



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**APLICACIÓN DE MODELOS DE AGOTAMIENTO CONSIDERANDO
EXPLORACIÓN Y NUEVOS DESCUBRIMIENTOS PARA EL CASO DEL
COBRE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL DE MINAS

MARÍA JOSÉ BENARIO FIGUEROA

PROFESOR GUÍA:

EMILIO CASTILLO DINTRANS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ARTURO PRIETO MATTE

JAVIER HERNÁNDEZ MEZA

SANTIAGO DE CHILE

ABRIL 2016

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE: INGENIERIA CIVIL DE MINAS
POR: MARÍA JOSÉ BENARIO FIGUEROA
FECHA: ABRIL 2016
PROF GUÍA:SR. EMILIO CASTILLO DINTRANS

**APLICACIÓN DE MODELOS DE AGOTAMIENTO CONSIDERANDO
EXPLORACIÓN Y NUEVOS DESCUBRIMIENTOS PARA EL CASO DEL
COBRE**

Los modelos de agotamiento toman relevancia en la época de los 70 debido al alza en los precios del petróleo, y se aplican en gran medida a esta industria. Resulta interesante estudiar y aplicar estos modelos a la industria del cobre con el fin de analizar la estrategia óptima de producción y exploración considerando el agotamiento de los recursos y compararla con la realidad.

En el siguiente trabajo se aplican modelos de agotamiento considerando el efecto de la exploración y nuevos descubrimientos para el mercado del cobre, para esto se cuenta con una base de datos representativa de doce países que comprende el periodo de 1997 hasta el 2014.

Se plantea el modelo de agotamiento para el caso de competencia perfecta y monopolio considerando que los costos de extracción dependen del nivel de reservas y la cantidad producida, y los nuevos descubrimientos de la cantidad de descubrimientos acumulados y del esfuerzo en exploración, que para los efectos de este trabajo es el gasto en exploración deflactado por el costo de la maquinaria y mano de obra del sector. Al parametrizar dichas funciones de la base de datos se obtienen resultados estadísticamente significativos y coeficientes R^2 de 0,07 y 0,34 respectivamente.

Al aplicar el modelo se obtienen resultados consistentes con la teoría y la parametrización de las funciones. Considerando una tasa de descuento de 5 %, la cantidad producida durante el periodo de estudio se encuentra dentro del rango óptimo modelado de competencia perfecta y monopolio, por lo que se puede considerar consistente con las preferencias de la sociedad. El gasto en exploración se encuentra bajo el óptimo de competencia perfecta y monopolio durante el periodo de estudio, lo que indica que mayores esfuerzos habrían sido necesarios en esta área para acercarse al óptimo modelado.

ABSTRACT

Depletion models become relevant in the seventies, due to rising oil prices, and are mostly applied in this industry, however it's interesting to study and apply these models to the copper industry in order to analyze the optimal strategy of exploration and production considering resource depletion and compare it with reality.

In this paper depletion models are aplyed considering the effect of exploration and new discoveries for the copper market, using a representative database of twelve countries covering the period 1997 to 2014.

In the depletion model for the case of perfect competition and monopoly, extraction costs depend on the level of reserves and the quantity produced, while new discoveries depend on the amount of accumulated discoveries and exploration efforts, which for the purposes of this work is the exploration expenditure deflated by the cost of machinery and labor in the sector. These functions are obtained of the database and the results are statistically significant with coefficients R^2 of 0.07 and 0.34 respectively.

The model results consistent with the theory and the functions obtained from de database. Considering a discount rate of 5%, it can be noticed that the amount produced during the study period is in the optimal range of perfect competition and monopoly, so it has been consistent with preferences of society. Exploration spending is under perfect competition's and monopoly's optimum over the study period, indicating that greater efforts should be necessary in this area.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a los profesores que hicieron posible este trabajo de memoria, Emilio Castillo, por todo el apoyo que me brindó, su preocupación y disponibilidad, un excelente profesor guía y Arturo Prieto, por su cooperación y visión, ambos fueron fundamentales en este proceso y les agradezco lo mucho que aprendí. También agradezco a Javier Hernández, miembro de la comisión, por su voluntad y buena disposición.

Agradezco a mi familia, son mi apoyo fundamental, a mis padres por inculcarme siempre a dar lo mejor de mí, como persona y profesional, gracias por estar conmigo siempre y confiar en mi, estas palabras quedan cortas para expresar el cariño y gratitud que siento por ustedes, ambos son un ejemplo para mí y espero retribuirles el amor infinito que me han brindado; a mis hermanos, gracias por escucharme y darme ánimo siempre, saben que los amo con todo mi corazón y son muy importantes para mí.

Agradezco también a todas las personas que conocí durante este proceso, Pablo, por ser mi amigo y compañero durante estos seis años, he aprendido mucho de ti, gracias por apoyarme y sacar lo mejor de mí siempre; y a mis amigos, gracias por las risas y buenos momentos, son excelentes personas y me alegra haberlos conocido. Agradezco también a mis amigos del colegio, que siempre han estado presente y han compartido esto conmigo.

Finalmente, agradezco al Departamento de Minería, a todos los que lo componen, han hecho de la Universidad un lugar acogedor y grato, donde prima el compañerismo y la alegría.

Tabla de contenido

1. Capítulo: Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Alcances	2
1.3. Estructura de la memoria	3
2. Capítulo: Antecedentes	4
2.1. Economía de recursos agotables	4
3. Capítulo: Metodología	19
3.1. Planteamiento del modelo de agotamiento	19
3.2. Identificación de la información necesaria y recopilación	19
3.3. Análisis de la base de datos recopilada	19
3.4. Aplicación del modelo de agotamiento	20
3.5. Análisis de los resultados	20
3.6. Discusión sobre la validez e implicancias del modelo	20
4. Capítulo: Desarrollo	21
4.1. Planteamiento del modelo de agotamiento	21
4.2. Identificación de la información necesaria y recopilación	22
4.3. Análisis de la base de datos recopilada	24
4.4. Aplicación del modelo de agotamiento	40
5. Capítulo: Resultados	45
6. Capítulo: Análisis de los resultados	51
6.1. Análisis de impacto de supuestos	51
6.2. Análisis de casos de interés	57

6.3. Mejora del ajuste del modelo	62
6.4. Proyección del modelo	67
7. Capítulo: Discusión sobre la validez e implicancias del modelo	71
7.1. Validez del modelo	71
7.2. Implicancias del modelo	72
8. Capítulo: Conclusiones	76
9. Bibliografía	77
10. Anexo A: Base de datos	79
11. Anexo B: Determinación de funciones	89
12. Anexo C: Resultados análisis de supuestos	93
13. Anexo D: Resultados casos de interés	109
14. Anexo E: Resultados mejora del modelo	111
15. Anexo F: Resultados proyección del modelo	113
16. Anexo G: Resultados del modelo considerando tasa de descuento del mercado	114

Índice de tablas

1. Ejemplos clasificación de recursos naturales. Fuente Sweeney, 1992.	5
2. Obtención de datos	22
3. Producción de cobre mina por país con respecto a la producción mundial . .	25

4.	Reservas de cobre por país con respecto a las reservas mundiales.	28
5.	Gasto en exploración por país con respecto al gasto mundial en exploración de cobre	33
6.	Coeficientes de la función de nuevos descubrimientos	35
7.	Estadística de la Regresión	35
8.	Análisis de varianza función nuevos descubrimientos	36
9.	Coeficientes de la función de costos de explotación	38
10.	Estadística de la Regresión	39
11.	Análisis de varianza función costos	40
12.	Aplicación del modelo para competencia perfecta	45
13.	Aplicación del modelo para monopolio	46
14.	Ajuste del modelo	49
15.	Sensibilidad peso del ponderador IPM	51
16.	Sensibilidad peso del ponderador M.O	53
17.	Sensibilidad elasticidad	54
18.	Sensibilidad tasa de descuento	56
19.	Delta descubrimientos	63
20.	Ajuste del modelo	66
21.	Producción por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]	79
22.	Porcentaje de la producción mundial	79
23.	Consumo mundial de cobre	80
24.	Reservas por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]	81
25.	Porcentaje de las reservas mundiales	81
26.	Nuevos descubrimientos por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]	82
27.	Descubrimientos acumulados por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]	82
28.	Costos C1 nominales [\$/lb]	83

29.	Tasa de inflación, porcentaje anual de variación. Fuente: Banco Mundial . . .	83
30.	Tasa de cambio, UMN por US\$ promedio por período. Fuente: Banco Mundial	84
31.	Ponderador unitario considerando inflación y tasa de cambio	84
32.	Ponderador unitario del Índice de Precios al por Mayor de EEUU. Fuente: Gobierno de Chile	85
33.	C1 real considerando 50/50 ponderadores de inflación-T.C e IPM [\$/lb] . . .	85
34.	Gasto en exploración nominal [M\$]	86
35.	Costo de Mano de Obra para Chile, base 2014. Fuente: INE	86
36.	Ponderador unitario CMO por país considerando proporcionalidad al gasto en exploración	87
37.	Ponderador unitario costo de maquinaria de exploración en EEUU, base 2014. Fuente: BLS	87
38.	Gasto real considerando 50/50 ponderadores de CMO y maquinaria [M\$] . .	88
39.	$dx = a + bx + cw$	89
40.	$dx = e^a x^b w^c$	89
41.	$dx = e^a x^b e^{wc}$	90
42.	$dx = e^a e^{xb} e^{wc}$	90
43.	$C_1 = a + bq + cR$	91
44.	$C_1 = e^a q^b c^d$	91
45.	$C_1 = e^a e^{qb} r^c$	92
46.	$C_1 = e^a e^{qb} e^{rc}$	92
47.	Aplicación del modelo para C.P, peso 70 % ponderador IPM	93
48.	Aplicación del modelo para C.P, peso 60 % ponderador IPM	94
49.	Aplicación del modelo para C.P, peso 40 % ponderador IPM	95
50.	Aplicación del modelo para C.P, peso 30 % ponderador IPM	96
51.	Aplicación del modelo para C.P, peso 70 % ponderador MO	97

52.	Aplicación del modelo para C.P, peso 60 % ponderador MO	98
53.	Aplicación del modelo para C.P, peso 40 % ponderador MO	99
54.	Aplicación del modelo para C.P, peso 30 % ponderador MO	100
55.	Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,23	101
56.	Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,31	102
57.	Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,47	103
58.	Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,55	104
59.	Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 3 %	105
60.	Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 4 %	106
61.	Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 6 %	107
62.	Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 7 %	108
63.	Aplicación del modelo caso miope	109
64.	Aplicación del modelo caso sin exploración	110
65.	Aplicación del modelo con mejora caso competencia perfecta	111
66.	Aplicación del modelo con mejora caso monopolístico	112
67.	Aplicación del modelo con mejora caso competencia perfecta	113
68.	Aplicación del modelo con mejora caso monopolístico	113
69.	Aplicación del modelo con tasa de descuento del mercado para competencia perfecta incluyendo mejora propuesta	114
70.	Aplicación del modelo con tasa de descuento del mercado para monopolio incluyendo mejora propuesta	115

Índice de figuras

1.	Curva de precios para costo de extracción igual a cero. Fuente: Pyndick 1997.	13
----	---	----

2.	Actividad exploratoria y reservas probadas- caso inicial Ro grande.Fuente: Pyndick 1997.	16
3.	Actividad exploratoria y reservas probadas- caso inicial Ro pequeño. Fuente: Pyndick 1997.	17
4.	Metodología	19
5.	Producción de cobre mina por país. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U. .	24
6.	Producción Total. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.	26
7.	Consumo de cobre refinado. Fuente: COCHILCO	27
8.	Reservas de cobre por país. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.	27
9.	Reservas totales de cobre. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.	29
10.	Nuevos descubrimientos de cobre. Fuente: Elaboración propia	30
11.	Descubrimientos totales acumulados de cobre. Fuente: Elaboración propia . .	30
12.	Costos C_1 reales por país. Fuente: Elaboración propia	31
13.	Gasto real en exploración por país. Fuente: Elaboración propia	32
14.	Fuente: Elaboración propia.	34
15.	Fuente: Elaboración propia.	34
16.	Fuente: Elaboración propia.	37
17.	Fuente: Elaboración propia.	38
18.	Relación entre abundancia y ley de mienerales. Fuente: Skinner,1976.	39
19.	Producción. Fuente: Elaboración propia	46
20.	Reservas. Fuente: Elaboración propia	47
21.	Descubrimientos acumulados. Fuente: Elaboración propia	47
22.	Gasto en exploración. Fuente: Elaboración propia	48
23.	Precio. Fuente: Elaboración propia	48
24.	Renta económica.Fuente: Elaboración propia	50
25.	Sensibilidad peso del ponderador IPM. Fuente: Elaboración propia	52

26.	Sensibilidad ponderador M.O. Fuente: Elaboración propia	53
27.	Sensibilidad elasticidad. Fuente: Elaboración propia	55
28.	Sensibilidad tasa de descuento. Fuente: Elaboración propia	56
29.	Producción caso miope. Fuente: Elaboración propia	58
30.	Reservas caso miope. Fuente: Elaboración propia	58
31.	Descubrimientos acumulados caso miope. Fuente: Elaboración propia	59
32.	Gasto en exploración caso miope. Fuente: Elaboración propia	59
33.	Precio caso miope. Fuente: Elaboración propia	60
34.	Producción caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia	61
35.	Reservas caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia	61
36.	Precio caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia	62
37.	Producción caso con delta. Fuente: Elaboración propia	64
38.	Reservas caso con delta. Fuente: Elaboración propia	64
39.	Descubrimientos acumulados caso con delta. Fuente: Elaboración propia	65
40.	Gasto en exploración caso con delta. Fuente: Elaboración propia	65
41.	Precio caso con delta. Fuente: Elaboración propia	66
42.	Proyección producción. Fuente: Elaboración propia	68
43.	Proyección reservas. Fuente: Elaboración propia	68
44.	Proyección descubrimientos acumulados. Fuente: Elaboración propia	69
45.	Proyección gasto en exploración. Fuente: Elaboración propia	69
46.	Proyección Precio. Fuente: Elaboración propia	70
47.	Fuente: Elaboración propia	73
48.	Fuente: Elaboración propia	74

1. Capítulo: Introducción

”La desaparición de las reservas mundiales de minerales, bosques y otros activos no renovables, la sensación de que estos productos se están extrayendo demasiado rápido o son demasiado baratos para el bien de las generaciones futuras, ha conducido a requerimientos para la regulación de su explotación”. Así, Harold Hotelling, estadístico y teórico económico, introduce el tema del agotamiento de los recursos no renovables en 1931, y plantea las bases económicas para el estudio de este tipo de problemas dinámicos mediante modelos de agotamiento.

Fue, sin embargo, en la década de los 70 cuando el trabajo de H.Hotelling tomó relevancia, debido al alza en los precios del petróleo. La preocupación por el agotamiento del oro negro, llevó a diversos economistas a desarrollar nuevas consideraciones a los modelos de agotamiento, para reflejar de mejor manera la realidad de esta industria.

Al analizar las tendencias a largo plazo, es posible notar que el consumo de cobre ha ido aumentando en el tiempo, movido por el alza en la demanda de los países en vías de industrialización, cada vez con mayor población y mejores estándares de vida. Frente a esto, resulta interesante aplicar las bases de la economía de los recursos agotables a la industria del cobre, para analizar en que escenario nos encontramos hoy, y hasta que punto esta tendencia se traduce en una sobreexplotación del recurso.

Motiva a la realización de esta memoria modelar la estrategia óptima de producción y gasto en exploración para el mercado global de cobre al aplicar modelos de agotamiento y analizar si ha sido el comportamiento de las últimas décadas consistente con las preferencias intertemporales de la sociedad.

1.1. Objetivos

El objetivo principal de la presente memoria de título es aplicar el modelo de agotamiento considerando el efecto de la exploración y nuevos descubrimientos en yacimientos de cobre a nivel global.

Los objetivos específicos para dar cumplimiento a este objetivo son los siguientes:

1. Proponer un modelo de agotamiento teórico considerando el efecto de exploración y nuevos descubrimientos en caso de competencia perfecta y monopolio para la industria del cobre.
2. Recopilar y analizar la información requerida para llevar a cabo la aplicación del modelo de agotamiento del cobre.
3. Aplicar el modelo de agotamiento a la industria del cobre y analizar los resultados obtenidos.
4. Discutir la validez del modelo y analizar las implicancias desde un punto de vista estratégico de la gestión de los recursos minerales.

1.2. Alcances

El trabajo de título consiste en la aplicación de modelos de agotamiento considerando exploración y nuevos descubrimientos para la industria del cobre. Para esto se dispone de una base de datos de la producción, consumo, reservas, gastos en exploración y costos $C1$ agregados a nivel país.

Se cuenta con datos desde 1997 hasta el 2014 para 12 países que explican en promedio el 85 % de la producción mundial del periodo: Australia, Canadá, Chile, China, Estados Unidos, Indonesia, Kazajistán, México, Perú, Polonia, Rusia y Zambia.

Finalmente, es importante destacar que no se considera el efecto de las tecnologías en los costos, lo cual resulta coherente con el periodo de estudio ¹ y no se incluye el efecto del reciclaje, sustitutos ni incertidumbre.

¹Entre las principales innovaciones tecnológicas experimentadas por la industria minera del cobre destacan

1.3. Estructura de la memoria

El trabajo realizado procede de la siguiente forma.

Capítulo 1: Contiene la introducción y motivación del tema de estudio. Se define el objetivo principal y los objetivos específicos de esta memoria además de los alcances.

Capítulo 2: Contiene los antecedentes de la economía de recursos agotables, para dar un contexto al tema de estudio, luego profundiza en el modelo de agotamiento planteado por H.Hotelling y las principales consideraciones, específicamente la de exploración y nuevos descubrimientos -tema de estudio- y un caso de aplicación al petróleo.

Capítulo 3: Contiene la descripción de la metodología utilizada para dar cumplimiento al objetivo de esta memoria.

Capítulo 4: Contiene el desarrollo de la memoria, lo que corresponde al planteamiento del modelo de agotamiento considerando la exploración y nuevos descubrimientos para el caso del cobre, la identificación y recopilación de la información necesaria, el tratamiento de la base de datos y la aplicación del modelo.

Capítulo 5: Contiene los resultados obtenidos al aplicar el modelo.

Capítulo 6: Contiene un análisis sobre el impacto de los principales supuestos del modelo, se estudian casos de interés, se propone una mejora al ajuste del modelo y se estudia la proyección bajo las tendencias del periodo analizado.

Capítulo 7: Contiene una discusión sobre la validez e implicancias del modelo desde un punto de vista estratégico de la gestión de los recursos minerales.

Capítulo 8: Contiene las conclusiones del trabajo de memoria.

los denominados “quiebres tecnológicos”, como el blockcaving, rajo abierto, flotación, extracción por solventes y electroobtención, todos anteriores al periodo de estudio. Fuente: Reseña de la Innovación Tecnológica en la Minería del Cobre: “El Caso Codelco”. COCHILCO.

2. Capítulo: Antecedentes

2.1. Economía de recursos agotables

En este apartado se introducen los conceptos básicos para entender el modelo de agotamiento planteado por Harold Hotelling y las posteriores consideraciones a su modelo, centrándose en el tema de estudio de esta memoria: “exploración y nuevos descubrimientos”.

2.1.1. Clasificación de los recursos

Los recursos naturales se clasifican de acuerdo a sus propiedades físicas y a la escala de tiempo en que pueden reponerse (Sweeney, 1992).

Basado en las propiedades físicas se pueden dividir en recursos biológicos -como animales y productos agrícolas-, minerales no energéticos -como el cobre, el oro y el fierro- y energéticos -como el gas natural o la energía solar-.

Basado en la escala de tiempo se pueden clasificar en agotables, renovables y expandibles. Los recursos agotables son aquellos en que la tasa de reposición es tan lenta, que una vez utilizados pasará mucho tiempo para que sean repuestos o simplemente nunca se repondrán de forma natural, este el caso de la mayoría de los depósitos minerales, y bajo esta acepción también las especies en extinción o desiertos vírgenes pueden ser considerados como recursos no renovables. Los recursos renovables, al contrario se reponen rápidamente, en una escala de tiempo económicamente relevante para las decisiones de mercado, sin embargo, el consumo de dicho recurso en un periodo, afecta el stock en el periodo subsecuente. Los recursos expandibles, son aquellos con una velocidad de renovación tan rápida, que el consumo de productos en un periodo no altera el consumo en periodos subsecuentes, un ejemplo claro es la energía solar.

En la Tabla 1 se muestran ejemplos de ambos tipos de clasificación (física y temporal).

Tabla 1: Ejemplos clasificación de recursos naturales. Fuente Sweeney, 1992.

Recursos	Biologicos	Minerales no energéticos	Minerales energéticos
Agotables	Especies en peligro de extinción.	Mayoría de los depósitos minerales como el cobre.	Petróleo, gas natural, carbón, uranio.
Renovables	Producto forestal, fauna salvaje, madera, flores, insectos.		Poder geotérmico, poder hidráulico, madera como combustible.
Expandibles	Productos de agricultura.		Radiación solar, poder hidráulico, etanol.

2.1.2. Concepto de agotamiento

La definición de un recurso agotable es la siguiente (Sweeney, 1992):

- El stock disminuye en el tiempo, independiente de cuando sea utilizado.
- El stock nunca aumenta en el tiempo.
- La tasa de disminución del stock es una función monótona creciente de la tasa de explotación del recurso.
- El recurso solo puede ser utilizado si el stock es positivo.

Los recursos agotables correspondientes a minerales no energéticos, se reponen a tasas tan lentas, que se puede considerar que una vez que son consumidos o extraídos, no vuelven a aparecer, o dicho de otra forma, tardaría tanto tiempo en reponerse el depósito mineral, que no es económicamente significativo. Existe además una cantidad fija de dichos recursos en la tierra -que incluye a los depósitos aún no descubiertos-, lo que corresponde a la definición física de stock.

Sin embargo, es necesario hacer una distinción de la definición económica de stock, donde la cantidad de reservas minerales depende netamente de su valor económico, lo que implica que bajo esta acepción el stock de reservas si puede aumentar, si se descubren nuevos yacimientos o pasan a ser económicamente rentables yacimientos que antes no lo eran.

2.1.3. Modelo de agotamiento de recursos de Hotelling

En 1931 Harold Hotelling inaugura en su artículo “The Economics of Exhaustible Resources” la teoría de la extracción óptima para los recursos agotables, donde el productor debe decidir si extraer los recursos hoy o almacenarlos hasta que aumente el precio del bien. Un productor en competencia perfecta busca maximizar el valor presente neto de sus flujos sujetos a las siguientes restricciones:

$$\text{Max}_q \quad J = \int_0^{\infty} e^{-rt} \pi(q(t)) dt = \int_0^{\infty} e^{-rt} [p(t)q(t) - C(q(t))] dt \quad (1)$$

Sujeto a

$$\dot{R} = -q(t) \quad (2)$$

$$R_0 = R_0 \quad (3)$$

$$q(t) \geq 0, \quad R(t) \geq 0 \quad (4)$$

Donde $p(t)$ y $q(t)$ son el precio del mercado y la cantidad ofertada en un periodo t , r es la tasa de interés y $C(q(t))$ son los costos en el periodo t , que dependen de la cantidad extraída. Se utiliza como supuesto que la curva de costos es cóncava; en un comienzo es decreciente por el efecto escala y luego es creciente debido que a medida que aumenta la cantidad extraída se hace más costoso extraer por temas de eficiencia, administración o logística.

El productor busca maximizar la ecuación (1), considerando que la tasa a la cual los recursos se extraen es igual a la variación de las reservas (2), las reservas iniciales son R_0 (3) y para todo periodo la cantidad extraída y la cantidad de reservas totales son mayor igual a cero (4).

La teoría del control óptimo resulta adecuada para resolver este tipo de problemas de optimización dinámica, donde las decisiones tomadas por el productor hoy afectan no solo las utilidades del presente, sino también las del futuro.

Se utiliza el Hamiltoniano como nueva función objetivo para maximizar las utilidades actuales y futuras:

$$H = pq - C(q) + \lambda \dot{R} = pq - C(q) - \lambda q \quad (5)$$

El parámetro λ es la variable co-estado o precio sombra, es decir el precio óptimo en competencia perfecta.

Las condiciones necesarias para resolver este problema de optimización dinámica son:

$$\frac{dH}{dq} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{dH}{dR} = r\lambda(t) - \dot{\lambda}(t) \quad (7)$$

Al desarrollar las ecuaciones (6) y (7):

$$\lambda(t) = p - \frac{dC}{dq} \quad (8)$$

$$r\lambda(t) = \dot{\lambda}(t), \quad r = \frac{\dot{p} - \frac{d\dot{C}}{dq}}{p - \frac{dC}{dq}} \quad (9)$$

De la ecuación (8) se obtiene que el precio sombra corresponde al beneficio marginal dado por el precio de mercado menos el costo marginal y de la ecuación (9) que el precio sombra aumenta a la tasa de interés.

Hotelling en su modelo asume costo marginal cero, a lo que plantea que el precio de un recurso no renovable en un mercado competitivo aumentará de forma proporcional a la tasa de interés. Este modelo es aplicable al mercado en competencia perfecta y al caso monopólico, ambos casos son importantes de analizar, dado los mercados suelen encontrarse en una situación intermedia. En el primero se considera que la demanda agregada en un periodo t es igual a la producción agregada y los precios están determinados por la igualdad del consumo y la producción acumulada durante la vida del recurso.

$$D(p(t)) = Q(p(t)) \quad (10)$$

$$\int_0^\infty D(p(t))dt = \int_0^\infty Q(p(t))dt = R_0 \quad (11)$$

Para el caso monopolístico basta reemplazar el precio por ingreso marginal en la ecuación (8), lo que implica bajo el mismo supuesto de costo marginal cero, que el ingreso marginal aumenta a la tasa de interés r .

2.1.4. Consideraciones al modelo de Hotelling

El estudio de Hotelling sirvió como base para modelos de agotamiento más complejos que buscan representar de forma más exacta el mercado de los recursos agotables. Existen diversas consideraciones de distintos autores, sin embargo en este apartado se ahondará en las principales extensiones del modelo que permiten describir el mercado del cobre.

2.1.4.1. Tasa de interés

Hotelling plantea que la tasa de interés del mercado podría ser mayor que la tasa a que la sociedad desea descontar las utilidades o excedentes futuros, sin embargo no profundiza en este tema.

Solow se centra en el problema de la definición y caracterización de una ruta socialmente óptima para la explotación de los recursos no naturales, y es aquí donde la tasa de interés juega un papel importante, dado que determina toda la inclinación de la secuencia de producción de equilibrio. Si la tasa de interés del mercado supera la tasa social de preferencia², las rentas de escasez y los precios del mercado aumentarían más rápido de lo que "deberían" y la producción deberá bajar, en consecuencia, más aprisa a lo largo de la curva de demanda. Así, el recurso se explotará demasiado rápido y se agotará demasiado pronto.

Por lo tanto al utilizar la tasa social de preferencia en el modelo de H. Hotelling, se refleja de mejor manera la ruta socialmente óptima de explotación.

2.1.4.2. Costo de extracción

El modelo de Hotelling considera que todos los yacimientos tienen el mismo costo de extracción asociado, sin embargo en la práctica esto no ocurre así, todos los yacimientos tienen

²La tasa social de descuento mide la tasa a la cual una sociedad está dispuesta a cambiar consumo presente por consumo futuro, es decir, es el valor que la sociedad le asigna a la postergación del consumo.

distintas características que los hacen ser más o menos costosos (Solow and Wan, 1997). En general los yacimientos menos costosos y de mejor calidad son extraídos antes y a medida que se va agotando el recurso, la extracción se hace cada vez más costosa, así ocurre en el caso de los yacimientos tipo pórfidos de cobre, donde las capas superficiales asociadas a óxidos de mejor ley y enriquecimiento secundario son cada vez menos, dando lugar a la extracción de capas sulfuradas de menor ley, a mayor profundidad. Lo anterior puede ser representado al considerar que el costo de extracción no solo depende del ritmo de producción, sino también que decae con el nivel de reservas.

$$C(q, R), \quad \frac{dC}{dR} < 0 \quad (12)$$

Esto implica que las nuevas condiciones óptimas serán:

$$\lambda = p - \frac{dC}{dq} \quad (13)$$

$$r\lambda(t) + \frac{dC}{dR} = \dot{\lambda}(t), \quad r + \frac{dC}{dR} = \frac{\dot{p} - \frac{d\dot{C}}{dq}}{p - \frac{dC}{dq}} \quad (14)$$

Dado que $\frac{dC}{dR}$ es menor que cero, la tasa a la cual aumenta el precio sombra es menor a la tasa de interés, esto debido a que el productor internaliza el hecho de que mientras más extrae hoy, mayores son los costos en el futuro.

2.1.4.3. Cambios tecnológicos

La literatura señala dos tipos de innovaciones tecnológicas, que se aplican al caso del cobre, la innovación incremental, definida como el mejoramiento sucesivo de los productos y procesos de la cadena del valor, y la innovación radical o quiebre tecnológico, dado por tecnologías de alto impacto ³.

Los cambios tecnológicos paulatinos en el tiempo se pueden representar con la siguiente fórmula:

³Reseña de la Innovación Tecnológica en la Minería del Cobre: "El Caso Codelco", COCHILCO.

$$C(q, R, t), \quad \frac{dC}{dt} < 0 \quad (15)$$

$$C(q, R, t) = h(t)C(R)q$$

Dónde $h(t)$ es la función asociada a la disminución de los costos por efecto de las tecnologías, aplicando lo anterior al modelo de Hotelling se obtiene la siguiente ecuación que define la variación del precio (Slade, 1982) :

$$\dot{p} = r\left(p - \frac{dC}{dq}\right) + C(R)h'(t) = r\left(p - \frac{dC}{dq}\right) + \frac{d^2C}{dqdt} \quad (16)$$

Al considerar el efecto de los cambios tecnológicos se observa una disminución en el precio del recurso dada por el término negativo $\frac{dC}{dqdt}$, sin embargo dado que para el caso de los recursos minerales el grado de sustitución nunca es mayor a uno ⁴, llegará un momento en que la escasez será inevitable, dando origen a un alza en los precios y a una curva de con forma de U.

2.1.4.4. Reciclaje

En el mercado del cobre, el efecto del reciclaje es significativo e implica que las unidades producidas recirculan. Esto se puede añadir al modelo de Hotelling como una variable de estado, análogo al nivel de reservas:

$$\dot{S} = q - \delta S \quad (17)$$

Levhari y Pyndick plantean que la variación del stock provisto por reciclaje, está dada por la cantidad producida y la tasa de depreciación a la cual dicho stock se pierde, por lo tanto el efecto en el precio es de una curva en forma de U; inicialmente disminuyen dado que hay más reciclaje, hasta un punto donde ya no es posible seguir reciclando y aumentan los precios.

⁴De la función de Cobb-Dauglas: $Q = K^\alpha R^\beta L^{1-\alpha-\beta}$, donde K es el capital asociado a las nuevas tecnologías, R las reservas y L el personal (que para estos efectos se considera que aporta retornos constantes a escala, por lo que se puede asumir igual a 1) se observa que nunca será posible producir sin tener reservas.

2.1.5. Consideraciones específicas a la exploración y nuevos descubrimientos

Resulta fundamental considerar en el modelo de Hotelling el efecto de la exploración, Pyndick plantea en 1977 un modelo que permite considerar el efecto de nuevos descubrimientos y analizar el comportamiento de la exploración y producción.

2.1.5.1. Modelo de Pyndick

Pyndick desarrolla un modelo donde se incorpora la exploración como un costo adicional al de extracción, que depende del esfuerzo de exploración w ⁵. Se asume que el costo de exploración es convexo; en primera instancia es decreciente por el efecto escala y luego a medida que aumenta el esfuerzo, aumentan también los costos.

$$C_2(w), \quad C_2'' \geq 0 \quad (18)$$

Los nuevos descubrimientos se incorporan al modelo de Hotelling como una nueva variable de estado, que depende del esfuerzo y la cantidad de reservas descubiertas a la fecha $[x]$, suponiendo que mientras mayor sea la cantidad de descubrimientos, más difícil será aumentar la tasa de descubrimientos.

$$\dot{x} = f(w, x), \quad \frac{df}{dw} > 0, \quad \frac{df}{dx} < 0, \quad x, w \geq 0 \quad (19)$$

Luego la variación de las reservas viene dada por:

$$\dot{R} = \dot{x} - q \quad (20)$$

Al incorporar esta nueva variable de estado y los costos de extracción el Hamiltoniano que optimiza el problema es⁶ :

$$H = [p - C_1(R) - C_2(w)]qe^{-rt} + \lambda_1(f(w, q) - q) + \lambda_2 f(w, x) \quad (21)$$

⁵w representa la cantidad de metros perforados de sondaje exploratorio en pozos petroleros.

⁶Pyndick en este modelo considera que el costo de extracción C_1 depende del nivel de reservas y es lineal al nivel de producción.

Se obtienen las siguientes relaciones de orden:

$$(p - C_1(R))e^{-rt} - \lambda_1 = 0 \quad (22)$$

$$\dot{\lambda}_1 = C_1(R)'qe^{-rt} \quad (23)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -(\lambda_1 + \lambda_2) \frac{df}{dx} \quad (24)$$

El parámetro λ_1 en este caso corresponde al beneficio marginal de una unidad adicional de reservas, sin embargo $\dot{\lambda}_1$ es negativo dado $C_1'(R)$ es negativo, esto implica que a medida que se van extrayendo los recursos λ_1 tiende a cero. Considerando $q = f(w, x)$, al derivar la ecuación (22) con respecto al tiempo, e igualarla a la ecuación (23) se obtiene:

$$\dot{p} = rp - rC_1(R) + C_1R'f(w, x) \quad (25)$$

Al comparar la ecuación (25) con la variación del precio propuesta en modelo de Hotelling se observa que los precios aumentan de forma más lenta. En la Figura 1 se observa esta diferencia para el caso con y sin exploración considerando un costo de extracción de cero.

