POSTGRADO ECONOMÍA Y NEGOCIOS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Financiamiento de la Educación Superior: Un Modelo para el Análisis Microeconómico

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE

MAGISTER EN ECONOMÍA

Alumno: Daniel Vargas Weil

Profesor Guía: Daniel Hojman Trujillo

Santiago, enero 2016

Financiamiento de la Educación Superior: Un Modelo para el Análisis Microeconómico

Daniel Vargas

Profesor Guía: Daniel Hojman

1. Introducción

El presente trabajo aborda una discusión de política pública que genera bastante desacuerdo. La discusión dice relación con cómo debe ser financiada la educación superior. Se suelen presentar, al menos, dos alternativas "extremas". La primera consiste en lo que comúnmente se denomina financiamiento privado. En esta alternativa cada individuo o su familia paga todo o casi todo el costo de su educación. Un ejemplo de este sistema es el Coreano o el Chileno. Por otro lado, existe la denominada gratuidad. En este caso el Estado paga los costos de la educación, ya sea proveyendo directamente la educación de forma gratuita o financiando los costos de instituciones privadas mediante subsidios. Exponentes de este sistema de financiamiento son Alemania y los Países Nórdicos[1].

La discusión de política pública antes señalada se mantiene abierta y lejos de estar resuelta. Acorde a lo anterior, es posible observar, no solo las formas extremas de financiamiento privado y público, si no que un amplio abanico de posibles sistemas intermedios. Así vemos que para el año 2004 en países como Suecia y Dinamarca los hogares financian menos del 5 % del gasto en educación terciaria, en países como España y el Reino Unido estos financian alrededor del 20 %, mientras que, por ejemplo, en Chile el financiamiento de los hogares se encontraba cerca del 85 %.

El porcentaje del gasto en educación terciaria que es financiado por los hogares en cada país tampoco se ha mantenido estático a lo largo del tiempo. Por ejemplo, para el grupo de los países de la OECD se observa, en general, un aumento de la proporción del gasto financiada por los hogares entre los años 1995 y 2004. Sin ir más lejos, Alemania, que tradicionalmente había tenido un sistema universitario de propiedad estatal libre de aranceles, implementó el cobro de aranceles durante esos años. Sin embargo, aunque los aranceles implementados eran

[1] Lo anterior no hace referencia a una forma de financiamiento que es difícil de catalogar mediante la taxonomía "público o privado", esta es el financiamiento por parte de privados distintos de los hogares.

extremadamente bajos, esta medida fue revertida en años posteriores para volver a un sistema gratuito. En años recientes el problema del financiamiento de la educación terciaria también ha resultado controversial en el Reino Unido y en Estados Unidos. En este último país el nivel de deuda de los recién egresados de *college* ha llegado a niveles históricos, con aproximadamente dos tercios de los egresados endeudados en promedio aproximadamente 25.000 dólares y, en los peores casos, llegando a los 55.000 dólares. Lo anterior ha generado gran disconformidad en una parte de la población norteamericana, lo que ha puesto la discusión de política pública antes mencionada en un lugar de alta relevancia en ese país. Un caso aún más extremo que el Norteamericano es el de Chile. Siendo el país con la mayor proporción de financiamiento por parte de los hogares de la OECD, Chile ha vivido en los últimos años importantes movilizaciones sociales en contra del sistema de financiamiento vigente. Esto colocó el tema en el centro de interés de las políticas públicas del país, llevando al actual gobierno a presentar una propuesta de reforma al sistema, con el plan de implementar un sistema cercano a gratuidad.

El problema planteado exige abordar una pregunta previa, ¿Por qué debería el Estado jugar un rol en el financiamiento de la educación superior? A nivel conceptual existen al menos dos líneas de argumentos sostienen la postura de que el Estado debe jugar un rol. Estas son las de equidad, por un lado, y las de fallas de mercado, por el otro. Por el lado de la equidad, se argumenta que el financiamiento estatal puede jugar un rol positivo al aumentar la igualdad de oportunidades en el acceso a la educación y, a la vez, generar redistribución de ingresos si el financiamiento es condicional al nivel de ingresos del hogar del estudiante. Respecto a los argumentos de fallas de mercado, es posible mencionar la existencia de beneficios no privados de la educación, restricciones de liquidez junto con imperfecciones de los mercados de capital humano e incertidumbre respecto a las rentas privadas asociadas a estudiar, que llevan a altos niveles de riesgo para los estudiantes.

Respecto al impacto efectivo de aumentar o reducir el financiamiento público de la educación terciaria, Dynarski (2001a), Dynarski (2000) y Kane(1994), utilizando distintas programas de becas, estrategias empíricas y datos para Estados Unidos encuentran que para las poblaciones afectadas por los diferentes subsidios, un aumento de $1000 dólares en el nivel de subsidio redunda en un aumento del 4 % de la participación en programas de *college* en la población beneficiada. Por otro lado, Hansen (1983) y Kane (1995) encuentran que los subsidios implementados a través de la *Pell Grant* no tuvieron efectos significativos en el ingreso de los jóvenes de bajos ingresos a *college*. No obstante lo anterior, la literatura empírica no ha logrado identificar que parte los aumentos en el ingreso a la educación terciaria se deben a la reducción del precio de estudiar y que parte se debe al relajamiento de posibles restricciones de liquidez.

Este tema no ha sido profundamente estudiado por la economía teórica. Lawson (2014) presenta un modelo que considera dos razones para evaluar subsidiar la educación superior, estas son restricciones de liquidez y externalidades fiscales debido a la mayor base imponible producto de un aumento en capital humano. Tras una calibración de su modelo con datos para Estados Unidos, concluye que, en el caso de las universidades públicas, el subsidio óptimo es igual al total del costo arancelario. Este resultado es mayormente generado por las externalidades fiscales, a tal punto que, sin importar la extensión de las restricciones de liquidez, el resultado sigue manteniéndose.

El objetivo de este trabajo es aportar un modelo económico que permita comprender el comportamiento de los individuos, para así poder analizar en profundidad el problema del financiamiento de la educación superior y, finalmente, poder desprender recomendaciones de política pública a partir del entendimiento de los *trade-off* de implementar distintos mecanismos de financiamiento de la educación superior.

El modelo que presentamos se asemeja a un modelo de pensiones como el de Samuelson (1958) y a un modelo de Roy como el de Jovanovic(1982), en tanto que por un lado se separa la vida del individuo en dos grandes etapas, una productiva (la laboral) y otra no productiva (la de estudiante o jubilado) y en que por otro lado el individuo debe elegir entre áreas productivas (por ejemplo trabajo calificado y no calificado) en base a las ventajas comparativas de habilidades que tiene en cada una, aunque en nuestro modelo no se presenta un problema de información asimétrica. Nos centraremos en las características más relevantes de los individuos, los sistemas de financiamiento y de las carreras, determinando la relevancia de estas características en base a su rol en las asignaciones finales que un mecanismo de financiamiento puede implementar.

Los principales aspectos considerados en la estructura de nuestro modelo son: (i) la existencia de información imperfecta para los individuos respecto a la propia habilidad, lo que se traduce en que al menos, en parte, las decisiones vocacionales son tomadas bajo incertidumbre; (ii) la existencia de restricciones de liquidez para una parte de la población, lo que implica en que parte de la población no puede ingresar a estudiar, a menos que el pago de sus aranceles sea solventado por un tercero; (iii) esfuerzos de estudio costosos para el individuo, de lo que se deriva que si el individuo percibe bajos incentivos al esfuerzo de estudio, la duración de las carreras se alargan más allá de lo óptimo; y (iv), en una sección final de extensión del modelo, se estudia la importancia de la aversión al riesgo de los individuos, lo que puede traducirse en desincentivos a estudiar si este no es apropiadamente diversificado.

Para evitar la necesidad de un análisis normativo difícil o imposible de saldar desde la economía, nos centramos en un análisis de eficiencia dejando de lado consideraciones distributivas, sin que esto implique desconocer que estas, junto con otras consideraciones, también juegan un rol importante en el análisis general de los sistemas educacionales.

A *grosso modo* el modelo presenta a los individuos con una decisión de entrada al sistema de educación terciaria bajo incertidumbre, dónde estos deben elegir en base a una señal imperfecta si comienzan estudios o no. Una vez que los individuos cursan parte de sus estudios se les revela su habilidad efectiva, momento en el cual deben decidir si siguen estudiando o abandonan los estudios. Simultáneamente, mientras cursan sus estudios deben elegir el nivel de esfuerzo que ejercen. Mayores niveles de esfuerzo implican duraciones más cortas de la etapa de estudio, pero también incurrir en mayores costos de esfuerzo. Todas estas decisiones serán afectadas por los costos arancelarios de los estudios, los salarios en cada área laboral y la carga tributaria de los trabajadores. En términos generales, se espera que sistemas más tendientes al financiamiento público tengan la ventaja de liberar a los individuos de sus restricciones de liquidez e incentiven la exploración disminuyendo el riesgo de estudiar para los individuos; mientras que sistemas más tendientes al financiamiento privado estarán asociados a incentivos al esfuerzo que implementen niveles de esfuerzo óptimos, al igual que precios de estudiar (aranceles) más cercanos al costo de proveer educación, evitando la sobre entrada de individuos a la educación superior.

Encontramos que, dependiendo de la proporción de individuos que sufren restricciones de liquidez, es posible que el sistema que denominamos Gratuidad[2] sea superior al sistema que denominamos Financiamiento Privado[3], o viceversa. En el caso sin aversión al riesgo también encontramos que un sistema que denominamos Financiamiento Privado con Crédito Universal[4] implementa el óptimo de Pareto restringido, mientras que un sistema que denominamos

[2]Los costos educacionales son íntegramente financiados a través de impuestos generales de suma alzada.

[3]Los costos educacionales son íntegramente financiados por la familia del individuo que incurre en los costos.

[4]Los costos educacionales son cubiertos por los hogares, pero todos los individuos tienen acceso a créditos competitivos.

Gratuidad Acotada[5] es siempre igual o mejor a Gratuidad en cuanto a acercarse al óptimo de Pareto restringido. No obstante lo anterior, al incorporar aversión al riesgo, Financiamiento Privado con Crédito Universal ya no implementa el óptimo de Pareto restringido y Gratuidad y Gratuidad Acotada mejoran su desempeño respecto al caso sin aversión al riesgo. Finalmente, para el caso con aversión al riesgo es posible implementar el óptimo de Pareto restringido a través de un sistema similar a Gratuidad Acotada, pero con aranceles negativos (estipendo) en el comienzo de los estudios e impuestos a los graduados para financiar los subsidios a los costos de proveer la educación.

[5]donde los años de estudio base son gratis pero la duración extra debido a bajo esfuerzo debe ser pagada de forma privada.

2. El Modelo

Consideramos un modelo que busca ilustrar los principales *trade-offs* de implementar distintos mecanismos de financiamiento de la educación superior.

Distintas formas de financiamiento, como Gratuidad, Financiamiento Privado u otras van a generar distintos incentivos a elegir una carrera u otra y a ejercer ciertos niveles de esfuerzo al estudiar. En este sentido, algunos sistemas podrían cumplir una mejor tarea en cuanto a implementar niveles de esfuerzo cercanos al óptimo, mientras que otros se desempeñarían mejor en cuanto a lograr emparejamientos entre individuos y carrera más eficientes.

Considerar una sociedad con N individuos que viven T períodos. En cada periodo t, cada individuo i debe tomar una decisión vocacional d_{it}, que consiste en elegir una carrera j del espacio de carreras posibles $J = \{0, 1\}$ [6]. La carrera 0 consiste en trabajar en el mercado laboral no calificado, mientras que la carrera 1 corresponde a una que requiere calificación y, por lo tanto, estudio previo. La carrera 1 se divide en dos etapas. En la primera etapa, el individuo se forma, para lo cual debe ingresar al sistema de educación superior. En la segunda etapa el individuo participa en el mercado laboral correspondiente a su carrera. Por simplicidad, se asume que formarse en la carrera 1 es un requisito para trabajar en el mercado laboral de esta carrera.

Cada individuo recibe de forma exógena ciertas habilidades. Por simplicidad, se asumirá un solo nivel de habilidad en la carrera cero, la que se traduce en un salario de w_0 en esta carrera y dos niveles de habilidad en la carrera 1, los que derivan en dos posibles salarios en esta carrera, w_L y w_H. Adicionalmente, se asume que los salarios son iguales a la riqueza generada por el trabajo del individuo, es decir que, de existir, el empleador no captura nada de las rentas generadas por el trabajo del individuo. Por simplicidad, se asume que la mitad de los individuos tienen habilidad alta en la carrera 1.

Asumimos que en $t = 1$ los individuos no saben si tienen habilidad baja o alta en la carrera 1, pero reciben una señal ruidosa de tal habilidad: $\tilde{Z} \in \{\tilde{L}, \tilde{H}\}$. Esta señal es recibida antes de que el individuo tome cualquier decisión y es observable por todos los agentes[7]. Una señal $\tilde{Z}$ indica que existe una probabilidad $P > \frac{1}{2}$ de que la habilidad verdadera sea Z. El valor P puede ser interpretado como la calidad de la señal. El valor de P es idéntico entre individuos.

[6] Por simplicidad se asume que existen solo dos carreras.

[7] Esta señal puede ser pensada como el rendimiento escolar del individuo o el resultado de una prueba de selección universitaria.

Si un individuo decide estudiar y no había estudiado en un periodo previo, entonces se le revela el verdadero valor de su habilidad en la carrera 1. No existe ni una otra forma de conocer el vector de habilidades efectivas. De esta forma, si un individuo nunca ingresa a la educación superior, nunca conoce su habilidad en la carrera 1.

Mientras estudian, los individuos deben elegir un nivel de esfuerzo en sus estudios. Bajos niveles de esfuerzo implicarán una mayor duración de la etapa de formación. A su vez el esfuerzo resulta costoso para el individuo, por lo tanto, este debe sopesar los beneficios del esfuerzo y los costos de este al elegir sus niveles de esfuerzo. Por simplicidad se asumirá una decisión de esfuerzo binaria, es decir $e \in \{0, 1\}$. El costo del esfuerzo será denotado por C. Si el individuo ejerce esfuerzo, la etapa de formación dura 2 periodos, mientras que si el individuo no ejerce esfuerzo tal etapa dura 3 periodos. Este esfuerzo sólo se puede ejercer una vez y sólo durante los dos primeros periodos de estudio.

