



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO INGENIERÍA DE MINAS

# **PRODUCTIVIDAD EN LA MINERÍA CHILENA Y ANÁLISIS DE SUS PRINCIPALES FACTORES EXPLICATIVOS A NIVEL DE FIRMA**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

**CRISTÓBAL ANDRÉS ZÚÑIGA DELGADO**

PROFESOR GUIA:

EMILIO CASTILLO DINTRANS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

FERNANDO ACOSTA BARRIGA  
MARIO VERA DELGADO

SANTIAGO DE CHILE  
2016

## RESUMEN

La productividad y su medición es un tema que siempre ha sido de gran importancia en minería, no obstante, esto se debe principalmente al cambio constante del valor de insumos. Es por esto que el uso eficiente de los recursos ha tenido gran importancia para la sustentabilidad de la industria en el medio y largo plazo.

El ámbito de aplicación de esta investigación es exclusivo para la industria de la gran minería chilena del cobre. El trabajo estudia la productividad, medida como productividad total de los factores (PTF) de diferentes faenas del país, junto al análisis de su variación, donde se incluye el recurso geológico como una de las variables determinantes en la producción del sector minero.

La función de producción estimada se calcula a través de una regresión usando datos tipo panel usando el método de efectos de eficiencia. La regresión se hizo en base a datos históricos de los factores productivos considerados como explicativos (capital físico, dotación de personal, consumo energía, ley de cobre en mineral y la razón estéril mineral) sobre la especificación de un modelo de función de producción transcendental logarítmico entre los años 2000 y 2014.

La productividad en la gran minería del cobre ha disminuido aproximadamente un 34% en el periodo 2000-2014. En donde el sector público ha decaído un 37,2% en promedio, mientras que el sector privado ha decaído un 34,2%.

Además se realizó un análisis para determinar el efecto de la zona geográfica, altitud, estructura organizacional, años de producción y la escala de producción sobre la productividad de las faenas. Se determinó que la zona geográfica, altitud y estructura organizacional de las faenas no eran de gran importancia, no así, los años en producción y la escala de producción, donde se observó claramente que las faenas con más años y faenas con mayor escala de producción tiene una mayor productividad, pero un mayor descenso de la PTF.

La variación de la PTF a través de la presente metodología indica aún una brecha de información que no es aportada por los factores productivos considerados. No obstante, es posible indicar que la productividad ha caído por factores que exceden la disminución de la calidad del recurso geológico.

## Agradecimientos

Quiero partir agradeciendo a mi familia; a mis padres, hermanos y tía Pati por el apoyo incondicional que me han dado toda la vida, por haber participado en mi formación y educación, soy la persona que soy gracias a ellos.

Quiero agradecer también a mi polola, la Nachita, por ser parte fundamental en mi vida y por haber participado de manera importante en el último periodo de la universidad siendo un apoyo en cada momento y en especial para terminar la memoria y carrera.

Quiero seguir agradeciendo a la comisión participante de mi memoria, en especial a Emilio, por la confianza, el apoyo, la dedicación, la paciencia y la predisposición que siempre tuvo a lo largo de la memoria en su rol de profesor guía. No obstante, cuando hablo de Emilio me hace imposible no verlo en un ejemplo como profesional y persona.

Me gustaría poder agradecer a todos mis equipos en los cuales participe y a toda la gente que conocí durante la universidad, sin embargo, quiero destacar alguno de ellos. Peumayen mi equipo de mechones, que me ayudo a fortalecer el deseo de jugar aun con las probabilidades en contra, JuanPutá que me mostró que no hay nada mejor que jugar con los amigos y a las selecciones de fútbol y voleibol, que me hizo conocer gente muy especial.

Por último, pero no menos importante quiero agradecer a ciertos amigos muy especiales, partiendo por Gabriel, un amigo de toda la vida que es prácticamente mi hermano y mis amigos de mechones de la U Bastian, Diego, Felipe y Lucas, por esta en los estudios, en los éxitos y fracasos de toda mi carrera.

## Tabla de Contenido

|  |    |
|--|----|
| CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....                     | 1  |
| 1.1 Introducción.....  | 1  |
| 1.2 Objetivos.....   | 2  |
| 1.2.1 Objetivos generales .....                                | 2  |
| 1.2.2 Objetivos específicos.....                               | 2  |
| 1.3 Alcances .....   | 3  |
| 1.4 Metodología .....  | 4  |
| CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES .....                                 | 5  |
| 2.1 Productividad .....  | 5  |
| 2.2 Bases Teóricas del modelo de Solow .....                   | 6  |
| 2.3 Caso particular en la minería.....                         | 8  |
| 2.4 Medición de productividad .....                            | 10 |
| 2.5 Datos tipo Panel .....                                     | 10 |
| 2.6 Efectos de eficiencia Frontera estocástica .....           | 11 |
| 2.7 Tipo de función de producción .....                        | 13 |
| CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA .....                                  | 15 |
| 3.1 Planteamiento del modelo .....                             | 15 |
| 3.2 Presentación de los datos .....                            | 15 |
| 3.3 Especificación del modelo .....                            | 21 |
| CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y ANALISIS.....                         | 24 |
| 4.1 Simplificación del modelo .....                            | 24 |
| 4.2 Resultados de productividad .....                          | 26 |
| 4.3 Relación entre la productividad y variables exógenas ..... | 28 |
| 4.3.1 Análisis por zona geográfica .....                       | 28 |
| 4.3.2 Análisis por altura.....                                 | 30 |
| 4.3.3 Análisis años en producción.....                         | 33 |
| 4.3.4 Análisis según estructura organizacional.....            | 34 |
| 4.3.5 Análisis según escala de producción.....                 | 35 |
| CAPÍTULO 5: COMENTARIOS FINALES .....                          | 38 |
| BIBLIOGRAFÍA.....  | 40 |

CAPÍTULO 6: ANEXOS..... 42

## Índice de Ilustraciones

|   |    |
|---|----|
| Ilustración 1 Evolución de la Productividad, medida como PTF, en la minería del Cobre. .... | 26 |
| Ilustración 2 Variación unitaria anual de la PTF en minería del cobre .....                 | 27 |
| Ilustración 3 Análisis por zona geográfica.....   | 29 |
| Ilustración 4 Análisis por altitud.....   | 31 |
| Ilustración 5 Análisis años en Producción.....  | 33 |
| Ilustración 6 Análisis por nivel de producción.....   | 37 |
| Ilustración 7 Topografía del Norte Grande y parte del Norte Chico .....                     | 43 |
| Ilustración 8 Topografía de la zona central y parte del Norte Chico.....                    | 43 |

## Índice de Tablas

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1 Variables determinantes de la PTF.....  | 16 |
| Tabla 2 Relación esperada de las variables con la producción .....  | 17 |
| Tabla 3 Estadísticas básicas de las variables de interés.....   | 18 |
| Tabla 4 Distribución de las regiones por zonas .....  | 18 |
| Tabla 5 Grupos Según su Altitud.....  | 19 |
| Tabla 6 Rangos para el análisis según los ritmos de producción.....   | 19 |
| Tabla 7 Resumen de las variables exógenas por faena .....   | 20 |
| Tabla 8 Matriz de correlación.....  | 21 |
| Tabla 9 Coeficientes estimados en la función de producción de la Minería en Chile .   | 25 |
| Tabla 10 Coeficientes estimados en la función de producción de la Minería en Chile  | 25 |
| Tabla 11 Regiones de cada zona.....   | 29 |
| Tabla 12 Diminución porcentual de la productividad por zona .....   | 30 |
| Tabla 13 Disminución de la productividad según altitudes.....   | 32 |
| Tabla 14 Análisis por nivel organizacional.....   | 35 |
| Tabla 15 Rangos para el análisis según los ritmos de producción.....  | 36 |
| Tabla 16 Disminución porcentual de la productividad según los ritmos de producción .....  | 37 |
| Tabla 17 Coeficientes iniciales con todas las variables .....   | 42 |
| Tabla 18 Promedio de leyes según altitudes .....  | 42 |
| Tabla 19 Límites superior e inferior para el valor crítico para probar de forma conjunta las restricciones de igualdad y desigualdad..... | 44 |
| Tabla 20 Resumen de la variación de la PTF de las faenas .....  | 45 |

# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

## 1.1 Introducción

En economía, los temas relacionados con el uso eficiente de los recursos ha sido foco de investigación para los especialistas, destacando la búsqueda por encontrar datos que corroboren la teoría y plantear distintos modelos que permitan explicar la producción (COCHILCO, 2014). En esta materia, los análisis, estudios e investigaciones sobre la productividad han ahondado en distintas metodologías que entreguen la mayor información del concepto de productividad y sobre los elementos determinantes que explican las variaciones de la misma (COCHILCO, 2013).

En particular, en la minería, la productividad y su medición es un tema que siempre ha sido relevante (Das, 2011), de esta manera, a través de los años, se ha buscado distintas formas de cómo medir la productividad, sobre todo considerando alzas en los costos de producción por el aumento de precio de los insumos, mano de obra, baja de precio de los metales, aumento de profundidad de los yacimientos, entre otros.

En particular, nuestro país ha enfrentado un escenario en que el positivo ciclo de precios de los commodities ha significado una búsqueda constante por el aumento de la producción, lo que puede incidir en ineficiencias productivas por la expectativa de un mayor retorno financiero. Además, la madurez de varios yacimientos y la caída de la calidad del recurso mineral contribuyen a la preocupación del sector por mantener su liderazgo en la minería del cobre a nivel mundial al aumentar los costos de producción. Si bien varios agentes han intentado demarcar una ruta para explicar las variaciones productivas, aun no se realiza consenso en el sector sobre la manera óptima de enfrentar el tema (COCHILCO, 2013).

Dado lo anterior, se hace importante la utilización eficiente de los recursos productivos para asegurar la sustentabilidad de la industria en el mediano y largo plazo.



## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivos generales**

Cuantificar la evolución de la productividad de la industria de la gran minería del cobre en Chile, analizando las diferencias causantes de las variaciones de productividad en los últimos 15 años.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Realizar una revisión sobre las formas de medición de productividad en la industria minera y proponer una metodología de medición de productividad en la minería.
- Elección de variables significativas para la medición de productividad según análisis técnicos y matemáticos.
- Estimar las brechas de productividad en base a un modelo propuesto.
- Analizar distintas variables que afectan la medición de productividad establecida.

### 1.3 Alcances

El ámbito de aplicación de esta investigación es exclusivo para la industria de la gran minería chilena del cobre. El trabajo consistirá en cuantificar y estudiar la productividad, medida como productividad total de los factores de diferentes faenas del país, junto al análisis de su variación a lo largo del tiempo.

El año de inicio para el análisis de variación de productividad es el año 2000, mientras que el análisis finaliza para el año 2014. El estudio se realiza a 26 faenas productoras de cobre y subproductos de Chile, desde la Región de Tarapacá hasta la Región del Libertador General Bernardo O'Higgins, incluyendo faenas privadas y públicas.

Los datos son facilitados a través de la Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO) obtenidos por el reporte anual entregado por cada faena minera.

Por lo tanto queda fuera del alcance del estudio el análisis comparativo internacional y de otras industrias distintas a la minera del cobre, además de la pequeña y mediana minería del país.

## 1.4 Metodología

Con el fin de analizar la productividad de la gran industria chilena del cobre y su variación en el tiempo, se propuso la siguiente metodología, la cual está dividida en cuatro capítulos:

### 1. Los antecedentes:

- ✓ Entender el concepto de productividad,
- ✓ Comprender el caso particular de la minería y cómo incorporarla en el concepto de productividad,
- ✓ Analizar distintos modelos para la medición de productividad,
- ✓ Comprender las ventajas de la elección del modelo elegido.

### 2. La metodología:

- ✓ Recopilación de la información,
- ✓ planteamiento del modelo y las variables de interés elegidas,
- ✓ Indicar los supuestos para obtener la especificación del modelo.

### 3. Los resultados y análisis:

- ✓ Ajustes al modelo dado los resultados preliminares
- ✓ Obtener resultados finales
- ✓ Se realizaran pruebas para el estudio de variables externas que puedan afectar la productividad.

### 4. Los comentarios finales:

- ✓ Se obtienen las conclusiones y comentarios finales,
- ✓ Recomendaciones para trabajos futuros.

## CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES

El capítulo de antecedentes revisa los distintos tópicos y conceptos necesarios y utilizados en este trabajo. Primeramente, se revisan las definiciones de productividad y cómo esta puede ser medida. Luego, se explica el caso particular de la minería y cómo afecta en el cálculo de productividad. A continuación, se analiza formas de estimación de la productividad, en particular, por qué la utilización de "mínimos cuadrados ordinarios", utilizados en trabajos similares al de esta memoria como en COCHILCO 2014 no es la mejor forma para la medición de la evolución de productividad, y las ventajas de hacerlo por medio de datos de panel, en particular el uso de "modelo de frontera estocástica", este último método también ha sido utilizado en investigaciones similares como es usado en Australia en BREE 2013

### 2.1 Productividad

El crecimiento de la productividad es frecuentemente elogiado por la comunidad empresarial, comentaristas de los medios y políticos como la solución a la mejora del nivel de vida, sin embargo, hay poco acuerdo sobre que es productividad en realidad. Para algunas personas el crecimiento de la productividad viene de trabajar más duro y más largo (no remunerados) horas, para otros es el retorno de la inversión en capital (tales como la infraestructura y la inversión en educación). La productividad también se ha equiparado a 'trabajo más inteligente', pero exactamente lo que esto implica es raramente definida (Gordon, Zhao, & Gretton, 2015).

Muchas veces se entiende productividad como la relación entre la cantidad de bienes y servicios producidos y la cantidad de recursos utilizados. En la fabricación, el concepto productividad es utilizado para evaluar el rendimiento de los talleres, las máquinas, los equipos de trabajo y los empleados. Así, en minería se puede utilizar la medición de productividad de diferentes formas.

Entenderemos productividad en esta memoria, como la relación que existe entre la cantidad de insumos y recursos utilizados para la obtención de un producto determinado, utilizando así, la función de producción (Cobb y

Douglas, 1928) por un modelo básico para explicar lo que produce una economía (Y), en virtud de 2 insumos principales como lo son los bienes de capital<sup>1</sup> (K) y trabajo<sup>2</sup> (L); donde, además se agrega la gestión de los insumos y/o el cambio tecnológico (t) en la siguiente ecuación:

$$Y = F(K, L; t) \quad (1)$$

Bajo la definición anterior, el efecto tecnológico o también llamado productividad total de factores (PTF), corresponderá a la porción de la producción no explicada por cambio en la dotación o stock de factores productivos o insumos (Solow, 1957).

## 2.2 Bases Teóricas del modelo de Solow

Por comodidad, Solow supone que el cambio técnico es neutral, es decir, que un desplazamiento de la función de producción no altera la distribución del ingreso para una relación capital-trabajo dada. En consecuencia, la función de producción toma la siguiente forma:

$$Y = A(t)F(K, L) \quad (2)$$

En este caso, el factor multiplicativo A(t) mide el efecto acumulado de las modificaciones del producto a lo largo del tiempo. Derivando la "ecuación 2" con respecto al tiempo y dividiendo por Y se obtiene:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + A \frac{\partial F}{\partial K} \frac{\dot{K}}{Y} + A \frac{\partial F}{\partial L} \frac{\dot{L}}{Y} \quad (3)$$

Los puntos indican las derivadas con respecto al tiempo. Además, si se definen  $\alpha$  y  $\beta$  como las participaciones relativas de cada factor dentro del producto, es decir:  $\alpha = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y}$  y  $\beta = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y}$ , reemplazando en la ecuación anterior:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + \beta \frac{\dot{L}}{L} \quad (4)$$

ó

---

<sup>1</sup> Se entiende como bienes de capital a todos los equipos necesarios para realizar la explotación minera, tales como equipos, instalaciones de servicio, planta de procesamiento, fundiciones, etc.

<sup>2</sup> Hace referencia a la dotación de personal necesario para realizar la labor minera.

$$gy = ga + \alpha gk + \beta gl \quad (5)$$

Donde  $gy$  es la tasa de crecimiento del producto,  $ga$  la tasa de crecimiento del progreso técnico,  $gk$  y  $gl$  las tasas de crecimiento del stock de capital y trabajo, y  $\alpha$  y  $\beta$  la participación de las remuneraciones del capital y trabajo dentro del producto. Esta función, expresada en términos de producto por trabajador suponiendo homogeneidad, da lugar a la siguiente ecuación:

$$gy_p = ga + \alpha gk_p \quad (6)$$

Donde  $gy_p$  es el producto por trabajador,  $gy_p$  el capital por trabajador y  $\alpha$  la participación de la remuneración del capital dentro del producto.

Se puede plantear, así mismo, una función de propiedad de ser homogénea de grado uno. Formalmente se tiene:

$$Y = AK^\alpha L^\beta \quad (7)$$

Expresando esta función como el producto por trabajador en función del capital por trabajador se llega a la siguiente ecuación:

$$y_p = AK_p^\alpha \quad (8)$$

Donde  $y_p$  es el producto por trabajador,  $k_p$  relación capital trabajo y  $\alpha$  sigue siendo la participación de la remuneración del capital dentro del producto. Así mismo, podemos llegar a la siguiente expresión después de linealizar la ecuación

$$Gy_p = ga + \alpha gk_p \quad (9)$$

Con base en la ecuación [4] o en la ecuación [7] se puede calcular  $ga$  por residuo, tal y como hizo Solow. Esto quiere decir que la tasa de crecimiento del producto por trabajador es observada, igual que la tasa de crecimiento del capital por trabajador y la participación de la remuneración al capital en el producto. La ecuación resultante es:

$$ga = gy_p - \alpha gk_p \quad (10)$$

El crecimiento del progreso técnico es entonces igual a la tasa de crecimiento del producto menos la tasa de crecimiento del capital ponderada por la participación de la remuneración del capital dentro del producto. Con base en el crecimiento del progreso técnico se puede hallar el índice de progreso técnico  $A(t)$  de la manera que propone Solow en su artículo:  $A(t) = (1 + ga)^t$ ,

donde  $ga$  es la tasa de crecimiento. También se puede calcular  $A(t)$  en tiempo continuo, en cuyo caso  $A(t) = e^{gat}$ .

## 2.3 Caso particular en la minería

La minería es una actividad económica primaria que basa su funcionamiento en la dotación y extracción de los recursos naturales provenientes de la corteza terrestre. Al ser una industria en la cual se extraen recursos naturales, muchas veces, los determinantes de la ventaja comparativa en la industria son de segundo orden de importancia en comparación con la dotación de recursos, características geológicas, ubicación de infraestructura profundidad y geometría del yacimiento, ley de mineral, cantidad de subproductos y de impurezas, entre otras características (Topp & Kulys, 2013).

Por esto, uno de sus insumos principales en la minería es el recurso geológico, factor que no se considera en el cálculo convencional de la productividad, como vimos en la sección anterior, donde la producción de Solow solo considera el capital físico, dotación personal y la PTF. De esta forma, los cambios en la calidad del factor geológico quedan incorporados en la PTF, invalidando cualquier análisis de productividad que se haga a partir de ésta (COCHILCO, 2013).

Dada la dificultad de valorizar el recurso natural, los investigadores han optado por buscar variables proxy para cuantificar el factor geológico y los cambios en la calidad de éste. Así, una de las técnicas más utilizadas ha sido tratar el gasto en exploración como parte del capital, con lo cual los recursos naturales estarían implícitamente incorporados en la serie de capital. Sin embargo, esta opción no es del todo fiable ya que no considera dos hechos relevantes. Primero, esta técnica no corrige por cantidad y calidad del recurso natural, ya que asume retornos constantes entre la cantidad-calidad del mineral extraído y cada peso gastado en exploración a través del tiempo. Y segundo, no considera el rezago existente entre la ejecución del gasto en exploración y cuando se descubre el mineral, lo que genera distorsiones en la contabilidad del crecimiento ya que se están mezclando insumos de distintos periodos de tiempo para explicar la producción de un año determinado.

Otro enfoque es el que siguieron Lasserre y Ouellette (1998) quienes incorporan directamente en la función de producción el factor geológico, pero medido como la ley del mineral, la cual reflejaría los cambios en la calidad del mineral. Este último es el enfoque que se adopta para esta memoria.

Además, se pensó en la incorporación de la razón estéril mineral (REM), como otro factor importante para la caracterización del factor geológico que debe estar presente en el análisis de productividad en minería del cobre, pues nos da una aproximación del esfuerzo relativo a la extracción.

