

LA SUSTITUCION DE TRABAJO, CAPITAL HUMANO Y CAPITAL FISICO EN LA INDUSTRIA MANUFACTURERA CHILENA

Vittorio Corbo

Departamento de Economía
Universidad de Chile
Concordia University
Montreal, Canadá

Patricio Meller

Corporación de Investigaciones Económicas
para Latinoamérica
(CIEPLAN)

Estamos agradecidos por los comentarios de Jere R. Behrman, Ernest R. Berndt y Franklin M. Fisher a borradores previos de este artículo. Nuestro reconocimiento a Terry Echaniz, Lisa Horowitz y José Vrljicak por su eficiente ayuda en la investigación y programación. También agradecemos al NBER y al Fondo General de Investigación del Consejo Canadiense de la Facultad de Artes de la Universidad de Concordia por su apoyo financiero. Durante el tiempo en que se llevó a cabo esta investigación, Patricio Meller fue becado por la Fundación Rockefeller en la NBER. Este artículo no ha sido sometido a la revisión que se da a las publicaciones oficiales del NBER.

LA SUSTITUCION DE TRABAJO, CAPITAL HUMANO Y CAPITAL FISICO EN LA INDUSTRIA MANUFACTURERA CHILENA

Vittorio Corbo
Patricio Meller

1. INTRODUCCION

Las funciones de producción tienen varios usos. Primero, son una parte integral del modelo de la empresa, y, por lo tanto, se usan para determinar el nivel de equilibrio del producto y de los insumos de la empresa (véase, por ejemplo, Jorgenson, 1972; Nadiri y Rosen, 1973). Segundo, sirven para estudiar el cambio en los insumos demandados frente a una variación en sus precios relativos (Behrman, 1972; Berndt y Wood, 1975; y Pindyck, 1977). Tercero, se utilizan para medir la contribución de los insumos al producto en estudios de productividad (Nadiri, 1969).

Nuestro estudio de las funciones de producción en la industria manufacturera chilena se inició (Corbo y Meller, 1979 b y 1979 c) por la necesidad de cuantificar los efectos que las distorsiones en los mercados de factores originadas en el sistema de comercio exterior chileno han tenido sobre la demanda de factores y sobre las combinaciones de factores usadas en los sectores transables. En consecuencia, nuestra aplicación corresponde al segundo de los usos indicados arriba.

La hipótesis estándar al estimar modelos de producción es que la función pertenece a una clase restringida que satisface *a priori* las restricciones de monotonicidad y cuasiconcavidad (véase especialmente Fuss, McFadden y Mundlak, 1978). Las funciones de producción que se usan más frecuentemente son la Cobb-Douglas, la CES y la translog, siendo la última de un desarrollo más reciente (Christensen, Jorgenson y Lau, 1971). Cada una de estas funciones implica restricciones diferentes sobre las características de la tecnología. La función Cobb-Douglas supone que todas las elasticidades parciales de sustitución de Allen valen uno. La función CES presume que estas elasticidades son constantes e iguales para un par cualquiera de insumos,

y para todos los puntos en el espacio de insumos. Además, tanto la función Cobb-Douglas como la CES supone una fuerte separabilidad. Por el contrario, la función translog no restringe los valores de las elasticidades de sustitución en ningún punto del espacio de insumos, y tampoco supone una fuerte separabilidad.

La estimación de funciones translog se ha hecho muy popular últimamente por la flexibilidad que ofrecen (E. Berndt y L.R. Christensen, 1973 y 1974; E. Berndt y D. Wood, 1975; D. Humphrey y J.R. Moroney, 1975; Burgess, 1975; Denny y May, 1977). Una función translog tiene un gran número de parámetros.¹ Para evitar problemas de multicolinealidad en el caso de muestras pequeñas, el procedimiento usual de estimación ha consistido en trabajar con condiciones laterales de maximización de utilidades en mercados competitivos tanto de factores como de productos. Bajo este supuesto, las condiciones laterales de maximización de utilidades implican un sistema de ecuaciones semilogarítmicas que tiene una ecuación por cada insumo. Los parámetros de la función translog asociada se estiman a partir de este sistema. Cada una de las ecuaciones de la participación que un insumo tiene en el valor de la producción como una función lineal de los logaritmos de cada uno de los insumos. La dificultad de este enfoque es que resulta imposible saber si los parámetros que uno está estimando son los de una función translog o son un conjunto espurio, producto del error de especificación proveniente del uso de supuestos incorrectos y no comprobados. Sin embargo, si todos estos supuestos son correctos, no hay diferencia entre este enfoque y una estimación directa. De hecho, Diewert (1974) ha sugerido que la función de producción debería estimarse a partir de un sistema de ecuaciones que incluya la función misma y todas las condiciones laterales de maximización de utilidades. Como en el caso del sector manufacturero chileno hay evidencia de fuertes características no competitivas (véase especialmente Harberger, 1963; y Meller y Swinburn, 1973), aquí no tomaremos en cuenta esta sugerencia.

Estimamos directamente, o sea, sin usar condiciones laterales, las funciones translog de 44 industrias manufactureras ISIC de cuatro dígitos, a partir de datos de corte transversal obtenidos para establecimientos específicos. Se emplea una función de producción de tres insumos, en que los insumos son trabajo, capital humano y capital físico. En Corbo y Meller (1979 a), habíamos estimado una función translog donde los insumos usados eran obreros, empleados y capital físico.

En lo que sigue, este trabajo se divide en tres secciones. En la segunda sección, presentamos el modelo que va a ser estimado y las diferentes hipótesis por verificarse; en la tercera sección, describimos los datos y presentamos

¹En general, una función translog con n insumos tiene $2n + 1 + \frac{n(n-1)}{2}$ parámetros.

los resultados estadísticos; y en la cuarta sección, entregamos las principales conclusiones.

2. EL MODELO

La función translog simétrica ($\gamma_{sk} = \gamma_{ks}$) se puede escribir

$$\begin{aligned} \ln Y_{ij} = & a_0^i + a_1^i \ln LM_{ij} + a_2^i \ln LS_{ij} + a_3^i \ln K_{ij} \\ & + \frac{1}{2} \gamma_{11}^i (\ln LM_{ij})^2 + \gamma_{12}^i (\ln LM_{ij}) (\ln LS_{ij}) \\ & + \gamma_{13}^i (\ln LM_{ij}) (\ln K_{ij}) + \frac{1}{2} \gamma_{22}^i (\ln LS_{ij})^2 \\ & + \gamma_{23}^i (\ln LS_{ij}) (\ln K_{ij}) + \frac{1}{2} \gamma_{33}^i (\ln K_{ij})^2 \end{aligned} \quad (1)$$

donde Y es el valor agregado; LM , el trabajo; LS , el capital humano; K , el capital físico; i un subíndice que se refiere a una industria ISIC de cuatro dígitos; y j , un subíndice que identifica una firma perteneciente a la industria i .

La ecuación (1) implica fuertes supuestos acerca de la tecnología de una industria ISIC de cuatro dígitos. En particular, se supone que cada establecimiento en una industria ISIC de cuatro dígitos tiene la misma función de producción independientemente de su tamaño y otras características. Considerando, sin embargo, que en una función translog la elasticidad de sustitución es diferente en cada punto, el tamaño del establecimiento afectará las propiedades de sustitución de la tecnología a través del valor de los insumos.

Hay dos características principales de una tecnología que se examinan detalladamente en este trabajo: a) los retornos a escala, y b) la separabilidad de los insumos (por pares y globalmente).

La hipótesis de retornos constantes a escala puede probarse directamente a partir de (1). Los retornos constantes a escala (RCAE) implican un conjunto de restricciones sobre los parámetros de la función (Berndt y Christensen, 1973, p. 84).

La función translog no supone separabilidad sino que ésta debe ser verificada. Referente a tres insumos, puede haber tres casos de separabilidad débil: la separabilidad débil de LM y LS respecto a K (denominada $LMLS-K$), de LM y K respecto a LS (denominada $LMK-LS$), y de LS y K respecto a LM (denominada $LSK-LM$). En el caso de la función translog de la ecua-

ción (1), estas condiciones de separabilidad se cumplen globalmente si, y solo si, se cumple cierto conjunto específico de restricciones sobre los parámetros de las funciones (Berndt y Christensen, 1973, p. 102). La separabilidad global impone condiciones más restrictivas sobre los parámetros de la función translog ya que requiere que todos los $\gamma_{ij} = 0$ para $i \neq j$.

En el caso especial de RCAE, la separabilidad global implica que la función translog es Cobb-Douglas.²

Finalmente, debemos comprobar si la función de producción estimada es bien comportada. Una función de producción se considera bien comportada si tiene productos marginales positivos para cada insumo (monotonicidad positiva), y si es cuasicóncava. La función translog no satisface globalmente estas restricciones. Sin embargo, si podemos encontrar regiones del espacio de insumos (que incluyan la combinación de insumos observada) suficientemente grandes en las cuales se satisfagan estas restricciones, podremos entonces considerar la función translog como bien comportada para las combinaciones de insumos que son relevantes. Para hacer esto, la monotonicidad y cuasiconcavidad de la función translog estimada deben ser verificadas en cada punto de la muestra.

La monotonicidad positiva requiere que $\partial Y/\partial LM > 0$, $\partial Y/\partial LS > 0$ y $\partial Y/\partial K > 0$. Una función translog es estrictamente cuasicóncava (esto es, tiene isocuantas estrictamente convexas) si la matriz hessiana bordeada es negativa definida. En el caso de tres insumos, esto requiere que los menores principales bordeados sean, respectivamente, positivos y negativos (Takayama, 1974, p. 123). Los menores principales bordeados de la matriz hessiana bordeada se calculan para cada observación de una industria dada de cuatro dígitos.

