POSTGRADO ECONOMÍA Y NEGOCIOS UNIVERSIDAD DE CHILE

MOMENTO ÓPTIMO DE CONTRATACIÓN DE RENTAS VITALICIAS

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN FINANZAS

Alumno: Camilo Laborda Ramos
Profesor Guía: José Luis Ruiz

Santiago de Chile, Abril 2016

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN FINANZAS
ALUMNO: CAMILO LABORDA RAMOS
FECHA: 21/03/2016
PROF. GUÍA: JOSE LUIS RUIZ

MOMENTO ÓPTIMO DE CONTRATACIÓN DE RENTAS VITALICIAS

La presente tesis tiene como objetivo ser un aporte al estudio del sistema chileno de pensiones, centrándose en el cambio de modalidad de pensión de Retiro Programado a Renta Vitalicia. El Retiro Programado tiene la característica que uno puede permanecer en dicha modalidad por un tiempo para posteriormente cambiarse a otra modalidad de pensión. Por el contrario, el cambio de Retiro Programado a Renta Vitalicia es irreversible, es decir, una vez contratada la Renta Vitalicia ya no es posible cambiarse a otra modalidad de pensión. Este hecho hace que para un jubilado que piensa en contratar una Renta Vitalicia se vuelva relevante determinar el momento adecuado para realizar el cambio de pensión. Es por eso que esta tesis se centra en estudiar la probabilidad de obtener un beneficio al postergar por un año adicional la contratación de la Renta Vitalicia, calculando dicha probabilidad para cada año a partir del momento de jubilación.

A partir de estos cálculos se encuentra que con cada año que pasa esta probabilidad va disminuyendo, llegando un año en que la probabilidad de obtener un beneficio por esperar un año adicional es menor al 50%, por lo que ya no resultaría conveniente seguir esperando y en caso de no haber contratado la Renta Vitalicia aún este sería el momento indicado para hacerlo. Adicionalmente, se realizan dos análisis de robustez a este estudio, el primero consiste en considerar un proceso de difusión con saltos (utilizando el modelo de Merton), obteniéndose un aumento en la volatilidad del proceso, mientras que el segundo consiste en incorporar en el análisis la aversión al riesgo del pensionado. Para el primer análisis se obtiene que el año límite para contratar la Renta Vitalicia es el mismo que antes, para todos los casos, pero las curvas de probabilidad son más planas. Mientras que para el segundo análisis se obtuvo que dicho año límite resultó ser menor o igual al del análisis inicial, como era esperable. Finalmente, se concluye que en caso de querer contratar una Renta Vitalicia, al ser este cambio irreversible, lo más recomendable es esperar un tiempo antes de hacerlo, pero dado que cada año la probabilidad de obtener un beneficio por esperar un año adicional va disminuyendo, tampoco se debería esperar demasiado. De esta forma, las probabilidades calculadas en esta tesis pueden orientar al pensionado a decidir el momento adecuado para realizar la contratación de la Renta Vitalicia.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

El sistema chileno de pensiones corresponde a un sistema de capitalización individual en donde cada afiliado posee una cuenta individual donde se depositan sus cotizaciones previsionales, las cuales se capitalizan y ganan la rentabilidad de las inversiones que las AFPs realizan con estos fondos. Luego, al término de la vida activa, este capital es entregado al afiliado o a sus beneficiarios sobrevivientes en la forma de alguna modalidad de pensión. El monto de las pensiones a recibir dependerá del monto ahorrado. En el sistema de pensiones chileno las dos modalidades básicas de pensión son el Retiro Programado y la Renta Vitalicia. En el Retiro Programado el fondo es mantenido en la AFP, con lo cual se conserva el riesgo de longevidad y de inversión, mientras que en la Renta Vitalicia estos riesgos son traspasados a una compañía de seguros la cual se compromete a entregar un monto fijo en UF por el resto de la vida del pensionado.

La trayectoria de pensión que se obtiene mediante Retiro Programado es decreciente en el tiempo debido a que los fondos que posee el pensionado se van agotando a medida que realiza retiros periódicos para su pensión, por lo que si bien en los primeros años el monto recibido por Retiro Programado es mayor que el de una Renta Vitalicia, después de cierta edad esto se revierte, ya que el monto de la Renta Vitalicia es fijo (en UF). La motivación de esta tesis parte de observar que el cambio de Retiro programado a Renta Vitalicia es irreversible, es decir, una vez contratada la Renta Vitalicia ya no es posible cambiarse a otra modalidad de pensión. Este hecho hace que para un jubilado que piensa en contratar una Renta Vitalicia se vuelva relevante determinar el momento adecuado para realizar el cambio de pensión. Además el pensionado podría esperar unos años ya que existe la posibilidad de que el fondo mantenido se incremente en los primeros años si la rentabilidad de la AFP es lo suficientemente alta. Todo esto hace razonable pensar que podría ser subóptimo cambiarse a Renta Vitalicia inmediatamente y que sería mejor esperar por algún tiempo.

Esta tesis aborda la pregunta de si existe un momento óptimo para contratar una Renta Vitalicia, o si por el contrario el año en que uno se cambia a Renta Vitalicia es irrelevante. Para ello se estudia la probabilidad de obtener un beneficio al postergar por un año adicional la contratación de la Renta Vitalicia, calculando dicha probabilidad para cada año a partir del momento de jubilación.

El resto de la tesis está estructurado de la siguiente forma: En el capítulo 2 se presenta una revisión de literatura sobre el tema de anualidades y Rentas Vitalicias. En el capítulo 3 se realiza una descripción de los datos utilizados y la metodología empleada. En el capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos al implementar el modelo del capítulo anterior. En el capítulo 5 se realizan dos análisis de robustez, uno agregando saltos al proceso de difusión y el otro incorporando la aversión al riesgo de los individuos. Por último en el capítulo 6 se presentan las principales conclusiones obtenidas de este trabajo de investigación. Además, se entregan dos capítulos adicionales correspondientes a la bibliografía y a los anexos donde se encuentran las tablas y gráficos obtenidos en esta tesis.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

La literatura sobre la contratación de Rentas Vitalicias se inicia con el paper seminal de Yaari (1965), en el cual se muestra que en ausencia de valoración por la herencia y considerando como única incertidumbre los años de vida que le quedan a la persona, lo óptimo sería contratar una Renta Vitalicia con el total de los ahorros siempre que las primas cobradas por las compañías de seguros sean actuarialmente justas. Esto daría como resultado un mercado de Rentas Vitalicias ampliamente desarrollado y que todos aquellos que pudieran acceder a este sistema de pagos, deberían hacerlo. Sin embargo, se observa que en la mayoría de los países que cuentan con la alternativa de acogerse a un sistema como este, las tasas de contratación de Rentas Vitalicias son más bajas de lo esperado.

La baja tasa de contratación de Rentas Vitalicias inconsistente con lo que predice la teoría se conoce como el "annuity puzzle", a partir del cual ha surgido una gran cantidad de investigaciones que intentan explicarla. Una primera explicación se basa en los posibles motivos de herencia de los individuos a sus descendientes. Otra explicación se atribuye principalmente a un fenómeno de selección adversa en el mercado de las Rentas Vitalicias. Esto consiste en que los que contratan Rentas Vitalicias son aquellos que tienen una mayor probabilidad de sobrevivir por más años que el promedio. Una tercera explicación sería que hay ciertas características individuales de los pensionados que los llevan a optar por otra modalidad de pensión distinta a la Renta Vitalicia, siendo la más importante el estado civil.

A continuación se presenta una serie de papers con la finalidad que mostrar los tipos de investigación que se han desarrollado en el área de las anualidades y las Rentas Vitalicias.

Para empezar, se tiene el paper de Moore y Mitchell (1997), el cual muestra que en Estados Unidos aparte de la Seguridad Social y las pensiones privadas, muy pocos americanos invierten su dinero en la compra de anualidades. En este trabajo se encuentra a partir de la Health and Retirement Survey que el 40% de la riqueza total es mantenida en Seguridad Social y otro 20% en pensiones privadas, quedando el 40% restante de la riqueza invertida en activos financieros tradicionales o para la vivienda.

Además, la falta de compra de anualidades no está limitada a Estados Unidos. Existen investigaciones que han documentado patrones similares en mercados de anualidades de otros países, por ejemplo tenemos a Knox (2000) que realiza un estudio similar para Australia y a Blake (1999) que lo hace para UK.

El paper de Knox (2000) trabaja sobre las life annuities o Rentas Vitalicias, mostrando que el beneficio asociado a comprar una Renta Vitalicia depende de circunstancias individuales del individuo incluyendo su salud y expectativa de vida, su actitud frente al riesgo, su tasa de descuento personal y su posición fiscal.

Por otra parte, en Blake (1999) se examinan los principales problemas involucrados en la prestación de anualidades tales como la selección adversa y el riesgo de mortalidad, y se analizan las ventajas y desventajas de diferentes formas institucionales para el mercado de anualidades, desde prestación monopólica hasta una prestación completamente competitiva. La conclusión principal es que el gobierno debería establecer un marco institucional para el mercado de anualidades que ofrezca los incentivos apropiados para que quienes ofrecen estas anualidades puedan competir eficazmente. Además el gobierno debería ofrecer instrumentos de largo plazo tales como bonos indexados y de sobrevivientes lo cual permitiría a los proveedores de anualidades cubrir riesgos (tales como inflación, reinversión y riesgos de mortalidad) que van más allá de los recursos y habilidades del sector privado.

En Lockwood (2012) se muestra que los individuos con motivos plausibles de herencia tienen una alta probabilidad de estar mejor no anualizando nada de la riqueza a las tasas disponibles. Los resultados de la simulación sugieren que los motivos de herencia deberían ser un determinante crucial en la decisión de contratar una anualidad. Sin embargo, empíricamente la propiedad de Rentas Vitalicias es rara incluso entre personas que parecen más probables de tener motivos de herencia débiles. Las principales variables usadas como proxies para motivos de herencia son si el individuo tiene hijos y la importancia autoreportada de dejar herencia.

Otro trabajo que estudia las decisiones de contratar Rentas Vitalicias es el paper de Brown (2001) en donde se examinan las decisiones del hogar sobre si adquirir o no una Renta Vitalicia. Para esto se utiliza un modelo de consumo del ciclo de vida para construir una medida basada en la utilidad del valor de una Renta Vitalicia para individuos y parejas en una encuesta de salud y jubilación, datos que son sacados de The Health and Retirement Survey (HRS). Se encuentra que un aumento de un punto porcentual en la riqueza de anualidad equivalente lleva a un aumento de casi un punto porcentual en la probabilidad de adquirir una Renta Vitalicia. Además, no se encuentra evidencia de que los motivos de legado sean un factor importante a la hora de decidir si adquirir o no una Renta Vitalicia.

En Brown (2003) la anuitización completa es mostrada ser óptima incluso cuando las anualidades no son actuarialmente justas para cada individuo, mientras no haya costos administrativos ni motivos de herencia. Sin embargo, incluso con fuertes motivos de herencia, el bienestar puede mejorarse sustancialmente mediante anualidades permitiendo a los individuos destinar a anualidades solo una parte de su riqueza.