Tener en consideración que el costo de proveer un año de estudio es K. Además, los individuos "nacen" con una suma de dinero I_0, que puede ser utilizada para financiar sus estudios o puede ser consumida para derivar utilidad.

Se asume que una proporción q de los individuos provienen de un hogar de recursos escasos. Para ellos $I_0 = 0$, mientras que un proporción $(1 - q)$ de los individuos provienen de un hogar más acomodado y para ellos $I_0 \geq 3K$.

Asumiremos que los individuos maximizan su utilidad esperada. La utilidad del individuo depende de los ingresos que percibe en cada periodo, del gasto que realiza en aranceles, del pago de impuestos, del pago de préstamos y del esfuerzo en estudio que realiza. Por simplicidad se asume una tasa de descuento igual a cero y una función de utilidad instantánea en el ingreso neto de todos los pagos, ya sean impuestos, gasto en aranceles o pago de préstamos, de tal forma que la utilidad esperada en el periodo t es:

$$V_t(I_1, I_2, ..., I_T, e) = E\left[\sum_{\tau=t}^{T} u(I_\tau) - Ce\right],$$

donde I_τ es el ingreso neto del periodo τ. Más específicamente, I_τ será igual al salario que recibe el individuo en τ (igual a cero en caso de estar estudiando), menos los impuestos que deba pagar en τ, menos los aranceles que deba pagar en τ y menos los préstamos estudiantiles que deba pagar en τ.

Adicionalmente, supondremos que si un individuo no puede estudiar en $t = 1$ debido a una restricción de liquidez, no tiene la posibilidad de trabajar y ahorrar una cantidad de períodos para autofinanciarse sin deuda o, equivalentemente, que si lo puede hacer esto no le resulta rentable. En adelante por simplicidad se asumirá una función de utilidad instantánea lineal en el ingreso neto, de forma tal que $u(I) = I$.

Por último, debemos hacernos cargo de la existencia de múltiples generaciones conviviendo en un periodo dado y como esto afecta al cumplimiento del equilibrio fiscal. Para simplificar el análisis asumiremos una restricción fiscal intertemporal, según la cual el gasto fiscal generado por una generación debe ser financiado por los impuestos pagados por esta. Esto es consistente con un análisis de estado estacionario.

Mecanismos

El mecanismo que se aplique determinará en que forma es financiado el costo K de la provisión de educación. El mecanismo o sistema aplicado influenciará tanto las decisiones de esfuerzo como de carrera de los individuos.

En nuestro modelo se considerarán mecanismos que incluyen dos tipos de pagos. El primero consiste en aranceles, es decir un pago condicional a estar estudiando que será denotado por la letra A y el segundo consiste en un pago condicional a estar trabajando, por ejemplo, impuestos de suma alzada a los trabajadores o los pagos de un préstamo estudiantil. El monto de estos pagos puede a su vez depender de otros factores además del estatus de trabajador/estudiante del individuo, como por ejemplo, cuantos años estudió este. Por lo tanto, un mecanismo viene dado por la siguiente n-tupla:

$$m = (A_1, A_2, A_3, R(d_1, d_2, d_3, j)),$$

donde A_i corresponde al arancel del año de estudio número i del individuo y R consiste en el impuesto de suma alzada o de forma más general a cualquier pago de suma alzada condicional a estar trabajando. Notar que la diferencia entre A y K corresponde a el nivel de subsidio que entrega el estado a los gastos en educación superior. Por último, considerar que A puede tomar valores negativos. En tal caso A corresponde a un estipendio en vez de un arancel.

A continuación, se especifican, en términos del modelo y a modo de ejemplo, dos mecanismos o sistemas que han sido implementados en distintos países. Con esto esperamos ayudar al lector a comprender mejor los principales elementos del modelo y establecer una relación entre estos y la realidad.

En el caso de financiamiento privado sin créditos, tenemos que cada individuo financia sus estudios, sin la posibilidad de acceder a préstamos. Por lo tanto, sólo pueden estudiar los individuos con I_0 alto y

$$A_1 = A_2 = A_3 = K,$$

mientras que

$$R(d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}, e_i) = 0.$$

En el caso de gratuidad los estudiantes no pagan aranceles y los costos de proveer la educación son cubiertos con impuestos. Por lo tanto,

$$A_1 = A_2 = A_3 = 0,$$

mientras que,

$$R(d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}, e_i) = R^* > 0$$

donde R^* es un valor del impuesto tal que la recaudación es igual o mayor al gasto. Específicamente $R(d_{i1}, d_{i2}, d_{i3}, e_i) \geq \frac{K\sum_{i=1}^{N}(d_{i1}+d_{i2}+(1-e_i)d_{i3})}{NT-\sum_{i=1}^{N}(d_{i1}+d_{i2}+(1-e_i)d_{i3})}$

Todos los individuos pueden estudiar.

3. Decisiones óptimas, equilibrios bajo cada mecanismo e implicancias en bienestar

Partimos por definir en que consiste un equilibrio en el presente modelo.

Definición 1: *Dado un mecanismo m, un equilibrio consiste en un conjunto de decisiones $\{(d_{it}^*)_{t=1}^T, e_i^*\}_{i=1}^N$ tal que cada individuo en cada momento del tiempo toma una decisión óptima desde su perspectiva individual. Adicionalmente en equilibrio debe haber equilibrio fiscal, es decir, que la recaudación total tiene que ser mayor o igual al gasto total.*

Lo anterior consiste en una definición relativamente estándar de equilibrio en modelos sin interacción estratégica. Respecto al bienestar social, como se señaló previamente, la intención es centrarse en el estudio de las decisiones óptimas que llevan a maximizar tal bienestar y no en aspectos concernientes a la distribución de la riqueza. Dado lo anterior, se considerará la siguiente función de bienestar social utilitarista al hacer análisis de bienestar:

$$BS(d,e) = \sum_{i=1}^{N} \left(\sum_{\tau=1}^{T} u\left(I_{i\tau}(d_{i1}, ...d_{iT}, e_i)\right) - Ce_i \right).$$

Antes de identificar los equilibrios para cada sistema, es posible identificar ciertas similitudes que existen entre los distintos sistemas y que permitirán facilitar el análisis posterior. Esto se obtiene a partir de un simple análisis de preferencias reveladas.

Lema 1

(i) Si $d_{i1} = 0$, entonces $d_{it} = 0$, $\forall t > 1$.

(ii) $d_{it} = d_{i2}$, $\forall\ t \geq 3$.

(i) indica que si en $t = 1$ un individuo decide no estudiar entonces nunca estudia. En los periodos siguientes a $t = 1$ no existirá información nueva para el individuo, por lo tanto, si no estudiar le resultó preferible en $t = 1$, le seguirá pareciendo así en los periodos sucesivos. Esto debido a que los beneficios esperados de ingresar solo disminuyen en los periodos posteriores. (ii) indica que si en $t = 2$ un individuo eligió cierta carrera, entonces elegirá la misma carrera para cualquier $t > 2$. La misma lógica que sustenta (i) sustenta (ii). Puesto que en equilibrio nadie obtiene información nueva después del periodo dos, nadie cambiará de decisión después de este periodo, sin importar la carrera que se esté analizando. El lema 1 nos permite restringir el análisis de las decisiones de carrera a simplemente una decisión de entrada a la educación superior en el periodo 1 (correspondiente a $d_1(.)$) y una decisión de permanencia en la educación terciaria en el periodo 2, condicional a haber entrado en el periodo 1 (correspondiente a $d_2(.|d_1 = 1)$).

Las definiciones de optimalidad serán expuestas en las siguientes 2 subsecciones, para pasar posteriormente a cuatro subsecciones donde se identifican los equilibrios de cuatro posibles mecanismos de financiamiento de la educación superior y sus cualidades con respecto a las definiciones de optimalidad previas.

3.1. Óptimo con información perfecta

Partimos esta subsección presentando la definición de optimalidad correspondiente, para posteriormente identificar un caso *benchmark* cuyo equilibrio corresponde a una asignación óptima según tal definición. Finalmente se establecen los sets de decisiones óptimas bajo ciertos supuestos.

Definición 2: *El óptimo con información perfecta corresponde al set de decisiones de esfuerzo y carrera* $\{(d_{it}^I)_{t=1}^T, e_i^I\}_{i=1}^N$*, tal que se maximiza la suma de la utilidad de todos los individuos*[8]*, considerando información perfecta respecto a las habilidades de los individuos. Esta asignación es también óptimo de Pareto.*

Dada la Definición 2 es posible plantear el problema a resolver para encontrar el Óptimo con Información Perfecta:

$$\max_{\{d_i(z), e_i(z|d_i=1)\}_{i=1}^N} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{\tau=1}^T w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i) - Ce_i - 2Kd_i - Kd_i(1-e_i) \right],$$

donde $w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i)$ es el salario que recibiría un individuo en el periodo τ, siguiendo la carrera d_i, teniendo habilidad z_i y ejerciendo un esfuerzo e_i. Esta función toma el valor cero en caso de que al individuo le corresponda estudiar para el valor de τ, e_i y d_i correspondiente. En este problema de optimización, las variables de decisión son la carrera que siguen los individuos de habilidad baja y alta respectivamente y el esfuerzo ejercen los individuos de habilidad alta y baja

[8]Dada la función de utilidad, es equivalente a la suma de los ingresos brutos, menos los costos educacionales y menos los costos de esfuerzo en los que se incurra a través de toda la población

respectivamente, en caso que estudien. Es posible apreciar que cada sumando de la sumatoria sobre i es independiente del resto de los sumandos, por lo tanto, el problema de optimización anterior es equivalente a resolver el problema de forma separada para cada individuo.

Lo anterior guarda relación con que en este modelo no hay ni interacción estratégica, ni externalidades no pecuniarias. Además, los individuos son neutros al riesgo, por lo tanto, tampoco hay espacio para ganancias de utilidad a través de una asociación entre individuos para diversificar el riesgo. En consecuencia, para determinar el óptimo basta con ver las decisiones de cada individuo por separado y no hace falta hacer una suma a través de todos los individuos correspondiente al bienestar social. Es decir que el óptimo con información perfecta corresponde al set de decisiones de esfuerzo y carrera $\{(d_{it}^I)_{t=1}^T, e_i^I\}_{i=1}^N$, tal que se maximiza la utilidad de cada individuo por separado[9].

A continuación se caracteriza un caso *benchmark* que denominamos *Benchmark I* (BI). Considerar una situación sin restricciones de liquidez, donde los individuos conocen su propia habilidad perfectamente desde el comienzo. Adicionalmente considerar que los individuos internalizan todos los costos y beneficios de sus decisiones de carrera y esfuerzo de forma tal que se puede suponer un arancel igual al costo de proveer la educación, es decir $A_i = K$ e impuestos y pagos de préstamos iguales a cero, es decir $R = 0$. En este caso benchmark cada individuo enfrenta el siguiente problema de optimización:

$$\max_{d,e} \sum_{\tau=1}^{T} w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i) - Ce_i - 2Kd_i - Kd_i(1 - e_i).$$

Dado lo señalado previamente, se puede apreciar que el equilibrio del caso BI será igual al óptimo con información perfecta.

A continuación, se identifica el equilibrio de este caso *benchmark* bajo ciertos supuestos sobre los valores de los parámetros.

Partiremos por identificar lo que se denominará como el costo del esfuerzo límite, es decir, el valor del costo del esfuerzo que deja indiferente al individuo entre esforzarse y no esforzarse. Lógicamente, para costos del esfuerzo más elevados que tal valor, los individuos prefieren no esforzarse y para costos más bajo prefieren sí hacerlo.

[9] O equivalentemente, la suma de los ingresos brutos, menos los costos educacionales y menos los costos de esfuerzo en los que se incurra para cada individuo por separado

El costo limite viene dado por

$$\bar{C}_B = K + w_i, \quad \forall \quad i \in \{L, H\}.$$

De la misma forma se puede identificar el salario (o habilidad; o productividad) en la carrera 1 limite, es decir, el valor de w_1 tal que el individuo está indiferente entre elegir la carrera 1 y la carrera 0 en el periodo 1. En este caso, la decisión de carrera en t=2 no es relevante, puesto que no se revela nueva información al ingresar a la educación superior.

El salario límite viene dado por

$$\bar{w}_B = \frac{Tw_0 + 2K + C}{T - 2}, \quad \forall \quad C < \bar{C}_B.$$

Lógicamente, para valores de w_1 más elevados que $\bar{w}_B$ los individuos prefieren estudiar y para valores más bajo prefieren no hacerlo.

Respecto a la parametrización del modelo se harán los siguientes supuestos fundamentales:

Supuesto 1: $K + w_i > C, \quad \forall \quad i \in \{L, H\}$, de forma tal que resulta eficiente que el individuo ejerza niveles altos de esfuerzo si va a cursar estudios, sin importar la habilidad que este tenga.

Supuesto 2: $w_L < \bar{w}_B < w_H$, de forma tal que resulta eficiente que los individuos de baja habilidad en la carrera 1 no estudien y los de alta sí.

Los supuestos 1 y 2 indican, por un lado, que es eficiente que los individuos se esfuercen y, por otro, que es óptimo que los individuos relativamente más hábiles en la carrera 1 sigan la carrera 1, mientras que los individuos relativamente más hábiles en la carrera 0 sigan la carrera 0. En la siguiente subsección se seguirá construyendo sobre estas condiciones para una situación con información imperfecta y en las subsecciones posteriores se verá como distintos mecanismos se desvían de las nociones de optimalidad definidas.

3.2. Óptimo con información imperfecta

De forma análoga a lo realizado en la sección anterior, se define el concepto de optimalidad con información imperfecta, para posteriormente identificar un caso *benchmark* cuyo equilibrio corresponde a una asignación óptima según tal definición y finalmente establecer los sets de decisiones óptimas bajo ciertos supuestos.