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}Ley^{\delta}REM^{\theta} \quad (11)$$

Usar el consumo energético en minería como proxy del factor geológico, ya que captura las caídas en leyes, las mayores distancias al profundizarse los yacimientos, las mayores durezas de las rocas y la mayoría de los procesos que van siendo más intensivos en energía (COCHILCO, 2013). Agregando a lo anterior, puede ser observado como un indicador de la utilización del capital, corrigiendo de cierta manera aquel capital físico que está ocioso que podría afectar en la productividad real, además de ser un importante insumo en la producción minera.

De esta manera, la expresión inicial de Solow queda modificada a la siguiente expresión.

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}E^{\gamma}Ley^{\delta}REM^{\theta} \quad (12)$$

Por otro lado la ventaja comparativa en la minería y el procesamiento de minerales es en gran parte un regalo de la naturaleza transitoria, debido al agotamiento de los recursos. Los países con los mejores depósitos y la producción a más bajos costos son los más competitivos en los mercados mundiales. Una vez que sus depósitos se agotan, ventaja comparativa se desplaza a los países con los siguientes mejores depósitos, (Tilton & Landsberg, 1997). Es por esto la necesidad de la incorporación de los recursos naturales dentro del análisis de productividad

El residuo de Solow tiene una interpretación directa como medida del cambio técnico en condiciones de competencia perfecta y rendimientos constantes a escala. Cuando estas condiciones no se cumplen, el residuo tiene que ser ajustado apropiadamente con el fin de ser considerado una medida correcta del cambio técnico. Se sostiene que en las industrias extractivas, el residuo



de Solow también se ve afectado por el agotamiento continuo de un recurso no renovable. (Rodríguez & Arias, 2008).

Un aspecto relevante de la medición de productividad como residuo de funciones de producción (PTF) y no de la función de costos corresponde a la libertad sobre supuestos restrictivos como el hecho de operar en mercados competitivos, retornos constantes de escala o precios uniformes (Das, 2011).

## 2.4 Medición de productividad

Para la obtención de los modelos explicativos de la PTF, los trabajos por décadas han utilizado el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO u OLS por sus siglas en inglés), sin embargo esta metodología presenta algunas críticas:

- Primero, no permite el estudio de los efectos individuales (Castellacci, 2008).
- Segundo, los estimadores son inconsistentes y pueden ser insesgados cuando tratemos de analizar varios periodos de tiempo y efectos individuales (Castellacci, 2008).

Aun así, han servido de base para muchos estudios de gran relevancia para la teoría económica. Para solucionar algunos de los problemas descritos anteriormente, en las últimas décadas la metodología de datos de Panel se ha hecho muy popular debido a que esta técnica tiene en cuenta los efectos fijos de los individuos que pueden ocasionar comportamientos no aleatorios de las variables, y las series de tiempo cuyos datos tienen su propia dinámica que debe ser estudiada.

## 2.5 Datos tipo Panel

Los Datos tipo panel tienen la característica de dar seguimiento a grupos de individuos o empresas a lo largo de los años no suponiendo independencia entre las observaciones en el tiempo. Existe un factor inobservable  $a_i$  constante en el tiempo, característico a cada empresa en los cuales podemos reconocer sus causas, pero no serán incluidas dentro del análisis. Lo complicado es obtener los datos para todos los individuos y tiempos (Andrade, Bittencourt, Gaspar 2014).

Para aplicar este método es necesario reunir dos requisitos:

- Tener un conjunto de individuos pudiendo ser estos, por ejemplo, empresas o países.
- La existencia de observaciones de los mismos individuos (al menos parcialmente) durante un determinado periodo de tiempo (un conjunto de años).

Existen varios métodos de resolución para los datos de panel. Cada uno tendrá ventajas y desventajas bajo ciertos supuestos, en particular en este trabajo se utilizó el modelo de efectos de eficiencia Frontera estocástica.

## **2.6 Efectos de eficiencia Frontera estocástica**

El método utilizado en este trabajo se denomina análisis de frontera de producción estocástica y constituye uno de los métodos adoptados en la literatura sobre ineficiencia técnica. Mediante ese análisis se obtiene uno de los componentes de la PTF denominado eficiencia técnica.

En este enfoque se emplean técnicas econométricas (paramétricas), con cuyos modelos de frontera de producción se estudia la ineficiencia técnica y se reconoce que el producto puede resultar afectado por perturbaciones aleatorias, ajenas al control de los productores. Al contrario de los enfoques no paramétricos, que suponen fronteras determinísticas, el análisis de frontera estocástica permite desviaciones de la frontera cuyo error puede descomponerse para distinguir entre alteraciones de eficiencia técnica y perturbaciones aleatorias Zamora M. (2002).

En los modelos de frontera determinística, las desviaciones con respecto a la frontera de producción se atribuyen a la ineficiencia técnica del productor. En tales modelos se ignora que la producción puede resultar afectada por perturbaciones aleatorias ajenas al control del productor, como las huelgas o las condiciones ambientales, entre otras (Andrade, Bittencourt, Gaspar 2014).

A diferencia de otros modelos utilizados anteriormente, este modelo presenta la ventaja de permitir que las ineficiencias y las elasticidades de los insumos varíen en el tiempo, facilitando la identificación de los cambios en la estructura de producción.

El modelo de efectos de eficiencia de Battese y Coelli (1995) descrito previamente, ofrece ciertas ventajas:

1. admite que la eficiencia varíe en el tiempo,
2. permite diferenciar el cambio en la eficiencia del cambio técnico,
3. especifica la ineficiencia como función de un conjunto de variables explicativas, cuyos parámetros se estiman simultáneamente con la frontera estocástica.

Además, el modelo de frontera estocástica permite una descomposición de la PTF en sus componentes que caracterizan al proceso de producción general. El procedimiento utilizado permite la identificación de los componentes de eficiencia técnica, que corresponden a los movimientos de una economía en dirección a la frontera de producción, y del componente relativo al progreso técnico, que se refiere al desplazamiento de la propia frontera (Andrade, Bittencourt, Gaspar 2014).

Este procedimiento, empleado por Bauer (1990) y Kumbhakar (2000) consiste en que al admitirse una especificación de frontera de producción flexible, como en el caso de la translog, es posible descomponer la PTF en los componentes de eficiencia técnica, eficiencia en la asignación, efecto de escala y progreso técnico. Este método ha sido utilizado para el análisis de productividad de la industria minera en Australia.

Si bien, el modelo ofrece la oportunidad de la descomposición de la PTF y analizar cuanta influencia tiene sobre la productividad la eficiencia técnica, eficiencia en la asignación, efecto de escala y progreso técnico, escapa de los alcances de esta memoria la realización de este análisis.

## 2.7 Tipo de función de producción

Junto al tipo de metodología a utilizar, es necesario definir el tipo de función de producción para el planteamiento del modelo. Considerando los alcances sobre separabilidad de variables y homogeneidad de la función básica de Cobb – Douglas, los trabajos en la literatura económica optan por el uso de la función de producción transcendental logarítmica (Christensen, Jorgenson y Lau 1973).

No obstante, hay formas matemáticas mediante pruebas de funcionalidad para determinar la mejor forma funcional que se ha de emplear en el estudio. En primer lugar, se estima la función de producción en la forma Cobb-Douglas y a continuación en la forma translog, con el fin de compararlas mediante la prueba de funcionalidad y determinar la mejor forma funcional que se ha de emplear en el estudio. Si bien la forma funcional Cobb-Douglas se utiliza comúnmente en los modelos de estimación de frontera, es un modelo simple con un número limitado de propiedades, entre las que se destacan la elasticidad y los rendimientos de escala (Andrade, Bittencourt y Gaspar 2004).

Así, de acuerdo con algunos estudios, se emplea la prueba de forma funcional, con la que se estiman tanto la forma Cobb-Douglas como la translog, y se pone a prueba la hipótesis nula de que la Cobb-Douglas es la forma adecuada para la representación de los datos, vistas las especificaciones de la translog. Esto puede probarse mediante la prueba de la razón de verosimilitud. Se emplea el cuadro de Kodde y Palm (1986)<sup>3</sup> para la comparación de los valores críticos de los resultados, dados los grados de libertad.

Después de obtener los dos modelos y sus respectivas razones de máxima verosimilitud (LL), se considera el estadístico de verosimilitud generalizada (LR) de las funciones de producción estimadas. Luego se aplica la prueba de hipótesis:

Prueba de hipótesis:

$H_0$ : LL Cobb – Douglas

$H_1$ : LL translog

---

<sup>3</sup> Apuntado en anexos

Y en consecuencia, la razón de verosimilitud generalizada

$$LR = -2[\ln LL H_0 - \ln LL H_1]$$

Lo que da un resultado de LR = de 14.3, por lo que según el recuadro de kodde y palm 1986, el cual se puede ver en anexos LR > T Kp por lo que se rechaza H<sub>0</sub>.

Con el fin de buscar un modelo ideal para la representación de los datos, se realizaron otras pruebas de formas funcionales además de la presentada anteriormente entre la Cobb-Douglas y la translog. En dichas pruebas cambiaron solo algunas de las variables de ineficiencia, pero debido a la falta de convergencia entre algunos modelos no fue posible realizar comparaciones.

## CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

En este capítulo se indican las diferentes consideraciones y supuestos establecidos para determinar la productividad en la minería del cobre en Chile. Con esta intención se utiliza información acerca de la producción de la industria de la gran minería del cobre chilena.

La productividad se define como la razón entre el valor del producto y los insumos. Por tanto, el crecimiento de la productividad depende de la diferencia entre el aumento de la producción y el aumento de los insumos. De esta manera, la variación de la productividad se calcula como una cantidad residual.

### 3.1 Planteamiento del modelo

Una forma de medir la productividad de una industria es cuantificar la Productividad Total de los Factores (PTF). La tasa de variación de la PTF corresponde a la diferencia entre la tasa de crecimiento de producción real y la tasa de crecimiento estimada por sus factores productivos como se muestra a continuación:

$$\ln\left(\frac{\Delta A}{A}\right) = \ln\left(\frac{\Delta Q}{Q}\right) - \ln\left(\frac{\Delta \gamma}{\gamma}\right) \quad (12)$$

### 3.2 Presentación de los datos

Como vimos se muestra en el capítulo antecedentes las variables productivas que inciden y determinan la producción en diferentes industrias exceden al capital y el número de trabajadores. Por este motivo, se debe determinar qué insumos adicionales son relevantes y significativos en la producción. En el caso de la industria minera, sin duda, el recurso geológico es un factor productivo que determina la producción del sector como fue explicado en el capítulo de antecedentes, no obstante la incorporación de este factor al cálculo de la PTF no es trivial, pues hay distintos índices o indicadores que podrían ser considerados.

Para la estimación de la función de producción de cobre para el presente estudio los factores productivos significativos corresponden a: Capital en equipos (maquinarias y plantas), dotación de personal, consumo total de energía y la calidad del recurso geológico. El recurso geológico es modelado utilizando la ley del mineral, que corresponde a una aproximación de la calidad del mismo, y la utilización de la variable razón estéril mineral que es una aproximación del esfuerzo relativo a su extracción, según las análisis explicados en el punto 2.3 de esta memoria.

Por otro lado, la variable que se desea explicar es la producción de cobre en la minería chilena. Para los casos de faenas que dentro de la producción minera incluyen elementos adicionales al cobre, el nivel de producción es llevado a cobre equivalente, en virtud de los precios al año 2014, evitando incluir sesgo por variación de precios de subproductos. De este modo, la producción queda definida por el tonelaje de cobre equivalente en cada faena. Además, es importante señalar que todas las variables son medidas en términos anuales, evitando problemas de estacionalidad. La definición de las variables y su fuente se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1 Variables determinantes de la PTF**

| Variable                      | Unidad                | Descripción   | Fuente              |
|-------------------------------|-----------------------|---|---------------------|
| Producción (Q)                | TMF                   | Corresponde a la cantidad de cobre fino equivalente contenido en productos de cobre y otros minerales producidos    | COCHILCO            |
| Cap. físico(K)                | Millones de \$US 2014 | Corresponde a la cuantificación de capital físico acumulado en propiedades, planta y equipos en unidades monetarias | Estados financieros |
| Personal (L)                  | # Personal            | Corresponde a la cantidad de trabajadores permanentes involucrados en procesos y actividades productivas            | SERNAGEOMIN         |
| Energía (E)                   | GWH                   | Corresponde al consumo total de energía, lo que incluye electricidad y combustibles                                 | COCHILCO            |
| Ley de cobre en mineral (Ley) | %                     | Corresponde a la ley promedio del mineral extraído  | Cochilco-WoodMac    |
| Razón estéril mineral (REM)   | UN.                   | es una medida relativa que se entiende como la cantidad de material estéril extraído para obtener mineral           | COCHILCO - WoodMac  |

Fuente: COCHILCO, 2014

Los razonabilidad de los coeficientes que acompañan a las variables explicativas se indican en la Tabla 2. Se espera que los coeficientes de las variables de capital físico, la dotación de personal, consumo de energía y la

ley de cobre tengan signo positivo, ya que se deduce intuitivamente que al aumentar su cantidad, estas inciden positivamente en el incremento de la producción. Por otro lado, la variable de la razón estéril mineral es una medida relativa de esfuerzo extractivo utilizando el método de extracción a rajo abierto, por lo cual se espera que el signo que acompaña a esta variable sea negativo. En este sentido, a mayor acumulación de las variables positivas, se debería tener un efecto positivo en la producción, es decir, que debe manifestarse en un aumento en la producción de cobre fino. Lo anterior corresponde a un comportamiento general, y no particular, por lo que debe tomarse como una tendencia esperada más que una determinante obligatoria para cada dato de la muestra.

**Tabla 2 Relación esperada de las variables con la producción**

| Variable                      | Unidad                | Impacto en producción |
|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Capital Físico (K)            | Millones de \$US 2014 | (+)                   |
| Dotación de personal (L)      | # Personas            | (+)                   |
| Consumo Energía (E)           | GWh                   | (+)                   |
| Ley de cobre en mineral (Ley) | %                     | (+)                   |
| Razón estéril Mineral (REM)   | Un.                   | (-)                   |

Fuente: COCHILCO, 2014

Es importante mencionar que las variables de dotación de personal, consumo de energía, ley de cobre en mineral y la razón estéril mineral no requieren ningún tipo de tratamiento antes de su utilización en el modelo de regresión ya que se trata de unidades donde su valor nominal es invariante en el tiempo. Sin embargo, para el caso del capital físico, que es medido en unidades monetarias y afectadas por niveles de precios, se realizó un ajuste según el índice de precios de bienes de capital.

La base de datos utilizada para la estimación de la función de producción, considera la información de 26 faenas con cobre como producto principal en el periodo 2000 – 2014. De esta manera las series de tiempo más largas, por faena, corresponde a 15 años, que es el caso de 20 de un total de 26 faenas. Las faenas restantes poseen series de tiempo más cortas dado que sus operaciones entraron en operación en el periodo 2000 – 2014 o debido que los datos referidos a un año en particular no pudieron ser recopilados. Así el total de datos para cada una de las variables a considerar es de 344. En la Tabla 3 se indican los valores máximos, mínimos y la mediana de las variables consideradas en el modelo.



**Tabla 3 Estadísticas básicas de las variables de interés**

| Variable       | Unidad                | # Faenas | # Datos | Mínimo | Máximo     | Promedio  | Desv estándar |
|----------------|-----------------------|----------|---------|--------|------------|-----------|---------------|
| Producción (Q) | TMF                   | 26       | 344     | 4,300  | 1,545,704  | 225,178   | 252,539       |
| Cap. físico(K) | Millones de \$US 2014 | 26       | 344     | 17,158 | 12,026,966 | 1,174,666 | 1,451,318     |
| Personal (L)   | # personas            | 26       | 344     | 250    | 13,315     | 2,076     | 1,880         |
| Energía (E)    | GWH                   | 26       | 344     | 99,6   | 6,357      | 1,291     | 1,214         |
| Ley            | %                     | 26       | 344     | 0.15   | 1.82       | 0.86      | 0.34          |
| REM            | UN.                   | 26       | 344     | 0.47   | 19.42      | 3.8       | 2.68          |

Fuente: COCHILCO, 2014

En la sección 4.3 de la memoria, se realizaron análisis con respecto a variables exógenas (altitud de la faena, propiedad, tiempo de producción, zona geográfica y volumen de producción), en la siguiente tabla se muestra la caracterización por faena de estas variables.

De las 26 faenas analizadas, 7 son de propiedad pública, mientras que 19 son de propiedad privada.

En tanto, la distribución por zonas geográficas se da en mayor parte en la zona 2 con 14 faenas en esta zona, luego 6 faenas en la zona 4 mientras que en la zona 1 y 3 solo tienen 3 faenas cada una. La distribución

**Tabla 4 Distribución de las regiones por zonas**

| Zonas  | Regiones                             | Número de faenas |
|--------|--------------------------------------|------------------|
| Zona 1 | Primera Región                       | 3                |
| Zona 2 | Segunda Región                       | 14               |
| Zona 3 | Tercera Región y cuarta Región       | 3                |
| Zona 4 | Quinta, sexta y Región metropolitana | 6                |

Fuente: Elaboración propia

En tanto a la altitud, las faenas se separaron en 4 grupos. En donde 6 faenas están en el rango del grupo 1, por otro lado, 7 faenas se ubican en el rango del grupo 2, mientras que 9 faenas en el rango del grupo 3 y 4 en el grupo que considera las faenas a mayor altitud. En la tabla 5 se detalla cómo se distribuyen las altitudes para cada grupo, mientras que en la sección 4.3.2 de la memoria se detalla de qué manera fueron elegidas estas altitudes.

**Tabla 5 Grupos Según su Altitud**

| Grupos  | Altitud [msnm] | Número de faenas |
|---------|----------------|------------------|
| Grupo 1 | <1000          | 6                |
| Grupo 2 | 1000-2500      | 7                |
| Grupo 3 | 2500-3000      | 9                |
| Grupo 4 | >3000          | 4                |

Fuente: Elaboración propia

Para el análisis de los ritmos de producción se eligieron 4 rangos, los cuales se ven en la tabla número 6. En este caso no se puede hablar de cantidad de faenas en cada rango, pues hubo faena que estaban en los márgenes de producción elegidos, por lo que cambiaban de rango a la mitad de los periodos o iban cambiando constantemente, no obstante se hizo el conteo por cantidad de datos que está en cada rango, independiente si de un año a otro eran las mismas faenas involucradas. Así en el rango 1 se recopilieron 106 datos en los 15 años de análisis, para el rango 2 se obtuvieron 93 datos, para el rango 3 se tienen 79 datos, mientras que el rango 4 contiene 66 datos.

**Tabla 6 Rangos para el análisis según los ritmos de producción**

| Rangos  | Escala de producción [KTMF/año] | Número de datos |
|---------|---------------------------------|-----------------|
| Rango 1 | <100                            | 106             |
| Rango 2 | [100-200)                       | 93              |
| Rango 3 | [200-400)                       | 79              |
| Rango 4 | >400                            | 66              |

Fuente: Elaboración propia

A continuación se muestra una tabla resumen de la caracterización de las faenas explicadas en el punto anterior, en donde se muestra faena por faena la caracterización que recibe cada faena según los parámetros y rangos señalados.

