



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL ELÉCTRICA

OPERACIÓN ECONÓMICA DE UNA MICRO-RED CON RESTRICCIONES DE ESTABILIDAD

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

CARLOS RODRIGO SEPÚLVEDA HUERTA

PROFESOR GUÍA:

RODRIGO MORENO VIEYRA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

PATRICIO MENDOZA ARAYA

EDUARDO PEREIRA BONVALLET

SANTIAGO DE CHILE

2016

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Eléctrico
POR: Carlos Rodrigo Sepúlveda Huerta
FECHA: Octubre, 2016
PROFESOR GUÍA: Rodrigo Moreno Vieyra

OPERACIÓN ECONÓMICA DE UNA MICRO-RED CON RESTRICCIONES DE ESTABILIDAD

En el presente trabajo se propone un modelo de matemático de optimización maestro-esclavo entre un despacho económico (maestro), retroalimentado con un análisis de estabilidad de pequeña señal (esclavo). El modelo propuesto determina si una solución, determinada mediante una optimización algebraica (maestro), es estable (o no) mediante el cálculo de sus valores propios (esclavo) e itera hasta encontrar una solución que es tanto económica como estable. El método consiste en definir un problema maestro como etapa de optimización económica, caracterizada por un modelo de flujo óptimo convencional (OPF, por su nombre en inglés: Optimal Power Flow), mientras que el problema esclavo o etapa de estabilidad es el encargado de determinar las ganancias de control droop (de cada unidad de generación conectada mediante un convertidor) para estabilizar el despacho obtenido por el problema maestro. Si dicho despacho no puede ser estabilizado, entonces se itera insertando una restricción (o “corte”) de factibilidad en el maestro hasta obtener una solución de mínimo costo (de forma local) que sea estable en pequeña señal.

Se proponen dos versiones del modelo dependiendo si el maestro corresponde a un DC-OPF o uno AC-OPF. Dichas formulaciones son testeadas con micro-redes de dos y tres micro-fuentes. Esta tesis demuestra que estas formulaciones resuelven exitosamente el despacho coordinado (definiendo tanto la inyección de las unidades en potencia activa y reactiva, como las ganancias de los controladores) para sistemas de dos y tres micro-fuentes. Más aún, en el problema de dos micro-fuentes, la aproximación DC-OPF resulta completamente convexa por lo que la solución encontrada corresponde a un óptimo global.

A mi madre, mi gran apoyo en la vida.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia, empezando por mi madre: Por darme la vida. Por el apoyo necesario para poder cumplir este sueño de sacar la ingeniería eléctrica, darme el sustento y motivación de alcanzar muchos sueños más. Por darle amor y alegrías a mi vida más allá de las discusiones que podamos tener. A mi hermana y mi cuñado por el sobrino o sobrina que me van a dar, deseándoles el mejor de los futuros. A mi padre, por sus consejos. A mis tíos y mis primas por su amor. A mi abuelo por su fe en mí. Gracias a todos.

A la Universidad de Santiago, porque fue la casa de estudios donde aprendí las aptitudes para progresar en la vida. Por enseñarme que es posible soñar, muchas gracias.

A mis amigos de toda la vida, aquellos que me acompañan desde kínder y los que no, con los que me crié y crecí. Por todos los buenos y malos momentos que hemos compartido, muchas gracias a ellos por ser una parte vital de mi vida: Pedro, Juan Pablo, Carlos, Lucho y Oscar. A Paty, por ser mi compañera de discusiones acerca de la vida, sobre nuestras vidas.

A mis amigos del liceo, porque fue con ellos con quienes soñaba sobre el futuro, porque le dimos un rumbo a nuestras vidas. Por acompañarme en esos años llenos de sueños y realidad que formaron mi carácter. Por todos aquellos buenos y malos momentos, por los que recobramos contacto y recuperamos la amistad. Muchas gracias Tomás, Felipe, Oscar, Roberto, Alejandro, Daniel, los dos Pedros y Bernardo.

A mis amigos de la universidad, porque gracias a ellos todo fue mucho más agradable y llevadero. Por todos aquellos con quienes compartimos sufrimiento al cursar ramos, por aquellos con quienes compartimos una cerveza bien conversada, por aquellos que escucharon mis problemas y aquellos que han confiado en mí. Por todos esos buenos y malos momentos que nos formaron como adultos. A Freddy, Hernán y Marcos por ser mis amigos mala junta, compañeros de viaje e idas al bar. A Alex, Matías, Canitas, Nicolás, Patricio y todos los que fueron mis compañeros de carrera, con quienes sufríamos por tanta tarea e informe. A Iván, Marión (y su hermana Tihare) y Felipe por parte de los amigos más importantes que hice en plan común. Y por supuesto a Daniela «Danamona» por ser mi gran amiga y compañera de viaje, por escucharme, por confiar en mí y soportar mi carácter en un gran abanico de situaciones. Muchas gracias a todos por ser una parte importante de mi vida.

Por último pero no menos importante, quisiera agradecerle profundamente a la que fue mi compañera de vida durante 5 años, un viaje en conjunto que duró la mayor parte de mi carrera. Compañera de sueños, buenos y malos momentos, penas y alegrías, por todo el amor que me dio aun cuando no lo merecía. Por todo el amor que le di y todo el que no le pude dar. Por convertirme en su confidente y por convertirse en mi confidente. Por ser mi apoyo en la tristeza y por confiar en mí a pesar de todo. Por todos aquellos buenos y malos momentos juntos, pero por sobre todo por los buenos recuerdos que forjé a su lado, que son muchos. Por motivarme a ser siempre mejor persona y por soportar mi carácter aún en sus peores facetas. Espero que algún día me perdone aunque sea un poco todo el daño que le he causado. Muchas gracias por tu tiempo a mi lado Paulina Katherine Arellano Cortes, siempre tendrás un lugar en mi corazón, porque fuiste mi primer gran amor.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 MOTIVACIÓN	1
1.1.1 EJEMPLO MOTIVACIONAL	3
1.2 OBJETIVOS	9
1.2.1 OBJETIVO GENERAL	9
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
1.3 ALCANCES.....	10
1.4 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO.....	10
2. MARCO TEÓRICO	12
2.1 OPTIMIZACIÓN ECONÓMICA DE SISTEMAS ELÉCTRICOS.....	12
2.1.1 PROGRAMACIÓN LINEAL	12
2.1.2 PROGRAMACIÓN NO-LINEAL	13
2.1.3 DESCOMPOSICIÓN DE BENDERS	14
2.2 ESTABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS	16
2.3 ESTABILIDAD EN MICRO-REDES.....	17
2.4 DESPACHO ECONÓMICO EN MICRO-REDES CON CONDICIONES DE ESTABILIDAD	19
3. METODOLOGIA PROPUESTA	20
3.1 MODELO DE CO-OPTIMIZACIÓN PROPUESTO.....	21
3.2 MODELO DINÁMICO COMO MEDIDA DE ESTABILIDAD	22
3.3 ENFOQUE JERÁRQUICO MAESTRO-ESCLAVO	24
3.4 REDES DE PRUEBA.....	27
3.4.1 SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES.....	27
3.4.2 SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES.....	30

4.	FUNCIONAMIENTO, VALIDACIÓN Y RESULTADOS.....	35
4.1	SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES	35
4.2	SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES	38
4.2.1	FORMULACIÓN DC	39
4.2.2	FORMULACIÓN AC	48
5.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	57
5.1	SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES	57
5.2	SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES	58
5.2.1	FORMULACIÓN DC	58
5.2.2	FORMULACIÓN AC	60
6.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO.....	63
6.1	TRABAJO FUTURO.....	64
7.	BIBLIOGRAFÍA.....	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Micro-red de ejemplo, la cual posee tres generadores basados en inversores y dos cargas de impedancia constante [2].	3
Figura 1.2: Máxima parte real de polos del sistema para diferentes de m .	7
Figura 1.3: Polos de la micro-red de ejemplo para droop estable.	8
Figura 1.4: Polos cercanos al origen para micro-red de ejemplo con droop estable (zoom en la zona de interés).	8
Figura 2.1: Diagrama de algoritmo de Benders para un problema factible.	16
Figura 3.1: Diagrama de flujo de optimización jerárquica propuesto.	26
Figura 3.2: Resolución de problemas esclavos en paralelo, con droop inicial aleatorio.	27
Figura 3.3: Micro-red de dos micro-fuentes [18].	28
Figura 3.4: Función de estabilidad para micro-red de dos micro-fuentes.	29
Figura 3.5: Micro-red de tres micro-fuentes [2].	31
Figura 3.6: Función de estabilidad para micro-red de tres micro-fuentes.	31
Figura 4.1: Mínimo de función de estabilidad vs despacho de micro-fuente 1. En rojo los cortes de factibilidad insertados y en azul claro los nuevos despachos obtenidos.	36
Figura 4.2: Polos de la micro-red de 2 micro-fuentes en función de cada iteración.	37
Figura 4.3: Forma de mínimo de función de estabilidad vs despacho de la micro-fuente 1.	38
Figura 4.4: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop pre-sintonizado.	40
Figura 4.5: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con constante m optimizada.	41
Figura 4.6: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con constante m optimizada cerca del origen.	41
Figura 4.7: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado.	42
Figura 4.8: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado y acercamiento al origen.	42
Figura 4.9: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado cerca del origen.	43

Figura 4.10: Polos de la micro-red para despacho DC final con droop pre-sintonizado.....	45
Figura 4.11: Polos de la micro-red para despacho DC final con constante m optimizada...	45
Figura 4.12: Polos de la micro-red cerca del origen para despacho DC final con constante m optimizada.	46
Figura 4.13: Polos de la micro-red para despacho DC final con droop optimizado.....	46
Figura 4.14: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho DC final con droop optimizado.	47
Figura 4.15: Valor mínimo de la función de estabilidad para cada combinación factible de despacho.	47
Figura 4.16: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con droop pre-sintonizado. ...	50
Figura 4.17: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con constante m optimizada.	50
Figura 4.18: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC inicial con constante m optimizada.	51
Figura 4.19: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con droop optimizado.....	51
Figura 4.20: Polos de la micro-red cerca del origen para despacho AC inicial con droop optimizado.	52
Figura 4.21: Polos de la micro-red para despacho AC final con droop pre-sintonizado.....	54
Figura 4.22: Polos de la micro-red para despacho AC final con constante m optimizada...	54
Figura 4.23: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC final con constante m optimizada.	55
Figura 4.24: Polos de la micro-red para despacho AC final con droop optimizado.....	55
Figura 4.25: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC final con droop optimizado.	56

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1: Restricciones de optimización para micro-red de ejemplo.	4
Tabla 1.2: Costos de generación para cada micro-fuente de ejemplo.	4
Tabla 1.3: Punto de operación para la micro-red de ejemplo.	5

Tabla 1.4: Droop estable para micro-red de ejemplo.	7
Tabla 2.1: Clasificación de componentes conectados a la red de acuerdo a su comportamiento eléctrico y su contribución [19].	18
Tabla 3.1: Datos de micro-red de dos micro-fuentes.	28
Tabla 3.2: Costos de generación para cada micro-fuente.	30
Tabla 3.3: Datos de micro-red de tres micro-fuentes.	32
Tabla 3.4: Costos de generación para cada micro-fuente.	33
Tabla 3.5: Valores máximos y mínimos para potencia activa, tensión y ganancias de droop para cada micro-fuente.	33
Tabla 4.1: Iteraciones de despacho económico DC en micro-red de dos micro-fuentes a 1200[W] de demanda.	36
Tabla 4.2: Despacho económico DC y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.	39
Tabla 4.3: Despacho económico DC luego de 13 cortes de factibilidad y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.	44
Tabla 4.4: Despacho económico AC y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.	49
Tabla 4.5: Despacho económico AC luego de 7 cortes de factibilidad y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.	53
Tabla 5.1: Costo total de operación y variación porcentual de acuerdo al n° de cortes insertados para la micro-red de dos micro-fuentes.	58
Tabla 5.2: Variación porcentual entre despacho inicial y final de potencia activa, valor de función de estabilidad y costo total del sistema para la formulación DC.	59
Tabla 5.3: Variación porcentual entre despacho inicial y final de potencia activa, reactiva, tensión, valor de función de estabilidad y costo total del sistema para la formulación AC.	61
Tabla 5.4: Diferencia de costos entre métodos DC y AC para la micro-red de tres micro-fuentes.	62

1. INTRODUCCIÓN

1.1 MOTIVACIÓN

La creciente incorporación de Energías Renovables No Convencionales (ERNC) a la matriz energética de los sistemas eléctricos tradicionales está incorporando nuevos desafíos en las áreas de operación, control y planificación. Dentro de esta tendencia se encuentran las micro-redes, que son sistemas eléctricos de menor tamaño y con límites claramente definidos, con generación distribuida comparable a sus consumos y que puede operar de forma conectada o aislada de un sistema eléctrico de mayor tamaño. Las micro-redes por su naturaleza requieren nuevos paradigmas de operación, diseño y control a diferencia de los sistemas eléctricos tradicionales. Uno de estos paradigmas es la coordinación entre despacho económico y estabilidad, problemas que históricamente se han tratado como si fuesen completamente separados y diferentes, sin embargo es necesario considerarlos en forma conjunta para obtener nuevos márgenes de operación de menor costo total [1].

Por una parte, el despacho económico busca aprovechar al máximo la disponibilidad de recursos naturales de costo variable cero como el viento y el sol, es decir, es una decisión basada en la optimización de costos. Por otra parte, dentro del área de estabilidad se encuentra la estabilidad de pequeña señal, la cual estudia el comportamiento de los sistemas frente a pequeñas perturbaciones, cuyos resultados pueden ser estudiados con modelos de estado estacionario y son resueltos en base a criterios basados en la experiencia ingenieril, en consecuencia, son una decisión basada en la heurística.

La optimización económica y estabilidad de un sistema pueden presentar conflictos dependiendo de las condiciones de operación presentes, especialmente en micro-redes, en donde el resultado del despacho económico puede afectar la estabilidad del sistema de forma significativa. Dichos problemas usualmente son manejados a través de las ganancias de control droop [2]. De hecho, existen muchas estrategias que buscan mejorar la estabilidad en una micro-red [3, 4, 5], usualmente implementando cambios en las ganancias de los controladores o agregando leyes de control adicionales. Considerando lo anteriormente dicho, es que existe una oportunidad de coordinación entre el despacho económico y los márgenes de estabilidad al interior de una micro-red. Por lo tanto, el objetivo del presente trabajo es co-optimizar decisiones que se toman actualmente por separado: despacho económico y ganancias de control droop. Con el fin de resolver de forma coordinada el problema de operación a mínimo costo sujeto a la estabilidad en pequeña señal del sistema.

La operación económica con restricciones de estabilidad, ha sido estudiada tanto en sistemas de potencia [6, 7, 8], como en micro-redes [9, 10, 11]. El presente trabajo se centra en desarrollar un despacho económico con restricciones de estabilidad en pequeña señal, el cual puede incluir decisiones sobre el despacho y nuevos puntos de operación para el control droop. Adicionalmente, los modelos dinámicos ya utilizados otorgan información relevante sobre la estabilidad de un sistema, por lo que es conveniente incorporarlos en la optimización en forma de caja negra.

Actualmente, no existe un criterio pre-establecido para sintonizar la ganancia de control droop en un inversor. Por tanto, éste valor se elige al momento de su instalación y se hace mediante estudios de estabilidad. Por una parte es deseable un valor alto para tener una regulación de frecuencia rápida y adecuada, por otra parte un valor pequeño puede garantizar más estabilidad en pequeña señal del sistema cuando se está conectado a sistemas de mayor tamaño. Sin embargo, se recomienda la elección de un vector de ganancia \mathbf{k}_P tal que sea directamente proporcional a la potencia nominal $\bar{\mathbf{P}}$ de cada inversor [1]. Dicha definición permite una repartición de potencia adecuada entre cada inversor. Sin embargo, su elección no es una garantía de estabilidad ante todo evento, lo que requiere modificar despachos y con ello aumentar los costos de operación, la definición extendida de proporcionalidad entre \mathbf{k}_P y $\bar{\mathbf{P}}$ se muestra en (1.1), en donde los sub-índices identifican a cada una de las micro-fuentes.

$$\frac{k_{P_1}}{P_1} = \frac{k_{P_2}}{P_2} = \dots = \frac{k_{P_N}}{P_N} = m \Leftrightarrow \mathbf{k}_P = m\bar{\mathbf{P}} \quad (1.1)$$

1.1.1 EJEMPLO MOTIVACIONAL

En la Figura 1.1 se muestra una micro-red con tres generadores distribuidos basados en inversores con control droop (micro-fuentes) que en sus extremos posee dos cargas de impedancia constante. En la Tabla 1.1 se tienen las restricciones consideradas en el sistema, mientras que en la Tabla 1.2 se muestran aprecian los costos de generación asignados. Al correr un algoritmo de despacho económico AC (AC-OPF) se obtiene el despacho mostrado en la Tabla 1.3.

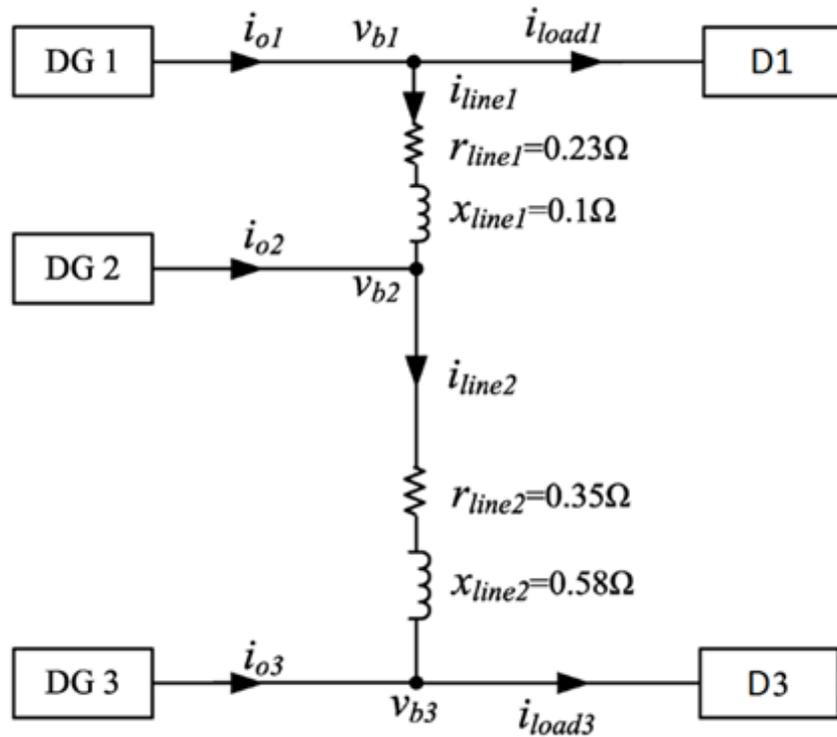


Figura 1.1: Micro-red de ejemplo, la cual posee tres generadores basados en inversores y dos cargas de impedancia constante [2].

Tabla 1.1: Restricciones de optimización para micro-red de ejemplo.

Variable	Valor mínimo	Valor máximo
P_1	0[W]	8000[W]
P_2	0[W]	8500[W]
P_3	0[W]	7500[W]
Q_1, Q_2, Q_3	-7.500[VAr]	7.500[VAr]
V_1, V_2, V_3	1[pu]	1.02[pu]
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	-70°	70°

Tabla 1.2: Costos de generación para cada micro-fuente de ejemplo.

Micro-fuente	Costo cuadrático	Costo lineal
1	0.135	50
2	0.310	70
3	1.831	100

Tabla 1.3: Punto de operación para la micro-red de ejemplo.

Variable	Barra 1	Barra 2	Barra 3
<i>Potencia Activa</i>	8.000,00[W]	6.715,39[W]	1.376,18[W]
<i>Potencia Reactiva</i>	-6.728,31[VAr]	-787,13[VAr]	-7.500[VAr]
<i>Tensión</i>	1,0200[pu]	1,0085[pu]	1,0000[pu]
<i>Ángulo</i>	1.3509°	0°	-6,1457°
<i>Demanda</i>	0[W]	0[W]	15.000[W]

Al preguntar por la estabilidad en pequeña señal de la micro-red en el despacho obtenido resulta razonable considerar un droop que cumpla con (1.1). Para poder llevar a cabo esto es necesario considerar el intervalo de valores m en los cuales no se viola ningún valor mínimo o máximo de droop posible para cada inversor « i » en particular, dichos valores suelen estar entre el 0,01% y 5% de su droop nominal, que a su vez es función de la frecuencia nominal f y su potencia nominal \overline{P}_i tal y como se muestra en (1.2). En consecuencia, al considerar \underline{k}_p , \overline{k}_p , \overline{P} y f tal que $m\overline{P}$ satisface (1.3) se definen en los valores \underline{m} y \overline{m} que satisfacen (1.1) en (1.4) y (1.5) respectivamente.

$$[k_{p0}]_i = \frac{2\pi f}{\overline{P}_i} \quad (1.2)$$

$$\underline{k}_p \leq m\overline{P} \leq \overline{k}_p \quad (1.3)$$

$$\underline{m} = \frac{0,01}{100} \cdot \frac{2\pi f}{\min(\overline{P})^2} \quad (1.4)$$

$$\overline{m} = \frac{5}{100} \cdot \frac{2\pi f}{\max(\overline{P})^2} \quad (1.5)$$

Con el intervalo de m definido es posible realizar un análisis de valores propios en función de m desde el 0% (correspondiente a \underline{m}) hasta el 100% (que corresponde a \overline{m}); sin embargo el sistema es altamente no-lineal y resulta complejo analizar el lugar de las raíces para cada valor de m inclusive para saltos menores al 0,001%. Con el fin de obtener una respuesta más sencilla sobre la estabilidad se puede considerar la máxima parte real del conjunto de polos para cada valor de m , ya que si dicho valor es positivo se tendrá que el sistema es inestable, consecuentemente de ser negativo el sistema será estable, al graficar esta relación se obtiene la Figura 1.2 de donde es posible realizar las siguientes afirmaciones:

- Los valores obtenidos son todos positivos y por lo tanto existe al menos un polo de parte real positiva para cada valor de m analizado, por lo que el sistema es inestable en pequeña señal al intentar cumplir con la regla (1.1) en el despacho obtenido.
- Para poder estabilizar el sistema es necesario cambiar el despacho y encontrar un valor de m estable (con el consecuente aumento de costos) o bien encontrar un droop estable que no cumpla necesariamente con (1.1).