Definición 3: *El óptimo con información imperfecta corresponde al set de decisiones de esfuerzo y carrera* $\{(d_{it}^I)_{t=1}^T, e_i^I\}_{i=1}^N$*, tal que se maximiza la suma de la utilidad esperada de todos los individuos, considerando información imperfecta respecto a las habilidades de los individuos, es decir sólo con la información otorgada por las señales y la obtenida a través del estudio.*

El problema a resolver para encontrar el óptimo con información imperfecta corresponde a:

$$\max_{d_{i1}(\tilde{z}),d_{i2}(z|d_{i1}=1),e_i(z|d_{i2}=1)} \sum_{i=1}^{N} \left[\sum_{\tau=1}^{T} w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i) - Ce_i - Kd_{1i} - Kd_{2i} - Kd_{3i}(1-e_i) \right],$$

donde $d_{i1}(\tilde{z})$ corresponde a la decisión de entrada del individuo i dependiendo del valor de su señal, $d_{i2}(z|d_{i1} = 1)$ es la decisión de permanencia para los individuos que entraron y $e_i(z|d_{i2} = 1)$ es la decisión de esfuerzo para los individuos que deciden permanecer estudiando después de que se les revela su habilidad efectiva. Al igual que en el caso del óptimo con información perfecta, la maximización de la suma da las utilidades de la población es equivalente a la maximización de la utilidad de cada individuo por separado.

Dado lo señalado previamente, es posible caracterizar un segundo *benchmark* (BII) de la siguiente forma. Considerar una situación sin restricciones de liquidez y donde los individuos conocen su propia habilidad perfectamente sólo después de estudiar y reciben una señal ruidosa de esta al comienzo del periodo 1. Adicionalmente considerar que los individuos internalizan todos los costos y beneficios esperados de sus decisiones de carrera y esfuerzo de forma tal que se puede suponer un arancel igual al costo de proveer la educación, es decir $A_i = K$ e impuestos y pagos de préstamos iguales a cero, es decir $R = 0$. En esta situación el equilibrio será igual al óptimo con información imperfecta.

Las decisiones de esfuerzo siempre son tomadas después de que se revela la habilidad efectiva y por tanto la decisión de esfuerzo óptima no cambia para el Benchmark II respecto a la decisión del Benchmark I. En relación a la decisión de carrera se debe evaluar si: (i) es óptimo que los individuos con señal de habilidad $\tilde{L}$ estudien, (ii) es óptimo que los individuos con señal de habilidad $\tilde{H}$ estudien y (iii) es óptimo que los individuos con habilidad efectiva L permanezcan estudiando una vez que ya estudiaron un año. Es trivial comprobar que los individuos con H permanecen estudiando. Es necesario partir por el punto (iii) para poder solucionar el problema por inducción hacia atrás.

(iii) De forma similar a lo que se realizó para el Benchmark I, es posible definir la habilidad (o salario) en la carrera 1 de indiferencia, es decir un salario tal que el individuo esta indiferente entre seguir estudiando y abandonar los estudios después del primer periodo de estudio:

$$\bar{w}_{B2} = \frac{w_0(T-1) + K + C}{(T-2)}.$$

Es fácil comprobar que este valor es menor a $\bar{w}_B$ y por lo tanto se corrobora que los individuos de habilidad alta nunca abandonan los estudios. Sin embargo, no es claro que pasaría con los individuos de habilidad baja. Se hará el siguiente supuesto:

Supuesto 3: $w_L < \bar{w}_{B2}$ de forma tal que resulta eficiente que los individuos de baja habilidad en la carrera 1 abandonen los estudios después de estudiar un año.

Es importante destacar que los resultados que no guardan relación directa con esta decisión no son sensibles a este supuesto.

(ii) Considerando lo anterior, es posible definir el valor de la habilidad (o salario) alta en la carrera 1 tal que un individuo con señal de habilidad alta esté indiferente entre ingresar a estudiar y no hacerlo. Lógicamente para valores mayores a tal límite el individuo prefiere ingresar a estudiar. El valor límite es sobre w_H puesto que dado el supuesto 3, sólo los individuos con este nivel de habilidad ingresan al mercado laboral de la carrera 1 en equilibrio y por lo tanto solo los pagos asociados a tal habilidad se realizan. En otras palabras, w_L es irrelevante, puesto que tales salarios nunca llegarían a materializarse. El valor límite de la habilidad alta para los individuos con señal $\tilde{H}$ sería:

$$\bar{w}_{B1\tilde{H}} = \frac{w_0[T+\rho] + K(2+\rho) + C}{T-2},$$

donde $\rho = \frac{1-P}{P}$.

(i) De forma similar para los individuos que reciben una señal de habilidad baja:

$$\bar{w}_{B1\tilde{L}} = \frac{w_0[T+\rho^{-1}] + K(2+\rho^{-1}) + C}{T-2}.$$

Dados los supuestos realizados hasta el momento, w_H podría ser menor a, mayor a o estar entre los dos valores previamente definidos. Lo anterior implica que con los supuestos actuales no es claro que comportamiento deberían seguir en el óptimo los individuos bajo cada señal.

Se incorpora el siguiente supuesto:

Supuesto 4: $\bar{w}_{B1\tilde{H}} < w_H < \bar{w}_{B1\tilde{L}}$ de forma tal que resulta eficiente que los individuos que reciben una señal de habilidad baja en la carrera 1 no estudien y los que reciben una de alta sí lo hagan.

El supuesto 4 puede ser entendido como que las señales son relevantes a pesar de no entregar información perfecta. Con la estructura generada hasta el momento se puede presentar la primera proposición a partir del modelo.

Proposición 1: *No es posible implementar el óptimo con información perfecta en un mundo de información imperfecta. La pérdida de bienestar per cápita en el óptimo con información imperfecta respecto al óptimo con información perfecta es:*

$$X_0 = \frac{1}{2}(1-P)[w_H(T-2) - 2K - C - w_0T] + \frac{1}{2}(1-P)[w_0 + K].$$

En adelante todos los análisis de bienestar serán realizados respecto al óptimo con información imperfecta, puesto que este constituye la asignación relevante al enfrentar una decisión de política pública. Notar que el primer termino de X_0 corresponde a la pérdida generada por los individuos que recibieron una señal de habilidad baja siendo que tenían habilidad alta y por lo tanto siguen la carrera cero cuando habrían estado mejor siguiendo la carrera 1. El segundo término corresponde a la pérdida en bienestar generada por lo individuos que reciben la señal de habilidad alta, siendo que tenían habilidad baja y estudian un año la carrera 1, cuando debieron haber entrado directamente al mercado laboral de la carrera cero. Por último, como es esperable, X_0 tiende a cero en la medida que P tiende a uno, o lo que es lo mismo, en la medida que la calidad de la señal mejora.

Es necesario tener en cuenta que, si bien la forma de la pérdida de bienestar está determinada por los supuestos 3 y 4, la primera parte de la proposición 1 es independiente de estos. Dada la falla de información, simplemente no es factible implementar el óptimo con información perfecta, puesto que las decisiones de carrera en $t = 1$ son contingentes a una señal imperfecta. Por ejemplo, si los individuos con señal $\tilde{L}$ no estudian, entonces los individuos $(\tilde{L}, H)$ se desviarán del óptimo con información perfecta, pero si los individuos con señal $\tilde{L}$ estudian, entonces los individuos $(\tilde{L}, L)$ se desviarán del óptimo con información perfecta. Es importante tener claro que, en nuestro modelo, el problema de información consiste en la ausencia de esta y no en un problema de información asimétrica como se suele tener al analizar problemas de diseño de mecanismos.

Cuadro 1

Para ayudar al lector con el entendimiento y análisis del modelo en cuestión, entregamos a continuación un ejemplo numérico. En las sucesivas secciones de este artículo se utilizará este mismo ejemplo para ilustrar algunas de las proposiciones. Considerar los siguientes valores de los parámetros para nuestro ejemplo:

$$T = 100$$

$$w_0 = 3; w_L = 4; w_H = 6$$

$$C = 30$$

$$K = 90$$

$$P = 0,9$$

A continuación, veremos que para los valores establecidos se cumplen cada uno de los supuestos realizados en las secciones 3.1 y 3.2.

Supuesto 1: Este supuesto nos indica que $C < K + w_L$, o sea que el costo de ejercer esfuerzo alto en los estudios es menor al costo de proveer educación más el salario bajo en la carrera 1. Es decir que el costo del esfuerzo es menor beneficio del esfuerzo posible. En nuestro ejemplo tenemos que $30 < 90 + 4$, por lo tanto, se comprueba que se cumple el supuesto 1.

Supuesto 2: Este supuesto nos indica que $w_L < \bar{w}_B < w_H$, o sea que para los individuos de habilidad alta los costos sociales de que estos estudien son menores a los beneficios sociales, mientras que lo contrario es cierto para los individuos de habilidad baja. Considerando que $\bar{w}_B = \frac{Tw_0+2K+C}{T-2} = \frac{300+180+30}{98} = 5,2$ tenemos que en el ejemplo se cumple el supuesto 2.

Supuesto 3: Este supuesto nos indica que $w_L < \bar{w}_{B2}$, o sea que para un individuo de habilidad baja que estudió durante el periodo 1, los costos sociales de seguir estudiando son mayores a los beneficios sociales de seguir estudiando. Claramente este supuesto es más estricto que la primera parte del supuesto 2. Considerando que $\bar{w}_{B2} = \frac{w_0(T-1)+K+C}{T-2} = \frac{297+90+30}{98} = 4,26$ tenemos que en el ejemplo se cumple el supuesto 3.

Supuesto 4: Este supuesto nos indica que $\bar{w}_{B\tilde{H}} < w_H < \bar{w}_{B\tilde{L}}$, o sea que para los individuos de habilidad alta la esperanza de los costos sociales de que estos estudien son menores a la esperanza de los beneficios sociales, mientras que lo contrario es cierto para los individuos de habilidad baja. Considerando que $\rho = \frac{1-P}{P} = 0,\overline{1}$ y $\bar{w}_{B\tilde{L}} = \frac{w_0(T+\rho^{-1})+K(2+\rho^{-1})+C}{T-2}$ tenemos que $\bar{w}_{B\tilde{L}} = \frac{3(100+9)+90(2+9)+30}{98} = 13,7449$, con lo que se comprueba que se cumple el lado derecho del supuesto 4. Respecto al lado izquierdo de la inecuación, tenemos que $\bar{w}_{B\tilde{H}} = \frac{w_0(T+\rho)+K(2+\rho)+C}{T-2} = \frac{3(100+0,\overline{1})+90(2+0,\overline{1})+30}{98} = 5,3095$, o sea que se cumple el supuesto 4 a cabalidad.

3.3. Financiamiento Privado

Como se estableció previamente, en Financiamiento Privado (FP) tenemos que $A = K$ y $R = 0$. Este mecanismo se asemeja bastante al *benchmark II* en cuanto los individuos internalizan los costos y beneficios esperados de sus decisiones. Sin embargo, diverge significativamente en que ciertos agentes enfrentan una restricción de liquidez que les impide ingresar a la educación superior.

Proposición 2: *Respecto a las decisiones de equilibrio bajo Financiamiento Privado: (i) Las decisiones de ingreso a la educación superior son subóptimas socialmente, debido a que la restricción de liquidez que enfrentan ciertos individuos impide que algunos individuos que debieran estudiar lo hagan; (ii) Condicional a haber ingresado a la educación superior, las decisiones de permanencia son óptimas socialmente. (iii) Para los individuos que ingresan a la educación superior, las decisiones de esfuerzo son óptimas socialmente.*

La pérdida de bienestar per cápita respecto del óptimo con información imperfecta en Financiamiento Privado es:

$$X_{FP} = \frac{Pq}{2}[w_H(T-2) - w_0T - 2K - C] - \frac{(1-P)q}{2}[w_0 + K].$$

Para una prueba de la proposición 2 ver Anexo 1.

Debido a que la única divergencia entre el BII y FP es la restricción de liquidez, la divergencia entre las decisiones de equilibrio implementadas por este mecanismo y el óptimo con información imperfecta radica en la decisión de entrada.

El primer término de X_{FP} corresponde a la pérdida generada porque individuos que elegirían estudiar y tienen efectivamente habilidad alta, no tienen la posibilidad de estudiar debido a la restricción de liquidez, mientras que el segundo término corresponde a la ganancia en bienestar causada por los individuos que habrían erróneamente ingresado a estudiar si hubiesen tenido la posibilidad, pero debido a la restricción de liquidez no lo hacen. Como es de esperarse, el segundo término es de menor magnitud que el primero, lo que es fácilmente comprobable usando el supuesto 4, en particular el hecho de que $w_H > \bar{w}_{B1\tilde{H}}$.

Cuadro 2

Adicionalmente, es posible chequear para el ejemplo numérico que efectivamente $X_{FP} > 0$. Reemplazando los valores de los parámetros correspondientes al ejemplo tenemos que:

$$X_{FP} = \frac{0,9q}{2}[6 \times 98 – 3 \times 100 – 2 \times 90 - 30] - \frac{0,1q}{2}[3 + 90]$$

$$X_{FP} = q35,1 – q4,65$$

$$X_{FP} = q30,45$$

Lo que claramente es positivo para todos los valores validos de q.

3.4. Gratuidad

Como se estableció previamente, en Gratuidad tenemos que $A = 0$ y $R = R_G > 0$. Este mecanismo se distancia del benchmark II debido a que los individuos no perciben todos los costos y beneficios esperados de sus decisiones, en especial los costos. Sin embargo, presenta la ventaja de que los individuos con restricción de liquidez pueden ingresar libremente al sistema de educación superior al no tener que pagar aranceles.

Se espera que, debido a los menores costos privados de educarse, haya una mayor tendencia a comenzar estudios terciarios ($d_1(\tilde{L}) = 1$) como también a seguir estudiando una vez que se empezaron ($d_2(L) = 1$). Simultáneamente se anticipa que se ejercerán menores esfuerzos de estudio, puesto que resulta menos costoso permanecer más tiempo en la etapa de formación de la carrera 1(e=0). Al primer tipo de ineficiencia lo llamaremos sobreentrada, haciendo referencia a que individuos que no es eficiente (al menos ex-ante) que ingresen al sistema educacional lo hacen, al segundo tipo de ineficiencia lo llamaremos sobrepermanencia, haciendo referencia a individuos que permanecen dentro del sistema educacional cuando es eficiente que abandonen los estudios.