Precio [p] en función del tiempo[t]

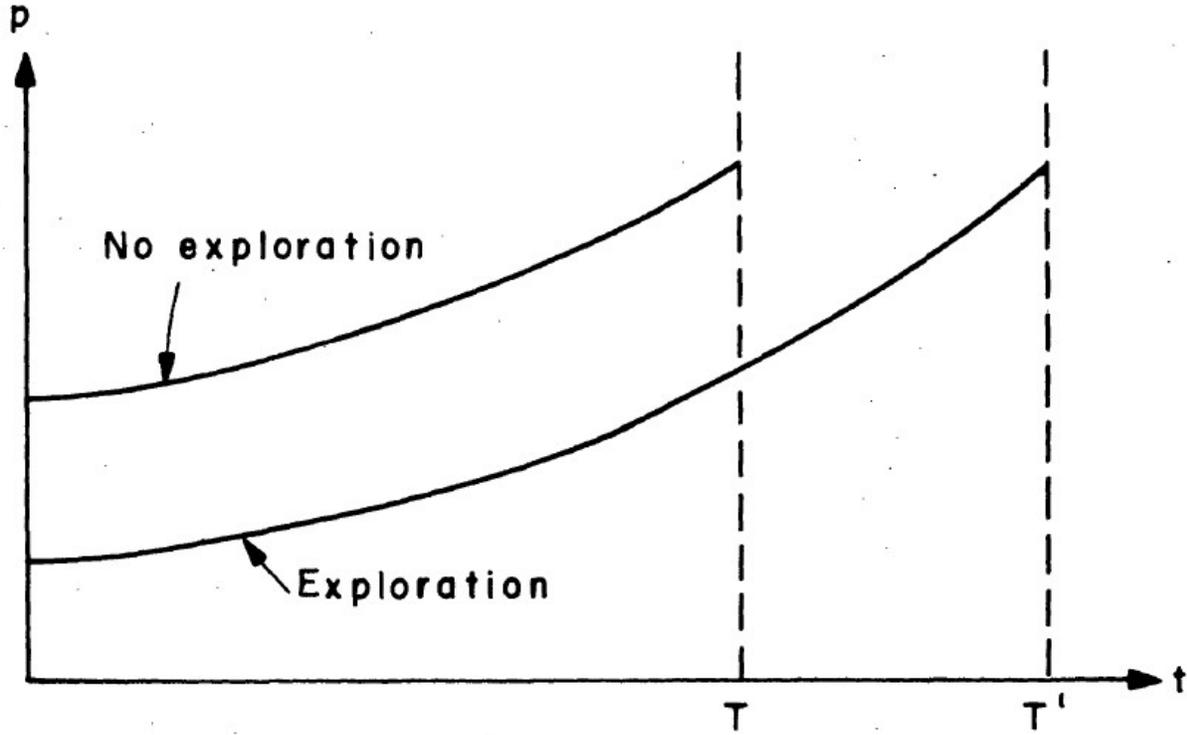


Figura 1: Curva de precios para costo de extracción igual a cero. Fuente: Pyndick 1997.

La tasa de exploración óptima se obtiene al derivar el Hamiltoniano con respecto al esfuerzo exploratorio e igualarlo a cero:

$$\lambda_2 = \left[\frac{C_2(w)'}{\frac{df}{dw}} - p + C_1 \right] e^{-rt} \quad (26)$$

Utilizando esta igualdad y reemplazando la ecuación(22) en la ecuación se obtiene:

$$\dot{\lambda}_2 = -frac{\frac{df}{dx} \frac{df}{dw}}{\frac{df}{dw}} C_2(w)' e^{-rt} \quad (27)$$

Derivando la ecuación (26) e igualándola con la ecuación (27) se obtiene:

$$\dot{w} = \frac{C_2(w)' \left[\frac{\frac{d^2 f}{dw dx}}{\frac{df}{dw}} f - \frac{df}{dx} + r \right] + C_1(R)' q \frac{df}{dw}}{C_2(w)'' - C_2(w)' \frac{\frac{d^2 f}{dw dx}}{\frac{df}{dw}}} \quad (28)$$

Las condiciones de borde para este problema son que en el tiempo final T se agotarán las reservas y por ende el esfuerzo exploratorio será cero. Dado que no hay costo final asociado al consumo de todas las reservas $\lambda_2(T) = 0$. Esto implica que al evaluar esto en la ecuación (22) se obtiene $P_T = C_1(R_T)$, lo que implica que los precios y costos aumentarán cuando las reservas lleguen a cero. Las ecuaciones que describen el comportamiento del precio (25) y el esfuerzo (28) pueden ser obtenidas si se conoce la forma de f, C_1, C_2 y la función de demanda que relaciona p y q . Para el caso monopolístico se optimiza la misma función de Hamiltoniano, sin embargo la función de demanda se expresa como:

$$p(q), \quad p(q)' < 0 \quad (29)$$

El ingreso marginal se denota como MR:

$$MR = p + q \frac{dp}{dq} \quad (30)$$

Esto implica que solo cambia la condición de orden (22), por lo tanto la derivada de H con respecto a q entrega:

$$\lambda_1 = (MR - C_1(R))e^{-rt} \quad (31)$$

Igualando λ_1 de la condición de borde (24), se obtiene la ecuación que refleja la tasa de crecimiento marginal:

$$\dot{MR} = rMR - rC_1(R) + C_1(R)'f(w, x) \quad (32)$$

Maximizando H con respecto a w y reemplazando λ_1 de la ecuación (31) se obtiene:

$$\lambda_2 = \left[\frac{C_2(w)'}{\frac{df}{dw}} - MR + C_1 \right] e^{-rt} \quad (33)$$

2.1.5.2. Medición de la escasez

Una medida apropiada de la escasez debe reflejar el sacrificio de obtener una unidad de recurso. Considerando el efecto de la exploración y nuevos descubrimientos, la cantidad de reservas no resulta una buena medida de la escasez, tampoco los costos de extracción, como se vio en el apartado anterior, no dependen solo del nivel de reservas.

Pyndick plantea utilizar la renta económica para medir la escasez dado que refleja el costo oportunidad de extraer un recurso. De la ecuación (22) para el caso de competencia perfecta se deduce que la renta está dada por $\lambda_1 e^{-rt}$. Al derivar H con respecto a w e igualando a cero se obtiene la ecuación de la renta:

$$\lambda_1 e^{-rt} = \frac{C_2(w)'}{\frac{df}{dw}} - \lambda_2 e^{-rt} \quad (34)$$

Se ve reflejada la escasez en esta ecuación cuando el costo marginal de descubrimiento se vuelve muy grande (segundo término), el uso del recurso disminuye y también las futuras ganancias, de esta forma el costo oportunidad de una unidad adicional es menor (primer término).

2.1.5.3. Comportamiento óptimo de la exploración y producción

El factor determinante en el comportamiento de las curvas de exploración y producción es el nivel inicial de reservas.

En la Figura 2 el nivel inicial de reservas es alto, lo que implica que el costo de extracción inicial relativo $C_1(R)$ es pequeño y por ende el precio aumenta a una tasa creciente. Si el nivel inicial de reservas es grande el esfuerzo exploratorio se pospone, dado que no es necesario inmediatamente. El esfuerzo de exploración es creciente hasta el punto en que las reservas comienzan a agotarse y cada vez es menor la cantidad de descubrimientos. En este caso el nivel de reservas siempre decrece, sin embargo mientras los esfuerzos exploratorios son crecientes, decrece de forma más lenta.

La línea punteada en la Figura 3 representa el caso donde el costo de extracción es menor al precio y al costo de exploración, esto implica que no vale la pena tener una gran cantidad de reservas y el esfuerzo exploratorio se pospone de forma tal de dejarlo en el último horizonte temporal.

Esfuerzo exploratorio [w] y reservas [R] en función del tiempo [t]

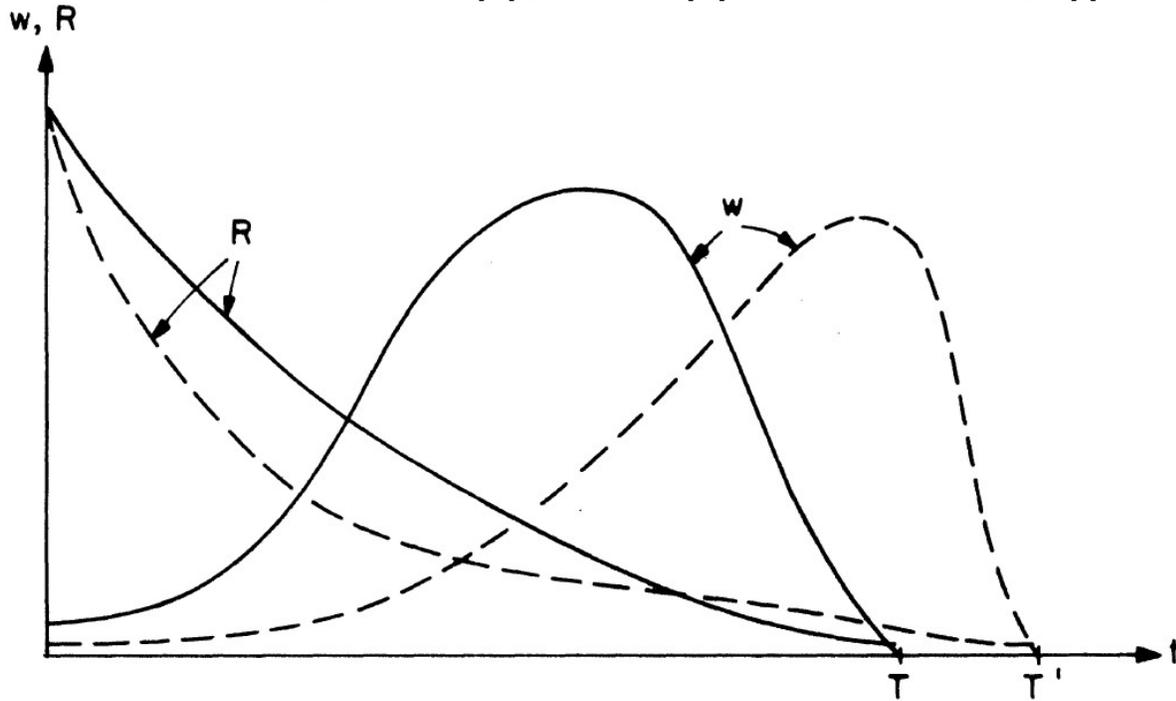


Figura 2: Actividad exploratoria y reservas probadas- caso inicial R_0 grande. Fuente: Pyndick 1997.

En la Figura 3 el nivel inicial de reservas es cercano a cero, por ende el precio comienza decreciendo desde un alto precio dado que $C_1(R)$ relativo es grande. La exploración en este caso parte en un alto nivel, pero comienza a decrecer a medida que aumenta el nivel de reservas por el efecto de la misma exploración, hasta que llega un momento en que el agotamiento es inevitable y el nivel de reservas decrece, en este instante el precio del recurso comienza a aumentar hasta que la demanda es cero.

La línea punteada en la Figura 3 representa el caso donde el costo de extracción es menor al precio y al costo de exploración, en este caso el esfuerzo exploratorio se pospone hasta que el nivel de reservas comienza a disminuir nuevamente, de esta forma los últimos periodos la curva de reservas decrece de forma más lenta.

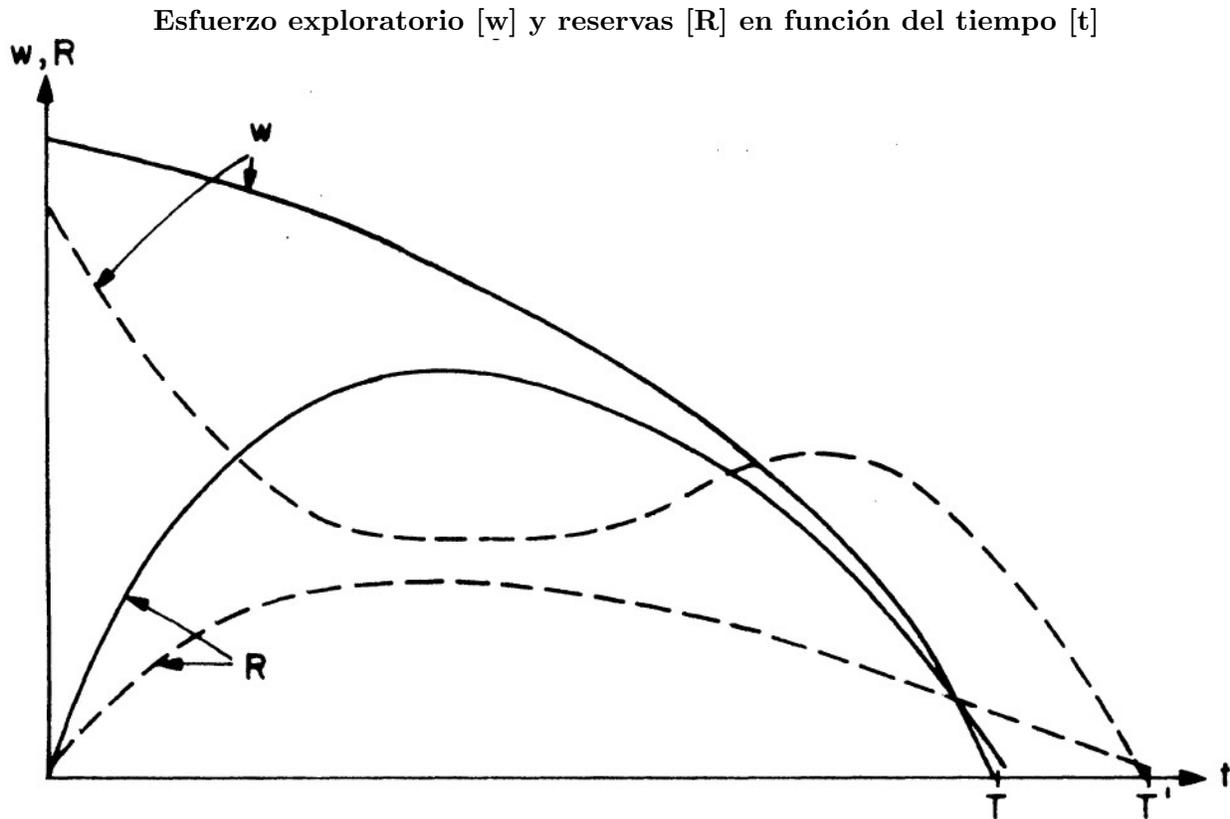


Figura 3: Actividad exploratoria y reservas probadas- caso inicial R_0 pequeño. Fuente: Pyndick 1997.

2.1.6. Aplicación del modelo de agotamiento considerando la exploración y nuevos descubrimientos

Pyndick aplica su modelo al petróleo tomando datos de exploración, descubrimientos y producción en Texas durante los años 1965-1975, con el fin de comparar de forma empírica los resultados obtenidos en su modelo y la realidad.

Las consideraciones utilizadas al aplicar el modelo son las siguientes:

1. El costo de explotación aumenta a medida que disminuyen las reservas. Se asume que el costo medio aumenta hiperbólicamente cuando las reservas se van a cero.

$$C_1(R) = \frac{a}{R}$$

La constante a se obtiene al despejar el costo de extracción y el nivel de reservas en 1966.

2. El costo de exploración depende del número de pozos perforados $[w]$ y se considera además un efecto escala.

$$C_2(w) = b_1w + b_2$$

Los parámetros b_1 y b_2 se obtienen de un ajuste de las estadísticas de los años 1966 y 1974.

3. Se utiliza el ajuste propuesto por Uhler para gas y petróleo en la región de Alberta, Canadá⁷ para incorporar nuevos descubrimientos:

$$f(w, x) = Aw^\alpha e^{-\beta x} \quad \alpha, \beta > 0$$

Los parámetros A, α, β se obtienen de un ajuste de las estadísticas de los años 1966 y 1974.

4. Se utiliza una función de demanda lineal considerando la elasticidad, el precio y la producción promedio durante el periodo estudiado. Para obtener resultados numéricos se utilizan ecuaciones diferenciales aproximadas y se realizan simulaciones variando el valor de los parámetros iniciales w_0 y p_0 hasta que w, q y los beneficios tiendan simultáneamente a cero.

⁷Pyndick hace referencia al trabajo no publicado realizado por Uhler en 1975 “Petroleum exploration dynamic”.

3. Capítulo: Metodología

La metodología utilizada para satisfacer los objetivos propuestos en esta memoria consta de seis etapas principales.

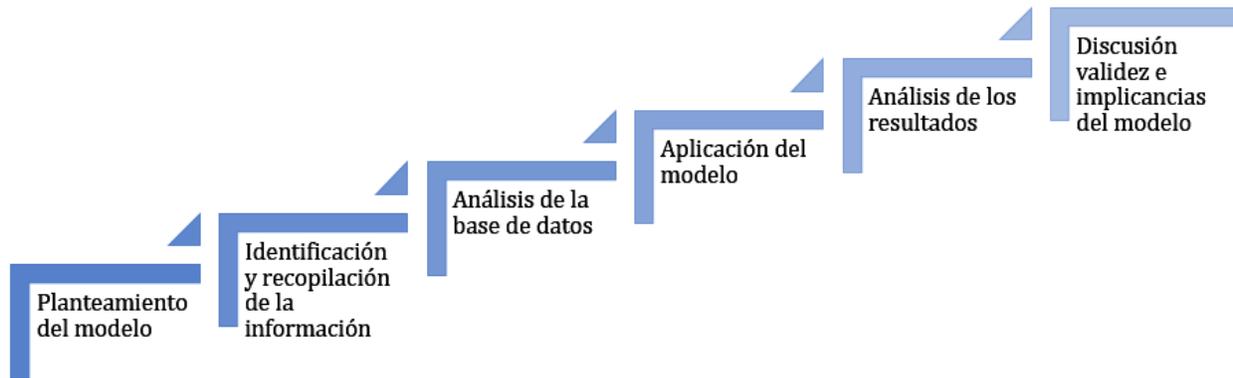


Figura 4: Metodología

3.1. Planteamiento del modelo de agotamiento

En esta sección se define el modelo de agotamiento junto con las consideraciones y supuestos necesarios para plantearlo en base a los antecedentes expuestos en el capítulo 2 y los alcances en el capítulo 1 de esta memoria.

3.2. Identificación de la información necesaria y recopilación

Una vez planteado el modelo de agotamiento es posible identificar cuáles son los datos necesarios para su desarrollo. Los datos y sus respectivas fuentes son detallados en esta sección.

3.3. Análisis de la base de datos recopilada

Resulta fundamental la consistencia de la base de datos, considerando que los datos vienen de distintas fuentes y se encuentran en distintos formatos. En esta sección se analiza la base de datos, se traspasan los datos de nominales a reales, con el fin de estudiar el comportamiento de

los distintos parámetros sin involucrar el efecto inflacionario y se parametrizan las funciones necesarias para el modelo.

3.4. Aplicación del modelo de agotamiento

En esta sección se desarrollan los pasos para aplicar el modelo de agotamiento planteado en el software Excel.

3.5. Análisis de los resultados

Una vez aplicado el modelo se analizan los resultados obtenidos:

- Se estudia el impacto de los supuestos realizados mediante un análisis de sensibilidad sobre las principales variables del modelo.
- Se analizan los casos en que los productores no son conscientes del agotamiento de los recursos y el caso sin exploración, con el fin de analizar la consistencia del modelo y compararlo con el comportamiento real.
- Se propone también una mejora empírica al modelo, para representar de mejor forma la realidad.

3.6. Discusión sobre la validez e implicancias del modelo

Se analiza la validez del modelo en base a la parametrización de las funciones, la coherencia de los resultados obtenidos, el impacto de los supuestos y los antecedentes utilizados. Se discute sobre las implicancias del modelo con respecto a las variables sobre las cuales se puede hacer gestión, es decir la producción y la exploración, se comparan los resultados del modelo con la realidad y se analiza la proyección del modelo y sus limitaciones.

4. Capítulo: Desarrollo

En este capítulo se desarrollan las primeras cuatro etapas de la metodología.

4.1. Planteamiento del modelo de agotamiento

El modelo de agotamiento planteado por Hotelling, tiene como fin encontrar la producción óptima del recurso natural, considerando que este se está agotando y valoramos el presente acorde a la tasa de descuento r .

El propósito de este trabajo es estudiar el efecto de la exploración y nuevos descubrimientos, por lo que se incluyen estos parámetros al modelo base, de forma tal de modelar la producción óptima en el tiempo $q(t)$ y el esfuerzo exploratorio óptimo en el tiempo $w(t)$.

Para el caso de competencia perfecta el problema se plantea de la siguiente forma:

$$Max_{q,w} \quad J = \int_0^{\infty} [pq - C_1(R, q)q - C_2(w)]e^{-rt} dt \quad (35)$$

Sujeto a

$$\dot{R} = \dot{x} - q(t) \quad (36)$$

$$\dot{x} = f(w, x) \quad (37)$$

Las variables que se van actualizando en el tiempo son las reservas R , y los descubrimientos x . En el modelo se considera que los costos de explotación C_1 dependen de la cantidad de reservas -asociado al costo de extracción- y del nivel de producción -acorde a la ley de rendimientos decrecientes de la teoría microeconómica-. Se considera además que los costos asociados a la exploración C_2 dependen del esfuerzo realizado y los nuevos descubrimientos dependen de los descubrimientos acumulados y el esfuerzo realizado en explorar (Pyndick,1977).

Para el caso monopolístico la diferencia radica en que el monopolista busca maximizar su ingreso marginal:

$$MR = p + \bar{q} \frac{dp}{\bar{q}} \quad (38)$$

Donde \bar{q} corresponde a la demanda, p al precio y MR al ingreso marginal.

4.2. Identificación de la información necesaria y recopilación

En la Tabla 2 se presenta la información recopilada, su fuente y detalle.

Tabla 2: Obtención de datos

Datos	Unidad	Fuente	Periodo	Detalle
Producción	Toneladas métricas de cobre	Servicio Geológico de E.E.U.U	1995-2014	Por país
Consumo	Toneladas métricas de cobre	COCHILCO	1990-2014	Por país
Reservas	Toneladas métricas de cobre	Servicio Geológico de E.E.U.U	1995-2014	Por país
Costos	Dólares/Tonelada	Wood Mackenzie	1985-2014	Por mina y país
Gastos en exploración	Dólares	SNL Metals & Mining	1997-2014	Por país

Se realiza entonces el análisis de forma agregada por países, para representar de mejor manera el mercado de cobre, en este caso realizar un análisis por firma habría permitido reflejar con mayor precisión los costos tanto de exploración como explotación de la industria sin embargo no se cuenta con todos los datos necesarios, en este sentido los datos de exploración son los limitantes.

Los costos obtenidos de la consultora Wood Mackenzie se encuentran detallados a nivel de firma, sin embargo se utilizan los costos promedios promediados por producción a nivel país y se considera que los costos C_1 representan los costos marginales, que son los que se deben utilizar para efectos del modelo.

Los gastos de exploración obtenidos de la consultora SNL Metals & Mining están asociados a casos donde el producto principal es cobre, es decir no se consideran los gastos asociados a la exploración donde se busca extraer cobre como subproducto, esto es relevante para el estudio dado que no distorsiona el concepto de esfuerzo de exploración, es decir los incentivos se mantienen claros respecto a la exploración de cobre.

Los datos obtenidos del Servicio Geológico de Estados Unidos están detallados para los siguientes 13 países: Australia, Canadá, Chile, China, Congo, Estados Unidos, Indonesia, Kazajistán, México, Perú, Polonia, Rusia y Zambia.

Finalmente el período de estudio queda definido por los gastos de exploración, dado que solo se cuenta con datos desde 1997 hasta el 2014.

4.3. Análisis de la base de datos recopilada

4.3.1. Tratamiento de los datos

En esta sección se presenta el tratamiento a la base de datos. La información necesaria para confeccionar los gráficos y tablas de este apartado se encuentra en el Anexo A.

4.3.1.1. Producción

En la Figura 5 se observa la producción de cobre mina para 13 países. El Congo cuenta con datos de producción el año 1997 y desde el 2011 al 2014, por esta razón se decide no incorporar a este país en la base de datos, dado que implica una serie incompleta.

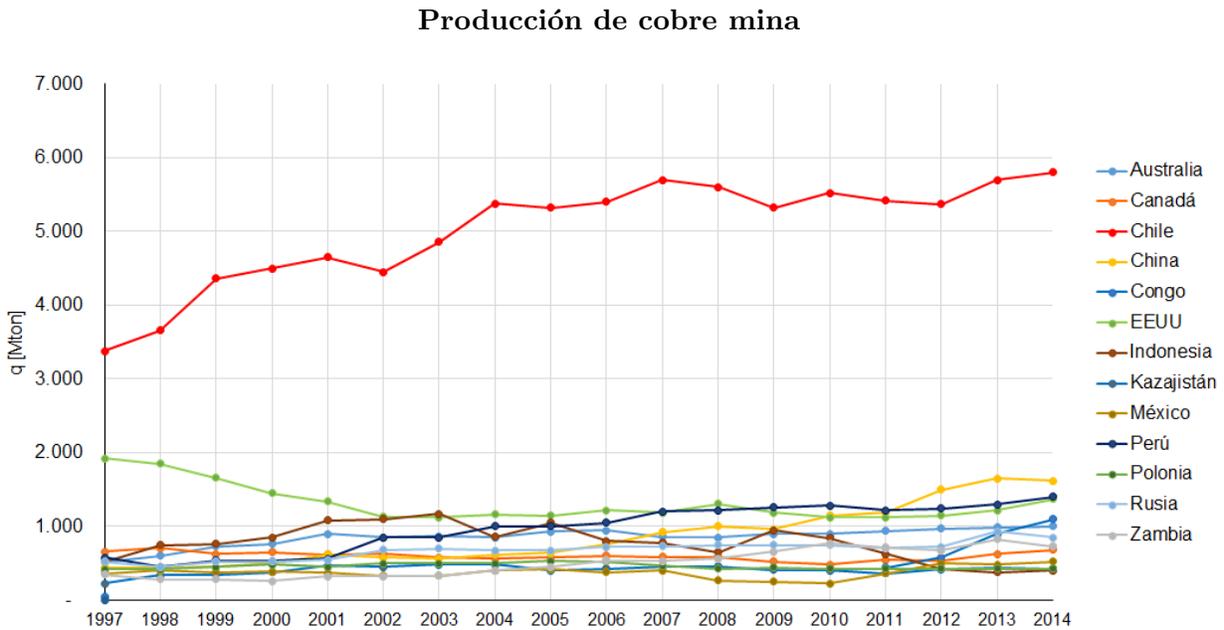


Figura 5: Producción de cobre mina por país. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.

En la Tabla 3 se encuentra el promedio y desviación estándar del porcentaje que representa cada país con respecto a la producción global de cobre mina durante el periodo de estudio. Resalta Chile con una producción promedio de 33% de la producción mundial, seguido por E.E.U.U. con una producción promedio de 10%. La producción durante el periodo de estudio de la muestra de países es de un 85% de la producción mundial, por lo tanto se considera representativa.

Tabla 3: Producción de cobre mina por país con respecto a la producción mundial

País	Porcentaje de la
	producción mundial de cobre [%]
Australia	$5,67 \pm 0,50$
Canada	$4,06 \pm 0,79$
Chile	$33,38 \pm 2,13$
China	$5,58 \pm 1,89$
EEUU	$9,01 \pm 2,87$
Indonesia	$5,32 \pm 1,73$
Kazajistán	$2,75 \pm 0,39$
México	$2,52 \pm 0,51$
Perú	$6,35 \pm 1,57$
Polonia	$3,10 \pm 0,41$
Rusia	$4,49 \pm 0,42$
Zambia	$3,25 \pm 0,96$
Total	$85,49 \pm 1,43$

Promedio y desviación del porcentaje de la producción de cobre mina por país con respecto a la producción mundial desde 1997-2014. Fuente: Elaboración Propia.

En la Figura 6 se observa además que la tendencia de los países de estudio coincide con la tendencia mundial.

Producción total de cobre mina

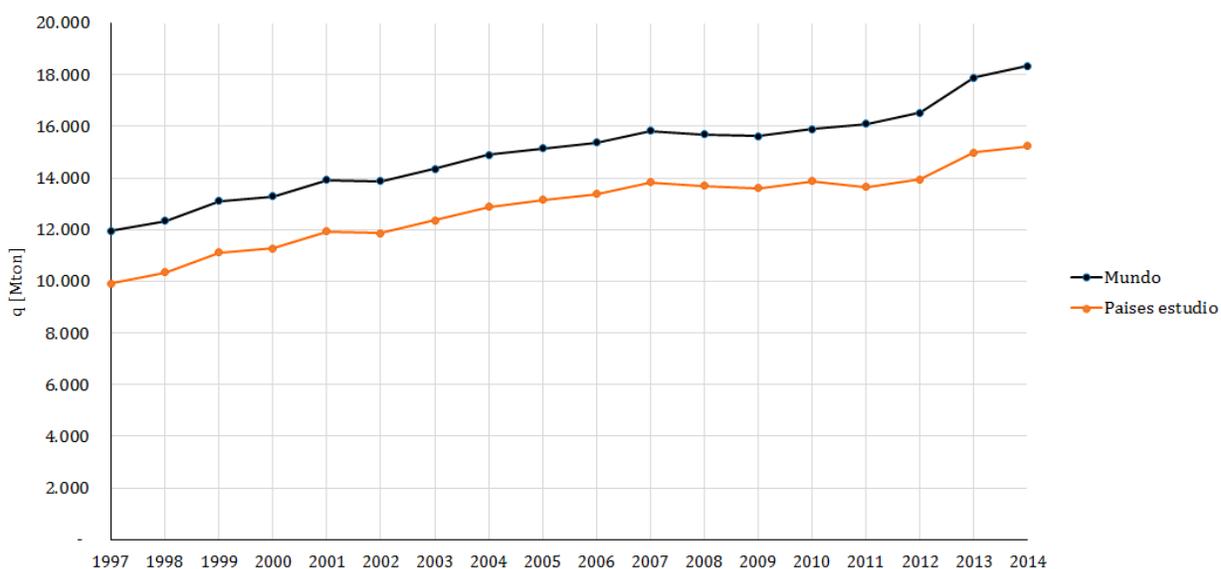


Figura 6: Producción Total. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.

4.3.1.2. Consumo

El consumo mundial de cobre es necesario para estimar la demanda de cobre, esta se utiliza para obtener la producción de cada año bajo el supuesto de que la cantidad ofertada es igual a la cantidad demandada -lo que implica que los stocks se anulan en el horizonte de evaluación, aunque pueden existir en el corto plazo- y para determinar el precio y la cantidad ofertada en el caso monopolístico.

La demanda de cobre se estima mediante la elasticidad punto de la demanda, por lo tanto para cada año se utiliza el dato de producción y precio promedio. Como no se cuenta con la información de elasticidad por año, se utiliza la misma elasticidad para todo el periodo, en base al estudio de Agostini (2006) aplicado al mercado de cobre en Estados Unidos, donde la elasticidad precio demanda es de -0,39 durante el periodo de 1994 al 2009.

En la Figura 7 se observa la tendencia en aumento del consumo de cobre.

Consumo de cobre refinado

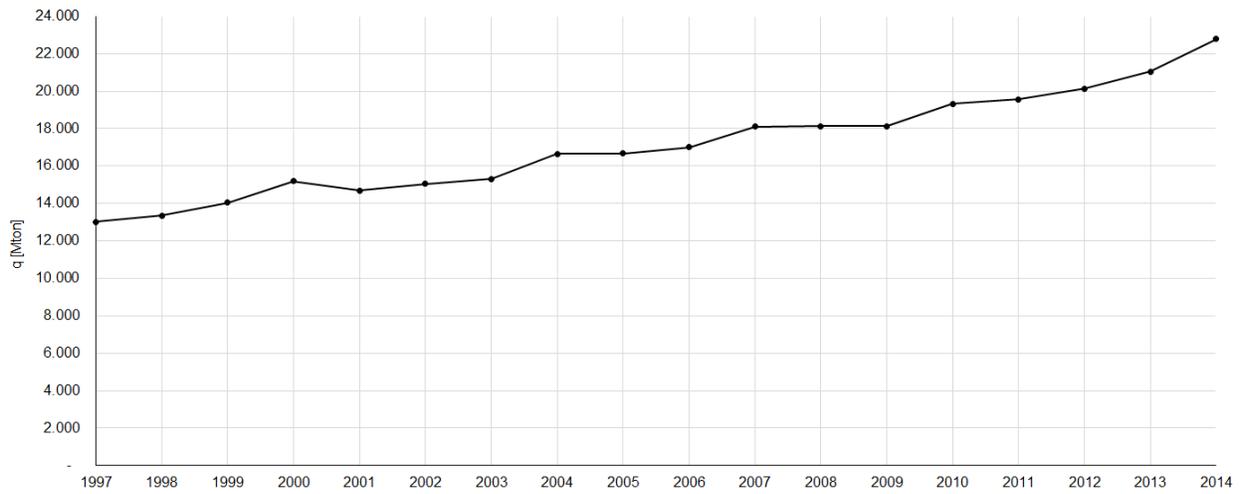


Figura 7: Consumo de cobre refinado. Fuente: COCHILCO

4.3.1.3. Reservas

Reservas de cobre

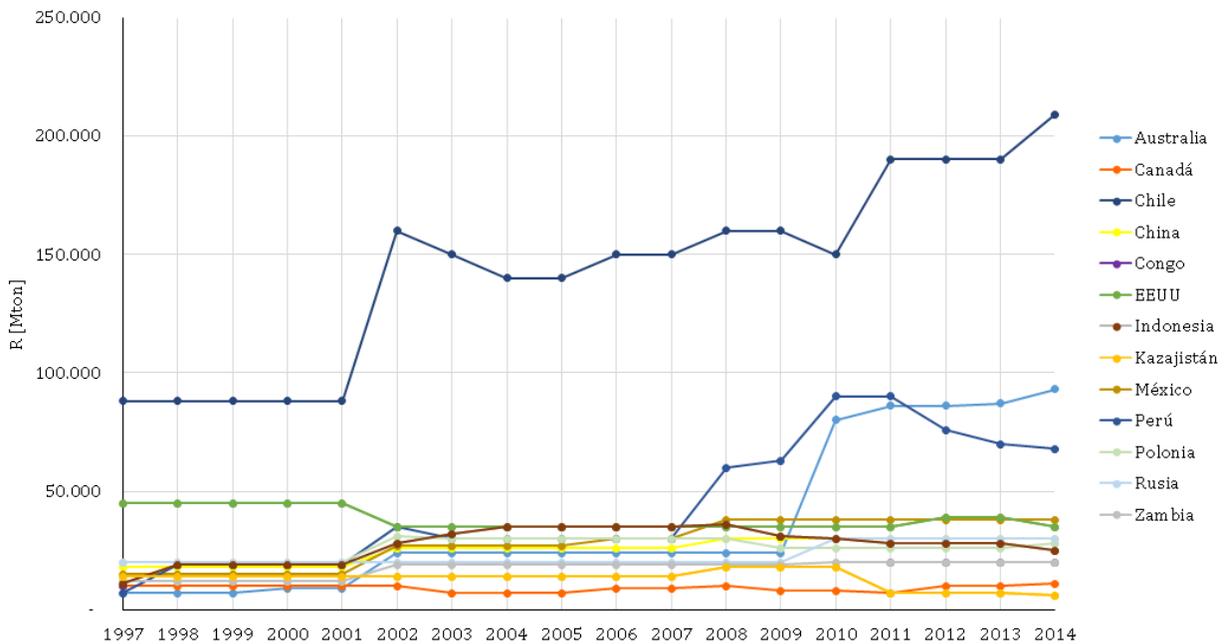


Figura 8: Reservas de cobre por país. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.

En la Figura 8 se observan las reservas de cobre para 13 países. El Congo cuenta con datos

de producción los años 1997 y desde el 2011 al 2014, por esta razón se decide no incorporar a este país en la base de datos, dado que implica una serie incompleta.