Una de las dificultades con los *tests* de separabilidad débil en una función translog es que ellos precisan que la función agregadora sea lineal en los logaritmos. Los *tests* anteriores son, entonces, un *test* conjunto para separabilidad débil y para un agregador logarítmico lineal. Bajo la especificación translog de la tecnología, el carácter conjunto de los *tests* los hace inseparables, y éstos son sesgados hacia el rechazo de la hipótesis de separabilidad débil (Blackorby, Primont y Russell, 1977).

En nuestra verificación del modelo translog, seguimos la secuencia que se muestra en el cuadro 1. Primero, hacemos un *test* para RCAE, luego verificamos seguidamente si hay una separabilidad global completa, lo que, en el

²En el caso de separabilidad global, si no restringimos la función translog para que exhiba RCAE, entonces la función translog restringida incluirá términos cuadráticos en los logaritmos de cada insumo, y no será, por lo tanto, una función Cobb-Douglas.

caso de RCAE, es equivalente a un *test* para una función Cobb—Douglas. En los casos en que se rechaza la hipótesis nula, procedemos a verificar la separabilidad global por pares. Se usa un conjunto de hipótesis anidadas verificadas a un nivel de significancia del 1 por ciento para cada *test*. Como hay un total de cinco de estos *tests*, la significancia total es aproximadamente de un 5 por ciento. Los *tests* se llevan a cabo usando una secuencia de *tests F*. Estos *tests F* equivalen, asintóticamente, a *tests* de razón de máxima verosimilitud.

3. DATOS Y RESULTADOS ESTADISTICOS

3.1. Datos

La unidad básica de información es el establecimiento, tal como está definido en el Censo Manufacturero Chileno de 1967. Hay 11.468 establecimientos que, de acuerdo con la clasificación ISIC de cuatro dígitos, están agrupados en 85 industrias. De entre los establecimientos, seleccionamos una submuestra que cumplía con cada cual de las siguientes condiciones:

- a) Número de días trabajados por el establecimiento ≥ 50 .
- b) Salario total de obreros > 0 .
- c) Valor contable de la maquinaria > 0 .
- d) Valor agregado bruto > 0 .
- e) Valor agregado bruto no salarial > 0 .
- f) Número de personas empleadas ≥ 10 .
- g) Número de empleados > 0 .
- h) Número de obreros > 0 .
- i) $(\text{Valor contable de la maquinaria/valor agregado bruto})_{ij} > \frac{1}{10} (\text{Valor contable de la maquinaria/valor agregado bruto})_i$.

Todas estas restricciones son obvias, con la excepción de la restricción i), que se introdujo para eliminar aquellas observaciones extremas que, aun satisfaciendo la restricción c), tenían un valor contable de la maquinaria tan pequeño que se podía considerar como originado por un error de medición.

A partir de las 85 industrias, seleccionamos una submuestra que dejara, por lo menos, 10 grados de libertad para la estimación de la ecuación (1). Hubo 44 industrias que satisficieron todas las restricciones anteriores. Las definiciones de los insumos usadas en nuestra estimación son las siguientes:

LM: Promedio anual de días—hombre. Se mide como la suma de los obreros de producción, los obreros en actividades auxiliares, los empleados y los empresarios, multiplicada por el número de días trabajados por el establecimiento. Las unidades de *LM* se definen de tal manera que, para una industria *i* dada, la media de *LM* valga uno.

LS: Unidades de días—capital humano. Es el promedio anual de días—obrero equivalentes menos LM . El número equivalente de días—obrero se mide como la razón entre el salario total pagado por la industria, más una imputación por conceptos de empresarios, y la tasa de salario mínimo para todo el sector industrial.³ Las unidades de LS se definen de tal manera que, para una industria i dada, la media de LS valga uno.

K: Valor contable de la maquinaria, expresado en precios de 1967 menos la depreciación acumulada. Las unidades de K se definen de modo que, para una industria i dada, la media de K valga uno.⁴

3.2. Resultados estadísticos

En todas nuestras estimaciones, se usó el procedimiento de mínimos cuadrados ordinarios (MCO). Una de las dificultades que hay en el uso de MCO es que los regresores (las cantidades de cada factor), al igual que el nivel de producción, son variables de decisión de la firma. El no tomar este hecho en cuenta introducirá una correlación concomitante entre los regresores y el error aleatorio de la regresión (problema de la simultaneidad). En tal caso, las estimaciones por MCO de la ecuación (1) serán sesgadas e inconsistentes. Se podría obtener estimadores consistentes usando el método de variables instrumentales (VI); sin embargo, en un análisis de corte transversal, los instrumentos usuales (los valores rezagados de las variables explicativas) están corrientemente tan correlacionadas con las variables a las cuales sirven de instrumentos que los resultados de MCO y VI no son muy distintos (Griliches, 1967, p. 277).⁵ En esta circunstancia, se tenía una sola sección transversal, y, por consiguiente, no había ninguna variable que pudiera usarse como instrumento. Luego, hemos estimado nuestro modelo usando MCO, y, consecuentemente, nuestros resultados pueden estar afectados por un sesgo de ecuaciones simultáneas.

³Se supone que la tasa de salario de los empresarios es el doble de la tasa de salario promedio de los empleados en una empresa dada. La tasa de salario mínimo para todo el sector industrial se calcula como el promedio simple de las 10 tasas de salario obrero más bajas observadas en el censo. Para 1967, el salario mínimo computado fue E\$ 7,06 por día.

⁴Uno de los autores (Meller, 1975) utilizó en un trabajo previo una medida de los servicios del capital en vez del valor del stock de capital. La variable servicios de capital se definió como $K = 0,10K_M + 0,03K_B + 0,20K_V + 0,10(K_M + K_B + K_V + K_I)$, donde K_M , K_B , K_V y K_I son los valores contables de la maquinaria, de las construcciones, de los vehículos y de los inventarios, respectivamente. Se usaron tasas de depreciación geométricas de 0,10, 0,03 y 0,20 para la maquinaria, construcciones y vehículos, mientras que el costo del capital se evaluó en una tasa de interés real del 10 por ciento. En 16 de los 21 sectores industriales considerados en ese estudio, la correlación simple entre la medida de servicios del capital y la del valor contable de la maquinaria fue superior a 0,95, siendo 0,823 el menor coeficiente de correlación (Meller, 1975, p. 600).

⁵En el contexto de las estimaciones con series de tiempo de una función de producción agregada para el sector manufacturero estadounidense, el mismo resultado encontraron E. Berndt y L. Christensen (1973, cuadros 4,6 y 7) al estimar la función translog usando condiciones laterales de maximización de utilidades.

Primero, analizamos los resultados de la estimación directa de la función translog. Empezaremos con una translog sin restricciones, y procedemos a continuación a verificar la hipótesis indicada en el cuadro 1. En el cuadro 2, presentamos las estimaciones de las funciones translog sin restricciones para las 44 industrias. De estos resultados, observamos que los R^2 son sumamente altos para regresiones de corte transversal. El más bajo es 0,649 para el sector 3132 (Industria vinera).

Se procedió a continuación a ver si había RCAE. En el cuadro 3, presentamos las estimaciones de la función translog bajo el supuesto de RCAE. En la última columna de este cuadro, se presenta el valor computado del F -estadístico para un *test* de Chow (1962) de RCAE para la industria respectiva.

La hipótesis nula de RCAE se rechaza al nivel de significancia del 1 por ciento para los casos indicados con un asterisco al lado de los valores F calculados. Solo en 3 de los 44 casos se rechazan los RCAE. Estas industrias son: Panaderías (ISIC 3117), Vestuario excluyendo calzado (ISIC 3220) y Cemento para la construcción (ISIC 3693).

Ahora entramos a la segunda etapa de las pruebas indicadas en el cuadro 1. Para este efecto, las industrias se dividieron en dos grupos: el primero, el de aquellas para las cuales la hipótesis nula de RCAE no fue rechazada (41 industrias), y el segundo, el de aquellas para las cuales la hipótesis nula de RCAE fue rechazada (las otras 3).

