log-normal size distributions of ultrafine metal particles. *Solid State Communications*, 18(1), 123-126.
- Grau, R. A., and Heiskanen, K. (2005). Bubble size distribution in laboratory scale flotation cells. *Minerals Engineering*, 18(12), 1164-1172.
- Harris, C. C., and Rimmer, H.W. (1966). Study of a two-phase model of the flotation process. *Trans. Inst. Min. Metall.*, 75, C153-C162.
- Hernandez-Aguilar, J. R. (2004). An imaging technique for sizing bubbles in flotation systems. PhD thesis, McGill University, Canada.
- Ireland, P., Cunningham, R., and Jameson, G. J. (2007). The behavior of wash water injected into a froth. *International Journal of Mineral Processing*, 84(1), 99-107.
- Jameson, G. J. (2010). U.S. Patent No. 7,770,736. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Khan, L., Lytle, J., and Ho, K. (2004). U.S. Patent Application 10/968,372.
- Kallioinen, J. O., Koivistoinen, P. V., and Rantanen, S. O. (1991). U.S. Patent No. 5,039,400. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Kamp, A. M., Chesters, A. K., Colin, C., and Fabre, J. (2001). Bubble coalescence in turbulent flows: mechanistic model for turbulence-induced coalescence applied to microgravity bubbly pipe flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 27(8), 1363-1396.
- Kann, K. B., & Feklistov, V. N. (1986). Electrical-Conductivity and structure of foams. *Colloid Journal Of The USSR*, 48(1), 25-29.
- Koehler, S. A., Hilgenfeldt, S., and Stone, H. A. (1999). Liquid flow through aqueous foams: the node-dominated foam drainage equation. *Physical review letters*, 82(21), 4232.

- Konopacka, Z., and Drzymala, J. (2010). Types of particles recovery –water recovery entrainment plots useful in flotation research. *Adsorption*, 16(4-5), 313-320.
- Krieger, I. M., Mulholland, G.W., and Dickey, C. S. (1967). Diffusion coefficients for gases in liquids from the rates of solution of small gas bubbles. *The Journal of Physical Chemistry*, 71(4), 1123-1129.
- Kruglyakov, P. M. and Exerowa, D. (1990). *Pena i pennye plenki*. Khimiya, Moscow.
- Lemlich, R. (1978). Prediction of changes in bubble size distribution due to interbubble gas diffusion in foam. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 17(2), 89-93.
- Lemlich, R. (1985). Semitheoretical equation to relate conductivity to volumetric foam density. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 24(3), 686-687.
- Magrabi, S. A., Dlugogorski, B. Z., and Jameson, G. J. (1999). Bubble size distribution and coarsening of aqueous foams. *Chemical engineering science*, 54(18), 4007-4022.
- Malysa, K. (1992). Wet foams: formation, properties and mechanism of stability. *Advances in Colloid and Interface Science*, 40, 37-83.
- Malysa, K. (1993). Water contents in froths obtained from solutions of α -terpineol, n-pentanol and n-octanol. *International journal of mineral processing*, 40(1), 69-81.
- McKeon, T. J. (2001). An in-plant evaluation of froth washing on conventional flotation cells for coal. MSc thesis, Mining and Metallurgy, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Moyo, P., Gomez, C. O., and Finch, J. A. (2007). Characterizing frothers using water carrying rate. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 46(3), 215-220.
- Moys, M. H. (1978). A study of a plug-flow model for flotation froth behavior. *International Journal of Mineral Processing*, 5(1), 21-38.
- Moys, M. H. (1984). Residence time distributions and mass transport in the froth phase of the flotation process. *International Journal of Mineral Processing*, 13(2), 117-142.
- Moys, M. H., and Finch, J. A. (1988). Developments in the control of flotation columns. *International Journal of Mineral Processing*, 23(3), 265-278.
- Muganda, S., Zanin, M., and Grano, S. R. (2012). Benchmarking the flotation performance of ores. *Minerals Engineering*, 26, 70-79.
- Mullins, W. W. (1986). The statistical self-similarity hypothesis in grain growth and particle coarsening. *Journal of Applied Physics*, 59(4), 1341-1349.

- Nguyen, A. V., Harvey, P. A., and Jameson, G. J. (2003). Influence of gas flow rate and frothers on water recovery in a froth column. *Minerals engineering*, 16(11), 1143-1147.
- Nicklin, D. J. (1962). Two-phase bubble flow. *Chemical Engineering Science*, 17(9), 693-702.
- O'Connor, C. T., Randall, E. W. and Goodall, C. M. (1990). Measurement of the effects of physical and chemical variables on bubble size. *International Journal of Mineral Processing*, 28(1), 139-149.
- Outotec (2011). Flotation Technologies. Finlandia. Disponible en <http://www.outotec.com/en/Searchmaterial/?excludeimages=true&categories=68,75,4>
- Piret J. J. (1980). Etude des effets de la coalescence des bulles sur les écoulements de gaz en lit fluidisé. Doctorat d'Etat thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France.
- Princen, H. M., and Kiss, A. D. (1987). Osmotic pressure of foams and highly concentrated emulsions. 2. Determination from the variation in volume fraction with height and equilibrated column. *Langmuir*, 3(1), 36-41.
- Qing, C., Rongchang, G., Fei Xie, S., Branch, Z. H., Yao, L. (2014) China Patent No 204121813U. China Patent and Trademark Office.
- Ralston, O. C., Clarkdale, Ariz. (1934). U.S. Patent No. 1,952,727. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Randall, E. W., Goodall, C. M., Fairlamb, P. M., Dold, P. L., and O'Connor, C. T. (1989). A method for measuring the sizes of bubbles in two-and three-phase systems. *Journal of Physics, Section E, Scientific Instrumentation* 22, 827-833.
- Rodrigues, R. T. and Rubio, J. (2003). New basis measuring the size distribution of bubbles. *Minerals Engineering*, 16(8), 757-765.
- Sachs L. (1984). *Applied statistics: a handbook of techniques*. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Sada, E., Yasunishi, A., Katoh, S., and Nishioka, M. (1978). Bubble formation in flowing liquid. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 56(6), 669-672.
- Saint-Jalmes, A., Vera, M. U., & Durian, D. J. (2000). Free drainage of aqueous foams: Container shape effects on capillarity and vertical gradients. *EPL (Europhysics Letters)*, 50(5), 695.
- Saint-Jalmes, A., and Langevin, D (2002). Time evolution of aqueous foams: drainage and coarsening. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 14(40), 9397.
- Sauter, J. (1927). Determining the efficiency of atomization by its fineness and uniformity.