En la Tabla 4 se encuentra el promedio y desviación estándar del porcentaje que representa cada país con respecto a la reservas globales de cobre durante el periodo de estudio. Resalta nuevamente Chile con el 29% de las reservas mundiales, seguido por Perú con 8% de las reservas mundiales. Si bien el promedio de Perú y Estados Unidos es similar, en este último las reservas van a la baja al contrario que en Perú. Las reservas durante el periodo de estudio de la muestra de países representan un 79% de las reservas mundiales, por lo tanto se considera representativa.

Tabla 4: Reservas de cobre por país con respecto a las reservas mundiales.

País	Porcentaje de las reservas mundiales de cobre [%]
Australia	6.35 ± 4.23
Canada	1,96 ± 0,79
Chile	28,52 ± 2,39
China	5,15 ± 0,48
EEUU	8,40 ± 3,35
Indonesia	5,59 ± 1,35
Kazajistán	2,88 ± 1,18
México	5,53 ± 0,8
Perú	8,02 ± 3,21
Polonia	5,42 ± 1,05
Rusia	4,70 ± 0,87
Zambia	3,53 ± 0,42
Total	78,64 ± 1,41

Promedio y desviación del porcentaje de las reservas de cobre por país con respecto a las reservas mundiales desde 1997-2014. Fuente: Elaboración Propia.

En la Figura 9 se observa además que la tendencia de los países de estudio coincide con la tendencia mundial.

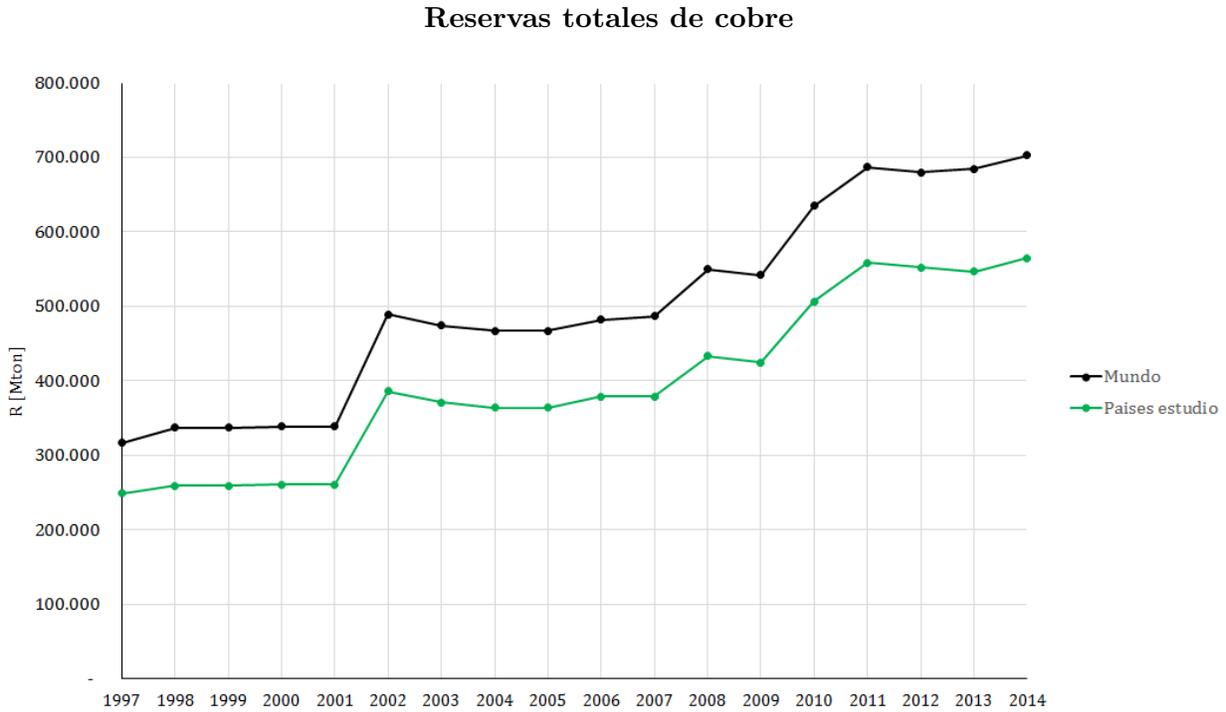


Figura 9: Reservas totales de cobre. Fuente: Servicio Geológico de E.E.U.U.

4.3.1.4. Nuevos descubrimientos

Se cuenta con los datos de reservas y producción, por lo que al aplicar la ecuación 39 se obtienen los descubrimientos por año.

$$\dot{x} = \dot{R} + \dot{q} \quad (39)$$

Hay periodos en los que se obtienen descubrimientos negativos lo que no es posible físicamente, esto ocurre debido a que las reservas corresponden a una definición económica. Se considera que los descubrimientos en estos casos son cero.

En la Figura 10 se observan los descubrimientos en toneladas de cobre realizados por cada país al año. No hay una tendencia clara en los descubrimientos, sin embargo es posible distinguir un aumento significativo los años 2002, 2008 y 2010 en la Figura 11.

Nuevos descubrimientos de cobre

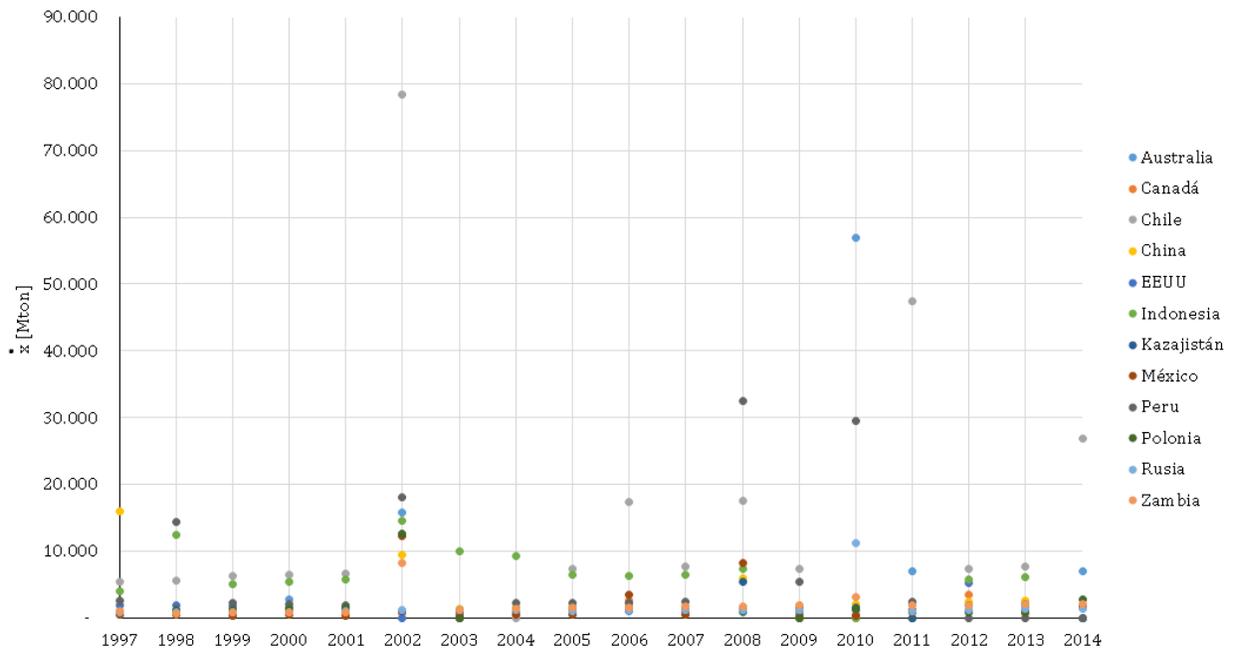


Figura 10: Nuevos descubrimientos de cobre. Fuente: Elaboración propia

Descubrimientos totales de cobre acumulados

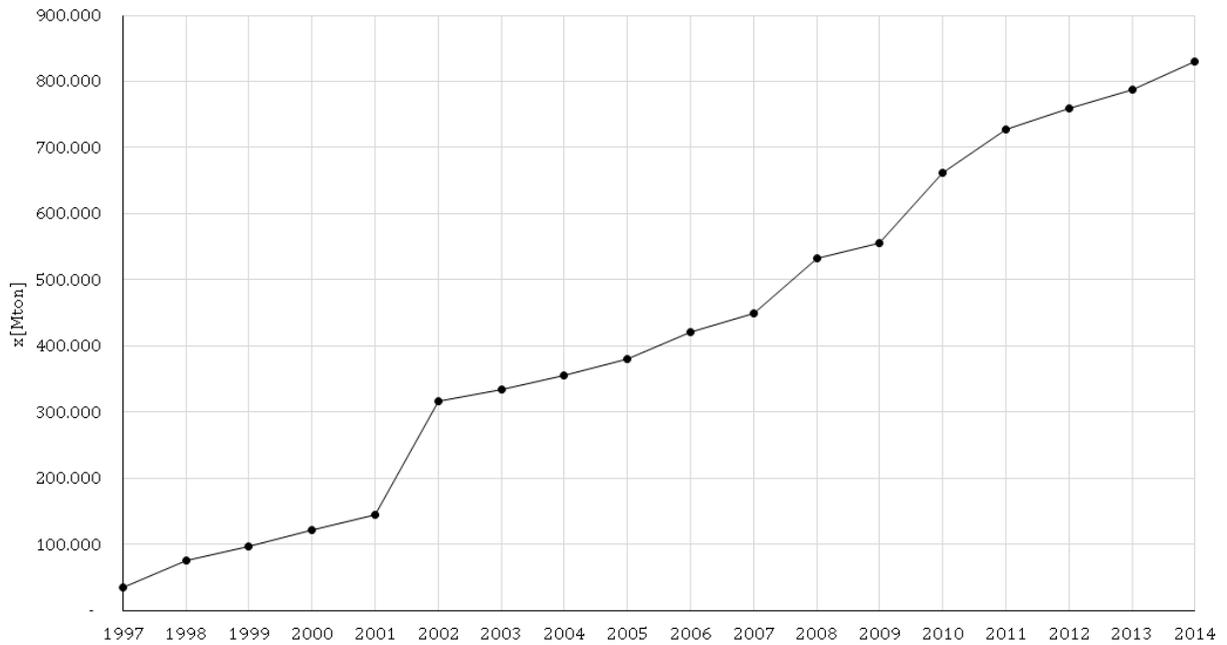


Figura 11: Descubrimientos totales acumulados de cobre. Fuente: Elaboración propia

4.3.1.5. Costos explotación

Los costos C_1 se encuentran de forma nominal, por lo que es necesario transformarlos a costos reales. Para esto, se considera que los costos se ven afectados en un 50 % por la inflación del país de origen asociado a costos en la moneda local y en un 50 % por el IPM de E.E.U.U, asociado a los costos que se realizan en dólares.

En la Figura 12 se encuentran los costos C_1 por país. Se observa una tendencia de aumento en los costos, lo que esta relacionado con la disminución de la ley de cobre y el aumento de gastos en remuneraciones (propias y contratadas), junto con otros servicios, como el gasto en energía (electricidad y combustible).⁸.

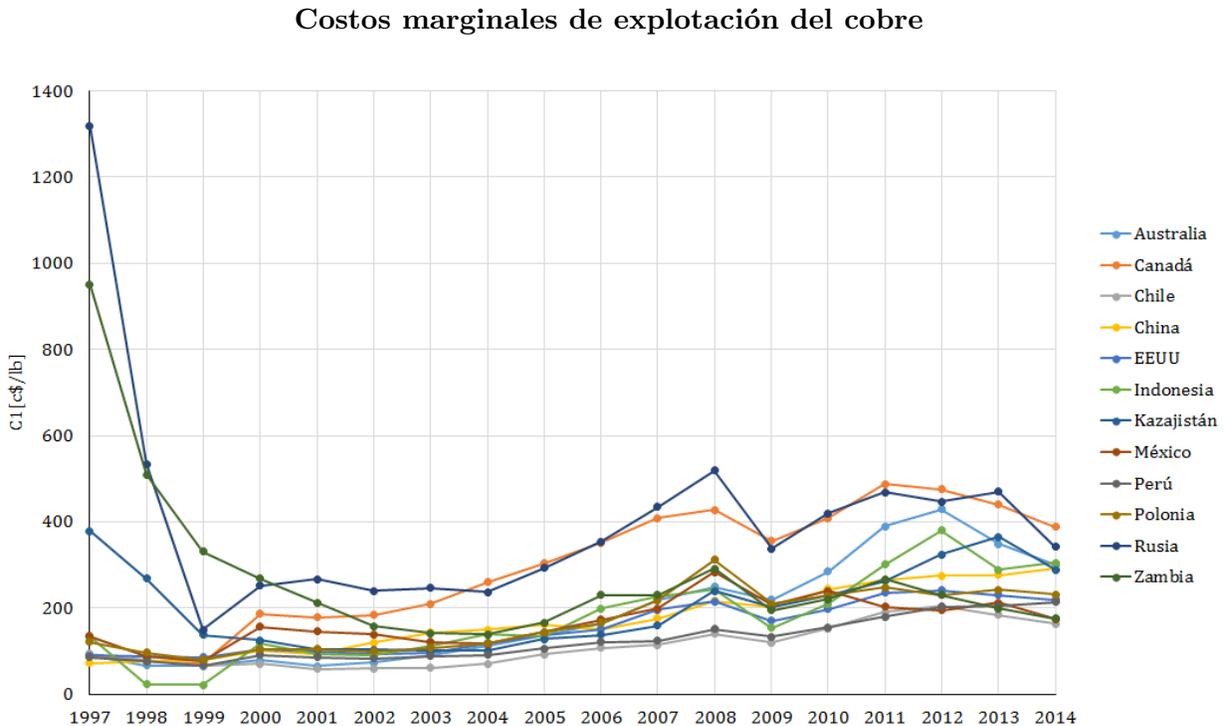


Figura 12: Costos C_1 reales por país. Fuente: Elaboración propia

⁸Caracterización de los costos de la gran minería del cobre. COCHILCO

4.3.1.6. Gasto en exploración

Los gastos de exploración también se encuentran de forma nominal, por lo que es necesario escalarlos, para esto se construye un índice propio que refleje el esfuerzo realizado en la exploración.

Se considera que afectan en un 50% las variaciones en el precio de capital - maquinaria de exploración-, y en un 50% variaciones en el costo de mano de obra.

Se considera como supuesto que la maquinaria de los países de estudio es adquirida en EEUU, y como solo se conocen los salarios en minería para Chile durante el periodo, los salarios para el resto de los países se escalan de forma proporcional a su presupuesto.

Gasto en exploración de cobre

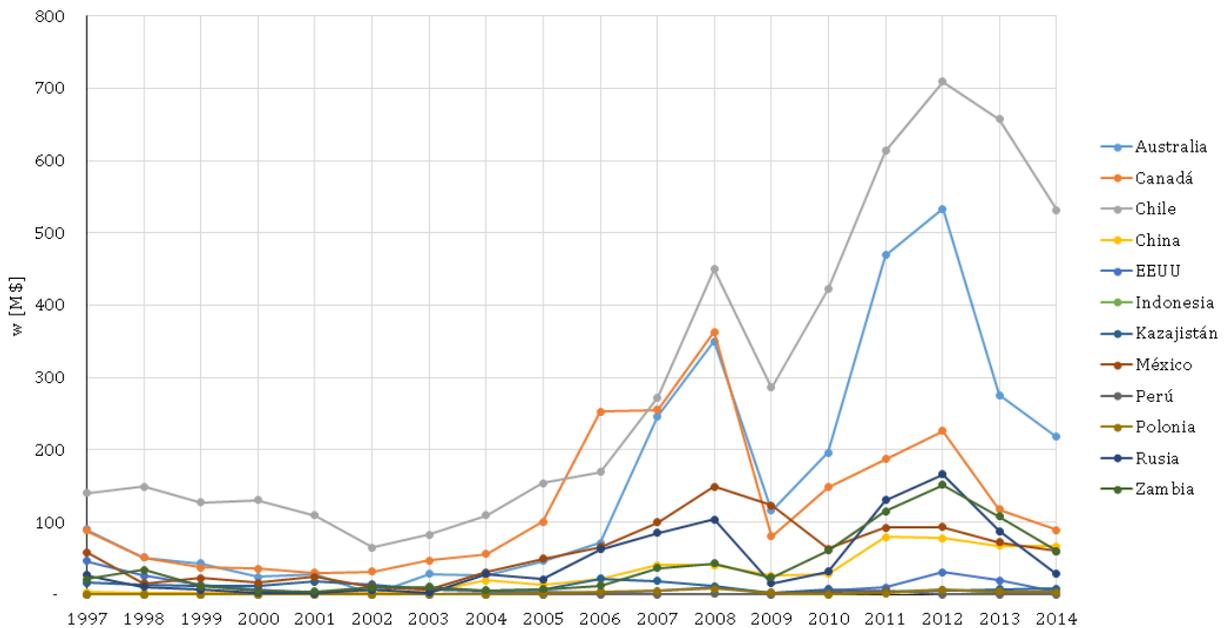


Figura 13: Gasto real en exploración por país. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 5 se encuentra el promedio y desviación estándar del porcentaje que representa cada país con respecto al gasto mundial en exploración de cobre durante el periodo de estudio. Los países con mayor gasto en exploración de cobre son Chile, Australia, Canadá y Perú. El gasto en exploración durante el periodo de estudio de la muestra de países representa un 67% del gasto mundial en exploración de cobre, por lo tanto se considera representativo.

Tabla 5: Gasto en exploración por país con respecto al gasto mundial en exploración de cobre

País	Porcentaje del gasto en exploración de cobre [%]
Australia	$9,13 \pm 2,27$
Canada	$8,91 \pm 2,30$
Chile	$16,09 \pm 2,93$
China	$2,18 \pm 1,17$
EEUU	$7,22 \pm 2,18$
Indonesia	$3,58 \pm 2,69$
Kazajistán	$1,08 \pm 0,47$
México	$5,03 \pm 2,61$
Perú	$9,71 \pm 1,84$
Polonia	$0,56 \pm 0,72$
Rusia	$1,34 \pm 0,98$
Zambia	$3,27 \pm 1,47$
Total	$67,34 \pm 3,91$

Promedio y desviación del porcentaje del gasto en exploración por país con respecto al gasto mundial en exploración de cobre desde 1997-2014. Fuente: Elaboración Propia.

4.3.2. Determinación de funciones

A partir de la base de datos, se determinan las funciones necesarias para resolver el modelo de agotamiento; \dot{x} , C_1 , $C_2(w)$.

4.3.2.1. Función de nuevos descubrimientos \dot{x}

Se plantea la función de nuevos descubrimientos como una función que depende de los descubrimientos acumulados y el esfuerzo realizado en exploración (Pyndick, 1977).

En las Figuras 14 y 15 se muestran las nubes de dispersión que permiten analizar las tenden-

cias a priori.

Nube de dispersión nuevos descubrimientos y gasto en exploración

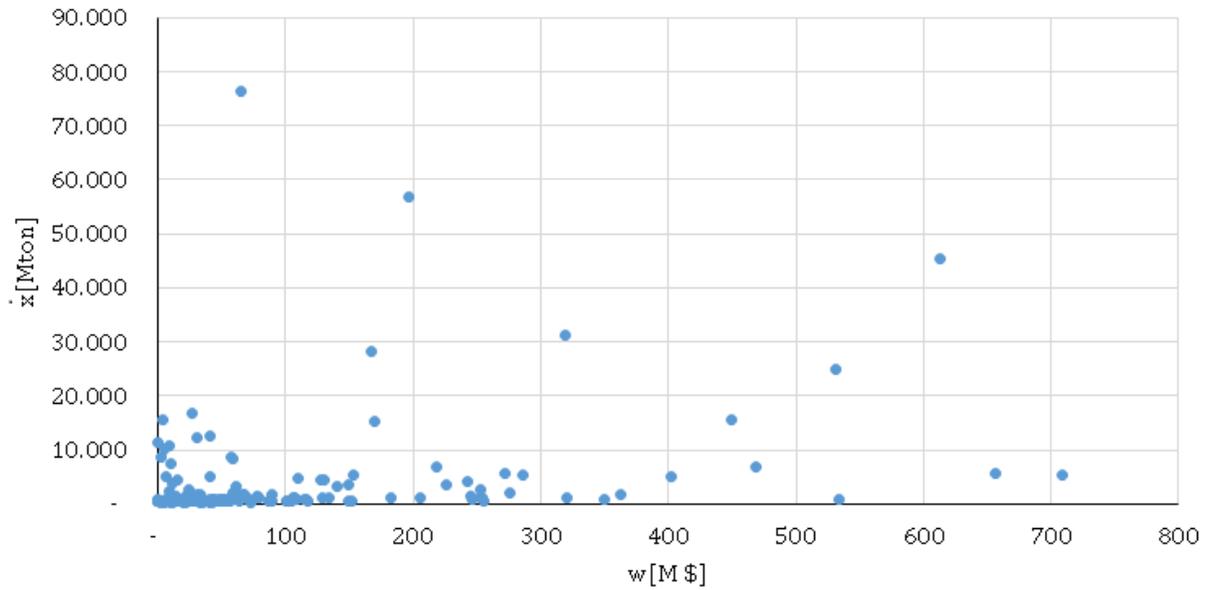


Figura 14: Fuente: Elaboración propia.

Nube de dispersión nuevos descubrimientos y descubrimientos acumulados

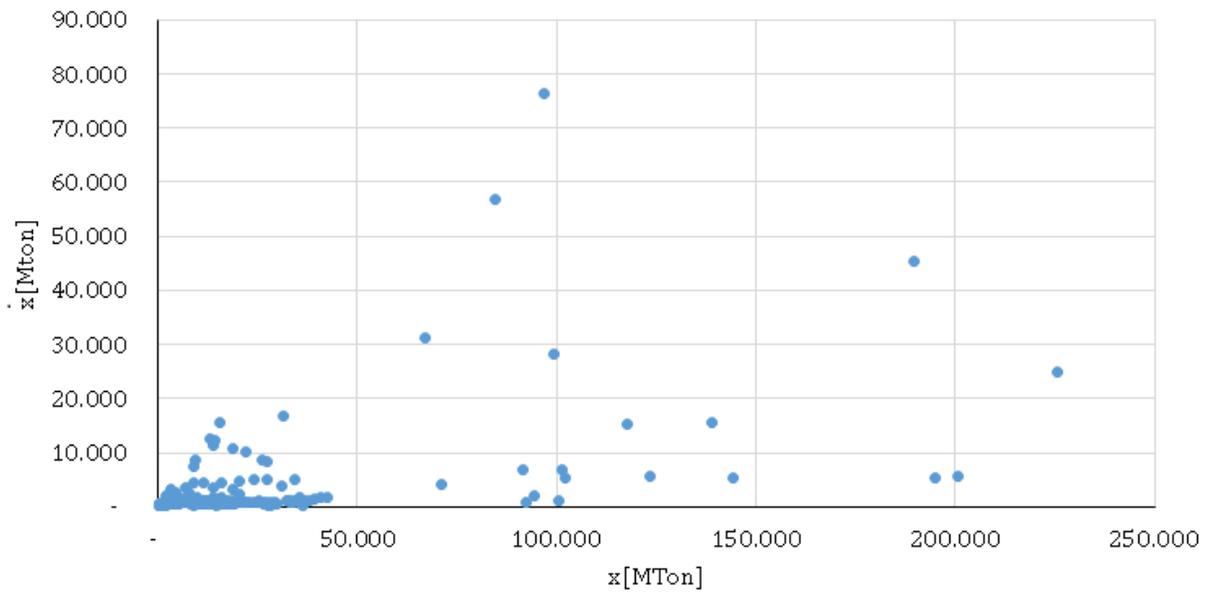


Figura 15: Fuente: Elaboración propia.

Se prueban distintas funciones - Anexo B- , y la que mejor se ajusta es la siguiente:

$$f(w, x) = \dot{x} = Aw^\alpha e^{\beta x} \quad (40)$$

Donde:

Tabla 6: Coeficientes de la función de nuevos descubrimientos

Coeficiente	Valor
A	230.654,13
α	0,07
β	$1,73 \cdot 10^{-8}$

La función coincide con la planteada por Uhler para el caso del petróleo y los coeficientes son consistentes con las tendencias observadas en las nubes de dispersión, a mayor gasto en exploración mayor es la cantidad de nuevos descubrimientos, y mientras mayor es la cantidad de descubrimientos acumulados a la fecha, más se descubre.

Si bien esto último no resulta intuitivo, puede deberse a que durante el periodo de tiempo estudiado los nuevos descubrimientos permiten ir completando la información, haciendo el proceso de exploración más eficiente.

Las estadísticas de la regresión se observan en la Tabla 7:

Tabla 7: Estadística de la Regresión

Parámetro	Valor
Coefficiente de correlación múltiple	0,59
Coefficiente de determinación R^2	0,35
R^2 ajustado	0,34
Error típico	8.279.053
Observaciones	190

Tabla 8: Análisis de varianza función nuevos descubrimientos

	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F	
Regresión	2	95,91	47,95	50,54	2,84E-18	
Residuos	187	177,44	0,95			
Total	189	273,35				

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %
Intercepción	12,35	0,73	16,84	2,46E-39	10,90	13,80
x	1,74E-08	2,16E-09	8,06	8,88E-14	1,31E-08	2,16
w	0,06	0,04	1,52	0,13	-0,02	0,15

Se desprende del coeficiente R^2 ajustado que la calidad del ajuste no es buena. El error típico representa la variabilidad de la variable nuevos descubrimientos que no es explicada por los descubrimientos acumulados o el gasto en exploración, considerando que la media de esta variable es de tres millones de toneladas aproximadamente, el error típico es considerable. El número de observaciones en este caso no es 216, dado que se dejan fuera los casos donde alguno de los factores es cero, para poder aplicar la función logarítmica en la regresión.

Del análisis de varianza -Tabla 8- se obtiene del test de Fisher que con más de un 95 % de probabilidad R es distinto de cero, es decir la función modelada de manera general es significativa. Luego del test de Student se obtiene que el coeficiente de los descubrimientos acumulados es con más de un 95 % de probabilidad distinto de cero, mientras que el coeficiente del gasto exploratorio es distinto de cero con una probabilidad de 87 %, si bien en el sentido estricto este último coeficiente no tiene significancia estadística, se utiliza de todas formas por definición estructural.

El pobre ajuste de esta función puede ser debido al alza de los costos promedio de exploración entre 2005 y 2010, durante este periodo el costo por metro de perforación casi se duplicó en la mayoría de los países mineros ⁹, por lo que aumentos en el gasto en exploración durante este periodo no reflejan necesariamente un aumento en el esfuerzo exploratorio y por ende nuevos descubrimientos. Por otro lado, a medida que van pasando los años se van agotando los yacimientos mineros de más fácil acceso, lo que implica también incurrir en mayores gastos, sin necesariamente descubrir más.

⁹The Boston Consulting Group.

4.3.2.2. Función de costos de explotación C_1

Se plantea la función de costos de explotación como una función que depende de la cantidad extraída y el nivel de reservas.

En las Figuras 16 y 17 se muestran las nubes de dispersión del costo con respecto a las reservas y la producción.

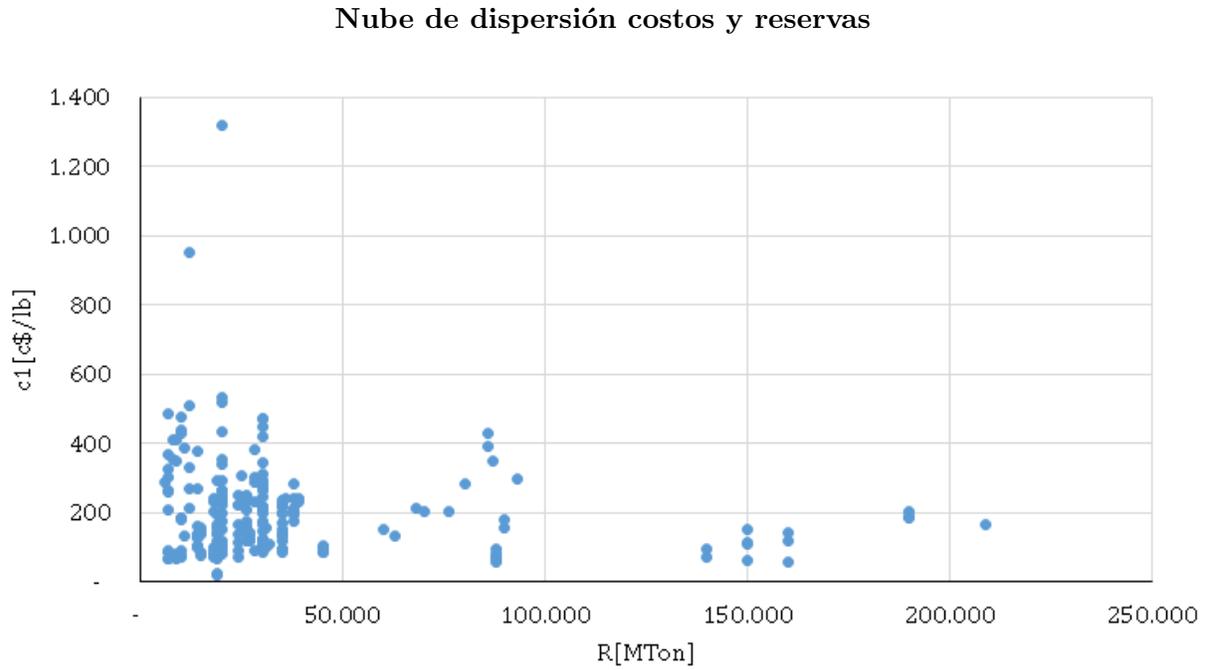


Figura 16: Fuente: Elaboración propia.

Nube de dispersión costos y producción

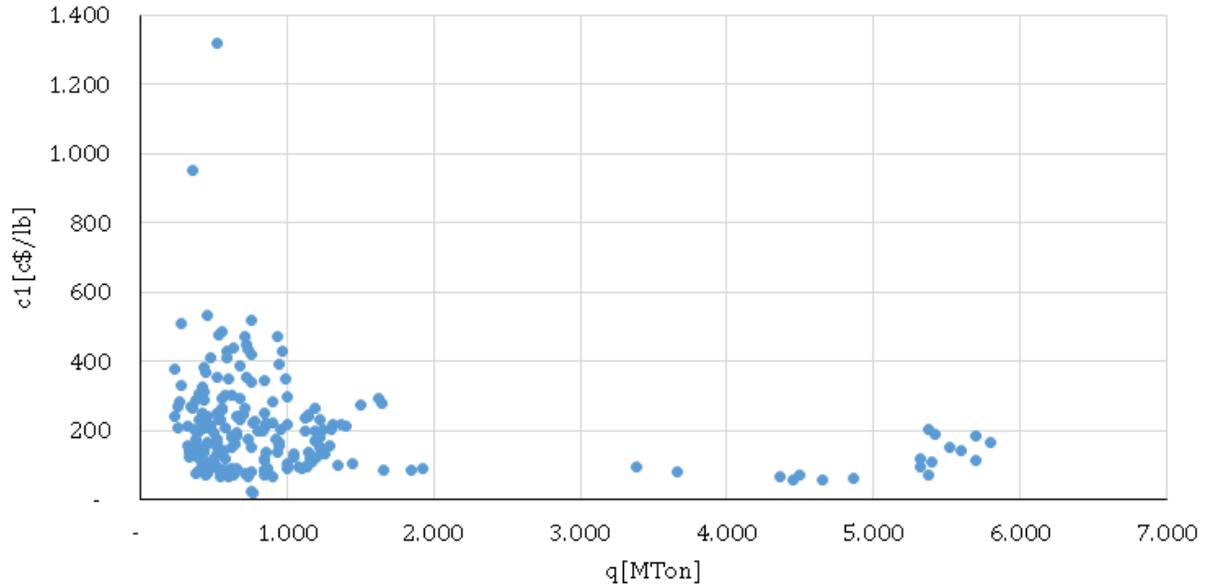


Figura 17: Fuente: Elaboración propia.

Se prueban distintas funciones - Anexo B- y se elige la que representa de mejor manera los costos a nivel global :

$$c_1(q, R) = Aq^\alpha e^{\beta R} \quad (41)$$

Donde:

Tabla 9: Coeficientes de la función de costos de explotación

Coeficiente	Valor
A	12,98
α	-0,36
β	$3,33 \cdot 10^{-9}$

De la función se desprende que los coeficientes son consistentes con las tendencias observadas en las nubes de dispersión, a medida que aumenta la cantidad producida menor son los costos -lo que refleja el efecto escala- y mientras mayor es el nivel de reservas, mayor son los costos de producción.

Si bien esto último no es intuitivo , puede explicarse mediante la curva de Skinner. Como se ve en la Figura 18 la abundancia del mineral -la cantidad de cobre recuperable en este caso- sigue una distribución modal o bimodal con respecto a la ley , es decir el periodo estudiado podría corresponder a un periodo de aumento de reservas a pesar de la baja de ley y el aumento de costos asociados.

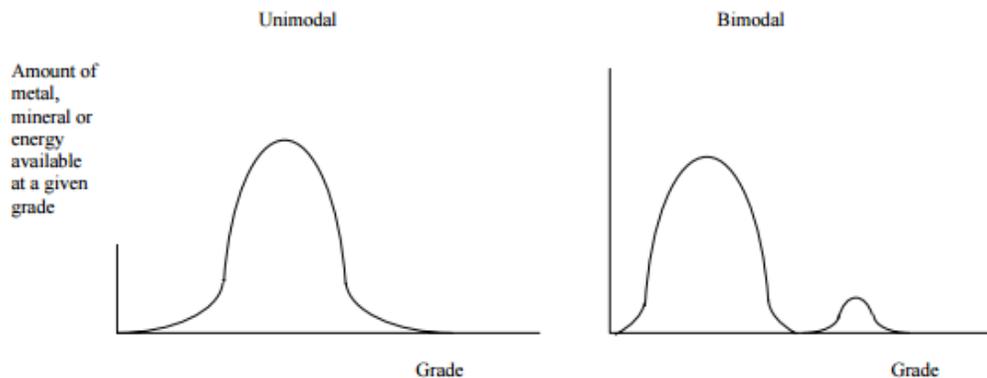


Figura 18: Relación entre abundancia y ley de minerales. Fuente: Skinner,1976.

Las estadísticas de la regresión se observan en la Tabla 7:

Tabla 10: Estadística de la Regresión

Parámetro	Valor
Coeficiente de correlación múltiple	0,28
Coeficiente de determinación R^2	0,08
R^2 ajustado	0,07
Error típico	620,88
Observaciones	216

Tabla 11: Análisis de varianza función costos

	Grados de libertad	Suma de Cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F	
Regresión	2	6,24	3,12	9,33	1,294E-4	
Residuos	213	71,14	0,33			
Total	215	77,38				

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95
Intercepción	12,98	1,25	10,39	1,07E-20	10,51	15,44
q	-0,36	0,09	-3,74	2,33E-4	-0,55	-0,17
r	3,34E-9	1,82E-9	1,83	0,07	-2,58E-10	6,93E-9

Se desprende del coeficiente R^2 ajustado que la calidad del ajuste no es buena, a pesar de eso el error típico es menor en comparación a la magnitud de los costos.