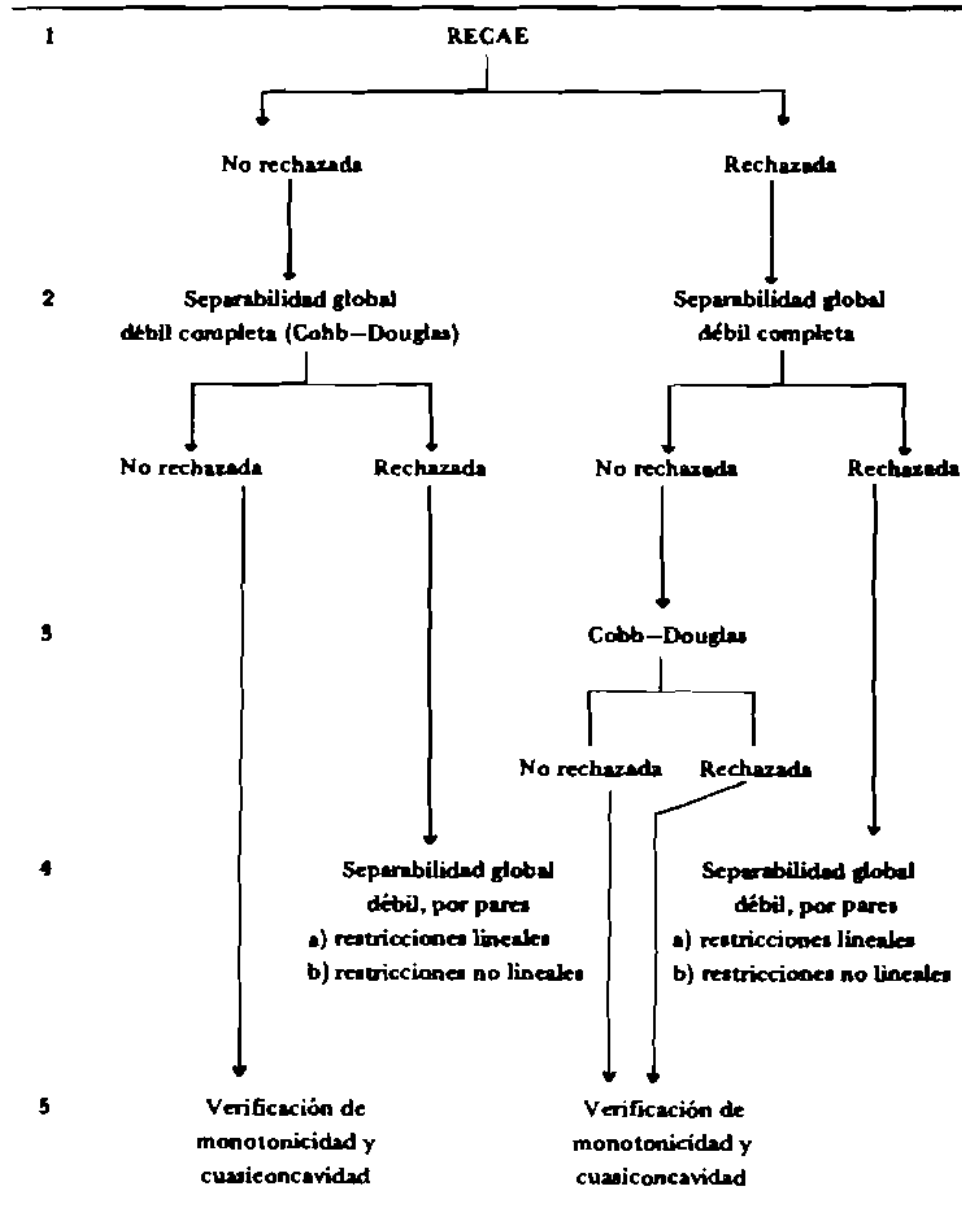
Empezando con los casos de RCAE, se vio globalmente si había separabilidad débil completa. En este caso, bajo la hipótesis nula, la función de producción se reduce a una función Cobb-Douglas con RCAE. Esta hipótesis se comprueba nuevamente usando un *test* Chow.

En el cuadro 4 presentamos las estimaciones Cobb-Douglas suponiendo RCAE, junto con los F -estadísticos computados. Este F -estadístico debe compararse con aquél con 3 y $n-6$ grados de libertad, que son los grados de libertad de la distribución de la razón de la suma de los cuadrados bajo la hipótesis nula. Solamente en 6 casos se rechaza la hipótesis nula de separabilidad global débil completa a un nivel de significancia del 1 por ciento. Estos sectores son: Hilados, tejidos y terminaciones textiles (3211); Aserraderos, barracas y otros (3311); Imprentas, editoriales e industrias asociadas (3420); maquinaria industrial especial (3824); y maquinaria y equipos sin otra clasificación (3829). En estos casos, se vio si había separabilidad por pares. Los resultados aparecen en el cuadro 5. Para el caso de restricciones lineales, descartamos la existencia de un índice logarítmico lineal para LM y K en

CUADRO 1

SERIE DE TESTS DE LA FUNCION TRANSLOG

TEST



CUADRO 2

LA FUNCION TRANSLOG SIN RESTRICCIONES

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K + \frac{1}{2} \gamma_{11} (\ln LM)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} (\ln LS)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} (\ln K)^2 + \gamma_{12} (\ln LM)(\ln LS) + \gamma_{13} (\ln LM)(\ln K) + \gamma_{23} (\ln LS)(\ln K)$$

| Observa. Código cio- ISIC nec | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | γ_{11} | γ_{22} | γ_{33} | γ_{12} | γ_{13} | γ_{23} | R ² | Suma de cua- drados de los residuos |
|-------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------|---|
| 3111 100 | -0,0969 (-0,951) | 0,6357 (4,369) | 0,4484 (3,713) | 0,1486 (1,683) | 0,0561 (0,222) | 0,1278 (1,872) | -0,0637 (-0,868) | -0,1966 (-2,002) | 0,1907 (2,173) | -0,0519 (-0,745) | 0,7909 | 37,011 |
| 3112 46 | 0,2066 (0,160) | 0,2066 (0,658) | 0,3159 (1,296) | 0,4424 (2,252) | 0,4830 (0,583) | 0,1070 (1,475) | 0,2475 (1,077) | -0,2462 (-0,865) | -0,2865 (-1,038) | -0,0014 (-0,008) | 0,8753 | 15,751 |
| 3113 52 | -0,0949 (-0,470) | 0,4555 (0,828) | 0,3746 (1,376) | 0,3852 (1,012) | 0,2912 (0,330) | 0,0124 (0,141) | 0,2608 (0,616) | 0,2610 (0,723) | -0,2727 (-0,491) | -0,0801 (-0,509) | 0,8405 | 7,884 |
| 3114 37 | 0,2072 (1,645) | 0,2896 (1,012) | 0,2618 (1,468) | 0,2779 (1,663) | 0,1795 (0,669) | 0,0056 (0,140) | 0,0117 (0,071) | -0,2331 (-1,248) | -0,0026 (-0,134) | 0,0965 (0,769) | 0,8795 | 5,374 |
| 3115 34 | 0,1007 (0,656) | 0,5486 (2,159) | 0,6210 (2,401) | 0,4300 (-2,253) | -0,7311 (-2,152) | 0,1258 (0,316) | -0,4432 (-1,846) | 0,3926 (1,525) | 0,1704 (0,826) | 0,0105 (0,041) | 0,8386 | 6,674 |
| 3117 293 | -0,1798 (-3,364) | 0,6429 (9,618) | 0,3099 (8,074) | 0,1947 (4,334) | 0,0176 (0,133) | 0,0508 (6,298) | -0,0157 (-0,419) | -0,0247 (-1,451) | 0,0105 (0,184) | 0,0186 (1,763) | 0,7891 | 54,246 |
| 3119 26 | 0,0346 (0,213) | 0,0499 (0,224) | 0,3450 (1,856) | 0,3376 (3,126) | 0,6475 (1,070) | -0,1198 (-0,361) | -0,0432 (-0,370) | -0,3063 (-1,534) | -0,1509 (-0,405) | 0,2314 (1,353) | 0,9722 | 2,052 |
| 3121 39 | -0,9560 (-4,973) | 0,5394 (1,537) | 0,7454 (2,571) | 0,0411 (0,187) | -0,0076 (-0,007) | 0,1891 (2,273) | -0,3394 (-1,378) | -0,4169 (-0,922) | 0,3795 (0,913) | 0,1794 (0,968) | 0,8474 | 10,589 |
| 3131 25 | -0,0454 (-0,159) | -0,2487 (-0,663) | 0,9613 (3,760) | 0,1758 (0,830) | 0,7664 (0,724) | 0,6798 (2,222) | -0,1462 (-0,588) | -0,7801 (-1,538) | -0,2337 (-0,786) | 0,1166 (0,480) | 0,8530 | 5,737 |
| 3132 70 | -0,2464 (-1,676) | 0,9611 (5,338) | -0,0270 (-0,255) | 0,3246 (0,809) | 0,4401 (1,570) | -0,0116 (-0,495) | -0,2697 (-1,277) | 0,0322 (1,134) | 0,0826 (0,441) | -0,0298 (-0,640) | 0,6490 | 26,827 |
| 3211 252 | 0,0852 (1,417) | 0,3868 (6,987) | 0,3312 (5,526) | 0,0491 (0,840) | -0,0984 (-0,328) | 0,0399 (2,569) | -0,1285 (-2,798) | -0,0028 (-0,064) | 0,1065 (1,889) | -0,0088 (-0,238) | 0,8872 | 48,005 |
| 3212 22 | 0,2000 (1,631) | 0,6872 (3,083) | -0,0094 (-0,048) | 0,2559 (1,568) | 0,2532 (0,386) | -0,8880 (-2,042) | -0,1742 (-0,595) | 0,6950 (1,479) | -0,4137 (-0,690) | 0,2281 (0,989) | 0,9154 | 1,321 |