Proposición 3: *Respecto a las decisiones de equilibrio bajo Gratuidad: (i) Para ciertos valores de los parámetros*[10] *el individuo ejerce un nivel de esfuerzo menor al óptimo; (ii) Para ciertos valores de los parámetros*[11] *se genera una sobrepermanencia en el sistema; y (iii) Para algunos valores de los parámetros*[12] *se genera una sobreentrada al sistema. Cabe destacar que existe una interacción entre sobre entrada y sobre permanencia, en particular que al generarse sobre permanencia es más fácil que se presente sobre entrada.*

Las posibles pérdidas de bienestar per cápita respecto del óptimo con información imperfecta en Gratuidad para cada uno de los tres casos por separado son:

(i) Si el costo del esfuerzo es relativamente alto (esfuerzo subóptimo):

$$X_G = \frac{P}{2}[w_H + K - C_e].$$

(ii) Si w_L es relativamente alto (sobrepermanencia):

$$X_G = \frac{1-P}{2}[w_0(T-1) - w_L(T-2) + K + C].$$

(i) Si el salario esperado en la carrera 1 es relativamente alto (sobreentrada):

$$X_G = \frac{P}{2}[w_0 + K] - \frac{1-P}{2}[w_H(T-2) - 2K - C - w_0 T].$$

Para una prueba de la proposición 3 ver Anexo 2.

Los resultados son de la forma “para algunos valores de los parámetros” debido a la naturaleza discreta de la distribución de las habilidades y las señales dentro del modelo. Dado lo anterior, un cambio pequeño en el valor de un parámetro puede cambiar el comportamiento de un gran grupo de individuos (por ejemplo, el grupo de los individuos de baja habilidad), así generando que para ciertos valores de los parámetros se presente cierta ineficiencia bajo Gratuidad, pero que para otros valores no se genere tal ineficiencia.

Entonces, para la decisión de entrada en Gratuidad es posible que, a pesar de recibir una señal de habilidad baja, los individuos decidan ingresar a la educación terciaria, puesto que

[10] En particular, C relativamente alto.

[11] En párticular, w_L relativamente alto.

[12] En particular, w_H relativamente alto.

estudiar es más rentable al no tener que pagar aranceles. La misma lógica sostiene la posibilidad de que un individuo al que se le revela que tiene habilidad baja durante el primer año de estudio insista en continuar sus estudios. Por último, respecto a la decisión de esfuerzo, el hecho de que el individuo no pague el arancel de su tercer año de estudio reduce los incentivos a esforzarse y, a pesar de que desde una perspectiva social es óptimo que los individuos se esfuercen, estos podrían decidir no hacerlo en equilibrio.

Cuadro 3

A continuación, chequearemos que ineficiencias se presentan en Gratuidad para el conjunto de parámetros utilizado en el ejemplo numérico.

Decisión de esfuerzo: Se debe comparar el costo privado del esfuerzo (C) con el beneficio privado de este ($w_1 - R_G + A_3$). Tenemos que el costo es 30, mientras que el beneficio es $4 - R_G$ y $6 - R_G$ para los individuos de habilidad baja y alta respectivamente. Es trivial comprobar que el costo es mayor que el beneficio y por lo tanto los individuos no se esfuerzan en el ejemplo.

Decisión de permanencia: Considerando que ya se determinó que el esfuerzo será bajo ($e = 0$), se puede analizar la decisión de permanencia para los individuos de habilidad baja. Al tomar esta decisión, los individuos ya prevén que el esfuerzo será bajo en el siguiente periodo. Se debe comparar la utilidad esperada de un individuo que estudió el primer periodo y deja los estudios en el segundo, contra la utilidad esperada de un individuo que estudió el primer periodo y permanece en la carrera 1 posteriormente.

En términos del modelo:

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1) \quad vs \quad U(d_1 = 1, d_2 = 0)$$

$$(w_L - R_G)(T - 3) - eC \quad vs \quad (w_0 - R_G)(T - 1)$$

$$(4 - R_G)97 \quad vs \quad (3 - R_G)99$$

$$91 \quad vs \quad –2R_G$$

$$45,5 > -R_G$$

Por lo tanto, la utilidad de permanecer en la carrera 1 es mayor a la de dejar esta carrera, con lo que se concluye que para el ejemplo ocurre sobrepermanencia.

Decisión de entrada: Debe compararse la utilidad esperada de entrar a la carrera 1 en el periodo 1 versus seguir la carrera 0 en el periodo 1, considerando que los individuos adelantan las decisiones que tomarán en los periodos sucesivos para cada escenario posible. Esto lógicamente tanto para los individuos que reciben una señal de habilidad baja como para los que reciben la señal de habilidad alta. La utilidad esperada de seguir la carrera cero es:

$$U(d_1 = 0) = (w_0 - R_G)T,$$

Mientras que la de seguir la carrera 1 es:

$$U(d_1 = 1) = (w^E_{\tilde{Z}} - R_G)(T - 3)$$

donde $w^E_{\tilde{Z}}$ corresponde al salario esperado en la carrera 1 para un individuo que recibe la señal de habilidad Z. Reemplazando los valores de los parámetros es fácil comprobar que la utilidad esperada de seguir la carrera 1 es mayor que la de seguir la carrera 0, para ambos valores de la señal. Es decir que tanto los individuos de señal alta como los de señal baja deciden entrar, generándose así sobreentrada.

Es importante tener presente que para este ejemplo en particular se da que Gratuidad presenta las 3 ineficiencias, sin embargo, para otros valores podría darse solo algunas o incluso ninguna.

Al realizar la comparación entre las asignaciones de equilibrio de Gratuidad y Financiamiento Privado respectivamente, tenemos que no es claro que un sistema sea superior al otro. No obstante lo anterior, es posible establecer la siguiente proposición:

Proposición 4: *A mayor q, Gratuidad tiende a ser preferido a Financiamiento Privado.*

Prueba: Como vemos en la proposición 3, las posibles pérdidas de bienestar en Gratuidad son todas independientes del parámetro q, puesto que las restricciones de liquidez no juegan ni un rol al ser los aranceles iguales a cero. Por lo tanto, para probar la proposición 4 basta probar que X_{FP} es creciente en q.

De forma sencilla se obtiene que:

$$\frac{\partial X_{FP}}{\partial q} = \frac{P}{2}[w_H(T-2) - w_0T - 2K - C] - \frac{(1-P)}{2}[w_0 + K].$$

Gracias al supuesto 4 sabemos que $\bar{w}_{B1\tilde{H}} < w_H$. Reemplazando esto en la expresión anterior tenemos que:

$$\frac{\partial X_{FP}}{\partial q} = \frac{P}{2}[\bar{w}_{B1\tilde{H}}(T-2) - w_0 T - 2K - C] - \frac{(1-P)}{2}[w_0 + K] + \delta.$$

Donde $\delta = \frac{P}{2}(w_H - \bar{w}_{B1\tilde{H}})(T-2)$ *es un valor positivo. Considerando la definición de* $\bar{w}_{B1\tilde{H}}$ *tenemos que:*

$$\frac{\partial X_{FP}}{\partial q} = \delta > 0.$$

□

Cuadro 4

Podemos comprobar fácilmente que, para el ejemplo numérico que hemos trabajado, X_{FP} es creciente en q. En el cuadro 2 comprobamos que reemplazando los valores de los parámetros obtenemos que $X_{FP} = q30,45$. Es trivial comprobar que esta función es creciente en q.

Existencia y unicidad de equilibrio

Este tópico no fue analizado para el caso de Financiamiento Privado puesto que dada la simplicidad del equilibrio (no hay interacción entre los agentes) es trivial determinar que este existe y es único. Sin embargo, esto no es tan trivial en el caso de un mecanismo con intervención estatal, puesto que se debe establecer un impuesto que satisfaga la restricción presupuestaria del gobierno, pero este impuesto a su vez afecta las decisiones de los agentes. Dado lo anterior, surge la posibilidad de que no exista equilibrio o, de existir, este no sea único.

Es posible determinar que existirá equilibrio en base a cuatro elementos:

(1) Sin importar el valor del impuesto, los individuos de tipo $(\tilde{H}, H)$ y $(\tilde{H}, L)$ siempre estudiarán a lo menos 2 y 1 año respectivamente en Gratuidad, puesto que, como se estableció previamente, si bajo Financiamiento Privado eligen estudiar, con mayor razón lo hace bajo Gratuidad.

(2) Un aumento del impuesto (R) implica que los mismos individuos que antes del aumento y, posiblemente, un nuevo grupo de individuos eligen estudiar. Esto proviene de que los salarios de indiferencia en Gratuidad son decrecientes en el impuesto, como se puede apreciar en la demostración de la proposición 3.

(3) Mientras más individuos estudian, más elevados son los impuestos. Esto debido a que el gasto público es mayor.

(4) Supondremos que $3K < w_0(T-3)$, lo que equivale a suponer que la riqueza generada por el menor de los ingresos es mayor a el máximo costo educacional posible. Si bien puede existir equilibrio sin que este supuesto se cumpla, el segundo permite asegurar la existencia del primero.

Proposición 5: *Si $3K < w_0(T-3)$, existe al menos un equilibrio bajo Gratuidad.*

Para una prueba de la proposición a ver Anexo 3.

Pueden existir múltiples equilibrios. La lógica detrás de la demostración de la proposición 5 puede ser resumida de la siguiente forma. El elemento (1) asegura que para un impuesto muy bajo no hay suficiente recaudación para cubrir el gasto en educación, mientras que el elemento (4) implica que, si todos los individuos estudian, existe un valor factible del impuesto tal que la recaudación es mayor o igual al gasto. Lo anterior, junto con otros elementos, permite asegurar que, para algún valor de R el gasto es igual a la recaudación.

Cuadro 5

Podemos mostrar la existencia de equilibrio para el caso del ejemplo numérico. Como se estableció en el cuadro 3, tenemos un equilibrio, correspondiente a:

$$d_1 = 1 \quad \forall \quad \tilde{Z}$$

$$d_2 = 1 \quad \forall \quad Z$$

$$e = 0 \quad \forall \quad Z$$

Lo único que faltaría comprobar es que existe un valor del impuesto tal que hay equilibrio fiscal. Lo anterior es fácilmente comprobable. Dadas las decisiones, el gasto público corresponde a $N3K$ y los ingresos corresponden a $N(T-3)R_G$. Igualando ambos y despejando para R_G tenemos que $R_G = \frac{3K}{T-3} = \frac{3\times 90}{97} = 2,7835$. Como vemos, este es un valor valido para el impuesto, por lo tanto existe un equilibrio determinado por $d_1 = 1 \quad \forall \quad \tilde{Z}; \quad d_2 = 1 \quad \forall \quad Z; \quad e = 0 \quad \forall \quad Z; \quad R_G = 2,7835$.

3.5. Financiamiento Privado con Crédito Universal

Un mecanismo de estas características permite que los individuos con restricción de liquidez tengan la posibilidad de endeudarse para financiar sus estudios, pagando durante la etapa laboral el préstamo. Por consiguiente, dado que hemos asumido tasas de descuento e interés iguales a cero, este mecanismo resulta ser equivalente a Financiamiento Privado en ausencia de restricciones de liquidez, lo que corresponde al caso descrito en la sección 3.2.

Proposición 6: *Financiamiento Privado con Crédito Universal implementa el óptimo con información imperfecta para cualquier valor de los parámetros.*

Para una prueba de la proposición 6 ver Anexo 4.

Lo que implica que, bajo los supuestos actuales y sin consideraciones distributivas, no es posible diseñar un mecanismo que se desempeñe mejor que Financiamiento Privado con Crédito Universal. En la sección de extensiones se hará referencia a como esta conclusión no se mantiene al levantar el supuesto simplificador de neutralidad al riesgo e incorporar aversión al riesgo. La lógica detrás de tal resultado, consiste en que el riesgo de invertir recursos en un año de estudio y posteriormente tener que dejar los estudios debido a que, a pesar de recibir una señal de habilidad alta, el individuo resulta tener habilidad baja en la carrera 1, puede ser suficiente para que a pesar de que las rentas esperadas sean mayores siguiendo la carrera 1, la utilidad esperada sea mayor optando por la carrera cero.

3.6. Gratuidad Acotada

Gratuidad Acotada consiste en una versión perfeccionada de Gratuidad. Considerar Gratuidad Acotada como un mecanismo tal que $A_1 = A_2 = 0$, $A_3 = K + R_{GA}$ y $R = R_{GA} > 0$. Al igual que Gratuidad, este sistema permite solucionar el problema de restricción de liquidez, sin embargo también se distancia del *Benchmark II* debido a que los individuos no perciben todos los costos y beneficios esperados de sus decisiones de entrada y permanencia, lo que redunda en posibles problemas de sobreentrada y sobrepermanencia. Sin embargo, a diferencia de en Gratuidad, los individuos si incorporan los costos generados a partir de su decisión de esfuerzo. Por lo tanto, tenemos que:

Proposición 7: *Respecto a las decisiones de equilibrio bajo Gratuidad Acotada: (i) Para algunos valores de los parámetros*[13] *se genera sobreentrada al sistema; (ii) Para algunos valores de*

[13]En particular, w_H relativamente alto.

los parámetros[14] *se genera sobrepermanencia en el sistema y (iii) Se generan niveles de esfuerzo óptimos en el estudio.*

Las posibles pérdidas de bienestar per cápita respecto del óptimo con información imperfecta en Gratuidad Acotada por separado son:

(i) Si w_L *es relativamente alto (sobrepermanencia):*

$$X_{GA} = \frac{1-P}{2}[w_0(T-1) - w_L(T-2) + K + C].$$

(ii) Si el salario esperado en la carrera 1 es relativamente alto (sobreentrada):

$$X_{GA} = \frac{P}{2}[w_0 + K] - \frac{1-P}{2}[w_H(T-2) - 2K - C - w_0 T].$$

Para una prueba de la proposición 7 ver Anexo 5.

Para la decisión de entrada en Gratuidad Acotada es posible que, a pesar de recibir una señal de habilidad baja, los individuos decidan ingresar a la educación terciaria, puesto que estudiar es más rentable que en BII puesto que no se paga arancel los primeros dos años. La misma lógica sostiene la posibilidad de que un individuo al que se le revela que tiene habilidad baja durante el primer año de estudio insista en continuar sus estudios. Por último, respecto a la decisión de esfuerzo, el hecho de que los individuos paguen durante el tercer año de estudio un monto $K + R_{GA}$ implica que éstos incorporen los costos de proveer ese tercer año de estudio (K) en su decisión y también que incorporen el total del costo de oportunidad de no trabajar durante el tercer periodo ($w_0 - R_{GA}$).

