



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

DESARROLLO DE MÉTODO ESPECTRAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LA
DISTRIBUCIÓN ESPACIAL Y TEMPORAL DE LA TEMPERATURA DEL AGUA DE
UNA LAGUNA SOMERA ALTIPLÁNICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

FRANCISCO JAVIER CAICHA SOTO

PROFESOR GUÍA:
ALBERTO DE LA FUENTE STRANGER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CAROLINA MERUANE NARANJO
YARKO NIÑO CAMPOS
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto FONDECYT N°11408021

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: FRANCISCO JAVIER CAICHA SOTO
FECHA: JUNIO DE 2016
PROF. GUÍA: SR. ALBERTO DE LA FUENTE

DESARROLLO DE MÉTODO ESPECTRAL PARA LA DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL Y TEMPORAL DE LA TEMPERATURA DEL AGUA DE UNA LAGUNA SOMERA ALTIPLÁNICA

Las lagunas someras altiplánicas son cuerpos de agua extremadamente someros albergados en ecosistemas ubicados en los territorios altiplánicos de Chile, Argentina, Perú y Bolivia. Generalmente la profundidad promedio de los salares no supera los 30 cm, por lo que la temperatura del agua de estas lagunas, también denominadas salares, está fuertemente influenciada por los flujos de calor provenientes de la atmósfera y de los sedimentos. El objetivo principal de este trabajo consistió en generar una herramienta computacional que permita, dado un campo de velocidades del flujo, determinar la distribución espacial y temporal de la temperatura del agua de una laguna somera altiplánica, analizando casos con distintas batimetrías y forzantes externas.

La herramienta computacional que se desarrolló corresponde a un programa que entrega la solución de la hidrodinámica, utilizando el modelo de Crank Nicolson, y del transporte de calor en la laguna representado por una ecuación de advección-dispersión en 2 dimensiones. La geometría utilizada para el modelo fue una geometría de Kranenburg, que simula un cuerpo de agua somero.

Debido a la periodicidad de los términos fuente de la ecuación de transporte de calor del sistema, se opta por utilizar el método de volúmenes finitos en conjunto con el método espectral para solucionarla. El beneficio de la incorporación del método espectral para obtener la solución del problema, radica en que es posible independizar la ecuación del tiempo, lo que otorga eficiencia en los usos de recursos computacionales. Esto último hace posible que, utilizando la herramienta desarrollada en este trabajo, sea posible determinar el comportamiento de la termodinámica de una laguna somera altiplánica para períodos superiores a 15 años en menos de 5 horas de cómputo, considerando que los datos meteorológicos de entrada fueron tomados cada una hora.

Los resultados obtenidos en el trabajo justifican la importancia de realizar un análisis en 2 dimensiones para la temperatura del agua de las lagunas someras altiplánicas, debido a que se encuentran diferencias de más de 3°C para un mismo tiempo en distintos puntos de la laguna. También se obtuvo a partir de análisis con el número de Wedderburn, que para las geometrías consideradas en el análisis, los procesos de transporte de calor en la laguna no es tan sensible ante cambios del forzante de viento reinante en la superficie.

Finalmente, gracias al bajo consumo de recursos computacionales del programa desarrollado, este trabajo da pie para que se realicen investigaciones del comportamiento termodinámico de lagunas someras altiplánicas ante variados escenarios de cambio climático, que servirían de información para estudios hidrológicos, biológicos y ambientales, entre otros.

*Dedicado a
mi familia*

Agradecimientos

Primero que nada quiero dar gracias a toda mi familia, mis tíos y tías, mis primas por estar ahí, se agradece el apoyo. Gracias a mis padres, Marlene y José Luis por el apoyo incondicional durante este proceso, siempre estuvieron ahí en las buenas y en las malas, y yo siempre voy a estar en deuda con ustedes por la oportunidad que me dieron, los quiero. A mi hermana María José, que a pesar de que a veces nos peleamos, es la mejor hermana que tengo. Gracias por los consejos que me diste y por el apoyo, te quiero.

Quiero agradecer a los cabros de la pecera, en especial a Arturo y Pacheco que son los que siempre estuvieron ahí, en las mismas que uno sufriendo en los momentos difíciles y celebrando en los momentos de victoria. No estoy seguro si es que habría aprendido todo lo que aprendí en esta última etapa si es que ustedes no hubieran estado ahí.

Le doy gracias a los de la banda \ m /, por hacer posible la existencia de momentos de relajó, rock y creatividad máxima entre tanto estudio en este proceso. No transo por nada los martes y jueves en la tarde, por mí que fuera todos los días en la tarde, pero lamentablemente es poco compatible con el mundo en que vivimos.

Gracias a los civiles y los agüitas por haber estado presente gran parte de la carrera. Sin duda que el paso por la facultad fue mucho más agradable con su compañía. Como olvidar esos terraceos, las tardes de relajó en la semana, esas prácticas de topo, muchas otras cosas. Agradezco haberlos conocido.

Agradezco al Rolo, por tener la paciencia de enseñarme a usar el código que hizo, ya que sin su ayuda todavía estaría luchando por entender su "modelo con programación enfocada a objetos" jaja. Siempre dispuesto a ayudar, eres una gran persona, rata.

Gracias al profesor Alberto de la Fuente, por estar siempre abierto a responder cualquier duda que me surgiera, y por ser un excelente profesor guía. También agradezco a la Universidad de Chile por los conocimientos entregados a lo largo de toda la carrera.

Finalmente quiero agradecer al Proyecto FONDECYT N°11408021 por haber otorgado el financiamiento para llevar a cabo esta memoria.

Tabla de contenido

1	Introducción	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Principal	2
1.2.2	Específicos	2
1.3	Metodología	3
1.3.1	Análisis teórico del fenómeno de estudio	3
1.3.2	Incorporación del método espectral a las ecuaciones	3
1.3.3	Implementación numérica de las ecuaciones	3
1.3.4	Análisis de resultados	3
1.4	Contenidos del Informe	4
2	Revisión de antecedentes	5
2.1	Modelo de transferencia de calor	5
2.2	Fundamento transferencia de calor interfaz aire-agua	7
2.3	Fundamento de transferencia de calor en la interfaz agua-sedimento	9
2.4	Flujos horizontales de calor convectivos	11
2.5	Nociones sobre el flujo de viento	12
2.6	Valores de parámetros relevantes en lagunas altiplánicas someras	13
2.7	Método Espectral	14
3	Flujos de calor en lagunas someras altiplánicas	15
3.1	Transporte de calor 1-D	15
3.1.1	Desarrollo teórico	15
3.1.2	Desarrollo numérico	17
3.2	Transporte de calor 2-D	18
3.2.1	Desarrollo Teórico	18
3.2.2	Desarrollo Numérico	24
4	Resultados	27
4.1	Datos utilizados	27
4.2	Resultados modelación 1-D	28
4.3	Resultados modelación 2-D	29
4.3.1	Hidrodinámica	29
4.3.2	Variaciones Espaciales de la Temperatura	32
4.3.3	Series de tiempo de temperatura	33
4.3.4	Análisis de Número de Wedderburn y Número de Froude	39

4.3.5	Número de Nusselt	44
4.3.6	Relación de la temperatura promedio y geometría de la laguna	46
4.3.7	Tiempos de cómputo	55
5	Comentarios y conclusiones	57
5.1	Modelo numérico	57
5.2	Transporte de calor	57
5.3	Trabajo futuro	58
6	Bibliografía	60
	Anexos	62
A	Resultados de modelo para distintas geometrías	63
A.1	Comportamiento térmico de lagunas de diámetros mayores	63
A.2	Resultados Número de Wedderburn para lagunas de diámetros mayores . . .	75

Índice de figuras

2.1	Esquema de flujos de calor en un cuerpo de agua (Bogan <i>et al.</i> , 2003).	5
2.2	Esquema del diagrama del sistema modelado (Cormack <i>et al.</i> , 1974).	11
3.1	Esquema de geometría de Kranenburg (Kranenburg, 1992)	23
3.2	Patrón de flujo analítico obtenido por Kranenburg	24
3.3	Malla utilizada para el modelo 2-D	25
3.4	Ejemplo de batimetrías utilizadas	26
4.1	Datos meteorológicos utilizados para la modelación	27
4.2	Temperatura del agua en el tiempo para datos meteorológicos del Huasco.	28
4.3	Solución hidrodinámica laguna L=100 m y h=0.1 m con $u_* = 10^{-3}m/s$	30
4.4	Solución hidrodinámica laguna L=1000 m y h=0.1 m con $u_* = 10^{-3}m/s$	31
4.5	Distribución temperatura diferentes lagunas	32
4.6	Serie de tiempo de temperatura para laguna L=1000 m y h=0.1 m	34
4.7	Variación Espacial Laguna L=1000 m y h= 0.1 m	35
4.8	Distribución espacial temperatura Laguna L=1000 m y h= 0.1 m	36
4.9	Relación de temperaturas características para distintas relaciones de aspecto	37
4.10	Relación de mezcla para distintas relaciones de aspecto	38
4.11	Relación de flujos de calor con Froude y Wedderburn	40
4.12	Comportamiento térmico de laguna L=1000 m y h=0.1 m	41
4.13	Comportamiento térmico de laguna L=2000 m y h=0.2 m	42
4.14	Comportamiento térmico de laguna L=3000 m y h=0.3 m	43
4.15	Número de Nusselt para lagunas de distintas geometrías	45
4.16	Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 10^{-3}m/s$	46
4.17	Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 2.51 \times 10^{-3}m/s$	48
4.18	Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 10^{-4}m/s$	49
4.19	Flujos de calor inercial y flujo de calor promedio para distintas lagunas	51
4.20	Flujos de calor salientes de la laguna para distintas geometrías	52
4.21	Flujos de calor promedio para distintas geometrías	53
4.22	Flujos de calor promedio para distintas geometrías	54
A.1	Serie de tiempo de temperatura para laguna L=2000 m y h=0.2 m	63
A.2	Variación Espacial Laguna L=2000 m y h= 0.2 m	64
A.3	Distribución espacial temperatura Laguna L=2000 m y h= 0.2 m	65
A.4	Serie de tiempo de temperatura para laguna L=3000 m y h=0.3 m	66
A.5	Variación Espacial Laguna L=3000 m y h=0.3 m	67
A.6	Distribución espacial temperatura Laguna L=3000 m y h= 0.3 m	68
A.7	Serie de tiempo de temperatura para laguna L =4000 m y h=0.4 m	69

A.8 Variación Espacial Laguna L=4000 m y h=0.4 m	70
A.9 Distribución espacial temperatura Laguna L=2000 m y h= 0.2 m	71
A.10 Serie de tiempo de temperatura para laguna L=5000 m y h=0.5 m	72
A.11 Variación Espacial Laguna L=5000 m y h=0.5 m	73
A.12 Distribución espacial temperatura Laguna L=2000 m y h= 0.2 m	74
A.13 Comportamiento térmico de laguna L=4000 m y h=0.4 m	75
A.14 Comportamiento térmico de laguna L=5000 m y h=0.5 m	76

Índice de tablas

4.1	Tiempos de cómputo datos 3 días	56
4.2	Tiempos de cómputo datos 2 años	56

Capítulo 1

Introducción

1.1 Motivación

Los salares son cuerpos de agua muy someros que existen principalmente en el altiplano de Chile, Bolivia, Perú y Argentina. El ecosistema que se genera en los salares contiene importantes poblaciones de peces, aves y mamíferos, lo que hace que el estudio de estos cuerpos de agua sea interesante desde el punto de vista ambiental.

La temperatura del agua en las lagunas someras altiplánicas están fuertemente influenciadas por el transporte de calor del cuerpo de agua tanto con la atmósfera como con los sedimentos del fondo, característica especial de estos cuerpos de agua someros. El efecto amortiguador que tienen los sedimentos sobre la temperatura del cuerpo de agua es relevante al momento de describir el comportamiento del sistema, haciendo que la diferencia entre la temperatura máxima del cuerpo de agua obtenida durante el día no sea tan distinta a la temperatura mínima del agua durante la noche.

Los estudios existentes de las características termodinámicas en salares entregan una comprensión del comportamiento de la temperatura del cuerpo de agua, y como ésta se ve influenciada por la acción de los sedimentos. En el estudio realizado por de la Fuente & Niño (2010) se presentan los resultados de mediciones tomadas en terreno en el salar de Punta Negra, región del Loa, y se analiza el efecto del intercambio de calor del salar con la atmósfera. Posteriormente se realiza otra investigación en de la Fuente (2014), donde se desarrolló un estudio del comportamiento de la temperatura del salar de Huasco, ahora considerando los efectos del intercambio de calor con la atmósfera y los sedimentos, pero con batimetría constante, resolviendo la ecuación de transporte de calor sin considerar el efecto de la difusión ni la advección horizontal. Los resultados arrojados por el modelo fueron bastante asertivos en comparación a los datos tomados en terreno. El último estudio realizado en la materia corresponde a la investigación de de la Fuente & Meruane (2016), en donde se modifica el enfoque de lo realizado por de la Fuente (2014), ahora desarrollando un método espectral para el manejo de datos con el objetivo de optimizar recursos computacionales. Sin embargo, el estudio del 2015 tampoco considera una variación espacial de la temperatura.

La motivación del trabajo de título es realizar una herramienta computacional que pueda estimar la distribución temporal y espacial de la temperatura de un cuerpo de agua somero,

de manera simple y rápida, utilizando los menores recursos computacionales posibles. Esto se llevó a cabo mediante la utilización del método de volúmenes finitos para resolver la ecuación de transporte de calor donde el enfoque del problema es el método espectral, que consiste en expandir las variables de temperatura de los sedimentos y del agua en series de senos y cosenos, disminuyendo considerablemente los requisitos computacionales para resolver la ecuación de transporte de calor del sistema, debido a que el problema se puede independizar del tiempo.

La investigación en la cual se inserta este trabajo posee una gran importancia desde el punto de vista ambiental e hidrológico, ya que los resultados que se obtengan en este estudio dan pie para estudios futuros en los que se quiera analizar la influencia de la temperatura del salar en la producción de diatomeas, o también microalgas en los sedimentos, y cómo esto influye en el ecosistema de estudio, o también la influencia de la temperatura en el balance hídrico de la cuenca endorreica en la que se encuentra el salar.

1.2 Objetivos

1.2.1 Principal

El trabajo de título tiene como objetivo principal la determinación de la distribución de la temperatura del agua de una laguna somera altiplánica mediante el desarrollo de un modelo computacional en el que la resolución de las ecuaciones sea mediante los métodos espectral y de volúmenes finitos.

1.2.2 Específicos

Para lograr el objetivo principal se hizo necesario desarrollar los siguientes objetivos específicos:

1. Análisis dimensional para la obtención de números adimensionales presentes en el desarrollo de las ecuaciones previamente determinadas.
2. Aplicación del método espectral para resolver las ecuaciones obtenidas previamente.
3. Implementación del modelo numérico para resolución del problema de advección-difusión horizontal.
4. Análisis de resultados obtenidos de la modelación y de los números adimensionales encontrados anteriormente.

5. Análisis preliminar en el Salar de Huasco.

1.3 Metodología

A continuación se presentan las diferentes etapas del desarrollo del estudio:

1.3.1 Análisis teórico del fenómeno de estudio

Primero se analizan las ecuaciones hidrodinámicas reinantes en el sistema, y se estudia cómo varía la deformación de la superficie libre ante la existencia de viento en la superficie. Para las ecuaciones de transporte de calor, se estudian modelos que representen el transporte vertical con la atmósfera y con los sedimentos. Se procede después a linealizar los flujos de calor que actúan como términos fuente en la ecuación de transporte de calor.

1.3.2 Incorporación del método espectral a las ecuaciones

Con las ecuaciones reinantes en el sistema ya definidas, se realiza una expansión de senos y cosenos a los términos periódicos en estas. Lo anterior, en conjunto con la consideración de un viento permanente y uniforme, significa que el sistema analizado es completamente independiente del tiempo.

1.3.3 Implementación numérica de las ecuaciones

Utilizando una malla alternada para las ecuaciones de momentum, se resuelve la hidrodinámica del sistema, considerando un viento permanente y uniforme, mediante un sistema numérico de tipo Crank Nicolson. Con la misma malla utilizada, a partir de la implementación del método de volúmenes finitos en conjunto con el método espectral, se resuelve el transporte horizontal de calor del sistema.

Una vez se realizó el modelo numérico, se modelaron variados escenarios de forzantes externos para distintas lagunas.

1.3.4 Análisis de resultados

Se analizó el comportamiento del transporte de calor en las lagunas someras altiplánicas modeladas, bajo distintos forzantes externos. A partir de los números adimensionales que aparecieron en el proceso, fue posible obtener relaciones importantes acerca del comportamiento de la temperatura de la laguna somera, y de las características de los escenarios modelados.

1.4 Contenidos del Informe

Los contenidos de esta memoria serán divididos en 6 capítulos, que se describen a continuación:

- I **Capítulo 1 “Introducción”**: En este capítulo se expone la motivación de la memoria y los objetivos principales de la investigación llevada a cabo.

- II **Capítulo 2 “Revisión de antecedentes”**: En este capítulo se presentan y discuten los antecedentes revisados con relación al tema de la investigación.

- III **Capítulo 3 “Flujos de calor en lagunas someras altiplánicas”**: En este capítulo se aplica la teoría del transporte de calor a una laguna somera altiplánica, y se explica el modelo numérico utilizado para resolver el sistema estudiado.

- IV **Capítulo 4 “Resultados”**: En este capítulo se presentan y se discuten los resultados obtenidos a partir del modelo realizado.

- V **Capítulo 5 “Discusión y conclusiones”**: En este capítulo se resumen las conclusiones y comentarios generados en el presente trabajo, así como las propuestas de trabajos futuros con respecto al tema estudiado.

Capítulo 2

Revisión de antecedentes

2.1 Modelo de transferencia de calor

En el sistema estudiado en esta memoria es posible determinar la ecuación de temperatura del sistema mediante un sistema de advección-difusión horizontal 2D, promediado en la vertical, donde se considera que la temperatura del agua T_w es un elemento hidrodinámicamente pasivo 2.1:

$$h (\rho C_p)_w \frac{\partial T_w}{\partial t} + \nabla \cdot (u_i \cdot h (\rho C_p)_w T_w) = \nabla \cdot (k_{ij} \cdot h (\rho C_p)_w \nabla T_w) + H_o - H_{sed}, \quad (2.1)$$

en donde el primer término del lado izquierdo representa la variación temporal de calor del sistema, cuya profundidad es h , densidad ρ y calor específico C_p ; el segundo término corresponde al transporte advectivo de calor debido al flujo, donde el vector de velocidades en la horizontal es u_i . En el lado derecho, el primer término corresponde al transporte de calor por dispersión en el sistema, con k_{ij} el tensor de dispersión del calor; el segundo término corresponde a los flujos de calor existentes entre la atmósfera y el cuerpo de agua; el último término resume los flujos de calor el cuerpo de agua y los sedimentos. En la Figura 2.1 se puede ver un esquema de los flujos de calor en un cuerpo de agua.

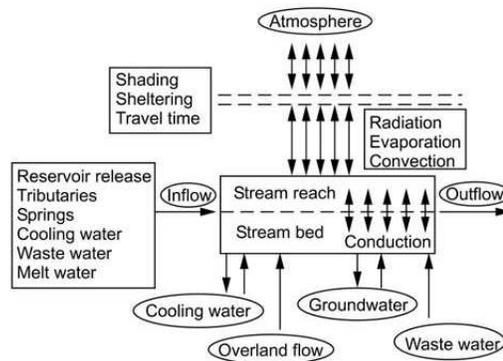


Figura 2.1: Esquema de flujos de calor en un cuerpo de agua (Bogan *et al.*, 2003).

El tensor bidimensional de dispersión se considera de la siguiente manera (Fischer, 1978; Holly *et al.*, 1975).

$$k_{ij} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Según (Holly Jr & Usseglio-Polatera, 1984) los términos del tensor se calculan con las siguientes expresiones:

$$k_{xx} = e_L u_* h(\vec{x}, t) \cos^2\theta + e_T u_* h(\vec{x}, t) \sin^2\theta, \quad (2.3)$$

$$k_{yy} = e_L u_* h(\vec{x}, t) \sin^2\theta + e_T u_* h(\vec{x}, t) \cos^2\theta, \quad (2.4)$$

$$k_{xy} = k_{yx} = u_* h(\vec{x}, t) (e_L - e_T) \sin\theta \cos\theta, \quad (2.5)$$

con u_* la velocidad de corte del flujo, $e_L = 5.93$ y $e_T = 0.23$ son coeficientes adimensionales de dispersión longitudinal y transversal respectivamente (Elder, 1959). El ángulo θ es el que se genera en un sistema de referencia local que caracteriza la dirección principal de las líneas de corriente con respecto al sistema de referencia fijo.

En el caso de que el eje de las líneas de corriente esté alineado con el sistema de referencia, el tensor de dispersión puede considerarse isotrópico (Holly Jr & Usseglio-Polatera, 1984). Por lo que si ahora se considera este caso, incluyendo la difusión molecular queda lo siguiente:

$$k_{ij} = \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 \\ 0 & k_{yy} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

con

$$k_{xx} = e_L u_* h(\vec{x}, t) + D, \quad (2.7)$$

$$k_{yy} = e_T u_* h(\vec{x}, t) + D, \quad (2.8)$$

donde D es el coeficiente de difusión molecular, que depende del tipo de escalar que se está transportando. Para el caso del calor, $D = 4.05 \cdot 10^{-7} [m^2 s^{-1}]$ (de la Fuente, 2014).

2.2 Fundamento transferencia de calor interfaz aire-agua

El flujo de calor entre la atmósfera y el cuerpo de agua de estudio se puede determinar con la siguiente expresión (Bogan *et al.*, 2003):

$$H_o = H_{ns} + H_{la} - H_{lw} - H_e + H_c + H_p. \quad (2.9)$$

En el lado derecho de la ecuación (2.9) los términos de izquierda a derecha corresponden a radiación solar neta, H_{ns} , radiación atmosférica de onda larga, H_{la} , radiación de onda larga emitida desde la superficie de agua, H_{lw} , flujo de calor latente, H_e , flujo de calor convectivo, H_c y flujo de calor debido a las precipitaciones H_p .

Ahora para definir cada uno de los términos de la ecuación (2.9) se utilizan las siguientes expresiones.

Radiación solar neta

$$H_{ns} = H_n \cdot \alpha_t \cdot (1 - R_s) \cdot C_a, \quad (2.10)$$

donde H_n representa la onda corta de radiación solar que llega a la atmósfera, α_t denota un coeficiente de transmisión atmosférica, R_s es el albedo de la superficie de agua y C_a es la fracción de radiación solar no absorbida por las nubes, según Bogan *et al.* (2003). H_n , α_t y C_a son datos que se miden con la estación meteorológica.

Radiación de onda larga

$$H_{la} = \epsilon_a \cdot \sigma \cdot (T_a)^4. \quad (2.11)$$

Esta relación representa la ley de Stefan-Boltzman de radiación de cuerpo negro de onda larga de la atmósfera, donde ϵ_a es la emisividad del aire, σ es la constante de Stefan-Boltzman y T_a es la temperatura del aire en [Kelvin] (Bogan *et al.*, 2003).

Radiación desde la superficie libre

$$H_{lw} = \epsilon_w \cdot \sigma \cdot (T_w)^4. \quad (2.12)$$

Esta ecuación también tiene que ver con la ley de Stefan-Boltzman, pero ahora aplicada a la radiación de cuerpo negro de la superficie de agua. Aquí ϵ_w denota la emisividad del agua y T_w la temperatura del agua en [Kelvin] (Bogan *et al.*, 2003).

Pérdidas de calor debido a la evaporación

$$H_e = D_e \cdot U (e_s - e_d)(1 - N_{sh}). \quad (2.13)$$

En la Ecuación 2.13, $D_e [KJ m^{-3} kPa^{-1}]$ es un coeficiente de transporte de calor evaporativo, $U [m d^{-1}]$ es la velocidad del viento ajustada para una altura de 2 metros sobre la superficie, e_s y $e_d [kPa]$ son las presiones de vapor de saturación a la temperatura del agua y a la de punto de rocío respectivamente. N_{sh} es un coeficiente de refugio similar al coeficiente de sombra de la ecuación (2.10).

La determinación de la presión de vapor de saturación está dada por la siguiente expresión (Bogan *et al.*, 2003):

$$e_s = 0.611 \exp[17.625 \cdot T_w / (T_w + 243.04)]. \quad (2.14)$$

En la Ecuación (2.14) T_w es la temperatura del agua ($^{\circ}C$).

Flujo de calor convectivo

$$H_c = D_c U (T_a - T_s)(1 - N_{sh}). \quad (2.15)$$

En la Ecuación (2.15), $D_c [kJ m^{-3} ^{\circ}C^{-1}]$ es un coeficiente de transporte de calor convectivo. El coeficiente de difusión de flujo de calor evaporativo D_e (2.13) y de flujo de calor convectivo D_c se pueden determinar a partir de la distribución de velocidades de la capa límite sobre la superficie de agua, cuya expresión es la siguiente (Bogan *et al.*, 2003):

$$D_e = 0.622 \frac{l_v}{P} \frac{\rho_a \kappa^2}{[\ln(z/z_0)]^2}, \quad (2.16)$$

$$l_v = 2501 - 2.361 \cdot T_a, \quad (2.17)$$

$$D_c = \left(\frac{100}{P} \right)^{0.285} \frac{\rho_a c_{pa} \kappa^2}{[\ln(z/z_0)]^2}. \quad (2.18)$$

En las Ecuaciones (2.16) y (2.18), P es la presión del aire [kPa], ρ_a es la densidad del aire [$kg\ m^{-3}$], κ es la constante de von Karman, c_{pa} es el calor específico del aire [$kJ\ kg^{-1}\ ^\circ C^{-1}$], z [m] es la elevación donde la velocidad del viento, temperatura del aire, y temperatura de punto de rocío fueron medidas, z_0 [m] es la rugosidad de la superficie de agua. El calor latente de vaporización l_v [$kJ\ kg^{-1}$] puede ser aproximado como una función de la temperatura del aire T_a , tal como se muestra en la Ecuación (2.17) (Bogan *et al.*, 2003).

2.3 Fundamento de transferencia de calor en la interfaz agua-sedimento

Para analizar los flujos de calor en la interfaz agua-sedimento (IAS), es necesario estudiar el transporte desde el agua hacia los sedimentos y de los sedimentos hacia el agua. De esta manera, se obtienen las expresiones que se presentan a continuación (Fang & Stefan, 1998).

Flujo de calor en la IAS por parte del agua

$$H_{sed} = -K_t (\rho C_p)_w (T_w - T_{IAS}), \quad (2.19)$$

donde K_t corresponde a la velocidad de transferencia de calor, T_w y T_{IAS} corresponden a la temperatura del agua y de la interfaz agua-sedimento respectivamente. Los términos ρ y C_p corresponden a la densidad y calor específico del agua respectivamente.

