

Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios
Escuela de Economía y Administración



Evidencia del efecto Momentum y Aplicación de Arbitraje Estadístico en Latinoamérica 1997-2007

Seminario para optar al título de Ingeniero Comercial mención Administración

Profesor Guía:

- Arturo Rodríguez

Autores:

- Luis Alfredo Ceballos Sanhueza
- Fabián Alejandro Vega Caro

Santiago, Diciembre 2007

Evidencia del efecto Momentum y Aplicación de Arbitraje Estadístico en Latinoamérica 1997-2007

Profesor Guía: Arturo Rodríguez
Autores: Luis Ceballos Sanhueza – Fabián Vega Caro

Resumen

Para el periodo 1997-2007, se analiza la existencia de retornos anormales a 4 economías Latinoamericanas (Argentina, Brasil, Chile y México). Se evidencia que el efecto Momentum se encuentra presente en el mercado accionario latinoamericano en cinco estrategias (considerando en la muestra a Argentina), y las estrategias significativas se eleva a nueve (eliminando a Argentina de la muestra) de un total de 16 estrategias. La diferencia observada, radica en la gran volatilidad presentada por Argentina en el periodo, lo que repercute en una caída del rendimiento promedio mensual para cada estrategia.

Para testear la eficiencia del mercado, no se recurre a ningún modelo de equilibrio (CAPM, Fama-French, etc), debido a sus problemas de supuestos (Fama 1998) . Por su parte, se aplica Arbitraje Estadístico para testear dicha eficiencia de mercado, siendo este modelo, mas robusto en el sentido que no requiere asumir ningún equilibrio de mercado en particular, sino simplemente un proceso estocástico en los retornos del Portfolio.

En este último punto, se evidencia que en tres estrategias de portfolio Momentum hay arbitraje estadístico (considerando a Argentina), y ocho estrategias presentan dicho patrón (al eliminar Argentina de la muestra).

Dedicatoria

A Dios quien es el dador de la vida, la salud y las fuerzas sin las cuales nada de esto hubiese sido posible; a mi muy amada Karin Donoso un pilar fundamental en mi vida; a mis amados padres (Susana Caro y Joel Vega) y hermano (Julio Vega) quienes me han apoyado desde mis primeros pasos; a mis tíos Helio Caro, Graciela Torres, Bernardita Otárola, Pedro Donoso y Francisco Vega; a mi querido primo y casi hermano Elías Vega; a mis incondicionales amigos y ex compañeros de colegio; y finalmente a mi compañero y amigo Luis Ceballos con el que he compartido y enfrentado esta carrera apoyándonos mutuamente en los temas estudiantiles y personales.

Fabián Vega

A mi querida Ilse, por su apoyo y cariño incondicional, esperando que este sea el comienzo de una vida llena de cariño y amor.

A Rodrigo, quien con la curiosidad propia de un niño, empieza a disfrutar sus primeros pasos de su educación.

A mi querido amigo Fabián, con quien compartí muchas horas de estudio, pero por sobre todo, de un enorme lazo de amistad y cariño

Luis Ceballos

Agradecimientos

A nuestras familias, por su constante apoyo y preocupación en otorgarnos una educación de calidad.

A nuestro profesor Guía Arturo Rodríguez, por sus valiosos comentarios en la realización del presente Seminario.

Finalmente, a nuestra querida Facultad por la gran calidad de su formación en nuestra vida profesional, profesores de alto nivel que estimularon nuestra inquietud intelectual, y por sobretodo, la gran dicha de haber compartido clase con amigos y compañeros de gran riqueza académica, cultural y, por sobretodo, humana.

Índice

Introducción.....	7
Revisión de los principales avances existentes sobre el efecto momentum	8
Evidencia de la estrategia momentum en el mundo.....	8
Fuentes Del efecto momentum.....	9
Efecto momentum en mercados emergentes.....	11
Estrategia Momentum en América Latina	12
Metodología de la estrategia momentum.....	12
Datos.....	15
Resultados.....	16
Arbitraje Estadístico	22
Arbitraje estadístico y eficiencia de mercado.....	22
Test para arbitraje estadístico	27
Arbitraje estadístico de la media restringida versus la no restringida.....	36
Modelo restringido	37
Resultados arbitraje estadístico.....	38
Conclusiones.....	41

Anexos	42
Anexo A: Acciones de la muestra.....	42
Anexo B: Análisis acciones Merval 1997-2007.....	46
Anexo C: Rentabilidad Portfolio Estrategia Momentum.....	51
Anexo D: Ejemplos movimientos brownianos	56
Anexo E: Demostración matriz varianzas covarianzas	58
Bibliografía	63

Introducción

Existe una amplia literatura con respecto a la *“estrategia momentum”* documentada para mercados desarrollados, sin embargo en mercados emergentes el material disponible es bastante limitado, dentro de las contribuciones de esta estrategia para las finanzas podemos destacar el uso de ésta para administración de portfolios de inversión que entrega retornos anormales positivos, pero la principal contribución de la estrategia momentum es que pone en jaque la eficiencia de los mercados. Siendo la eficiencia de los mercados una de las bases de la teoría financiera.

La *“estrategia momentum”* está cimentada en la confianza por la continuación de la trayectoria seguida por los precios de las acciones. En concreto la *“estrategia momentum”* se construye en base al rendimiento pasado en el *“periodo de formación”*, periodo en el cual las acciones se ordenan según su rendimiento de mayor a menor generando grupos de acciones, la *“estrategia momentum”* postula tomar una posición larga en el *“portfolio ganador”* y una posición corta en el *“portfolio perdedor”*, la cual se lleva a cabo en el *“periodo de tenencia”*.

El trabajo en primera instancia, muestra una visión generalizada de la estrategia momentum, citando las principales contribuciones realizadas en la materia, abordando diferentes puntos de vista con respecto al porqué del efecto momentum, además citando los más destacados resultados obtenidos en las diferentes investigaciones realizadas en el mundo.

La segunda parte, presenta los resultados de la estrategia momentum sobre acciones transadas en los cuatro principales mercados latinoamericanos: Argentina, Brasil, Chile y México. Para un intervalo de tiempo reciente.

Para finalizar, con la definición y la aplicación de arbitraje estadístico a las diferentes estrategias momentum de la segunda parte.

Revisión de la Literatura en relación al efecto Momentum

En esta sección se pretende entregar un breve panorama sobre la literatura existente con respecto a la “estrategia momentum”, mostrando la evidencia encontrada sobre este fenómeno en distintos mercados, mostrando las posibles causas que explican este fenómeno, el caso especial de los mercados emergentes, y una gran cantidad de información disponible y relevante para la comprensión de este fenómeno.

Evidencia de la estrategia momentum en el mundo

La utilización de esta estrategia (comprar ganadores y vender perdedores) en los EEUU es altamente frecuente. Por ejemplo Grinblatt, Titman y Wermers (1995); y Chan, Jegadeesh y Wermers (2000) encuentran que fondos mutuos tienden a comprar pasados ganadores y vender pasados perdedores. A pesar de la popularidad de la “estrategia momentum” en la comunidad de inversión y su evidencia en la comunidad académica en los EEUU, no existe evidencia que el efecto desaparezca. Jegadeesh y Titman (2001) muestran que la “*estrategia momentum*” es beneficiosa en los noventa, el cual es un periodo subsiguiente al periodo de muestra en Jegadeesh y Titman (1993).

La “*estrategia momentum*” es también beneficiosa fuera de los EEUU. Por ejemplo Rouwenhorst (1998) encuentra evidencia de la “*estrategia momentum*” en 12 países europeos; Hon y Tonos (2003) para UK; Glaser y Weber (2001) para Alemania; Forner y Marhuenda (2003) para España; Glaser y Weber para España (2006); Hameed y Kusnadi (2002) para 6 países asiáticos; Fong, Wong y Lean (2005) presentan evidencia de la estrategia momentum usando índices de mercados internacionales (mercados desarrollados y emergentes); Shen, Szakmary y Sharma (2005) presentan evidencia de la estrategia momentum usando índices de mercados internacionales (mercados desarrollados y emergentes). En el caso particular de Chile Marcelo González (2006) encuentra evidencia que avala la estrategia momentum.

Fuentes del efecto Momentum

Como se ha mostrado existe una amplia literatura que avala la existencia del efecto momentum sin embargo no existe un acuerdo en cuanto a las razones del porqué ocurre este efecto. Algunos autores sugieren que el efecto momentum se debe a variaciones “*cross sectional*” en acciones (ver Conrad y Kaul, 1998). Otros sugieren que se relaciona a factores de riesgo macroeconómico (Chordia y Shivakumar, 2002 y Avramov y Chordia, 2005) y algunos que se debe a inconvenientes de riesgo (Ang, Chen y Xing, 2002).

También existen estudios que se lo adjudican a efectos estacionales (Grinblatt y Moskowitz, 2004 y Hvidkjaer, 2000) o a la importancia de los costos de transacción de implementar estrategias de este tipo (Lesmond, Schill y Zhou, 2004). Otra literatura de gran relevancia para explicar el fenómeno momentum es la que sugiere que este fenómeno se debe al comportamiento de inversionistas, esta corriente de pensamiento es ampliamente conocida como “*finanzas conductuales*”.

Las “*finanzas conductuales*” sugieren que el fenómeno momentum se debe a la irracionalidad de los inversionistas ante diferentes tipos de noticias, lo que provoca una subreacción ante la nueva noticia y por lo tanto no se incorpora por completo en el precio de la acción toda la información relevante. Este campo aborda el comportamiento de los inversionistas desde una arista psicológica, un serio problema con las explicaciones psicológicas es que frecuentemente son inconsistentes unas con otras y son mas importantes a posteriori, además no nos permite identificar bajo qué escenario es probable que exista una subreacción.

La subreacción es quizás similar al fenómeno del conservadurismo en el cual los individuos son lentos para cambiar sus creencias, aunque ajustan sus creencias a la luz de la nueva evidencia el ajuste es aún demasiado pequeño.

Barberis (1998) intentan unir las ideas de conservadurismo y de optimismo (explica la estrategia *contrarian*)¹, basándose en lo que ellos llaman “la fuerza y el peso de la evidencia”, donde la fuerza se relaciona con el tamaño de la señal, mientras el peso nos indica cuanta atención debemos prestarle a ella. Por ejemplo si se asocia esta idea a las ganancias tenemos que: la fuerza de un anuncio de ganancias es probablemente su tamaño y el peso de un anuncio de ganancias es probablemente sus implicaciones para el pronóstico de las ganancias del próximo periodo.

Dado esto, podemos decir que lo que conduce a la subreacción es que los inversionistas se centran demasiado en la fuerza y muy poco en el peso de la información. Por lo tanto la subreacción tenderá a ocurrir con señales de baja fuerza y de alto peso.

Un ejemplo relativamente reciente de este fenómeno (fuerzas versus peso) es de Sloan (1996) donde se encuentra que el componente flujo de caja es mas estable, y posee mayor poder predictivo que las ganancias acumuladas. Sin embargo, el mercado parece no hacer caso de esto, y reacciona fuertemente al monto de las ganancias. Donde los inversionistas no distinguen entre las ganancias con un alto componente de flujo de caja y las ganancias con un bajo componente de flujo de caja.

La existencia de una subreacción ante la información pública provoca una diferencia entre el precio de mercado y su precio fundamental, esta diferencia genera el efecto momentum.

¹ No es el objetivo del seminario interiorizarse en la estrategia *contrarian*, para una mayor profundidad del tema en el mercado accionario chileno ver Marcelo González (2006), revista “Estudios de Administración” (volumen 13)

Efecto Momentum en mercados emergentes

En el caso particular de las economías emergentes existen principalmente dos hipótesis con respecto al tamaño del efecto momentum, por un lado se piensa que el efecto momentum en economías emergentes debiese ser alto debido a que el tamaño de las acciones es mas pequeño y por lo tanto existe menos cobertura de analista en mercados emergentes como sugieren Hong y Stein (1999).

Por otro lado el efecto momentum debe ser bajo debido a las turbulencias financieras y crisis económicas que tienden a situarse en estos mercados. Chordia y Shivakumar (2002) reportan altos retornos usando la “estrategia momentum” durante subidas económicas (periodo de estabilidad). Cooper, Gutierrez y Hameed (2004), ven el tema desde la perspectiva de las finanzas conductuales, mantienen que la estrategia momentum debe reportar altos retornos en periodos de bonanza.

En el caso de gran inestabilidad los retornos de la estrategia debiesen ser menores que en los mercados desarrollados. Por lo tanto dada esta situación es complicado formular una hipótesis clara con respecto a la magnitud del efecto momentum en comparación con mercados desarrollados dado que el resultado dependerá de estos posibles escenarios contrapuestos.

Estrategia Momentum en Latinoamérica

Metodología de la estrategia momentum

En línea con la literatura, la metodología utilizada en este seminario es similar al descrito por Jegadeesh y Titman (1993) en su artículo original sobre el efecto momentum. El procedimiento en forma precisa se detalla a continuación. En un momento dado en el periodo de muestra las acciones se ordenan en base a sus retornos acumulados sobre los J meses previos (periodo de formación), y clasificados en QUINTILES, donde las acciones con el mejor desempeño se asignan al portfolio ganador y las con el peor desempeño al portfolio perdedor. La estrategia momentum consiste en tomar una posición larga en el portfolio ganador (comprar el portfolio ganador) y tomar una posición corta en el portfolio perdedor (vender el portfolio perdedor). Este portfolio se mantiene por un horizonte de K meses seguida su formación (el periodo de tenencia). Así, diferentes estrategias momentum se pueden aplicar usando diferentes combinaciones del “*periodo de formación*” J y el “*periodo de tenencia*” K.