Del análisis de varianza -Tabla 11- se obtiene del test de Fisher que con más de un 95 % de probabilidad R es distinto de cero, luego del test de Student se obtiene que el coeficiente de la producción es con más de un 95 % de probabilidad distinto de cero, mientras que el coeficiente del nivel de reservas es distinto de cero con una probabilidad de 93 %, es decir, con una significancia estadística de 7 %.

Es importante destacar que la correlación obtenida para todas las funciones probadas es menor a un 10 %, esto debido a que los costos dependen además de muchos factores distintos para cada faena, como ubicación, costo energético, disponibilidad de agua, gestión, entre otros, no siendo suficiente el nivel de reservas para explicarlos.

4.3.2.3. Función de costos de exploración $C_2(w)$

Al no contar con la cantidad de metros perforados cada año, se utiliza el gasto en exploración, que representa para los efectos de este trabajo el esfuerzo de exploración, al ser deflactado por los costos de la maquinaria y mano de obra.

$$c_2(w) = w \tag{42}$$

4.4. Aplicación del modelo de agotamiento

En esta sección se muestra el desarrollo de los pasos necesarios para implementar el modelo.

Acorde al planteamiento del modelo y la parametrización de las funciones de costos y nuevos descubrimientos el Hamiltoniano que permite optimizar el problema es el siguiente:

$$H = [pq - C_1(R, q)q - w]e^{-rt} + \lambda_1(f(w, q) - q) + \lambda_2 f(w, x) \quad (43)$$

$$R \geq 0, q \geq 0, w \geq 0, x \geq 0 \quad (44)$$

Se obtienen las siguientes relaciones de orden:

$$\frac{dH}{dR} = -\dot{\lambda}_1 \Rightarrow \frac{dC_1(R, q)}{dR} q e^{-rt} = \dot{\lambda}_1 \quad (45)$$

$$\frac{dH}{dx} = -\dot{\lambda}_2 \Rightarrow (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{df(w, x)}{dx} = -\dot{\lambda}_2 \quad (46)$$

$$\frac{dH}{dq} = 0 \Rightarrow p e^{-rt} = C_1(R, q) e^{-rt} + \frac{dC_1(R, q)}{dq} q e^{-rt} + \lambda_1 \quad (47)$$

Derivando (47) y reemplazando(2) e igualando a (45) se obtiene la ecuación que representa el precio óptimo.

$$\dot{p} = rp - rC_1(R) + \frac{dC_1(R, q)}{dR} f(w, x) + \frac{d^2 C_1(R, q)}{dR dq} (f(w, x) - q)q + \frac{dC_1(R, q)}{dq} - r \frac{dC_1(R, q)}{dq} q \quad (48)$$

Para obtener la ecuación que representa el esfuerzo de exploración óptimo es necesario utilizar la condición de optimalidad con respecto a w .

$$\frac{dH}{dw} = -e^{-rt} + (\lambda_1 + \lambda_2) \frac{df(w, x)}{dw} = 0 \quad (49)$$

Esto permite reescribir λ_2 :

$$\lambda_2 = \frac{e^{-rt}}{\frac{df(w, x)}{dw}} - \lambda_1$$

Y reemplazando con el valor de (8):

$$\lambda_2 = \frac{e^{-rt}}{\frac{df(w,x)}{dw}} - pe^{-rt} + C_1(R, q)e^{-rt} + \frac{dC(R, q)}{dq}qe^{-rt} \quad (50)$$

Reemplazando ahora (47) y (50) en (46):

$$\dot{\lambda}_2 = -\frac{\frac{df}{dx}}{\frac{df}{dw}}e^{-rt} \quad (51)$$

Derivando la ecuación (50) y reemplazando con (2),(3),(48) se obtiene:

$$\dot{\lambda}_2 = \frac{\frac{d^2f}{dxdw}}{\left(\frac{df(w,x)}{dw}\right)^2}f(w, x) - \frac{\frac{d^2f}{dw^2}}{\left(\frac{df(w,x)}{dw}\right)^2}\dot{w} - \frac{r}{\frac{df(w,x)}{dw}} - \frac{dC_1(R, q)}{dR}q \quad (52)$$

Finalmente, igualando (51) con (52):

$$\dot{w} = \frac{-\frac{\frac{d^2f}{dw^2}}{\frac{df}{dw}}f(w, x) + \frac{df}{dx} - r - \frac{dC_1(R, q)}{dR}\frac{df(w, x)}{dw}q}{\frac{\frac{d^2f}{dw^2}}{\frac{df}{dw}}} \quad (53)$$

El modelo entrega la variación del precio y el gasto en exploración, lo que permite expresar estas variables de manera recursiva:

$$p_{t+1} = g(p_t, q_t, R_t, x_t, w_t) \quad (54)$$

$$w_{t+1} = h(q_t, R_t, x_t, w_t) \quad (55)$$

Luego los descubrimientos acumulados corresponden a la suma de los descubrimientos acumulados el período pasado y los nuevos descubrimientos.

$$x_{t+1} = x_t + f(x_t, w_t) \quad (56)$$

Al aplicar la función de nuevos descubrimientos se considera el gasto de exploración promedio \bar{w} y los descubrimientos acumulados promedio \bar{x} , como son doce países la ecuación es la siguiente ¹⁰:

¹⁰ La suma de potencias o exponenciales de igual exponente no es directa, por lo que no se pueden utilizar

$$f(w, x) = \sum_{i=1}^{12} A\bar{w}^\alpha e^{\beta\bar{x}} \quad (57)$$

La producción se obtiene de la demanda estimada, bajo el supuesto de que son iguales. La formula de elasticidad punto de la demanda es la siguiente:

$$E_p = \frac{(\Delta q)p}{(\Delta p)q} \quad (58)$$

Luego, la demanda q puede escribirse en función de la elasticidad punto $[\epsilon]$, el precio que entrega el modelo $[p]$ y los datos de consumo $[q^*]$ y precio $[p^*]$ de cada año:

$$q_t = \frac{q^* \epsilon}{p^*} p_t + q^* (1 - \epsilon) \quad (59)$$

Los datos de consumo utilizados cada año se ajustan considerando la representatividad en la producción mundial de los países en estudio, para no causar distorsiones y los precios se deflactan mediante el Índice de Precios al por Mayor de Estados Unidos (PPI al commodities), base 1997=100.

Las reservas se construyen a partir de los descubrimientos y la producción:

$$R_{t+1} = R_t - q_{t+1} + x_{t-1} - x_t \quad (60)$$

Luego con todas estas variables es posible obtener la función de costos y nuevos descubrimientos para el periodo $t + 1$.

Para el caso monopolístico la diferencia está en que se optimiza el ingreso marginal, por lo que basta reemplazar en la ecuación (13) el precio por el ingreso marginal. Luego el precio cada periodo se obtiene de la ecuación:

$$MR_t = p_t + q_t \frac{dp}{dq} \quad (61)$$

los totales :

$$Aw_1^\alpha e^{\beta x_1} + Aw_2^\alpha e^{\beta x_2} \neq A(w_1 + w_2)^\alpha e^{\beta(x_1+x_2)}$$

Sin embargo, como la producción se determina con el precio, se vuelve un problema iterativo, donde se deben ir probando distintos valores hasta que converja.

5. Capítulo: Resultados

En este capítulo se aplica el modelo de agotamiento para el caso de competencia perfecta y monopolio, considerando una tasa de descuento de 5 %, que busca representar la tasa social de descuento ¹¹. En las Tablas 12 y 13 se encuentran los resultados por periodo.

Tabla 12: Aplicación del modelo para competencia perfecta

Periodo	Producción [Mt]	Reservas [Mt]	Des. acumulados [Mt]	Gasto expl.[MM\$]	Precio[\$/t]	Renta[\$/t]	Utilidades[MM\$]
1997	10.797	265.638	34.340	719	3.589	330	2.383
1999	9.266	265.878	43.978	793	3.768	490	3.743
2000	10.322	266.450	53.817	868	3.956	797	7.358
2001	8.410	266.169	63.857	950	4.160	762	5.461
2002	8.238	268.007	74.106	1.025	4.368	924	6.586
2003	8.761	270.224	84.561	1.100	4.587	1.193	9.353
2004	12.827	272.128	95.226	1.181	4.821	1.843	22.458
2005	13.796	270.183	106.109	1.286	5.081	2.199	29.057
2006	16.676	267.505	117.227	1.397	5.359	2.691	43.481
2007	17.693	262.191	128.589	1.524	5.660	3.094	53.216
2008	16.984	256.116	140.207	1.657	5.979	3.427	56.551
2009	15.319	251.013	152.088	1.788	6.313	3.709	55.035
2010	18.077	247.843	164.237	1.911	6.661	4.233	74.617
2011	17.962	242.186	176.658	2.050	7.033	4.646	81.393
2012	17.476	236.930	189.363	2.190	7.424	5.055	86.158
2013	17.179	232.452	202.361	2.328	7.835	5.487	91.929
2014	17.412	228.573	215.661	2.467	8.267	5.960	101.308

De las Figuras 19, 20, 21, 22 y 23 se observa que la producción para el caso monopolístico es menor que en el caso de competencia perfecta, esto dado que el monopolista al maximizar su ingreso marginal, aumenta los precios y disminuye la cantidad ofertada, lo que se traduce en un mayor nivel de reservas. Como el stock del monopolista se agota lentamente, menos exploración es necesaria para reponer las reservas, lo que implica que se descubre menos - aunque no es percibido en la Figura 21-.

Al comparar gráficamente los resultados del modelo con la realidad se observa gran similitud en las tendencias generales de largo plazo. En la Tabla 14 se encuentra el coeficiente R^2 junto con el error y desviación media para cada variable de forma tal de comparar el ajuste para

¹¹ En Chile, por ejemplo la TSD es de 6 % (Fuente: Ministerio de Desarrollo Social 2015), mientras que otros autores plantean que la TSD debería ser 0 %, dado que en la toma social de decisiones no hay razón para tratar a las generaciones en forma desigual (Solow, 2011).

Tabla 13: Aplicación del modelo para monopolio

Periodo	Producción [Mt]	Reservas [Mt]	Des. acumulados [Mt]	Gasto expl.[MM\$]	Precio[\$/t]	Renta[\$/t]	Utilidades[MM\$]
1.997	10.797	267.000	24.905	641	3.415	300	2.600
1.998	4.700	265.638	34.340	719	6.328	2.147	9.369
1.999	5.717	270.577	43.978	768	5.601	1.640	8.606
2.000	6.558	274.677	53.796	824	5.912	2.089	12.876
2.001	5.757	278.125	63.801	888	5.377	1.325	6.737
2.002	6.350	282.570	74.003	949	5.221	1.251	6.995
2.003	6.681	286.620	84.403	1.016	5.585	1.633	9.897
2.004	8.083	290.545	95.009	1.087	7.993	4.254	33.299
2.005	7.599	293.281	105.828	1.170	10.064	6.207	45.995
2.006	8.550	296.727	116.872	1.253	16.614	12.874	108.813
2.007	7.810	299.451	128.146	1.345	18.713	14.814	114.348
2.008	7.413	303.155	139.660	1.435	17.459	13.437	98.177
2.009	6.888	307.499	151.418	1.525	14.328	10.138	68.306
2.010	9.238	312.620	163.427	1.615	17.577	13.742	125.335
2.011	8.425	315.649	175.693	1.726	20.206	16.201	134.767
2.012	7.920	319.766	188.235	1.835	19.017	14.866	115.898
2.013	8.297	324.671	201.060	1.944	17.361	13.211	107.669
2.014	8.975	329.489	214.175	2.060	16.112	12.012	105.744

competencia perfecta y monopolio.

Producción de cobre mina para competencia perfecta y monopolio

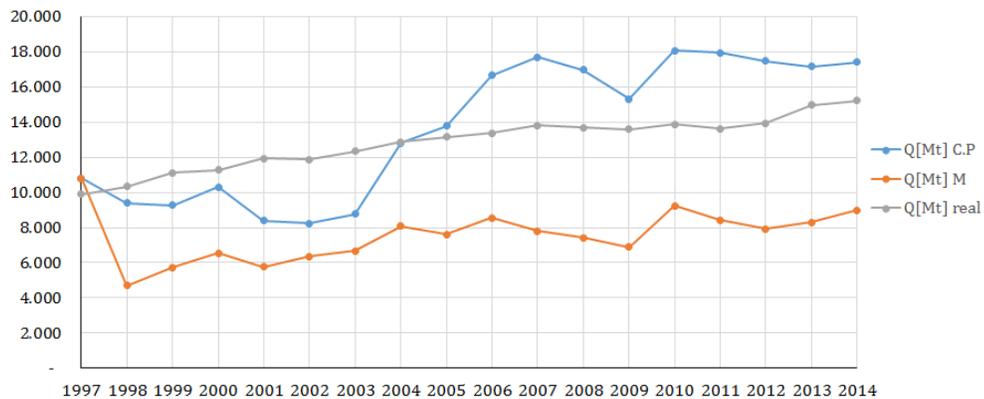


Figura 19: Producción. Fuente: Elaboración propia

Reservas de cobre para competencia perfecta y monopolio

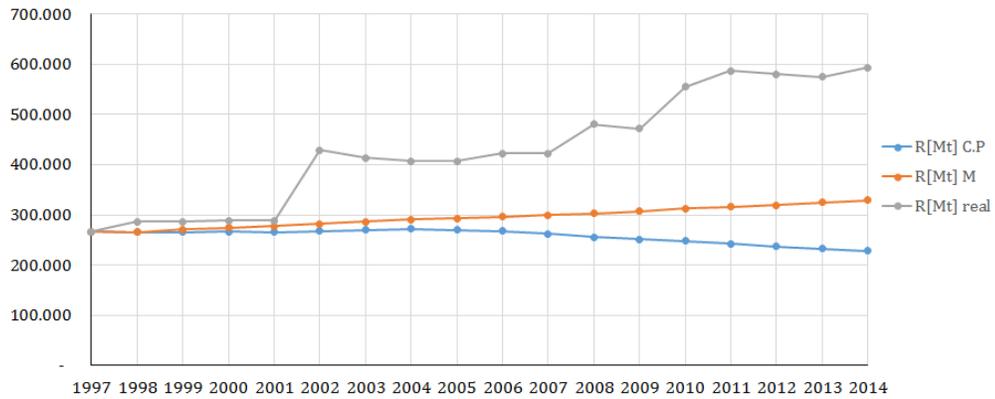


Figura 20: Reservas. Fuente: Elaboración propia

Descubrimientos de cobre acumulados para competencia perfecta y monopolio

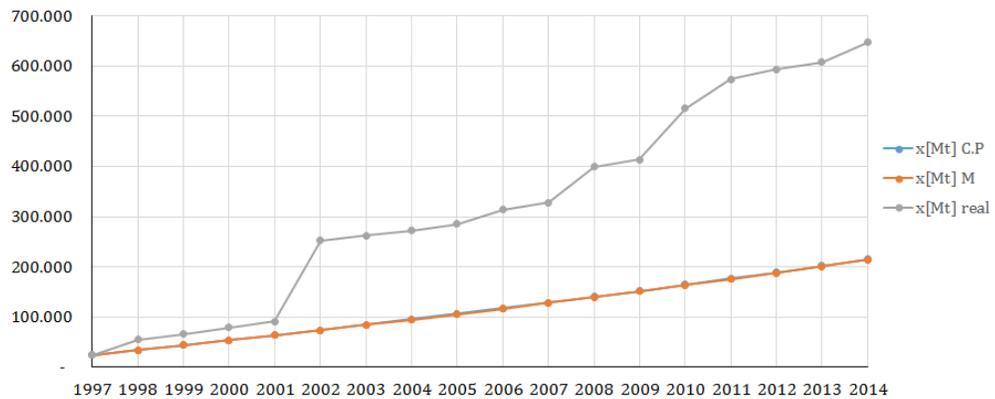


Figura 21: Descubrimientos acumulados. Fuente: Elaboración propia

Gasto en exploración de cobre para competencia perfecta y monopolio

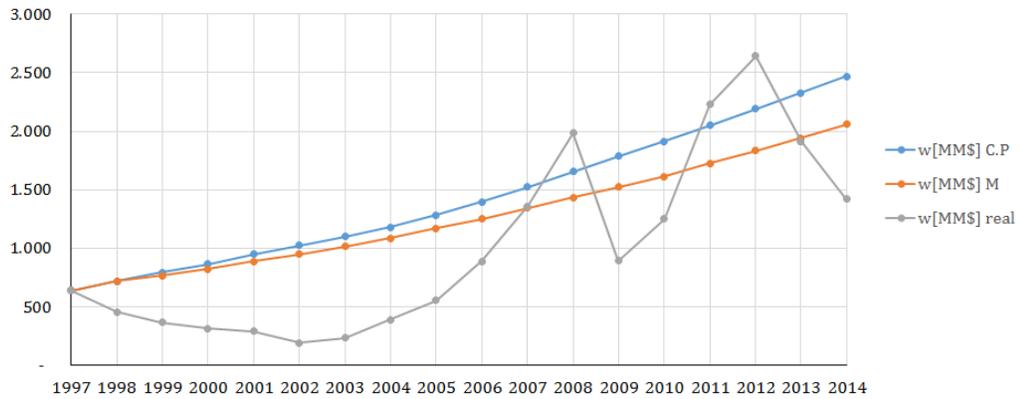


Figura 22: Gasto en exploración. Fuente: Elaboración propia

Precio del cobre para competencia perfecta y monopolio

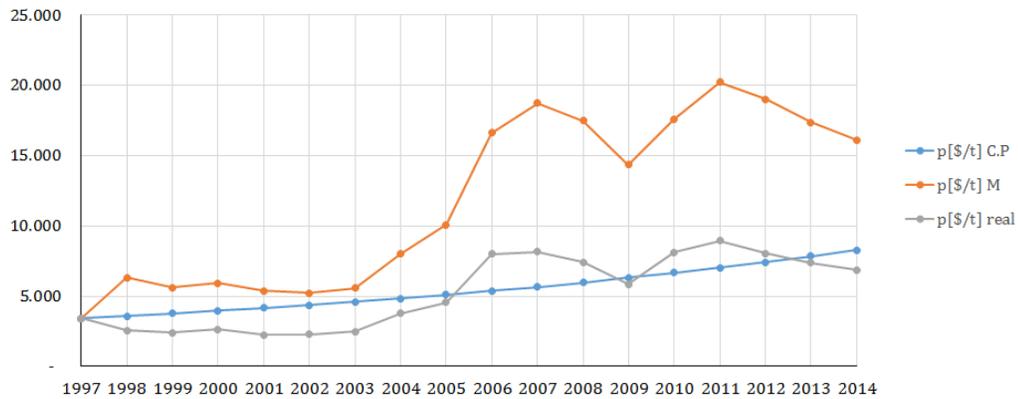


Figura 23: Precio. Fuente: Elaboración propia

Al analizar las variables que optimiza el modelo -producción y gasto en exploración- se observa que la cantidad producida durante el periodo de estudio sigue la tendencia de competencia perfecta, encontrándose entre el rango óptimo de competencia perfecta y monopolio y el gasto en exploración sigue una tendencia similar, que se encuentra bajo el óptimo en ambos casos. El precio de las últimas décadas es muy cercano al precio de competencia perfecta, sin

Tabla 14: Ajuste del modelo

Parámetros	Coeficiente R2		Media error [%]		Desv. error [%]	
	CP	M	CP	M	CP	M
Producción	0,70	0,13	5,32	-40,83	21,42	13,58
Reservas	0,68	0,93	-35,10	-27,58	20,84	16,03
Descubrimientos acumulados	0,98	0,98	-55,05	-55,16	19,61	19,66
Gasto en exploración	0,67	0,67	109,83	91,41	127,9 8	120,83
Precio	0,68	0,96	19,89	129,78	40,77	10,84

embargo no logra simular las tendencias cíclicas asociadas a aspectos de la economía como la crisis del 2008 o el boom de los metales. El precio monopólico es bastante superior al precio real, pero sigue una tendencia similar, esto es porque el monopolista determina el precio considerando la demanda, y como en el modelo la demanda se determina en base a la elasticidad punto y datos históricos, se reflejan estos aspectos de la economía asociados a bajas en el consumo.

Se analiza también la renta económica, dado que representa el costo oportunidad de extraer el recurso de la tierra, al incluir el costo marginal de extracción y el costo oportunidad de descubrir (Pyndick, 1977).

La renta económica es entonces, un indicador de la escasez, dado que aumentos en la renta reflejan que cada vez se hace mas costoso extraer una unidad adicional. Es de esperar que a medida que los recursos se van haciendo más escasos, el costo marginal de extracción sea cada vez mayor y así también el costo de oportunidad de una nueva unidad descubierta, es decir, mientras más descubro hoy, mas costoso es descubrir en el futuro. A pesar de que esto último no se cumple en el periodo de estudio -de la base de datos se obtiene el efecto contrario- la renta presenta un aumento en el tiempo al aplicar el modelo al caso de competencia perfecta y monopolio, lo que permite apreciar que ha habido un aumento de la escasez del cobre. En la Figura 24 se observa que la renta económica del monopolio es mayor, y sigue la tendencia

de los precios.

Renta económica para competencia perfecta y monopolio

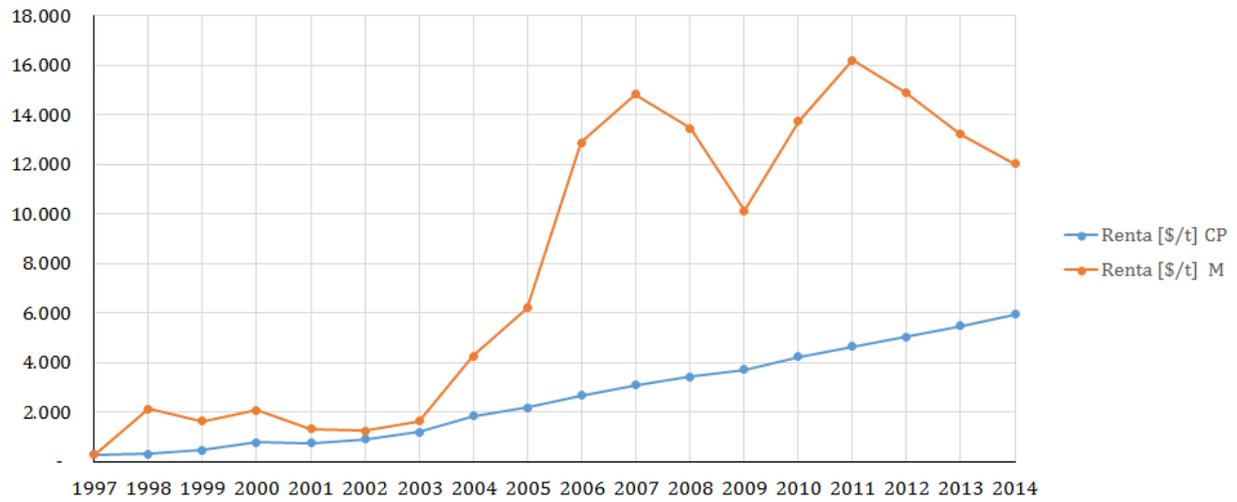


Figura 24: Renta económica. Fuente: Elaboración propia

6. Capítulo: Análisis de los resultados

6.1. Análisis de impacto de supuestos

Se realiza un análisis de sensibilidad para competencia perfecta sobre los principales supuestos realizados, de forma tal de cuantificar su impacto en el modelo. Los resultados obtenidos para cada realización se encuentran en el Anexo C.

Los supuestos analizados en este apartado son sobre los costos que se ven afectados por la inflación del país de origen y la inflación del dólar; sobre el gasto en exploración que se ve afectado por la inflación de la maquinaria y mano de obra; sobre el valor fijado para la elasticidad de la curva de demanda en base al estudio de Agnosti, y sobre la tasa de descuento utilizada en el modelo.

6.1.1. Función de costos

Para traspassar los costos C_1 de nominales a reales se tomó como supuesto que los costos se ven afectados en un 50% por la inflación del país de origen asociado a costos en la moneda local y en un 50% por el índice de precios al por mayor de E.E.U.U, asociado a los costos que se realizan en dólares.

Se realiza un análisis de sensibilidad al peso del IPM en los costos totales, es decir al porcentaje de los costos que se realiza en dólares, como se muestra en la Tabla 15 y la Figura 25.

Tabla 15: Sensibilidad peso del ponderador IPM

Peso IPM	Variación porcentual	Q	R	x	w	p
70 %	40 %	2,85 %	-1,16 %	-0,36 %	-10,33 %	-6,04 %
60 %	20 %	1,06 %	-0,43 %	-0,12 %	-3,63 %	-2,24 %
50 %	0 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
40 %	-20 %	-1,74 %	0,71 %	0,21 %	6,70 %	3,68 %
30 %	-40 %	-2,74 %	1,10 %	0,32 %	10,29 %	5,79 %

Análisis de sensibilidad

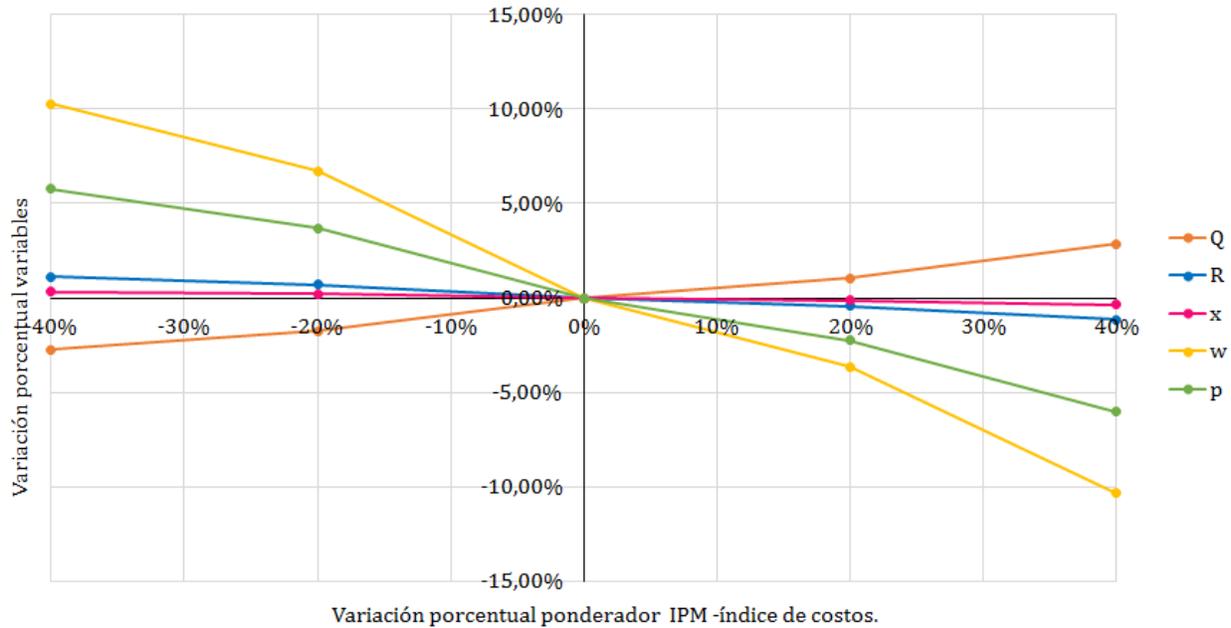


Figura 25: Sensibilidad peso del ponderador IPM. Fuente: Elaboración propia

Se observa que al darle mayor peso de los costos en dólares disminuye en mayor medida el gasto en exploración y los precios, lo que implica un aumento en la producción. Esto es debido que al aumentar el peso a los costos en dólares, aumentan de manera general los costos reales de explotación, lo que conlleva a que se gaste menos en exploración para maximizar los beneficios.

De la Tabla 15 se desprende que la magnitud de estas variaciones es menor, por lo tanto el modelo no es muy sensible a variaciones en el peso de los ponderadores del costo.

6.1.2. Función de nuevos descubrimientos

Para traspasar los gastos en exploración de nominales a reales se tomó como supuesto que estos se ven afectados por la inflación asociada a la maquinaria de exploración en un 50 % y a los sueldos de la mano de obra en un 50 %.

Se realiza un análisis de sensibilidad al peso de la inflación de la mano de obra en exploración, como se muestra en la Tabla 16 y la Figura 26.

Tabla 16: Sensibilidad peso del ponderador M.O

Peso M0	Variación porcentual	Q	R	x	w	p
70 %	40 %	-0,18 %	1,21 %	2,10 %	5,51 %	0,39 %
60 %	20 %	-0,09 %	0,58 %	1,00 %	2,87 %	0,19 %
50 %	0 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
40 %	-20 %	0,08 %	-0,52 %	-2,94 %	-2,94 %	-0,16 %
30 %	-40 %	0,14 %	-0,98 %	-5,87 %	-5,87 %	-0,31 %

Análisis de sensibilidad

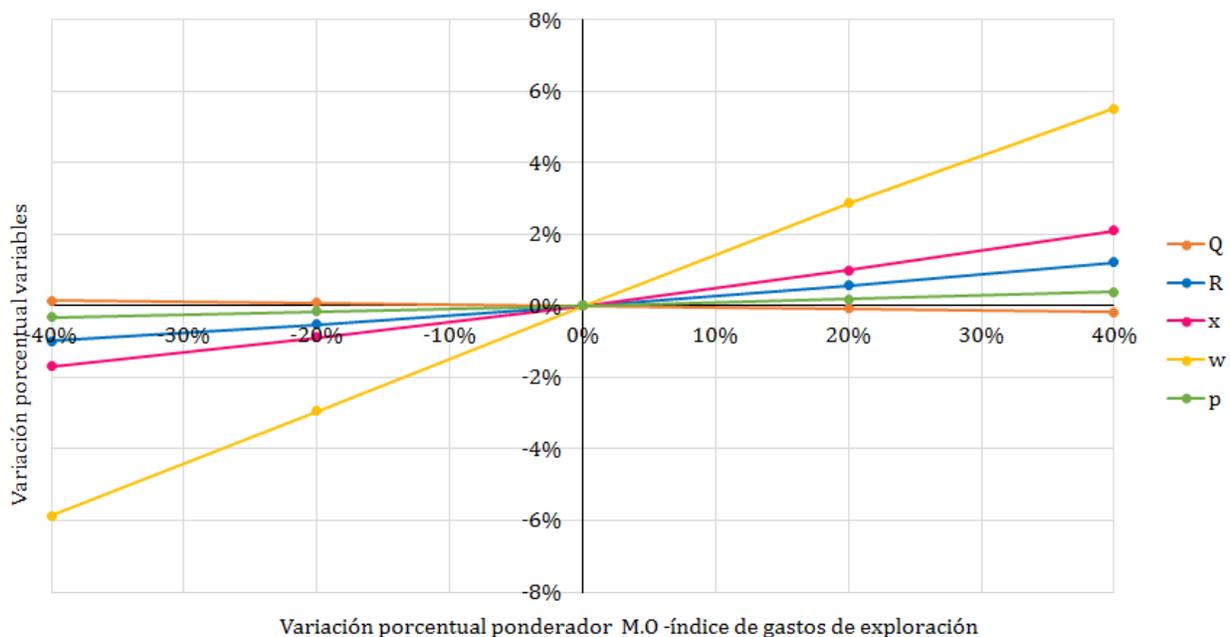


Figura 26: Sensibilidad ponderador M.O. Fuente: Elaboración propia

Se observa que al aumentar el peso que se le da a la inflación asociada a la mano de obra, aumenta en mayor medida el gasto en exploración y los descubrimientos acumulados. Esto es debido a que al aumentar el peso que se le da a la M.O, y al tener este ponderador una magnitud menor que el de maquinaria, disminuye de manera generalizada el gasto real en exploración, por lo que para descubrir una misma cantidad, el gasto en exploración requere-

rido es menor, lo que se traduce en que este tiene un mayor peso en la función de nuevos descubrimientos, lo que explica que se gaste y descubra más.

De la Tabla 18 se desprende que la magnitud de estas variaciones es menor, por lo tanto el modelo no es muy sensible a variaciones en el peso de los ponderadores del gasto en exploración.

6.1.3. Elasticidad

Se tomó como supuesto una elasticidad de -0,39 en base al estudio de Agostini, por lo tanto se analiza como afectan cambios a este valor en la Tabla 17 y en la Figura 27.

Tabla 17: Sensibilidad elasticidad

Elasticidad	Variación porcentual	Q	R	x	w	p
-0,23	40 %	4,63 %	-2,03 %	0,06 %	1,26 %	0,44 %
-0,31	20 %	2,29 %	-1,00 %	0,03 %	0,64 %	0,23 %
-0,39	0 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
-0,47	-20 %	-2,24 %	0,98 %	-0,03 %	-0,67 %	-0,24 %
-0,55	-40 %	-4,42 %	1,95 %	-0,06 %	-1,36 %	-0,50 %

Análisis de sensibilidad

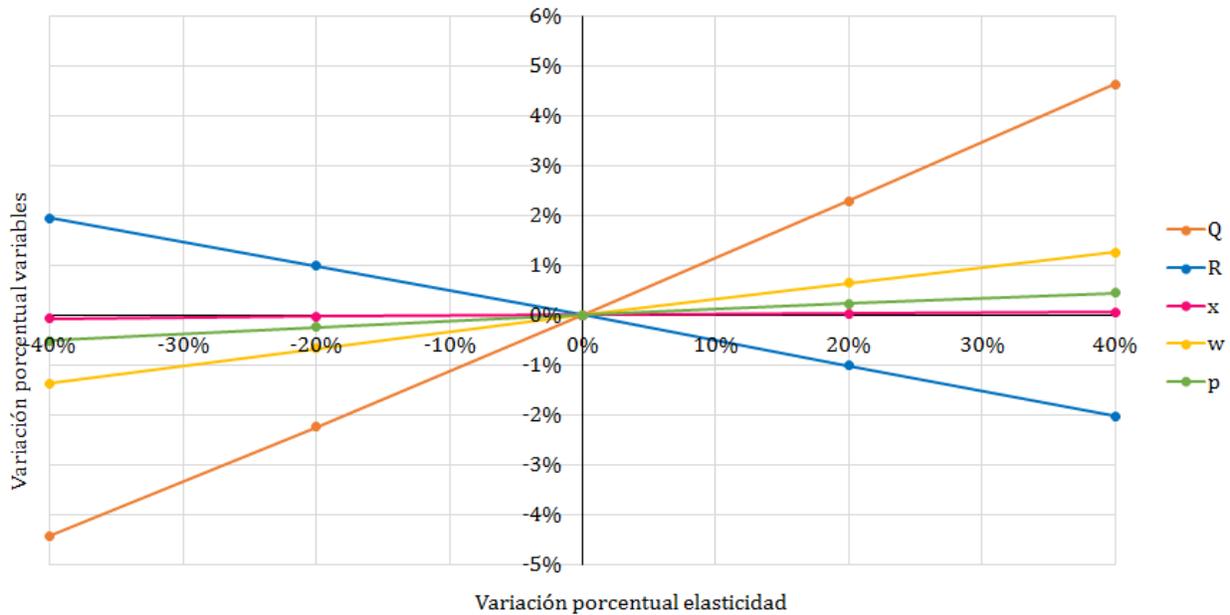


Figura 27: Sensibilidad elasticidad. Fuente: Elaboración propia

Se dice que un bien es más inelástico cuando el valor de su elasticidad es cercano a cero. Se observa en la Figura 27 el comportamiento esperado, dado que a menor elasticidad (lado derecho de la figura), mayor es el precio, porque menor es la capacidad de los consumidores a reaccionar frente a dichas alzas, lo que explica el aumento en la tasa de explotación y la disminución de las reservas.