La velocidad de transferencia de calor K_t depende de las condiciones en las que se encuentre el sistema de estudio, ya que el método de cálculo de este parámetro varía si es que el viento condiciona al sistema o no.

Para condiciones sin viento, los valores de K_t varían según el número de Rayleigh que se tenga, y se resumen en la siguiente expresión (de la Fuente, 2014):

$$\frac{K_t h}{\kappa} = \begin{cases} 0.14 Ra^{1/3}; & Ra > 2 \times 10^7 \\ 0.54 Ra^{1/4}; & 200 \leq Ra \leq 2 \times 10^7 \\ 0.96 Ra^{1/6}; & Ra < 200 \end{cases} \quad (2.20)$$

En la Ecuación (2.20) Ra es el número de Rayleigh, κ es el coeficiente de difusión molecular térmica. El número de Rayleigh se puede determinar con la expresión (2.21).

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T h^3}{\nu \kappa}, \quad (2.21)$$

donde β es el coeficiente de expansión térmica, y ΔT es la diferencia de temperatura entre los sedimentos y la columna de agua.

En condiciones de viento, se ha demostrado que cuando hay un esfuerzo de corte aplicado a los sedimentos, la velocidad de transferencia térmica K_t puede ser escrita de la siguiente manera (de la Fuente, 2014):

$$K_t = 1/13.6 u_* Pr^{-0.612}. \quad (2.22)$$

En la Ecuación (2.22) Pr es el número de Prandtl, que está descrito por la expresión $Pr = \nu \kappa^{-1}$ y u_* es la velocidad de corte de fondo.

Flujo de calor en la IAS por parte de los sedimentos

El flujo de calor en la interfaz agua-sedimento visto desde los sedimentos hacia el agua está descrito por la siguiente ecuación (de la Fuente, 2014):

$$H_{sed} = -\kappa_s (\rho C_p)_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial z} \right|_{z=0^-} \quad (2.23)$$

En la Ecuación (2.23) κ_s es el coeficiente de difusión térmica, que varía entre los 0.01 y 0.11 [$m^2 \text{ día}^{-1}$] (de la Fuente, 2014; Fang & Stefan, 1998).

Para determinar la temperatura de los sedimentos T_s , se utiliza la ecuación de difusión de temperatura en la vertical, sin considerar el efecto de la absorción de la radiación incidente en los sedimentos. De esta manera, la expresión para obtener la temperatura de los sedimentos está descrita mediante la Ecuación (2.24):

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \kappa_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \quad (2.24)$$

La solución de la Ecuación (2.24) es conocida, ya que en caso de un forzante periódico en la IAS (de la Fuente & Meruane, 2016), la ecuación es análoga al segundo problema de Stokes (Batchelor, 2000).

2.4 Flujos horizontales de calor convectivos

Los flujos de calor convectivo producido de la diferencia de temperatura en los extremos de un volumen de control, son de importancia para la comprensión total del transporte de calor en el sistema estudiado.

Tal como propone Cormack *et al.* (1974), la convección debida a las fuerzas boyantes es muy importante, y frecuentemente es el mecanismo de transporte de calor predominante en un sistema. Desafortunadamente, la modelación tanto analítica como experimental de estos sistemas naturales es muy compleja, debido a que el flujo es principalmente turbulento; sin embargo, se puede idealizar el sistema modelando un flujo entre dos placas paralelas con diferentes temperaturas en los extremos, tal como se muestra en la Figura (2.2).

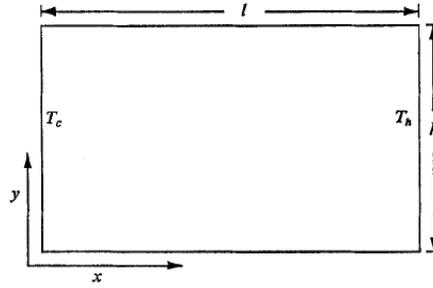


Figura 2.2: Esquema del diagrama del sistema modelado (Cormack *et al.*, 1974).

Se introduce ahora el número de Nusselt, que consiste en un número adimensional que compara la transferencia de calor por convección sobre la transferencia de calor sólo por conducción, y su expresión se resume en la Ecuación 2.25 (Bejan & Imberger, 1979):

$$Nu = K - PeK^* + \frac{K^3 Ra^2 A^2}{362880} \left(1 - 252 \frac{Pe}{K Ra} \right) + o(A^4), \quad (2.25)$$

donde K y K^* son parámetros de la solución asintótica, cuyas expresiones se pueden revisar en Bejan & Imberger (1979); Pe es el número de Peclet; $A = h/L$ es la relación de aspecto de la laguna con h la profundidad del volumen analizado y L la longitud de este; $Ra = Gr Pr$ es el número de Rayleigh, $Gr = g \beta h^3 (T_b - T_a)/\nu^2$ es el número de Grashof, con T_b y T_a la temperatura de los extremos del volumen analizado, ν la viscosidad cinemática del agua y $Pr = C_p \mu/k$ es el número de Prandtl con C_p el calor específico del agua y μ la viscosidad dinámica del agua.

2.5 Nociones sobre el flujo de viento

El perfil de velocidades asociado a un flujo paralelo de aire sobre una superficie de un cuerpo de agua sigue una distribución logarítmica de velocidades. En términos generales, la ecuación que describe la distribución de velocidades del viento en la vertical está definida por (Rayo, 2009):

$$\frac{u_a(z) - u_s}{u_{*a}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (2.26)$$

donde u_a es la velocidad del viento, u_s la velocidad de la corriente superficial debida al viento, u_{*a} la velocidad friccional referida al aire, κ la constante de von Karmann, z la distancia vertical desde la superficie y z_0 el origen virtual del perfil logarítmico de velocidades.

La velocidad friccional del aire es de importancia para este estudio, debido a que representa el esfuerzo de corte ejercido por el viento sobre una superficie sólida o líquida mediante la siguiente expresión:

$$\tau_a = \rho_a u_{*a}^2, \quad (2.27)$$

donde τ_a es el esfuerzo de corte ejercido sobre la interfaz aire-agua y ρ_a la densidad del aire.

La velocidad de corte en el agua (u_{*w}) en la superficie se obtiene considerando continuidad de esfuerzos en la interfaz aire-agua, y queda definida por la siguiente expresión:

$$u_{*w} = \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}} u_{*a}, \quad (2.28)$$

donde ρ es la densidad del agua.

Un parámetro de interés que tiene que ver con la velocidad de corte del viento en la superficie del cuerpo de agua es el número de Wedderburn, que es un número adimensional que contrasta la fuerza de boyancia el esfuerzo del viento, cuya ecuación para un lago de dos capas está descrito por (2.29) (Shintani *et al.*, 2010):

$$\mathbf{W} = \frac{g' h^2}{u_*^2 L}, \quad (2.29)$$

donde $g' = g(\rho_2 - \rho_1)\rho_1^{-1}$ es la gravedad reducida con ρ_1 y ρ_2 las densidades de la capa superior y la inferior respectivamente, h_1 es la profundidad de la capa superior, u_* es la velocidad de corte del viento desde el punto de vista del agua, y L es la longitud del sistema de interés.

En el caso de un cuerpo de agua sin estratificación, existe el número de Wedderburn modificado, determinado por la ecuación (2.30) (Imberger & Hamblin, 1982):

$$W = \frac{g h}{u_*^2} \cdot \frac{h}{L} \quad (2.30)$$

Para valores de W mayores a 1, sucede que la fuerza de presión debido a la deformación de la superficie de la laguna es mayor que la fuerza de corte que el viento ejerce sobre la superficie del cuerpo de agua.

Otro parámetro de interés que tiene que ver con la velocidad del viento en la superficie de un cuerpo de agua, es el número de Froude, que se define según la Ecuación 2.31 (Imberger & Hamblin, 1982):

$$Fr = \frac{u_*}{\sqrt{g h}} \quad (2.31)$$

Para números de Froude pequeños, se tiene que el flujo es suave, y los niveles aguas arriba y aguas abajo actúan como agentes de control. El control de aguas arriba se denomina bloqueo, y para estos casos, el fluido se mueve al rededor de posibles obstrucciones en su camino. Por otra parte, para números de Froude mayores a 1, el flujo es supercrítico, y tiene suficiente energía para superar los posibles obstáculos que se interpongan a este.

Es claro ver que existe una relación directa entre el número de Froude y el número de Wedderburn, que se resume en la siguiente expresión:

$$W = \frac{1}{Fr^2} \cdot \frac{h}{L} \quad (2.32)$$

2.6 Valores de parámetros relevantes en lagunas altiplánicas someras

El comportamiento de los parámetros de interés para las lagunas someras altiplánicas es bastante uniforme entre ellas, debido a que la conformación geológica de los sedimentos es la misma. Se han realizado diversos estudios que concluyen que los valores de los parámetros relevantes son los que se muestran a continuación.

Por un lado se tiene la capacidad calórica del agua, cuyo valor es $(\rho C_p)_w \approx 4.4 \times 10^6 \text{ (} Jm^{-3}K^{-1} \text{)}$ (Bogan *et al.*, 2003; Garratt, 1994). Con respecto a la capacidad calórica de los sedimentos, el valor de dicho parámetro se encuentra especificado en Fang & Stefan (1998), donde se ve que $(\rho C_p)_s$ varía entre 1.4×10^6 y $3.8 \times 10^6 \text{ (} Jm^{-3}K^{-1} \text{)}$.

2.7 Método Espectral

El método espectral es útil para cuando se utilizan datos que tienen periodicidad, y por consiguiente, pueden representarse como una suma de $N+1$ términos base $\phi_n(x)$, tal como se muestra en la Ecuación 2.33 (Boyd, 2001):

$$u(x) \approx u_N(x) = \sum_{n=0}^N a_n \phi_n(x) \quad (2.33)$$

Al utilizar el método espectral, en los casos de que los datos se comportan con una periodicidad constante en el tiempo, se pueden trabajar como una expansión de Fourier, tal como se utiliza en de la Fuente & Meruane (2016). A modo de ejemplo, la expresión para trabajar con la radiación solar neta con método espectral se ve en (2.34).

$$H_{sw} = \sum_{n=-N}^N H_{sw_n} e^{i\omega_n t} \quad (2.34)$$

En (2.34) ω_n representa la frecuencia del n -ésimo término de la expansión de Fourier.

Para trabajar el álgebra de la Ecuación 2.1, se realiza lo mismo que se muestra en la Ecuación 2.34 para los términos de temperatura. Lo que simplifica bastante la ecuación debido a que se logra independizar al sistema del tiempo.

Con respecto a la forma de aplicación al modelo computacional del método espectral, se utilizará el algoritmo de MATLAB llamado FFT, que denota “Fast Fourier Transform”. Básicamente el algoritmo FFT está restringido para su uso sólo para las funciones de Fourier y Chebyshev, pero es extremadamente poderoso debido a que disminuye lo que se llama “penalización por transformada” (Boyd, 2001). A partir de esto, se tiene que el algoritmo FFT es muy eficiente computacionalmente, lo que significa que no requiere muchos recursos para llevarse a cabo.

La teoría de la FFT es que define la siguiente transformada discreta:

$$X_j = \sum_{k=1}^N x_k \exp \left[-i k \left(\frac{2 \pi j}{N} \right) \right] \quad j = 1, \dots, N \quad (2.35)$$

La FFT inversa, llamada IFFT define lo siguiente:

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \exp \left[i k \left(\frac{2 \pi j}{N} \right) \right] \quad k = 1, \dots, N \quad (2.36)$$

Capítulo 3

Flujos de calor en lagunas someras altiplánicas

En este capítulo se presentan desarrollos teóricos y numéricos del transporte de calor en una laguna somera altiplánica.

3.1 Transporte de calor 1-D

3.1.1 Desarrollo teórico

El método de resolución del problema de transporte de calor en 1-D se basa en de la Fuente & Meruane (2016). Para este caso, la Ecuación 3.1 es la que describe al sistema, donde se asume que tal como se mencionó previamente, T_w es un elemento dinámicamente pasivo, de manera que no afecta el flujo del fluido ambiente.

$$(\rho C_p)_w h \frac{\partial T_w}{\partial t} = H(t) - H_s(t) \quad (3.1)$$

La descripción de cada uno de los componentes de la Ecuación 3.1 se encuentran en la revisión de antecedentes (Capítulo 2).

Para la solución de este problema se utiliza el método espectral, donde la temperatura del agua se puede escribir de la siguiente manera:

$$T_w(t) = \sum_{n=-N}^N T_{wn} e^{i\omega_n t}, \quad (3.2)$$

donde T_{wn} corresponden a las amplitudes de la expansión de la temperatura; $\omega_n = \frac{2\pi n}{\Delta t (2N+1)}$ es la frecuencia del n-ésimo término de la serie de Fourier, Δt es la discretización temporal

de los datos de entrada.

El flujo de calor en la interfaz agua-sedimento por parte de los sedimentos, está descrito por la siguiente ecuación:

$$H_s(t) = -\kappa_s (\rho C_p)_s \sum_{n=-N}^N T_{sn} e^{i\omega_n t} (1 + s_n i), \quad (3.3)$$

donde T_{sn} son las amplitudes de la expansión de la temperatura de los sedimentos y s_n es el signo de n término.

El flujo de calor en la interfaz agua-sedimento por parte del agua se escribe como (3.4).

$$H_s(t) = -k_t (\rho C_p)_w \sum_{n=-N}^N (T_{wn} - T_{sn}) e^{i\omega_n t} \quad (3.4)$$

Con respecto a los flujos de calor entre la atmósfera y el cuerpo de agua, tal como se ve en el capítulo 2, es una función que varía con el tiempo y con la temperatura del agua. Para incluirlo en el modelo es necesario linealizar H , separando dicho término en dos elementos, uno que depende del tiempo y otro que depende de la temperatura del agua, tal como se muestra en (3.5):

$$H(t) = \alpha_H(t) - \beta_H T_w, \quad (3.5)$$

donde α_H es un término que varía con el tiempo y β_H un término constante. De esta manera, el término $\alpha_H(t)$ se puede descomponer como se muestra en (3.6).

$$\alpha_H(t) = \sum_{n=-N}^N H_{wn} e^{i\omega_n t}, \quad (3.6)$$

donde H_{wn} corresponde a las amplitudes de la expansión de los flujos de calor con la atmósfera.

Se tienen todos los términos necesarios para encontrar una expresión para la temperatura del agua (3.1).

$$T_{wn} = H_n \left(i \Omega_n + K \left(1 - \frac{K}{K + (1 + i s_k) D_k} \right) + \beta_H \right)^{-1}, \quad (3.7)$$

donde $\Omega_n = \omega_n h (\rho C_p)_w$; $D = (\rho C_p)_s \kappa_s \alpha_n$; $K = k_t (\rho C_p)_w$ y $\alpha_n = \sqrt{\text{abs}(\omega_n)/2\kappa_s}$.

3.1.2 Desarrollo numérico

La solución numérica del problema es iterativa, y el procedimiento que se sigue es el que se utiliza en de la Fuente & Meruane (2016), cuyos pasos son los siguientes:

1. Definir condiciones para primera iteración de temperatura del agua de la laguna somera.
2. A partir de la serie de datos meteorológicos con la que se cuenta, determinar los flujos de intercambio de calor con la atmósfera $H(t)$.
3. Transformar $H(t)$ a una serie de Fourier con el comando FFT de matlab. También se utiliza el comando FFTshift para cambiar el dominio de la transformada al que se utiliza en este trabajo.
4. Determinar los valores de los parámetros requeridos para calcular la temperatura del agua T_{wn} en la ecuación (3.7).
5. Calcular la temperatura del agua calculando la inversa de la transformada de Fourier al T_{wn} obtenido en el paso anterior.
6. Chequear convergencia de la solución comparando con la temperatura obtenida en la iteración anterior.
7. En caso de que no se cumplan los criterios de convergencia, volver al paso 2.

3.2 Transporte de calor 2-D

3.2.1 Desarrollo Teórico

Para solucionar el problema en 2 dimensiones se utilizará la metodología utilizada en la memoria de Pérez (2015), que consta en la solución hidrodinámica del problema y después la implementación del modelo de transporte de calor.

Hidrodinámica

Es necesario resolver la hidrodinámica del problema para tener las características del flujo del fluido ambiente.

Ecuaciones

La dinámica del fluido en una capa es descrita por el sistema de ecuaciones promedio vertical (Shimizu & Imberger, 2008):

$$\mathbf{M} \partial_t \xi = i(\mathbf{K} + \mathbf{C})\xi + \mathbf{f}, \quad (3.8)$$

donde ∂_t representa la derivada temporal; $\xi = (\eta, v)^T$ es el vector de estado del sistema, con η la deformación de la superficie libre con respecto al nivel en el estado de reposo; $v = (U, V)^T$ es el campo bidimensional de velocidades. \mathbf{M} es la matriz de peso que se define según la siguiente expresión:

$$\mathbf{M} = \rho \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & h_o(\vec{x}) \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

donde ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración de gravedad y $h_o(\vec{x})$ la función que caracteriza la batimetría del cuerpo de agua. \mathbf{K} es el operador lineal no disipativo de aguas someras, que se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{K} = i \rho \begin{bmatrix} 0 & g \nabla \cdot h_o(\vec{x}) \\ h_o(\vec{x}) \nabla g & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

\mathbf{C} es la matriz de disipación lineal definida de la siguiente manera:

$$\mathbf{C} = i \rho \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_f \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

\mathbf{f} es el vector de forzantes externos consideraos en la formulación del problema:

$$\mathbf{f} = (0, \tau_s - \rho h_o(\vec{x}) \mathbf{a})^T, \quad (3.12)$$

donde $\tau_s = (\tau_{sx}, \tau_{sy})^T$ denota el esfuerzo de corte sobre la superficie del fluido y $\mathbf{a} = (a_x, a_y)^T$ el vector de aceleraciones del sistema de referencia. Para efectos de esta memoria se considera régimen permanente, por lo que $\mathbf{a} = 0$.

Para mayor detalle del desarrollo de las ecuaciones de esta sección consultar la memoria de Pérez (2015).

Metodología de solución teórica de la hidrodinámica

En esta memoria se utilizará la metodología de resolución hidrodinámica de Crank Nicolson, que discretiza directamente la variación temporal de las ecuaciones a resolver, que queda expresado por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{M} \frac{\xi^{n+1} - \xi^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} [F^{n+1} + F^n], \quad (3.13)$$

donde Δt es el paso de tiempo y F^n es:

$$F^n = i(\mathbf{K} + \mathbf{C}) \xi^n + \mathbf{f}^n \quad (3.14)$$

Transporte de calor con método espectral

Tal como se vio en el capítulo 2, la ecuación promedio vertical que caracteriza la dinámica de un escalar pasivo en un medio fluido, en este caso la temperatura, es la siguiente:

$$h (\rho C_p)_w \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (u_i \cdot h (\rho C_p)_w T) = \nabla \cdot (k_{ij} h (\rho C_p)_w \nabla T) + H_o - H_{sed} \quad (3.15)$$

La Ecuación 3.15 es válida bajo el supuesto que el viento en la superficie es constante en el tiempo y uniforme en el espacio, lo que se traduce en que la deformación de la laguna se encuentra en régimen permanente, por lo que la profundidad h no varía en el tiempo.

Ahora, considerando que tanto la temperatura del agua como los flujos de calor con la atmósfera se comportan de manera periódica, se aplica el método espectral a la Ecuación 3.15, independizando el problema del tiempo en donde ahora se trabaja en un entorno de

frecuencias. Explícitamente, la expresión es la descrita por la Ecuación 3.16.

$$\begin{aligned}
h (\rho C_p)_w \left(\sum (i \omega_n) T_{wn} e^{i\omega_n t} \right) + \nabla \cdot \left(u_i \cdot h (\rho C_p)_w \sum T_{wn} e^{i\omega_n t} \right) = \\
\nabla \cdot \left(k_{ij} h (\rho C_p)_w \nabla \sum T_{wn} e^{i\omega_n t} \right) + \sum H_{on} e^{i\omega_n t} \\
-K_t (\rho C_p)_w \left(\sum T_{wn} e^{i\omega_n t} - \sum T_{sn} e^{i\omega_n t} \right)
\end{aligned} \tag{3.16}$$

En la Ecuación 3.16, T_{wn} son las amplitudes del n-ésimo término de la temperatura del agua, ω_n son las amplitudes del n-ésimo término de la expansión de Fourier, T_{sn} son las amplitudes del n-ésimo término de la temperatura de los sedimentos, H_{on} son las amplitudes del n-ésimo término de los flujos de calor con la atmósfera. El resto de los términos permanecen iguales a los de la Ecuación 3.15, y están explicados con detalle en el Capítulo 2.

Para poder independizar el problema del tiempo, primero hay que notar que en la Ecuación 3.16 se tiene algo de la siguiente forma:

$$\sum a_n \cdot x_n + \sum b_n \cdot x_n = \sum c_n \cdot x_n \tag{3.17}$$

donde se puede hacer la siguiente factorización:

$$\sum x_n \cdot (a_n + b_n - c_n) = 0 \tag{3.18}$$

De esta manera, considerando la ecuación 3.16, y sabiendo que el término $\sum e^{i\omega_n t}$ es distinto de cero en todo su dominio, se puede factorizar por dicho valor y encontrar una expresión independiente del tiempo:

$$\begin{aligned}
h (\rho C_p)_w \left(\sum (i \omega_n) T_{wn} \right) + \nabla \cdot \left(u_i \cdot h (\rho C_p)_w \sum T_{wn} \right) = \\
\nabla \cdot \left(k_{ij} h (\rho C_p)_w \nabla \sum T_{wn} \right) + \sum H_{on} - K_t (\rho C_p)_w \left(\sum T_{wn} - \sum T_{sn} \right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

En particular, para el k-ésimo término de la sumatoria, la Ecuación 3.19 se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
h (\rho C_p)_w ((i \omega_k) T_{wk}) + \nabla \cdot (u_i \cdot h (\rho C_p)_w T_{wk}) = \\
\nabla \cdot (k_{ij} h (\rho C_p)_w \nabla T_{wk}) + H_{ok} - K_t (\rho C_p)_w (T_{wk} - T_{sk})
\end{aligned} \tag{3.20}$$

La Ecuación 3.19 es la que se utilizará para determinar el transporte de calor del sistema utilizando el método espectral.

Volúmenes finitos

Este método de solución de la ecuación de transporte consiste en aplicar el principio de conservación de masa en conjunto con la ecuación de continuidad del fluido, integrando en el tiempo de manera implícita.

Para la solución de la ecuación de transporte mediante volúmenes finitos, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial h_o T_w}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = F(T_w) \quad (3.21)$$

$$J_x = h_o U T_w - h_p k_{xx} \frac{\partial T_w}{\partial x} \quad (3.22)$$

Recordando que a partir del método espectral, $T_w = \sum T_{wn} e^{i\omega_n t}$, y que se considera el supuesto de régimen hidrodinámico permanente, la Ecuación 3.21 queda de la siguiente manera:

$$(\rho C_p)_w \left(i h_o \sum \omega_n T_w + J_e - J_w + J_n - J_s \right) = F(T_{wn}) \quad (3.23)$$

En la Ecuación 3.23 los sufijos e, w, n, s representan las coordenadas geográficas del volumen de control.

Ahora, integrando (3.23) en el espacio, se llega a la Ecuación 3.24.

$$(\rho C_p)_w \left(i h_o \Delta x \Delta y \sum \omega_n T_{wn} + J_e - J_w + J_n - J_s \right) = (F_o + F_1 \sum T_{wn}) \Delta x \Delta y \quad (3.24)$$

donde los términos F_o y F_1 son los flujos de calor entre la laguna con la atmósfera, y de la laguna con los sedimentos, respectivamente.

La ecuación de continuidad en la vertical de la hidrodinámica también debe ser considerada para resolver el problema. Por lo tanto, se deberá integrar en el volumen de control y en el tiempo, al igual que la ecuación de transporte de calor:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U h_o}{\partial x} + \frac{\partial V h_o}{\partial y} = 0 \quad (3.25)$$

Recordando que se considera que las variaciones de la deformación de la superficie libre no existen, al integrar la Ecuación 3.25 en el espacio y en el tiempo, resulta lo siguiente:

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0, \quad (3.26)$$

con $F_e = (U h_o)_e \Delta y$ el flujo de agua que pasa por la cara e.

Incorporando las Ecuaciones 3.24 y 3.26, si se considera T_{nP} la amplitud de la temperatura del agua en un punto P de la malla de discretización, se supone que está rodeado por puntos similares hacia el este, oeste, norte y sur de su ubicación; donde cada uno de esos puntos tienen una amplitud de temperatura T_{nE} , T_{nW} , T_{nN} y T_{nS} , respectivamente.

La amplitud de temperatura T_{nP} se calcula de la siguiente manera:

$$a_P T_{nP} = a_E T_{nE} + a_W T_{nW} + a_N T_{nN} + a_S T_{nS} + \frac{F_o \Delta x \Delta y}{(\rho C_p)_w}, \quad (3.27)$$

donde a_P se obtiene de la siguiente expresión:

$$a_P = i \omega h_o \Delta x \Delta y + a_E + a_W + a_N + a_S - \frac{F_1 \Delta x \Delta y}{(\rho C_p)_w} \quad (3.28)$$

con:

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \max(-F_e, 0), \quad (3.29)$$

$$a_W = D_w A(|Pe_w|) + \max(-F_w, 0), \quad (3.30)$$

$$a_N = D_n A(|Pe_n|) + \max(-F_n, 0), \quad (3.31)$$

$$a_S = D_s A(|Pe_s|) + \max(-F_s, 0). \quad (3.32)$$

En la Ecuación 3.27, el término F_o se define para la k-ésima iteración de la siguiente manera:

$$F_o^k = H_o(T_w^{k-1}) - \beta \cdot T_w^{k-1}, \quad (3.33)$$

donde H_o son los flujos de calor con la atmósfera y el cuerpo de agua calculados como se presenta en el Capítulo 2 a partir de la temperatura obtenida en la iteración anterior; β es una constante arbitraria.

En la Ecuación 3.28 el término F_1 de la k-ésima iteración está definido de la siguiente manera:

$$F_1^k = \beta \cdot T_w^k - H_{sed}(T_w^k), \quad (3.34)$$

con H_{sed} el flujo de calor del cuerpo de agua con los sedimentos, que se calcula como se mostró en el Capítulo 3.