Por otra parte, centrándonos en la literatura sobre el tema central de esta tesis, es decir, el momento óptimo para contratar una Renta Vitalicia, se tiene el paper de Milevsky (1998) el cual estudia la probabilidad de que un individuo prefiera retrasar la contratación de anualidades con el objetivo de capturar retornos más altos al invertir en activos riesgosos que ofrece el mercado fuera del mercado de anualidades. Se concluye que en el entorno actual un individuo de 65 años tiene una probabilidad en torno al 90% de superar el retorno de una Renta Vitalicia, hasta los 80 años.

En Milevsky y Young (2007) se muestra que en el mercado estadounidense la ausencia de un menú completo de productos de inversión en los sistemas de Renta Vitalicia, junto con la comisión que cobran las aseguradoras para cubrirse del riesgo agregado de mortalidad, hacen que por varios años la estrategia de auto-anuitización domine la de Renta Vitalicia siendo óptimo retrasar la contratación de esta última, donde debe destacarse que las Rentas Vitalicias que se consideran son de pago variable, es decir que el monto a recibir cada año varía de acuerdo a la rentabilidad de la aseguradora y que además se utiliza un concepto bastante fuerte de dominancia conocido como monotonicidad, en donde se concluye que el individuo debe optar por retrasar la toma de una Renta Vitalicia cada vez que en todo posible estado de la naturaleza el pago asociado a la alternativa de no tomar la Renta Vitalicia inmediatamente es mayor al de si hacerlo.

Con respecto a la dominancia estocástica, en Hadar y Russell (1969) se definen los conceptos de dominancia estocástica de primer y segundo orden (FSD y SSD) y se proponen dos métodos más poderosos que el método de los momentos. Bajo el más fuerte las distribuciones pueden ser ordenadas según preferencias, dada cualquier función de utilidad, mientras que bajo el más débil este ordenamiento se tiene para cualquier función de utilidad con utilidad marginal no creciente.

En Brown y otros (2008) se postula que bajo un marco de inversión, las anualidades son bastante poco atractivas, exhibiendo alto riesgo sin altos retornos, donde las encuestas realizadas apoyan esta hipótesis: mientras el 72% de los encuestados prefieren una renta vitalicia en vez de una cuenta de ahorros cuando la elección es enmarcada en términos de consumo, solo el 21% de los encuestados prefieren esta cuando la elección es enmarcada en términos de características de inversión.

En Charupat y Milevsky (2002) se muestra que para un individuo con aversión relativa al riesgo constante (CRRA) y una dinámica dada por un movimiento browniano geométrico, la asignación de activos óptima durante la fase de desacumulación de la anualidad es idéntica a la de la fase de acumulación de riqueza, lo cual concuerda con la solución clásica de Merton.

Por último, en Dushi y Webb (2004) usando técnicas de optimización numérica, asumiendo niveles de falta de equidad actuarial de anualidades calculados en investigaciones previas, y manteniendo el supuesto hecho en investigaciones anteriores que la mitad de la riqueza del hogar es pre-anuitizada, se concluye que es óptimo para las parejas retrasar la anualización hasta el rango de edad de 73 a 82 años y en algunos casos nunca anualizar. Además es usualmente óptimo para individuos solteros (tanto hombres como mujeres) anualizar a edades sustancialmente menores, entre los 65 y los 70 años.

3. DATOS Y METODOLOGÍA

En este capítulo se realiza la descripción de los datos utilizados en la parte empírica de esta tesis y se presenta la construcción del modelo teórico que permite establecer la condición que debe cumplirse para obtener un beneficio al retrasar la contratación de la Renta Vitalicia por un año adicional.

3.1 Datos

Considerando que la implementación empírica del modelo construido está enfocada en el sistema de pensiones chileno, los datos utilizados fueron extraídos del mercado de Rentas Vitalicias, el de pensiones y el financiero de Chile. Se utilizaron las tablas de mortalidad RV-2014 Mujeres y CB-2014 Hombres, las tasas de interés media mensual de Rentas Vitalicias (Enero de 1995 a Diciembre de 2014), la serie del IGPA (Enero de 1995 a Diciembre de 2014) y los valores cuota de los fondos de pensiones C, D y E (Septiembre de 2002 a Septiembre de 2015).

3.2 Cálculo actuarial en las Rentas Vitalicias

Comenzamos con algunas definiciones y resultados de cálculo actuarial que serán utilizadas a lo largo de esta tesis. Se define T_x como el tiempo de vida restante para un individuo de edad x, $({}_tp_x) \coloneqq 1 - F_{T_x}(t) = \Pr(T_x \geq t)$, es decir, la probabilidad de que una persona con x años, viva al menos t años más y $({}_tq_x) = 1 - ({}_tp_x)$ es la probabilidad de que una persona con x años muera antes de cumplir $x + t$ años. Además se acostumbra escribir $p_x{:=}\, ({}_1p_x)$ y $q_x{:=}\, ({}_1q_x)$.

Notamos que $({}_tp_x)$ se puede representar de la siguiente manera:

$$({}_tp_x) = \exp\left(-\int_x^{x+t} \lambda(s)ds\right)$$

donde $\lambda(\cdot)$ es conocida como la Fuerza de Mortalidad Instantanea, es decir, $\lambda(s)$ es la tasa instantánea de mortalidad a la edad s.

3.2.1 Ley de mortalidad de Gompertz-Makeham

La ley de mortalidad de Gompertz-Makeham es construida usando la Fuerza de Mortalidad Instantanea $\lambda(x)$. En el caso de Gompertz-Makeham la definición es:

$$\lambda(x) = \lambda + \frac{1}{b} e^{(x-m)/b}, \qquad t \geq 0,$$

donde m es el valor modal de la vida y b es el coeficiente de dispersión. De acuerdo a la formula anterior, la fuerza de mortalidad instantánea es igual a una constante λ mas una curva exponencial dependiente del tiempo. El objetivo de la constante λ es capturar la componente de la tasa de muerte que es atribuible a accidentes, mientras que la parte exponencialmente creciente refleja causas de muerte natural. Esta curva crece con la edad y se va a infinito cuando t tiende a infinito.

La convención es llamar a la ecuación anterior la ley de Gompertz-Makeham cuando $\lambda > 0$, y simplemente ley de Gompertz cuando $\lambda = 0$. En general se trabaja con $\lambda = 0$ por su conveniencia desde un punto de vista matemático y además porque en la práctica λ tiende a tener valores muy pequeños.

A partir de la fórmula para $({}_tp_x)$, se tiene que la probabilidad condicional de sobrevivencia para el caso de Gompertz-Makeham está dada por:

$$({}_tp_x) = \exp\left\{-\int_x^{x+t}\left(\lambda + \frac{1}{b} e^{(s-m)/b}\right) ds\right\}$$

$$= \exp\{-\lambda t + b(\lambda(x) - \lambda)(1 - e^{t/b})\}$$

Además, el tiempo de vida restante esperado bajo la ley de mortalidad de Gompertz-Makeham es:

$$E[T_x] = \int_0^\infty \exp\{-\lambda t + b(\lambda(x) - \lambda)(1 - e^{t/b})\} dt$$

$$= \frac{b\Gamma(-\lambda b, b(\lambda(x) - \lambda))}{e^{(m-x)\lambda + b(\lambda - \lambda(x))}},$$

donde $\Gamma(a, c) = \int_c^\infty e^{-t} t^{(a-1)}\, dt$ es la función Gamma incompleta.

Ahora notemos que si en las formulas anteriores tomamos $\lambda = 0$, se obtiene lo siguiente:

$$({}_tp_x) = \exp\{b\lambda(x)(1 - e^{\frac{t}{b}})\}$$

$$\lambda(x) = \frac{1}{b} e^{(x-m)/b}$$

Luego, bajo la ley de mortalidad de Gompertz (Gompertz-Makeham con $\lambda = 0$) la probabilidad de sobrevivencia está dada por:

$$({}_t p_x) = \exp\{e^{(x-m)/b}(1 - e^{t/b})\}.$$

3.3 Calculando la probabilidad de obtener un beneficio por retrasar la contratación de la Renta Vitalicia

A continuación se trabaja con las relaciones entre las distintas variables que aparecen al momento de tomar la decisión de contratar una Renta Vitalicia, llegando finalmente a una desigualdad que nos establece la condición que se debe cumplir para que se obtenga un beneficio por retrasar la contratación de una Renta Vitalicia.

Consideraremos el año 1 como el primer año desde que el individuo se jubila, en el cual este tiene x años. Además, al principio del año 1 el individuo tiene acumulado un monto de riqueza W, en moneda local.

Para obtener de manera teórica el monto de pensión a recibir por Renta Vitalicia se define el factor de anualidad actuarial a_x como sigue:

$$a_x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{({}_i p_x)}{\left(1 + R_{eav(0)}\right)^i}$$

donde $R_{eav(n)}$ representa la tasa de valoración anual efectiva (eav por effective anual valuation) usada por la compañía de seguros para descontar los flujos de caja, con la cual se calcula el monto de la Renta Vitalicia para el año n, es decir, cuando el jubilado tiene $x + n - 1$ años.

Por simplicidad se asume una tabla de mortalidad estática, es decir que la tabla vigente al momento de jubilar es la misma que se usará en los años siguientes, lo cual de todas formas no es un problema ya que como la decisión de cambiarse a Renta Vitalicia se toma cada año, cuando ocurra un ajuste, este se puede incorporar fácilmente en el modelo.

En el caso en que R_{eav} se mantiene constante en el tiempo, se puede encontrar una relación entre a_{x+1} y a_x , como se ve a continuación:

$$a_{x+1} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{({}_{i}p_{x+1})}{(1+R_{eav})^i} = \frac{1}{({}_{1}p_x)} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{({}_{i+1}p_x)}{(1+R_{eav})^i} = \frac{(1+R_{eav})}{({}_{1}p_x)} \sum_{i=2}^{\infty} \frac{({}_{i}p_x)}{(1+R_{eav})^i}$$

$$= \frac{(1+R_{eav})}{({}_{1}p_x)} \left(a_x - \frac{({}_{1}p_x)}{(1+R_{eav})} \right)$$

$$= \frac{(1+R_{eav})}{({}_{1}p_x)} a_x - 1$$

en donde se ha usado la siguiente identidad actuarial:

$$({}_{i}p_{x+n})({}_{n}p_x) \equiv ({}_{n+i}p_x)$$

Notar que esta relación entre a_{x+1} y a_x solo es válida en el caso en que R_{eav} se mantiene constante en el tiempo.

Además, se considera que el país bajo análisis crece a una tasa de r_λ por año.