A continuación, comparamos el desempeño de Gratuidad Acotada con el de Gratuidad, para posteriormente realizar la comparación con Financiamiento Privado.

Proposición 8: *Para cualquier valor de los parámetros dentro del conjunto de valores posibles, Gratuidad Acotada implementa una asignación igual o mejor que Gratuidad.*

Prueba: De las proposiciones 3 y 7 sabemos que, dependiendo de los valores de los parámetros, las posibles pérdidas de bienestar en Gratuidad son las causadas por sobre entrada, sobre permanencia y esfuerzo bajo, mientras que en Gratuidad Acotada solo se presentan las pérdidas causadas por sobre entrada y sobre permanencia. Por lo tanto, para probar la proposición 8 es suficiente probar que en Gratuidad Acotada se genera sobre entrada para un subconjunto de

[14] En particular, w_L relativamente alto.

parámetros del conjunto de parámetros para el cual se genera sobre entrada en Gratuidad. Lo mismo para sobrepermanencia.

(1) Sobre entrada: en Gratuidad ocurre para el conjunto de valores de w_H *tal que* $w_H > \frac{w_0(T+\rho^{-1})+C-R_G(2+\rho^{-1})}{T-2}$ *y en Gratuidad Acotada para el conjunto de valores de* w_H *tal que* $w_H > \frac{w_0(T+\rho^{-1})+C-R_{GA}(2+\rho^{-1})}{T-2}$.

(2) Sobre permanencia: en Gratuidad ocurre para el conjunto de valores de w_L *tal que* $w_L > \frac{w_0(T-1)+C-R_G}{T-2}$ *y en Gratuidad Acotada para el conjunto de valores de* w_L *tal que* $w_L > \frac{w_0(T-1)+C-R_{GA}}{T-2}$.

La única diferencia entre el conjunto de valores de los parámetros en Gratuidad y Gratuidad Acotada radica en el valor del impuesto. De la Definición 1 sabemos que el impuesto de equilibrio siempre toma el menor valor tal que la recaudación sea igual al gasto público en educación. El gasto depende de las decisiones de esfuerzo, entrada y permanencia, puesto que estas determinan el nivel de gasto en educación del Estado. Sin embargo, como se determinó previamente, las decisiones de entrada y permanencia dependen del impuesto. Como se puede apreciar en las inecuaciones de (1) y (2) las decisiones de permanencia y entrada dependen del impuesto de la misma forma en ambos sistemas de financiamiento, sin embargo, sabemos que el esfuerzo en Gratuidad Acotada es igual o mayor al esfuerzo en Gratuidad. Por lo tanto, en Gratuidad tiende a haber un gasto mayor o igual al de Gratuidad Acotada debido a la mayor duración de los estudios. Esto implicaría $R_G \geq R_{GA}$, *lo que a su vez implica mayor tendencia a entrar y a permanecer en el sistema educacional en Gratuidad, lo que refuerza que* $R_G \geq R_{GA}$.

Por último, dado que $R_G \geq R_{GA}$ *y los conjuntos definidos en (1) y (2) se puede concluir que Gratuidad Acotada se desempeña igual o mejor que Gratuidad en cuanto a las decisiones de entrada y permanencia. En la proposición 6 ya se estableció que Gratuidad Acotada se desempeña igual o mejor que Gratuidad respecto a la decisión de esfuerzo. Por lo tanto, se puede concluir que Gratuidad Acotada implementa una asignación igual o mejor que Gratuidad.*

□

Por lo tanto, siempre es preferible adoptar Gratuidad Acotada a Gratuidad. Este es un potente resultado en cuanto a sus implicancias de política pública.

Cuadro 6

A continuación, chequearemos que ineficiencias se presentan en Gratuidad Acotada para el conjunto de parámetros utilizado en el ejemplo numérico, para así hacer la comparación con gratuidad y mostrar que la proposición 8 se cumple para el ejemplo.

Decisión de esfuerzo: Se debe comparar el costo privado del esfuerzo (C) con el beneficio privado de este ($w_1 - R_G + A_3$). Tenemos que el costo es 30, mientras que el beneficio es $4+90$ y $6+90$ para los individuos de habilidad baja y alta respectivamente. Es trivial comprobar que el costo es menor que el beneficio y por lo tanto los individuos se esfuerzan en el caso del ejemplo.

Decisión de permanencia: Considerando que ya se determinó que el esfuerzo será alto ($e=1$), se puede analizar la decisión de permanencia para los individuos de habilidad baja. Al tomar esta decisión, los individuos ya prevén que el esfuerzo será alto en el siguiente periodo. Se debe comparar la utilidad esperada de un individuo que estudió el primer periodo y deja los estudios en el segundo, contra la utilidad esperada de un individuo que estudió el primer periodo y permanece en la carrera 1 posteriormente.

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1) \quad vs \quad U(d_1 = 1, d_2 = 0)$$

$$(w_L - R_{GA})(T-2) - eC \quad vs \quad (w_0 - R_{GA})(T-1)$$

$$(4 - R_{GA})98 - 30 \quad vs \quad (3 - R_{GA})99$$

$$65,5 \quad vs \quad -R_{GA}$$

$$65,5 > -R_{GA}$$

Por lo tanto, la utilidad de permanecer en la carrera 1 es mayor a la de dejar la carrera, con lo que se concluye que para el ejemplo ocurre sobre permanencia bajo Gratuidad Acotada.

Decisión de entrada: Debe compararse la utilidad esperada de entrar a la carrera 1 en el periodo 1 versus elegir la carrera 0 en el periodo 1, considerando que los individuos adelantan las decisiones que tomarán en los periodos sucesivos para cada escenario posible. Lo anterior lógicamente tanto para los individuos que reciben una señal de habilidad baja como para los que reciben la señal de habilidad alta. La utilidad esperada de seguir la carrera cero es:

$$U(d_1 = 0) = (w_0 - R_{GA})T,$$

Mientras que la de seguir la carrera 1 es:

$$U(d_1 = 1) = (w^E_{\tilde{Z}} - R_{GA})(T - 2) - C,$$

donde $w^E_{\tilde{Z}}$ corresponde al salario esperado en la carrera 1 para un individuo que recibe la señal de habilidad Z. Reemplazando los valores de los parámetros es fácil comprobar que la utilidad esperada de seguir la carrera 1 es mayor para ambos valores de la señal, es decir que se genera sobreentrada.

Es importante tener presente que para este ejemplo en particular se da que Gratuidad Acotada presenta sobreentrada y sobrepermanencia, sin embargo, para otros valores podría darse solo una o incluso ninguna.

Comprobamos entonces que, para el ejemplo numérico en análisis, Gratuidad Acotada implementa una asignación estrictamente mejor a Gratuidad, en concordancia con el resultado de la proposición 8.

Proposición 9: *A mayor q, Gratuidad Acotada tiende a ser preferido a Financiamiento Privado.*

Prueba: A partir de las proposiciones 4 y 8 se puede desprender la proposición 9 a modo de corolario.

Por lo tanto, dependiendo de cuan frecuente es que los individuos estén sujetos a una restricción de liquidez, se tiene que Gratuidad Acotada es preferido a Financiamiento Privado o, por el contrario, que Financiamiento Privado es preferido a Gratuidad Acotada.

El mismo análisis sobre existencia y unicidad del equilibrio realizado para Gratuidad es válido para Gratuidad Acotada.

3.7. Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados

En la subsección anterior se presentó el mecanismo que denominamos Gratuidad Acotada. Tal mecanismo logra superar los problemas de incentivo al esfuerzo presentes en Gratuidad, sin embargo, no logra resolver los problemas generados por el mayor incentivo a ingresar al sistema educacional y a permanecer dentro de este. Comprendiendo estas limitaciones y por qué estas no se presentan en Financiamiento Privado con Crédito Universal es que ideamos el mecanismo planteado en esta sección.

Cualquier mecanismo que pretenda implementar el óptimo de forma consistente y predecible requerirá que, de una forma u otra, los individuos que se benefician de los estudios absorban los costos de proveer estos estudios. De lo contrario, siempre se estará incentivando la sobre-entrada a la educación superior o la sobre-permanencia en esta. Por lo tanto, para superar el problema de la restricción de liquidez y a la vez lograr asignar los incentivos y desincentivos a entrar y permanecer de forma correcta, siempre será necesario utilizar un sistema con pagos que se asemejen de alguna forma a un préstamo.

Como indica el título de esta subsección, el sistema que planteamos consiste en una forma de Gratuidad Acotada (según lo definido en la subsección 3.6), pero con una diferencia. Esta es que el pago de impuestos es realizado solo por los individuos que se gradúan de la educación superior. Es importante destacar que no es realizado por todos los individuos que estudian, si no que solo los que se gradúan. Esto lo diferencia de un sistema de préstamos como el de la sección 3.5.

Por lo tanto, Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduado (GAI) puede ser descrito como el mecanismo tal que:

$$A_{i1} = A_{i2} = 0; \quad A_{i3} = K + R_{AI}; \quad R_i(d_{i2} = 0) = 0; \quad R_i(d_{i2} = 1) = R_{AI} = \frac{K(2+\rho)}{T-2}$$

Con este esquema de pagos, al enfrentar la decisión de esfuerzo los individuos considerarán todas las ganancias y costos de su decisión, al igual que en Gratuidad Acotada. Por otro lado, para la decisión de permanencia enfrentarán los costos correspondientes, pero adicionalmente tendrán que absorber los costos de las personas que estudian pero no se gradúan. Por último, al enfrentar la decisión de entrada, existen dos divergencias respecto al *Benchamrk II.* La primera es que resulta menos costoso ingresar al sistema y luego salirse, puesto que el primer año es gratis. La segunda es que resulta menos beneficioso ingresar y permanecer, como ya se estableció previamente. Como veremos con más detalle en la demostración de la proposición 10, a pesar de estas incongruencias entre la generación y la asignación de los costos en la decisión de entrada y la decisión de permanencia, GAI implementa el óptimo.

Proposición 10: *Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados (SIG) implementa el óptimo con información imperfecta para cualquier valor de los parámetros.*

Para una prueba de la proposición 10 ver Anexo 6.

Las decisiones de permanencia en SIG son óptimas a pesar de que haya un menor incentivo a permanecer que bajo Benchmark II, debido a que si en tal *benchamrk* los individuos tienen suficientes incentivos a ingresar a la educación superior cuando reciben una señal ruidosa de habilidad alta, eso implicará que cuando se les revela que tienen habilidad alta, tienen suficientes incentivos a permanecer estudiando bajo SIG. Respecto a la decisión de entrada, el mayor atractivo de entrar debido a la gratuidad del primer año es compensado con el menor atractivo de ingresar debido al mayor costo que se pagara al permanecer.

Por lo tanto, Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados, al igual que Financiamiento Privado con Crédito Universal, es un mecanismo inmejorable en el modelo actual. Sin embargo, en la sección de extensiones veremos cómo estos dos sistemas fallan al incorporarse aversión al riesgo en las preferencias de los individuos, a la vez que propondremos formas de perfeccionarlos en tal contexto.

4. Extensiones: Aversión al riesgo y selección

En la presente sección de este trabajo exploramos dos aspectos excluidos en la sección previa. En primer lugar, se estudia cómo cambia el análisis previo al levantar el supuesto de neutralidad al riesgo e incorporar aversión al riesgo. En segundo lugar, consideramos la posibilidad de que exista selección al momento de ingreso a la educación superior.

4.1. Aversión al riesgo

Todo el análisis anterior tiene en consideración un supuesto simplificador de gran relevancia: que los individuos son neutros al riesgo. Sin embargo, es ampliamente aceptado que los individuos, al menos cuando se trata de decisiones de mayor importancia[15], son aversos al riesgo. El objetivo en esta sección es explorar como cambian los resultados anteriores frente a el cambio en este supuesto.

Partimos por identificar donde radica la importancia de la aversión al riesgo en el análisis. La única decisión que el individuo realiza bajo incertidumbre en nuestro modelo es la decisión de entrada, por lo tanto, es esta decisión la que será afectada por el supuesto de aversión al riesgo. En breve, lo que ocurrirá es que los individuos que tienen un ingreso esperado mayor siguiendo la carrera 1 en el primer periodo, podrían tener una utilidad esperada mayor siguiendo la carrera 0 debido a la aversión al riesgo. Lógicamente lo anterior implica que estos individuos preferirían seguir la carrera 0 cuando con mecanismos de diversificación de riesgo apropiados es óptimo que sigan la carrera 1. También podría darse el caso de que los individuos tomen la decisión de entrada que maximiza el ingreso esperado, pero asuman un riesgo que de hecho puede ser diversificado. Lo anterior genera espacio para que algún agente facilite mecanismos de diversificación de riesgo, puesto que estos generarían mejoras pareteanas.

Para estudiar lo anterior, en esta sección se presenta una versión simplificada de nuestro modelo con el fin de ilustrar el rol de la aversión al riesgo en el diseño de los mecanismos de financiamiento de la educación superior.

Considerar el modelo presentado anteriormente, pero con los siguientes valores de los parámetros de calidad de la señal, de costo del esfuerzo y de restricción de liquidez:

$$P = \frac{1}{2}, \quad C = 0, \quad q = 0.$$

[15]En el sentido de que tiene un impacto relevante en sus ingresos o en su utilidad.

Es decir que las señales no existen o de existir son de tan mala calidad que no aportan información, que no hay costo de ejercer esfuerzo y que no hay restricciones de liquidez. Esto simplifica en gran medida el modelo, puesto que permite dejar de lado totalmente el análisis sobre la decisión de esfuerzo y el rol de las señales, para limitarse a analizar el rol de la aversión al riesgo en la decisión de entrada. Adicionalmente, haremos el supuesto de que, condicional en haber estudiado en $t = 1$, los ingresos esperados de seguir la carrera 0 en $t = 2$ son mayores a los de seguir la carrera 1 si el individuo es de habilidad baja. Este supuesto es equivalente al supuesto 3. Por último, asumimos que los ingresos esperados de seguir la carrera 1 en $t = 1$ son mayores a los de seguir la carrera 0. Este supuesto equivale al supuesto 4, pero en vez de ser para los individuos de señal $\tilde{H}$ es para todos los individuos, dado que no hay señales. En adelante denominaremos a estos supuestos 3' y 4'.