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln LM + a_2 \ln LS + a_3 \ln K + \frac{1}{2} \gamma_{11} (\ln LM)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} (\ln LS)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} (\ln K)^2 + \gamma_{12} (\ln LM) (\ln LS) + \gamma_{13} (\ln LM) (\ln K) + \gamma_{23} (\ln LS) (\ln K)$$

| Código ISIC | Observaciones | Observaciones | | | | | | | | | | Suma de cuadrados de los residuos | |
|-------------|---------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------------|----------|
| | | a ₀ | a ₁ | a ₂ | a ₃ | γ ₁₁ | γ ₂₂ | γ ₃₃ | γ ₁₂ | γ ₁₃ | γ ₂₃ | R ² | Residuos |
| 3213 | 143 | -0,1969 (-2,127) | 0,7275 (5,568) | 0,2034 (2,395) | 0,1910 (2,476) | -0,0781 (-0,281) | 0,0062 (0,384) | 0,0496 (0,669) | 0,0960 (0,954) | -0,0530 (-0,459) | -0,0554 (-0,591) | 0,8996 | 23,278 |
| 3220 | 239 | -0,1254 (-2,439) | 0,7377 (8,059) | 0,2678 (4,491) | 0,1562 (2,614) | -0,1419 (-0,791) | 0,0278 (2,004) | 0,0704 (0,979) | 0,6999 (1,421) | -0,0665 (-0,774) | -0,0434 (-1,046) | 0,8643 | 48,143 |
| 3231 | 57 | -0,0689 (-0,554) | 0,9764 (3,810) | 0,1041 (0,473) | 0,0799 (0,614) | -0,6704 (-0,897) | -0,1552 (-0,753) | -0,0126 (-0,081) | 0,2915 (1,314) | 0,2156 (0,719) | -0,1183 (-0,663) | 0,8507 | 12,469 |
| 3233 | 30 | 0,0992 (0,606) | 0,0859 (0,224) | 0,3392 (2,900) | 0,4361 (2,120) | 0,3731 (0,300) | 0,1526 (0,852) | 0,3786 (1,696) | -0,2934 (-0,626) | -0,4114 (-0,915) | 0,0132 (0,098) | 0,8408 | 3,907 |
| 3240 | 138 | -0,1239 (-1,915) | 0,3317 (3,046) | 0,3896 (4,768) | 0,3604 (5,326) | 0,0924 (0,376) | 0,0118 (0,211) | 0,1992 (2,504) | 0,0613 (0,633) | -0,2323 (-2,202) | 0,0054 (0,097) | 0,9195 | 21,566 |
| 3311 | 252 | 0,1233 (2,260) | 0,4704 (7,824) | 0,3197 (7,410) | 0,1448 (3,311) | 0,0542 (0,723) | 0,0542 (3,804) | -0,9920 (-2,479) | -0,496 (-2,255) | 0,0202 (0,441) | 0,0059 (0,419) | 0,7936 | 65,886 |
| 3312 | 27 | -0,0376 (-0,241) | 0,2378 (0,991) | 0,1928 (1,949) | 0,3681 (3,626) | -0,5919 (-0,906) | 0,0202 (0,708) | 0,2552 (1,642) | -0,1667 (-1,778) | 0,0750 (0,275) | 0,0069 (0,165) | 0,8176 | 2,478 |
| 3320 | 132 | -0,0998 (-1,279) | 0,5238 (4,813) | 0,2539 (3,698) | 0,2824 (3,657) | -0,0079 (-0,029) | 0,0307 (1,938) | 0,0278 (0,338) | -0,0337 (-0,471) | -0,0175 (-0,146) | 0,0358 (0,875) | 0,8194 | 26,851 |
| 3411 | 19 | 0,0101 (0,048) | 0,4048 (0,575) | 0,2956 (0,410) | 0,2517 (1,512) | -2,2174 (-1,041) | 1,9648 (1,503) | 0,3246 (1,587) | 0,2409 (0,311) | 0,8514 (1,326) | -1,2373 (-1,609) | 0,9868 | 1,011 |
| 3420 | 149 | 0,0632 (1,057) | 0,1452 (1,738) | 0,6026 (8,823) | 0,2432 (4,411) | 0,2193 (1,594) | 0,0794 (6,449) | -0,0173 (-0,385) | -0,1518 (-2,014) | -0,0570 (-0,868) | 0,0546 (2,884) | 0,9091 | 23,040 |
| 3511 | 32 | 0,1717 (0,522) | 0,5276 (1,417) | 0,7685 (1,834) | -0,4997 (-1,732) | 1,2334 (1,462) | -0,2198 (-0,554) | -0,6203 (-2,758) | -0,5226 (-1,238) | 0,1866 (0,651) | 0,2736 (1,046) | 0,7520 | 10,512 |
| 3521 | 23 | -0,1717 (-0,870) | 0,6832 (1,527) | -0,0326 (-0,073) | 0,5779 (2,471) | 1,9223 (1,133) | 0,2698 (0,603) | 0,6510 (0,690) | -0,7128 (-1,001) | -0,0654 (-0,063) | -0,5540 (-1,417) | 0,9259 | 2,362 |
| 3522 | 45 | 0,1318 (1,733) | 0,5642 (1,668) | 0,2531 (1,330) | 0,2847 (2,065) | -0,0683 (-0,081) | -0,4998 (-2,123) | -0,5249 (-1,776) | 0,1172 (0,359) | -0,1271 (-0,357) | 0,5850 (1,295) | 0,9267 | 5,148 |
| 3523 | 52 | 0,0928 (0,620) | 0,6236 (1,503) | 0,3625 (1,251) | 0,2749 (1,581) | -0,4711 (-0,422) | 0,3221 (1,164) | 0,1360 (0,939) | -0,0827 (-0,174) | 0,1991 (0,644) | -0,2571 (-1,687) | 0,9054 | 11,740 |

$$b y = a_0 + a_1 b x + a_2 b x^2 + a_3 b x^3 + \frac{a_4}{2} b x^4 + \frac{a_5}{6} b x^5 + \frac{a_6}{24} b x^6 + \frac{a_7}{120} b x^7 + \frac{a_8}{720} b x^8 + \frac{a_9}{5040} b x^9$$

| Código Observ | 725 | 723 | R ² | Suma de cuadrados de los residuos |
|---------------|-----|-----|----------------|-----------------------------------|
|---------------|-----|-----|----------------|-----------------------------------|

| | | | | | | | | | | | | |
|----|--------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|-----------|----------|----------|--------|--------|
| 57 | 0,687 | 0,0978 | 0,4629 | 0,2959 | 0,9322 | -0,0171 | -0,2226 | -0,2956 | 0,1499 | 0,2965 | 0,8459 | 8,774 |
| 55 | 0,659 | (1,892) | (0,595) | (1,466) | (0,578) | (-0,583) | (-0,109) | (-0,198) | 0,1478 | 0,1653 | 0,8965 | 2,296 |
| 24 | 0,400 | 0,2709 | 0,9989 | 0,2155 | -1,1486 | -0,1439 | -0,1302 | -0,1194 | -0,0447 | 0,2651 | 0,9441 | 2,296 |
| 77 | -0,051 | (0,595) | (5,642) | (2,751) | (-0,73) | (2,414) | (-2,008) | (-1,606) | (0,994) | (1,512) | 0,8965 | 16,666 |
| 52 | -0,041 | 0,0190 | 0,6888 | 0,1808 | -0,0205 | -0,537 | -0,0137 | -0,2631 | -0,5814 | 0,5024 | 0,3480 | 3,830 |
| 59 | 0,010 | 0,5179 | 0,4365 | 0,1966 | 0,5817 | 0,0591 | 0,0497 | (0,864) | -0,1708 | 0,1008 | 0,9178 | 3,818 |
| 42 | 0,032 | (0,208) | (0,751) | (2,749) | (1,565) | (0,525) | (-0,278) | (-0,625) | (-0,136) | (-0,274) | 0,8996 | 9,126 |
| 26 | -0,091 | 0,4556 | 0,9705 | 0,0732 | 0,6465 | 0,1255 | -0,1085 | -0,9929 | -0,0828 | 0,1734 | 0,8977 | 4,266 |
| 47 | -0,097 | 0,5776 | 0,9918 | 0,2389 | 1,1467 | 0,1032 | 0,0701 | (-5,262) | (-0,552) | (1,122) | 0,9161 | 6,154 |
| 76 | 0,050 | 0,5016 | 0,9285 | 0,9630 | -0,1609 | 0,0515 | 0,1448 | -0,0454 | -0,0547 | -0,0562 | 0,8736 | 13,811 |
| 56 | 0,082 | 0,1063 | 0,4646 | 0,9739 | 0,1110 | (2,264) | (1,764) | (-0,419) | (-0,586) | (-0,558) | 0,9193 | 8,170 |
| 31 | -0,012 | 0,9888 | 0,9902 | 0,2002 | -0,5193 | 0,5796 | (-0,794) | (-0,2785) | 0,1244 | 0,0941 | 0,8803 | 3,549 |
| 86 | -0,043 | 0,7057 | 0,2599 | 0,2117 | -0,1524 | 0,0503 | 0,0260 | 0,0070 | 0,0086 | -0,0089 | 0,8588 | 13,567 |
| 86 | -0,496 | (4,656) | (2,833) | (2,761) | (-0,583) | (1,895) | (0,576) | (0,094) | (0,039) | (-0,216) | 0,8929 | 3,158 |
| 30 | 0,019 | 0,9197 | 0,9572 | 0,1800 | -0,0211 | 0,0782 | 0,0507 | 0,0193 | 0,0204 | -0,0202 | 0,8929 | 3,158 |
| 19 | -0,142 | 0,0569 | 1,1619 | -0,0668 | 0,1695 | 0,2367 | 0,1289 | (-0,1927) | -0,5874 | 0,5237 | 0,8677 | 1,495 |