- Savassi, O. N. (1998). Direct estimation of the degree of entrainment and the froth recovery of attached particles in industrial flotation cells.
- Schwarz, S., and Alexander, D. (2006). Gas dispersion measurements in industrial flotation cells. *Minerals Engineering*, 19(6), 554-560.
- Schwarz, S., Alexander, D., and Coleman, R. G. (2007) Characteristics of modern copper flotation circuits. In *Sixth International Copper-Cobre Conference* (pp. 185-196). Canadian Institute of Mining, Metallurgy and Petroleum.
- Shafi, M. A., Joshi, K., & Flumerfelt, R. W. (1997). Bubble size distributions in freely expanded polymer foams. *Chemical Engineering Science*, 52(4), 635-644.
- Sripada, S. R., Ahmed, N., and Jameson, G. J. (1989). Froth washing in flotation. *Australasian Chemical Engineering Conference*.
- Stavans, J. (1990). Temporal evolution of two-dimensional drained soap froths. *Physical Review A*, 42(8), 5049.
- Subrahmanyam, T. V., and Forssberg, E. (1988). Froth stability, particle entrainment and drainage in flotation-a review. *International Journal of Mineral Processing*, 23(1), 33-53.
- Szyszkam D. (2013). Critical Coalescence Concentration (CCC) as a parameter for evaluation of selected quaternary ammonium compounds. *Mining Science*, 20.
- Tang, D., Wightman, E. M., Franzidis, J. P., and Montes-Atenas, G. (2010). Assessment of the consistency between different laboratory froth stability measurements. In *XXV International Mineral Processing Congress 2010, IMPC 2010*(Vol. 3, pp. 2425-2432). Australasian Institute of Mining and Metallurgy.
- Tao, D. (2005). Role of bubble size in flotation of coarse and fine particles-a review. *Separation Science and Technology*, 39(4), 741-760.
- Taylor, J. E. (1976). The structure of singularities in soap-bubble-like and soap-film-like minimal surfaces. *Annals of Mathematics*, 103, 489-539.
- Tsatouhas, G., Grano, S. R., and Vera, M. (2006). Case studies on the performance and characterization of the froth phase in industrial flotation circuits. *Minerals Engineering*, 19(6), 774-783.
- Turner, J. C. R. (1976). Two-phase conductivity: the electrical conductance of liquid-fluidized beds of spheres. *Chemical Engineering Science*, 31(6), 487-492.
- Uçurum, M., and Bayat, O. (2007). Effects of operating variables on modified flotation parameters in the mineral separation. *Separation and purification technology*, 55(2), 173-181.
- Verbist, G., Weaire, D., and Kraynik, A. M. (1996). The foam drainage equation. *Journal of Physics. Condensed Matter*, 8(21), 3715-3731.

- Weaire, D., Hutzler, S., Verbist, G., and Peters, E. A. J. F. (1997). A review of foam drainage. *Advances in Chemical Physics*, Volume 102, 315-347.
- Williams, J. M., & Wroblewski, D. A. (1988). Spatial distribution of the phases in water-in-oil emulsions. Open and closed microcellular foams from cross-linked polystyrene. *Langmuir*, 4(3), 656-662.
- Wills, B. A., and Napier-Munn, T. (2006). *Mineral Processing Technology: an Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral*. Maryland Heights, MO: Elsevier Science and Technology Books.
- Xu, M., Finch, J. A., and Uribe-Salas, A. (1991). Maximum gas and bubble surface rates in flotation columns. *International journal of mineral processing*, 32(3), 233-250.
- Xiufeng, W., Jing, L. M., Zhang, S. J. (2014). China Patent No. 20337065 U. China Patent and Trademark Office.
- Yianatos, J. B., Laplante, A. R., and Finch, J. A. (1985). Estimation of local holdup in the bubbling and froth zones of a gas-liquid column. *Chemical engineering science*, 40(10), 1965-1968.
- Yianatos, J. B., Finch, J. A., and Laplante, A. R. (1986). Holdup profile and bubble size distribution of flotation column froths. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 25(1), 23-29.
- Yianatos, J. B. (2007). Fluid flow and kinetic modelling in flotation related processes: columns and mechanically agitated cells—a review. *Chemical Engineering Research and Design*, 85(12), 1591-1603.
- Yianatos, J. B., Moys, M. H., Contreras, F., and Villanueva, A. (2008). Froth recovery of industrial flotation cells. *Minerals Engineering*, 21(21), 817-825.
- Yoon, R. H., Adel, G. T., and Luttrell, G. H. (1991). U.S. Patent No. 4,981,582. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Yoon, R. H., Adel, G. T., and Luttrell, G. H. (1998). U.S. Patent No. 5,814,210. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Zhang, W., Nasset, J. E., Rao, R., and Finch, J. A. (2012). Characterizing frothers through critical coalescence concentration (CCC) 95-hydrophile-lipophile balance (HLB) relationship. *Minerals*, 2(3), 208-227.
- Zheng, X., Franzidis, J. P., and Manlapig, E. (2004). Modelling of froth transportation in industrial flotation cells: Part I. Development of froth transportation models for attached particles. *Minerals engineering*, 17(9), 981-988.
- Zhou, Z. A., Egiebor, N. O., and Plitt, L. R. (1993). Frother effects on bubble size estimation in a flotation column. *Minerals Engineering*, 6(1), 55-67.

8. APÉNDICE

APÉNDICE 1. PROTOCOLO PROCESAMIENTO DE IMÁGENES

Secuencia de imágenes

Se utiliza el software VirtualDub, para transformar cada video digital capturado. Para ello, se abre el programa, en **File**, se accede a la opción **Open video file** (Figura 8.1). Esto cargará el video en el programa.

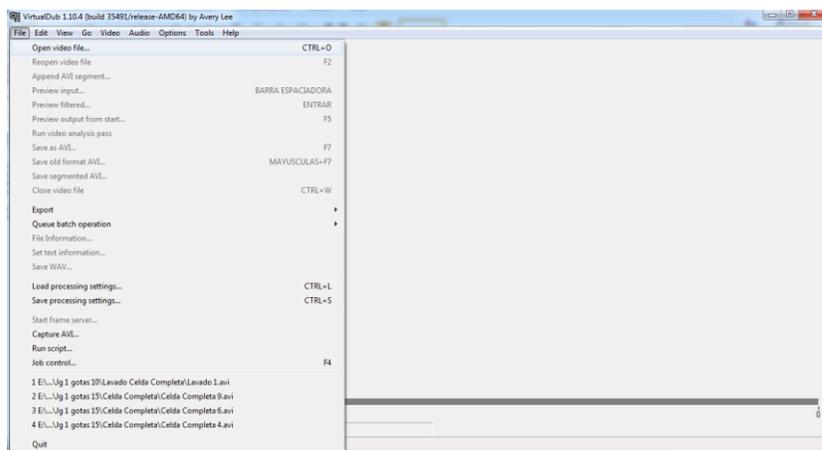


Figura 8.1. Abrir video en VirtualDub.

Una vez cargado el video, verificar que esté desplegado en el número de cuadros por segundo deseado (30 fps). Esto se hace en la sección **Video/Frame Rate**, lo que despliega el cuadro presentado en la Figura 8.2.

