



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**VALIDACIÓN DE UN MODELO PANEL EN LA ESTIMACIÓN
ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE DE UNIONES VIGA-
COLUMNA DE HORMIGÓN ARMADO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

GONZALO NICOLÁS ORREGO RAMÍREZ

**PROFESOR GUÍA:
LEONARDO MASSONE SANCHEZ**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FERNANDO YAÑEZ URIBE
AUGUSTO HOLMBERG FUENZALIDA**

**SANTIAGO DE CHILE
2016**

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA
OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
CIVIL

POR : GONZALO ORREGO R.

FECHA : 12/05/2016

PROF. GUÍA : LEONARDO MASSONE S.

“VALIDACIÓN DE UN MODELO PANEL EN LA ESTIMACIÓN ANALÍTICA DE LA CAPACIDAD AL CORTE DE UNIONES VIGA-COLUMNA DE HORMIGÓN ARMADO”

Las uniones viga-columna se utilizan en estructuras tipo marco y cumplen la función de entregar continuidad a la estructura, además de transferir esfuerzos de corte y momento de un elemento estructural a otro.

Para estimar la capacidad al corte de una unión, se implementa un modelo analítico que se basa en una formulación simple, que considera un estado de tensiones y deformaciones promedio de un panel de hormigón armado que representa a la unión. Supone que la dirección principal de tensiones del elemento panel coincide con la dirección principal de deformaciones, lo que permite considerar la degradación de la resistencia a compresión del hormigón debido a los esfuerzos y deformación de tracción producidos en la dirección perpendicular. El acero de refuerzo presenta un comportamiento uniaxial elasto-plástico perfecto. Además se fija el ángulo de la direcciones principales cuando el hormigón alcanza su máxima resistencia a la tracción ($\alpha[\sigma_r = f_{ct}]$), originando el modelo ángulo fijo por Ulloa (2013). Por último, el modelo satisface el equilibrio en la dirección longitudinal mediante la relación $\sigma_L = N/A$.

Con el objetivo de analizar el comportamiento del modelo, se compara los resultados entregados con una base de datos, integrada por 92 ensayos a uniones viga-columna de tipo exterior e interior. Notando que el modelo no considera el efecto de confinamiento producto de los elementos adyacentes a la conexión, este efecto se introduce a través de unos factores (λ_L y λ_t) que reducen los valores de las expansiones longitudinales y transversales utilizadas para calibrar el ángulo de falla, generando así una nueva expresión para calcular dicho ángulo. Implementándolos y considerando la contribución de la armadura de borde desarrollada por Álvarez (2015), se obtiene una buena estimación para uniones exteriores (promedio de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ 0.97 y dispersión 0.19) e interiores, presentando un promedio de 0.91 y dispersión 0.18. Además, el modelo logra captar correctamente la variación de los parámetros de la unión, salvo la relación de aspecto y el nivel de confinamiento de las vigas para las uniones interiores.

Al comparar con otros modelos de la literatura, se observa que el modelo creado por Wang et al. (2012), presenta mejores resultados, observándose que la diferencia radica en que el modelo desarrollado en este trabajo no estima correctamente los casos sin carga axial.

Finalmente, se presenta una síntesis del modelo para ser aplicado a muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga-columna de hormigón armado, presentando correctas predicciones para cada uno de estos elementos, con promedios de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ cercanos a la unidad y bajas dispersiones para ménsulas y uniones (0.16 y 0.19) y medianamente altas, pero consideradas aceptables, para muros cortos y vigas (0.25 para cada uno).

Agradecimientos

Agradezco a mi familia, en especial a mis padres, por apoyarme en todo mi proceso durante este trabajo y durante toda mi carrera universitaria.

A mi polola Francesca, por acompañarme y estar a mi lado, brindándome ayuda cada vez que la necesité. Sin tí, todo hubiese sido más difícil.

A mi profesor guía, por ayudarme a lo largo de esta memoria y aclarar las dudas que surgieron en el camino.

Y cómo no, a mis amigos de la U, por los grandes momentos pasados.

Tabla de contenido

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Introducción | 1 |
| 1.1 | Antecedentes generales | 1 |
| 1.2 | Objetivos | 2 |
| 1.2.1 | Objetivo General..... | 2 |
| 1.2.2 | Objetivos específicos | 2 |
| 1.3 | Alcances por capítulo..... | 3 |
| 1.3.1 | Introducción..... | 3 |
| 1.3.2 | Revisión bibliográfica..... | 3 |
| 1.3.2.1 | Modelo tipo panel modificado para muros cortos..... | 3 |
| 1.3.2.2 | Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado | 3 |
| 1.3.3 | Modelo tipo panel modificado para uniones viga-columna de hormigón armado..... | 3 |
| 1.3.3.1 | Análisis de resultados..... | 3 |
| 1.3.4 | Comparación con modelos de la literatura | 4 |
| 1.3.5 | Modelo tipo panel para muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga columna de hormigón armado | 4 |
| 1.3.6 | Conclusiones..... | 4 |
| 2 | Revisión bibliográfica | 5 |
| 2.1 | Modelo tipo panel modificado para muros cortos | 5 |
| 2.1.1 | Resumen del modelo de Kassem et al. (2010)..... | 5 |
| 2.1.1.1 | Condiciones de equilibrio y compatibilidad | 6 |
| 2.1.1.2 | Leyes constitutivas de los materiales | 8 |
| 2.1.1.3 | Algoritmo de solución | 11 |
| 2.1.2 | Modificaciones realizadas por Ulloa (2013) | 12 |
| 2.1.2.1 | Modelos de ángulo fijo | 13 |
| 2.1.2.2 | Algoritmo de calibración para ángulo fijo..... | 14 |
| 2.1.2.3 | Algoritmo de solución para modelos de ángulo fijo en conjunto con el equilibrio longitudinal | 16 |
| 2.2 | Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado (Álvarez, 2015) | 16 |
| 2.2.1 | Descripción ménsulas de hormigón armado | 16 |
| 2.2.2 | Modificaciones propuestas al modelo por Álvarez (2015)..... | 18 |
| 2.2.2.1 | Dirección principal modificada para ménsulas | 18 |
| 2.2.2.2 | Consideración del acero de borde en el panel..... | 18 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3 | Modelo tipo panel modificado para uniones viga-columna de hormigón armado..... | 20 |
| 3.1 | Parámetros Geométricos de la unión viga-columna..... | 20 |
| 3.2 | Descripción de base de datos..... | 21 |
| 3.3 | Modelo de falla por flexión para vigas y flexo-compresión para columnas | 22 |
| 3.4 | Análisis de resultados | 24 |
| 3.4.1 | Curvas tensión versus deformación angular..... | 24 |
| 3.4.1.1 | Unión sin armadura longitudinal..... | 24 |
| 3.4.1.2 | Fluencia armadura longitudinal..... | 25 |
| 3.4.1.3 | Falla del hormigón por compresión..... | 26 |
| 3.4.2 | Resultados estadísticos del modelo Ulloa (2013) considerando acero de borde, aplicado a uniones viga-columna de hormigón armado | 27 |
| 3.4.3 | Efecto de confinamiento de vigas y columnas adyacentes a la unión..... | 29 |
| 3.4.4 | Resultados estadísticos del modelo Ulloa (2013), considerando acero de borde y confinamiento de elementos adyacentes, aplicado a uniones viga-columna de hormigón armado | 33 |
| 3.4.5 | Tendencias generales | 36 |
| 3.4.6 | Sensibilidad a la relación de aspecto (h/L_w) | 36 |
| 3.4.7 | Sensibilidad al parámetro $N/(f_c'A_g)$ | 37 |
| 3.4.8 | Sensibilidad al parámetro ρ_{LfyL} | 38 |
| 3.4.9 | Sensibilidad al parámetro ρ_{tftyt} | 39 |
| 3.4.10 | Sensibilidad al parámetro ρ_{BfyB} | 40 |
| 3.4.11 | Sensibilidad al parámetro f_c' | 41 |
| 3.4.12 | Sensibilidad al nivel de confinamiento aportado por las vigas..... | 42 |
| 3.4.13 | Comparación tendencias | 44 |
| 3.5 | Resumen tendencias generales | 45 |
| 4 | Comparación con modelos de la literatura | 47 |
| 4.1 | Instituto Americano del Hormigón (ACI318-08 Cap. 21.7.4) | 47 |
| 4.2 | Modelo analítico por Hwang y Lee. (1999, 2000) | 48 |
| 4.3 | Expresión cerrada por Wang et al. (2012) | 56 |
| 4.4 | Comparación estadística entre el modelo propuesto y los expuestos de la literatura | 59 |
| 4.5 | Estudio de caso: modificación de la ley constitutiva del hormigón en tracción.. | 62 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | Modelo analítico tipo panel para estimar capacidad al corte de muros cortos, vigas altas, ménsula y uniones viga-columna de hormigón armado | 64 |
| 5.1 | Modelos geométricos..... | 64 |
| 5.2 | Recalibración del ángulo del puntal de falla..... | 66 |
| 5.3 | Otras consideraciones del modelo..... | 67 |
| 5.4 | Resultados estadísticos, considerando acero de borde y nueva expresión para el Angulo de puntal de falla..... | 67 |
| 5.5 | Verificación comportamiento modelo..... | 70 |
| 6 | Conclusiones..... | 72 |
| 7 | Bibliografía..... | 76 |
| | Anexos..... | 79 |

Índice de tablas

| | |
|--|----|
| Tabla 2.1 Ángulos de fijación del puntal de compresión, Ulloa (2013)..... | 15 |
| Tabla 2.2 Re-calibración para ángulos de falla, Álvarez (2015)..... | 18 |
| Tabla 3.1 Nivel de predicción del modelo. | 28 |
| Tabla 3.2 Clasificación por tipo de falla..... | 28 |
| Tabla 3.3 Nivel de predicción, diferenciando entre uniones exteriores e interiores. | 28 |
| Tabla 3.4 Comparación entre unión exterior e interior. | 29 |
| Tabla 3.5 Nuevas expresiones para calcular ángulo de falla del puntal de compresión...33 | |
| Tabla 3.6 Nivel de predicción del modelo..... | 33 |
| Tabla 3.7 Clasificación tipo de falla..... | 34 |
| Tabla 3.8 Resultados estadísticos, diferenciando entre uniones exteriores e interiores..35 | |
| Tabla 4.1 Clasificación por tipo de falla. | 60 |
| Tabla 4.2 Comparación entre modelo de Wang et al. (2012) y el modelo desarrollado en esta memoria, diferenciando entre casos con y sin carga axial para ensayos pronosticados con falla de corte..... | 62 |
| Tabla 4.3 Comparación entre modelo de Wang et al. (2012) y el modelo desarrollado en esta memoria (utilizando nueva ley de hormigón en tracción), diferenciando entre casos con y sin carga axial para ensayos pronosticados con falla de corte..... | 62 |
| Tabla 5.1 Nuevas expresiones para ángulo del puntal de falla..... | 66 |
| Tabla 5.2 Resultados estadísticos para muros cortos, vigas altas, mensula y uniones viga-columna de hormigon armado..... | 68 |
| Tabla 6.1 Comparación estadística entre los dos modelos de ángulo fijo implementados en este trabajo. | 73 |

Índice de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 1.1 Tipo de falla en una unión. a) Falla por corte en la unión (Paulay et al., 1981). b) falla de la viga adyacente a la unión, por flexión (Blakeley et al., 1975). | 1 |
| Figura 2.1 Vista esquemática del muro corto con un elemento aislado, Kassem et al. (2010). a) Vista del muro corto de hormigón armado, b) Esfuerzos aplicados en el elemento A, c) Puntal de compresión en el elemento A. | 6 |
| Figura 2.2 Curva del hormigón armado en compresión (Zhang y Hsu, 1998). | 9 |
| Figura 2.3 Curva del hormigón armado en tracción (Gupta y Rangan, 1998)..... | 9 |
| Figura 2.4 Ley constitutiva del acero de refuerzo..... | 10 |
| Figura 2.5 Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo de falla (Ulloa, 2013). | 14 |
| Figura 2.6 Geometría de ménsula de H.A. (Russo et al., 2006)..... | 17 |
| Figura 2.7 Analogía ménsula-muro cantiléver (Álvarez, 2015)..... | 17 |
| Figura 2.8 Tendencia de la predicción del modelo de ángulo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013) ante variación de la armadura de borde. | 19 |
| Figura 3.1 Analogía geométrica entre un muro y una unión viga-columna de hormigón armado. a) Unión viga-columna, b) Armadura unión, c) Muro corto (Kassem, 2010).. | 20 |
| Figura 3.2 Tipos de unión analizadas en esta memoria. (Foto adaptada de Beckingsale, 1980)..... | 21 |
| Figura 3.3 Fuerzas actuando en una unión. a) Unión interior, b) Unión exterior..... | 23 |
| Figura 3.4 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=82. | 24 |
| Figura 3.5 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=5..... | 25 |
| Figura 3.6 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=1. | 26 |
| Figura 3.7 Puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 27 |
| Figura 3.8 Resultados estadísticos para distintos valores de confinamiento longitudinal y transversal para uniones exteriores, Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ | 31 |
| Figura 3.9 Resultados estadísticos para distintos valores de confinamiento longitudinal y transversal para uniones interiores, Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ | 32 |
| Figura 3.10 Puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 34 |
| Figura 3.11 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a h/L_w | 36 |
| Figura 3.12 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $N/(f_c' A_g)$ | 37 |
| Figura 3.13 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\rho_L f_{yL}$ | 38 |
| Figura 3.14 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\rho_t f_{yt}$ | 39 |
| Figura 3.15 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\rho_B f_{yB}$ | 40 |
| Figura 3.16 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a f_c' | 41 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.17 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\text{Conf}_{\text{vigas}}$ para uniones exteriores..... | 43 |
| Figura 3.18 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\text{Conf}_{\text{vigas}}$ para uniones interiores..... | 43 |
| Figura 3.19 Comparación de tendencias, diferenciando entre uniones interiores y exteriores para el nivel de carga axial y $\rho_L f_{yL}$ | 44 |
| Figura 3.20 Comparación % de variación de los parámetros estudiados en los modelos. | 45 |
| Figura 4.1 Área efectiva (ACI318-08). | 48 |
| Figura 4.2 Mecanismos resistentes al corte. a) Mecanismo diagonal, b) Mecanismo horizontal, c) Mecanismo vertical. Adaptado de Hwang y Lee (1999)..... | 49 |
| Figura 4.3 Fuerzas del modelo puntal-tensor. (Hwang y Lee, 2000) | 50 |
| Figura 4.4 Algoritmo de solución, modelo de Hwang. | 54 |
| Figura 4.5 Continuación algoritmo de solución, modelo de Hwang. | 55 |
| Figura 4.6 a) Fuerzas y mecanismo de falla de una unión viga-columna; b) plano de tensiones del punto C. | 57 |
| Figura 4.7 Criterio de falla biaxial de Kupfer-Gerstle en el dominio traccion-compresion. | 58 |
| Figura 4.8 Puntos de dispersión para los modelos de la literatura y del presente modelo. | 59 |
| Figura 4.9 Comparación resultados estadísticos entre modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados y modelos de la literatura. | 61 |
| Figura 5.1 Modelos geométricos. a) Muro corto; b) Viga alta; Ménsula; Unión viga-columna. | 64 |
| Figura 5.2 Grietas de corte en un muro corto (Kassem, 2010). | 65 |
| Figura 5.3 Puntos de dispersión de la relación para muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga-columna para el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ | 69 |
| Figura 5.4 Comparación de tendencias, diferenciando entre uniones interiores y exteriores para el nivel de carga axial y $\rho_L f_{yL}$ | 70 |

1 Introducción

1.1 Antecedentes generales

Las uniones viga-columna se utilizan en estructuras tipo marco y cumplen la función de entregar continuidad a la estructura, además de transferir esfuerzos de corte y momento de un elemento estructural a otro. Por estas razones es necesario realizar un correcto diseño de estas conexiones para mantener estables las estructuras. Uno de los problemas que puede causar el colapso de la estructura ocurre cuando una unión viga-columna falla por corte, que es un tipo de respuesta frágil (Figura 1.1(a)). Otro tipo de falla se puede producir cuando uno de los elementos adyacentes a la unión falla antes que la unión (Figura 1.1(b)).

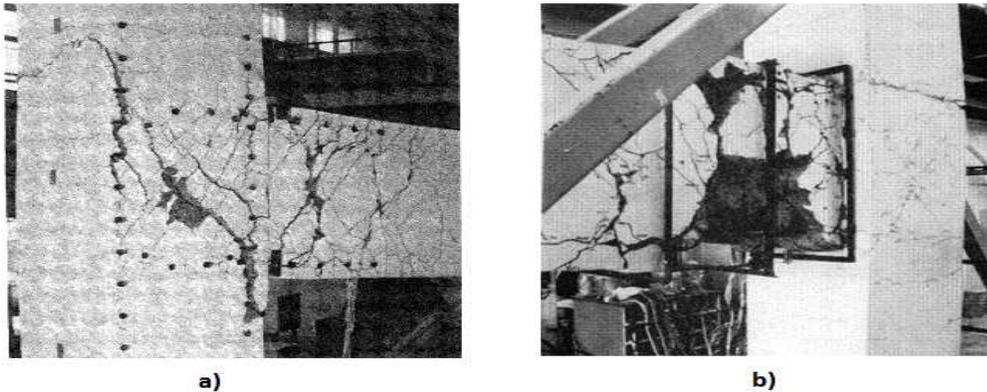


Figura 1.1 Tipo de falla en una unión. a) Falla por corte en la unión (Paulay et al., 1981). b) falla de la viga adyacente a la unión, por flexión (Blakeley et al., 1975).

En la literatura existen modelos para estimar el corte en uniones exteriores (Hwang y Lee, 1999) e interiores (Hwang y Lee, 2000) de viga-columna. Ambos estudios se basan en el denominado “Softened strut-and-tie model”, que podría ser traducido como: modelo ablandado puntal-tensor, que debe satisfacer equilibrio de fuerzas, compatibilidad de deformaciones y la ley constitutiva de los materiales (hormigón y acero). También existen expresiones cerradas, algunas sencillas como la que presenta la ACI318-08 o algo más elaborado como el modelo desarrollado por Wang, Dai y Teng (2012). Cabe destacar que ninguno de estos modelos incorpora de forma analítica el efecto de confinamiento producto de elementos adyacentes al nudo, como por ejemplo, las vigas.

En este trabajo se busca validar un modelo tipo panel en la estimación de la capacidad al corte de uniones viga-columna, que considera a la unión como un solo elemento que representa su estado de deformaciones y tensiones promedio, como también la degradación de la capacidad resistente del hormigón. Además, se busca incorporar al modelo el efecto de confinamiento que inducen los elementos adyacentes al nudo, entendiendo que estos limitan las expansiones o deformaciones de la unión. El modelo tiene sus orígenes en el trabajo realizado por Kassem et al. (2010), el que se ha ido empleando y modificando en trabajos de títulos anteriores, aplicándolo a muros cortos (Ulloa, 2013), vigas altas (Mejías, 2014) y ménsulas (Álvarez, 2015), obteniendo resultados satisfactorios.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

El objetivo general de esta memoria, consiste en validar el modelo tipo panel formulado por Ulloa (2013) en la estimación al corte de uniones viga-columna de hormigón armado.

1.2.2 Objetivos específicos

- Determinar la capacidad al corte en uniones viga-columna de hormigón armado, tanto en uniones exteriores como interiores, a través de un modelo tipo panel, que considera la degradación de la capacidad resistente a compresión del hormigón.
- Implementar modificaciones al modelo panel, orientadas a incorporar el efecto de confinamiento aportado por los elementos adyacentes a la unión.
- Comparar los resultados de capacidad al corte del modelo panel modificado para uniones viga-columna, con algunos modelos disponibles en la literatura.
- Sintetizar los trabajos de Ulloa (2013), Mejías (2014), Álvarez (2015) y el de la actual memoria, para unificar e implementar las modificaciones realizadas por cada uno de los autores mencionados.

1.3 Alcances por capítulo

1.3.1 Introducción

Se presentan antecedentes generales, motivación, objetivos (general y específicos).

1.3.2 Revisión bibliográfica

1.3.2.1 Modelo tipo panel modificado para muros cortos

Se detalla el modelo de Kassem (2010) y las modificaciones realizadas a éste por Ulloa (2013), ambos aplicados para estimar la capacidad al corte de muros cortos de hormigón armado, originando el modelo tipo panel modificado.

1.3.2.2 Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado

Se presenta la adaptación del modelo tipo panel modificado para muros cortos y las modificaciones realizadas por Álvarez (2015), para estimar la capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado.

1.3.3 Modelo tipo panel modificado para uniones viga-columna de hormigón armado

Se realiza la semejanza entre un muro y una unión viga-columna, para poder aplicar el modelo a este último elemento y se presentan nuevas modificaciones.

Además, se busca en la literatura datos de ensayos experimentales realizados a uniones viga-columna de hormigón armado, ya sea para uniones exteriores o interiores, para ensamblar y obtener una base de datos que permita verificar el modelo. Cada set de datos aporta con información, por ejemplo, de la capacidad a compresión del hormigón, las cuantías vertical y horizontal de acero, la carga axial aplicada.

1.3.3.1 Análisis de resultados

Se comparan los resultados de los ensayos, con los arrojados por el modelo tipo panel modificado por Álvarez (2015) aplicado a uniones viga-columna de hormigón armado. Así mismo, se presentan modificaciones para optimizar los resultados aplicados a este tipo de elemento estructural. Además, se realiza un análisis de sensibilidad a los

diferentes parámetros de una unión, como la relación de aspecto, armadura vertical y horizontal.

1.3.4 Comparación con modelos de la literatura

Se presentan los resultados al aplicar modelos expuestos en la literatura a la base de datos y se compara con los resultados de los ensayos y del modelo desarrollado en esta memoria.

1.3.5 Modelo tipo panel para muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga columna de hormigón armado

En este capítulo se aplican todas las modificaciones y se implementa el modelo final para todos los elementos estructurales, utilizando las bases de datos de Ulloa (2013), Mejías (2014), Álvarez (2015) y la del presente trabajo.

1.3.6 Conclusiones

Se exponen las conclusiones.

2 Revisión bibliográfica

A continuación, se describe el modelo en el que se basa el análisis de la capacidad al corte de uniones viga-columna de hormigón armado. El modelo nace en el trabajo realizado por Kassem et al. (2010), para la estimación de la capacidad al corte de muros cortos de hormigón armado. Posteriormente Ulloa (2013), lo modifica y propone una nueva expresión para el ángulo de falla del puntal de compresión, obteniendo mejores resultados. Luego, Mejías (2015) utiliza el modelo de Ulloa (2013) para aplicarlo a vigas altas de hormigón armado. Después, Álvarez (2015), aplica y modifica el modelo adaptándolo a ménsulas de hormigón armado. De las modificaciones realizadas por Álvarez (2015), se considera la asociada al aporte que realiza la armadura de borde.

2.1 Modelo tipo panel modificado para muros cortos

En este ítem, se describe el modelo tipo panel modificado para muros cortos de hormigón armado (Ulloa, 2013), el cual se basa en el trabajo realizado por Kassem et al. (2010). Se exponen las características geométricas consideradas, las leyes constitutivas, tanto del acero como del hormigón, las condiciones de equilibrio y compatibilidad del modelo y los supuestos utilizados.

2.1.1 Resumen del modelo de Kassem et al. (2010)

En el modelo propuesto por Kassem et al. (2010), se considera el estado de tensiones y deformaciones promedio del muro, aplicando ecuaciones de equilibrio, compatibilidad de deformaciones y las leyes constitutivas del hormigón y del acero de refuerzo. Utilizando esto, el ángulo de falla del puntal de compresión, que se asume igual al ángulo de tensiones y deformaciones principales, se determinó como aquel que predijo de mejor manera la capacidad al corte de una base de datos de 100 muros ensayados.

Para la ley constitutiva del hormigón, se utilizó la propuesta por Zhang y Hsu (1998), la que considera la degradación de la capacidad resistente a compresión debido a deformaciones por tracción, lo que conlleva a fisuras en el hormigón en la dirección perpendicular al eje principal de compresión.

Se asume que las direcciones de tensiones y deformaciones principales son idénticas y se utiliza el círculo de Mohr para conocer el estado promedio de tensiones y deformaciones del elemento.

Además, los muros que pueden ser analizados por este modelo, son los que cuentan con una distribución uniforme de la armadura vertical y horizontal, en que las direcciones de éstas son iguales a los bordes del muro.

La capacidad al corte del muro es determinada como el máximo valor de la curva carga-desplazamiento obtenido con el modelo.

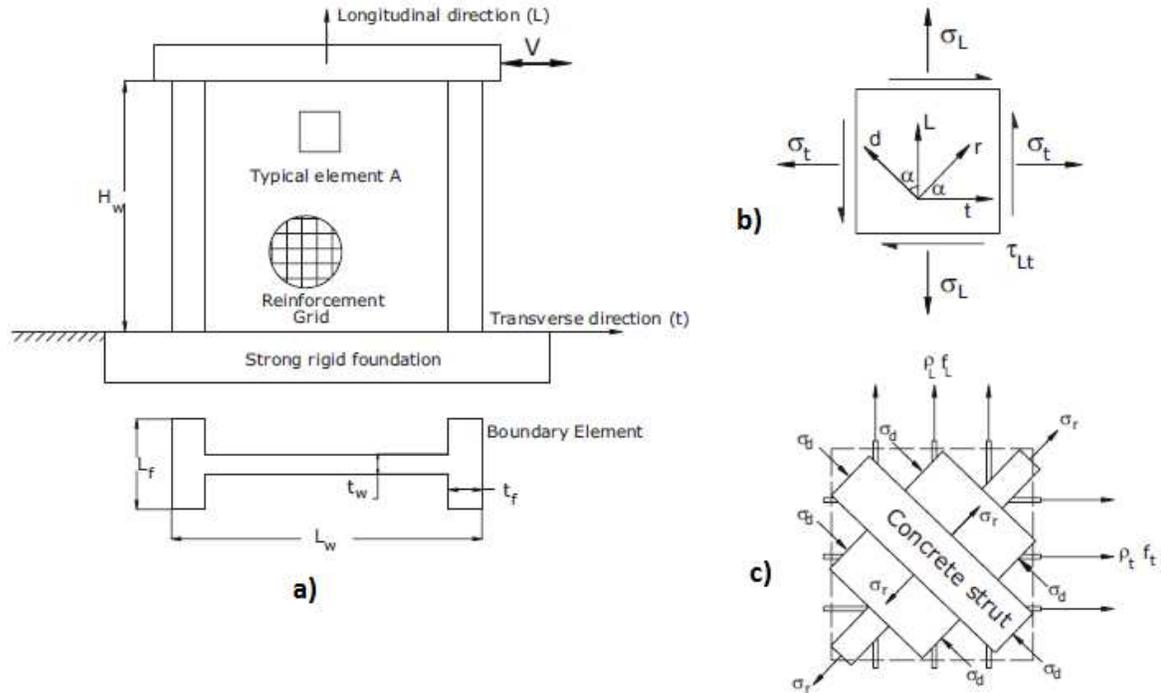


Figura 2.1 Vista esquemática del muro corto con un elemento aislado, Kassem et al. (2010). a) Vista del muro corto de hormigón armado, b) Esfuerzos aplicados en el elemento A, c) Puntal de compresión en el elemento A.

2.1.1.1 Condiciones de equilibrio y compatibilidad

Suponiendo que el acero de refuerzo está solamente sometido a esfuerzos de tracción y que la dirección principal de tensiones se orienta con un ángulo α con respecto a la vertical, las ecuaciones de equilibrio del sistema según el eje de coordenadas L-t quedan expresadas por:

$$\sigma_L = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_L f_L \quad (2.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha + \sigma_r \cos^2 \alpha + \rho_t f_t \quad (2.2)$$

$$\tau_{Lt} = (-\sigma_d + \sigma_r) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.3)$$

donde σ_L , σ_t son las tensiones normales en las direcciones L y t [MPa]; τ_{Lt} corresponde a la tensión de corte promedio en el plano L-t [MPa]; σ_d , σ_r son las tensiones principales en la dirección d y r [MPa]; f_L , f_t corresponden a las tensiones promedio del acero de refuerzo en las direcciones L y t [MPa]; ρ_L , ρ_t son las cuantías de acero en las direcciones L y t.

Considerando que la distribución de tensiones en el alma es uniforme, la fuerza de corte se obtiene como:

$$V = \tau_{Lt} t_w d_w \quad (2.4)$$

en el que V corresponde a la fuerza de corte en el alma de la sección [N]; t_w , al espesor del alma del elemento [mm]; d_w es el largo horizontal del muro entre los centroides de los elementos de borde [mm], que de no existir éstos, d_w se calcula como $0.8L_w$, siendo L_w el largo del muro.

En cuanto a las ecuaciones de compatibilidad, se obtienen de manera similar a las de equilibrio:

$$\varepsilon_L = \varepsilon_d \cos^2 \alpha + \varepsilon_r \sin^2 \alpha \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha + \varepsilon_r \cos^2 \alpha \quad (2.6)$$

$$\gamma_{Lt} = 2(-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \cos \alpha \sin \alpha \quad (2.7)$$

donde ε_L , ε_t son las deformaciones principales promedio en las direcciones L y t; γ_{Lt} corresponde a la deformación de corte en el plano L-t; ε_d , ε_r son las deformaciones principales promedio en las direcciones d y r.

Por último, asumiendo que la deformación de techo (zona más alta del muro), es controlada por el esfuerzo de corte, su valor es determinado por:

$$\Delta = \gamma_{Lt} H_w \quad (2.8)$$

donde Δ es el desplazamiento en el punto de aplicación de la carga [mm]; H_w corresponde a la altura del muro [mm]; γ_{Lt} es la deformación de corte en el plano L-t.

2.1.1.2 Leyes constitutivas de los materiales

2.1.1.2.1 Comportamiento del hormigón armado

La ley constitutiva correspondiente al hormigón en compresión utilizada en el modelo, proviene del trabajo realizado por Zhang y Hsu (1998), el que considera la degradación de la capacidad resistente del hormigón debido a deformación por tracción en la dirección ortogonal. De este modo, el comportamiento a compresión no sólo está en función de la deformación ε_d , sino que también, de la deformación en la dirección ortogonal a ésta (ε_r). Así, las ecuaciones que representan este comportamiento son las siguientes:

$$\sigma_d = -\zeta f'_c \left[2 \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad \text{Para} \quad \varepsilon_o \leq \zeta \varepsilon_o \quad (2.9)$$

$$\sigma_d = -\zeta f'_c \left[1 - \left(\frac{\frac{-\varepsilon_d - 1}{\zeta \varepsilon_o}}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad \text{Para} \quad \zeta \varepsilon_o < \varepsilon_o \leq 2\zeta \varepsilon_o \quad (2.10)$$

$$\sigma_d = 0 \quad \text{Para} \quad \varepsilon_o > 2\zeta \varepsilon_o \quad (2.11)$$

$$\zeta = \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \quad (2.12)$$

donde σ_d es la tensión principal promedio del hormigón en la dirección d (negativa para compresión) [MPa]; ζ es el coeficiente de reducción; f'_c corresponde a la tensión máxima de compresión de un cilindro estándar de hormigón [MPa]; ε_d , ε_r son las deformaciones principales promedio en las direcciones d y r (positivas para la tracción); ε_o corresponde a la deformación de un cilindro estándar de concreto, asociada a la tensión f'_c , e igual a 0.002.