Un mes más tarde, otro periodo de formación comienza, un nuevo portfolio ganador y un nuevo portfolio perdedor se construye y una nueva estrategia momentum puede ser llevada a cabo. El retorno mensual sobre el portfolio momentum se da para el retorno promedio sobre las K estrategias en un mes dado. Usando este procedimiento, es posible obtener una serie de retornos mensuales basados sobre los retornos de los portfolios momentum.

Siguiendo el estudio original de Jegadeesh y Titman (1993), una de las opciones consideradas cuando construimos este tipo de estrategias es saltarse un periodo entre el portfolio de formación y el periodo de tenencia, para evitar potenciales tendencias de microestructura, o contaminación de los resultados por el retorno revertido de corto plazo. Lo último es lo opuesto al efecto momentum y ha sido documentado en estudios tal como Jegadeesh (1990) y Lehmann (1990). En su trabajo original, Jegadeesh y Titman (1993), evitaron el problema de liquidez mencionado saltándose un periodo de una semana. Las últimas contribuciones, sin embargo han adoptado la costumbre de saltarse un mes,

opción que es tomada en este seminario, para realizar comparaciones entre nuestros resultados y resultados previos.

Como se explicó anteriormente, en la definición de ganadores y perdedores Jegadeesh y Titman (1993) clasificaron las acciones en deciles. Este proceso tiene complicaciones al trabajar con mercados emergentes, dado el número limitado de acciones disponibles en el mercado y la necesidad de mantener un grado de diversificación de los portfolios. Por consiguiente en este estudio se trabajará en la base de quintiles y no deciles como en Jegadeesh y Titman (1993). En otras palabras, el portfolio ganador estará compuesto por el 20% superior de acciones en cuanto a desempeño, y el portfolio perdedor estará compuesto por el 20% inferior en cuanto a desempeño.

En el presente trabajo examinamos 16 estrategias momentum, compuestas por los siguientes periodos de formación y tenencia:

$$J = 3, 6, 9 \text{ y } 12$$

$$K = 3, 6, 9 \text{ y } 12$$

Entonces al definir $R_{J,K}$ nos referimos al retorno de la estrategia J, K. Por ejemplo $R_{3,6}$ nos referimos al retorno promedio mensual de la estrategia momentum con un periodo de formación de 3 meses y periodo de tenencia de 6 meses.

Además se define:

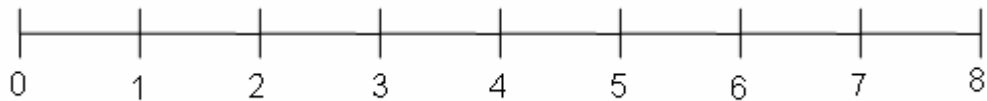
$$\bar{R}_{J,K} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{J,K}^i}{n} \quad \text{Donde } n \text{ es el número total de veces que se realiza la estrategia J, K.}$$

Suponiendo que los datos con los que contamos sólo fuesen para un periodo de 8 meses y siguiéramos la estrategia $J=3$ y $K=3$; esta estrategia solamente podría ser desplegada 2 veces (considerando el periodo de salto).

El periodo de formación de la primera vez que desplegamos la estrategia va desde el mes 0 al mes 3. Entre el mes 3 y el mes 4 es el periodo de salto. Entre el mes 4 y el mes 7 es el periodo de tenencia. (Ver figura 1)

El periodo de formación de la segunda vez que desplegamos la estrategia va desde el mes 1 al mes 4. Entre el mes 4 y el mes 5 es el periodo de salto. Entre el mes 5 y el mes 8 es el periodo de tenencia. (Ver figura 1)

Figura 1



Suponiendo que la rentabilidad promedio mensual de la estrategia entre el mes 4 y el mes 7 es 2%. Y que la rentabilidad promedio mensual de la estrategia entre el mes 5 y el mes 8 es 1%. Tenemos lo siguiente:

$$R_{3,3}^1 = 2\%$$

$$R_{3,3}^2 = 1\%$$

$$\bar{R}_{3,3} = \frac{0,02 + 0,01}{2} = 0,015 = 1,5\%$$

Datos

Los datos fueron obtenidos de Bloomberg para el mercado accionario de Argentina, Brasil, Chile y México. El periodo que comprende la estrategia momentum va desde enero de 1997 hasta octubre del 2007. En la siguiente tabla se muestra las acciones que fueron utilizadas para replicar la estrategia momentum²:

Las acciones consideradas según el país en el periodo ya mencionado es:

- En el caso de Chile, se consideraron 39 acciones listadas en el IPSA
- Para México, se consideraron 35 acciones listadas en el IPC
- Para Argentina se consideraron 24 acciones del Merval, y finalmente,
- en Brasil, se consideraron 60 acciones listadas en el índice BOVESPA.

Para mayor información sobre estas acciones, ver **Anexo A**.

² Es importante destacar que no todas las acciones comienzan en Enero de 1997 y son incorporadas a la estrategia conforme a la disponibilidad de datos.

Resultados

A continuación, se presenta los resultados evidenciados para Chile, Brasil, México y Argentina, para luego, concluir la evidencia Momentum en estas economías.

En el caso de **Chile**, se aprecia que de las 16 estrategias, todas son significativas a un 5% de confianza, siendo la estrategia 9X3 la que genera una mayor rentabilidad de un 1,74% mensual, y la estrategia 3x12 la de menor rentabilidad de tan solo un 0,539% mensual.

Al final de cada mes todas las acciones chilenas del IPSA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderación inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formación de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 39 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,01940	0,01733	0,01726	0,01650
	Loser	0,00733	0,00799	0,00989	0,01141
	W-L	0,01207	0,00934	0,00737	0,00509
	(test t)	3,490	3,573	3,057	2,398
6	Winner	0,02178	0,02175	0,02009	0,01887
	Loser	0,00539	0,00698	0,00911	0,01084
	W-L	0,01639	0,01477	0,01098	0,00803
	(test t)	4,691	5,143	4,088	3,125
9	Winner	0,02431	0,02209	0,02130	0,02091
	Loser	0,00691	0,00935	0,01059	0,01336
	W-L	0,01740	0,01274	0,01071	0,00755
	(test t)	4,452	4,176	3,897	2,975
12	Winner	0,02134	0,02132	0,02139	0,02092
	Loser	0,00815	0,01010	0,01208	0,01358
	W-L	0,01319	0,01123	0,00931	0,00735
	(test t)	3,290	3,495	3,227	2,915

En el estudio realizado por Marcelo González (2006), revista "Estudios de Administración" (volumen 13). Encuentra que la estrategia 6 x 6 es la que posee los retornos más altos y significativos, nuestros resultados indican que la estrategia 9x3 es la que entrega mayores retornos, sin embargo la estrategia 6x6 entrega retornos elevados (0,022 de la estrategia

6x6 versus 0,024 de la estrategia 9x3) por lo que no podríamos concluir que los resultados son diferentes, lo que si se puede extraer de estos resultados es que la estrategia momentum es una estrategia de mediano-corto plazo tal como lo indica la literatura.

En el caso de **Brasil**, se aprecia que de las 16 estrategias, ninguna es significativa a un 5% de confianza, y trabajando a un 10% de nivel de confianza, tan solo 1 estrategia es significativa, siendo la estrategia 6X9 la que genera una rentabilidad de un 0,379% mensual.

Al final de cada mes todas las acciones brasileras del BOVESPA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 60 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,03045	0,02737	0,02696	0,02668
	Loser	0,02354	0,02295	0,02347	0,02405
	W-L	0,00691	0,00442	0,00349	0,00263
	(test t)	1,617	1,531	1,528	1,356
6	Winner	0,03004	0,02822	0,02751	0,02720
	Loser	0,02453	0,02499	0,02373	0,02468
	W-L	0,00551	0,00323	0,00379	0,00251
	(test t)	1,212	1,093	1,648	1,263
9	Winner	0,02808	0,02720	0,02758	0,02800
	Loser	0,02302	0,02504	0,02588	0,02765
	W-L	0,00506	0,00215	0,00170	0,00035
	(test t)	1,215	0,704	0,613	0,134
12	Winner	0,02943	0,02933	0,02938	0,03026
	Loser	0,02204	0,02641	0,02971	0,03067
	W-L	0,00739	0,00292	-0,00033	-0,00041
	(test t)	1,616	0,852	-0,110	-0,157

En el caso de **México**, se aprecia que de las 16 estrategias, ninguna es significativa a un 5% de confianza ni trabajando a un 10% de nivel de confianza.

Al final de cada mes todas las acciones mexicanas del IPC son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderación inicial de acciones y son mantenidas por K-meses. La formación de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estándar. La muestra consiste de 35 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,01819	0,01784	0,01704	0,01675
	Loser	0,01544	0,01653	0,01591	0,01517
	W-L	0,00275	0,00131	0,00113	0,00158
	(test t)	0,81286	0,49775	0,57544	0,90481
6	Winner	0,02036	0,01811	0,01726	0,01764
	Loser	0,01623	0,01559	0,01548	0,01496
	W-L	0,00413	0,00252	0,00178	0,00268
	(test t)	1,07674	0,98416	0,82603	1,50033
9	Winner	0,01959	0,01781	0,01839	0,01806
	Loser	0,01553	0,01557	0,01545	0,01610
	W-L	0,00406	0,00224	0,00294	0,00197
	(test t)	1,03548	0,78723	1,45378	1,02189
12	Winner	0,02006	0,02123	0,02105	0,02135
	Loser	0,01534	0,01791	0,01796	0,01907
	W-L	0,00473	0,00331	0,00308	0,00228
	(test t)	1,12557	1,18924	1,37290	1,07910

Un resultado interesante de observar, es lo ocurrido en **Argentina**. Se aprecia que de las 16 estrategias, 3 son significativas a un 5% de confianza, siendo estas las que presentan una rentabilidad promedio mensual negativa. Tales estrategias son 9x12, 12x9 y 12x12, con una rentabilidad promedio de la estrategia Momentum de $-0,948\%$, $-0,743\%$ y $-0,762\%$ correspondientemente.

Al final de cada mes todas las acciones argentinas del MERVAL son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 24 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,02925	0,02315	0,02224	0,01937
	Loser	0,01634	0,02065	0,02180	0,02294
	W-L	0,01290	0,00250	0,00043	-0,00357
	(test t)	1,768	0,453	0,092	-0,857
6	Winner	0,02215	0,01928	0,01842	0,01996
	Loser	0,02302	0,02175	0,02268	0,02497
	W-L	-0,00087	-0,00247	-0,00426	-0,00501
	(test t)	-0,121	-0,529	-1,017	-1,310
9	Winner	0,02233	0,01829	0,02054	0,02161
	Loser	0,02011	0,02535	0,02815	0,03109
	W-L	0,00222	-0,00706	-0,00761	-0,00948
	(test t)	0,387	-1,373	-1,809	-2,447
12	Winner	0,02441	0,02372	0,02300	0,02378
	Loser	0,02312	0,02784	0,03043	0,03140
	W-L	0,00128	-0,00412	-0,00743	-0,00762
	(test t)	0,204	-0,979	-2,089	-2,197

Además, a un 10% de nivel de significancia, se observa que se agrega 2 estrategias mas significativas a las ya mencionadas, siendo la estrategia 9x9 negativa ($-0,761\%$), y la estrategia 3x3 positiva con un retorno promedio de $1,29\%$. Para un mayor análisis estadístico de las acciones del MERVAL ver **Anexo B**.

A nivel **Latinoamericano**, se encuentra 3 estrategias significativas a un 5%, siendo 9x3, 9x6, y 9x9. A un 10% de nivel de significancia, se agregan 2 estrategias mas, 3x3 y 6x9.

Al final de cada mes todas las acciones Latinoamericanas del IPC, Merval, IPSA y BOVESPA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 157 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,02648	0,02321	0,02339	0,02220
	Loser	0,02010	0,02171	0,02059	0,02171
	W-L	0,00637	0,00150	0,00280	0,00049
	(test t)	1,83676	0,58765	1,34428	0,26396
6	Winner	0,02480	0,02464	0,02390	0,02354
	Loser	0,02148	0,02059	0,02028	0,02152
	W-L	0,00332	0,00405	0,00362	0,00202
	(test t)	0,855	1,548	1,703	0,977
9	Winner	0,02634	0,02502	0,02535	0,02453
	Loser	0,01871	0,02018	0,02049	0,02370
	W-L	0,00763	0,00484	0,00487	0,00083
	(test t)	2,018	1,953	2,366	0,394
12	Winner	0,02497	0,02542	0,02556	0,02507
	Loser	0,01907	0,02123	0,02270	0,02392
	W-L	0,00589	0,00418	0,00286	0,00115
	(test t)	1,503	1,615	1,373	0,589

Además, se evidencia que el retorno promedio mensual de la estrategia Momentum es de un 0,547% (de las estrategias significativas), lejos de lo encontrado en estudios anteriores sobre Latinoamérica en torno a un 1% mensual.

Un caso interesante de analizar, es el efecto Momentum Latinoamericano excluyendo a Argentina, para ver si este país hace caer el promedio de los retornos, debido a que evidencia W-L de la estrategia negativos y estadísticamente significativos:

Excluyendo a **Argentina** de la muestra, se evidencia que a nivel **Latinoamericano**, se encuentra 3 estrategias significativas a un 5%, siendo 9x3, 6x9, y 12x3. A un 10% de nivel de significancia, se agregan 6 estrategias mas, 3x9, 6x3, 6x6, 9x3, 9x6 y 12x6. Con esto, se observa que el efecto Argentina, es el de disminuir el retorno del portfolio Momentum a nivel latinoamericano, y por ende, el numero de estrategias significativas.