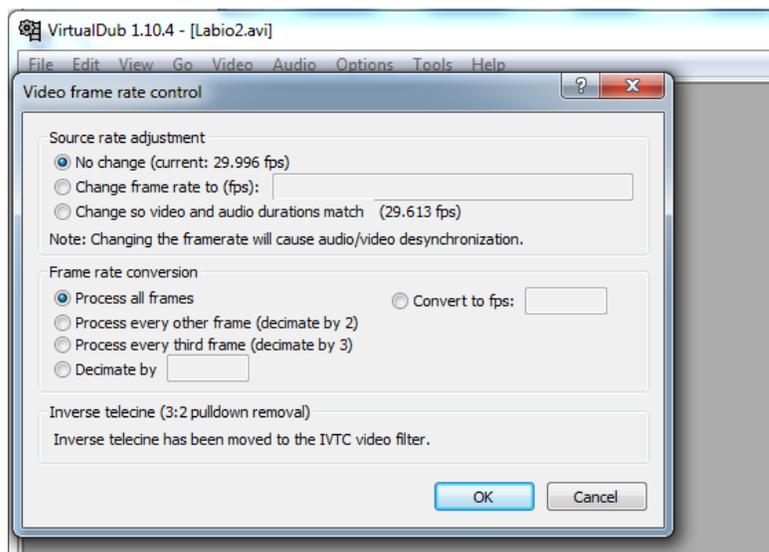


Figura 8.2. Control de cuadros de video.

Si no fuera el número deseado se ajusta en click en 'Change frame rate to (fps)', digitando 29.996.

Una vez hecho lo anterior, se exporta el video como una secuencia de imágenes, en una carpeta previamente establecida para aquello. Para esto, se accede a **File, Export, Image sequence**, como se muestra en la Figura 8.3. Lo que desplegará el menú de la Figura 8.4. En el cual se configura el nombre de los archivos de salida en la barra superior. En 'Directory to hold' se indica la carpeta donde se guardará la secuencia y en el menú inferior se elige el formato de salida, para este trabajo se mantuvo bmp.

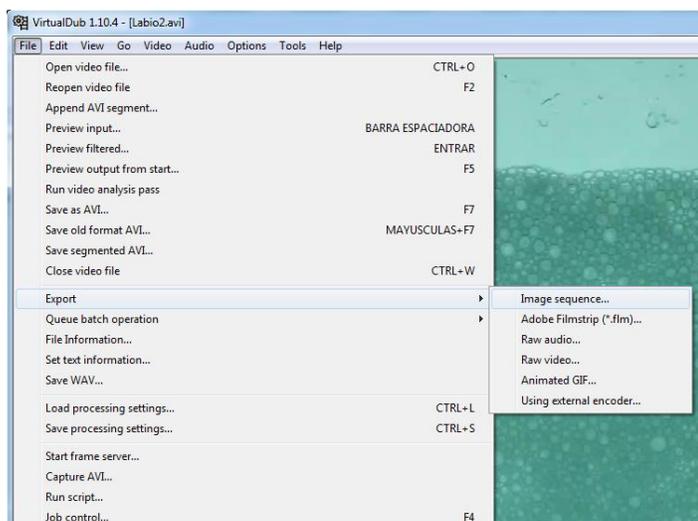


Figura 8.3. Exportar secuencia de imágenes.

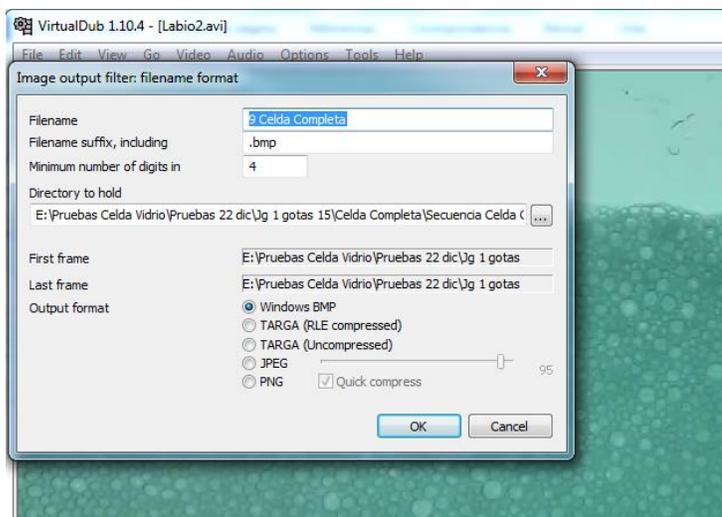


Figura 8.4. Configuración de salida de secuencia de imágenes.

Con esto las imágenes quedan listas para ser analizadas por el software ImageJ.

Análisis de imágenes

Una vez abierto ImageJ, se importa la secuencia de imágenes en la opción **File, Import, Image Sequence** (Figura 8.5). Se selecciona una de las imágenes de la secuencia y click en 'ok'.

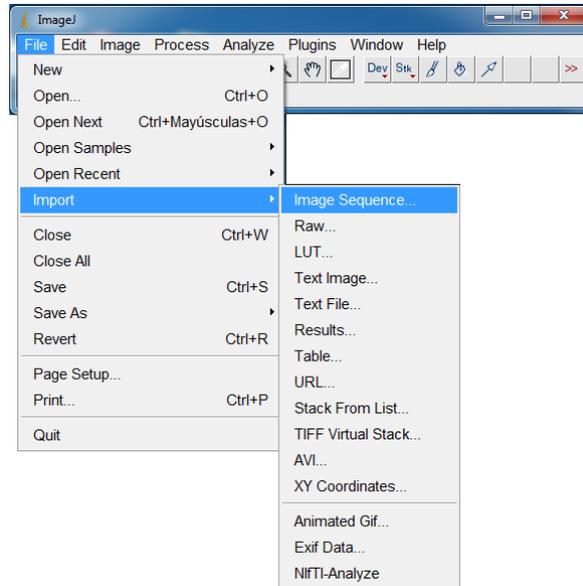


Figura 8.5. Importar secuencia de imágenes.

Tras lo anterior, se desplegará el menú presentado en la Figura 8.6.

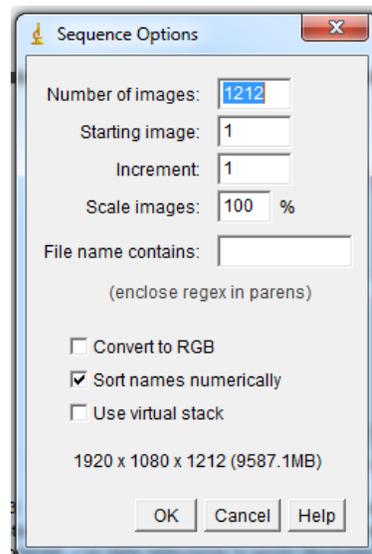


Figura 8.6. Opciones de la secuencia de imágenes importada.

En donde se selecciona el número de imágenes que se desea importar, y desde cual se desea que inicie la secuencia importada. El incremento se deja en 1 para que vaya de cuadro en cuadro. Finalmente se selecciona 'Convert to RGB' para facilitar el

posterior análisis. Tras esto se hace click en 'ok'. ImageJ mostrará las imágenes deseadas.

Para enfocar el análisis en la sección de interés, con la herramienta de rectángulo se selecciona dicha zona y se genera un duplicado yendo al menú **Image, Duplicate** (Figura 8.7).