En cuanto a la ley constitutiva para el hormigón en tracción, se utiliza la propuesta por Gupta y Rangan (1998):

$$\sigma_r = E_c \varepsilon_r \quad \text{Para} \quad 0 \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ct} \quad (2.13)$$

$$\sigma_r = f'_{ct} \left(\frac{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_r}{\varepsilon_{ut} - \varepsilon_{ct}} \right) \quad \text{Para} \quad \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_r \leq \varepsilon_{ut} \quad (2.14)$$

$$\sigma_r = 0 \quad \text{Para} \quad \varepsilon_{ut} < \varepsilon_r \quad (2.15)$$

$$f'_{ct} = 0,4 \sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.16)$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} [\text{MPa}] \quad (2.17)$$

donde σ_r es la tensión principal promedio del hormigón en tracción en la dirección r (positiva para la tracción) [MPa]; f_{ct}' es la tensión máxima de tracción en el hormigón [MPa]; E_c corresponde al módulo de elasticidad del hormigón [MPa]; ε_r es la deformación principal promedio en la dirección r (positiva para la tracción); ε_{ct} es la deformación para el inicio de fisuras en el hormigón, igual a f_{ct}'/E_c ; ε_{ut} corresponde a la deformación última del concreto, igual a 0.002.

En Figura 2.2 y Figura 2.3 se observan las curvas de tensión-deformación correspondiente al comportamiento en compresión y tracción.

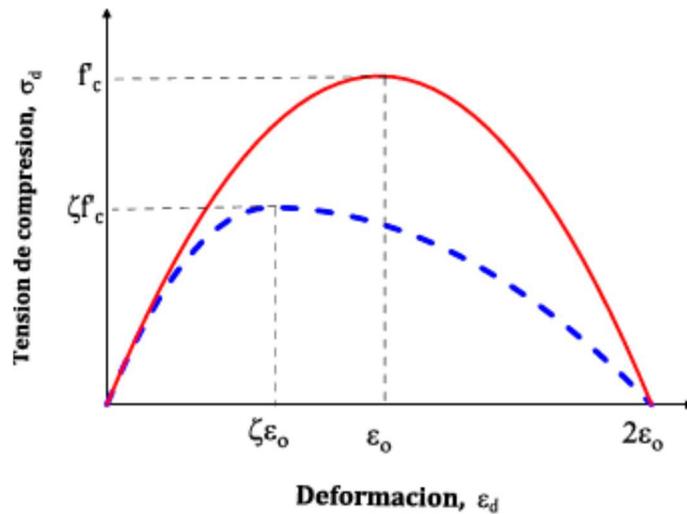


Figura 2.2 Curva del hormigón armado en compresión (Zhang y Hsu, 1998).

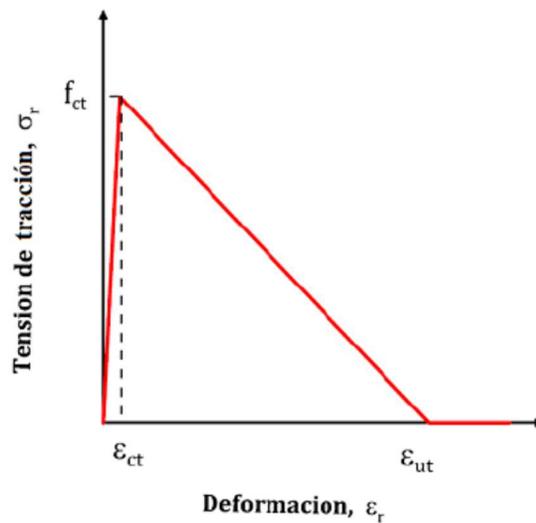


Figura 2.3 Curva del hormigón armado en tracción (Gupta y Rangan, 1998).

2.1.1.2.2 Comportamiento del acero de refuerzo

El comportamiento del acero de refuerzo se considera uniaxial, de esta manera se asume que el esfuerzo de corte en el acero es nulo. Además, la ley constitutiva del material se modela como elasto-plástico perfecto y que existe una perfecta adherencia entre el acero y el hormigón. Así, las ecuaciones que describen este modelo son:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{Para } \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (2.18)$$

$$f_s = f_y \quad \text{Para } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (2.19)$$

donde f_s es la tensión del acero [MPa]; E_s corresponde al módulo elástico del acero, igual a 200.000 [MPa]; ε_s es la deformación del acero; f_y es la tensión de fluencia del acero [MPa].

Como se asume adherencia perfecta entre el acero y el hormigón, las deformaciones promedio del acero según eje L-t serán iguales a las deformaciones del panel en las mismas direcciones. Con esto:

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_t \quad \text{y} \quad f_{st} = f_t \quad \text{Para el refuerzo horizontal.}$$

$$\varepsilon_{sL} = \varepsilon_L \quad \text{y} \quad f_{sL} = f_L \quad \text{Para el refuerzo longitudinal.}$$

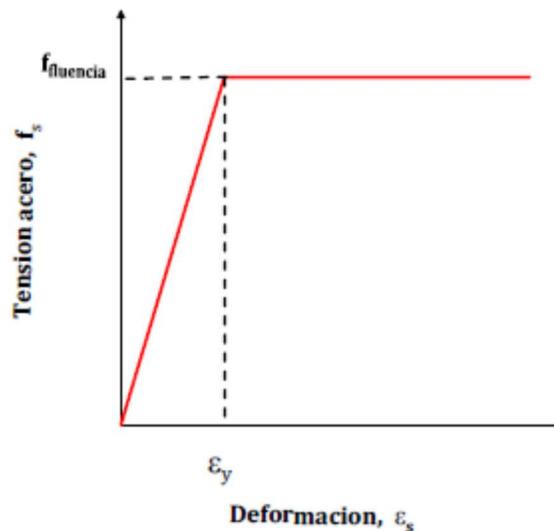


Figura 2.4 Ley constitutiva del acero de refuerzo.

2.1.1.3 Algoritmo de solución

El análisis de la capacidad al corte bajo este modelo tiene un total de 16 incógnitas:

$$V, \sigma_L, \sigma_t, \tau_{Lr}, \sigma_d, \sigma_r, f_L, f_t, \alpha, \zeta, \Delta, \varepsilon_L, \varepsilon_t, \varepsilon_d, \varepsilon_r, \gamma_{Lt}$$

Por otro lado, se dispone de 13 ecuaciones: ocho de equilibrio y compatibilidad y cinco asociadas a las leyes constitutivas del acero y hormigón. En consecuencia, existen tres grados de indeterminación, lo que se reduce especificando “ ε_d ” para cada estado de carga y calculando el esfuerzo longitudinal “ σ_L ” como:

$$\sigma_L = \frac{N}{A} \quad (2.20)$$

donde N es la carga vertical aplicada y A, el área transversal del muro.

La indeterminación restante se reduce calibrando el ángulo α , de modo de predecir la capacidad al corte de los muros de una base de datos de 100 ensayos, siguiendo el algoritmo descrito. Producto de esta calibración, el ángulo α , quedó en función de parámetros como las dimensiones geométricas, las cuantías de armadura, la capacidad del hormigón a compresión y la carga axial aplicada.

- Muros con carga axial y lateral:

$$\alpha = 77,16x_1^2 - 117,6x_1 + 87,1 \quad (2.21)$$

donde $x_1 = (H_w/d_w)(N/A\sqrt{f'_c})^{0,1}$

- Muros sólo con carga lateral:

$$\alpha = -7,339x_2^2 + 65,74x_2 - 87,67 \quad (2.22)$$

donde $x_2 = \sqrt{f'_c} + (\rho_L f_{yL})(\rho_t f_{yt})^{0,1}$

donde H_w es la altura del muro [mm]; d_w el largo horizontal del muro entre los centroides de los elementos de borde [mm]; N la Fuerza axial [kN]; A el área transversal del muro [mm²]; f'_c la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; f_{yL} la tensión de fluencia del acero longitudinal [MPa]; f_{yt} la tensión de fluencia del acero transversal [MPa]; ρ_L, ρ_t las cuantías de acero en las direcciones L y t.

El modelo permite obtener la curva carga desplazamiento completa, ya que para cada estado de deformación se conoce el estado de tensiones del panel de hormigón armado. Además, con la proposición del ángulo del puntal de compresión, el problema de indeterminación se reduce a uno. Éste modelo queda caracterizado por tener un ángulo fijo, porque la inclinación del puntal no depende del nivel de desplazamiento lateral del panel.

2.1.2 Modificaciones realizadas por Ulloa (2013)

El modelo de Kassem et al. (2010) tiene restricción para los casos sin carga axial donde no existe armadura en el alma, pues en este caso, el ángulo de falla de compresión diagonal queda indefinido y el modelo queda fuera de alcance. Por lo tanto, Ulloa (2013) propone una nueva forma de obtener este ángulo, la que fue validada al aplicarla a una base de datos de 252 ensayos de muros cortos de H.A. (hormigón armado).

Ulloa (2013), obtiene el valor del ángulo en cuestión considerando las deformaciones unitarias promedio horizontales (Massone, 2010) y verticales (Villar, 2010), las que se basan en el nivel de desplazamiento lateral del muro o deriva. Ambos trabajos utilizaron un modelo interacción flexión-corte.

Massone (2010) entrega una expresión calibrada de expansión lateral a partir de modelos de elementos finitos convencionales 2D (2D-FEM). Para estimar la expansión lateral promedio, se calcula la deformación media transversal. De este modelo, Massone (2010) obtiene una expresión para muros con curvatura simple y otra para muros con curvatura doble:

- Curvatura simple:

$$\varepsilon_{t,m\acute{a}x} = 0,0055(100\rho_t + 0.25)^{-0,44}(100\delta)^{1,4} \quad (2.23)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,m\acute{a}x}} = \begin{cases} \sin^{0,75} \left(\frac{y\pi}{0,76H_w} \right) & \text{si } 0 \leq y \leq 0,38H_w \\ \sin^{0,75} \left(\frac{(y+0,24H_w)\pi}{1,24H_w} \right) & \text{si } 0,38H_w \leq y \leq H_w \end{cases} \quad (2.24)$$

- Curvatura doble:

$$\varepsilon_{t,m\acute{a}x} = 0,0033(100\rho_t + 0.25)^{-0,53} \left(\frac{H_w}{L_w} + 0,5 \right)^{0,47} \left(\frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5 \right)^{0,25} (100\delta)^{1,4} \quad (2.25)$$

$$\frac{\varepsilon_t(y)}{\varepsilon_{t,m\acute{a}x}} = \sin^{0,75} \left(\frac{y\pi}{H_w} \right) \quad (2.26)$$

Cómo para la aplicación del modelo se utilizan las deformaciones promedio, éstas se obtienen integrando las expresiones anteriores (según el caso) desde 0 a H_w y luego dividiendo por H_w , finalmente se obtiene el valor de $0.69\varepsilon_{t,máx}$.

En cuanto a la expansión vertical promedio del muro, Villar (2010) entrega la siguiente calibración:

- Curvatura simple:

$$\varepsilon_{L_{centro}} = 0,0089(100\rho_t + 0.25)^{-0,25} \left(\frac{H_w}{L_w} + 0,5\right)^{-0,37} \left(\frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5\right)^{-0,34} (100\delta)^{0,93} + eN \quad (2.27)$$

- Curvatura doble:

$$\varepsilon_{L_{centro}} = 0,0094(100\rho_t + 0.25)^{-0,17} \left(\frac{H_w}{L_w} + 0,5\right)^{-0,16} \left(\frac{100N}{f'_c t_w L_w} + 5\right)^{-0,35} (100\delta) + eN \quad (2.28)$$

donde H_w es la altura del muro [mm]; L_w es el largo del muro [mm]; t_w es el espesor del alma del muro [mm]; N es la fuerza axial [N]; f'_c es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón [MPa]; E_c es el módulo de elasticidad del hormigón [MPa]; ρ_t es la cuantía de acero transversal; δ es la deriva definida como el desplazamiento lateral superior del muro sobre la altura $\delta = \Delta/h_w$.

2.1.2.1 Modelos de ángulo fijo

Cuando se utilizan los modelos de ángulo fijo, se supone que el ángulo del puntal de compresión es constante a medida que se incrementa el desplazamiento del elemento. Este supuesto se considera cuando las deformaciones laterales superan el nivel que genera fisuras en el hormigón por tracción diagonal. Antes de que comiencen las fisuras, el ángulo del puntal de compresión aún no se ha definido.

Suponiendo conocidas las deformaciones promedio ε_L y ε_t , el ángulo del puntal puede obtenerse para cada nivel de deriva γ_{Lt} , usando el círculo de Mohr. Existe evidencia experimental de que una vez que se forma la fisura principal, ésta permanece en una dirección invariante hasta que el muro falla por compresión diagonal. Por lo tanto, es posible calcular el ángulo cuando comienzan a generarse fisuras por tracción en el hormigón, es decir, para cuando $\sigma_r = f_{ct}$. Sin embargo, con el objetivo de verificar si este ángulo se estabiliza para niveles mayores de tensión de tracción y en consecuencia que genere mejoras en la predicción de la capacidad y el tipo de falla, es que adicionalmente se obtiene el ángulo de la dirección principal de compresión para los niveles $\sigma_r = 0.5f_{ct}$ y $\sigma_r = f_{ut} = 0$.

Ulloa (2013) notó que a medida que se aumenta la deformación de tracción a la cual se fija la dirección principal, la dispersión en la estimación de capacidad descende considerablemente (Figura 2.5), lo que implica una mejor predicción del tipo de falla de los muros.

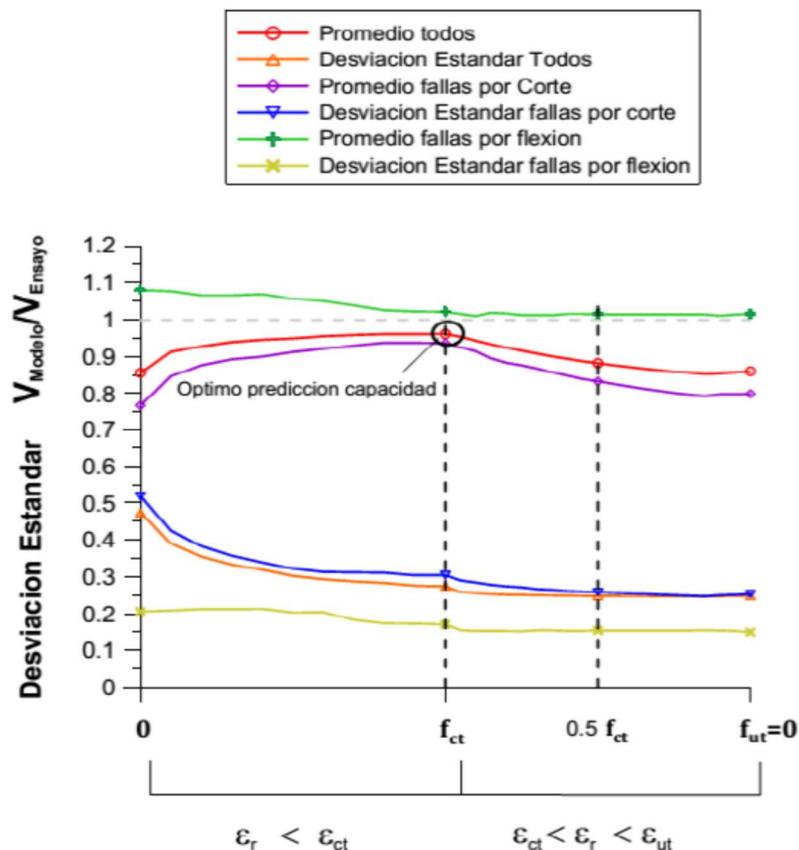


Figura 2.5 Variación de predicción del modelo en función del estado de tensiones para el cual se fija el ángulo de falla (Ulloa, 2013).

2.1.2.2 Algoritmo de calibración para ángulo fijo

El algoritmo para obtener el ángulo de las direcciones principales o ángulo del puntal a distintos niveles de deformación, se describe a continuación:

- Establecer el nivel de deformación ϵ_r (o tensión) de tracción del hormigón para el cual se desea encontrar el ángulo del puntal.
- Seleccionar un nivel de deriva γ_{Lt} y un paso incremental $\Delta\gamma_{Lt}$.
- Calcular las deformaciones promedio ϵ_t y ϵ_L .

d) Calcular la dirección principal de compresión mediante:

$$\alpha(\varepsilon_t, \varepsilon_L, \gamma_{Lt}) = \tan^{-1} \left(-\left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_L}{\gamma_{Lt}}\right) + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_t - \varepsilon_L}{\gamma_{Lt}}\right)^2 + 1} \right) \quad (2.29)$$

e) Calcular la deformación de tracción:

$$\varepsilon_r = \frac{\gamma_{Lt} \tan \alpha}{2} + \varepsilon_t \quad (2.30)$$

f) Si la deformación calculada en el punto e) es mayor o igual a la impuesta en el punto a) (con una cierta tolerancia), el ángulo es el establecido en el punto d), si no, se incrementa la deriva y se vuelve al punto e).

El método utilizado por Ulloa (2013) para la calibración de las expresiones de los ángulos fue el de mínimos cuadrados, ajustando la expresión $\alpha = cte(\text{parámetro}_1)^{k_1} \dots (\text{parámetro}_n)^{k_n}$, ya que de esta forma las variables desconocidas que minimizan el error son únicas.

De esta forma, Ulloa (2013) llegó a las siguientes expresiones para la fijación del ángulo de falla del puntal de compresión:

Tabla 2.1 Ángulos de fijación del puntal de compresión, Ulloa (2013).

| Nivel de tracción en el concreto | ángulo puntal [°] (curvatura simple) | ángulo puntal [°] (curvatura doble) |
|--|--|--|
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ct}$ $\sigma_r = f_{ct}$ | $175,2 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,605} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-4,6}$ | $90,6 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,25} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-6,65}$ |
| $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_{ct} + \varepsilon_{ut}}{2}$ $\sigma_r = 0,5 f_{ct}$ | $143,4 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,54} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-1,36}$ | $102,6 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,36} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-2,27}$ |
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ut}$ $\sigma_r = f_{ut} = 0$ | $136,3 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,53} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-1,17}$ | $107,27 \left(\frac{H_w}{L_w} + 5\right)^{-0,41} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 1\right)^{-2,1}$ |

2.1.2.3 Algoritmo de solución para modelos de ángulo fijo en conjunto con el equilibrio longitudinal

Al definir el ángulo del puntal de compresión mediante las expresiones entregadas en la Tabla 2.1 y usando en conjunto la ecuación de equilibrio longitudinal " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ", es posible obtener para cada nivel de deriva " γ_{Lt} " el campo de deformación del panel. Posteriormente, a través de las leyes constitutivas se obtiene el estado tensional del elemento de hormigón armado. El campo de deformación del panel se resuelve usando análisis incremental iterativo a través de la implementación del método de la bisección para solucionar la ecuación no-lineal dada por la condición " $\sigma_L = \frac{N}{A}$ ".

Debido a la forma en que se resuelve el estado de tensión del elemento de hormigón en el modelo, se aprecia que no es necesario realizar hipótesis sobre el estado tensional en la dirección transversal del muro (" σ_t "), ya que esta variable no participa en la ecuación de equilibrio a resolver. Lo anterior implica que cambios en la armadura en la dirección " t " no generan impacto en la resistencia al esfuerzo de corte dado por el modelo.

2.2 Modelo tipo panel modificado para ménsulas de hormigón armado (Álvarez, 2015)

Álvarez (2015), utiliza el modelo tipo panel modificado para muros de hormigón armado de Ulloa (2013) para aplicarlo en la estimación de la capacidad al corte de ménsulas de hormigón armado. Para ello, adaptó y modificó dicho modelo con el objetivo de obtener mejores resultados, en términos de una buena predicción de capacidad y una baja desviación estándar.

2.2.1 Descripción ménsulas de hormigón armado

Se presentan como voladizos sobresalientes de muros o columnas, con una razón de luz cortante sobre altura menor a la unidad.

Usualmente este tipo de elementos son diseñados para resistir las fuerzas de corte " V_u " aplicadas por medio de la viga que soportan, y algunas veces también deben resistir la acción de la fuerza de tracción " N_u ", la cual se debe principalmente a cambios de temperatura, retracción de fraguado y flujo plástico en la viga principal que la ménsula soporta.

A continuación, se presenta la Figura 2.6, donde se muestra en forma esquemática una ménsula.

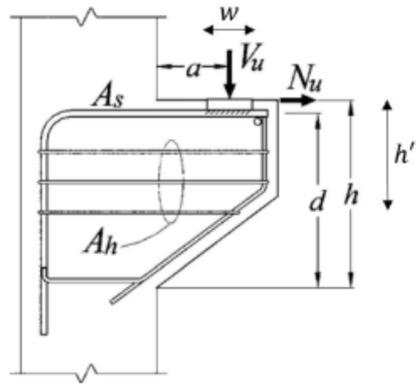


Figura 2.6 Geometría de ménsula de H.A. (Russo et al., 2006)

donde A_s corresponde a la armadura principal que resiste esfuerzos de tracción y A_{sh} representa los estribos horizontales.

Para hacer la analogía con un muro de H.A y así poder aplicar el modelo tipo panel modificado por Ulloa (2013), se rota la ménsula en 90° , notando que la sección que se desprende de la columna, de longitud “a”, corresponde a un pequeño muro en voladizo o cantiléver (Figura 2.7).

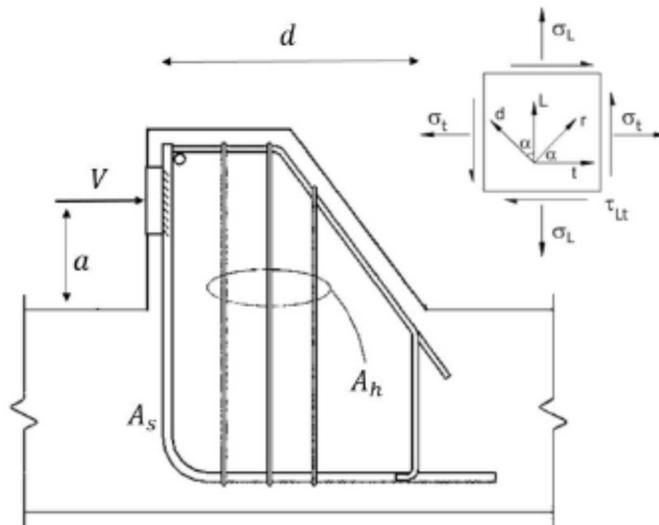


Figura 2.7 Analogía ménsula-muro cantiléver (Álvarez, 2015).

2.2.2 Modificaciones propuestas al modelo por Álvarez (2015)

2.2.2.1 Dirección principal modificada para ménsulas

Al notar que para calcular los ángulos de falla del puntal de compresión, utilizando las expresiones de Ulloa (2013), existía una diferencia con los ángulos calculados teóricamente (usando el procedimiento expuesto en 2.1.2.2), Álvarez (2015) obtuvo una nueva calibración de este ángulo para cada nivel de tracción del hormigón, presentados en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Re-calibración para ángulos de falla, Álvarez (2015).

| Nivel de tracción en el concreto | ángulo puntal [°] (curvatura simple) |
|--|---|
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ct} \quad \sigma_r = f_{ct}$ | $66.52 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.094}$ |
| $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_{ct} + \varepsilon_{ut}}{2} \quad \sigma_r = 0,5f_{ct}$ | $60.31 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.124}$ |
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ut} \quad \sigma_r = f_{ut} = 0$ | $57.66 \left(\frac{a}{h} + 0.5\right)^{-0.138}$ |

2.2.2.2 Consideración del acero de borde en el panel

El modelo panel modificado de Ulloa (2013) sólo incorpora en la formulación el refuerzo en el alma de los muros cortos y no considera el aporte que genera la armadura de borde en la capacidad para resistir el esfuerzo de corte. En la Figura 2.8 se observa que a medida que aumenta el valor de $\rho_b f_b$, disminuye el valor de la razón V_{modelo}/V_{ensayo} , es decir, se incurre en una mayor subestimación de la capacidad resistente al corte.

Una forma de incorporar el efecto de la armadura principal o de borde, es reescribiendo la ecuación de equilibrio longitudinal (ecuación 2.1) de la siguiente manera:

$$\sigma_L = \sigma_d \cos^2 \alpha + \sigma_r \sin^2 \alpha + \rho_L f_L + \beta \rho_B f_B \quad (2.31)$$

donde: σ_L , es la tensión normal en la dirección L [MPa]; σ_d es la tensión normal en la dirección d [MPa]; f_L corresponde a la tensión promedio del refuerzo de acero en la dirección L [MPa]; ρ_L es la cuantía de acero en la dirección L ; f_B es la tensión promedio del refuerzo principal o de borde en la dirección L [MPa]; ρ_B es la cuantía de refuerzo principal a tracción o de borde; β es el parámetro de eficiencia de armadura principal ($0 \leq \beta \leq 1$).

El valor de β se encuentra realizando un análisis con todos los ensayos recopilados en la base de datos. Álvarez (2015) concluyó que β debe tomar el valor de 0,3.

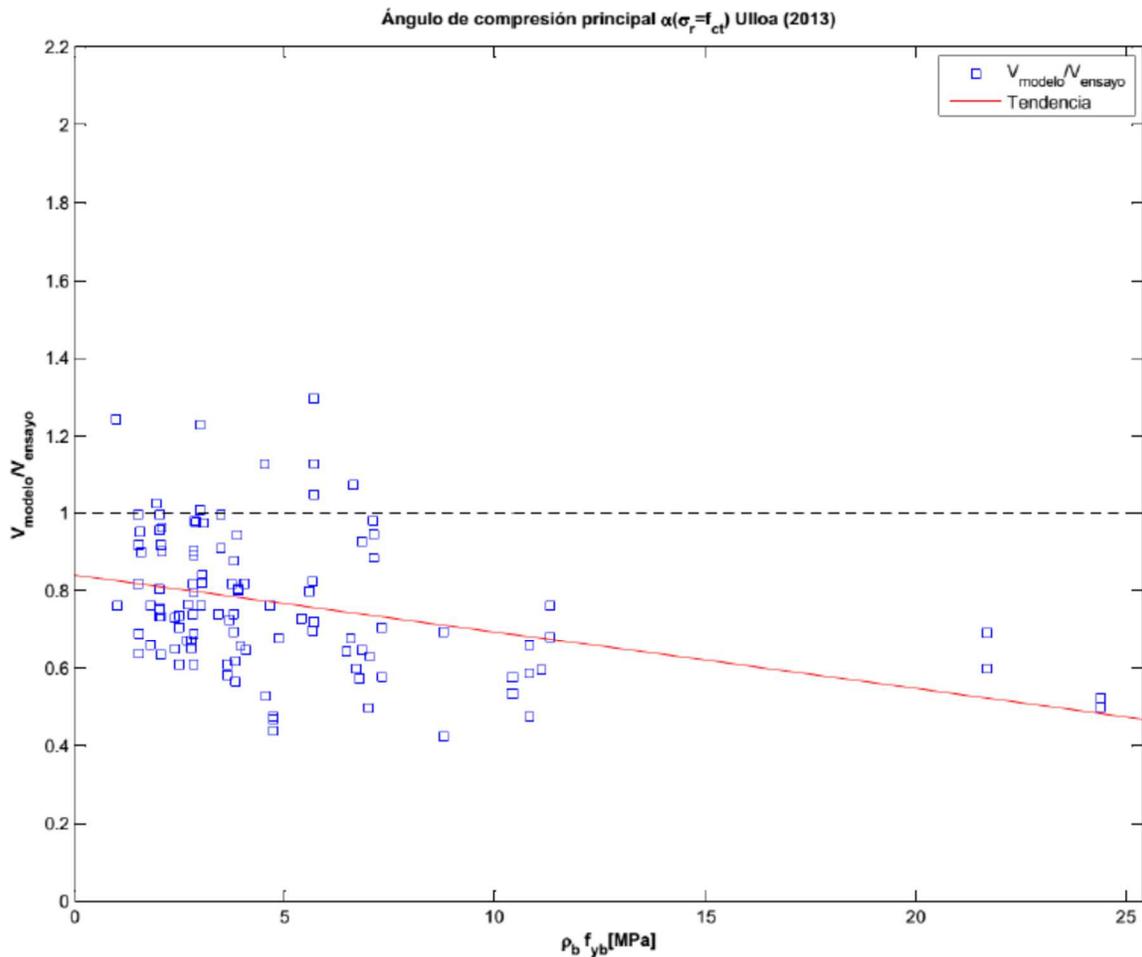


Figura 2.8 Tendencia de la predicción del modelo de ángulo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ Ulloa (2013) ante variación de la armadura de borde.

3 Modelo tipo panel modificado para uniones viga-columna de hormigón armado

Se presenta la adaptación del modelo y los resultados al aplicar el modelo tipo panel a uniones viga columna de hormigón armado.

3.1 Parámetros Geométricos de la unión viga-columna

Para utilizar el modelo, es necesario realizar una analogía geométrica entre un muro corto y una unión viga-columna de hormigón armado.