Para llegar a nuestra desigualdad se realiza el siguiente razonamiento: Si al principio del primer año el individuo decide contratar la Renta Vitalicia, el monto a recibir (en términos reales) será de $\frac{W/\lambda}{a_x}$ por año, hasta su muerte. En cambio, si decide retirar un monto de $\frac{W/\lambda}{a_x}$ para vivir durante ese año, mantener el resto de sus fondos en la AFP por un año más y contratar la Renta Vitalicia a principio del año siguiente, entonces durante ese año sus fondos mantenidos en la AFP obtendrán una cierta rentabilidad R_1 (donde R_1 es la realización de la rentabilidad $\tilde{R}$ de la AFP obtenida para el primer año), lo cual sumado al hecho que el país cada año crece a una tasa de r_λ, nos lleva finalmente a que el nuevo monto a recibir (en términos reales) por Renta Vitalicia será de $\frac{\left(W-\frac{W}{a_x}\right)(1+R_1)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}}$. De esta forma, llegamos finalmente a que se habrá obtenido un beneficio de haber esperado un año si y solo si

$$\frac{\left(W - \frac{W}{a_x}\right)(1+R_1)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}} \geq \frac{W/\lambda}{a_x}$$

lo cual, mediante manipulación algebraica nos lleva a

$$R_1 \geq \frac{(1+r_\lambda)a_{x+1}}{a_x - 1} - 1$$

Además, en el caso de R_{eav} constante podemos ir más lejos. En este caso tenemos

$$a_{x+1} = \frac{(1+R_{eav})}{({}_{1}p_x)} a_x - 1$$

con lo cual se llega a que

$$R_1 \geq \frac{a_x\left[(1+r_\lambda)\dfrac{(1+R_{eav})}{({}_1p_x)}-1\right]-r_\lambda}{a_x-1}$$

Como se dijo antes, una vez que ha pasado un año, la renta a recibir si se contrata la Renta Vitalicia es de

$$\frac{(W-\frac{W}{a_x})(1+R_1)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}}$$

la cual ahora ya es conocida (es decir, ahora el valor de $R_{eav(1)}$ ya es conocido por lo que el de a_{x+1} también).

Ahora, dado que se ha esperado un año, nos interesa ver si esperar otro año más (y así cada año para ver hasta cuando es razonable seguir esperando).

Considerando R_2 como la realización de $\tilde{R}$ obtenida para el segundo año, la cual es independiente de R_1, se tiene que el jubilado habrá obtenido un beneficio de esperar un segundo año si y solo si

$$\frac{\left[\left(W-\frac{W}{a_x}\right)(1+R_1)-\dfrac{\left(W-\frac{W}{a_x}\right)(1+R_1)}{a_{x+1}}\right](1+R_2)/(1+r_\lambda)^2\lambda}{a_{x+2}}$$
$$\geq \frac{(W-\frac{W}{a_x})(1+R_1)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}}$$

Trabajando la expresión anterior se llega a

$$[a_{x+1}-1](1+R_2) \geq (1+r_\lambda)a_{x+2}$$

y luego

$$R_2 \geq \frac{(1+r_\lambda)a_{x+2}}{[a_{x+1}-1]}-1$$

que es la misma relación que para el año anterior (cambiando x por $x+1$).

Además en el caso de R_{eav} constante también se llega a la misma relación que para el año anterior (cambiando x por $x+1$):

Reemplazando $a_{x+2} = \frac{(1+R_{eav})}{({}_1p_{x+1})} a_{x+1} - 1$ en la desigualdad anterior, se llega a

$$R_2 \geq \frac{a_{x+1}\left[(1+r_\lambda)\dfrac{(1+R_{eav})}{({}_1p_{x+1})} - 1\right] - r_\lambda}{[a_{x+1} - 1]}$$

Finalmente, esta relación se puede generalizar para los años siguientes con lo cual una vez que el jubilado ha esperado $n-1$ años (a partir del año 1 en que tenía x años), convendrá haber esperado un año adicional si es que

$$R_n \geq \frac{(1+r_\lambda)a_{x+n}}{[a_{x+n-1} - 1]} - 1$$

y en el caso de tasa R_{eav} constante si es que

$$R_n \geq \frac{a_{x+n-1}\left[(1+r_\lambda)\dfrac{(1+R_{eav})}{({}_1p_{x+n-1})} - 1\right] - r_\lambda}{a_{x+n-1} - 1}$$

El problema está en que uno no conoce de antemano cuál será la realización de $\tilde{R}$ para cada año, sino que solo se tiene una distribución de probabilidades asociada a esta variable aleatoria, por lo que solo tenemos la probabilidad de que se cumpla la condición anterior. Lo primero que nos interesa probar es que cada año dicha probabilidad va disminuyendo.

Otro punto importante es que la decisión de cambiarse a una Renta Vitalicia no se toma al jubilarse si no que se va evaluando cada año, por lo que si bien en el año n el jubilado no sabe la tasa para $n+1$, cuando pasa un año esta tasa si es conocida (no así la tasa para el año $n+2$).

4. RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos al calcular las probabilidades de obtener un beneficio al postergar por un año adicional la contratación de la Renta Vitalicia.

Como se vio en la sección anterior, lo que nos interesa es calcular para cada año n la siguiente probabilidad:

$$P\left(\tilde{R} \geq \frac{a_{x+n-1}\left[(1+r_\lambda)\frac{(1+R_{eav})}{({}_1p_{x+n-1})}-1\right]-r_\lambda}{a_{x+n-1}-1}\right)$$

Para empezar, denotamos por

$$A_n \coloneqq \frac{a_{x+n-1}\left[(1+r_\lambda)\frac{(1+R_{eav})}{({}_1p_{x+n-1})}-1\right]-r_\lambda}{a_{x+n-1}-1}$$

y consideramos que al momento de jubilarse el individuo tiene $x = 60$ años si es mujer y $x = 65$ años si es hombre.

Por otra parte, mirando la tabla 8.8. se considera relevante considerar los casos $R_{eav} = 3.3\%$ que corresponde a la media de los últimos 10 años y $R_{eav} = 2.5\%$ ya que en el último tiempo estas tasas se han mantenido entre un 2% y un 3%. Tomando esto en consideración, se ha decidido trabajar con una tasa R_{eav} constante analizando seis casos distintos, que son $R_{eav} = 1.7\%$, 2.1%, 2.5%, 2.9%, 3.3% y 3.7%.

Para incorporar las rentabilidades de los fondos de las AFP y del IGPA en nuestro análisis, se asume que los valores cuota de las AFP siguen un proceso de difusión de la forma

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$$

cuya solución es el conocido movimiento Browniano geométrico

$$S_t = S_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right\}.$$

Luego

$$\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) \sim \phi\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma^2 T\right),$$

en donde, cuanto $T = 1$, la expresión $ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ es el rendimiento continuamente compuesto que proporciona la acción en un año (μ y σ corresponden al retorno esperado y la volatilidad anuales, respectivamente).

Luego, siendo $\tilde{R}$ el rendimiento continuamente compuesto que proporciona la acción en un año, se tiene que

$$\tilde{R} \sim \phi\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right), \sigma^2\right)$$

en donde se deben estimar los parámetros μ y σ.

Estos parámetros se estiman a partir de datos históricos de los valores cuota de los fondos tipo C, D y E, y a partir de los precios históricos del IGPA.

Para los fondos C, D y E, tomando la ventana (Septiembre 2002- Septiembre 2015) se obtienen los siguientes valores para μ y σ:

Tabla 4.1. Rentabilidad (nominal) de los Fondos de Pensiones (en porcentaje)

Fondo de Pensiones	**Promedio anual (Septiembre 2002 – Septiembre 2015)**
Tipo C - Intermedio	8.95
Tipo D - Conservador	8.14
Tipo E - Más Conservador	8.06

Tabla 4.2. Volatilidad de los Retornos de los Fondos de Pensiones (en porcentaje anual, Septiembre 2002 – Septiembre 2015)

Fondo de Pensiones	**Volatilidad**
Tipo C - Intermedio	4.55
Tipo D - Conservador	2.77
Tipo E - Más Conservador	2.03

A partir de lo anterior, para el fondo C, tomando un retorno esperado de $\mu = 8.95\%$ y una volatilidad de $\sigma = 4.55\%$ se tiene que

$$\tilde{R}_C \sim \phi\left(\left(0.0895 - \frac{0.0455^2}{2}\right), 0.0455^2\right) = \phi(0.0885, 0.0021)$$

Análogamente para los Fondos D y E se tiene

$$\tilde{R}_D \sim \phi\left(\left(0.0814 - \frac{0.0277^2}{2}\right), 0.0277^2\right) = \phi(\ 0.0810, 0.000767)$$

$$\tilde{R}_E \sim \phi\left(\left(0.0806 - \frac{0.0203^2}{2}\right), 0.0203^2\right) = \phi(0.0804, 0.000412)$$

Luego, debemos calcular para cada año $P(\tilde{R} \geq A_n)$, lo que para el Fondo C es equivalente a $P(\phi(0.0885, 0.0021) \geq A_n)$. Pero notando que $\frac{\tilde{R}_C - 0.0885}{0.0455} \sim \phi(0, 1)$, se tiene que lo que debemos calcular es $P\left(\phi(0, 1) \geq \frac{A_n - 0.0885}{0.0455}\right)$. Al realizar dichos cálculos para cada año y repitiendo el procedimiento para los fondos D y E, se obtienen finalmente las probabilidades de obtener un beneficio por retrasar la contratación de la Renta Vitalicia.

Por otra parte, para el caso del IGPA, tomando una ventana de 20 años (Enero 1995 - Diciembre 2014) se obtiene un retorno anual esperado de $\mu = 8.6979\%$ y una volatilidad anual de $\sigma = 11.7530\%$ con lo cual

$$\tilde{R}_{IGPA} \sim \phi\left(\left(0.086979 - \frac{0.117530^2}{2}\right), 0.117530^2\right) = \phi(0.0801, 0.0138)$$

Luego, de manera análoga a los fondos de pensiones se obtienen las probabilidades de éxito para cada año en el caso del IGPA. En las tablas 8.1. y 8.2. se muestran todas estas probabilidades para los casos $R_{eav} = 2.5\%$ y 3.3%.

A partir de las probabilidades calculadas, se observa que estas son estrictamente decrecientes con respecto al tiempo, para todos los casos. Además, en la tabla siguiente se muestra hasta qué edad sería razonable retrasar la contratación de la Renta Vitalicia para una mujer y un hombre con un umbral de un 50%, es decir, que solo están dispuestos a seguir esperando mientras la probabilidad de obtener un beneficio sea de al menos un 50%.

Tabla 4.3. Edad máxima de espera con un umbral del 50% para distintas tasas R_{eav}

R_{eav}	Mujer				Hombre			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
1,7%	81	79	79	79	75	74	73	73
2,1%	80	78	78	78	74	72	72	72
2,5%	79	77	77	77	73	71	70	70
2,9%	78	75	75	75	72	69	68	68
3,3%	76	73	73	73	70	66	66	66
3,7%	75	70	69	69	68	65	65	65

Se puede observar que en todos los casos el mayor tiempo de espera se alcanza para el Fondo C.

5. ANÁLISIS DE ROBUSTEZ

En este capítulo se aplican dos análisis de robustez al modelo estudiado en el capítulo anterior. Estos corresponden a la incorporación de saltos al proceso de difusión y la incorporación de una función de utilidad que permita incluir la aversión al riesgo de los individuos. Ambos análisis se aplican solo a las tasas $R_{eav} = 2{,}5\%$ y 3,3% que son las de principal interés.