A su vez consideramos dos posibles casos, el con agentes neutros al riesgo y el con agentes aversos. Para el primer caso usaremos la misma función de utilidad usada anteriormente, es decir la esperanza de la suma de los ingresos netos de impuestos y gasto en aranceles. Para el segundo caso, de forma de hacer el análisis lo más simple posible, consideraremos que los agentes son infinitamente aversos al riesgo, o sea que la utilidad esperada es igual a la suma de los ingresos en el caso con menor ingresos[16]. En términos matemáticos:

$$\text{Caso 1: } V_t = E[\textstyle\sum_{\tau=t}^{T} I_\tau|\tilde{Z}].$$
$$\text{Caso 2: } V_t = min[\textstyle\sum_{\tau=t}^{T} I_\tau|\tilde{Z}].$$

Donde I_τ corresponde al ingreso neto en el periodo τ. Partiremos por analizar que ocurre en Financiamiento Privado, para luego ver que significan estos cambios para Gratuidad y Gratuidad Acotada. Finalmente se propondrá un sistema que resuelva el nuevo problema presentado por la aversión al riesgo.

4.1.1. Financiamiento Privado con o sin crédito universal

Caso 1: La utilidad esperada de seguir la carrera 0 desde $t = 1$ es w_0T y la de seguir la carrera 1 es $[w_0(T-1)-K]\frac{1}{2}+[w_1(T-2)-2K]\frac{1}{2}$. Dado el supuesto 3' sabemos que los ingresos esperados son mayores al seguir la carrera 1 y como la utilidad esperada es igual a los ingresos esperados los individuos eligen siempre la carrera 1 y esto es óptimo con información imperfecta.

[16] Esto implica una regla de decisión del tipo *Minimax* por parte de los individuos.

Es decir, se confirma el resultado que se podía adelantar extrapolando de las proposiciones 2 0 6 a este caso simplificado.

Caso 2: La utilidad esperada de seguir la carrera 0 desde $t = 1$ es $w_0 T$ y la de seguir la carrera 1 es $min\{[w_0(T-1) - K], [w_1(T-2) - 2K]\} = w_0(T-1) - K$. Es trivial concluir que en este caso los individuos eligen la carrera cero, puesto que su utilidad esperada es mayor al seguir tal carrera, a pesar de que como ya se determinó previamente, los ingresos esperados son mayores al seguir 1. Como veremos más adelante, esto es subóptimo socialmente.

En el caso 2 tenemos que al seguir la carrera 1 los individuos están haciendo una forma de inversión riesgosa, dado que, en el estado de la naturaleza negativo, estos pierden un salario de la carrera 0 y el arancel de un año, pero en el estado de la naturaleza positivo ganan la diferencia entre los ingresos netos de la carrera 1 y los de la carrera 0. Financiamiento Privado no diversifica en ni una medida este riesgo y como veremos más adelante este riesgo es de hecho diversificable, lo que permite llegar a una asignación superior en el sentido de Pareto. Es decir que, con individuos aversos al riesgo, bajo Financiamiento Privado (con o sin acceso universal al crédito) no se llega al Óptimo con Información Imperfecta. Esto se debe a una incompletitud del mercado de seguros

4.1.2. Gratuidad y Gratuidad Acotada

Se esperaría que los mecanismos con elementos de financiamiento público actuaran en alguna medida como diversificadores de riesgo entre los individuos y que por lo tanto presentaran ahí una ventaja sobre los mecanismos de financiamiento privado. Sin embargo, si bien Gratuidad y Gratuidad Acotada en particular diversifican parte del riesgo, no logran diversificarlo completamente, y como el modelo simplificado en análisis supone infinita aversión al riesgo, el análisis realizado previamente para Financiamiento Privado generará el mismo resultado para estos mecanismos.

Cabe destacar de todas formas que, para casos de aversión intermedios entre infinita aversión y nula aversión se podría apreciar que Gratuidad y Gratuidad Acotada mejoren las asignaciones de equilibrio respecto a Financiamiento Privado gracias a cierto nivel de diversificación del riesgo.

4.1.3. Mecanismos óptimos

Considerar los siguientes mecanismos de financiamiento que llamaremos m_1 y m_2 respectivamente:

$$m_1: \quad A_1 = -w_0; \quad A_2 = 3K + 2w_0; \quad R = 0$$
$$m_2: \quad A_1 = -(w_0 - R); \quad A_2 = 2K + (w_0 - R); \quad R = R^*$$

Ambos mecanismos implementan la asignación óptima con información imperfecta. El primero lo logra diversificando el riesgo entre los individuos que resultan ser de habilidad alta y baja mediante una suerte de transferencia de los primeros a los segundos. La segunda lo logra con lo que se podría llamar un seguro financiado de forma pareja por todos los miembros de la sociedad. Cuál mecanismo de estos dos sería preferido corresponde a una pregunta de preferencias distributivas que escapa al ámbito de este trabajo. No obstante lo anterior, cabe destacar que la asignación de equilibrio de m_1 constituyen una mejora pareteana respecto a la asignación de equilibrio de Financiamiento Privado, mientras que la asignación correspondiente a m_2 no lo es, puesto que los individuos de habilidad baja recibirían un ingreso más bajo.

No obstante lo anterior, cabe destacar que m_1 y m_2 no implementan el óptimo social en la versión más general del modelo, ya que generan sobreentrada al permitir cursar un año de estudio sin ni una pérdida para los individuos con señal de habilidad baja.

Lo anterior nos permite entender que forma de los sistemas de financiamiento son deseables en el modelo general cuando se incorpora aversión al riesgo. Sin entrar en un análisis detallado y riguroso, sabemos que al incorporar un nivel intermedio de aversión (no infinita aversión al riesgo) será posible diversificar el riesgo en una medida tal que, los individuos que reciben la señal de habilidad baja decidan no ingresar a la educación superior y los con señal de habilidad alta decidan si ingresar. Esto implica que no se logrará diversificar todo el riesgo. Esto se debe a que es necesario asignarle parte del riesgo a los individuos para colocar los incentivos correctos a la entrada a la educación superior. Esta parte del diseño de mecanismos es más similar al problema clásico en que es necesario que los individuos se autoseleccionen puesto que su tipo no es observable por el regulador.

Volviendo a los sistemas que se desempeñan bien en el modelo sin aversión al riesgo, estos pueden ser perfeccionados para el caso con aversión. En particular FPCU necesitaría una forma de seguro para los individuos que no terminan su educación y SIG necesitaría un estipendio durante el primer periodo de estudio, pero este debe tomar un valor menor al salario de la carrera cero y tal que los individuos con señal de habilidad baja no ingresen y los con señal de habilidad alta si lo hagan.

Esta sección giró en torno a la importancia de la diversificación del riesgo propio de la decisión de estudio de los individuos. Llama la atención que, si de hecho esto es importante, en los países donde predominan mecanismos de mercado para financiar la educación superior no han surgido mercados de seguros para tal decisión. Posibles explicaciones para su ausencia son la posibilidad de que se presente un problema de selección adversa, alguna otra falla de mercado o alternativamente que la aversión al riesgo no sea un factor tan relevante.

4.2. Selección

Consideremos un modelo igual al modelo original estudiado en este artículo, salvo que en este caso el planificador central además de determinar los valores de R y A puede permitir o no permitir el ingreso de ciertos individuos al sistema educacional. Es necesario hacer algún supuesto respecto a la información que maneja el planificador central sobre los individuos al momento de seleccionar. Este supuesto impactará significativamente los resultados de este análisis. A grueso modo existen tres posibilidades respecto a la calidad de la señal. La primera es que el planificador observa la misma señal sobre la habilidad del individuo i que el individuo en cuestión, la segunda es que recibe una señal más ruidosa que el individuo y tercero que este recibe una mejor señal que el propio individuo. Por otro lado, la señal también puede variar en cuanto a su distribución, pudiendo ser más o menos independiente de la distribución de la señal del individuo.

En esta sección nos centramos en el análisis del caso en que planificador central observa exactamente la misma señal que el individuo, vale decir un caso en que la calidad de la señal del planificador es igual que la del individuo y en que la dependencia es total. Puesto que asumimos que el planificador busca maximizar el bienestar social y que el supuesto 4 nos indica que es socialmente óptimo que los individuos con señal de habilidad baja no ingresen y los con señal de habilidad alta si ingresen, asumimos que la selección consiste en dejar que los individuos con señal $\tilde{H}$ ingresen a la educación terciaria y no dejar que los individuos con señal $\tilde{L}$ ingresen.

En el modelo original, tanto en Financiamiento Privado, como en Financiamiento Privado con Crédito Universal y Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados los individuos con señal de habilidad baja deciden no ingresar, por lo tanto, la existencia de selección es irrelevante en tal caso. Sin embargo, para Gratuidad y Gratuidad Acotada, es posible que se genere sobreentrada. En caso que así fuera, la selección en el ingreso permitiría eliminar el problema de sobreentrada que se presenta.

Por lo tanto, la incorporación de selección permite mejorar el desempeño de estos dos modelos en relación al desempeño de los otros tres.

5. Discusión de política y conclusiones

El presente trabajo busca identificar ciertos *trade-offs* entre los distintos sistemas de financiamiento de la educación superior comúnmente considerados al diseñar las políticas públicas en esta materia. En este análisis se dejó de lado ciertas consideraciones relacionadas con temas como justicia distributiva, derechos individuales y cohesión social, para centrarse en un análisis económico de eficiencia a través de un modelamiento matemático. A su vez, este análisis económico dejó de lado aspectos como beneficios inherentes del estudio, posibles externalidades de la educación y asimetrías de información entre individuos e instituciones educacionales. El presente estudio se centró principalmente en cuatro aspectos que juegan un rol importante en determinar las bondades de cada sistema: (i) información imperfecta de los individuos respecto a las propias habilidades, (ii) restricciones de liquidez que imposibilitan la entrada al sistema a quienes las sufren, (iii) esfuerzo de estudio costoso y (iv) aversión al riesgo, que desincentiva la entrada al sistema educacional.

Al evaluar y comparar los desempeños de Financiamiento Privado y Gratuidad, se presenta un *trade-off* entre implementar uno u otro, puesto que Financiamiento Privado excluye a los individuos con restricción de liquidez, mientras que Gratuidad genera incentivos excesivos a estudiar e incentivos demasiado bajos a esforzarse. Cuál de los dos sistemas es preferido sobre el otro dependerá del alcance de las restricciones de liquidez, entre otros factores.

Adicionalmente, se concluye que Gratuidad Acotada es estrictamente preferido a Gratuidad en tanto elimina el desincentivo al esfuerzo que tiene Gratuidad y genera una menor distorsión sobre las decisiones de entrada al sistema educacional y de permanencia en este. Sin embargo, también se presenta un *trade-off* entre Gratuidad Acotada y Financiamiento Privado, de la misma forma que lo había entre este último y Gratuidad.

Por otro lado, se concluye que, con individuos neutros al riesgo, Financiamiento Privado con Crédito Universal o Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados implementan el óptimo, logrando superan el problema de restricción de liquidez sin generar distorsiones en las decisiones de carrera y esfuerzo.

Al incluir aversión al riesgo en el análisis, se encuentra que Financiamiento Privado con Crédito Universal ya no implementa el óptimo y que los sistemas con financiamiento vía impuestos mejoran frente a los con financiamiento privado, puesto que estos diversifican parte del riesgo, mientras que los otros no generan diversificación alguna. Posteriormente, se propone un nuevo sistema que permite, a través de un estipendio en el primer año de estudios, implementar el óptimo con información imperfecta, tanto para individuos aversos al riesgo, como también para individuos neutros al riesgo.

La siguiente tabla ordena los mecanismos en términos de cuales se desempeñan mejor en el caso sin aversión al riesgo:

Cuadro 1

<table>
<tr><td>Óptimo con información imperfecta</td><td colspan="2">Financiamiento Privado con Crédito Universal
Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados</td></tr>
<tr><td>Segundo nivel</td><td>Gratuidad Acotada</td><td rowspan="2">Financiamiento Privado</td></tr>
<tr><td>Tercer nivel</td><td>Gratuidad</td></tr>
</table>

Como se estableció previamente, el posicionamiento de Financiamiento Privado respecto a Gratuidad y Gratuidad Acotada dependerá del valor de los parámetros.

Como se mencionó anteriormente, el presente estudio tiene un alcance con ciertas restricciones. Han sido completamente excluidos del análisis consideraciones que revisten importancia en las decisiones de política pública, sobre todo por el rol que el sistema educacional puede jugar en la distribución de los ingresos y la determinación del tipo de sociedad en la que los individuos se desenvuelven.

Se suele considerar que sistemas de financiamiento con un rol más activo del Estado, como puede ser el caso de Gratuidad o Arancel Diferenciado, contribuyen a una mejora de la distribución del ingreso, facilitando y asegurando la entrada a la educación terciaria de los individuos de menores ingresos.

Dejando de lado el tema distributivo, surgen otras consideraciones. Por ejemplo, Michael J. Sandel en su ensayo *What Isn't for Sale?*, plantea que en ciertos aspectos no se debería usar el mercado como sistema asignador de recursos, puesto que este cambiaría de forma profunda la naturaleza de lo que asigna. En definitiva, Sandel sostiene que los valores de mercado tienen un efecto *crowding out* sobre otros valores no asociados al mercado. Esto lógicamente consiste en un argumento en contra de Financiamiento Privado, ya sea con acceso al crédito o no. Por otro lado, también existen autores que plantean la hipótesis de que el gasto social de forma diferenciada o focalizada dentro de la población implica que los beneficios así repartidos conlleven una suerte de desvalor social para los receptores y, por lo tanto, implican un efecto marginatorio indeseable. Esto lógicamente es un argumento en contra de un mecanismo como arancel diferenciado.

Naturalmente, las consideraciones anteriores y, posiblemente, otras no mencionadas, como también las consideraciones de eficiencia desarrolladas en este artículo, deben jugar un rol y ser ponderadas en la determinación del sistema de financiamiento de la educación superior a implementar en una sociedad.