**Tabla 7 Resumen de las variables exógenas por faena**

| Faenas | Tiempo de producción <sup>4</sup> [años] | Propiedad | Zona geográfica <sup>5</sup> | Rangos de Altitud <sup>6</sup> |
|--------|--|-----------|------------------------------|--------------------------------|
| 1      | 15                                       | privada   | 2                            | 3                              |
| 2      | 15                                       | privada   | 1                            | 4                              |
| 3      | 15                                       | privada   | 3                            | 2                              |
| 4      | 15                                       | privada   | 4                            | 3                              |
| 5      | 15                                       | privada   | 4                            | 1                              |
| 6      | 15                                       | privada   | 2                            | 4                              |
| 7      | 15                                       | privada   | 2                            | 1                              |
| 8      | 15                                       | privada   | 3                            | 1                              |
| 9      | 15                                       | privada   | 2                            | 2                              |
| 10     | 15                                       | privada   | 2                            | 1                              |
| 11     | 15                                       | privada   | 1                            | 3                              |
| 12     | 15                                       | privada   | 1                            | 4                              |
| 13     | 15                                       | privada   | 2                            | 3                              |
| 14     | 15                                       | privada   | 2                            | 3                              |
| 15     | 2  | privada   | 2                            | 2                              |
| 16     | 6  | privada   | 2                            | 3                              |
| 17     | 15                                       | privada   | 4                            | 3                              |
| 18     | 15                                       | Pública   | 4                            | 3                              |
| 19     | 15                                       | Pública   | 3                            | 3                              |
| 20     | 8  | Pública   | 2                            | 2                              |
| 21     | 4  | Pública   | 2                            | 2                              |
| 22     | 15                                       | Pública   | 2                            | 1                              |
| 23     | 12                                       | Pública   | 2                            | 2                              |
| 24     | 15                                       | Pública   | 4                            | 1                              |
| 25     | 15                                       | privada   | 2                            | 2                              |
| 26     | 11                                       | privada   | 4                            | 1                              |

Por otro lado, el uso de la función de producción debe considerar el problema asociado a la simultaneidad o multicolinealidad de las variables explicativas. Dadas las características de las variables y la manera en que se realiza la actividad minera, se deben tener en cuenta las relaciones que se dan entre los conceptos explicativos seleccionados. Esto quiere decir que a pesar de ser variables separadas (ninguna contiene a la otra directamente) si existen

<sup>4</sup> Aquellas faenas que dicen que tienen 15 años de producción, son faenas que tienen más de 15 años de producción, pero para análisis de la memoria solo se consideran los últimos 15.

<sup>5</sup> En la sección 4.3.1 se especifica cómo fueron distribuidas las zonas geográficas.

<sup>6</sup> En la sección 4.3.2 se muestran y explican cómo fueron distribuidos los rangos de altitud.

relaciones de dependencia, pues una mayor cantidad de plantas y equipos requerirá mayores cantidades de insumos para su operación.

Para clarificar la situación, la matriz de correlación entre las variables permite descartar la existencia de multicolinealidad exacta. Sin embargo, se debe tener presente que el consumo de energía es una variable altamente correlacionada con las variables de capital físico (0,82) y consumo de energía (0,84), ya que se encuentra relacionada con el tamaño de los proyectos. Sin embargo, en este estudio se incorpora la variable de consumo de energía ya que es una proxy a la utilización del capital, además de ser un importante insumo en la producción minera (ver Tabla 8).

**Tabla 8 Matriz de correlación**

|                | Producción (Q) | Cap. físico(K) | Personal (L) | Energía (E) | Ley (Ley) | REM |
|----------------|----------------|----------------|--------------|-------------|-----------|-----|
| Producción (Q) | 1              |                |              |             |           |     |
| Cap. físico(K) | 0.779          | 1              |              |             |           |     |
| Personal (L)   | 0.747          | 0.825          | 1            |             |           |     |
| Energía (E)    | 0.886          | 0.789          | 0.836        | 1           |           |     |
| Ley (Ley)      | 0.23           | 0.143          | 0.029        | 0.043       | 1         |     |
| REM            | 0.079          | -0.019         | 0.073        | 0.237       | 0.103     | 1   |

Fuente: Elaboración propia

### 3.3 Especificación del modelo

De acuerdo al punto anterior, de las variables consideradas como significativas junto con la elección de la función trascendental logarítmica como la más indicada (como fue explicado en el punto 2.4 de la memoria), y en la utilización del modelo de efectos de eficiencia de la frontera estocástica explicados en el punto 2.6, para estimar la medición de la PTF queda definida de la siguiente manera:

$$\ln(Y_{it}) = A_{it} + \sum_{i=1}^n \beta_i * \ln(x_i) + \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} * \ln(x_i) * \ln(x_j) + v_{it} - \mu_{it} \quad (13)$$

Donde,

$Y_{it}$ : Producción de cobre fino en TMF equivalente en la faena i en el periodo t,

$A_{it}$ : Es la estimación de la PTF como residuo, entre la producción la y la estimación de los factores productivos, para la faena i en el periodo t

$x_{ij}$ : Principales factores productivos que determinan la producción de faena. En este caso se, determinaron: capital físico (K) [MU\$], dotación de personal (L) [un.], consumo energía (E) [GWH], ley de cobre en mineral (ley) [%], razón estéril mineral (REM)

$\beta_i$ <sup>7</sup> y  $\alpha_{ij}$ <sup>8</sup>: coeficientes a ser determinados a través de una regresión que acompañan a los factores productivos

$v_{it}$ : Perturbaciones aleatorias de la función de producción, que por hipótesis se distribuyen mediante una función normal con media cero y varianza constante.

$\mu_{it}$ : Ineficiencia técnica de producción modelada de la siguiente forma

$$\mu_{it} : \delta z_{it} + \omega_{it} \quad (14)$$

$z_{it}$ : corresponde a un vector de variables que explican la ineficiencia técnica y  $\delta$  es un parámetro asociado a  $z_{it}$

$\omega_{it}$ : Tiene una distribución normal por hipótesis  $N(0, \sigma_\omega^2)$ . De acuerdo con la hipótesis anterior, se asume también por hipótesis que  $\mu_{it}$  se distribuye independientemente y por medio de una distribución normal truncada con media  $\omega_{it} = \delta z_{it}$  y varianza  $\sigma_\omega^2$ .

La especificación del modelo planteado considera la variabilidad temporal de los coeficientes de los factores productivos, considerando un factor de eficiencia, y haciendo las estimaciones por medio de datos tipo panel. Por otro lado, el modelo no considera relación entre las faenas, suponiendo que la producción es enteramente explicada por sus factores productivos.

<sup>7</sup> Son los coeficientes que acompañan a los factores productivos individuales.

<sup>8</sup> Son los coeficientes que acompañan a los factores productivos cruzadas.

Además se considera el supuesto de que las empresas mineras pueden alcanzar su máxima eficiencia, la cual es alcanzada en al menos uno de los periodos evaluados, considerando como la frontera de producción total.

## CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y ANALISIS

En este capítulo se presentaran los principales resultados, detallándose cómo se obtuvieron, según los pasos y análisis realizados.

### 4.1 Simplificación del modelo

Al efectuar una regresión del modelo especificado en (13), los resultados preliminares entregaron información contradictoria. En primer lugar, al realizar la regresión con todas la variables, los signos de las variables significativas no concordaban con la proyección inicial esperada (tabla 2), además que los coeficientes que acompañaban a algunas variables cruzadas tenían mayor relevancia que sus variables separadas, o se observaba que las variables separadas no eran significativa, pero en conjunto sí, lo que tampoco concordaría con los análisis previos.

Por otro lado, el valor que acompaña a la ley mineral pareciera estar sobre valorado debido a su alto peso relativo frente a los coeficientes de las otras variables. Por este motivo, el modelo transcendental logarítmico presentado en (13), debió nuevamente ser especificado reduciéndose a una función de producción Cobb-Douglas ampliada, donde se conservan los factores productivos principales y no sus variables cruzadas, como se muestra en (15).

$$\ln Y_{it} = A_{it} + \beta_k * \ln (K_{it}) + \beta_L * \ln (L_{it}) + \beta_E * \ln(E_{it}) + \beta_{Ley} * \ln(Ley_{it}) + \beta_{REM} * \ln(REM_{it}) - \mu_{it} \quad (15)$$

Donde,

- $Y_{it}$ : Producción de cobre fino equivalente en la faena  $i$  en el tiempo  $t$ .
- $K_{it}, L_{it}, E_{it}$ : factores productivos no geológicos, específicamente el Capital físico, dotación de personal y la energía consumida por la faena  $i$  en el tiempo  $t$ .
- $Ley_{it} + REM_{it}$ : factores productivos geológicos correspondientes a la ley de mineral y la relación estéril mineral de la faena  $i$  en el tiempo  $t$ .
- $\beta_k, \beta_L, \beta_E, \beta_{Ley}, \beta_{REM}$ : Coeficientes de factores productivos a ser estimados en la función de producción en minería.
- $A_{it}$ : medición de productividad como residuo de funciones de producción (PTF) para la faena  $i$  en el tiempo  $t$
- $\mu_{it}$ : Ineficiencia técnica de producción modelada.

Al efectuar una regresión lineal el modelo de frontera estocástica, en la especificación del modelo, mostrado en (15), se calcularon los coeficientes de cada variable en la función de producción de la industria minera del cobre. Al realizar la regresión se descartan los efectos de simultaneidad y multicolinealidad.

**Tabla 9 Coeficientes estimados en la función de producción de la Minería en Chile**

| Factores | Coeficientes | Error típico | z     | P>  z |
|----------|--------------|--------------|-------|-------|
| K        | 0.274        | 0.034        | 8.12  | 0.00  |
| L        | 0.222        | 0.054        | 4.14  | 0.00  |
| E        | 0.333        | 0.023        | 14.41 | 0.00  |
| Ley      | 0.369        | 0.062        | 5.95  | 0.00  |
| REM      | -0.061       | 0.038        | -1.59 | 0.11  |

Fuente: Elaboración propia

Los valores determinados para los coeficientes permiten reconocer la razonabilidad planteadas de los factores de producción. Esto quiere decir que los signos que acompañan a los coeficientes corresponden a los planteados inicialmente en el modelo. No obstante, el coeficiente de significancia p de la relación estéril mineral (REM) nos indica que la variable no es significativa para la obtención de la productividad. De esta manera, las variables explicativas significativas en el modelo corresponden al capital físico, la dotación de personal, el consumo energético y la ley del mineral.

Es por esto, que es recomendable realizar la regresión nuevamente, pero esta vez, sin considerar la REM. Los valores se pueden ver en la tabla 10.

**Tabla 10 Coeficientes estimados en la función de producción de la Minería en Chile**

| Factores | Coeficientes | Error típico | z     | P>  z |
|----------|--------------|--------------|-------|-------|
| K        | 0.288        | 0.032        | 8.78  | 0.00  |
| L        | 0.227        | 0.054        | 4.22  | 0.00  |
| E        | 0.319        | 0.021        | 14.86 | 0.00  |
| Ley      | 0.347        | 0.061        | 5.72  | 0.00  |

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, también es importante destacar que la suma de los coeficientes en la función de producción estimada, como se observa en (16), es mayor a uno lo que supondría economías de escala. Sin embargo, para



precisar esta conclusión se requiere de un análisis y estudio particular de los datos.

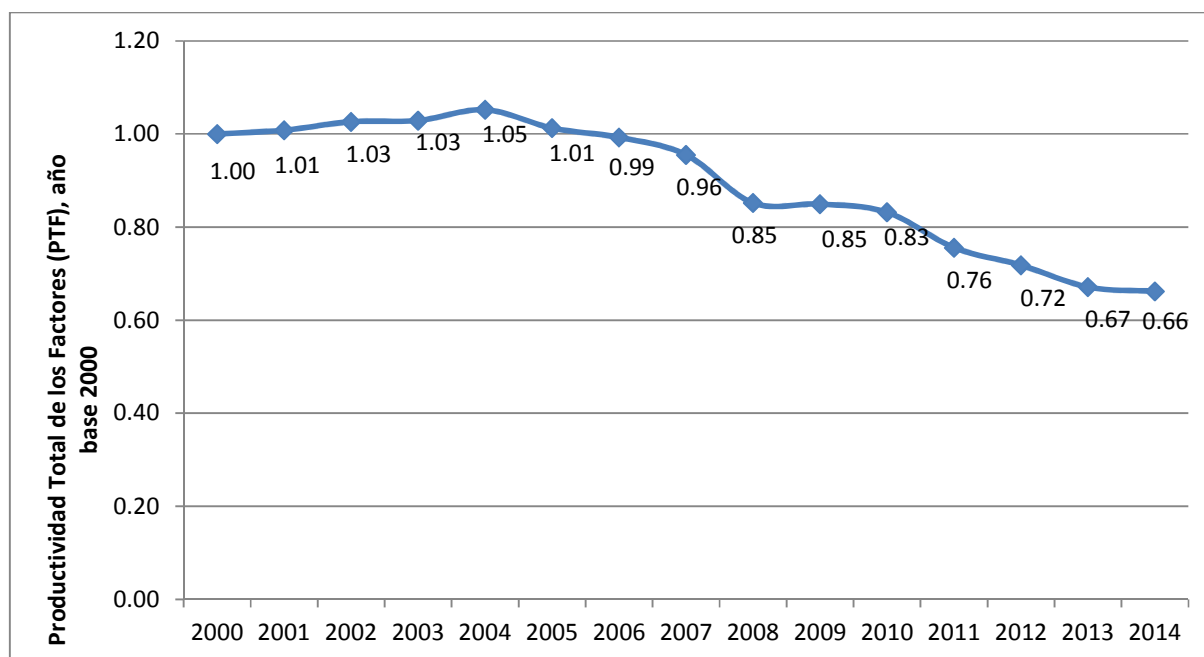
$$Q_{it} = A_{it}K_{it}^{0.288}L_{it}^{0.227}E_{it}^{0.319}Ley_{it}^{0.347} - \exp(\mu_{it}) \quad (16)$$

## 4.2 Resultados de productividad

Utilizando la ecuación (16) se calcula la productividad por faena, la cual es finalmente ponderada según su peso relativo en la producción, lo que permite determinar la productividad nacional agregada en cada año.

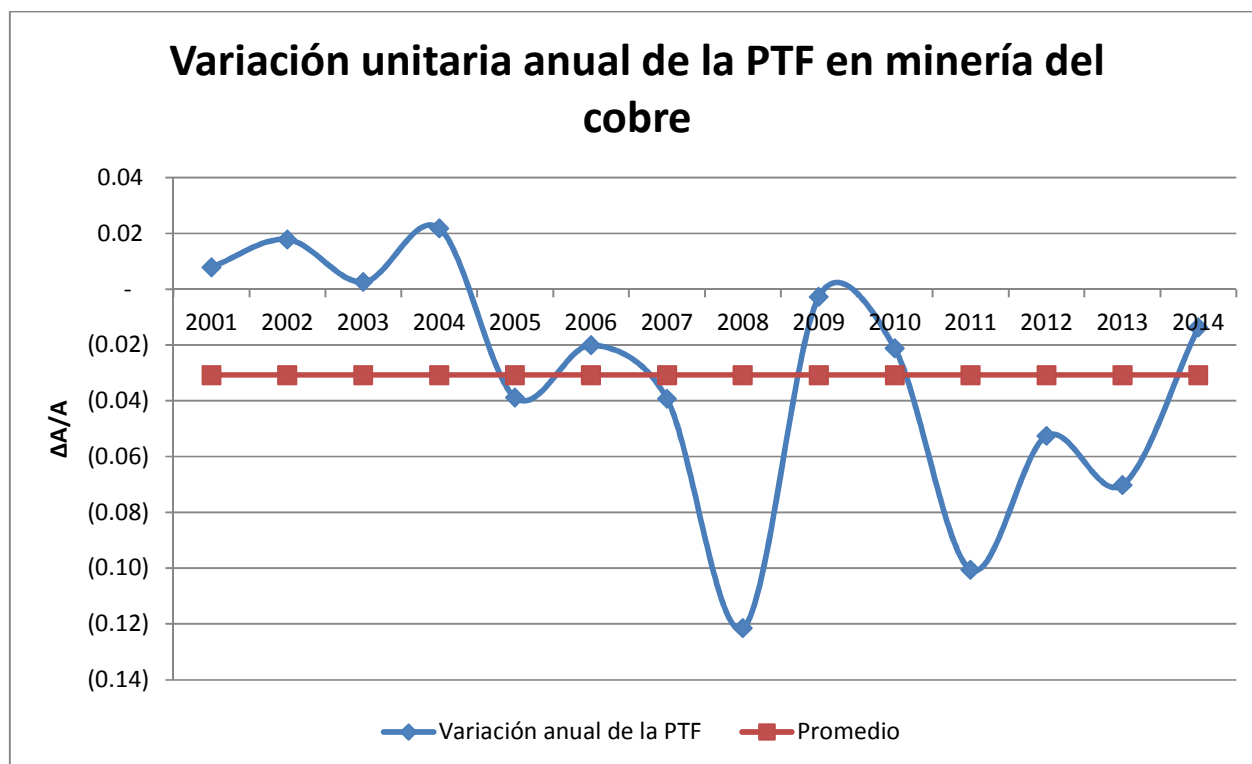
De estos resultados se puede determinar que la productividad ha disminuido en un 34% en el periodo 2000 – 2014. En promedio la productividad en la minería del cobre ha disminuido a una tasa anual de 1,6%, donde se visualizan dos periodos principalmente en la ilustración 2. El primero corresponde al periodo 2000 – 2004, donde la productividad experimenta una tasa de crecimiento promedio de un 1,4%. Sin embargo, en el periodo 2004 – 2014 la productividad en la minería disminuyó en una tasa promedio de un 2,8% anual.

**Ilustración 1 Evolución de la Productividad, medida como PTF, en la minería del Cobre.**



Fuente: Elaboración propia

Ilustración 2 Variación unitaria anual de la PTF en minería del cobre



Fuente: Elaboración propia

Como se indicó el capítulo dos, la PTF captura los cambios en la producción que no están asociados a la variación de los factores productivos considerados en la función de producción. En este sentido, el modelo captura el efecto que produce la variación de la calidad del recurso natural en el tiempo, en este caso medido como la ley de mineral. De esta manera, la disminución de la ley de mineral de cobre es uno de los factores productivos que inciden en la disminución de la producción, pero no una de las variables que inciden en la disminución de la productividad, ya que esta se encuentra considerada dentro del modelo. Si existen variables geológicas que inciden en la productividad de la minería, como por ejemplo las especies mineralógicas tratadas (especialmente agentes contaminantes) y la dureza del mineral, que no se encuentran en el presente modelo, eventualmente podrían influir de manera negativa en la productividad del sector. De esta manera, se puede inferir que los factores que posiblemente han determinado negativamente la productividad del sector se encuentran relacionados con la calidad del recurso humano a nivel operacional y gerencial, administración y gestión de los insumos productivos y el deterioro del recurso geológico que no es medido a través de la leyes de mineral ni la razón estéril mineral.

Adicionalmente es importante mencionar que el presente modelo no mide la utilización del capital físico, lo que puede estar provocando un sesgo en la medición de la productividad. En otras palabras, no incluye explícitamente una medida que pueda ponderar qué parte del capital físico fijo está siendo utilizado en la producción. Sin embargo, el modelo considera el factor productivo de la energía, el cual es una buena aproximación de la intensidad de uso del capital. A mayor cantidad de equipos funcionando dentro de una faena minera, mayor será su consumo eléctrico y de combustibles, por lo que se considera que este problema queda resuelto parcialmente

### **4.3 Relación entre la productividad y variables exógenas**

En este capítulo se analizarán distintos factores externos que podrían afectar en la productividad, buscando factores externos a las variables explicativas previamente expuestos.

#### **4.3.1 Análisis por zona geográfica**

Se analizó cuánto era la productividad y su evolución en el tiempo de las distintas faenas, según su ubicación geográfica en Chile, con el sentido de buscar si alguna región tiene mayor productividad que el resto, lo que se podría explicar cómo que alguna región ofrece mayor facilidad para la producción minera, por infraestructura, políticas, cercanía con otras faenas u otras cualidades.

En la tabla 11, se observa cómo fueron seleccionadas las zonas para este análisis. La elección de cómo sería la agrupación de las zonas se hizo en base a 2 fundamentos. Primero se consideró que tuvieran una cantidad de faenas para poder realizar el análisis de la variación de la PTF, luego se consideró que tuvieran geografía<sup>9</sup> similar para que fueran agrupables dentro de una misma zona, es por esto que la tercera Región de Atacama quedó agrupada junto a la Cuarta Región de Coquimbo, y en la zona 4 quedaron agrupadas las regiones de Valparaíso, la Región de O'Higgins y la metropolitana.

---

<sup>9</sup> Más detalles de esto se puede ver en el punto 4.3.2 de la memoria.