5.1 Proceso de difusión con saltos

En esta sección se estudia el caso en que los fondos mantenidos en Retiro Programado siguen un proceso de difusión con saltos. Se trabaja con el modelo de difusión con saltos normales de Merton, el cual asume que el tamaño de los saltos se distribuye Normal.

Aquí se asume que los valores cuota de las AFP siguen un proceso de difusión con saltos de la forma

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t + S_t d\left(\sum_{i=1}^{N(t)} (V_i - 1)\right),$$

cuya solución está dada por

$$S_t = S_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t\right\}\prod_{i=1}^{N(t)} e^{Y_i}$$

donde $Y = \ln(V)$ se distribuye normal con media 0 y varianza a determinar y $N(t)$ es un proceso de Poisson.

La expresión anterior también se puede expresar como

$$S_t = S_0 \exp\left\{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i\right\}$$

con lo cual

$$\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) \sim \phi\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T, \sigma^2 T + N(t)Var(Y_i)\right)$$

en donde al igual que para el caso sin saltos, cuanto $T = 1$, la expresión $ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right)$ es el rendimiento continuamente compuesto que proporciona la acción en un año.

Luego, siendo $\tilde{R}$ el rendimiento continuamente compuesto que proporciona la acción en un año, se tiene que

$$\tilde{R} \sim \phi\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right), \sigma^2 + N(1)Var(Y_i)\right)$$

en donde $N(1)$ es el número de saltos que ocurren en un año. Se analiza solo el caso para $N(1) = 1$, ya que de haber más de uno, se pueden juntar todos los saltos en un único salto. Dado que la probabilidad que obtener un retorno diario superior a $3\sigma_{day}$ sería de un 0.15% (para la distribución normal en $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ se encuentra el 99,7% de los datos), consideramos un salto en un día con desviación estándar $3\sigma_{day}$, y además para representar los clusters de volatilidad en que periodos de alta volatilidad son seguidos por períodos de alta volatilidad, consideramos un aumento en la volatilidad que persiste por un periodo de 3 meses (252/4=63 días de transacción). Por tanto, se considera que $\sigma_{Y_i} = 3\sigma_{day}\sqrt{63}$, es decir, $Var(Y_i) = 567\sigma_{day}^2$.

Se observa que al agregar saltos normales al proceso de difusión el único impacto efectivo que produce es un aumento en la varianza de $\tilde{R}$, pues la esperanza sigue siendo la misma.

Por último se obtienen las probabilidades para los dos casos en consideración, las cuales se pueden ver en las tablas 8.3. y 8.4. en Anexos.

Se puede observar que en todos los casos si bien hay cambios en las probabilidades (sobre todo en los primeros años que disminuyen bastante), la edad máxima de espera con un umbral de un 50% sigue siendo la misma en todos los casos.

Tabla 5.1. Edad máxima de espera con un umbral del 50% para $R_{eav} = 2{,}5\%$ y 3,3%, incorporando saltos

R_{eav}	Mujer				Hombre			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
2,5%	79	77	77	77	73	71	70	70
3,3%	76	73	73	73	70	66	66	66

5.2 Incorporando la aversión al riesgo en el análisis

Hasta ahora no se ha considerado la aversión al riesgo del individuo, según la cual este prefiere recibir un monto seguro que una lotería con igual valor esperado. En esta sección consideramos que el individuo es averso al riesgo, donde sus preferencias están caracterizadas por la función de utilidad $U(x) = \ln(x)$, la cual pertenece a la familia de funciones de utilidad CRRA (Constant Relative Risk Aversion).

En este contexto, si el individuo no espera obtiene una utilidad de $\ln\left(\frac{W/\lambda}{a_x}\right)$, mientras que si decide esperar entra en una lotería cuya utilidad corresponde a la utilidad esperada de esta, es decir

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left[\frac{\left(W - \frac{W}{a_x}\right)(1+\tau)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}}\right] f_{\tilde{R}}(\tau)d\tau\ .$$

Luego, el individuo habrá obtenido un beneficio de haber esperado un año si y solo si

$$\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left[\frac{\left(W - \frac{W}{a_x}\right)(1+\tau)/(1+r_\lambda)\lambda}{a_{x+1}}\right] f_{\tilde{R}}(\tau\ )d\tau \geq\ \ln\left(\frac{W/\lambda}{a_x}\right)$$

lo cual se puede escribir como

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\ln(W) + ln\left(1 - \frac{1}{a_x}\right) + ln(1+\tau) - ln(1+r_\lambda) - ln(\lambda) - ln(a_{x+1})\right] f_{\tilde{R}}(\tau)d\tau$$
$$\geq \ln(\mathrm{W}) - \ln(\lambda) - ln(a_x)$$

donde simplificando se llega a la siguiente condición:

$$\int_{-\infty}^{\infty} ln(1+\tau)f_{\tilde{R}}(\tau)d\tau + \ln(a_x - 1) - ln(1+r_\lambda) - ln(a_{x+1}) \geq 0$$ [1]

Luego, esta es la condición que se debe evaluar para cada año. En la siguiente tabla se muestran las edades máximas de espera, las cuales son en general las mismas o algunos años menores que para el caso con umbral del 50%, pero nunca mayores (lo cual es natural debido a que ahora el individuo es averso al riesgo).

[1] Para que la integral este bien definida, esta debe partir en -1 debido al logaritmo en el integrando, pero esto no es problema dado que como τ es un retorno, el mínimo valor que puede tomar es -1.

Tabla 5.2. Edad máxima de espera para $R_{eav} = 2{,}5\%$ y $3{,}3\%$, con función de utilidad $U(x) = \ln(x)$

R_{eav}	Mujer				Hombre			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
2,5%	79	77	76	74	73	70	70	67
3,3%	76	72	72	67	69	65	65	65

6. CONCLUSIONES

En esta tesis se ha estudiado el cambio de la modalidad de Retiro Programado a Renta Vitalicia, analizando la existencia de un momento óptimo para la contratación de esta última. A partir de un desarrollo teórico se establece la condición que debe cumplirse para obtener un beneficio por esperar un año adicional mostrando que la probabilidad de obtener un beneficio por retrasar el cambio a Renta Vitalicia un año adicional va disminuyendo con los años, concluyendo que a partir de cierta edad dicha probabilidad será inferior al 50% y por tanto, si bien puede ser conveniente retrasar la contratación de la Renta Vitalicia por unos años, existiría un año límite para hacerlo.

Para la parte empírica de esta tesis se consideran distintos escenarios dependiendo del sexo del pensionado, de donde mantiene invertido su dinero (Fondo C, D, E e IGPA) y de la tasa R_{eav} usada por las compañías de seguro (1.7%, 2.1%, 2.5%, 2.9%, 3.3% y 3.7%).

Luego se calcula para cada uno de estos casos hasta qué edad sería razonable retrasar la contratación de la Renta Vitalicia considerando un umbral del 50%, es decir, que el pensionado está dispuesto a seguir esperando mientras la probabilidad de obtener un beneficio sea de al menos un 50%.

Por último se realizan dos análisis de robustez al modelo inicial (para $R_{eav} = 2{,}5\%$ y $3{,}3\%$). Estos corresponden a la incorporación de saltos al proceso de difusión y la incorporación de una función de utilidad que permita incluir la aversión al riesgo de los individuos. Se puede observar que al incorporar saltos al proceso de difusión si bien hay cambios en las probabilidades (sobre todo en los primeros años que disminuyen bastante), la edad máxima de espera con un umbral de un 50% sigue siendo la misma para todos los casos. Mientras que al incluir la aversión al riesgo las edades máximas de espera son en general las mismas o algunos años menores que para el caso con umbral del 50%, pero nunca mayores, como era esperable.

Finalmente, se concluye que en caso de querer contratar una Renta Vitalicia, al ser este cambio irreversible, lo más recomendable es esperar un tiempo antes de hacerlo, pero dado que cada año la probabilidad de obtener un beneficio por esperar un año adicional va disminuyendo, tampoco se debería esperar demasiado. De esta forma, las probabilidades calculadas en esta tesis pueden orientar al pensionado a decidir el momento adecuado para realizar la contratación de la Renta Vitalicia.

Además se propone como posibles extensiones de esta tesis trabajar con tasas R_{eav} variables y con un nivel de aversión al riesgo creciente.

7. BIBLIOGRAFÍA

Blake, D. (1999). Annuity markets: Problems and solutions. Geneva Papers on Risk and Insurance. Issues and Practice, 358-375.

Brown, J. R. (2001). Private pensions, mortality risk, and the decision to annuitize. Journal of public Economics, 82(1), 29-62.

Brown, J. R. (2003). Redistribution and insurance: mandatory annuitization with mortality heterogeneity. Journal of Risk and insurance, 70(1), 17-41.

Brown, J. R., Kling, J. R., Mullainathan, S., & Wrobel, M. V. (2008). Why don't people insure late life consumption: A framing explanation of the under-annuitization puzzle (No. w13748). National Bureau of Economic Research.

Charupat, N., & Milevsky, M. A. (2002). Optimal asset allocation in life annuities: a note. Insurance: Mathematics and Economics, 30(2), 199-209.

Dushi, I., & Webb, A. (2004). Household annuitization decisions: Simulations and empirical analyses. Journal of Pension Economics and Finance, 3(2), 109-143.

Hadar, J., & Russell, W. R. (1969). Rules for ordering uncertain prospects. The American Economic Review, 59(1), 25-34.

Knox, D. M. (2000). The Australian annuity market. World Bank Policy Research Working Paper, (2495).

Lockwood, L. M. (2012). Bequest motives and the annuity puzzle. Review of economic dynamics, 15(2), 226-243.

Milevsky, M. A. (1998). Optimal asset allocation towards the end of the life cycle: to annuitize or not to annuitize? Journal of Risk and Insurance, 401-426.

Milevsky, M. A., & Young, V. R. (2007). The timing of annuitization: Investment dominance and mortality risk. Insurance: Mathematics and Economics, 40(1), 135-144.

Moore, J. F., & Mitchell, O. S. (1997). Projected retirement wealth and savings adequacy in the Health and Retirement Study (No. w6240). National Bureau of Economic Research.

Yaari, M. E. (1965). Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer. The Review of Economic Studies, 32(2), 137-150.

http://www.safp.cl/portal/institucional/578/articles-10653_recurso_1.pdf

8. ANEXOS

En esta sección se encuentran las tablas de resultados, las tablas de mortalidad y de tasas de interés media y los gráficos.