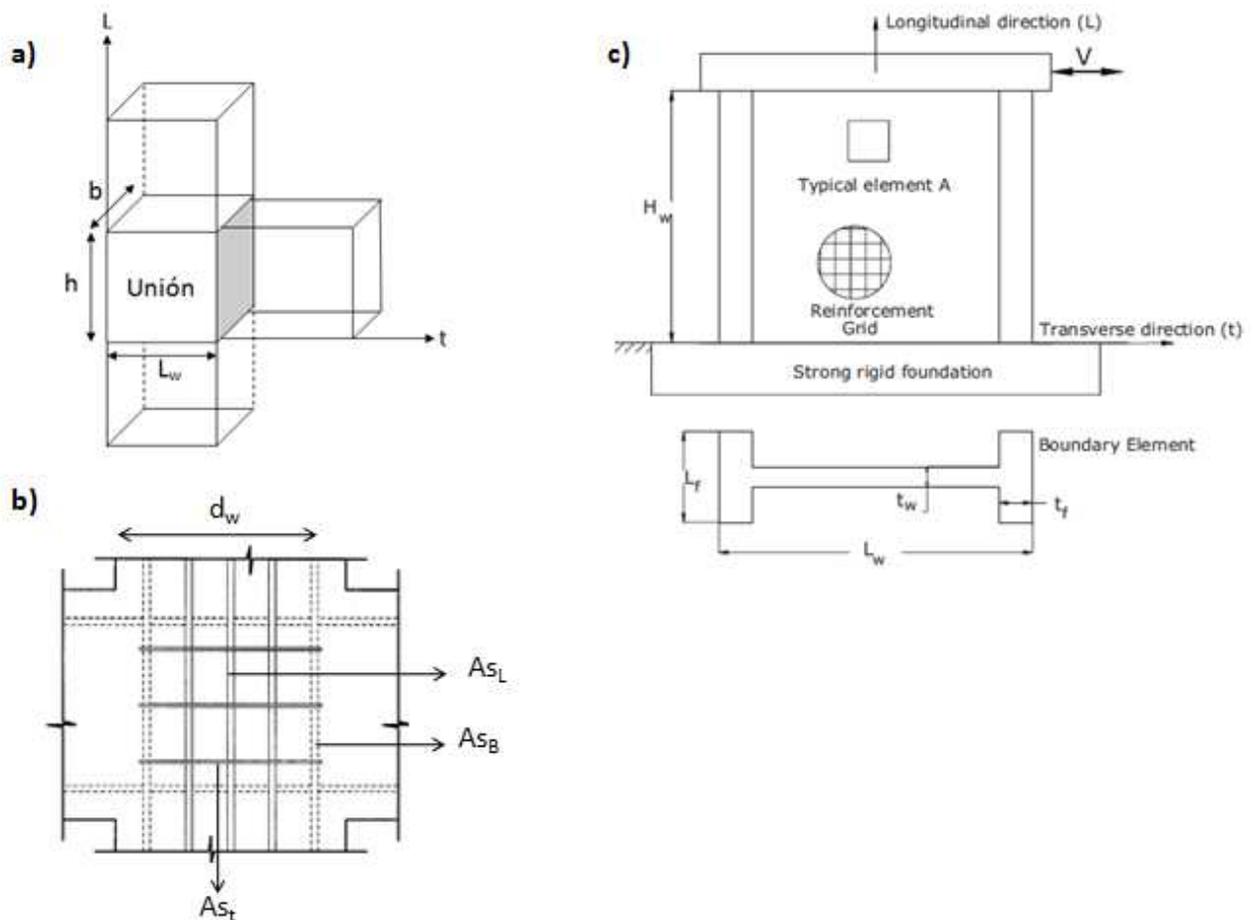


Figura 3.1 Analogía geométrica entre un muro y una unión viga-columna de hormigón armado. a) Unión viga-columna, b) Armadura unión, c) Muro corto (Kassem, 2010).

Como se observa en la Figura 3.1 a), el elemento cúbico representa a la unión y se pueden realizar las siguientes semejanzas:

$$h = H_w$$

$$L_w = L_w$$

$$b = t_w$$

Además, en la Figura 3.1 c), se ilustran las armaduras a considerar en la unión. Se distinguen tres tipos de armaduras: la armadura transversal (A_{st}), la armadura longitudinal (A_{sl}) y la armadura de borde (A_{sb}).

3.2 Descripción de base de datos

La base de datos recopilada consta de 92 ensayos a uniones viga-columna de hormigón armado, de los cuales 54 corresponden a uniones del tipo exterior y 38, a uniones interiores. Tipo de uniones que se ven representados en la

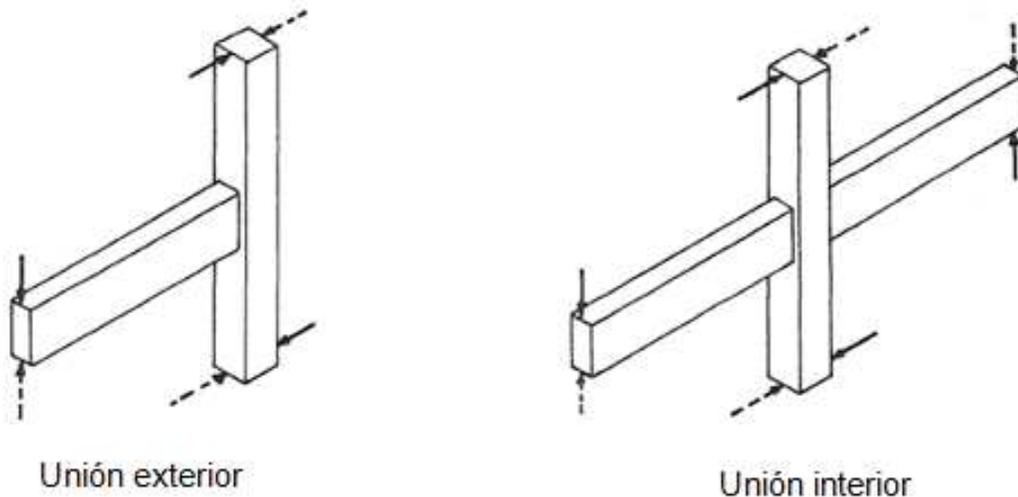


Figura 3.2 Tipos de unión analizadas en esta memoria. (Foto adaptada de Beckingsale, 1980)

Algunos de los datos ya habían sido recopilados en los trabajos de Hwang et al. (1999 y 2000), los que fueron completados al consultar sus fuentes: Megget (1974), Blakeley (1975), Lee et al. (1977), Paulay et al. (1981), Park et al. (1983), Kanada et al. (1984), Ehsani et al. (1985), Zerbe et al. (1985), Ehsani et al. (1987), Alameddine et al. (1990), Fujii et al. (1991), Kaku et al. (1991), Meinheit et al. (1977), Fenwick et al. (1977), Birss (1978), Beckingsale (1980), Park et al. (1981), Durrani et al. (1985), Otani et al. (1985), Abrams (1987), Leon (1990) y Kitayama et al. (1991).

El rango de la resistencia a compresión del hormigón (f'_c) varía desde 22.1 a 92.4 [MPa]; la cuantía de acero de refuerzo longitudinal, desde 0 a 4%; la de acero de refuerzo de borde, desde 0,51 a 3,5%; la de acero de refuerzo transversal, desde 0 a 3%; la tensión de fluencia de los aceros de refuerzo longitudinal y de borde, desde 280 a 644 [MPa]; la del acero de refuerzo transversal, desde 235 a 1320 [MPa]; mientras que el nivel de carga axial, desde 0 a $0.75L_w t_w f'_c$, en que L_w y t_w corresponden al largo y grosor de la unión.

Un punto importante a destacar, es que la capacidad última al corte reportada de cada ensayo, se obtiene de forma estimada o calculada, por lo que existe un error asociado con respecto a la resistencia real de la unión.

3.3 Modelo de falla por flexión para vigas y flexo-compresión para columnas

Con el objetivo de verificar si las vigas o columnas adyacentes a la unión fallan antes de que ésta lo haga por corte, se implementa un modelo de flexión simple en el caso de las vigas y uno de flexocompresión para las columnas. En ambos casos se considera que la falla se produce en la interfaz unión-viga o unión-columna respectivamente. Por último, se determina la fuerza de corte generada en la unión al momento en que ocurre cada una de las fallas (corte de la unión, flexión de la viga y flexo-compresión de la columna) y la resistencia última de la unión será la menor entre las tres.

Para el modelo de flexión simple, se considera que la deformación última del hormigón en compresión corresponde a 0.003, que su comportamiento en este estado se representa por el bloque de Whitney y se asume la hipótesis de Bernoulli, es decir, que las caras planas permanecen planas luego de la aplicación de la carga.

En cuanto al modelo de flexo-compresión, se realiza un análisis seccional en el que se considera la carga axial actuando sobre la columna y sólo dos niveles de armadura, las que corresponden a las armaduras de borde descritas en la Figura 3.1 (b), donde además se les sumó a cada borde la mitad de la armadura tomada como vertical.

Una vez obtenida la resistencia última, ya sea de la viga o columna, las fuerzas actuando en la unión quedan representadas en la Figura 3.3.

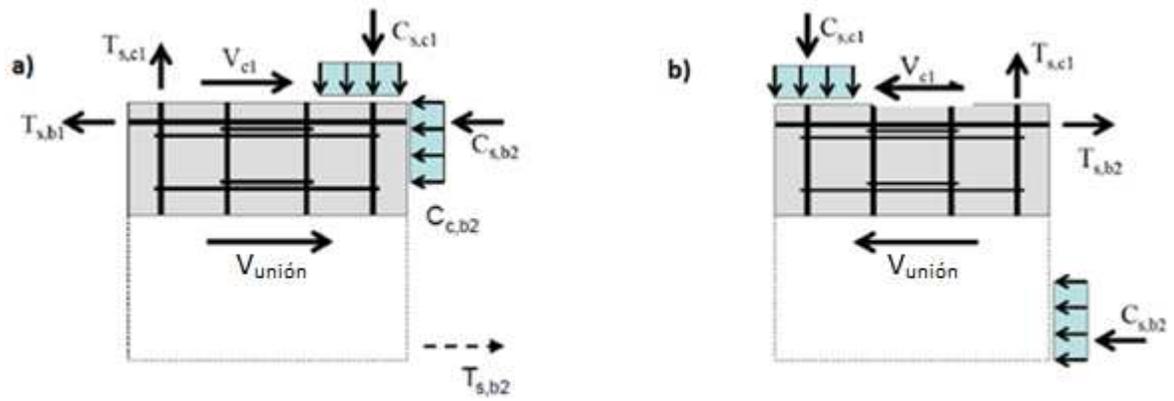


Figura 3.3 Fuerzas actuando en una unión. a) Unión interior, b) Unión exterior.

Donde la fuerza resistente al corte en la unión se obtiene como:

$$V_{unión} = T_{s,b2} - V_{c1} \quad (\text{Unión exterior}) \quad (3.1)$$

$$V_{unión} = T_{s,b1} + T_{s,b2} - V_{c1} \quad (\text{Unión interior}) \quad (3.2)$$

en el que V_{c1} representa a la fuerza de corte en la columna y $T_{s,b1}$ y $T_{s,b2}$ corresponden a las fuerzas de tracción de las armadura superior e inferior de la viga respectivamente.

3.4 Análisis de resultados

3.4.1 Curvas tensión versus deformación angular

El modelo tipo panel diferencia tres tipos de curvas de tensión versus la deformación angular. Entre ellas están los siguientes casos: cuando no existe armadura longitudinal distribuida, cuando en caso de existir esta fluye y cuando el hormigón falla por compresión antes de que fluya la armadura longitudinal.

3.4.1.1 Unión sin armadura longitudinal

En este caso, cuando el hormigón alcanza su resistencia máxima a tracción, la grieta de corte se forma instantáneamente y la unión falla. En este caso se presenta como ejemplo el ensayo ID=13.

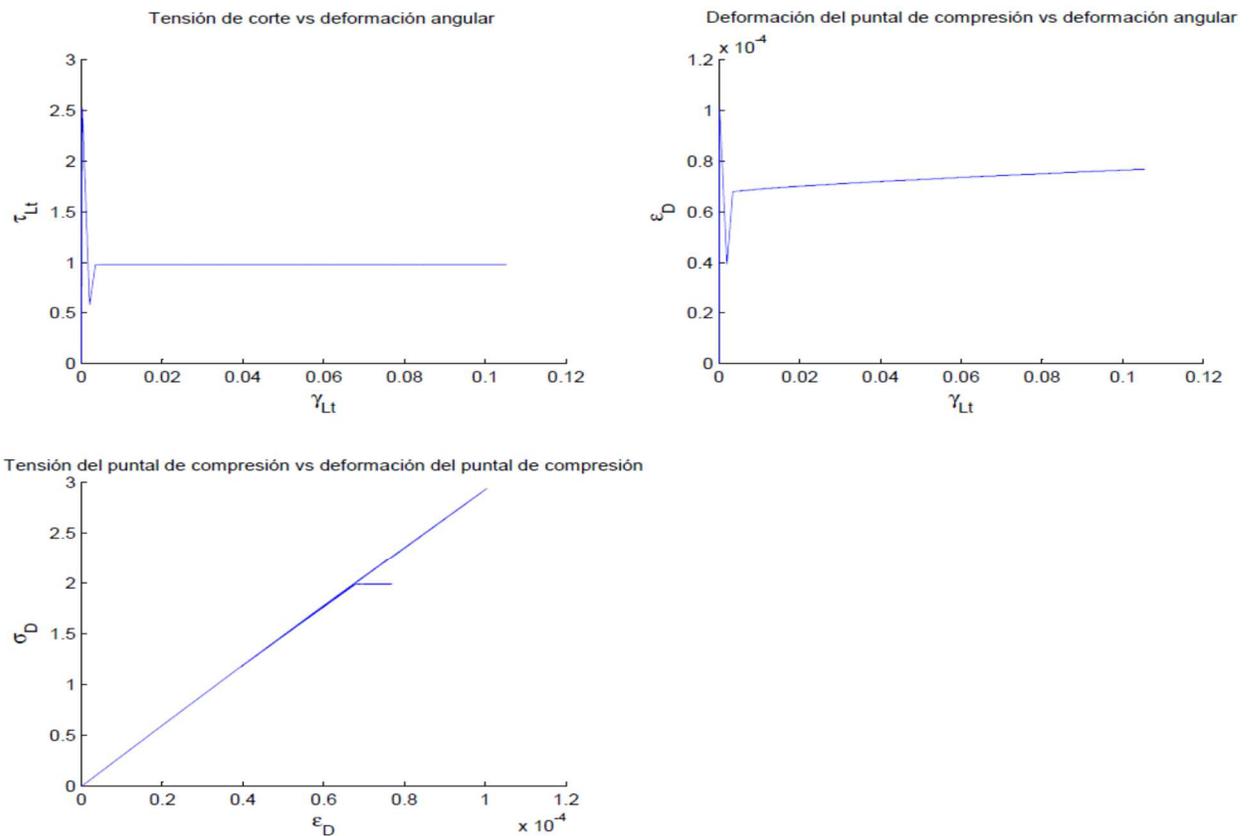


Figura 3.4 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=82.

3.4.1.2 Fluencia armadura longitudinal

Cuando la armadura longitudinal fluye antes de que el hormigón alcance su máxima resistencia, la curva de tensión de corte versus la deformación angular toma la forma que aparece en la Figura 3.5. En ella se observa que la tensión alcanza una pendiente nula una vez alcanzado su resistencia máxima, lo que evidencia la fluencia del acero y donde el puntal de compresión cumple la función de mantener el equilibrio. Un ejemplo es el ensayo ID=5

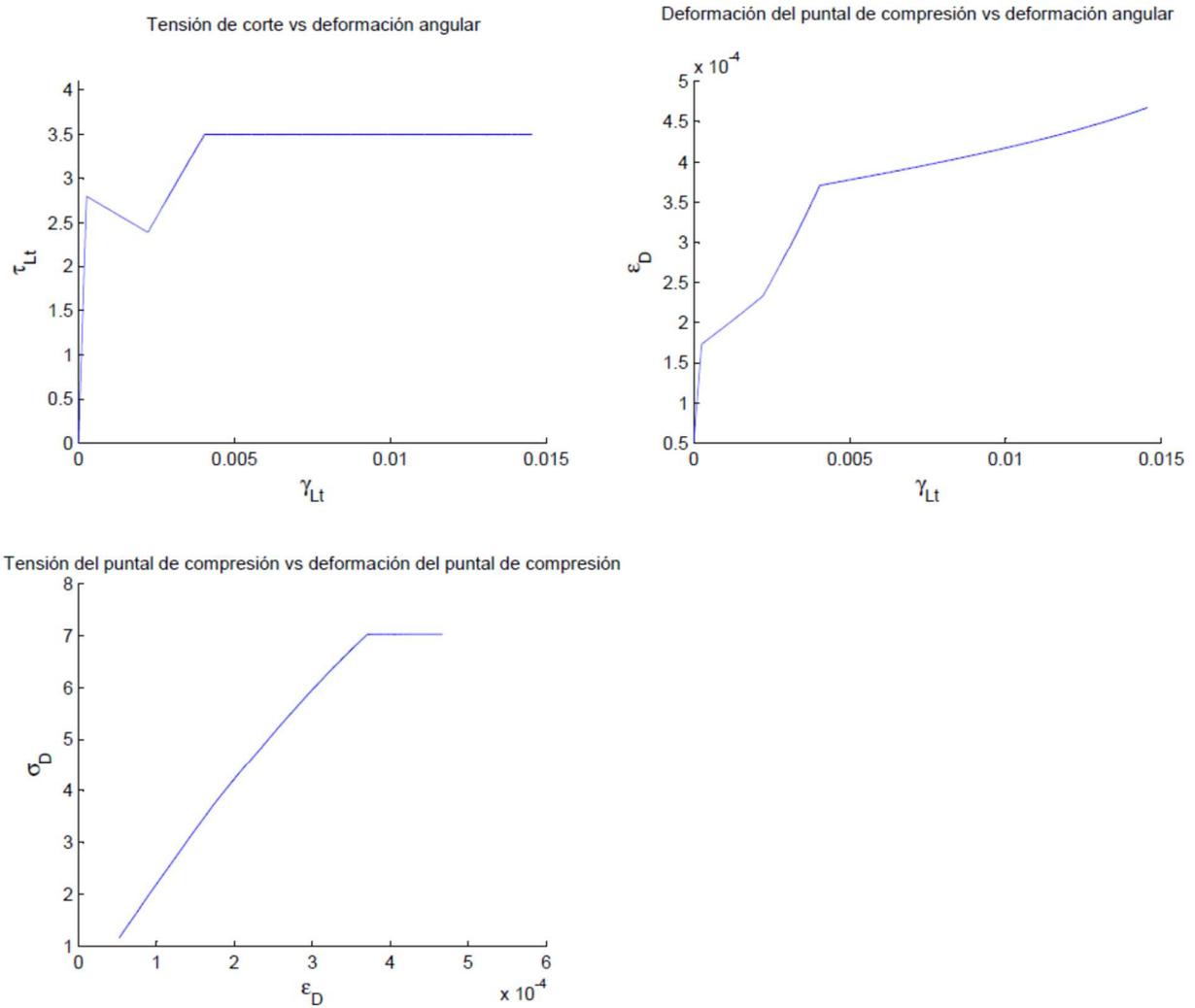


Figura 3.5 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=5.

3.4.1.3 Falla del hormigón por compresión

Esta falla ocurre cuando se tienen grandes cuantías de acero distribuido tal que el puntal de compresión alcanza su resistencia última antes que el acero fluya y la unión falla por compresión del hormigón. Esto se observa en la Figura 3.6, donde se observa que la deformación del concreto (ϵ_D) alcanza mayores deformaciones y además se aprecia el hormigón alcanza su resistencia máxima, para después mostrar un decaimiento. Un ejemplo corresponde al ensayo ID=1

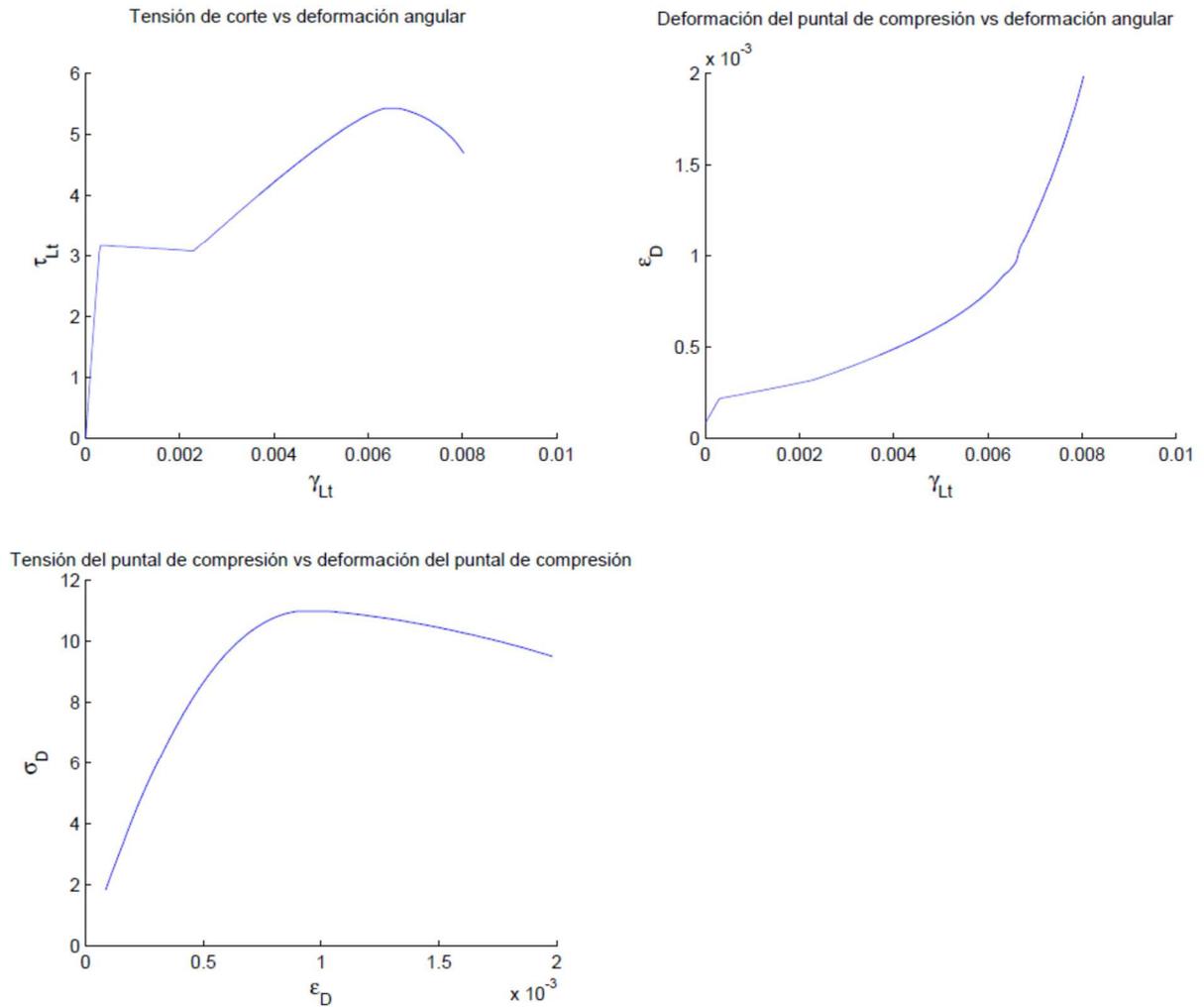


Figura 3.6 Curva de tensión de corte versus deformación angular, curva deformación del puntal versus deformación angular, curva tensión del puntal versus su deformación, ID=1.

3.4.2 Resultados estadísticos del modelo Ulloa (2013) considerando acero de borde, aplicado a uniones viga-columna de hormigón armado

Utilizando el modelo de Ulloa (2013), considerando que la unión se comporta como un muro doblemente empotrado, e incorporando la contribución de la armadura de borde propuesto por Álvarez (2015), es decir considerando $\beta=0.3$, se calcula la capacidad al corte de la base de datos recopilada. Además, se implementan los modelos de flexión y flexo-compresión ya descritos.

Dado que en los trabajos de Ulloa (2013), Mejías (2014) y Álvarez (2015) el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ fue el que entregó los mejores resultados, son los arrojados por este modelo los que se presentan en esta sección y en las siguientes.

A continuación se presenta el gráfico de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ (Figura 3.7) y la Tabla 3.1 con el resumen de los resultados estadísticos (promedio y dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$) al implementar el modelo tipo panel de ángulo fijo.

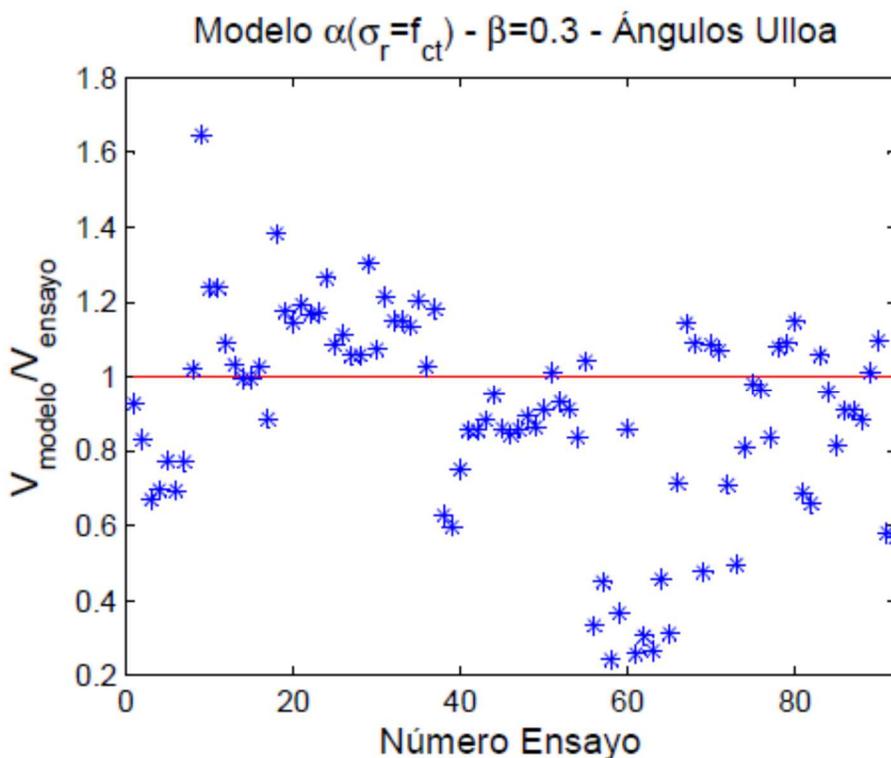


Figura 3.7 Puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$.

Tabla 3.1 Nivel de predicción del modelo.

| Todos | | Falla por corte | | Falla por flexión viga | |
|---|--------------------|---|--------------------|---|--------------------|
| Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| 0,90 | 0,28 | 0,79 | 0,31 | 1,02 | 0,18 |

Producto de la comparación entre los tres tipos de análisis de falla (corte unión, falla de la viga por flexión o de la columna por flexo-compresión), no existen ensayos donde se prediga que la falla ocurra por flexo-compresión de la columna (Tabla 3.2).

Tabla 3.2 Clasificación por tipo de falla.

| Tipo de falla | Falla corte unión | Falla flexión (viga) | Falla flexo-compresión (columna) |
|--------------------|-------------------|----------------------|----------------------------------|
| Todos los ensayos | 47 (51%) | 45 (49%) | 0 (0%) |
| Uniones exteriores | 21 (39%) | 33 (61%) | 0 (0%) |
| Uniones interiores | 26 (68%) | 12 (32%) | 0 (0%) |

Por lo expresado en el párrafo anterior y considerando sólo la falla por corte de la unión o de la viga por flexión, en promedio se subestima la capacidad de la base de datos recopilada en un 10%. Ahora, si sólo se consideran las fallas por corte, se observa un comportamiento aún más conservador, pues subestima, en promedio, la resistencia de la unión en un 21%. En cuanto a las fallas por flexión de las vigas contiguas, el modelo implementado para predecir este tipo de colapso, entrega correctas estimaciones (sobreestima la capacidad en un 2%).

En cuanto a las dispersiones obtenidas, en la Figura 3.7 se observa una alta dispersión de los puntos de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$, en que las fallas por corte son las responsables de este alto valor, mientras que las fallas por flexión presentan una baja dispersión, indicando que el modelo de flexión simple implementado predice de forma correcta este tipo de fallas.

Para realizar un mejor análisis, en la Tabla 3.3 adicionalmente se presentan los resultados estadísticos, diferenciando entre las uniones exteriores e interiores.

Tabla 3.3 Nivel de predicción, diferenciando entre uniones exteriores e interiores.

| Tipo de unión | Todos | | Falla por corte | | Falla por flexión viga | |
|---------------|---|--------------------|---|--------------------|---|--------------------|
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| Exteriores | 1,00 | 0,20 | 1,00 | 0,21 | 1,01 | 0,20 |
| Interiores | 0,76 | 0,30 | 0,63 | 0,27 | 1,04 | 0,09 |

Se observa que para las uniones exteriores, los modelos predicen de buena forma las fallas, tanto de corte como por flexión, pues en ambos se obtiene un promedio cercano o igual a uno y dispersiones aceptables. Sin embargo, se observa un gran número de ensayos con predicción por falla por flexión (Tabla 3.2), cuando en los ensayos ocurrió lo contrario.

Por otro lado, para las uniones interiores, el modelo que estima la capacidad al corte de la unión no logra predecir de buena forma la falla, ya que subestima considerablemente la resistencia (37%) y con una dispersión grande. En cuanto a las fallas por flexión, el modelo implementado las captura de manera correcta (promedio cercano a uno y baja dispersión).

3.4.3 Efecto de confinamiento de vigas y columnas adyacentes a la unión

Como se reporta en algunos trabajos de la literatura (ACI318, Fujii y Morita (1991), Wang et al. (2012)) las uniones interiores presentan mayores resistencias que las exteriores, debido a que el efecto de confinamiento (restringiendo la expansión lateral) de las vigas adyacentes es mayor para las primeras.

Esto se puede comprobar si se observan los ensayos (37) y (90) presentados en la base de datos, uniones que se configuraron de manera similar, salvo algunos parámetros que se diferencian levemente:

Tabla 3.4 Comparación entre unión exterior e interior.

| Tipo | h [mm] | L _w [mm] | b [mm] | b _{viga} [mm] | f' _c [Mpa] | ρ _L | f _{yl} [Mpa] | ρ _t | f _{yt} [Mpa] | ρ _B | f _{yB} [Mpa] | N/(A _g f' _c) | V _{test} [kN] |
|------|-----------|------------------------|-----------|---------------------------|--------------------------|----------------|--------------------------|----------------|--------------------------|----------------|--------------------------|-------------------------------------|---------------------------|
| Ext. | 480 | 300 | 300 | 259 | 33,6 | 0,78 | 490 | 0,87 | 437 | 1,17 | 490 | 0,06 | 554 |
| Int. | 419 | 362 | 362 | 279 | 34,3 | 0,87 | 414 | 0,76 | 352 | 1,29 | 414 | 0,05 | 840 |

En la Tabla 3.4 se comprueba que la unión exterior alcanza una resistencia equivalente al 56% de la interior.

Adicionalmente, en el presente trabajo, se estima que las columnas, al igual que las vigas, pueden proporcionar cierto confinamiento vertical o longitudinal a la unión. En este caso, tanto las uniones exteriores como interiores tienen los mismos elementos por arriba y por debajo de la unión, por lo que este efecto debe influenciar de igual manera en ambos tipos de conexiones.

