



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

RECOPIACIÓN BIBLIOGRÁFICA DE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE PERDIDA DE
CARGA DE MEZCLAS SÓLIDO-LÍQUIDO SEDIMENTABLES: EVALUACIÓN MÉTODO
DE WASP CON MEDICIONES EN CONCENTRADO DE BAUXITA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PABLO ANDRÉS VIVERO PERALTA

PROFESOR GUÍA:
ALDO TAMBURRINO TAVANTZIS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
CHRISTIAN IHLE BASCUÑAN
LUIS NAVARRO ROJAS

SANTIAGO DE CHILE
2016

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TÍTULO DE: Ingeniero Civil, mención Hidráulica,
Sanitaria y Ambiental.
POR: Pablo Andrés Vivero Peralta
FECHA: 09/12/2016
PROFESOR GUÍA: Aldo Tamburrino Tavantzis

RECOPIACIÓN BIBLIOGRÁFICA DE MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DE PERDIDA DE CARGA DE MEZCLAS SÓLIDO-LÍQUIDO SEDIMENTABLES: EVALUACIÓN MÉTODO DE WASP CON MEDICIONES EN CONCENTRADO DE BAUXITA

En el proceso de diseño de sistemas de transporte de concentrado de mineral, es primordial contar con una metodología base para el cálculo hidráulico que se ajuste al comportamiento que tendrá el sistema cuando entre en operación. En particular, el cálculo de la pérdida de carga en conductos impacta en la selección de equipos de bombeo, como también en la selección de espesores de la tubería y en el diseño de estaciones de disipación. Esto afecta el costo de inversión del proyecto, como también los costos operacionales que tendrá durante su vida útil.

Este trabajo comienza con una revisión bibliográfica sobre los métodos de pérdida de carga friccional en mezclas sólido-líquido transportados por tuberías. Enfocándose en los supuestos que cada método utiliza en su construcción, se elige el método de Wasp como un buen punto de inicio de comparación y análisis de la dependencia que tiene sobre ciertos parámetros. La definición de estos parámetros es usualmente el principal desafío de un proyecto de ingeniería del diseño de un mineroducto y sus elementos importantes.

En base a evidencia empírica correspondiente a datos operacionales de pruebas en un sistema de recirculación de concentrado de bauxita o circuito de prueba, se calcula la pérdida de carga friccional y se compara con la predicción entregada por diferentes formas del método de Wasp, entregándose finalmente una recomendación respecto del método que presente el mejor ajuste.

El análisis metodológico se basa en la bibliografía disponible aplicable al cálculo de la pérdida de carga de mezclas sólido-líquido, donde es posible notar la baja cantidad de información de laboratorio o de instalaciones en faenas mineras de cobre, hierro o bauxita (presentes en la industria minera sudamericana), en claro contraste con otras actividades como dragado o extracción de crudo de cobre en diferentes lugares del mundo. Los datos de laboratorio de autores cuyos trabajos integran las bases teóricas del diseño de conductos están construidas sobre experiencias con materiales como mezclas de agua con arenas, grava y carbón, relave de zinc actual en compañías de ingeniería en Chile y el mundo. Esto genera la necesidad de crear factores de ajuste usualmente aplicados a través de función lineal.

A la luz de lo anteriormente expuesto, nace la necesidad de, en primer lugar, evaluar el desempeño de las pruebas de datos operacionales disponibles¹. Luego, de acuerdo a las bandas de error obtenidas y la variabilidad de los parámetros de cada método, se ha optado por presentar un modelo semi-ajustado basado en el método de Wasp, y otro ajustado, de acuerdo a la bibliografía consultada, para posteriormente evaluar y proyectar la continuidad en futuros trabajo dirigido a modelos que representen cada vez de mejor manera este fenómeno.

¹ Propiedad de BRASS Chile S.A.

A Catalina

AGRADECIMIENTOS

Agradezco por la enorme paciencia e incondicional apoyo, tanto afectivo como económico, a María Peralta y Harold Vivero, mis padres. También a Brenda Martínez, mi hermana y segunda madre, quien tuvo el coraje de asumir parte de mis cuidados siendo pequeña. A Jeanette Riveros, mi tía y tercera madre, quien también asumió, más tarde, la tarea de formarme. Cabe destacar que, cualquier mensaje de agradecimiento hacia ellos que sea capaz de redactar en este párrafo, no alcanza para abarcar todas las cosas que estas cuatro grandes personas han hecho por este mal agradecido.