Geometría de Kranenburg

Para esta memoria, la geometría en base a la cual se realizarán las pruebas del modelo será la propuesta por Kranenburg (1992), que consiste en un cuerpo con borde circular cuya batimetría está descrita por la siguiente ecuación:

$$\frac{h_o(r)}{h} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{r}{R}}, \quad (3.35)$$

con r la distancia desde el centro de la circunferencia que delimita el borde del lago. R es el radio de la circunferencia y h la profundidad característica de la batimetría, siguiendo una forma como se muestra en la Figura 3.1.

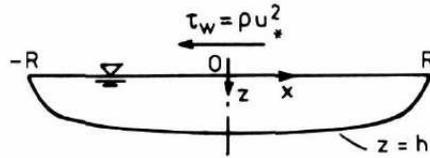


Figura 3.1: Esquema de geometría de Kranenburg (Kranenburg, 1992)

La razón del porqué utilizar esta batimetría es que Kranenburg (1992) encontró una solución analítica para el campo de flujo inducido por el viento, en donde el perfil de velocidad adimensional en una sección central perpendicular a la dirección del viento es:

$$\frac{U_o \kappa}{u_* \ln Z} = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{r}{R}}, \quad (3.36)$$

donde U_o la velocidad del viento en la superficie del cuerpo de agua, $\kappa = 0.41$ es la constante de Von Karman, u_* es la velocidad de corte del viento en el agua y $Z = h/z_o$ una constante, con z_o la rugosidad del fondo.

Los resultados de los experimentos de Krannenburg de manera gráfica se pueden ver en la Figura 3.2.

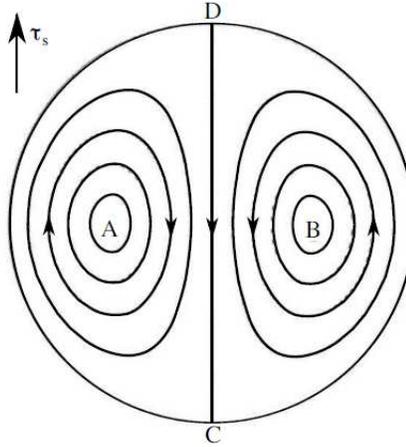


Figura 3.2: Patrón de flujo analítico obtenido por Kranenburg (1992). En A y B, las líneas de flujo tienen una forma elíptica, con períodos mayores a cero. En C y D las líneas de flujo son hiperbólicas, y corresponden a puntos de estancamiento. τ_s corresponde al esfuerzo de corte del viento uniforme sobre la superficie.

3.2.2 Desarrollo Numérico

La implementación numérica de la memoria se basa en el trabajo realizado por Pérez (2015), de manera que si se quiere obtener una información más detallada acerca de la construcción de la malla y matrices gobernantes del sistema, se recomienda consultar dicho trabajo.

Malla Numérica

La hidrodinámica del sistema modelado en la memoria se resuelve determinando dos variables, η que es la deformación de la superficie libre, y v que es el campo de velocidad.

El modelo utiliza una malla *staggered*, que considera que cada variable tiene su punto en la malla, lo que significa que existen nodos para resolver η y puntos para resolver ambas componentes de la velocidad.

La malla utilizada para resolver el problema de advección-difusión 2-D se pueden ver gráficamente con la ayuda de la Figura 3.3.

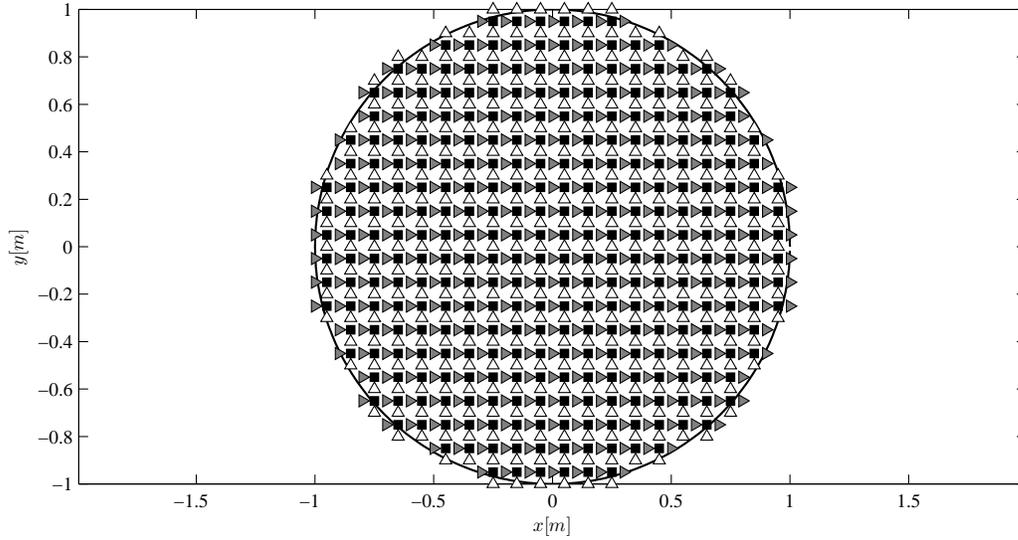


Figura 3.3: Malla utilizada para el modelo 2-D

En la Figura 3.3 los cuadrados son los nodos donde se resuelve la variable η , o deformación de la superficie libre de la laguna. Los triángulos que apuntan hacia la derecha son los que resuelven la velocidad en la componente x (U) y los triángulos que apuntan hacia arriba son los puntos que resuelven la velocidad en la componente y (V). A la malla también se le asocia una batimetría, o en otras palabras una profundidad a cada nodo, donde la relación entre su diámetro L y su profundidad característica de Kranenburg h se denomina relación de aspecto, ψ , y está descrita por la siguiente expresión:

$$\psi = \frac{L}{h} \quad (3.37)$$

En este trabajo se modelaron geometrías de relación de aspecto $\psi = 10^3$, $\psi = 10^4$ y $\psi = 10^5$. Un ejemplo de las distintas relaciones de aspecto que se consideraron se muestra en la Figura 3.4.

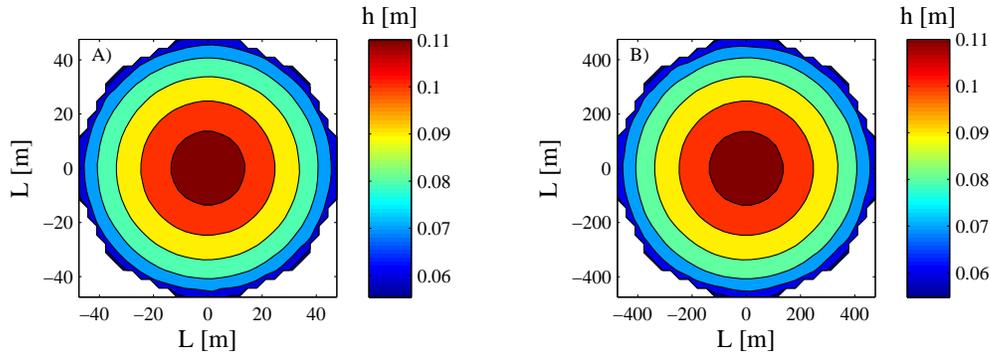


Figura 3.4: A) Batimetría para laguna de $L=100$ m y $h=0.1$ m, es decir $\psi = 10^3$; B) Batimetría para laguna de $L=1000$ m y $h=0.1$ m, es decir $\psi = 10^4$.

Metodología de Programación

La metodología de programación que se utilizó para el desarrollo numérico del modelo 2-D se parece bastante a la utilizada en el modelo 1-D, salvo que para este caso se utiliza la información obtenida de los volúmenes finitos para resolver el transporte longitudinal de calor en el sistema, utilizando el método espectral.

Para resolver numéricamente el sistema, es necesario entonces hacer compatibilizar el método espectral con el método de volúmenes finitos, lo que significa que se debe independizar el problema del tiempo. Lo anterior conlleva a considerar condiciones permanentes de la hidrodinámica.

Considerando condiciones permanentes, se procede a resolver numéricamente el problema con la salvedad que, a diferencia del método de volúmenes finitos convencional, no se resuelve volumen por volumen, sino que se resuelve toda la laguna para todos los tiempos y se comprueba convergencia. Ésta es la diferencia asociada al combinar el método de volúmenes finitos con el método espectral para un sistema donde se tiene un comportamiento periódico.

Capítulo 4

Resultados

En este capítulo se muestran resultados obtenidos de las modelaciones.

4.1 Datos utilizados

Los datos utilizados para la modelación de 1-D como para la modelación del sistema 2-D corresponden a los registrados en el salar de Huasco, medidos por de la Fuente (2014), mostrados en la figura 4.1:

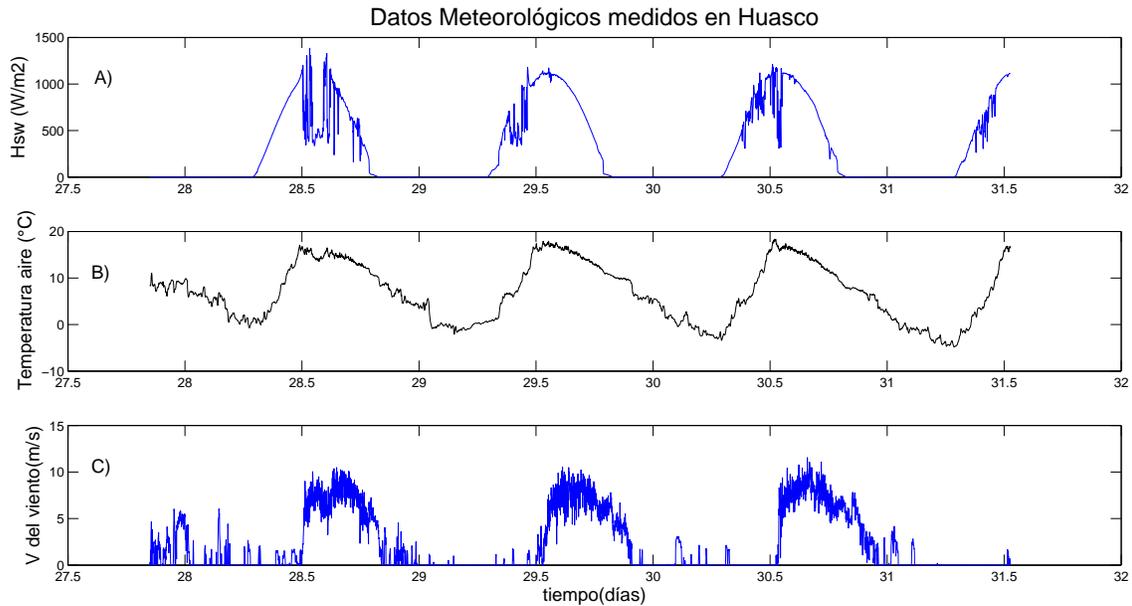


Figura 4.1: Datos meteorológicos medidos en el salar del Huasco durante el mes de octubre del 2012, el gráfico A) muestra la radiación de onda corta medida; B) la temperatura del aire a 2 m sobre la laguna; C) la velocidad del viento a 2 m sobre la laguna (de la Fuente, 2014)

Ya que los datos que se utilizaron corresponden a condiciones reales del salar del Huasco, es necesario considerar los parámetros adecuados para la modelación, que son los siguientes (de la Fuente, 2014; de la Fuente & Niño, 2010):

- $(\rho C_p)_w = 4.4 \times 10^6 [J m^{-3} \text{ } ^\circ C]$
- $(\rho C_p)_s = 2.3 \times 10^6 [J m^{-3} \text{ } ^\circ C]$
- $k_s = 4.05 \times 10^{-7} [m^2 s^{-1}]$
- $P = 0.54 [atm]$
- Albedo = 0.87 [-]

4.2 Resultados modelación 1-D

A partir de una temperatura inicial de $T = 10^\circ C$, el modelo computacional desarrollado se demoró 1.3 segundos en converger con un error $e = 10^{-3} \text{ } ^\circ C$, y los resultados se muestran en la Figura 4.2.

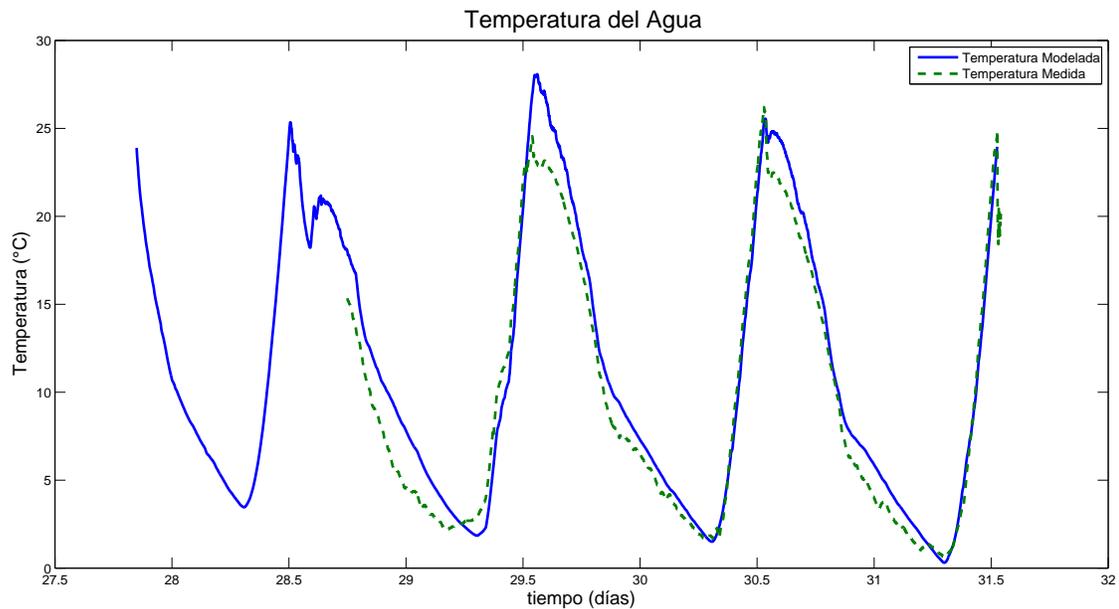


Figura 4.2: Temperatura del agua en el tiempo para datos meteorológicos del Huasco.

Haciendo la comparación con los datos medidos en terreno, el error promedio asociado al modelo es de $e = 8\%$, y su desviación estándar es de $\sigma = 2.14^\circ C$.

4.3 Resultados modelación 2-D

A partir de la misma serie de datos medidos en terreno por de la Fuente, mostrados en la Figura 4.1, se obtienen resultados de la temperatura en el tiempo para todos los nodos de la malla utilizada para el modelo (Figura 3.3).

En este capítulo se muestran resultados obtenidos de la modelación considerando el efecto de los sedimentos sobre la temperatura del agua de la laguna bajo distintos escenarios de forzantes de viento externo, utilizando a su vez distintas geometrías de lagunas.

4.3.1 Hidrodinámica

Tal como se explicó en el capítulo anterior, la hidrodinámica del modelo se considera en régimen permanente con el fin de compatibilizar las ecuaciones de conservación de masa con las de transporte de calor. Para realizar lo anterior se resuelve dicho problema con el método de Crank-Nicolson, suponiendo que ha pasado un tiempo lo suficientemente largo para que la deformación de la superficie libre de la laguna sea constante en el tiempo.

A modo de ejemplo, se muestra la Figura 4.3 y Figura 4.4, que muestran la deformación de la superficie libre en el régimen permanente bajo una velocidad del viento constante, correspondiente a $u_* = 10^{-3}m/s$ y uniforme apuntando diametralmente horizontal de izquierda a derecha.

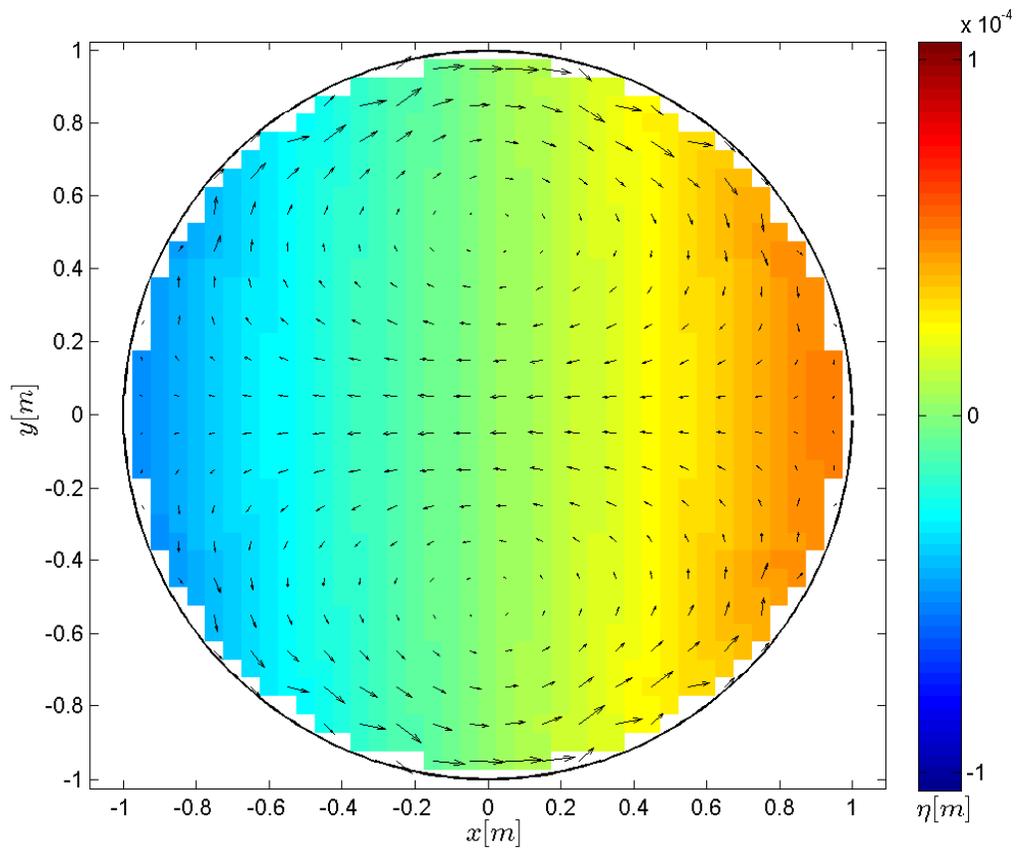


Figura 4.3: Deformación de la superficie libre del agua para una laguna de diámetro $L=100\text{m}$ y profundidad $h=0.1\text{m}$ con una velocidad del viento de $u_* = 10^{-3}\text{m/s}$

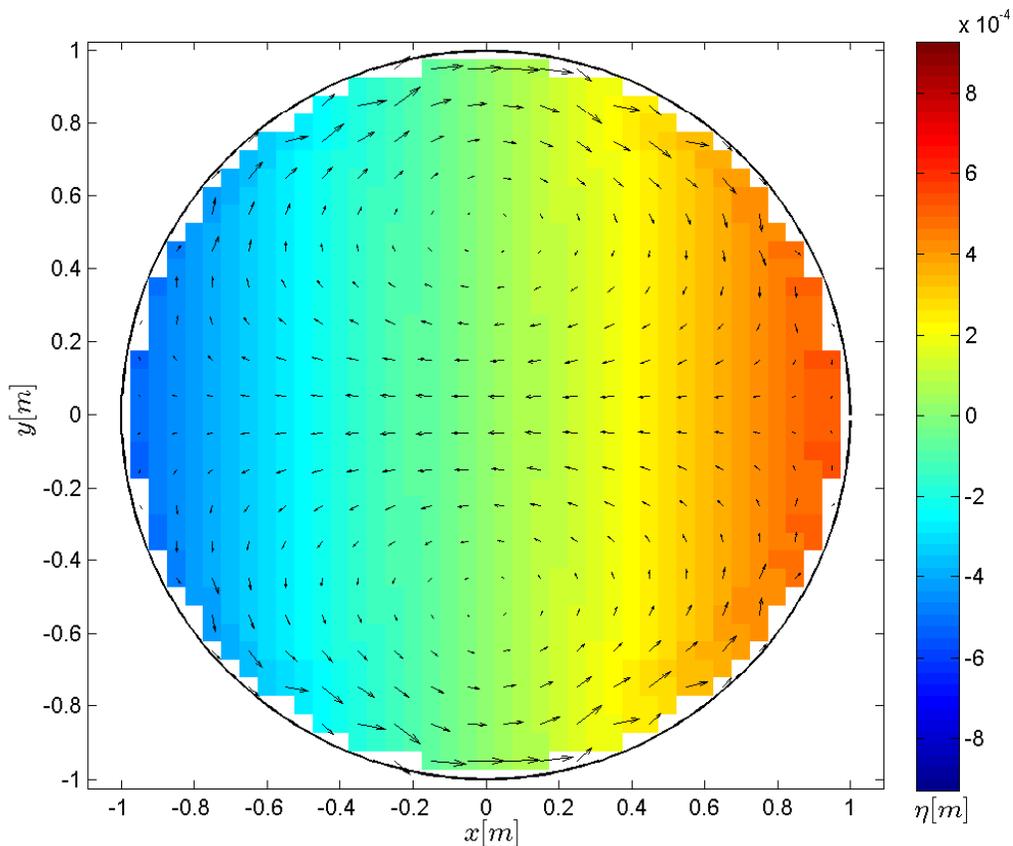


Figura 4.4: Deformación de la superficie libre del agua para una laguna de diámetro $L=1000\text{m}$ y profundidad $h=0.1\text{m}$ con una velocidad del viento de $u_* = 10^{-3}\text{m/s}$

A partir de las Figuras 4.3 y 4.4 se puede deducir que cambios del diámetro de la laguna en un orden de magnitud influyen en la deformación de la superficie libre de la laguna, haciendo que bajo una misma forzante de viento externa existan diferencias de deformación de la superficie libre del agua cercanas a un orden de magnitud. También se puede ver que en ambas geometrías existen los patrones de circulación descritos por Kranenburg (1992).

La motivación de este trabajo no es ahondar en este tema, pero de todas maneras corresponde a una parte importante de la comprensión de los flujos de calor en el sistema, debido a que por las diferencias de energía en los distintos puntos de la laguna, se generan flujos de circulación de agua a distintas temperaturas, realizando cambios sobre la mezcla térmica del sistema.

4.3.2 Variaciones Espaciales de la Temperatura

El objetivo de la modelación en 2-D es obtener la distribución espacial de la temperatura de la laguna. Como primera aproximación al problema, se modela el sistema considerando que tanto la difusión de temperatura como la velocidad del viento en la superficie son nulos.

Distribución de temperatura para diferentes lagunas

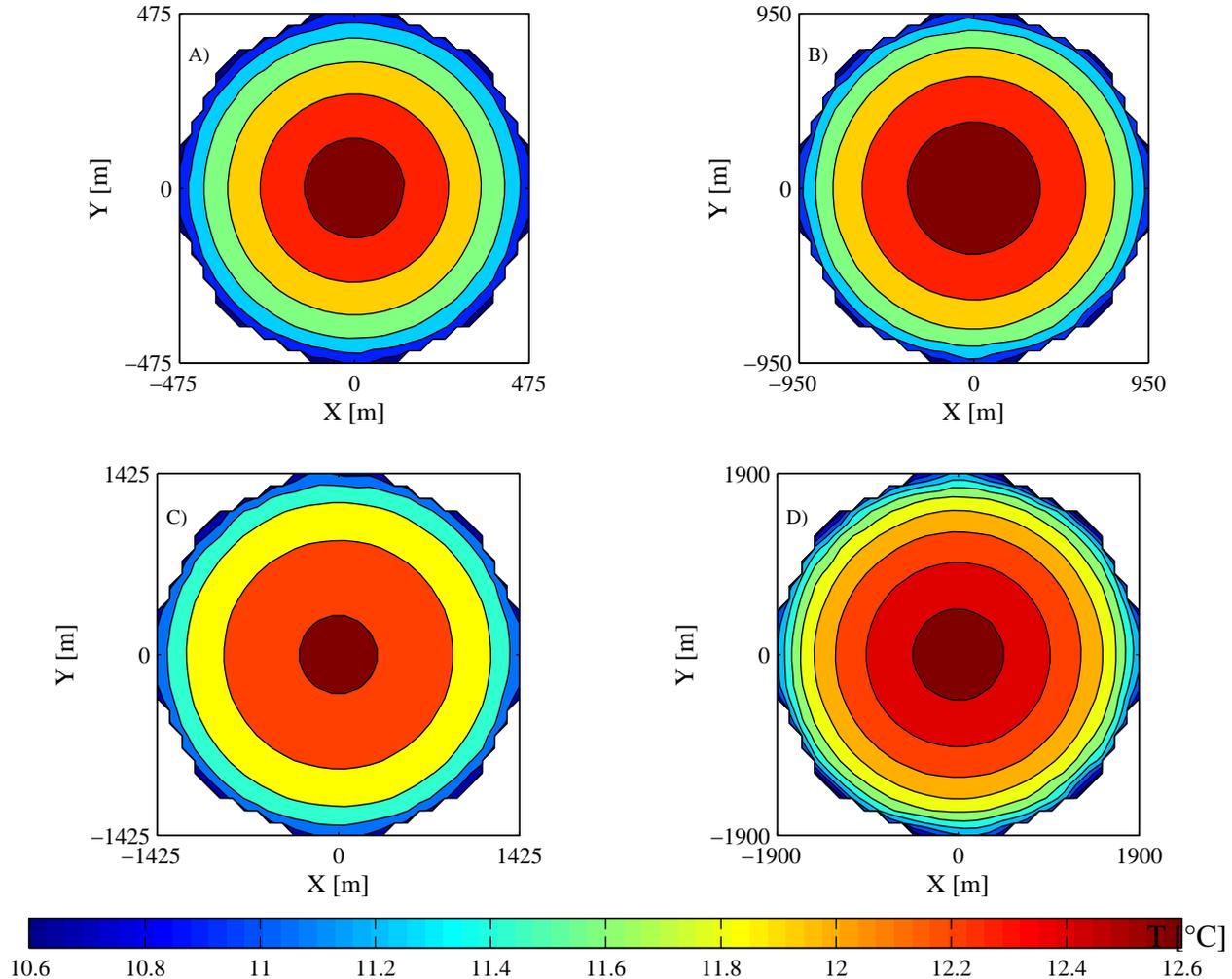


Figura 4.5: Distribución espacial de la temperatura para el mismo tiempo arbitrario, considerando coeficiente de difusión y velocidad del viento nulo en las geometrías: A) $L= 1000$ m y $h= 0.1$ m ; B) $L= 2000$ m y $h= 0.2$ m; C) $L= 3000$ m y $h= 0.3$ m; D) $L= 4000$ m y $h= 0.4$ m.

En la Figura 4.5 se puede apreciar que existe una amplitud de la variación espacial de la temperatura para un mismo instante de tiempo ocasionados sólo por la geometría de estas del orden de $\Delta T_w = 2$ °C, lo que da pie para pensar que la distribución espacial de la

temperatura bajo escenarios de viento, considerando dispersión en la horizontal es un estudio que requiere una modelación en 2-D.