Por lo tanto, para incorporar el efecto de confinamiento que aportan las vigas y columnas adyacentes a la unión, se modificaron las ecuaciones 2.25 y 2.28, reduciendo

sus valores en un cierto porcentaje para interpretar de esta forma la limitación en la expansión transversal y longitudinal de la unión. Para ello, se utilizó unos factores (λ_t para la dirección transversal y λ_L para la longitudinal), los que se varían desde el valor 0 a 1 con un espaciado de 0.1, para encontrar los que optimicen el modelo. De esta forma, las expresiones para las expansiones transversales y longitudinales quedan escritas como:

$$\varepsilon_{t,máx}^{mod} = \varepsilon_{t,máx} - \lambda_t \varepsilon_{t,máx} = \varepsilon_{t,máx}(1 - \lambda_t) \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{L,centro}^{mod} = \varepsilon_{L,centro} - \lambda_L \varepsilon_{L,centro} = \varepsilon_{L,centro}(1 - \lambda_L) \quad (3.2)$$

Estas ecuaciones, son utilizadas en la obtención y calibración del ángulo de falla, α , del puntal de compresión. Por lo tanto, en el modelo realizado, el efecto del confinamiento proveniente de vigas y columnas se ve reflejado en las expresiones para calcular este ángulo. Y dado que en uniones interiores la contribución de confinamiento es mayor que para las exteriores, es necesario generar expresiones separadas para cada tipo de unión.

A continuación, en la Figura 3.8 y Figura 3.9, se presentan gráficos para encontrar la combinación λ_t - λ_L , que entrega mejores estimaciones de la capacidad al corte de uniones viga-columna, en términos de promedio y dispersión. Cada figura contiene dos gráficos, uno con los promedios y otro con las dispersiones, al aplicar el modelo para cada par de combinación de las constantes λ_t - λ_L . En el eje de las ordenadas se encuentra el promedio o dispersión de la relación V_{modelo}/V_{ensayo} y en el eje de las abscisas, la constante λ_t . La constante λ_L se representa por las líneas de color, especificadas en la leyenda.

Este procedimiento se realizó separando entre uniones exteriores e interiores. Además, se escogen los valores de las constantes λ_i tomando las siguientes consideraciones: como tanto en uniones exteriores e interiores se tienen la misma cantidad de elementos en la parte superior e inferior de la conexión, el valor de la constante que reduce la expansión longitudinal, es decir λ_L , debe ser el mismo para ambos tipos de unión. En cambio, como para las uniones exteriores, se tienen menos elementos en la dirección transversal que las del tipo interior y por tanto se espera que existe un mayor nivel de confinamiento para estas últimas, el valor de λ_t debe ser mayor para las uniones interiores. Por otro lado, se privilegian los valores de λ_t y λ_L que entreguen una mayor precisión, es decir, los que presenten resultados con menor desviación estándar de la relación V_{modelo}/V_{ensayo} , pero procurando además que el promedio de esta misma relación sea lo más cercano a uno posible.

- **Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$:**

- Uniones exteriores:

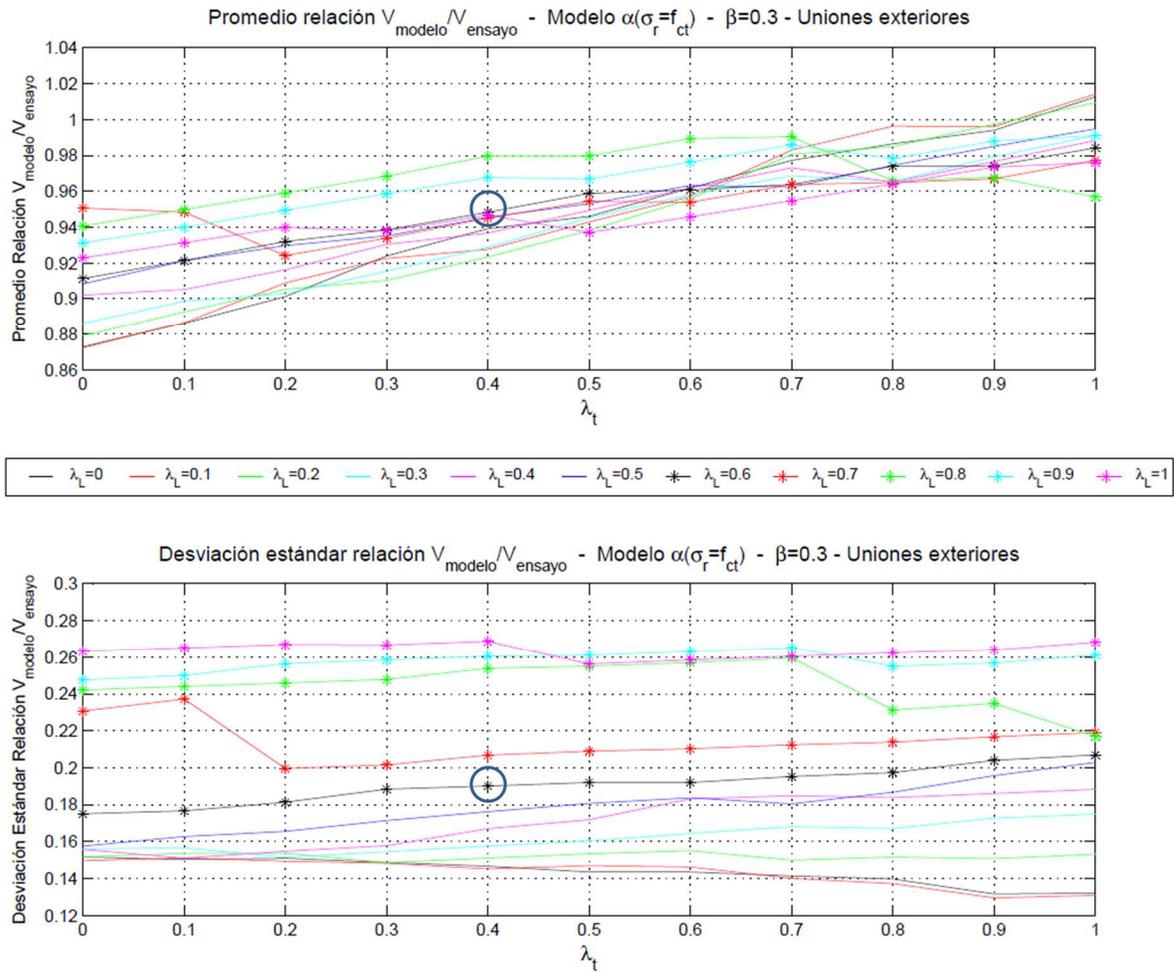


Figura 3.8 Resultados estadísticos para distintos valores de confinamiento longitudinal y transversal para uniones exteriores, Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

Para las uniones exteriores se considera:

$$\lambda_L = 0.6$$

$$\lambda_t = 0.4$$

- Uniones interiores:

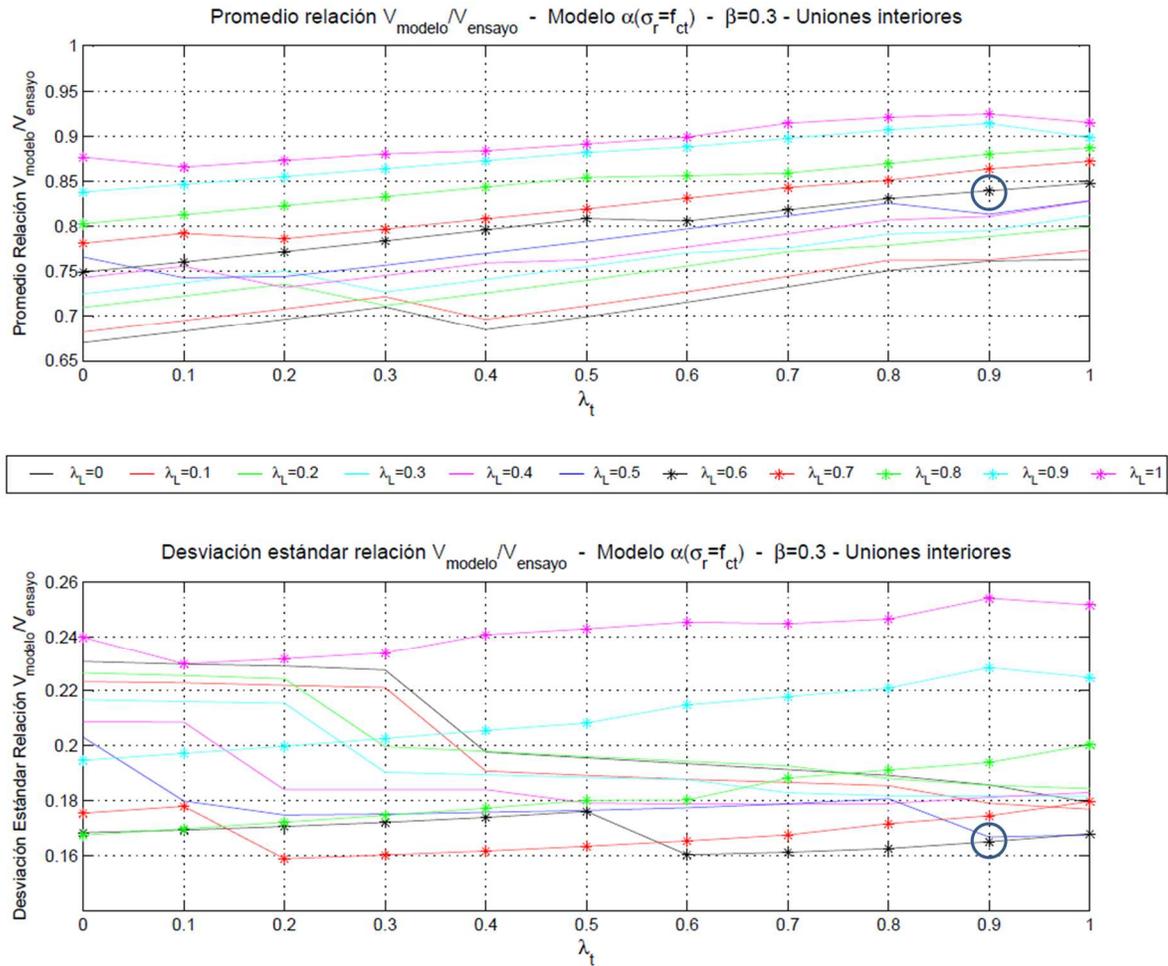


Figura 3.9 Resultados estadísticos para distintos valores de confinamiento longitudinal y transversal para uniones interiores, Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

Y para las uniones interiores se considera:

$$\lambda_L = 0.6$$

$$\lambda_t = 0.9$$

En los gráficos relacionados con los promedios se observa que mientras más alto es el valor de λ_t , es decir, a mayor nivel de confinamiento transversal, la capacidad al corte predicha también aumenta en magnitud.

Por otro lado, se aprecia que la constante λ_L cumple una función de controlar la desviación estándar de los modelos. Pues se observa que los promedios no cambian notoriamente si se mantiene fijo un valor de λ_t y se varía λ_L .

Entonces, ocupando los λ_L y λ_t seleccionados para cada modelo, se obtienen las nuevas expresiones para calcular el ángulo de falla del puntal de compresión (Tabla 3.5).

Tabla 3.5 Nuevas expresiones para calcular ángulo de falla del puntal de compresión.

| Nivel de tracción en el concreto | ángulo puntal [°] (Unión exterior) | ángulo puntal [°] (Unión interior) |
|---|--|--|
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ct}$ $\sigma_r = f_{ct}$ | $21.56 \left(\frac{H_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0.02} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 0.1 \right)^{-0.36}$ | $23.82 \left(\frac{H_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0.04} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 0.1 \right)^{-0.34}$ |

3.4.4 Resultados estadísticos del modelo Ulloa (2013), considerando acero de borde y confinamiento de elementos adyacentes, aplicado a uniones viga-columna de hormigón armado

Utilizando el modelo de Ulloa (2013), considerando que la unión se comporta como un muro doblemente empotrado, incorporando la contribución de la armadura de borde propuesto por Álvarez (2015), es decir tomando $\beta=0.3$ e implementado las nuevas expresiones para obtener el ángulo de falla (Tabla 3.5), se calculó la capacidad al corte de la base de datos recopilada, implementado el modelo tipo panel de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y los modelos de flexión y flexocompresión descritos.

A continuación se presentan los gráficos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ (Figura 3.10) y la Tabla 3.6 con el resumen de los resultados estadísticos (promedio y dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$) al aplicar el modelo.

Tabla 3.6 Nivel de predicción del modelo.

| Todos | | Falla por corte | | Falla por flexión viga | |
|---|--------------------|---|--------------------|---|--------------------|
| Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| 0,94 | 0,19 | 0,90 | 0,19 | 1,01 | 0,18 |

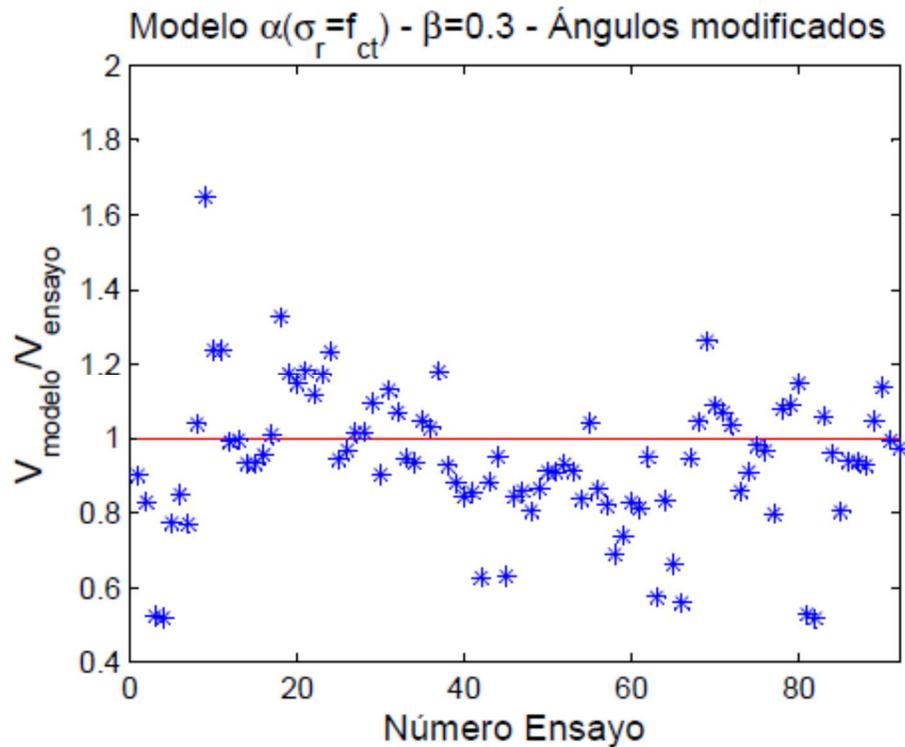


Figura 3.10 Puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$.

Nuevamente, producto de la comparación entre los tres tipos de análisis de falla (corte unión, falla de la viga por flexión o de la columna por flexo-compresión), no existen ensayos donde se prediga que la falla ocurra por flexo-compresión de la columna (Tabla 3.7).

Tabla 3.7 Clasificación tipo de falla.

| Tipo de falla | Falla corte unión | Falla flexión (viga) | Falla flexo-compresión (columna) |
|--------------------|-------------------|----------------------|----------------------------------|
| Todos los ensayos | 56 (61%) | 36 (39%) | 0 (0%) |
| Uniones exteriores | 29 (54%) | 25 (46%) | 0 (0%) |
| Uniones interiores | 27 (71%) | 11 (29%) | 0 (0%) |

Considerando entonces sólo la falla por corte de la unión o de la viga por flexión, en promedio se subestima la capacidad de la base de datos recopilada en un 5%. Ahora, si sólo se consideran las fallas por corte, se observa un comportamiento más conservador, pues subestima, en promedio, la resistencia de la unión en un 10%. En cuanto a las fallas por flexión de las vigas contiguas, el modelo implementado para predecir este tipo de colapso, entrega correctas estimaciones (sobrestima la capacidad en un 1%). En esto se observa una mejora en la capacidad promedio predicha con respecto al modelo que utiliza los ángulos de Ulloa.

En cuanto a las dispersiones obtenidas, en la Figura 3.10 se observa una menor dispersión de los puntos de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ con respecto al modelo que implementa los ángulos de Ulloa. La Tabla 3.6, muestra que efectivamente las dispersiones para las fallas estimadas por corte y por flexión son bajas, indicando que ambos modelos predicen de correcta forma este tipo de fallas.

Realizando el mismo análisis anterior, en la Tabla 3.8 se disponen los resultados estadísticos, diferenciando entre las uniones exteriores e interiores.

Tabla 3.8 Resultados estadísticos, diferenciando entre uniones exteriores e interiores.

| Tipo de unión | Todos | | Falla por corte | | Falla por flexión viga | |
|---------------|--|-----------------|--|-----------------|--|-----------------|
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| Exteriores | 0,97 | 0,19 | 0,95 | 0,19 | 0,99 | 0,20 |
| Interiores | 0,91 | 0,18 | 0,84 | 0,16 | 1,07 | 0,08 |

Se observa que para las uniones exteriores, los modelos predicen de buena forma las fallas tanto de corte como por flexión, pues en ambos se tienen promedios cercano o igual a uno y dispersiones aceptables. Si se compara con los resultados entregados por los ángulos de Ulloa, se mejora levemente en cuanto a dispersión, pero se presentan capacidades promedios más bajas, lo que se debe a que ahora se existe una mayor cantidad de ensayos que se predicen con fallan por corte de la unión (Tabla 3.7).

Por otro lado, para las uniones interiores, el modelo para estimar la capacidad al corte de la unión presenta una gran mejora al disminuir notablemente su dispersión (0.16) y aumentar el promedio de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ (0.84). En cuanto a las fallas por flexión, el modelo implementado las captura de correcta manera (promedio cercano a uno y baja dispersión).

3.4.5 Tendencias generales

Se presentan y analizan las tendencias generales de los dos modelos implementados, es decir, los de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ -ángulos Ulloa y $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ -ángulos modificados (ambos considerando la contribución de la armadura de borde) con respecto a parámetros característicos de una unión viga-columna, tales como su relación de aspecto (h/d_w), nivel de carga axial, cuantías de armadura vertical, horizontal y de borde, capacidad a compresión del hormigón (f'_c) y el nivel de confinamiento aportado por las vigas, dado por la relación (término que se explica más adelante):

$$\left(\frac{b_{viga}}{b_{columna}} \right) \cdot \left(\frac{\# \text{ vigas al nudo}}{4} \right)$$

Este análisis, que se realiza al modelo implementado con los ángulos de Ulloa y con los ángulos desarrollados en este trabajo, tiene el objetivo de observar la sensibilidad de éstos a las variaciones de los parámetros mencionados, donde una menor dependencia indica que la variabilidad del parámetro es correctamente medida. Para el análisis de cada caso, se grafica la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ con respecto al parámetro respectivo.

3.4.6 Sensibilidad a la relación de aspecto (h/L_w)

En los dos modelos se observa una alta dependencia a este parámetro, registrándose variaciones entre el 41% y 45% (representados en la Figura 3.11), siendo el modelo de ángulos modificados el que presenta una menor dependencia. Además, para todos los casos ocurre que a medida que aumenta la relación de aspecto, también aumenta la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$, donde en ambos modelos se nota que para valores de la relación de aspecto menor a 1.3, se tiende a subestimar la capacidad al corte de la unión. Sin embargo, para la relación de aspecto igual a 1 se rompe con esta tendencia, pues muestra una dispersión grande, siendo mayor para el modelo que utiliza los ángulos de Ulloa. Entre los valores 1.2 y 1.4 de este parámetro, se obtienen las mejores estimaciones en ambos modelos.

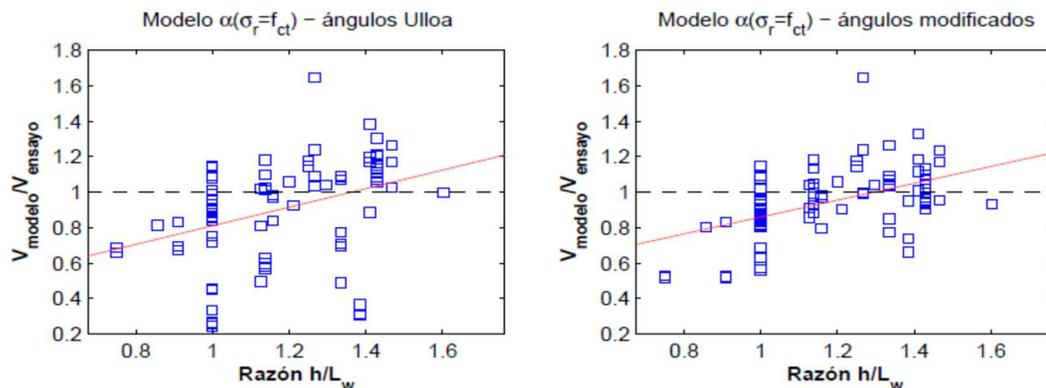


Figura 3.11 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a h/L_w .

3.4.7 Sensibilidad al parámetro $N/(f'_c A_g)$

En la Figura 3.12, se muestra la dependencia al nivel de carga axial. Cuando no se está en presencia de este parámetro, se observa una gran dispersión, dejando poco claro si el modelo subestima o sobrestima la capacidad en ausencia de éste. Al crecer la cantidad de este valor ambos modelos comienzan a subestimar más la capacidad, pero se distingue una diferencia en el comportamiento de los modelos, ya que para el de ángulos modificados existe una menor dependencia al parámetro, mostrando una variación de 10% en el rango estudiado. En cambio, el otro modelo, en presencia de carga axial subestima notablemente la capacidad (presenta una variación de 89% en el rango de estudio), indicando que no captura correctamente el aumento de este parámetro.

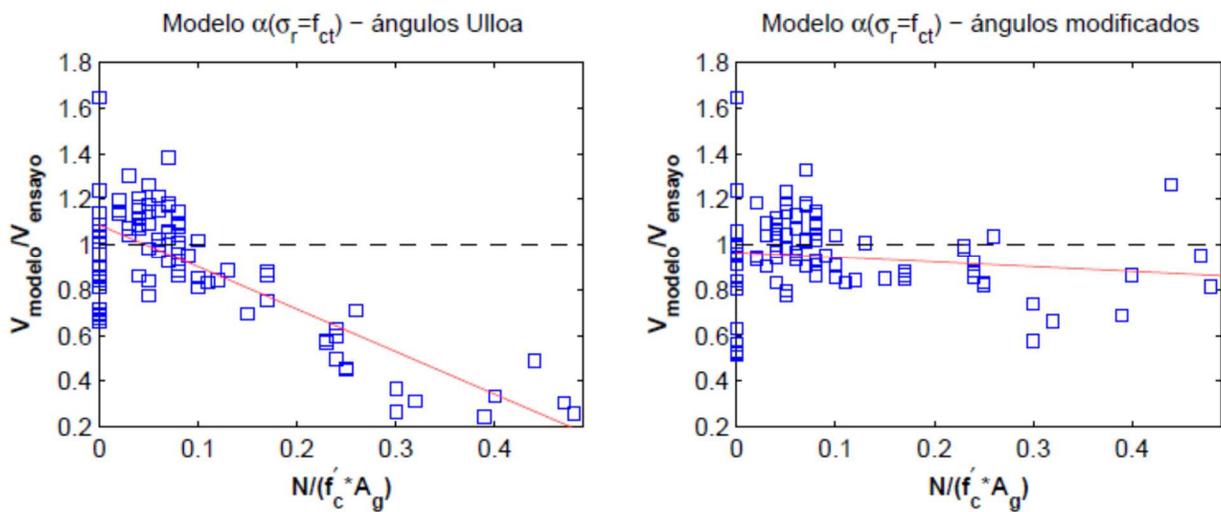


Figura 3.12 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $N/(f'_c A_g)$.

3.4.8 Sensibilidad al parámetro $\rho_L f_{yL}$

Como se observa en la Figura 3.13, existe una gran diferencia entre ambos modelos al variar este parámetro. El de ángulos modificados muestra una variación de 10%, mientras el de Ulloa, una de 51%.

La tendencia en el modelo de ángulos modificados es a aumentar la capacidad al corte predicha a medida que crece el valor de este parámetro, sobrestimándola levemente para valores de $\rho_L f_{yL}$ mayor o igual a 15 [MPa], destacando que mantiene una buena estimación durante todo el rango en estudio del parámetro. Por el contrario, el otro modelo, tiene la tendencia de disminuir la capacidad estimada al aumentar el valor de este parámetro, subestimándola en todo momento y manteniendo una relación próxima a uno para valores menor o igual a 3 [MPa] del producto $\rho_L f_{yL}$.

Es importante destacar, que la variación o dependencia de este parámetro queda representada en los modelos al realizar el equilibrio longitudinal al imponer $\sigma_L = \frac{N}{A}$.

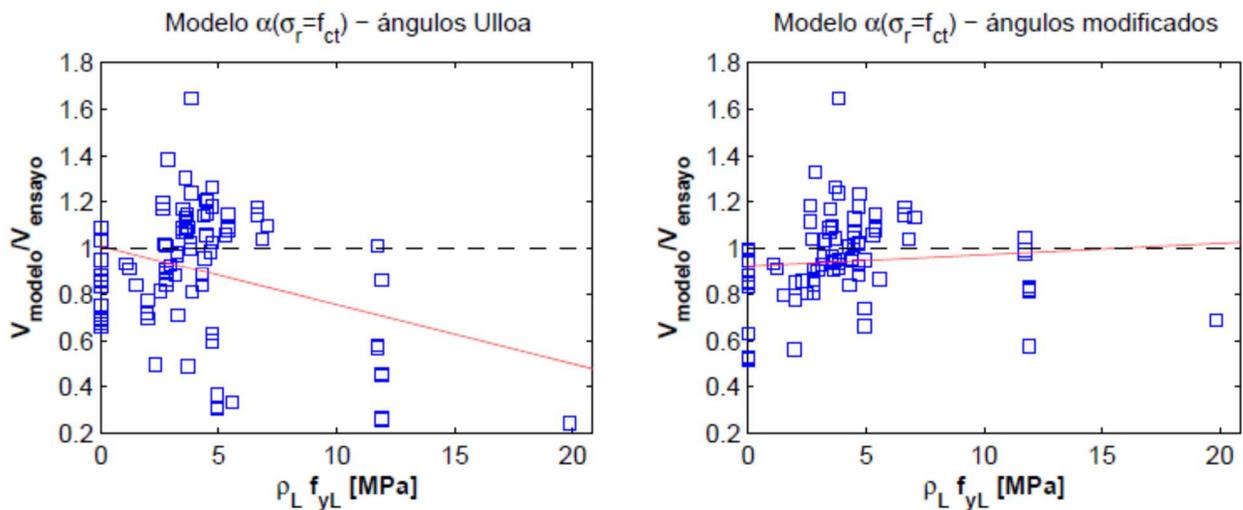


Figura 3.13 V_{Modelo}/V_{Ensayo} con respecto a $\rho_L f_{yL}$.

3.4.9 Sensibilidad al parámetro $\rho_t f_{yt}$

La Figura 3.14 muestra la dependencia de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ al parámetro $\rho_t f_{yt}$, indicando que los dos modelos presentan una baja dependencia a la variación de esta variable, mostrando variaciones entre el 9% y 3%. En ambos casos, existe la tendencia de aumentar la capacidad estimada al corte al incrementar el valor de $\rho_t f_{yt}$, notando que para los modelos, en todo los valores del rango de estudio del parámetro se subestima la capacidad de la unión, manteniendo siempre un buena estimación de la resistencia al corte (valores de $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ cercanos a 1). Cabe notar que los resultados arrojados por cualquiera de los modelos contempla la contribución de la armadura transversal en el proceso de calibración del ángulo del puntal de compresión del hormigón.

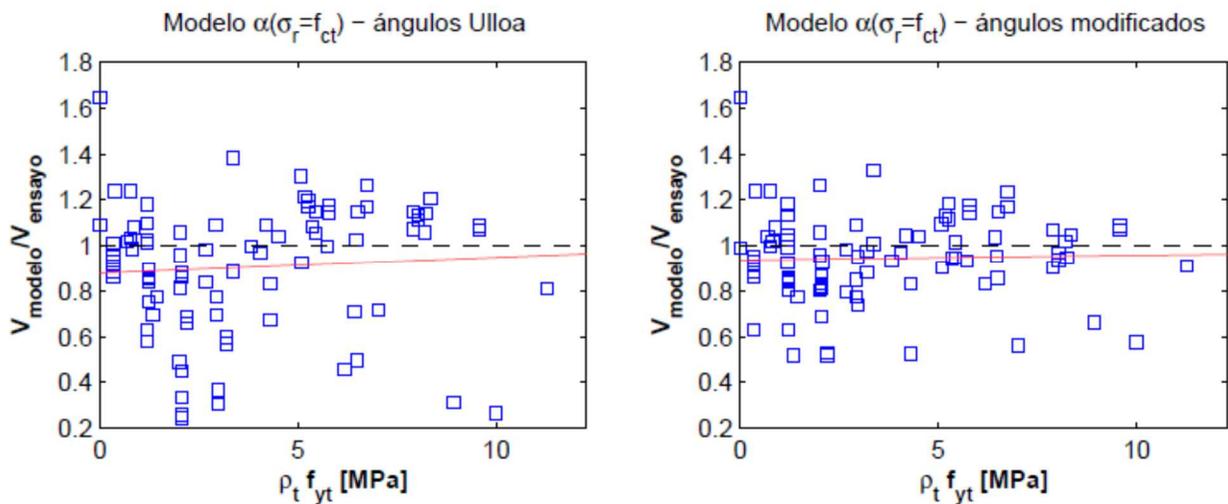


Figura 3.14 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\rho_t f_{yt}$.

3.4.10 Sensibilidad al parámetro $\rho_B f_{yB}$

Ambos modelos presentan una baja dependencia al parámetro, con variaciones de 17% para el modelo con ángulos de Ulloa y 9% para el otro. Los dos subestiman la capacidad al corte de la unión en todo el rango del parámetro en estudio, sin embargo mientras el primero tiene la tendencia de predecir una menor resistencia de la unión a medida que crece el valor de la variable $\rho_B f_{yB}$, en el modelo de ángulos modificados se observa un comportamiento contrario, es decir, aumenta la capacidad estimada a medida que crece el producto entre $\rho_B f_{yB}$, que es un comportamiento más esperable.