De la Tabla 17 se desprende que la magnitud de estas variaciones es menor, por lo tanto el modelo no es muy sensible a variaciones en la elasticidad.

6.1.4. Tasa de descuento

Asignar un valor a las preferencias sociales es complejo, como plantea Solow (2011), la tasa de descuento social podría incluso tomar el valor de cero, si no se considerara justificable tratar a las generaciones de forma desigual, por esta razón es importante realizar un análisis de sensibilidad sobre esta variable.

Se tomó como supuesto un tasa de descuento de 5%, que busca reflejar las preferencias

intertemporales de la sociedad.

En la Tabla 18 y la Figura 28 se encuentra el análisis de sensibilidad de la tasa de descuento para estudiar como inciden cambios en su valor.

Tabla 18: Sensibilidad tasa de descuento

Tasa de descuento	Variación porcentual	Q	R	x	w	p
7 %	40 %	-4,08 %	1,18 %	0,01 %	0,41 %	9,21 %
6 %	20 %	-1,96 %	0,57 %	0,01 %	0,21 %	4,42 %
5 %	0 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
4 %	-20 %	1,83 %	-0,54 %	-0,01 %	-0,23 %	-4,07 %
3 %	-40 %	3,52 %	-1,06 %	-0,02 %	-0,48 %	-7,83 %

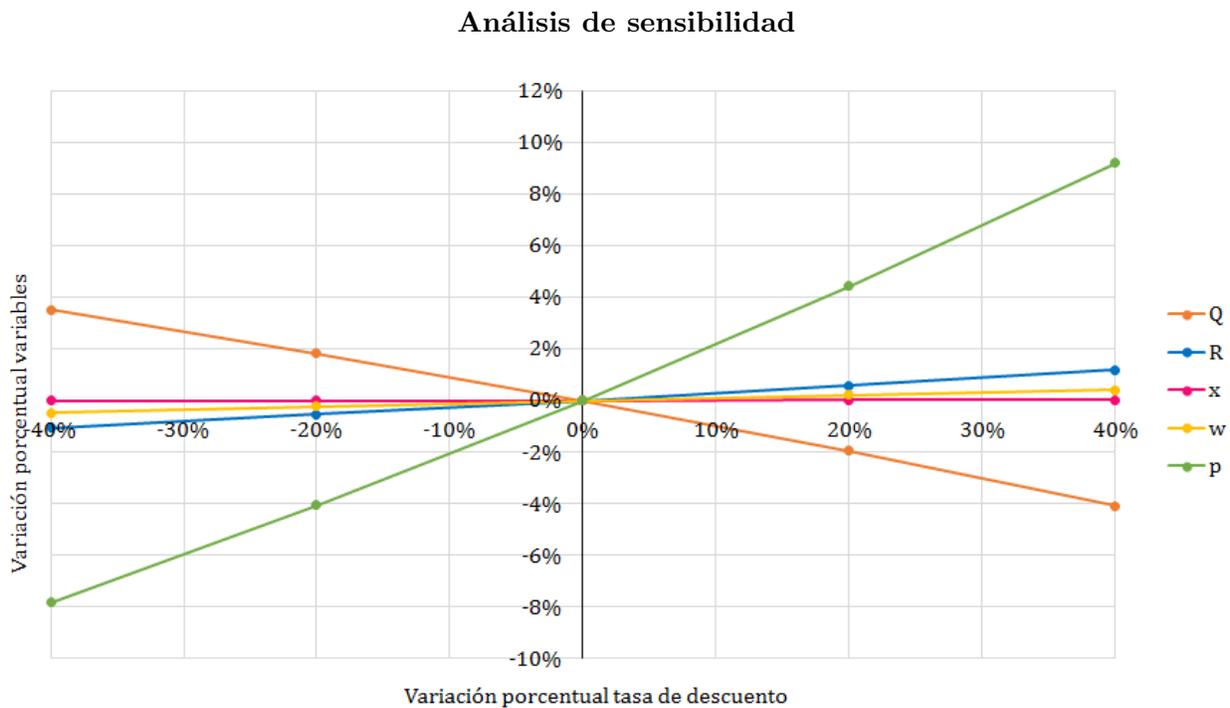


Figura 28: Sensibilidad tasa de descuento. Fuente: Elaboración propia

La regla de Hotelling plantea que los precios aumentan al ritmo de la tasa de descuento, por lo tanto, a mayor tasa, los precios aumentan de manera más rápida. Esto puede ser observado

en la Figura 28, junto a la baja en la producción que esto conlleva.

De la Tabla 18 se desprende que la magnitud de estas variaciones es menor, sin embargo tiene un impacto fuerte en el modelo, dado que cambia la secuencia óptima de extracción; mientras mayores son las tasas de descuento, más rápido se explotan los recursos, lo que lleva a que se agoten antes.

6.2. Análisis de casos de interés

En este apartado se realiza un análisis gráfico de distintos casos de interés y se comparan con el comportamiento óptimo de competencia perfecta entregado por el modelo y el comportamiento real durante el periodo de estudio. Los resultados de dichas realizaciones se encuentran en el Anexo D.

6.2.1. Caso miope

Resulta interesante analizar el caso en que los productores no ven el agotamiento del recurso, es decir que son ciegos o miopes a esta realidad. Para esto se considera el caso de competencia perfecta, en que el precio de cada año es igual al costo marginal más el costo promedio de exploración (ecuación (62)), y la tasa de extracción se mantiene constante en sus niveles iniciales (ecuación (63)).

$$p_t = C_{1t} + \frac{wt}{q_t} \quad (62)$$

$$q_t = \frac{q_{t-1}R_t}{R_t - 1} \quad (63)$$

Esto implica que los nuevos descubrimientos son de la forma:

$$\dot{x}_t = \frac{q_t R_{t-1}}{q_t - 1} - R_{t-1} + q_{t-1} \quad (64)$$

Luego:

$$w_t = A^{-1/\alpha} e^{-\beta/\alpha} \left[\frac{q_t R_{t-1}}{q_t - 1} - R_{t-1} + q_{t-1} \right]^{1/\alpha} e^\beta \quad (65)$$

En las Figuras 29, 30, 31, 32, 33 se compara la producción, reservas, descubrimientos acumulados, gasto en exploración y precios obtenidos en el caso miope, competencia perfecta y la realidad.

Producción de cobre mina para competencia perfecta y caso miope

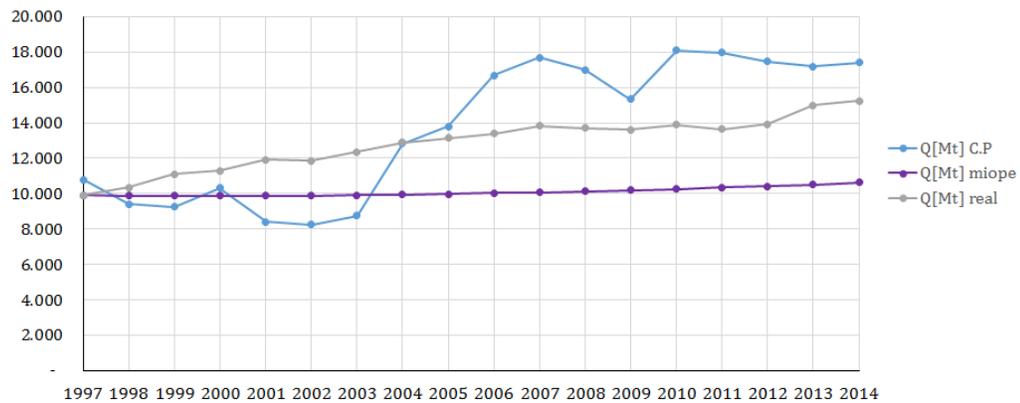


Figura 29: Producción caso miope. Fuente: Elaboración propia

Reservas de cobre para competencia perfecta y caso miope

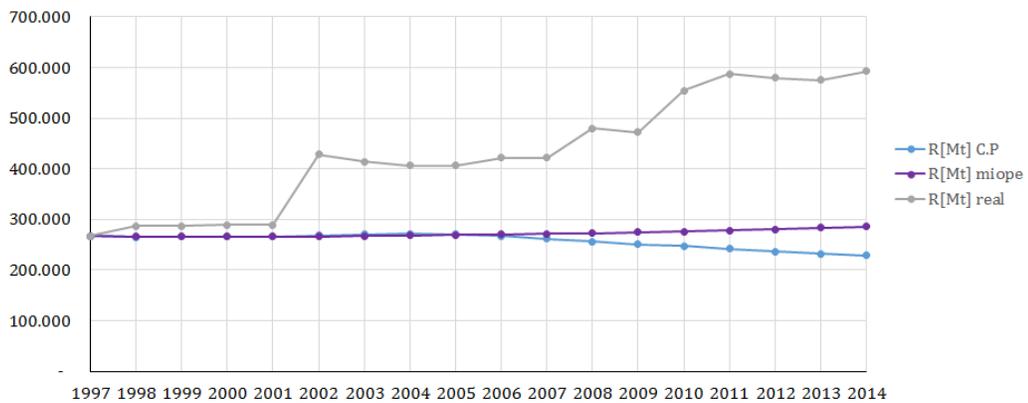


Figura 30: Reservas caso miope. Fuente: Elaboración propia

Descubrimientos de cobre acumulados para competencia perfecta y caso miope

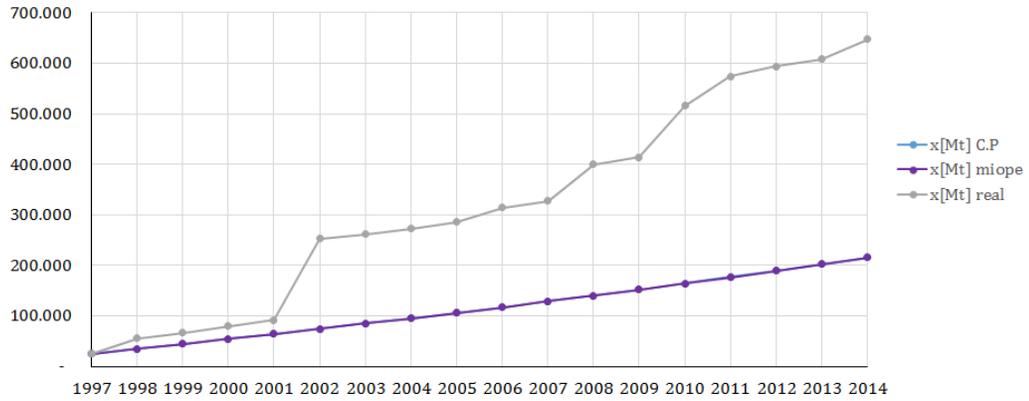


Figura 31: Descubrimientos acumulados caso miope. Fuente: Elaboración propia

Gasto en exploración de cobre para competencia perfecta y caso miope

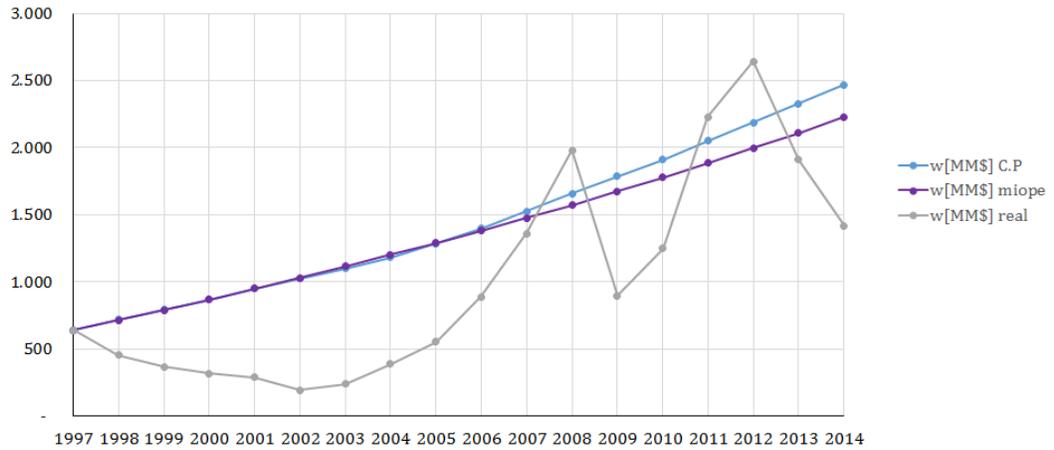


Figura 32: Gasto en exploración caso miope. Fuente: Elaboración propia

Precio del cobre para competencia perfecta y caso miope

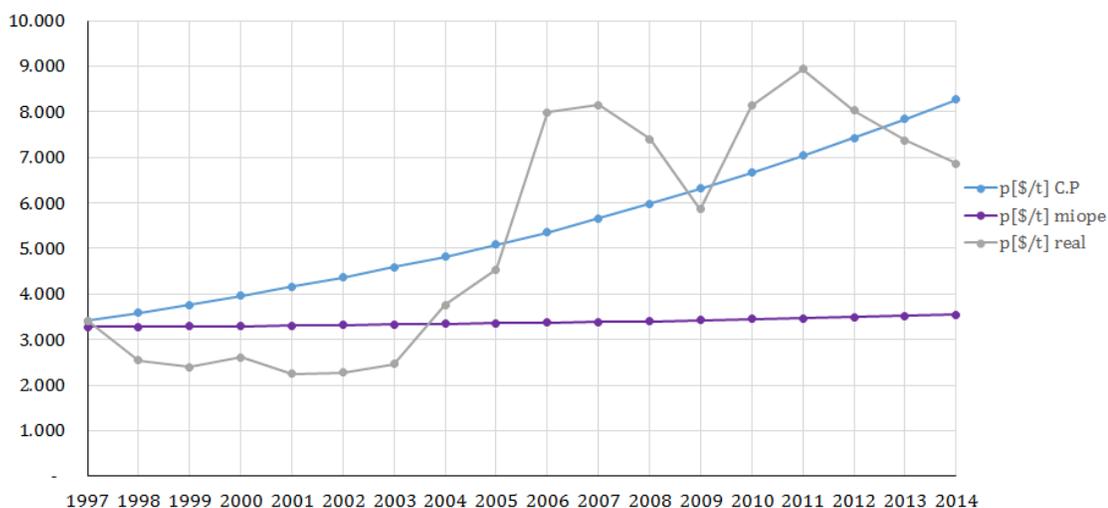


Figura 33: Precio caso miope. Fuente: Elaboración propia

Se observa que la producción y las reservas son casi constantes en el caso miope, esto es debido al supuesto inicial, donde la tasa de extracción se mantiene constante, y por ende la cantidad producida no depende del precio. Por otra parte el precio presenta un aumento muy leve: debido a que el costo marginal se mantiene relativamente constante al depender de la cantidad de reservas y la producción; y el costo medio de exploración aumenta levemente, dado que es el cociente entre el gasto en exploración que va en aumento y la cantidad producida.

En este caso el óptimo de competencia perfecta del modelo es bastante similar en el gasto de exploración y nuevos descubrimientos al caso miope, esto es porque el agotamiento de las reservas no se ve reflejado en la exploración, ya que durante el periodo de estudio la relación entre los descubrimientos acumulados y los nuevos descubrimientos es positiva.

Al analizar el comportamiento real, este claramente es más cercano al caso de competencia perfecta que al caso miope, lo que indica que durante el periodo de estudio los productores fueron conscientes del agotamiento del cobre.

6.2.2. Caso sin exploración

Para analizar el efecto de la exploración en el modelo de agotamiento, se estudia el caso sin exploración, considerando la función de costos parametrizada a partir de los datos del periodo de estudio. En las Figuras 34, 35 y 36 se compara la producción, reservas y precios obtenidos en el caso sin exploración, competencia perfecta y la realidad.

Producción de cobre mina para competencia perfecta y caso sin exploración

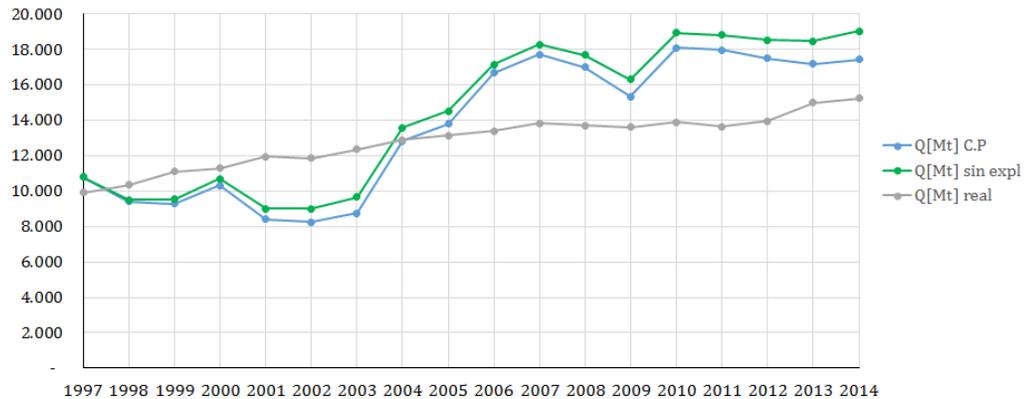


Figura 34: Producción caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia

Reservas de cobre para competencia perfecta y caso sin exploración

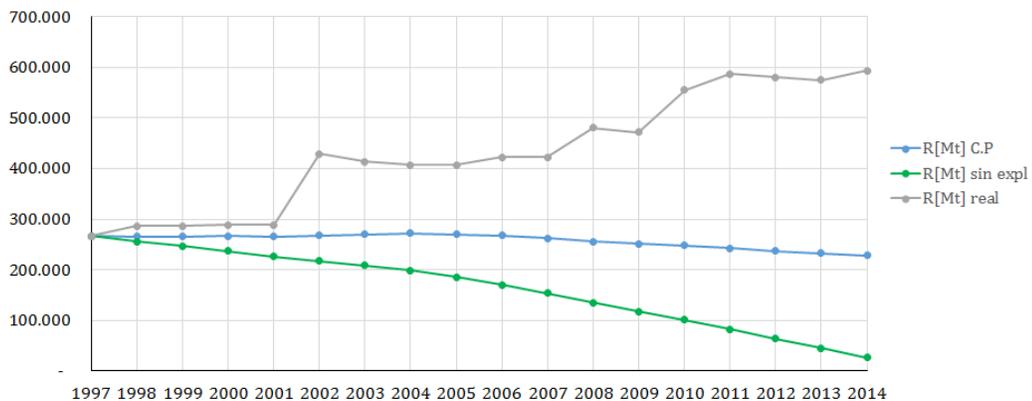


Figura 35: Reservas caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia

Precio del cobre para competencia perfecta y caso sin exploración

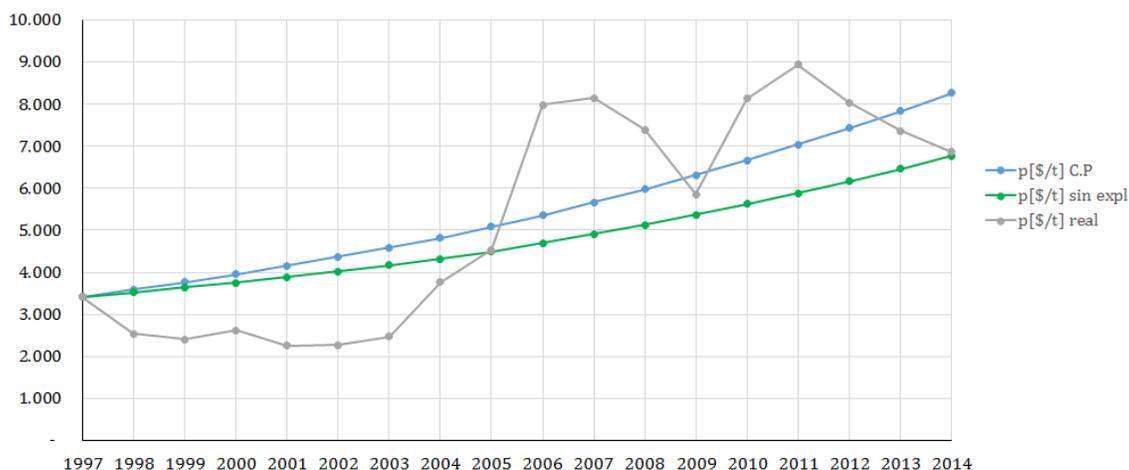


Figura 36: Precio caso sin exploración. Fuente: Elaboración propia

De las reservas se desprende que un modelo que no considera exploración es poco realista y lleva a un agotamiento prematuro de las reservas.

Es de esperar que el efecto de la exploración resulte en una disminución de los costos de extracción al aumentar el nivel de reservas, sin embargo, esto no se cumple en el periodo de estudio, ya que la relación entre el costo de extracción y el nivel de reservas es positiva, lo que se traduce en un incremento neto de los costos que se ve reflejado en el aumento del precio en el caso con exploración.

6.3. Mejora del ajuste del modelo

Al analizar las reservas reales de cobre, llama la atención el alza considerable los años 2002, 2008 y 2010, alcanzando niveles de 160MM ton, 70MM ton y 101MM ton, frente a aumentos del orden de los 20MM ton el resto de los años. Esta alza en el nivel de reservas es generalizada en los países de estudio, sin embargo destaca Chile un alza de 78MM ton el 2002, Perú con un alza de 32MM ton el 2008 y Australia junto con Perú con aumentos en el nivel de reservas de 57MM y 29MM de toneladas respectivamente el 2010.

Dichos aumentos en el nivel de reservas se explican por los altos precios del cobre, que son un

incentivo para la exploración -se observa que el mayor gasto en exploración está correlacionado con las alzas de precio- y porque las reservas responden a una definición económica, por lo que alzas en el precio permiten incorporar reservas de baja ley que no eran explotables antes. Además, el aumento de reservas va de la mano con el éxito en las actividades de prospección y exploración, lo que tiene relación con el desempeño de las empresas exploratorias y el carácter aleatorio que tienen los descubrimientos.

El modelo no es capaz de captar lo anterior, por lo que en este apartado se realiza un ajuste que permite representar este salto repentino en las reservas mediante un delta que se incorpora en la ecuación (66). Los resultados al aplicar la mejora se muestran en el anexo E.

$$\dot{x}_t = Aw_t^\alpha e^{\beta x_t} + \delta_t \quad (66)$$

Luego los periodos y la cantidad de descubrimientos incorporados se muestra en la siguiente tabla:

Periodo	Delta reservas [Mt]
2002	150.000
2008	55.000
2010	80.000

En las Figuras 37, 38, 39, 40, 41 se compara la producción, reservas, descubrimientos acumulados, gasto en exploración y precios obtenidos en el caso con delta de descubrimientos para competencia perfecta y monopolio con la realidad.

Producción de cobre mina para competencia perfecta y monopolio

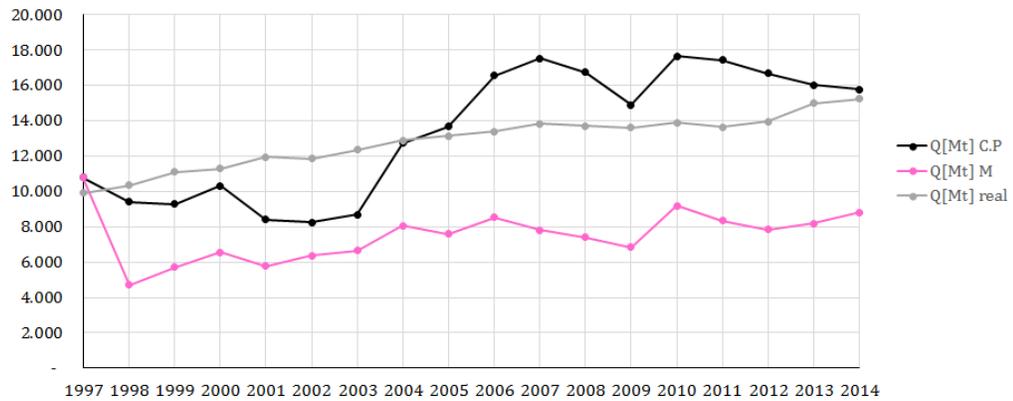


Figura 37: Producción caso con delta. Fuente: Elaboración propia

Reservas de cobre para competencia perfecta y monopolio

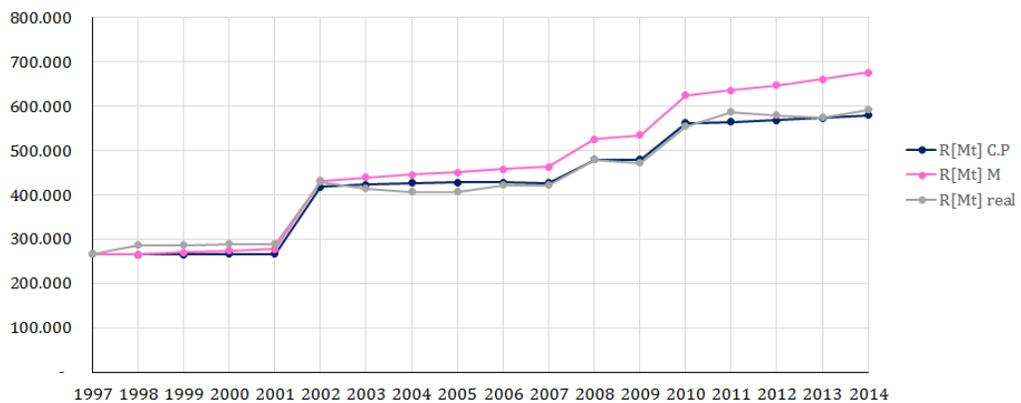


Figura 38: Reservas caso con delta. Fuente: Elaboración propia

Descubrimientos de cobre acumulados para competencia perfecta y monopolio

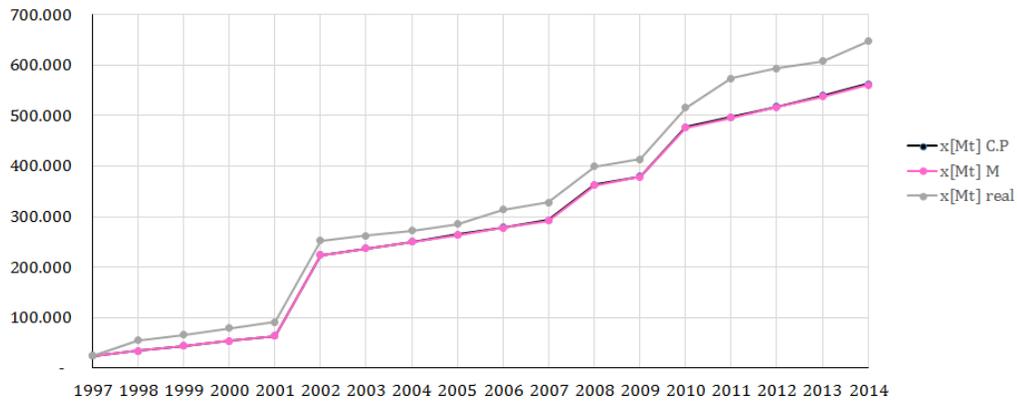


Figura 39: Descubrimientos acumulados caso con delta. Fuente: Elaboración propia

Gasto en exploración de cobre para competencia perfecta y monopolio

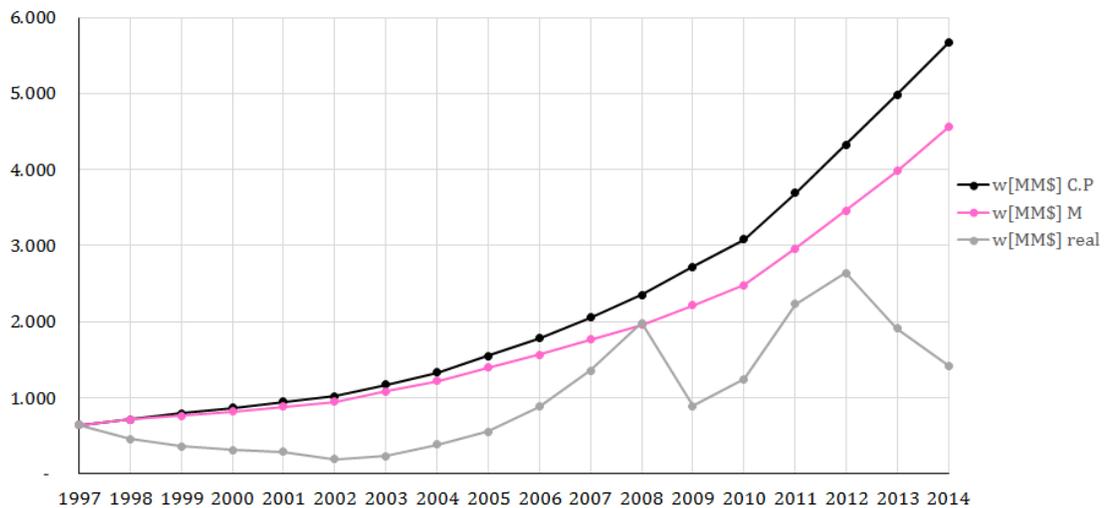


Figura 40: Gasto en exploración caso con delta. Fuente: Elaboración propia

Precio del cobre para competencia perfecta y monopolio

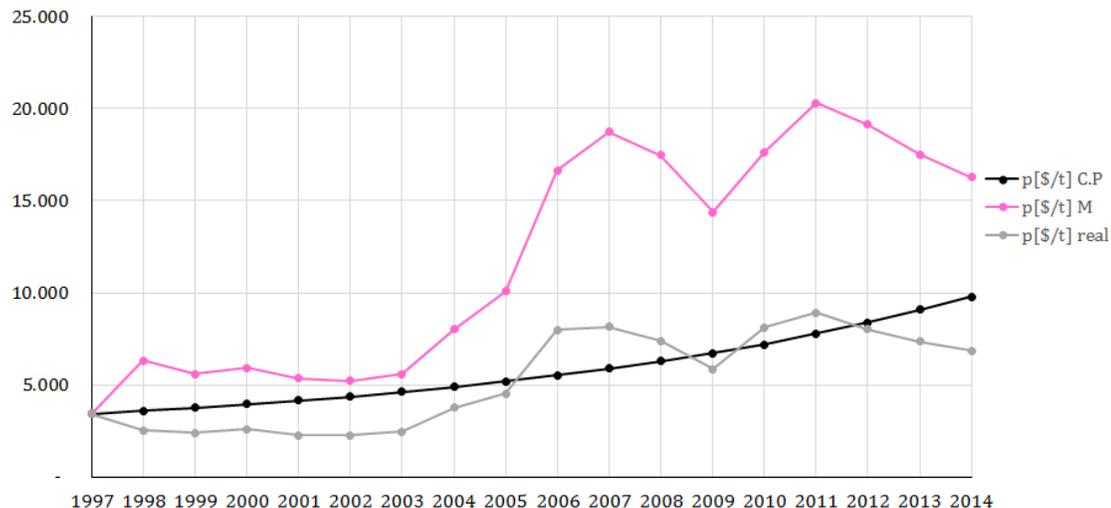


Figura 41: Precio caso con delta. Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 20 se muestra la correlación, error y desviación de los parámetros con respecto a los valores reales.

Tabla 20: Ajuste del modelo

Parámetros	Coeficiente R2		Media error [%]		Desv. error [%]	
	CP	M	CP	M	CP	M
Producción	0,64	0,12	3,05	-41,03	20,09	13,60
Reservas	0,98	0,99	-1,30	6,04	4,19	7,48
Descubrimientos acumulados	1,00	1,00	-14,86	-15,01	10,79	10,74
Gasto en exploración	0,64	0,63	162,89	132,69	121,73	112,29
Precio	0,63	0,96	24,76	104,30	39,00	21,89

Al analizar la tabla y los gráficos es posible ver que las tendencias para el caso de competencia perfecta y monopolio no cambian al incluir los delta de descubrimientos, sin embargo, se ajustan de mejor manera a la realidad el nivel de reservas, los descubrimientos acumulados

y los precios. Se observa que al considerar este ajuste en el modelo la tendencia del gasto en exploración se acentúa quedando el óptimo por sobre el gasto en exploración real, lo que implica que durante el periodo de estudio se debió haber explorado más.

Es importante destacar que este ajuste es empírico, basado en la observación del periodo de estudio, por lo que no se puede replicar si se quiere proyectar el futuro, pero da cuenta de lo importante que es el efecto del precio como incentivo de la exploración, la definición económica de las reservas y el efecto aleatorio de la exploración, asociado a una actividad de prospección y exploración exitosa.

6.4. Proyección del modelo

Resulta interesante proyectar las tendencias del periodo de estudio ¹² para analizar cambios en la dinámica del monopolio y competencia perfecta. Es importante destacar que este análisis no pretende predecir el precio del cobre, dado que son muchos los factores que pueden incidir, como los cambios tecnológicos, sustitutos, y cambios cíclicos inherentes al mercado del cobre. Se proyectan 10 años en base al procedimiento detallado en Capítulo 4, "Aplicación del modelo de agotamiento", tomando en cuenta lo siguiente:

- Se proyecta el modelo considerando la mejora al periodo de 1997-2014.
- Se utilizan para la proyección las mismas funciones de costos y exploración, es decir, las funciones parametrizadas en base al periodo de estudio de 1997-2014.

$$f(w, x) = \dot{x} = Aw^\alpha e^{\beta x}$$

$$A = 230654 \quad \alpha = 0,07 \quad \beta = 1,7310^{-8}$$

$$c_1(q, R) = Aq^\alpha e^{\beta R}$$

$$A = 12,98 \quad \alpha = -0,36 \quad \beta = 3,3310^{-9}$$

¹²En el Anexo F se muestran los resultados de la proyección.

- Se utiliza para la proyección de los coeficientes m_t y b_t el valor del último año con datos, es decir, del 2014, por lo que la curva de demanda se mantiene fija.

En las Figuras 42, 43, 44, 45, 46 se compara la producción, reservas, descubrimientos acumulados, gasto en exploración y precios obtenidos para competencia perfecta y el caso monopólico del modelo proyectado considerando el ajuste propuesto en el apartado anterior.