Al final de cada mes todas las acciones Latinoamericanas del IPC, IPSA y BOVESPA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla el retorno promedio mensual de buy-and-hold del portfolio W-L en el periodo 1997-2007. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 133 acciones.

Ranking Period (J)	Portfolio	Holding Period (K)			
		3	6	9	12
3	Winner	0,02451	0,02143	0,02163	0,02138
	Loser	0,01839	0,01912	0,01868	0,01936
	W-L	0,00612	0,00231	0,00295	0,00202
	(test t)	2,123	1,071	1,817	1,399
6	Winner	0,02431	0,02297	0,02248	0,02231
	Loser	0,01874	0,01884	0,01877	0,01973
	W-L	0,00557	0,00413	0,00371	0,00258
	(test t)	1,702	1,720	2,069	1,489
9	Winner	0,02362	0,02247	0,02255	0,02296
	Loser	0,01789	0,01905	0,01948	0,02218
	W-L	0,00572	0,00342	0,00307	0,00079
	(test t)	1,879	1,648	1,632	0,403
12	Winner	0,02403	0,02418	0,02477	0,02493
	Loser	0,01723	0,01978	0,02179	0,02216
	W-L	0,00681	0,00440	0,00297	0,00277
	(test t)	2,198	1,814	1,473	1,604

Se evidencia que el retorno promedio mensual de la estrategia Momentum es de un 0,476% (de las estrategias significativas), menor al caso donde se incluye Argentina. La conformación de los portfolios Momentum en quintiles están descritos en mas detalle en **Anexo C**

Arbitraje Estadístico

Arbitraje estadístico y eficiencia del mercado

Esta sección introduce la noción de arbitraje estadístico y su relación a eficiencia de mercado. $(\Omega, F, (F_t : t \geq 0), P)$ Es un espacio de probabilidad filtrado sobre un horizonte infinito $[0, \infty)$, satisfaciendo las condiciones habituales. Donde P es la medida de probabilidad estadística. En la economía se transa una acción S_t y un mercado de deuda B_t que parte de un dólar ($B_0 = 1$). Se acepta cualquier proceso de tasa spot consistente con una evolución libre de arbitraje.

Estrategias de comercialización son centrales a la noción de arbitraje estadístico. El proceso estocástico $(x(t), y(t) : t \geq 0)$ representa un costo inicial cero, la estrategia autofinanciada involucra $x(t)$ unidades de una acción y $y(t)$ unidades del mercado de deuda en el tiempo t . esta estrategia de comercialización se formula solamente utilizando la información disponible en el mercado. Por ejemplo, la estrategia de comercialización puede involucrar reglas basadas sobre pasados retornos, tamaño de la empresa, anuncios de ganancias, valores de mercado a libro, crecimiento de ventas, o condiciones macroeconómicas. Estas estrategias, por definición, deben tener un costo inicial de cero ($x(0)S_0 + y(0) = 0$) y no tiene flujos de entrada o salida después de su construcción (condición de autofinanciamiento). La acción puede ser un (cero costo) portfolio consistente de una posición larga y corta del activo riesgoso.

Aunque modelos de equilibrio de mercado pueden ayudar en identificar posibles estrategias de comercialización, un modelo de equilibrio de mercado no es necesario. El proceso $V(t)$ denota el beneficio acumulado de la estrategia en el tiempo t . Además se define $v(t) = \frac{V(t)}{B_t}$ como el valor descontado del beneficio acumulado de la estrategia.

Para ilustrar este concepto y varias características de típicas estrategias de comercialización, nosotros consideramos unos cuantos ejemplos:

Ejemplo 1

Considerando la economía estándar de Black-Scholes donde las acciones no pagan dividendos cuyo precio es S_t y que evoluciona según:

$$S_t = S_0 e^{\alpha t - \frac{\sigma^2}{2}t + \sigma W_t}$$

Y con un mercado de deuda satisfaciendo:

$$B_t = e^{rt}$$

Donde α, σ^2, r son constantes no negativas, $\alpha > r$, y W_t es un movimiento browniano estándar.

Considere la estrategia autofinanciada (costo inicial cero) que consiste de comprar y tener (por siempre) 1 unidad de la acción, y financiar esto con el mercado de deuda. El valor de este portfolio en el momento t es:

$$V(t) = S_t - S_0 e^{rt} = S_0 \left(e^{\left[\alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right] t + \sigma W_t} - e^{rt} \right)$$

Representando el beneficio acumulado de la estrategia con un valor inicial de $V_0 = 0$. El valor esperado y varianza del beneficio acumulado descontado ambos cuando $t \rightarrow \infty$ es:

$$E^P[v(t)] = S_0(e^{[\alpha-r]t} - 1) \rightarrow \infty$$

$$Var^P[v(t)] = S_0^2 e^{2(\alpha-r)t} (e^{\sigma^2 t} - 1) \rightarrow \infty$$

Donde $E^P[\bullet]$ es la esperanza con respecto a P y $Var^P[\bullet] = E[\bullet^2] - E^2[\bullet]$. Aunque el valor esperado aumenta sin atarse (sin bono), también existe una compensación en su varianza. En adición, la tiempo-promedio varianza $\frac{Var^P[v(t)]}{t}$ también converge a ∞ cuando t tiende al ∞ , la significancia de este resultado se vislumbra cuando se define arbitraje estadístico.

Muchos casos de premios o “retornos en exceso” o anomalías se generan en portfolios que toman posiciones largas y cortas en portfolios de acciones formados en la base sobre características cross sectional. Para mayores ejemplos de movimientos brownianos ver **Anexo D**.

Definición: un arbitraje estadístico es de un valor inicial cero, estrategia autofinanciada con valor acumulado descontado $v(t)$ tal que:

$$1. v(0) = 0$$

$$2. \lim_{t \rightarrow \infty} E^P[v(t)] > 0$$

$$3. \lim_{t \rightarrow \infty} P[v(t) < 0] = 0$$

$$4. \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{Var^P[v(t)]}{t} = 0 \text{ Si } P[v(t) < 0] > 0 \forall t < \infty$$

En palabras, un arbitraje estadístico satisface 4 condiciones (1) este es de un valor inicial cero ($v(0) = 0$) estrategia autofinanciada, que en el limite tiene (2) beneficio esperado descontado positivos, (3) una probabilidad de perdida convergiendo a 0, y (4) una varianza tiempo-promedio convergiendo a 0 si la probabilidad de una perdida no es cero en un tiempo finito. La cuarta condición solo aplica cuando siempre existe una probabilidad positiva de perdida de dinero.

En otras palabras, si $P[v(t) < 0] = 0$ para algún tiempo $T < \infty$, entonces una oportunidad de arbitraje estándar esta disponible. En términos económicos, la cuarta condición implica que una oportunidad de arbitraje estadístico eventualmente produce incrementos de beneficio menos riesgosas. La condición 4 también implica que $P\left[\frac{v(t)}{\sqrt{t}} < 0\right] \rightarrow 0$, el riesgo de pérdida de dinero (por unidad de tiempo) es cero en el límite.

Como se indica, la habilidad de una estrategia por reducir su varianza promedio sobre el tiempo sin ajustar tampoco la composición o magnitud de sus posiciones (corta y larga) es esencial para generar arbitraje estadístico.

Una oportunidad de arbitraje estándar es un caso especial de arbitraje estadístico. De hecho, un arbitraje estándar tiene $v(0) = 0$ donde existe un tiempo finito $T > 0$ tal que $V(T)$ satisface $P[V(T) > 0] > 0$ y que $P[V(T) \geq 0] = 1$. Para transformar una oportunidad de arbitraje estándar bajo un horizonte infinito de una estrategia autofinanciada, solo invertimos el producto en el tiempo T en el mercado de deuda,

$V(s) = V(T) \frac{B_s}{B_T}$ para

$s \geq T$. Note que $v(s) = V(T) \frac{B_s}{B_T} \frac{1}{B_s} = v(T)$. Entonces, $\lim_{s \rightarrow \infty} E^P[v(s)] = E^P[v(T)] > 0$ lo

que satisface la condición 2 y $\lim_{s \rightarrow \infty} P[v(s) < 0] = P[v(T) < 0] = 0$ lo que satisface la

condición 3 e implica que la condición 4 no se aplica. Sin embargo lo que nos interesa es la construcción de un test estadístico para evaluar eficiencia del mercado con anomalías persistentes, estrategia cuya probabilidad de perdida es siempre positiva.

Esta definición es similar a la de oportunidad de arbitraje límite utilizada para construir el APT de Ross (1976). La diferencia entre los 2 conceptos es que un arbitraje estadístico es una condición límite a través del tiempo, mientras el APT de Ross es un límite cross sectional en un punto del tiempo. Esta diferencia necesita descontar en el mercado de deuda y la normalización en el tiempo en la condición 4.

Por lo tanto, así como la APT de Ross es apropiado solo en una economía con un gran número de activos, la metodología es apropiada para un horizonte de tiempo grande. Es importante enfatizar que los inversionistas no necesitan esperar hasta el infinito para beneficiarse del arbitraje estadístico. Inversionistas con largo pero finito horizonte de tiempo ven la oportunidad de arbitraje estadístico como “demasiado bueno para renunciar” como se ofrece beneficios esperados descontados positivos, y la varianza (por unidad de tiempo) se hace arbitrariamente pequeña, y decrece el riesgo de una pérdida.

De hecho aunque arbitraje estadístico se define sobre un horizonte de tiempo infinito, existe un punto de tiempo finito t^* tal que la probabilidad de una pérdida es arbitrariamente pequeña, $P[v(t^*) < 0] = \varepsilon$. Así, comparando una oportunidad de arbitraje en el tiempo t^* teniendo la propiedad $P[v(t^*) < 0] = 0$ con una oportunidad de arbitraje estadístico revela que se encuentran separados por una probabilidad de pérdida ε .

Es muy conocido que oportunidad de arbitraje es incompatible con eficiencia del mercado³. Tests de eficiencia de mercado en el mercado de opciones basados sobre la ausencia de arbitraje es numerosa. Por ejemplo, Klemkosky y Resnick (1979) y Kamara y Millar (1995) estudiaron violaciones de la paridad put-call. Test para arbitraje estadístico rechazando eficiencia del mercado puede ser visto como una extensión de esta literatura. De hecho, arbitraje estadístico rechaza al mercado estando en algún equilibrio económico, un importante prerrequisito para la eficiencia del mercado⁴. }

Un arbitraje estadístico (análogo a una oportunidad de arbitraje en el APT de Ross) inducirá a un inversionista a contratar en la comercialización, y consecuentemente impedir que el mercado alcance algún equilibrio. Incluso un solo “Trader” operando bajo

³ Ver Jensen (1978) para una discusión general

⁴ Ver Jarrow (1988), capítulo 19

un horizonte de tiempo finito y dispuesto a perseguir un arbitraje estadístico es suficiente para concluir que esta oportunidad rechaza la eficiencia del mercado.

Test para arbitraje estadístico

Para testear arbitraje estadístico, se analiza una serie de tiempo de beneficios acumulados descontados denominados en pesos $v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_n)$ generados en una estrategia de comercialización. Para una determinada estrategia, $\Delta v_i = v(t_i) - v(t_{i-1})$ denota incrementos del beneficio acumulado descontado de la estrategia medida en un punto equidistante de tiempo $t_i - t_{i-1} = \Delta$ con $t_i = i\Delta$.

El test de arbitraje estadístico requiere asumir un proceso para el precio del activo subyacente en la economía. En cambio de imponer el proceso estocástico directamente sobre el precio del activo como en el ejemplo anterior, es más conveniente imponer un supuesto sobre el proceso estocástico describiendo el beneficio incremental descontado de la estrategia Δv_i . Una clase general de proceso para el beneficio incremental de la estrategia es descrito por una semi-martingala tiempo discreto $\Delta v_i = \mu(i)\Delta + \sigma(i)Z_i$ con un componente martingala Z_i y coeficientes $\mu(i), \sigma(i)$. Por simplicidad de la presentación inicial, se impone el supuesto que el beneficio de la estrategia tiene incrementos de beneficio independientes. Para mayor generalidad, se permite que el beneficio esperado de la estrategia varíe en el tiempo. Así, se comienza el análisis con el modelo de la media sin restricción (UM).

Supuesto:

El beneficio incremental de la estrategia descontado satisface:

$$\Delta v_i = \mu \times i^\theta + \sigma \times i^\lambda \times z_i$$

Para $i=1, 2, \dots, n$ donde z_i es una variable aleatoria i.i.d que se distribuye $N(0,1)$.
 Note que $v(t_0)$ y Δv_0 son cero.

Es fácil ver que el valor esperado y la varianza del beneficio incremental descontado son $E[\Delta v_i] = \mu \times i^\theta$ y $Var[\Delta v_i] = \sigma^2 \times i^{2\lambda}$. Observe que para $\lambda < 0$, la varianza de Δv_i decrece en el tiempo, lo que satisface la cuarta condición de arbitraje estadístico vista con anterioridad. También note que la dinámica del beneficio incremental descontado en la ecuación $\Delta v_i = \mu \times i^\theta + \sigma \times i^\lambda \times z_i$ con $\lambda < 0$, $\mu > 0$, y $\theta \geq 0$ no genera incentivos a una estrategia para esperar que la volatilidad decline (y quizás la media aumente) antes de invertir. En cambio, es óptimo para los inversionistas enfrentar tal oportunidad en forma inmediata comenzando la estrategia y ganando un beneficio esperado positivo mientras goza del beneficio de la disminución de la varianza tiempo-promedio.