4.3.3 Series de tiempo de temperatura

Un resultado importante de la modelación es la obtención de la serie de tiempo de la temperatura de la laguna, comparando lo que sucede en distintos puntos de esta. También interesa saber el comportamiento de la mezcla de la temperatura en la laguna ante distintas forzantes de viento, y con distintas geometrías de esta.

El indicador de mezcla de la laguna que se utilizó es la desviación estándar (σ) espacial de la temperatura para cada tiempo, que se define según la expresión (4.1).

$$\sigma = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2 \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

En esta sección se muestran resultados detallados para una geometría con relación de aspecto de $\psi = 10^4$. Para ello se presenta el comportamiento temporal de la temperatura para una velocidad de corte del viento desde el punto de vista del agua de $u_* = 10^{-3} \text{ m/s}$ junto con la desviación estándar de la temperatura de la laguna para distintas velocidades de corte del viento. En las Figura, se definen los tiempos de interés en negro y rojo, donde los tiempos marcados con negro son los que presentan una mayor desviación estándar y los representados en rojo representan la menor desviación estándar. La importancia del análisis en esos tiempos característicos radica en encontrar la razón por la que se producen dichos peaks y valles de la desviación estándar. Se quiere saber si se producen tan solo por la diferencia existente de la batimetría de la laguna, o si es que predomina la influencia del viento sobre ellos. Por esto se introduce un nuevo cuociente adimensional, representado por la expresión (4.2).

$$\sigma'_i = \frac{\sigma}{T_i - \bar{T}} \quad (4.2)$$

De las tres figuras restantes para la geometría mostrada, la primera de ellas corresponde a la distribución espacial de la mezcla (σ') para cada tiempo de interés determinado previamente considerando una velocidad de corte del viento de $u_* = 10^{-3} \text{ m/s}$. La figura siguiente corresponde a la distribución espacial de la temperatura para el segundo peak de la desviación estándar para distintas velocidades del viento.

Las Figuras 4.9 y 4.10 representan la tendencia del promedio espacial y temporal de la temperatura, las temperaturas máximas y mínimas alcanzadas en la ventana de tiempo analizada, y el comportamiento de la desviación estándar de la temperatura en comparación a la relación de aspecto de distintas lagunas.

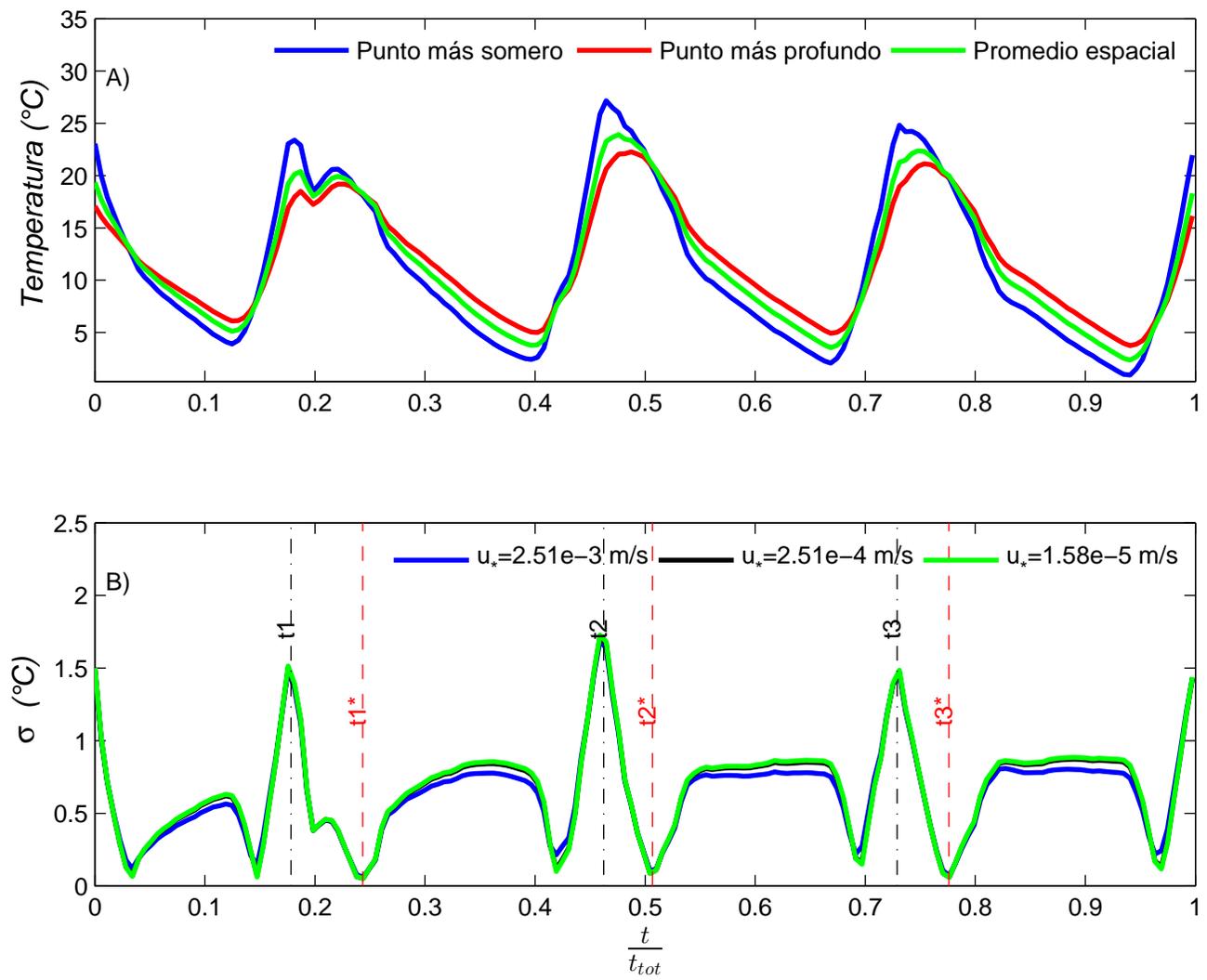


Figura 4.6: Serie de tiempo de temperatura para laguna $L=1000 \text{ m}$ y $h=0.1 \text{ m}$, donde: A) Serie de temperatura promediada en el espacio, en el punto más somero y en el punto más profundo de la laguna para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3} \text{ m/s}$; B) Serie de tiempo de la desviación estándar espacial de la temperatura

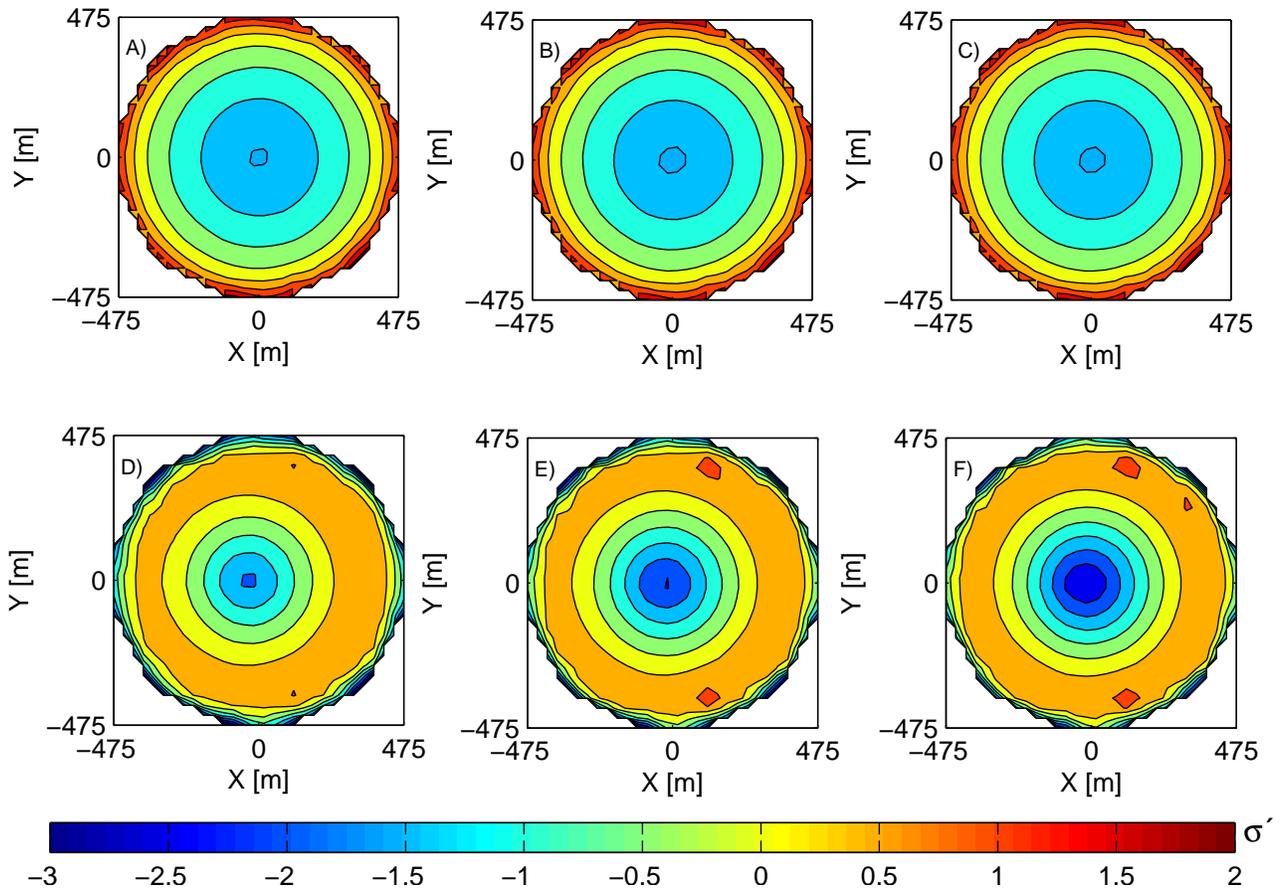


Figura 4.7: Variación Espacial Laguna $L=1000$ m y $h= 0.1$ m. En la primera fila se tiene la distribución espacial de σ' para los tiempos peaks de la desviación estándar espacial de la laguna bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: A) σ' para tiempo t_1 ; B) σ' para tiempo t_2 ; C) σ' para tiempo t_3 . En la segunda fila se encuentran los σ' para los tiempos de los valles de la desviación estándar de la temperatura bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: D) σ' para tiempo t_1^* ; E) σ' para tiempo t_2^* ; F) σ' para tiempo t_3^* .

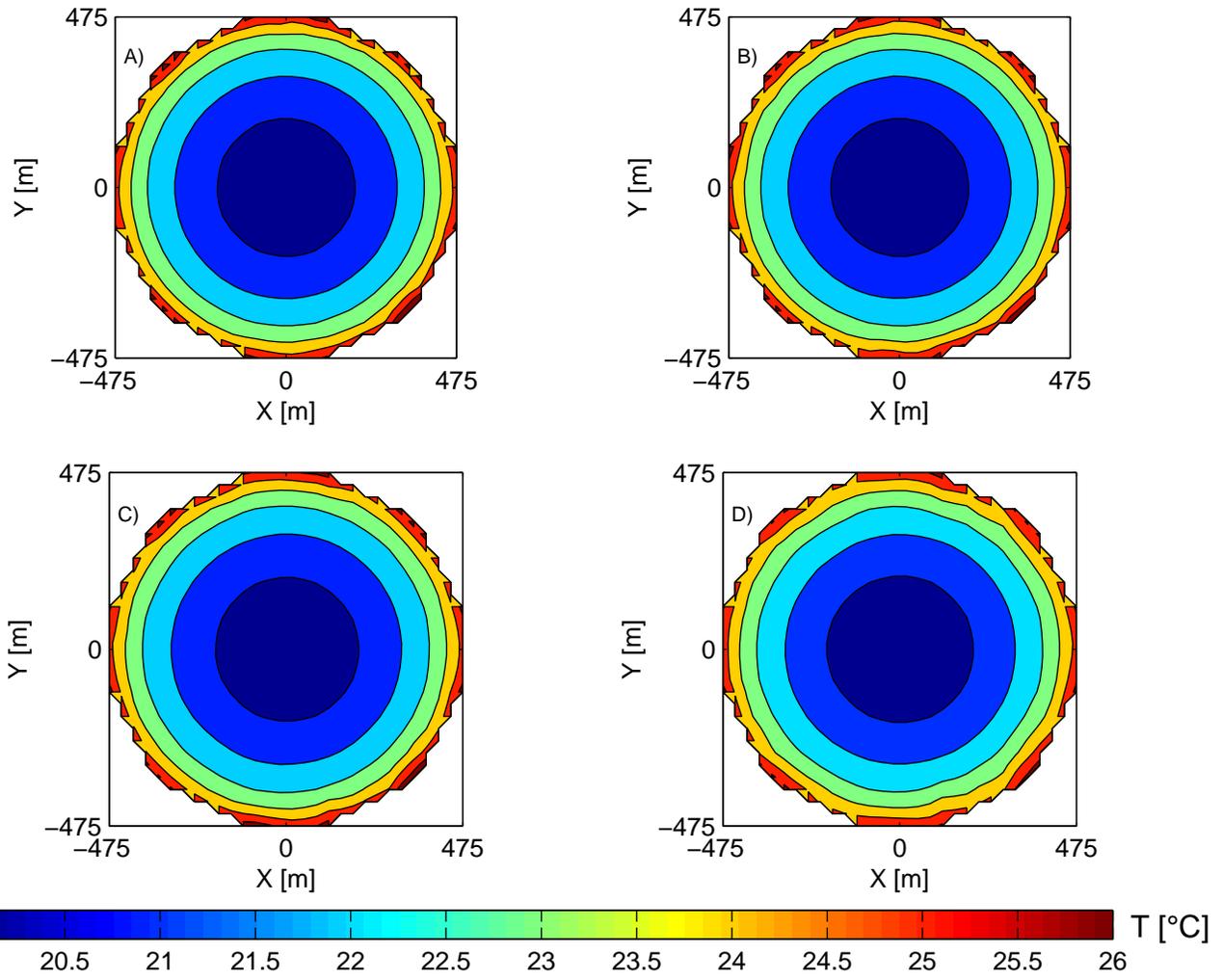


Figura 4.8: Distribución espacial de la temperatura en el tiempo t_2 para laguna de diámetro $L=1000\text{m}$ y profundidad $h=0.1\text{m}$ para las velocidades de corte del viento: A) $u_* = 6.31 \times 10^{-5}(\text{m/s})$; B) $u_* = 2.51 \times 10^{-4}(\text{m/s})$; C) $u_* = 10^{-3}(\text{m/s})$; D) $u_* = 3.98 \times 10^{-3}(\text{m/s})$.

El comportamiento espacial y temporal de la temperatura para las gemoetrías analizadas en este trabajo, es similar al mostrado en las Figuras 4.6 a 4.8. Los estadísticos de la temperatura obtenidos para los escenarios analizados se muestran en las Figuras 4.9 y 4.10.

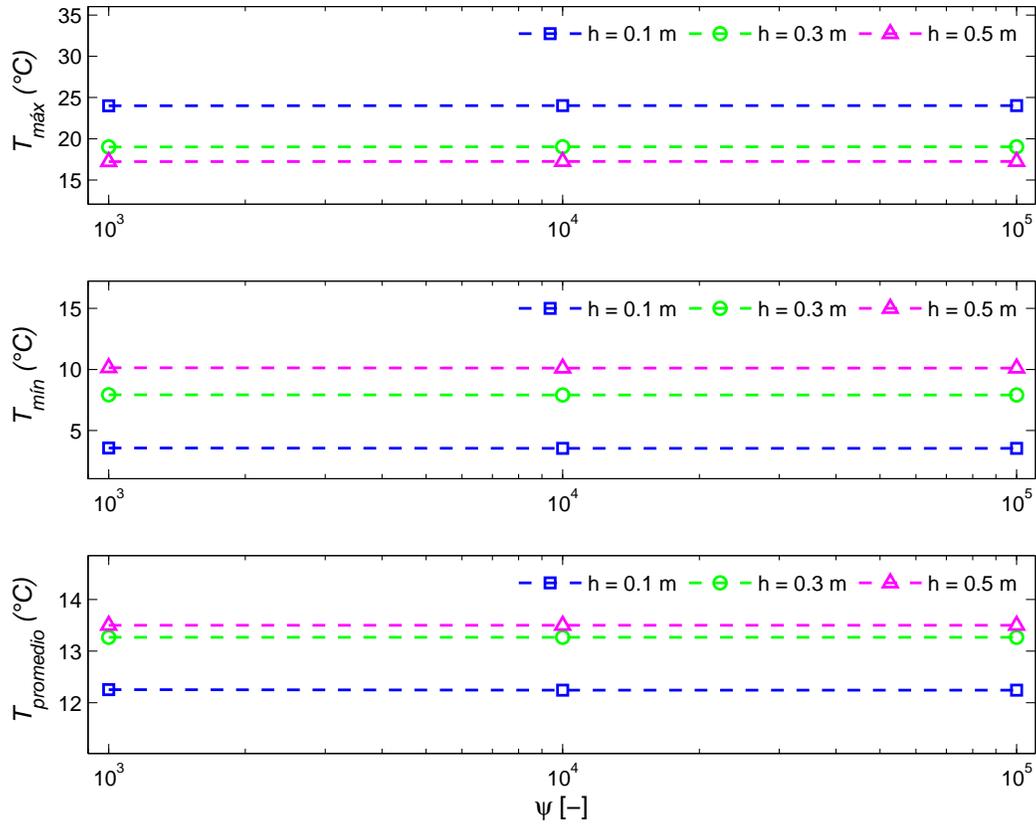


Figura 4.9: Relación de temperaturas características para distintas relaciones de aspecto, con una velocidad de corte del viento en la superficie desde el punto de vista del agua de $u_* = 10^{-3}m/s$, en donde: A) Temperatura máxima [°C]; B) Temperatura mínima [°C]; C) Temperatura promedio [°C].

En la Figura 4.9 es posible notar que el comportamiento de las temperaturas máximas, mínimas y promedio no varían con la relación de aspecto cuando se tiene la misma profundidad característica de Kranenburg, y que la tendencia se mantiene para las distintas profundidades de la laguna.

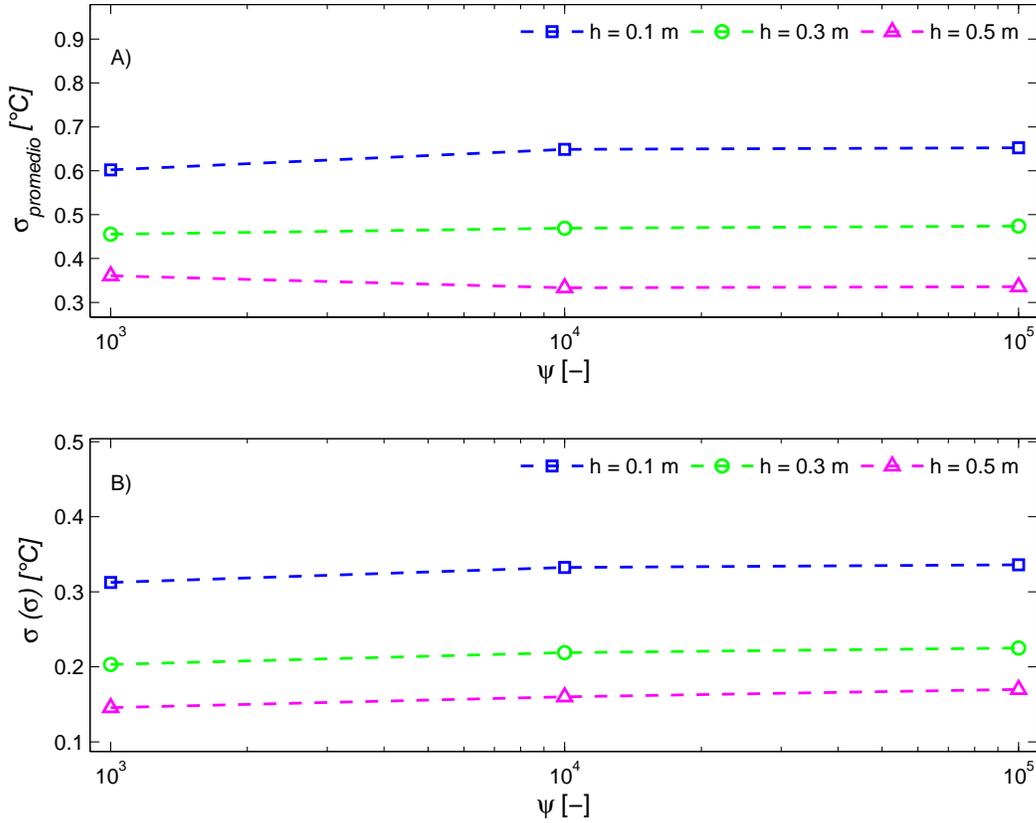


Figura 4.10: Relación de desviación estándar espacial para distintas relaciones de aspecto, con una velocidad de corte del viento en la superficie desde el punto de vista del agua de $u_* = 10^{-3}m/s$, en donde: A) σ máximo; B) Desviación estándar temporal de σ .

En la Figura 4.10 es posible darse cuenta que el comportamiento de la desviación estándar espacial σ , es parecido al de las temperaturas características presentado en la Figura 4.9. A partir de la información presentada en las Figuras 4.9 y 4.10, en conjunto con la información de las Figuras 4.6 a 4.8, se puede decir que la distribución espacial y temporal de la temperatura mantiene el mismo comportamiento para distintas geometrías. No así los valores en torno a los que fluctúa la temperatura, que si dependen de la profundidad de la laguna analizada. Para mayor detalle se puede consultar el Anexo A.1.

Para los escenarios que se muestran en la Figura 4.6, es posible ver con más detalle lo que sucede con la serie de temperatura en el tiempo para puntos someros y puntos profundos de la laguna. Es claro observar que la amplitud de la temperatura del punto somero es mayor en comparación a la del punto profundo, y la amplitud de la temperatura promedio se sitúa entre las dos anteriores, lo que es claramente esperado.

De los gráficos que representan la serie de tiempo de la variación espacial se puede deducir que el sistema no es tan sensible al forzante de viento. Contrariamente a lo que se hubiese

pensado, las condiciones de viento fuerte no hacen que la temperatura de la laguna de relación de aspecto $\psi = 10^4$ sea más homogénea.

En contraste al párrafo anterior, se tiene que la temperatura del sistema es muy sensible a la profundidad de cada punto de este, y es posible observar que la batimetría de la laguna es un factor predominante para la distribución de la temperatura en la mayoría de los casos, independiente de la velocidad del viento en la superficie.

4.3.4 Análisis de Número de Wedderburn y Número de Froude

En esta sección se analiza con más detalle la influencia de la magnitud del viento en el sistema sobre los procesos de transporte de calor en la laguna, para caracterizar dicha influencia se utiliza el número de Wedderburn de la laguna, expresado en la Ecuación 4.3 y el número de Froude de esta, expresado en la Ecuación 2.31, para diferentes escenarios de velocidad del viento y de geometría de la laguna considerando una relación de aspecto $\psi = 10^4$.

$$\mathbf{W} = \frac{g\bar{h}^2}{u_*^2 L} \quad (4.3)$$

En (4.3) g es la gravedad, \bar{h} es la profundidad característica de la geometría de Kranenburg, u_* es la velocidad de corte del viento vista por parte del agua y L es el diámetro de la laguna.

Previo a presentar los resultados, es necesario introducir los siguientes parámetros utilizados en las Figuras 4.11 a 4.14. El parámetro $\bar{\sigma}$ corresponde al promedio temporal de la desviación estándar espacial; $\frac{T}{T_w}$ es el promedio espacial y temporal de la temperatura de la laguna para una velocidad de viento en la superficie dada ponderada por el promedio de la serie de temperaturas promedio para todos los escenarios de velocidad de viento modelados; $\frac{F_{sed \rightarrow w}}{F_{sed \rightarrow w}}$ es el promedio temporal del flujo de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua para una velocidad del viento en la superficie dada ponderado por el promedio de la serie de flujos de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua promedio de todos los escenarios de velocidad de viento modelados; $\frac{F_{w \rightarrow sed}}{F_{w \rightarrow sed}}$ es lo mismo que el término anterior, solo que acá se consideran los flujos de calor desde el agua hacia los sedimentos; $\frac{F_{atm \rightarrow w}}{F_{atm \rightarrow w}}$ y $\frac{F_{w \rightarrow atm}}{F_{w \rightarrow atm}}$ corresponden a lo mismo que los términos anteriores, salvo que en este caso estos términos se refieren a los flujos de calor desde la atmósfera hacia el cuerpo de agua, y desde el agua hacia la atmósfera, respectivamente.