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K + \frac{1}{2} \gamma_{11} (\ln LM)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} (\ln LS)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} (\ln K)^2 + \gamma_{12} (\ln LM)(\ln LS) + \gamma_{13} (\ln LM)(\ln K) + \gamma_{23} (\ln LS)(\ln K)$$

| Observaciones | Suma de cuadrados de los residuos | | | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------------------------|---------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------|--------|
| | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | γ_{11} | γ_{22} | γ_{33} | γ_{12} | γ_{13} | γ_{23} | R^2 | |
| 3829 | -0,1209 (-1,374) | 0,2540 (1,777) | 0,3760 (5,256) | 0,1858 (2,178) | -0,0485 (-0,282) | 0,0668 (2,999) | -0,0329 (-0,407) | 0,0152 (0,235) | -0,0121 (-0,152) | 0,0059 (0,259) | 0,9006 | 18,840 |
| 3839 | 0,0799 (0,549) | -0,1983 (-0,544) | 0,7803 (1,612) | 0,2709 (1,198) | 0,6094 (0,746) | 0,6459 (1,008) | -0,0230 (-0,144) | -0,8114 (-1,056) | -0,1075 (-0,524) | 0,1080 (0,463) | 0,8950 | 2,049 |
| 3841 | 0,2533 (-1,334) | 0,5058 (1,324) | 0,4955 (1,279) | 0,0232 (0,191) | 0,5142 (0,433) | 0,7745 (2,540) | 0,6745 (5,962) | -0,4132 (-0,935) | 0,2226 (1,319) | -0,6564 (-3,752) | 0,9920 | 0,310 |
| 3843 | -0,3994 (-3,514) | 0,4041 (2,069) | 0,4784 (2,704) | 0,5894 (2,735) | -0,8777 (-1,928) | -0,1403 (-0,897) | 0,1103 (0,660) | 0,4210 (1,491) | 0,0411 (0,275) | -0,0061 (-0,069) | 0,8536 | 20,364 |

LA FUNCION TRANSLOG CON BCAS

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln L + \alpha_2 \ln K + \alpha_3 \ln E + \frac{1}{2} \gamma_{11} (\ln L)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} (\ln K)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} (\ln E)^2 + \gamma_{12} (\ln L \ln K) + \gamma_{13} (\ln L \ln E) + \gamma_{23} (\ln K \ln E) \quad (6)$$

Restricciones $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$; $\gamma_{11} + \gamma_{22} + \gamma_{33} = 0$; $\gamma_{12} + \gamma_{21} = 0$; $\gamma_{13} + \gamma_{31} = 0$; $\gamma_{23} + \gamma_{32} = 0$

| Observaciones | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | γ_{11} | γ_{22} | γ_{33} | γ_{12} | γ_{13} | γ_{23} | R ² | Suma de cuadrados de los errores con restricciones | BCAS |
|---------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|--|--------|
| 3111 | 100 | -0.1429 | 0.4071 | 0.4416 | -0.0462 | 0.0000 | -0.0002 | -0.0091 | 0.1192 | -0.0200 | 0.7604 | 40.875 | 2.316 |
| | | (-0.2801) | (3.706) | (1.748) | (-0.446) | (1.217) | (-1.14) | (-0.201) | (1.836) | (-0.409) | | | |
| 3112 | 44 | -0.0790 | 0.9210 | 0.0008 | 0.0461 | 0.0007 | -0.0436 | -0.0099 | 0.0072 | 0.0003 | 0.8407 | 18.049 | 1.731 |
| | | (-0.1717) | (0.205) | (2.016) | (1.874) | (3.316) | (0.209) | (-0.713) | (-0.294) | (0.053) | | | |
| 3113 | 32 | 0.0465 | 0.9073 | 0.0413 | 0.0704 | 0.0007 | 0.0006 | -0.0104 | -0.1111 | 0.0125 | 0.8262 | 8.333 | 0.494 |
| | | (0.214) | (0.27) | (1.196) | (0.420) | (0.219) | (0.306) | (-0.195) | (-0.311) | (0.102) | | | |
| 3114 | 37 | 0.2344 | 0.4039 | 0.4378 | 0.1002 | 0.0339 | -0.0006 | -0.1003 | -0.0005 | 0.0004 | 0.5468 | 6.831 | 1.835 |
| | | (1.001) | (3.181) | (2.093) | (0.280) | (2.730) | (-0.607) | (-1.201) | (-0.101) | (1.009) | | | |
| 3115 | 34 | 0.3140 | 0.3334 | 0.4154 | -0.3412 | -0.2148 | -0.4408 | 0.0728 | 0.1605 | 0.1900 | 0.7712 | 9.438 | 2.310 |
| | | (1.246) | (4.297) | (1.676) | (-1.779) | (-0.613) | (-2.690) | (0.208) | (2.302) | (0.602) | | | |
| 3117 | 293 | -0.2083 | 0.4000 | 0.2720 | 0.2423 | 0.0434 | -0.0007 | -0.0007 | -0.0008 | 0.0171 | 0.7730 | 34.272 | 5.573* |
| | | (-0.234) | (7.839) | (1.784) | (2.094) | (0.204) | (-0.407) | (-0.208) | (-0.208) | (1.447) | | | |
| 3119 | 36 | -0.1113 | 0.8040 | 0.3043 | 0.0001 | 0.3319 | 0.0002 | -0.2704 | 0.0187 | 0.0183 | 0.9633 | 2.519 | 0.966 |
| | | (-0.044) | (0.145) | (4.208) | (2.766) | (1.243) | (0.203) | (-2.293) | (-0.108) | (0.108) | | | |
| 3121 | 29 | -0.6008 | 0.0727 | 0.7792 | 0.1601 | 0.1601 | -0.1340 | -0.3403 | -0.0108 | 0.1748 | 0.8470 | 12.530 | 1.402 |
| | | (-0.212) | (0.281) | (3.446) | (0.720) | (2.024) | (-0.782) | (-1.308) | (-0.008) | (0.860) | | | |
| 3131 | 28 | -0.1211 | 1.0078 | 0.0002 | 0.1070 | 0.7932 | -0.0003 | -0.0072 | -0.0107 | 0.1141 | 0.8513 | 8.571 | 0.542 |
| | | (-0.218) | (-1.454) | (4.793) | (3.025) | (1.182) | (-1.400) | (-0.207) | (-0.004) | (1.251) | | | |
| 3132 | 70 | -0.0006 | 0.7130 | -0.0006 | 0.1513 | -0.0072 | 0.1111 | 0.0138 | 0.1477 | -0.0066 | 0.2969 | 50.803 | 2.225 |
| | | (-0.409) | (3.371) | (-0.041) | (2.668) | (-0.212) | (-0.297) | (0.234) | (0.202) | (-0.134) | | | |
| 3211 | 332 | 0.1008 | 0.6006 | 0.3004 | 0.2004 | 0.2004 | -0.1310 | -0.0329 | 0.1375 | -0.0006 | 0.8839 | 40.543 | 0.874 |
| | | (2.237) | (0.037) | (1.829) | (-1.224) | (2.238) | (-0.227) | (-1.201) | (3.294) | (-0.135) | | | |
| 3312 | 22 | 0.2242 | 0.3314 | -0.0137 | 0.2005 | -0.4006 | -0.4044 | 0.2071 | 0.2141 | 0.2005 | 0.8970 | 1.608 | 0.939 |
| | | (2.278) | (4.204) | (-0.133) | (1.015) | (-2.199) | (-2.199) | (1.209) | (1.209) | (1.202) | | | |
| 3315 | 140 | -0.1013 | 0.8303 | 0.2376 | 0.0335 | 0.0192 | -0.0002 | -0.0110 | 0.0144 | -0.0003 | 0.9912 | 25.236 | 2.841 |
| | | (-0.274) | (5.890) | (1.828) | (0.405) | (-0.079) | (-0.176) | (-0.176) | (0.211) | (-0.138) | | | |
| 3320 | 240 | -0.1037 | 0.2003 | 0.1004 | 0.1004 | 0.2004 | -0.0203 | -0.0203 | 0.0203 | -0.0203 | 0.9463 | 54.541 | 7.600* |
| | | (-0.214) | (7.371) | (4.745) | (0.175) | (2.273) | (-0.274) | (-0.274) | (0.279) | (-0.274) | | | |
| 3331 | 57 | -0.1170 | 0.7611 | 0.1044 | 0.0044 | -0.0044 | -0.0006 | 0.2136 | 0.0001 | -0.0006 | 0.8414 | 19.251 | 0.716 |
| | | (-1.312) | (3.026) | (1.180) | (0.442) | (-0.478) | (-0.333) | (1.407) | (0.203) | (-0.207) | | | |
| 3335 | 88 | -0.0112 | 0.5300 | 0.5407 | 0.0700 | 0.1703 | 0.2251 | -0.0941 | -0.1409 | -0.1409 | 0.8244 | 4.308 | 0.512 |
| | | (-0.102) | (0.281) | (2.114) | (0.278) | (1.141) | (1.534) | (-0.407) | (-0.653) | (-0.649) | | | |
| 3540 | 156 | -0.1008 | 0.1008 | 0.0934 | 0.2005 | 0.2005 | 0.2001 | -0.0001 | -0.2004 | 0.0143 | 0.9160 | 72.791 | 1.810 |
| | | (-2.226) | (8.179) | (0.294) | (0.207) | (0.201) | (2.027) | (-1.313) | (-2.224) | (0.274) | | | |