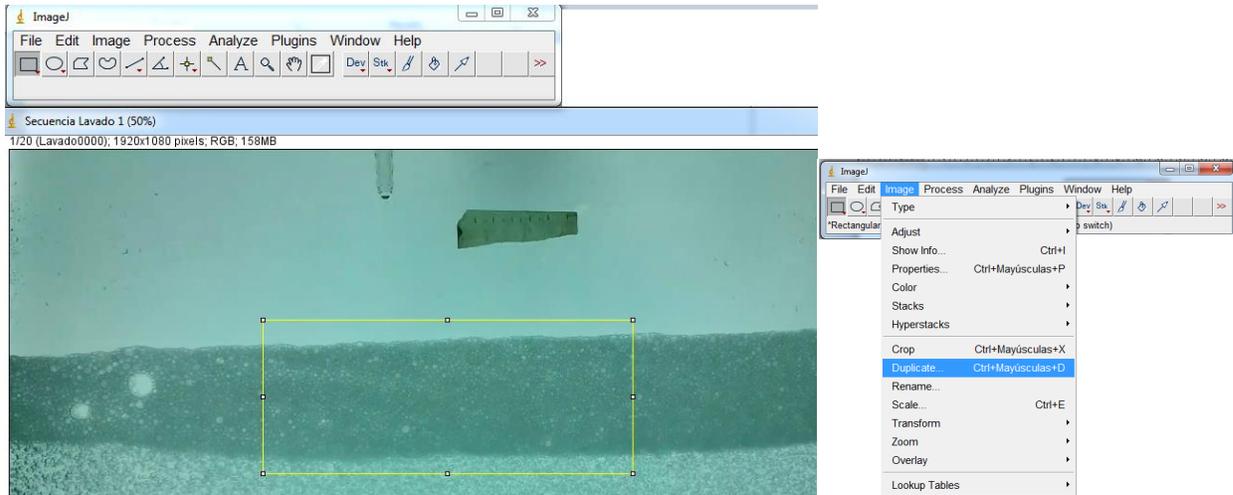


Figura 8.7. Duplicar una sección de la secuencia de imágenes.

Lo anterior desplegará la ventana presentada en la Figura 8.8, en la cual se hace click en 'Duplicate stack' para duplicar la secuencia completa. Si se quisiera duplicar sólo un rango de la secuencia también es posible.

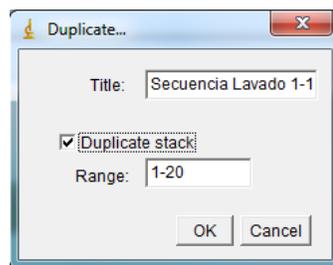


Figura 8.8. Duplicar secuencia.

Tras esto, se ingresa la escala, en pixeles por unidad de medida, en el menú, **Analyze, Set scale**.

Para comenzar el análisis de imágenes, es necesario modificar los colores de cada una, de forma tal que el software pueda identificar bordes de partícula y pueda medir. Para ello, se accede al menú **Image, Adjust, Threshold** (Figura 8.9).

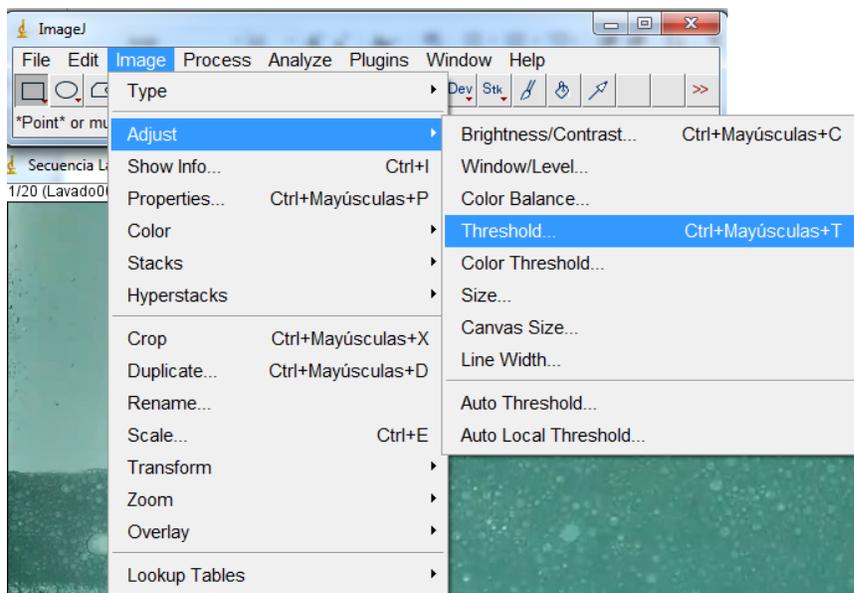


Figura 8.9. Ajustar imágenes.

Se desplegará la ventana de ajuste de color, como el de la figura 8.10. Se selecciona 'Black' en 'Threshold color' y 'RGB' en 'Color space'. Además se deselecciona 'Dark background'. Luego se debe modificar los límites para los colores rojo, verde y azul, de forma tal que se destaque los bordes de burbuja como se muestra en la Figura 8.11. Luego click en 'Stack' para que aplique para toda la secuencia.

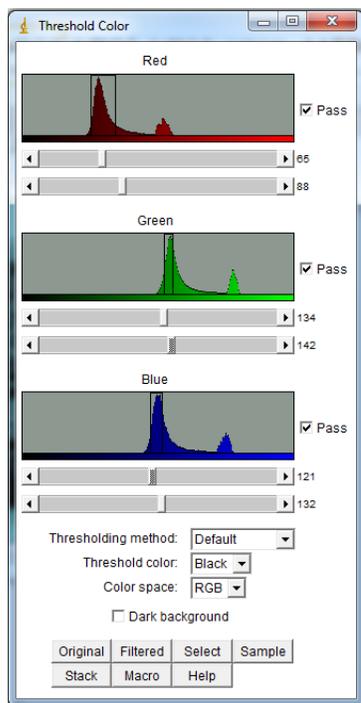


Figura 8.10. Ventana configuración de colores.

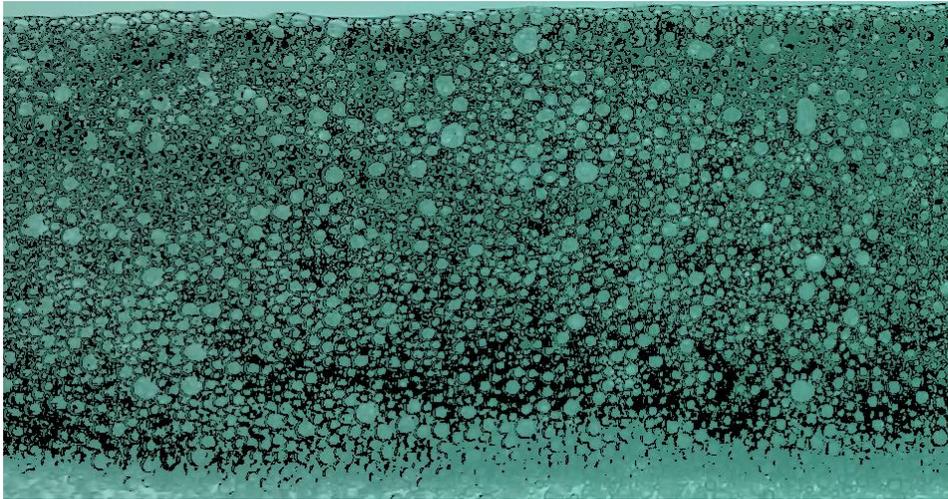


Figura 8.11. Bordes delimitados en una espuma.