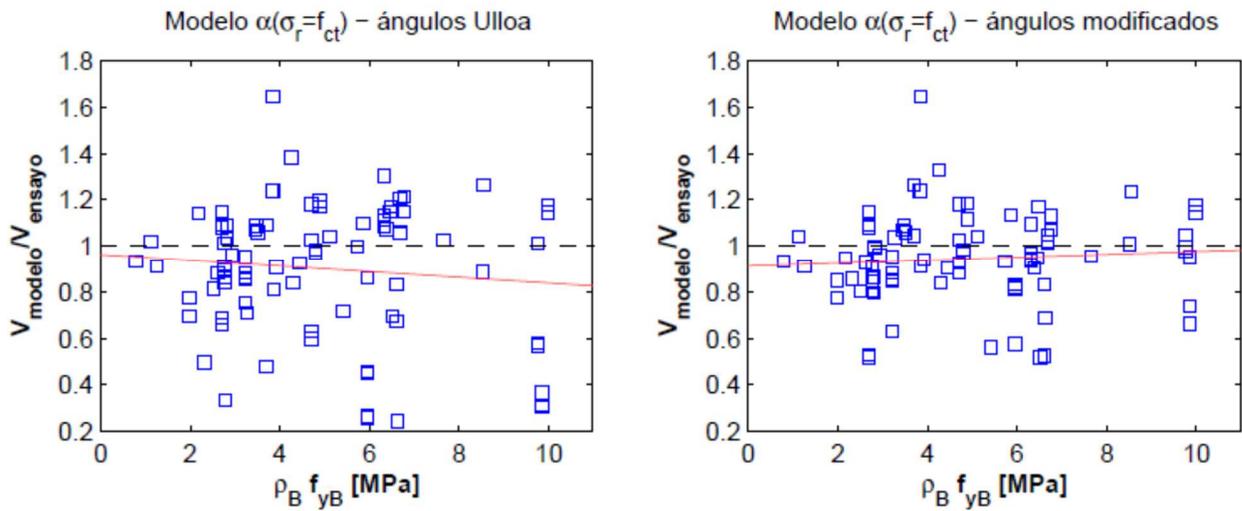


Figura 3.15 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a $\rho_B f_{yB}$.

3.4.11 Sensibilidad al parámetro f'_c

La capacidad a compresión del hormigón presenta una baja dependencia para el modelo de ángulos modificados, capturando de buena forma la variación del parámetro (Figura 3.16). Por el contrario, el modelo que implementa los ángulos de Ulloa, presenta alta dependencia a este parámetro (variación del 43%).

El comportamiento de ambos modelos es a aumentar la capacidad predicha a medida que el valor de f'_c es mayor, lo que es esperable e indica que se está captando correctamente este parámetro por ambos modelos

Además, se observa en los dos gráficos que para valores altos de f'_c (mayores a 60 [MPa]) se tiende a sobrestimar la capacidad al corte de una unión viga-columna.

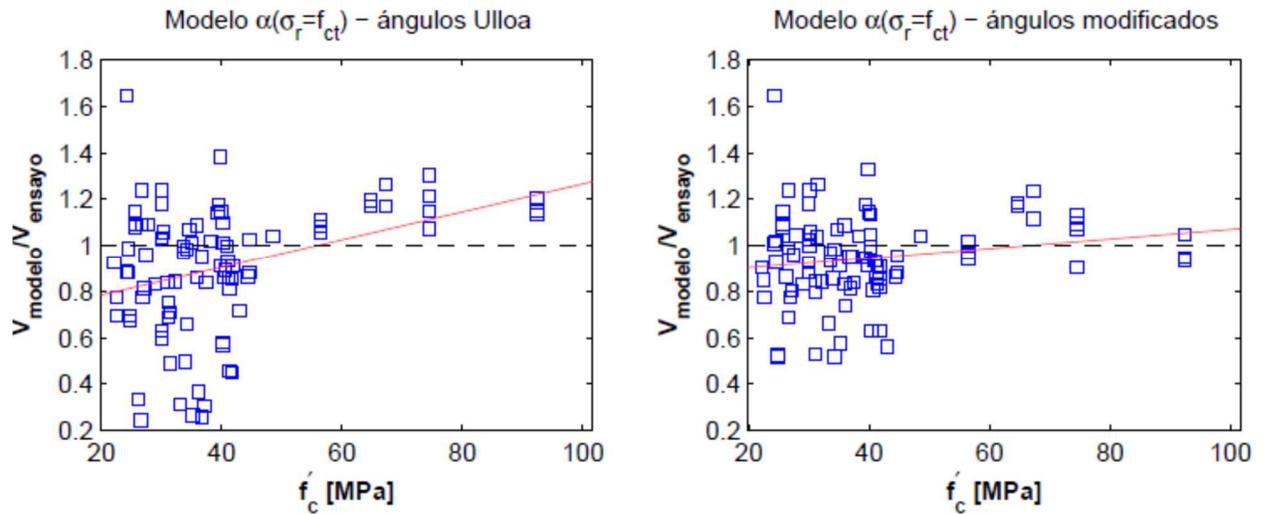


Figura 3.16 $V_{\text{Modelo}}/V_{\text{Ensayo}}$ con respecto a f'_c .

3.4.12 Sensibilidad al nivel de confinamiento aportado por las vigas

Para estimar cuan cubierto está la unión por las vigas, se crea el siguiente parámetro que representa un indicador del confinamiento aportado por éstas:

$$conf_{vigas} = \frac{b_{viga}}{b_{columna}} \cdot \frac{\# \text{ vigas unión}}{4} \quad (4.1)$$

donde b_{viga} corresponde al ancho de la viga, $b_{columna}$, al ancho de la columna y “# vigas unión”, al número de vigas que llegan a la conexión.

Para analizar mejor este parámetro, se realiza una separación entre las uniones interiores de las exteriores.

La Figura 3.17 presenta la tendencia del nivel de confinamiento que aportan las vigas a una unión exterior. Cuando se tiene una configuración de este tipo, de acuerdo a lo expuesto en la ACI318, ésta no se considera confinada por las vigas. Esto queda reflejado mayormente en el modelo de ángulos modificados, donde se observa una baja variación de la razón V_{modelo}/V_{ensayo} del 11% para este parámetro. Mientras que para el otro modelo se aprecia una moderada dependencia a este parámetro, con una variación del 25%.

Por otro lado, la Figura 3.18 presenta la tendencia del nivel de confinamiento que aportan las vigas a una unión interior. Cuando se tiene una configuración de una unión de este tipo, de acuerdo a lo expuesto en la ACI318, si se puede considerar que las vigas aportan confinamiento a la unión. Esta vez, esta dependencia al parámetro se refleja en ambos modelos, con variaciones en la relación V_{modelo}/V_{ensayo} entre el 49% y 39%, observándose que a medida que existe mayor confinamiento, menor es la capacidad predicha al corte, llegando a subestimar considerablemente para confinamientos grandes. Esto indica que ningún modelo logra capturar correctamente el efecto de confinamiento aportado por las vigas, notando eso sí, que la dependencia para el modelo de ángulos modificados es menor.

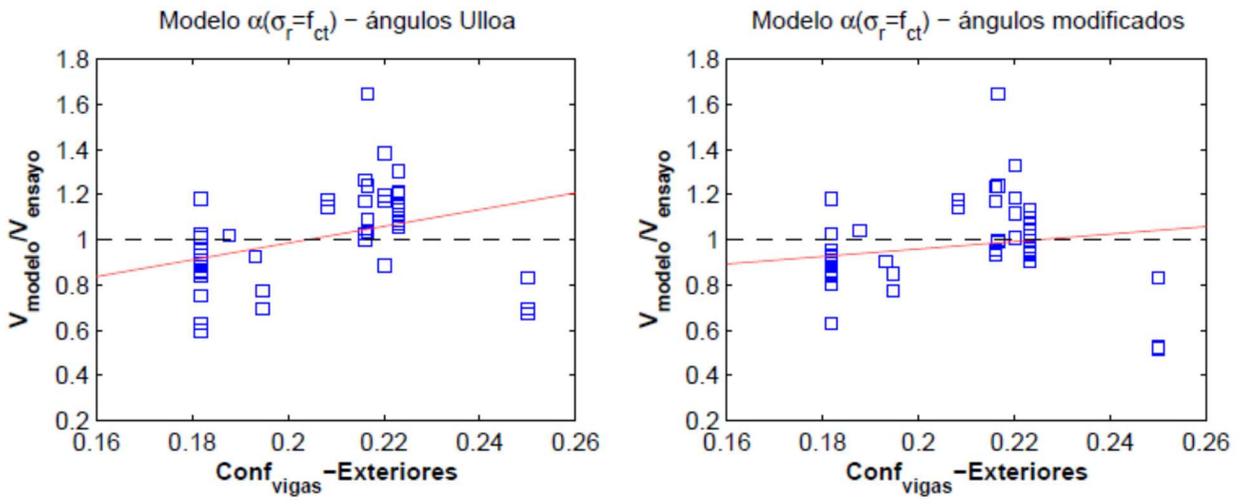


Figura 3.17 V_{Modelo}/V_{Ensayo} con respecto a $Conf_{vigas}$ para uniones exteriores.

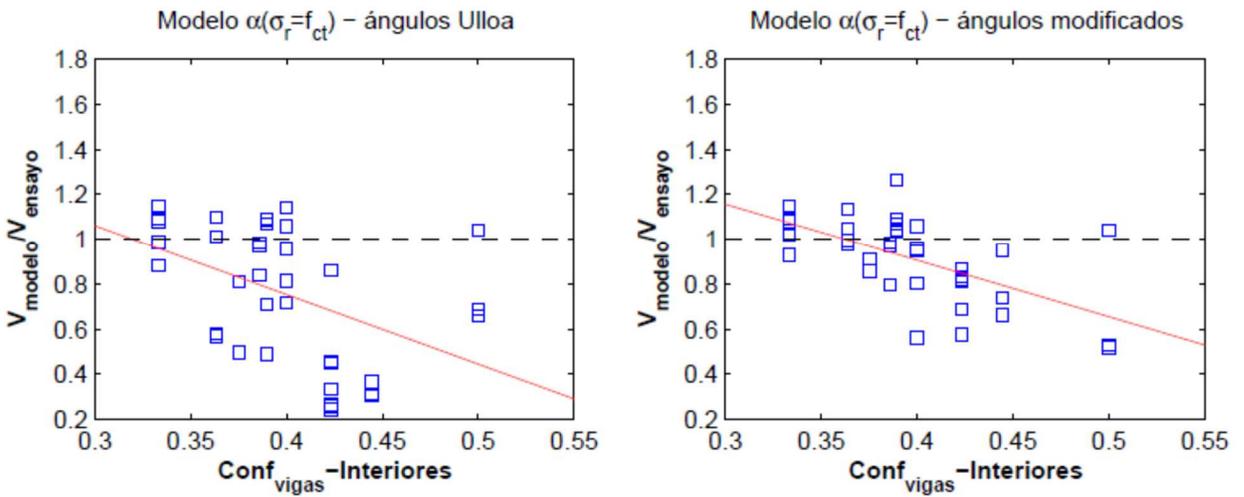


Figura 3.18 V_{Modelo}/V_{Ensayo} con respecto a $Conf_{vigas}$ para uniones interiores.

3.4.13 Comparación tendencias

A continuación, se realiza una comparación entre los dos parámetros que presentaron mayor diferencia de su tendencia a la variación. Estos son el nivel de carga axial y el producto $\rho_L f_{yL}$.

En la (Figura 3.19) se observa que la causa de la diferencia entre ambos modelos son las uniones interiores y que al considerar el efecto de confinamiento en el modelo de ángulos modificados, las variaciones de los parámetros se logran capturar. Lo anterior indica que el efecto de confinamiento efectivamente induce una diferencia en el comportamiento entre las uniones exteriores e interiores.

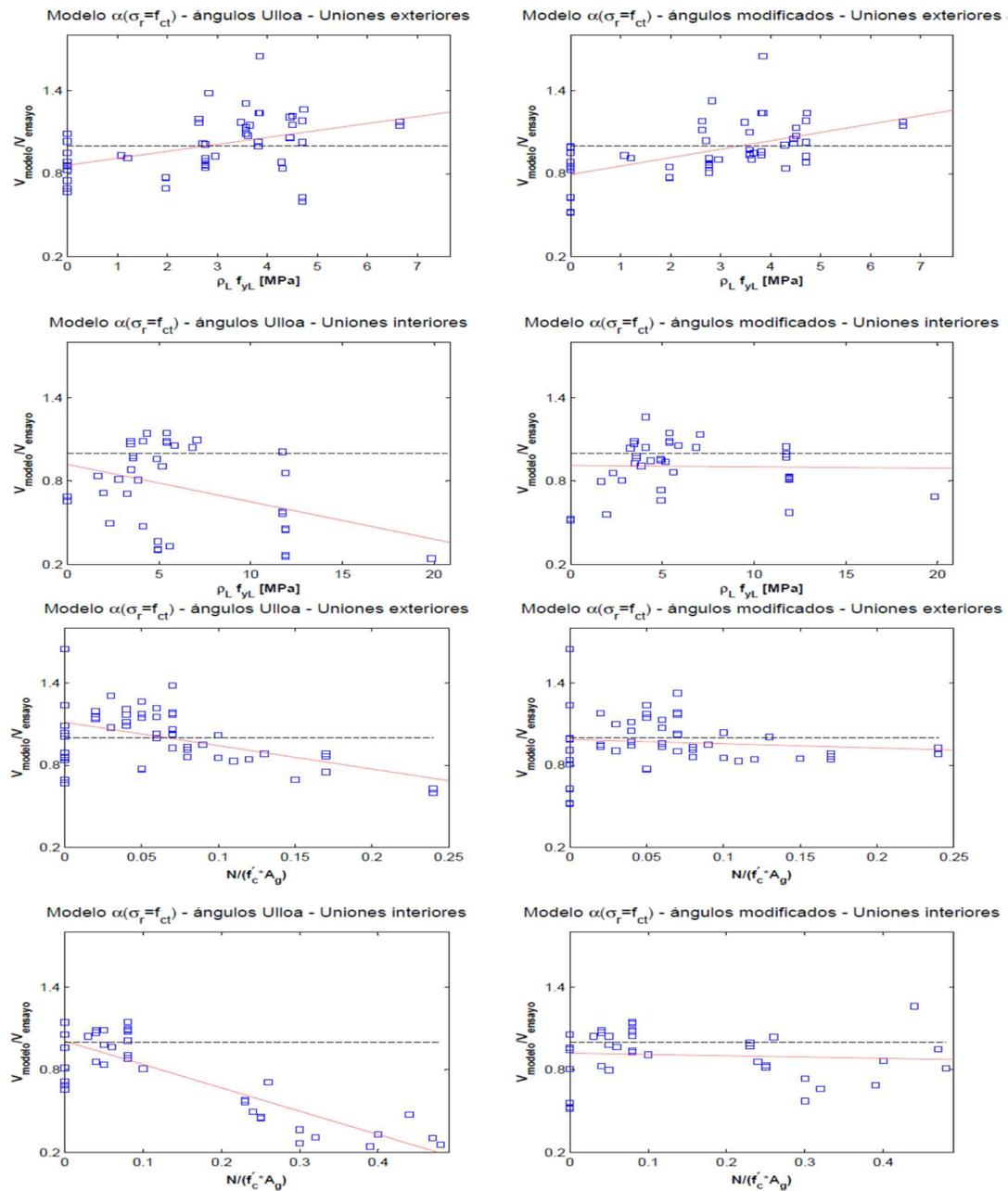


Figura 3.19 Comparación de tendencias, diferenciando entre uniones interiores y exteriores para el nivel de carga axial y $\rho_L f_{yL}$.

3.5 Resumen tendencias generales

En la Figura 3.20 se presenta el resumen de los porcentajes de variación de cada parámetro en ambos modelos.

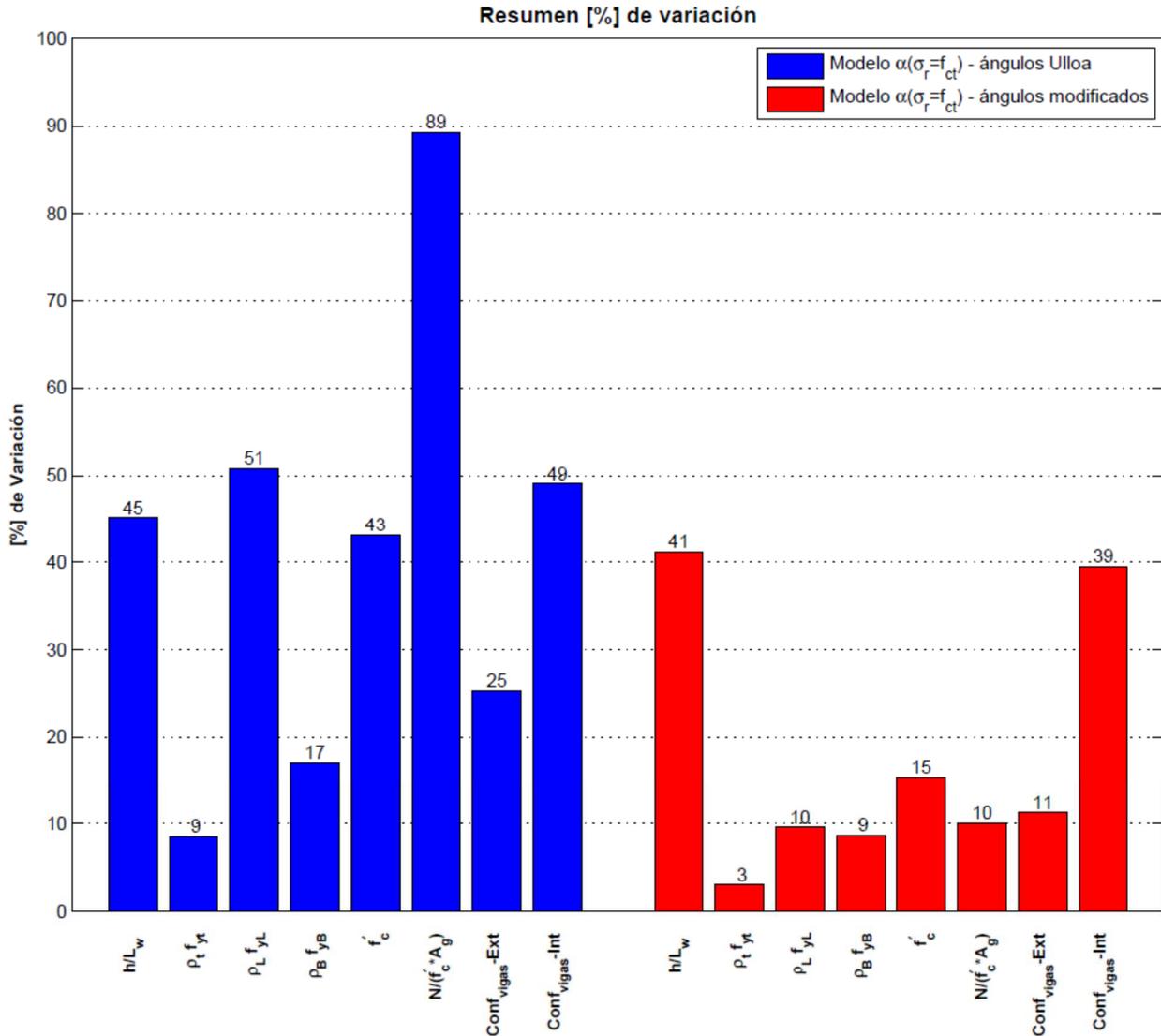


Figura 3.20 Comparación % de variación de los parámetros estudiados en los modelos.

Los dos modelos presentan dependencias similares para la cuantía de acero transversal y de borde, donde en ambos se interpreta de correcta manera sus variabilidades. Para el nivel de carga axial, la cuantía de acero longitudinal y la capacidad a compresión del hormigón; el modelo de ángulos modificados captura de mejor manera su variación. Y en cuanto a la relación de aspecto, en ambos se observan grandes dependencias, lo que implica que no interpretan de forma correcta este parámetro.

En cuanto al parámetro que considera el confinamiento aportado por las vigas, el modelo de ángulos modificados es el que mejor captura la variación de este parámetro (11%) para uniones exteriores. Y en cuanto a uniones interiores, no se observa una buena dependencia para ningún modelo.

En conclusión, el modelo de ángulos modificados captura de mejor forma la variación de los parámetros, además de presentar mejores resultados estadísticos.

4 Comparación con modelos de la literatura

En este capítulo, se describen tres modelos de la literatura para obtener la capacidad al corte de uniones viga-columna, tanto externas como internas, de hormigón armado. Estos modelos son: el del Instituto Americano del Hormigón (ACI318-08), el trabajo realizado por Hwang y Lee (1999, 2000) y el modelo presentado por Wang et al. (2012).

Posteriormente, se implementa cada uno de estos modelos a la base de datos recopilada y se comparan con el desarrollado en el presente trabajo.

4.1 Instituto Americano del Hormigón (ACI318-08 Cap. 21.7.4)

La resistencia al corte se obtiene en función de la resistencia a compresión del hormigón, quedando definido como:

$$V_n = \begin{cases} a) \text{ Para nudos confinados en cuatro caras} & 1.7 \sqrt{f'_c} A_j \\ b) \text{ Para nudos confinados en tres o en dos caras opuestas} & 1.2 \sqrt{f'_c} A_j \\ c) \text{ Para otros casos} & 1.0 \sqrt{f'_c} A_j \end{cases}$$

Y utiliza un factor de reducción $\phi = 0.75$.

A_j representa el área efectiva de la unión, la que se detalla en la Figura 4.1.

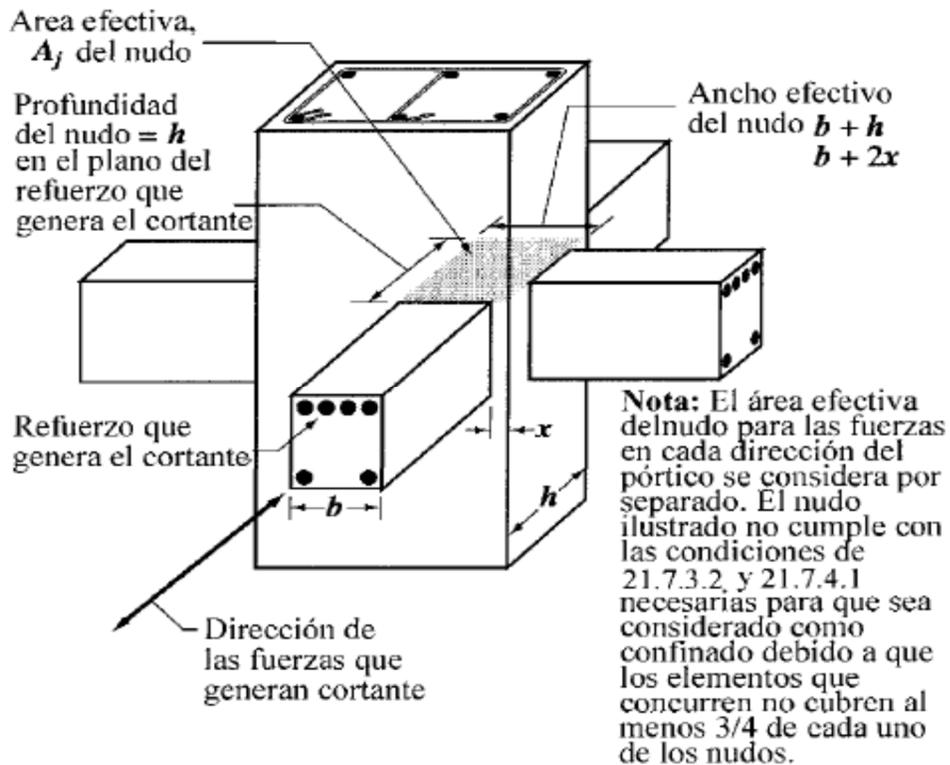


Figura 4.1 Área efectiva (ACI318-08).

De las tres formas expuestas para calcular la capacidad al corte, para las uniones externas se considera el caso c) y para las internas, el caso b) si las vigas cubren más de las tres cuartas partes de la cara de columna y el caso c) si cubren menos

4.2 Modelo analítico por Hwang y Lee. (1999, 2000)

Hwang y Lee (1999, 2000) presentan un modelo puntal-tensor para predecir la capacidad al corte de uniones exteriores e interiores de hormigón armado, que satisface condiciones de equilibrio de fuerzas, compatibilidad de deformación y una ley constitutiva del hormigón armado fisurado.

Se propone modelar la distribución de tensiones de la unión como un enrejado estáticamente indeterminado, mediante tres mecanismos: uno diagonal, uno horizontal y otro vertical (Figura 4.2).

El mecanismo diagonal (Figura 4.2 (a)) consta de un puntal diagonal de compresión con un ángulo de inclinación θ , definido como:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h_b''}{h_c''} \right) \quad (4.1)$$

donde h_b'' y h_c'' (Figura 4.2) son las distancias entre los extremos del refuerzo longitudinal de la viga y la columna respectivamente. Además, se asume que la dirección del puntal diagonal, coincide con la dirección principal de compresión del hormigón.

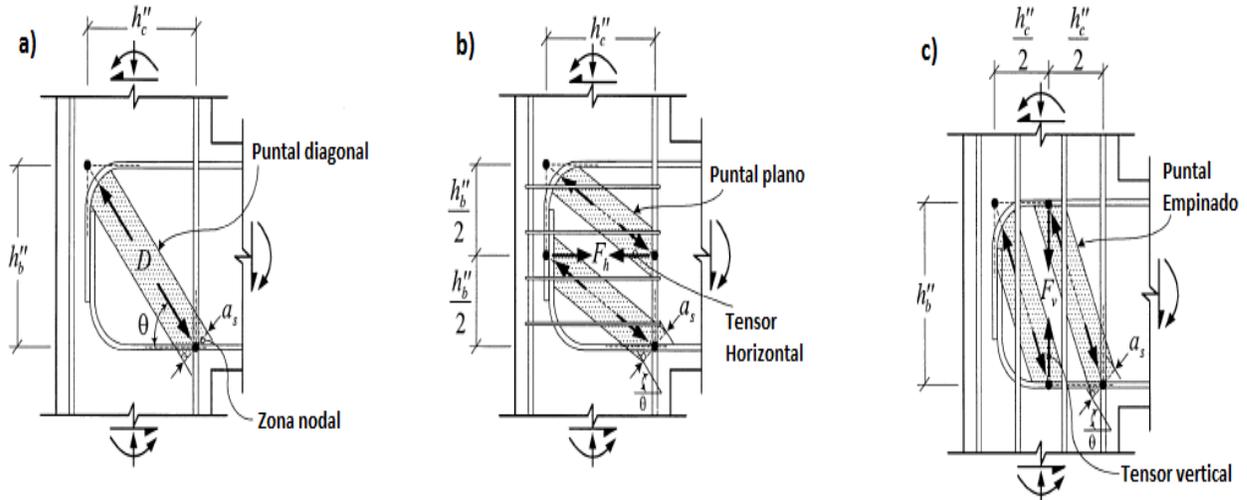


Figura 4.2 Mecanismos resistentes al corte. a) Mecanismo diagonal, b) Mecanismo horizontal, c) Mecanismo vertical. Adaptado de Hwang y Lee (1999).

El área efectiva del puntal de compresión, A_{str} , se obtiene por medio de la siguiente ecuación:

$$A_{str} = a_s \times b_s \quad (4.2)$$

donde b_s se puede interpretar como el ancho efectivo de la unión y a_s se calcula como:

$$a_s = \left(0.25 + 0.85 \frac{N}{A_g f_c'} \right) h_c \quad (4.3)$$

donde N es la carga axial actuando en la columna, f_c' es la tensión máxima de compresión en un cilindro estándar de hormigón, A_g corresponde al área bruta de la columna y h_c es el espesor de la columna en la dirección de carga.

El mecanismo horizontal (Figura 4.2 (b)) se compone de un tensor horizontal y dos puntales planos, en el que los estribos de la columna constituyen el tensor. Se asume también, que los estribos en el núcleo de la unión se consideran en un 100% al calcular el área de armadura horizontal, mientras que los ubicados en los extremos de la unión, se consideran que aportan solo un 50% de su armadura.

El mecanismo vertical (Figura 4.2 (c)) incluye un tensor vertical y dos puntales empinados. El tensor vertical se considera como la armadura intermedia de la columna.

- **Equilibrio de fuerzas**

Como se puede observar en la Figura 4.3, la fuerza de corte horizontal (V_{jh}) y vertical (V_{jv}) se obtienen de la siguiente manera:

$$V_{jh} = -D \cos \theta + F_h + F_v \cot \theta \quad (4.4)$$

$$V_{jv} = -D \sin \theta + F_h \cot \theta + F_v \quad (4.5)$$

donde D es la fuerza de compresión en el puntal diagonal; F_h y F_v son las fuerzas en los puntales horizontales y verticales respectivamente.

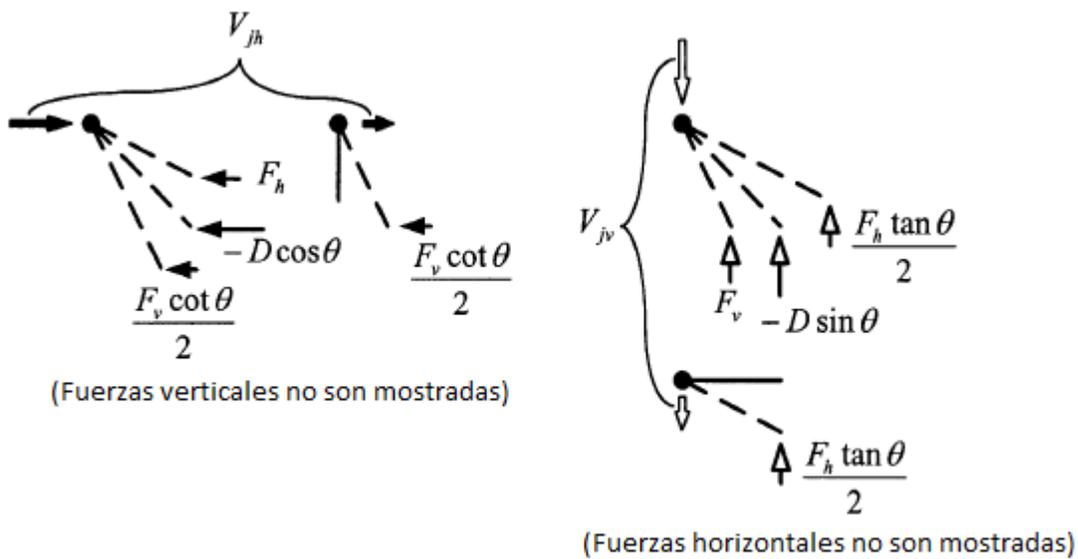


Figura 4.3 Fuerzas del modelo puntal-tensor. (Hwang y Lee, 2000)

Por otro lado, Schäfer (1996) y Jennewein y Schäfer (1996) definen las siguientes constantes:

$$\gamma_h = \frac{2 \tan(\theta) - 1}{3} \quad (4.6)$$

$$\gamma_v = \frac{2 \cot(\theta) - 1}{3} \quad (4.7)$$

donde γ_h es la fracción de corte horizontal transferido por el mecanismo horizontal en ausencia del vertical y γ_v es la fracción de corte vertical transferido por el mecanismo vertical en ausencia del horizontal.