Al asignar el droop mostrado en la Tabla 1.4 se tiene que la máxima parte real de los polos del sistema es negativa y consecuentemente al analizar todos los polos en el plano complejo (Figura 1.3 y Figura 1.4) es posible notar como efectivamente todos se encuentran en el semiplano izquierdo, por lo tanto existe al menos una combinación de droop estable en pequeña señal sin cambiar el despacho obtenido, lo que permite estabilizar el sistema para la condición de operación a mínimo costo. Así, se hace necesario elaborar un método para encontrar un droop estable ante un despacho dado y en caso de no poder hacerlo, modificar el despacho hacia alguno que sí posea droop estable con alguna lógica de optimalidad económica.

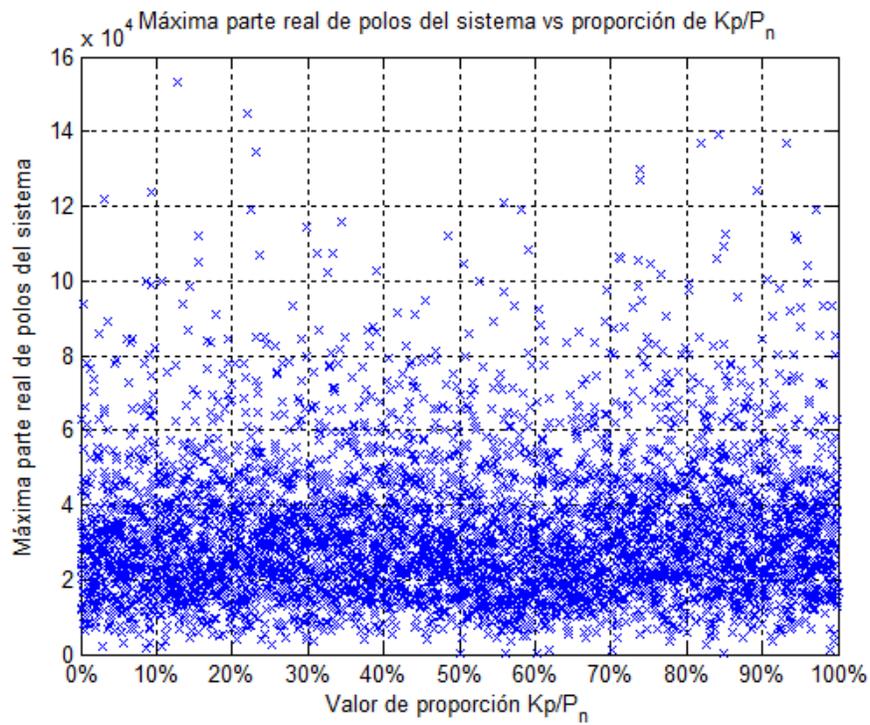


Figura 1.2: Máxima parte real de polos del sistema para diferentes de m .

Tabla 1.4: Droop estable para micro-red de ejemplo.

Micro-fuente	Valor de droop [%]
1	1,5937
2	1,7991
3	1,4007
Máxima parte real:	-4,5132

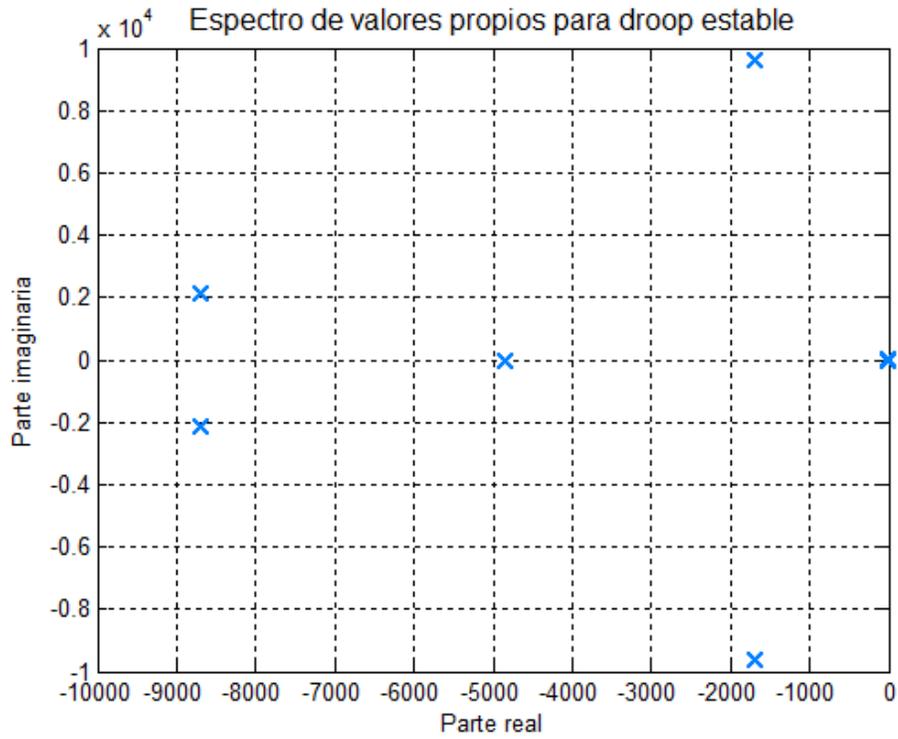


Figura 1.3: Polos de la micro-red de ejemplo para droop estable.

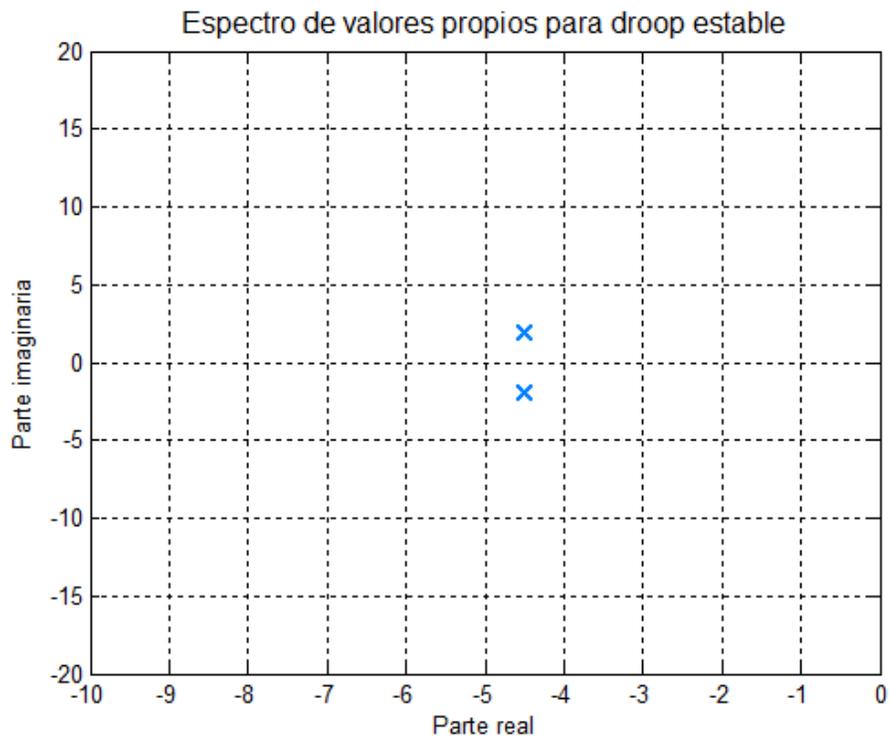


Figura 1.4: Polos cercanos al origen para micro-red de ejemplo con droop estable (zoom en la zona de interés).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

- Formular un problema de co-optimización que determine tanto las cantidades de potencia activa como reactiva de las unidades de generación, así como la ganancia de los controladores (droop) con el fin de obtener un punto de operación estable en pequeña señal y económico de una micro-red.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar y estudiar un algoritmo de optimización que establezca las jerarquías maestro-esclavo entre despacho económico y estabilidad de pequeña señal y las coordine entre sí.
- Definir de forma clara las jerarquías maestro-esclavo y cómo interactúan entre sí durante el transcurso de la optimización.
- Utilizar un modelo de caja negra, encargado de caracterizar la dinámica de una micro-red, con el fin de obtener información sobre estabilidad de pequeña señal relevante para la optimización.
- En caso de inestabilidad, sintonizar adecuadamente el control droop sin alterar el despacho, con el fin de preservar la operación económica.
- En caso de tener un despacho inestable, cambiarlo (con una lógica de optimalidad) para encontrar uno estable o estabilizable, es decir que se pueda sintonizar el droop para estabilizar el nuevo despacho.

1.3 ALCANCES

Se desarrolla e implementa un enfoque de optimización que involucra estabilidad de pequeña señal y operación económica para implementarlo en micro-redes con generación basada en inversores de dos y tres micro-fuentes con control droop y demandas de impedancia constante. Mostrando la validez del modelo de optimización frente a una situación extrema y su comparación de resultados frente a escenarios sin coordinación de estabilidad y despacho económico.

El modelo de optimización se presenta en dos versiones, en donde se enfocan en los despachos económicos DC y AC, señalando las ventajas y desventajas de cada implementación.

Dichas implementaciones se hacen íntegramente en la plataforma *MATLAB* y *MATPOWER V5.1* para el caso AC-OPF [12].

1.4 ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

- **Capítulo 1: Introducción**
Se hace una breve descripción sobre el tema Trabajo de Título, señalando los principales motivos que justifican su estudio, los objetivos fijados, los alcances del trabajo y su estructura.
- **Capítulo 2: Marco teórico**
Se muestran los diferentes tipos de problemas de optimización con sus características existentes. También se detalla qué se entiende por estabilidad de pequeña señal en micro-redes y se detalla el método de descomposición de Benders, crucial en la integración de ambas áreas como problema maestro y esclavo.
- **Capítulo 3: Metodología**
En este capítulo se muestra la metodología jerárquica maestro-esclavo propuesta en este Trabajo de Título, la cual se realiza usando la descomposición de Benders. En dicha jerarquía se define una medida de estabilidad la cual representa la estabilidad de pequeña señal del sistema dinámico y es detallada su definición tanto para la implementación DC como AC. También se detallan las micro-redes de dos y tres micro-fuentes que serán utilizadas y cómo se define en ellas la función de estabilidad, las cuales serán probadas con la implementación DC y AC respectivamente.
- **Capítulo 4: Funcionamiento, validación y resultados**
En este capítulo se muestra la implementación y se realiza un análisis de ventajas y desventajas de las implementaciones DC y AC, las que se prueban en las micro-redes de dos y tres micro-fuentes respectivamente.

- **Capítulo 5: Análisis de resultados**
Se realiza un análisis de los logros obtenidos para cada tipo de implementación y se señalan las limitaciones de la implementación DC como también la potencial escalabilidad de la implementación AC.
- **Capítulo 6: Conclusiones**
Se concluyen las ventajas de una coordinación entre operación económica y estabilidad y se señalan los logros más importantes por parte de la implementación AC. También se detalla el trabajo futuro necesario para seguir desarrollando este método coordinado.
- **Capítulo 7: Bibliografía**
Se detalla la bibliografía utilizada en el presente trabajo.
- **Capítulo 8: Anexo**
Se muestran los resultados obtenidos de la micro-red de dos micro-fuentes para valores aleatorios de líneas de transmisión. Dichos resultados no se muestran en el capítulo 4 producto de su extensión.

2. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se describen los conceptos generales básicos que dan base al proyecto junto con su bibliografía correspondiente. Este capítulo se divide en los siguientes temas relevantes:

1. Optimización económica de sistemas eléctricos
2. Estabilidad en sistemas eléctricos
3. Paradigma actual de operación de micro-redes
4. Desafío de coordinación entre despacho y estabilidad
5. Descomposición de Benders
6. Despacho económico con condiciones de estabilidad

2.1 OPTIMIZACIÓN ECONÓMICA DE SISTEMAS ELÉCTRICOS

Llevar a cabo la operación de un sistema eléctrico es un proceso complejo, el cual abarca muchos desafíos entre los que destacan seguridad, confiabilidad, robustez, operación dentro de márgenes previamente establecidos, etc. Sin embargo, un aspecto fundamental a considerar es la capacidad de operarlo al mínimo costo posible. Este problema es resuelto en base a algoritmos de optimización lineales o no-lineales. La magnitud del problema de optimización depende ampliamente de los objetivos previamente definidos, los que pueden incluir simplificaciones y linealizaciones del sistema en cuestión.

En el presente capítulo se abarcan los métodos de optimización utilizados en sistemas eléctricos, incluyendo sus características, ventajas y desventajas. El estudio de algoritmos y su desempeño escapa de los objetivos de éste trabajo.

2.1.1 PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal (LP, *Linear Programming*) es el campo de la optimización matemática dedicado a la minimización o maximización de funciones lineales. La mayor ventaja de los algoritmos LP radica en que el problema planteado posee solución única debido a la convexidad del problema, por lo que siempre se obtiene el óptimo global del sistema de acuerdo a las restricciones anteriormente descritas [13].

Para poder implementar un algoritmo LP en un sistema no lineal requiere aproximar el sistema descrito mediante un conjunto de restricciones lineales dentro de un margen de operación; sin embargo, la calidad de la solución dependerá de la aproximación en sí [13].

Un problema típico LP se presenta en (2.1), en donde $\mathbf{c}^T \mathbf{x}$ corresponde a la función de costos, el vector \mathbf{c} representa la tasa de costos de operación asociados a las centrales generadoras, que puede ser interpretado como los costos por unidad de energía, por ejemplo [USD\$/MWh]. Las ecuaciones $\mathbf{E}\mathbf{x} = \mathbf{f}$ representan el conjunto de restricciones de igualdad, en los cuales se considera el balance de potencia entre unidades generadoras, líneas de transmisión y consumos del sistema. A su vez $\mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}$ representa las restricciones de desigualdad, asociadas a los límites operacionales de las unidades y líneas.

$$\begin{aligned} \min_x \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{E}\mathbf{x} = \mathbf{f} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Existen varios algoritmos de LP entre los que destacan los métodos Simplex, Dual Simplex y Punto Interior [14].

2.1.2 PROGRAMACIÓN NO-LINEAL

La programación no-lineal (NLP, *Non Linear Programming*) es el campo de la optimización matemática dedicada a la minimización o maximización de funciones no-lineales. Es un campo de mayor complejidad y coste computacional asociado en comparación a LP. La globalidad de la solución encontrada solo se puede ser asegurada si el problema definido previamente es convexo, o bien si se conoce el comportamiento de la función en todo su dominio. En caso contrario no se puede asegurar globalidad de la solución encontrada, siendo sólo un óptimo local.

Un problema NLP posee la estructura mostrada en (2.2), en donde al menos una de las funciones, \mathbf{c} , \mathbf{g} o \mathbf{h} es no-lineal.

$$\begin{aligned} \min_x \mathbf{c}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Existe una gran variedad de algoritmos NLP, existiendo ramificaciones del área orientadas a problemas específicos, su elección depende de cada problema en particular [14].

2.1.3 DESCOMPOSICIÓN DE BENDERS

El método de descomposición de Benders ha sido aplicado con éxito a diversos problemas de sistemas eléctricos, donde la gran dimensionalidad de los mismos hace imposible resolverlos de forma directa. También ha sido utilizado exitosamente para resolver problemas NLP en base a sucesivas aproximaciones lineales del problema en cuestión.

Al aplicar descomposición de Benders, el problema original es descompuesto en un problema maestro y varios subproblemas de menor tamaño. El problema maestro establece una solución de cota inferior, mientras que los sub-problemas identifican si la solución satisface las otras restricciones. Si el sub-problema es factible, entonces es calculada la cota superior del problema original, si la cota inferior y superior son diferentes, entonces se inserta en el maestro una nueva restricción llamada «corte de optimalidad», mientras que de ser infactible, define sobre el maestro un «corte de factibilidad». Por tanto, la descomposición de Benders requiere de un proceso iterativo entre el maestro y los sub-problemas hasta resolver el problema [15].

La descomposición generalizada de Benders trabaja sobre problemas de la forma:

$$(S) \triangleq \begin{cases} \min_{x,y} f(x, y) \\ \text{s. a.} \\ \mathbf{g}(x, y) \leq \mathbf{0} \\ (x, y) \in X \times Y \end{cases}$$

En donde el vector \mathbf{y} es conocido como el vector de variables complicantes, es decir, una vez impuesto el valor $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}}$ entonces el problema (S) se vuelve «sencillo» de resolver (usualmente LP o lineal entero mixto MILP). Por lo tanto, se define un sub-problema más sencillo en función de $\bar{\mathbf{y}}$:

$$S(\bar{\mathbf{y}}) \triangleq \begin{cases} \min_{x,y} f(x, y) \\ \text{s. a.} \\ \mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} \\ \mathbf{g}(x, y) \leq \mathbf{0} \\ (x, y) \in X \times Y \end{cases}$$

En donde el valor de las variables duales asociadas a la restricción (multiplicadores de Lagrange) $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}}$ corresponden al subgradiente de $S(\bar{\mathbf{y}})$. No todas las elecciones $\bar{\mathbf{y}} \in Y$ otorgan un resultado factible del problema $S(\bar{\mathbf{y}})$, por lo que en tal caso es necesario resolver un sub-problema de factibilidad de la forma:

$$F(\bar{\mathbf{y}}) := \begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \sum_{j \in J} \omega_j g_j^+(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{s. a.} \\ \mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} \\ g_j(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0, \quad \forall j \in J^c \\ (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathbf{X} \times \mathbf{Y} \end{cases}$$

Donde $a^+ = \max(0, a)$, las variables ω_j corresponden a ponderaciones no negativas y al menos una positiva, mientras que J corresponde al conjunto de restricciones violadas. Las definiciones anteriores permiten definir el problema maestro de Benders en la iteración k de la forma:

$$(M^k) := \begin{cases} \min_{\eta, \mathbf{y}} \eta \\ \eta \geq S(\bar{\mathbf{y}}) + \boldsymbol{\pi}^{(j)T}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)}), \quad \forall j \in S^k \\ 0 \geq F(\bar{\mathbf{y}}) + \boldsymbol{\pi}_0^{(i)T}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(i)}), \quad \forall i \in F^k \\ \mathbf{y} \in \mathbf{Y} \end{cases}$$

Donde $S^k := \{j \leq k: S(\mathbf{y}^{(j)}) \text{ factible}\}$ y $F^k := \{i \leq k: S(\mathbf{y}^{(i)}) \text{ infactible}\}$, además $\boldsymbol{\pi}^{(j)}$ y $\boldsymbol{\pi}^{(i)}$ corresponden a los vectores duales asociados a la restricción $\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}}$. Los pasos para resolver un problema con la descomposición de Benders [16] se mencionan a continuación, comenzando por $k = 1$:

1. Se resuelve (M^k) y se obtiene una cota inferior LB para la solución del problema original. Si (M^k) es infactible, entonces (S) es infactible. Si (M^k) es no acotado, entonces $LB = -\infty$.
2. Resolver $S(\bar{\mathbf{y}})$ o $F(\bar{\mathbf{y}})$ según corresponda:
 - Si se resuelve $S(\bar{\mathbf{y}})$, entonces se define la cota superior como $UB := S(\bar{\mathbf{y}}) + \boldsymbol{\pi}^{(j)T}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(j)})$.
 - Si se resuelve $F(\bar{\mathbf{y}})$, entonces se define la cota superior como $UB := F(\bar{\mathbf{y}}) + \boldsymbol{\pi}^{(i)T}(\mathbf{y} - \mathbf{y}^{(i)})$.
 - Si $|UB - LB| < \epsilon$ entonces se termina el proceso, de lo contrario se redefine $k = k + 1$ y se agrega a (M^k) el corte de factibilidad u optimalidad según corresponda. Se regresa al paso 1.

En la Figura 2.1 es posible apreciar en un diagrama el método de cortes de Benders para un problema factible, en donde mediante la resolución consecutiva del problema maestro al ir añadiendo cortes de optimalidad o factibilidad es que se obtiene el óptimo del problema.

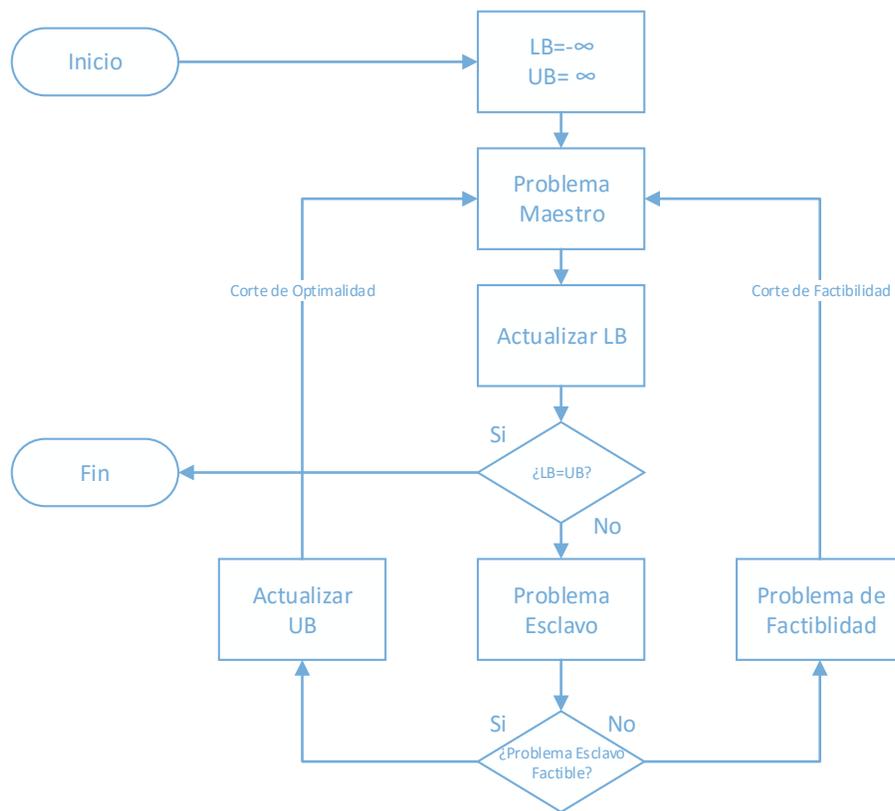


Figura 2.1: Diagrama de algoritmo de Benders para un problema factible.