Con esto ya es posible analizar las burbujas. Para ello se accede a Analyze, Analyze Particles, como muestra la Figura 8.12.

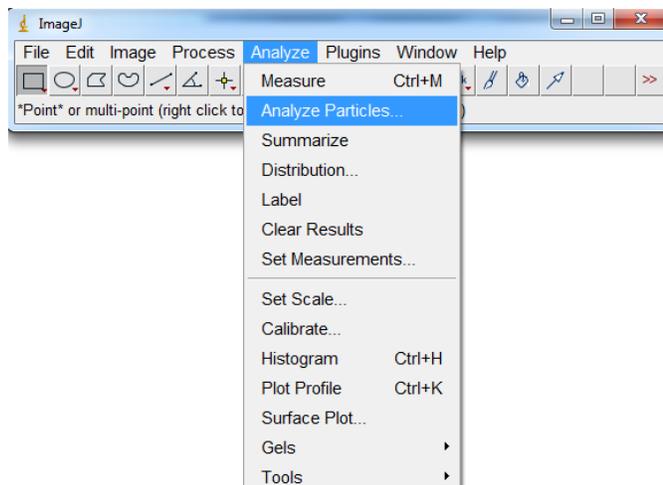


Figura 8.12. Acceso a análisis de burbujas.

Se desplegará la ventana de configuración que se muestra en la Figura 8.13. Ahí se selecciona 'Outlines' en la sección 'Show'. Para que se despliegue una figura con las partículas identificadas, de forma tal que nos permita verificar que se ha hecho correctamente la medición. Además se selecciona 'Display results' y 'Clear results'. Tras ello click en 'ok'. Se obtendrá como resultado dos ventanas, una con los 'outlines' (Figura 8.14) y otra con los resultados de las mediciones de burbuja (Figura 8.15).

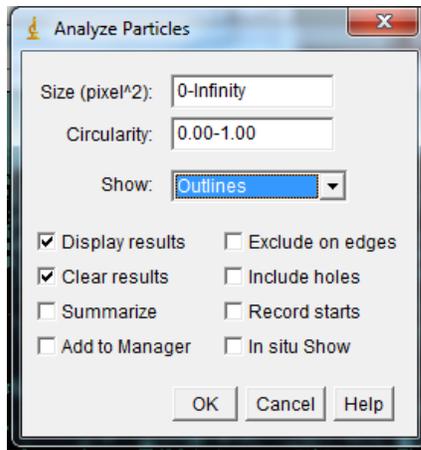


Figura 8.13. Configuración análisis de burbujas.

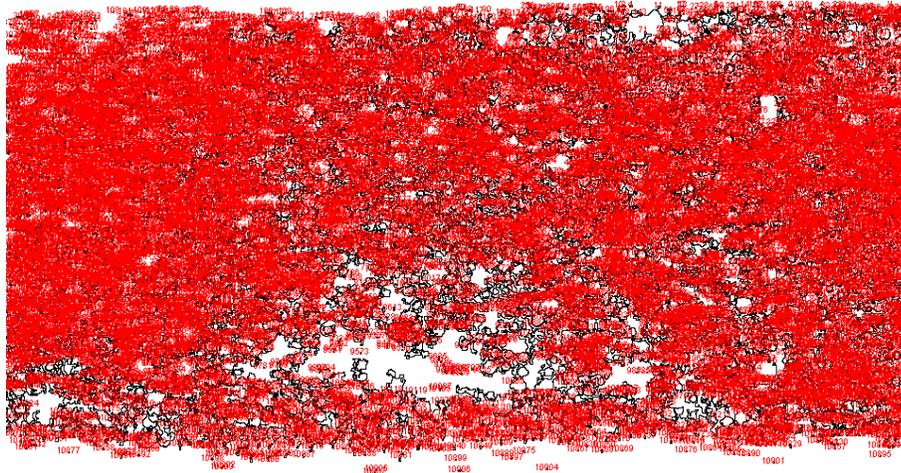


Figura 8.14. Outlines para una espuma bien analizada.

		Min	Max
		114	120
		122	122
		117	120
4	3	119	115
5	1	123	123
6	4	120.250	116
7	3	122	122
8	3	122	122

Figura 8.15. Resultados de las mediciones en las burbujas.

Las mediciones se guardan en un archivo .txt que puede ser importado en Excel para el análisis posterior. En donde se pueda calcular el diámetro de burbuja y establecer todos los filtros indicados en el Capítulo 3 de éste trabajo.

APÉNDICE 2. DETALLE DE LA OPERACIÓN EN PLANTA PILOTO.

Tabla 8.1. Condiciones operacionales lavado de espuma en pruebas de planta piloto.

Condición	Alimentación			Condiciones Operacionales					
	F [lpm]	% de sólidos	pH	ID Lavado	Dist Lavado [cm]	Lavado [ml/min]	Altura de espuma [cm]		Aire Volumétrico
							Medida	Set Point	
1	6	21	11.47	30	18	50	110	160	0.81
2	6	21	11.47	30	18	36	110	160	0.81
3	6	21	11.47	Sin Lavado	Sin Lavado	0	106	170	0.76
4	6	21	11.47	30	18	106	108	170	0.78
5	6	21	11.47	30	28	50	110	170	0.81
6	6	21	11.47	30	28	36	110	170	0.83
7	6	21	11.47	30	28	106	108	170	0.77
8	6	21	11.47	Lavado Clásico	10	100 - 110	110	170	0.79

Tabla 8.2. Condiciones operacionales columna en pruebas de planta piloto.

Flotación Columna 4"	
Parámetro	
Flujo Alimentación [l/min]	6.0
Flujo de aire [l/min]	5.6
Tiempo de residencia [min]	5.0
J_g [cm/s]	1.15
Espumante F – 749 [g/ton]	8.0
Colector Cu AP – 405 [g/ton]	10.0
Altura de espuma [cm]	105 – 110
Porcentaje de sólidos	21.0
Volumen Celda [l]	36
pH (Modif. Cal)	11.5 – 11.8