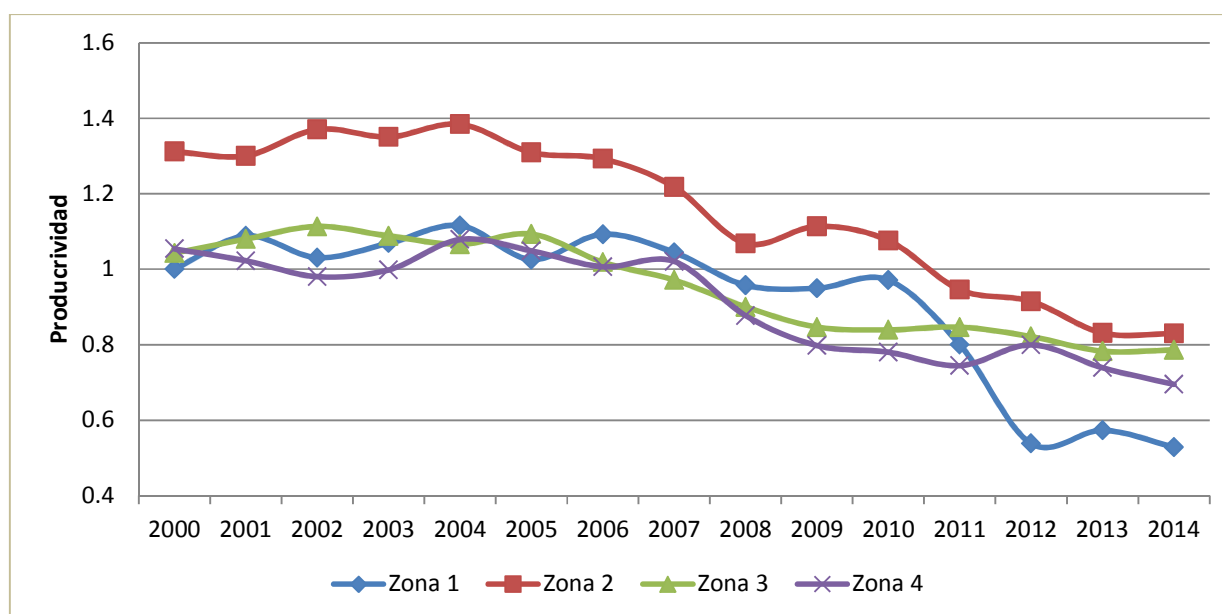
**Tabla 11 Regiones de cada zona**

| Zonas  | Regiones                      |
|--------|-------------------------------|
| Zona 1 | Primera                       |
| Zona 2 | Segunda                       |
| Zona 3 | Tercera Región y cuarta       |
| Zona 4 | Quinta, sexta y metropolitana |

Fuente: Elaboración propia

De este modo vemos en la ilustración 4 como varió la productividad en distintas zonas.

**Ilustración 3 Análisis por zona geográfica**



Fuente: Elaboración propia

En la ilustración anterior se puede observar que las faenas de la zona 2 (línea roja), en promedio, durante todo el periodo tienen mayor productividad que las otras zonas. Esto en gran parte se puede deber a la gran cantidad de faenas concentradas en esta zona, lo que facilitaría la producción por caminos utilizados o instalaciones de las mineras cercanas, dándose una mejor conectividad y mayor facilidad para la labor minera, produciéndose una sinergia entre las faenas economía de mercado. Además se observa que en general entre las otras zonas no hay grandes diferencias en la productividad a lo largo de los periodos.

Como se observa en la tabla 12, la productividad en la zona 1 ha disminuido considerablemente<sup>10</sup> en los últimos periodos, esto se debe a que en general, las faenas de esta zona, han aumentado la cantidad de capital físico, pero ha mantenido la misma producción lo que ha provocado una disminución en la PTF. Lo que no se debería a algo específico de la región, sino a una condición externa y casual de cada faena, por lo que no se podría deducir que algún factor propio de la zona sea causante de esta disminución.

En tanto a la zona 3, se observa una caída menor en comparación a las otras zonas, esto se debe a que en general las variables productivas no han disminuido considerablemente, esto se podría explicar con que las minas que se ubican en este sector son de producción comparativamente pequeñas, por lo que el mantener la producción necesitan menos incorporación de equipos, no ha ocurrido un aumento en la profundidad de las minas de manera considerable, por lo que no se necesita capital adicional (físico y humano).

**Tabla 12 Diminución porcentual de la productividad por zona**

| Zonas  | Variación de la productividad (2000-2014) |
|--------|---|
| Zona 1 | 47%                                       |
| Zona 2 | 37%                                       |
| Zona 3 | 25%                                       |
| Zona 4 | 34%                                       |

Fuente: Elaboración propia

### 4.3.2 Análisis por altura

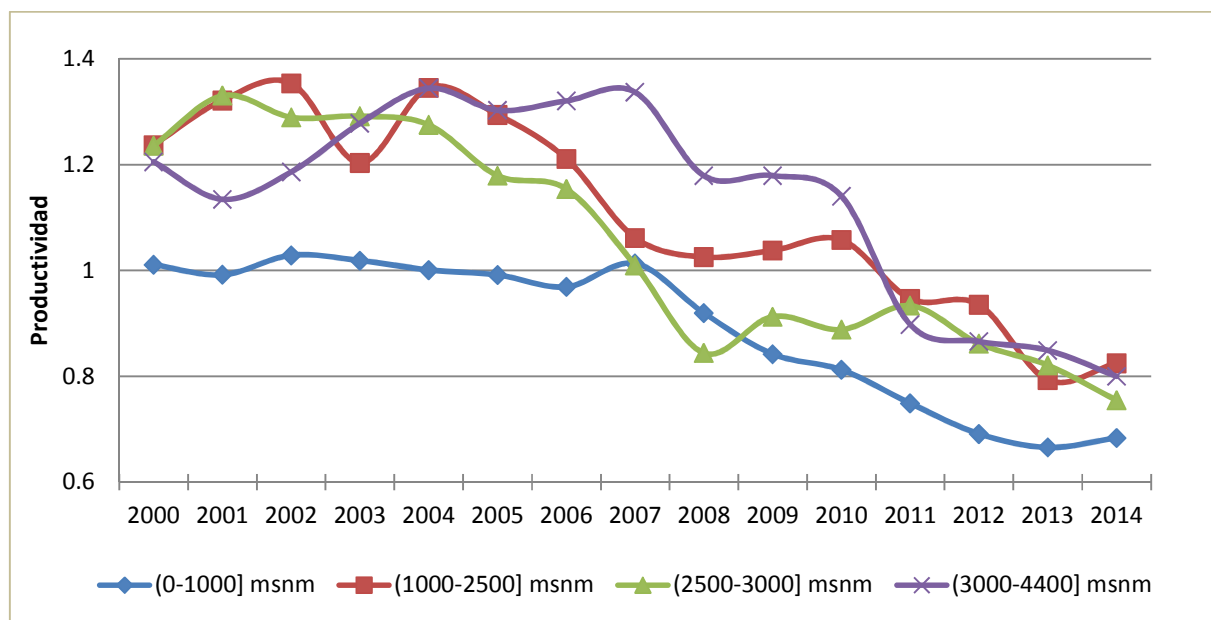
En esta sección se analizará la altura como factor externo influyente en la PTF de las faenas mineras. Pues sabemos que el relieve chileno tiene bastante particularidades y va cambiando a medida que se está más lejos del océano. Muchos los yacimientos en Chile están ubicados a baja altitud y cercano de puertos o pueblos, mientras que otras faenas están ubicadas en zonas más aisladas y con menos conectividad hacia puertos y/o pueblos y ciudades, lo que dificulta en la logística de la operación. Otras faenas, se encuentran situados en lugares a gran altitud, lo que podría dificultar la salud de algunos trabajadores pudiendo afectar el rendimiento o la utilización de la maquinaria, falta de aguas en algunas zonas dado la geografía o mayor

<sup>10</sup> Un 41% desde el año 2010

traslados de material estéril, todas estas condiciones podrían provocar interferencias en la producción, ocasionando un descenso en la productividad. Es por esto, que parece interesante analizar si la condición de altura de la faena minera puede ser causante de una baja productividad de manera significativa o determinante. En la ilustración 5 se pueden observar los resultados.

Todas las faenas analizadas en esta memoria se ubican entre la primera Región de Tarapacá y la sexta Región de O'Higgins, regiones la cuales muestran dos topografías muy características<sup>11</sup>. La primera, abarca el norte grande del país y parte del norte chico (Región de Atacama) y la segunda topografía contempla parte del norte chico (Región de Coquimbo) y la zona central<sup>12</sup>. Estos dos tipos de relieves se usaron como referencia para la elección de los rangos de altitud vistos en la ilustración anterior. El primer rango hace referencia a la zona más cercana al mar, el segundo rango hace referencias a faenas que se ubican principalmente entre la Cordillera de la Costa y la Cordillera de Domeyko en la zona 1, el tercer rango hace referencia a faenas ubicadas al este de la Cordillera de Domeyko en la zona 1 y entre los valles transversales de la zona 2, y el ultimo rango incorpora las faenas ubicadas en la Cordillera de los Andes.

**Ilustración 4 Análisis por altitud**



Fuente: Elaboración propia

<sup>11</sup> Los perfiles topográficos mencionados se pueden ver en la sección de anexos.

<sup>12</sup> Información obtenida del Instituto Geográfico Militar

En la figura anterior vemos que las faenas que se encuentran a una menor altura (entre 0 y 1000 msnm), en promedio tienen menor productividad de aquellas faenas que se encuentran a otras altitudes. Esto se debe principalmente a que las faenas con menor altura son las que presentan las menores leyes<sup>13</sup>, por esto, su baja PTF en comparación a los otros rangos de altitud quedaría explicada por las leyes y no por la altitud de las faenas. Por otro lado, las faenas de mayor altitud son las que tienen, en promedio, las mayores leyes, no obstante, necesitan mayor capital físico para lograr su producción, lo que se compensa, observando que no hay diferencias con las otros dos rangos de altitudes.

Por lo tanto, la intuición inicial de que aquellas faenas con mayor altitud tendrían menos productividad, asumiendo que podrían tener más interferencias en la producción, no se ve reflejada en los resultados, ya que en promedio, es medianamente igual que en las otras cotas de altitudes, por lo que la altitud, no se consideraría como una variable que pueda afectar significativamente la PTF.

Además, se observa en la tabla 13, que en promedio los 4 rangos de altitudes presentan disminución similar en la PTF, por lo que confirmaría la conclusión de que la altitud no es determinante ni del valor de la productividad ni del decaimiento de esta en los periodos estimados.

**Tabla 13 Disminución de la productividad según altitudes**

| Altitudes        | Disminución de la productividad (2000-2014) |
|------------------|---|
| (0-1000] msnm    | 32%   |
| (1000-2500] msnm | 33%   |
| (2500-3000] msnm | 39%   |
| (3000-4400] msnm | 34%   |

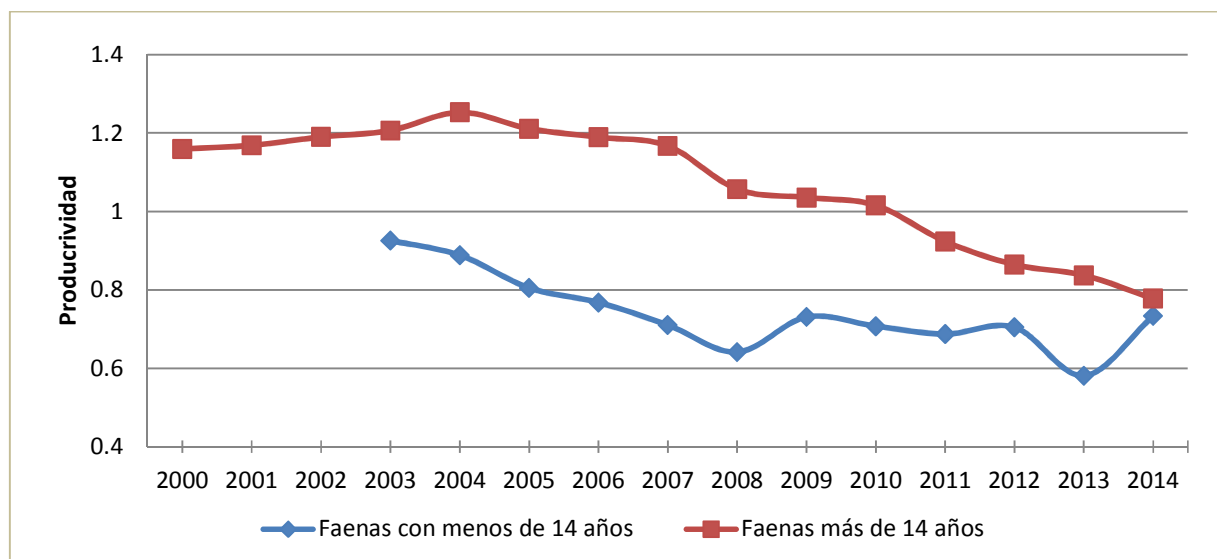
Fuente: Elaboración propia

<sup>13</sup> En anexos se puede ver una tabla de las alturas y las leyes promedios

### 4.3.3 Análisis años en producción

Se desea evaluar si la cantidad de tiempo en producción tenía alguna relación con la productividad esperando 2 resultados, por un lado que las faenas con mayor tiempo de producción tengan una mayor productividad, siendo esto explicado por el conocimiento que se obtiene de las faenas a lo largo de las explotación logra mejor productividad neta. Por otro lado, que el descenso de la productividad de las faenas con más años de producción sea mayor, esto debido a que se espera que estas faenas tengan mayor profundidad, provocando que la tonelada marginal sea más costoso en termino de recursos, provocando un mayor descenso en la, se obtuvieron los siguientes resultados.

Ilustración 5 Análisis años en Producción



Fuente: Elaboración propia

En la ilustración anterior, se puede observar que en promedio la productividad de las faenas que llevan más de 15 años es mayor que aquellas faenas que tienen menos de 15 de años de productividad. Esto puede ser explicado por la experiencia obtenida de las faenas por el de los yacimientos y de la cadena productiva propia de cada faena. También se podría deber a que aquellas empresas que tienen menos de 15 años de producción al tener menos experiencia sobre la explotación propia del yacimiento tienen mayor cantidad de equipos ociosos por retrasos no programados, suponiendo que estas faenas presentan más fallas.



No obstante, en los últimos años se observa que aquellas empresas con menos de 15 años, se van acercando a la productividad de aquellas faenas que tienen más de 15 años de producción, esto podría responder a que las empresas están alcanzando el mismo nivel de conocimiento que aquellas faenas de más de 15 años de producción, sin embargo, esto es muy difícil de demostrar y es únicamente un supuesto. Ya que, podría explicarse según el segundo supuesto, que la profundidad de las faenas de más de 15 años de producción estuviese siendo más influyente en la productividad igualando la productividad neta.

Además, se observa que la productividad de aquellas faenas con menos de 15 años de producción ha bajado un 21%, mientras que aquellas faenas que tienen más de 15 años de producción han disminuido su productividad, en promedio, un 35% desde el año 2003 (para que sean comparables en el mismo intervalo de tiempo), respaldando el punto anterior.

#### **4.3.4 Análisis según estructura organizacional**

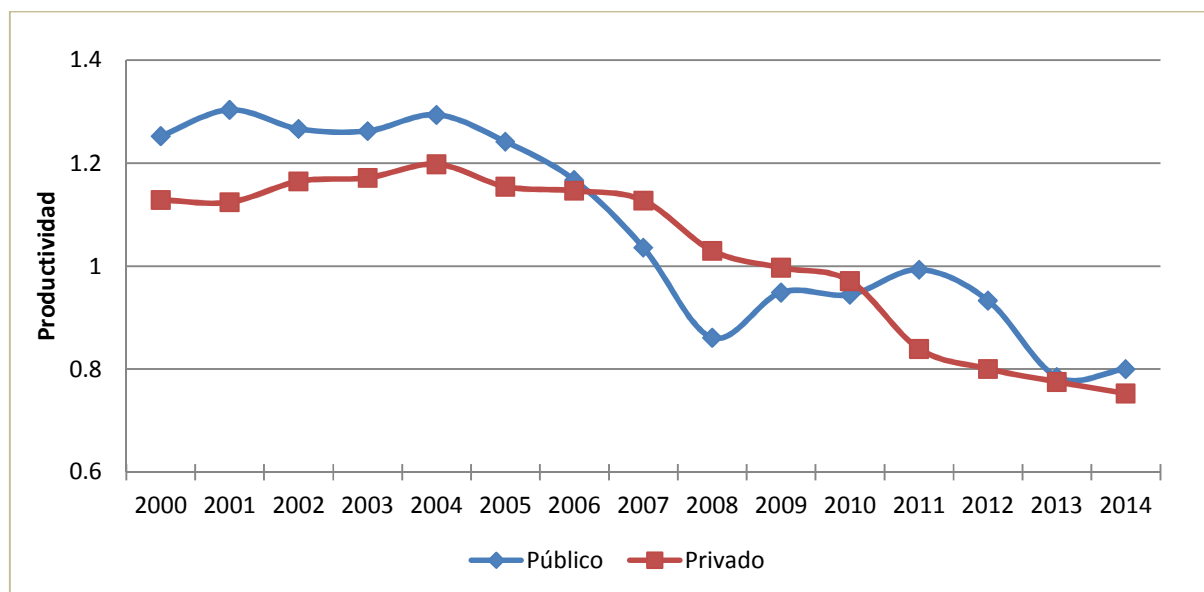
Se analizó el cambio de productividad tanto en el sector público como en el sector privado, esperando encontrar diferencias entre ambos sectores, ya que si bien la actividad desarrollada es similar, muchas veces no se busca el mismo objetivo. Ejemplo es que en la industria minera pública, muchas veces se contraponen el beneficio social<sup>14</sup> versus el beneficio económico, lo que podría causar un desarrollo menos productivo. O que las empresas mineras privadas no siempre buscan el mayor retorno, esto se debe a que muchas empresas privadas son transadas en la bolsa, por lo que el valor de las acciones se hace más importante, es por esto que el mayor beneficio a corto plazo, no necesariamente generará el mayor retorno a largo plazo para los inversionistas

También, existe la sensación general de que el sector público muchas veces es más ineficiente que el sector privado debido a que existe mayor burocracia en la administración. La productividad promedio de las faenas de los diferentes sectores se puede observar en la ilustración 7.

---

<sup>14</sup> Que podría incluir menos contaminación, desarrollos mineros más alejados de comunidades

**Tabla 14 Análisis por nivel organizacional**



Fuente: Elaboración propia

En la ilustración anterior, se puede ver que en general, no se evidencian diferencias entre la productividad del sector público y del sector privado. Es decir, a lo largo del periodo de tiempo evaluado se observan, en promedio, PTF similares en ambos sectores. En donde el sector público bajó un 37%, mientras que el sector privado bajando un 34% su productividad los últimos 15 años. Lo que en la teoría evidenciaría que ambos sectores decayeron en su productividad de la misma forma. Ya que no hay una tendencia marcada.

#### **4.3.5 Análisis según escala de producción**

En esta sección, se analizará la variación de la productividad y su valor según la magnitud de la producción de las faenas. Según las siguientes hipótesis. Entre mayor es la productividad de la faena se debería esperar que fueran más productivas, pues se produce economías de escala<sup>15</sup> dentro de la faena, o las faenas podrían ser menos productivas, pues al tener mayor cantidad de equipos y ser de mayor magnitud de producción, se producen

<sup>15</sup> En microeconomía, las economías de escala son las ventajas de costes que una empresa obtiene debido al aumento de su tamaño (expansión). Son los factores que hacen caer el coste medio de por unidad según se incrementa la producción. (Ramírez N., Mungaray L., Ramírez M., Taxis M. 2009)

más interferencias en la operación, lo que debería provocar una disminución de la productividad.

En la tabla 13 se muestra cuáles son los intervalos producción para la selección de rangos para la realización del análisis.