2.2 ESTABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS

Los sistemas eléctricos son una combinación compleja de sistemas de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica, por lo que su operación no es siempre predecible. Se define estabilidad como la capacidad de los sistemas de mantenerse en equilibrio luego de una perturbación en estado estacionario. Los estudios de estabilidad se han concentrado en aspectos particulares de los Sistemas Eléctricos [17]:

- **Estabilidad de ángulo:** La capacidad de mantener sincronismo y balance de torque.
- **Estabilidad de pequeña señal:** Pequeñas perturbaciones.
- **Estabilidad transiente:** Grandes perturbaciones.
- **Estabilidad de mediano y largo plazo:** Grandes excursiones de tensión y frecuencia.

- **Estabilidad de tensión:** La habilidad de mantener la tensión dentro de márgenes aceptables y un balance de potencia reactiva adecuado.

Un sistema eléctrico es estable en pequeña señal si es capaz de conservar el mismo punto de operación luego de una perturbación pequeña (Ej: una variación en la demanda). Por el contrario, un sistema eléctrico es transiente estable si luego de una gran perturbación llega a un punto de equilibrio, el cual puede ser diferente. Para el propósito del estudio de estabilidad de pequeña señal el sistema se representa por ecuaciones diferenciales en el espacio de estados.

La elección de las variables de estado depende del fenómeno que se desee destacar para su análisis. Por ejemplo, elegir el ángulo de rotor como variable de estado otorgará inmediatamente información sobre el balance de torque y la estabilidad de ángulo. La estabilidad es independiente de la elección de variables de estado. Sin embargo, es importante notar que las simplificaciones consideradas durante la linealización poseen un impacto sobre qué dinámicas son representadas adecuadamente por el modelo [17].

La estabilidad de pequeña señal de un sistema dinámico (representado por ecuaciones diferenciales) puede ser estudiada con el primer y segundo método de Lyapunov [17], por medio de estos métodos las propiedades de estabilidad de un sistema no-lineal pueden ser estudiadas linealizando el sistema alrededor un punto de operación.

Para sistemas lineal-invariantes y sin entradas, la estabilidad de pequeña señal se puede establecer en función de los valores propios de la matriz de estados:

- El sistema es estable si y solo si todos los valores propios poseen parte real negativa o cero.
- El sistema es exponencialmente estable si y solo si todos los valores propios poseen parte real negativa.
- El sistema es inestable si existe al menos un valor propio con parte real positiva.

2.3 ESTABILIDAD EN MICRO-REDES

Si bien las micro-redes son sistemas eléctricos a pequeña escala, su control y operación difiere en muchos aspectos de los sistemas tradicionales, como puede ser su control centralizado, la impedancia característica de líneas de transmisión (inductiva en grandes sistemas vs resistiva en micro-redes), escasa redundancia de redes, el tamaño comparativo entre capacidad instalada y consumos, entre otros [18].

Para que una red en corriente alterna (AC) opere adecuadamente necesita de diversos tipos de controles. Por ejemplo, requiere de una regulación de frecuencia y tensión para lograr

transferencias de potencia adecuadas entre las fuentes. En micro-redes, se diferencian aquellos sistemas (generadores o cargas) que participan en la regulación de aquellas que no. Identificándose tres clases: Los «grid-forming» (formadores de red), «grid-supporting» (sostenedores de red) y «grid-feeding» (alimentadores de red) [19].

Grid-forming: Fuentes que controlan tensión y frecuencia a través del balance de potencia entre generadores y cargas. Son fuentes diseñadas para operar en solitario, operan como una fuente de tensión ideal con frecuencia fija e impedancia de salida nula, por lo que no pueden operar en paralelo.

Grid-feeding: Esta clase incluye a los generadores convencionales (sin regulación), como también a las cargas. Estos sistemas absorben o inyectan un monto de potencia determinado de la red, determinado por sus propias configuraciones, al margen de las condiciones del sistema, estos componentes no contribuyen al balance de potencia.

Grid-supporting: Contribuyen al control de tensión y frecuencia ajustando sus salidas de potencia activa y reactiva de acuerdo a los «droops» de tensión y frecuencia (relaciones entre éstas variables y la potencia aparente), permitiendo el traspaso de potencia de una unidad a otra, como también la expansión de la red. Estos sistemas ayudan al balance de potencia, existiendo un equilibrio entre esta cualidad y la calidad de tensión y frecuencia.

En la Tabla 2.1 se encuentra un resumen de la clasificación de componentes de la red.

Tabla 2.1: Clasificación de componentes conectados a la red de acuerdo a su comportamiento eléctrico y su contribución [19].

	Grid-forming	Grid-feeding	Grid-supporting
Tipo de fuente	Ideal de tensión	Ideal de corriente	Tensión o corriente no ideal
Impedancia de salida	Cero	Infinita	Finita no nula
Frecuencia de salida	Fija	Sincronizada a la red	Droop de frecuencia
Combinación	Solo en serie	Solo en paralelo	Paralelo o serie
Contribución a la red	Formador de red	Ninguna	Contribuyente de red
Uso	Solitario	Conectado a la red	Solitario o conectado a la red

Uno de los métodos más populares para lograr la regulación en tensión y frecuencia con generadores basados en inversores es el «control droop», el cual establece una relación potencia activa-frecuencia y potencia reactiva-tensión que compatibiliza los dispositivos con los generadores sincrónicos convencionales en base a las mediciones locales del propio generador. En su forma básica corresponde a la formulación mostrada en (2.3) y (2.4), en donde ω y ω_0 corresponden a la frecuencia de operación y nominal (en radianes por segundo); V y V_0 corresponden a la tensión de operación y nominal, P y Q corresponden a las potencias activa y reactiva de salida del inversor, mientras que P_0 y Q_0 corresponden a los puntos de operación configurados inicialmente. k_P y k_Q establecen la correlación lineal entre las variables. Se ha reconocido que una adecuada elección del droop afecta la estabilidad del sistema, principalmente de la variable que relaciona el droop de potencia activa-frecuencia k_P [1].

$$\omega - \omega_0 = k_P(P - P_0) \quad (2.3)$$

$$V - V_0 = k_Q(Q - Q_0) \quad (2.4)$$

Las micro-redes se comportan de forma significativamente diferente si se encuentran en paralelo a una red mayor o aisladas, por lo que se requieren análisis de estabilidad más sofisticados, sobretodo en operación aislada [1].

2.4 DESPACHO ECONÓMICO EN MICRO-REDES CON CONDICIONES DE ESTABILIDAD

Obtener un algoritmo de OPF que incluya consideraciones de estabilidad es una tarea no-trivial. Como los sistemas eléctricos son sistemas dinámicos, son modelados con sistemas lineales y no-lineales de ecuaciones diferenciales, las cuales no pueden ser incluidas de forma sencilla en un problema de optimización.

Este problema fue abordado en un principio de forma extensiva, analizando experimentalmente aquellas condiciones de operación bajo las cuales el sistema es inestable para luego incorporarlas al problema de optimización [9]. Este método carece de escalabilidad al depender del análisis extensivo de la micro-red en cuestión, lo que resulta prohibitivo en sistemas de mayor tamaño. También se ha abordado de forma heurística, incorporando restricciones lineales de balance de potencia reactiva y límites de tensión en casos de inestabilidad [13]. Se han desarrollado algoritmos de optimización basados en redes neuronales, optimización por enjambre de partículas y optimización de colonia de hormigas [1]. También se ha implementado el control droop adaptativo con el fin de ajustar en tiempo real los parámetros del sistema con el fin mantener el sistema en un rango estable [20]. Sin embargo corresponde a una solución implementada en el control primario de una micro-red y no a una optimización económica propiamente tal.

Estos métodos buscan la factibilidad de forma heurística, sin embargo ninguno de ellos incorpora directamente un modelo dinámico representativo durante la optimización.

3. METODOLOGIA PROPUESTA

Para investigar el efecto de realizar un despacho económico considerando condiciones de estabilidad de pequeña señal, es que se lleva a cabo un modelo de optimización jerarquizado maestro-esclavo.

La idea del modelo propuesto es establecer una jerarquía entre un modelo dinámico representativo de una micro-red basada en inversores con control droop y un problema de despacho económico simplificado, es decir, que no considera restricciones de estabilidad.

El modelo debe ser capaz de utilizar el modelo dinámico como caja negra, para realizar consultas de estabilidad sobre los despachos obtenidos en el modelo de optimización e ir variando el valor de droop en caso de una inestabilidad al usar un valor k_p pre-establecido. Si no es posible estabilizar el sistema sólo variando k_p entonces debe ser capaz de modificar el despacho según sea necesario hasta llevar al sistema a un punto de operación estable. Por lo que, visto desde un punto de vista global, el modelo debe ser capaz de minimizar el costo total de operación sujeto no sólo a restricciones convencionales, sino además a restricciones de estabilidad implícitas en el modelo dinámico utilizado como caja negra, que involucran un modelo no-lineal basado en ecuaciones diferenciales.

En el presente capítulo se presentan dos modelos de coordinación con perspectivas similares. En primer lugar a través del despacho económico DC o DC-OPF, el cual busca el despacho de mínimo costo con una aproximación DC de las ecuaciones de flujo de potencia, realizando la optimización sólo sobre la potencia activa y el ángulo de tensión en las barras. Mientras que el AC-OPF considera las ecuaciones de flujo de potencia en su forma completa, por lo que considera los despachos de potencia activa y reactiva, como también la magnitud de tensión y ángulo en cada barra del sistema. Como cada tipo de OPF posee características particulares es que se diseña una jerarquización para cada tipo de problema.

El problema maestro en ambos casos se define de forma simplificada, es decir, sólo considerando flujo de potencia óptimo OPF, sin restricciones de seguridad (Ej: criterio N-1), ni restricciones de flujo máximo sobre las líneas de transmisión, por lo que se traduce en un despacho económico basado en lista de mérito que satisfaga las ecuaciones de flujo de potencia DC y AC.

El problema esclavo a su vez es dependiente de cada modelo de red en particular de acuerdo a la función de estabilidad que lo caracterice.

Los modelos dinámicos corresponden a linealizaciones en un punto de operación (obtenido mediante un flujo de potencia) de las ecuaciones dinámicas del sistema, las cuales son modeladas con fasores dinámicos [18].

3.1 MODELO DE CO-OPTIMIZACIÓN PROPUESTO

El problema coordinado o de co-optimización maestro-esclavo, que combina estabilidad con despacho económico se formula en forma DC en (3.1), en donde $c(\mathbf{P})$ corresponde a los costos de operación en función del despacho de potencia activa \mathbf{P} . El vector \mathbf{P}_D representa la potencia activa demandada en cada barra y $\mathbf{P}(\boldsymbol{\theta})$ corresponde al vector que considera el flujo de potencia DC en las líneas de transmisión del sistema, caracterizando los ángulos de tensión en cada barra por el vector $\boldsymbol{\theta}$. El vector de droop para cara inversor se representa con \mathbf{k}_P , mientras que las cotas superiores e inferiores de potencia activa y droop son $\overline{\mathbf{P}}$, $\underline{\mathbf{k}}_P$ y $\overline{\mathbf{k}}_P$. Finalmente, la función $\hat{g}(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$ representa la medida de estabilidad del sistema dinámico a coordinar, dicha definición se aborda en la sección 3.2. No se incluyen límites a los flujos de potencia por las líneas de transmisión ya que el objetivo es el estudio de estabilidad de pequeña señal con despachos sencillos basados en listas de mérito. Un estudio posterior requeriría su consideración adecuada.

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{P}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_P} c(\mathbf{P}) \\
 & \text{s. a:} \\
 & \mathbf{P} - \mathbf{P}_D = \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}) \\
 & \mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \overline{\mathbf{P}} \\
 & \underline{\mathbf{k}}_P \leq \mathbf{k}_P \leq \overline{\mathbf{k}}_P \\
 & 0 \geq \hat{g}(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

El problema de co-optimización en forma AC se muestra en (3.2), en donde $\mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ y $\mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta})$ corresponden a las ecuaciones de flujo de potencia del sistema completo (detalladas en (3.17) y (3.18)), donde se incluye la información de la matriz de admitancia del sistema. A su vez, $\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}$ corresponden a los vectores de magnitud de tensión y ángulo, mientras que \mathbf{P} y \mathbf{Q} corresponden a los despachos de potencia activa y reactiva en cada barra. Los vectores de demanda de potencia activa y reactiva son \mathbf{P}_D y \mathbf{Q}_D y en conjunto representan la demanda total \mathbf{D} . Las cotas superiores e inferiores se representan por los vectores $\overline{\mathbf{P}}, \overline{\mathbf{Q}}, \underline{\mathbf{V}}, \underline{\mathbf{V}}, \overline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\mathbf{k}}_P$ y $\underline{\mathbf{k}}_P$. Finalmente, $\hat{g}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$ corresponde a la función de estabilidad en forma AC, que también se detalla en la sección 3.2.

$$\begin{aligned}
& \min_{P, Q, V, \theta, k_p} c(P) \\
& \text{s. a:} \\
& \mathbf{P} - \mathbf{P}_D = \mathbf{P}(V, \theta) \\
& \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_D = \mathbf{Q}(V, \theta) \\
& \mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \overline{\mathbf{P}} \\
& \underline{\mathbf{Q}} \leq \mathbf{Q} \leq \overline{\mathbf{Q}} \\
& \underline{\mathbf{V}} \leq \mathbf{V} \leq \overline{\mathbf{V}} \\
& \underline{\boldsymbol{\theta}} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \overline{\boldsymbol{\theta}} \\
& \underline{k_p} \leq k_p \leq \overline{k_p} \\
& 0 \geq \hat{g}(V, \theta, k_p, D)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Mediante la descripción de una función de estabilidad es que el problema de coordinación entre despacho económico y estabilidad puede expresarse como un problema de optimización, que corresponde a las formulaciones DC y AC previamente mostradas. Estos corresponden a problemas no-lineales y no-convexos producto de la función de estabilidad en sí misma en la versión DC, mientras que en la formulación AC \mathbf{P} y \mathbf{Q} son altamente no-lineales y no-convexos producto de las ecuaciones que gobiernan los flujos de potencia, dicha no-linealidad y no-convexidad es exacerbada producto de la función de estabilidad g , la cual representa un modelo basado en ecuaciones diferenciales. La función g representa mediante un único valor si el sistema eléctrico es estable o no en un punto, por tanto, la resolución de dicho problema corresponde a lograr un punto estable de mínimo costo. Llegar a tal solución es un proceso complejo que puede ser intratable en sistemas de gran envergadura, por otra parte los problemas tanto de despacho económico como de estabilidad si son tratables aún en grandes sistemas por lo que es necesario descomponer los problemas en versiones simplificadas de sí mismos, dicha descomposición se detalla en la sección 3.3.

3.2 MODELO DINÁMICO COMO MEDIDA DE ESTABILIDAD

Un modelo dinámico de sistema eléctrico basado en ecuaciones diferenciales es un modelo MIMO (múltiples entradas, múltiples salidas). En específico, en un modelo de pequeña señal de micro-red los parámetros de entrada corresponden a un punto de equilibrio del sistema, el cual incluye tensiones y corrientes (magnitud y desfase) de todas las barras y líneas de la red. Como también datos como la ganancia de droop de cada inversor, la magnitud y característica de carga de la red, topología del sistema, redundancia de líneas, etc. En general todo conjunto de variables que sean necesarios para cada modelo en particular. En la salida se tiene un conjunto de variables acordes al fenómeno que se desee estudiar. En estabilidad de pequeña señal, un análisis apropiado sería verificar los valores propios de la matriz de estados del sistema, en donde es posible determinar los modos de oscilación existentes, su amortiguación y lo más importante, si son modos estables o inestables (mediante el signo su parte real). Como se mencionó en el capítulo 2.2, para que

un sistema sea estable en pequeña señal es necesario que todos los valores propios de la matriz de estados posean parte real negativa.

Utilizar un modelo dinámico coordinado con un modelo de optimización puede ser un proceso complejo, por lo que es conveniente simplificar su funcionamiento para que represente una medida de estabilidad que simplifique el análisis en cuestión. Con el fin de obtener este objetivo es que el modelo debe tener como parámetros de entrada las variables utilizadas por el modelo de optimización, en este caso, el despacho de potencia activa y el droop para el modelo DC, mientras que para la coordinación AC se puede prescindir de las potencias activa y reactiva y considerar en su lugar la magnitud de tensión en las barras y su ángulo de desfase. El modelo dinámico utilizado puede requerir más variables de entrada que las consideradas en la optimización, por lo que debe existir una transformación y pre configuración de las variables necesarias. Por ejemplo, el despacho de potencia reactiva y la tensión en las barras del sistema para la coordinación DC, corrientes de línea, etc. Si se define un funcional g del sistema como la máxima parte real de los valores propios de la matriz de estados tal y como se muestra en (3.3) y (3.4), entonces si g es negativo el sistema será estable en pequeña señal, en caso contrario inestable.

$$g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}) \triangleq \max_{\lambda \in \Lambda} [Re(\lambda)] \quad (3.3)$$

$$\Lambda := \{\text{valores propios del sistema}\}$$

$$g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}) \triangleq \max_{\lambda \in \Lambda} [Re(\lambda)] \quad (3.4)$$

$$\Lambda := \{\text{valores propios del sistema}\}$$

Finalmente, si se le suma un valor no negativo como margen de seguridad, tal y como se muestra en (3.5) el cual representa la distancia mínima de la frontera de estabilidad deseada, es que se definen la medidas de estabilidad DC y AC, mostradas en (3.5) y (3.6).

$$\hat{g}(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}) \triangleq \alpha + g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}), \quad \alpha \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (3.5)$$

$$\hat{g}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}) \triangleq \alpha + g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D}), \quad \alpha \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \quad (3.6)$$

La definición de medida de estabilidad utilizando un modelo dinámico como caja negra no es única, sin embargo, debe cumplir al menos los siguientes requisitos:

- Ser representativa del fenómeno a estudiar en el sistema en cuestión.
- Estar bien definida.

3.3 ENFOQUE JERÁRQUICO MAESTRO-ESCLAVO

En (3.7) se presenta el modelo jerárquico DC, mientras que en (3.8) se muestra el enfoque jerárquico AC. Los problemas MP corresponden al problema maestro con sus respectivas simplificaciones, mientras que $SP(P_0)$ y $SP(V_0, \theta_0)$ corresponden a los problemas esclavos para un despacho P_0 o tensión V_0 y ángulo θ_0 fijados. En ambos enfoques se hace explícita la separación entre problema de despacho económico, que es una tarea asignada al problema maestro y el problema de estabilidad, que corresponde al problema esclavo, donde se ajusta el droop k_p para el despacho o tensión obtenidos previamente en el maestro.

$$MP \triangleq \left\{ \begin{array}{l} \min_{P, \theta, k_p} c(P) \\ \text{s. a:} \\ P - P_D = P(\theta) \\ \mathbf{0} \leq P \leq \bar{P} \\ \underline{k_p} \leq k_p \leq \bar{k_p} \\ \theta \geq \hat{g}(P, k_p, D) \end{array} \right. ; \quad SP(P_0) \triangleq \left\{ \begin{array}{l} \min_{P, \theta, k_p} c(P) \\ \text{s. a:} \\ P = P_0 \\ P - P_D = P(\theta) \\ \mathbf{0} \leq P \leq \bar{P} \\ \underline{k_p} \leq k_p \leq \bar{k_p} \\ 0 \geq \hat{g}(P, k_p, D) \end{array} \right. \quad (3.7)$$

$$MP \triangleq \left\{ \begin{array}{l} \min_{P, Q, V, \theta, k_p} c(P) \\ \text{s. a:} \\ P - P_D = P(V, \theta) \\ Q - Q_D = Q(V, \theta) \\ \mathbf{0} \leq P \leq \bar{P} \\ \underline{Q} \leq Q \leq \bar{Q} \\ \underline{V} \leq V \leq \bar{V} \\ \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta} \\ \underline{k_p} \leq k_p \leq \bar{k_p} \\ \theta \geq \hat{g}(V, \theta, k_p, D) \end{array} \right. ; \quad SP(V_0, \theta_0) \triangleq \left\{ \begin{array}{l} \min_{P, Q, V, \theta, k_p} c(P) \\ \text{s. a:} \\ V = V_0 \\ \theta = \theta_0 \\ P - P_D = P(V, \theta) \\ Q - Q_D = Q(V, \theta) \\ \mathbf{0} \leq P \leq \bar{P} \\ \underline{Q} \leq Q \leq \bar{Q} \\ \underline{V} \leq V \leq \bar{V} \\ \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta} \\ \underline{k_p} \leq k_p \leq \bar{k_p} \\ 0 \geq \hat{g}(V, \theta, k_p, D) \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Si el despacho no puede ser estabilizado significa que el problema esclavo es infactible y de acuerdo a la teoría de Benders es necesario insertar un corte de factibilidad en el problema maestro obtenido con los multiplicadores de KKT del problema esclavo, lo que genera un nuevo despacho diferente del anterior. La nueva solución es obtenida alejándose de la solución anterior en la dirección que minimiza \hat{g} . El corte de factibilidad puede ser escrito como se muestra en (3.9) para el enfoque jerárquico DC, mientras que para el enfoque AC se muestra en (3.10). Los vectores π_P , π_V y π_θ corresponden a los

multiplicadores de KKT asociados a las restricciones $\mathbf{P} = \mathbf{P}_0$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0$ y $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0$ respectivamente, los cuales contienen la información necesaria para obtener la solución deseada.