El uso de incrementos normales en el supuesto 1 se justifica por el teorema central del límite. El beneficio incremental acumulado descontado $v(t)$ es, por definición, la suma de los Δv_i y una suma normalizada de incrementos resulta asintóticamente en una variable aleatoria normal, a menudo de rápida convergencia, bajo regulares condiciones. Por ejemplo, asuma los mismos coeficientes para los incrementos.

$$\Delta v_i = \mu \times i^\theta + \sigma \times i^\lambda \times Z_i$$

Pero suponga que Z_i no se distribuye normal. Agregando sobre formas de observaciones una secuencia de beneficios incrementales promedio $\overline{\Delta v_j}$ para $j=1, 2, \dots, m < n$ que mejor conforman el supuesto de normalidad. La misma estimación y testeando metodologías presentadas para el caso normal permanecen aplicables para el promedio de observaciones. Así, para un n grande, el supuesto de normalidad es relativamente inocuo.

El beneficio acumulado descontado de la estrategia es:

$$v(t_n) = \sum_{i=1}^n \Delta v_i \stackrel{d}{\sim} N\left(\mu \sum_{i=1}^n i^\theta, \sigma^2 \sum_{i=1}^n i^{2\lambda}\right)$$

Mientras que el logaritmo natural de la función de probabilidad para los incrementos en la ecuación anterior es igual a:

$$\ln(L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln(\sigma^2 i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^{2\lambda}} (\Delta v_i - \mu i^\theta)^2$$

Permitiendo una estimación de la probabilidad máxima para generar los 4 parámetros requeridos. La ecuación requiere resolver los 4 parámetros que se encuentran en el siguiente lema.

Lema 1

Los parámetros estimados se obtienen de resolver las siguientes cuatro ecuaciones para los cuatro parámetros desconocidos.

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)}{\partial \mu} : \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta v_i i^{\hat{\theta}-2\hat{\lambda}}}{\sum_{i=1}^n i^{2(\hat{\theta}-\hat{\lambda})}}$$

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)}{\partial \sigma^2} : \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^{2\hat{\lambda}}} (\Delta v_i - \hat{\mu} i^{\hat{\theta}})^2}{n}$$

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)}{\partial \theta} : \sum_{i=1}^n \Delta v_i \ln(i) i^{\hat{\theta}-2\hat{\lambda}} = \hat{\mu} \sum_{i=1}^n \ln(i) i^{2(\hat{\theta}-\hat{\lambda})}$$

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)}{\partial \lambda} : \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n \ln(i) = \sum_{i=1}^n \frac{\ln(i)}{i^{2\hat{\lambda}}} (\Delta v_i - \hat{\mu} i^{\hat{\theta}})^2$$

Como se espera, para $\theta = 0$ y $\lambda = 0$, las dos primeras ecuaciones anteriores en lema 1 se reducen a los estimadores estándares de máxima verosimilitud.

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta v_i$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta v_i - \hat{\mu})^2$$

El lema 1 se reproduce fácilmente para diferentes funciones de medias y varianzas describiendo beneficios incrementales. Sin embargo, la forma funcional de los coeficientes en la ecuación $\Delta v_i = \mu \times i^\theta + \sigma \times i^\lambda \times z_i$ con cambios graduales en la media y varianza

ofrece una excelente descripción de incrementos de beneficio realizados en subsecuentes test empíricos.

Además, especificar el proceso del beneficio incremental solo sirve para incrementar la probabilidad de aceptar la hipótesis nula de no arbitraje estadístico. Por lo tanto, evidencia la cual indica la existencia de arbitraje estadístico es robusta para criticar en cuanto el proceso estocástico especificado. Error estándar para los parámetros en el lema 1 se obtienen desde la matriz Hessiana evaluada en los parámetros estimados para facilitar testear la significancia.

Bajo los supuestos previos, el siguiente teorema provee un test para la existencia de arbitraje estadístico.

Teorema 1

Una estrategia genera un arbitraje estadístico con un nivel de confianza de $1 - \alpha$ si las siguientes condiciones se satisfacen:

$$H_1 : \mu > 0$$

$$H_2 : \lambda < 0$$

$$H_3 : \theta > \max \left\{ \lambda - \frac{1}{2}, -1 \right\}$$

Con la suma de los p-value para los test individuales formando un bono superior para el error tipo 1 α .

Para satisfacer la cuarta condición de arbitraje estadístico, λ debe ser negativo para

asegurar que $\frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^n i^{2\lambda}}{n} \rightarrow 0$, mientras que para satisfacer la segunda condición es

necesario que μ sea positivo. Cualquier valor de θ asegura que $\mu \sum_{i=1}^n i^\theta > 0$ siendo

$\mu > 0$. Sin embargo, la convergencia de $P(v(t) < 0)$ a 0 requiere que.

$$\frac{\sum_{i=1}^n i^\theta}{\sqrt{\sum_{i=1}^n i^{2\lambda}}} \rightarrow \infty$$

El termino de orden principal de la suma en el numerador (utilizando puntos finales izquierdos)

$$\sum_{i=1}^n i^\theta \geq \int_1^n s^\theta ds = \frac{n^{1+\theta}}{1+\theta} - \frac{1^{1+\theta}}{1+\theta}$$

Dividiendo por la raíz cuadrada de la suma en el denominador (usando puntos finales derechos).

$$\sum_{i=1}^n i^{2\lambda} \leq \int_1^n (s+1)^{2\lambda} ds = \frac{(n+1)^{2\lambda+1}}{2\lambda+1} - \frac{2^{2\lambda+1}}{2\lambda+1}$$

Es igual a

$$\frac{n^{\theta+1}}{(n+1)^{\lambda+\frac{1}{2}}}$$

Por lo tanto el asunto de la cola de probabilidad convergiendo a 0 se produce si $n^{\theta - \lambda + \frac{1}{2}}$ convergiendo al infinito tal es el caso cuando $\theta > \lambda - \frac{1}{2}$. La aproximación de orden principal es valida en el numerador solo si $\theta > -1$. Por lo tanto, con una perdida insignificante de el punto final -1, la tercera condición de arbitraje estadístico requiere que $\theta > \max\left\{\lambda - \frac{1}{2}, -1\right\}$.

Los tres parámetros son testeados individualmente con la desigualdad de Bonferroni⁵ para la naturaleza combinada del test de hipótesis. La desigualdad de Bonferroni estipula que la suma de los p-value de los test individuales, llega a ser el limite superior para el error tipo I del test de arbitraje estadístico.

No hay uniformidad en la mayoría de los test poderosos como las condiciones para aplicar el lema de Neyman-Pearson sobre hipótesis compuestas no son satisfechas por la función de probabilidad no monotonica en ecuación (3). Los test envueltos en la hipótesis adjunta tales como el ratio de probabilidad debería llevar a sobre rechazar la hipótesis nula de no arbitraje estadístico. La fuente de inclinación de todas las tres condiciones en los parámetros generan arbitraje estadístico mientras el ratio de probabilidad pueda rechazar la nula si incluso uno de los parámetros fallan en el conjunto de nulas. Mas aun, el conjunto de nulas es el complemento de las condiciones 1-3 en el teorema ultimo, una composición no estándar de conjuntos.

El punto estimado del Lema 1 solo necesita ser testado si satisface las propiedades del teorema 6. Es bien conocido que la estimación de máxima verosimilitud es consistente y asintoticamente eficiente (logrando alcanzar la cota de Cramer-Rao). Los errores estándar para los test de hipótesis en teorema 6 puede ser extraído de la matriz Hessiana a producir el estadístico t requerido y sus correspondientes p-value.

⁵ $P(U_{i=1}^n A_i) \leq \sum_{i=1}^n P(A_i)$, Casella y Berger (1990)

Como demostración del Teorema 1, basado en la distribución de beneficios descontada de la ecuación (2), la segunda y tercera condición de arbitraje estadístico requiere que $\mu > 0$ y $\theta > \lambda - \frac{1}{2}$, mientras que la cuarta condición requiere $\lambda < 0$. La condición $\theta > \lambda - \frac{1}{2}$ asegura que la probabilidad de pérdida converge a 0. El parámetro θ puede ser negativo, indicando que la esperanza del trading de beneficios sea decreciente a través del tiempo, indicando que no decrece tan rápido para prevenir la convergencia al arbitraje estadístico.

Así, la tercera hipótesis es equivalente a un test de “largo plazo” de la eficiencia de mercado. Se debe observar que la existencia de arbitraje estadístico no es rechazar que $\theta = 0$, en contraste a la situación λ o μ son cero.

Mas aun, es imperativo reconocer que aplicando un simple test-t⁶ a los beneficios del trading no es un test valido para arbitraje estadístico. Asumamos que λ y θ son cero, implicando que los beneficios acumulados $v(t)$ es distribuida $N(\mu n, \sigma^2 n)$. Dada la estimación de $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta v_i - \hat{\mu})^2$, Teorema 1 se reduce a un test-t, con $n-1$ grados de libertad, de $\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta v_i$ siendo estadísticamente positivo:

$$\hat{\mu} > t_{n-1, \alpha} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}$$

De todas formas, este test-t es incapaz de testear arbitraje estadístico debido a que la cuarta propiedad no puede ser verificada. En resumen, un simple test-t es limitado solo a testear la hipótesis de positivos beneficios esperados, el cual no implica arbitraje estadístico.

⁶ El test-t estándar realizado en el intercepto es también incapaz de testear arbitraje estadístico. Además, esos test asumen un particular modelo lineal tal como el modelo de tres factores de Fama-Frech (1992. 1993) para el modelo de equilibrio de mercado.

Además de la existencia de arbitraje estadístico, la tasa de convergencia al arbitraje es también interesante y esta sujeto al próximo teorema, el cual declara que la convergencia de la cola de probabilidad $P(v(t_n) < 0)$ es mas rápido que exponencial. Así, nuestra introducción de un horizonte de tiempo finito es menos oneroso de lo que aparenta, como inversores rápidamente se realiza una oportunidad de inversión que esta “cerca” al arbitraje.

Teorema 2 La tasa de convergencia desde arbitraje estadístico a arbitraje es mas rápido que exponencial. Específicamente, la tasa de convergencia es mas rápido que:

$$O \left[\exp \left(\frac{-\mu^2 \left(\sum_{i=1}^n i^\theta \right)^2}{2\sigma^2 \sum_{i=1}^n i^{2\lambda}} \right) \right]$$

Hay que observar que la tasa de convergencia depende tanto de la forma cuadrática del ratio $\frac{\mu^2}{\sigma^2}$, como de la tasa de cambio de λ y θ . Estas estrategias pueden ser evaluadas por la tasa de convergencia de $P(v(t_n) < 0)$ a cero, y lo atractivo de la estrategia rankeada de acuerdo a esta función.

Arbitraje estadístico de la media restringida versus la media no restringida

Los resultados de esta sección serán válidos cuando el parámetro θ sea cero, implicando que los resultados esperados de la estrategia sean constantes a través del tiempo. En este modelo de media restringida, casos especiales del Lema 1 como del Teorema 1 y 2 resultan inmediatamente. Nos referiremos a este segundo test como el test de arbitraje estadístico para la media restringida (MR), para diferenciar del test de la media no restringida (MNR) del Teorema 1.

Comenzaremos el análisis empírico con el test MR y luego se verificará que su formulación es apropiada. Con el parámetro $\theta = 0$, el proceso de la ecuación (1) se reduce a:

$$\Delta v_i = \mu + \sigma i^\lambda z_i$$

El correspondiente test para arbitraje estadístico es:

$$H1: \mu > 0$$

$$H2: \lambda < 0$$

mientras la probabilidad de pérdida después de n periodos es igual a:

$$N \left(\frac{-\mu n}{\sigma \sqrt{\sum_{i=1}^n i^{2\lambda}}} \right)$$

donde $N(\bullet)$ denota la normal estándar acumulada

Modelo Restringido

En el caso del modelo restringido (que es el modelo de nuestro interés) el valor de θ es igual a 0 y por lo tanto el logaritmo natural de la función de probabilidad para los incrementos es igual a:

$$\ln(L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln(\sigma^2 i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^{2\lambda}} (\Delta v_i - \mu)^2$$

Obteniendo la matriz Hessiana y su correspondiente matriz de varianzas y covarianzas⁷:

$$H = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu \partial \sigma^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \mu}, -\frac{\partial^2 \alpha}{(\partial \sigma^2)^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda \partial \mu}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda \partial \sigma^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda^2} \end{bmatrix}$$

donde la matriz de Varianzas y covarianzas viene dada por la inversa de la matriz H.

$$\text{Var}_{-Cov} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu \partial \sigma^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \mu}, -\frac{\partial^2 \alpha}{(\partial \sigma^2)^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \lambda} \\ -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda \partial \mu}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda \partial \sigma^2}, -\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

⁷ Para una demostración mas formal, ver Anexo E

Resultados Arbitraje Estadístico

Los resultados de los test para verificar la existencia de arbitraje estadístico son presentados en la siguiente tabla:

Portfolio	μ	test t	λ	test t	$H1(\mu > 0)$	$H2(\lambda < 0)$	$H1 + H2$	Arbitraje
3/3	0,0062	19,31	0,0137	1,77	0,000	0,960	0,9602	no
3/6	0,0013	5,69	0,0480	7,37	0,000	1,000	1,0000	no
3/9	0,0028	16,31	0,3090	55,16	0,000	1,000	1,0000	no
3/12	-0,0002	-1,58	0,3817	73,96	0,942	1,000	1,9420	no
6/3	0,0044	12,53	-0,1208	-23,62	0,000	0,000	0,0000	si
6/6	0,0046	20,08	-0,1274	-24,36	0,000	0,000	0,0000	si
6/9	0,0033	16,73	0,1133	20,51	0,000	1,000	1,0000	no
6/12	0,0013	6,70	0,2084	37,53	0,000	1,000	1,0000	no
9/3	0,0086	25,54	-0,0951	-18,74	0,000	0,000	0,0000	si
9/6	0,0046	20,36	0,0336	6,53	0,000	1,000	1,0000	no
9/9	0,0042	21,67	0,1498	31,34	0,000	1,000	1,0000	no
9/12	0,0020	10,87	0,3159	71,31	0,000	1,000	1,0000	no
12/3	0,0051	14,27	0,1047	20,17	0,000	1,000	1,0000	no
12/6	0,0035	14,77	0,2001	42,59	0,000	1,000	1,0000	no
12/9	0,0024	13,53	0,3592	78,21	0,000	1,000	1,0000	no
12/12	0,0029	17,81	0,3988	88,96	0,000	1,000	1,0000	no

Además de los valores de los parámetros μ y λ , se presenta los test t correspondientes. Consistente con Jegadeesh y Titman (1993) los resultados esperados de los portfolios son siempre positivos y mayor que cero estadísticamente. Además, se estiman los p-value de los 2 test que son condiciones necesarias para la existencia de arbitraje estadístico:

- $\mu > 0$, pues se requiere de retornos medios positivos en la formación de portfolios, y
- $\lambda < 0$, que la tasa de varianza decaiga a través del tiempo

Por último, la columna $H1+H2$ corresponde a la suma de los p-value de los test particulares, como resultado de la desigualdad de Bonferroni.