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln L + a_2 \ln K + a_3 \ln E + \frac{1}{2} \gamma_{12} \ln L \ln K + \frac{1}{2} \gamma_{13} \ln L \ln E + \frac{1}{2} \gamma_{23} \ln K \ln E + \frac{1}{6} \gamma_{123} \ln L \ln K \ln E + \gamma_{21} \ln L + \gamma_{31} \ln K + \gamma_{32} \ln E + \gamma_{231} \ln L \ln K + \gamma_{312} \ln L \ln E + \gamma_{123} \ln L \ln K \ln E \quad (24.1)$$

$$\text{Restricciones: } a_1 + a_2 + a_3 = 1; \gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{13} = 0; \gamma_{21} + \gamma_{22} + \gamma_{23} = 0; \gamma_{31} + \gamma_{32} + \gamma_{33} = 0$$

| Observaciones | Estimaciones | | | | | | | | | | | | R ² | RCAE |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------|
| | a ₀ | a ₁ | a ₂ | a ₃ | γ ₁₁ | γ ₁₂ | γ ₁₃ | γ ₂₁ | γ ₂₂ | γ ₂₃ | γ ₃₁ | γ ₃₂ | | |
| 3814 | 0,3164 | 0,1429 | 0,4216 | 0,0855 | 0,1344 | 0,0653 | 0,0671 | -0,0629 | -0,0621 | -0,0646 | 0,1102 | 0,479 | 0,455 | |
| | (1,499) | (1,781) | (2,215) | (8,203) | (1,468) | (2,962) | (1,246) | (-1,189) | (-1,181) | (-0,266) | (0,267) | 0,564 | 1,016 | |
| 5810 | -0,1489 | 0,2047 | 0,4456 | 0,2938 | 0,3766 | 0,1150 | -0,0478 | -0,3402 | -0,0074 | 0,0082 | 0,2671 | 0,564 | 1,016 | |
| | (-1,070) | (1,446) | (2,271) | (1,269) | (1,166) | (1,126) | (-0,166) | (-1,271) | (-0,058) | (0,107) | (0,107) | 0,267 | 0,267 | |
| 3010 | -0,0789 | 0,2103 | 0,2482 | 0,2395 | 0,0330 | 0,0549 | 0,0548 | -0,0309 | -0,0529 | -0,0041 | 0,2618 | 16,236 | 0,240 | |
| | (-1,269) | (2,274) | (2,279) | (2,217) | (0,766) | (2,216) | (0,457) | (-0,242) | (-0,264) | (-0,109) | (0,261) | 16,236 | 0,240 | |
| 3322 | 0,0080 | 0,2015 | 0,2032 | 0,1435 | 0,0516 | 0,0029 | 0,0542 | -0,0403 | 0,0088 | -0,0400 | 0,2687 | 2,261 | 0,196 | |
| | (0,077) | (0,036) | (0,039) | (2,216) | (0,140) | (0,708) | (0,414) | (-0,449) | (0,123) | (-0,331) | (0,268) | 2,261 | 0,196 | |
| 5824 | -0,1554 | 0,0892 | 0,2047 | 0,0092 | 0,1414 | 0,1043 | -0,1406 | -0,2135 | -0,0081 | 0,1489 | 0,4454 | 1,745 | 0,373 | |
| | (-1,227) | (0,287) | (2,240) | (0,030) | (1,226) | (2,240) | (-0,348) | (-1,189) | (0,046) | (0,206) | (0,206) | 1,745 | 0,373 | |
| 3829 | -0,1377 | 0,2037 | 0,4652 | 0,2061 | 0,0581 | 0,0005 | -0,0199 | -0,0767 | 0,0456 | -0,0034 | 0,2693 | 10,747 | 0,281 | |
| | (-2,105) | (2,253) | (2,279) | (2,279) | (0,458) | (2,239) | (-0,203) | (-0,204) | (0,204) | (-0,174) | (0,269) | 10,747 | 0,281 | |
| 3839 | -0,0462 | -0,0546 | 0,2029 | 0,0510 | 0,2977 | 0,2008 | -0,0707 | -0,2447 | -0,0536 | 0,0536 | 0,2793 | 2,257 | 0,336 | |
| | (-0,297) | (-0,297) | (2,218) | (1,248) | (1,248) | (1,248) | (-0,201) | (-1,245) | (-0,216) | (0,216) | (0,216) | 2,257 | 0,336 | |
| 3841 | -0,1447 | 0,2001 | 0,2121 | -0,1029 | 0,2910 | 0,4471 | 0,4499 | -0,1945 | -0,1443 | -0,1443 | 0,2782 | 0,236 | 3,232 | |
| | (-1,240) | (1,229) | (2,219) | (-0,725) | (0,242) | (1,238) | (0,242) | (-0,271) | (-0,271) | (-0,271) | (0,278) | 0,236 | 3,232 | |
| 3843 | -0,2804 | 0,1870 | 0,2061 | 0,2068 | 0,0811 | 0,1348 | 0,1348 | -0,1076 | 0,1165 | 0,0799 | 0,2796 | 24,291 | 2,119 | |
| | (-2,209) | (1,166) | (2,217) | (2,217) | (0,244) | (0,203) | (-1,229) | (-1,209) | (0,266) | (0,215) | (0,215) | 24,291 | 2,119 | |

CUADRO 4

LA FUNCION COBB-DOUGLAS CON RCAE

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K; \text{ sujeto a } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1,0$$

| Código ISIC | Observaciones | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | R ² | Suma de cuadrados de los residuos | f |
|-------------|---------------|--------------------|-------------------|------------------|------------------|----------------|-----------------------------------|----------|
| 3111 | 100 | -0,168 (-2,126) | 0,996 (5,577) | 0,357 (5,666) | 0,247 (4,333) | 0,758 | 42,766 | 1,49133 |
| 3112 | 46 | -0,163 (-1,947) | 0,506 (4,865) | 0,118 (2,000) | 0,377 (3,307) | 0,828 | 21,733 | 2,04007 |
| 3113 | 32 | 0,072 (0,507) | 0,429 (3,516) | 0,237 (4,740) | 0,334 (3,408) | 0,820 | 8,866 | 0,29551 |
| 3114 | 37 | 0,335 (2,681) | 0,648 (8,307) | 0,094 (2,350) | 0,258 (3,440) | 0,808 | 8,550 | 2,59840 |
| 3115 | 34 | 0,033 (0,251) | 0,556 (4,672) | 0,316 (1,745) | 0,128 (0,969) | 0,670 | 13,624 | 4,1110 |
| 3119 | 26 | 0,015 (0,151) | 0,213 (2,505) | 0,372 (4,428) | 0,416 (6,933) | 0,958 | 3,082 | 1,490 |
| 3121 | 39 | -0,912 (-6,561) | 0,389 (3,087) | 0,261 (3,222) | 0,351 (3,375) | 0,817 | 15,490 | 2,17780 |
| 3131 | 25 | 0,003 (0,018) | 0,263 (1,374) | 0,463 (2,967) | 0,274 (1,764) | 0,705 | 11,496 | 4,74000 |
| 3132 | 70 | -0,111 (-1,219) | 0,692 (6,989) | 0,018 (0,666) | 0,289 (3,010) | 0,591 | 31,249 | 0,30740 |
| 3211 | 232 | 0,096 (2,181) | 0,584 (16,680) | 0,208 (8,320) | 0,207 (6,088) | 0,874 | 53,764 | 8,10240* |
| 3212 | 22 | 0,045 (0,542) | 0,438 (4,132) | 0,163 (1,273) | 0,364 (3,764) | 0,847 | 2,384 | 2,58300 |

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln IS + \alpha_3 \ln K; \text{ sujeto a } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1,0$$

| Código ISIC | Observaciones | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | R ² | Suma de cuadrados de los residuos | F |
|-------------|---------------|--------------------|-------------------|------------------|------------------|----------------|-----------------------------------|-----------|
| 5215 | 145 | -0,177 (-5,953) | 0,578 (11,115) | 0,172 (5,058) | 0,250 (5,681) | 0,890 | 25,509 | 0,50500 |
| 5231 | 57 | -0,127 (-1,628) | 0,327 (5,377) | 0,365 (3,842) | 0,109 (1,379) | 0,835 | 13,799 | 0,71640 |
| 5233 | 30 | 0,076 (0,785) | 0,329 (2,350) | 0,430 (4,639) | 0,221 (2,511) | 0,797 | 4,976 | 1,24040 |
| 5240 | 138 | -0,122 (-2,541) | 0,397 (8,446) | 0,358 (8,243) | 0,264 (6,283) | 0,908 | 24,680 | 5,64600 |
| 5311 | 252 | 0,116 (2,829) | 0,646 (18,450) | 0,088 (3,866) | 0,266 (7,600) | 0,751 | 80,192 | 15,26700* |
| 5312 | 27 | 0,172 (1,653) | 0,710 (8,160) | 0,085 (3,458) | 0,208 (2,537) | 0,638 | 4,922 | 3,85500 |
| 5320 | 132 | -0,111 (-2,055) | 0,672 (14,953) | 0,075 (3,041) | 0,255 (5,666) | 0,800 | 29,685 | 3,64000 |
| 5411 | 19 | 0,105 (1,019) | 0,406 (3,125) | 0,333 (1,947) | 0,262 (4,158) | 0,979 | 1,629 | 0,71240 |
| 5420 | 149 | 0,073 (1,520) | 0,411 (10,024) | 0,233 (9,708) | 0,357 (9,394) | 0,870 | 32,850 | 19,71000* |
| 5311 | 32 | 0,085 (0,439) | 0,352 (2,378) | 0,547 (3,022) | 0,101 (0,782) | 0,574 | 18,059 | 3,13100 |
| 5521 | 25 | -0,148 (-1,510) | 0,221 (0,884) | 0,291 (1,841) | 0,478 (2,459) | 0,851 | 4,757 | 1,26800 |
| 5522 | 45 | 0,044 (0,666) | 0,210 (2,121) | 0,369 (3,690) | 0,421 (5,134) | 0,905 | 6,645 | 2,84100 |
| 5523 | 52 | 0,011 (0,098) | 0,146 (1,315) | 0,562 (4,975) | 0,292 (5,792) | 0,883 | 14,498 | 0,40710 |