8.1 Tablas de resultados

Tabla 8.1. Probabilidades de obtener un beneficio por esperar un año adicional, con $R_{eav} = 2{,}5\%$

Probabilidades para Chile ($\boldsymbol{R_{eav} = 2,5}\%$)								
Edad	**Female**				**Male**			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
60	72,85%	76,67%	83,25%	56,51%				
61	72,57%	76,25%	82,78%	56,39%				
62	72,31%	75,86%	82,33%	56,27%				
63	71,93%	75,27%	81,66%	56,09%				
64	71,43%	74,51%	80,78%	55,87%				
65	70,87%	73,63%	79,75%	55,62%	65,17%	64,42%	68,26%	53,17%
66	70,26%	72,67%	78,61%	55,35%	63,95%	62,39%	65,59%	52,66%
67	69,62%	71,65%	77,39%	55,07%	62,47%	59,93%	62,31%	52,06%
68	68,97%	70,62%	76,13%	54,78%	60,76%	57,05%	58,43%	51,37%
69	68,29%	69,53%	74,78%	54,49%	58,83%	53,81%	54,02%	50,59%
70	67,53%	68,29%	73,23%	54,16%	56,65%	50,17%	**49,05%**	**49,73%**
71	66,56%	66,70%	71,21%	53,75%	54,25%	**46,19%**	43,64%	48,80%
72	65,38%	64,76%	68,70%	53,25%	51,53%	41,76%	37,70%	47,74%
73	63,97%	62,43%	65,64%	52,67%	**48,42%**	36,86%	31,29%	46,54%
74	62,34%	59,70%	62,00%	52,00%	44,92%	31,55%	24,66%	45,19%
75	60,32%	56,31%	57,43%	51,19%	40,42%	25,18%	17,30%	43,43%
76	58,02%	52,46%	52,18%	50,28%	36,19%	19,73%	11,68%	41,75%
77	55,20%	**47,77%**	**45,78%**	**49,17%**	31,75%	14,68%	7,18%	39,93%
78	51,80%	42,20%	38,29%	47,85%	27,18%	10,23%	3,92%	37,96%
79	**47,80%**	35,89%	30,07%	46,30%	22,55%	6,57%	1,84%	35,82%
80	42,68%	28,30%	20,82%	44,32%	17,42%	3,51%	0,62%	33,19%
81	37,56%	21,43%	13,36%	42,30%	13,01%	1,70%	0,17%	30,59%
82	32,14%	15,09%	7,51%	40,09%	8,98%	0,67%	0,03%	27,72%
83	26,63%	9,75%	3,61%	37,71%	5,58%	0,20%	0,00%	24,58%
84	21,29%	5,72%	1,45%	35,20%	3,00%	0,04%	0,00%	21,19%
85	15,64%	2,69%	0,39%	32,19%	1,20%	0,00%	0,00%	17,22%
86	11,23%	1,17%	0,09%	29,40%	0,40%	0,00%	0,00%	13,57%
87	7,47%	0,42%	0,01%	26,44%	0,09%	0,00%	0,00%	10,03%
88	4,45%	0,11%	0,00%	23,27%	0,01%	0,00%	0,00%	6,80%
89	2,27%	0,02%	0,00%	19,87%	0,00%	0,00%	0,00%	4,12%
90	0,80%	0,00%	0,00%	15,76%	0,00%	0,00%	0,00%	1,98%

Tabla 8.2. Probabilidades de obtener un beneficio por esperar un año adicional, con $R_{eav} = 3{,}3\%$

Probabilidades para Chile ($\boldsymbol{R_{eav} = 3,3}\%$)								
Edad	**Female**				**Male**			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
60	65,95%	65,71%	69,94%	53,50%				
61	65,63%	65,18%	69,25%	53,36%				
62	65,33%	64,69%	68,61%	53,24%				
63	64,89%	63,96%	67,66%	53,05%				
64	64,33%	63,03%	66,44%	52,82%				
65	63,69%	61,96%	65,02%	52,56%	57,37%	51,37%	50,69%	50,02%
66	63,00%	60,81%	63,49%	52,27%	56,03%	**49,15%**	**47,66%**	**49,49%**
67	62,28%	59,60%	61,87%	51,98%	54,44%	46,51%	44,07%	48,87%
68	61,55%	58,38%	60,23%	51,68%	52,60%	43,50%	40,02%	48,16%
69	60,79%	57,10%	58,50%	51,38%	50,55%	40,21%	35,65%	47,36%
70	59,94%	55,67%	56,56%	51,04%	**48,27%**	36,62%	30,98%	46,48%
71	58,86%	53,86%	54,09%	50,61%	45,78%	32,82%	26,22%	45,52%
72	57,56%	51,68%	51,12%	50,09%	43,00%	28,76%	21,35%	44,44%
73	56,02%	**49,12%**	**47,63%**	**49,49%**	39,89%	24,45%	16,52%	43,22%
74	54,25%	46,20%	43,65%	48,80%	36,43%	20,03%	11,97%	41,85%
75	52,09%	42,67%	38,91%	47,96%	32,11%	15,05%	7,48%	40,07%
76	**49,66%**	38,78%	33,78%	47,02%	28,14%	11,10%	4,49%	38,38%
77	46,72%	34,23%	27,97%	45,88%	24,09%	7,69%	2,41%	36,55%
78	43,23%	29,09%	21,74%	44,53%	20,05%	4,94%	1,13%	34,58%
79	39,22%	23,58%	15,58%	42,96%	16,09%	2,88%	0,44%	32,45%
80	34,22%	17,40%	9,51%	40,95%	11,91%	1,36%	0,12%	29,86%
81	29,38%	12,27%	5,32%	38,92%	8,48%	0,58%	0,03%	27,32%
82	24,41%	7,94%	2,54%	36,70%	5,53%	0,19%	0,00%	24,53%
83	19,55%	4,65%	1,01%	34,33%	3,20%	0,05%	0,00%	21,51%
84	15,04%	2,44%	0,33%	31,84%	1,57%	0,01%	0,00%	18,29%
85	10,50%	0,99%	0,07%	28,88%	0,56%	0,00%	0,00%	14,59%
86	7,15%	0,37%	0,01%	26,15%	0,16%	0,00%	0,00%	11,26%
87	4,46%	0,11%	0,00%	23,29%	0,03%	0,00%	0,00%	8,09%
88	2,47%	0,02%	0,00%	20,25%	0,00%	0,00%	0,00%	5,30%
89	1,14%	0,00%	0,00%	17,04%	0,00%	0,00%	0,00%	3,07%
90	0,35%	0,00%	0,00%	13,23%	0,00%	0,00%	0,00%	1,38%

Tabla 8.3. Probabilidades de obtener un beneficio por esperar un año adicional, con $R_{eav} = 2{,}5\%$, incorporando saltos

Probabilidades para Chile ($\boldsymbol{R_{eav} = 2,5\%, N(t) = 1}$)								
Edad	**Female**				**Male**			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
60	63,10%	65,95%	70,15%	53,62%				
61	62,93%	65,67%	69,79%	53,55%				
62	62,77%	65,41%	69,46%	53,49%				
63	62,53%	65,01%	68,97%	53,39%				
64	62,23%	64,51%	68,33%	53,27%				
65	61,88%	63,94%	67,60%	53,12%	58,49%	58,27%	60,28%	51,76%
66	61,51%	63,32%	66,82%	52,97%	57,79%	57,08%	58,71%	51,48%
67	61,12%	62,68%	65,99%	52,82%	56,94%	55,65%	56,83%	51,14%
68	60,73%	62,03%	65,16%	52,66%	55,97%	54,00%	54,65%	50,76%
69	60,33%	61,35%	64,28%	52,49%	54,88%	52,15%	52,21%	50,33%
70	59,87%	60,59%	63,30%	52,31%	53,67%	50,10%	**49,48%**	**49,85%**
71	59,30%	59,63%	62,05%	52,08%	52,34%	**47,85%**	46,50%	49,33%
72	58,61%	58,47%	60,54%	51,81%	50,84%	45,33%	43,18%	48,75%
73	57,80%	57,10%	58,74%	51,48%	**49,13%**	42,48%	39,46%	48,08%
74	56,87%	55,52%	56,65%	51,11%	47,20%	39,31%	35,36%	47,33%
75	55,72%	53,58%	54,09%	50,66%	44,69%	35,28%	30,26%	46,35%
76	54,43%	51,39%	51,20%	50,15%	42,29%	31,54%	25,68%	45,40%
77	52,87%	**48,74%**	**47,68%**	**49,54%**	39,70%	27,65%	21,12%	44,37%
78	50,99%	45,58%	43,51%	48,80%	36,91%	23,69%	16,72%	43,25%
79	**48,79%**	41,92%	38,72%	47,95%	33,92%	19,71%	12,60%	42,01%
80	45,95%	37,29%	32,79%	46,84%	30,29%	15,32%	8,51%	40,47%
81	43,08%	32,75%	27,14%	45,71%	26,78%	11,56%	5,45%	38,91%
82	39,93%	27,99%	21,51%	44,46%	23,02%	8,11%	3,09%	37,15%
83	36,57%	23,22%	16,21%	43,10%	19,07%	5,17%	1,48%	35,14%
84	33,07%	18,63%	11,55%	41,65%	15,03%	2,89%	0,57%	32,86%
85	28,93%	13,80%	7,22%	39,88%	10,72%	1,23%	0,14%	30,00%
86	25,20%	10,04%	4,35%	38,19%	7,20%	0,44%	0,02%	27,09%
87	21,38%	6,80%	2,32%	36,34%	4,30%	0,12%	0,00%	23,88%
88	17,47%	4,18%	1,05%	34,27%	2,19%	0,02%	0,00%	20,41%
89	13,54%	2,23%	0,37%	31,93%	0,90%	0,00%	0,00%	16,75%
90	9,25%	0,85%	0,07%	28,87%	0,24%	0,00%	0,00%	12,67%

Tabla 8.4. Probabilidades de obtener un beneficio por esperar un año adicional, con $R_{eav} = 3{,}3\%$, incorporando saltos