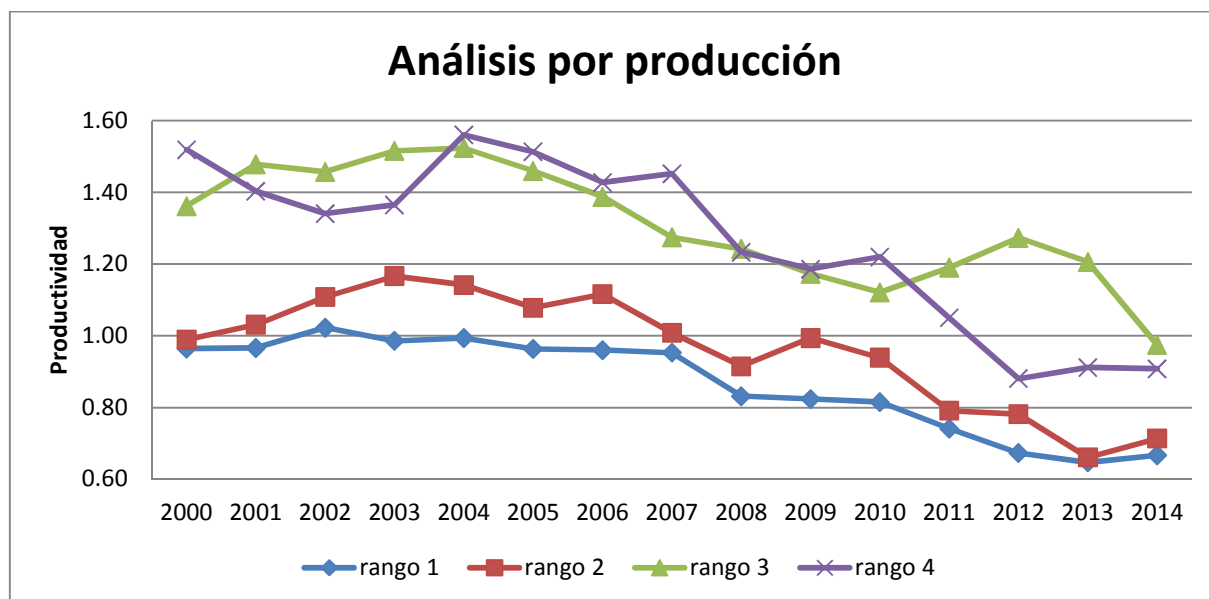
**Tabla 15 Rangos para el análisis según los ritmos de producción**

| Rangos  | Escala de producción [KTMF/año] |
|---------|---------------------------------|
| Rango 1 | <100                            |
| Rango 2 | [100-200)                       |
| Rango 3 | [200-400)                       |
| Rango 4 | >400                            |

Fuente: Elaboración propia

En la ilustración 8 se observa la productividad de los 4 rangos y como estas van variando en el tiempo. Lo primero que se puede observar es que hay dos grupos, uno que tienen productividades más elevadas que el otro. Se observa que los rangos que representan a las producciones de mayor magnitud (rango 3 y 4), son más productivas que aquellas faenas que tienen menor producción. Lo que supondría que al aumentar la producción aumenta la productividad, y que la economía de escala es más significativa que las posibles interferencias que surgen al aumentar la producción. No obstante, de la ilustración se puede concluir que el crecimiento debe ser a gran escala, que cambios productivos marginales no afectan en la productividad, es por esto, si se quiere lograr obtener una mayor productividad, los cambios que se deben realizar no pueden ser marginales, sino deberían estar asociados a grandes inversiones, como la expansión de la planta de tratamiento, incorporar una nueva fase de producción.

**Ilustración 6 Análisis por nivel de producción**



Fuente: Elaboración propia

En la tabla 15 se ve cuanto ha disminuido la productividad en el tiempo de los 4 rangos de producción elegidos.

**Tabla 16 Disminución porcentual de la productividad según los ritmos de producción**

| Rangos de producción [TMF/a] | Disminución de la productividad (2000-2014) |
|------------------------------|---|
| <100k                        | 31%   |
| (100k-200k]                  | 28%   |
| (200k-400k]                  | 28%   |
| >400k                        | 40%   |

Fuente: Elaboración Propia

De la tabla anterior se observa que en los 3 primeros rangos la disminución de la productividad es similar, mientras que el rango de mayor producción tiene un descenso mayor que los otros, esto podría suponer que se debe a las interferencias, ya que al ser faenas de mayor escala, la probabilidad de que ocurra una falla que afecte parcialmente en la producción es mayor.

## CAPÍTULO 5: COMENTARIOS FINALES

La medición de la productividad en minería podría ser relevante en la entrega de información en la gestión y utilización de los insumos productivos, donde el uso eficiente de estos podrían ser determinantes para la sustentabilidad a largo plazo.

La productividad en la gran minería del cobre ha disminuido aproximadamente un 34% en el periodo 2000-2014. En donde el sector público ha decaído un 37,2% en promedio, mientras que el sector privado ha decaído un 34,2%.

La especificación de un modelo de producción basado en una función Cobb-Douglas ampliada permite realizar una estimación de la productividad del sector. Además, los datos son suficientes para obtener una función de producción estimada estadísticamente significativa a nivel global y por factor productivo

Existe una serie de factores que afectan la productividad del sector minero. Sin embargo, a través de la medición de la PTF no es posible determinar específicamente qué variables causan la disminución de la productividad del sector, ya que corresponde a una combinación de aquellas variables que no se encuentran explícitamente en el modelo. En este sentido, es importante en futuros estudios ahondar en el análisis de aquellas variables que posiblemente afectan la productividad como la calidad del recurso humano u otros indicadores de calidad del recurso natural como la calidad de roca o la cantidad de contaminantes presentes en el yacimiento.

La zona geográfica no muestra una influencia en la productividad, por lo que la ubicación de la faena a nivel geográfico no es relevante en el sentido de la PTF.

Si bien el rango de altitud con menos elevación (de 0 msnm a 1000 msnm) muestra la menor productividad en comparación a los otros rangos de altitudes, difícilmente se podría asociar una correlación entre ambos parámetros, pues en este caso, la menor productividad podría ser explicada por las variables explicativas.

Se observa que el tiempo en producción podría ser una variable importante en la productividad, asociándolo al conocimiento administrativo y técnico de la faena aumentando así, la productividad.

La diferencia entre la productividad del sector público y el sector privado no son de gran importancia aun cuando presenten diferencias a nivel organizacional.

El nivel de producción si afecta en la productividad, siendo más influyente que las posibles interferencias que podría causar el aumento de producción. No obstante, para que exista un aumento de productividad se deben hacer aumentos de producción de gran escala, lo que se podría lograr solo con expansiones en la planta, o en la mina, lo que conllevaría a fuertes inversiones.

La productividad del sector de la minería del cobre ha disminuido en el tiempo. Esto deteriora aún más la competitividad de la industria a nivel mundial, sobre todo considerando que el mismo periodo de tiempo ha existido un aumento sostenido en los precios de los insumos de producción. En este sentido, la gestión y utilización eficiente de los recursos productivos es clave para el desarrollo de una minería sostenible y competitiva en el tiempo.

En trabajos futuros, sería importante incorporar más variables de carácter geológico, como la dureza del mineral y de la roca caja<sup>16</sup>, impurezas u otras variables geológicas que son claramente determinantes en la productividad, pues nos permitirían identificar de manera más exacta la geología del material de cada faena.

Como se mencionó en los antecedentes, el método seleccionado permite la separación de la PTF en eficiencia técnica, eficiencia en la asignación, efecto de escala y progreso técnico, por lo que sería interesante hacer la separación de variables y analizar cuánto es la influencia en la PTF.

---

<sup>16</sup> roca adyacente a la mineralización, define las zonas mineralizadas

## BIBLIOGRAFÍA

- Aigner, D.J., C.A.K. Lovell y P. Schmidt (1977), *Formulation and estimation of stochastic frontier production functions models*
- Andrade J., Bittencourt A., Gaspar D. (2014) *América Latina : Productividad Total de los Factores y su Descomposición*
- Battese, G.E. y G.S. Corra (1977), *Estimation of a production frontier model: with application to the pastoral zone of eastern Australia*
- Battese, G.E. y T.J. Coelli (1995), *A model for technical inefficiency effects in stochastic frontier production functions for panel data*
- Bureau of Resources and Energy Economic (2013), *Productivity in the Australian Mining Sector.*
- Castellacci, F.(2008). *Technology clubs, technology gaps and growth trajectories.*
- Christensen, Jorgenson y Lau. (1973). *Transcendental logarithmic production frontiers*
- COCHILCO (2013). *Una mirada a la productividad del sector minero en Chile.*
- COCHILCO (2014). *Productividad en la Industria Minera en Chile*
- Cobb, Charles, y Paul Douglas. «A theory of production.» *American Economic Association* , 1928: 139-165.
- Das A.,(2011), *Who extracts minerals more efficiently—Public or Private firms.*
- Labra R. y Torrecillas C. (2014) *Guía para datos de panel, Universidad autónoma de Madrid*
- Lasserre y Ouellette 1988. *On measuring and comparing total factor productivities in extractive and non-extractives sectors, Canadian Journal of Economics*, Vol. XXI, No. 4.
- Meeusen, W. y V.D. Broeck (1977), *Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error.*

- Ramirez N., Mungaray L., Ramirez M., Taxis M. (2009), *Economías de escala y rendimientos crecientes una aplicación en microempresas mexicanas.*
- Rodríguez, Antón A. y Arias C. (2007) *The effects of resource depletion on coal mining productivity.*
- Solow R., (1957). *Technical Change and the Aggregate Production Function*
- Tilton J., Landsberg L., (1997). *Innovation, Productivity and Survival of US Copper Industry*
- Topp V., Kulys T.,(2013). *Natural-resource-inputs*
- Zamora M. (2002) *Análisis de Productividad Basado en las Funciones Frontera: Estudio Territorial del Sector Energético.*



## CAPÍTULO 6: ANEXOS

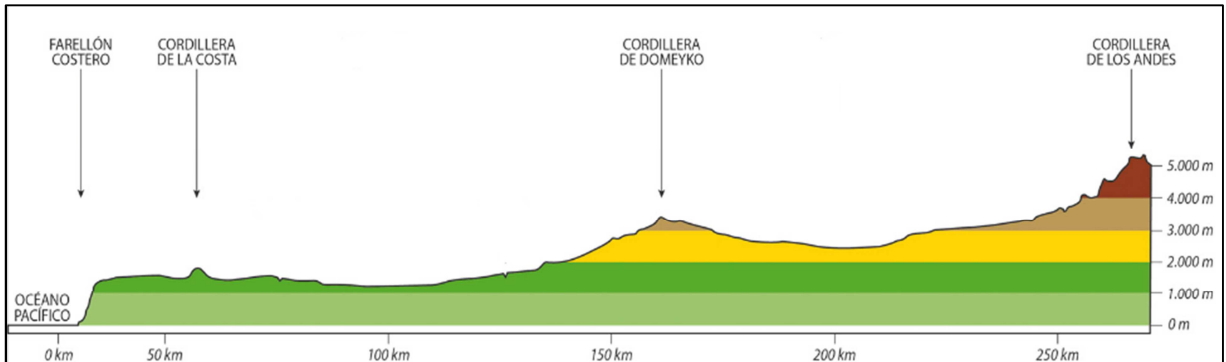
**Tabla 17 Coeficientes iniciales con todas las variables**

| Factores | Coeficientes | Error típico | z     | P>  z |
|----------|--------------|--------------|-------|-------|
| K        | -3.031       | 1.489        | -2.04 | 0.042 |
| L        | 0.733        | 1.803        | 0.41  | 0.684 |
| E        | 3.847        | 3.217        | 1.2   | 0.232 |
| Ley      | -1.616       | 2.591        | -0.62 | 0.533 |
| REM      | -1.413       | 1.669        | -0.85 | 0.397 |
| K*L      | 0.048        | 0.004        | 0.65  | 0.516 |
| K*E      | 0.146        | 0.11         | 1.34  | 0.917 |
| K*Ley    | 0.011        | 0.114        | 0.1   | 0.04  |
| K*REM    | -0.161       | 0.056        | -2.87 | 0.353 |
| L*E      | 0.03         | 0.137        | 0.22  | 0.018 |
| L*Ley    | 0.155        | 0.167        | 0.93  | 0.975 |
| L*REM    | -0.087       | 0.087        | -1    | 0.266 |
| E*Ley    | 0.022        | 0.198        | 0.12  | 0.18  |
| E*REM    | 0.197        | 0.109        | 1.81  | 0.823 |
| Ley*REM  | 0.003        | 0.108        | 0.03  | 0.07  |

**Tabla 18 Promedio de leyes según altitudes**

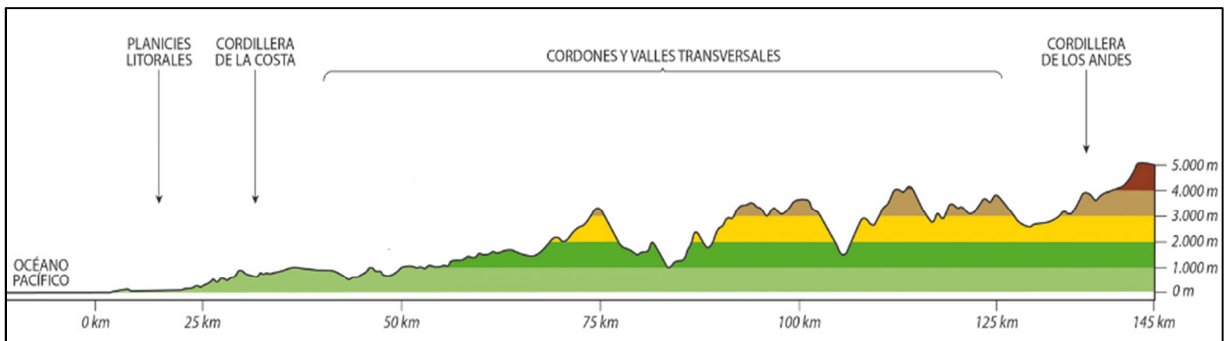
| Altitudes        | Promedio de leyes según altitudes |
|------------------|-----------------------------------|
| (0-1000] msnm    | 0.745                             |
| (1000-2500] msnm | 0.875                             |
| (2500-3000] msnm | 0.867                             |
| (3000-4400] msnm | 0.911                             |

**Ilustración 7 Topografía del Norte Grande y parte del Norte Chico**



Fuente: Instituto Geográfico Militar

**Ilustración 8 Topografía de la zona central y parte del Norte Chico**



Fuente: Instituto Geográfico Militar

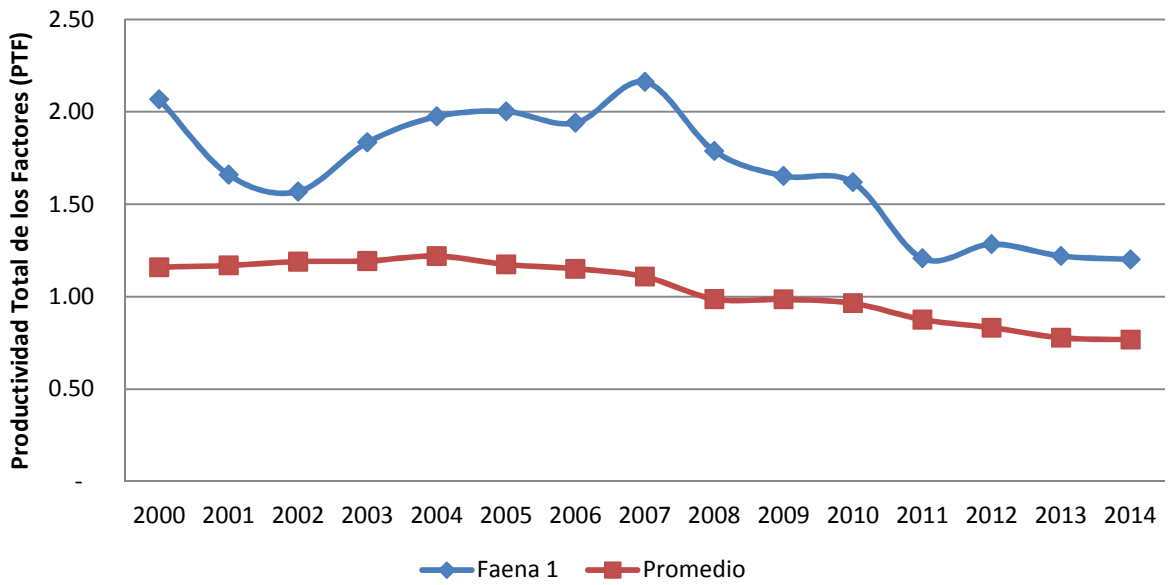
Tabla 19 Límites superior e inferior para el valor crítico para probar de forma conjunta las restricciones de igualdad y desigualdad

| UPPER AND LOWER BOUNDS FOR THE CRITICAL VALUE FOR JOINTLY TESTING EQUALITY AND INEQUALITY RESTRICTIONS <sup>a</sup> |              |        |        |        |        |        |        |
|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| df  | $\alpha$ .25 | .10    | .05    | .025   | .01    | .005   | .001   |
| 1   | 0.455        | 1.642  | 2.706  | 3.841  | 5.412  | 6.635  | 9.500  |
| 2   | 2.090        | 3.808  | 5.138  | 6.483  | 8.273  | 9.634  | 12.810 |
| 3   | 3.475        | 5.528  | 7.045  | 8.542  | 10.501 | 11.971 | 15.357 |
| 4   | 4.776        | 7.094  | 8.761  | 10.384 | 12.483 | 14.045 | 17.612 |
| 5   | 6.031        | 8.574  | 10.371 | 12.103 | 14.325 | 15.968 | 19.696 |
| 6   | 7.257        | 9.998  | 11.911 | 13.742 | 16.074 | 17.791 | 21.666 |
| 7   | 8.461        | 11.383 | 13.401 | 15.321 | 17.755 | 19.540 | 23.551 |
| 8   | 9.648        | 12.737 | 14.853 | 16.856 | 19.384 | 21.232 | 25.370 |
| 9   | 10.823       | 14.067 | 16.274 | 18.354 | 20.972 | 22.879 | 27.133 |
| 10  | 11.987       | 15.377 | 17.670 | 19.824 | 22.525 | 24.488 | 28.856 |
| 11  | 13.142       | 16.670 | 19.045 | 21.268 | 24.049 | 26.065 | 30.542 |
| 12  | 14.289       | 17.949 | 20.410 | 22.691 | 25.549 | 27.616 | 32.196 |
| 13  | 15.430       | 19.216 | 21.742 | 24.096 | 27.026 | 29.143 | 33.823 |
| 14  | 16.566       | 20.472 | 23.069 | 25.484 | 28.485 | 30.649 | 35.425 |
| 15  | 17.696       | 21.718 | 24.384 | 26.856 | 29.927 | 32.136 | 37.005 |
| 16  | 18.824       | 22.956 | 25.689 | 28.219 | 31.353 | 33.607 | 38.566 |
| 17  | 19.943       | 24.186 | 26.983 | 29.569 | 32.766 | 35.063 | 40.109 |
| 18  | 21.060       | 25.409 | 28.268 | 30.908 | 34.167 | 36.505 | 41.636 |
| 19  | 22.174       | 26.625 | 29.545 | 32.237 | 35.556 | 37.935 | 43.148 |
| 20  | 23.285       | 27.835 | 30.814 | 33.557 | 36.935 | 39.353 | 44.646 |
| 21  | 24.394       | 29.040 | 32.077 | 34.869 | 38.304 | 40.761 | 46.133 |
| 22  | 25.499       | 30.240 | 33.333 | 36.173 | 39.664 | 42.158 | 47.607 |
| 23  | 26.602       | 31.436 | 34.583 | 37.470 | 41.016 | 43.547 | 49.071 |
| 24  | 27.703       | 32.627 | 35.827 | 38.761 | 42.360 | 44.927 | 50.524 |
| 25  | 28.801       | 33.813 | 37.066 | 40.045 | 43.696 | 46.299 | 51.986 |
| 26  | 29.898       | 34.996 | 38.301 | 41.324 | 45.026 | 47.663 | 53.403 |
| 27  | 30.992       | 36.176 | 39.531 | 42.597 | 46.349 | 49.020 | 54.830 |
| 28  | 32.085       | 37.352 | 40.756 | 43.865 | 47.667 | 50.371 | 56.248 |
| 29  | 33.176       | 38.524 | 41.977 | 45.128 | 48.978 | 51.715 | 57.660 |
| 30  | 34.266       | 39.694 | 43.194 | 46.387 | 50.284 | 53.054 | 59.064 |
| 31  | 35.354       | 40.861 | 44.408 | 47.641 | 51.585 | 54.386 | 60.461 |
| 32  | 36.440       | 42.025 | 45.618 | 48.891 | 52.881 | 55.713 | 61.852 |
| 33  | 37.525       | 43.186 | 46.825 | 50.137 | 54.172 | 57.035 | 63.237 |
| 34  | 38.609       | 44.345 | 48.029 | 51.379 | 55.459 | 58.352 | 64.616 |
| 35  | 39.691       | 45.501 | 49.229 | 52.618 | 56.742 | 59.665 | 65.989 |
| 36  | 40.773       | 46.655 | 50.427 | 53.853 | 58.020 | 60.973 | 67.357 |
| 37  | 41.853       | 47.808 | 51.622 | 55.085 | 59.295 | 62.276 | 68.720 |
| 38  | 42.932       | 48.957 | 52.814 | 56.313 | 60.566 | 63.576 | 70.078 |
| 39  | 44.010       | 50.105 | 54.003 | 57.539 | 61.833 | 64.871 | 71.432 |
| 40  | 45.087       | 51.251 | 55.190 | 58.762 | 63.097 | 66.163 | 72.780 |