$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln LM + a_2 \ln LS + a_3 \ln K; \text{ sujeto a } a_1 + a_2 + a_3 = 1,0$$

| Código ISIC | Observaciones | a_0 | a_1 | a_2 | a_3 | R^2 | Suma de cuadrados de los residuos | F |
|-------------|---------------|--------------------|-------------------|------------------|--------------------|-------|-----------------------------------|----------|
| 3529 | 37 | 0,123 (1,230) | 0,386 (3,446) | 0,322 (2,576) | 0,292 (2,862) | 0,815 | 10,538 | 0,87530 |
| 3559 | 24 | 0,022 (0,266) | 0,554 (3,668) | 0,481 (4,219) | -0,035 (-0,284) | 0,919 | 3,322 | 0,57170 |
| 3560 | 77 | -0,083 (-1,238) | 0,417 (5,712) | 0,289 (5,160) | 0,295 (4,538) | 0,827 | 20,101 | 3,90500 |
| 3620 | 32 | 0,048 (0,475) | 0,506 (4,147) | 0,231 (1,560) | 0,262 (2,977) | 0,914 | 6,355 | 2,31300 |
| 3710 | 42 | 0,062 (0,738) | 0,219 (2,281) | 0,464 (4,000) | 0,317 (4,594) | 0,892 | 9,787 | 0,17410 |
| 3811 | 26 | -0,123 (-1,149) | 0,608 (5,477) | 0,264 (1,639) | 0,128 (1,040) | 0,873 | 5,064 | 0,9661 |
| 3812 | 47 | -0,190 (-2,043) | 0,498 (6,225) | 0,390 (5,416) | 0,112 (1,349) | 0,849 | 11,050 | 6,85100* |
| 3813 | 76 | -0,137 (-1,851) | 0,489 (8,890) | 0,200 (4,444) | 0,311 (5,759) | 0,833 | 20,837 | 2,79000 |
| 3814 | 56 | 0,086 (1,303) | 0,418 (8,360) | 0,140 (3,888) | 0,441 (8,480) | 0,898 | 10,292 | 3,56300 |
| 3815 | 31 | -0,063 (-0,583) | 0,434 (9,312) | 0,194 (1,437) | 0,372 (2,676) | 0,843 | 7,016 | 0,82490 |
| 3819 | 86 | -0,098 (-1,606) | 0,657 (14,600) | 0,109 (4,360) | 0,235 (5,873) | 0,842 | 15,140 | 1,68900 |
| 3822 | 30 | 0,023 (0,244) | 0,561 (7,480) | 0,230 (5,111) | 0,209 (3,370) | 0,821 | 5,235 | 4,84200 |
| 3824 | 19 | 0,011 (0,082) | 0,544 (4,000) | 0,036 (0,642) | 0,419 (3,103) | 0,560 | 4,972 | 8,02700* |

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K; \text{ sujeto a } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1,0$$

| Código ISIC | Observaciones | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | R ² | Suma de cuadrados de los residuos | F |
|-------------|---------------|--------------------|-------------------|------------------|------------------|----------------|-----------------------------------|----------|
| 3829 | 89 | -0,199 (-2,074) | 0,574 (10,830) | 0,191 (4,517) | 0,296 (5,285) | 0,874 | 23,965 | 5,90900* |
| 3839 | 19 | 0,102 (0,980) | 0,072 (0,452) | 0,612 (3,517) | 0,316 (4,051) | 0,856 | 2,803 | 0,81990 |
| 3841 | 19 | 0,007 (0,058) | 0,446 (3,185) | 0,375 (2,884) | 0,179 (2,486) | 0,956 | 1,707 | 4,49300 |
| 3843 | 73 | -0,455 (-5,617) | 0,292 (2,891) | 0,507 (5,761) | 0,202 (2,589) | 0,819 | 25,237 | 0,77460 |

*Un asterisco al lado del valor calculado del estadígrafo F indica que la hipótesis nula se ha rechazado a un nivel de significancia del 1%.

CUADRO 5

TEST DE SEPARABILIDAD POR PARES CON RCAE: SUMA RESIDUAL DE CUADRADOS

| Número Código de ISIC empresas RCAE | | | Separabilidad lineal | | | | | | Separabilidad no lineal | | | | | |
|---|-----|--------|---|--------|---|---------|--|---------|---|---------|--|---------|--|---------|
| | | | LMLS-K ($\sigma_{LMK} = \sigma_{LSK} = 1$) | F | LMK-LS ($\sigma_{LMLS} = \sigma_{KS} = 1$) | F | LSK-LM ($\sigma_{LSLM} = \sigma_{KLM} = 1$) | F | LMLS-K ($\sigma_{LMK} = \sigma_{LSK} = 1$) | F | LMK-LS ($\sigma_{LSLM} = \sigma_{KLM} = 1$) | F | LSK-LM ($\sigma_{LSLM} = \sigma_{KLM} = 1$) | F |
| 3211 | 232 | 48,543 | 51,058 | 5,854* | 51,113 | 5,982* | 52,064 | 8,196* | 31,191 | 6,164* | 50,922 | 5,337* | 51,977 | 7,993* |
| 3311 | 252 | 67,605 | 68,786 | 2,148 | 78,831 | 20,460* | 74,220 | 12,035* | 78,417 | 19,671* | 80,393 | 23,266* | 82,223 | 25,59* |
| 3420 | 149 | 23,240 | 23,864 | 8,072* | 32,847 | 29,356* | 31,928 | 26,729* | 32,812 | 29,449* | 29,372 | 18,863* | 33,579 | 31,808* |
| 3812 | 47 | 7,360 | 7,345 | 0,509 | 11,022 | 10,199* | 11,008 | 10,160* | 10,463 | 8,642* | 7,850 | 1,364 | 8,097 | 2,051 |
| 3824 | 19 | 1,743 | 1,810 | 0,249 | 4,964 | 12,001* | 1,992 | 0,928 | 2,090 | 1,294 | 1,867 | 0,462 | 1,971 | 0,8607 |
| 3829 | 89 | 19,747 | 19,883 | 0,290 | 23,917 | 8,763* | 22,490 | 5,764* | 23,740 | 8,391 | 20,208 | 0,968 | 25,461 | 12,000* |

*Un asterisco al lado del valor calculado del estadígrafo F indica que la hipótesis nula se ha rechazado a un nivel de significancia del 1 por ciento.

las 6 industrias. Por otra parte, no podemos desechar la existencia de un agregador logarítmico lineal para LM y LS en las industrias 3311, 3812, 3824 y 3829. Finalmente, se descartó la existencia de un agregador logarítmico lineal para LS y K en todos los sectores, con la excepción del 3824.

Para el caso de restricciones no lineales de separabilidad por pares, el agregador de LM y LS se rechaza para todos los sectores, excepto el 3824. El agregador de LM y K se rechaza para 3 de los 6 sectores. Por otro lado, el agregador entre LS y K se rechaza en 4 de los 6 casos.

A continuación, completaremos la segunda etapa de nuestra serie de tests de aquellos sectores para los cuales se rechazó la hipótesis de RCAE. Esto es, verificamos la separabilidad global completa para los sectores 3117, 3220 y 3693. Para estos tres sectores (cuadro 6), no se pudo rechazar la hipótesis nula. Procedemos entonces a la tercera etapa de nuestros tests, esto es, verificamos la tecnología Cobb-Douglas para estos tres sectores. Los resultados aparecen en el cuadro 7. Para el sector 3117, la tecnología Cobb-Douglas se rechaza, pero para los sectores 3220 y 3693 no se pudo rechazar la hipótesis nula.

Finalmente, para completar nuestra serie de tests, pasamos a la etapa quinta, o sea, verificamos si las funciones estimadas son monotónicas y cuasi-concavas. Comenzamos con los sectores para los cuales no se rechazó la hipótesis nula de RCAE (41 casos). Las ecuaciones finales para 35 de estos 41 sectores son las funciones Cobb-Douglas del cuadro 5. En una función Cobb-Douglas, la monotonicidad positiva requiere que haya elasticidades marginales de producción positivas (esto es, $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$). De los resultados del cuadro 5, se desprende que esta condición se satisface para cada sector, excepto el 3559 (Manufactura de productos de goma sin otra clasificación). Por otra parte, la cuasiconcavidad es también satisfecha por todos los sectores menos el 3559. (En el caso especial, de una Cobb-Douglas se requiere que $1 > \alpha_i > 0$.) Para los otros seis sectores con RCAE, se tendría que verificar la monotonicidad y la cuasiconcavidad para condiciones específicas de separabilidad por pares (véase cuadro 5). Esto no se hace en este trabajo.

De los tres casos en los cuales se rechazó la hipótesis de RCAE (sectores 3117, 3220 y 3696), en dos de ellos (3220 y 3696) la función Cobb-Douglas sin RCAE del cuadro 7 es monotónica y cuasiconcava. Para el sector 3117, las condiciones de monotonicidad y cuasiconcavidad tienen que ser verificadas para la función estimada en el cuadro 6. Al hacer esto, se encontró que la función estimada no es bien comportada.

