

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Los fluidos perfectos y la ecuación de Euler	1
1.2. Fluidos perfectos incompresibles	2
1.3. El concepto de solución	4
1.4. La presión como función del campo de velocidad	5
2. Análisis local del campo de velocidad	7
2.1. El concepto de vorticidad	7
2.2. Una fórmula para la evolución de la vorticidad	9
3. La ecuación de Euler incompresible en el caso bidimensional	12
3.1. Formulación en términos de la vorticidad y la función de corriente.	13
3.2. Resultados clásicos de existencia, unicidad y regularidad.	15
4. La ecuación de Euler incompresible y tridimensional	18
4.1. Flujos tridimensionales axisimétricos	18
4.2. Resultados clásicos de existencia, unicidad y regularidad	21
4.3. Sobre la formación de singularidades y la pérdida de regularidad	23
5. La búsqueda de soluciones singulares de la ecuación de Euler tridimensional	30
5.1. Eventos destacados en la búsqueda de potenciales soluciones singulares . . .	32
5.2. Modelos unidimensionales para la ecuación de vorticidad tridimensional . . .	38
5.2.1. Integración del modelo unidimensional y quiebre explícito de la regularidad de sus soluciones	41
5.2.2. Falencias del modelo unidimensional de Constantin - Lax - Majda y nuevas propuestas	45
6. Experimento numérico de Luo y Hou	49
6.1. Descripción del problema	50
6.2. Existencia de una singularidad en tiempo finito	52
6.3. Estructura auto - similar de la solución singular	55
7. Análisis del <i>ansatz</i> auto - similar de Luo y Hou	61
7.1. El <i>ansatz</i> de Luo y Hou genera dos familias de soluciones	62
7.2. Análisis de las soluciones obtenidas y la existencia de <i>blow - up</i>	68
7.3. Discusión sobre el valor del parámetro γ	75

8. La ecuación de Navier - Stokes incompresible	79
8.1. El concepto de solución (formulación débil)	81
8.2. La evolución de la vorticidad y formulaciones alternativas de la ecuación de Navier - Stokes	83
8.3. Existencia, unicidad y regularidad de soluciones de la ecuación de Navier - Stokes incompresible	86
8.3.1. Unicidad y regularidad en el caso bidimensional	86
8.3.2. Unicidad y regularidad en el caso tridimensional	87
8.4. Singularidades en tiempo finito de soluciones de la ecuación de Navier - Stokes incompresible y tridimensional	89
8.4.1. Acumulación de la vorticidad y existencia de soluciones globalmente regulares de la ecuación de Navier - Stokes 3D	90
8.5. Medida de Hausdorff del conjunto de puntos singulares	91
8.6. Soluciones auto - similares de la ecuación de Navier - Stokes incompresible y tridimensional	94
8.7. Teoremas del tipo Liouville para la ecuación de Navier - Stokes incompresible y aplicaciones	96
9. Conclusiones finales	99
A. Transformada de Hilbert	102
A.1. Introducción y definiciones básicas	102
A.2. Propiedades fundamentales de la transformada de Hilbert	104
Bibliografía	107

Índice de tablas

5.1. Hitos en la búsqueda de soluciones singulares de la ecuación de Euler 3D. . .	38
5.2. Modelos unidimensionales para la evolución de la vorticidad tridimensional. .	48
6.1. Coeficientes de escalamiento del ansatz auto - similar (6.15).	60

Índice de ilustraciones

2.1.	Esquema representativo de la función de trayectorias del fluido.	9
2.2.	Esquema representativo de la evolución del campo de vorticidad.	10
5.1.	Simulación espectral del vórtice de Taylor - Green.	36
5.2.	Simulación de la formación de capas de vorticidad.	37
5.3.	Gráfico de la función $ \omega(x, 2t) $ en torno al punto de explosión	43
6.1.	Gráfico de $\ \omega(\cdot, \tau)\ $ en el plano (r, z)	52
6.2.	Gráfico de dos curvas de $\log(\log(\ \omega(\cdot, t)\ _\infty))$	53
6.3.	Gráfico del inverso de la derivada temporal de $\log(\ \omega(\cdot, t)\ _\infty)$	54
6.4.	Norma infinito de la vorticidad y su ley de potencia inversa.	55
6.5.	Curvas de nivel de la función ω_1 en torno al punto de máxima vorticidad. . .	59
7.1.	Componente axial del campo de vorticidad para $r \approx 1$	70