Además, se asume que el corte horizontal V_{jh} se distribuye entre los tres mecanismos (diagonal, horizontal y vertical), relación que queda definida como:

$$-D \cos \theta : F_h : F_v \cot \theta = R_d : R_h : R_v \quad (4.8)$$

donde R_d , R_h y R_v son los coeficientes de distribución del mecanismo diagonal, horizontal y vertical respectivamente, y quedan definidos por:

$$R_d = \frac{(1-\gamma_h)(1-\gamma_v)}{1-\gamma_h\gamma_v} \quad (4.9)$$

$$R_h = \frac{\gamma_h(1-\gamma_v)}{1-\gamma_h\gamma_v} \quad (4.10)$$

$$R_v = \frac{\gamma_v(1-\gamma_h)}{1-\gamma_h\gamma_v} \quad (4.11)$$

Notar que la suma de R_d , R_h y R_v es igual a 1. Con lo que las fuerzas D , F_h y F_v pueden ser escritas como:

$$D = \frac{-1}{\cos \theta} \times \frac{R_d}{R_d+R_h+R_v} \times V_{jh} \quad (4.12)$$

$$F_h = \frac{R_h}{R_d+R_h+R_v} \times V_{jh} \quad (4.13)$$

$$F_v = \frac{R_v}{R_d+R_h+R_v} \times V_{jh} \quad (4.14)$$

La falla del puntal de compresión se define en el momento en que el hormigón que se encuentra al final de la diagonal en compresión, es decir en la zona nodal (Figura 4.2(a)), alcanza su máxima capacidad a compresión. Además, como la cortante en el la conexión es principalmente transferida en la dirección $-d$, el máximo esfuerzo de compresión, $\sigma_{d,max}$ que actúa en la zona nodal, se asume que controla la falla.

$$\sigma_{d,max} = \frac{1}{A_{str}} \left(D - \frac{\cos\left(\theta - \tan^{-1}\left(\frac{h_b''}{2h_c''}\right)\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{h_b''}{2h_c''}\right)\right)} F_h - \frac{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2h_b''}{h_c''}\right) - \theta\right)}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2h_b''}{h_c''}\right)\right)} F_v \right) \quad (4.15)$$

- **Leyes constitutivas**

Para el hormigón, se considera la rama ascendente para la curva de compresión reducida en el hormigón fisurado del modelo de Zhang and Hsu (1998) para caracterizar la acción biaxial presente en este material, lo que se describe como:

$$\sigma_d = \xi f'_c \left[2 \left(\frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \text{para } \frac{-\varepsilon_d}{\xi \varepsilon_0} \leq 1 \quad (4.16)$$

$$\xi = \frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \leq \frac{0,9}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_0 = 0.002 + 0.001 \left(\frac{f'_c - 20}{80} \right) \quad \text{para } 20 \leq f'_c \leq 100 [MPa] \quad (4.18)$$

donde σ_d es la tensión promedio principal del hormigón en la dirección d, ξ es el coeficiente de reducción, ε_d y ε_r corresponden a las deformaciones principales promedio en las direcciones d y r respectivamente y ε_0 es la deformación de un cilindro de hormigón a una tensión de f'_c .

En cuanto al acero de refuerzo, su comportamiento se considera elasto-plástico, con lo que su ley constitutiva queda expresada como:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{para } \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad (4.19)$$

$$f_s = f_y \quad \text{para } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (4.20)$$

en el que E_s corresponde al módulo de elasticidad del acero, f_s y ε_s son la tensión y deformación del acero respectivamente.

La relación entre la fuerza y deformación del acero se define como:

$$F_h = A_{th} E_s \varepsilon_h \leq F_{yh} \quad (4.21)$$

$$F_v = A_{tv} E_s \varepsilon_v \leq F_{yv} \quad (4.22)$$

siendo A_{th} y A_{tv} las áreas de los tensores horizontales y verticales respectivamente; F_{yh} y F_{yv} las fuerzas de fluencia de los tensores horizontales y verticales respectivamente; ε_h y ε_v deformaciones horizontales y verticales respectivamente.

- **Compatibilidad de deformaciones**

Se asume que las deformaciones promedio cumplen con la condición del primer invariante del estado de deformación.

$$\varepsilon_r + \varepsilon_d = \varepsilon_h + \varepsilon_v \quad (4.23)$$

donde ε_h y ε_v son las deformaciones normales promedio horizontales y verticales respectivamente.

- **Proceso de solución**

En las Figura 4.4 y Figura 4.5 se dispone el diagrama de flujo con el procedimiento de solución.

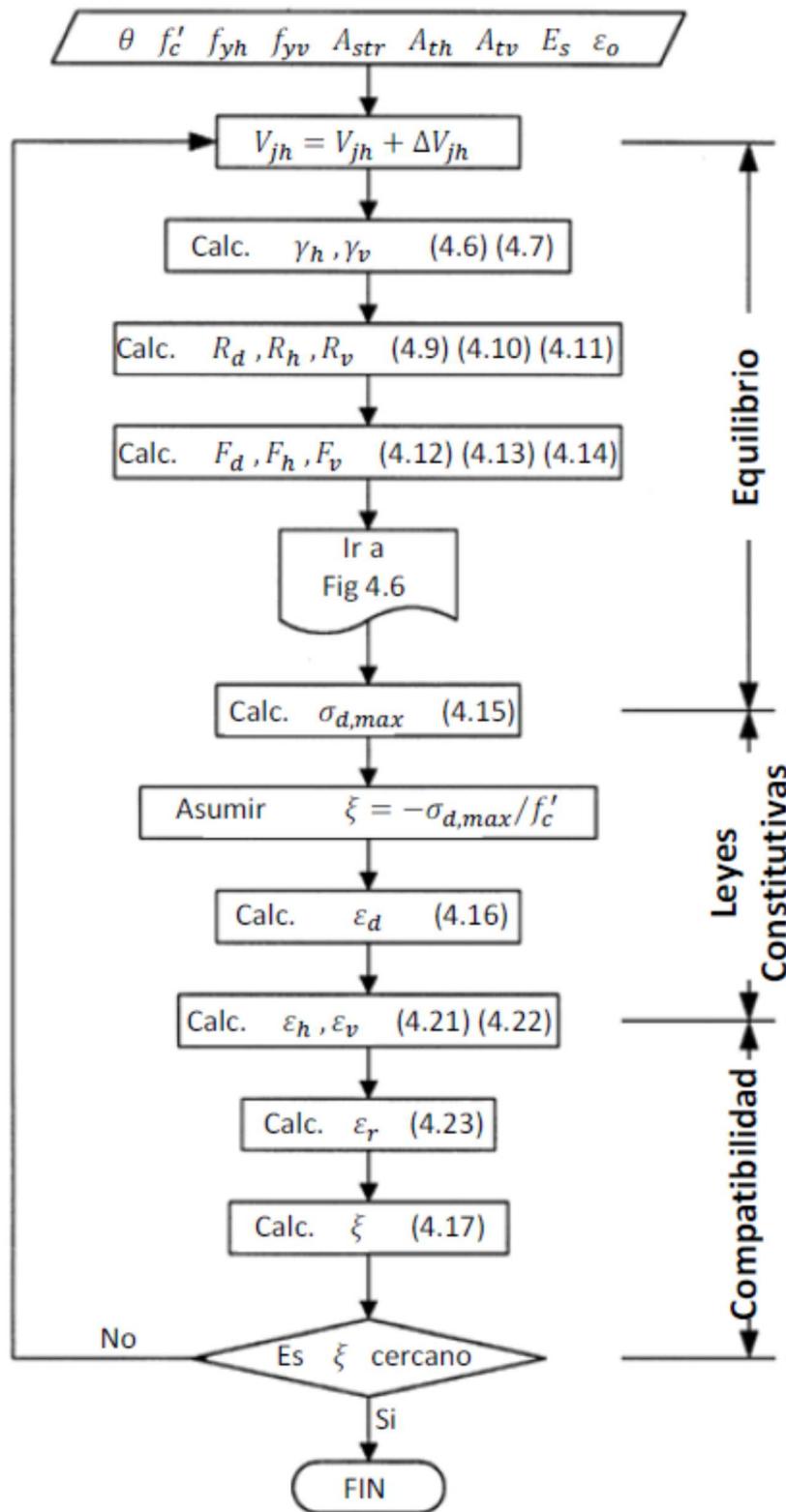


Figura 4.4 Algoritmo de solución, modelo de Hwang.

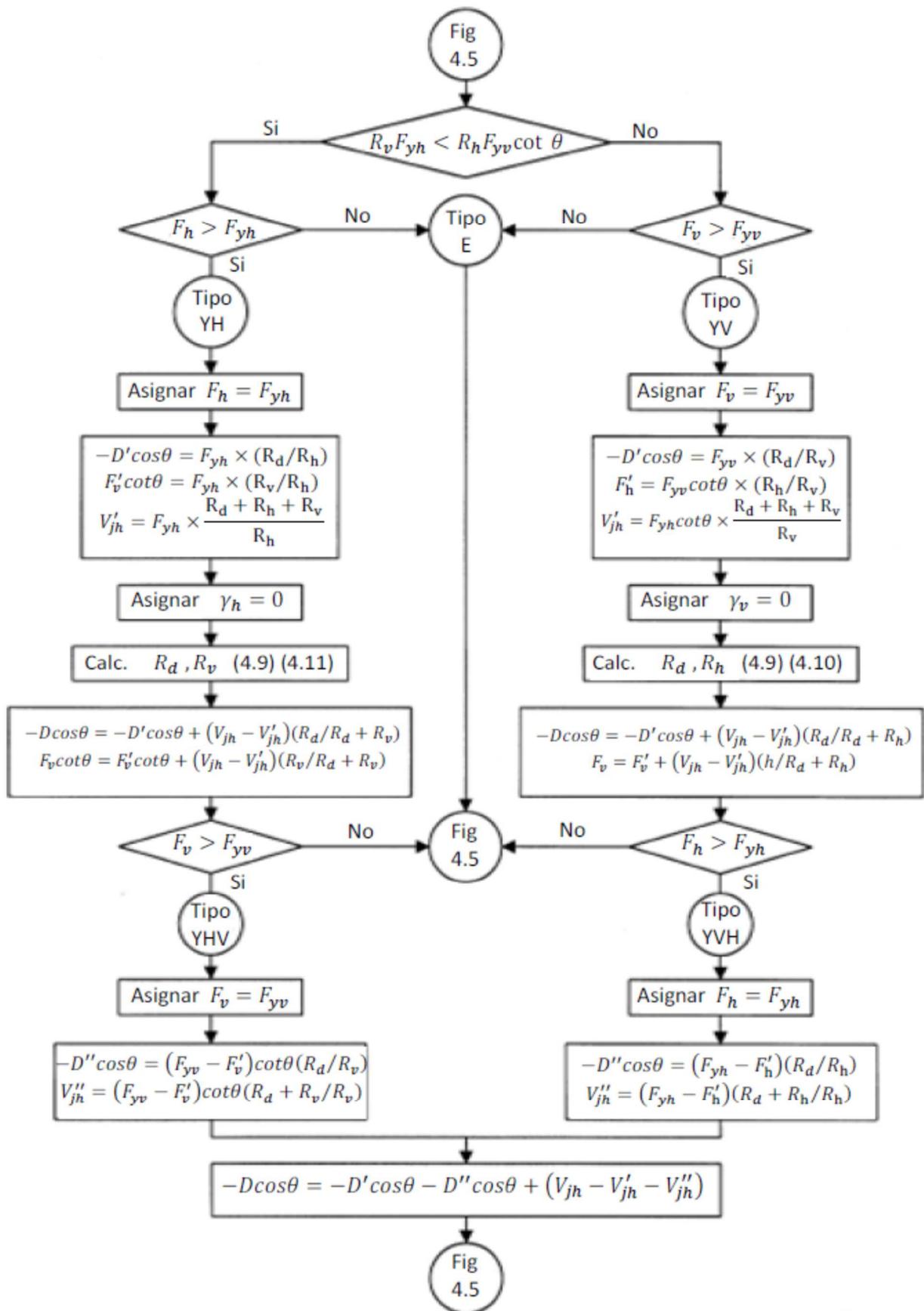


Figura 4.5 Continuación algoritmo de solución, modelo de Hwang.

4.3 Expresión cerrada por Wang et al. (2012)

En el modelo propuesto por Wang et al. (2012), se asume que la capacidad al corte de la unión se obtiene cuando los esfuerzos en el hormigón, que se encuentra en el punto C (Figura 4.6), han alcanzado su envolvente de falla. Además, el hormigón armado es idealizado como un material equivalente en un estado biaxial plano de tensiones, en el que la contribución del acero de refuerzo recae en incrementar la resistencia nominal a tracción de este material.

El punto C, se considera solamente sometido a un esfuerzo axial σ_y y a un esfuerzo de corte τ_{xy} . También, se asume que tensiones principales en la unión en el momento de la falla, coinciden con los dos esfuerzos normales actuando a lo largo y perpendicular del puntal diagonal AB.

Por otro lado, se denota el ángulo entre el puntal diagonal AB y el eje vertical de la columna como α , el esfuerzo principal de tracción como $\sigma_{\alpha 1}$ y el esfuerzo principal a compresión como $\sigma_{\alpha 2}$. Estos esfuerzos pueden ser obtenidos mediante el círculo de Mohr:

$$\sigma_{\alpha 1} = \frac{1}{2}\sigma_y(1 - \cos 2\alpha) + \tau_{xy}\sin 2\alpha \quad (4.24)$$

$$\sigma_{\alpha 2} = \frac{1}{2}\sigma_y(1 + \cos 2\alpha) - \tau_{xy}\sin 2\alpha \quad (4.25)$$

Y el ángulo α queda definido por:

$$\alpha = \tan^{-1}(h_c/h_b) \quad (4.26)$$

donde h_c es el ancho de la columna; h_b corresponde a la altura de la viga; $\sigma_y = N_c/bc h_c$, en que N_c es la carga axial sobre la columna, b_c es el ancho de la columna; $\tau_{xy} = V_{jh}/b_j h_c$, siendo V_{jh} la fuerza de corte de la unión en la dirección horizontal, b_j es la profundidad el ancho de la unión, considerado como el menor entre b_c y $b_b + 0.5h_c$ si $b_c \geq b_b$ o menor entre b_b y $b_c + 0.5h_c$ si $b_c < b_b$; b_b es el ancho de la viga.

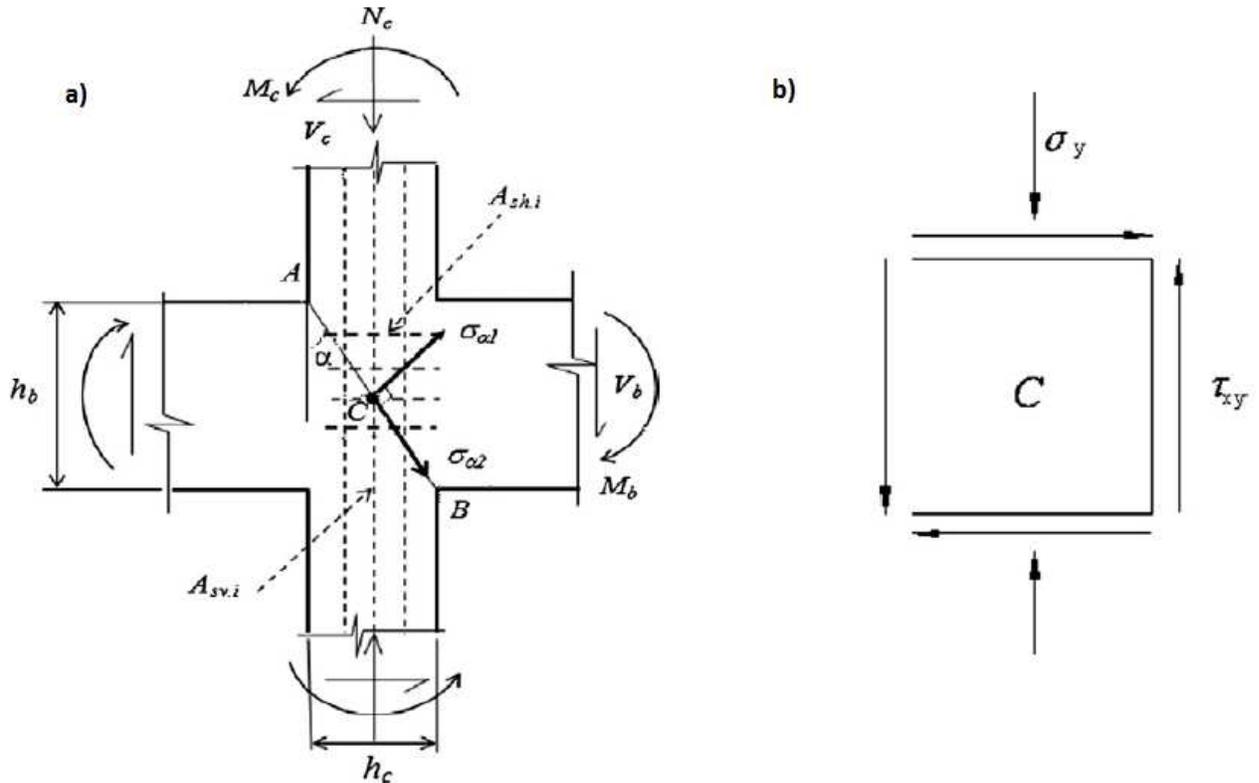


Figura 4.6 a) Fuerzas y mecanismo de falla de una unión viga-columna; b) plano de tensiones del punto C.

Para interpretar el comportamiento biaxial del hormigón, es decir, el efecto de los esfuerzos de tracción en la resistencia a compresión de este material, se considera de manera similar a lo hecho por Kupfer y Gerstle (1973). El segmento BC de la Figura 4.7 del criterio de falla de Kupfer y Gerstle (1973) es utilizada para describir ese fenómeno, que queda expresado por la siguiente ecuación:

$$\frac{\sigma_{\alpha 1}}{f_{t,n}} - 0.8 \frac{\sigma_{\alpha 2}}{f'_c} = 1 \quad (4.27)$$

$f_{t,n}$ Es el esfuerzo a tracción nominal del hormigón en la dirección de $\sigma_{\alpha 1}$, que considera la contribución de la armadura de refuerzo horizontal y vertical, que queda expresado de la siguiente manera:

$$f_{t,n} = f_{t,c} + \rho_{sh} f_{yh} \cos^2 \alpha + \rho_{sv} f_{yv} \sin^2 \alpha \quad (4.28)$$

donde ρ_{sh} es la cuantía de armadura horizontal ($A_{sh}/b_j h_b$) que considera los estribos de la columna entre la armadura longitudinal superior e inferior de la viga adyacente; ρ_{sv} es la cuantía de armadura vertical ($A_{sv}/b_j h_c$) que considera las barras longitudinales intermedias de la columna; f_{yh} y f_{yv} son las tensiones de fluencia de la armadura

horizontal y vertical respectivamente; $f_{t,c} = 0.556\sqrt{f'_c}$, corresponde a la contribución del hormigón a la resistencia nominal a la tracción.

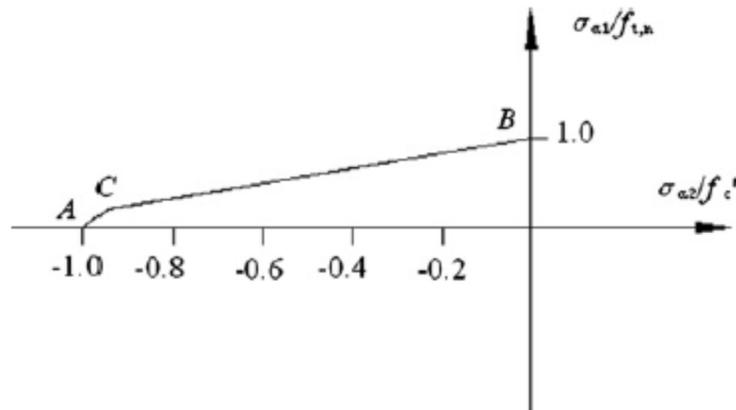


Figura 4.7 Criterio de falla biaxial de Kupfer-Gerstle en el dominio tracción-compresión.

El modelo asume que la resistencia a tracción del hormigón es alcanzada y que las armaduras de refuerzo horizontal y vertical han alcanzado sus respectivas tensiones de fluencia.

Luego, combinando las ecuaciones 4.24 a 4.28, se obtiene la expresión para la resistencia máxima al corte de la unión (V_{jh}):

$$V_{jh} = \frac{1.0 - (\sin^2 \alpha / f_{t,n} - 0.8 \cos^2 \alpha / f'_c) \sigma_y}{(1 / f_{t,n} + 0.8 / f'_c) \sin 2\alpha} b_j h_c \quad (4.29)$$

Para tomar en consideración el mejor comportamiento de las uniones interiores que el de las exteriores (debido a que el efecto de confinamiento aportado por las vigas adyacentes a la unión es mayor para las primeras), se introduce un factor de reducción (β). Con esto, la ecuación 4.29 queda:

$$V_{jh} = \beta \frac{1.0 - (\sin^2 \alpha / f_{t,n} - 0.8 \cos^2 \alpha / f'_c) \sigma_y}{(1 / f_{t,n} + 0.8 / f'_c) \sin 2\alpha} b_j h_c \quad (4.30)$$

en el que $\beta = 1.0$ para uniones interiores y 0.8 para uniones exteriores.

4.4 Comparación estadística entre el modelo propuesto y los expuestos de la literatura

Aplicando sus respectivos procedimientos para obtener la capacidad al corte de la base de datos ensamblada, en la Figura 4.8 se disponen los gráficos de puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ para comparar el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados (pues entrega mejores resultados) con los modelos de la ACI318-08, el de Hwang y Lee (1999, 2000) y el de Wang et al. (2012). Además, en todos los casos, se aplicaron los modelos de flexion simple y flexo-compresiones explicados en la sección (3.3). En la figura se observa que los modelos $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ y ACI318-08 presentan mayor dispersión de sus puntos, mientras que los otros dos muestran una menor.

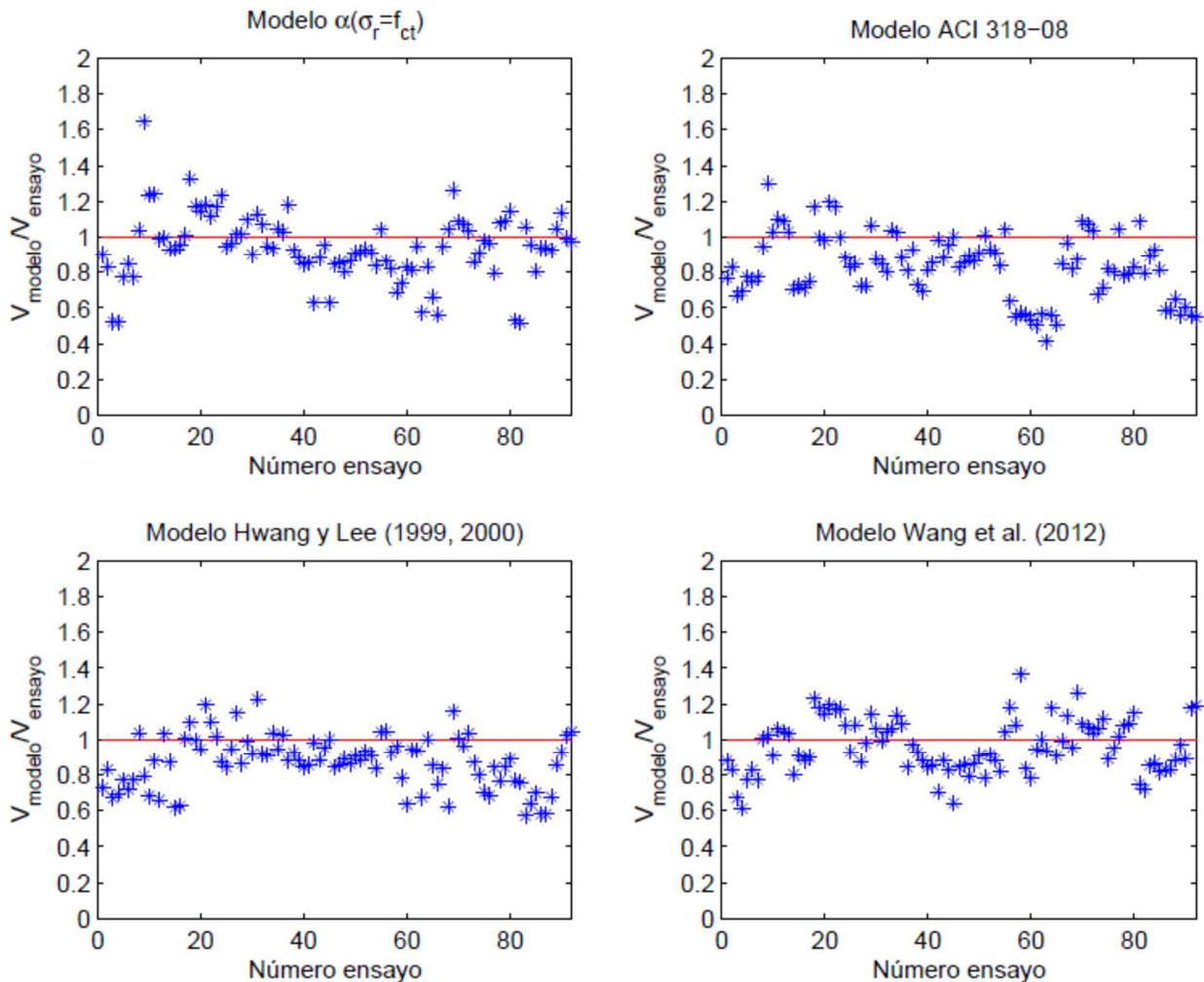


Figura 4.8 Puntos de dispersión para los modelos de la literatura y del presente modelo.

En la Tabla 4.1 se muestran las clasificaciones por tipo de falla para los cuatro modelos. En ella se observa que la falla por flexo-compresión es prácticamente nula, salvo en los modelos de Hwang y Lee (1999,2000) y el de Wang et al. (2012), presentándose un caso en ambos. La mayoría de las fallas ocurren por corte en el unión, siendo el modelo desarrollado en esta memoria el que contiene menores casos, sin embargo todos los modelos predicen aproximadamente la misma cantidad de fallas de la unión por corte y por flexión de la viga adyacente.

Tabla 4.1 Clasificación por tipo de falla.

| | Falla corte unión | Falla flexión (viga) | Falla flexo-compresión (columna) |
|--|-------------------|----------------------|----------------------------------|
| Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ ángulos modificados | 56 (61%) | 36 (39%) | 0 (0%) |
| ACI318-08 | 64 (70%) | 28 (30%) | 0 (0%) |
| Hwang y Lee (1999, 2000) | 64 (70%) | 27 (29%) | 1 (1%) |
| Wang et al. (2012) | 60 (65%) | 31 (35%) | 1 (1%) |

En la Figura 4.9, se presenta una gráfica con los resultados estadísticos para los cuatro modelos, en ella se separa en fallas por corte, flexión y las dos juntas.

Considerando este último caso, se observa que el modelo desarrollado en la ACI318-08 presenta el promedio entre la capacidad estimada y la experimental más bajo de todos, subestimando la capacidad en un 17%, además su dispersión es una de las más altas junto con la del modelo desarrollado en este trabajo. Por el contrario, el modelo de Wang et al. (2012) se alza como el que presenta el mejor promedio entre la razón $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ (subestima la capacidad en un 4%) y además obtiene la menor dispersión (0.15). En tanto el modelo de Hwang y Lee (1999,2000) muestra un promedio más bajo que el modelo de este trabajo, pero con una desviación menor. Ahora si se compara a través del coeficiente de variación (C.V), el modelo de Hwang y Lee (1999,2000) presenta un menor valor que el modelo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados, indicando que este último presenta una mayor variabilidad con respecto a su promedio.

Prácticamente los mismos comportamientos se mantienen cuando se separa entre fallas por corte y flexión, lo que implica que el modelo de Wang et al. (2012) es el que entrega los mejores resultados para la base de datos de esta memoria. Además, la ventaja de este modelo con los de Hwang y Lee (1999,2000) y el desarrollado en este trabajo, es que se presenta como una expresión cerrada y no iterativa como los dos mencionados. Cabe destacar que estos tres modelos utilizan casi los mismos parámetros (nivel de carga axial, capacidad a compresión del hormigón, cuantías verticales y horizontales de armadura y tensiones de fluencia de las armaduras).

Es importante mencionar, que a pesar que el modelo de la ACI318-08 es el más básico de todos (obtiene la resistencia de la unión sólo en función de la capacidad a compresión del hormigón) y el que entrega los peores resultados de los cuatro modelos comparados, no entrega una mala estimación de la capacidad al corte de la unión.