Ahora, lo primero que se necesita saber en este análisis, es si es que la velocidad del viento en la superficie del cuerpo de agua influye de manera diferente sobre lagunas con distintas relaciones de aspecto, y cómo se relacionan esos cambios con el número de Froude y el número de Wedderburn:

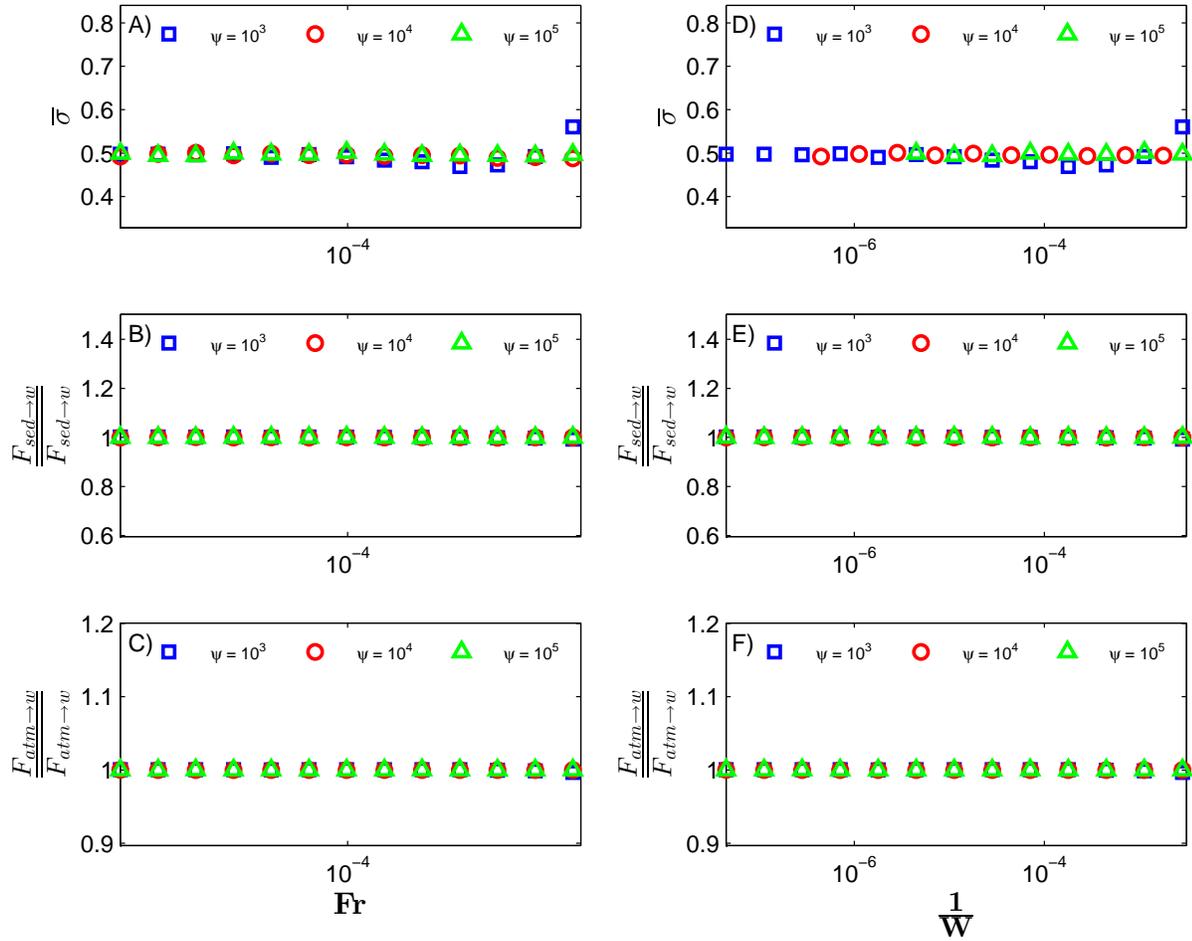


Figura 4.11: Comportamiento térmico de lagunas de distintas relaciones de aspecto con una profundidad de $h=0.1$ m, para diferentes forzantes de viento externo, representados por número de Wedderburn y Froude. En el lado izquierdo se muestran resultados en función del número de Froude y se detallan así: A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Froude; B) Promedio temporal de los flujos promedio de calor desde los sedimentos al cuerpo de agua, normalizado por el promedio de dichos datos; C) Promedio temporal de los flujos promedio de calor desde la atmósfera al cuerpo de agua, normalizado por el promedio de dichos datos. En el lado derecho de la figura se muestran los resultados en función del inverso del número de Wedderburn, y se detallan así: D) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Froude; E) Promedio temporal de los flujos promedio de calor desde los sedimentos al cuerpo de agua, normalizado por el promedio de dichos datos; F) Promedio temporal de los flujos promedio de calor desde la atmósfera al cuerpo de agua, normalizado por el promedio de dichos datos.

A partir de los resultados presentados en la Figura 4.11, es posible notar que para saber el efecto que tiene el viento en la superficie de la laguna sobre los procesos de transporte de calor en esta, se puede utilizar tanto el número de Froude como el número de Wedderburn

indistintamente. Para exponer los resultados más detallados, se escoge el número de Wedderburn.

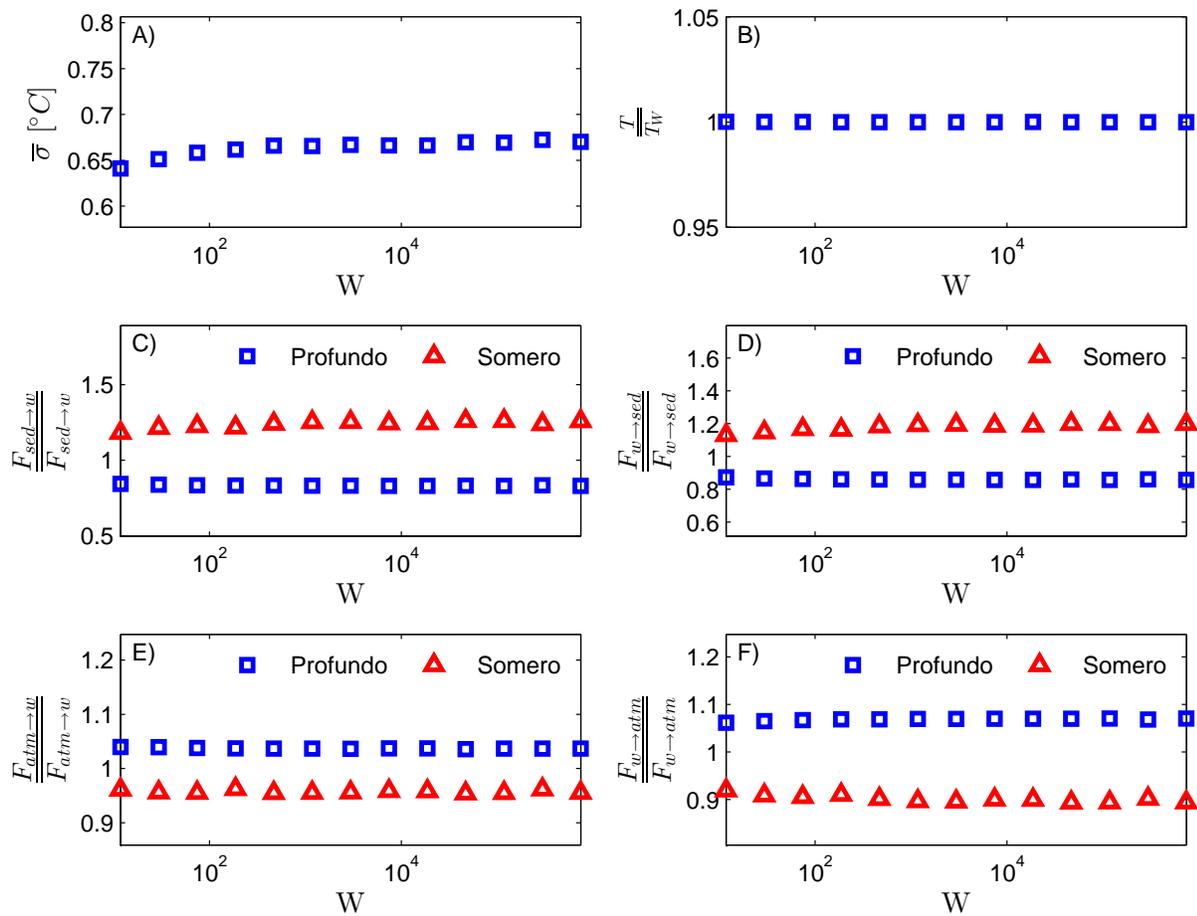


Figura 4.12: Comportamiento térmico de laguna de 1000 m de diámetro y 0.1 m de profundidad para distintos forzantes de viento externo. A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Wedderburn; B) Promedio espacial y temporal de la temperatura para cada número de Wedderburn modelado sobre el promedio de todas estas; C) Promedio temporal de los flujos de calor desde los sedimentos al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; D) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua a los sedimentos para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; E) Promedio temporal de los flujos de calor desde la atmósfera al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; F) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua hacia la atmósfera para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos.

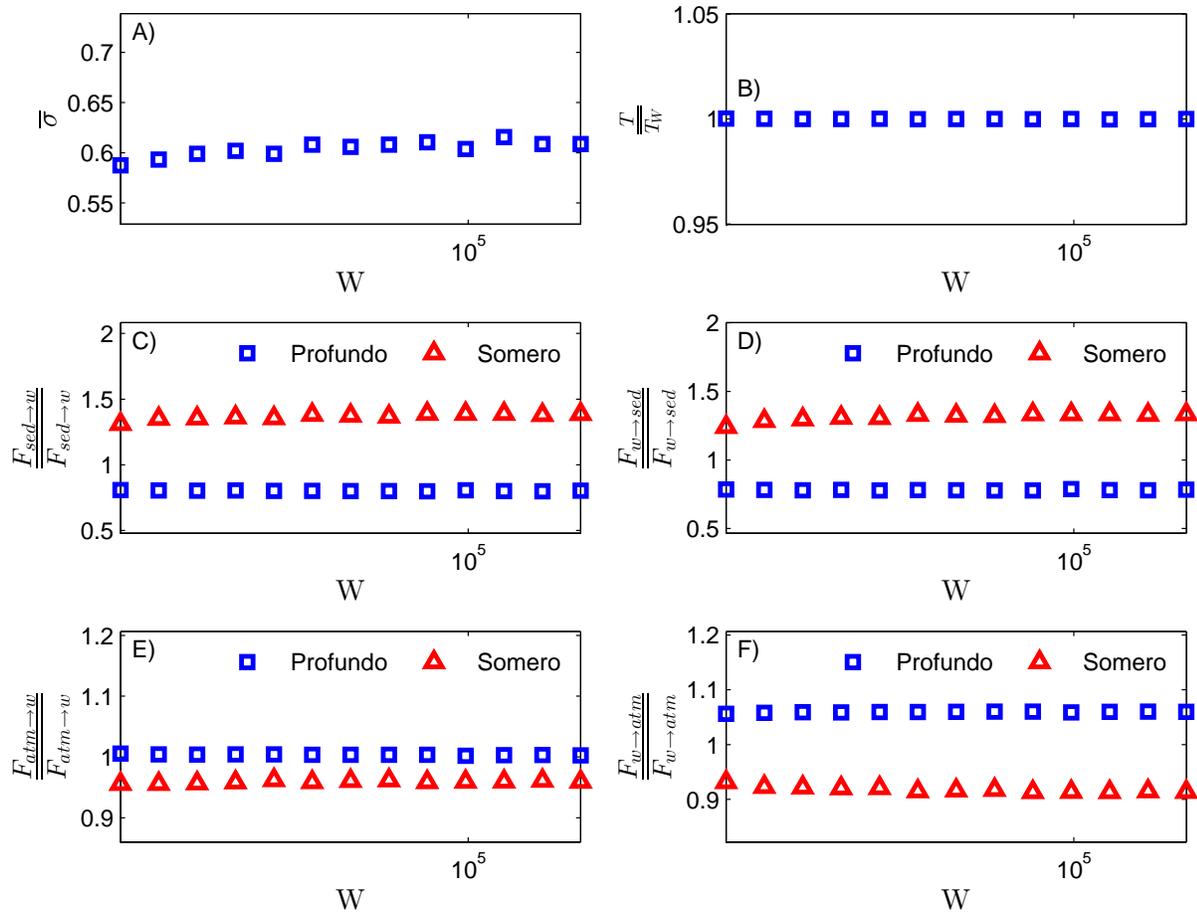


Figura 4.13: Comportamiento térmico de laguna de 2000 m de diámetro y 0.2 m de profundidad para distintos forzantes de viento externo. A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Wedderburn; B) Promedio espacial y temporal de la temperatura para cada número de Wedderburn modelado sobre el promedio de todas estas; C) Promedio temporal de los flujos de calor desde los sedimentos al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; D) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua a los sedimentos para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; E) Promedio temporal de los flujos de calor desde la atmósfera al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; F) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua hacia la atmósfera para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos.

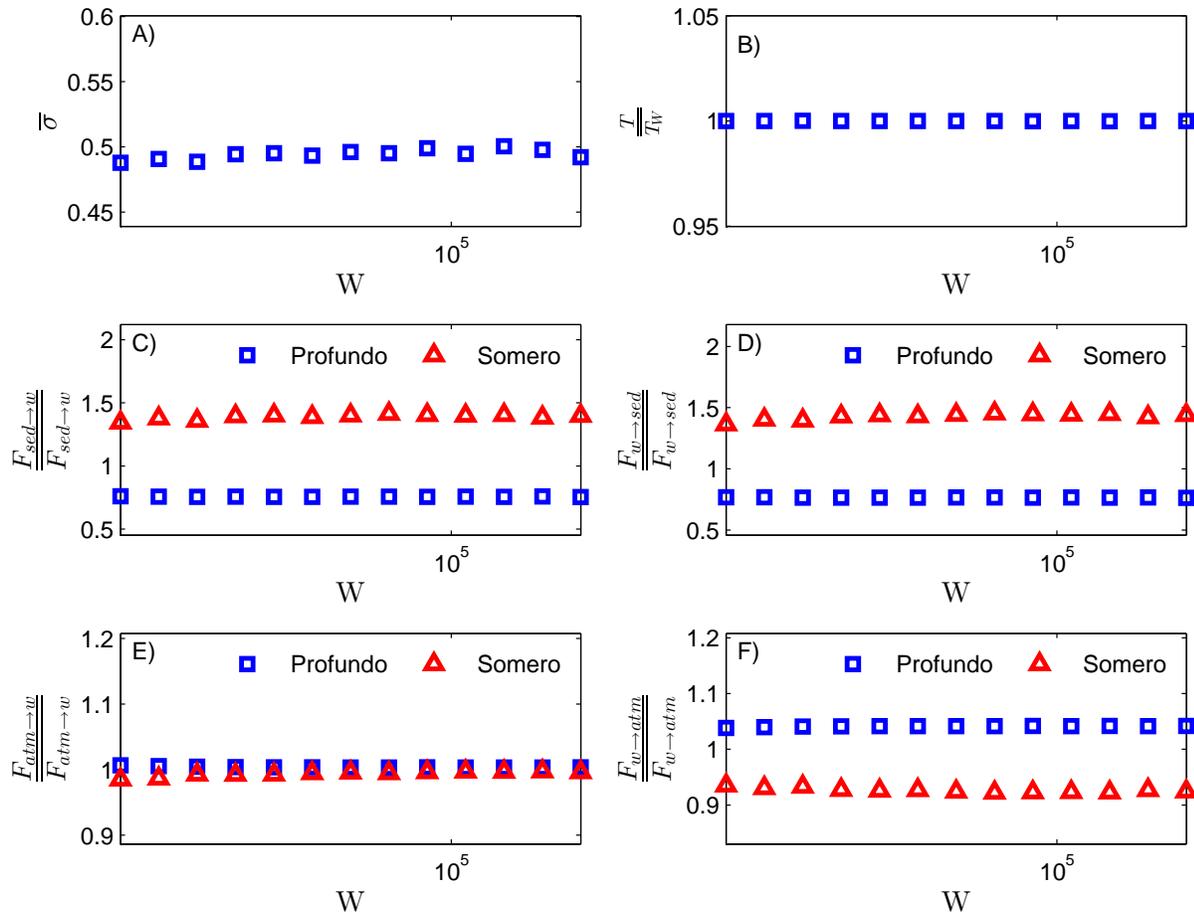


Figura 4.14: Comportamiento térmico de laguna de 3000 m de diámetro y 0.3 m de profundidad para distintos forzantes de viento externo. A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Wedderburn; B) Promedio espacial y temporal de la temperatura para cada número de Wedderburn modelado sobre el promedio de todas estas; C) Promedio temporal de los flujos de calor desde los sedimentos al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; D) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua a los sedimentos para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; E) Promedio temporal de los flujos de calor desde la atmósfera al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; F) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua hacia la atmósfera para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos.

En la Figura 4.12 se observa que hay una clara relación entre la desviación estándar de la temperatura de la laguna y la forzante externa de viento a la que está sometida. Dicho resultado concuerda con lo esperado respecto a que para mayores velocidades de viento, existirá una mayor mezcla en esta. Para esta geometría, se puede ver que los flujos de calor desde la atmósfera hacia la laguna, y desde la laguna hacia la atmósfera, no se comportan de la misma manera a medida que la velocidad del viento en la superficie de la laguna cambia

Para el caso de la laguna de diámetro 2000 m y profundidad 0.2 m (Figura 4.13), todavía se puede apreciar la relación de la mezcla de la laguna y el número de Wedderburn, sin embargo, no es clara la relación de la temperatura promedio con este último.

En los casos de lagunas más grandes, Figura 4.14, la relación de la mezcla de la laguna y de las temperaturas promedios de esta no tienen relación alguna con el número de Wedderburn. Sin embargo, es importante destacar los valores de la desviación estándar de la temperatura en estos casos, donde es mucho menor que para la laguna de 1000 m de diámetro. Esto significa que para lagunas de mayor diámetro y profundidad, la mezcla es mucho mayor que para lagunas de diámetro y profundidad menor. También se tiene que los flujos de calor no cambian ante las diferentes condiciones de viento. Las geometrías de diámetros mayores ($L = 4000$ m y $L = 5000$ m) se comportan de la misma manera que lo que se muestra en la Figura 4.14. Esto se puede ver con mayor detalle en el anexo A.2.

4.3.5 Número de Nusselt

Otra pregunta que se debe responder con los resultados obtenidos para la modelación de 2 dimensiones es la siguiente: ¿Son los procesos de transporte de calor convectivo dominantes en el sistema, o dominan los procesos de transporte conductivo?

Para responder la pregunta formulada recientemente fue necesario determinar el número de Nusselt en el sistema para distintas geometrías. En este caso, se considera que la laguna no está sometida a condiciones de viento, ya que ese caso es el más crítico, es decir, donde la razón de transporte convectivo sobre transporte conductivo debiese ser mayor debido a que está demostrado que el número de Nusselt decrece a medida que aumenta el número de Peclet (Bejan & Imberger, 1979).

Debido a que se considera que no existe viento en la superficie de la laguna, la expresión para el número de Nusselt bajo estas condiciones difiere de la mostrada en el Capítulo 2, y es la que se muestra en la Ecuación 4.4, que es igual a la que se muestra en Cormack *et al.* (1974), pero con el término 2.86×10^{-6} modificado por 2.76×10^{-6} (Bejan & Imberger, 1979).

$$Nu = A(1 + 2.76 \times 10^{-6}Gr^2Pr^2A^2) \quad (4.4)$$

La trascendencia de este resultado radica en que dependiendo de lo obtenido cambia el coeficiente de dispersión de temperatura que se utiliza en la modelación.

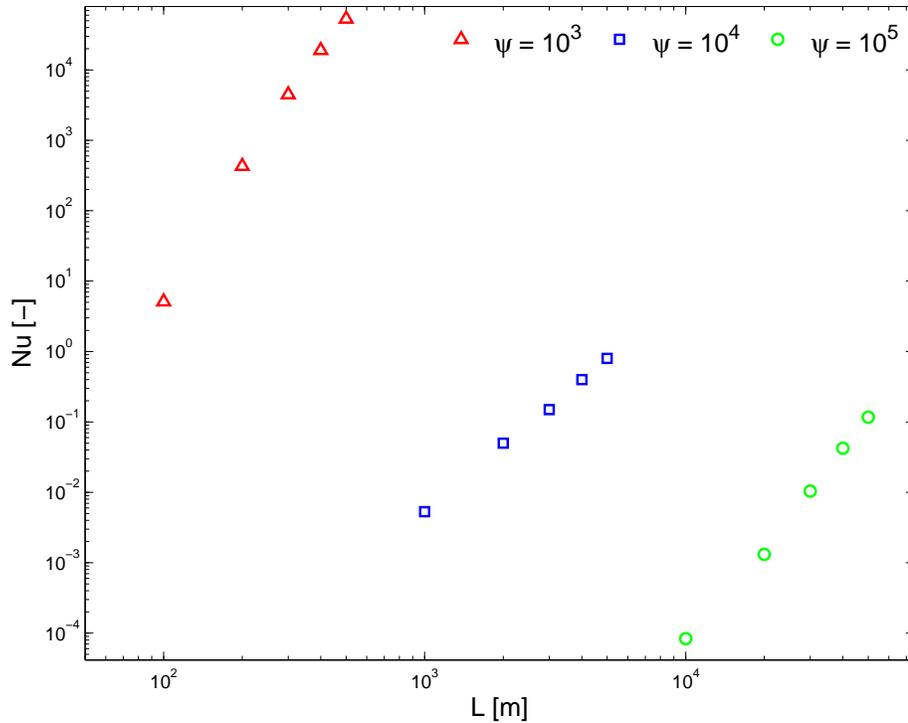


Figura 4.15: Número de Nusselt para lagunas de distintos radios en base a tres diferentes relaciones de aspecto

En la Figura 4.15 se puede apreciar que para relaciones de aspecto de $\psi = 10^3$ el número de Nusselt obtenido es mayor a 1 en la mayoría de los casos, lo que significa que en condiciones donde no existe viento en la superficie, el transporte de calor es mayoritariamente debido a la convección. Sin embargo, para las relaciones de aspecto $\psi = 10^4$ y $\psi = 10^5$ se obtiene que el número de Nusselt es menor que 1 en la mayoría de los casos, salvo para la laguna de $L=5000$ m y $h=0.5$ m, donde el número de Nusselt obtenido corresponde a 1.25.

Debido a que los resultados de números de Nusselt fueron calculados en base a que no existe viento, y como se dijo anteriormente, el número de Nusselt decrece en función de la velocidad del flujo del sistema modelado, se asume que para las relaciones de aspecto $\psi = 10^4$ y $\psi = 10^5$ es posible considerar que el transporte de calor es por conducción, lo que lleva a determinar que las lagunas que se analizarán con mayor énfasis en esta memoria corresponden a las de dichas relaciones de aspecto, y el coeficiente de dispersión que se utiliza en estos casos corresponde a los propuestos por Holly Jr & Usseglio-Polatera (1984), previamente mostrados en el Capítulo 2.

4.3.6 Relación de la temperatura promedio y geometría de la laguna

Otro de los análisis que permite realizar el modelo de 2-D es la relación de las distintas relaciones de aspecto y las temperaturas características del sistema.

A continuación se muestra la influencia de la relación de aspecto, del radio y de la altura de la laguna con las temperaturas características de esta para condiciones normales de viento, es decir, con una velocidad de corte del viento vista desde el agua de $u_* = 10^{-3}m/s$, también para condiciones de vientos fuertes, específicamente $u_* = 2.51 \times 10^{-3}m/s$, y para condiciones de viento suaves $u_* = 10^{-4}m/s$.

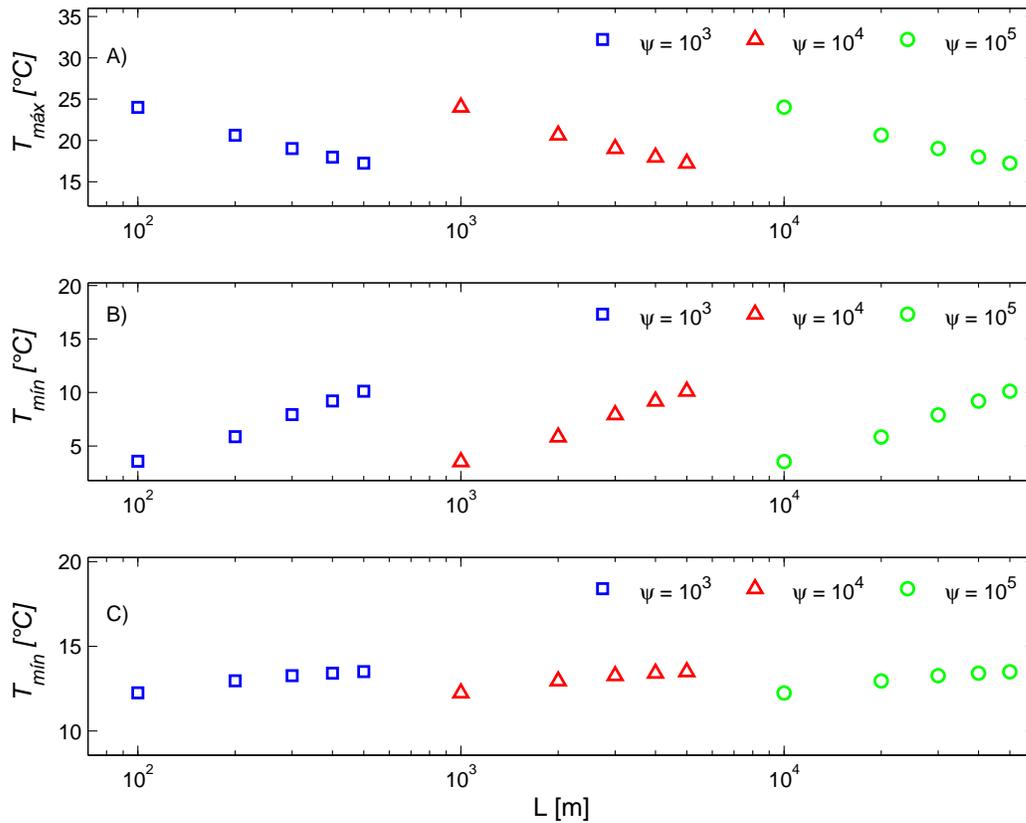


Figura 4.16: Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 10^{-3}m/s$, con: A) Temperatura máxima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3}m/s$; B) Temperatura mínima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3}m/s$; C) Temperatura promedio de las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3}m/s$;

En la Figura 4.16 se puede observar rápidamente que la relación de aspecto de la laguna no tiene una influencia mayor sobre las temperaturas características de la laguna, es decir, la

temperatura promedio en el tiempo y espacio no se ve afectada por dicho cociente. Sin embargo, es directo ver que la profundidad de la laguna si tiene que ver con los valores de la temperatura.

La temperatura máxima de la laguna va a ser mayor a medida que la profundidad de esta es menor, cosa que es esperable debido a que simplificando la ecuación de transporte de calor, y haciendo que los flujos de calor externos no dependan de la temperatura, se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \propto \frac{1}{h} \quad (4.5)$$

Con la simplificación mostrada en la ecuación (4.5) se desprende que la amplitud de la temperatura es inversamente proporcional a la profundidad de esta, a partir de lo cual se explica los gráficos A) y B) de la Figura 4.16.

El gráfico C) de la Figura 4.16 es interesante, debido a que no hay una relación directa que permita explicar dicho fenómeno. Los resultados entregan una relación clara entre la temperatura promedio espacial y temporal de la laguna y la profundidad de ésta, lo que significa que la inercia térmica del volumen de agua en la laguna tiene mayor importancia que los flujos de calor externos que existen en el sistema modelado.

Ahora, los resultados para unas condiciones de viento fuerte, $u_* = 2.51 \times 10^{-3} m/s$, se pueden ver en la Figura 4.17.