Producción de cobre mina proyectada para competencia perfecta y monopolio

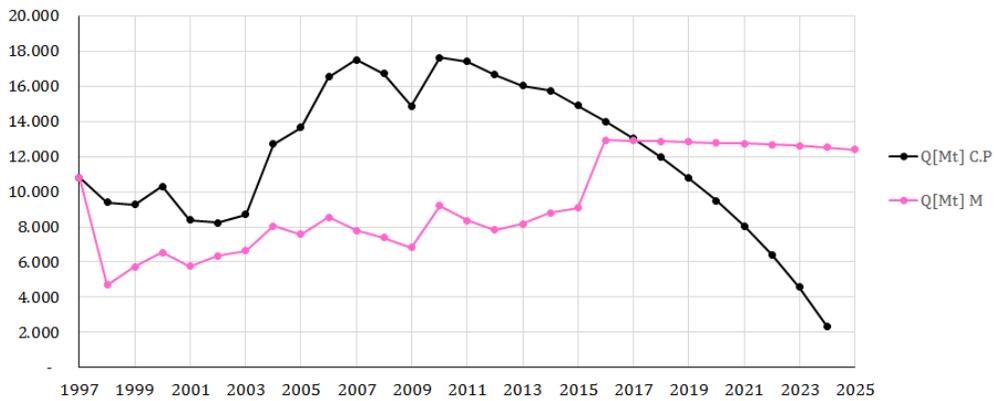


Figura 42: Proyección producción. Fuente: Elaboración propia

Reservas de cobre proyectada para competencia perfecta y monopolio

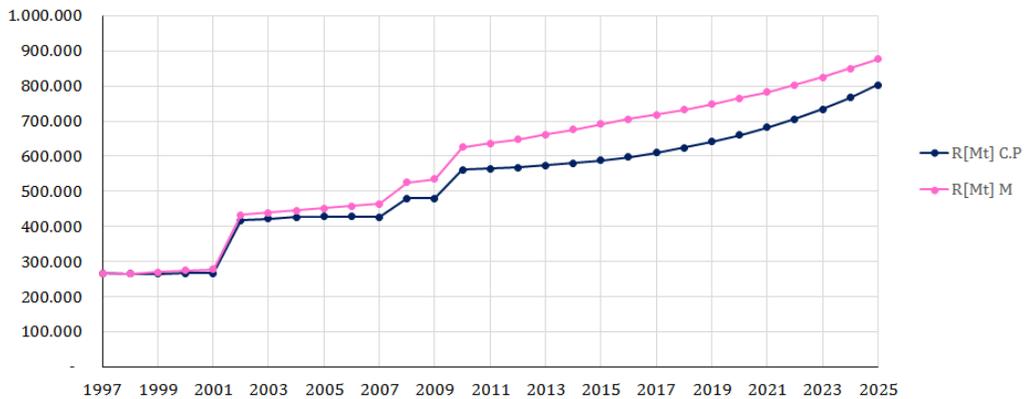


Figura 43: Proyección reservas. Fuente: Elaboración propia

Descubrimientos de cobre acumulados proyectados para competencia perfecta y monopolio

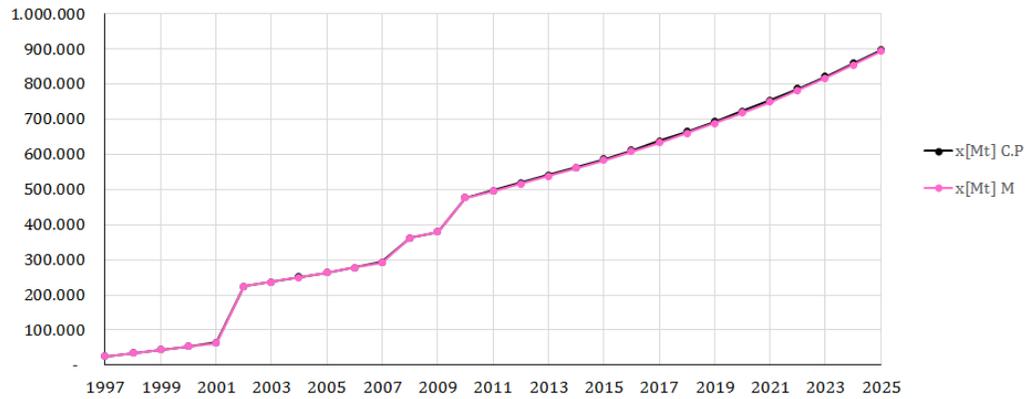


Figura 44: Proyección descubrimientos acumulados. Fuente: Elaboración propia

Gasto en exploración de cobre proyectados para competencia perfecta y monopolio

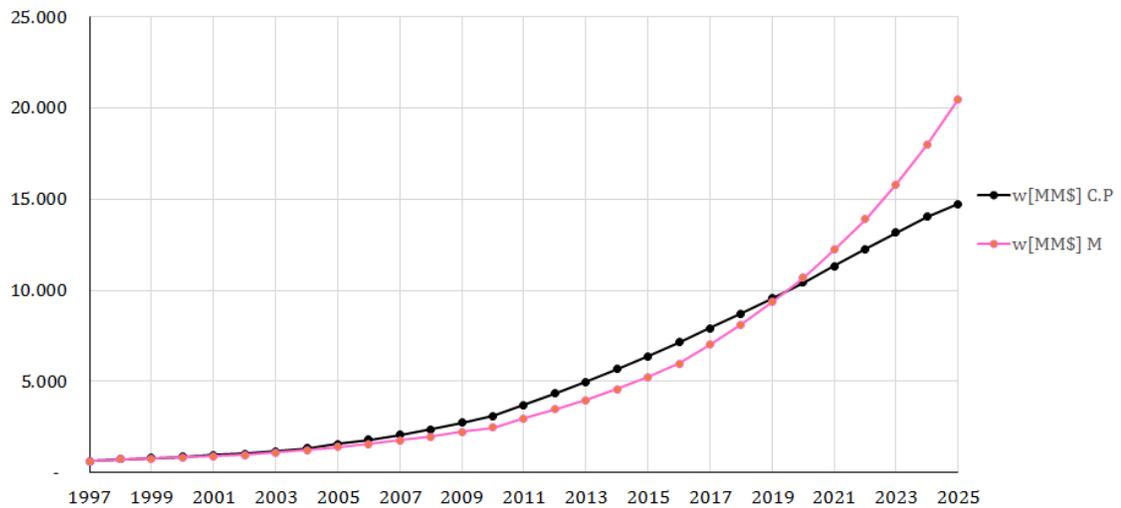


Figura 45: Proyección gasto en exploración. Fuente: Elaboración propia

Precio del cobre proyectado para competencia perfecta y monopolio

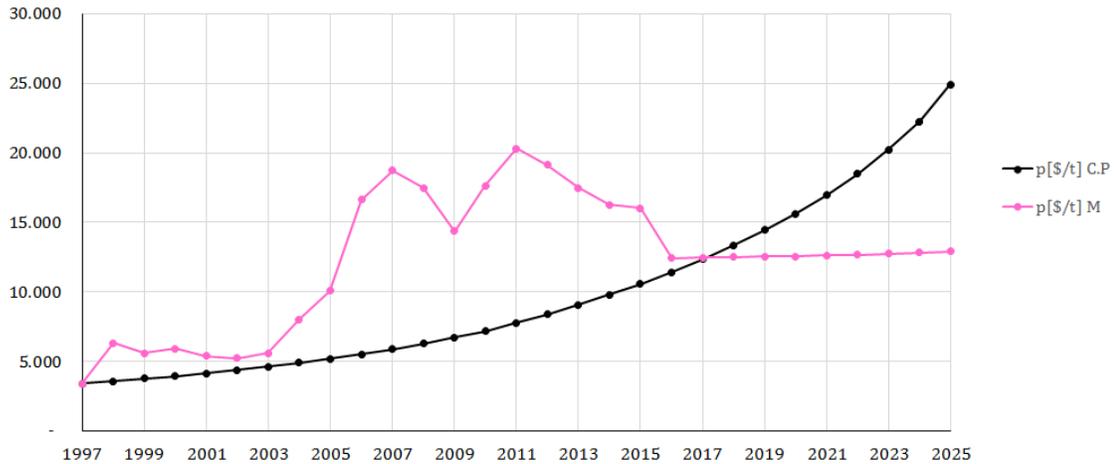


Figura 46: Proyección Precio. Fuente: Elaboración propia

Se observa que la producción monopólica pasa a ser mayor que la producción en competencia perfecta, esto debido a que el alza sostenida de los precios en competencia perfecta lleva a que cada vez la demanda por el cobre sea menor, en el caso monopólico los precios van subiendo lentamente.

El gasto en exploración pasa a ser mayor en el monopolio, dado que sostener el nivel de producción comienza a ser mas difícil al final, mientras que en el caso de competencia perfecta, al bajar la producción, menos descubrimientos son necesarios. En ambos casos se observa un aumento en el gasto en exploración asociado a la forma exponencial de función, es de esperar, que este efecto se vea potenciado en el caso de que la demanda sea cada vez mayor, porque se necesitará descubrir más para suplir la demanda cobre, además los altos precios incentivarán también la actividad de exploración.

Se observa que en ambos casos la tendencia es un aumento leve en las reservas, dado que los descubrimientos cada año son mayores, esto es debido a la proyección de la tendencia del periodo de estudio, donde la correlación entre descubrimientos acumulados y nuevos descubrimientos es positiva.

7. Capítulo: Discusión sobre la validez e implicancias del modelo

En este capítulo se discute sobre la validez del modelo y sus implicancias en materia de decisiones estratégicas en cuanto a la gestión del cobre.

7.1. Validez del modelo

Al analizar los resultados obtenidos del modelo, es posible observar que las tendencias para competencia perfecta y monopolio coinciden con la teoría, y la dinámica de las variables de estudio es coherente con la parametrización de las funciones:

- El monopolio tiene un efecto moderador en el consumo -debido al alza en los precios- y los gastos en exploración, lo que conlleva a que las reservas se agoten de manera más lenta dado que se descubre y produce menos, mientras que en competencia perfecta el efecto es el contrario y las reservas se agotan más rápido.
- Al comparar los resultados del modelo con el caso en que los productores no están conscientes del agotamiento de las reservas -caso miope-, se observan cambios en la trayectoria de los precios, lo que demuestra el impacto de considerar el agotamiento en el modelo. Sin embargo, esto no ocurre para los parámetros asociados a la exploración, esto es coherente con la parametrización de la función de nuevos descubrimientos, donde la correlación entre los nuevos descubrimientos y descubrimientos acumulados es positiva, lo que justifica que el agotamiento de las reservas no se perciba en la exploración.
- Al analizar el impacto de la exploración en el modelo, se obtienen los resultados esperados, dado que las reservas comienzan a agotarse de forma más rápida y el aumento del precio producto de la exploración también es coherente con la parametrización de la función de costos, en este caso al aumentar el nivel de reservas producto de la exploración, los costos de explotación aumentan, lo que se traduce en un incremento de los precios.

Al analizar el impacto de los supuestos realizados en este trabajo mediante un análisis de sensibilidad, es posible observar que los supuestos adoptados no inciden de gran manera en el modelo, dado que el cambio en las variables principales es menor.

Luego, dado que los resultados del modelo son consistentes con la teoría y coherentes con la parametrización de las funciones, los supuestos realizados tienen poca incidencia en modelo, y los alcances de este trabajo son acordes al periodo de estudio -efectivamente el impacto de la tecnología y bienes sustitutos es menor-, es posible considerar que el modelo entrega las directrices necesarias para evaluar el comportamiento pasado.

Sin embargo, se deba acotar la validez del modelo a las tendencias de las variables de estudio, dado que la baja correlación de las funciones de nuevos descubrimientos y costos, es una limitación que no permite asegurar que los valores entregados por el modelo sean efectivamente las óptimos.

7.2. Implicancias del modelo

Las principales implicancias del modelo se desprenden de las variables sobre las cuales se puede hacer gestión, es decir la producción y exploración, al comparar estas tendencias con las entregadas por el modelo. Se analizan además las proyecciones del modelo y sus limitaciones.

7.2.1. Producción óptima

El desafío que enfrenta la sociedad para lograr un desarrollo sustentable, es lograr la gestión de los recursos agotables de forma tal de conciliar los requerimientos ambientales y económicos, desde una perspectiva que permita la equidad intergeneracional (Doyen and Martinet, 2007). Es por esto que resulta fundamental el análisis intertemporal que permite el modelo de la producción.

Al aplicar el modelo considerando la mejora propuesta y la tasa de descuento social, se obtiene que durante el periodo de estudio la producción real se encuentra entre la producción óptima modelada de competencia perfecta y monopolio. Dado que la minería del cobre es una industria que a pesar de ser competitiva, presenta barreras de entrada, que dificultan el ingreso

de nuevos actores, resulta coherente que la realidad se encuentre entre estas estructuras de mercado, por lo que es posible considerar entonces, que la producción durante el periodo de estudio está dentro del rango de producción óptima modelada.

Sin embargo, al aplicar el modelo considerando tasas de descuento mayores, como la del mercado, que puede alcanzar valores de 15 % para la industria minera (Figura 47) aumentan los precios de manera más rápida que en la realidad, lo que implica, que desde el punto de vista del mercado, se habría explotado el cobre demasiado lento durante el periodo de estudio. Esto resulta consistente con lo planteado por Solow, y revela la importancia de la tasa de descuento al analizar un problema de planificación social.

Precio óptimo de competencia perfecta modelado considerando TSD y la tasa del mercado

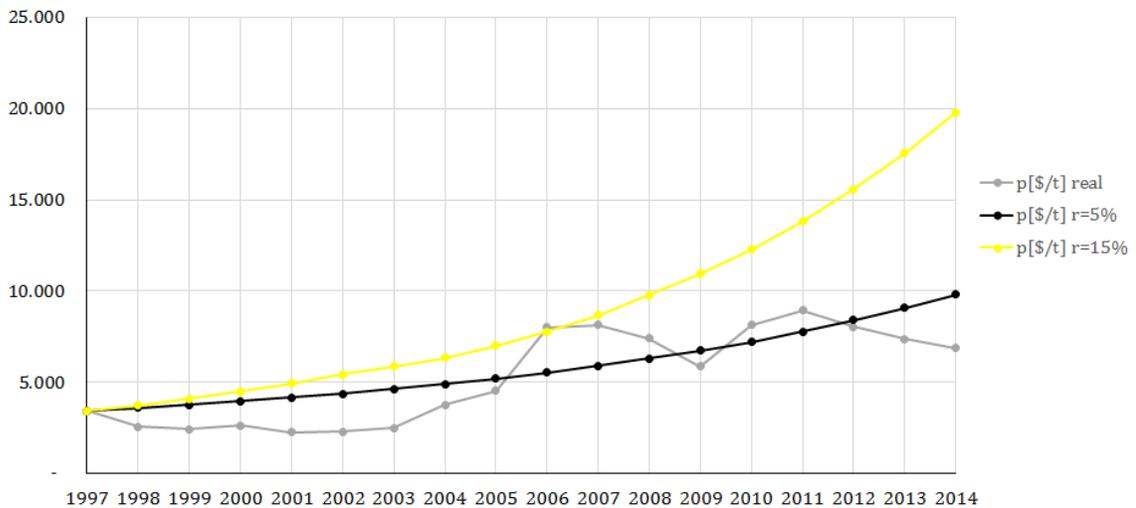


Figura 47: Fuente: Elaboración propia

Los resultados al aplicar el modelo para competencia perfecta y monopolio, considerando la mejora propuesta se encuentran en el Anexo G.

7.2.2. Exploración óptima

La exploración es la actividad que permite la sustentación del negocio minero: es la primera etapa de la cadena de valor; permite mantener la tasa de explotación y reponer el nivel de reservas.

En el modelo planteado en este trabajo, el gasto en exploración busca reflejar el esfuerzo exploratorio. Al aplicar el modelo considerando la mejora propuesta y la tasa de descuento social y de mercado, se observa que el gasto en exploración durante el periodo de estudio es menor que el óptimo de competencia perfecta y monopolio.

Gasto en exploración óptimo de competencia perfecta modelado considerando TSD y la tasa del mercado

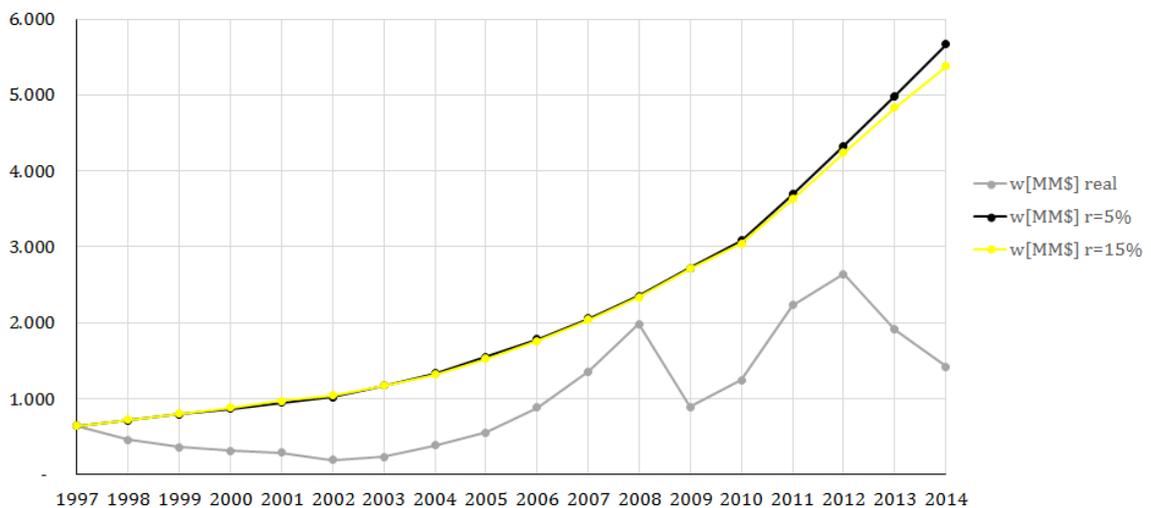


Figura 48: Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, se desprende del modelo, que el esfuerzo en exploración no ha sido suficiente. Surge entonces la necesidad de fomentar la actividad de exploración para mantener el nivel de reservas y la tasa de producción adecuada. La intervención directa de los gobiernos con financiamiento a la actividad de exploración no resulta positiva, dado que la correlación entre el gasto y los nuevos descubrimientos es cada vez menor y además es una actividad riesgosa. Sin embargo, medidas que apunten a la eficiencia de la exploración, como la divulgación de

la información geológica y un marco legislativo apropiado del sistema de propiedad minera tendrán un efecto positivo y ayudan a promover la exploración ¹³.

7.2.3. Proyecciones del modelo y limitaciones

La proyección del modelo tiene como fin estudiar las tendencias de competencia perfecta y monopolio, de forma tal de analizar si los resultados son consistentes con la teoría.

El modelo propuesto en este trabajo de memoria no tiene como fin proyectar el comportamiento de los precios o predecir cuando se acabará el cobre, más bien busca estudiar la dinámica entre la exploración, el nivel de consumo y producción. Sin embargo, podría ser utilizado para este fin en otro estudio, donde se considere el impacto de la tecnología en el futuro -lo más probable es que en el futuro los cambios tecnológicos afecten los incentivos para extraer los recursos y buscar nuevos yacimientos-, la incertidumbre de la oferta, demanda y la exploración futura que puede afectar las decisiones de los productores, y que la elasticidad aumente en el tiempo, si nuevos sustitutos o tecnologías amenazan con reemplazar al cobre.

Además, en este modelo no se considera el precio de sustitución o *backstop price*, este es el valor en torno al cual la teoría plantea que el precio comienza a converger, por lo que no ocurre en la realidad que los precios aumenten infinitamente, como se muestra en la proyección de este modelo.

A grandes rasgos, el modelo permite entonces estudiar el comportamiento pasado y compararlo con el comportamiento esperado, según se consideren los intereses intertemporales de la sociedad o del mercado, y puede ser el punto inicial para nuevos estudios que busquen realizar proyecciones.

¹³Fuente: The Boston Consulting Group

8. Capítulo: Conclusiones

- Se logró aplicar con éxito el modelo de agotamiento considerando la exploración y nuevos descubrimientos a nivel global para el mercado del cobre, permitiendo simular los últimos dieciocho años de un conjunto representativo de países asumiendo racionalidad en términos de maximizar los márgenes operacionales para competencia perfecta y monopolio, esto debido a que el periodo de estudio no presenta gran influencia de los cambios tecnológicos y nuevos sustitutos, que afectan en la dinámica de los precios y la exploración, y el impacto de los supuestos utilizados en el modelo es menor.
- A pesar de las limitaciones del modelo, como la baja correlación de las funciones parametrizadas, este describe bien las tendencias a largo plazo y permite analizar el comportamiento pasado, dando directrices que permiten evaluar si se fomentó un exceso de producción y exploración. Además el modelo entrega resultados consistentes con la teoría, se observa que el monopolio tiene un efecto moderador en el consumo -debido al alza en los precios- y los gastos en exploración, lo que conlleva a que las reservas se agoten de manera más lenta dado que se descubre y produce menos, mientras que en competencia perfecta el efecto es el contrario y las reservas se agotan más rápido.
- Las principales implicancias del modelo se desprenden de las variables sobre las cuales se puede hacer gestión, es decir la producción y exploración. Al analizar el modelo considerando la tasa de descuento social, la producción ha estado dentro del rango óptimo del modelo. El gasto en exploración, por otra parte está bajo el óptimo durante el periodo de estudio.
- El modelo planteado en este trabajo de memoria no tiene como fin predecir el comportamiento futuro, para esto se propone realizar otro estudio, donde se incorpore a la proyección el efecto *backstop price*, que corrige el alza infinita de precios del modelo utilizado en este trabajo, además de incluir el impacto de los cambios tecnológicos; la incertidumbre de la oferta, demanda y la exploración futura que afecta las decisiones de los productores; y el probable aumento de la elasticidad de la demanda en el largo plazo.

9. Bibliografía

- [1] **Agostini, C.** (2006). Estimating Market Power in the US Copper Industry”, Review of Industrial Organization.
- [2] **Behrisch J., Giurco D., Mason L., Mudd G. and Prior T.**(2012). Resource depletion, peak minerals and the implications for sustainable resource management
- [3] **Devarajan S. and Fisher** (1981). Hotelling’s Economics of Exhaustible Resource: Fifty Years Later
- [4] **Doyen L. and Martinet V** (2007). Sustainability of an economy whit an exhaustible resource: A viable control aproach.
- [5] **Cairns R.** (2013). The green paradox of the economics of exhaustible resources
- [6] **Cochilco.** Reseña de la Innovación Tecnológica en la Minería del Cobre: “El Caso Codelco”. DG/12/05
- [7] **Cochilco.** Factores Competitivos de la exploración Minera en Chile (DE/16/2013)
- [8] **Hotelling H.** (1931). Theory of Exhaustible Resources
- [9] **Khanna N.** On the Economics of Non-Renewable Resources
- [10] **Minnit R.C.A.** Frontiers of usefulness: The economics of exhaustible resources
- [11] **Pyndick**(1977). Optimal exploration and production of a nonrenewable resource.
- [12] **Pyndick**(1978). Uncertainty and Exhaustible Resource Markets.
- [13] **Slade, M. E.** (1982) Trends in natural-resource commodity prices: An analysis of the time domein.
- [14] **Slade, M. E. and Thille H**(2009). Whither Hotelling: Tests of the Theory of Exhaustible Resources.
- [15] **Solow and Wan.**(1997). Extraction cost in the theory exhaustible resource.

- [16] **Solow R.**(2011) La economía de los recursos o los recursos de la economía.
- [17] **Sweeney, J. L.** (1992). Economic theory of depletable resources: An introduction.
- [18] **Tilton J**(2002). On borrowed Time? Assessing the Threat of Mineral Depletion.
- [19] **Uhler, R. S.**(1975). Petroleum exploration dynamics.
- [20] **Werner H**(1981). The theory of exhaustible resources.
- [21] **Zabalza A**(1974). El concepto de precio sombra.

10. Anexo A: Base de datos

Producción

Tabla 21: Producción por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]

Periodo	Australia	Canadá	Chile	China	Congo	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Perú	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio	Mundo
1997	520	660	3.380	440	40	1.920	525	230	360	580	420	520	350	9.905	11.942
1998	600	710	3.660	440	S/I	1.850	750	340	400	450	420	450	280	10.350	12.348
1999	730	630	4.360	450	S/I	1.660	765	350	375	540	450	520	280	11.110	13.109
2000	760	650	4.500	510	S/I	1.450	850	380	390	530	480	520	260	11.280	13.280
2001	900	620	4.650	620	S/I	1.340	1.080	470	370	560	450	550	320	11.930	13.931
2002	850	625	4.450	580	S/I	1.130	1.100	450	330	850	500	680	320	11.865	13.867
2003	870	580	4.860	565	S/I	1.120	1.170	480	330	850	500	700	330	12.355	14.358
2004	850	560	5.380	620	S/I	1.160	860	485	400	1.000	500	675	400	12.890	14.894
2005	930	580	5.320	640	S/I	1.150	1.050	400	420	1.000	530	675	450	13.145	15.150
2006	950	600	5.400	760	S/I	1.220	800	430	380	1.050	525	720	540	13.375	15.381
2007	860	585	5.700	920	S/I	1.190	780	460	400	1.200	470	730	530	13.825	15.832
2008	850	590	5.600	1.000	S/I	1.310	650	460	270	1.220	430	750	560	13.690	15.698
2009	900	520	5.320	960	S/I	1.190	950	410	250	1.260	440	750	655	13.605	15.614
2010	900	480	5.520	1.150	S/I	1.120	840	400	230	1.285	430	750	770	13.875	15.885
2011	940	550	5.420	1.190	440	1.120	625	360	365	1.220	425	710	715	13.640	16.091
2012	970	530	5.370	1.500	580	1.150	430	420	500	1.240	430	720	675	13.935	16.527
2013	990	630	5.700	1.650	900	1.220	380	440	480	1.300	430	930	830	14.980	17.893
2014	1.000	680	5.800	1.620	1.100	1.370	400	430	520	1.400	425	850	730	15.225	18.339

Tabla 22: Porcentaje de la producción mundial

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio
1997	4,35 %	5,53 %	28,30 %	3,68 %	16,08 %	4,40 %	1,93 %	3,01 %	4,86 %	3,52 %	4,35 %	2,93 %	82,94 %
1998	4,86 %	5,75 %	29,64 %	3,56 %	14,98 %	6,07 %	2,75 %	3,24 %	3,64 %	3,40 %	3,64 %	2,27 %	83,82 %
1999	5,57 %	4,81 %	33,26 %	3,43 %	12,66 %	5,84 %	2,67 %	2,86 %	4,12 %	3,43 %	3,97 %	2,14 %	84,75 %
2000	5,72 %	4,89 %	33,89 %	3,84 %	10,92 %	6,40 %	2,86 %	2,94 %	3,99 %	3,61 %	3,92 %	1,96 %	84,94 %
2001	6,46 %	4,45 %	33,38 %	4,45 %	9,62 %	7,75 %	3,37 %	2,66 %	4,02 %	3,23 %	3,95 %	2,30 %	85,64 %
2002	6,13 %	4,51 %	32,09 %	4,18 %	8,15 %	7,93 %	3,25 %	2,38 %	6,13 %	3,61 %	4,90 %	2,31 %	85,56 %
2003	6,06 %	4,04 %	33,85 %	3,94 %	7,80 %	8,15 %	3,34 %	2,30 %	5,92 %	3,48 %	4,88 %	2,30 %	86,05 %
2004	5,71 %	3,76 %	36,12 %	4,16 %	7,79 %	5,77 %	3,26 %	2,69 %	6,71 %	3,36 %	4,53 %	2,69 %	86,54 %
2005	6,14 %	3,83 %	35,12 %	4,22 %	7,59 %	6,93 %	2,64 %	2,77 %	6,60 %	3,50 %	4,46 %	2,97 %	86,77 %
2006	6,18 %	3,90 %	35,11 %	4,94 %	7,93 %	5,20 %	2,80 %	2,47 %	6,83 %	3,41 %	4,68 %	3,51 %	86,96 %
2007	5,43 %	3,70 %	36,00 %	5,81 %	7,52 %	4,93 %	2,91 %	2,53 %	7,58 %	2,97 %	4,61 %	3,35 %	87,32 %
2008	5,41 %	3,76 %	35,67 %	6,37 %	8,35 %	4,14 %	2,93 %	1,72 %	7,77 %	2,74 %	4,78 %	3,57 %	87,21 %
2009	5,76 %	3,33 %	34,07 %	6,15 %	7,62 %	6,08 %	2,63 %	1,60 %	8,07 %	2,82 %	4,80 %	4,19 %	87,13 %
2010	5,67 %	3,02 %	34,75 %	7,24 %	7,05 %	5,29 %	2,52 %	1,45 %	8,09 %	2,71 %	4,72 %	4,85 %	87,35 %
2011	5,84 %	3,42 %	33,68 %	7,40 %	6,96 %	3,88 %	2,24 %	2,27 %	7,58 %	2,64 %	4,41 %	4,44 %	84,77 %
2012	5,87 %	3,21 %	32,49 %	9,08 %	6,96 %	2,60 %	2,54 %	3,03 %	7,50 %	2,60 %	4,36 %	4,08 %	84,32 %
2013	5,53 %	3,52 %	31,86 %	9,22 %	6,82 %	2,12 %	2,46 %	2,68 %	7,27 %	2,40 %	5,20 %	4,64 %	83,72 %
2014	5,45 %	3,71 %	31,63 %	8,83 %	7,47 %	2,18 %	2,34 %	2,84 %	7,63 %	2,32 %	4,63 %	3,98 %	83,02 %

Consumo

Tabla 23: Consumo mundial de cobre

Periodo	Demanda mundial
	[Mil ton]
1997	13.016
1998	13.352
1999	14.056
2000	15.191
2001	14.685
2002	15.051
2003	15.315
2004	16.656
2005	16.679
2006	16.998
2007	18.107
2008	18.123
2009	18.130
2010	19.331
2011	19.565
2012	20.133
2013	21.040
2014	22.793

Reservas

Tabla 24: Reservas por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]

Periodo	Australia	Canadá	Chile	China	Congo	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Perú	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio	Mundo
1997	7.000	10.000	88.000	18.000	10.000	45.000	11.000	14.000	15.000	7.000	20.000	20.000	12.000	248.997	317.000
1998	7.000	10.000	88.000	18.000	S/I	45.000	19.000	14.000	15.000	19.000	20.000	20.000	12.000	258.998	337.000
1999	7.000	10.000	88.000	18.000	S/I	45.000	19.000	14.000	15.000	19.000	20.000	20.000	12.000	258.999	337.000
2000	9.000	10.000	88.000	18.000	S/I	45.000	19.000	14.000	15.000	19.000	20.000	20.000	12.000	261.000	339.000
2001	9.000	10.000	88.000	18.000	S/I	45.000	19.000	14.000	15.000	19.000	20.000	20.000	12.000	261.001	339.000
2002	24.000	10.000	160.000	26.000	S/I	35.000	28.000	14.000	27.000	35.000	31.000	20.000	19.000	386.002	489.000
2003	24.000	7.000	150.000	26.000	S/I	35.000	32.000	14.000	27.000	30.000	30.000	20.000	19.000	371.003	474.000
2004	24.000	7.000	140.000	26.000	S/I	35.000	35.000	14.000	27.000	30.000	30.000	20.000	19.000	364.004	467.000
2005	24.000	7.000	140.000	26.000	S/I	35.000	35.000	14.000	27.000	30.000	30.000	20.000	19.000	364.005	467.000
2006	24.000	9.000	150.000	26.000	S/I	35.000	35.000	14.000	30.000	30.000	30.000	20.000	19.000	379.006	482.000
2007	24.000	9.000	150.000	26.000	S/I	35.000	35.000	14.000	30.000	30.000	30.000	20.000	19.000	379.007	487.000
2008	24.000	10.000	160.000	30.000	S/I	35.000	36.000	18.000	38.000	60.000	30.000	20.000	19.000	433.008	550.000
2009	24.000	8.000	160.000	30.000	S/I	35.000	31.000	18.000	38.000	63.000	26.000	20.000	19.000	425.009	542.000
2010	80.000	8.000	150.000	30.000	S/I	35.000	30.000	18.000	38.000	90.000	26.000	30.000	20.000	507.010	635.000
2011	86.000	7.000	190.000	30.000	20.000	35.000	28.000	7.000	38.000	90.000	26.000	30.000	20.000	559.011	687.000
2012	86.000	10.000	190.000	30.000	20.000	39.000	28.000	7.000	38.000	76.000	26.000	30.000	20.000	552.012	680.000
2013	87.000	10.000	190.000	30.000	20.000	39.000	28.000	7.000	38.000	70.000	26.000	30.000	20.000	547.013	685.000
2014	93.000	11.000	209.000	30.000	20.000	35.000	25.000	6.000	38.000	68.000	28.000	30.000	20.000	565.014	703.000

Tabla 25: Porcentaje de las reservas mundiales

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio
1997	2,21 %	3,15 %	27,76 %	5,68 %	14,20 %	3,47 %	4,42 %	4,73 %	2,21 %	6,31 %	6,31 %	3,79 %	78,55 %
1998	2,08 %	2,97 %	26,11 %	5,34 %	13,35 %	5,64 %	4,15 %	4,45 %	5,64 %	5,93 %	5,93 %	3,56 %	76,85 %
1999	2,08 %	2,97 %	26,11 %	5,34 %	13,35 %	5,64 %	4,15 %	4,45 %	5,64 %	5,93 %	5,93 %	3,56 %	76,85 %
2000	2,65 %	2,95 %	25,96 %	5,31 %	13,27 %	5,60 %	4,13 %	4,42 %	5,60 %	5,90 %	5,90 %	3,54 %	76,99 %
2001	2,65 %	2,95 %	25,96 %	5,31 %	13,27 %	5,60 %	4,13 %	4,42 %	5,60 %	5,90 %	5,90 %	3,54 %	76,99 %
2002	4,91 %	2,04 %	32,72 %	5,32 %	7,16 %	5,73 %	2,86 %	5,52 %	7,16 %	6,34 %	4,09 %	3,89 %	78,94 %
2003	5,06 %	1,48 %	31,65 %	5,49 %	7,38 %	6,75 %	2,95 %	5,70 %	6,33 %	6,33 %	4,22 %	4,01 %	78,27 %
2004	5,14 %	1,50 %	29,98 %	5,57 %	7,49 %	7,49 %	3,00 %	5,78 %	6,42 %	6,42 %	4,28 %	4,07 %	77,95 %
2005	5,14 %	1,50 %	29,98 %	5,57 %	7,49 %	7,49 %	3,00 %	5,78 %	6,42 %	6,42 %	4,28 %	4,07 %	77,95 %
2006	4,98 %	1,87 %	31,12 %	5,39 %	7,26 %	7,26 %	2,90 %	6,22 %	6,22 %	6,22 %	4,15 %	3,94 %	78,63 %
2007	4,93 %	1,85 %	30,80 %	5,34 %	7,19 %	7,19 %	2,87 %	6,16 %	6,16 %	6,16 %	4,11 %	3,90 %	77,82 %
2008	4,36 %	1,82 %	29,09 %	5,45 %	6,36 %	6,55 %	3,27 %	6,91 %	10,91 %	5,45 %	3,64 %	3,45 %	78,73 %
2009	4,43 %	1,48 %	29,52 %	5,54 %	6,46 %	5,72 %	3,32 %	7,01 %	11,62 %	4,80 %	3,69 %	3,51 %	78,41 %
2010	12,60 %	1,26 %	23,62 %	4,72 %	5,51 %	4,72 %	2,83 %	5,98 %	14,17 %	4,09 %	4,72 %	3,15 %	79,84 %
2011	12,52 %	1,02 %	27,66 %	4,37 %	5,09 %	4,08 %	1,02 %	5,53 %	13,10 %	3,78 %	4,37 %	2,91 %	81,37 %
2012	12,65 %	1,47 %	27,94 %	4,41 %	5,74 %	4,12 %	1,03 %	5,59 %	11,18 %	3,82 %	4,41 %	2,94 %	81,18 %
2013	12,70 %	1,46 %	27,74 %	4,38 %	5,69 %	4,09 %	1,02 %	5,55 %	10,22 %	3,80 %	4,38 %	2,92 %	79,86 %
2014	13,23 %	1,56 %	29,73 %	4,27 %	4,98 %	3,56 %	0,85 %	5,41 %	9,67 %	3,98 %	4,27 %	2,84 %	80,37 %