**APÉNDICE 3. COMPORTAMIENTO SIMÉTRICO DE LA ESPUMA EN CELDA
DE LABORATORIO.**

Tabla 8.3. Porcentaje acumulado sección izquierda celda condición J_g 1 cm/s – 0.46 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	7.87%	7.52%	10.35%	6.86%	8.19%	8.50%	6.72%
0.5	28.99%	29.00%	30.25%	26.87%	31.09%	31.37%	28.06%
0.6	42.81%	45.47%	42.37%	41.61%	47.37%	47.31%	45.57%
0.7	54.48%	57.88%	53.75%	54.25%	58.77%	59.07%	58.94%
0.8	63.63%	68.59%	64.12%	63.50%	68.50%	69.43%	68.39%
0.9	70.47%	76.05%	72.67%	71.52%	74.39%	77.48%	74.89%
1.0	76.90%	82.79%	77.77%	78.61%	80.79%	82.76%	79.99%
1.1	80.86%	87.08%	82.21%	83.48%	84.09%	86.22%	83.75%
1.2	85.53%	90.67%	86.15%	87.19%	86.96%	89.09%	86.63%
1.3	88.76%	92.83%	89.31%	89.61%	88.94%	91.60%	89.22%
1.4	91.12%	94.46%	91.83%	91.42%	90.74%	93.36%	91.43%
1.5	92.70%	95.65%	93.60%	93.26%	92.47%	94.72%	93.80%
1.6	94.14%	96.54%	94.88%	94.37%	93.98%	95.63%	94.68%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.4. Porcentaje acumulado sección derecha celda condición J_g 1 cm/s – 0.46 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	6.31%	8.14%	7.92%	6.78%	7.70%	9.80%	7.42%
0.5	25.68%	31.10%	25.17%	27.77%	28.57%	34.35%	28.26%
0.6	41.97%	48.53%	42.11%	43.90%	45.63%	49.73%	45.68%
0.7	54.73%	61.33%	56.25%	57.35%	58.72%	61.15%	58.28%
0.8	64.92%	71.47%	66.48%	68.21%	68.78%	68.97%	68.34%
0.9	72.85%	78.51%	73.49%	75.86%	76.28%	74.37%	75.81%
1.0	80.16%	83.85%	78.55%	81.93%	82.76%	79.14%	81.79%
1.1	85.04%	86.99%	82.69%	86.13%	86.66%	82.28%	85.61%
1.2	89.28%	90.72%	86.35%	89.61%	90.00%	85.43%	88.45%
1.3	91.57%	92.94%	88.91%	91.35%	92.17%	87.95%	91.06%
1.4	93.83%	94.13%	90.62%	92.97%	93.62%	89.57%	92.79%

1.5	95.01%	95.27%	92.38%	94.58%	94.85%	90.92%	94.02%
1.6	95.88%	96.08%	93.54%	95.67%	95.70%	92.36%	95.05%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.5. Porcentaje acumulado sección izquierda de celda condición J_g 1 cm/s – 0.70 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	45.49%	32.60%	32.37%	36.59%	39.08%	32.92%	33.17%
0.5	65.92%	55.41%	56.01%	61.68%	65.53%	56.64%	57.73%
0.6	77.13%	70.12%	70.19%	77.10%	76.69%	70.35%	70.95%
0.7	84.54%	80.77%	80.15%	86.77%	82.63%	79.56%	79.34%
0.8	90.04%	86.85%	88.12%	93.20%	86.93%	85.93%	85.51%
0.9	92.86%	91.45%	91.91%	95.12%	89.23%	89.51%	88.92%
1.0	94.61%	94.07%	94.11%	96.72%	91.45%	92.18%	92.06%
1.1	95.84%	95.84%	96.03%	97.86%	92.82%	94.68%	93.69%
1.2	96.70%	96.92%	97.06%	98.40%	93.71%	95.94%	95.30%
1.3	97.37%	97.93%	97.85%	98.68%	94.59%	96.84%	95.86%
1.4	97.91%	98.46%	98.57%	99.04%	94.99%	97.56%	96.78%
1.5	98.28%	98.76%	98.90%	99.27%	95.61%	98.05%	97.34%
1.6	98.50%	99.14%	99.15%	99.36%	96.01%	98.35%	97.73%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.6. Porcentaje acumulado sección derecha celda condición J_g 1 cm/s – 0.70 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	36.24%	32.62%	36.56%	37.87%	37.75%	31.53%	33.67%
0.5	62.83%	55.72%	60.56%	65.49%	62.77%	55.87%	57.72%
0.6	77.97%	68.84%	73.87%	79.98%	77.99%	70.96%	72.59%
0.7	87.74%	77.87%	82.31%	88.63%	86.62%	81.92%	81.65%
0.8	93.33%	84.05%	88.04%	93.64%	92.44%	89.38%	87.67%

0.9	96.21%	87.79%	91.80%	95.94%	94.86%	93.28%	91.23%
1.0	97.70%	90.38%	94.22%	97.50%	96.20%	95.95%	94.10%
1.1	98.70%	92.55%	96.29%	98.52%	97.46%	97.35%	95.73%
1.2	99.07%	94.51%	97.47%	98.85%	98.16%	98.25%	96.61%
1.3	99.41%	95.61%	98.06%	99.06%	98.41%	98.81%	97.23%
1.4	99.69%	96.48%	98.52%	99.22%	98.68%	98.99%	98.06%
1.5	99.78%	97.00%	98.79%	99.34%	98.90%	99.19%	98.39%
1.6	99.88%	97.51%	99.01%	99.43%	99.11%	99.28%	98.72%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.7. Porcentaje acumulado sección izquierda celda condición J_g 1.2 cm/s-0.46 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.5	42.92%	38.82%	37.75%	34.00%	36.87%	36.60%	31.61%
0.6	68.19%	65.30%	62.93%	59.63%	61.51%	61.44%	55.82%
0.7	80.08%	78.27%	75.77%	72.74%	73.57%	73.64%	70.06%
0.8	87.34%	86.17%	84.17%	82.45%	81.62%	81.35%	79.09%
0.9	92.21%	90.51%	88.73%	88.03%	86.75%	86.44%	85.14%
1.0	94.56%	93.29%	91.79%	91.50%	89.85%	90.21%	89.01%
1.1	95.57%	95.16%	93.74%	93.96%	92.13%	92.36%	91.66%
1.2	96.40%	96.07%	95.29%	95.55%	93.86%	94.30%	93.26%
1.3	97.28%	96.84%	96.52%	96.73%	95.25%	95.61%	94.72%
1.4	97.76%	97.34%	97.35%	97.36%	96.06%	96.30%	95.43%
1.5	98.27%	97.82%	97.86%	97.90%	96.69%	96.98%	96.46%
1.6	98.52%	98.20%	98.32%	98.31%	97.19%	97.52%	97.03%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.8. Porcentaje acumulado sección derecha celda condición J_g 1.2 cm/s - 0.46 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.5	33.94%	35.42%	42.06%	34.30%	36.90%	34.39%	33.71%
0.6	57.35%	57.81%	66.82%	57.24%	61.23%	55.26%	57.40%
0.7	68.76%	68.89%	77.65%	67.98%	72.30%	66.58%	69.08%
0.8	76.40%	75.84%	84.25%	75.47%	79.56%	74.95%	77.22%
0.9	81.14%	81.07%	88.22%	81.12%	84.20%	79.67%	82.30%
1.0	84.96%	84.65%	91.19%	84.83%	87.38%	83.65%	85.26%
1.1	88.00%	87.26%	93.19%	87.14%	89.53%	86.70%	87.94%
1.2	89.87%	89.12%	94.65%	89.36%	91.55%	88.91%	89.77%
1.3	91.74%	90.43%	95.62%	90.82%	93.12%	90.65%	91.57%
1.4	93.12%	91.57%	96.13%	92.29%	94.06%	92.05%	92.63%
1.5	94.24%	92.79%	96.62%	93.63%	94.70%	93.09%	93.83%
1.6	94.92%	93.95%	97.00%	94.51%	95.31%	93.86%	94.75%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.9. Porcentaje acumulado sección izquierda de celda condición J_g 1.2 cm/s-0.70 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.5	25.11%	23.95%	24.55%	27.35%	23.78%	23.69%	25.20%
0.6	42.72%	42.26%	43.55%	47.18%	41.45%	40.93%	42.89%
0.7	53.84%	54.09%	56.16%	59.38%	53.84%	51.98%	53.25%
0.8	62.57%	61.95%	64.90%	68.69%	62.31%	59.81%	62.56%
0.9	71.27%	71.03%	75.19%	77.65%	71.70%	69.17%	71.60%
1.0	77.63%	77.88%	81.63%	84.48%	78.06%	76.33%	78.55%
1.1	82.32%	82.46%	86.51%	88.95%	82.98%	81.90%	83.43%
1.2	85.96%	86.67%	89.90%	92.08%	87.13%	85.72%	87.79%
1.3	89.12%	89.60%	92.30%	94.01%	89.90%	89.16%	91.02%
1.4	91.48%	91.64%	94.36%	95.19%	91.65%	91.52%	93.05%
1.5	92.83%	93.46%	95.50%	96.25%	93.43%	93.21%	94.80%
1.6	94.01%	94.49%	96.25%	96.78%	94.76%	94.48%	95.56%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Tabla 8.10. Porcentaje acumulado sección derecha celda condición J_g 1.2 cm/s-0.70 ppm