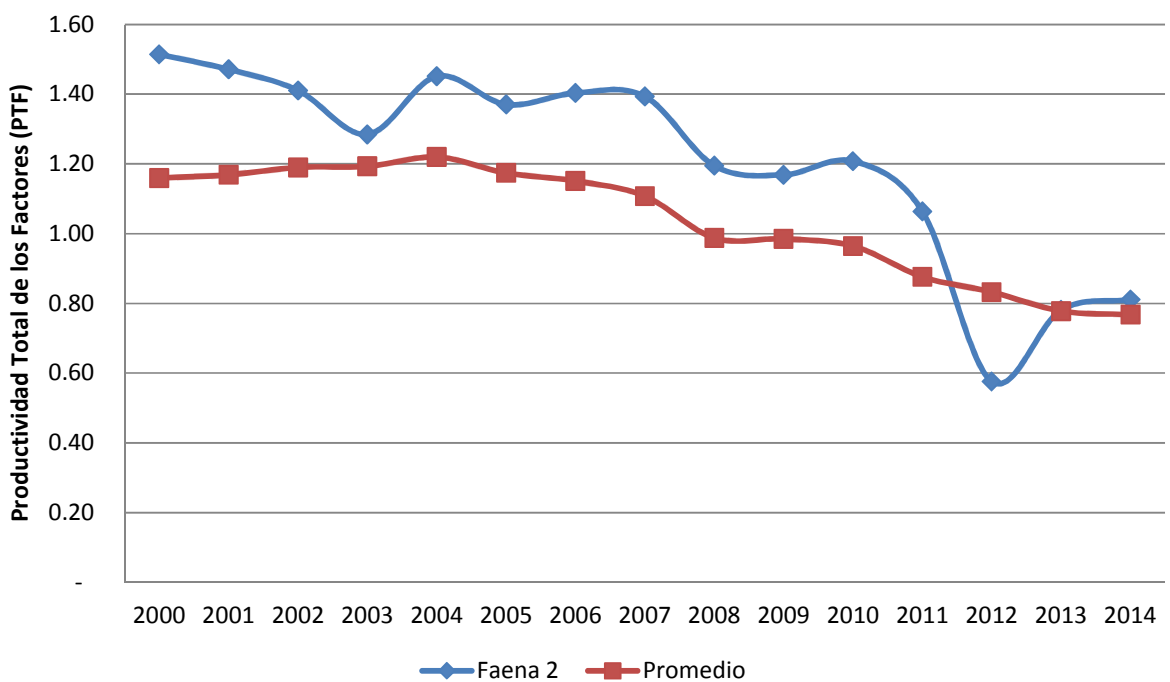
**Tabla 20 Resumen de la variación de la PTF de las faenas**

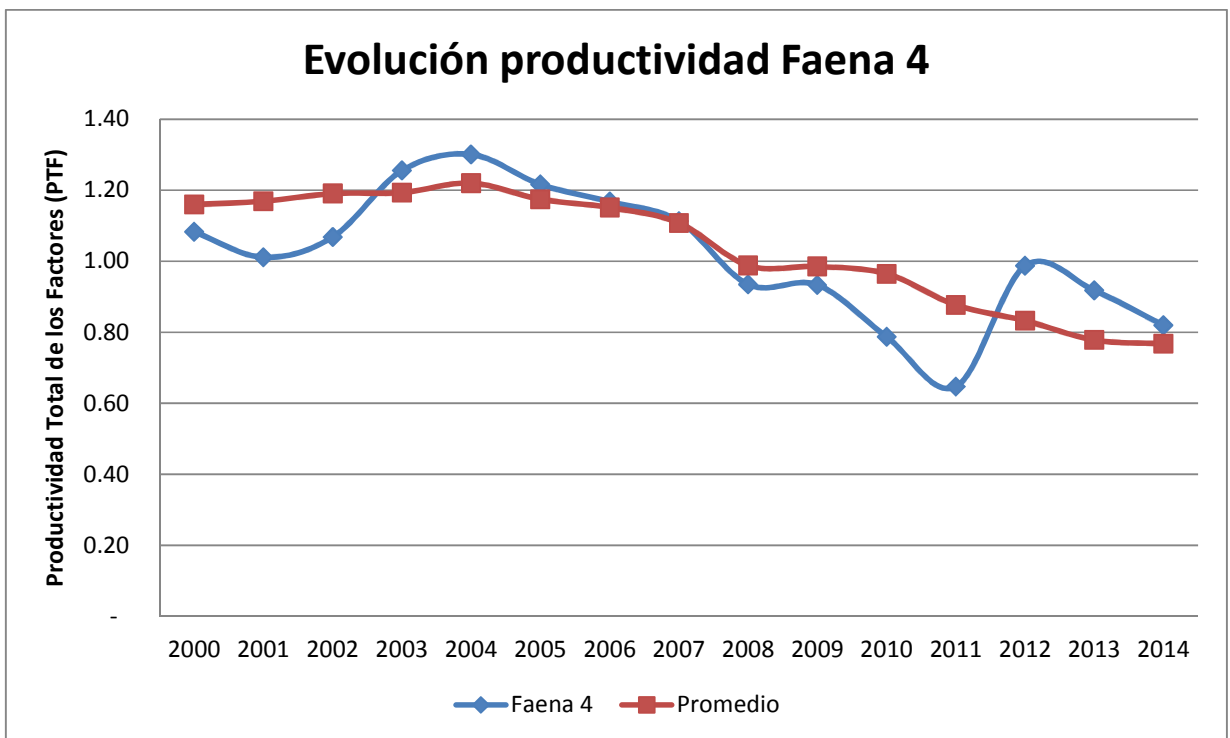
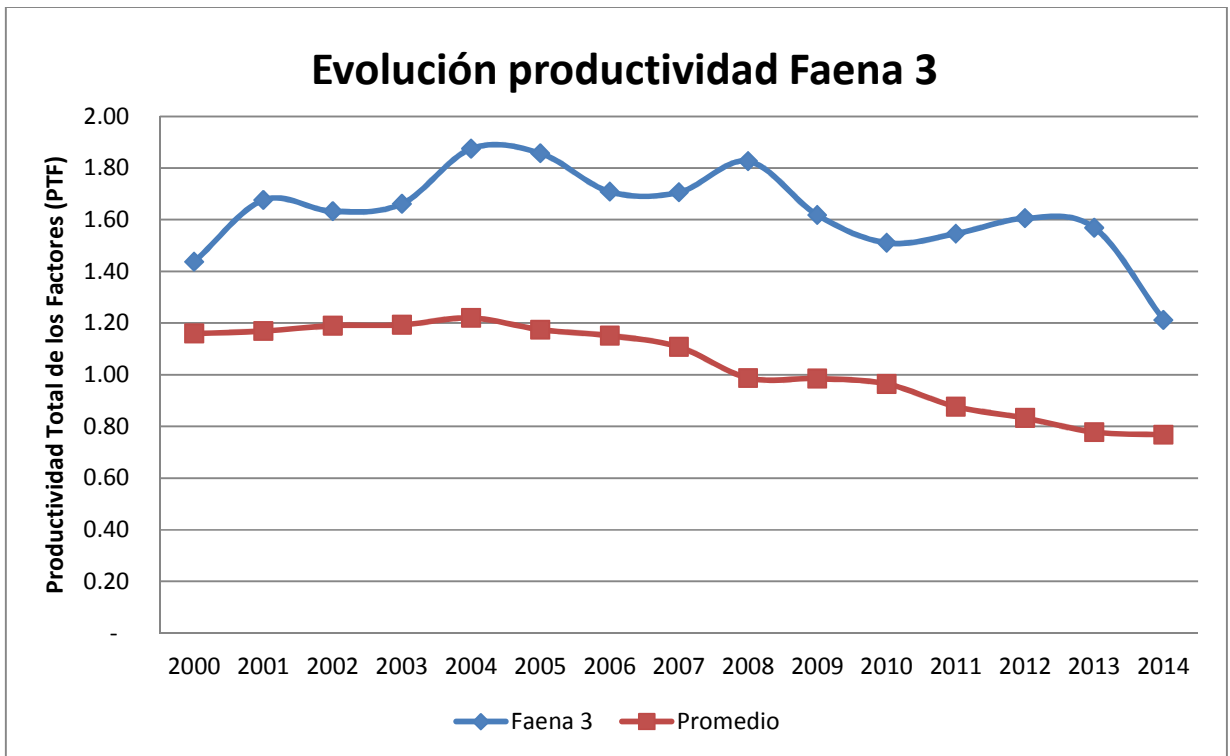
| Faenas | Variación PTF | Variación PTF porcentual | Variación PTF promedio anual |
|--------|---------------|--------------------------|------------------------------|
| 1      | -0.87         | -42%                     | -2.8%                        |
| 2      | -0.74         | -49%                     | -3.3%                        |
| 3      | -0.23         | -16%                     | -1.1%                        |
| 4      | -0.34         | -29%                     | -2.0%                        |
| 5      | -0.28         | -38%                     | -2.5%                        |
| 6      | -0.39         | -34%                     | -2.2%                        |
| 7      | -0.57         | -45%                     | -3.0%                        |
| 8      | -0.36         | -36%                     | -2.4%                        |
| 9      | -0.14         | -14%                     | -1.0%                        |
| 10     | -0.8          | -58%                     | -3.8%                        |
| 11     | -0.51         | -55%                     | -3.7%                        |
| 12     | -0.2          | -36%                     | -2.4%                        |
| 13     | -0.7          | -47%                     | -3.1%                        |
| 14     | -0.34         | -22%                     | -1%                          |
| 15     | 0.59          | 492%                     | 246%                         |
| 16     | 0.46          | 81%                      | 12%                          |
| 17     | -0.18         | -18%                     | -1%                          |
| 18     | -0.73         | -53%                     | -4%                          |
| 19     | -0.25         | -30%                     | -2%                          |
| 20     | 0.12          | 20%                      | 2%                           |
| 21     | 0.1           | 15%                      | 4%                           |
| 22     | 0.22          | 28%                      | 2%                           |
| 23     | -0.37         | -44%                     | -4%                          |
| 24     | -0.19         | -21%                     | -1%                          |
| 25     | -0.32         | -25%                     | -2%                          |
| 26     | -0.24         | -29%                     | -3%                          |