Una extensión natural a nuestro modelo consiste en uno que incorpore la existencia de múltiples carreras de trabajo calificado y permita explorar el rol de los distintos mecanismos en la implementación de buenas elecciones de carrera dentro de tal contexto. Tal extensión consiste en un avance natural en la veta de investigación del presente artículo.

6. Anexo

6.1. Prueba de la Proposición 2

Como se estableció previamente, el problema de maximización en FP es equivalente al de el BII, con la diferencia de que para los individuos restringidos de liquidez estudiar no está dentro de su conjunto de decisiones factibles.

(i) Dado el supuesto 4, es eficiente que los individuos con una señal de habilidad alta ingresar a la educación superior. Sin embargo, esta decisión no forma parte del conjunto de alternativas factible de los individuos restringidos de liquidez. (ii) La habilidad límite en Financiamiento Privado es igual a la de BII, puesto que el problema que resuelve el individuo es el mismo y por lo tanto las decisiones de permanencia son las mismas. (iii) De la misma forma se determina que el costo del esfuerzo límite en Financiamiento Privado es igual al de BII y por lo tanto las decisiones de esfuerzo son las mismas, para los individuos que ingresan a la educación superior.

6.2. Prueba de la Proposición 3

Se demostrarán las tres partes de la proposición por inducción hacia atrás:

(iii) Como se determinó previamente, el costo límite del esfuerzo es el valor del costo del esfuerzo C_e tal que el individuo se encuentra indiferente entre ejercer esfuerzo y no ejercerlo o, lo que es lo mismo, un costo de esfuerzo igual al beneficio de este. En términos generales el beneficio del esfuerzo es igual a $w_i - R + A_3$, donde w_i es el salario que recibe el individuo después de estudiar, R es el impuesto que se le cobre al individuo y A_3 es el valor del arancel en el periodo 3. En el caso de Gratuidad tenemos que $A_3 = 0$ y $R = R_G$, donde R_G es el valor de equilibrio fiscal del impuesto. Por lo tanto, el valor límite del costo del esfuerzo en Gratuidad corresponde a $\bar{C}_G = w_i - R_G$. Es trivial comprobar que $\bar{C}_{BII} > \bar{C}_G$. Por lo tanto para valores de C_e en el intervalo $[\bar{C}_G, \bar{C}_{BII}]$ se generan niveles subóptimos de esfuerzo como señala la proposición, puesto que lo óptimo sería que los individuos se esfuercen y estos no lo hacen. Para niveles por debajo del intervalo se siguen generando niveles óptimos. Po otro lado, dado el supuesto 1, el parámetro en cuestión no puede tomar valores por sobre el intervalo.

(ii) Considerar la utilidad que recibe el individuo en caso de tomar la decisión de permanecer estudiando y de dejar los estudios respectivamente (asumiendo e $= 1$[17]*):*

[17] La conclusión se mantiene para el otro caso.

$$U(d_2 = 1) = (w_i - R_G)(T - 2) - C_e$$

$$U(d_2 = 0) = (w_0 - R_G)(T - 1)$$

A partir de lo que se puede determinar el salario límite para la decisión de permanencia bajo Gratuidad:

$$\bar{w}_G = \frac{w_0(T-1) - R_G + C_e}{T-2}$$

Es trivial comprobar que $\bar{w}_G < \bar{w}_{B2}$. Por lo tanto, para valores de w_L en el intervalo $[\bar{w}_G, \bar{w}_{B2}]$ tenemos que es óptimo que el individuo deje los estudios pero bajo Gratuidad este prefiere no dejarlos. Para valores de w_L por debajo del intervalo en gratuidad los individuos toman la misma decisión que en el Benchmarck II. Por último, dado el supuesto 3, no es factible que w_L tome valores por sobre el intervalo.

(i) Considerar la utilidad esperada del individuo en caso de tomar la decisión de ingresar a estudiar y no ingresar a estudiar respectivamente (asumiendo $e = 1$, $d_2(L) = 0$ y $d_2(H) = 1$[18]):

$$U(d_1 = 1|\tilde{H}) = P[(w_H - R_G)(T-2) - C_e] + (1-P)(w_0 - R_G)(T-1)$$

$$U(d_1 = 1|\tilde{L}) = (1-P)[(w_H - R_G)(T-2) - C_e] + P(w_0 - R_G)(T-1)$$

$$U(d_1 = 0) = (w_0 - R_G)T$$

A partir de lo que se puede determinar el salario alto límite para la decisión de ingreso bajo Gratuidad condicional en la señal:

$$\bar{w}_{G\tilde{H}} = \frac{w_0(T+\rho) + C_e - R_G(2+\rho)}{T-2}$$

$$\bar{w}_{G\tilde{L}} = \frac{w_0(T+\rho^{-1}) + C_e - R_G(2+\rho^{-1})}{T-2}$$

Es trivial comprobar que $\bar{w}_{G\tilde{H}} < \bar{w}_{B2\tilde{H}}$ y $\bar{w}_{G\tilde{L}} < \bar{w}_{B2\tilde{L}}$. Por lo tanto, para valores de w_H en el intervalo $[\bar{w}_{G\tilde{L}}, \bar{w}_{B2\tilde{L}}]$ tenemos que es óptimo que el individuo con señal de habilidad baja no ingrese a estudiar, pero bajo Gratuidad este prefiere si hacerlo. Para valores de w_H por debajo del intervalo en gratuidad los individuos toman la misma decisión que en el Benchmarck II. Por último, dado el supuesto 4, no es factible que w_H tome valores por sobre el intervalo. Con respecto a los individuos con señal de habilidad alta, para ni un valor de los parámetros

[18] La conclusión se mantiene para el resto de los casos.

estos toman decisiones de entrada subóptimas. Esto es esperable puesto que es óptimo que estos ingreses a estudiar y se está aumentando sus incentivos a hacerlo.

6.3. Prueba de la Proposición 5

Es necesario demostrar que existe un valor del impuesto $\tilde{R}$, tal que el nivel de gasto en educación que induce este impuesto (el gasto en educación depende de R, puesto que las decisiones de los individuos dependen de R) es cubierto por la recaudación que genera el impuesto $\tilde{R}$ para las decisiones correspondientes.

Partimos por definir ciertas funciones y conjuntos que serán utilizados en la demostración.

- $R \in [0, \bar{R}]$ donde $\bar{R} = w_0$, dado que el impuesto no puede ser mayor al menor de los ingresos.

- Se define la variable x como el número de años-individuos de estudio, es decir el número de aranceles que el estado tendrá que financiar.

- $x \in [\underline{x}, \bar{x}]$, donde $\bar{x} = 3N$, dado que a lo más todos los individuos estudian 3 años y $\underline{x} > 0$, dado que sabemos que al menos estudiarán los mismos individuos que estudian en el equilibrio de Financiamiento Privado.

- El supuesto del enunciado de la proposición indica que $w_0(T-3) > 3K$, es decir que el menor de los ingresos de un individuo es mayor a el más elevado de los costos educacionales, lo que puede reescribirse como $N\bar{R}(T-3) > N3K$, es decir que al menos al fijar el mayor de los impuestos es posible financiar el mayor gasto en educación posible.

- El valor de x para cada nivel de impuesto puede ser descrito por una función $f(R)$. Para cada valor del impuesto, $f(R)$ toma el valor de x correspondiente a tal impuesto. Puede ser entendida como una función de demanda agregada por educación. $Kf(R)$ será por lo tanto la función de gasto en educación y definiremos $z^a() = Kf(R)$.

- Respecto a las características de $f(R)$: (i) es una función monotónica creciente[19]; (ii) toma valores dentro de un conjunto acotado que ya definimos como $[\underline{x}, \bar{x}]$; (iii) el costo del esfuerzo de indiferencia para la decisión de esfuerzo y los salarios de indiferencia para las decisiones de entrada y permanencia son todos decrecientes en el impuesto, lo que implica que $f(R)$ es creciente en R; (iv) las tres decisiones que toman los individuos son binarias y la cantidad de tipos de individuos es discreta (4 tipos dada la combinación de habilidades y señales), por lo tanto $f(R)$ es una función discreta. En específico $f(R)$ toma valores fijos para ciertos intervalos

[19] Puesto que los salarios de indiferencia son decrecientes en R_G, como se establece en la demostración de la proposición 4.

de R y al alcanzar ciertos valores límite de R da un salto debido a que un grupo completo de individuos de un tipo cambia una de sus decisiones (Entrar cuando no entraba, permanecer cuando no lo hacía o dejar de esforzarse cuando antes lo hacía); (v) asumimos que los individuos indiferentes entre entrar/permanecer/esforzarse y no hacerlo, deciden no hacerlo.

- Dado lo anterior, la función de demanda agregada por educación puede ser escrita de la forma:

$$f(R) = \begin{cases} x_1 & \text{si } R \leq R_1 \\ . & \\ x_i & \text{si } R_{i-1} < R \leq R_i \\ . & \\ x_M & \text{si } R_{M-1} < R \leq \bar{R} \end{cases}$$

Notar que x_M puede ser menor a $\bar{x}$ y x_1 mayor a $\underline{x}$.

- Adicionalmente definimos la función de recaudación como $z^b(R) = (NT - x)R = (NT - f(R))R$.

- Por lo tanto, se puede definir la función de exceso de gasto como $z(R) = z^a(R) - z^b(R) =$.

- $z(R)$ hereda la estructura de $f(R)$:

$$z(R) = \begin{cases} z_1(R) = Kx_1 - (NT - x_1)R & \text{si } R \leq R_1 \\ . & \\ z_i(R) = Kx_i - (NT - x_i)R & \text{si } R_{i-1} < R \leq R_i \\ . & \\ z_M(R) = Kx_M - (NT - x_M)R & \text{si } R_{M-1} < R \leq \bar{R} \end{cases}$$

Cabe destacar que estas funciones son continuas dentro de cada uno de los M tramos de la función $z()$.

Es trivial determinar que $z^a(0) > z^b(0)$. Adicionalmente, a partir del supuesto del enunciado de la proposición, es posible mostrar que $z^a(\bar{R}) < z^b(\bar{R})$[20].

Para demostrar al existencia de equilibrio para Gratuidad, debemos demostrar que existe un $\tilde{R} \in [0, \bar{R}]$ tal que el exceso de gasto es igual a cero, o equivalentemente, que $z^a(\tilde{R}) = z^b(\tilde{R})$. Se demostrará por contradicción:

Suponer que $z^a(R) \neq z^b(R) \ \forall \ R \in [0, \bar{R}]$.

[20]Esto puesto que $z^a(\bar{R}) = Kx_M \leq 3NK < \bar{R}N(T-3) = (NT - \bar{x})\bar{R} \leq (NT - x_M)\bar{R} = z^b(\bar{R})$

(i) Para el tramo $[0, R_1]$, sabemos que $z^b(0) = 0 < Kx_1 = z^a(0)$. Por el Teorema del Valor Intermedio y dado que $z^b(R) \neq Kx_1 \ \forall \ R \in [0, R_1]$, tenemos que $z^b(R) < Kx_1 = z^a(R) \ \forall \ R \in [0, R_1]$.

(ii) Dado que $f(R)$ es monótona creciente, $z^a(R)$ también lo es. Por otro lado, para $R \in (R_1, R_2]$ en la vecindad de R_1, $z^b(R) < z^b(R_1)$, dado que $\lim_{R \to R_1^+} z_2^b(R) = (NT - x_2)R_1$ lo que es menor a $z_1^b(R_1) = (NT - x_1)R_1$. Luego, tenemos que para un $R \in (R_1, R_2]$ en la vecindad de R_1 se cumple que $z^a(R) > z^a(R_1)$ y $z^b(R_1) > z^b(R)$. Por lo tanto, dado que $z^a(R_1) > z^b(R_1)$ concluimos que para un $R \in (R_1, R_2]$ en la vecindad de R_1 $z^a(R) > z^b(R)$. A partir de la misma lógica utilizada en (i), por el TVI y dado que $z^a(R) \neq z^b(R) \ \forall \ R \in [0, \bar{R}]$ tiene que cumplirse que $z^b(R) < z^a(R) \ \forall \ R \in (R_1, R_2]$.

(iii) Con la misma lógica que en (ii) es posible determinar que $z^b(R) < z^a(R)$ en los M tramos de R, es decir que $z^b(R) < z^a(R) \ \forall \ R \in [0, R]$, incluido $R \in (R_{M-1}, \bar{R}]$. Sin embargo esto contradice el hecho de que $z^a(\bar{R}) < z^b(\bar{R})$, por lo tanto la hipótesis $z^a(R) \neq z^b(R) \ \forall \ R \in [0, \bar{R}]$ no se cumple, con lo que concluye la demostración.

6.4. Prueba de la Proposición 6

La proposición 6 surge de forma natural a partir de la proposición 2. Para demostrarla basta establecer que el problema de maximización en Financiamiento Privado con Crédito Universal es equivalente al problema del Benchmark II. Es trivial determinar que son equivalentes en caso de que el individuo no tome un crédito, pero es necesario probar que son equivalentes si el individuo si lo hace. Recordar que el problema del individuo en BII es:

$$\max_{d_{i1}(\tilde{z}), d_{i2}(z|d_{i1}=1), e_i(z|d_{i2}=1)} \sum_{\tau=1}^{T} w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i) - Ce_i - Kd_{1i} - Kd_{2i} - Kd_{3i}(1 - e_i)$$

Por otro lado, el problema del individuo con FPCU es:

$$\max_{d_{i1}(\tilde{z}), d_{i2}(z|d_{i1}=1), e_i(z|d_{i2}=1)} \sum_{\tau=1}^{T} [w_{i\tau}(d_i, z_i, e_i) - R_i] - Ce_i$$

Donde R_i es el pago de las cuotas del préstamo. R_i es una función de las decisiones de carrera y esfuerzo del individuo y de su estatus laboral. En particular R_i toma el valor cero para los periodos en que el individuo no trabaja y el valor $R(d_1, d_2, d_3, e) = \frac{Kd_1 + Kd_2 + Kd_3(1-e)}{T - 1 - d_2 - d_3(1-e)}$ para los periodos en que trabaja.