Clase	Porcentaje acumulado						
	1	2	3	4	5	6	7
0.0	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.1	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.2	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.3	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.4	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
0.5	24.04%	24.59%	26.22%	24.42%	22.88%	21.48%	22.61%
0.6	43.35%	44.62%	47.46%	44.10%	43.00%	39.63%	41.99%
0.7	55.62%	58.01%	60.88%	57.12%	55.82%	51.61%	54.62%
0.8	64.38%	67.16%	70.77%	66.51%	64.60%	61.24%	64.18%
0.9	73.81%	76.45%	80.72%	76.60%	74.14%	71.98%	73.97%
1.0	79.72%	82.02%	87.08%	83.36%	80.34%	78.86%	80.80%
1.1	84.76%	85.93%	90.35%	87.45%	84.53%	83.73%	85.31%
1.2	88.48%	89.15%	93.23%	91.01%	87.61%	87.64%	88.43%
1.3	91.24%	91.58%	94.92%	93.19%	90.50%	90.86%	91.24%
1.4	92.86%	93.20%	96.30%	95.03%	92.54%	92.89%	93.17%
1.5	94.47%	94.39%	97.07%	96.27%	93.97%	94.36%	94.86%
1.6	95.35%	95.48%	97.66%	96.86%	94.88%	95.34%	95.71%
y mayor...	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

APÉNDICE 4. MEDICIONES PERÍMETRO DE BURBUJA POR UNIDAD DE SUPERFICIE.

Se presenta en esta sección el detalle de la sumatoria de los perímetros de burbuja por unidad de superficie según cada clase de diámetro, separadas por velocidad superficial de gas.

Tabla 8.11. Perímetro de burbuja por unidad de superficie J_g 1 cm/s

Perímetro total burbujas / Área [1/cm] – J_g 1 cm/s		
Clase diám. burbuja [mm]	0.46 ppm	0.70 ppm
0.4	4.04	8.38
0.5	13.00	16.03
0.6	11.27	17.23
0.7	9.33	12.29
0.8	9.23	8.79
0.9	7.40	7.30
1.0	5.61	5.07
1.1	4.24	4.18
1.2	4.14	3.36
1.3	3.07	2.69
1.4	3.05	2.94
1.5	3.00	2.22
1.6	2.94	1.63

Tabla 8.12. Perímetro de burbuja por unidad de superficie J_g 1.2 cm/s

Perímetro total burbujas / Área [1/cm] - J_g 1.2 cm/s		
Clase diám. burbuja [mm]	0.46 ppm	0.70 ppm
0.4	0.00	3.89
0.5	10.17	17.24
0.6	9.35	12.19
0.7	7.09	9.33
0.8	6.96	8.97
0.9	6.79	8.29
1.0	5.90	6.72
1.1	6.65	6.26
1.2	6.35	5.98
1.3	5.88	5.33
1.4	5.45	4.32
1.5	5.94	4.77
1.6	4.40	3.51

**APÉNDICE 5. ESTIMACIONES Y MEDICIONES DE VELOCIDAD HORIZONTAL
DE ESPUMA**

En la horizontal, el punto medio que representa la sección de 1 cm². En la vertical, la altura de espuma, medidos desde la interfase pulpa – espuma.

Tabla 8.13. Velocidad horizontal (en cm/s) medida condición J_g 1 cm/s – espumante 0.46 ppm.

		Distancia horizontal [cm]				
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
Altura de espuma [cm]	6	0.232 ± 0.046	0.438 ± 0.044	0.719 ± 0.073	1.115 ± 0.074	1.295 ± 0.083
	5	0.276 ± 0.073	0.457 ± 0.057	0.763 ± 0.053	1.051 ± 0.062	1.335 ± 0.153
	4	0.312 ± 0.053	0.491 ± 0.052	0.819 ± 0.049	1.110 ± 0.097	1.596 ± 0.149
	3	0.337 ± 0.039	0.568 ± 0.037	0.894 ± 0.039	1.268 ± 0.084	1.781 ± 0.193

Tabla 8.14. Velocidad horizontal (en cm/s) estimada condición J_g 1 cm/s – espumante 0.46 ppm.

		Distancia horizontal [cm]				
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
Altura de espuma [cm]	6	0.135 ± 0.039	0.405 ± 0.048	0.676 ± 0.057	0.946 ± 0.066	1.216 ± 0.076
	5	0.142 ± 0.041	0.426 ± 0.052	0.707 ± 0.061	0.993 ± 0.068	1.277 ± 0.078
	4	0.154 ± 0.045	0.462 ± 0.054	0.771 ± 0.063	1.080 ± 0.072	1.389 ± 0.079
	3	0.169 ± 0.049	0.507 ± 0.058	0.846 ± 0.065	1.185 ± 0.074	1.523 ± 0.081

Tabla 8.15. Diferencia porcentual entre velocidades medidas y estimadas condición J_g 1 cm/s – espumante 0.46 ppm.

		Distancia horizontal [cm]				
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
Altura de espuma [cm]	6	41.810 ± 4.012	7.534 ± 0.452	5.981 ± 0.478	15.157 ± 0.909	6.100 ± 0.305
	5	48.551 ± 5.341	6.783 ± 0.339	7.339 ± 0.661	5.519 ± 0.221	4.345 ± 0.217
	4	50.641 ± 4.558	5.906 ± 0.295	5.861 ± 0.352	2.703 ± 0.135	12.970 ± 0.519
	3	49.852 ± 4.487	10.739 ± 0.752	5.369 ± 0.268	6.546 ± 0.327	14.486 ± 0.724

Tabla 8.16. Nueva diferencia porcentual entre velocidades medidas y estimadas después de aplicar la corrección usando v_0 condición J_g 1 cm/s – espumante 0.46 ppm.