Mas aun, el test para arbitraje estadístico confirma la presencia de ineficiencias del mercado en pocas estrategias momentum. De las 16 estrategias en estudio, 14 de los portfolios presenta una estimación de la media μ mayor a cero (todas significativas a un 5%), y la estimación para la tasa de crecimiento de la varianza λ es menor a cero solamente en 3 portfolios de la estrategia momentum (todas significativas a un 5%), consistente con arbitraje estadístico.

El requisito para que la varianza promedio a través del tiempo de los incrementos de rentabilidades declina a través del tiempo parece difícil de satisfacer. Solamente 3 estrategias momentum presentan λ negativo significativo estadísticamente (estrategias momentum 6/3, 6/6, 9/3).

Como resultado, mediante la aplicación de la desigualdad de Bonferroni, se obtiene que de las 16 estrategias, tan solo 3 presentan evidencia de arbitraje estadístico (a un 5% de nivel de confianza).

Este resultado, evidencia una débil ineficiencia en el mercado latinoamericano en el periodo 1997-2007, aunque, es interesante analizar el caso de Momentum Latinoamericano excluyendo Argentina, debido a los resultados de la estrategia Momentum negativa y significativa, obteniéndose lo siguiente:

Portfolio	μ	test t	λ	test t	$H1(\mu > 0)$	$H2(\lambda < 0)$	$H1 + H2$	Arbitraje
3/3	0,0076	30,98	-0,2165	-29,22	0,0000	0,0000	0,0000	si
3/6	0,0036	20,85	-0,2817	-44,09	0,0000	0,0000	0,0000	si
3/9	0,0032	21,75	-0,0577	-10,01	0,0000	0,0000	0,0000	si
3/12	0,0019	14,42	0,0393	7,71	0,0000	1,0000	1,0000	no
6/3	0,0077	32,06	-0,3515	-58,66	0,0000	0,0000	0,0000	si
6/6	0,0056	29,54	-0,2560	-46,24	0,0000	0,0000	0,0000	si
6/9	0,0040	25,66	-0,0821	-15,70	0,0000	0,0000	0,0000	si
6/12	0,0023	14,05	0,0777	15,42	0,0000	1,0000	1,0000	no
9/3	0,0084	33,95	-0,2270	-43,80	0,0000	0,0000	0,0000	si
9/6	0,0043	23,60	-0,1013	-20,73	0,0000	0,0000	0,0000	si
9/9	0,0023	12,57	0,0927	19,34	0,0000	1,0000	1,0000	no
9/12	-0,0001	-0,73	0,2429	56,75	0,7676	1,0000	1,7676	no
12/3	0,0065	22,66	0,0320	6,54	0,0000	1,0000	1,0000	no
12/6	0,0037	16,36	0,0980	21,36	0,0000	1,0000	1,0000	no
12/9	0,0009	4,76	0,2691	59,67	0,0000	1,0000	1,0000	no
12/12	0,0016	10,47	0,2887	68,90	0,0000	1,0000	1,0000	no

De las 16 estrategias, 15 de los portfolios presenta una estimación de la media μ mayor a cero (todas significativas a un 5%, y la media de la estrategia 9/12 no significativa), y la estimación para la tasa de crecimiento de la varianza λ es menor a cero en 8 portfolios de la estrategia momentum (todas significativas a un 5%), siendo este ultimo punto diferenciador al caso donde se incluye Argentina en la muestra.

Debido a este cambio, se las 16 estrategias en estudio, 8 estrategias presentas evidencia de arbitraje estadístico, implicando ineficiencia de mercado, a un 5% de nivel de confianza.

Una posible explicación de este resultado, es que en el periodo considerado 1997-2007 las acciones del Índice Merval de Argentina, presentan una gran volatilidad, repercutiendo enormemente en la conformación de los portfolios Winner y Loser de Momentum. Para un mayor análisis de las acciones ver **Anexo B**.

Conclusiones

Para el periodo 1997-2007, se analiza la existencia de retornos anormales a 4 economías Latinoamericanas (Argentina, Brasil, Chile y México). Se evidencia que el efecto Momentum se encuentra presente en el mercado accionario latinoamericano en cinco estrategias (considerando en la muestra a Argentina), y las estrategias significativas se eleva a nueve (eliminando a Argentina de la muestra) de un total de 16 estrategias. La diferencia observada, radica en la gran volatilidad presentada por Argentina en el periodo, lo que repercute en una caída del rendimiento promedio mensual para cada estrategia.

Mediante Arbitraje Estadístico se testea la eficiencia de mercado (obtener beneficios sin riesgos), evidenciándose que en tres estrategias de portfolio Momentum hay arbitraje estadístico (considerando a Argentina), y ocho estrategias presentan dicho patrón (al eliminar Argentina de la muestra).

Por ultimo, seria interesante realizar en futuras líneas de investigación, explicar el efecto momentum en Latinoamérica mediante Behavioral Finance (en comparación a modelos de equilibrio de mercado), y analizar de mejor forma la composición de portfolios y deuda en arbitraje estadístico

Anexos

Anexo A: Acciones de la muestra

Nemo	CHILE
	Acción
AGUAS A	AGUAS ANDINAS
ALMENDRAL	ALMENDRAL
ANDINA B	ANDINA B
ANTAR	ANTARCHILE
BSAN	BANCO SANTANDER
BCI	BANCO CREDITO INVERSIONES
CAMPOS	CAMPOS
CAP	CAP
CCU	CCU
CENCOSUD	CENCOSUD
CHILE	BANCO CHILE
CMPC	CMPC
COLBUN	COLBUN
COLO	COLO COLO
CONCHA	VIÑA CONCHA Y TORO
COPEC	COPEC
CORP	CORPBANCA
CTCA	CTC
DYS	DYS
EDELNOR	EDELNOR
ENDESA	ENDESA
ENERSIS	ENERSIS
ENTEL	ENTEL
FALABELLA	FALABELLA
IAM	IAM
IANSA	IANSA
INVERC	INVERCAP
INVERMAR	INVERMAR
LAPOLAR	LA POLAR
LAN	LAN CHILE
MADECO	MADECO
MASISA	MASISA
QUIÑENCO	QUIÑENCO
RIPLEY	RIPLEY
SECUR	SECURITY
SK	SK
SMCHILEB	SMCHILEB
SQMB	SQMB
VAPORES	VAPORES

MEXICO	
Nemo	Acción
ALFAA	ALFA-A
AMXL	AMERICA MOVIL
ARA	CONSORCIO ARA
ARCA	ARCA
BIMBOA	GRUPO BIMBO-A
CEMEXCP	CEMEX-CPO
CICSAB1	CARSO INFRAEST
COMERUBC	CONTROLADORA UTS
ELECKTRA	ELEKTRA
FEMSAUBD	FOMENTO ECONOM UTS
GAPB	GRUPO AERO PAC
GCARSOA1	GRUPO CARSO
GEOB	GEO-B
GFAMSAA	GRUPO FAMSA
GFINBURO	GRUPO FINANCIERO
GFNORTEO	GRUPO BANORTE
GMEXICOB	GMEXICO-B
GMODELOC	GRUPO MODELO-C
GRUMAB	GRUMA-B
HOMEX	DESARROLLADOR HOMEX
ICA	EMPRESAS ICA
ICHB	INDUSTRIAS CH-B
IDEALB1	IMPULSORA B1
KIMBERA	KIMBERLY CLARK
OMAB	GRUPO AEROPORT
PE&OLES	IND PENOLES
PINFRA	PINFRA
SAREB	SARE HOLDING
SORIANAB	SORIANA-B
TELECOA1	GRUPO CARSO
TELMEXL	TELMEX
TLEVICPO	GRUPO TELEVISA
TVAZTCPO	TV AZTECA
URBI	URBI DESARROLLOS
WALMEXV	WALMART

ARGENTINA	
Nemo	Acción
ACIN	ACINDAR-ESCRITURALES
ALPA	ALPARGATAS
ALUA	ALUAR ALUMINIO ARGENTINO
APBR	PETROBRAS ORDINARIAS
BHIP	BANCO HIPOTECARIO S.A.
BMA	BMACRO-ACCS
CECO2	ENDESA COSTANERA
CEPU2	PUERTO CENTRAL
COME	COMERCIAL DEL PLATA
CRES	CRESUD
ERAR	SIDERAR
FRAN	BANCO FRANCES SA
GGAL	GRUPO FINANCIERO GALICIA
INDU	SOLVAY INDUPA
IRSA	IRSA-ESC
MIRG	MIRGORD
MOLI	MOLINOS RIO DE LA PLATA
PAMP	FIROGRIFICO LA PAMPA
PBE	PETROBRAS ENERGIAS
TECO2	TELECOM ARGENTINA
TGSU2	TRANSPORTADORA DE GAS
TRAN	CIA. TRANSP. EN ELEC.
TS	TENARIS
YFPD	YPF SA

BRASIL	
Nemo	Acción
ACES4 BS Equity	ARCELORMITTAL INOX
ALLL11 BS Equity	ALL AMERICA LATINA LOGISTICA SA.
AMBV4 BS Equity	CIA BEBIDAS DAS AMERICAS
ARC26 BS Equity	ARACRUZ CELULOSE SA
BBAS3 BS Equity	BANCO BRASIL SA
BBDC4 BS Equity	BANCO BRADESCO SA
BRAP4 BS Equity	BRADESPAR SA
BRKM5 BS Equity	BRASKEM
BRT04 BS Equity	BRASIL TELECOM
BRTP3 BS Equity	BRASIL TELECOM PARTICIPACOES
BRTP4 BS Equity	BRASIL TELECOM PARTICIPACOES
BTOw3 BS Equity	B2W COMPANHIA GLOBAL DO VAREJO
CCRO3 BS Equity	CIA CONCESSOES RODOVIARIAS
CGAS5 BS Equity	CIA GAS SAO PAULO
CLSC6 BS Equity	CENTRAIS STA CATARINA
CMIG4 BS Equity	CIA ENERGETICA DE MINAS GERAIS
CPFE3 BS Equity	CPFL ENERGIA
CPLE6 BS Equity	CIA PARANAENSE DE ENRGIA
CRUZ3 BS Equity	SOUZA CRUZ
CSAN3 BS Equity	COSAN
CSNA3 BS Equity	CIA SIDERURGICA NACIONAL
CYRE3 BS Equity	CYRELA BRAZIL REALTY
DURA4 BS Equity	DURATEX
ELET3 BS Equity	CENTRAIS ELET BRAS
ELET6 BS Equity	CENTRAIS ELET BRAS
EMBR3 BS Equity	EMBRAER AERONAUTICA
GFA3 BS Equity	GAFISA
GGBR4 BS Equity	GERDAU
GOAU4 BS Equity	METALURGICA GERDAU
GOLL4 BS Equity	GOL LINEAS AEREAS