### Evolución productividad Faena 1

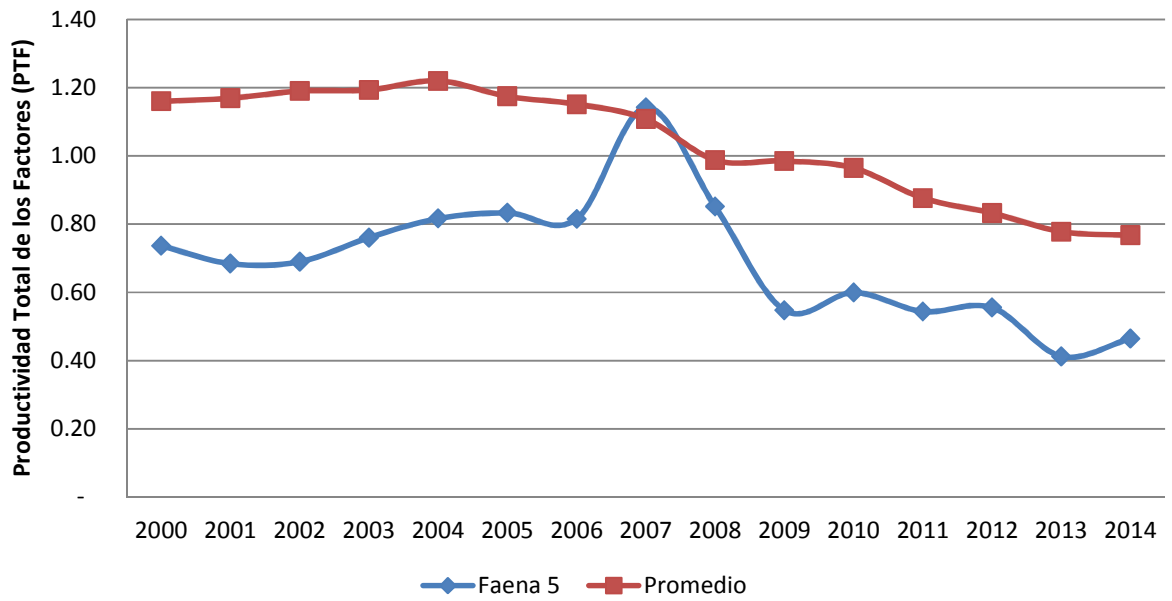


### Evolución productividad Faena 2

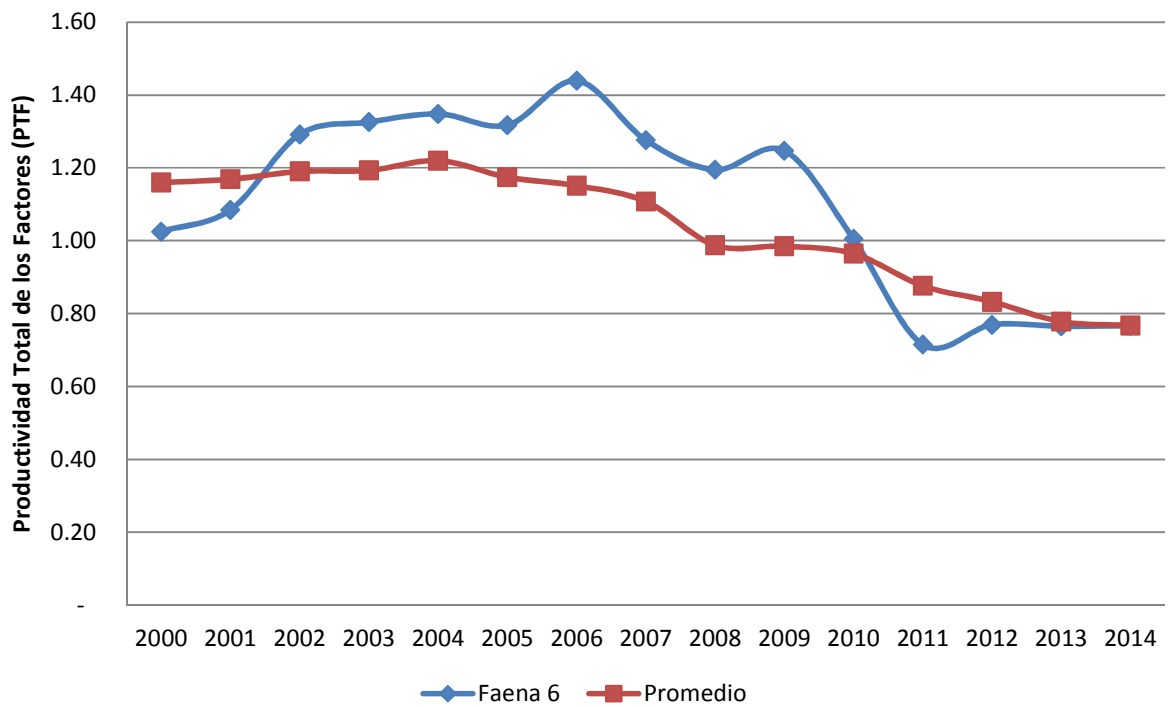




### Evolución productividad Faena 5



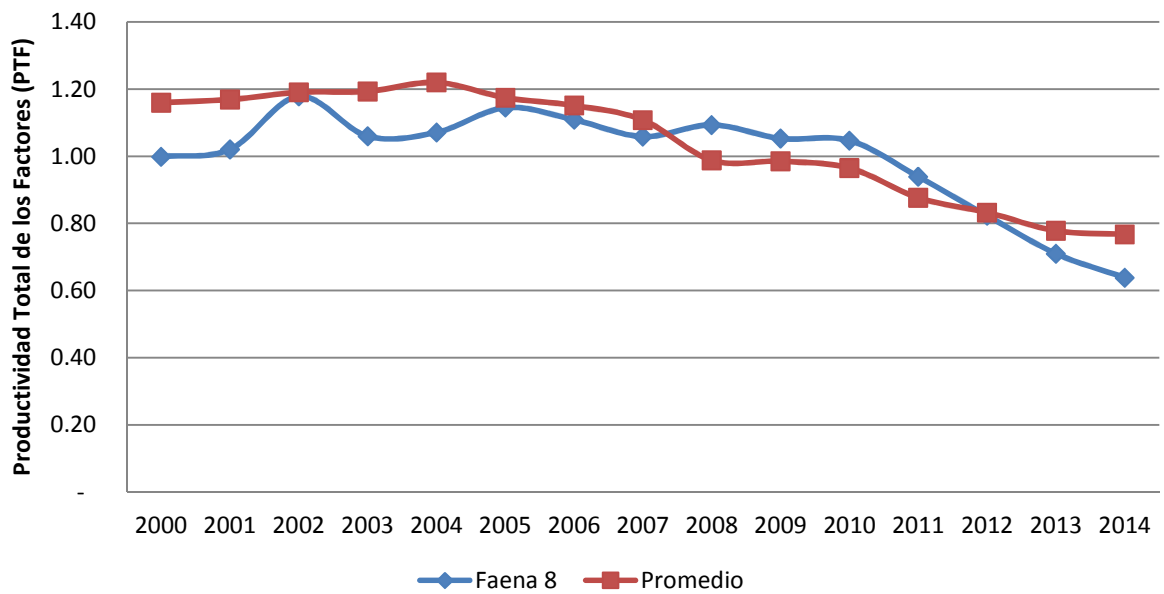
### Evolución productividad Faena 6



### Evolución productividad Faena 7

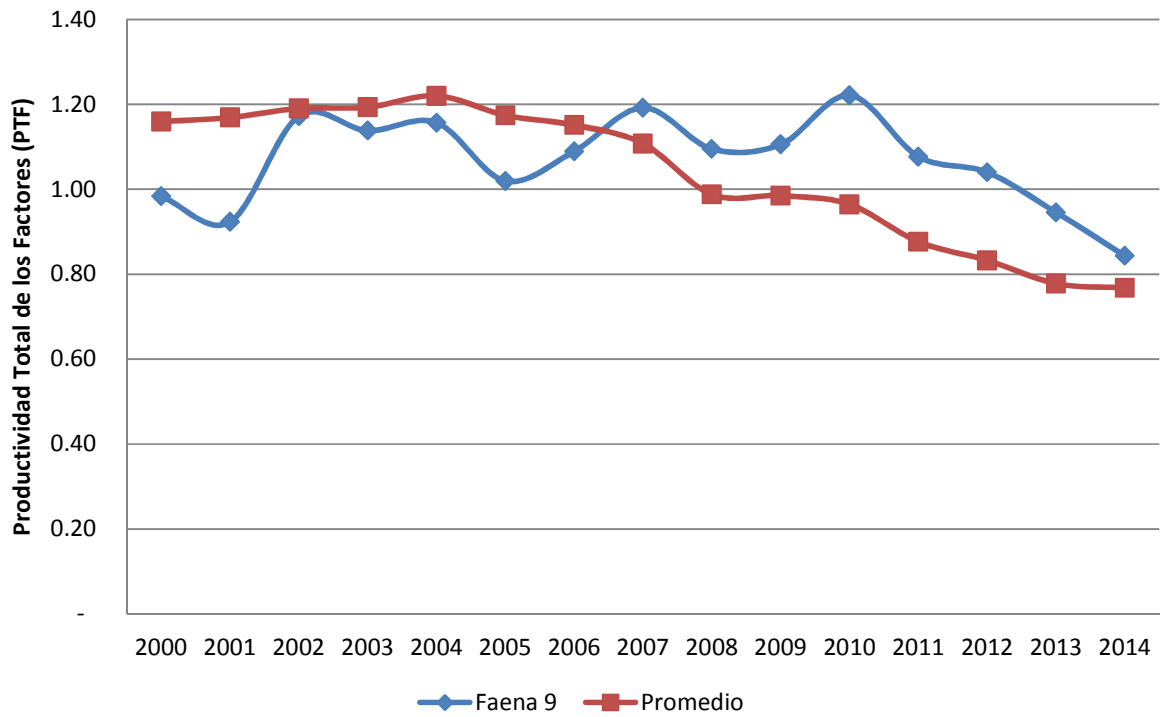


### Evolución productividad Faena 8

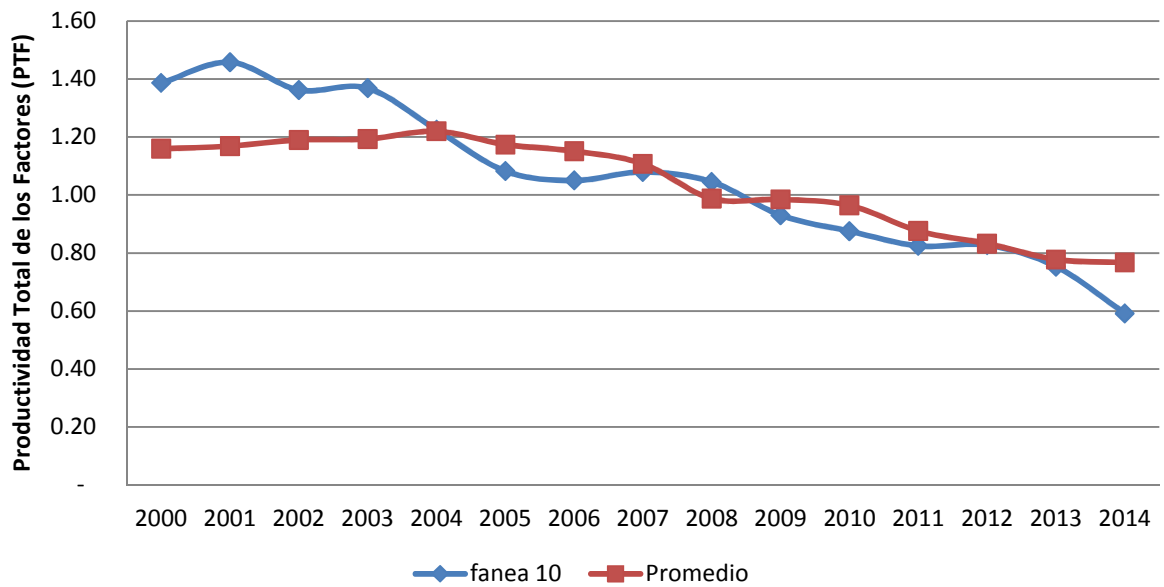




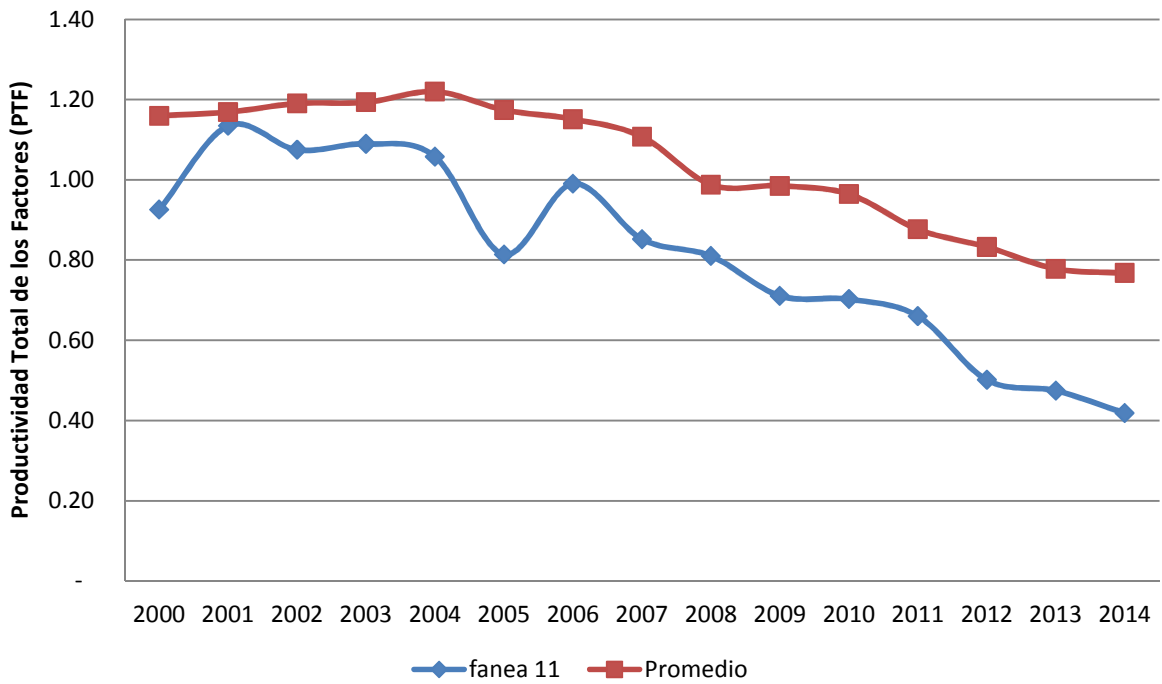
### Evolución productividad Faena 9



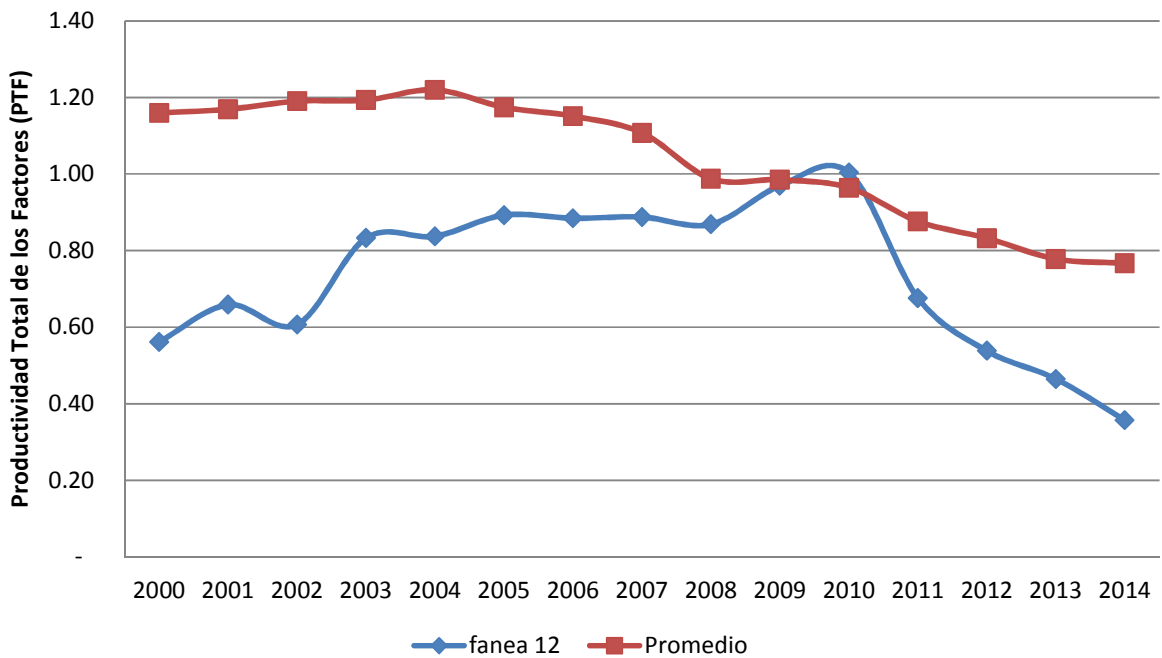
### Evolución productividad Faena 10



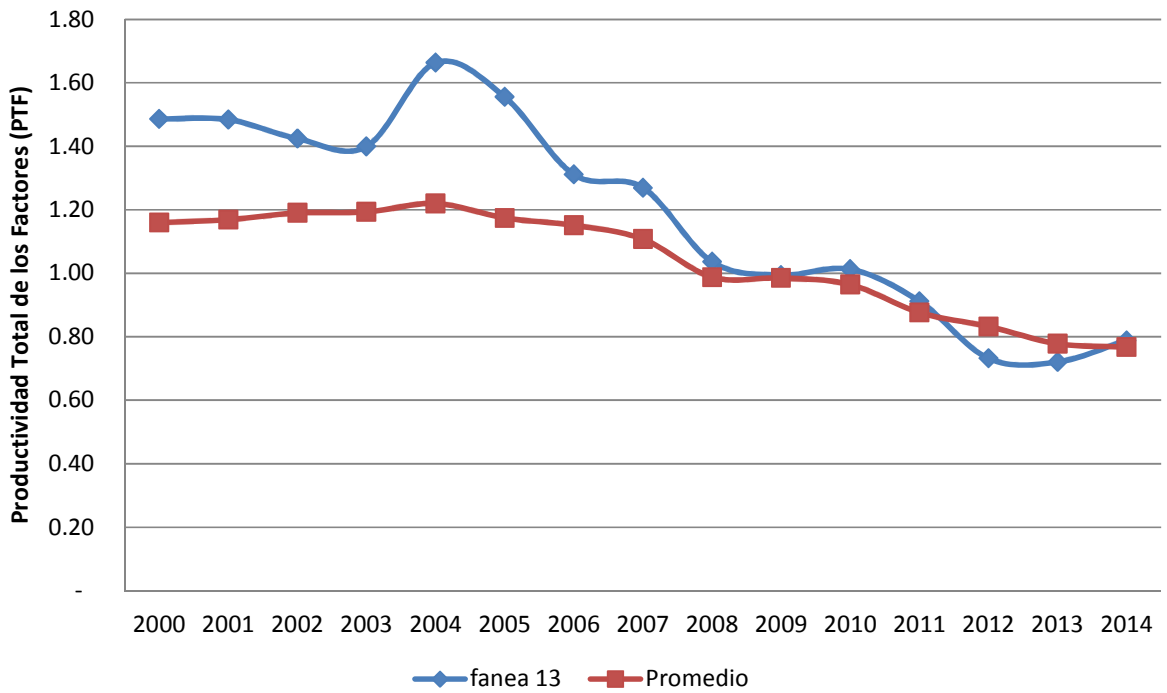
### Evolución productividad Faena 11



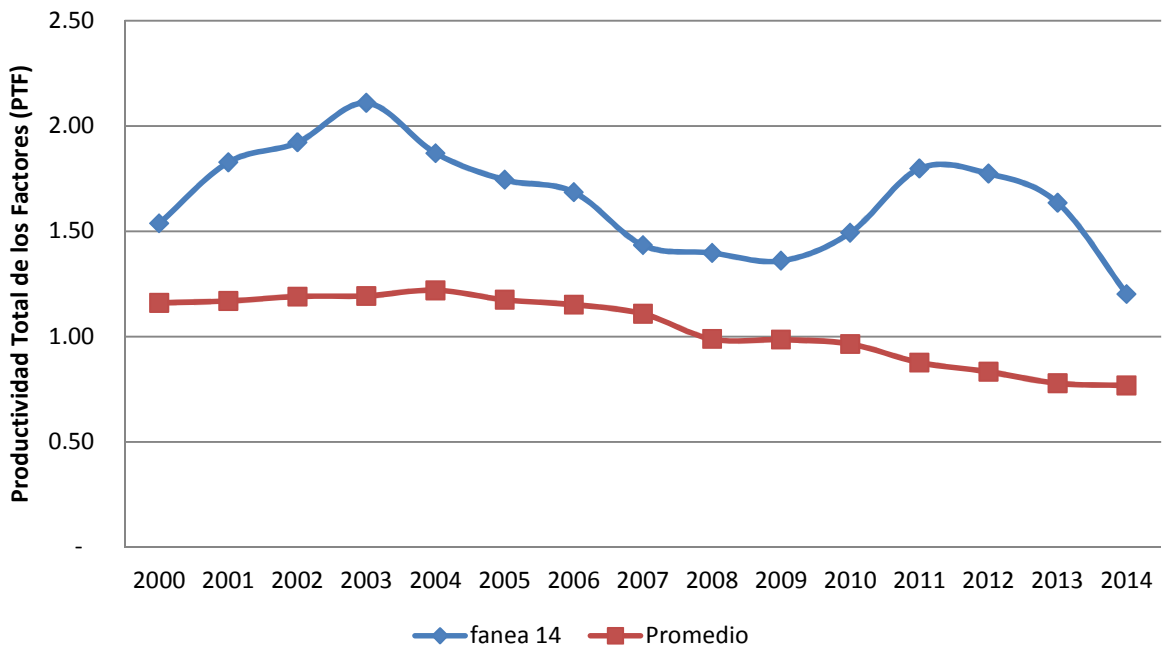
### Evolución productividad Faena 12



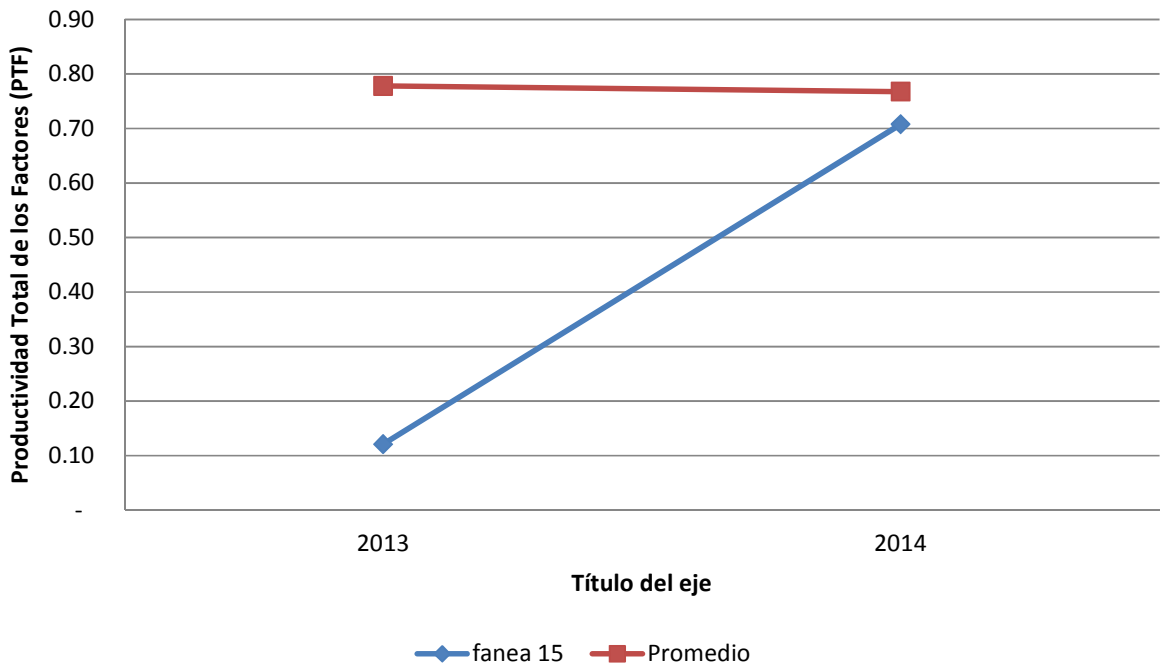
### Evolución productividad Faena 13



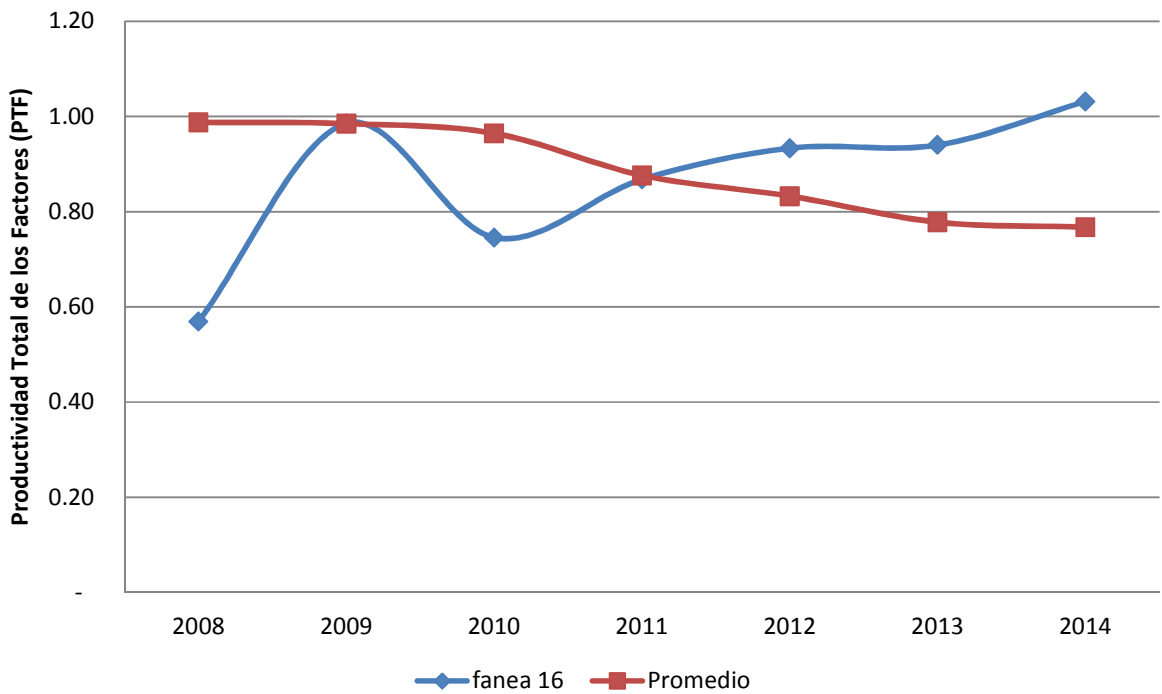