		Distancia horizontal [cm]				
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5
Altura de espuma [cm]	6	28.300 ± 2.736	7.156 ± 0.429	4.359 ± 0.349	2.811 ± 0.169	2.420 ± 0.121
	5	31.949 ± 3.514	10.027 ± 0.501	6.005 ± 0.540	4.360 ± 0.174	3.432 ± 0.172
	4	31.891 ± 2.870	11.914 ± 0.596	7.143 ± 0.429	5.270 ± 0.264	3.665 ± 0.147
	3	27.509 ± 2.476	13.256 ± 0.928	8.422 ± 0.421	5.938 ± 0.297	4.228 ± 0.211

Tabla 8.17. Velocidad horizontal (en cm/s) medida condición J_g 1.2 cm/s – espumante 0.70 ppm.

		Distancia horizontal [cm]									
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
Altura de espuma [cm]	14	0.174	0.392	0.586	0.801	1.036	1.354	1.472	1.682	1.956	2.194
		±	±	±	±	±	±	±	±	±	±
		0.064	0.019	0.021	0.019	0.095	0.067	0.033	0.041	0.047	0.036
	13	0.182	0.425	0.597	0.834	1.115	1.382	1.502	1.739	1.987	2.246
		±	±	±	±	±	±	±	±	±	±
		0.049	0.051	0.033	0.039	0.033	0.037	0.037	0.029	0.034	0.052
12	0.191	0.425	0.608	0.850	1.159	1.391	1.587	1.764	1.998	2.278	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.043	0.021	0.036	0.074	0.067	0.039	0.024	0.023	0.092	0.053	
11	0.228	0.455	0.638	0.904	1.187	1.425	1.606	1.797	2.179	2.366	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.036	0.088	0.059	0.071	0.031	0.021	0.034	0.037	0.047	0.053	
10	0.239	0.466	0.682	0.927	1.206	1.484	1.684	1.891	2.219	2.490	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.067	0.036	0.031	0.026	0.069	0.043	0.032	0.045	0.057	0.049	
9	0.267	0.481	0.708	0.939	1.267	1.536	1.743	1.970	2.368	2.596	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.041	0.037	0.096	0.025	0.026	0.027	0.039	0.046	0.055	0.142	

Tabla 8.18. Velocidad horizontal (en cm/s) estimada condición J_g 1.2 cm/s – espumante 0.70 PPM.

		Distancia horizontal [cm]									
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
Altura de espuma [cm]	14	0.109	0.328	0.546	0.764	0.983	1.202	1.420	1.639	1.857	2.067
		±	±	±	±	±	±	±	±	±	±
		0.021	0.029	0.034	0.037	0.042	0.051	0.057	0.061	0.072	0.079
	13	0.112	0.335	0.559	0.782	1.001	1.229	1.453	1.676	1.899	2.123
		±	±	±	±	±	±	±	±	±	±
		0.021	0.030	0.037	0.040	0.043	0.052	0.058	0.062	0.074	0.082
12	0.113	0.340	0.567	0.794	1.020	1.247	1.474	1.701	1.927	2.154	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.022	0.032	0.039	0.041	0.044	0.053	0.059	0.063	0.075	0.083	
11	0.115	0.345	0.574	0.804	1.034	1.264	1.494	1.723	1.953	2.183	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.022	0.034	0.039	0.042	0.044	0.056	0.060	0.065	0.077	0.085	
10	0.120	0.361	0.602	0.843	1.083	1.324	1.564	1.805	2.046	2.287	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.024	0.035	0.040	0.043	0.045	0.057	0.061	0.067	0.079	0.086	
9	0.123	0.371	0.617	0.864	1.111	1.358	1.605	1.852	2.099	2.346	
	±	±	±	±	±	±	±	±	±	±	
	0.025	0.037	0.041	0.044	0.046	0.058	0.062	0.069	0.081	0.087	

Tabla 8.19. Diferencia porcentual entre velocidades medidas y estimadas condición J_g 1.2 cm/s – espumante 0.70 ppm.

		Distancia horizontal [cm]									
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
Altura de espuma [cm]	14	37.356	16.327	6.826	4.619	5.116	11.226	3.533	2.556	5.061	5.789
		± 2.989	± 0.980	± 0.478	± 0.231	± 0.409	± 0.786	± 0.318	± 0.256	± 0.506	± 0.405
	13	38.462	19.664	6.365	6.235	10.224	11.071	3.262	3.623	4.429	5.476
		± 3.462	± 0.983	± 0.499	± 0.241	± 0.716	± 0.852	± 0.121	± 0.138	± 0.217	± 0.203
	12	40.838	20.000	6.743	6.588	11.993	10.352	7.120	3.571	3.554	5.443
		± 3.022	± 1.464	± 0.214	± 0.114	± 0.959	± 0.321	± 0.135	± 0.139	± 0.309	± 0.305
11	49.561	24.176	10.031	11.062	12.890	11.298	6.974	4.118	10.372	7.735	
	± 4.163	± 0.566	± 0.177	± 0.710	± 0.516	± 0.395	± 0.272	± 0.231	± 0.591	± 0.248	
10	49.791	22.532	11.730	9.061	10.199	10.782	7.126	4.548	7.796	8.153	
	± 4.680	± 2.464	± 1.028	± 0.125	± 0.612	± 0.528	± 0.335	± 0.136	± 0.203	± 0.546	
9	53.933	22.869	12.853	7.987	12.313	11.589	7.917	5.990	11.360	9.630	
	± 5.933	± 1.235	± 0.702	± 0.319	± 0.862	± 0.452	± 0.364	± 0.174	± 0.625	± 0.404	

Tabla 8.20. Nueva diferencia porcentual entre velocidades medidas y estimadas después de aplicar la corrección usando V_0 condición J_g 1.2 cm/s – espumante 0.70 ppm.

		Distancia horizontal [cm]									
		0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5
Altura de espuma [cm]	14	20.291	8.752	1.759	0.912	2.250	9.033	1.515	0.791	3.543	4.435
		± 1.623	± 0.525	± 0.123	± 0.046	± 0.180	± 0.632	± 0.136	± 0.081	± 0.036	± 0.310
	13	20.972	12.031	1.033	2.418	7.369	8.768	1.143	1.792	2.827	4.059
		± 1.887	± 0.602	± 0.081	± 0.094	± 0.516	± 0.675	± 0.042	± 0.068	± 0.139	± 0.169
	12	16.991	9.283	0.748	1.230	8.063	7.078	4.250	0.989	1.274	3.444
		± 1.257	± 0.679	± 0.024	± 0.021	± 0.645	± 0.219	± 0.081	± 0.039	± 0.111	± 0.193
11	19.877	9.301	0.577	3.575	7.188	6.549	2.760	0.352	7.266	4.874	
	± 1.670	± 0.318	± 0.010	± 0.230	± 0.288	± 0.229	± 0.108	± 0.020	± 0.414	± 0.156	
10	16.440	5.428	0.043	0.463	3.590	5.411	2.393	0.333	4.204	4.952	
	± 1.545	± 0.228	± 0.004	± 0.006	± 0.215	± 0.265	± 0.112	± 0.010	± 0.109	± 0.232	
9	21.340	4.777	0.562	1.280	5.444	5.923	2.925	1.573	7.685	6.278	
	± 2.347	± 0.258	± 0.031	± 0.051	± 0.381	± 0.231	± 0.135	± 0.086	± 0.423	± 0.264	