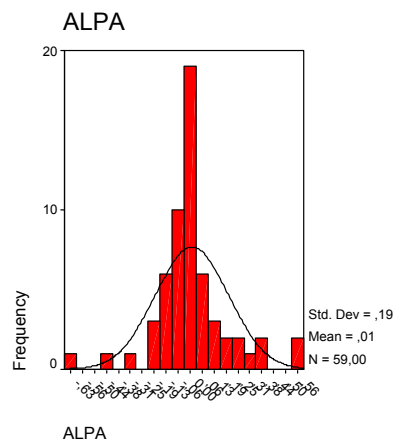
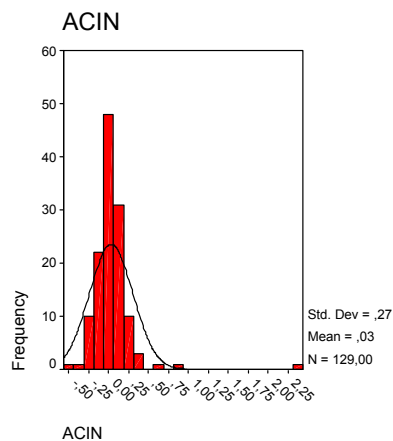
BRASIL (contiuacion...)	
Nemo	Acción
ITAU4 BS Equity	BANCO ITAU
ITSA4 BS Equity	ITAUSA INVESTIMENTOS
KLBN4 BS Equity	KLABIN
LAME4 BS Equity	LOJAS AMERICANAS
LIGT3 BS Equity	LIGHT
LREN3 BS Equity	LOJAS RENNER
NATU3 BS Equity	NATURA COSMETICOS
NETC4 BS Equity	NET SERVICIOS DE COMUNICACIÓN
PCAR4 BS Equity	CIA BRASILEIRA DE DISTRIBUCION
PETR3 BS Equity	PETROBAS
PETR4 BS Equity	PETROBAS
PRGA3 BS Equity	PERDIGAO
PTIP4 BS Equity	CIA PETROLEO IPIRANGA
SBSP3 BS Equity	CIA SANEAMIENTO BASICO
SDIA4 BS Equity	SADIA
TAMM4 BS Equity	TAM
TCSL3 BS Equity	TIM PARTICIPACOES
TCSL4 BS Equity	TIM PARTICIPACOES
TLPP4 BS Equity	TELEC DE SAO PAULO
TMAR5 BS Equity	TELEMAR NORTE LESTE
TMCP4 BS Equity	TELEMIG CELULAR
TNLP3 BS Equity	TELENORTE LESTE
TNLP4 BS Equity	TELENORTE LESTE
TRPL4 BS Equity	CIA TRANSMISION ENERGIA
UBBR11 BS Equity	UNIBANCO UNIAO DE BCOS
USIM5 BS Equity	USINAS SID DE MINAS GERAIS
VALE3 BS Equity	CIA VALE DO RIO DOCE
VALE5 BS Equity	CIA VALE DO RIO DOCE
VCPA4 BS Equity	VOTORANTIM CELULOSE
VIVO4 BS Equity	VIVO PARTICIPACOES

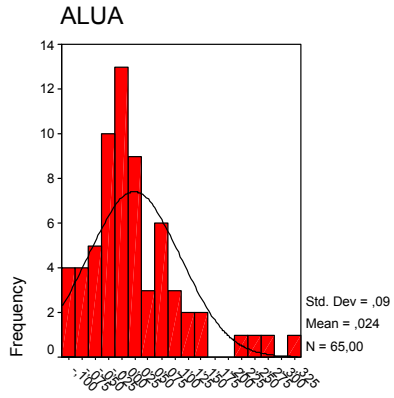
Anexo B: Análisis Acciones Merval 1997-2007

Se presenta el análisis resumido de las acciones, y a continuación, acción por acción, se analiza su media y distribución de rentabilidades:

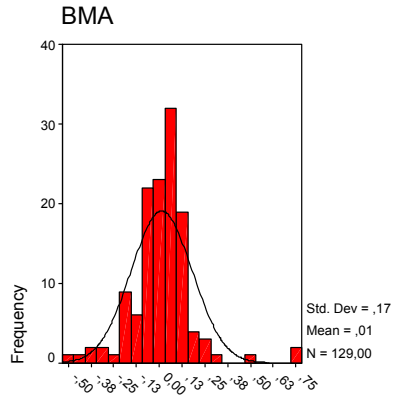
Descriptive Statistics

	N	Range	Minimum	Maximum	Mean		Std.	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
ACIN	129	2,82	-,50	2,32	,0340	,0240	,27282	4,852	,213	38,750	,423
ALPA	59	1,20	-,62	,58	,0100	,0249	,19129	,243	,311	3,128	,613
ALUA	65	,43	-,11	,32	,0239	,0108	,08743	1,313	,297	2,137	,586
BHIP	104	1,03	-,39	,64	,0246	,0164	,16757	,883	,237	2,430	,469
BMA	129	1,21	-,47	,74	,0131	,0148	,16825	,854	,213	5,460	,423
FRAN	129	,93	-,42	,51	,0112	,0126	,14311	,078	,213	2,111	,423
CEPU2	129	1,04	-,37	,67	,0179	,0143	,16266	,976	,213	3,036	,423
CRES	129	1,28	-,28	1,00	,0194	,0126	,14327	2,589	,213	16,269	,423
CECO2	129	1,47	-,30	1,17	,0145	,0151	,17163	3,781	,213	22,670	,423
GGAL	87	,89	-,41	,49	,0177	,0173	,16167	,238	,258	1,213	,511
IRSA	129	,73	-,35	,38	,0129	,0114	,12990	,174	,213	,666	,423
MIRG	129	1,01	-,47	,54	,0238	,0122	,13857	,356	,213	2,356	,423
MOLI	129	1,40	-,38	1,02	,0215	,0151	,17110	2,140	,213	10,072	,423
PAMP	30	4,72	-,59	4,13	,2071	,1505	,82424	4,022	,427	18,653	,833
PBE	50	,35	-,16	,20	,0143	,0131	,09274	,217	,337	-,526	,662
APBR	18	,36	-,11	,26	,0443	,0229	,09702	,691	,536	,255	1,038
ERAR	129	1,75	-,49	1,26	,0338	,0176	,19967	2,269	,213	12,927	,423
COME	129	2,59	-,50	2,09	,0229	,0261	,29659	3,322	,213	18,910	,423
INDU	129	2,70	-,35	2,35	,0259	,0214	,24311	7,012	,213	65,853	,423
TECO2	129	,99	-,37	,61	,0225	,0147	,16697	,584	,213	1,668	,423
TS	58	,60	-,19	,41	,0510	,0152	,11546	,814	,314	1,160	,618
TRAN	87	1,33	-,49	,83	,0246	,0183	,17051	,952	,258	5,964	,511
TGSU2	129	,87	-,33	,54	,0111	,0107	,12130	,888	,213	3,244	,423
Valid N (listwise)	18										

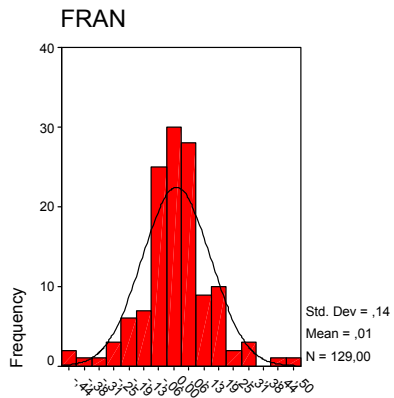




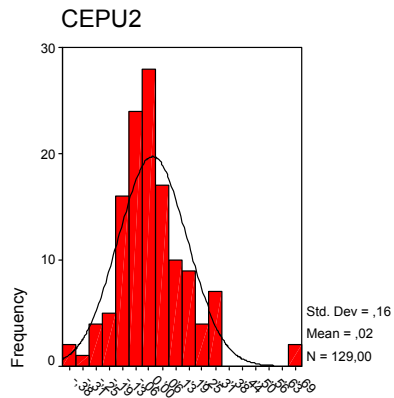
ALUA



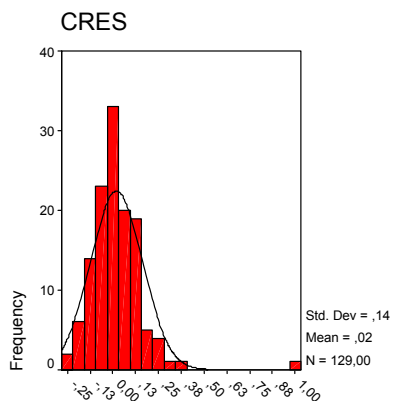
BMA



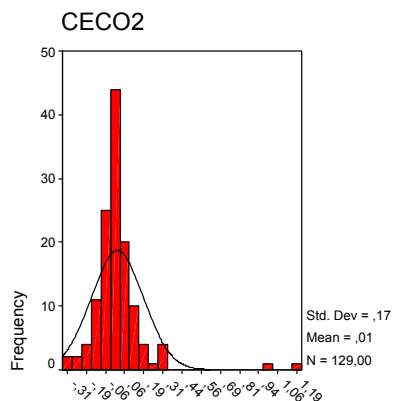
FRAN



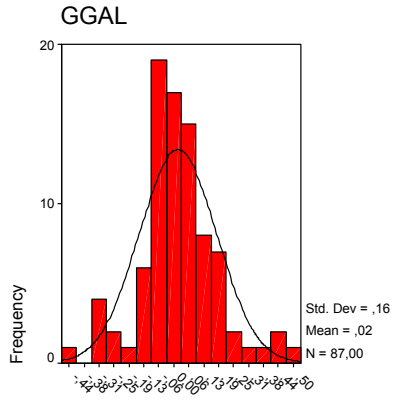
CEPU2



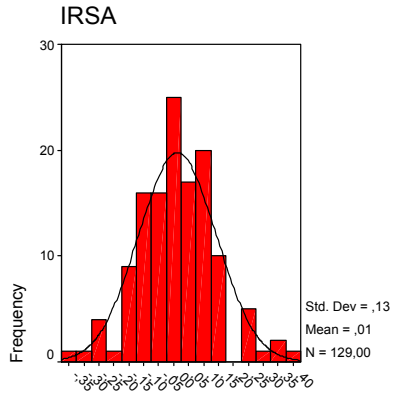
CRES



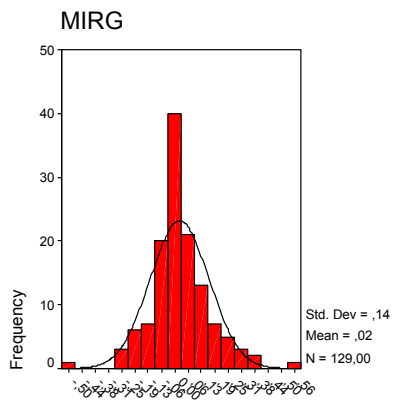
CECO2



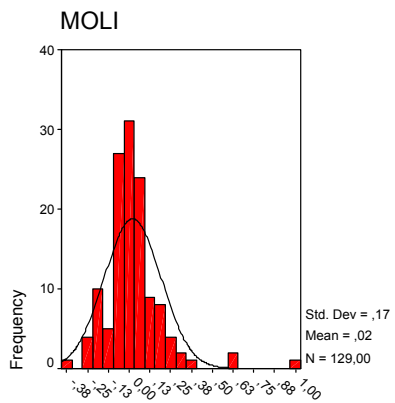
GGAL



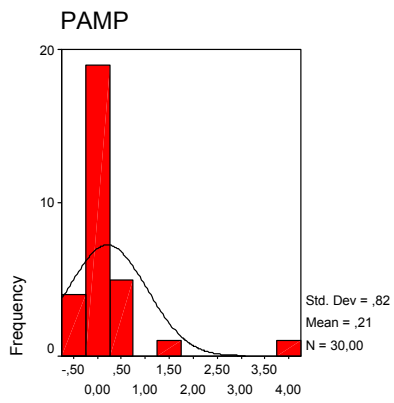
IRSA



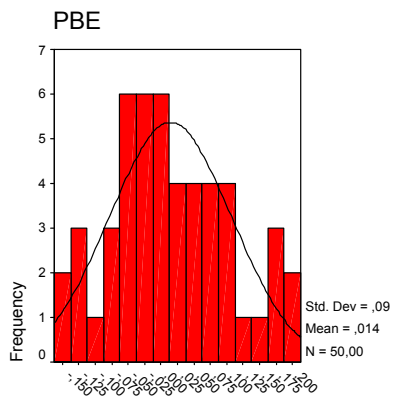
MIRG



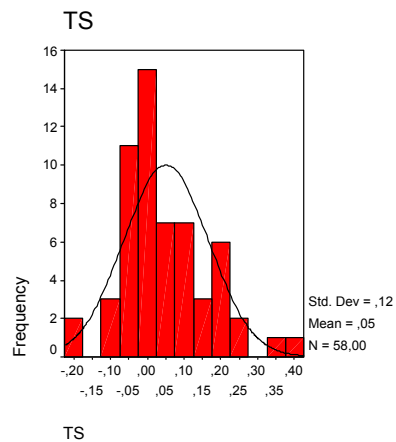
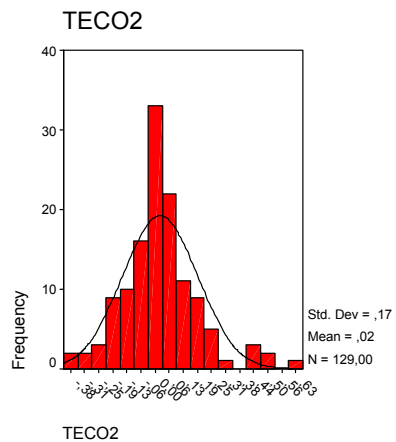
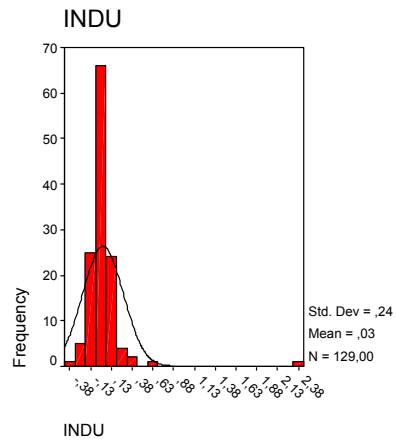
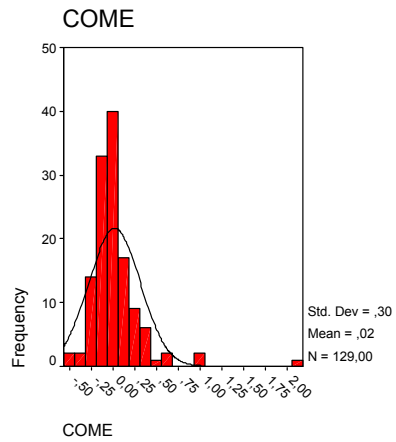
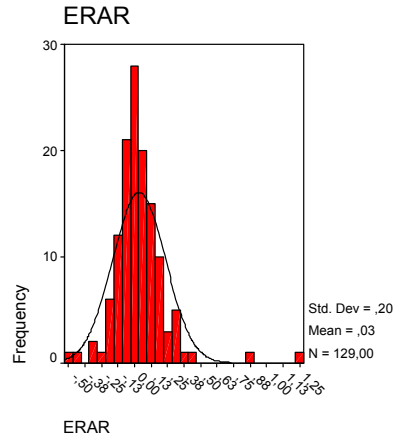
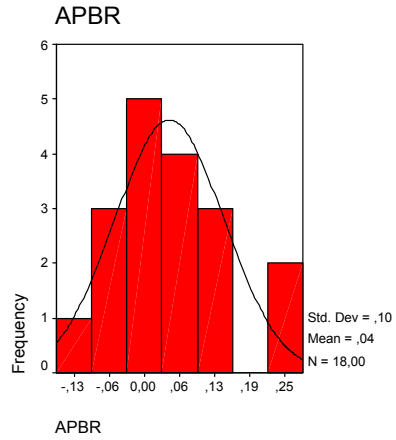
MOLI