Cuando el problema esclavo, tal y como se muestra en (3.7) y (3.8) es factible, quiere decir que el problema se puede solucionar en su fase inicial y no se requiere la inserción de cortes de optimalidad. Sin embargo, si es infactible, entonces la obtención de los multiplicadores de KKT no puede realizarse de forma directa, por lo que se resuelve el problema de factibilidad FP , que tiene el objetivo de encontrar el vector \mathbf{k}_p que minimiza el valor de la función objetivo dada la solución en el maestro, la definición de FP para los enfoques DC y AC es concordante a la teoría de Benders y se muestra en (3.11) y (3.12). Si el problema tiene solución positiva entonces es necesario realizar el corte de factibilidad, mientras que de ser nulo el problema completo se encuentra resuelto satisfaciendo el margen de seguridad.

$$\boldsymbol{\pi}_p^T(\mathbf{P} - \mathbf{P}_0) + FP(\mathbf{P}_0) \leq 0 \quad (3.9)$$

$$\boldsymbol{\pi}_V^T(\mathbf{V} - \mathbf{V}_0) + \boldsymbol{\pi}_\theta^T(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0) + FP(\mathbf{V}_0, \boldsymbol{\theta}_0) \leq 0 \quad (3.10)$$

$$FP(\mathbf{P}_0) \triangleq \begin{cases} \min_{\mathbf{P}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p} \hat{g}^+(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, D) \\ \text{s. a:} \\ \mathbf{P} = \mathbf{P}_0 \\ \mathbf{P} - \mathbf{P}_D = \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \overline{\mathbf{P}} \\ \underline{\mathbf{k}}_p \leq \mathbf{k}_p \leq \overline{\mathbf{k}}_p \end{cases} \quad (3.11)$$

$$FP(\mathbf{V}_0, \boldsymbol{\theta}_0) \triangleq \begin{cases} \min_{\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p} \hat{g}^+(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, D) \\ \text{s. a:} \\ \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 \\ \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathbf{P} - \mathbf{P}_D = \mathbf{P}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_D = \mathbf{Q}(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0} \leq \mathbf{P} \leq \overline{\mathbf{P}} \\ \underline{\mathbf{Q}} \leq \mathbf{Q} \leq \overline{\mathbf{Q}} \\ \underline{\mathbf{k}}_p \leq \mathbf{k}_p \leq \overline{\mathbf{k}}_p \end{cases} \quad (3.12)$$

La convergencia global de este enfoque puede ser garantizada cuando \hat{g} es convexa respecto a las variables fijadas desde el problema maestro, en caso contrario sólo se puede afirmar que la solución encontrada es óptimo local a menos que en cada iteración se pueda encontrar el óptimo global de *FP*. Para efectos prácticos un óptimo local sigue siendo un resultado útil, ya que se dispone al menos de un punto de operación estable y factible conocido [16].

En la Figura 3.1 es posible apreciar el diagrama de flujo del método propuesto, en primer lugar se realiza la optimización usual como una relajación del problema completo (problema maestro), para luego verificar con el despacho obtenido si el sistema es estable para un droop pre-establecido (método clásico) y en caso de ser necesario re-sintonizar el droop en el problema de factibilidad. En caso de no ser estabilizable el despacho se agrega una nueva restricción al sistema y se itera en caso de inestabilidad.

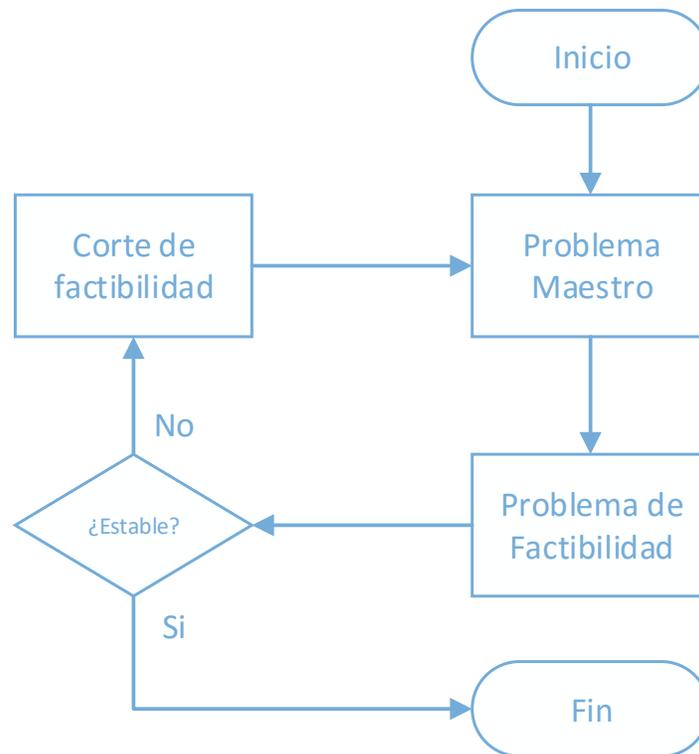


Figura 3.1: Diagrama de flujo de optimización jerárquica propuesto.

Adicionalmente, los algoritmos de optimización no-lineales requieren de un punto inicial y dependiendo de éste, pueden llegar a diferentes óptimos locales (dependiendo de la convexidad de la función a evaluar). Para mitigar este problema en el esclavo es que se utilizan diferentes valores iniciales de droop en el rango factible de los inversores, otorgándole una naturaleza aleatoria, en donde se realiza la elección de la mejor solución posible, dicha elección se representa en la Figura 3.2, en donde se muestra que se eligen los

mejores vectores duales posibles (que representan el mejor corte posible) mediante el valor de FP .

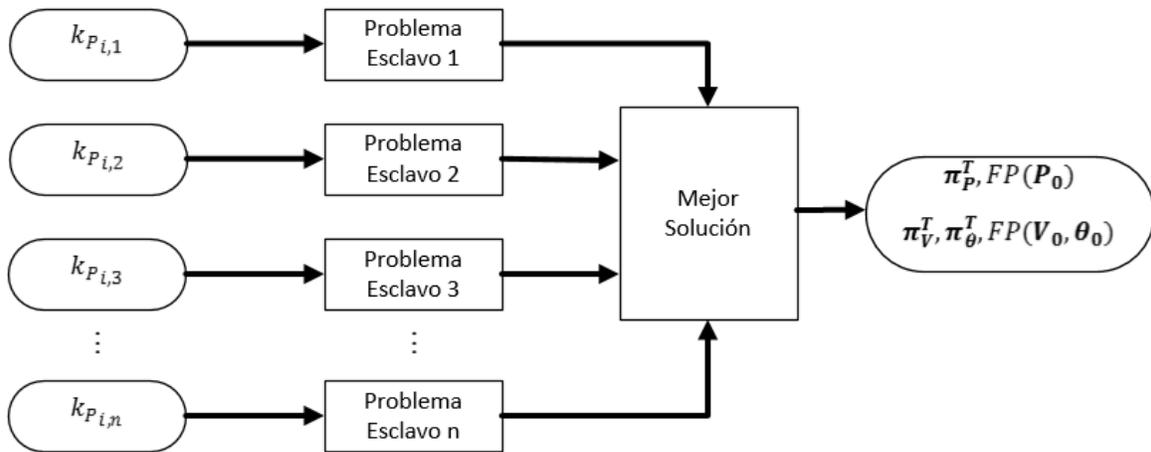


Figura 3.2: Resolución de problemas esclavos en paralelo, con droop inicial aleatorio.

3.4 REDES DE PRUEBA

Para poder realizar pruebas sobre la propuesta jerárquica de optimización es que se realizan pruebas sobre dos sistemas a modo de ejemplo con el fin de esclarecer el potencial del método desarrollado. Las definiciones de los sistemas de dos y tres micro-fuentes se describen a continuación en las secciones 3.4.1 y 3.4.2.

3.4.1 SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES

La topología de este sistema se muestra en la Figura 3.3, el cual consiste en dos micro-fuentes basadas en inversores y con control droop, alimentando una carga única de impedancia constante. Por ejemplo: Un banco de baterías cercano como micro-fuente 1, que si bien no es un generador propiamente tal, puede inyectar y absorber energía de la red y un generador eólico lejano como micro-fuente 2. El modelo de dicho sistema se extrae directamente de [18] y posee como parámetros de entrada las tensiones y corrientes de cada nodo y línea en estado estacionario. Para efectos de implementación y análisis de resultados se considera el banco de baterías sólo durante la descarga.

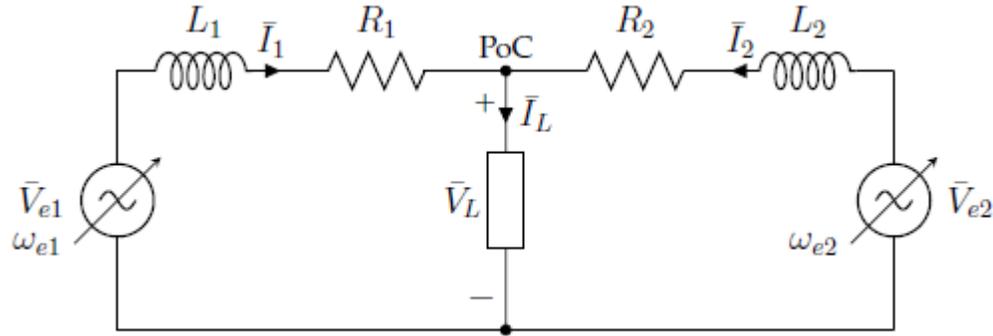


Figura 3.3: Micro-red de dos micro-fuentes [18].

El presente modelo es probado bajo una configuración fija de líneas de transmisión a demanda constante que se muestra en la Tabla 3.1, para luego mostrar el comportamiento de su función de estabilidad para cada despacho posible bajo una configuración aleatoria de líneas de transmisión a demanda constante. Debido a la baja dimensionalidad del problema, se utiliza sólo con DC-OPF ya que es posible graficar la máxima parte real de los valores propios del sistema vs todos los despachos posibles de potencia activa respecto a una fuente, puesto que el sistema posee un grado de libertad, lo que presenta una perspectiva sencilla del problema abordado y facilita el análisis que el método representa.

Tabla 3.1: Datos de micro-red de dos micro-fuentes.

Nombre de variable	Símbolo	Valor
Tensión nominal	V_b	120[V]
Frecuencia nominal	f_0	60[Hz]
Resistencia de acople 1	R_1	1.9192[Ω]
Inductancia de acople 1	L_1	7.761[mH]
Resistencia de acople 2	R_2	1.9332[Ω]
Inductancia de acople 2	X_2	34.9272[Ω]
Demanda	D	1200[W]

Para poder traducir dicho modelo a una función de estabilidad es que cada despacho posible debe ser traducido a la máxima parte real del conjunto de valores propios del sistema, para lograr esto es que dado un despacho, se realiza el proceso mostrado en Figura 3.4.



Figura 3.4: Función de estabilidad para micro-red de dos micro-fuentes.

Dicho proceso puede ser resumido en los siguientes pasos:

- Dadas las entradas correspondientes al despacho económico DC, se tiene la potencia activa P_{DC} , la configuración de control droop k_P a probar y la demanda en las barras D , se realiza el flujo de potencia del sistema, de donde se obtienen las tensiones y corrientes de todas las barras y líneas del sistema. Dicho resultado no es único, pues depende de la tensión en barras y el despacho de potencia reactiva, sin embargo, debe corresponder a una elección consistente y factible en todo momento, en caso contrario la definición pierde sentido.
- Con el punto de operación obtenido, se procede a utilizar el modelo dinámico en el espacio de estados, el cual determina los valores propios del sistema.
- De dichos valores propios, se tiene como salida la máxima parte real de éstos.

Dicha función tal y como se define en Figura 3.4 está bien definida siempre y cuando el flujo de potencia converja. Para casos de mayor complejidad es un problema que debe ser abordado, por lo que su implementación se ve fuertemente limitada.

Debido a la simplicidad del modelo, la ecuación de balance de potencia no depende del ángulo de tensión en la barra de consumo, tal y como se muestra en (3.13) y otorga un grado de restricción sobre el despacho, por lo que el sistema tiene sólo un grado de libertad para determinar el despacho. Como el flujo de potencia DC no considera pérdidas, el generador slack del sistema corresponde a la micro-fuente 2 o generador eólico, con el fin de graficar respecto al banco de baterías la estabilidad del sistema.

$$P - P_D = P(\theta) \Rightarrow P_1 + P_2 = D \quad (3.13)$$

Los costos de generación se presentan en la Tabla 3.2. Si bien el sistema representa la utilización de un generador eólico vs un banco de baterías, la función de costos representaría cuán preferible es utilizar el generador eólico respecto del banco de baterías, por lo que no necesariamente representa a cabalidad los costos monetarios del sistema.

Tabla 3.2: Costos de generación para cada micro-fuente.

Micro-fuente	Costo cuadrático	Costo lineal
1	0.8	50
2	0.05	1

3.4.2 SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES

Con el fin de estudiar el enfoque jerárquico AC se utiliza una micro-red de tres micro-fuentes como la ya mostrada en la Figura 1.1. Sin embargo varían los parámetros de las líneas de transmisión tal y como se muestra en Figura 3.5 y Tabla 3.3. El sistema consta de tres micro-fuentes con control droop y cargas de impedancia constante en los extremos. Su modelo en espacio de estados utiliza un modelamiento similar al realizado para el sistema de dos micro-fuentes, trabajo basado en [18].

Con el fin de probar la implementación propuesta, es que la función de estabilidad se define de acuerdo a la Figura 3.6, en comparación a la función definida en Figura 3.4, es posible apreciar la menor complejidad que posee al no requerir un flujo de potencia automatizado, es decir usa directamente la magnitud de tensión V en las barras y ángulo θ obtenidos en la resolución del problema maestro, lo que implica una mayor robustez por parte de éste enfoque ya que involucra la inclusión del despacho de potencia reactiva. Dicho enfoque puede permitir estabilizar un despacho de potencia activa al ajustar sólo potencia reactiva en conjunto con las ganancias de droop. Sin embargo, ya no se puede asegurar optimalidad global de acuerdo al maestro y las soluciones encontradas sólo son óptimos locales de acuerdo a las restricciones establecidas, puesto que las restricciones de flujo de potencia altamente no-lineales y no-convexas.

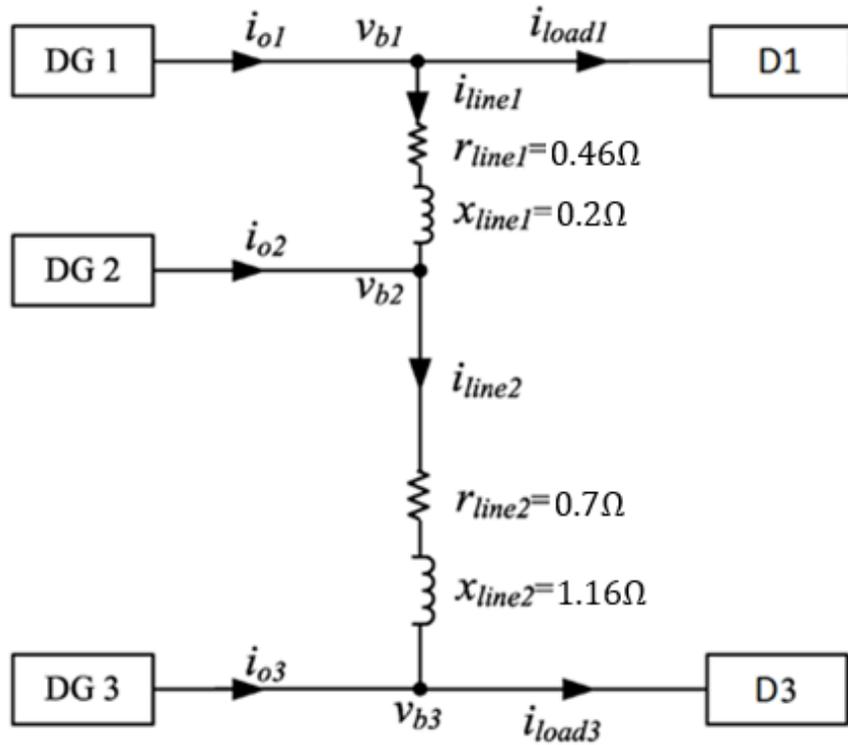


Figura 3.5: Micro-red de tres micro-fuentes [2].

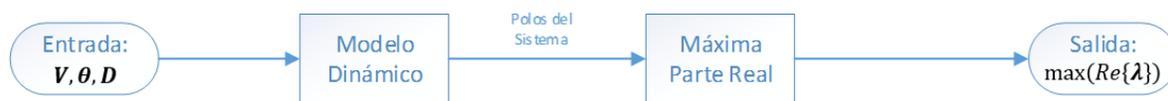


Figura 3.6: Función de estabilidad para micro-red de tres micro-fuentes.

Los datos que caracterizan al sistema se muestran en la Tabla 3.3, mientras que los costos de cada micro-fuente se detallan en la Tabla 3.4.

Tabla 3.3: Datos de micro-red de tres micro-fuentes.

Nombre de variable	Símbolo	Valor
<i>Potencia base</i>	S_b	100[VA]
<i>Tensión nominal</i>	V_b	220[V]
<i>Frecuencia nominal</i>	f_0	60[Hz]
<i>Resistencia de línea 1-2</i>	R_1	0.46[Ω]
<i>Reactancia de línea 1-2</i>	X_1	0.2[Ω]
<i>Resistencia de línea 2-3</i>	R_2	0.7[Ω]
<i>Reactancia de línea 2-3</i>	X_2	1.16[Ω]
<i>Resistencia de acople</i>	R_c	0.03[Ω]
<i>Inductancia de acople</i>	L_c	0.35[mH]
<i>Demanda en barra 1</i>	D_1	500[W]
<i>Demanda en barra 3</i>	D_3	8500[W]

Tabla 3.4: Costos de generación para cada micro-fuente.

Micro-fuente	Costo cuadrático	Costo lineal
1	0.135	50
2	0.310	70
3	1.831	100

Los valores máximos y mínimos para la potencia activa, tensión y ganancias de droop para cada micro-fuente se detallan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Valores máximos y mínimos para potencia activa, tensión y ganancias de droop para cada micro-fuente.

Variable	Valor mínimo	Valor máximo
P_1	0[W]	8000[W]
P_2	0[W]	8500[W]
P_3	0[W]	7500[W]
V_1, V_2, V_3	0.9[pu]	1.1[pu]
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	-70°	70°
$k_{P_1}, k_{P_2}, k_{P_3}$	0.01%	5%

Las cargas, al ser de impedancia constante requieren que se haga explícita su dependencia de la tensión en la barra tal y como se muestra en (3.14) y (3.15).

$$P_{D_1} = D_1 \left(\frac{V_1}{V_b} \right)^2 \quad (3.14)$$

$$P_{D_3} = D_3 \left(\frac{V_3}{V_b} \right)^2 \quad (3.15)$$

La matriz de admitancia del sistema se detalla a continuación en (3.16). Donde además se definen las impedancias complejas en función de su resistencia y reactancia.

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & -\frac{1}{Z_1} & 0 \\ -\frac{1}{Z_1} & \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ 0 & -\frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1; Z_2 = R_2 + jX_2$$

A su vez, extrayendo las partes real e imaginaria de Y , se definen las matrices $G = Re\{Y\}$ y $B = Im\{Y\}$. Usando las definiciones mostradas en (3.14), (3.15) y (3.16) se definen adecuadamente las restricciones de igualdad del problema de optimización, que corresponden a las ecuaciones de flujo de potencia mostradas en (3.17) y (3.18), donde N corresponde al conjunto de barras del sistema.

$$P_{G_i} - P_{D_i} = |V_i| \sum_{n \in N} |V_n| (G_{in} \cos \theta_{in} + B_{in} \sin \theta_{in}); \forall i \in N \quad (3.17)$$

$$Q_{G_i} - Q_{D_i} = |V_i| \sum_{n \in N} |V_n| (G_{in} \sin \theta_{in} - B_{in} \cos \theta_{in}); \forall i \in N \quad (3.18)$$

Finalmente, como los sistemas dinámicos son no-lineales, la función de estabilidad \hat{g} es no-lineal, por lo que un algoritmo optimizador se puede detener en un óptimo local. Como el problema esclavo optimiza \hat{g} sobre \mathbf{k}_P para valores de \mathbf{P} , \mathbf{V} y $\boldsymbol{\theta}$ fijos, es que se utilizan varios puntos iniciales \mathbf{k}_P aleatorios de acuerdo a la Figura 3.2, en donde cada componente se encuentra dentro de los valores nominales previamente establecidos, es decir $\underline{\mathbf{k}}_P = \mathbf{0.01}\%$ y $\overline{\mathbf{k}}_P = \mathbf{5}\%$ con el fin de elegir el mejor mínimo local posible, con el consecuente aumento de coste computacional.

4. FUNCIONAMIENTO, VALIDACIÓN Y RESULTADOS

Al tener implementados los modelos y algoritmos del capítulo anterior, resulta posible realizar las simulaciones necesarias para obtener los resultados que permitan un análisis adecuado los cuales se muestran en este capítulo. Esto se realiza íntegramente en la plataforma *MATLAB*, utilizando el paquete *MATPOWER V5.1* [12] para el implementar el AC-OPF. Los resultados a su vez son dispuestos para ser guardados como variables de estado en el propio programa y ser graficados adecuadamente caso a caso. Las capacidades del computador utilizado son: CPU de 3.2GHz Intel Core i5-4460, con 16GB de RAM a 1600MHz y una unidad SSD Samsung EVO 850 de 500GB como respaldo de memoria virtual.

4.1 SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES

Para mostrar la efectividad del esquema de coordinación desarrollado se realiza un despacho económico DC para mostrar empíricamente que los cortes de factibilidad están bien definidos y son tangenciales al valor más estable posible, el cual corresponde a $\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$. La intersección de la región generada por $\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$ con la restricción de margen de seguridad (que corresponde a $\hat{g}(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D}) \leq 0$) caracteriza la región factible en pequeña señal del sistema.

Al resolverse el problema esclavo se minimiza la función de estabilidad para cada despacho obtenido en el maestro mediante un ajuste de droop, al no satisfacerse el margen de seguridad pre-establecido es que se procede a insertar un corte de factibilidad como restricción lineal en el problema maestro, para volver a iterar en caso de ser necesario, por lo tanto, dicha región factible se va acotando sucesivamente con restricciones lineales hasta que se resuelve problema completo, a la par que los costos aumentan monótonamente en función del número de cortes insertados. El margen de estabilidad exigido para la prueba es 32, es decir, el despacho obtenido debe tener el polo de máxima parte real con un valor menor o igual a -32 , este valor está elegido con el fin de ilustrar adecuadamente el comportamiento del algoritmo. Los despachos obtenidos por n° de cortes insertados en la optimización se presentan en la Tabla 4.1 y se representa gráficamente cómo acotan a $\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$ en la Figura 4.1.

Tabla 4.1: Iteraciones de despacho económico DC en micro-red de dos micro-fuentes a 1200[W] de demanda.