Probabilidades para Chile $(R_{eav} = 3,3\%, N(t) = 1)$								
Edad	**Female**				**Male**			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
60	58,95%	59,04%	61,28%	51,94%				
61	58,76%	58,72%	60,87%	51,87%				
62	58,59%	58,43%	60,49%	51,80%				
63	58,33%	58,00%	59,92%	51,70%				
64	58,01%	57,45%	59,20%	51,57%				
65	57,64%	56,83%	58,38%	51,42%	54,07%	50,78%	50,38%	50,01%
66	57,24%	56,16%	57,50%	51,26%	53,33%	**49,52%**	**48,72%**	**49,72%**
67	56,83%	55,46%	56,58%	51,10%	52,45%	48,03%	46,74%	49,37%
68	56,42%	54,76%	55,65%	50,93%	51,43%	46,32%	44,49%	48,98%
69	55,99%	54,02%	54,68%	50,76%	50,30%	44,43%	42,00%	48,54%
70	55,51%	53,21%	53,61%	50,57%	**49,05%**	42,34%	39,27%	48,05%
71	54,90%	52,18%	52,25%	50,34%	47,68%	40,08%	36,35%	47,51%
72	54,17%	50,95%	50,61%	50,05%	46,14%	37,58%	33,16%	46,91%
73	53,32%	**49,50%**	**48,70%**	**49,72%**	44,39%	34,80%	29,67%	46,23%
74	52,34%	47,85%	46,51%	49,33%	42,43%	31,75%	25,94%	45,45%
75	51,15%	45,84%	43,86%	48,87%	39,91%	27,96%	21,47%	44,45%
76	**49,81%**	43,61%	40,93%	48,34%	37,51%	24,52%	17,61%	43,49%
77	48,19%	40,93%	37,44%	47,71%	34,94%	21,03%	13,93%	42,43%
78	46,26%	37,79%	33,42%	46,96%	32,20%	17,57%	10,54%	41,29%
79	44,02%	34,22%	28,95%	46,08%	29,29%	14,19%	7,54%	40,03%
80	41,15%	29,81%	23,63%	44,95%	25,81%	10,62%	4,76%	38,47%
81	38,27%	25,59%	18,80%	43,79%	22,49%	7,68%	2,83%	36,89%
82	35,14%	21,30%	14,21%	42,52%	19,00%	5,12%	1,46%	35,11%
83	31,85%	17,14%	10,15%	41,14%	15,41%	3,07%	0,63%	33,08%
84	28,46%	13,29%	6,80%	39,67%	11,83%	1,59%	0,21%	30,79%
85	24,52%	9,41%	3,92%	37,87%	8,14%	0,61%	0,04%	27,94%
86	21,02%	6,53%	2,17%	36,15%	5,24%	0,19%	0,01%	25,05%
87	17,49%	4,19%	1,05%	34,29%	2,97%	0,04%	0,00%	21,89%
88	13,97%	2,41%	0,42%	32,20%	1,41%	0,01%	0,00%	18,50%
89	10,53%	1,18%	0,13%	29,86%	0,53%	0,00%	0,00%	14,97%
90	6,90%	0,40%	0,02%	26,80%	0,12%	0,00%	0,00%	11,09%

Tabla 8.5. Valores para el caso con aversión al riesgo, con $R_{eav} = 3{,}3\%$

Valores para el caso con aversión al riesgo ($\boldsymbol{R_{eav} = 3,3\%}$)								
Edad	**Female**				**Male**			
	Fondo C	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**	**Fondo C**	**Fondo D**	**Fondo E**	**IGPA**
60	0,0160	0,0092	0,0085	0,0035				
61	0,0157	0,0089	0,0082	0,0032				
62	0,0153	0,0085	0,0078	0,0028				
63	0,0148	0,0080	0,0073	0,0023				
64	0,0142	0,0074	0,0067	0,0017				
65	0,0134	0,0066	0,0059	0,0009	0,0065	**-0,0003**	**-0,0010**	**-0,0060**
66	0,0127	0,0059	0,0052	0,0002	0,0051	-0,0017	-0,0024	-0,0074
67	0,0119	0,0051	0,0044	**-0,0006**	0,0034	-0,0034	-0,0041	-0,0091
68	0,0111	0,0043	0,0036	-0,0014	0,0014	-0,0054	-0,0061	-0,0111
69	0,0102	0,0034	0,0027	-0,0023	**-0,0007**	-0,0075	-0,0082	-0,0132
70	0,0093	0,0025	0,0018	-0,0032	-0,0031	-0,0099	-0,0106	-0,0156
71	0,0081	0,0013	0,0006	-0,0044	-0,0057	-0,0125	-0,0132	-0,0182
72	0,0067	**-0,0001**	**-0,0008**	-0,0058	-0,0086	-0,0154	-0,0161	-0,0211
73	0,0051	-0,0017	-0,0024	-0,0074	-0,0120	-0,0188	-0,0195	-0,0245
74	0,0032	-0,0036	-0,0043	-0,0093	-0,0157	-0,0225	-0,0232	-0,0282
75	0,0009	-0,0059	-0,0066	-0,0116	-0,0205	-0,0273	-0,0280	-0,0330
76	**-0,0017**	-0,0085	-0,0092	-0,0142	-0,0252	-0,0320	-0,0327	-0,0377
77	-0,0047	-0,0115	-0,0122	-0,0172	-0,0303	-0,0371	-0,0378	-0,0428
78	-0,0084	-0,0152	-0,0159	-0,0209	-0,0358	-0,0426	-0,0433	-0,0483
79	-0,0127	-0,0195	-0,0202	-0,0252	-0,0419	-0,0487	-0,0494	-0,0544
80	-0,0181	-0,0249	-0,0256	-0,0306	-0,0494	-0,0562	-0,0569	-0,0619
81	-0,0237	-0,0305	-0,0312	-0,0362	-0,0571	-0,0639	-0,0646	-0,0696
82	-0,0299	-0,0367	-0,0374	-0,0424	-0,0659	-0,0727	-0,0734	-0,0784
83	-0,0365	-0,0433	-0,0440	-0,0490	-0,0759	-0,0827	-0,0834	-0,0884
84	-0,0436	-0,0504	-0,0511	-0,0561	-0,0874	-0,0942	-0,0949	-0,0999
85	-0,0524	-0,0592	-0,0599	-0,0649	-0,1021	-0,1089	-0,1096	-0,1146
86	-0,0607	-0,0675	-0,0682	-0,0732	-0,1175	-0,1243	-0,1250	-0,1300
87	-0,0699	-0,0767	-0,0774	-0,0824	-0,1352	-0,1420	-0,1427	-0,1477
88	-0,0803	-0,0871	-0,0878	-0,0928	-0,1555	-0,1623	-0,1630	-0,1680
89	-0,0922	-0,0990	-0,0997	-0,1047	-0,1788	-0,1856	-0,1863	-0,1913
90	-0,1081	-0,1149	-0,1156	-0,1206	-0,2083	-0,2151	-0,2158	-0,2208

8.2 Tablas de mortalidad y de tasas de interés media

Tabla 8.6. TABLA RV-2014 - MUJERES

Edad	qx	Factor Aax	Edad	qx	Factor Aax
20	0,00014697	0,0216	65	0,00540752	0,0209
21	0,00014834	0,0216	66	0,00605835	0,0209
22	0,00014994	0,0216	67	0,00672943	0,0209
23	0,00015244	0,0216	68	0,00739141	0,0209
24	0,00015595	0,0216	69	0,00807320	0,0209
25	0,00015701	0,0255	70	0,00882683	0,0221
26	0,00016123	0,0255	71	0,00978717	0,0221
27	0,00016800	0,0255	72	0,01093797	0,0221
28	0,00017809	0,0255	73	0,01228757	0,0221
29	0,00019099	0,0255	74	0,01382224	0,0221
30	0,00020182	0,0308	75	0,01568726	0,0202
31	0,00021777	0,0308	76	0,01775670	0,0202
32	0,00023368	0,0308	77	0,02024799	0,0202
33	0,00024883	0,0308	78	0,02319710	0,0202
34	0,00026424	0,0308	79	0,02660428	0,0202
35	0,00028251	0,0301	80	0,03097353	0,0161
36	0,00030354	0,0301	81	0,03531713	0,0161
37	0,00032823	0,0301	82	0,04002585	0,0161
38	0,00035730	0,0301	83	0,04501651	0,0161
39	0,00039088	0,0301	84	0,05021994	0,0161
40	0,00043346	0,0277	85	0,05652689	0,0121
41	0,00047663	0,0277	86	0,06226553	0,0121
42	0,00052397	0,0277	87	0,06837755	0,0121
43	0,00057551	0,0277	88	0,07501311	0,0121
44	0,00063222	0,0277	89	0,08232981	0,0121
45	0,00070640	0,0241	90	0,09195911	0,0081
46	0,00077939	0,0241	91	0,10124796	0,0081
47	0,00086039	0,0241	92	0,11166539	0,0081
48	0,00095007	0,0241	93	0,12330934	0,0081
49	0,00104953	0,0241	94	0,13624260	0,0081
50	0,00115484	0,0256	95	0,15299191	0,0040
51	0,00127943	0,0256	96	0,16879145	0,0040
52	0,00141455	0,0256	97	0,18034215	0,0040
53	0,00156014	0,0256	98	0,19690391	0,0040
54	0,00171951	0,0256	99	0,21462541	0,0040
55	0,00190027	0,0250	100	0,23728995	0,0000
56	0,00209962	0,0250	101	0,25766910	0,0000

57	0,00232771	0,0250	102	0,27921041	0,0000
58	0,00258931	0,0250	103	0,30187501	0,0000
59	0,00288425	0,0250	104	0,32560493	0,0000
60	0,00326841	0,0208	105	0,35032245	0,0000
61	0,00356919	0,0208	106	0,37593004	0,0000
62	0,00383856	0,0208	107	0,40231103	0,0000
63	0,00425648	0,0208	108	0,42933114	0,0000
64	0,00479267	0,0208	109	0,45684066	0,0000
			110	1,00000000	0,0000

Tabla 8.7. TABLA CB-2014 - HOMBRES

Edad	qx	Factor Aax	Edad	qx	Factor Aax
0	0,00527215	0,0437	55	0,00432423	0,0287
1	0,00026525	0,0437	56	0,00480206	0,0287
2	0,00022360	0,0437	57	0,00531015	0,0287
3	0,00019462	0,0437	58	0,00586043	0,0287
4	0,00014259	0,0437	59	0,00645862	0,0287
5	0,00011414	0,0416	60	0,00725702	0,0234
6	0,00010688	0,0416	61	0,00794351	0,0234
7	0,00010098	0,0416	62	0,00864756	0,0234
8	0,00009377	0,0416	63	0,00938077	0,0234
9	0,00008580	0,0416	64	0,01019303	0,0234
10	0,00008242	0,0374	65	0,01132571	0,0197
11	0,00008778	0,0374	66	0,01251170	0,0197
12	0,00011181	0,0374	67	0,01392091	0,0197
13	0,00015942	0,0374	68	0,01552920	0,0197
14	0,00022468	0,0374	69	0,01730257	0,0197
15	0,00032342	0,0168	70	0,01926206	0,0193
16	0,00039999	0,0168	71	0,02137767	0,0193
17	0,00047245	0,0168	72	0,02373374	0,0193
18	0,00053602	0,0168	73	0,02638194	0,0193
19	0,00059158	0,0168	74	0,02934671	0,0193
20	0,00063810	0,0207	75	0,03319344	0,0150
21	0,00069289	0,0207	76	0,03680136	0,0150
22	0,00073413	0,0207	77	0,04066463	0,0150
23	0,00075783	0,0207	78	0,04479283	0,0150
24	0,00076864	0,0207	79	0,04923599	0,0150
25	0,00076600	0,0236	80	0,05473812	0,0120
26	0,00077479	0,0236	81	0,06014039	0,0120
27	0,00078607	0,0236	82	0,06614873	0,0120
28	0,00080265	0,0236	83	0,07286029	0,0120