Aunque sea cliché y medio arriesgado entrar en esta materia, agradezco a Cristina Bustamante, pues es innegable su apoyo que también es incondicional. Agradezco profundamente que me haya dado la oportunidad de enfrentar la vida desde un punto de vista fresco y reparador. Lamentablemente o, quizás, afortunadamente para ella, no utilizaré frases personales, ni escribiré sobre nuestra relación porque no viene al caso.

Agradezco a los profesores Aldo Tamburrino y Christian Ihle, que me guiaron no sólo técnicamente, sino con muy buenos consejos en momentos difíciles. Aprovecho también de agradecer el apoyo que me han brindado en cada ocasión que me ha tocado trabajar con ustedes años atrás, tanto en BRASS como en la universidad. Muchas gracias por todo a ambos, queriendo destacar vuestra paciencia para transmitir el conocimiento.

Agradezco a la empresa BRASS y, en particular, a Roy Betinol, por permitirme utilizar información de la compañía para llevar a cabo este trabajo y las observaciones realizadas durante el proceso. También agradezco el apoyo brindado por Luis Navarro como profesor integrante de la comisión de este trabajo.

Quiero agradecer al profesor Yarko Niño, quien también formó parte de este proceso desde mucho antes (2008 hasta la fecha). Gracias *profe*, siga siendo la *máquina* que es y nunca cambie su forma de ser.

Respecto a la *U* (súper cara), agradezco que me haya hecho ser capaz de poner los pies sobre la tierra en temas importantes. Por ejemplo, agradezco que haya motivado preguntarme por qué el arancel que hoy se paga sea, más o menos, dos veces el sueldo mínimo en Chile, y por qué esto ocurre en particular en *la Chile*. Agradezco además que, considerando que estoy terminando mi carrera a los treinta años (habiendo entrado a los dieciocho), me haya permitido entender que no formo parte del *2% más inteligente de la generación*, como me lo dijeron en más de una charla de bienvenida de primer año.

Finalmente, ¡KE HAShESH CCORTESh!!!!, gracias por tu amistad y por darme la oportunidad de aprender que es válido también ser un auténtico decadente. Gracias por los momentos, gracias por reírnos de nuestra propia miseria y la de cada *boshefiano*. Gracias por todo y mucha suerte en Talca.

TABLA DE CONTENIDO

1	Introducción	8
1.1	OBJETIVOS _____	10
1.1.1	General: _____	10
1.1.2	Específicos: _____	10
1.2	METODOLOGÍA _____	10
1.3	RESULTADOS ESPERADOS _____	10
1.4	ORGANIZACIÓN DEL INFORME _____	11
2	Revisión bibliográfica.....	12
2.1	CLASIFICACIÓN DE LOS FLUIDOS _____	12
2.1.1	Fluidos newtonianos _____	12
2.1.2	Fluidos no-newtonianos – clasificación según tasa de deformación _____	12
2.1.3	Fluidos no-newtonianos - clasificación según dependencia del tiempo _____	14
2.1.4	Alcances del trabajo _____	14
2.2	EXPRESIONES CARACTERÍSTICAS DE LAS MEZCLAS SÓLIDO-LÍQUIDO _____	14
2.3	REGÍMENES DE TRANSPORTE (CLASIFICACIÓN DE FLUJOS) _____	15
2.3.1	Flujo homogéneo _____	15
2.3.2	Flujo heterogéneo _____	16
2.3.3	Flujo con lecho móvil _____	16
2.3.4	Flujo con lecho fijo _____	17
2.4	MODELOS DE PÉRDIDA DE CARGA _____	18
2.4.1	Modelos para flujo homogéneo _____	18
2.4.1.1	Plástico de Bingham _____	19
2.4.2	Modelos para flujo heterogéneo _____	20
3	Observaciones al método de Wasp	33
3.1	ESQUEMA DEL MODELO _____	33
3.1.1	Modelos de velocidad de sedimentación _____	34
3.2	VELOCIDAD DE DEPÓSITO COMO VARIABLE COMPLEMENTARIA _____	35
3.3	MODIFICACIONES AL MODELO DE WASP _____	38
4	Presentación de datos operacionales y estimación bandas de error	40
4.1	GENERALIDADES _____	40
4.2	PROCEDIMIENTO ESTÁNDAR DE EJECUCIÓN DE PRUEBAS _____	41
4.3	ESTIMACIÓN DEL ERROR DE LAS MEDICIONES _____	42
4.4	PRESENTACIÓN RESULTADOS DE LAS CAMPAÑAS DE MEDICIONES _____	46
4.4.1	Caracterización Concentrado de Bauxita _____	46
4.4.1.1	Granulometría _____	46
4.4.1.2	Gravedad específica de los sólidos y del líquido _____	47