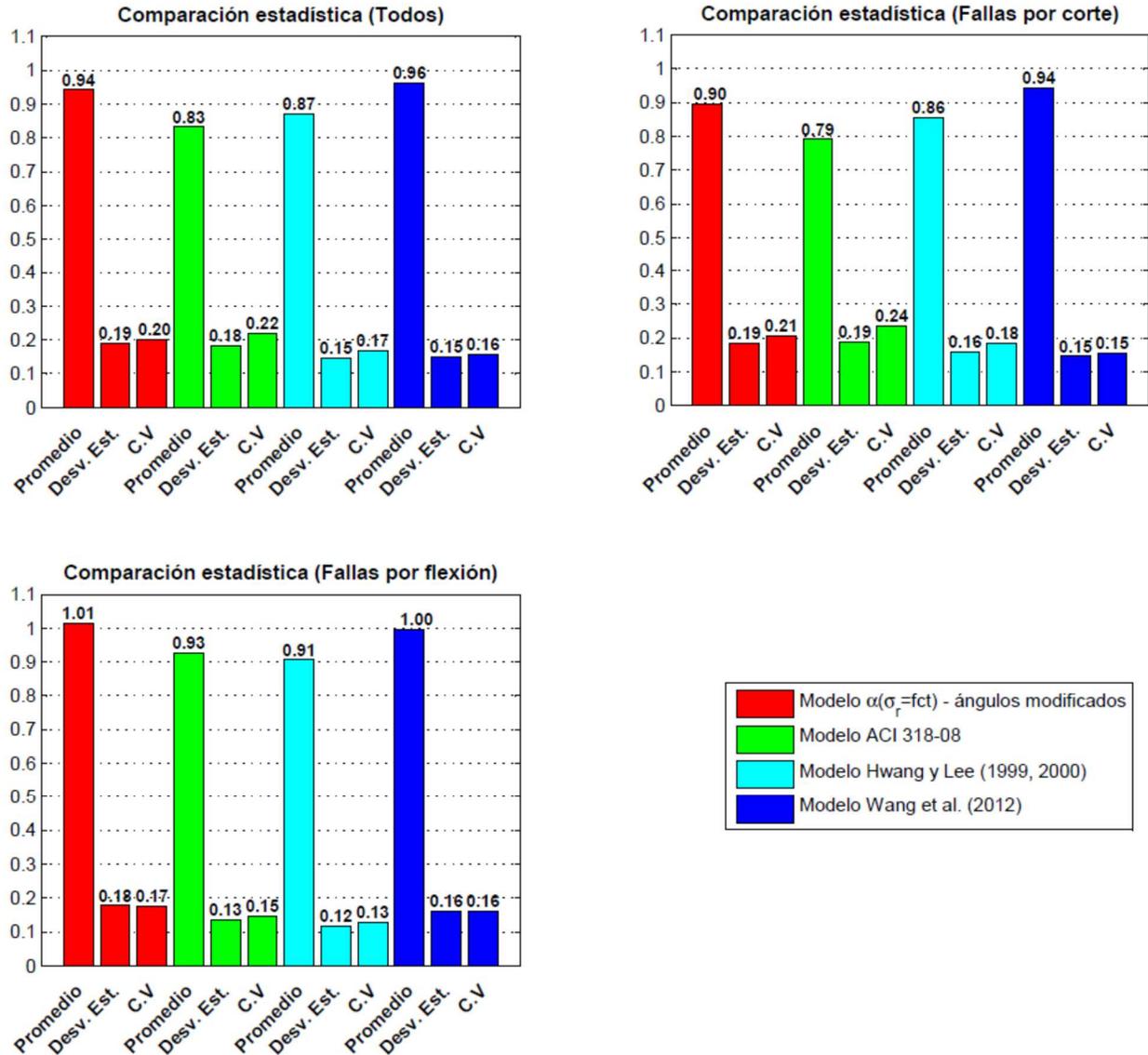


Figura 4.9 Comparación resultados estadísticos entre modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados y modelos de la literatura.

Ahora, si se analizan los resultados entre los casos sin carga axial y con carga axial, para los modelos de Wang et al. (2012) y el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados presentados en la Tabla 4.2, se observa que la diferencia entre ambos tiene lugar en que el modelo desarrollado en esta memoria no está considerando adecuadamente los casos en que no se tiene carga axial, lo que está vinculado con la expresión calibrada para el ángulo del puntal de compresión y el equilibrio longitudinal.

Tabla 4.2 Comparación entre modelo de Wang et al. (2012) y el modelo desarrollado en esta memoria, diferenciando entre casos con y sin carga axial para ensayos pronosticados con falla de corte.

| | Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ – ángulos modificados | | Modelo Wang et al. (2012) | |
|-----------------|--|--------------------|---|--------------------|
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| Con carga axial | 0,95 | 0,15 | 0,98 | 0,13 |
| Sin carga axial | 0,72 | 0,19 | 0,86 | 0,16 |

4.5 Estudio de caso: modificación de la ley constitutiva del hormigón en tracción.

Con el motivo de buscar la respuesta de por qué el modelo de Wang et al. (2012) entrega mejores resultados, se utiliza en el modelo desarrollado en esta memoria la ley constitutiva para el hormigón en tracción utilizada por este autor (ecuación 4.28), que considera la contribución de la armadura longitudinal y transversal a través de un equilibrio de fuerza para deducir la capacidad nominal del hormigón en tracción. Los resultados al aplicar esta ley en el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ – ángulos modificados a la base de datos, diferenciado nuevamente entre los casos con y sin carga axial, se presentan en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Comparación entre modelo de Wang et al. (2012) y el modelo desarrollado en esta memoria (utilizando nueva ley de hormigón en tracción), diferenciando entre casos con y sin carga axial para ensayos pronosticados con falla de corte.

| | Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ – ángulos modificados | | Modelo Wang et al. (2012) | |
|-----------------|--|--------------------|---|--------------------|
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. |
| Con carga axial | 0,92 | 0,12 | 0,98 | 0,13 |
| Sin carga axial | 1,01 | 0,14 | 0,86 | 0,16 |

En la tabla anterior se observa una evidente mejora en los resultados arrojados por el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ – ángulos modificados. Para los casos con carga axial, si bien disminuye levemente la capacidad promedio predicha, la estimación es más precisa al disminuir su desviación estándar de 0,15 a 0,12. En cuanto a los ensayos sin carga axial, la mejora es más clara, pues la capacidad promedio de la resistencia aumenta en un 29%, logrando un valor de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ prácticamente igual a la unidad, además la desviación estándar de estos casos disminuye desde 0.19 a 0.14, mejorando el nivel de precisión.

Una posible razón de por qué se obtienen resultados más cercanos a los ensayos reales, es que el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ – ángulos modificados no incluye el aporte de la armadura transversal en la resistencia al corte y al utilizar la ley constitutiva del hormigón en tracción usada por Wang et al. (2012), si la considera.

Un punto a aclarar, es que al aplicar esta ley constitutiva en el modelo desarrollado en el actual trabajo, se considera dos veces la armadura longitudinal en la resistencia al corte, una en el equilibrio de fuerzas en la dirección longitudinal (ecuación 2.1) y otra en el cálculo de la resistencia nominal a tracción del hormigón.

De todas formas, estos resultados permiten deducir que si se realizan cambios en las leyes constitutivas de los materiales o realizando un cambio más drástico, como modificar el modelo (eliminado, por ejemplo, el aporte de la armadura longitudinal del equilibrio vertical y utilizándola en el hormigón a tracción), los resultados entregados mejoran.

5 Modelo analítico tipo panel para estimar capacidad al corte de muros cortos, vigas altas, ménsula y uniones viga-columna de hormigón armado

A modo de generalizar el modelo tipo panel para estimar la capacidad al corte para que sea equivalente en todos los elementos estructurales, en el presente capítulo, se generaliza el ángulo del puntal de falla para muros, vigas altas y ménsulas, y se aplica la contribución de la armadura de borde, aplicada por Álvarez (2015), en muros y vigas altas, donde en sus trabajos respectivos (Ulloa, 2013 y Mejías, 2014) no se había considerado. Se presenta solamente el modelo de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

5.1 Modelos geométricos

En la Figura 5.1, se disponen los cuatro elementos estructurales especificando cada parámetro geométrico utilizado por el modelo.

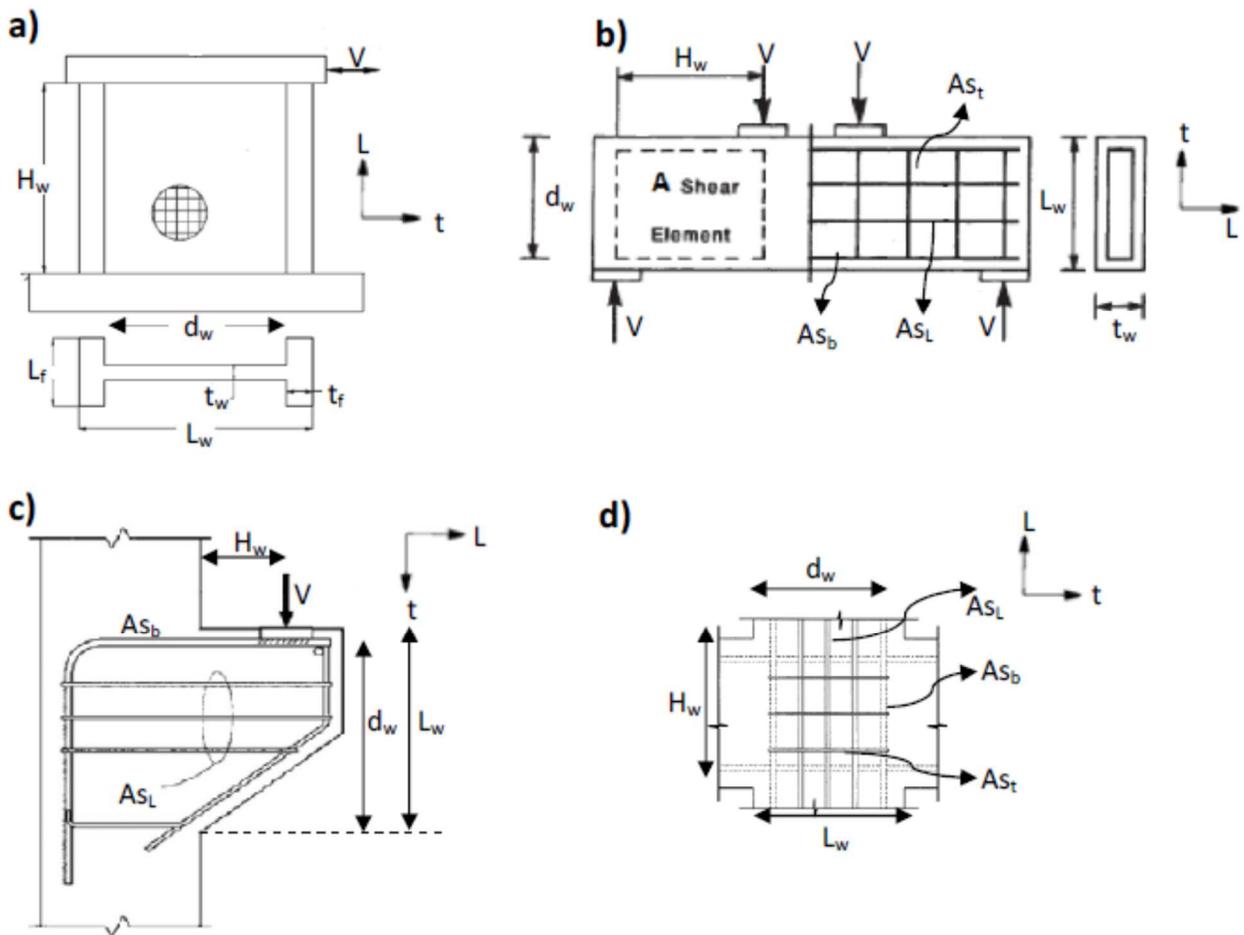


Figura 5.1 Modelos geométricos. a) Muro corto; b) Viga alta; Ménsula; Unión viga-columna.

Para el caso del muro corto, en la Figura 5.1, no se señalan el acero de refuerzo transversal, longitudinal, ni de borde. Los dos primeros corresponden a la armadura distribuida (malla) y la de borde, a la de flexo-compresión. En cuanto a la ménsula y la unión viga-columna, en ambas también falta el parámetro “ t_w ”, que para las dos corresponden al espesor de la ménsula y de la columna respectivamente.

En cuanto al parámetro d_w para muros cortos, este se define según si en el muro existe o no elementos de borde:

- Sin elemento de borde

$$d_w = 0.8L_w$$

- Con elemento de borde

$$d_w = 0.8(L_w - 2tf)$$

Estas expresiones fueron calibradas, al observar fotos de muros cortos ensayados al corte, donde se estima que la grieta ocupa aproximadamente un 80% del alma.



Figura 5.2 Grietas de corte en un muro corto (Kassem, 2010).

5.2 Recalibración del ángulo del puntal de falla

Reuniendo la base de datos de Ulloa (2013), Mejías (2014) y Álvarez (2015), se aplica el procedimiento explicado en el punto 2.1.2.2 para obtener nuevas expresiones del ángulo del puntal de compresión (Tabla 5.1).

Cabe destacar que tanto en vigas altas como en ménsulas, se debe considerar el ancho de placa de carga, pues Gotschlich (2011) determinó que el perfil de deformaciones transversales calibrado se desarrolla en la zona de corte (H'_w), que es menor a la altura H_w del elemento, ya que existen puntos (debajo de la placa de carga y apoyos) donde la deformación está limitada. Mejías (2014) determinó, en función de su base de datos, que estas placas tienen un ancho promedio de 100 [mm]. Este parámetro H'_w , es utilizado en la obtención del ángulo de falla, y queda definido como:

- Para muros cortos y uniones viga-columna:

$$H'_w = H_w$$

- Para vigas altas:

$$H'_w = H_w - 100[mm]$$

- Para ménsulas:

$$H'_w = H_w - 50[mm]$$

Tabla 5.1 Nuevas expresiones para ángulo del puntal de falla.

| Nivel de tracción en el concreto | ángulo puntal [°] (curvatura simple) | ángulo puntal [°] (curvatura doble) |
|---|---|--|
| $\varepsilon_r = \varepsilon_{ct}$ $\sigma_r = f_{ct}$ | $13,87 \left(\frac{H'_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0,13} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 0.1 \right)^{-0,67}$ | $9,81 \left(\frac{H'_w}{L_w} + 0.5 \right)^{-0,08} \left(\frac{N}{f'_c t_w L_w} + 0.1 \right)^{-0,78}$ |

Las expresiones para determinar el ángulo de falla de una unión viga-columna siguen siendo las expresadas en la tabla (Tabla 3.5), debido a que para obtenerlas, las ecuaciones de expansión longitudinal y transversal son diferentes que para los otros elementos, al incluir los factores λ que las reducen. Y también, porque es necesario diferenciar entre una unión exterior e interior, a pesar que ambas se basan en la calibración para muros doblemente empotrado.

5.3 Otras consideraciones del modelo

A modo de recuerdo, la contribución del acero de borde, es considerada en la ecuación de equilibrio longitudinal, mediante el factor β (ecuación 2.31) y tomado igual a 0.3, según los resultados obtenidos por Álvarez (2015).

Para muros cortos, vigas altas y ménsulas, se implementa adicionalmente un modelo para determinar la capacidad a flexión, con el cual se determina la fuerza de corte que genera la falla por este esfuerzo y se compara con el entregado por el modelo tipo panel y el que resulte menor, se considera como la capacidad al corte del elemento. Para muros, se implementa un modelo de flexo-compresión basado en un análisis seccional. En tanto, para las vigas altas y ménsulas se utiliza un modelo de flexión simple que incorpora la hipótesis de Bernoulli, es decir, que las caras planas permanecen planas una vez aplicada la carga, considera una deformación última del hormigón en compresión de 0.003 y el modelo del comportamiento del hormigón en su estado último correspondo al bloque de Whitney (ACI318). Para las uniones, se utilizan los modelos de flexión (para vigas adyacente a la unión) y flexocompresión (para columnas contiguas a la conexión) explicados en la sección (3.3)

5.4 Resultados estadísticos, considerando acero de borde y nueva expresión para el Angulo de puntal de falla

En la Tabla 5.2, se exponen el promedio y desviación estándar de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$, para las fallas por corte, flexión y ambos tipo, al aplicar el modelo tipo panel con las modificaciones descritas, tanto a la base de datos de muros cortos recopilada por Ulloa (2013), la de vigas altas correspondiente al trabajo de Mejías (2014) y a la base de datos de ménsulas reunida por Álvarez (2015). También se adjunta en la tabla, los resultados finales aplicados a la base de datos de uniones viga-columna (considerando los ángulos modificados). Además, en la Figura 5.3, se presentan los puntos de dispersión de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ para todos los elementos estructurales mencionados al aplicar el modelo

En la tabla se muestra que el modelo tipo panel de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ arroja los mejores resultados para las ménsulas, donde se observa un buena capacidad promedio (subestimación del 5%) y a su vez presenta una desviación estándar mucho menor que para los demás elementos estructurales, lo que se rectifica observando la Figura 5.3, donde se aprecia que aglutina los puntos de dispersión en un rango más acotado tanto superior como inferiormente de la línea que marca la unidad de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ y además presenta el menor coeficiente de variación.

En cuanto a los otros elementos, todos muestran promedios cercanos a uno de la razón $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$, mostrando siempre un comportamiento conservador (para muros cortos subestima la capacidad en un 2%; para ménsulas, en un 3% y para uniones viga-columna, en un 6%). Sin embargo para muros cortos y vigas altas las dispersiones obtenidas son medianamente altas, lo que se refleja en los coeficientes de variación, que también se muestran altos (0.26 para ambos casos). En tanto, la dispersión de las uniones viga-columna, es medianamente baja.

En general, se observa que para todos los casos, las fallas por flexión obtienen promedios cercanos a uno y desviaciones aceptables, lo que indica que se predice de correcta manera este tipo de falla.

Tabla 5.2 Resultados estadísticos para muros cortos, vigas altas, mensula y uniones viga-columna de hormigon armado.

| Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ | | Todos los ensayos | Falla por corte | Falla por flexión |
|------------------------------------|--|-------------------|-----------------|-------------------|
| Muros Cortos | Número de Ensayos. | 252 | 173 | 79 |
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,98 | 0,95 | 1,03 |
| | Desv. Estándar $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,25 | 0,27 | 0,18 |
| | Coefficiente de variación | 0,26 | 0,28 | 0,17 |
| Vigas Altas | Número de Ensayos. | 182 | 85 | 97 |
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,97 | 1,02 | 0,93 |
| | Desv. Estándar $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,25 | 0,28 | 0,20 |
| | Coefficiente de variación | 0,26 | 0,27 | 0,22 |
| Ménsulas | Número de Ensayos. | 109 | 84 | 25 |
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,95 | 0,92 | 1,04 |
| | Desv. Estándar $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,16 | 0,15 | 0,17 |
| | Coefficiente de variación | 0,17 | 0,16 | 0,16 |
| Uniones Viga-Columna | Número de Ensayos. | 92 | 56 | 36 |
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,94 | 0,90 | 1,01 |
| | Desv. Estándar $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | 0,19 | 0,19 | 0,18 |
| | Coefficiente de variación | 0,20 | 0,20 | 0,18 |

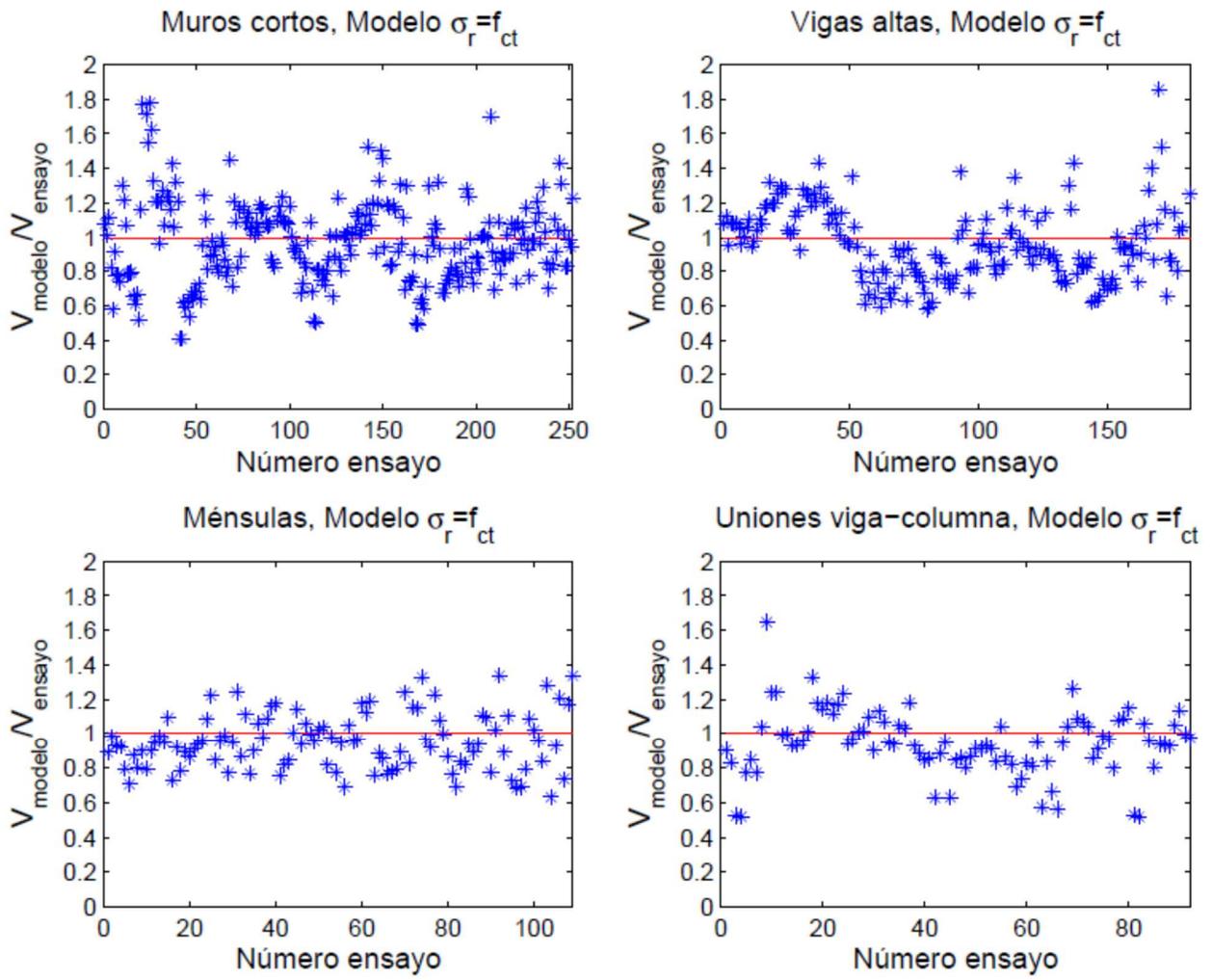


Figura 5.3 Puntos de dispersión de la relación para muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga-columna para el modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$.

5.5 Verificación comportamiento modelo.

Con el objetivo de verificar si efectivamente el modelo logra captar el efecto de confinamiento al limitar los valores de las expansiones transversales y longitudinales y por ende, las expresiones para el ángulo de inclinación de falla, se realiza la misma comparación entre tendencias a la variación de parámetros de la sección 3.4.13 (Carga axial y $\rho_L f_{yL}$, diferenciando entre uniones exteriores e interiores), pero en esta ocasión se comparan utilizando la expresión re-calibrada para ángulos caso curvatura doble y las generadas en la Tabla 3.5, que incluyen el efecto de confinamiento.

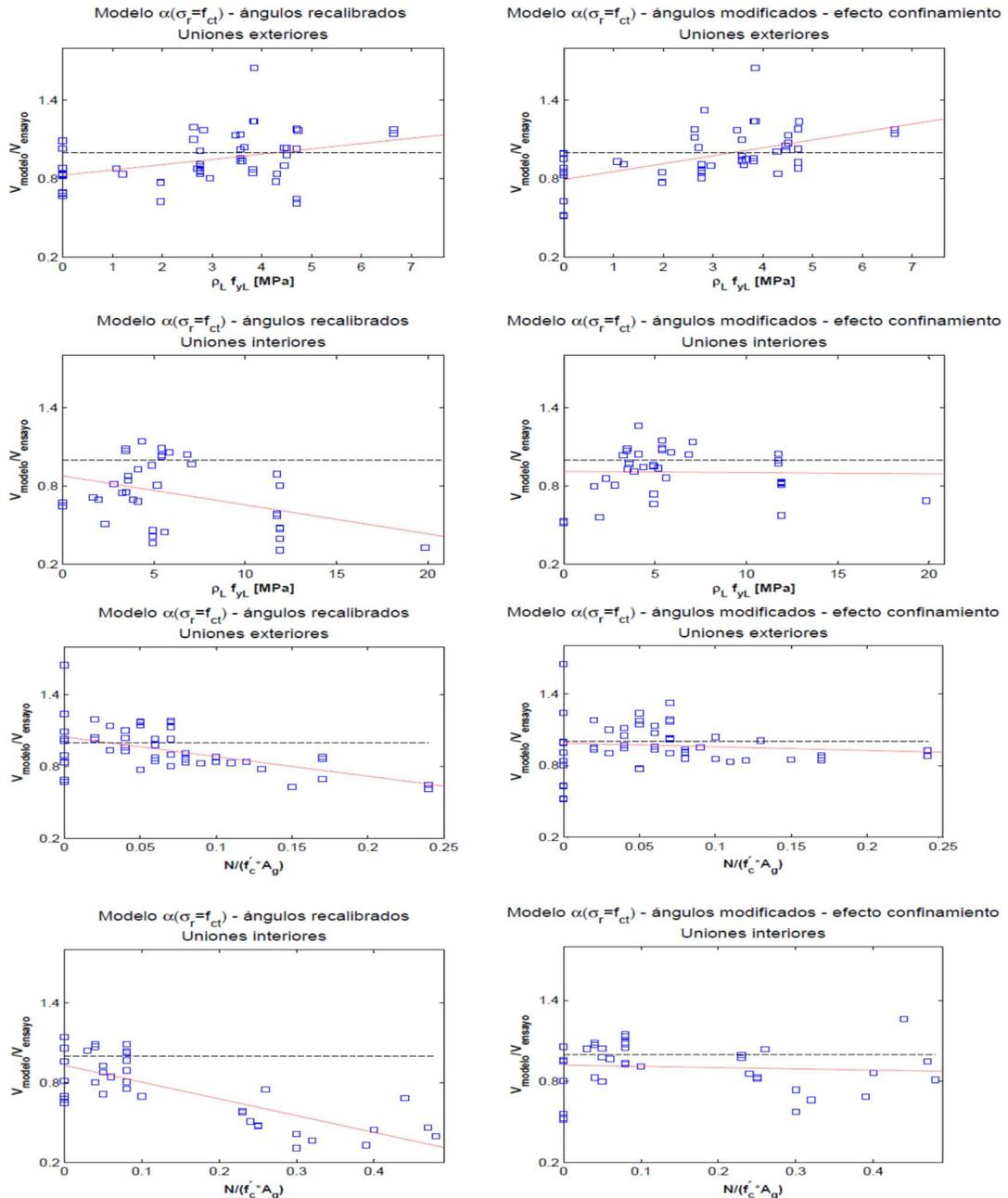


Figura 5.4 Comparación de tendencias, diferenciando entre uniones interiores y exteriores para el nivel de carga axial y $\rho_L f_{yL}$.

En la Figura 5.4, se observa la misma tendencia presentada (Figura 3.19) al comparar los modelos de ángulos modificados (efecto confinamiento) y el que utiliza los ángulos propuestos por Ulloa (2013), es decir, que son las uniones interiores las que no logran capturar correctamente las variaciones de los parámetros y que al considerar el efecto de confinamiento en el modelo de ángulos modificados, estas si se logran capturar.

6 Conclusiones

- **Resumen**

En el presente trabajo, se implementa un modelo con el objetivo de predecir el comportamiento no lineal de uniones viga-columna de hormigón armado ante solicitaciones de esfuerzo de corte, que se basa en una formulación simple que considera un estado de tensiones y deformaciones promedio de un panel de hormigón armado que representa a la unión. El modelo supone que la dirección principal de tensiones del elemento panel coincide con la dirección principal de deformaciones, lo que permite el uso de la ley constitutiva del hormigón en compresión propuesta por Zhang y Hsu (1998), que considera la degradación de la resistencia a compresión del material debido a los esfuerzos y deformación de tracción producidos en la dirección perpendicular (comportamiento biaxial). Para el comportamiento del hormigón en tracción, se utiliza la ley constitutiva presentada en el trabajo de Gupta y Ranga (1994). En cuanto al acero, su comportamiento se considera uniaxial elasto-plástico perfecto. Además, se asume que una vez generada la grieta, esta se mantiene fija (observado experimentalmente en muros), manteniendo constante el ángulo de la dirección principal de tensiones y deformaciones (que es equivalente al de la grieta principal) ante un mayor nivel de deformaciones, comportamiento que se denomina “de ángulo fijo”. En particular, para este modelo, se establece este punto cuando el hormigón alcanza su máxima resistencia a la tracción ($\alpha[\sigma_r = f_{ct}]$), pues se ha demostrado que entrega los mejores resultados (Álvarez 2015) y el ángulo queda definido por el nivel de carga axial y la relación de aspecto del elemento. Por último, el modelo satisface el equilibrio en la dirección longitudinal mediante la relación $\sigma_L = N/A$.

- **Resultados modelo sin considerar efecto de confinamiento**

Utilizando el modelo de ángulo fijo desarrollado por Ulloa (2013) (asemejando la unión con un muro doblemente empotrado) y la modificación por Álvarez (2015), que incorpora la participación de la armadura de borde en la resistencia al corte del elemento, se compara mediante la razón $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ la predicción estimada con la resistencia experimental obtenida de un set de base de ensayos recopilada de la literatura. Con esto se obtiene un promedio de 0.90 con una desviación de 0.28, entregando una mejor estimación para las uniones exteriores (promedio cercano a uno y baja desviación estándar), pero subestimando en un 24% y con una alta dispersión (0.30) las uniones interiores. Además, del análisis de sensibilidad a la variación de los parámetros, se desprende que no logra captar correctamente la relación de aspecto, la capacidad a compresión máxima del hormigón (f'_c), la fuerza de tensión del acero vertical dado por el producto $f_{yL}\rho_L$ y el nivel de confinamiento aportado por las vigas contiguas a la unión.

- **Resultados modelo considerando efecto de confinamiento**

Dado los resultados expuestos, se desarrolla una modificación al modelo implementado anteriormente, ya que no incorpora el efecto de confinamiento que generan las vigas adyacentes a la unión. Para ello se utilizan unos factores (λ_t y λ_L) para reducir las expansiones transversales y longitudinales (pues también las columnas deben tener este efecto de restricción en las deformaciones, pero longitudinales) respectivamente, dadas por las ecuaciones 2.25 y 2.28, lo que repercute directamente en la obtención del ángulo de falla o equivalente a las direcciones principales de tensión y deformación. Por tanto, se obtienen nuevas expresiones para el cálculo del ángulo, diferenciando entre uniones exteriores e interiores, ya que el efecto de confinamiento de las vigas para estas últimas es mayor. Los factores seleccionados y que entregaban los mejores resultados fueron $\lambda_L = 0.6$, $\lambda_t = 0.4$ para uniones exteriores y $\lambda_t = 0.9$ para las interiores. La diferencia para el factor de restricción en la expansión transversal, rectifica el hecho de que las uniones interiores entregan un mayor nivel de confinamiento que las exteriores.

Aplicando esta modificación, se genera el modelo de ángulo fijo “ $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ - ángulos modificados”, que entrega un promedio de 0.94 para la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ junto a una dispersión de 0.19, manteniendo la buena estimación para la uniones exteriores y mejorando la predicción para la uniones interiores. En cuanto al análisis de sensibilidad a la variación de los diferentes parámetros de la unión, este modelo presenta baja dependencia para la mayoría de ellos, salvo la relación de aspecto y el nivel de confinamiento para las uniones interiores, mejorando notablemente con respecto al primer modelo implementado. Además, en las Figura 3.19 y Figura 5.4, se observa que obtener una calibración del ángulo de inclinación de falla mediante la restricción de las expansiones laterales y verticales, para capturar el efecto de confinamiento de los elementos adyacentes al nudo, lo capturar este efecto.