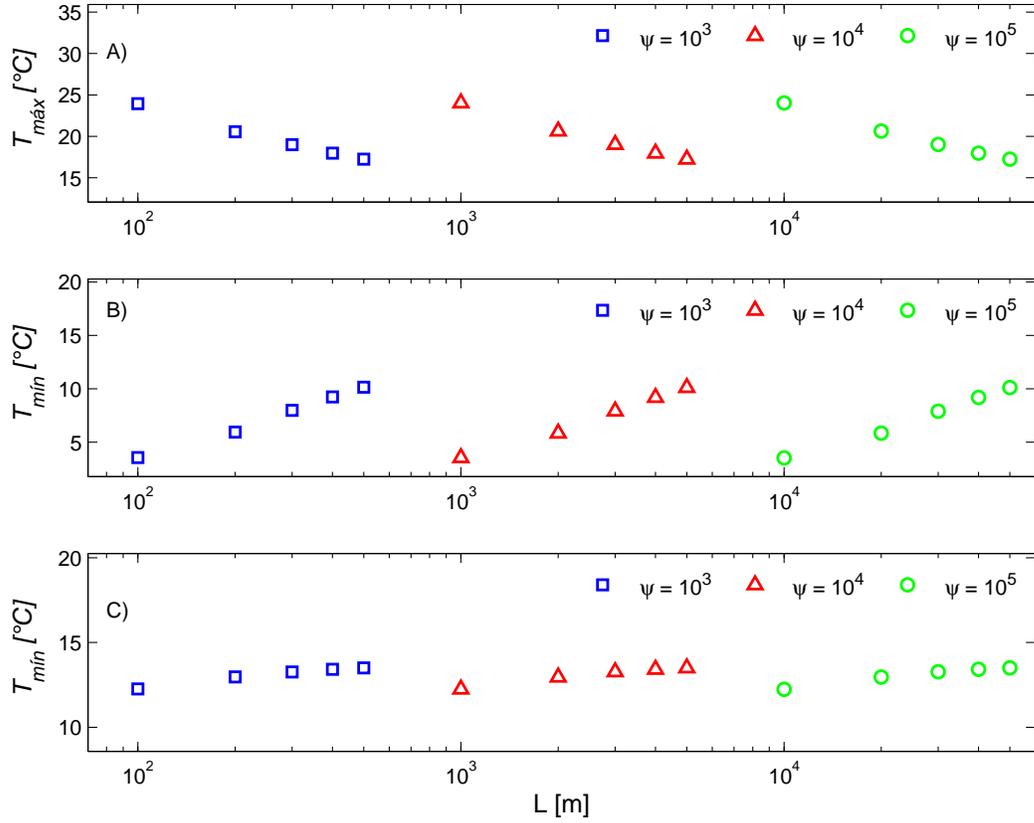


Figura 4.17: Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 2.51 \times 10^{-3} \text{m/s}$, con: A) Temperatura máxima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 2.51 \times 10^{-3} \text{m/s}$; B) Temperatura mínima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 2.51 \times 10^{-3} \text{m/s}$; C) Temperatura promedio de las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 2.51 \times 10^{-3} \text{m/s}$;

Es posible deducir de la Figura 4.17 que el comportamiento de las temperaturas máximas, mínimas y promedio no se ven afectadas por la magnitud del viento, a pesar de que sea muy alto.

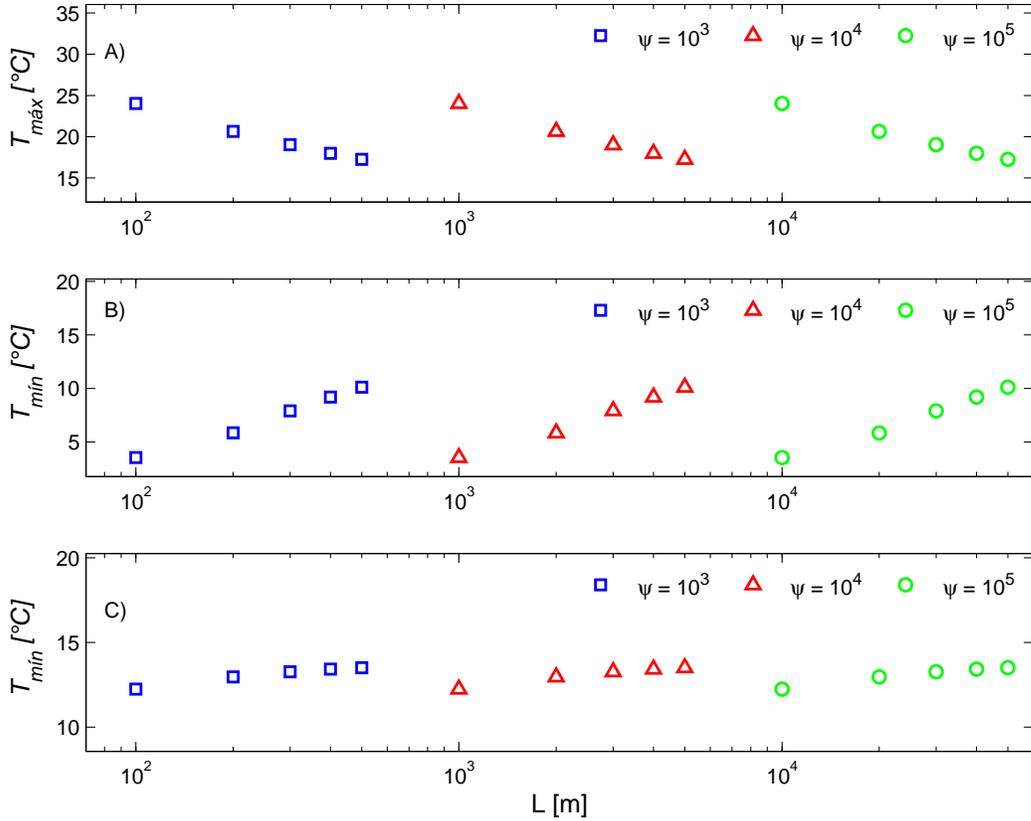


Figura 4.18: Temperaturas características para velocidad del viento $u_* = 10^{-4}m/s$, con: A) Temperatura máxima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-4}m/s$; B) Temperatura mínima alcanzada por las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-4}m/s$; C) Temperatura promedio de las lagunas para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-4}m/s$;

Comparando lo obtenido para condiciones de viento suave en la Figura 4.18 con los otros escenarios donde el viento es más fuerte, se aprecia una consistencia de la tendencia que se explicaba anteriormente sobre la relación de la temperatura y la profundidad de la laguna.

También se desprende que para distintas velocidades de viento las temperaturas promedio, máximas y mínimas de la laguna no se ven tan afectadas, incluso cuando sus geometrías sean distintas. Es necesario recalcar que lo anterior no significa que el viento no tenga influencia sobre la temperatura de la laguna, ya que en este caso se está analizando la temperatura promedio de la laguna, es decir se están evitando las variaciones espaciales de la temperatura producidas por el viento existente en la superficie.

Ahora, para la explicación del fenómeno que sucede con la temperatura promedio de las lagunas, y su aumento a medida que la laguna se hace más profunda, es necesario introducir

los conceptos de flujos de calor incidentes, flujos salientes y la componente inercial, utilizando la ecuación de transporte de calor simplificada:

$$(\rho C_p)_w h \frac{\partial T_w}{\partial t} = H_{in} - H_{out} \quad (4.6)$$

La componente inercial del sistema es el lado izquierdo de la Ecuación 4.6, mientras que los flujos de calor externos son los representados por el lado derecho de esta.

Claramente la inercia de una laguna es proporcional a su profundidad, lo que significa que para lagunas más profundas la diferencia entre los flujos de calor de entrada y salida debe ser mayor. Lo que produce dicha diferencia de flujos de calor es la componente saliente de los sedimentos, que para lagunas más profundas es menor, debido a que tal como se vio más arriba, la amplitud de la temperatura del agua de las lagunas más profundas es más pequeña, lo que conlleva a menores diferencias de temperatura con los sedimentos, y por consiguiente, menores flujos de calor entre sedimentos y el cuerpo de agua.

En la Figura 4.19 se muestra que la diferencia de los flujos de calor aumentan a medida que aumenta la profundidad de la laguna, tal como la componente inercial.

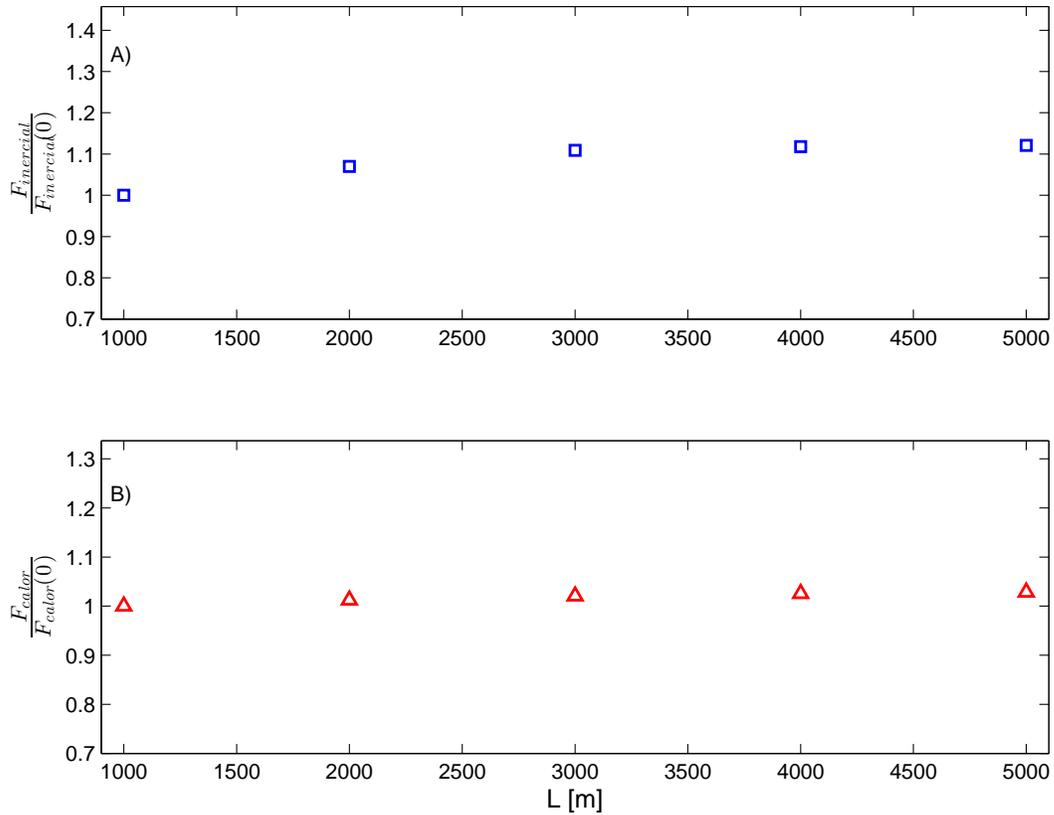


Figura 4.19: Comportamiento de flujos de calor y componente inercial para distintos radios y profundidades con una relación de aspecto $\psi = 10^3$ y una velocidad de corte del viento vista desde el agua de $u_* = 10^{-3} m/s$. A) incremento del flujo de calor inercial promedio; B) incremento de diferencia de flujos de calor promedio

Se entiende entonces, que tanto el promedio de la componente inercial del balance de calor como el balance de los flujos de calor promedio son crecientes con la profundidad de la laguna hasta el diámetro la profundidad $h = 0.3$ m, donde el comportamiento empieza a ser constante a medida que la laguna se hace más profunda. Para mayor entendimiento de este fenómeno, se analizaron los flujos de calor dependientes de la temperatura del agua mostrados en la Figura 4.20.

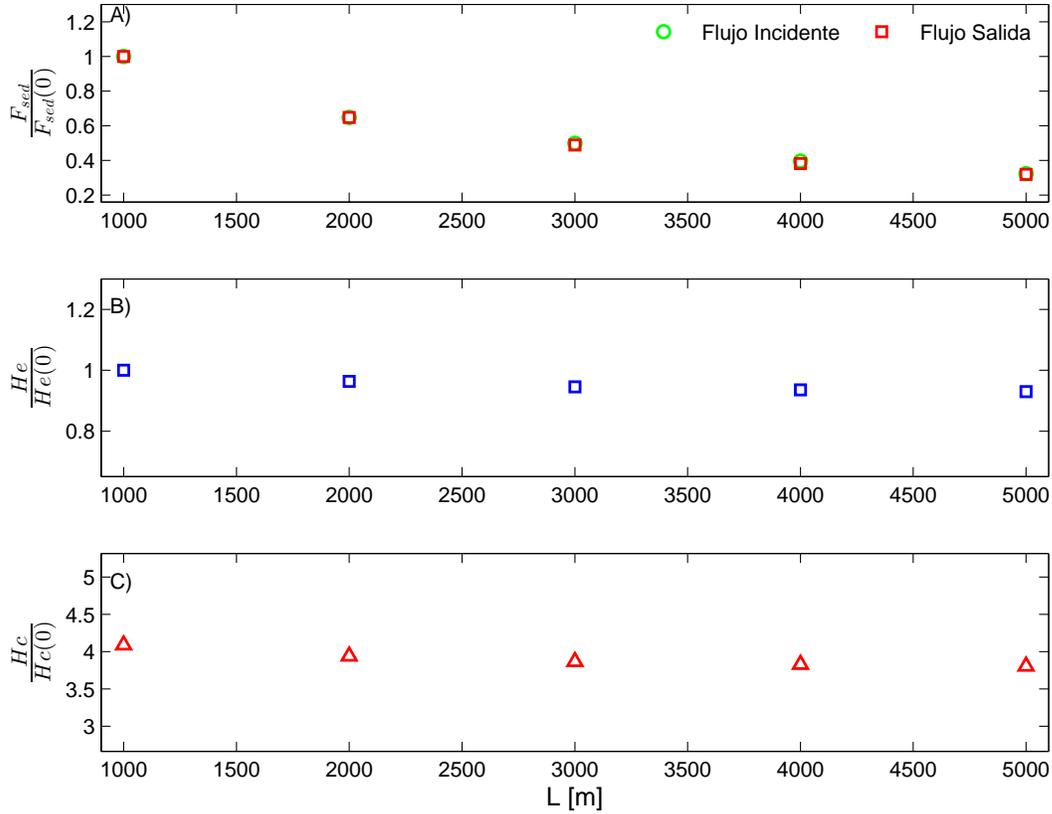


Figura 4.20: Comportamiento de flujos de calor para distintos radios y profundidades con una relación de aspecto $\psi = 10^3$ y una velocidad de corte del viento vista desde el agua de $u_* = 10^{-3} m/s$. A) Comportamiento de flujos desde y hacia los sedimentos; B) Comportamiento del flujo de calor evaporativo; C) Comportamiento de flujo de calor convectivo

En la Figura 4.20 es posible apreciar que todos los flujos de salida dependientes de la temperatura del agua decrecen según la laguna se hace más profunda hasta $h = 0.3$ m, que desde esa profundidad los valores empiezan a tener un comportamiento constante, sin embargo también se ve que los flujos de calor desde y hacia los sedimentos son los que varían más.

Lo anterior se puede explicar analizando la ecuación de los flujos de calor de los sedimentos:

$$H_{sed} = -K_t (\rho C_p)_w (T_w - T_{WSI}) \quad (4.7)$$

Al disminuir la amplitud de la temperatura del agua, la diferencia de temperaturas entre esta y los sedimentos disminuye, haciendo que tanto el flujo de calor que va desde el agua hacia los sedimentos como el flujo de calor que va desde los sedimentos hacia el agua disminuya. Dicho fenómeno se explica con la Figura 4.21, en la que se muestran los flujos promedios y las fluctuaciones, introduciendo previamente el siguiente concepto de fluctuaciones.

$$\overline{H(T_w)} = H(\overline{T_w}) + O(T'_w) \quad (4.8)$$

En la Ecuación 4.8, el término de la izquierda corresponde al promedio de los flujos de calor con la atmósfera, mientras que el primer término de la derecha corresponde a los flujos de calor con la atmósfera obtenidos a partir del promedio de la temperatura. El último término de la derecha es función de las fluctuaciones de la temperatura.

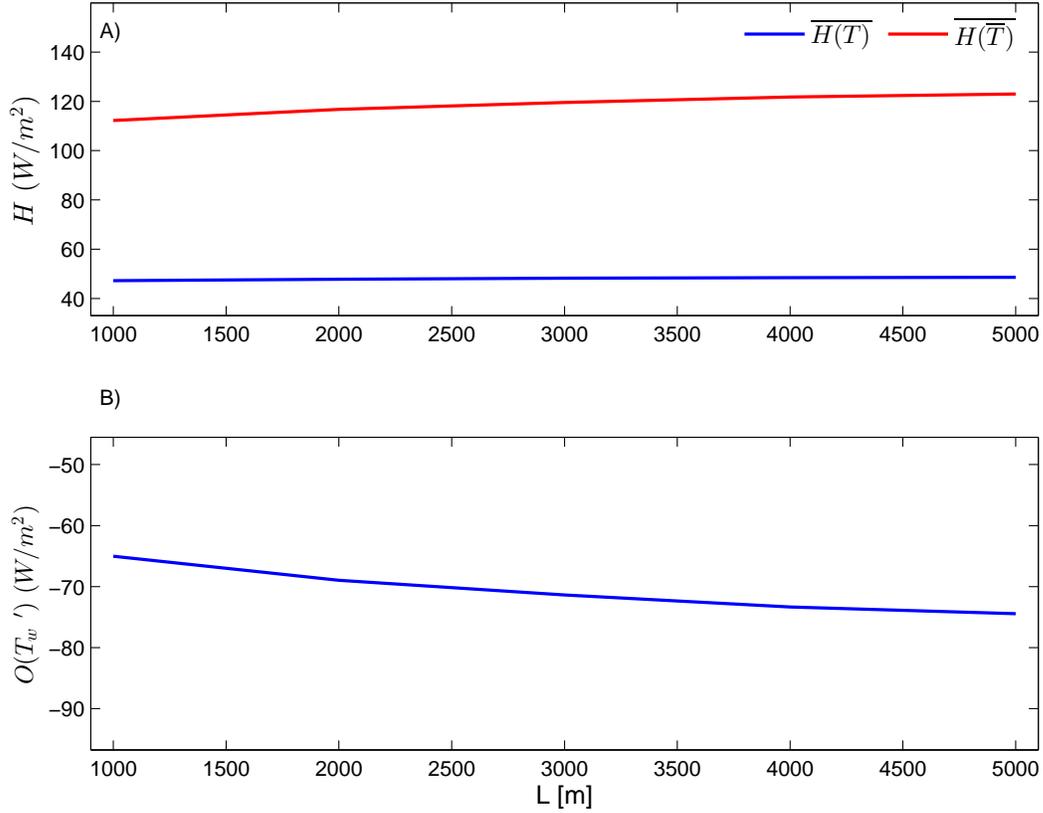


Figura 4.21: Flujos de calor promedio y flujos de calor de la temperatura promedio para distintos radios y profundidades con una relación de aspecto $\psi = 10^3$ y una velocidad de corte del viento vista desde el agua de $u_* = 10^{-3} \text{m/s}$. A) Relación de ambos flujos de calor; B) Comportamiento de las fluctuaciones

En la Figura 4.21 se verifica que las fluctuaciones de la temperatura son menores para las lagunas más profundas. Esto significa que, al aumentar la profundidad de esta, se registra una mayor inercia en el sistema en conjunto con una menor fluctuación de la temperatura. Ahora, realizando el mismo análisis con los flujos desde y hacia los sedimentos, se tiene lo siguiente:

$$\overline{H_{sed\ in}} = H_{sed\ in}(\overline{T}) + O(T') \quad (4.9)$$

donde $\overline{H_{sed\ in}}$ es el promedio de los flujos de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua, $H_{sed\ in}(\overline{T})$ es el flujo de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua calculados con la temperatura promedio, y $O(T')$ son los flujos de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua debido a las fluctuaciones de la temperatura.

Gráficamente, lo visto en la Ecuación 4.9, se puede ver en la Figura 4.22.

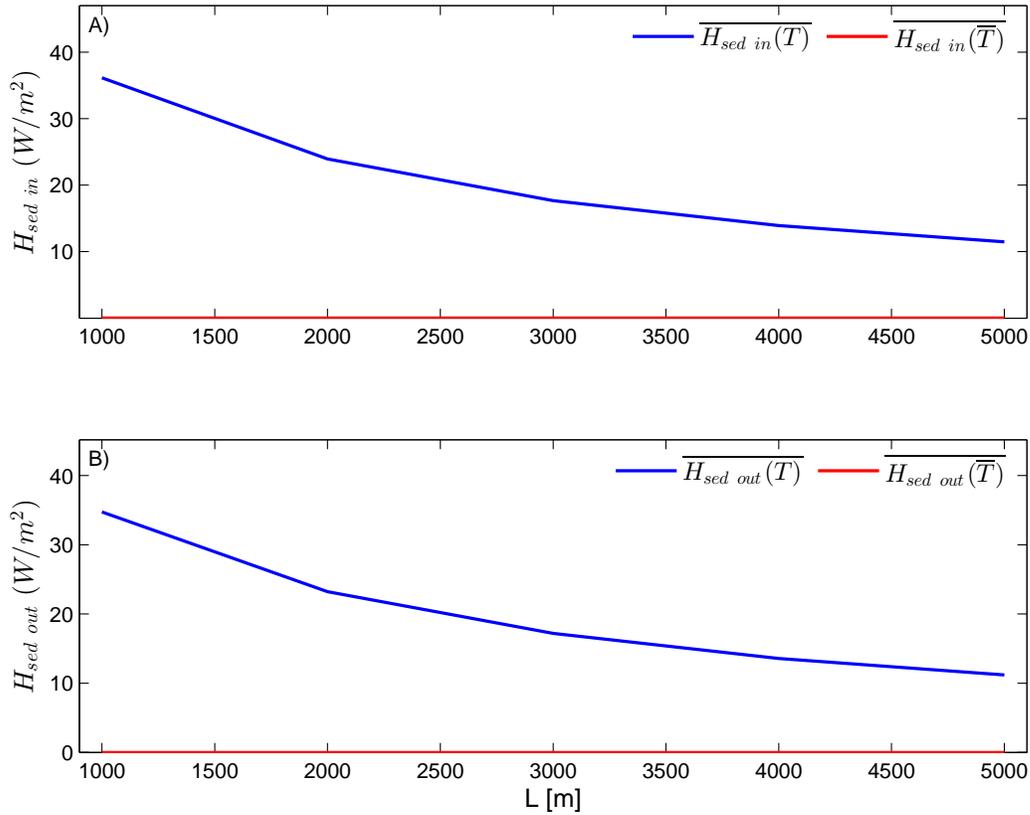


Figura 4.22: Flujos de calor desde y hacia los sedimentos para distintos radios y profundidades con una relación de aspecto $\psi = 10^3$ y una velocidad de corte del viento vista desde el agua de $u_* = 10^{-3}m/s$. A) Flujos de calor desde los sedimentos hacia el cuerpo de agua; B) Flujos de calor desde el cuerpo de agua hacia los sedimentos

En la Figura 4.22 se puede apreciar que todos los flujos desde el cuerpo hacia los sedimentos, y viceversa, se deben a las fluctuaciones de la temperatura del agua. También se puede apreciar que los flujos salientes y entrantes se comportan de la misma manera.

Considerando los resultados obtenidos, y utilizando la ecuación promedio de transporte de calor en 1-D (4.10), se puede explicar por qué la temperatura promedio de la laguna aumenta a medida que se hace más profunda:

$$\overline{(\rho C_p)_w h \frac{\partial T_w}{\partial t}} = \overline{H_{in}} - \overline{H_{out}} + \overline{H_{sed in}} - \overline{H_{sed out}} \quad (4.10)$$

Realizando la descomposición que se utilizó en las Ecuaciones 4.8 y 4.9, y considerando los resultados que se presentan en las Figuras 4.21 y 4.22, se tiene lo siguiente:

$$\overline{(\rho C_p)_w h \frac{\partial T_w}{\partial t}} = H_{atm}(\overline{T}) + O_1(T') + H_{sed}(\overline{T}) + O_2(T') \quad (4.11)$$

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$H_{atm}(\overline{T}) \propto \overline{T}, \quad (4.12)$$

$$O_1(T') \propto \frac{1}{h}, \quad (4.13)$$

$$H_{sed}(\overline{T}) = 0, \quad (4.14)$$

$$O_2(T') = 0, \quad (4.15)$$

la Ecuación 4.11 se reduce a la siguiente expresión:

$$\overline{(\rho C_p)_w h \frac{\partial T_w}{\partial t}} = C_1 \cdot \overline{T} + \frac{C_2}{h} \quad (4.16)$$

donde C_1 y C_2 son constantes que no dependen de la temperatura del agua. Finalmente, en 4.16 se puede apreciar que la temperatura promedio de la laguna aumenta a medida que aumenta la profundidad de la laguna.

4.3.7 Tiempos de cómputo

A partir de 15 modelaciones realizadas con los datos medidos en terreno por de la Fuente, mostrados en la figura 4.1, se registraron los tiempos de cómputo del modelo de transferencia de calor para distintas geometrías manteniendo el número de volúmenes finitos utilizando un computador con Windows 8.1, procesador Intel(R) Core(TM) i7-3630QM CPU @ 2.40 GHz y 8.00 GB de ram.

Antes de presentar los resultados se requiere definir el término Razón de discretización, R_{dis} :

$$R_{dis} = \frac{L_{VC}}{L_{Laguna}} \quad (4.17)$$

donde L_{VC} es el ancho de cada uno de los volúmenes de control considerados para resolver la ecuación de transporte de calor, que juntos conforman la malla numérica; y L_{Laguna} corresponde al diámetro de la laguna.

Tabla 4.1: Tiempos de cómputo para distintas discretizaciones, para 3 días de datos meteorológicos con una frecuencia de $f = 1/60[1/s]$

	Malla gruesa	Malla normal	Malla fina
R_{dis}	1/5	1/10	1/20
Número de volúmenes	80	316	1264
Tiempo cómputo promedio [min]	1.5	4.7	17.7

Se puede apreciar en la Tabla 4.1, que para el fenómeno estudiado, el desarrollo de un método método espectral en conjunto con el método de volúmenes finitos para resolver las ecuaciones de transporte estudiadas en este trabajo, resulta útil para obtener resultados de modelaciones con una alta cantidad de datos en tiempos no mayores a los 20 minutos.

Considerando la frecuencia de los datos de entrada utilizados para el modelo, que corresponde a 1 dato por minuto, se pueden tener resultados de modelaciones para varios años con datos tomados con una menor frecuencia, utilizando la malla normal en menos de una hora de cómputo.

Ahora, utilizando el mismo computador, y considerando la serie de datos de 2 años, los tiempos de cómputo promedio son los detallados en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: Tiempos de cómputo para distintas discretizaciones, para 2 años de datos meteorológicos con una frecuencia de $f = 1/3600[1/s]$

	Malla gruesa	Malla normal	Malla fina
R_{dis}	1/5	1/10	1/20
Número de volúmenes	80	316	1264
Tiempo cómputo promedio [min]	12.1	26.8	101.1
Desviación estándar [min]	1.0	0.5	6.6

Claramente se tiene que en el caso de la modelación de 2 años los tiempos de cómputo son un orden de magnitud mayores que en el de 3 días, debido a que la cantidad de datos en este último caso corresponde a 17521, más del triple de información que en el caso de tres días de modelo. De todas maneras son tiempos lo suficientemente cortos como para que se pueda hacer sin problemas modelaciones de 20 años, los que para una malla normal tomaría alrededor de 4 o 5 horas si se mantiene la tendencia de tiempo de cómputo.