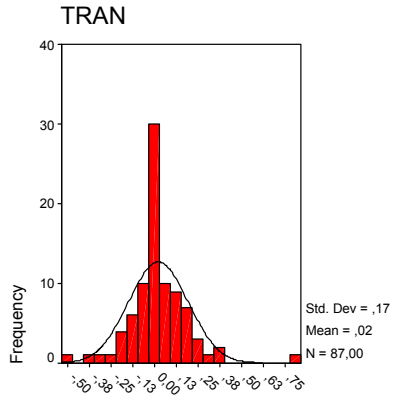


PAMP

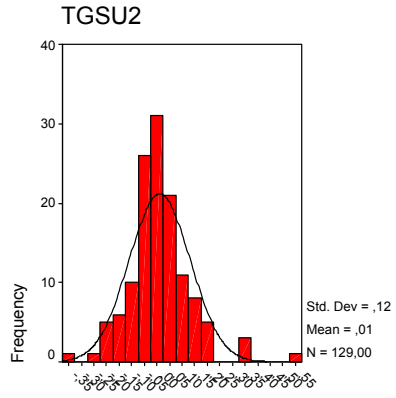


PBE

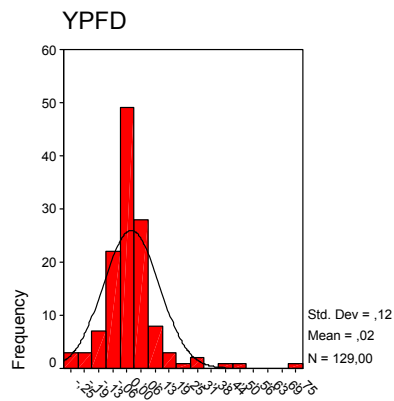




TRAN



TGSU2



YFPD

Anexo C: Rentabilidad Portfolio Estrategia Momentum

Estrategia Momentum CHILE								
Al final de cada mes todas las acciones chilenas del IPSA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla muestra el retorno promedio mensual de los 5 portfolios de la estrategia. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 39 acciones.								
J	K	W	P2	P3	P4	L	W-L	test t
3	3	0,01940	0,01177	0,01235	0,00957	0,00733	0,01207	3,490
3	6	0,01733	0,01393	0,01214	0,00984	0,00799	0,00934	3,573
3	9	0,01726	0,01376	0,01099	0,01146	0,00989	0,00737	3,057
3	12	0,01650	0,01328	0,01088	0,01171	0,01141	0,00509	2,398
6	3	0,02178	0,01337	0,00958	0,01169	0,00539	0,01639	4,691
6	6	0,02175	0,01379	0,01070	0,01331	0,00698	0,01477	5,143
6	9	0,02009	0,01291	0,01071	0,01397	0,00911	0,01098	4,088
6	12	0,01887	0,01360	0,01136	0,01337	0,01084	0,00803	3,125
9	3	0,02431	0,01304	0,01381	0,01307	0,00691	0,01740	4,452
9	6	0,02209	0,01381	0,01218	0,01374	0,00935	0,01274	4,176
9	9	0,02130	0,01324	0,01360	0,01361	0,01059	0,01071	3,897
9	12	0,02091	0,01440	0,01387	0,01334	0,01336	0,00755	2,975
12	3	0,02134	0,01366	0,01510	0,01219	0,00815	0,01319	3,290
12	6	0,02132	0,01344	0,01624	0,01299	0,01010	0,01123	3,495
12	9	0,02139	0,01486	0,01718	0,01339	0,01208	0,00931	3,227
12	12	0,02092	0,01537	0,01716	0,01252	0,01358	0,00735	2,915

Estrategia Momentum BRASIL

Al final de cada mes todas las acciones brasileras del BOVESPA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla muestra el retorno promedio mensual de los 5 portfolios de la estrategia. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 60 acciones.

J	K	V	P2	P3	P4	L	V-L	test t
3	3	0,03045	0,02138	0,01963	0,02008	0,02354	0,00691	1,617
3	6	0,02737	0,02344	0,02224	0,02141	0,02295	0,00442	1,531
3	9	0,02696	0,02339	0,02430	0,02185	0,02347	0,00349	1,528
3	12	0,02668	0,02291	0,02328	0,02322	0,02405	0,00263	1,356
6	3	0,03004	0,02212	0,02100	0,02108	0,02453	0,00551	1,212
6	6	0,02822	0,02469	0,02414	0,02310	0,02499	0,00323	1,093
6	9	0,02751	0,02424	0,02522	0,02286	0,02373	0,00379	1,648
6	12	0,02720	0,02414	0,02451	0,02436	0,02468	0,00251	1,263
9	3	0,02808	0,02381	0,02446	0,02841	0,02302	0,00506	1,215
9	6	0,02720	0,02297	0,02360	0,02699	0,02504	0,00215	0,704
9	9	0,02758	0,02282	0,02293	0,02659	0,02588	0,00170	0,613
9	12	0,02800	0,02419	0,02415	0,02715	0,02765	0,00035	0,134
12	3	0,02943	0,02227	0,02418	0,02404	0,02204	0,00739	1,616
12	6	0,02933	0,02281	0,02332	0,02432	0,02641	0,00292	0,852
12	9	0,02938	0,02415	0,02420	0,02551	0,02971	-0,00033	-0,110
12	12	0,03026	0,02446	0,02521	0,02541	0,03067	-0,00041	-0,157

Estrategia Momentum ARGENTINA

Al final de cada mes todas las acciones argentinas del MERVAL son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla muestra el retorno promedio mensual de los 5 portfolios de la estrategia. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 24 acciones.

J	K	W	P2	P3	P4	L	W-L	test t
3	3	0,02925	0,01649	0,01737	0,01923	0,01634	0,01290	1,768
3	6	0,02315	0,01373	0,02009	0,02150	0,02065	0,00250	0,453
3	9	0,02224	0,01587	0,02044	0,02036	0,02180	0,00043	0,092
3	12	0,01937	0,01726	0,01937	0,02152	0,02294	-0,00357	-0,857
6	3	0,02215	0,01951	0,01685	0,01658	0,02302	-0,00087	-0,121
6	6	0,01928	0,01887	0,02035	0,02086	0,02175	-0,00247	-0,529
6	9	0,01842	0,01964	0,02031	0,02029	0,02268	-0,00426	-1,017
6	12	0,01996	0,01933	0,01867	0,02145	0,02497	-0,00501	-1,310
9	3	0,02233	0,02480	0,01456	0,02075	0,02011	0,00222	0,387
9	6	0,01829	0,01988	0,01896	0,02181	0,02535	-0,00706	-1,373
9	9	0,02054	0,01987	0,01775	0,02136	0,02815	-0,00761	-1,809
9	12	0,02161	0,02148	0,01810	0,02178	0,03109	-0,00948	-2,447
12	3	0,02441	0,01506	0,01915	0,02284	0,02312	0,00128	0,204
12	6	0,02372	0,01643	0,01739	0,02528	0,02784	-0,00412	-0,979
12	9	0,02300	0,02058	0,01985	0,02400	0,03043	-0,00743	-2,089
12	12	0,02378	0,02188	0,02051	0,02451	0,03140	-0,00762	-2,197

Estrategia Momentum MEXICO

Al final de cada mes todas las acciones mexicanas del IPC son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla muestra el retorno promedio mensual de los 5 portfolios de la estrategia. El test-t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 35 acciones.

J	K	V	P2	P3	P4	L	V-L	test t
3	3	0,01819	0,01632	0,01617	0,01596	0,01544	0,00275	0,813
3	6	0,01784	0,01620	0,01494	0,01519	0,01653	0,00131	0,498
3	9	0,01704	0,01556	0,01438	0,01591	0,01591	0,00113	0,575
3	12	0,01675	0,01501	0,01430	0,01574	0,01517	0,00158	0,905
6	3	0,02036	0,01042	0,01801	0,01420	0,01623	0,00413	1,077
6	6	0,01811	0,01405	0,01697	0,01403	0,01559	0,00252	0,984
6	9	0,01726	0,01423	0,01604	0,01472	0,01548	0,00178	0,826
6	12	0,01764	0,01436	0,01602	0,01559	0,01496	0,00268	1,500
9	3	0,01959	0,01336	0,01621	0,01291	0,01553	0,00406	1,035
9	6	0,01781	0,01588	0,01594	0,01318	0,01557	0,00224	0,787
9	9	0,01839	0,01700	0,01501	0,01483	0,01545	0,00294	1,454
9	12	0,01806	0,01827	0,01618	0,01513	0,01610	0,00197	1,022
12	3	0,02006	0,01214	0,01664	0,01375	0,01534	0,00473	1,126
12	6	0,02123	0,01551	0,01447	0,01453	0,01791	0,00331	1,189
12	9	0,02105	0,01703	0,01650	0,01562	0,01796	0,00308	1,373
12	12	0,02135	0,01669	0,01648	0,01594	0,01907	0,00228	1,079

Estrategia Momentum Latinoamerica

Al final de cada mes todas las acciones Latinoamericanas del IPC, Merval, IPSA y BOVESPA son rankeadas en orden ascendente basado en su rendimiento de los J-meses pasados. Las acciones en el quintil inferior (menor rendimiento pasado) son asignadas al portfolio Loser, y aquellas en el quintil superior, son asignadas al portfolio Winner. Cada portfolio tienen igual ponderacion inicial de acciones y son mantenida por K-meses. La formacion de cada nuevo portfolio ocurre un mes de realizar el ranking de desempeño. La tabla muestra el retorno promedio mensual de los 5 portfolios de la estrategia. El test t se calcula como el retorno promedio dividido por su error estandar. La muestra consiste de 157 acciones.

J	K	V	P2	P3	P4	L	V-L	test t
3	3	0,02648	0,01683	0,01458	0,01607	0,02010	0,00637	1,837
3	6	0,02321	0,01752	0,01649	0,01581	0,02171	0,00150	0,588
3	9	0,02339	0,01821	0,01722	0,01663	0,02059	0,00280	1,344
3	12	0,02220	0,01782	0,01790	0,01639	0,02171	0,00049	0,264
6	3	0,02480	0,01652	0,01558	0,01567	0,02148	0,00332	0,855
6	6	0,02464	0,01784	0,01722	0,01761	0,02059	0,00405	1,548
6	9	0,02390	0,01811	0,01730	0,01787	0,02028	0,00362	1,703
6	12	0,02354	0,01863	0,01768	0,01750	0,02152	0,00202	0,977
9	3	0,02634	0,01931	0,01749	0,01859	0,01871	0,00763	2,018
9	6	0,02502	0,01896	0,01748	0,01837	0,02018	0,00484	1,953
9	9	0,02535	0,01924	0,01760	0,01864	0,02049	0,00487	2,366
9	12	0,02453	0,02022	0,01957	0,02016	0,02370	0,00083	0,394
12	3	0,02497	0,01947	0,01891	0,01580	0,01907	0,00589	1,503
12	6	0,02542	0,01963	0,01915	0,01720	0,02123	0,00418	1,615
12	9	0,02556	0,02075	0,01971	0,01954	0,02270	0,00286	1,373
12	12	0,02507	0,02157	0,01985	0,01969	0,02392	0,00115	0,589

Anexo D: Ejemplos movimientos brownianos

El siguiente ejemplo considera un portfolio de acciones cuya dinámica involucra una tasa de movimiento browniano aritmético en vez de un movimiento browniano geométrico. Movimiento browniano aritmético es una hipótesis razonable en estas circunstancias desde que un portfolio de posición larga y corta no es un limitado activo de deuda.

Ejemplo 2

Considere el valor acumulado descontado de una estrategia $v(t)$ que evoluciona según:

$$v(t) = \alpha t + \sigma W_t$$

Con $v(0) = 0$ (valor inicial cero). La acción en este ejemplo debe ser interpretado como un portfolio de acciones que consiste de una posición larga y corta. El valor esperado y la varianza del valor acumulado descontado de la estrategia cuando $t \rightarrow \infty$ es.

$$E^P[v(t)] = \alpha t \rightarrow \infty$$

$$\text{Var}^P[v(t)] = \sigma^2 t \rightarrow \infty$$

Mientras que la varianza tiempo-promedio es finita e igual a σ^2 .