Nº cortes	Barra 1 [W]	Barra 2 [W]	$\min g(P, k_p, D)$
0	19.1892	1180.8108	-28.6933
1	316.9560	883.0440	-31.0407
2	499.1584	700.8416	-31.7724
3	579.1423	620.8577	-31.9621
4	599.0364	600.9636	-31.9978
5	600.3744	599.6256	-32.0000

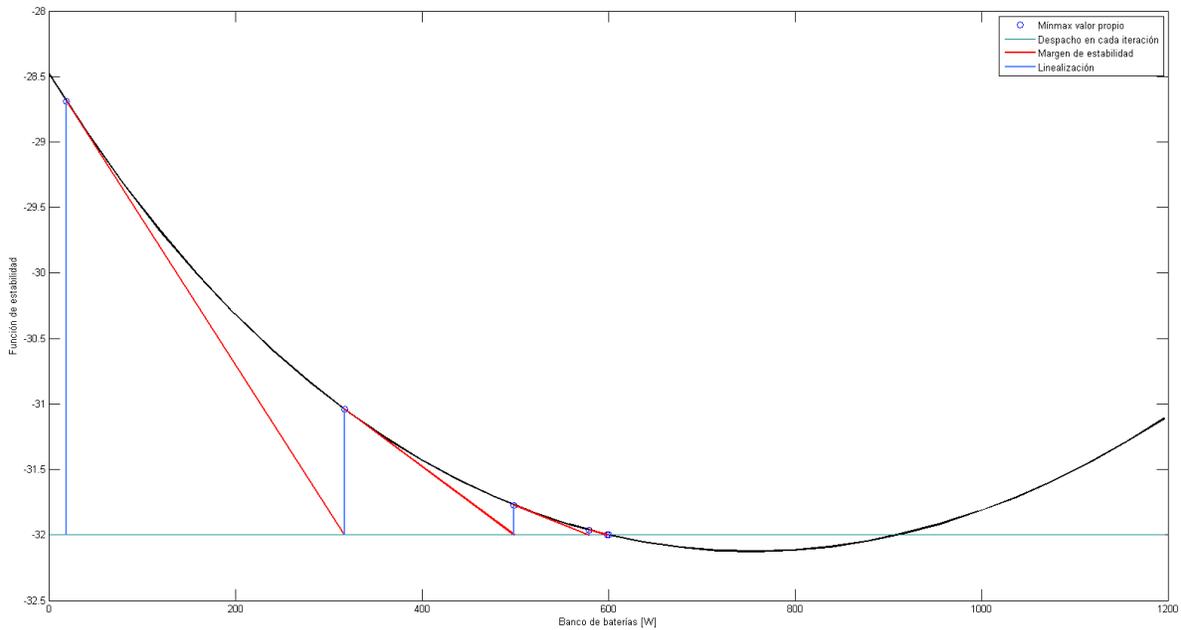


Figura 4.1: Mínimo de función de estabilidad vs despacho de micro-fuente 1. En rojo los cortes de factibilidad insertados y en azul claro los nuevos despachos obtenidos.

De forma concordante a los datos de la Tabla 4.1 y la Figura 4.1 es que en la Figura 4.2 se muestra en lugar de los polos en el plano complejo para cada iteración del problema maestro, es posible apreciar que mientras los polos de más a la izquierda se desplazan levemente a la derecha, los del lado derecho se desplazan levemente a la izquierda hasta satisfacer el margen de seguridad, ya que son éstos lo que caracterizan el valor de la función de estabilidad.

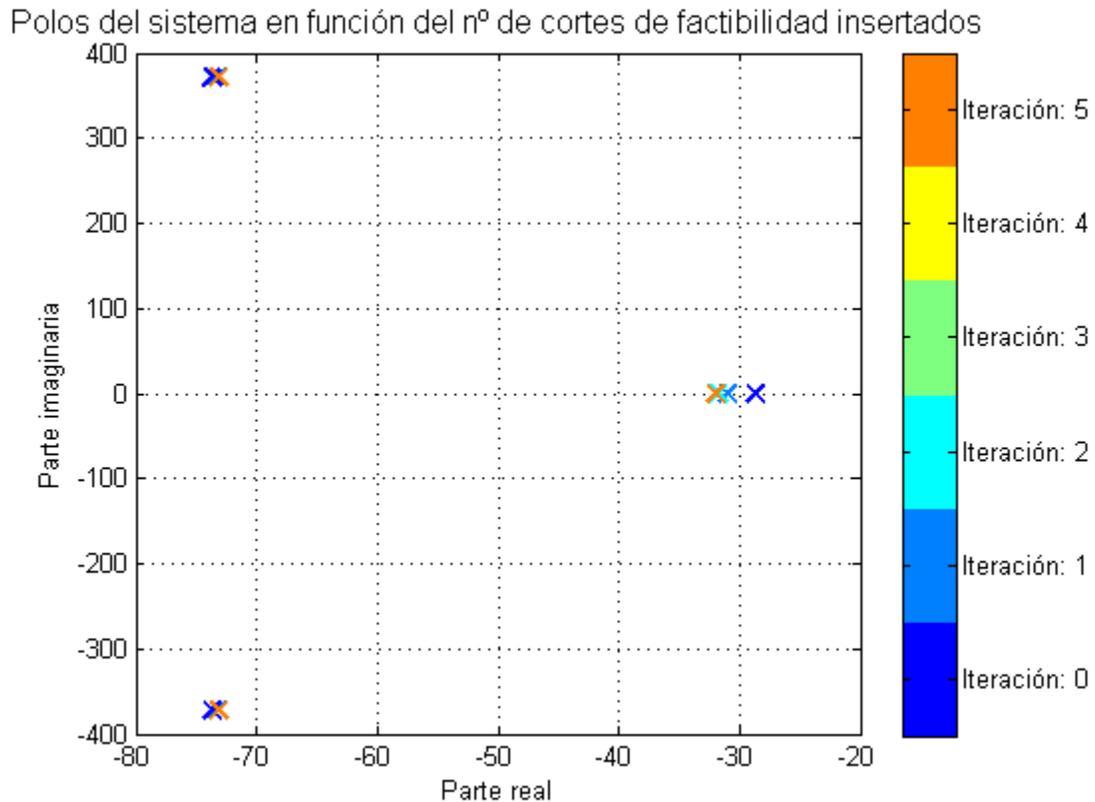


Figura 4.2: Polos de la micro-red de 2 micro-fuentes en función de cada iteración.

Análogamente a la Figura 4.1 y por extensión, se muestra en la Figura 4.3 el comportamiento convexo de $\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$ para parámetros aleatorios de líneas de transmisión.

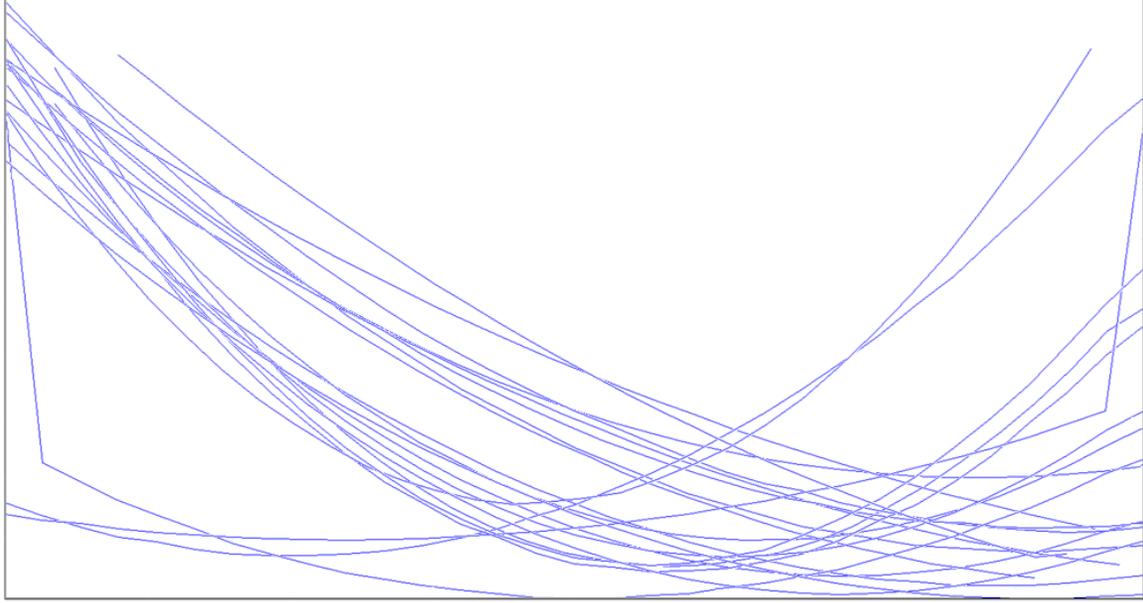


Figura 4.3: Forma de mínimo de función de estabilidad vs despacho de la micro-fuente 1.

4.2 SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES

Para mostrar la efectividad del coordinación jerarquizada maestro-esclavo en el sistema de tres micro-fuentes se realiza tanto un despacho DC como AC y sus resultados se comparan en la iteración inicial y en la final por un valor de droop \mathbf{k}_p^* elegido previamente que satisface (1.1), esto correspondería a un esquema de operación actual. Dichos despachos también se comparan con el valor de droop $\hat{m}\bar{\mathbf{P}}$, donde $\bar{\mathbf{P}}$ es el vector de potencia nominal de las micro-fuentes, mientras que \hat{m} es el valor escalar que se obtiene al resolver los problemas de optimización caracterizados en (4.1) para la forma DC y en (4.2) para la forma AC, es posible apreciar que \hat{m} minimiza g sujeto a la restricción de repartición de potencia mostrada en (1.1), esto corresponde a una optimización sin coordinación para un despacho dado \mathbf{P}_0 o bien magnitud de tensión \mathbf{V}_0 y su ángulo $\boldsymbol{\theta}_0$.

$$\hat{m} \triangleq \begin{cases} \min_m g(\mathbf{P}_0, m\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{D}) \\ s. a: \\ \underline{\mathbf{k}}_p \leq m\bar{\mathbf{P}} \leq \overline{\mathbf{k}}_p \end{cases} \quad (4.1)$$

$$\hat{m} \triangleq \begin{cases} \min_m g(\mathbf{V}_0, \boldsymbol{\theta}_0, m\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{D}) \\ \text{s. a:} \\ \underline{\mathbf{k}}_p \leq m\bar{\mathbf{P}} \leq \bar{\mathbf{k}}_p \end{cases} \quad (4.2)$$

4.2.1 FORMULACIÓN DC

Al correr el algoritmo de DC-OPF se obtiene el despacho mostrando en la Tabla 4.2. El valor que adquiere la función de estabilidad usar la pre-sintonización de droop \mathbf{k}_p^* es igual a 24.432,43, lo que significa que el sistema es inestable en caso de utilizar un esquema sin coordinación, los polos del sistema se pueden observar en la Figura 4.4, en donde de forma concordante se puede ver que existen polos en el semiplano derecho. A su vez, al utilizar el droop $\hat{m}\bar{\mathbf{P}}$ la función de estabilidad adquiere un valor de 0,3529, sus polos se pueden ver en la Figura 4.5 y los más cercanos al origen en la Figura 4.6 donde se puede notar la existencia de un polo en el semiplano derecho, por lo que a pesar de ser una post-sintonización basada en la optimización, no es posible estabilizar el sistema. Al realizar la optimización de droop la función de estabilidad adquiere un valor de $-1,3090$, los polos de esta configuración se pueden apreciar en la Figura 4.7 y los más cercanos al origen en la Figura 4.8, a pesar de ser una configuración estable por tener todos sus polos en el semiplano izquierdo, no cumple el margen de seguridad y por lo tanto hace necesaria la inclusión de cortes de factibilidad.

Tabla 4.2: Despacho económico DC y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.

Variable	Barra 1	Barra 2	Barra 3
<i>Potencia activa</i>	5.993,78[W]	2.577,94[W]	428,26[W]
<i>Potencia nominal</i>	8.000[W]	8.500[W]	7.500[W]
<i>Demanda</i>	500[W]	0[W]	8.500[W]
<i>Droop pre-sintonizado \mathbf{k}_p^*</i>	3,3953%	3,8330%	2,9842%
<i>$g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p^*, \mathbf{D})$</i>	24.432,4359		
<i>Regla optimizada $\hat{m}\bar{\mathbf{P}}$</i>	0,1947%	0,2198%	0,1711

$g(\mathbf{P}, \hat{m}\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{D})$	0,3529		
<i>Droop optimizado</i>	0,0100%	4,3337%	0,0221
$\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$	-1,3091		
<i>Costo total</i>	7.768.940,66		

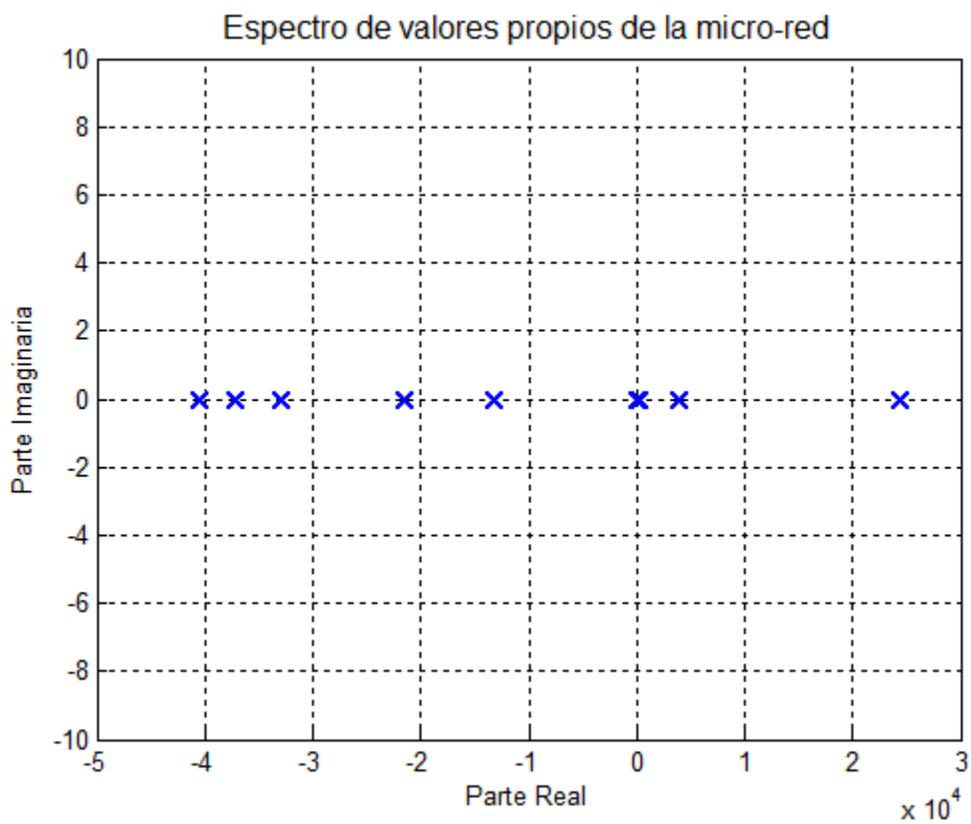


Figura 4.4: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop pre-sintonizado.

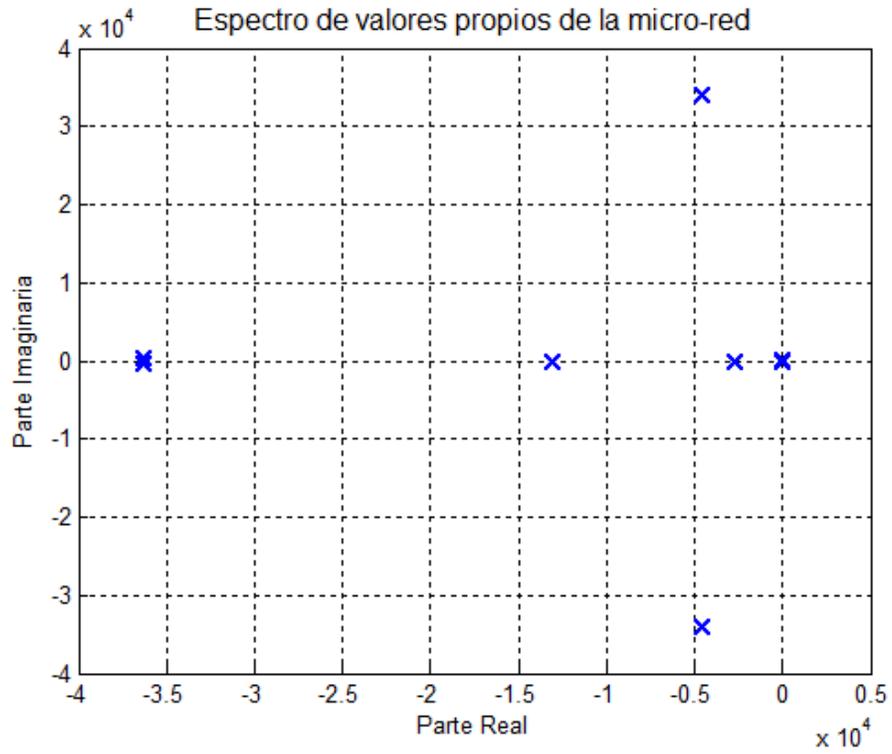


Figura 4.5: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con constante m optimizada.

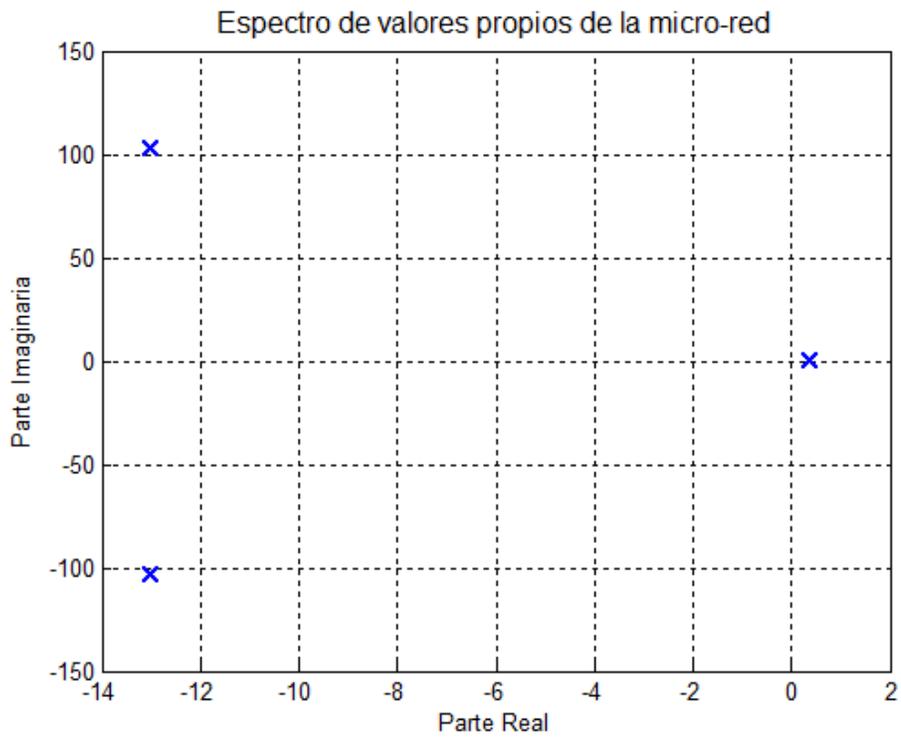


Figura 4.6: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con constante m optimizada cerca del origen.

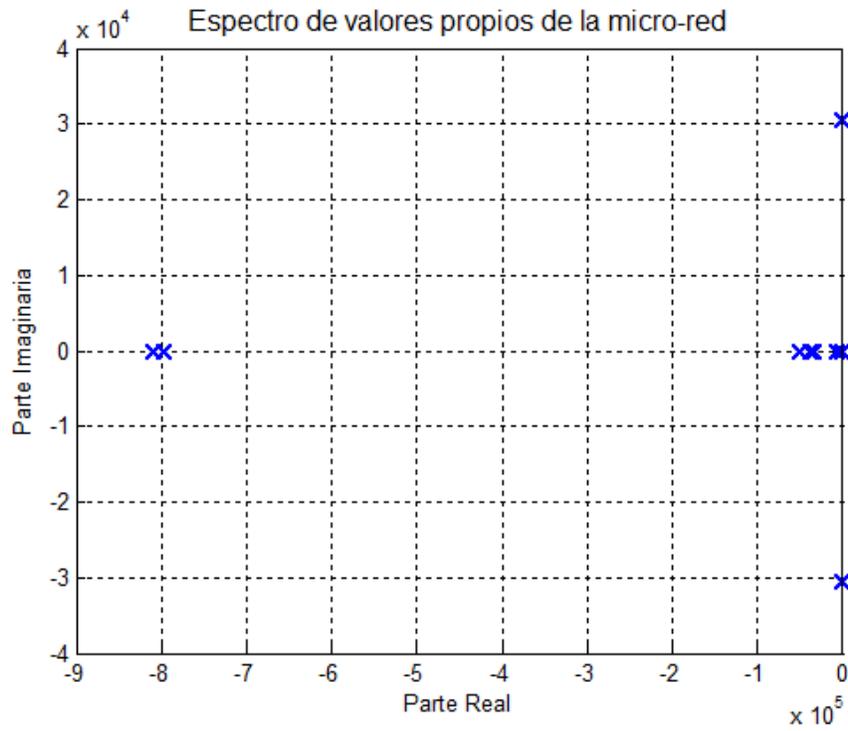


Figura 4.7: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado.