Nuevos descubrimientos

Tabla 26: Nuevos descubrimientos por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio
1997	520	660	5.377	15.960	1.920	3.905	670	400	2.500	945	750	930	34.537
1998	600	710	5.658	1.040	1.850	12.410	780	400	14.300	1.170	790	730	40.438
1999	730	630	6.359	1.180	1.660	5.125	800	375	2.200	1.215	870	820	21.964
2000	2.760	650	6.500	1.270	1.450	5.350	890	390	1.980	1.330	900	790	24.260
2001	900	620	6.651	1.520	1.340	5.730	1.090	370	1.900	1.530	1.020	880	23.551
2002	15.850	625	78.452	9.430	-	14.550	1.030	12.330	17.980	12.600	1.130	8.170	172.147
2003	870	-	-	1.435	1.120	10.030	1.045	330	-	-	1.180	1.180	17.190
2004	850	560	-	1.470	1.160	9.240	1.105	400	2.160	1.360	1.160	1.400	20.865
2005	930	580	7.325	1.570	1.150	6.370	1.040	420	2.150	1.580	1.075	1.450	25.640
2006	950	2.600	17.406	1.710	1.220	6.200	1.190	3.380	2.270	1.325	1.150	1.590	40.991
2007	860	585	7.707	1.780	1.190	6.480	1.380	400	2.390	1.250	1.190	1.730	26.942
2008	850	1.590	17.608	5.850	1.310	7.250	5.460	8.270	32.530	1.080	1.210	1.780	84.788
2009	900	-	7.329	1.860	1.190	-	1.370	250	5.450	-	1.160	1.915	21.424
2010	56.900	480	-	2.050	1.120	-	1.550	230	29.405	1.270	11.150	3.055	107.210
2011	6.940	-	47.431	2.130	1.120	-	-	805	2.340	1.050	1.070	1.935	64.821
2012	970	3.530	7.382	2.470	5.150	5.800	1.920	1.080	-	860	1.140	1.915	32.217
2013	1.990	630	7.713	2.640	1.220	6.080	2.090	1.380	-	810	1.370	2.130	28.053
2014	7.000	1.680	26.814	-	-	-	-	1.620	-	2.825	1.280	2.130	43.349

Tabla 27: Descubrimientos acumulados por periodo [Mil toneladas métricas de cobre]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio
1997	520	660	5.377	15.960	1.920	3.905	670	400	2.500	945	750	930	34.537
1998	1.120	1.370	11.035	17.000	3.771	16.315	1.450	800	16.800	2.115	1.540	1.660	74.976
1999	1.850	2.000	17.394	18.180	5.431	21.440	2.250	1.175	19.000	3.330	2.410	2.480	96.940
2000	4.610	2.650	23.894	19.450	6.882	26.790	3.140	1.565	20.980	4.660	3.310	3.270	121.201
2001	5.510	3.270	30.545	20.970	8.222	32.520	4.230	1.935	22.880	6.190	4.330	4.150	144.752
2002	21.360	3.895	108.997	30.400	8.222	47.070	5.260	14.265	40.860	18.790	5.460	12.320	316.899
2003	22.230	3.895	108.997	31.835	9.343	57.100	6.305	14.595	40.860	18.790	6.640	13.500	334.090
2004	23.080	4.455	108.997	33.305	10.503	66.340	7.410	14.995	43.020	20.150	7.800	14.900	354.955
2005	24.010	5.035	116.322	34.875	11.654	72.710	8.450	15.415	45.170	21.730	8.875	16.350	380.596
2006	24.960	7.635	133.728	36.585	12.874	78.910	9.640	18.795	47.440	23.055	10.025	17.940	421.587
2007	25.820	8.220	141.435	38.365	14.064	85.390	11.020	19.195	49.830	24.305	11.215	19.670	448.529
2008	26.670	9.810	159.043	44.215	15.375	92.640	16.480	27.465	82.360	25.385	12.425	21.450	533.318
2009	27.570	9.810	166.372	46.075	16.565	92.640	17.850	27.715	87.810	25.385	13.585	23.365	554.742
2010	84.470	10.290	166.372	48.125	17.686	92.640	19.400	27.945	117.215	26.655	24.735	26.420	661.953
2011	91.410	10.290	213.803	50.255	18.806	92.640	19.400	28.750	119.555	27.705	25.805	28.355	726.774
2012	92.380	13.820	221.185	52.725	23.957	98.440	21.320	29.830	119.555	28.565	26.945	30.270	758.992
2013	94.370	14.450	228.898	55.365	25.177	104.520	23.410	31.210	119.555	29.375	28.315	32.400	787.045
2014	101.370	16.130	255.712	55.365	25.177	104.520	23.410	32.830	119.555	32.200	29.595	34.530	830.394

Costos explotación

Tabla 28: Costos C1 nominales [\$/lb]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	68,14	71,48	52,18	58,87	62,33	19,96	101,62	52,12	54,43	74,79	95,32	99,42
1998	52,48	62,12	47,99	61,79	60,16	9,85	83,63	41,86	52,92	65,94	70,65	88,53
1999	50,04	55,41	42,56	62,46	58,61	10,01	59,81	40,52	50,07	59,17	50,76	81,67
2000	65,87	152,40	48,11	81,67	73,51	63,71	64,69	89,05	71,71	84,47	130,27	93,21
2001	59,55	155,14	45,31	77,21	72,54	58,19	58,77	87,08	70,86	87,60	152,27	92,58
2002	64,15	156,39	46,31	97,08	68,57	53,48	60,85	84,54	67,01	81,94	146,10	81,55
2003	77,35	176,24	48,99	118,63	72,07	66,60	60,66	81,04	71,75	88,71	155,72	82,41
2004	93,59	220,15	55,92	128,04	91,95	88,69	60,11	82,58	76,86	98,46	151,37	86,81
2005	118,73	260,89	73,53	145,93	111,66	93,92	79,20	104,75	91,69	119,79	194,63	106,57
2006	151,26	307,29	86,67	139,56	128,56	142,10	86,52	131,39	110,23	139,27	242,72	138,23
2007	195,63	353,26	93,52	162,90	171,06	168,48	101,94	154,10	111,89	175,36	294,13	151,22
2008	225,62	374,62	118,34	198,09	190,77	189,61	157,92	225,45	133,01	236,91	352,21	189,23
2009	215,35	335,54	110,37	193,97	158,14	131,17	161,57	189,50	125,44	190,43	277,79	158,26
2010	255,24	360,19	131,24	228,61	179,55	164,82	184,77	211,67	141,27	203,82	336,84	174,97
2011	338,85	431,04	162,58	248,97	219,20	238,60	217,01	182,01	164,31	223,93	379,45	219,07
2012	384,68	437,77	181,01	267,92	232,44	322,01	282,02	186,48	187,90	225,72	383,43	201,45
2013	332,36	421,12	168,96	275,54	228,62	266,30	330,58	205,49	198,00	240,87	421,27	182,91
2014	299,19	387,79	163,32	291,04	219,14	304,55	289,14	174,84	213,52	231,94	342,26	175,40

Tabla 29: Tasa de inflación, porcentaje anual de variación. Fuente: Banco Mundial

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	0,25 %	1,62 %	6,05 %	2,81 %	2,34 %	6,23 %	17,41 %	20,63 %	8,56 %	15,08 %	14,77 %	24,42 %
1998	0,85 %	1,00 %	4,67 %	-0,84 %	1,55 %	58,39 %	7,15 %	15,93 %	7,25 %	11,73 %	27,67 %	24,46 %
1999	1,47 %	1,73 %	2,31 %	-1,41 %	2,19 %	20,49 %	8,30 %	16,59 %	3,47 %	7,27 %	85,74 %	26,79 %
2000	4,48 %	2,72 %	4,53 %	0,26 %	3,38 %	3,72 %	13,18 %	9,50 %	3,76 %	10,06 %	20,78 %	26,03 %
2001	4,38 %	2,53 %	2,64 %	0,72 %	2,83 %	11,50 %	8,35 %	6,36 %	1,98 %	5,49 %	21,46 %	21,39 %
2002	3,00 %	2,26 %	2,82 %	-0,77 %	1,59 %	11,88 %	5,84 %	5,03 %	0,19 %	1,90 %	15,79 %	22,23 %
2003	2,77 %	2,76 %	1,07 %	1,16 %	2,27 %	6,59 %	6,44 %	4,55 %	2,26 %	0,79 %	13,68 %	21,40 %
2004	2,34 %	1,86 %	2,43 %	3,88 %	2,68 %	6,24 %	6,88 %	4,69 %	3,66 %	3,58 %	10,86 %	17,97 %
2005	2,67 %	2,21 %	3,66 %	1,82 %	3,39 %	10,45 %	7,58 %	3,99 %	1,62 %	2,11 %	12,68 %	18,32 %
2006	3,54 %	2,00 %	2,57 %	1,46 %	3,23 %	13,11 %	8,59 %	3,63 %	2,00 %	1,11 %	9,68 %	9,02 %
2007	2,33 %	2,14 %	7,82 %	4,75 %	2,85 %	6,41 %	10,77 %	3,97 %	1,78 %	2,39 %	9,01 %	10,66 %
2008	4,35 %	2,37 %	7,09 %	5,86 %	3,84 %	9,78 %	17,15 %	5,12 %	5,79 %	4,35 %	14,11 %	12,45 %
2009	1,82 %	0,30 %	-2,58 %	-0,70 %	-0,36 %	4,81 %	7,31 %	5,30 %	2,94 %	3,83 %	11,65 %	13,40 %
2010	2,85 %	1,78 %	1,41 %	3,31 %	1,64 %	5,13 %	7,12 %	4,16 %	1,53 %	2,71 %	6,86 %	8,50 %
2011	3,30 %	2,91 %	3,34 %	5,41 %	3,16 %	5,36 %	8,35 %	3,41 %	3,37 %	4,26 %	8,44 %	6,43 %
2012	1,76 %	1,52 %	3,01 %	2,65 %	2,07 %	4,28 %	5,11 %	4,11 %	3,65 %	3,56 %	5,07 %	6,58 %
2013	2,45 %	0,94 %	1,79 %	2,63 %	1,46 %	6,41 %	5,84 %	3,81 %	2,82 %	1,03 %	6,76 %	6,98 %
2014	2,49 %	1,91 %	4,40 %	1,99 %	1,62 %	6,39 %	6,72 %	4,02 %	3,24 %	0,11 %	7,83 %	7,81 %

Tabla 30: Tasa de cambio, UMN por US\$ promedio por período. Fuente: Banco Mundial

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	1,35	1,38	419,30	8,29	1,00	2.909,38	75,44	7,92	2,66	3,28	5,78	1,31
1998	1,59	1,48	460,29	8,28	1,00	10.013,62	78,30	9,14	2,93	3,48	9,71	1,86
1999	1,55	1,49	508,78	8,28	1,00	7.855,15	119,52	9,56	3,38	3,97	24,62	2,39
2000	1,72	1,49	539,59	8,28	1,00	8.421,78	142,13	9,46	3,49	4,35	28,13	3,11
2001	1,93	1,55	634,94	8,28	1,00	10.260,85	146,74	9,34	3,51	4,09	29,17	3,61
2002	1,84	1,57	688,94	8,28	1,00	9.311,19	153,28	9,66	3,52	4,08	31,35	4,40
2003	1,54	1,40	691,40	8,28	1,00	8.577,13	149,58	10,79	3,48	3,89	30,69	4,73
2004	1,36	1,30	609,53	8,28	1,00	8.938,85	136,04	11,29	3,41	3,66	28,81	4,78
2005	1,31	1,21	559,77	8,19	1,00	9.704,74	132,88	10,90	3,30	3,24	28,28	4,46
2006	1,33	1,13	530,28	7,97	1,00	9.159,32	126,09	10,90	3,27	3,10	27,19	3,60
2007	1,20	1,07	522,46	7,61	1,00	9.141,00	122,55	10,93	3,13	2,77	25,58	4,00
2008	1,19	1,07	522,46	6,95	1,00	9.698,96	120,30	11,13	2,92	2,41	24,85	3,75
2009	1,28	1,14	560,86	6,83	1,00	10.389,94	147,50	13,51	3,01	3,12	31,74	5,05
2010	1,09	1,03	510,25	6,77	1,00	9.090,43	147,36	12,64	2,83	3,02	30,37	4,80
2011	0,97	0,99	483,67	6,46	1,00	8.770,43	146,62	12,42	2,75	2,96	29,38	4,86
2012	0,97	1,00	486,47	6,31	1,00	9.386,63	149,11	13,17	2,64	3,26	30,84	5,15
2013	1,04	1,03	495,27	6,20	1,00	10.461,24	152,13	12,77	2,70	3,16	31,84	5,40
2014	1,11	1,11	570,35	6,10	1,00	11.865,21	179,19	13,29	2,80	3,15	38,38	6,15

Tabla 31: Ponderador unitario considerando inflación y tasa de cambio

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	1,19	1,06	2,10	0,98	1,40	11,86	5,97	3,71	1,65	1,74	26,21	17,65
1998	1,01	0,97	1,81	0,95	1,37	3,24	4,90	2,66	1,38	1,43	13,61	10,01
1999	1,02	0,96	1,57	0,96	1,35	2,67	3,03	2,25	1,12	1,14	4,32	6,52
2000	0,91	0,95	1,45	0,97	1,32	2,21	2,39	2,03	1,05	0,98	2,36	4,24
2001	0,78	0,88	1,18	0,97	1,28	1,78	2,10	1,93	1,02	0,97	2,09	3,19
2002	0,78	0,85	1,07	0,97	1,25	1,85	1,90	1,80	1,00	0,94	1,79	2,36
2003	0,91	0,94	1,04	0,97	1,23	1,90	1,88	1,56	1,01	0,97	1,73	2,00
2004	1,01	0,98	1,17	0,96	1,21	1,76	1,99	1,46	1,01	1,03	1,75	1,82
2005	1,02	1,04	1,25	0,94	1,18	1,58	1,95	1,47	1,01	1,13	1,72	1,83
2006	0,99	1,09	1,28	0,95	1,15	1,60	1,97	1,44	1,01	1,17	1,72	2,12
2007	1,07	1,13	1,27	0,98	1,12	1,52	1,94	1,41	1,04	1,30	1,78	1,86
2008	1,05	1,12	1,20	1,03	1,09	1,39	1,87	1,35	1,10	1,47	1,78	1,92
2009	0,94	1,03	1,06	0,99	1,06	1,25	1,40	1,09	1,02	1,10	1,34	1,37
2010	1,10	1,13	1,19	1,01	1,06	1,41	1,36	1,13	1,07	1,12	1,36	1,39
2011	1,21	1,16	1,24	1,03	1,05	1,43	1,32	1,13	1,08	1,12	1,38	1,34
2012	1,18	1,13	1,21	1,01	1,03	1,31	1,26	1,05	1,11	0,99	1,28	1,24
2013	1,09	1,08	1,17	1,00	1,01	1,16	1,21	1,06	1,06	1,00	1,23	1,16
2014	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabla 32: Ponderador unitario del Índice de Precios al por Mayor de EEUU. Fuente: Gobierno de Chile

Periodo	IPM	Tasa IPM	Ponderador IPM
1997	338	-2 %	1,49
1998	327,1	-3 %	1,51
1999	340,8	4 %	1,56
2000	361,9	6 %	1,50
2001	340,2	-6 %	1,41
2002	353,1	4 %	1,50
2003	370,4	5 %	1,44
2004	398,6	8 %	1,38
2005	432,5	9 %	1,28
2006	440,3	2 %	1,20
2007	448,2	2 %	1,18
2008	483,6	8 %	1,16
2009	462,8	-4 %	1,10
2010	482,2	4 %	1,13
2011	514	7 %	1,10
2012	542,3	6 %	1,05
2013	547,2	1 %	1,01
2014	553,8	1 %	1,00

Tabla 33: C1 real considerando 50/50 ponderadores de inflación-T.C e IPM [\$/lb]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	91,16	90,95	93,61	72,52	89,94	133,19	378,82	135,28	85,22	120,73	1319,78	951,07
1998	66,08	77,23	79,66	76,19	86,69	23,43	268,13	87,39	76,52	97,01	534,22	510,21
1999	64,76	70,00	66,62	78,88	85,37	21,18	137,26	77,24	67,19	79,91	149,42	330,32
2000	79,22	186,31	70,84	100,99	103,62	118,23	125,63	156,95	91,50	104,72	251,44	267,66
2001	65,07	178,03	58,72	91,99	97,57	92,85	103,21	145,50	85,98	104,21	266,31	212,72
2002	73,06	183,64	59,30	119,45	94,06	89,45	103,42	139,23	83,53	99,63	239,89	157,37
2003	90,88	209,43	60,68	143,15	96,25	111,09	100,70	121,70	87,80	106,92	246,52	141,68
2004	111,46	259,67	71,05	149,61	118,68	139,20	101,04	116,90	91,58	118,22	236,85	138,67
2005	137,10	303,16	93,01	162,01	137,55	134,51	128,21	144,23	105,41	144,83	292,86	165,72
2006	165,26	351,28	107,22	149,47	150,61	198,66	137,08	173,05	121,56	164,52	354,41	229,54
2007	219,79	408,22	114,61	175,69	196,40	227,24	158,85	199,25	124,18	217,23	435,08	229,61
2008	249,70	427,49	139,86	216,76	215,08	242,49	239,28	283,61	150,38	311,79	518,76	291,60
2009	219,64	355,72	119,20	202,44	170,43	154,08	201,82	206,64	132,86	209,46	338,32	195,19
2010	284,22	408,06	152,39	244,38	196,98	209,22	230,02	239,42	155,38	229,13	419,01	220,32
2011	390,19	487,27	190,28	264,23	235,21	301,58	262,56	202,38	179,17	248,04	469,15	266,46
2012	428,58	475,63	204,09	274,81	240,69	379,56	324,54	195,06	202,23	230,12	446,30	230,16
2013	348,24	439,62	183,42	277,00	230,53	288,39	365,62	212,18	204,08	242,07	470,25	198,27
2014	299,19	387,79	163,32	291,04	219,14	304,55	289,14	174,84	213,52	231,94	342,26	175,40

Gasto en exploración

Tabla 34: Gasto en exploración nominal [M\$]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia	Países en estudio
1997	73,60	72,70	97,80	6,20	72,20	5,70	43,30	81,30	0,40	0,70	55,60	26,50	536,00
1998	53,30	53,40	107,00	4,70	57,10	3,50	41,20	45,10	-	1,10	36,80	40,10	443,30
1999	45,20	40,50	92,20	4,50	38,10	3,90	37,40	50,70	-	1,40	27,70	16,40	358,00
2000	29,40	39,10	93,50	3,30	28,80	3,80	36,80	44,40	0,30	-	18,50	8,10	306,00
2001	32,40	34,20	82,10	3,70	14,00	3,00	43,10	51,00	-	0,20	14,20	6,90	284,80
2002	-	30,40	49,20	3,70	6,90	4,60	30,10	26,70	0,10	-	21,40	12,60	185,70
2003	30,50	43,40	62,90	5,10	9,80	4,50	24,10	25,10	0,10	1,00	16,40	14,00	236,90
2004	31,60	54,20	85,50	25,10	16,50	3,20	25,50	62,70	1,00	3,70	60,40	8,80	378,20
2005	53,20	92,60	123,30	20,00	20,40	7,30	36,80	96,80	5,00	19,00	64,00	12,00	550,40
2006	79,40	185,00	143,40	30,90	9,70	13,80	71,10	122,40	0,50	31,40	119,70	19,00	826,30
2007	223,40	228,80	238,50	59,70	27,90	17,70	85,40	197,80	0,10	45,10	182,60	54,30	1.361,30
2008	332,40	340,90	392,70	63,30	53,80	25,60	87,30	312,20	25,30	75,60	260,10	67,50	2.036,70
2009	140,60	107,20	260,40	43,30	17,70	15,20	35,30	233,80	6,70	33,40	82,40	39,40	1.015,40
2010	237,00	194,20	399,10	51,40	54,10	15,50	71,30	211,70	49,90	17,70	150,60	97,40	1.549,90
2011	489,00	253,20	584,70	127,90	83,50	71,10	60,80	316,20	79,20	42,50	375,40	173,40	2.656,90
2012	571,70	308,40	692,50	129,70	162,40	96,20	86,10	351,50	28,70	93,20	469,70	225,50	3.215,60
2013	355,80	183,40	652,00	115,60	123,10	54,80	96,00	303,70	15,50	78,00	335,30	171,30	2.484,50
2014	284,50	141,30	531,20	110,30	45,50	44,90	96,00	252,40	17,70	63,70	175,00	101,60	1.864,10

Tabla 35: Costo de Mano de Obra para Chile, base 2014. Fuente: INE

Periodo	CMO	CMO	Tasa CMO	Ponderador CMO
	Chile nominal	Chile real	Chile real	Chile real
1997	31,86	49,26	-	1,73
1998	34,40	50,16	2%	1,69
1999	37,25	52,02	4%	1,64
2000	38,87	53,18	2%	1,60
2001	41,29	54,32	2%	1,57
2002	43,95	56,55	4%	1,51
2003	47,19	59,32	5%	1,45
2004	51,61	64,31	8%	1,36
2005	55,16	67,42	5%	1,31
2006	59,83	71,07	5%	1,25
2007	63,52	74,00	4%	1,22
2008	68,25	75,08	1%	1,21
2009	74,12	77,61	3%	1,18
2010	76,68	81,73	5%	1,14
2011	82,78	87,38	7%	1,09
2012	90,10	92,99	6%	1,04
2013	95,39	96,50	4%	1,02
2014	100,00	100,00	4%	1,00

Tabla 36: Ponderador unitario CMO por país considerando proporcionalidad al gasto en exploración

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	1,30	1,28	1,73	0,11	1,27	0,10	0,76	1,43	0,01	0,01	0,98	0,47
1998	0,84	0,85	1,69	0,07	0,90	0,06	0,65	0,71	0,00	0,02	0,58	0,64
1999	0,80	0,72	1,64	0,08	0,68	0,07	0,66	0,90	0,00	0,02	0,49	0,29
2000	0,50	0,67	1,60	0,06	0,49	0,07	0,63	0,76	0,01	0,00	0,32	0,14
2001	0,62	0,65	1,57	0,07	0,27	0,06	0,82	0,98	0,00	0,00	0,27	0,13
2002	0,00	0,94	1,51	0,11	0,21	0,14	0,93	0,82	0,00	0,00	0,66	0,39
2003	0,70	1,00	1,45	0,12	0,23	0,10	0,56	0,58	0,00	0,02	0,38	0,32
2004	0,50	0,86	1,36	0,40	0,26	0,05	0,40	0,99	0,02	0,06	0,96	0,14
2005	0,56	0,98	1,31	0,21	0,22	0,08	0,39	1,03	0,05	0,20	0,68	0,13
2006	0,69	1,62	1,25	0,27	0,08	0,12	0,62	1,07	0,00	0,27	1,05	0,17
2007	1,14	1,17	1,22	0,30	0,14	0,09	0,44	1,01	0,00	0,23	0,93	0,28
2008	1,02	1,05	1,21	0,19	0,17	0,08	0,27	0,96	0,08	0,23	0,80	0,21
2009	0,64	0,48	1,18	0,20	0,08	0,07	0,16	1,06	0,03	0,15	0,37	0,18
2010	0,67	0,55	1,14	0,15	0,15	0,04	0,20	0,60	0,14	0,05	0,43	0,28
2011	0,91	0,47	1,09	0,24	0,16	0,13	0,11	0,59	0,15	0,08	0,70	0,32
2012	0,86	0,47	1,04	0,20	0,25	0,15	0,13	0,53	0,04	0,14	0,71	0,34
2013	0,56	0,29	1,02	0,18	0,19	0,09	0,15	0,48	0,02	0,12	0,53	0,27
2014	0,54	0,27	1,00	0,21	0,09	0,08	0,18	0,48	0,03	0,12	0,33	0,19

Tabla 37: Ponderador unitario costo de maquinaria de exploración en EEUU, base 2014.

Fuente: BLS

Periodo	Costo maquinaria	Costo maquinaria	Tasa costo	Ponderador costo
	EEUU nominal	EEUU real	maquinaria EEUU real	maquinaria EEUU real
1997	57,87	87,71	-	1,14
1998	58,77	92,05	5%	1,09
1999	59,45	89,25	-3%	1,12
2000	59,57	84,26	-6%	1,19
2001	60,03	89,94	7%	1,11
2002	60,42	87,25	-3%	1,14
2003	61,54	84,92	-3%	1,18
2004	64,42	83,13	-2%	1,20
2005	69,74	83,91	1%	1,19
2006	75,41	89,45	7%	1,11
2007	79,80	93,35	4%	1,07
2008	83,29	91,83	-2%	1,08
2009	85,91	97,78	6%	1,02
2010	92,79	102,39	5%	0,98
2011	93,90	98,87	-3%	1,01
2012	98,26	99,64	1%	1,00
2013	99,96	100,76	1%	0,99
2014	100,00	100,00	-1%	1,00

Tabla 38: Gasto real considerando 50/50 ponderadores de CMO y maquinaria [\$M]

Periodo	Australia	Canada	Chile	China	EEUU	Indonesia	Kazajistán	México	Peru	Polonia	Rusia	Zambia
1997	89,92	88,24	140,36	3,89	87,31	3,55	41,32	104,84	0,23	0,40	59,10	21,36
1998	51,57	51,71	149,03	2,74	56,96	2,01	35,91	40,70	-	0,61	30,79	34,60
1999	43,50	37,29	127,16	2,71	34,27	2,33	33,41	51,27	-	0,80	22,36	11,60
2000	24,87	36,33	130,43	2,05	24,22	2,38	33,46	43,26	0,18	-	13,92	5,37
2001	28,03	30,18	110,05	2,19	9,65	1,75	41,70	53,19	-	0,11	9,81	4,29
2002	-	31,60	65,37	2,33	4,68	2,96	31,15	26,24	0,06	-	19,28	9,65
2003	28,66	47,23	82,61	3,30	6,87	2,88	20,86	22,02	0,06	0,60	12,74	10,49
2004	26,89	55,84	109,30	20,07	12,07	2,00	20,47	68,82	0,61	2,33	65,19	5,90
2005	46,63	100,48	153,84	14,01	14,34	4,62	29,06	107,19	3,11	13,21	59,75	7,90
2006	71,76	252,65	169,75	21,37	5,81	8,51	61,68	133,65	0,28	21,79	129,29	12,15
2007	246,70	255,82	272,58	40,97	16,88	10,25	64,22	205,51	0,05	29,27	182,63	36,52
2008	349,81	363,20	449,61	40,47	33,61	14,89	59,03	318,87	14,70	49,76	244,86	43,59
2009	116,53	80,75	286,36	26,36	9,75	8,29	20,85	243,04	3,52	19,58	57,45	23,64
2010	196,16	148,90	422,44	28,96	30,69	7,94	42,19	167,59	28,01	9,12	106,12	61,25
2011	469,27	187,48	613,12	79,81	48,66	40,61	34,15	252,65	45,83	23,15	320,61	115,53
2012	533,33	226,44	709,13	77,75	101,36	55,24	48,78	269,52	15,02	53,30	402,03	151,47
2013	275,89	117,45	656,85	67,89	73,02	29,57	54,90	223,10	7,89	43,51	254,61	108,07
2014	218,44	89,44	531,20	66,60	24,70	24,35	56,67	186,16	9,14	35,67	116,33	60,52

11. Anexo B: Determinación de funciones

Determinación función de nuevos descubrimientos

Tabla 39: $dx = a + bx + cw$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN									
Coefficiente de correlación múltiple	0,52018108								
Coefficiente de determinación R ²	0,27058836								
R ² ajustado	0,26278717								
Error típico	7387791,07								
Observaciones	190								
ANÁLISIS DE VARIANZA									
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F				
Regresión	2	3,7862E+15	1,8931E+15	34,685506	1,5415E-13				
Residuos	187	1,0206E+16	5,4579E+13						
Total	189	1,3993E+16							
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %	
a	584897,64	661554,111	0,88412668	0,37776314	-720170,685	1889965,97	-720170,685	1889965,97	
b	0,15062584	0,02246054	6,70624371	2,2975E-10	0,10631724	0,19493444	0,10631724	0,19493444	
c	-0,01301982	0,00664172	-1,96030933	0,05144516	-0,02612214	8,2501E-05	-0,02612214	8,2501E-05	

Tabla 40: $dx = e^a x^b w^c$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN									
Coefficiente de correlación múltiple	0,556275082								
Coefficiente de determinación R ²	0,309441966								
R ² ajustado	0,302056319								
Error típico	1,004699301								
Observaciones	190								
ANÁLISIS DE VARIANZA									
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F				
Regresión	2	84,58489941	42,2924497	41,8977442	9,23033E-16				
Residuos	187	188,7616683	1,00942069						
Total	189	273,3465677							
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %	
a	5,72517315	0,91254385	6,27386087	2,38878E-09	3,924969578	7,525376722	3,92496958	7,52537672	
b	0,408986853	0,057935176	7,05938748	3,1781E-11	0,294696334	0,523277372	0,29469633	0,52327737	
c	0,091287939	0,044766219	2,03921487	0,042835722	0,00297623	0,179599648	0,00297623	0,17959965	

Tabla 41: $dx = e^a x^b e^{wc}$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN	
Coefficiente de correlación múltiple	0,5873223
Coefficiente de determinación R ²	0,34494749
R ² ajustado	0,33794158
Error típico	0,97852983
Observaciones	190

ANÁLISIS DE VARIANZA								
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F			
Regresión	2	94,290212	47,145106	49,2366484	6,6346E-18			
Residuos	187	179,056356	0,95752062					
Total	189	273,346568						

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95.0 %	Superior 95.0 %
a	8,00666761	0,92074208	8,69588541	1,7401E-15	6,19029114	9,82304408	6,19029114	9,82304408
b	0,35206809	0,05809505	6,06020819	7,3364E-09	0,23746219	0,466674	0,23746219	0,466674
c	2,4832E-09	6,5169E-10	3,81046867	0,00018809	1,1976E-09	3,7689E-09	1,1976E-09	3,7689E-09

Tabla 42: $dx = e^a e^{xb} e^{wc}$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN	
Coefficiente de correlación múltiple	0,58607527
Coefficiente de determinación R ²	0,34348422
R ² ajustado	0,33646266
Error típico	0,97962214
Observaciones	190

ANÁLISIS DE VARIANZA								
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F			
Regresión	2	93,890233	46,9451165	48,9185116	8,1738E-18			
Residuos	187	179,456335	0,95965954					
Total	189	273,346568						

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95.0 %	Superior 95.0 %
a	13,4502509	0,08772217	153,327842	1,417E-198	13,2771986	13,6233031	13,2771986	13,6233031
b	1,7926E-08	2,9783E-09	6,01892633	9,0872E-09	1,2051E-08	2,3801E-08	1,2051E-08	2,3801E-08
c	3,849E-10	8,8069E-10	0,43704117	0,66258575	-1,3525E-09	2,1223E-09	-1,3525E-09	2,1223E-09

Determinación función de costos explotación

Tabla 43: $C_1 = a + bq + cR$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN	
Coefficiente de correlación múltiple	0,22912378
Coefficiente de determinación R ²	0,05249771
R ² ajustado	0,04360097
Error típico	3063,68012
Observaciones	216

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	2	110771112	55385555,8	5,9007835	0,00320478
Residuos	213	1999246942	9386135,88		
Total	215	2110018053			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %
a	4909,4023	287,845629	17,0556778	1,067E-41	4342,01139	5476,7932	4342,01139	5476,7932
b	-0,00106987	0,00040831	-2,62026039	0,00941885	-0,00187471	-0,00026503	-0,00187471	-0,00026503
c	2,0085E-05	1,3524E-05	1,48517017	0,13897722	-6,5725E-06	4,6743E-05	-6,5725E-06	4,6743E-05

Tabla 44: $C_1 = e^a q^b c^d$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN	
Coefficiente de correlación múltiple	0,26838749
Coefficiente de determinación R ²	0,07203184
R ² ajustado	0,06331853
Error típico	0,58062278
Observaciones	216

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	2	5,57390044	2,78695022	8,26686916	0,00034856
Residuos	213	71,80716	0,33712282		
Total	215	77,3810604			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %
a	10,5541763	0,9029053	11,6891288	1,0364E-24	8,77440199	12,3339506	8,77440199	12,3339506
b	-0,28900595	0,08425493	-3,43013692	0,00072438	-0,45508622	-0,12292567	-0,45508622	-0,12292567
c	0,09296896	0,08009236	1,16077197	0,24703392	-0,0649062	0,25084413	-0,0649062	0,25084413

Tabla 45: $C_1 = e^a e^{qb} r^c$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN								
Coefficiente de correlación múltiple	0,2536257							
Coefficiente de determinación R^2	0,064326							
R^2 ajustado	0,05554032							
Error típico	0,58302855							
Observaciones	216							
ANÁLISIS DE VARIANZA								
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F			
Regresión	2	4,97761373	2,48880686	7,32169374	0,00084094			
Residuos	213	72,4034467	0,33992228					
Total	215	77,3810604						
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %
a	7,08742024	1,33300705	5,31686627	2,6592E-07	4,45984488	9,7149956	4,45984488	9,7149956
b	-1,5226E-07	4,8357E-08	-3,1487704	0,00187476	-2,4758E-07	-5,6945E-08	-2,4758E-07	-5,6945E-08
c	0,07636507	0,08033585	0,95057273	0,34289866	-0,08199006	0,23472019	-0,08199006	0,23472019