Capítulo 5

Comentarios y conclusiones

5.1 Modelo numérico

El modelo numérico realizado en este trabajo corresponde a una ampliación del trabajo empezado por Rodrigo Pérez (Pérez, 2015), donde se implementó el paradigma de programación en torno a objetos. El hecho de que se haya utilizado esa estrategia para la programación hizo que la ampliación del modelo fuera mucho más sencilla una vez se hubiera entendido los patrones de trabajo del programador antecesor.

Ahora, debido a que los modelos numéricos realizados para este trabajo fueron calculados con un computador convencional, la eficiencia del espectral en conjunto con el método de volúmenes finitos fue de gran ayuda, ya que permitió resolver numéricamente variados escenarios en poco tiempo (tabla 4.1). Se puede decir, entonces que el objetivo principal del trabajo de título se cumplió de manera correcta, generando una herramienta económica computacionalmente y bastante precisa, si se compara con las mediciones realizadas por de la Fuente en el Salar del Huasco.

5.2 Transporte de calor

En el análisis de resultados de la variación espacial de la temperatura de la laguna, se extrae que la profundidad de cada punto de la laguna es la principal responsable de su temperatura. De esta manera, el hecho de utilizar un modelo 1-D con una altura promedio sirve para tener un primer acercamiento al problema, pero para entender su comportamiento a cabalidad es necesario simular su batimetría completamente. Debido a que la geometría utilizada para el modelo 2-D es de Kranenburg (Kranenburg, 1992), la distribución espacial de la variable σ' es bastante simple, pero en el caso que se tenga una geometría distinta con una batimetría más compleja o más real, el análisis 2-D va a ser de suma importancia, puesto que el comportamiento no va a ser intuitivo como lo es el modelo que se desarrolló en este trabajo.

La temperatura promedio de la laguna no es sensible a cambios de la forzante de viento externa. A pesar de que para lagunas más someras se pueda apreciar un comportamiento de la temperatura y los flujos de calor claramente influenciado por la velocidad del viento (figura 4.12), las variaciones siguen siendo de un 0.1%, que son lo suficientemente pequeñas como para que no importen.

El hecho de que el número de Nusselt bajo condiciones de no flujo para las geometrías de relación de aspecto $\psi = 10^3$, entrega que para dicha relación de aspecto el transporte de calor horizontal es principalmente convectivo. No así para las lagunas de relaciones de aspecto $\psi = 10^4$ y $\psi = 10^5$, donde el transporte horizontal de calor es principalmente conductivo. Es interesante ver que el número de Nusselt es decreciente a medida que aumenta la relación de aspecto del volumen de control.

Del análisis de la temperatura media y la profundidad de la laguna, se puede aseverar que son directamente proporcionales, y se debe a que los flujos de calor disminuyen, y la inercia de la laguna aumenta. Claramente esto sucede debido a que al tratarse de lagunas someras, se asume un promedio en la vertical, lo que significa que el volumen de agua se ve tan afectado por la atmósfera y los sedimentos sea cual sea su profundidad, y en todas las alturas, es decir que la superficie se ve tan afectada por el intercambio de calor con los sedimentos como el fondo de la laguna. Se deduce entonces, que si se tratase de sistemas más profundos en donde pueda existir una estratificación, la relación de la temperatura promedio y la profundidad no sería necesariamente creciente, probablemente sería inverso debido a que la radiación de la atmósfera no alcanzaría a llegar a las partes más profundas.

5.3 Trabajo futuro

Primero que todo, en el futuro hay que validar el modelo numérico desarrollado en este trabajo mediante experimentos en laboratorio, y posteriormente comparar dichos resultados con mediciones de temperatura del agua medidas en terreno en lagunas someras altiplánicas.

La eficiencia del modelo permite modelar distintos casos de cambio climático utilizando computadores convencionales, en los que se podría modelar el sistema para situaciones futuras considerando variados escenarios climáticos. Los resultados que arroje dicho modelo puede determinar con mayor certeza lo que sucederá con la temperatura del salar.

En conjunto con lo anterior también se podría modelar el sistema para un volumen variable, ya que el modelo actual sólo considera variaciones de la profundidad de la laguna a nivel espacial; pero se sabe que a partir del cambio climático puede que el volumen de la laguna cambie, y por consiguiente, la profundidad de cada volumen en el tiempo.

La dificultad de lo anterior es encontrar la manera de compatibilizar dichos fenómenos con el método espectral, de manera de mantener el programa lo más eficiente posible, considerando ahora los comportamientos explicados en los párrafos anteriores.

A partir de los resultados obtenidos en este trabajo, se cuenta con datos para investigaciones biológicas que tienen que ver con la flora y fauna que alberga el ecosistema estudiado. Considerando los trabajos anteriores de (Pérez, 2015), (Ordoñez *et al.*, 2014) y los que se están realizando en la actualidad, existen suficiente información para iniciar una caracterización completa del ecosistema del Salar del Huasco.

Capítulo 6

Bibliografía

- BATCHELOR, G. K. (2000). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge university press.
- BEJAN, A. & IMBERGER, J. (1979). Heat transfer by forced and free convection in a horizontal channel with differentially heated ends. *Journal of Heat Transfer* **101**(3), 417–421.
- BOGAN, T., MOHSENI, O. & STEFAN, H. G. (2003). Stream temperature-equilibrium temperature relationship. *Water Resources Research* **39**(9), n/a–n/a. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2003WR002034>. 1245.
- BOYD, J. P. (2001). *Chebyshev and Fourier spectral methods*. Courier Corporation.
- CORMACK, D., LEAL, L. & IMBERGER, J. (1974). Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls. part 1. asymptotic theory. *Journal of fluid Mechanics* **65**(02), 209–229.
- DADE, W. B., HOGG, A. J. & BOUDREAU, B. P. (2001). *Physics of flow above the sediment-water interface*. Oxford University Press, New York.
- DE LA FUENTE, A. (2014). Heat and dissolved oxygen exchanges between the sediment and water column in a shallow salty lagoon. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences* **119**(4), 596–613. URL <http://dx.doi.org/10.1002/2013JG002413>. 2013JG002413.
- DE LA FUENTE, A. & MERUANE, C. (2016). Spectral model for computing the influence of sediment on water temperature in shallow lagoons (en preparación) .
- DE LA FUENTE, A. & NIÑO, Y. (2010). Temporal and spatial features of the thermohydrodynamics of shallow salty lagoons in northern chile. *Limnology and Oceanography* **55**(1), 279–288.
- ELDER, J. (1959). The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. *Journal of fluid mechanics* **5**(04), 544–560.
- FANG, X. & STEFAN, H. G. (1998). Temperature variability in lake sediments. *Water Resources Research* **34**(4), 717–729. URL <http://dx.doi.org/10.1029/97WR03517>.

- FISCHER, H. B. (1978). On the tensor form of the bulk dispersion coefficient in a bounded skewed shear flow. *Journal of Geophysical Research: Oceans (1978–2012)* **83**(C5), 2373–2375.
- GARRATT, J. R. (1994). *The atmospheric boundary layer*. Cambridge university press.
- HOLLY, F. M. *et al.* (1975). Two-dimensional mass dispersion in rivers. *Hydrology papers (Colorado State University); no. 78.* .
- HOLLY JR, F. M. & USSEGLIO-POLATERA, J.-M. (1984). Dispersion simulation in two-dimensional tidal flow. *Journal of Hydraulic Engineering* **110**(7), 905–926.
- IMBERGER, J. & HAMBLIN, P. (1982). Dynamics of lakes, reservoirs, and cooling ponds. *Annual Review of Fluid Mechanics* **14**(1), 153–187.
- KRANENBURG, C. (1992). On the evolution of roll waves. *Journal of Fluid Mechanics* **245**, 249–261.
- ORDOÑEZ, C. F. *et al.* (2014). Estudio experimental sobre el transporte de oxígeno en la interfaz agua-sedimentos para cuerpos de agua someros. *In: Tesis para optar al título de ingeniero civil, Universidad de Chile* .
- PÉREZ, R. A. (2015). Implementación y validación experimental de modelo numérico bidimensional de transporte de oxígeno disuelto en lagunas extremadamente someras energizadas por viento. *In: Tesis para optar al título de ingeniero civil, Universidad de Chile* .
- RAYO, S. E. (2009). Estudio experimental del efecto del viento en la tasa de reaeración en un estanque agitado. *In: Tesis para optar al grado de magíster en ciencias de la ingeniería, mención recursos y medio ambiente hídrico, Universidad de Chile* .
- SHIMIZU, K. & IMBERGER, J. (2008). Energetics and damping of basin-scale internal waves in a strongly stratified lake. *Limnology and oceanography* **53**(4), 1574–1588.
- SHINTANI, T., DE LA FUENTE, A., NINO, Y. & IMBERGER, J. (2010). Generalizations of the wedderburn number: Parameterizing upwelling in stratified lakes. *Limnology and Oceanography* **55**(3), 1377–1389.
- VERSTEEG, H. & MALALASEKERA, W. (1995). An introduction to computational fluid dynamics. 1995. *Harlow: Pearson Education Limited* .

Anexos

Anexo A

Resultados de modelo para distintas geometrías

A.1 Comportamiento térmico de lagunas de diámetros mayores

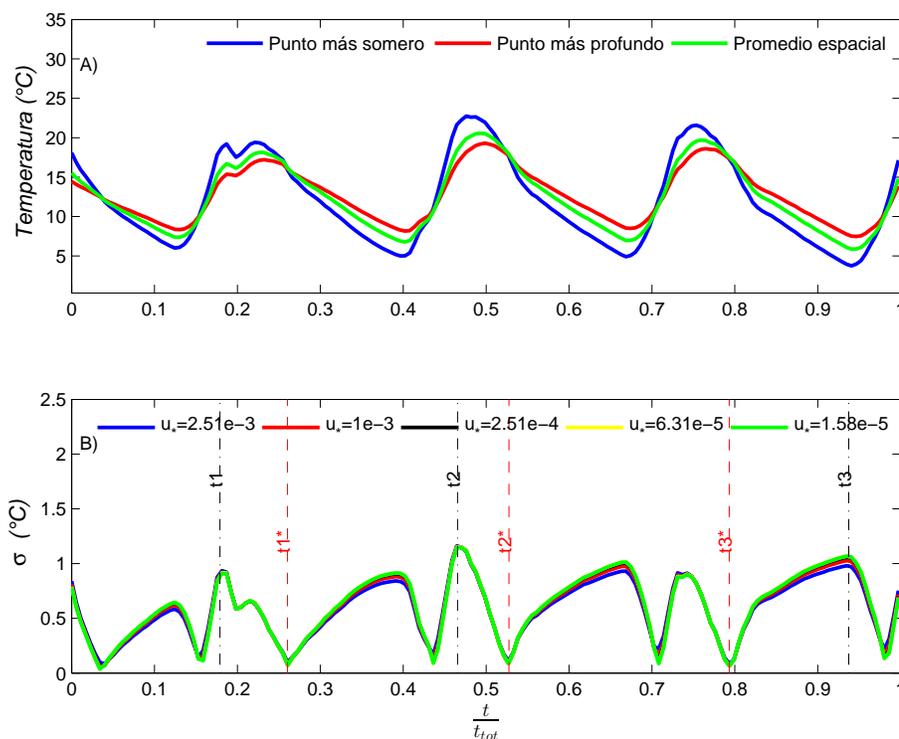


Figura A.1: A) Serie de temperatura promediada en el espacio, en el punto más somero y en el punto más profundo de la laguna para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3} m/s$; B) Serie de tiempo de la desviación estándar espacial de la temperatura

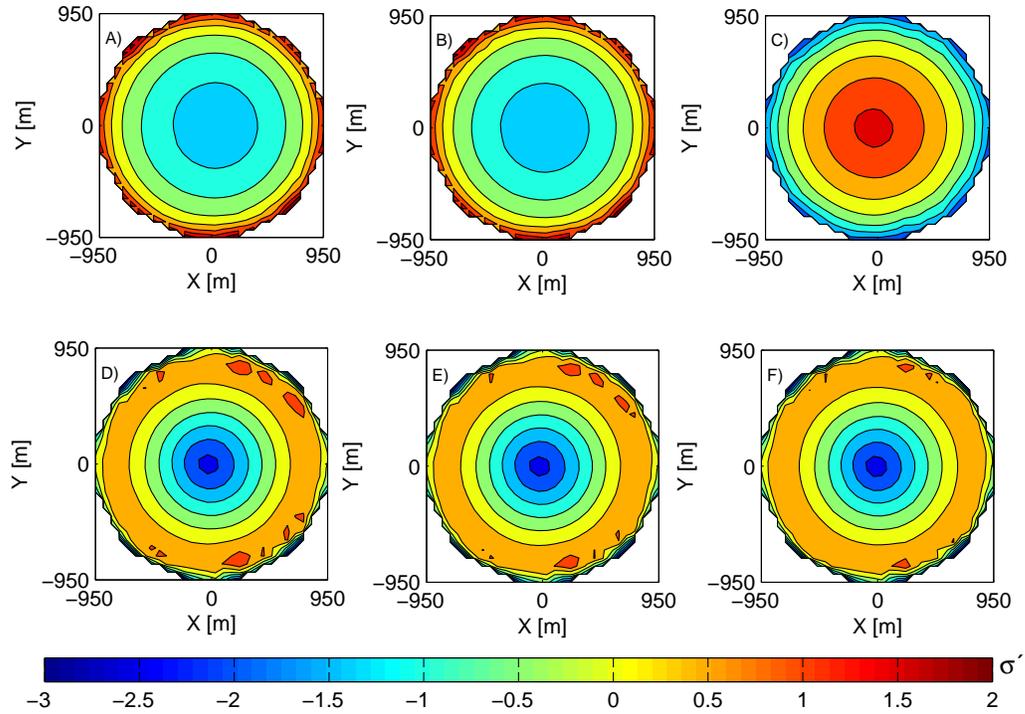


Figura A.2: En la primera fila se tiene la distribución espacial de σ' para los tiempos peaks de la desviación estándar espacial de la laguna bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: A) σ' para tiempo t_1 ; B) σ' para tiempo t_2 ; C) σ' para tiempo t_3 . En la segunda fila se encuentran los σ' para los tiempos de los valles de la desviación estándar de la temperatura bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: D) σ' para tiempo t_1^* ; E) σ' para tiempo t_2^* ; F) σ' para tiempo t_3^* .

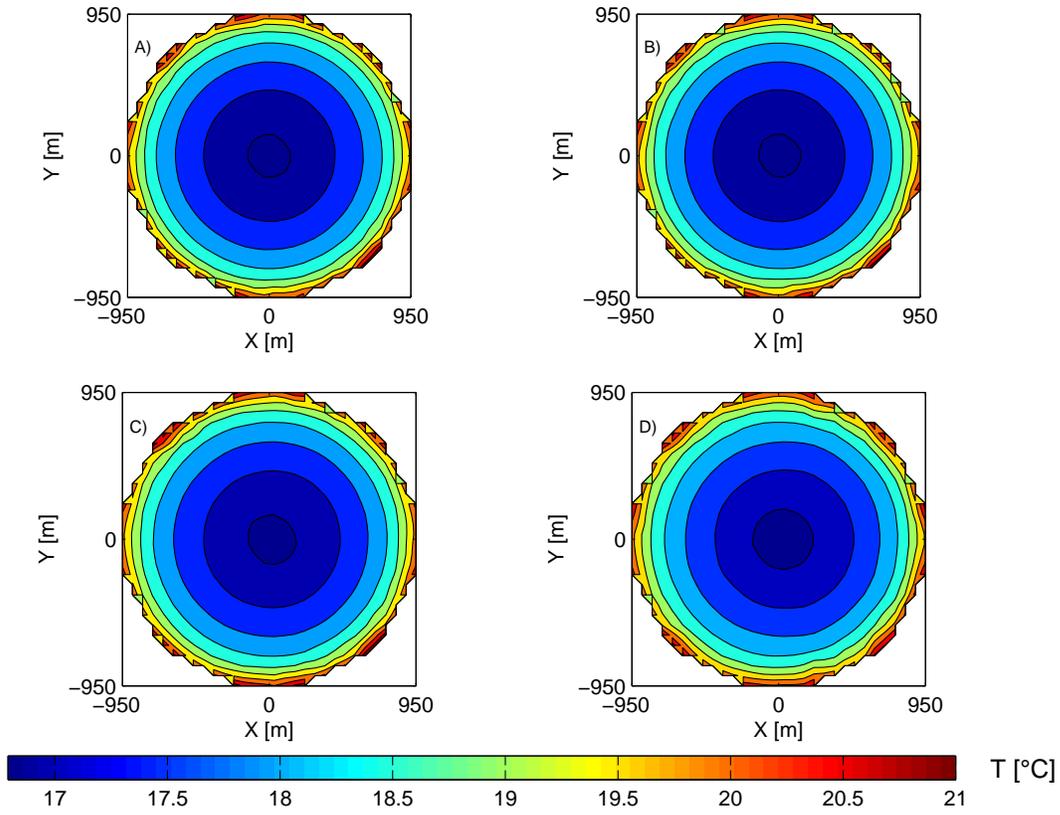


Figura A.3: Distribución espacial de la temperatura en el tiempo t_2 para laguna de diámetro $L=2000\text{m}$ y profundidad $h=0.2\text{m}$ para las velocidades de corte del viento: A) $u_* = 6.31 \times 10^{-5}(\text{m/s})$; B) $u_* = 2.51 \times 10^{-4}(\text{m/s})$; C) $u_* = 10^{-3}(\text{m/s})$; D) $u_* = 3.98 \times 10^{-3}(\text{m/s})$.

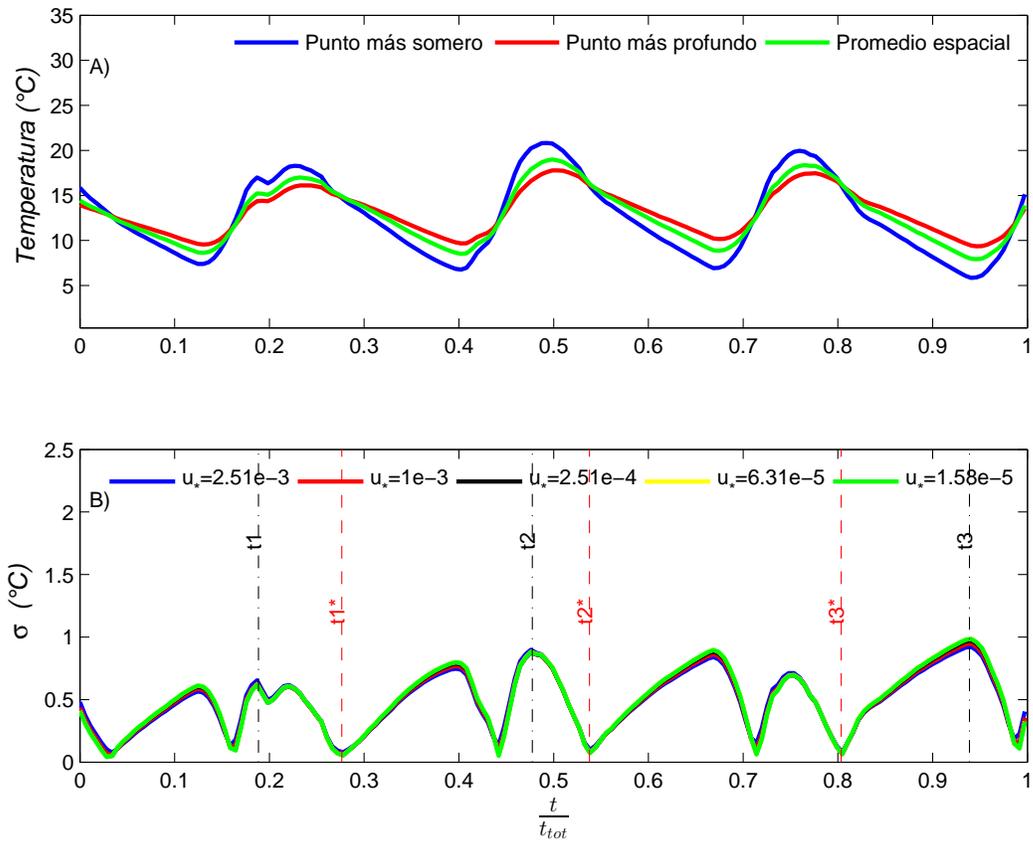


Figura A.4: A) Serie de temperatura promediada en el espacio, en el punto más somero y en el punto más profundo de la laguna para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3} \text{m/s}$; B) Serie de tiempo de la desviación estándar espacial de la temperatura

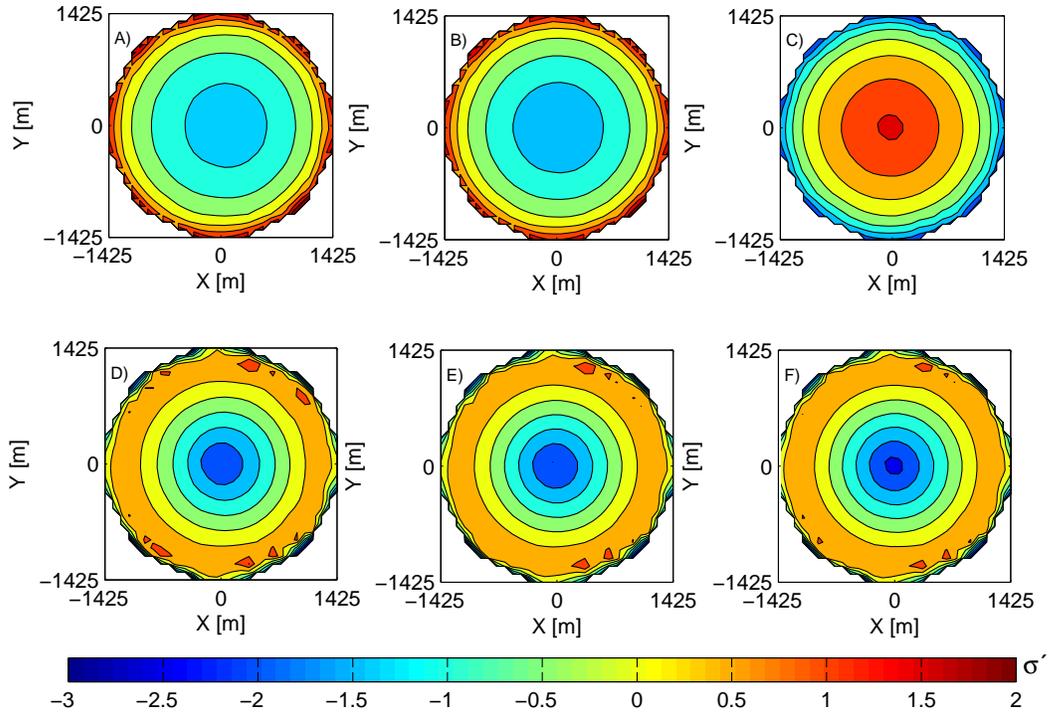


Figura A.5: En la primera fila se tiene la distribución espacial de σ' para los tiempos peaks de la desviación estándar espacial de la laguna bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: A) σ' para tiempo t_1 ; B) σ' para tiempo t_2 ; C) σ' para tiempo t_3 . En la segunda fila se encuentran los σ' para los tiempos de los valles de la desviación estándar de la temperatura bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: D) σ' para tiempo t_1^* ; E) σ' para tiempo t_2^* ; F) σ' para tiempo t_3^* .

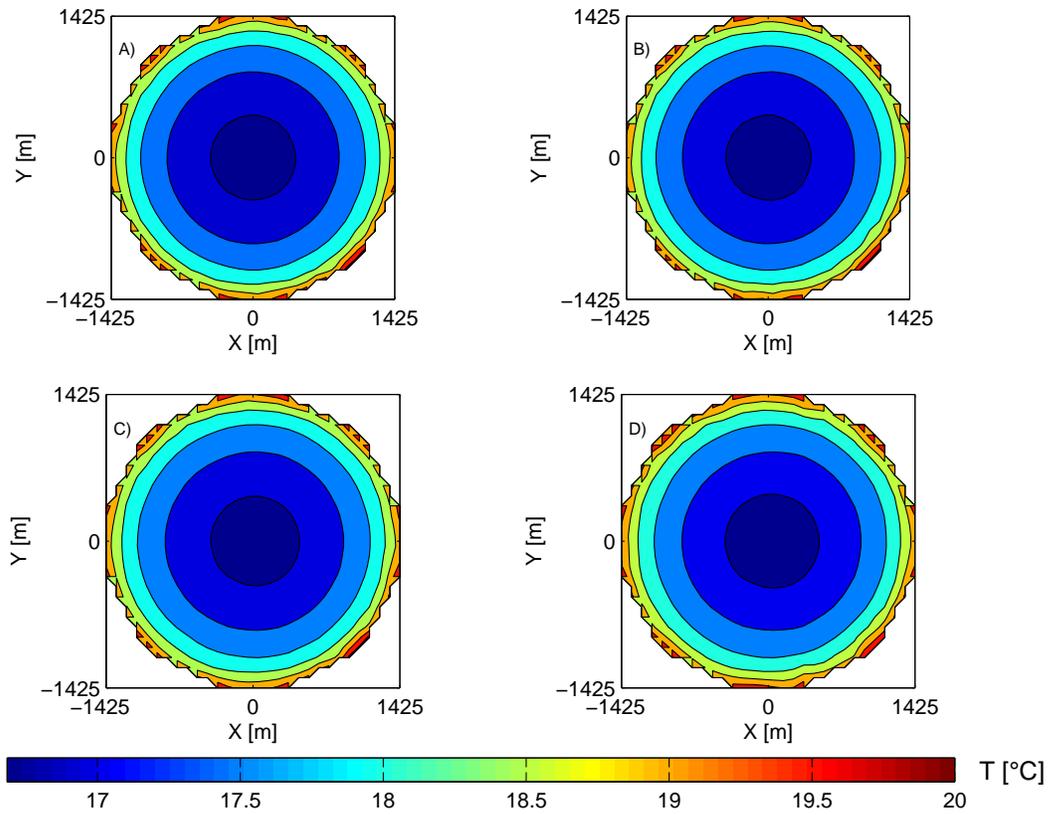


Figura A.6: Distribución espacial de la temperatura en el tiempo t_2 para laguna de diámetro $L=3000\text{m}$ y profundidad $h=0.3\text{m}$ para las velocidades de corte del viento: A) $u_* = 6.31 \times 10^{-5}(\text{m/s})$; B) $u_* = 2.51 \times 10^{-4}(\text{m/s})$; C) $u_* = 10^{-3}(\text{m/s})$; D) $u_* = 3.98 \times 10^{-3}(\text{m/s})$.