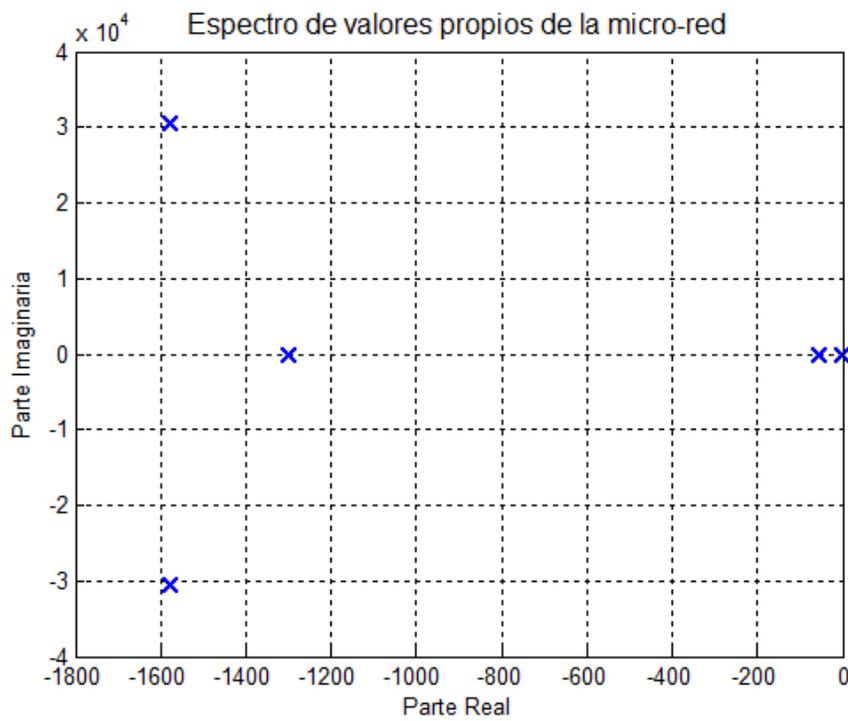


Figura 4.8: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado y acercamiento al origen.

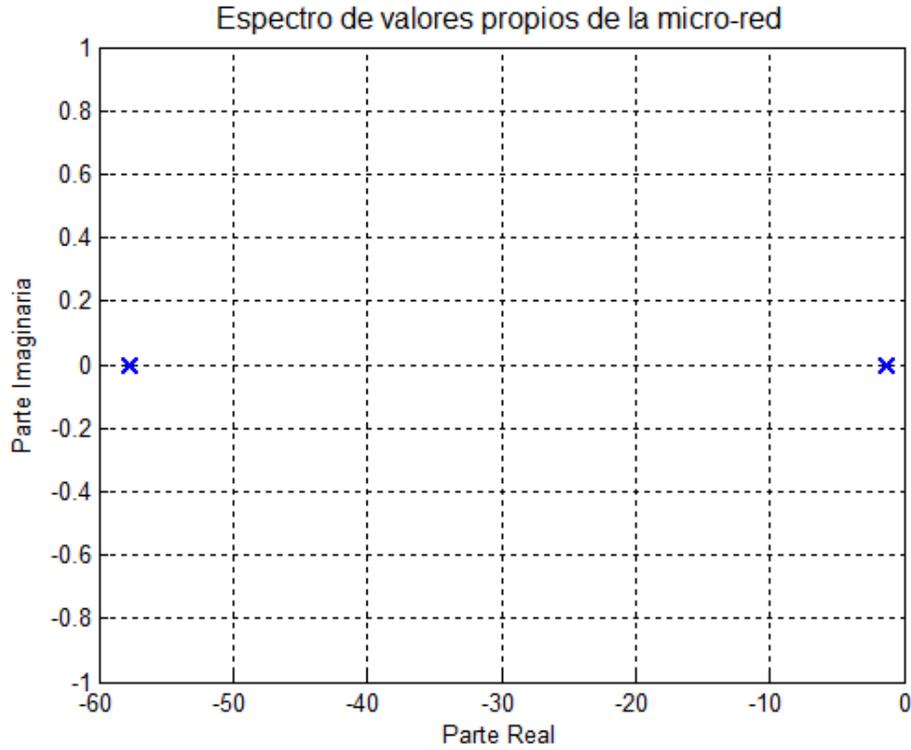


Figura 4.9: Polos de la micro-red para despacho DC inicial con droop optimizado cerca del origen.

Luego de trece iteraciones, consistente en la inserción de cortes de factibilidad es que se obtiene el despacho final mostrado en la Tabla 4.3, es posible notar en la Figura 4.10 que bajo una pre-sintonización de droop el sistema sería inestable, sin embargo en la Figura 4.5 y Figura 4.6 es posible notar que al utilizar el droop optimizado $\hat{m}\bar{P}$ el sistema es vuelve estable, sin embargo aún no cumple con el margen de seguridad y requiere una optimización de droop para obtener un valor de la función de estabilidad igual a $-41,8995$, por lo que de forma concordante se tienen todos los polos del sistema en el semiplano izquierdo, tal y como se puede notar en la Figura 4.13 y Figura 4.14.

Tabla 4.3: Despacho económico DC luego de 13 cortes de factibilidad y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.

Variable	Barra 1	Barra 2	Barra 3
<i>Potencia activa</i>	5.672,41[W]	2.991,82[W]	335,76[W]
<i>Potencia nominal</i>	8.000[W]	8.500[W]	7.500[W]
<i>Demanda</i>	500[W]	0[W]	8500[W]
<i>Droop pre-sintonizado k_p^*</i>	3,3953%	3,8330%	2,9842%
<i>$g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p^*, \mathbf{D})$</i>	33.972,5759		
<i>Regla optimizada $\hat{m}\bar{\mathbf{P}}$</i>	0,1888%	0,2131%	0,1711%
<i>$g(\mathbf{P}, \hat{m}\bar{\mathbf{P}}, \mathbf{D})$</i>	-4,2136		
<i>Droop optimizado</i>	1,1692%	4,9812%	0,6647%
<i>$\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$</i>	-41,8995		
<i>Costo total</i>	7.851.656,07		

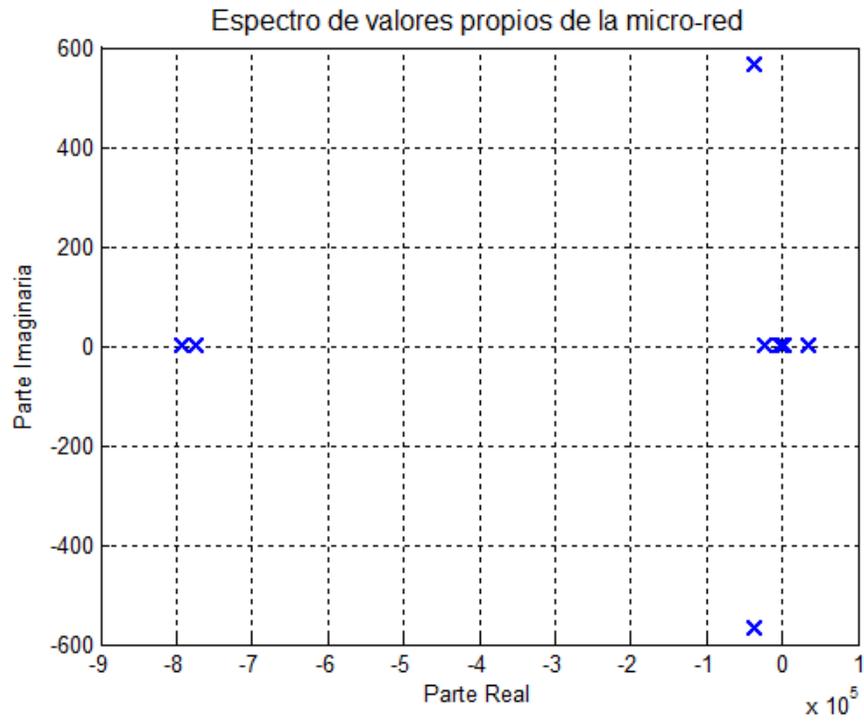


Figura 4.10: Polos de la micro-red para despacho DC final con droop pre-sintonizado.

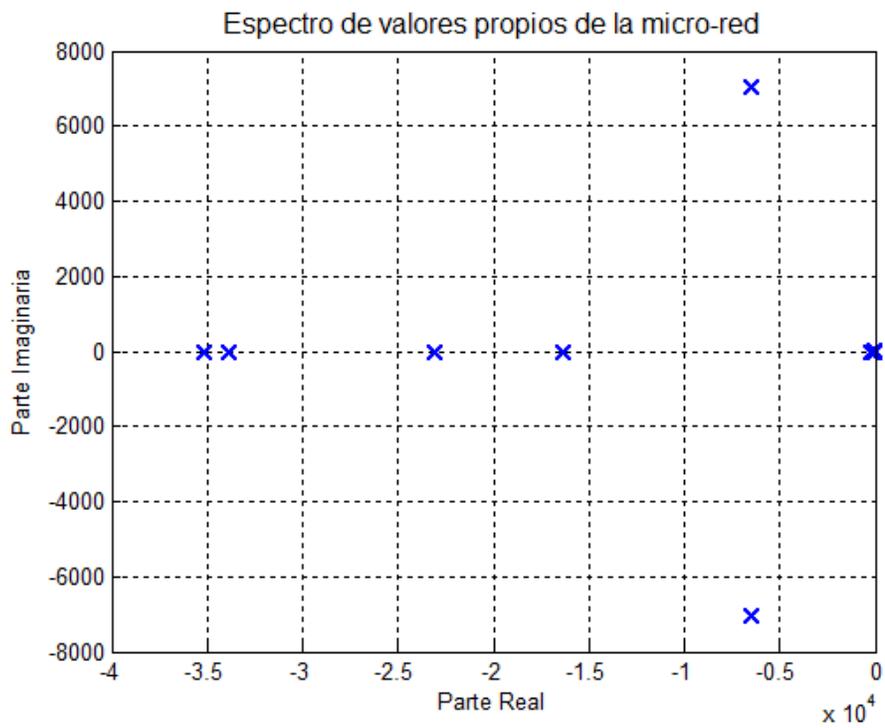


Figura 4.11: Polos de la micro-red para despacho DC final con constante m optimizada.

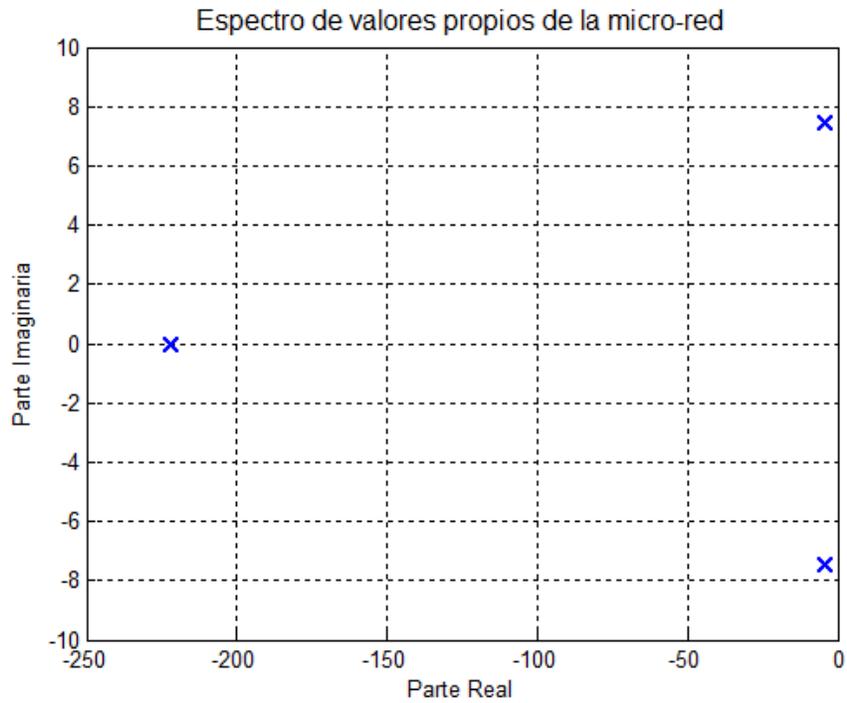


Figura 4.12: Polos de la micro-red cerca del origen para despacho DC final con constante m optimizada.

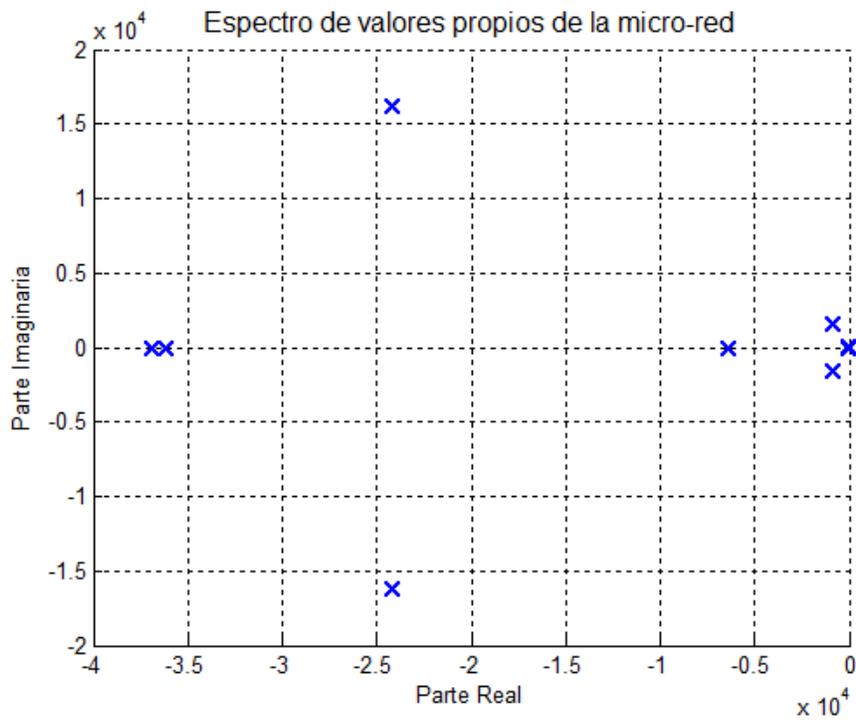


Figura 4.13: Polos de la micro-red para despacho DC final con droop optimizado.

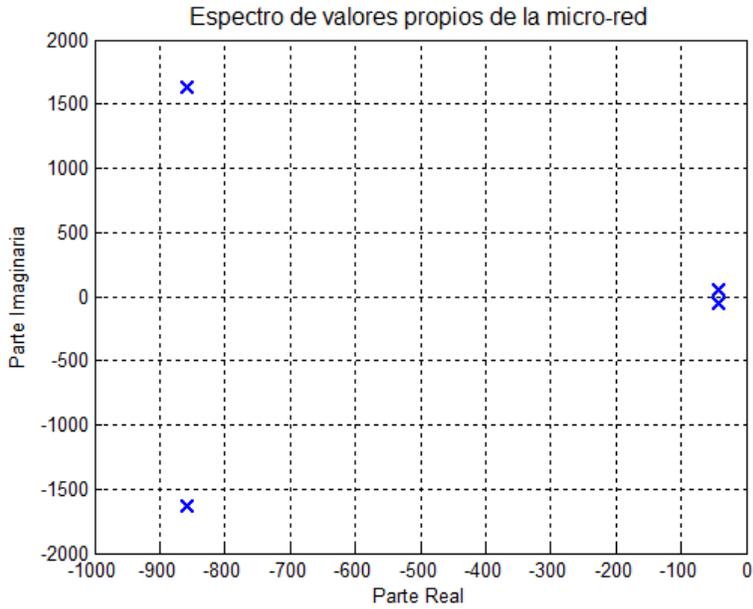


Figura 4.14: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho DC final con droop optimizado.

Con el fin de verificar la no-convexidad de la función de estabilidad es que en la Figura 4.15 se muestra en colores el valor de la función de estabilidad mínimo encontrado para cada despacho posible de una forma similar a la Figura 4.1 para el sistema de dos micro-fuentes. En el eje horizontal se muestra el rango de despachos posibles para la micro-fuente 1, mientras en el eje vertical se muestra el rango de despachos posibles para la micro-fuente 3, con tales despachos asignados la potencia de la micro-fuente 2 queda determinada automáticamente por las ecuaciones de flujo de potencia.

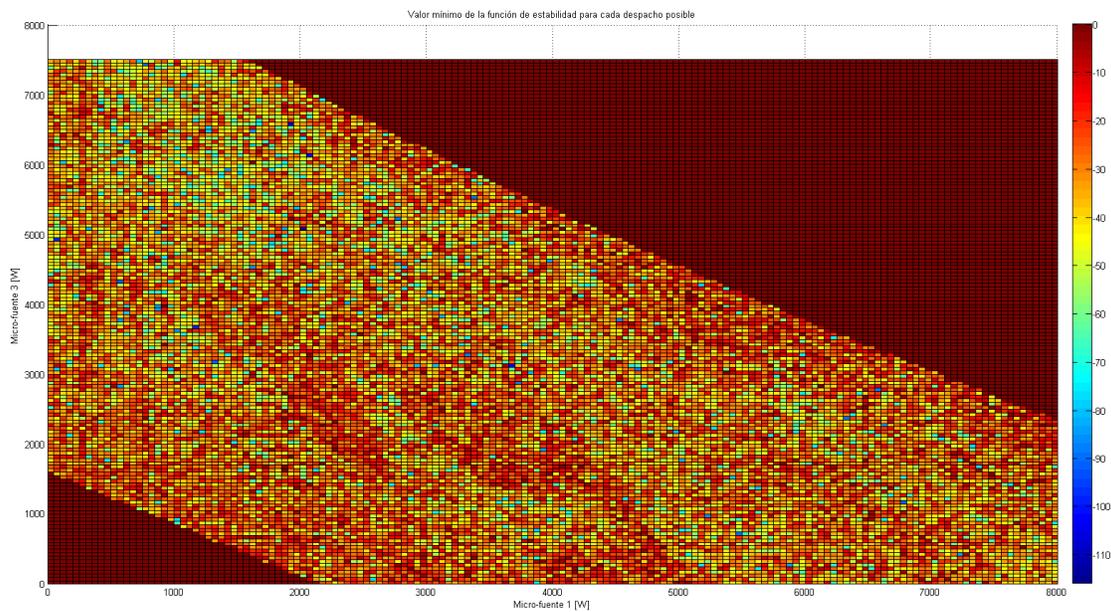


Figura 4.15: Valor mínimo de la función de estabilidad para cada combinación factible de despacho.

4.2.2 FORMULACIÓN AC

Al correr el algoritmo de AC-OPF se obtiene el despacho mostrado en la Tabla 4.4, el valor que adquiere la función de estabilidad utilizando una pre-sintonización de droop es igual a 16.652,48, mientras que los polos del sistema se muestran en la Figura 4.16, lo que nos dice que el sistema es inestable de acuerdo a un esquema sin coordinación. De forma similar a la implementación DC, es posible encontrar un valor \hat{m} tal que $\hat{m}\bar{P}$ minimiza la función de estabilidad de acuerdo a (1.1), con lo que es posible estabilizar el sistema al obtener un valor de $-7,1099$ en la función de estabilidad, lo que a su vez nos muestra todos los polos del sistema en el semiplano izquierdo de acuerdo a la Figura 4.17 y la Figura 4.18, sin embargo dicho valor no cumple con el margen de seguridad y se hace necesario realizar una optimización de droop, donde al asignar la ganancia de la primera micro-fuente en un valor cercano al valor nominal (4,99%), mientras que las micro-fuentes 2 y 3 en valores cercanos al 3,5% y 3,3% respectivamente se tiene que la función de estabilidad adquiere un valor de $-9,6026$ por lo que el sistema nuevamente es estabilizado sin alcanzar el margen de seguridad exigido, los polos de esta configuración se pueden ver en la Figura 4.19 y Figura 4.20 donde nuevamente se puede apreciar que todos se encuentran en el semiplano izquierdo.

Al comenzar a iterar de acuerdo al esquema mostrado en Figura 3.1 y luego de siete cortes de factibilidad se obtiene el despacho mostrado en Tabla 4.5, el cual también es inestable de acuerdo a una pre-sintonización típica y no coordinada de acuerdo a la Figura 4.21, pero que resulta ser estable frente a una optimización de m de acuerdo a (1.1) sin satisfacer el margen de seguridad (Figura 4.22 y Figura 4.23), finalmente frente a una optimización de droop cumple con el margen de seguridad necesario, obteniendo la función de estabilidad un valor final de $-21,47$, los polos del sistema se pueden ver de forma general en la Figura 4.24 y los más cercanos al origen en la Figura 4.25, donde es posible notar que cumplen con dicho margen.

Tabla 4.4: Despacho económico AC y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.

Variable	Barra 1	Barra 2	Barra 3
Potencia activa	5.305,71[W]	2.507,69[W]	518,95[W]
Potencia reactiva	-132,65[VAr]	1.043,56[VAr]	379,55[VAr]
Potencia nominal	8000[W]	8500[W]	7500[W]
Magnitud de tensión	1,0469[pu]	1,0044[pu]	0,9000[pu]
Ángulo de tensión	1,1401°	0°	-10,0727°
Demanda	500[W]	0[W]	8.500[W]
Droop pre-sintonizado k_p^*	3,3953%	3,8330%	2,9842%
$g(V, \theta, k_p^*, D)$	16.652,4872		
Regla optimizada $\hat{m}\bar{P}$	2,4882%	2,8089%	2,1869%
$g(V, \theta, \hat{m}\bar{P}, D)$	-7,1099		
Droop optimizado	4,9932%	3,5423%	3,3363%
$\min g(V, \theta, k_p, D)$	-9,6026		
Costo total	6.735.614,85		

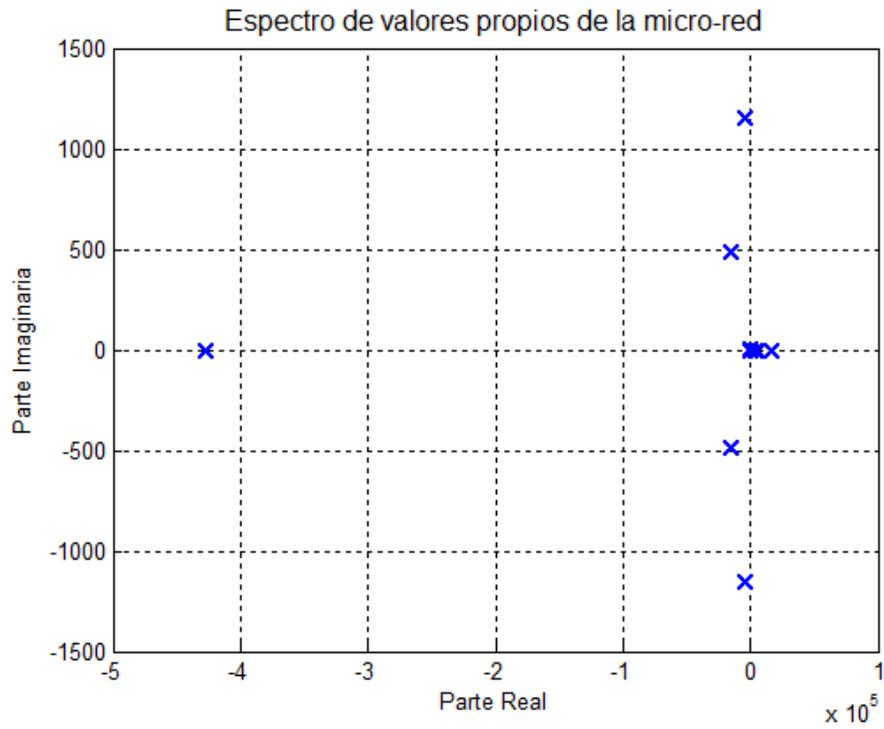


Figura 4.16: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con droop pre-sintonizado.