Hacer la sumatoria sobre T para $-R_i$ es equivalente a restar el producto entre $R(d_1, d_2, d_3, e)$ y el número de periodos en que el individuo trabaja. El número de periodos en que un individuo trabaja es T si es que se dirige directamente a la carrera cero, de lo contrario es $(T-1-d_2-d_3(1-e))$. Si se dirige directamente a la carrera cero, $R(d_1,d_2,d_3,e)$ es igual a cero, por lo tanto para ese caso resulta irrelevante el número de periodos por el cual se multiplique. Entonces el problema de FPCU es equivalente a:

$$\max_{d_{i1}(\tilde{z}),d_{i2}(z|d_{i1}=1),e_i(z|d_{i2}=1)} \sum_{\tau=1}^{T} [w_{i\tau}(d_i,z_i,e_i)] - Ce_i - [T-1-d_2-d_3(1-e)]\, R(d_1,d_2,d_3,e)$$

Lo que puede ser rescrito como:

$$\max_{d_{i1}(\tilde{z}),d_{i2}(z|d_{i1}=1),e_i(z|d_{i2}=1)} \sum_{\tau=1}^{T} [w_{i\tau}(d_i,z_i,e_i)] - Ce_i - [Kd_1 + Kd_2 + Kd_3(1-e)]$$

Lo que es igual al problema de BII.

6.5. Prueba de la Proposición 7

Al igual que para la demostración de la proposición 3, se demostrarán las tres partes de la proposición por inducción hacia atrás:

(iii) Como se determinó previamente, el costo límite del esfuerzo es el valor del costo del esfuerzo C tal que el individuo se encuentra indiferente entre ejercer esfuerzo y no ejercerlo o, lo que es lo mismo, un costo de esfuerzo igual al beneficio de este. En términos generales, el beneficio del esfuerzo es igual a $w_i - R + A_3$, donde w_i es el salario que recibe el individuo después de estudiar, R es el impuesto que se le cobre al individuo y A_3 es el valor del arancel en el periodo 3. En el caso de Gratuidad Acotada tenemos que $A_3 = K + R_{GA}$ y $R = R_{GA}$, donde R_{GA} es el valor de equilibrio fiscal del impuesto. Por lo tanto, el valor limite del costo del esfuerzo en Gratuidad Acotada corresponde a $\bar{C}_{GA} = w_i + K$. Es trivial comprobar que $\bar{C}_{BII} = \bar{C}_{GA}$. Por lo tanto para cualquier valor de los parámetros se genera un nivel de esfuerzo eficiente.

(ii) Considerar la utilidad que recibe el individuo en caso de tomar la decisión de permanecer estudiando y de dejar los estudios respectivamente (asumiendo $e = 1$[21]):

$$U(d_2 = 1) = (w_i - R_{GA})(T-2) - C$$

$$U(d_2 = 0) = (w_0 - R_{GA})(T-1)$$

[21]La conclusión se mantiene para el otro caso.

A partir de lo que se puede determinar el salario límite para la decisión de permanencia bajo Gratuidad Acotada:

$$\bar{w}_{GA} = \frac{w_0(T-1) - R_{GA} + C}{T-2}$$

Es trivial comprobar que $\bar{w}_{GA} < \bar{w}_{B2}$. Por lo tanto, para valores de w_L en el intervalo $[\bar{w}_{GA}, \bar{w}_{B2}]$ tenemos que es óptimo que el individuo deje los estudios pero bajo Gratuidad Acotada este prefiere no dejarlos. Para valores de w_L por debajo del intervalo en Gratuidad Acotada los individuos toman la misma decisión que en el Benchmarck II. Por último, dado el supuesto 3, no es factible que w_L tome valores por sobre el intervalo.

(i) Considerar la utilidad esperada del individuo en caso de tomar la decisión de ingresar a estudiar y no ingresar a estudiar respectivamente (asumiendo $e = 1$, $d_2(L) = 0$ y $d_2(H) = 1$[22]):

$$U(d_1 = 1|\tilde{H}) = P[(w_H - R_{GA})(T-2) - C] + (1-P)(w_0 - R_{GA})(T-1)$$

$$U(d_1 = 1|\tilde{L}) = (1-P)[(w_H - R_{GA})(T-2) - C] + P(w_0 - R_{GA})(T-1)$$

$$U(d_1 = 0) = (w_0 - R_{GA})T$$

A partir de lo que se puede determinar el salario alto límite para la decisión de ingreso bajo Gratuidad Acotada condicional a la señal:

$$\bar{w}_{S\tilde{H}} = \frac{w_0(T+\rho) + C - R_{GA}(2+\rho)}{T-2}$$

$$\bar{w}_{S\tilde{L}} = \frac{w_0(T+\rho^{-1}) + C - R_{GA}(2+\rho^{-1})}{T-2}$$

Es trivial comprobar que $\bar{w}_{S\tilde{H}} < \bar{w}_{B2\tilde{H}}$ y $\bar{w}_{S\tilde{L}} < \bar{w}_{B2\tilde{L}}$. Por lo tanto, para valores de w_H en el intervalo $[\bar{w}_{S\tilde{L}}, \bar{w}_{B2\tilde{L}}]$ tenemos que es óptimo que el individuo con señal de habilidad baja no ingrese a estudiar, pero bajo Gratuidad Acotada este prefiere si hacerlo. Para valores de w_H por debajo del intervalo en Gratuidad Acotada los individuos toman la misma decisión que en el Benchmarck II. Por último, dado el supuesto 4, no es factible que w_H tome valores por sobre el intervalo. Con respecto a los individuos con señal de habilidad alta, para ni un valor de los parámetros estos toman decisiones de entrada subóptimas. Esto es esperable puesto que es óptimo que estos ingreses a estudiar y se está aumentando sus incentivos a hacerlo.

[22]La conclusión se mantiene para el resto de los casos.

6.6. Prueba de la Proposición 10

Como ya sabemos a partir del lema 1, existen 4 posibles sendas de equilibrio para un individuo, las cuales vienen determinadas por las 3 decisiones estudiadas: entrada, permanencia y esfuerzo. Las cuatro sendas y la utilidad asociada a cada una de ellas para SIG se detalla a continuación:

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) = w_i(T-2) - C - R_{AI}(T-2),$$

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 0) = w_i(T-3) - R_{AI}(T-3) - A_3,$$

$$U(d_1 = 1, d_2 = 0) = w_0(T-1),$$

$$U(d_1 = 0) = w_0 T.$$

donde $R_{AI} = \frac{K(2+\rho)}{T-2}$. A partir de la información anterior se puede probar que cada una de las decisiones previamente mencionadas será la óptima para cada individuo y por lo tanto demostrar la proposición 10.

(i) Decisión de esfuerzo. Partimos por identificar el valor límite del costo del esfuerzo:

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) = U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 0),$$

$$w_i(T-2) - C - R_{AI}(T-2) = w_i(T-3) - R_{AI}(T-3) - A_3,$$

$$\bar{C}_{AI} = K + w_i.$$

Por lo tanto, el valor límite del costo del esfuerzo en SIG es igual a en BII, con lo que se concluye que las decisiones de esfuerzo son las correspondientes al óptimo con información imperfecta.

(ii) Decisión de permanencia. Partimos por identificar el valor límite del salario de la carrera 1 tal que el individuo esté indiferente entre continuar los estudios y abandonarlos.

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) = U(d_1 = 1, d_2 = 0),$$

$$w_i(T-2) - C - R_{AI}(T-2) = w_0(T-1),$$

$$\bar{w}_{SI2} = \frac{w_0(T-1) + C + K(2+\rho)}{T-2}.$$

Para comprobar que las decisiones de permanencia son las correspondientes al óptimo con información imperfecta basta mostrar que $w_H > \bar{w}_{SI2} > w_L$. En efecto, es simple comprobar que $\bar{w}_{SI2} < \bar{w}_{B1\tilde{H}}$ y por el supuesto 4 sabemos que $\bar{w}_{B1\tilde{H}} < W_H$. Adicionalmente tenemos que

$\bar{w}_{SI2} > \bar{w}_{B2}$ y por el supuesto 3 tenemos que $\bar{w}_{B2} > w_L$. Por lo tanto, se comprueba que las dos partes de la inecuación son ciertas y es posible concluir que se implementan las decisiones de permanencia correspondientes al óptimo con información imperfecta.

(iii) Decisión de entrada. Es necesario identificar la utilidad esperada de entrar a estudiar para cada valor de la señal:

$$U_{e\tilde{H}} = PU(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) + (1 - P)U(d_1 = 1, d_2 = 0)$$

$$U_{e\tilde{L}} = (1 - P)U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) + PU(d_1 = 1, d_2 = 0)$$

Para comprobar que las decisiones de entrada son las correspondientes al óptimo con información imperfecta, debemos chequear que w_H es mayor al valor límite de w_H tal que los individuos con señal de habilidad alta están indiferentes entre entrar y no hacerlo y, a la vez, que w_H es menor al valor límite de w_H tal que los individuos con señal de habilidad baja están indiferentes entre entrar y no hacerlo.

Para el caso de señal alta:

$$U_{e\tilde{H}} = U(d_1 = 0),$$

$$U(d_1 = 1, d_2 = 1, e = 1) = w_0(T + \rho),$$

$$\bar{w}_{SI\tilde{H}} = \frac{w_0(T + \rho) + C + (2 + \rho)K}{T - 2}.$$

De forma análoga se encuentra que para el caso de señal baja:

$$\bar{w}_{SI\tilde{L}} = \frac{w_0(T + \rho^{-1}) + C + (2 + \rho^{-1})K}{T - 2}.$$

Es posible apreciar que estos valores son idénticos a los valores límite para el caso BII. Por lo tanto, las decisiones de equilibrio en SIG corresponden al óptimo con información imperfecta.

Por último, es necesario comprobar que el valor del impuesto, dado el set de decisiones de los individuos, es tal que se cumple la restricción presupuestaria del sector público. Tenemos que una proporción $\frac{P}{2}$ (los individuos que reciben una señal de habilidad alta y tiene efectivamente esa habilidad)de los individuos estudia 2 años y una proporción $\frac{1-P}{2}$ (los individuos con señal de habilidad alta que tienen de hecho habilidad baja) estudia un año. Una proporción $\frac{P}{2}$ paga impuestos durante $T-2$ años(los egresados). Lo anterior implica un gasto de:

$$\frac{NP}{2}2K + \frac{N(1-P)}{2}K,$$

y una recaudación de:

$$R_{AI}(T-2)\frac{NP}{2},$$

dado $R_{AI} = \frac{2K+\rho K}{T-2}$ y considerando que $\rho = \frac{1-P}{P}$ tenemos que el gasto y la recaudación son iguales.

Por lo tanto, se ha demostrado que todas las decisiones corresponden a las decisiones del óptimo con información imperfecta y que el valor del impuesto satisface la restricción la restricción presupuestaria, por lo tanto, queda demostrado que Gratuidad Acotada con Impuesto a los Graduados implementa el óptimo con información imperfecta.

6.7. Árbol de decisión

Periodo 1			Periodo 2				Periodo 3		Periodo 4 y siguientes	
Información disponible	Decisión de carrera	Ingreso	Información disponible	Decisión de carrera	Ingreso	Decisión de esfuerzo	Decisión de carrera	Ingreso	Decisión de carrera	Ingreso
						0	1	$-A_3$	1	$w_1 - R$
			Habilidad efectiva	1	$-A_2$					
Señal de habilidad	1	$-A_1$				1	1	$w_1 - R$	1	$w_1 - R$
				0	$w_0 - R$	-	0	$w_0 - R$	0	$w_0 - R$
	0	$w_0 - R$	Señal de habilidad	0	$w_0 - R$	-	0	$w_0 - R$	0	$w_0 - R$

En este árbol de decisión se asume que si un individuo elige la carrera cero en un periodo, entonces la sigue eligiendo en todos los periodos subsecuentes y que si elige la carrera 1 teniendo información perfecta respecto a su habilidad, entonces sigue eligiendo la carrera 1 en los periodos subsecuentes. En el lema 1 veremos que lo anterior es de hecho un resultado endógeno del modelo. Se excluyen las otras ramas del árbol para no sobre cargar la figura.

7. Referencias

Boldrin, M. y Montes, A. (2005): “The Intergenerational State Education and Pensions”, *Review of Economic Studies*, 72, 651-664.

Dynarski, S. (1999): “Does Aid Matter? Measuring the Effect of Student Aid on College Attendance and Completion”, *NBER Working Papers 7422.*

Dynarski, S. (2002): “The Behavioral and Distributional Implications of Aid for College”, *American Economic Review*, 92(2), 279-285.

Dynarski, S. (2002): “Hope for Whom? Financial Aid for the Middle Class and Its Impact on College Attendance”, *NBER Working Papers 7756.*

Hansen, W. L. (1983): “Impact of Student Financial Aid on Access”, *Proceedings of the Academy of Political Science*, 35(2), 84-96.

Jovanovic, B. (1982): “Selection with Asymetric Information”, *The Quarterly Journal of Economics*, 97(3), 535-539.

Kane, T. J. (1994): ‘College Entry by Blacks since 1970: The Role of College Costs, Family Background, and the Returns to Education”, *Journal of Political Economy, University of Chicago Press*, 102(5), 878-911.

Kane, T. J. (1995): “Rising Public College Tuition and College Entry: How Well Do Public Subsidies Promote Access to College?”, *NBER Working Papers 5164.*

Lawson, N. (2014): “Optimal College Tuition Subsidie”, *AMSE Working Papers 1404, Aix-Marseille School of Economics.*

Murphy, K., Shleifer, A. y Vishny, R. (1990): “The Allocation of Talent: Implications for Growth”, *NBER Working Papers 3530.*

Samuelson, P. (1958): “An Exact Consumption-Loan Model of interest without the Social Contrivance of Money”, *The Journal of Political Economy*, 66(6), 468-482.

Sandel, M. J. (2012): “ What isn’t for sale”, *The Atlantic*, 27.

Santiago, P., Tremblay, K., Basri, E. y Arnal, E. (2008): “Tertiary Education for the Knowledge Society (Vol. 1)”. Paris: OECD.

Roy, A. D. (1951): “Some Thoughts on the distribution of Earnings”, *Oxford Economic Papers, Oxford University Press*, 3(2), 135-146.