29	0,00082433	0,0236	84	0,08036190	0,0120
30	0,00084034	0,0256	85	0,08980874	0,0090
31	0,00086515	0,0256	86	0,09920256	0,0090
32	0,00089755	0,0256	87	0,10955595	0,0090
33	0,00093947	0,0256	88	0,12087779	0,0090
34	0,00098969	0,0256	89	0,13315283	0,0090
35	0,00104253	0,0269	90	0,14812221	0,0060
36	0,00110494	0,0269	91	0,16233538	0,0060
37	0,00116753	0,0269	92	0,17732952	0,0060
38	0,00122813	0,0269	93	0,19300355	0,0060
39	0,00129039	0,0269	94	0,20924055	0,0060
40	0,00134303	0,0297	95	0,22835692	0,0030
41	0,00142290	0,0297	96	0,24670781	0,0030
42	0,00151948	0,0297	97	0,26583060	0,0030
43	0,00163658	0,0297	98	0,28567680	0,0030
44	0,00177235	0,0297	99	0,30618872	0,0030
45	0,00191307	0,0313	100	0,33125700	0,0000
46	0,00207717	0,0313	101	0,35315391	0,0000
47	0,00224793	0,0313	102	0,37549806	0,0000
48	0,00242250	0,0313	103	0,39819949	0,0000
49	0,00260650	0,0313	104	0,42116281	0,0000
50	0,00283049	0,0298	105	0,44428855	0,0000
51	0,00306631	0,0298	106	0,46747463	0,0000
52	0,00321990	0,0298	107	0,49061790	0,0000
53	0,00349669	0,0298	108	0,51361575	0,0000
54	0,00386465	0,0298	109	0,53636771	0,0000
			110	1,00000000	0,0000

Tabla 8.8. Tasas de interés media mensual de Rentas Vitalicias

Periodo	Tasa	Periodo	Tasa	Periodo	Tasa
Enero - 1995	4.81	Septiembre - 2001	5.74	Mayo - 2008	3.31
Febrero - 1995	4.79	Octubre - 2001	5.79	Junio - 2008	3.45
Marzo - 1995	4.84	Noviembre - 2001	5.68	Julio - 2008	3.69
Abril - 1995	4.92	Diciembre - 2001	5.61	Agosto - 2008	3.84
Mayo - 1995	5.02	Enero - 2002	5.59	Septiembre - 2008	3.94
Junio - 1995	4.96	Febrero - 2002	5.49	Octubre - 2008	4.03
Julio - 1995	4.91	Marzo - 2002	5.41	Noviembre - 2008	3.98
Agosto - 1995	4.86	Abril - 2002	5.31	Diciembre - 2008	3.97
Septiembre - 1995	4.92	Mayo - 2002	5.26	Enero - 2009	3.97
Octubre - 1995	5.04	Junio - 2002	5.24	Febrero - 2009	3.92
Noviembre - 1995	5.17	Julio - 2002	5.29	Marzo - 2009	3.72
Diciembre - 1995	5.27	Agosto - 2002	5.16	Abril - 2009	3.66
Enero - 1996	5.28	Septiembre - 2002	4.82	Mayo - 2009	3.67
Febrero - 1996	5.25	Octubre - 2002	4.38	Junio - 2009	3.75
Marzo - 1996	5.25	Noviembre - 2002	4.28	Julio - 2009	3.81
Abril - 1996	5.34	Diciembre - 2002	4.32	Agosto - 2009	3.79
Mayo - 1996	5.34	Enero - 2003	4.45	Septiembre - 2009	3.77
Junio - 1996	5.38	Febrero - 2003	4.38	Octubre - 2009	3.75
Julio - 1996	5.35	Marzo - 2003	4.22	Noviembre - 2009	3.71
Agosto - 1996	5.27	Abril - 2003	4.18	Diciembre - 2009	3.69
Septiembre - 1996	5.25	Mayo - 2003	4.12	Enero - 2010	3.74
Octubre - 1996	5.20	Junio - 2003	4.11	Febrero - 2010	3.71
Noviembre - 1996	5.13	Julio - 2003	4.15	Marzo - 2010	3.65
Diciembre - 1996	5.06	Agosto - 2003	4.21	Abril - 2010	3.62
Enero - 1997	4.98	Septiembre - 2003	4.23	Mayo - 2010	3.55
Febrero - 1997	4.96	Octubre - 2003	4.25	Junio - 2010	3.49
Marzo - 1997	5.03	Noviembre - 2003	4.26	Julio - 2010	3.40
Abril - 1997	5.02	Diciembre - 2003	4.18	Agosto - 2010	3.26
Mayo - 1997	5.07	Enero - 2004	4.18	Septiembre - 2010	3.13
Junio - 1997	5.09	Febrero - 2004	4.13	Octubre - 2010	3.06
Julio - 1997	5.23	Marzo - 2004	4.03	Noviembre - 2010	3.10
Agosto - 1997	5.23	Abril - 2004	3.89	Diciembre - 2010	3.12
Septiembre - 1997	5.28	Mayo - 2004	3.88	Enero - 2011	3.16
Octubre - 1997	5.34	Junio - 2004	3.87	Febrero - 2011	3.28
Noviembre - 1997	5.35	Julio - 2004	3.81	Marzo - 2011	3.33
Diciembre - 1997	5.38	Agosto - 2004	3.70	Abril - 2011	3.32
Enero - 1998	5.37	Septiembre - 2004	3.63	Mayo - 2011	3.30
Febrero - 1998	5.48	Octubre - 2004	3.31	Junio - 2011	3.29
Marzo - 1998	5.64	Noviembre - 2004	3.36	Julio - 2011	3.28
Abril - 1998	5.60	Diciembre - 2004	3.33	Agosto - 2011	3.28
Mayo - 1998	5.63	Enero - 2005	3.29	Septiembre - 2011	3.23
Junio - 1998	5.70	Febrero - 2005	3.26	Octubre - 2011	3.15

Julio - 1998	5.77	Marzo - 2005	3.12	Noviembre - 2011	3.19
Agosto - 1998	5.83	Abril - 2005	3.58	Diciembre - 2011	3.23
Septiembre - 1998	5.86	Mayo - 2005	3.43	Enero - 2012	3.27
Octubre - 1998	5.89	Junio - 2005	3.32	Febrero - 2012	3.25
Noviembre - 1998	5.87	Julio - 2005	3.29	Marzo - 2012	3.23
Diciembre - 1998	5.85	Agosto - 2005	3.24	Abril - 2012	3.23
Enero - 1999	5.88	Septiembre - 2005	3.13	Mayo - 2012	3.25
Febrero - 1999	5.76	Octubre - 2005	3.03	Junio - 2012	3.24
Marzo - 1999	5.57	Noviembre - 2005	3.26	Julio - 2012	3.23
Abril - 1999	5.41	Diciembre - 2005	3.60	Agosto - 2012	3.22
Mayo - 1999	5.37	Enero - 2006	3.66	Septiembre - 2012	3.21
Junio - 1999	5.32	Febrero - 2006	3.66	Octubre - 2012	3.24
Julio - 1999	5.26	Marzo - 2006	3.57	Noviembre - 2012	3.24
Agosto - 1999	5.35	Abril - 2006	3.52	Diciembre - 2012	3.23
Septiembre - 1999	5.52	Mayo - 2006	3.52	Enero - 2013	3.16
Octubre - 1999	5.49	Junio - 2006	3.56	Febrero - 2013	3.13
Noviembre - 1999	5.58	Julio - 2006	3.59	Marzo - 2013	3.15
Diciembre - 1999	5.61	Agosto - 2006	3.62	Abril - 2013	3.15
Enero - 2000	5.62	Septiembre - 2006	3.55	Mayo - 2013	3.12
Febrero - 2000	5.60	Octubre - 2006	3.49	Junio - 2013	3.09
Marzo - 2000	5.62	Noviembre - 2006	3.43	Julio - 2013	3.09
Abril - 2000	5.68	Diciembre - 2006	3.28	Agosto - 2013	3.02
Mayo - 2000	5.71	Enero - 2007	3.15	Septiembre - 2013	2.96
Junio - 2000	5.66	Febrero - 2007	3.13	Octubre - 2013	2.93
Julio - 2000	5.67	Marzo - 2007	3.16	Noviembre - 2013	2.93
Agosto - 2000	5.53	Abril - 2007	3.15	Diciembre - 2013	2.89
Septiembre - 2000	5.44	Mayo - 2007	3.13	Enero - 2014	2.88
Octubre - 2000	5.46	Junio - 2007	3.22	Febrero - 2014	2.92
Noviembre - 2000	5.43	Julio - 2007	3.33	Marzo - 2014	2.85
Diciembre - 2000	5.37	Agosto - 2007	3.37	Abril - 2014	2.82
Enero - 2001	5.33	Septiembre - 2007	3.37	Mayo - 2014	2.75
Febrero - 2001	5.27	Octubre - 2007	3.36	Junio - 2014	2.68
Marzo - 2001	5.04	Noviembre - 2007	3.37	Julio - 2014	2.61
Abril - 2001	4.92	Diciembre - 2007	3.34	Agosto - 2014	2.53
Mayo - 2001	5.10	Enero - 2008	3.38	Septiembre - 2014	2.36
Junio - 2001	5.25	Febrero - 2008	3.59	Octubre - 2014	2.23
Julio - 2001	5.48	Marzo - 2008	3.47	Noviembre - 2014	2.31
Agosto - 2001	5.61	Abril - 2008	3.37	Diciembre - 2014	2.28

8.3 Gráficos

Grafico 8.1.