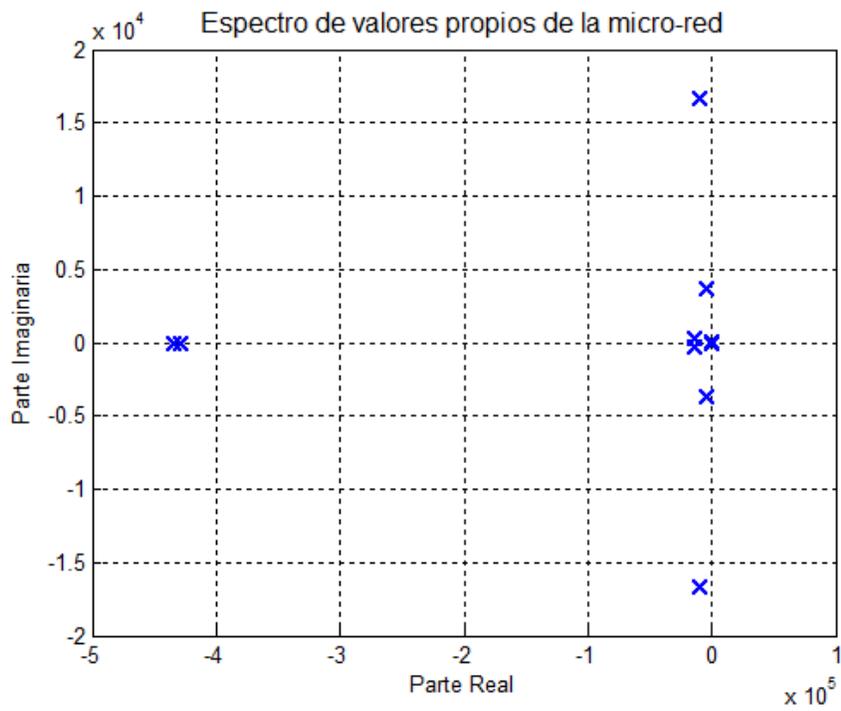


Figura 4.17: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con constante m optimizada.

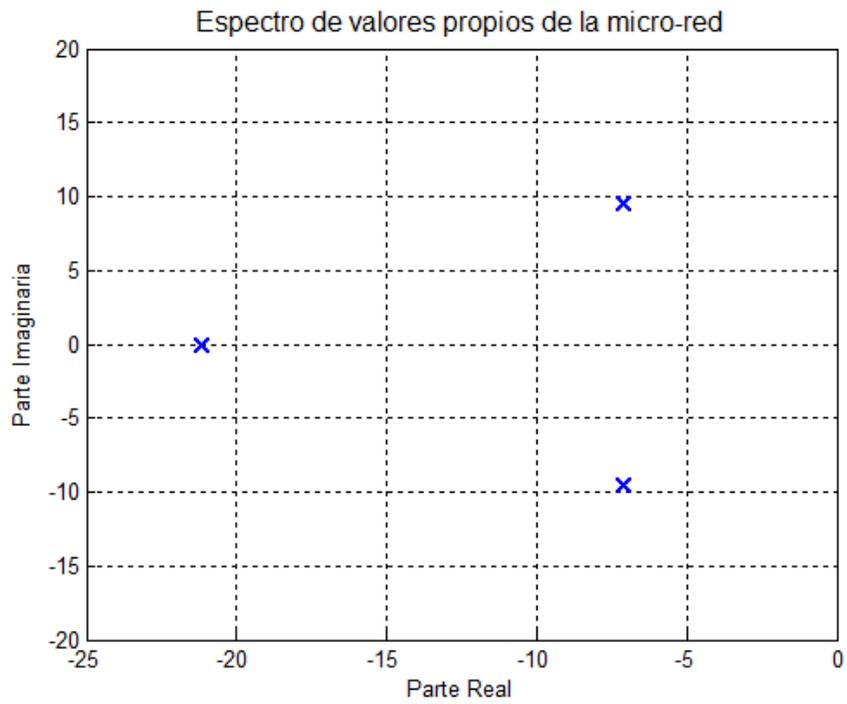


Figura 4.18: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC inicial con constante m optimizada.

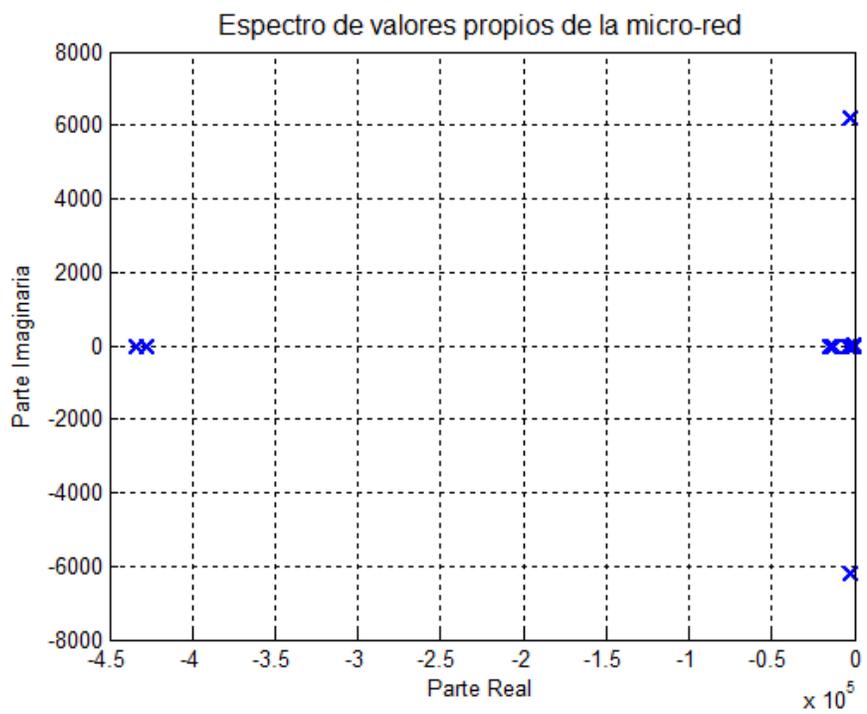


Figura 4.19: Polos de la micro-red para despacho AC inicial con droop optimizado.

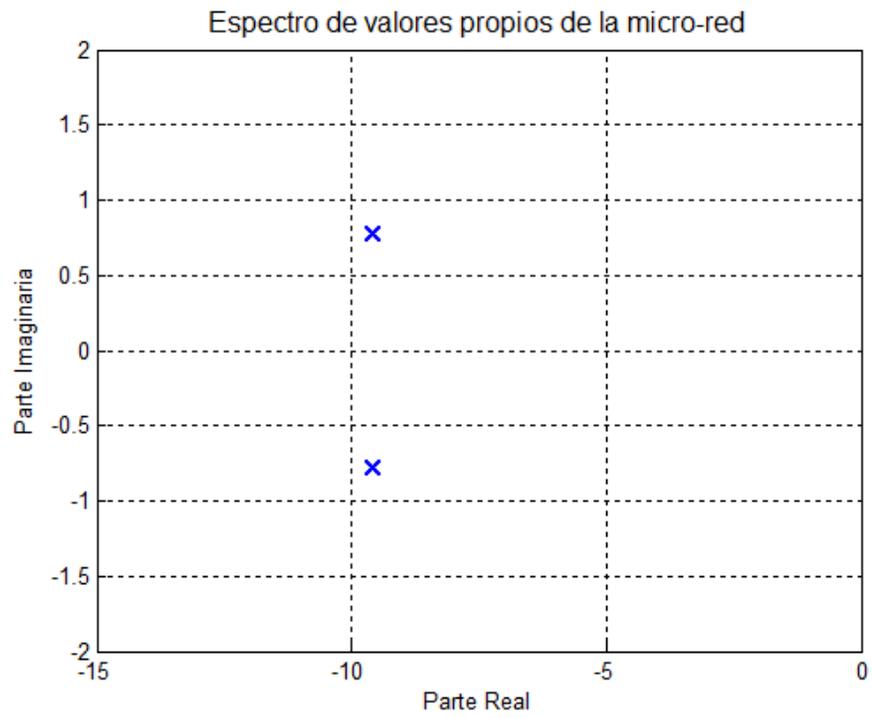


Figura 4.20: Polos de la micro-red cerca del origen para despacho AC inicial con droop optimizado.

Tabla 4.5: Despacho económico AC luego de 7 cortes de factibilidad y función de estabilidad para droop pre-sintonizado, constante m optimizada y droop optimizado.

Variable	Barra 1	Barra 2	Barra 3
<i>Potencia activa</i>	5.033,68[W]	2.567,98[W]	743,06[W]
<i>Potencia reactiva</i>	1.443,75[VAr]	-2.365,91[VAr]	2.287,49[VAr]
<i>Potencia nominal</i>	8.000[W]	8.500[W]	7.500[W]
<i>Magnitud de tensión</i>	1,0044[pu]	0,9556[pu]	0,9000[pu]
<i>Ángulo de tensión</i>	0,2982°	0°	-12,0425°
<i>Demanda</i>	500[W]	0[W]	8.500[W]
<i>Droop pre-sintonizado k_p^*</i>	3,3953%	3,8330%	2,9842%
$g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p^*, \mathbf{D})$	17.549,0953		
<i>Regla optimizada $\hat{m}\bar{P}$</i>	2,4838%	2,8039%	2,1830%
$g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \hat{m}\bar{P}, \mathbf{D})$	-6,1964		
<i>Droop optimizado</i>	1,4416%	4,9911%	4,3867%
$\min g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$	-21,4719		
<i>Costo total</i>	6.981.681,26		

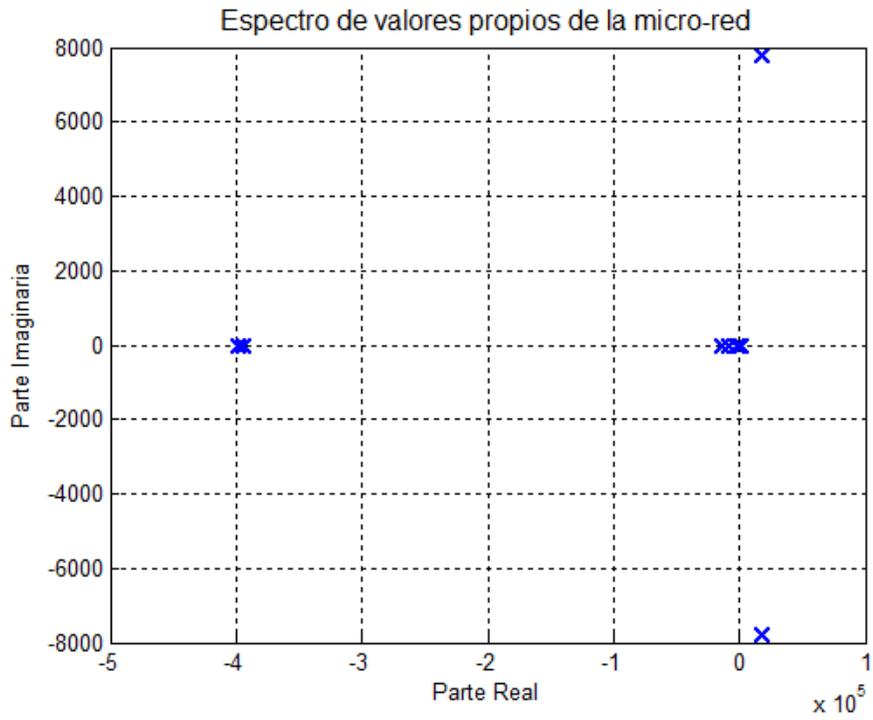


Figura 4.21: Polos de la micro-red para despacho AC final con droop pre-sintonizado.

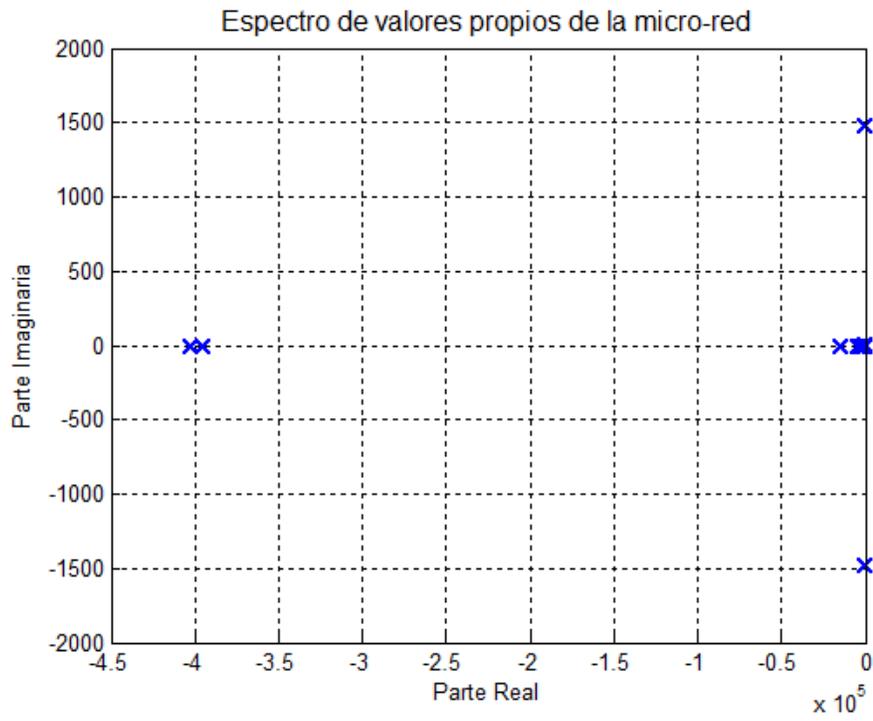


Figura 4.22: Polos de la micro-red para despacho AC final con constante m optimizada.

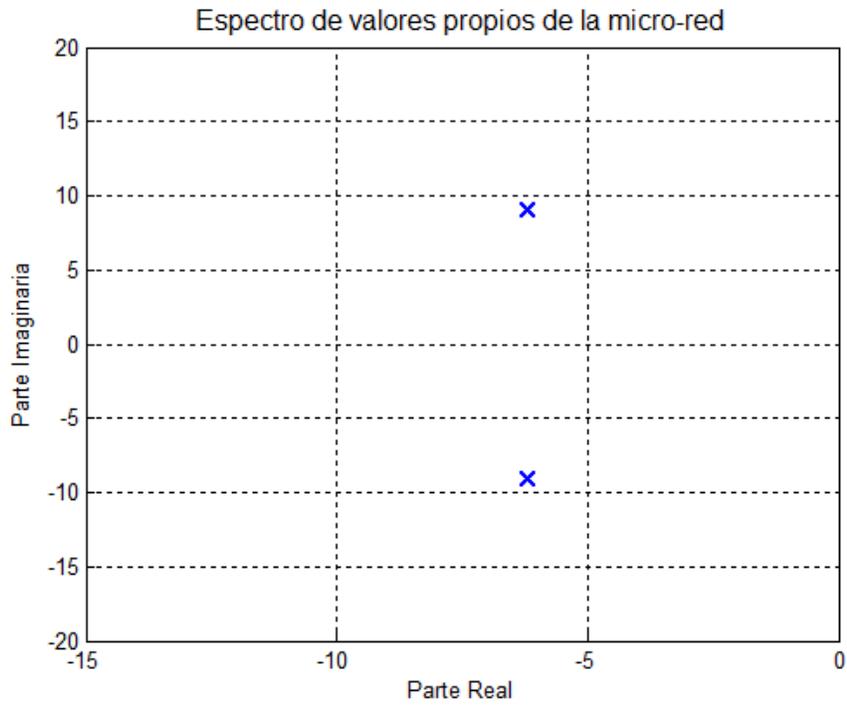


Figura 4.23: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC final con constante m optimizada.

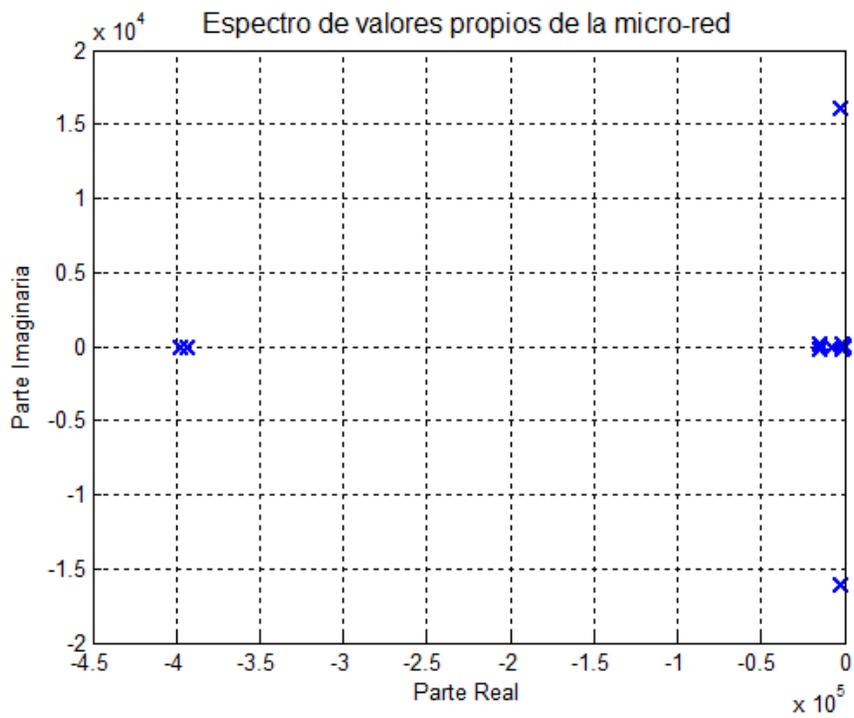


Figura 4.24: Polos de la micro-red para despacho AC final con droop optimizado.

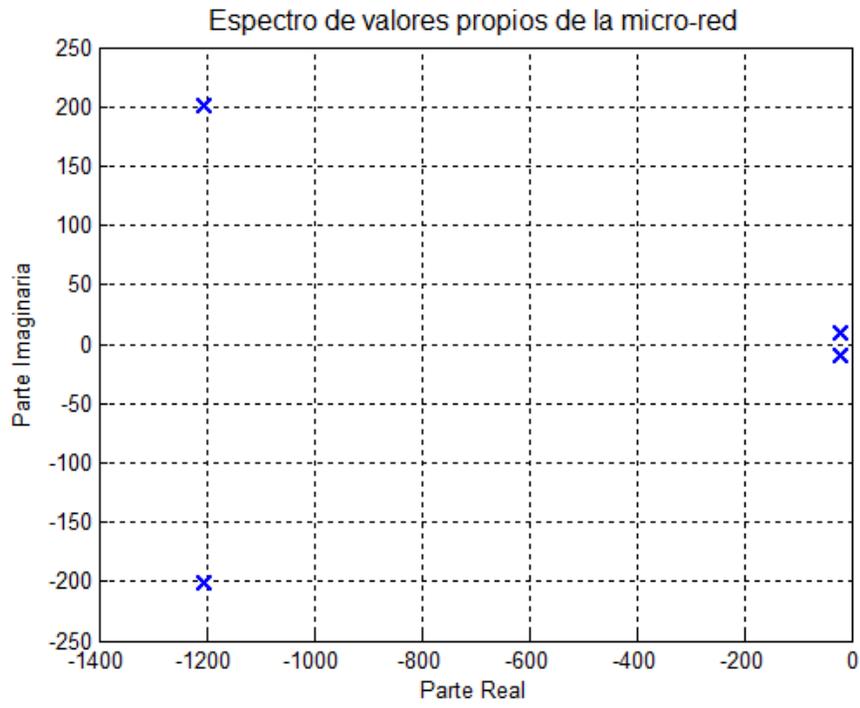


Figura 4.25: Polos de la micro-red cercanos al origen para despacho AC final con droop optimizado.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se analizan y comentan los resultados mostrados en el capítulo 4, con el fin de prestar especial atención a cada sistema y a cada método empleado, lo que es detallado en secciones separadas.

5.1 SISTEMA DE DOS MICRO-FUENTES

Como se puede apreciar en los despachos de la Tabla 4.1, el valor de g va disminuyendo y convergiendo al margen de seguridad conforme aumenta el despacho del banco de baterías, es posible apreciar cómo en la iteración 0 se comienza con un despacho de consideraciones puramente económicas, que si bien es estable en pequeña señal, no cumple con el margen de seguridad exigido, para luego de cinco iteraciones obtener un despacho que si lo cumple. La evolución del despacho desde la iteración 0 hasta la iteración 5 es apreciable gráficamente en la Figura 4.1, las restricciones (en color rojo) insertadas son tangenciales a $\min g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$ (curva de color negro), función de la cual en la práctica no se dispone información, sin embargo su caracterización muestra cómo los cortes insertados acotan adecuadamente su frontera y permiten al algoritmo converger al óptimo global de costos al tener convexidad de $g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$. Considerando la Figura 4.3, se puede ver que dicho comportamiento convexo se mantiene aún bajo una disposición aleatoria de líneas de transmisión, por lo que es posible obtener el óptimo global de costos sin importar los parámetros de las líneas de transmisión, despacho o función de costos.