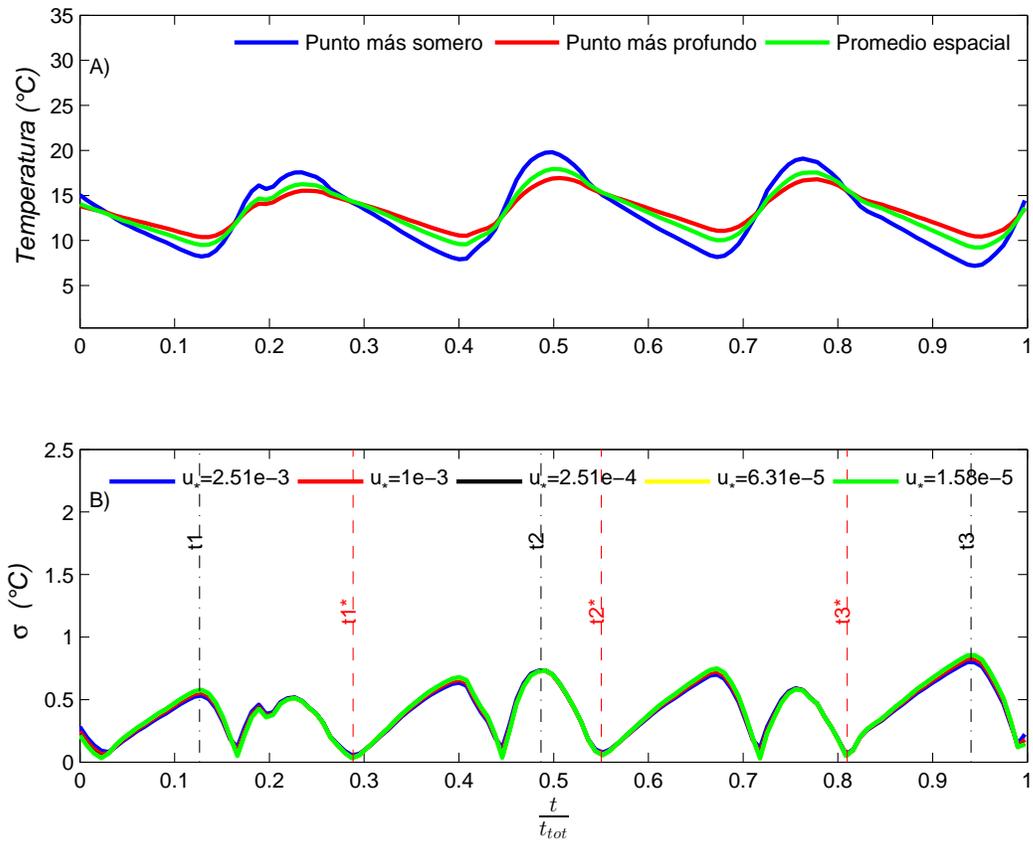


Figura A.7: A) Serie de temperatura promediada en el espacio, en el punto más somero y en el punto más profundo de la laguna para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3} \text{m/s}$; B) Serie de tiempo de la desviación estándar espacial de la temperatura

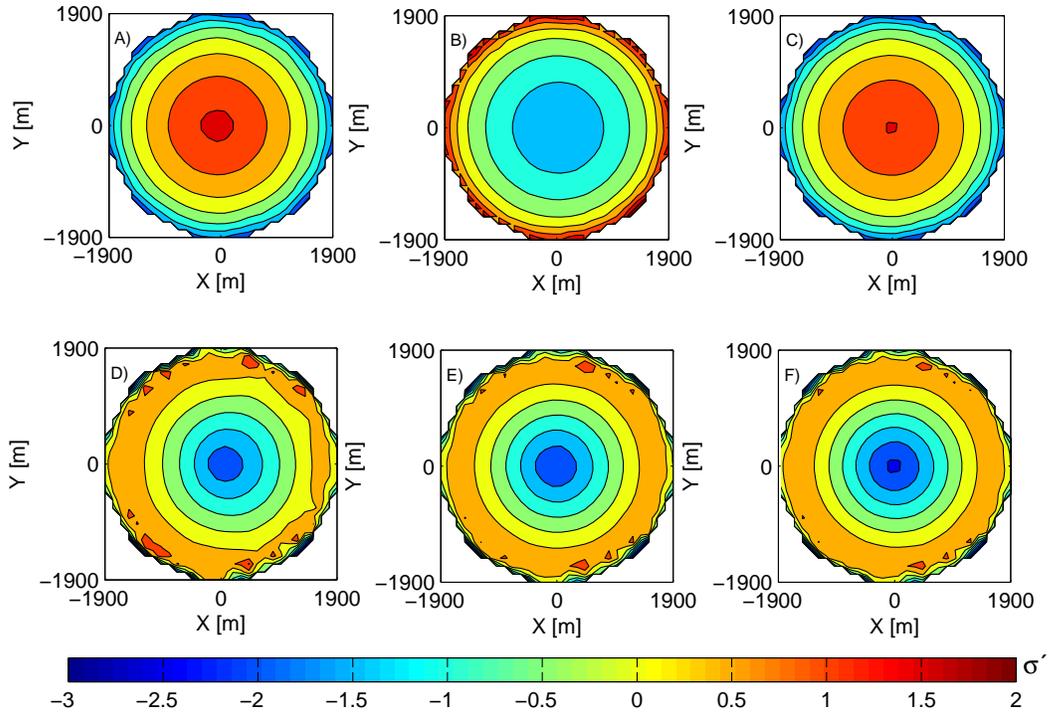


Figura A.8: En la primera fila se tiene la distribución espacial de σ' para los tiempos peaks de la desviación estándar espacial de la laguna bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: A) σ' para tiempo t_1 ; B) σ' para tiempo t_2 ; C) σ' para tiempo t_3 . En la segunda fila se encuentran los σ' para los tiempos de los valles de la desviación estándar de la temperatura bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: D) σ' para tiempo t_1^* ; E) σ' para tiempo t_2^* ; F) σ' para tiempo t_3^* .

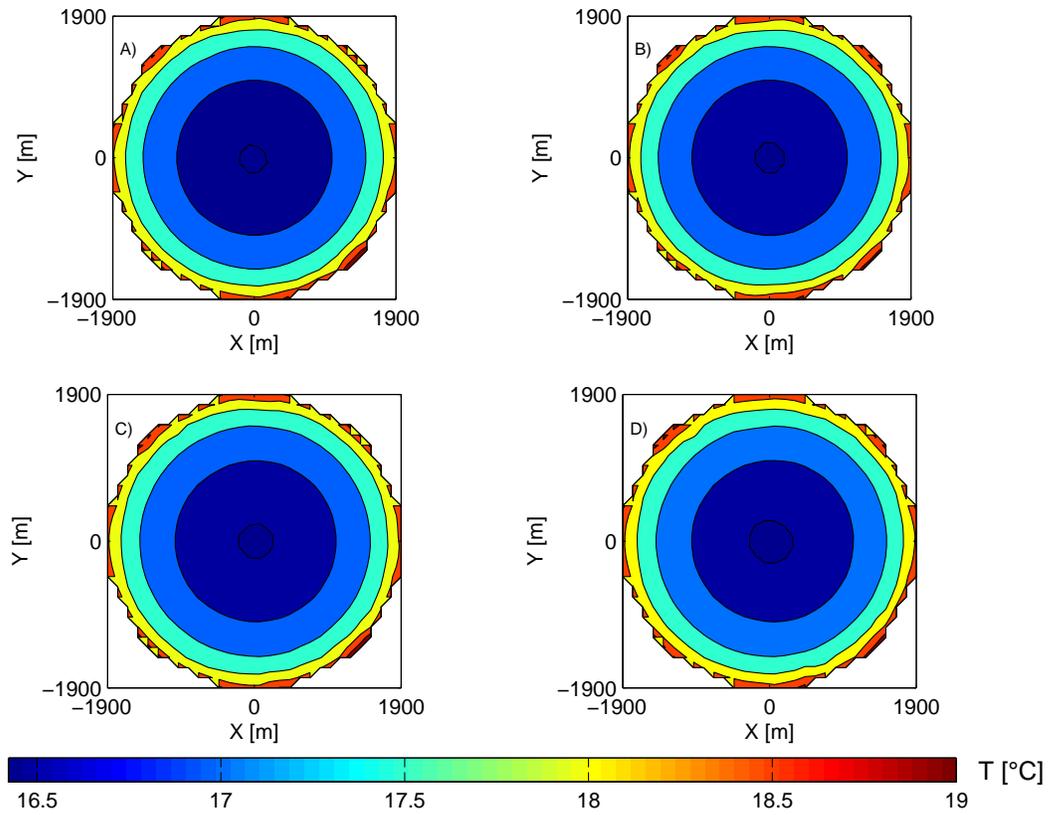


Figura A.9: Distribución espacial de la temperatura en el tiempo t_2 para laguna de diámetro $L=4000\text{m}$ y profundidad $h=0.4\text{m}$ para las velocidades de corte del viento: A) $u_* = 6.31 \times 10^{-5}(\text{m/s})$; B) $u_* = 2.51 \times 10^{-4}(\text{m/s})$; C) $u_* = 10^{-3}(\text{m/s})$; D) $u_* = 3.98 \times 10^{-3}(\text{m/s})$.

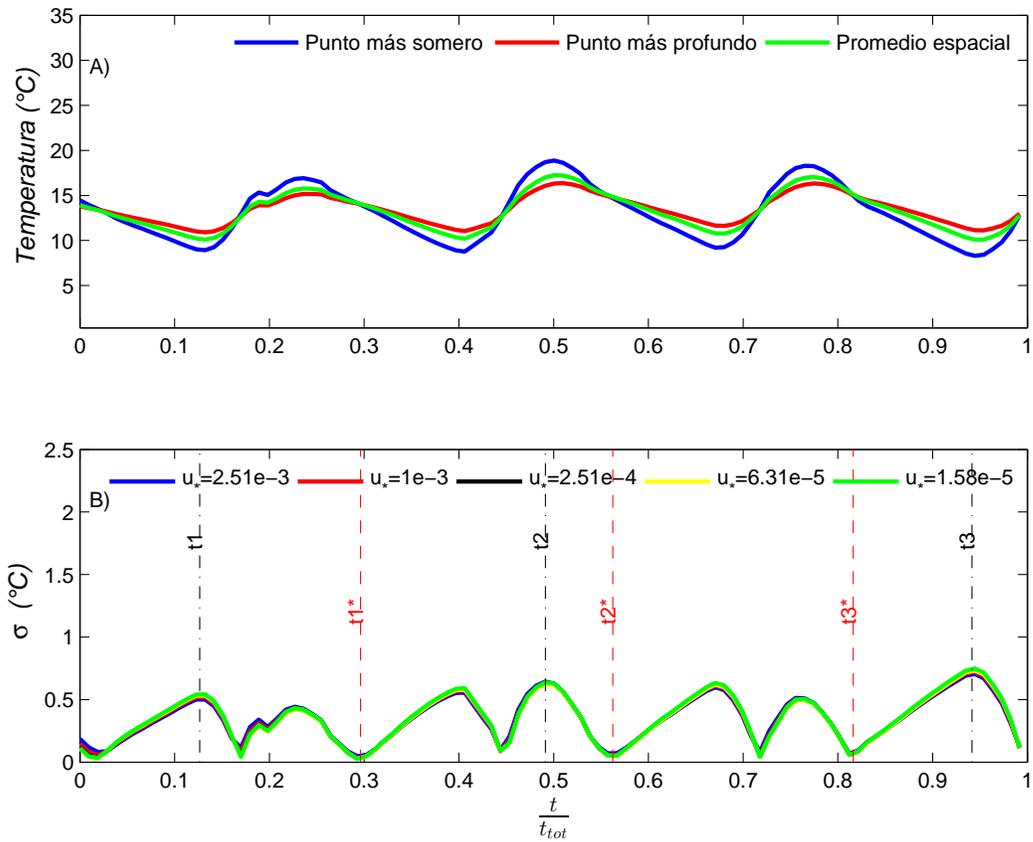


Figura A.10: A) Serie de temperatura promediada en el espacio, en el punto más somero y en el punto más profundo de la laguna para una velocidad de corte del viento vista por parte del agua de $u_* = 10^{-3} \text{m/s}$; B) Serie de tiempo de la desviación estándar espacial de la temperatura

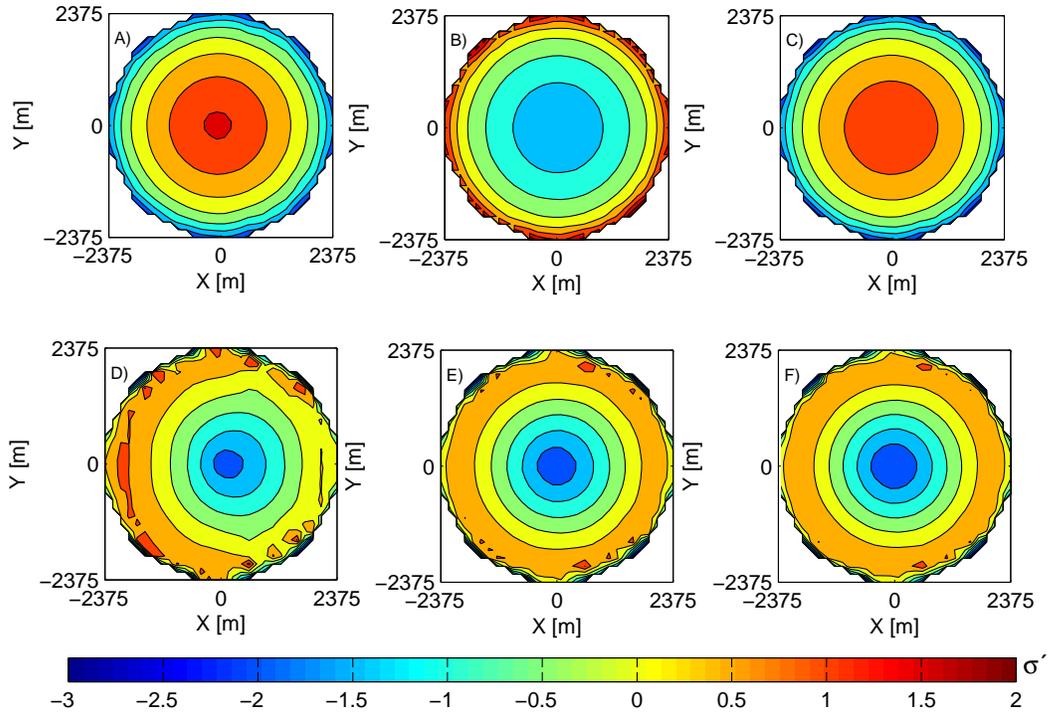


Figura A.11: En la primera fila se tiene la distribución espacial de σ' para los tiempos peaks de la desviación estándar espacial de la laguna bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: A) σ' para tiempo t_1 ; B) σ' para tiempo t_2 ; C) σ' para tiempo t_3 . En la segunda fila se encuentran los σ' para los tiempos de los valles de la desviación estándar de la temperatura bajo una velocidad del viento de $10^{-3}m/s$, y se distribuyen de la siguiente manera: D) σ' para tiempo t_1^* ; E) σ' para tiempo t_2^* ; F) σ' para tiempo t_3^* .

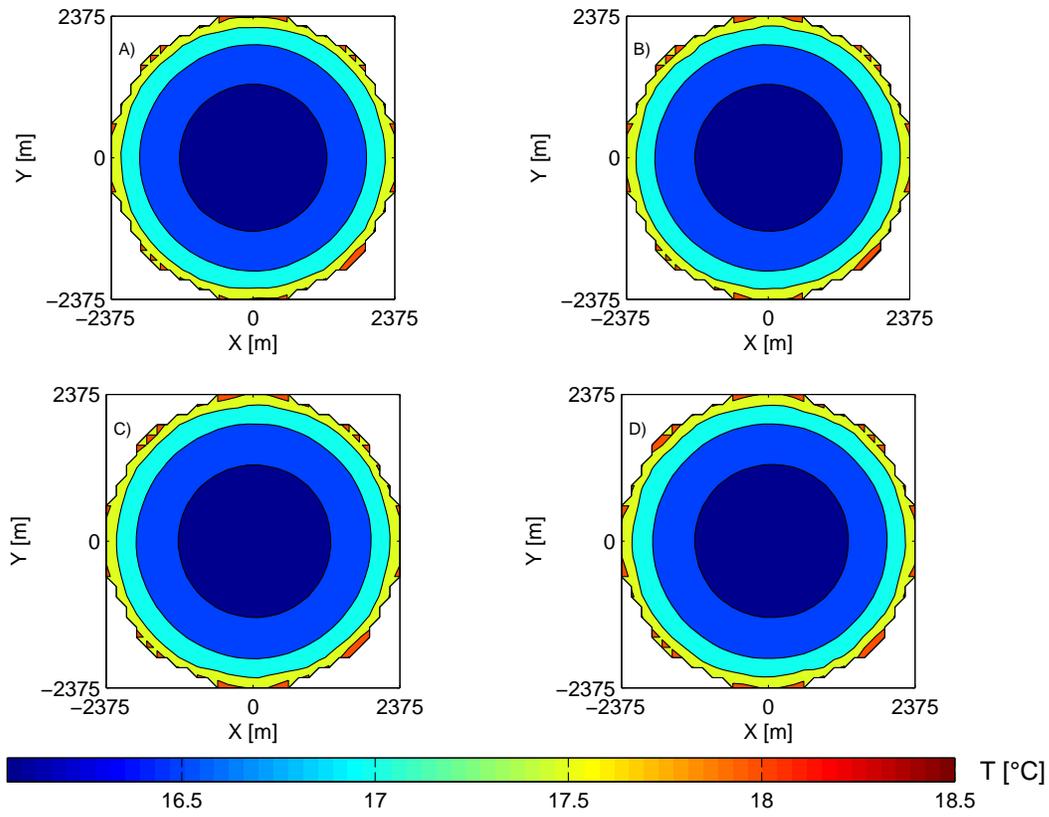


Figura A.12: Distribución espacial de la temperatura en el tiempo t_2 para laguna de diámetro $L=5000\text{m}$ y profundidad $h=0.5\text{m}$ para las velocidades de corte del viento: A) $u_* = 6.31 \times 10^{-5}(\text{m/s})$; B) $u_* = 2.51 \times 10^{-4}(\text{m/s})$; C) $u_* = 10^{-3}(\text{m/s})$; D) $u_* = 3.98 \times 10^{-3}(\text{m/s})$.

A.2 Resultados Número de Wedderburn para lagunas de diámetros mayores

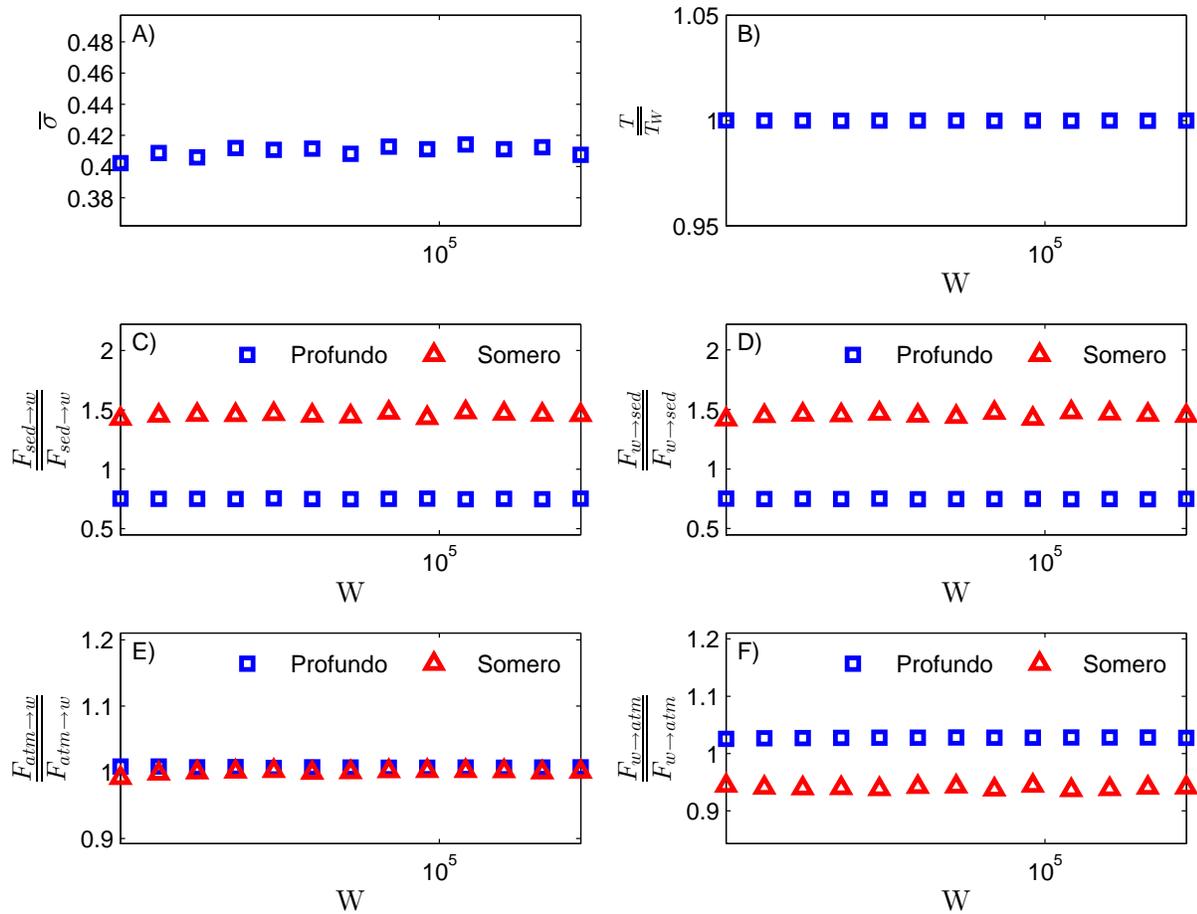


Figura A.13: Comportamiento térmico de laguna de 4000 m de diámetro y 0.4 m de profundidad para distintos forzantes de viento externo. A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Wedderburn; B) Promedio espacial y temporal de la temperatura para cada número de Wedderburn modelado sobre el promedio de todas estas; C) Promedio temporal de los flujos de calor desde los sedimentos al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; D) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua a los sedimentos para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; E) Promedio temporal de los flujos de calor desde la atmósfera al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; F) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua hacia la atmósfera para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos.

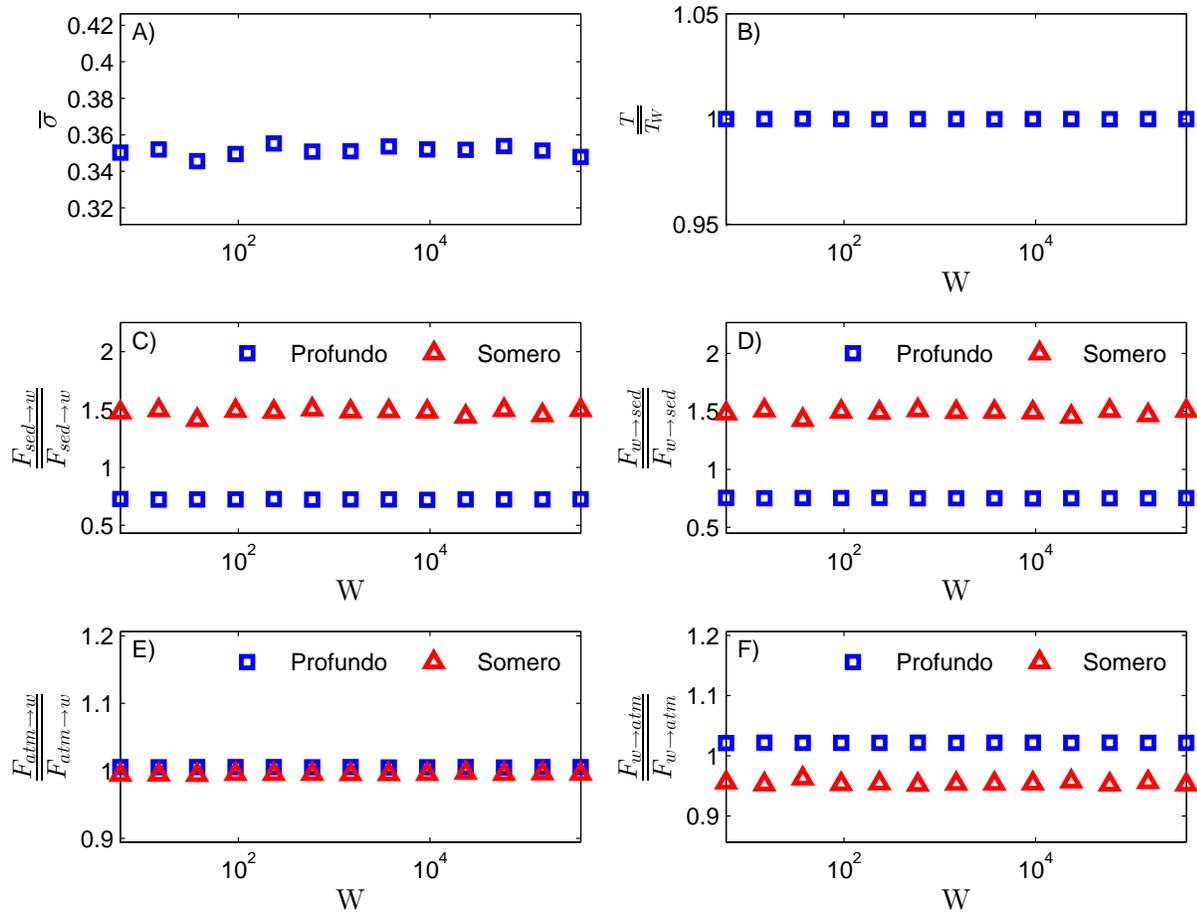


Figura A.14: Comportamiento térmico de laguna de 5000 m de diámetro y 0.5 m de profundidad para distintos forzantes de viento externo. A) Promedio temporal de la desviación estándar espacial de la temperatura para distintos números de Wedderburn; B) Promedio espacial y temporal de la temperatura para cada número de Wedderburn modelado sobre el promedio de todas estas; C) Promedio temporal de los flujos de calor desde los sedimentos al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; D) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua a los sedimentos para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; E) Promedio temporal de los flujos de calor desde la atmósfera al agua para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos; F) Promedio temporal de los flujos de calor desde el agua hacia la atmósfera para el punto más profundo de la laguna y el más somero de esta, normalizado por el promedio de dichos flujos.