Tabla 46: $C_1 = e^a e^{qb} e^{rc}$

ESTADÍSTICAS DE LA REGRESIÓN								
Coefficiente de correlación múltiple	0,317037183							
Coefficiente de determinación R^2	0,100512576							
R^2 ajustado	0,092066684							
Error típico	0,571643257							
Observaciones	216							
ANÁLISIS DE VARIANZA								
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F			
Regresión	2	7,77776968	3,8888484	11,9007659	1,2603E-05			
Residuos	213	69,6032907	0,32677601					
Total	215	77,3810604						
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95 %	Superior 95 %	Inferior 95,0 %	Superior 95,0 %
a	8,303288534	0,05370829	154,599763	9,994E-221	8,1974207	8,40915637	8,1974207	8,40915637
b	-3,32033E-07	7,6185E-08	-4,35824607	2,0393E-05	-4,8221E-07	-1,8186E-07	-4,8221E-07	-1,8186E-07
c	7,78122E-09	2,5234E-09	3,08366304	0,0023153	2,8072E-09			

12. Anexo C: Resultados análisis de supuestos

Función de costos

Tabla 47: Aplicación del modelo para C.P, peso 70 % ponderador IPM

Función	a	b	c
$c1 = e^a q^b e^{rc}$	12,11447922	-0,295404222	2,6022E-09

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.455.681	265.638.081	34.339.609	701.480.411	3.556
1999	9.395.166	265.805.158	43.962.367	758.389.874	3.701
2000	10.518.277	266.218.857	53.771.232	816.369.834	3.854
2001	8.715.932	265.698.948	63.769.600	880.336.715	4.020
2002	8.634.217	267.178.550	73.965.134	938.075.970	4.189
2003	9.218.675	268.935.609	84.356.410	996.953.486	4.367
2004	13.221.119	270.308.833	94.948.309	1.060.050.190	4.557
2005	14.183.656	267.887.603	105.748.198	1.142.152.781	4.770
2006	16.937.928	264.728.983	116.773.234	1.229.722.932	4.997
2007	18.009.057	259.049.057	128.031.235	1.329.862.309	5.242
2008	17.380.457	252.543.163	139.534.399	1.435.298.394	5.504
2009	15.881.092	246.918.982	151.290.675	1.539.215.819	5.778
2010	18.559.996	243.052.110	163.304.895	1.638.240.970	6.065
2011	18.440.723	236.768.323	175.581.104	1.749.596.898	6.372
2012	18.077.603	230.879.139	188.132.643	1.861.583.925	6.695
2013	17.925.044	225.636.502	200.967.609	1.973.343.550	7.035
2014	18.352.205	220.838.357	214.094.508	2.085.900.209	7.393

Tabla 48: Aplicación del modelo para C.P, peso 60 % ponderador IPM

Función	a	b	c
$c1 = e^a q^b e^{rc}$	12,64412878	-0,33498086	3,0726E-09

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.420.373	265.638.081	34.339.609	712.971.794	3.576
1999	9.314.287	265.850.931	43.972.832	780.776.728	3.743
2000	10.394.960	266.364.765	53.800.954	849.739.977	3.918
2001	8.524.287	265.995.436	63.826.584	925.498.805	4.108
2002	8.385.873	267.701.704	74.057.141	993.916.754	4.301
2003	8.931.368	269.748.769	84.490.078	1.063.542.926	4.505
2004	12.974.128	271.457.270	95.129.947	1.138.055.845	4.723
2005	13.940.600	269.337.306	105.984.111	1.234.846.216	4.965
2006	16.773.600	266.483.229	117.070.634	1.337.978.412	5.224
2007	17.810.489	261.036.227	128.397.232	1.455.756.895	5.505
2008	17.131.487	254.804.851	139.976.345	1.579.230.938	5.802
2009	15.527.359	249.512.612	151.815.593	1.700.621.988	6.115
2010	18.256.264	246.089.083	163.919.424	1.815.946.026	6.440
2011	18.139.198	240.204.899	176.291.504	1.945.407.471	6.788
2012	17.698.697	234.719.643	188.945.445	2.075.467.455	7.155
2013	17.454.610	229.964.861	201.889.360	2.204.834.931	7.539
2014	17.759.252	225.752.582	215.131.691	2.334.653.796	7.944

Tabla 49: Aplicación del modelo para C.P, peso 40 % ponderador IPM

Función	a	b	c
$c1 = e^a q^b e^{rc}$	13,43901916	-0,394394995	3,77775E-09

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.364.992	265.638.081	34.339.609	730.753.478	3.609
1999	9.187.377	265.922.200	43.988.720	815.575.171	3.808
2000	10.201.520	266.591.881	53.845.777	901.661.162	4.019
2001	8.224.023	266.456.499	63.911.916	995.619.166	4.245
2002	7.996.763	268.514.406	74.193.846	1.080.645.442	4.477
2003	8.481.101	271.011.209	84.687.411	1.166.957.165	4.721
2004	12.586.952	273.239.288	95.396.592	1.259.160.160	4.981
2005	13.559.764	271.584.394	106.328.650	1.378.525.356	5.272
2006	16.516.273	269.198.658	117.502.678	1.505.544.697	5.581
2007	17.499.802	264.105.886	128.926.179	1.650.257.421	5.915
2008	16.742.422	258.291.691	140.611.786	1.801.029.134	6.269
2009	14.975.362	253.504.055	152.566.572	1.948.795.776	6.639
2010	17.782.956	250.756.612	164.794.492	2.088.685.246	7.024
2011	17.669.976	245.477.927	177.298.762	2.245.339.700	7.436
2012	17.109.855	240.602.500	190.093.312	2.402.568.172	7.869
2013	16.724.513	236.585.655	203.186.321	2.558.326.470	8.322
2014	16.840.197	233.261.004	216.586.183	2.713.940.993	8.799

Tabla 50: Aplicación del modelo para C.P, peso 30 % ponderador IPM

Función	a	b	c
$c1 = e^a q^b e^{rc}$	13,7185714	-0,415266345	4,01996E-09

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.345.203	265.638.081	34.339.609	736.935.096	3.620
1999	9.142.014	265.947.428	43.994.159	827.726.787	3.832
2000	10.132.390	266.672.306	53.861.051	919.816.143	4.055
2001	8.116.816	266.619.710	63.940.845	1.020.101.516	4.295
2002	7.857.802	268.801.977	74.239.928	1.110.955.677	4.540
2003	8.320.222	271.457.877	84.753.631	1.203.120.660	4.798
2004	12.448.549	273.869.752	95.485.727	1.301.523.245	5.074
2005	13.423.663	272.378.901	106.443.425	1.428.726.585	5.381
2006	16.424.346	270.157.896	117.646.084	1.564.031.884	5.708
2007	17.388.881	265.188.592	129.101.125	1.718.033.521	6.062
2008	16.603.648	259.519.792	140.821.206	1.878.152.418	6.436
2009	14.778.669	254.908.146	152.813.208	2.034.944.322	6.826
2010	17.614.457	252.397.213	165.080.945	2.183.251.181	7.232
2011	17.503.087	247.329.324	177.627.513	2.349.190.925	7.667
2012	16.900.603	242.665.655	190.466.931	2.515.714.189	8.123
2013	16.465.285	238.905.537	203.607.417	2.680.496.414	8.600
2014	16.514.130	235.890.195	217.057.359	2.844.928.518	9.102

Función delta descubrimientos

Tabla 51: Aplicación del modelo para C.P, peso 70 % ponderador MO

Función	a	b	c
$dx = e^a e^{xb} w^c$	12,28528902	1,71515E-08	0,071866148

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.396.650	265.873.084	34.574.612	727.387.890	3.590
1999	9.259.490	266.370.628	44.468.806	808.983.600	3.771
2000	10.310.988	267.223.216	54.580.884	892.052.001	3.962
2001	8.393.540	267.243.839	64.912.495	983.253.043	4.168
2002	8.215.546	269.409.215	75.471.412	1.065.786.319	4.378
2003	8.733.353	271.975.420	86.253.163	1.149.821.730	4.600
2004	12.803.230	274.251.136	97.262.232	1.239.859.005	4.837
2005	13.772.299	272.692.333	108.506.659	1.357.023.700	5.101
2006	16.659.718	270.421.027	120.007.651	1.482.100.238	5.382
2007	17.672.840	265.527.235	131.773.578	1.625.220.162	5.687
2008	16.958.831	259.899.393	143.818.577	1.775.252.594	6.010
2009	15.281.822	255.272.729	156.150.743	1.922.905.276	6.348
2010	18.045.092	252.614.645	168.774.481	2.063.251.209	6.701
2011	17.929.266	247.488.365	181.693.294	2.221.120.793	7.078
2012	17.434.440	242.788.583	194.922.777	2.380.076.730	7.475
2013	17.125.870	238.903.298	208.471.932	2.538.304.403	7.892
2014	17.343.976	235.655.573	222.350.077	2.697.182.510	8.330

Tabla 52: Aplicación del modelo para C.P, peso 60 % ponderador MO

Función	a	b	c
$dx = e^a e^{xb} w^c$	12,31146803	1,72672E-08	0,069645178

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.398.087	265.747.255	34.448.783	723.534.553	3.589
1999	9.263.015	266.107.386	44.207.000	801.438.480	3.769
2000	10.316.605	266.811.305	54.173.935	880.675.393	3.959
2001	8.402.472	266.672.217	64.351.452	967.577.029	4.164
2002	8.227.618	268.665.317	74.747.023	1.046.175.169	4.373
2003	8.747.852	271.047.495	85.356.819	1.126.140.719	4.593
2004	12.816.071	273.128.064	96.185.241	1.211.729.847	4.828
2005	13.785.073	271.366.712	107.239.960	1.322.899.152	5.090
2006	16.668.457	268.882.486	118.540.806	1.441.422.144	5.370
2007	17.683.497	263.768.987	130.095.765	1.576.825.256	5.672
2008	16.972.343	257.907.871	141.918.146	1.718.591.562	5.993
2009	15.301.307	253.033.066	154.015.684	1.857.952.120	6.329
2010	18.062.137	250.108.757	166.392.681	1.990.294.213	6.679
2011	17.946.477	244.706.545	179.052.607	2.138.911.804	7.054
2012	17.456.471	239.717.555	192.010.094	2.288.348.219	7.448
2013	17.153.765	235.524.667	205.273.676	2.436.920.646	7.862
2014	17.379.863	231.949.414	218.852.188	2.585.920.271	8.297

Tabla 53: Aplicación del modelo para C.P, peso 40 % ponderador MO

Función	a	b	c
$dx = e^a e^{xb} w^c$	12,39297601	1,74909E-08	0,063821656

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.400.420	265.542.899	34.244.427	714.796.006	3.588
1999	9.268.783	265.676.435	43.778.383	784.374.764	3.766
2000	10.325.847	266.132.503	53.503.234	855.013.676	3.954
2001	8.417.240	265.724.769	63.421.347	932.317.062	4.157
2002	8.247.671	267.425.804	73.539.622	1.002.160.241	4.364
2003	8.772.024	269.494.193	83.855.682	1.073.107.401	4.581
2004	12.837.547	271.240.334	94.373.847	1.148.890.431	4.814
2005	13.806.489	269.130.065	105.101.126	1.246.962.302	5.073
2006	16.683.142	266.277.017	116.054.567	1.351.260.477	5.350
2007	17.701.443	260.780.801	127.241.493	1.470.044.315	5.649
2008	16.995.140	254.511.500	138.673.635	1.594.110.392	5.966
2009	15.334.237	249.200.859	150.358.134	1.715.809.063	6.298
2010	18.090.987	245.807.762	162.299.273	1.831.176.164	6.644
2011	17.975.651	239.918.139	174.500.638	1.960.320.609	7.014
2012	17.493.856	234.416.926	186.975.076	2.089.845.176	7.403
2013	17.201.149	229.678.379	199.730.385	2.218.328.184	7.811
2014	17.440.876	225.521.477	212.774.633	2.346.881.849	8.240

Tabla 54: Aplicación del modelo para C.P, peso 30 % ponderador MO

Función	a	b	c
$dx = e^a e^{xb} w^c$	12,44220391	1,75972E-08	0,060538334

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.401.372	265.459.487	34.161.015	710.272.117	3.587
1999	9.271.150	265.499.515	43.602.415	775.561.193	3.765
2000	10.329.655	265.852.491	53.226.541	841.787.576	3.952
2001	8.423.345	265.332.292	63.035.996	914.185.174	4.154
2002	8.255.987	266.910.360	73.037.410	979.566.995	4.360
2003	8.782.074	268.846.084	83.229.121	1.045.933.320	4.577
2004	12.846.496	270.450.321	93.615.433	1.116.754.753	4.808
2005	13.815.427	268.191.451	104.203.058	1.208.242.217	5.066
2006	16.689.281	265.180.697	115.007.732	1.305.424.230	5.341
2007	17.708.955	259.520.177	126.036.492	1.415.942.394	5.639
2008	17.004.694	253.075.080	137.300.351	1.531.245.073	5.955
2009	15.348.053	247.576.243	148.806.208	1.644.236.442	6.285
2010	18.103.104	243.980.370	160.558.389	1.751.264.464	6.629
2011	17.987.913	237.879.470	172.560.593	1.870.897.685	6.997
2012	17.509.580	232.155.840	184.824.875	1.990.744.239	7.384
2013	17.221.089	227.180.132	197.358.748	2.109.504.393	7.790
2014	17.466.560	222.770.282	210.169.986	2.228.204.660	8.216

Elasticidad

Tabla 55: Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,23

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	10.116.428	265.638.081	34.339.609	719.255.689	3.589
1999	10.321.742	265.160.532	43.978.489	796.480.127	3.770
2000	11.346.585	264.680.093	53.819.791	876.460.437	3.963
2001	10.062.599	263.380.198	63.866.482	963.136.041	4.171
2002	10.070.955	263.576.064	74.124.947	1.045.349.269	4.385
2003	10.496.184	263.974.345	84.594.183	1.129.624.678	4.612
2004	13.433.103	264.162.632	95.278.654	1.218.204.375	4.854
2005	14.039.780	261.635.569	106.184.694	1.323.568.687	5.117
2006	15.901.796	258.737.126	117.326.031	1.433.606.642	5.397
2007	16.923.660	254.218.565	128.709.266	1.554.120.239	5.697
2008	16.494.467	248.930.031	140.344.391	1.680.626.969	6.015
2009	15.487.352	244.330.538	152.239.365	1.806.271.691	6.349
2010	17.582.113	241.003.377	164.399.555	1.928.569.571	6.699
2011	17.394.804	235.851.885	176.830.177	2.062.438.341	7.071
2012	17.257.357	231.170.483	189.543.579	2.196.710.783	7.462
2013	17.331.550	226.917.555	202.548.009	2.331.825.101	7.874
2014	17.990.644	222.890.722	215.852.725	2.468.977.851	8.307

Tabla 56: Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,31

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.757.881	265.638.081	34.339.609	719.255.689	3.589
1999	9.793.358	265.519.080	43.978.489	794.789.401	3.769
2000	10.832.645	265.565.626	53.818.392	872.311.124	3.960
2001	9.233.960	264.776.462	63.861.874	956.759.590	4.165
2002	9.150.361	265.796.342	74.115.713	1.035.083.292	4.377
2003	9.622.551	267.108.167	84.577.900	1.115.078.631	4.600
2004	13.124.781	268.160.576	95.252.860	1.199.830.833	4.838
2005	13.913.122	265.930.346	106.147.411	1.304.855.001	5.100
2006	16.285.974	263.147.352	117.277.539	1.415.595.152	5.379
2007	17.305.196	258.234.190	128.650.352	1.539.395.932	5.679
2008	16.736.041	252.555.721	140.277.079	1.669.103.208	5.998
2009	15.398.747	247.708.021	152.165.419	1.797.185.410	6.332
2010	17.826.307	244.464.061	164.320.207	1.920.262.272	6.680
2011	17.675.257	239.063.358	176.745.811	2.056.621.039	7.053
2012	17.363.257	234.097.548	189.455.258	2.193.476.275	7.444
2013	17.251.088	229.735.775	202.456.742	2.330.273.674	7.855
2014	17.696.464	225.787.053	215.759.108	2.468.213.488	8.288

Tabla 57: Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,47

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.040.785	265.638.081	34.339.609	719.255.689	3.589
1999	8.739.990	266.236.175	43.978.489	791.339.288	3.766
2000	9.813.385	267.333.226	53.815.529	863.791.377	3.953
2001	7.591.975	267.556.689	63.852.377	943.659.188	4.154
2002	7.335.364	270.208.960	74.096.623	1.013.744.949	4.358
2003	7.911.711	273.320.927	84.543.953	1.084.570.501	4.573
2004	12.542.256	276.063.860	95.198.597	1.161.124.229	4.802
2005	13.690.656	274.391.429	106.068.422	1.265.480.556	5.062
2006	17.073.165	271.806.841	117.174.490	1.377.709.336	5.339
2007	18.087.699	266.084.175	128.524.989	1.508.250.892	5.640
2008	17.240.279	259.605.209	140.133.722	1.644.499.778	5.959
2009	15.248.224	254.239.000	152.007.793	1.777.561.655	6.293
2010	18.336.118	251.133.867	164.150.884	1.902.235.326	6.640
2011	18.255.427	245.212.470	176.565.605	2.043.653.063	7.012
2012	17.597.098	239.657.798	189.266.361	2.185.728.849	7.403
2013	17.115.669	235.055.552	202.261.212	2.325.916.046	7.814
2014	17.138.723	231.236.816	215.558.146	2.465.413.724	8.245

Tabla 58: Aplicación del modelo para C.P, elasticidad de -0,55

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	8.682.238	265.638.081	34.339.609	719.255.689	3.589
1999	8.215.110	266.594.723	43.978.489	789.577.440	3.765
2000	9.308.405	268.215.187	53.814.062	859.411.121	3.949
2001	6.779.222	268.940.196	63.847.476	936.922.147	4.148
2002	6.442.472	272.400.239	74.086.741	1.002.623.951	4.348
2003	7.077.077	276.397.241	84.526.215	1.068.513.392	4.558
2004	12.270.567	279.963.909	95.169.961	1.140.674.062	4.783
2005	13.597.035	278.549.804	106.026.422	1.244.716.805	5.041
2006	17.477.492	276.045.877	117.119.531	1.357.742.324	5.316
2007	18.490.087	269.906.903	128.458.048	1.491.736.372	5.618
2008	17.504.558	263.015.877	140.057.110	1.631.324.327	5.937
2009	15.188.419	257.377.686	151.923.476	1.766.927.517	6.271
2010	18.603.428	254.326.002	164.060.211	1.892.424.374	6.617
2011	18.556.720	248.131.372	176.469.010	2.036.407.666	6.989
2012	17.726.910	242.270.614	189.164.971	2.181.115.587	7.381
2013	17.062.927	237.534.811	202.156.078	2.323.006.662	7.790
2014	16.877.841	233.765.680	215.449.874	2.463.275.957	8.220

Tasa de descuento

Tabla 59: Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 3%

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.448.069	265.638.081	34.339.609	718.111.615	3.560
1999	9.380.661	265.827.866	43.977.462	790.871.031	3.708
2000	10.502.621	266.283.841	53.814.099	865.001.226	3.862
2001	8.705.172	265.818.987	63.851.865	946.436.116	4.025
2002	8.632.897	267.360.067	74.098.118	1.020.474.391	4.189
2003	9.232.128	269.179.147	84.550.095	1.096.132.229	4.361
2004	13.247.013	270.609.319	95.212.395	1.177.199.643	4.540
2005	14.227.603	268.242.351	106.092.440	1.281.301.319	4.735
2006	16.980.521	265.130.436	117.208.129	1.391.845.099	4.938
2007	18.076.939	259.508.722	128.566.934	1.516.889.407	5.153
2008	17.486.814	253.045.656	140.180.808	1.647.665.180	5.376
2009	16.062.884	247.435.251	152.057.217	1.776.224.877	5.605
2010	18.742.382	243.515.716	164.200.566	1.898.970.385	5.839
2011	18.648.303	237.187.523	176.614.754	2.035.471.833	6.085
2012	18.372.154	231.237.471	189.313.006	2.172.114.518	6.338
2013	18.332.848	225.855.616	202.303.305	2.308.251.796	6.598
2014	18.919.436	220.813.733	215.594.269	2.445.218.021	6.865

Tabla 60: Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 4%

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.423.701	265.638.081	34.339.609	718.683.652	3.574
1999	9.323.613	265.852.747	43.977.976	791.973.156	3.738
2000	10.412.794	266.366.694	53.815.536	866.545.532	3.909
2001	8.559.468	265.992.885	63.854.521	948.355.753	4.092
2002	8.438.553	267.681.098	74.102.202	1.022.528.306	4.277
2003	9.000.712	269.695.990	84.555.647	1.098.136.354	4.472
2004	13.041.758	271.358.967	95.219.335	1.179.072.649	4.677
2005	14.017.456	269.198.521	106.100.647	1.283.489.808	4.904
2006	16.832.790	266.298.155	117.217.737	1.394.522.238	5.142
2007	17.891.277	260.825.790	128.578.161	1.520.630.306	5.398
2008	17.244.826	254.550.489	140.194.138	1.652.516.373	5.667
2009	15.705.872	249.184.637	152.073.111	1.782.107.937	5.945
2010	18.424.597	245.625.081	164.219.426	1.905.483.953	6.232
2011	18.321.585	239.617.855	176.636.798	2.043.224.791	6.536
2012	17.947.414	233.998.157	189.338.685	2.181.329.831	6.853
2013	17.787.924	229.045.204	202.333.146	2.318.731.786	7.182
2014	18.210.522	224.552.848	215.628.714	2.456.711.159	7.525

Tabla 61: Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 6 %

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.527,97	267.000.000,00	24.905.000,00	640.525.139,77	3.414,56
1998	9.374.965,25	265.638.081,50	34.339.609,46	719.827.726,06	3.602,88
1999	9.208.094,24	265.902.508,16	43.979.001,38	794.180.099,99	3.797,58
2000	10.228.807,56	266.533.819,87	53.818.407,33	869.633.545,62	4.004,55
2001	8.257.697,54	266.346.428,80	63.859.823,81	952.176.826,91	4.229,93
2002	8.031.941,89	268.339.247,72	74.110.340,27	1.026.556.131,73	4.461,08
2003	8.511.842,75	270.763.623,50	84.566.657,94	1.101.944.593,37	4.706,30
2004	12.603.868,43	272.918.109,05	95.232.986,24	1.182.440.794,97	4.970,05
2005	13.564.095,63	271.197.843,80	106.116.589,42	1.287.346.236,25	5.268,10
2006	16.510.439,78	268.753.326,32	117.236.167,57	1.399.195.117,26	5.588,85
2007	17.481.378,72	263.606.156,45	128.599.437,48	1.527.342.589,55	5.939,40
2008	16.704.319,06	257.744.535,36	140.219.195,11	1.661.319.645,69	6.314,86
2009	14.899.137,45	252.923.844,11	152.102.822,92	1.792.759.448,96	6.711,83
2010	17.698.253,27	250.176.387,39	164.254.503,65	1.916.960.962,98	7.128,86
2011	17.566.122,35	244.901.125,90	176.677.495,43	2.056.848.312,12	7.579,64
2012	16.953.767,29	240.043.287,19	189.385.779,06	2.197.525.101,04	8.058,22
2013	16.498.223,00	236.091.299,74	202.387.558,91	2.336.885.442,61	8.565,17
2014	16.513.237,02	232.896.630,67	215.691.112,84	2.476.016.224,13	9.102,70

Tabla 62: Aplicación del modelo para C.P, tasa de descuento 7%

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.350.597	265.638.081	34.339.609	720.399.763	3.617
1999	9.149.624	265.927.388	43.979.514	795.284.917	3.828
2000	10.134.630	266.618.093	53.819.842	871.177.215	4.053
2001	8.101.536	266.526.091	63.862.471	954.077.942	4.302
2002	7.819.460	268.676.479	74.114.394	1.028.528.076	4.557
2003	8.254.013	271.314.740	84.572.116	1.103.742.537	4.830
2004	12.370.744	273.728.303	95.239.692	1.183.922.358	5.126
2005	13.320.070	272.242.180	106.124.312	1.288.994.357	5.464
2006	16.334.981	270.042.764	117.244.966	1.401.162.290	5.832
2007	17.255.673	265.072.266	128.609.449	1.530.278.399	6.237
2008	16.403.271	259.438.012	140.230.868	1.665.224.913	6.676
2009	14.444.672	254.920.436	152.116.563	1.797.461.360	7.144
2010	17.284.504	252.629.816	164.270.615	1.921.815.294	7.640
2011	17.130.896	247.770.696	176.695.999	2.062.570.267	8.181
2012	16.374.784	243.350.787	189.406.985	2.204.307.977	8.761
2013	15.738.228	239.980.863	202.411.845	2.344.279.939	9.380
2014	15.501.876	237.549.468	215.718.679	2.483.412.508	10.043

13. Anexo D: Resultados casos de interés

Caso Miope

Tabla 63: Aplicación del modelo caso miope

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	9.905.000	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.277
1998	9.887.550	266.529.609	34.339.609	715.181.726	3.282
1999	9.878.189	266.277.277	43.974.827	791.500.694	3.288
2000	9.876.665	266.236.211	53.811.949	869.584.737	3.296
2001	9.882.772	266.400.830	63.853.234	949.546.741	3.305
2002	9.896.341	266.766.580	74.101.756	1.031.509.378	3.315
2003	9.917.235	267.329.794	84.561.311	1.115.605.093	3.327
2004	9.945.347	268.087.600	95.236.351	1.201.976.378	3.340
2005	9.980.599	269.037.846	106.131.944	1.290.776.288	3.355
2006	10.022.934	270.179.052	117.253.749	1.382.169.147	3.371
2007	10.072.323	271.510.374	128.608.006	1.476.331.441	3.388
2008	10.128.756	273.031.578	140.201.533	1.573.452.891	3.407
2009	10.192.246	274.743.029	152.041.739	1.673.737.703	3.427
2010	10.262.829	276.645.679	164.136.636	1.777.406.020	3.449
2011	10.340.563	278.741.076	176.494.862	1.884.695.583	3.472
2012	10.425.527	281.031.365	189.125.714	1.995.863.629	3.496
2013	10.517.823	283.519.305	202.039.181	2.111.189.061	3.523
2014	10.617.577	286.208.288	215.245.987	2.230.974.919	3.551

Caso sin exploración

Tabla 64: Aplicación del modelo caso sin exploración

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	3.415
1998	9.507.043	256.203.472	3.526
1999	9.518.219	246.696.430	3.637
2000	10.706.233	237.178.211	3.757
2001	8.998.667	226.471.978	3.890
2002	9.001.171	217.473.311	4.023
2003	9.641.283	208.472.140	4.164
2004	13.579.252	198.830.857	4.318
2005	14.522.008	185.251.605	4.498
2006	17.158.255	170.729.597	4.692
2007	18.265.043	153.571.341	4.904
2008	17.690.657	135.306.299	5.132
2009	16.310.247	117.615.642	5.370
2010	18.921.247	101.305.394	5.618
2011	18.792.501	82.384.148	5.886
2012	18.512.833	63.591.646	6.167
2013	18.458.747	45.078.813	6.463
2014	19.018.264	26.620.067	6.774

14. Anexo E: Resultados mejora del modelo

Tabla 65: Aplicación del modelo con mejora caso competencia perfecta

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.399.333	265.638.081	34.339.609	719.255.689	3.589
1999	9.266.091	265.877.628	43.978.489	793.076.180	3.768
2000	10.321.526	266.450.020	53.816.972	868.089.645	3.956
2001	8.410.326	266.168.696	63.857.174	950.269.376	4.160
2002	8.238.271	418.007.473	224.106.276	1.024.555.873	4.368
2003	8.695.590	422.761.158	237.098.232	1.174.541.593	4.618
2004	12.725.990	427.425.859	250.458.523	1.337.058.034	4.888
2005	13.653.769	428.439.811	264.198.466	1.552.677.759	5.196
2006	16.554.790	428.943.045	278.355.468	1.786.346.621	5.527
2007	17.518.094	426.974.696	292.941.909	2.059.056.777	5.891
2008	16.733.598	479.496.755	362.982.062	2.349.434.747	6.280
2009	14.887.294	479.556.708	379.775.614	2.723.199.722	6.723
2010	17.649.772	562.047.232	477.153.431	3.084.226.060	7.189
2011	17.425.785	564.574.890	497.330.863	3.692.817.379	7.773
2012	16.670.899	568.176.722	518.358.479	4.329.346.453	8.401
2013	16.023.283	573.415.559	540.268.215	4.984.255.280	9.075
2014	15.764.922	580.222.571	563.098.511	5.663.584.081	9.798

Tabla 66: Aplicación del modelo con mejora caso monopolístico

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	4.699.667	265.638.081	34.339.609	719.255.689	6.328
1999	5.717.812	270.577.294	43.978.489	767.765.791	5.601
2000	6.558.901	274.676.642	53.795.649	824.372.542	5.911
2001	5.758.908	278.122.988	63.800.897	888.044.439	5.376
2002	6.352.859	432.566.025	224.002.841	948.941.898	5.220
2003	6.653.808	439.136.725	236.926.400	1.081.742.997	5.598
2004	8.060.620	445.766.547	250.210.030	1.225.711.260	8.008
2005	7.577.135	451.361.267	263.865.370	1.396.525.279	10.082
2006	8.535.935	457.834.331	277.915.569	1.569.356.571	16.633
2007	7.793.625	463.749.806	292.366.980	1.765.340.264	18.734
2008	7.394.154	525.829.894	362.240.693	1.960.370.434	17.482
2009	6.842.117	535.009.331	378.814.284	2.217.146.909	14.372
2010	9.198.884	625.283.828	475.930.899	2.478.358.833	17.626
2011	8.351.021	635.934.149	495.780.104	2.965.472.340	20.308
2012	7.824.787	648.257.959	516.454.935	3.461.645.828	19.133
2013	8.174.927	661.958.098	537.979.860	3.979.606.333	17.492
2014	8.814.000	676.197.848	560.394.538	4.560.694.566	16.261

15. Anexo F: Resultados proyección del modelo

Tabla 67: Aplicación del modelo con mejora caso competencia perfecta

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
2015	14.924.332	588.258.068	586.898.929	6.382.343.820	10.580
2016	14.016.353	598.166.605	611.731.798	7.128.427.312	11.424
2017	13.031.967	610.083.650	637.665.197	7.904.312.058	12.340
2018	11.959.974	624.164.458	664.777.971	8.712.168.041	13.336
2019	10.786.148	640.587.327	693.160.814	9.553.380.141	14.428
2020	9.491.860	659.558.065	722.917.700	10.427.682.872	15.631
2021	8.051.729	681.316.173	754.167.669	11.331.547.972	16.970
2022	6.429.159	706.143.689	787.046.913	12.255.051.387	18.479
2023	4.566.532	734.378.644	821.711.027	13.175.355.256	20.211
2024	2.357.501	766.438.038	858.336.953	14.041.391.568	22.265
2025	-	802.866.717	897.123.134	14.727.026.685	24.907

Tabla 68: Aplicación del modelo con mejora caso monopolístico

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
2015	9.076.210	690.750.237	583.760.927	5.227.275.406	16.018
2016	12.924.586	706.066.338	608.153.238	5.972.183.074	12.439
2017	12.893.838	718.637.447	633.648.933	6.994.228.739	12.468
2018	12.864.046	732.479.453	660.384.777	8.112.301.567	12.496
2019	12.829.315	747.683.952	688.453.322	9.341.699.391	12.528
2020	12.788.439	764.365.054	717.963.740	10.700.869.263	12.566
2021	12.739.846	782.656.878	749.044.003	12.212.602.130	12.611
2022	12.681.463	802.717.060	781.844.030	13.905.305.203	12.665
2023	12.610.517	824.731.443	816.539.877	15.814.745.268	12.731
2024	12.523.222	848.920.305	853.339.256	17.986.463.928	12.813
2025	12.414.316	875.546.637	892.488.809	20.479.166.902	12.914

16. Anexo G: Resultados del modelo considerando tasa de descuento del mercado

Tabla 69: Aplicación del modelo con tasa de descuento del mercado para competencia perfecta incluyendo mejora propuesta

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	9.155.655	265.638.081	34.339.609	724.976.058	3.731
1999	8.664.855	266.126.415	43.983.598	804.155.693	4.078
2000	9.327.648	267.309.251	53.831.289	883.515.812	4.473
2001	6.719.522	268.033.851	63.883.537	969.037.869	4.935
2002	5.886.666	421.577.241	224.146.449	1.043.146.000	5.431
2003	6.131.994	428.698.924	237.154.799	1.175.926.761	5.848
2004	10.567.005	435.929.369	250.517.238	1.319.965.254	6.332
2005	11.430.522	439.091.653	264.246.527	1.528.972.793	6.984
2006	14.950.888	441.804.556	278.389.952	1.758.917.687	7.749
2007	15.407.996	441.425.747	292.962.030	2.041.107.323	8.678
2008	13.835.020	496.049.535	362.993.815	2.340.087.768	9.756
2009	10.437.892	499.003.875	379.783.174	2.711.222.215	10.953
2010	13.528.200	585.938.868	477.156.059	3.043.999.088	12.279
2011	13.051.886	592.570.463	497.315.854	3.627.597.175	13.815
2012	10.752.484	600.520.688	518.317.965	4.241.223.911	15.581
2013	8.099.770	611.646.536	540.196.297	4.831.920.605	17.573
2014	5.010.783	626.327.333	562.976.864	5.377.847.016	19.798

Tabla 70: Aplicación del modelo con tasa de descuento del mercado para monopolio incluyendo mejora propuesta

Periodo	Producción [t]	Reservas [t]	Des. acumulados [t]	Gasto expl.[\$]	Precio[\$/t]
1997	10.796.528	267.000.000	24.905.000	640.525.140	3.415
1998	4.577.828	265.638.081	34.339.609	724.976.058	6.399
1999	4.571.045	270.704.242	43.983.598	779.254.299	6.193
2000	5.086.148	275.960.189	53.810.589	835.835.546	6.676
2001	4.094.486	280.888.752	63.825.301	898.274.827	6.139
2002	4.013.408	437.004.391	224.035.426	956.529.743	6.278
2003	4.445.533	445.922.040	236.966.483	1.066.634.297	6.658
2004	6.436.996	454.748.413	250.238.390	1.190.755.628	9.093
2005	6.869.102	461.940.914	263.867.887	1.353.943.151	10.651
2006	8.309.969	469.092.988	277.889.062	1.533.817.641	16.946
2007	8.796.484	475.211.749	292.317.792	1.746.928.690	17.410
2008	8.421.733	536.277.492	362.180.019	1.980.282.484	16.250
2009	7.585.562	544.439.100	378.763.361	2.286.112.561	13.665
2010	8.977.849	634.003.998	475.913.820	2.594.338.042	17.899
2011	8.929.294	644.935.680	495.823.352	3.113.083.159	19.509
2012	8.663.605	656.749.809	516.566.775	3.675.965.225	18.115
2013	8.489.482	669.701.302	538.181.872	4.279.297.742	17.155
2014	8.570.265	683.742.221	560.712.272	4.931.887.133	16.488