De la Tabla 5.1 es posible apreciar el aumento del costo total de operación de sistema con cada corte insertado, el cual tiene un aumento total de un 861% al considerar estabilidad de pequeña de señal con margen de seguridad. El aumento de costo parcial corresponde al aumento de costo respecto de la iteración anterior, por lo que es posible notar que por cada nueva restricción el costo aumenta de forma cada vez menor (pasando de un 226% inicial a un 0.41% en la iteración final) conforme el algoritmo converge a la solución buscada. Por lo tanto, el costo total es monótonamente creciente producto de la inserción de restricciones en el problema de optimización, mientras que el aumento de costos por cada restricción nueva va disminuyendo a su vez que el algoritmo converge a la solución buscada.

Tabla 5.1: Costo total de operación y variación porcentual de acuerdo al n° de cortes insertados para la micro-red de dos micro-fuentes.

N° cortes	Costo Total	Δ [%]Costo Parcial	Δ [%]Costo Total
0	72,518.7837	—	—
1	236,549.1539	226.1902	226.1902
2	498,704.0519	110.8247	587.6895
3	652,581.5826	30.8555	799.8794
4	694,530.8431	6.4282	857.7254
5	697,404.8284	0.4138	861.6885

A pesar de ser una implementación satisfactoria, la necesidad de implementar un flujo de potencia automatizado limita su posible uso en sistemas mayores, además problemas como la convergencia del método (producto del flujo de potencia requerido) o bien la existencia de puntos con despacho de potencia reactiva diferentes y más estables limitan innecesariamente el espacio de búsqueda y pueden incurrir en soluciones sub-óptimas, las cuales *a priori* muestran una optimalidad global, sin embargo, tales soluciones van más allá del método DC propuesto y dependen del algoritmo de flujo de potencia implementado.

Si bien el espacio factible es convexo para este caso en particular, esto no es necesariamente cierto en sistemas mayores, sobre todo considerando el despacho de potencia reactiva, el cual podría modificarse y obtener una solución factible, una solución que esta implementación podría pasar por alto.

5.2 SISTEMA DE TRES MICRO-FUENTES

5.2.1 FORMULACIÓN DC

Considerando los datos mostrados en la Tabla 4.2, es posible apreciar un despacho de consideradores puramente económicas, el cual es inestable al usar una pre-sintonización de droop y tampoco se estabiliza al realizar un optimización de la constante m cumpliendo la regla mostrada en (1.1). Al realizar una optimización de droop da como resultado un valor de la función de estabilidad aún menor, pero que no cumple con el margen de seguridad

necesario, por lo que se van insertando cortes de factibilidad en el problema maestro hasta obtener el despacho mostrado en la Tabla 4.3, despacho que esencialmente aumenta la generación de la micro-fuente 2 en comparación al despacho inicial, dicho cambio, sumado a una optimización de droop (la optimización de la constante m de acuerdo a (1.1) se sigue mostrando insuficiente) permiten una estabilización del sistema cumpliendo el margen de seguridad, por lo que el problema es resuelto satisfactoriamente.

En la Tabla 5.2 se muestra una comparativa entre los despachos inicial y final obtenidos, donde se muestra que la micro-fuente 1 disminuye su despacho de potencia activa en un 5% aproximadamente, mientras que el valor de la función de estabilidad disminuye más de un 3.100% y el costo total aumenta un 1,06%, lo que es consecuencia directa de la inserción de restricciones en el problema maestro.

Tabla 5.2: Variación porcentual entre despacho inicial y final de potencia activa, valor de función de estabilidad y costo total del sistema para la formulación DC.

Variable	Despacho Inicial	Despacho Final	Variación [%]
<i>Margen de seguridad</i>	20		
<i>Micro fuente 1 [W]</i>	5.993,78	5.672,41	-5,36
<i>Micro fuente 2 [W]</i>	2.577,94	2.991,82	+16,05
<i>Micro fuente 3 [W]</i>	428,26	335,76	-21,59
<i>min $g(\mathbf{P}, \mathbf{k}_P, \mathbf{D})$</i>	-1,3091	-41,8995	-3.100,87
<i>Costo total</i>	7.768.940,66	7.851.656,07	+1,06

En la Figura 4.15 es posible apreciar que el valor mínimo de la función de estabilidad en la región factible es siempre negativo, sin embargo eso no implica que dichos valores puedan satisfacer el margen de seguridad exigido, además es una región no-convexa (a diferencia de la Figura 4.1), por lo que no es posible garantizar optimalidad global de costo de los despachos mostrados en Tabla 4.2 y Tabla 4.3. La optimalidad global del problema se pierde ante un cambio de topología (agregar una micro-fuente y tener dos demandas en los extremos

del sistema en este caso), por lo que es presumible que en sistemas de mayor tamaño las no-linealidades y no-convexidades de la función de estabilidad aumenten. Al igual que para el sistema de dos micro-fuentes, el esquema DC tiene como limitación importante el requerir flujos de potencia automatizados y no considerar las pérdidas del sistema, por lo que esta pérdida de grados de libertad (ajuste de reactivos), sumado a la no-convexidad pueden ocasionar un mal desempeño de esta metodología de coordinación en micro-redes de mayor tamaño.

5.2.2 FORMULACIÓN AC

Considerando los resultados mostrados en el capítulo 4.2, es posible mostrar en la Tabla 4.4 cómo un despacho inicialmente inestable frente a una pre-sintonización es factible de ser estabilizado mediante un ajuste de la constante m de acuerdo a (1.1) y también con una optimización de droop de forma similar a la formulación DC, como no cumple con el margen de seguridad exigido es que se obtiene mediante la inserción de cortes de factibilidad el despacho mostrado en la Tabla 4.5 en donde el sistema es estabilizado adecuadamente mediante la optimización de droop.

En la Tabla 5.3 se muestra una comparación entre ambos despachos. La variación de potencia activa más significativa la tiene la micro-fuente 3, la cual aumenta su generación de potencia activa en un 43.18%, mientras que la micro-fuente 2 varía sólo un 2,40% su generación y la micro-fuente 1 lo disminuye en un 5.12%. El despacho de potencia reactiva sufre variaciones más drásticas, teniendo incluso una variación superior al 1.000% en la micro-fuente 1, mientras que en las micro-fuentes 2 y 3 disminuye más de un 300% y aumenta más de un 500%, mostrando que el incluir el despacho de reactivos en la coordinación corresponde a un potente ventaja en comparación a la implementación DC. Las tensiones en las barras 1 y 2 descienden aproximadamente un 4% probablemente con el fin de preservar el despacho más económico posible aún con las restricciones ya insertadas (recordando que las demandas del sistema son de impedancia constante), por lo que dichas variaciones son otra justificación de la robustez del método frente a la implementación DC. El ángulo de desfase en las barras también posee grandes variaciones, sin embargo tales cambios ya se encuentran implícitos en las variables anteriormente mencionadas. Las variaciones de potencia activa, disminuyen el desbalance presente entre puntos de generación y consumo, mientras que las variaciones de potencia reactiva ocurren con el fin de preservar la tensión en márgenes permitidos.

Tabla 5.3: Variación porcentual entre despacho inicial y final de potencia activa, reactiva, tensión, valor de función de estabilidad y costo total del sistema para la formulación AC.

Variable	Despacho Inicial	Despacho Final	Variación [%]
<i>Margen de seguridad</i>	20		
<i>Potencia activa 1 [W]</i>	5.305,71	5.033,68	-5,12
<i>Potencia activa 2 [W]</i>	2.507,69	2.567,98	+2,40
<i>Potencia activa 3 [W]</i>	518,95	743,06	+43,18
<i>Potencia reactiva 1 [VAr]</i>	-132,65	1.443,75	+1.118,39
<i>Potencia reactiva 2 [VAr]</i>	1.043,56	-2.365,91	-326,71
<i>Potencia reactiva 3 [VAr]</i>	379,55	2.287,49	+502,68
<i>Magnitud de tensión 1 [pu]</i>	1,0469	1,0044	-4,05
<i>Magnitud de tensión 2 [pu]</i>	1,0044	0,9556	-4,85
<i>Magnitud de tensión 3 [pu]</i>	0,9000	0,9000	0
<i>Ángulo de tensión 1 [°]</i>	1,1401	0,2982	-73,84
<i>Ángulo de tensión 2 [°]</i>	0	0	0
<i>Ángulo de tensión 3 [°]</i>	-10,0727	-12,0425	-19,55
<i>min $g(\mathbf{V}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{k}_p, \mathbf{D})$</i>	-9,6026	-21,4719	-123,60
<i>Costo total</i>	6.735.614,85	6.981.681,26	+3,65

El costo total de operación aumenta un 3.65%, lo que es esperable, ya que el despacho económico final es resuelto mediante la inclusión de cortes de factibilidad, por lo que en el mejor caso posible se tendría el mismo costo del despacho inicial, el cual posee consideraciones netamente económicas.

Es posible apreciar que de forma similar a la formulación DC el problema es resuelto de forma sub-óptima (es decir, la solución encontrada corresponde solo a un óptimo local). En el mejor caso posible la solución obtenida sería el despacho inicial y sería trivialmente el óptimo global al tener sólo restricciones de carácter económico, sin embargo el óptimo global puede ser diferente y sería aquel despacho mínimo en donde el sistema posea una combinación factible de droop y potencia reactiva, sin embargo dicho resultado depende tanto del sistema a analizar como del despacho para cada caso posible. Las diferencias entre las formulaciones DC y AC radican en la consideración de las ecuaciones de flujo de potencia completas por parte de este último, lo que incluye los despachos de potencia reactiva, como también magnitud de tensión y ángulo en las barras, lo que le otorga al método mayor flexibilidad y un espacio de búsqueda mayor. Es decir, frente a un despacho de potencia activa de mínimo costo puede poseer despachos de potencia reactiva que provoquen inestabilidad de pequeña señal (no vistos por la formulación DC) y que su inclusión puede derivar en la obtención de despachos de potencia activa cercanos y estables, con variaciones no sólo en el droop, sino también en la potencia reactiva y por ende, en la tensión y ángulo de las barras. Esto justifica el hecho que el resultado obtenido en la formulación AC (Tabla 4.5) posea una solución más económica en más de un 10% que la obtenida con la formulación DC (Tabla 4.3). Dichas diferencias son mostradas en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Diferencia de costos entre métodos DC y AC para la micro-red de tres micro-fuentes.

	Formulación DC	Formulación AC	Diferencia [%]
<i>Costo despacho inicial</i>	7.768.940,66	6.735.614,85	-13,30
<i>Costo despacho final</i>	7.851.656,07	6.981.681,26	-11,08

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La incorporación de ERNC en los sistemas eléctricos representa todo un abanico de desafíos que deben ser superados con el fin de lograr una operación adecuada. La coordinación de despacho económico con estabilidad en pequeña señal corresponde a un nuevo paradigma de operación que busca ser una solución al problema conjunto con el fin de superar parte de tales desafíos.

La capacidad de las micro-redes de operar con autonomía se vuelve una necesidad al tener que operar en zonas posiblemente aisladas. Por esta razón se hace necesario desarrollar esquemas que resuelvan de forma autónoma los problemas que en la actualidad se resuelven en base a la experiencia ingenieril, requiriendo mano de obra especializada y tiempo en conocer y operar dichos sistemas en el menor tiempo y a menor costo posible. A causa de esto, entender el modelamiento y estudio de estabilidad en pequeña señal de micro-redes, con sus particularidades que las diferencian de los sistemas eléctricos de potencia ayudó a establecer una base para el posterior trabajo que se logró en este Trabajo de Título.

Interpretar un sistema dinámico como una medida de estabilidad tipo caja negra corresponde a una solución que permite expresar el problema de coordinación como un problema de optimización, por lo tanto es posible aplicar la máxima «divide y vencerás» al utilizar la descomposición de Benders y con ello obtener un problema maestro que corresponde a la etapa de optimización económica y un problema esclavo que corresponde a la etapa de estabilización del despacho obtenido en el maestro (etapa de estabilidad).

En el sistema de dos micro-fuentes fue posible mostrar lo exitosa que es la incorporación de la teoría de Benders al problema de coordinación entre despacho económico (como problema maestro) y la estabilidad de pequeña señal (como problema esclavo) usando una función tipo caja negra representativa de un modelo dinámico basado en ecuaciones diferenciales (llamada función de estabilidad) que condensa la información necesaria a estudiar del sistema, de dicha implementación es posible obtener los valores duales (multiplicadores de Lagrange) de la función de estabilidad que caracterizan las restricciones de factibilidad que se deben incorporar al problema maestro al ir iterando y convergiendo a la solución buscada. Dichas restricciones son tangenciales a la zona factible (en el sentido de estabilidad) y en caso de ser convexa permite obtener una solución que es óptimo global del problema.

En el sistema de tres micro-fuentes fue posible mostrar que con un leve aumento del tamaño del sistema ya se tiene una función de estabilidad no-convexa que complica la optimalidad global de la solución encontrada; sin embargo dicha limitante no impide que el método desarrollado converja a una solución factible que sea óptimo local. Tanto en las implementaciones DC y AC fue posible mostrar que un despacho inicialmente inestable es posible estabilizarlo mediante la sintonización la constante m definida en (1.1) con el fin de preservar la equi-repartición de potencia en el control primario de frecuencia, o bien en casos más extremos proceder a la optimización de la función de estabilidad que caracteriza el sistema. En caso de que la función de estabilidad no cumpla con el margen de seguridad exigido es posible modificar el despacho de potencia activa con una lógica de optimalidad

económica (que corresponde a la resolución del problema esclavo y la inserción de cortes de factibilidad en el problema maestro) con el fin de obtener un nuevo punto de operación que cumpla con dicho margen exigido.

La implementación de coordinación DC goza de una formulación más simple al utilizar un problema maestro compuesto sólo por restricciones lineales y una función de costos convexa y resuelve adecuadamente el problema para una micro-red de dos micro-fuentes. Sin embargo este sistema es demasiado pequeño y no permite una expansión adecuada a sistemas de mayor tamaño por requerir la incorporación del cálculo de un flujo de potencia de forma automática, lo que impone restricciones en el despacho de potencia reactiva y la tensión en las barras, lo que muestra una excesiva simplificación del problema que puede llevar a soluciones limitadas.

La implementación AC parece ser más compleja al tener un problema maestro no-lineal y no-convexo producto de las ecuaciones de flujo de potencia, sin embargo posee un problema esclavo más simple al no depender de flujos de potencia automáticos, sólo depende de la tensión y ángulo en las barras del sistema, que a su vez corresponden a los verdaderos valores de entrada del modelo dinámico implementado, lo que le otorga mayor robustez y menor coste computacional lo que permite resolver satisfactoriamente el problema de coordinación establecido para la micro-red de tres micro-fuentes e inclusive reflejando costos finales menores a la implementación DC.

6.1 TRABAJO FUTURO

El trabajo desarrollado sienta un antecedente que requiere ser validado en micro-redes de mayor tamaño con el fin de corroborar su efectividad y potencial aplicación, abriendo así una nueva área de investigación que corresponde a la unión de las áreas de optimización económica con la estabilidad. Los desafíos por superar son diversos y abarcan diferentes áreas.

Estudiar el comportamiento dinámico de las micro-redes es necesario no sólo frente a diversas topologías, si no también hay que considerar el efecto dinámico de incluir diversos dispositivos que pueden alterar la dinámica de un sistema como pueden ser las máquinas rotatorias tanto en puntos de generación como de consumo: Por ejemplo las máquinas sincrónicas, que se encuentran presentes en la generación basada en fuentes de generación convencional, como son los combustibles fósiles y la generación hidroeléctrica. Las máquinas de inducción, que se pueden encontrar en generación eólica como también en la industria para mover correas transportadoras, cadenas de producción, puentes grúa, climatización, molinos SAG, etc. y casi cualquier consumo que realice una conversión de la energía eléctrica en mecánica. La inclusión de tales máquinas puede afectar considerablemente el comportamiento de las micro-redes tanto en pequeña señal como también frente a grandes perturbaciones. Dispositivos como transformadores con tap activo o bien controladores activos de tensión y cualquier dispositivo dinámico puede jugar un rol elemental que debe ser considerado caso a caso en cada micro-red.

El control droop no es el único método de control primario de frecuencia existente en dispositivos basados en inversores y de hecho también posee variantes que se diferencian en sus ecuaciones de droop. Dichos métodos poseen un comportamiento dinámico diferente tanto en pequeña señal como frente a grandes perturbaciones, por lo que se hace necesario estudiar el comportamiento con diferentes métodos de control, como también las excursiones dinámicas que pueden presentar los sistemas frente a modificaciones de las ganancias de droop tal y como se realiza en este Trabajo de Título.

La función de estabilidad pierde convexidad en el sistema de tres micro-fuentes tanto en la implementación DC como la AC, esto sólo permite asegurar optimalidad local de la solución encontrada por lo que se hace necesario estudiar si existen condiciones especiales que afecten la convexidad de dicha función sobretodo en sistemas de mayor tamaño. También ver el cómo tales no-convexidades alteran la calidad de la solución encontrada e investigar si existen métodos para poder mitigar o evitar tales efectos.

El presente trabajo no presenta consideraciones de seguridad, como pueden ser el criterio $N - 1$ y tampoco restricciones operacionales como el límite de flujo de potencia en líneas de transmisión y límites de flujo de potencia reactiva, por lo que se hace necesaria su inclusión y estudio de efectos en futuros estudios de estabilidad-económica. Un esquema de despacho económico como el del presente trabajo tiene como evolución natural el desarrollo de un esquema coordinado de Unit Commitment, el cual tiene la misión de considerar aspectos económicos en los intervalos de tiempo establecidos como también considerar la estabilidad de pequeña señal en cada periodo en particular y su transición de un estado a otro entre puntos de operación, por lo que se hace necesario su desarrollo y posterior estudio.

El costo computacional también es una variable importante a considerar, en la actualidad existen modelos de despacho económico que ya poseen tiempos de resolución restrictivos al considerar numerosos escenarios de contingencia, en donde la inclusión de un modelo dinámico sólo empeoraría tales resultados, por lo que se hace necesario desarrollar métodos algorítmicos que mejoren tales tiempos y faciliten la obtención de resultados.

El trabajo desarrollado a su vez puede ser aplicado a problemas con enfoques distintos y de diversas áreas que involucren la existencia de modelos dinámicos, implementándose funciones tipo caja negra y a su vez convertirlos en problemas optimización que pueden ser descompuestos y simplificados para así obtener soluciones de coordinación automatizadas.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] D. Olivares, A. Mehrizi-Sani, A. Etemadi, C. Canizares, R. Iravani, M. Kazerani, A. Hajimiragha, O. Gomis-Bellmunt, M. Saeedifard, R. Palma-Behnke, G. Jimenez-Estevez y N. Hatziargyriou, «Trends in Microgrid Control,» *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 5, nº 4, pp. 1905 - 1919, 2014.
- [2] N. Pogaku, M. Prodanovic y T. Green, «Modeling, Analysis and Testing of Autonomous Operation of an Inverter-Based Microgrid,» *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, nº 2, pp. 613 - 625, 2007.
- [3] X. Wang, F. Zhuo, H. Guo, L. Meng, L. Yang y J. Liu, «Stability analysis of droop control for inverter using dynamic phasors method,» de *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, Phoenix, AZ, 2011.
- [4] R. Majumder, B. Chaudhuri, A. Ghosh, R. Majumder, G. Ledwich y F. Zare, «Improvement of Stability and Load Sharing in an Autonomous Microgrid Using Supplementary Droop Control Loop,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, nº 2, pp. 796 - 808, 2009.
- [5] M. Erickson, T. Jahns y R. Lasseter, «Improved power control bandwidth of grid-forming sources in a CERTS microgrid,» de *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE*, Raleigh, NC, 2012.
- [6] R. Avalos, C. Cañizares y M. Anjos, «A practical voltage-stability-constrained optimal power flow,» de *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 2008 IEEE*, Pittsburgh, PA, 2008.
- [7] A. Pizarro-Martinez, C. Fuerte-Esquivel y D. Ruiz-Vega, «A New Practical Approach to Transient Stability-Constrained Optimal Power Flow,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, nº 3, pp. 1686 - 1696, 2011.
- [8] R. Zarate-Minano, T. Van Cutsem, F. Milano y A. Conejo, «Securing Transient Stability Using Time-Domain Simulations Within an Optimal Power Flow,» *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, nº 1, pp. 243 - 253, 2009.

- [9] E. Barklund, N. Pogaku, M. Prodanovic, C. Hernandez-Aramburo y T. Green, «Energy Management in Autonomous Microgrid Using Stability-Constrained Droop Control of Inverters,» *IEEE Transactions On Power Electronics*, vol. 23, n° 5, pp. 2346 - 2352, 2008.
- [10] E. Dall'Anese, Z. Hao y G. Giannakis, «Distributed Optimal Power Flow for Smart Microgrids,» *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 4, n° 3, pp. 1464 - 1475, 2013.
- [11] D. Olivares, J. D. Lara, C. Canizares y M. Kazerani, «Stochastic-Predictive Energy Management System for Isolated Microgrids,» *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, n° 6, pp. 2681 - 2693, 2015.
- [12] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez y R. J. Thomas, «MATPOWER: Steady-State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education,» *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 26, n° 1, pp. 12-19, 2011.
- [13] N. Yang, D. Paire, F. i. Gao y A. Miraoui, «Power management strategies for microgrid-A short review,» de *Industry Applications Society Annual Meeting, 2013 IEEE*, Lake Buena Vista, FL, 2013.
- [14] J. Zhu, *Optimization of Power System Operation*, John Wiley & Sons, 2009.
- [15] A. M. Geoffrion, «Generalized Benders Decomposition,» *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 10, n° 4, 1972.
- [16] A. Grothey, S. Leyffer y K. McKinnon, «A note on feasibility in Benders Decomposition,» Numerical Analysis Report, Department of Mathematics, University of Dundee, 1999.
- [17] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, 1993.
- [18] P. Mendoza-Araya, «Impedance Matching Based Stability Criteria for AC Microgrids,» University of Wisconsin-Madison, 2014.

- [19] K. De Brabandere, «Voltage and frequency droop control in low voltage grids by distributed generator with inverter front-end,» Katholieke Universiteit Leuven, 2006.
- [20] J. C. Vasquez, J. M. Guerrero, A. Luna, P. Rodríguez y R. Teodorescu, «Adaptive Droop Control Applied to Voltage-Source Inverters Operating in Grid-Connected and Islanded Modes,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, n° 10, pp. 4088 - 4096, 2009.