CUADRO 6

LA SEPARABILIDAD GLOBAL SIN RCAE

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K + \frac{1}{2} \gamma_{11} (\ln LM)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} (\ln LS)^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} (\ln K)^2$$

| Código ISIC | Observaciones | Parámetros | | | | | | | | | | R ² | Suma de cuadrados de los residuos | Separabilidad global versus sin restricciones |
|-------------|---------------|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|-------------------|---------------------|--------|---------|---------|----------------|-----------------------------------|---|
| | | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | γ_{11} | γ_{22} | γ_{33} | | | | | | |
| 3117 | 293 | -0,2069 (-4,110) | 0,6894 (12,722) | 0,2950 (7,865) | 0,1738 (4,210) | 0,0229 (0,519) | 0,0264 (6,808) | -0,0011 (-0,096) | 0,7862 | 54,9750 | 1,26800 | | | |
| 3220 | 239 | -0,1154 (-2,945) | 0,7370 (8,652) | 0,2723 (5,218) | 0,1624 (2,748) | -0,0349 (0,876) | 0,0179 (2,941) | -0,0042 (-0,253) | 0,8626 | 48,7358 | 0,94007 | | | |
| 3693 | 39 | 0,0477 (0,448) | 0,6083 (3,537) | 0,3262 (3,265) | 0,1485 (1,844) | 0,0644 (0,370) | 0,0224 (2,019) | -0,0419 (-1,355) | 0,8865 | 5,2691 | 3,67500 | | | |

CUADRO 7

LA FUNCION COBB-DOUGLAS SIN RCAE

$$\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \ln LM + \alpha_2 \ln LS + \alpha_3 \ln K$$

| Código ISC | Observaciones | α_0 | α_1 | α_2 | α_3 | R ² | Suma de cuadrados de los residuos | F Cobb-Douglas versus sin restricciones |
|------------|---------------|---------------------|--------------------|-------------------|-------------------|----------------|-----------------------------------|---|
| 3117 | 293 | -0,2215 (-5,270) | 0,8507 (16,158) | 0,0548 (5,663) | 0,2293 (8,132) | 0,7404 | 66,7679 | 20,45 * |
| 3220 | 239 | -0,1548 (-4,091) | 0,8504 (14,175) | 0,1398 (5,326) | 0,1943 (5,297) | 0,8575 | 50,5693 | 2,909 |
| 3693 | 39 | 0,0076 (0,086) | 0,8463 (6,262) | 0,1243 (4,238) | 0,2315 (3,715) | 0,8639 | 6,31636 | 2,1209 |

4. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos investigado la sustitución entre trabajo, capital humano y capital físico en la industria manufacturera chilena, estimando directamente una función de producción translog. Hemos encontrado que en 41 de los 44 sectores no se puede rechazar la hipótesis nula de RCAE. En los otros 3 sectores, hay evidencia de retornos crecientes a escala. Al imponer a la función translog con RCAE la restricción de separabilidad global completa (esto es, una función Cobb-Douglas con RCAE), se encontró que no se podía rechazar la hipótesis nula en 35 de los 41 casos. Para las 6 industrias con RCAE para las cuales se rechazó la tecnología Cobb-Douglas, se procedió a hacer *tests* de separabilidad lineal y no lineal por pares. Para los tres sectores en los cuales la hipótesis de RCAE fue rechazada, se probó la hipótesis de la separabilidad global completa. En ninguno de estos tres casos se pudo rechazar la hipótesis nula. También en ellos se hicieron *tests* de una tecnología Cobb-Douglas. En dos casos, la hipótesis nula no pudo ser rechazada. Luego, para 37 de los 44 sectores, la hipótesis nula de que la función translog se reduce a una función Cobb-Douglas no puede ser rechazada a partir de los datos.

Este proyecto se inició con la idea de obtener formas funcionales más flexibles para caracterizar la tecnología en la industria manufacturera chilena. Al evaluar nuestros resultados, debemos concluir que en la estimación directa de la función translog, en 37 de 44 industrias chilenas de 4 dígitos, no se puede rechazar la hipótesis nula de que la función de producción tiene la forma más sencilla de una función de producción Cobb-Douglas. Corbo y Meller (1979a) llegaron a una conclusión similar, y también Giliches (1967) y Jorgenson (1972) arribaron al mismo tipo de conclusión al comparar los modelos CES y Cobb-Douglas.

BIBLIOGRAFIA

- Allen, R.G.D., 1938, *Mathematical Analysis for Economists*, Mac-Millan, Londres.
- Behrman, J.R., 1972, "Sectoral Elasticities of Substitution Between Capital and Labor in a Developing Economy: Time Series Analysis in the Case of Postwar Chile", *Econometrica*, vol. 40, N° 2, pp.311-326.
- Berndt, E.R. y D. Wood, 1975, "Technology, Prices and the Derived Demand for Energy", *Review of Economics and Statistics*, vol. 62, N° 3, pp. 259-268.
- Berndt, E.R. y L.R. Christensen, 1973, "The Translog Function and the Substitution of Equipment Structures, and Labor in U.S. Manufacturing 1929-1968", *Journal of Econometrics*, vol. 1, N° 1, pp81-113.
- Berndt, E.R. y L.R. Christensen, 1974, "Testing for the Existence of a Consistent Aggregate Index of Labor Inputs", *American Economic Review*, vol. 64, N° 3, pp. 391-404.
- Blackorby, C., D. Primont y R.R. Russell, 1977 "On Testing Separability Restrictions with Flexible Functional Forms", *Journal of Econometrics*, vol. 5, N° 2, pp. 195-209.
- Burgess, D.F., 1975, "Duality Theory and the Pitfalls in the Specification of Technologies", *Journal of Econometrics*, vol. 32, N° 1, pp. 105-121.
- Chow, G.C., 1962 "Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions", *Econometrica*, vol. 28, N° 4, 591-605.
- Christensen, L.D., D.W. Jorgenson y L.J. Lau, 1971 "Conjugate Duality and the Transcendental Logarithmic Production Function" (abstract), *Econometrica*, vol. 39, N° 4, pp. 255-256.
- Corbo, V., 1974 *Inflation in Developing Countries: An Econometric Study of Chilean Inflation*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

- Corbo, V. y
P. Meller, 1979 a
- Corbo, V. y
P. Meller, 1979 b
- Corbo, V. y
P. Meller, 1979 c,
- Denny M. y
D. May, 1977
- Diewert, W.E. 1974,
- Fuss, M.,
D. Mc Fadden y
Y. Mundlak, 1978
- Griliches, Z., 1967,
- Harberger, A.C., 1963
- Humphrey, D.B. y
J.R. Moroney, 1975
- "The Translog Production Function: Some Evidence from Establishment Data", *Journal of Econometrics*, vol. 10, N° 2, pp. 193-199.
- "Alternative Trade Strategies and Employment Implications: Chile", en *Trade and Employment in Developing Countries—Strategies and Results in Ten Countries*, ed. por A.O. Krueger, Hal Lari y N. Akkrassane, University of Chicago Press para NBER, Chicago, Illinois, por aparecer.
- Chile: Alternative Trade Strategies and Employment*, NBER, Nueva York, manuscrito.
- "The Existence of a Real Value-Added Function in the Canadian Manufacturing Sector", *Journal of Econometrics*, vol. 5 N° 1, pp. 55-69.
- "Applications of Duality Theory" en *Frontiers of Quantitative Economics*, ed. por M. Intriligator y D. Kendrick, North Holland Publishing Company.
- "A Survey of Functional Forms in the Economic Analysis of Production" en *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, vol.1, ed. M. Fuss y D. McFadden, North Holland Publishing Co. Amsterdam.
- "Production Functions in Manufacturing: Some Preliminar Results" en *The Theory and Empirical Analysis of Production*, ed por M. Brown, Columbia University Press para NBER, Nueva York.
- "The Dynamics of Inflation in Chile" en *Measurement in Economics*, ed. C. Christ, Stanford University Press, Palo Alto, California.
- "Substitution Among Capital, Labor and Natural Resource Products in American Manufacturing", *Journal of Political Economy*, vol. 83, N° 1, pp. 57-82.

- Jorgenson, D.W., 1972 "Investment Behavior and the Production Function", *The Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 3, N° 1.
- Meller, P., 1975 "Production Functions for Industrial Establishments of Different Sizes: The Chilean Case", *Annals of Economic and Social Measurement*, vol. 4 N° 4, pp. 595-634.
- Meller, P. y C. Swinburn, 1973 "5.000 índices de concentración industrial. Chile: Año 1967", Documento de Trabajo N° 19, Instituto de Economía, Universidad Católica, diciembre.
- Nadiri, M.I., 1969 "Some Approaches to the Theory and Measurement of Total Factor Productivity: A Survey", *Journal of Economic Literature*, vol. 8, N° 4, pp. 1137-1177.
- Nadiri, M.I. y S. Rosen, 1973, *A Disequilibrium Model of Demand for Factors of Productions*, Columbia University Press para NBER, Nueva York.
- Nadiri, M.I., 1978, "Producers Theory" en *Handbook of Mathematical Economics*, ed. por K.Y. Arrow y M. D. Intriligator, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, por aparecer.
- Pindyck, R.S., 1977 "Interfuel Substitution and the Industrial Demand for Energy: An International Comparison", MIT, documento de trabajo EL77-026 WP.
- Takayama, A., 1974, *Mathematical Economics*, The Dryden Press, Hinsdale, Illinois.