En la Tabla 6.1, se presenta la comparación entre los dos modelos realizados. En ella se logra observar de manera clara la mejora del modelo al utilizar la nueva calibración de las expresiones de los ángulos.

Tabla 6.1 Comparación estadística entre los dos modelos de ángulo fijo implementados en este trabajo.

| | Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ - ángulos Ulloa | | | Modelo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ - ángulos modificados | | |
|--------------------|--|-----------------|------|--|-----------------|------|
| | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | C.V | Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ | Desv. Estándar. | C.V |
| Todos las uniones | 0,90 | 0,28 | 0,31 | 0,94 | 0,19 | 0,20 |
| Uniones exteriores | 1,00 | 0,20 | 0,20 | 0,97 | 0,19 | 0,20 |
| Uniones interiores | 0,76 | 0,30 | 0,39 | 0,91 | 0,18 | 0,20 |

- **Comparación modelos literatura.**

Si bien el modelo desarrollado en este trabajo no es el que entrega los mejores resultados, en comparación con los expuestos de la literatura, sus valores de dispersión y especialmente en términos de promedio no se alejan en demasía del mejor modelo, que es el de Wang et al. (2012). Al observar la Tabla 4.2, queda expuesto que la diferencia entre este modelo y el de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$ de ángulos modificados, recae en los casos de uniones sin carga axial, donde el modelo desarrollado en esta memoria presenta un promedio de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ igual a 0.72 y dispersión de 0.19, en contraste por el expuesto por Wang et al., que muestra un promedio de 0.86 y desviación estándar de 0,16. Para los casos con carga axial, el modelo de ángulo fijo obtiene una dispersión de 0.15, mientras que el otro, una de 0.13 y ambos presentan promedios muy cercanos a la unidad. En conclusión, el modelo final de ángulo fijo desarrollado, no logra predecir óptimamente los casos de uniones sin carga axial, efecto que es capturado en la calibración del ángulo del puntal de compresión y por la ecuación de equilibrio $\sigma_L = \frac{N}{A}$. Debido a que la ecuación de equilibrio es parte fundamental del modelo, la alternativa a solucionar el problema es cambiar la expresión para el ángulo de direcciones principales. Otra posible solución a este problema, como se muestra en la sección 4.5, es considerar cambios en las leyes constitutivas de los materiales, como por ejemplo, la que se utiliza en el modelo de Wang et al. (2012) para el hormigón en tracción, que considera la contribución de las armaduras transversal y longitudinal en su resistencia. Con esto se logra incorporar la armadura transversal en la resistencia al corte, información que el modelo tipo panel implementado omite.

- **Modelo panel aplicado a muros cortos, ménsulas, vigas altas y uniones viga-columna**

De la generalización del modelo tanto para muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga-columna de hormigón armado, al aplicarlo a cada base de datos recopilada por Ulloa (2013), Mejías (2014), Álvarez (2015) y la de esta memoria respectivamente, se observa que para todos estos elementos se logra obtener correctas estimaciones de la capacidad al corte, validando el modelo para cada uno de ellos. En los cuatro se observan promedios cercanos a la unidad de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$. Sin embargo, el que presenta los mejores resultados estadísticos son las ménsulas, al obtener la desviación estándar y coeficiente de variación más bajos (0.16 y 0.17 respectivamente), mientras que en los muros cortos y vigas altas se obtiene los peores, con desviaciones estándar igual a 0.25 y coeficientes de variación de 0.26, que de todas formas se consideran aceptables.

Resumiendo, el modelo tipo panel de ángulo fijo $\alpha(\sigma_r = f_{ct})$, es útil para estimar la capacidad al corte tanto de muros cortos, vigas altas, ménsulas y uniones viga-columna de hormigón armado, pues al aplicarlo a una base de datos de cada uno de los elementos estructurales nombrados, se observan estimaciones con resultados estadísticos que lo avalan.

Por último, para que el modelo sea completamente dirigido al diseño, se sugiere reducirlo a una expresión cerrada, debido a que el proceso iterativo que utiliza, obliga a la necesidad de implementarlo con la ayuda de algún software.

7 Bibliografía

1. Abrams, D. P., (1987) "Scale Relations for Reinforced Concrete Beam-Column Joints," *ACI Structural Journal*, V. 84, No. 6, pp. 502-512.
2. ACI Committee 318 (2008), "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (318R-08)", American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2008, 471 pp.
3. Alameddine, F. F., (1990) "Seismic Design Recommendation for High- Strength Concrete Beam-to-Column Connections," PhD thesis, University of Arizona, 257 pp.
4. Álvarez R., J. (2015) "Validación de un modelo panel modificado en la estimación analítica de la capacidad al corte de Ménsulas de hormigón armado". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
5. Beckingsale, C. W., (1980) "Post-Elastic Behaviour of Reinforced Concrete Beam-Column Joints," Research Report No. 80-20, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 379 pp.
6. Blakeley, R. W. G.; Megget, L. M.; and Priestley, M. J. N., (1975) "Seismic Performance of Two Full-Size Reinforced Concrete Beam-Column Joint Units," *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, V. 8, No. 1, pp. 38-69.
7. Birss, G. R., (1978) "The Elastic Behaviour of Earthquake Resistant Reinforced Concrete Beam-Column Joints," Research Report No. 78-13, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, 105 pp.
8. Durrani, A. J., and Wight, J. K., (1985) "Behavior of Interior Beam-to-Column Connections under Earthquake-Type Loading," *ACI JOURNAL*, Proceedings V. 82, No. 3, pp. 343-349.
9. Ehsani, M. R., and Wight, J. K., (1985) "Exterior Reinforced Concrete Beam-to-Column Connections Subjected to Earthquake-Type Loading," *ACI JOURNAL*, Proceedings V. 82, No. 4, pp. 492-499.
10. Ehsani, M. R., Moussa, A. E., and Vallenilla, C. R., (1987) "Comparison of Inelastic Behavior of Reinforced Ordinary and High-Strength Concrete Frames", *ACI Structural Journal*, V. 84, No. 2, pp. 161- 169.
11. Fenwick, R. C., and Irvine, H. M., (1977) "Reinforced Concrete Beam-Column Joints for Seismic Loading," School of Engineering Report No. 142, Department of Civil Engineering, University of Auckland, Auckland, New Zealand, 50 pp.

12. Fujii, S., and Morita, S., (1991) "Comparison between Interior and Exterior RC Beam-Column Joint Behavior," Design of Beam-Column Joints for Seismic Resistance, SP-123, J. O. Jirsa, ed., American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp. 145-165.
13. Hwang, S. J., and Lee, H. J., (1999) "Analytical Model for Predicting Shear Strengths of Exterior Reinforced Concrete Beam-Column Joints for Seismic Resistance," ACI Structural Journal, V. 96, No. 5, 846-857.
14. Hwang, S. J., and Lee, H. J., (2000) "Analytical Model for Predicting Shear Strengths of Interior Reinforced Concrete Beam-Column Joints for Seismic Resistance," ACI Structural Journal, V. 97, No. 1, 35-44.
15. Kaku, T., and Asakusa, H., (1991) "Ductility Estimation of Exterior Beam-Column Subassemblages in Reinforced Concrete Frames," Design of Beam-Column Joints for Seismic Resistance , SP-123, J. O. Jirsa, ed., American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp. 167-185.
16. Kanada, K.; Kondon, G.; Fujii, S.; and Morita, S., (1984) "Relation Between Beam Bar Anchorage and Shear Resistance at Exterior Beam-Column Joints," Transactions of the Japan Concrete Institute, V. 6, pp. 433- 440.
17. Kassem, W., y Elsheikh, A., (2010) "Estimation of Shear Strength of Structural Shear Walls". Journal of Structural Engineering, ASCE., 136 (10), 1215-1224.
18. Kitayama, K.; Otani, S.; and Aoyama, H., (1991) "Development of Design Criteria for RC Interior Beam-Column Joints," Design of Beam-Column Joints for Seismic Resistance , SP-123, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp. 97-123.
19. Lee, D. L. N.; Wight, J. K.; and Hanson, R. D., (1977) "RC Beam-Column Joints under Large Load Reversals," Journal of Structural Division, Proceedings of the ASCE, V. 103, No. ST12, pp. 2337-2350.
20. Leon, R. T., (1990) "Shear Strength and Hysteretic Behavior of Interior Beam-Column Joints," ACI Structural Journal, V. 87, No. 1, pp. 3-11.
21. Massone, L. M., (2010) "Strength Prediction of Squat Structural Walls via Calibration of a Shear-Flexure Interaction Model", Engineering Structures, 32 (4), 922-932.
22. Megget, L. M., (1974) "Cyclic Behaviour of Exterior Reinforced Concrete Beam-Column Joints," Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, V. 7, No. 1, pp. 22-47.
23. Meinheit, D. F., and Jirsa, J. O., (1977) "The Shear Strength of Reinforced Concrete Beam-Column Joints," CESRL Report No. 77-1, Department of Civil Engineering, University of Texas at Austin, 271 pp.

24. Mejías O., G. (2014) "Validación del modelo tipo panel modificado en la estimación analítica de la capacidad al corte de vigas altas de hormigón armado". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
25. Otani, S.; Kitayama, K.; and Aoyama, H., (1985) "Beam Bar Bond Stress and Behavior of Reinforced Concrete Interior Beam-Column Connections," Second U.S.-N.Z.-Japan Seminar, Tokyo.
26. Pantazopoulou, S., and Bonacci, J., (1992), "Consideration of Questions about Beam-Column Joints," ACI Structural Journal, V. 89, No. 1, 27-36.
27. Park, R.; Gaerty, L.; and Stevenson, E. C., (1981) "Tests on an Interior Reinforced Concrete Beam-Column Joint," Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, V. 14, No. 2, pp. 81-92.
28. Park, R., and Milburn, J. R., (1983) "Comparison of Recent New Zealand and United States Seismic Design Provisions for Reinforced Concrete Beam-Column Joints and Tests Results from Four Units Designed According to the New Zealand Code," Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, V. 16, No. 1, pp. 3-24.
29. Paulay, T., and Scarpas, A., (1981) "Behavior of Exterior Beam-Column Joints," Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering , V. 14, No. 3, pp. 131-144.
30. Ulloa L., M. (2013) "Estimación analítica de la capacidad al corte de muros cortos de hormigón armado mediante un modelo panel". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
31. Vecchio, F., and Collins, M.P. (1986). "The modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". ACI Structural Journal, 83(2), 219-231.
32. Villar D. (2010) "Modelamiento y predicción de capacidad de corte en muros cortos mediante un modelo puntal tensor". Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Departamento de Ingeniería Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile., 62 pp.
33. Wang GL, Dai JG and Teng JG (2012) "Shear strength model for RC beam-column joints under seismic loading." Engineering Structures , 40, 350-360.
34. Zerbe, H. E., and Durrani, A. J., (1985) "Effect of Slab on Behavior of Exterior Beam-to-Column Connections," Report No. 30, Rice University, Houston, Tex., 159 pp.
35. Zhang, L-X.B., and Hsu, T. T. C. (1998). "Behavior and analysis of 100 MPa concrete membrane elements." Journal of Structural Engineering, 124(1), 24-34.

Anexos

Se presenta la base de datos de uniones viga-columna recopilada en esta memoria.

| Autor | Especimen | ID | h [mm] | L _w [mm] | b [mm] | d _w [mm] | b _{viga} [mm] | f' _c [MPa] | ρ _L [%] | f _{YL} [MPa] | ρ _t [%] | f _{yt} [MPa] | ρ _B [%] | f _{yB} [MPa] | N/(A _g f' _c) | V _{test} [kN] | Tipo |
|--------------------------------|-----------|----|-----------|------------------------|-----------|------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------------------|---------------------------|------|
| Magget. ²² | Unit A | 1 | 460 | 380 | 330 | 290 | 255 | 22,1 | 0,81 | 365 | 1,61 | 317 | 1,22 | 365 | 0,07 | 576 | 1 |
| | | 2 | 254 | 279 | 203 | 229 | 203 | 29,0 | 0,00 | 0 | 1,11 | 389 | 1,23 | 538 | 0,11 | 194 | 1 |
| Lee et al. ¹⁹ | | 5 | 254 | 279 | 203 | 229 | 203 | 24,8 | 0,00 | 0 | 1,11 | 389 | 1,23 | 538 | 0,00 | 206 | 1 |
| | | 6 | 254 | 279 | 203 | 229 | 203 | 24,8 | 0,00 | 0 | 0,49 | 273 | 1,23 | 531 | 0,00 | 208 | 1 |
| Paulay et al. ²⁹ | Unit 1 | 5 | 610 | 457 | 457 | 412 | 356 | 22,6 | 0,67 | 296 | 0,90 | 326 | 0,67 | 296 | 0,05 | 754 | 1 |
| | Unit 2 | 6 | 610 | 457 | 457 | 412 | 356 | 22,5 | 0,67 | 296 | 0,90 | 326 | 0,67 | 296 | 0,15 | 990 | 1 |
| | Unit 3 | 7 | 610 | 457 | 457 | 412 | 356 | 26,9 | 0,67 | 296 | 0,46 | 316 | 0,67 | 296 | 0,05 | 753 | 1 |
| Park et al. ²⁸ | Unit 3 | 8 | 457 | 406 | 305 | 368 | 229 | 38,2 | 0,56 | 485 | 0,22 | 321 | 0,36 | 315 | 0,10 | 606 | 1 |
| | U40L | 9 | 380 | 300 | 300 | 259 | 260 | 24,3 | 1,00 | 385 | 0,00 | 0 | 1,00 | 385 | 0,00 | 256 | 1 |
| Kanada et al. ¹⁶ | U41L | 10 | 380 | 300 | 300 | 259 | 260 | 26,7 | 1,00 | 385 | 0,26 | 294 | 1,00 | 385 | 0,00 | 339 | 1 |
| | U42L | 11 | 380 | 300 | 300 | 261 | 260 | 30,1 | 0,99 | 385 | 0,13 | 294 | 0,99 | 385 | 0,00 | 337 | 1 |
| | U20L | 12 | 380 | 300 | 300 | 261 | 260 | 26,7 | 0,00 | 0 | 0,00 | 0 | 0,73 | 387 | 0,00 | 188 | 1 |
| | U21L | 13 | 380 | 300 | 300 | 261 | 260 | 30,1 | 0,00 | 0 | 0,26 | 294 | 0,73 | 387 | 0,00 | 198 | 1 |
| | 1B | 14 | 480 | 300 | 300 | 244 | 259 | 33,6 | 0,78 | 490 | 0,87 | 437 | 1,17 | 490 | 0,06 | 554 | 1 |
| Ehsani et al. ⁹ | 3B | 15 | 480 | 300 | 300 | 244 | 259 | 40,9 | 0,78 | 490 | 1,31 | 437 | 1,17 | 490 | 0,06 | 591 | 1 |
| | 4B | 16 | 439 | 300 | 300 | 244 | 259 | 44,6 | 0,78 | 490 | 1,48 | 437 | 1,56 | 490 | 0,06 | 635 | 1 |
| | 5B | 17 | 480 | 340 | 340 | 290 | 300 | 24,3 | 1,03 | 414 | 0,77 | 437 | 2,06 | 414 | 0,13 | 571 | 1 |
| | 6B | 18 | 480 | 340 | 340 | 290 | 300 | 39,8 | 0,58 | 490 | 0,77 | 437 | 0,87 | 490 | 0,07 | 469 | 1 |
| Zerbe. ³⁴ | J1 | 19 | 381 | 305 | 305 | 241 | 254 | 39,4 | 1,38 | 483 | 1,09 | 531 | 2,07 | 483 | 0,05 | 438 | 1 |
| | J3 | 20 | 381 | 305 | 305 | 241 | 254 | 39,9 | 1,38 | 483 | 1,09 | 531 | 2,07 | 483 | 0,05 | 449 | 1 |
| Ehsani et al. ¹⁰ | 1 | 21 | 480 | 340 | 340 | 290 | 300 | 64,7 | 0,58 | 455 | 1,15 | 455 | 1,08 | 455 | 0,02 | 486 | 1 |
| | 2 | 22 | 480 | 340 | 340 | 290 | 300 | 67,3 | 0,58 | 455 | 1,15 | 455 | 1,08 | 455 | 0,04 | 609 | 1 |
| | 3 | 23 | 439 | 300 | 300 | 249 | 259 | 64,7 | 0,76 | 455 | 1,48 | 455 | 1,42 | 455 | 0,07 | 542 | 1 |
| | 4 | 24 | 439 | 300 | 300 | 249 | 259 | 67,3 | 1,04 | 455 | 1,48 | 455 | 1,88 | 455 | 0,05 | 627 | 1 |
| | LL8 | 25 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 56,5 | 0,75 | 479 | 1,20 | 446 | 1,35 | 468 | 0,04 | 860 | 1 |
| | LH8 | 26 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 56,5 | 0,75 | 479 | 1,80 | 446 | 1,35 | 468 | 0,04 | 838 | 1 |
| Alameddine ³ | HL8 | 27 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 56,5 | 0,98 | 457 | 1,22 | 446 | 1,46 | 457 | 0,07 | 987 | 1 |
| | HH8 | 28 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 56,5 | 0,98 | 457 | 1,84 | 446 | 1,46 | 457 | 0,07 | 986 | 1 |
| | LL11 | 29 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 74,5 | 0,75 | 479 | 1,14 | 446 | 1,35 | 468 | 0,03 | 769 | 1 |
| | LH11 | 30 | 508 | 356 | 356 | 289 | 317 | 74,5 | 0,76 | 479 | 1,77 | 446 | 1,36 | 468 | 0,03 | 934 | 1 |
| | HL11 | 31 | 508 | 356 | 356 | 289 | 317 | 74,5 | 0,99 | 457 | 1,16 | 446 | 1,48 | 457 | 0,06 | 967 | 1 |
| | HH11 | 32 | 508 | 356 | 356 | 289 | 317 | 74,5 | 0,99 | 457 | 1,77 | 446 | 1,48 | 457 | 0,06 | 1021 | 1 |

Tipo 1 = unión exterior / Tipo 2 = unión interior

Para ensayos sin d_w especificado, se considera igual a 0.9L_w

| Autor | Especimen | ID | h [mm] | L _w [mm] | b [mm] | d _w [mm] | b _{viga} [mm] | f' _c [MPa] | ρ _L [%] | f _{yL} [MPa] | ρ _t [%] | f _{yt} [MPa] | ρ _B [%] | f _{yB} [MPa] | N/(A _g f' _c) | V _{test} [kN] | Tipo | |
|----------------------------------|---------------------------------|----------|-----------|------------------------|-----------|------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------------------|---------------------------|------|---|
| Alameddine. ³ | LL14 | 33 | 508 | 356 | 356 | 286 | 317 | 92,4 | 0,76 | 479 | 1,22 | 446 | 1,38 | 468 | 0,02 | 878 | 1 | |
| | LH14 | 34 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 92,4 | 0,75 | 479 | 1,80 | 446 | 1,35 | 468 | 0,02 | 890 | 1 | |
| | HH14 | 35 | 508 | 356 | 356 | 292 | 317 | 92,4 | 0,98 | 457 | 1,87 | 446 | 1,46 | 457 | 0,04 | 1032 | 1 | |
| Fujii et al. ¹² | B1 | 36 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 30,0 | 1,22 | 387 | 0,41 | 291 | 1,22 | 387 | 0,07 | 246 | 1 | |
| | B2 | 37 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 30,0 | 1,22 | 387 | 0,41 | 291 | 1,22 | 387 | 0,07 | 214 | 1 | |
| | B3 | 38 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 30,0 | 1,22 | 387 | 0,41 | 291 | 1,22 | 387 | 0,24 | 273 | 1 | |
| | B4 | 39 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 30,0 | 1,22 | 387 | 1,10 | 291 | 1,22 | 387 | 0,24 | 287 | 1 | |
| | 1 | 40 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 31,1 | 0,00 | 0 | 0,49 | 250 | 0,90 | 360 | 0,17 | 249 | 1 | |
| | 2 | 41 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 41,7 | 0,00 | 0 | 0,49 | 250 | 0,90 | 360 | 0,10 | 244 | 1 | |
| | 3 | 42 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 41,7 | 0,00 | 0 | 0,49 | 250 | 0,90 | 360 | 0,00 | 212 | 1 | |
| Kaku et al. ¹⁵ | 4 | 43 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 44,7 | 0,00 | 0 | 0,12 | 281 | 0,90 | 360 | 0,17 | 236 | 1 | |
| | 5 | 44 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 36,7 | 0,00 | 0 | 0,12 | 281 | 0,90 | 360 | 0,09 | 220 | 1 | |
| | 6 | 45 | 220 | 220 | 220 | 201 | 160 | 40,4 | 0,00 | 0 | 0,12 | 281 | 0,90 | 360 | 0,00 | 208 | 1 | |
| | 7 | 46 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 32,2 | 0,70 | 395 | 0,49 | 250 | 0,70 | 395 | 0,12 | 249 | 1 | |
| | 8 | 47 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 41,2 | 0,70 | 395 | 0,49 | 250 | 0,70 | 395 | 0,08 | 243 | 1 | |
| | 9 | 48 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 40,6 | 0,70 | 395 | 0,49 | 250 | 0,70 | 395 | 0,00 | 234 | 1 | |
| | 10 | 49 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 44,4 | 0,70 | 395 | 0,12 | 281 | 0,70 | 395 | 0,17 | 241 | 1 | |
| | 11 | 50 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 41,9 | 0,70 | 395 | 0,12 | 281 | 0,70 | 395 | 0,08 | 229 | 1 | |
| | 12 | 51 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 35,1 | 0,70 | 395 | 0,12 | 281 | 0,70 | 395 | 0,00 | 207 | 1 | |
| | 14 | 52 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 41,0 | 0,28 | 381 | 0,12 | 281 | 0,28 | 282 | 0,08 | 224 | 1 | |
| | 15 | 53 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 39,7 | 0,32 | 381 | 0,12 | 281 | 0,32 | 395 | 0,08 | 229 | 1 | |
| | 16 | 54 | 220 | 220 | 220 | 204 | 160 | 37,4 | 1,13 | 381 | 0,49 | 250 | 1,13 | 381 | 0,00 | 250 | 1 | |
| | Blakeley et al. ⁶ | interior | 55 | 889 | 686 | 457 | 606 | 457 | 48,5 | 2,36 | 289 | 1,52 | 297 | 1,77 | 289 | 0,03 | 1722 | 2 |
| | | I | 56 | 457 | 457 | 330 | 384 | 279 | 26,2 | 1,22 | 457 | 0,50 | 409 | 0,61 | 457 | 0,40 | 1090 | 2 |
| | | II | 57 | 457 | 457 | 330 | 374 | 279 | 41,8 | 2,65 | 449 | 0,50 | 409 | 1,33 | 449 | 0,25 | 1597 | 2 |
| | | III | 58 | 457 | 457 | 330 | 371 | 279 | 26,6 | 4,94 | 402 | 0,50 | 409 | 1,65 | 402 | 0,39 | 1228 | 2 |
| Meinheit et al. ²³ | IV | 59 | 457 | 330 | 457 | 251 | 406 | 36,1 | 1,12 | 438 | 0,73 | 409 | 2,25 | 438 | 0,30 | 1454 | 2 | |
| | V | 60 | 457 | 457 | 330 | 374 | 279 | 35,9 | 2,65 | 449 | 0,50 | 409 | 1,33 | 449 | 0,04 | 1530 | 2 | |
| | VI | 61 | 457 | 457 | 330 | 374 | 279 | 36,8 | 2,65 | 449 | 0,50 | 409 | 1,33 | 449 | 0,48 | 1646 | 2 | |
| | VII | 62 | 457 | 330 | 457 | 251 | 406 | 37,2 | 1,12 | 438 | 0,73 | 409 | 2,25 | 438 | 0,47 | 1468 | 2 | |
| | XII | 63 | 457 | 457 | 330 | 374 | 279 | 35,2 | 2,65 | 449 | 2,36 | 423 | 1,33 | 449 | 0,30 | 1948 | 2 | |
| | XIII | 64 | 457 | 457 | 330 | 374 | 279 | 41,3 | 2,65 | 449 | 1,51 | 409 | 1,33 | 449 | 0,25 | 1557 | 2 | |

Tipo 1 = unión exterior / Tipo 2 = unión interior

Para ensayos sin d_w especificado, se considera igual a 0.9L_w

| Autor | Especimen | ID | h [mm] | L _w [mm] | b [mm] | d _w [mm] | b _{viga} [mm] | f' _c [MPa] | ρ _L [%] | f _{yL} [MPa] | ρ _t [%] | f _{yt} [MPa] | ρ _B [%] | f _{yB} [MPa] | N/(A _g f' _c) | V _{test} [kN] | Tipo |
|-------------------------------|-----------|----|-----------|------------------------|-----------|------------------------|---------------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------------------|---------------------------|------|
| Meinheit et al. ²³ | XIV | 65 | 457 | 330 | 457 | 251 | 406 | 33,2 | 1,12 | 438 | 2,18 | 409 | 2,25 | 438 | 0,32 | 1539 | 2 |
| Fenwick. ¹¹ | Unit 1 | 66 | 300 | 300 | 250 | 260 | 200 | 42,9 | 0,62 | 318 | 2,55 | 275 | 1,93 | 280 | 0,00 | 521 | 2 |
| | Unit 3 | 67 | 300 | 300 | 250 | 264 | 200 | 39,3 | 1,37 | 318 | 3,00 | 275 | 0,69 | 318 | 0,00 | 437 | 2 |
| Birss. ⁷ | B1 | 68 | 610 | 457 | 457 | - | 356 | 27,9 | 0,96 | 427 | 1,21 | 346 | 0,96 | 427 | 0,05 | 1217 | 2 |
| | B2 | 69 | 610 | 457 | 457 | - | 356 | 31,5 | 0,96 | 427 | 0,50 | 398 | 0,96 | 427 | 0,44 | 1213 | 2 |
| Beckingsale. ⁵ | B11 | 70 | 610 | 457 | 457 | 414 | 356 | 35,9 | 0,82 | 423 | 2,85 | 336 | 0,82 | 423 | 0,04 | 965 | 2 |
| | B12 | 71 | 610 | 457 | 457 | 414 | 356 | 34,6 | 0,82 | 422 | 2,85 | 336 | 0,82 | 422 | 0,04 | 982 | 2 |
| | B13 | 72 | 610 | 457 | 457 | 414 | 356 | 31,4 | 0,82 | 398 | 1,91 | 336 | 0,82 | 398 | 0,26 | 1015 | 2 |
| Park et al. ²⁷ | interior | 73 | 457 | 406 | 305 | 366 | 229 | 34,0 | 0,56 | 412 | 2,13 | 305 | 0,56 | 412 | 0,24 | 966 | 2 |
| Park et al. ²⁸ | Unit 1 | 74 | 457 | 406 | 305 | 364 | 229 | 41,3 | 0,82 | 473 | 3,52 | 320 | 0,82 | 473 | 0,10 | 1001 | 2 |
| | X1 | 75 | 419 | 362 | 362 | - | 279 | 34,3 | 0,87 | 414 | 0,76 | 352 | 1,29 | 414 | 0,05 | 840 | 2 |
| Durrani et al. ⁸ | X2 | 76 | 419 | 362 | 362 | - | 279 | 33,6 | 0,87 | 414 | 1,15 | 352 | 1,29 | 414 | 0,06 | 853 | 2 |
| | X3 | 77 | 419 | 362 | 362 | - | 279 | 31,0 | 0,48 | 345 | 0,76 | 352 | 0,90 | 345 | 0,05 | 629 | 2 |
| Otani et al. ²⁵ | C1 | 78 | 300 | 300 | 300 | 264 | 200 | 25,6 | 1,28 | 422 | 0,27 | 324 | 0,64 | 422 | 0,08 | 436 | 2 |
| | C2 | 79 | 300 | 300 | 300 | 264 | 200 | 25,6 | 1,28 | 422 | 0,90 | 324 | 0,64 | 422 | 0,08 | 432 | 2 |
| | C3 | 80 | 300 | 300 | 300 | 264 | 200 | 25,6 | 1,28 | 422 | 2,01 | 324 | 0,64 | 422 | 0,08 | 410 | 2 |
| Abrams. ¹ | LIJ3 | 81 | 343 | 457 | 343 | 402 | 343 | 31,1 | 0,00 | 470 | 0,55 | 400 | 0,57 | 470 | 0,00 | 724 | 2 |
| | LIJ4 | 82 | 343 | 457 | 343 | 402 | 343 | 34,3 | 0,00 | 470 | 0,55 | 400 | 0,57 | 470 | 0,00 | 789 | 2 |
| Leon. ²⁰ | BCJ2 | 83 | 305 | 254 | 254 | - | 203 | 30,3 | 1,31 | 448 | 0,49 | 414 | 0,87 | 448 | 0,00 | 358 | 2 |
| | BCJ3 | 84 | 305 | 305 | 254 | - | 203 | 27,4 | 1,09 | 448 | 0,49 | 414 | 0,73 | 448 | 0,00 | 394 | 2 |
| | BCJ4 | 85 | 305 | 356 | 254 | - | 203 | 27,2 | 0,62 | 448 | 0,49 | 414 | 0,62 | 448 | 0,00 | 462 | 2 |
| Kitamaya et al. ¹⁸ | B1 | 86 | 300 | 300 | 300 | - | 200 | 24,5 | 1,47 | 351 | 0,35 | 235 | 1,24 | 351 | 0,08 | 570 | 2 |
| | B2 | 87 | 300 | 300 | 300 | - | 200 | 24,5 | 1,47 | 351 | 0,35 | 235 | 1,24 | 351 | 0,08 | 570 | 2 |
| | B3 | 88 | 300 | 300 | 300 | - | 200 | 24,5 | 0,94 | 371 | 0,88 | 235 | 0,78 | 371 | 0,08 | 515 | 2 |
| Fujii et al. ¹² | A1 | 89 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 40,2 | 1,82 | 644 | 0,41 | 291 | 1,52 | 644 | 0,08 | 412 | 2 |
| | A2 | 90 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 40,2 | 1,82 | 387 | 0,41 | 291 | 1,52 | 387 | 0,08 | 380 | 2 |
| | A3 | 91 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 40,2 | 1,82 | 644 | 0,41 | 291 | 1,52 | 644 | 0,23 | 412 | 2 |
| | A4 | 92 | 250 | 220 | 220 | 190 | 160 | 40,2 | 1,82 | 644 | 1,10 | 291 | 1,52 | 644 | 0,23 | 421 | 2 |

Tipo 1 = unión exterior / Tipo 2 = unión interior
Para ensayos sin d_w especificado, se considera igual a 0.9L_w