### Evolución productividad Faena 14



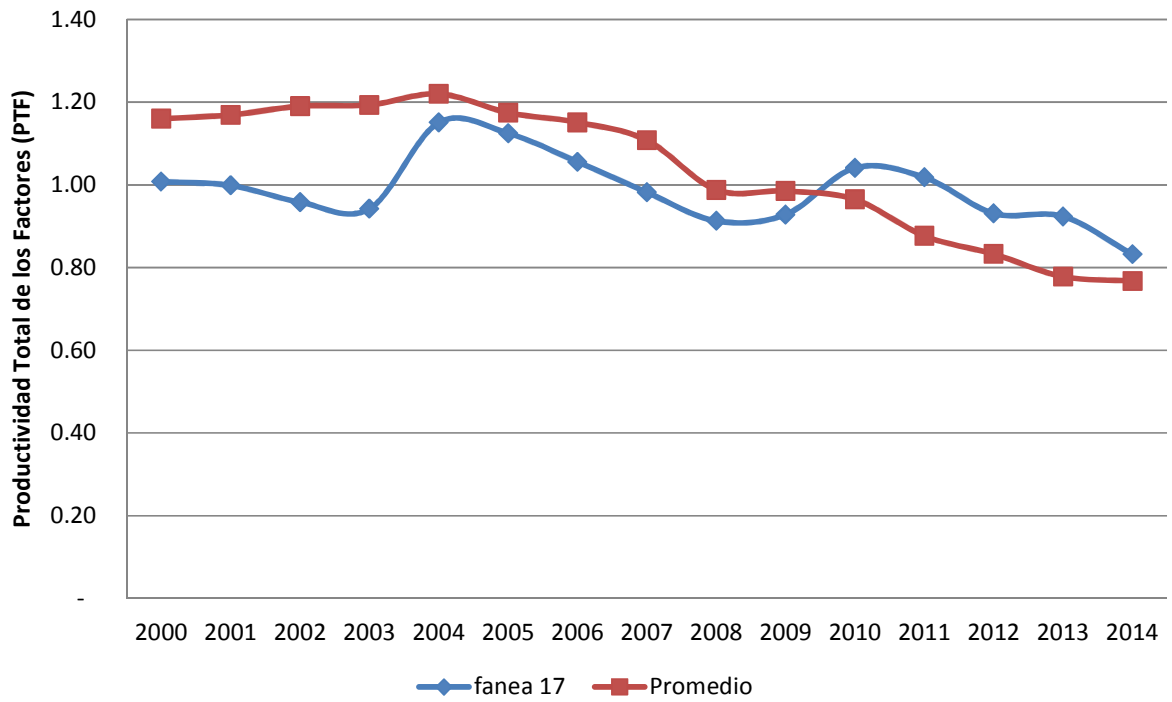
### Evolución productividad Faena 15



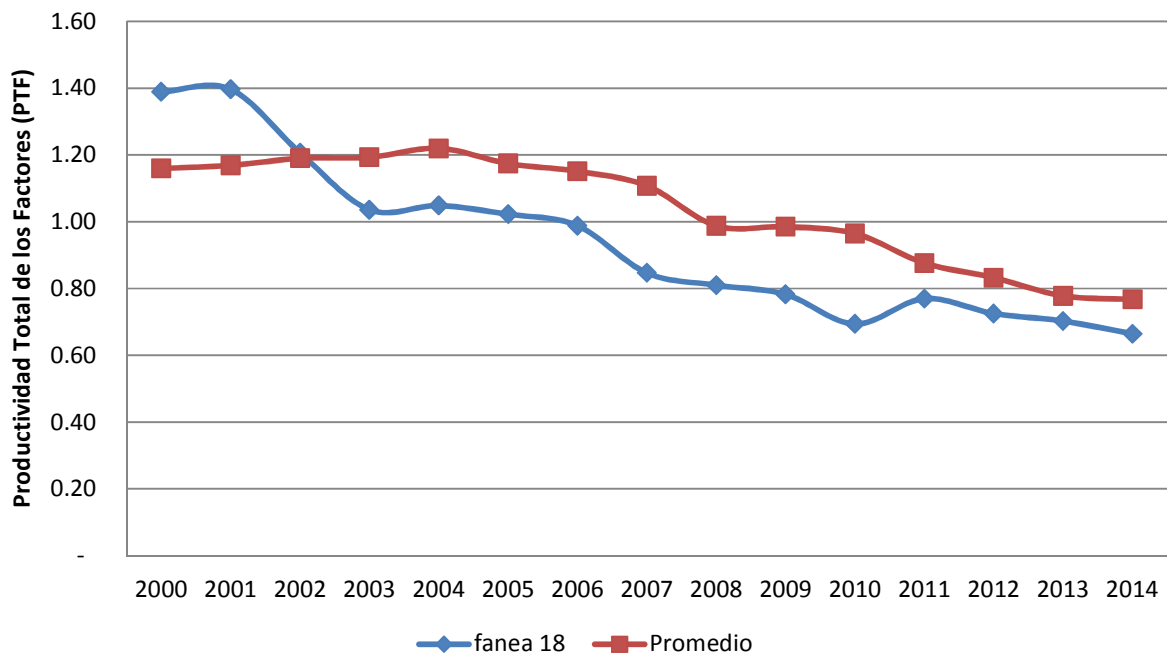
### Evolución productividad Faena 16



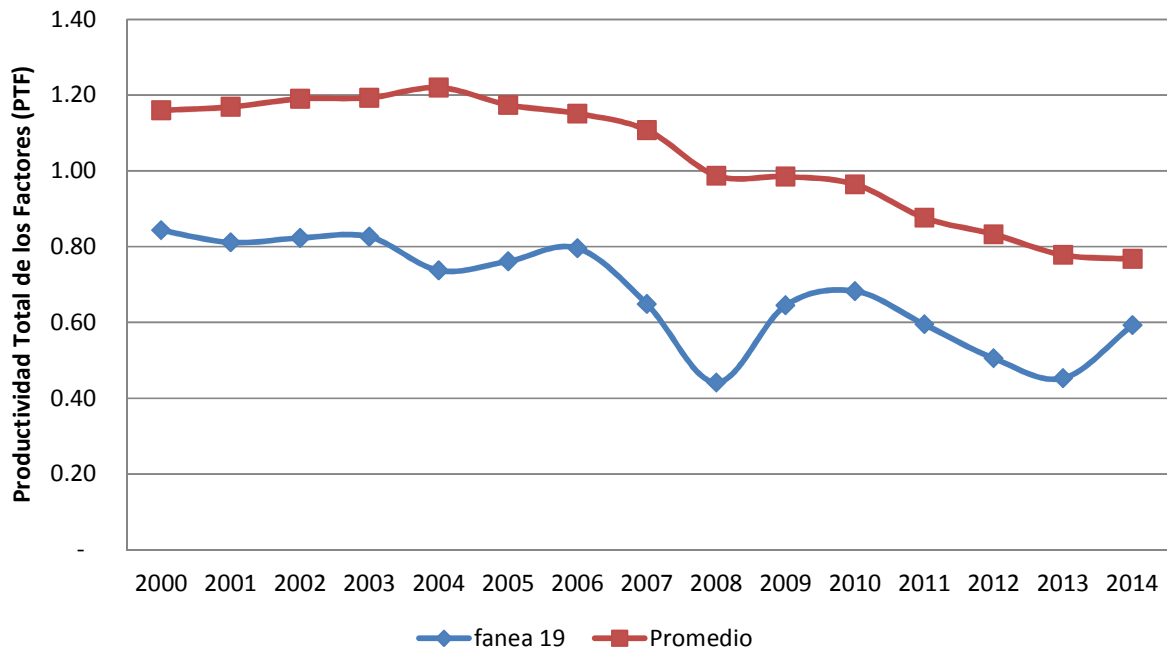
### Evolución productividad Faena 17



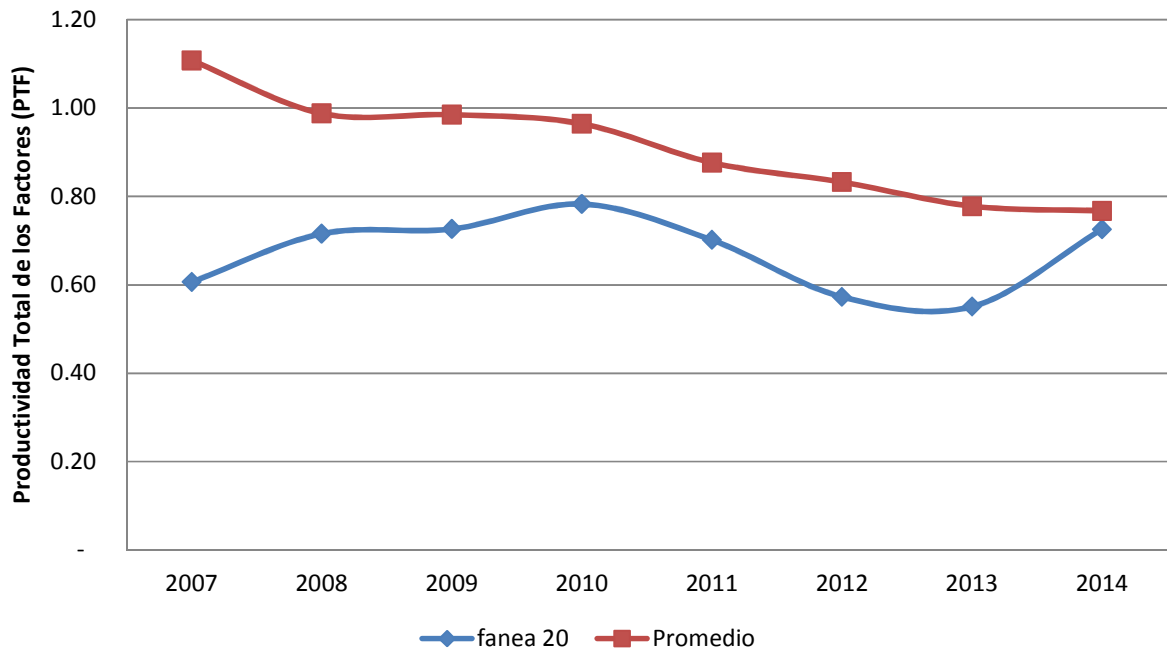
### Evolución productividad Faena 18



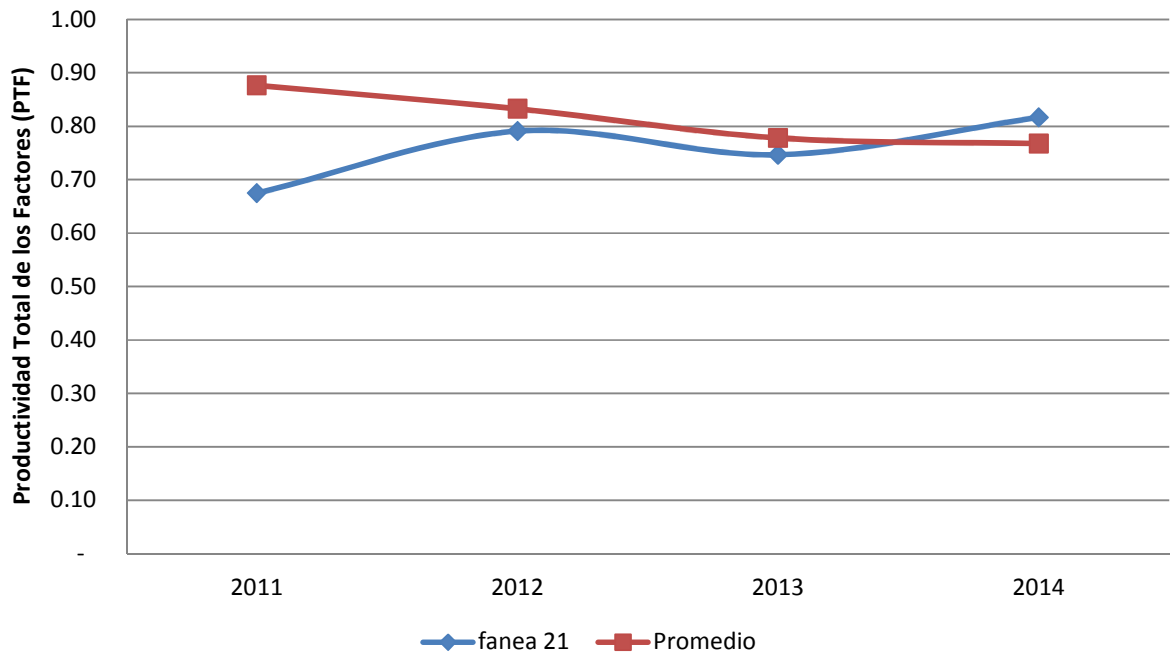
### Evolución productividad Faena 19



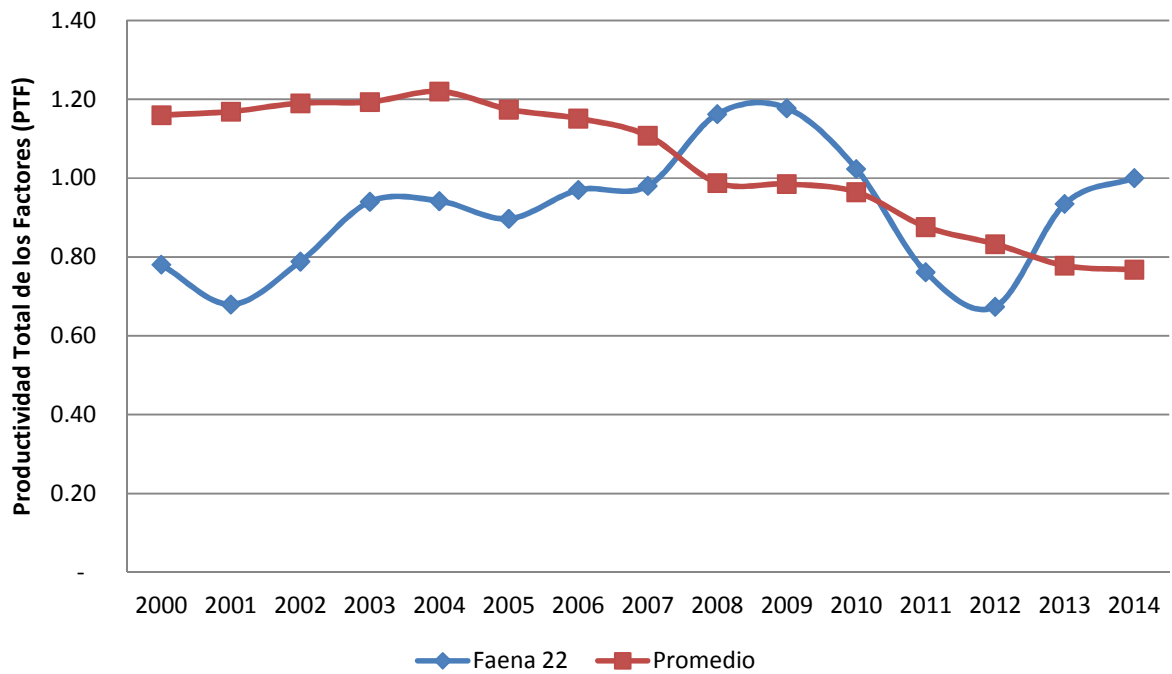
### Evolución productividad Faena 20



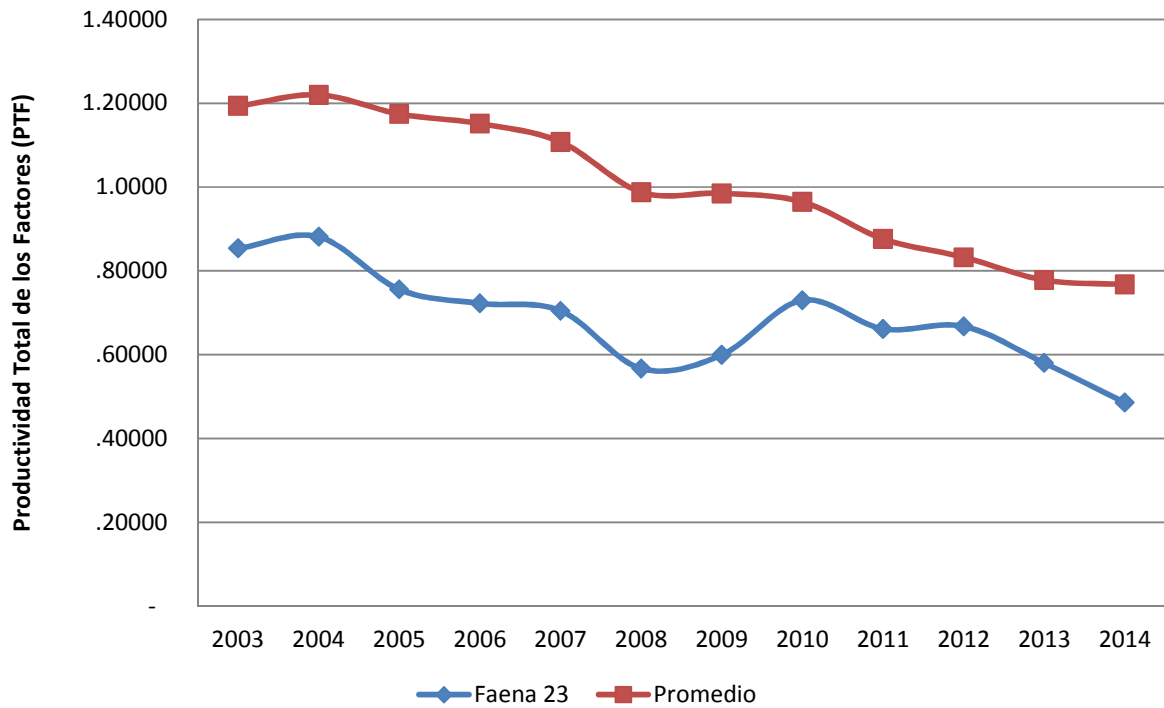
### Evolución productividad Faena 21



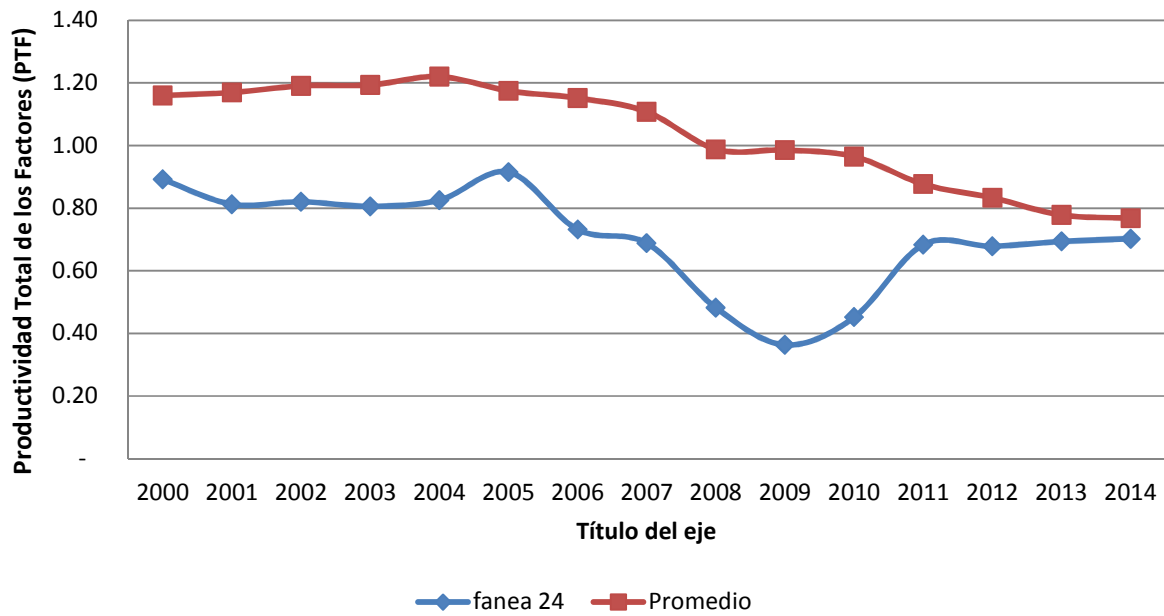
### Evolución productividad Faena 22



### Evolución productividad Faena 23

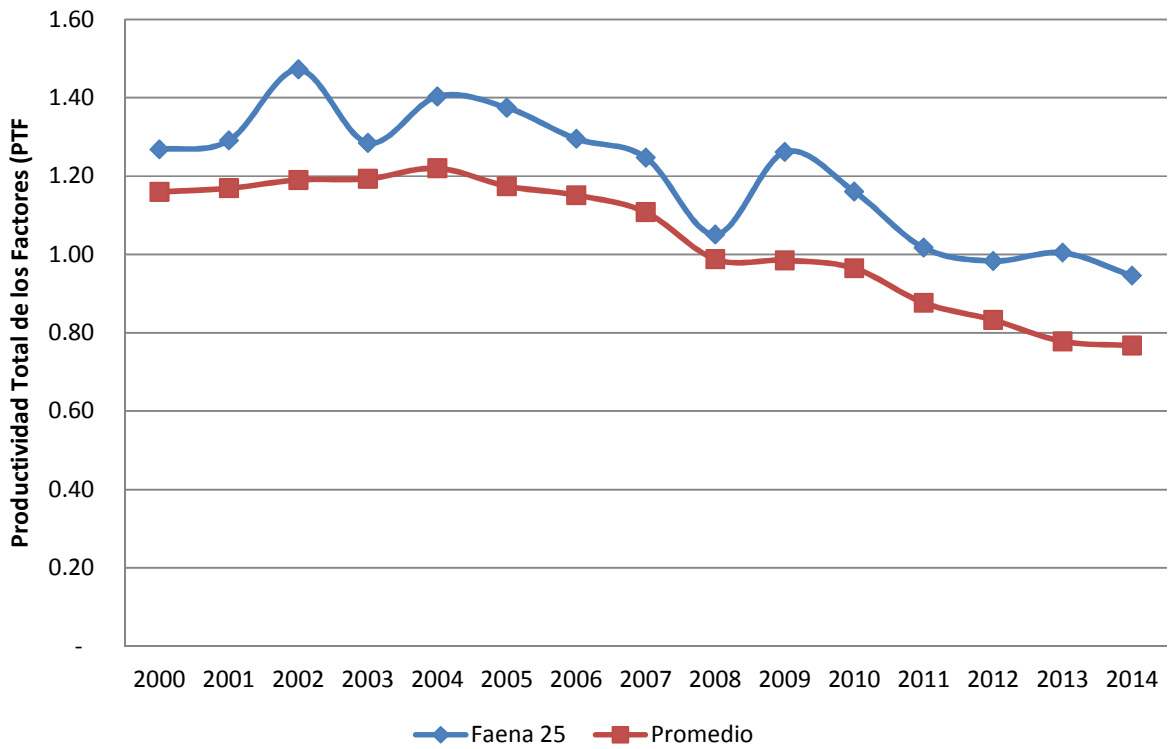


### Evolución productividad Faena 24





### Evolución productividad Faena 25



### Evolución productividad Faena 26