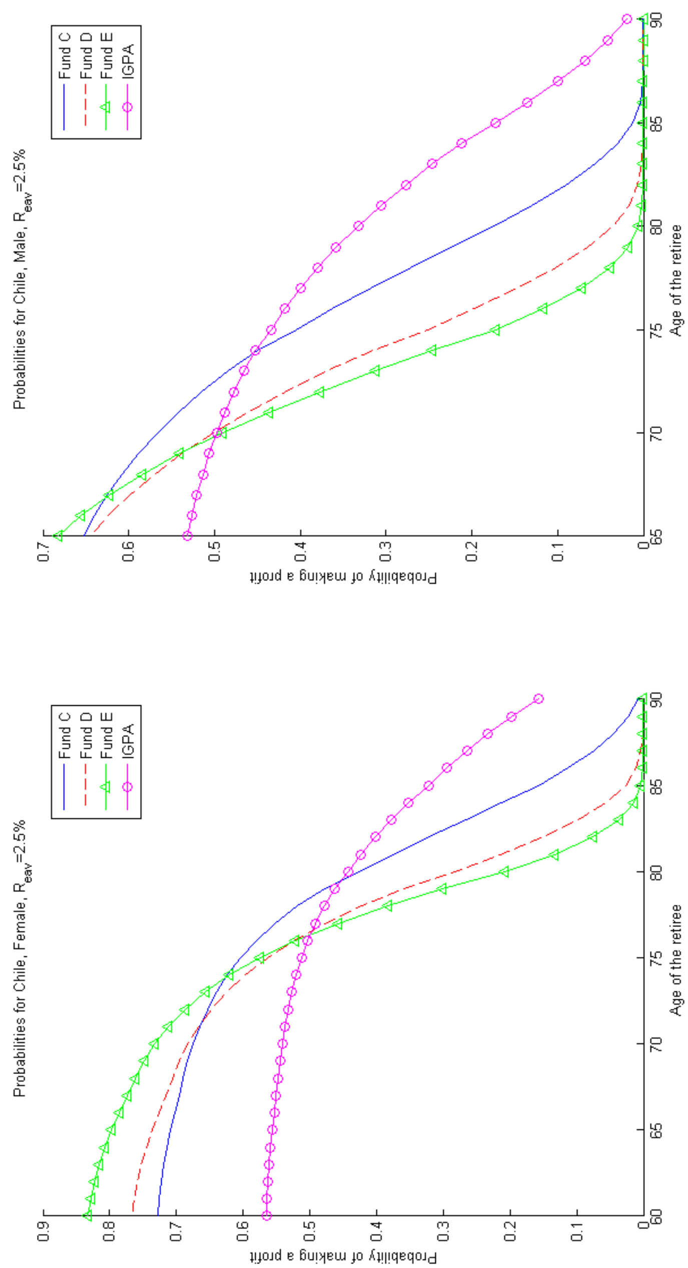
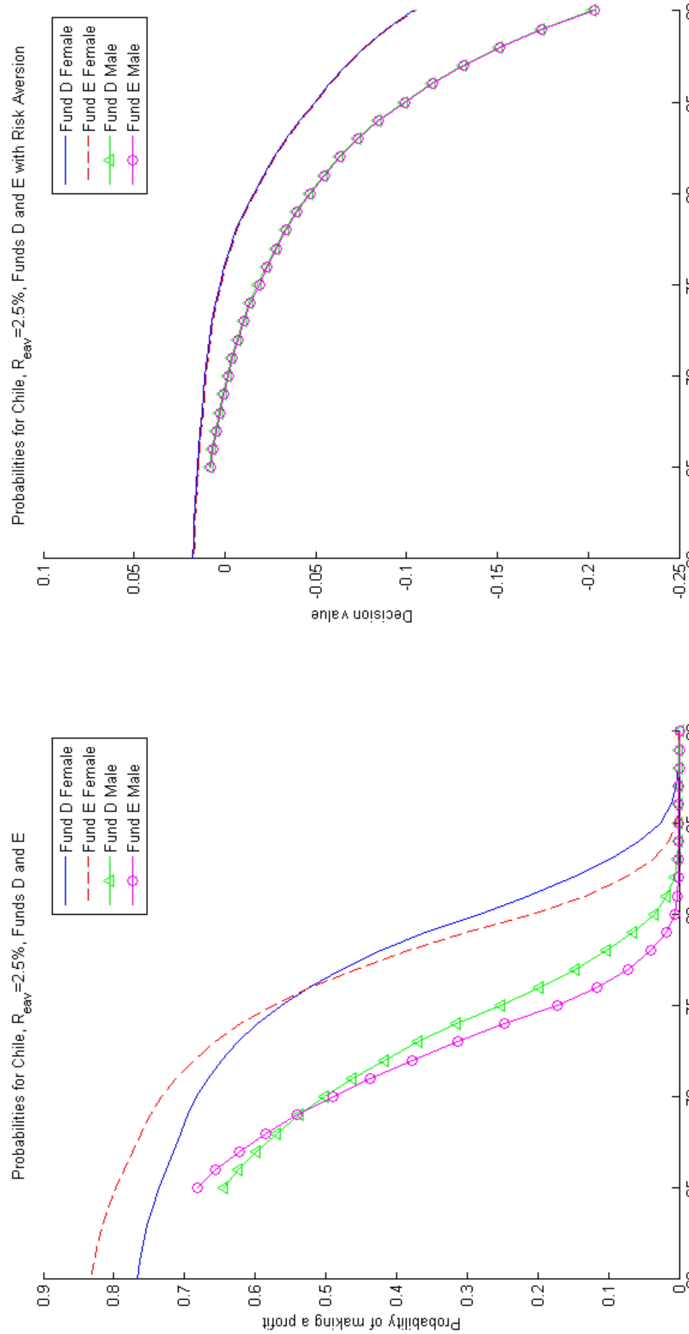


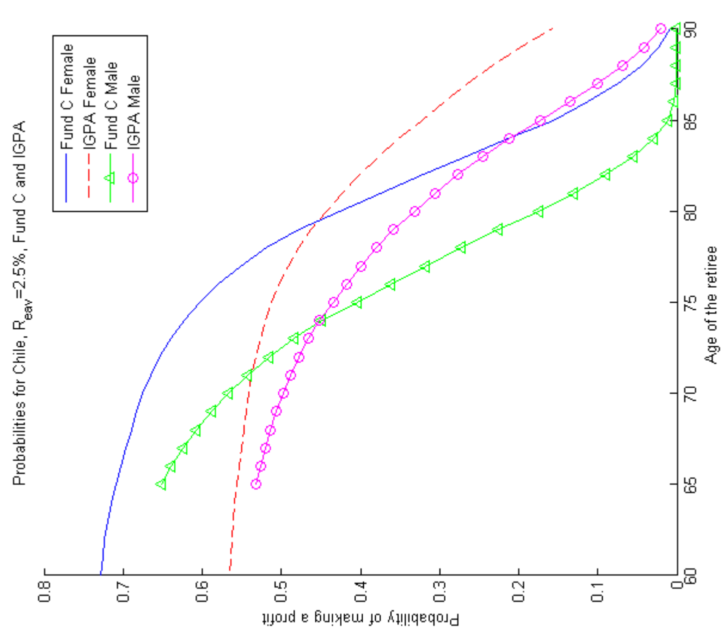
Grafico 8.2.



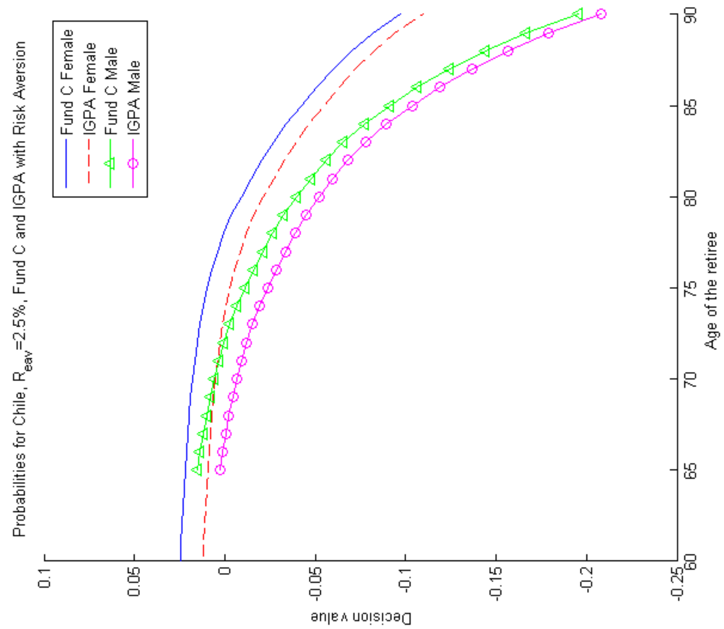
Probabilities for Chile, R_{eav}=2.5%, Funds D and E with Risk Aversion
Fund D Female
Fund E Female
Fund D Male
Fund E Male
Decision value
Age of the retiree
Probabilities for Chile, R_{eav}=2.5%, Funds D and E
Fund D Female
Fund E Female
Fund D Male
Fund E Male
Probability of making a profit
Age of the retiree

-

Grafico 8.3.



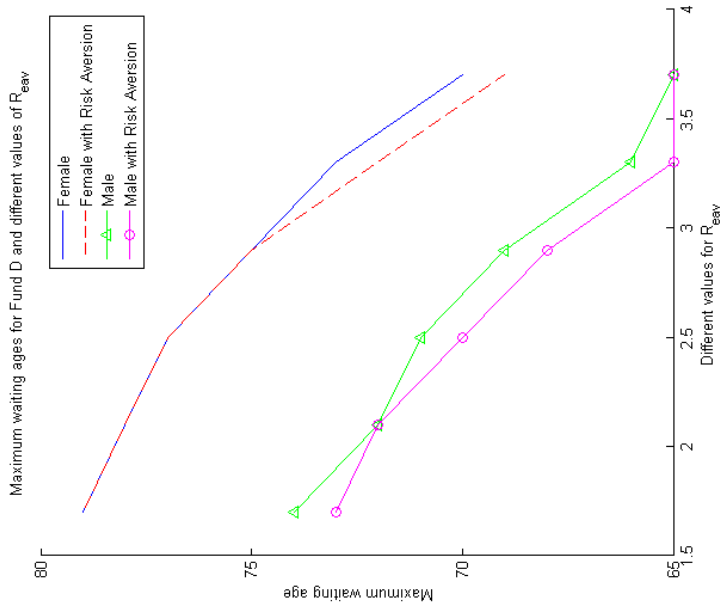
Probabilities for Chile, R_{eav}=2.5%, Fund C and IGPA
Fund C Female
IGPA Female
Fund C Male
IGPA Male
Probability of making a profit
Age of the retiree
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
60
65
70
75
80
85
90

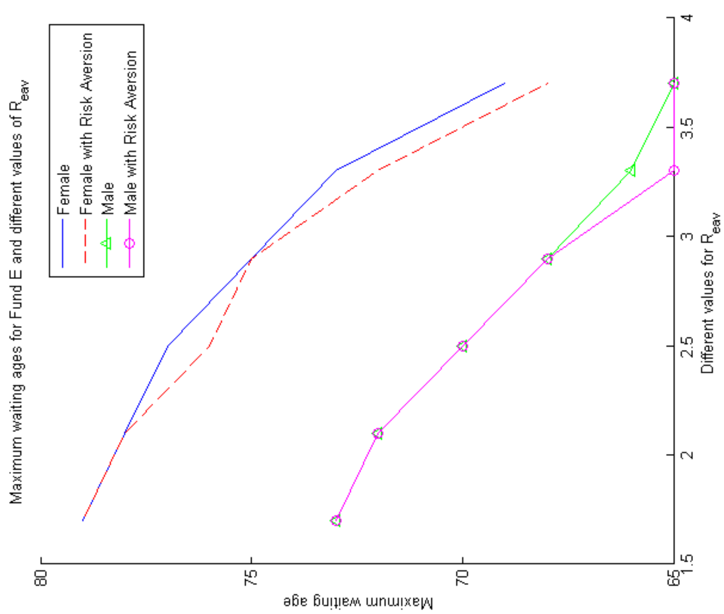


Probabilities for Chile, R_{eav}=2.5%, Fund C and IGPA with Risk Aversion
Fund C Female
IGPA Female
Fund C Male
IGPA Male
Decision value
Age of the retiree
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
-0.25
60
65
70
75
80
85
90

--

Grafico 8.4.


Maximum waiting ages for Fund D and different values of R_{eav}
Female
Female with Risk Aversion
Male
Male with Risk Aversion
Maximum waiting age
Different values for R_{eav}
80
75
70
65
1.5
2
2.5
3
3.5
4


Maximum waiting ages for Fund E and different values of R_{eav}
Female
Female with Risk Aversion
Male
Male with Risk Aversion
Maximum waiting age
Different values for R_{eav}
80
75
70
65
1.5
2
2.5
3
3.5
4