El ejemplo previo ilustra típicas estrategias que no representan oportunidades de largo plazo de “exceso de beneficio”. Esto ocurre porque el beneficio esperado de la estrategia incrementa a través del tiempo, pero la varianza también aumenta a través del tiempo, además la varianza tiempo-promedio no desaparece (no tiende a 0). En contraste el siguiente ejemplo captura la intuición del arbitraje estadístico.

Ejemplo 3

Suponga que el beneficio descontado de la estrategia en un intervalo $[t_{k-1}, t_k]$ puede ser representado como.

$$v(t_k) - v(t_{k-1}) = \mu + \sigma \times z_k$$

Donde $\mu, \sigma > 0$ y z_k es una variable aleatoria i.i.d de media 0 y varianza $\frac{1}{k}$ esta estrategia tiene beneficios esperados descontados positivos sobre cada intervalo, pero con ruido blanco. La varianza del ruido decrece sobre el tiempo. Una vez más, $v(t_0) = 0$ y el beneficio acumulado descontado de la estrategia, en el tiempo t_n es igual a:

$$v(t_n) = \sum_{k=1}^n [v(t_k) - v(t_{k-1})] = \mu n + \sigma \sum_{k=1}^n z_k$$

Note que $E^P[v(t_n)] = \mu n$ y $Var^P[v(t_n)] = \sigma^2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$. Por lo tanto,

$\frac{Var^P[v(t_n)]}{n} = \sigma^2 \frac{\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}}{n} \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$. También se puede mostrar que

$P[v(t_n) < 0] \rightarrow 0$, esto implica que el beneficio descontado de la estrategia es no negativo en el límite.

A través del tiempo, análogo a la diversificación cross-sectional en el APT de Ross, el ruido blanco en esta estrategia es diversificable, así generando una oportunidad de arbitraje en el límite. De hecho esta estrategia tiene un beneficio esperado descontado positivo con una varianza tiempo-promedio tendiendo a 0. Sobre un horizonte de largo plazo. Para un horizonte de largo plazo esta estrategia captura la noción de "arbitraje estadístico". Dadas estas ideas, se formalizara la noción de arbitraje estadístico.

Anexo E: Demostración Matriz Varianzas y Covarianzas

De esta función obtenemos los parámetros estimados:

$$\text{Sea } Ln(L(\mu, \sigma^2, \lambda, \theta / \Delta v)) = \alpha$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Ln(\sigma^2 i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i)^2 - 2 \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i \mu + \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu^2 \right]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \hat{\mu} = 0$$

$$1) \hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta v_i i^{-2\lambda}}{\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda}}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Ln(\sigma^2) + Ln(i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 \right]$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Ln(i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 \right]$$

$$\text{Sea } \phi = \sigma^2$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Ln}(\phi) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Ln}(i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\phi} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \phi} = -\frac{n}{2\phi} + \frac{\phi^{-2}}{2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{(\sigma^2)^{-2}}{2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \sigma^2} = 0 \Rightarrow -\frac{n}{2\hat{\sigma}^2} + \frac{(\hat{\sigma}^2)^{-2}}{2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 = 0$$

$$\mathbf{2)} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^{2\lambda}} (\Delta v_i - \hat{\mu})^2}{n}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Ln}(\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Ln}(i^{2\lambda}) - \frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 \right]$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{Ln}(\sigma^2) - \lambda \sum_{i=1}^n \text{Ln}(i) - \frac{1}{2\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2 \right]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n \ln(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \ln(i) (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow -\sum_{i=1}^n \ln(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \ln(i) (\Delta v_i - \mu)^2 = 0$$

$$\mathbf{3)} \quad \hat{\sigma}^2 \sum_{i=1}^n \ln(i) = \sum_{i=1}^n \frac{\ln(i)}{i^{2\hat{\lambda}}} (\Delta v_i - \hat{\mu})^2$$

Matriz Hessiana

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu$$

$$\mathbf{4)} \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu^2} = -\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \phi} = -\frac{n}{2\phi} + \frac{\phi^{-2}}{2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \phi^2} = \frac{n}{2\phi^2} - \phi^{-3} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$5) \frac{\partial^2 \alpha}{(\partial \sigma^2)^2} = \frac{n}{2(\sigma^2)^2} - \frac{1}{(\sigma^2)^3} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n L n(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} L n(i) (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$6) \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \lambda^2} = -\frac{2}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} (L n(i))^2 (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n L n(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} L n(i) (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = -\sum_{i=1}^n L n(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} L n(i) ((\Delta v_i)^2 - 2\mu \Delta v_i + \mu^2)$$

$$7) \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \mu \partial \lambda} = \frac{2}{\sigma^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} L n(i) \mu - \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} L n(i) \Delta v_i \right]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \mu} = \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i - \frac{1}{\phi} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \phi \partial \mu} = -\frac{2}{\phi^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i + \frac{2}{\phi^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu$$

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial \phi \partial \mu} = \frac{2}{\phi^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu - \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i \right]$$

$$\mathbf{8)} \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \mu} = \frac{2}{(\sigma^2)^2} \left[\sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \mu - \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \Delta v_i \right]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \lambda} = - \sum_{i=1}^n \text{Ln}(i) + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \text{Ln}(i) (\Delta v_i - \mu)^2$$

$$\mathbf{9)} \quad \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \sigma^2 \partial \lambda} = - \frac{1}{(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n i^{-2\lambda} \text{Ln}(i) (\Delta v_i - \mu)^2$$

Bibliografía

- Barberis, Nicholas, Andrei Shleifer, and Robert Vishny, 1998, "A model of investor sentiment," *Journal of Financial Economics* 49, pp 307–343.
- Bernard, Victor L., and Jacob K. Thomas, 1989, "Post-earnings-announcement drift: Delayed price response or risk premium?" *Journal of Accounting Research* 27, pp 1–36.
- Brennan, Michael J., Narasimhan Jegadeesh, and Bhaskaran Swaminathan, 1993, "Investment Analysis and the Adjustment of Stock Prices to Common Information," *Review of Financial Studies* 6, pp. 799-824.
- Bodurtha, Jr. J. N., and G. R. Courtadon, 1986, "Efficiency tests of the foreign currency options market," *Journal of Finance*, 41, 151 - 162.
- Bhojraj, S., B. Swaminathan, 2002, "Macromomentum: Return predictability in international equity markets," Unpublished working paper. Cornell University.
- Box, G. E. P., and G. M. Jenkins, 1976, "Time series analysis: Forecasting and control," Holden-Day.
- Casella, G., and R. L. Berger, 1990, "Statistical inference," Duxbury Press.
- Chan, L. K.C., N. Jegadeesh, and J. Lakonishok, 1996, "Momentum strategies," *Journal of Finance*, 51, 1681 - 1713.
- Chan, K., A. Hameed, and W. Tong, 2000, "Profitability of momentum strategies in international equity markets," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 35, pp 153-172.
- Chan, Louis K. C., Narasimhan Jegadeesh, and Josef Lakonishok, 1996, "Momentum strategies," *Journal of Finance* 51, pp 1681–1713.
- Chen, Hsiu-Lang, Narasimhan Jegadeesh, and Russ Wermers, 2000, "The value of active mutual fund management: An examination of the stockholdings and trades of fund managers," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 35, pp 343-368.

Chui, Andy, Sheridan Titman and K.C. John Wei, 2000, Momentum, ownership structure, and financial crises: An analysis of Asian stock markets, working paper, University of Texas at Austin.

Conrad, Jennifer, and Gautam Kaul, 1998, "An Anatomy of Trading Strategies," *Review of Financial Studies* 11, pp 489-519.

Daniel, Kent, David Hirshleifer, and Avanidhar Subrahmanyam, 1998, "Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions," *Journal of Finance* 53, pp 1839-1886.

Daniel, Kent., and Sheridan Titman, 1999, "Market Efficiency in an Irrational World," *Financial Analyst Journal*, 55, pp 28-40.

DeBondt, Werner F.M and Richard H. Thaler, 1985, "Does the stock market overreact?", *Journal of Finance* 40, pp 793-805.

DeLong, J. Bradford, Andrei Shleifer, Lawrence H. Summers, and Robert J. Waldmann, 1990, "Positive feedback investment strategies and destabilizing rational speculation," *Journal of Finance* 45, pp 379-395.

Edwards, W., 1962, Conservatism in human information processing, in: Kleimutz, B. ed.: *Representation of Human Judgement* (John Wiley and Sons, New York, NY).

Fama, Eugene, and Kenneth French, 1996, "Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies," *Journal of Financial Economics* pp 51, pp 55-84.

Fama, E.F., 1991, "Efficient capital markets: II," *Journal of Finance*, 46, 1575 - 1617.

Fama, E. F., and K. R. French, 1992, "The cross-section of expected stock returns," *Journal of Finance*, 47, 427 - 465.

Fama, E. F., and K. R. French, 1993, "Common risk factors in the returns of stocks and bonds," *Journal of Financial Economics*, 33, 3 - 56.

Fama, E.F., K.R. French, 1995, "Size and book to market factors in earnings and returns," *Journal of Finance*, 50, 131 - 156.

Fama, E. F., 1998, "Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance," *Journal of Financial Economics*, 49, 283 - 306.

Foster, George, Chris Olsen, and Terry Shevlin. 1984, "Earnings releases, anomalies, and the behavior of security returns," *The Accounting Review* 59, pp 574–603.

Givoly, Dan, and Josef Lakonishok, 1979, "The information content of financial analysts' forecasts of earnings: Some evidence on semi-strong inefficiency," *Journal of Accounting and Economics* 1, pp 165–185.

Grinblatt, Mark, and Sheridan Titman. 1989, "Mutual fund performance: An analysis of quarterly portfolio holdings," *Journal of Business* 62, pp 394–415.

Grundy, Bruce D. and Spencer J. Martin, 2001, "Understanding the Nature of Risks and the Sources of Rewards to Momentum Investing," *Review of Financial Studies* 14, pp 29-78..

Hong, H., and J. Stein, 1999, "A Unified Theory of Underreaction, Momentum Trading and Overreaction in Asset Markets," *Journal of Finance* 54, pp 2143-2184.

Hong, Harrison, Terence Lim and Jeremy C. Stein, 2000, Bad news travels slowly: Size, analyst coverage, and the profitability of momentum strategies, *Journal of Finance* 55, 265-295.

Jarrow, R., 1988, "Finance theory," Prentice-Hall.

Jarrow, R., D. Heath, and A. Morton, 1992, "Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims," *Econometrica*, 60, 77 - 105.

Jegadeesh, N., and S. Titman, 1993, "Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency," *Journal of Finance*, 48, 65 - 91.

Jegadeesh, N., S. Titman, 2001, "Profitability of momentum strategies: An evaluation of alternative explanations," *Journal of Finance*, 56, 699 - 720.

Jegadeesh, Narasimhan, and Sheridan Titman, 1993, "Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency," *Journal of Finance* 48, pp 65–91.

Jegadeesh, Narasimhan, 1990, "Evidence of Predictable Behavior of Security Returns," *Journal of Finance* 45, pp 881-898.

Jegadeesh, Narasimhan, and Sheridan Titman, 1995, "Overreaction, Delayed Reaction and Contrarian Profits," *Review of Financial Studies* 8, pp 973-993.

Jegadeesh, Narasimhan, and Sheridan Titman, 2001a, "Profitability of momentum strategies: An evaluation of alternative explanations," *Journal of Finance* 56, pp 699-720.

Jegadeesh, Narasimhan, and Sheridan Titman, 2001b, "Cross-Sectional and Time-Series Determinants of Momentum Returns," *Review of Financial Studies*, forthcoming.

Jensen, M. C., 1978, "Some anomalous evidence regarding market efficiency," *Journal of Financial Economics*, 6, 95 - 101.

Keim, Donald, 1983, "Size-related anomalies and stock market seasonality," *Journal of Financial Economics* 12, pp 13-32.

Latane, Henry A., and Charles P. Jones, 1979, "Standardized unexpected earnings - 1971–1977," *Journal of Finance* 34, pp 717–724.

Rouwenhorst, K. Geert, 1998, "International momentum strategies," *Journal of Finance* 53, pp 267–284.

Lee, Charles and Bhaskaran Swaminathan, 2000, "Price Momentum and Trading Volume," *Journal of Finance* 55, pp 1217-1269

Lehmann, Bruce, 1990, "Fads, Martingales and Market Efficiency," *Quarterly Journal of Economics* 105, 1-28.

Lesmond, David A, Michael J. Schill and Chunsheng Zhou, 2001, "The Illusory Nature of Momentum Profits," Tulane working paper.

Lo, Andrew, and A. Craig MacKinlay, 1990, "When are Contrarian Profits Due to Stock Market Overreaction?" *Review of Financial Studies* 3, pp 175-208.

Moskowitz, Tobias J. and Grinblatt, Mark, 1999, "Does Industry Explain Momentum?" *Journal of Finance* 54, pp 1249-1290.

Tversky, Amos and Daniel Kahneman, 1974, Judgement under uncertainty: Heuristics and Biases, *Science* 185, pp 1124-1131.

Shleifer, A., and R. W. Vishny, 1997, "The limits of arbitrage," *Journal of Finance*, 52, 35 - 55.

Shleifer, A., 2000, "Inefficient markets: An introduction to behavioral finance," Oxford University Press.