4.4.1.3	Reología	48
4.4.2	Pruebas con agua	53
4.4.3	Resultados pruebas con concentrado Cp = 48%	54
5	Predicciones método de Wasp original, semi-ajustado y ajustado	58
5.1	PREDICCIÓN MÉTODO DE WASP	58
5.2	PREDICCIÓN MÉTODO DE WASP SEMI-AJUSTADO (REGRESIÓN LINEAL B)	60
5.3	PREDICCIÓN MÉTODO DE WASP AJUSTADO	61
6	Análisis resultados obtenidos y conclusiones	64
7	Bibliografía	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Etapas de producción típica de grandes mineras en Chile.....	8
Figura 2.- Tipos de fluidos sin dependencia del tiempo	14
Figura 3.- Tipos de fluidos cuyas propiedades físicas dependen del tiempo.....	14
Figura 4.- Esquema flujo homogéneo.....	15
Figura 5.- Esquema flujo heterogéneo	16
Figura 6.- Esquema flujo lecho móvil	17
Figura 7.- Esquema flujo lecho fijo.....	17
Figura 8.- Esquema general tipos de flujo.....	18
Figura 9.- Curva de pérdida de carga unitaria v/s velocidad fluido homogéneo.....	19
Figura 10.- Curva de datos operacionales presentada en Blatch (1906).....	21
Figura 11.- Curva de pérdida de carga unitaria v/s velocidad mezclas heterogéneas	22
Figura 12.- Gráfico obtención Sk , método de Führböter	24
Figura 13.- Comparación expresiones de Durand & Condolios y Zandi & Govatos (extraída de Zandi & Govatos 1967).....	25
Figura 14.- Esquema propuesto por Wasp.....	26
Figura 15.- Representación esquemática y definición de variables método dos capas	29
Figura 16.- Casos particulares flujo completamente estratificado v/s parcialmente estratificado (Extraído de Matousek 1997).	30
Figura 17.- Esquema método de Wasp	33
Figura 18.- Velocidad de depósito en curva J v/s V	36
Figura 19.- Variación del parámetro FL en función de tamaño de partículas y concentración de sólidos (extraído de Durand 1953).....	37
Figura 20.- Esquema general instalación experimental (circuito de prueba)	40
Figura 21.- Vista en planta zona estanques pruebas en terreno.....	41
Figura 22.- Puntos de medición de espesor de tubería	45
Figura 23.- Distribución granulométrica pulpa transportada – $C_p = 48\%$	47
Figura 24.- Pruebas de reología – estimación viscosidad	49
Figura 25.- Pruebas de reología – estimación viscosidad datos filtrados	49
Figura 26.- Dependencia de viscosidad dinámica del agua con la temperatura.....	50
Figura 27.- Regresión a partir expresión de Thomas (1965) utilizando mediciones de reología.....	51
Figura 28.- Estimación parámetro B' método utilizado comúnmente en oficinas de ingeniería...	52
Figura 29.- Comparación de estimaciones reología	53
Figura 30.- Predicción pérdida de carga unitaria según Darcy-Weisbach con mediciones para una rugosidad de 3,26 mm.....	54
Figura 31.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – $C_p = 48\%$	56
Figura 32.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – 48% log-log	57
Figura 33.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – 48% log-log	59
Figura 34.- Comparación Wasp con método Wasp semi-ajustado	60
Figura 35.- Comparación estimación pérdida de carga método de Wasp clásico, Wasp semi-ajustado y Wasp ajustado según Kaushal & Tomita (2002).....	61
Figura 36.- Banda de curva granulométrica según tratamiento método de Wasp	62
Figura 37.- Banda de error método de Wasp ajustado y mediciones.	63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Ejemplos de ductos que transportan otros tipos de minerales (Zandi y Govatos, 1967)	9
Tabla 2: Otros autores para estimación de pérdida de carga entre 1950 y 1970 (Yu 1986)	26
Tabla 3: Principales características circuitos de prueba considerado.....	41
Tabla 4: Campaña mediciones espesores tubería circuito de prueba	44
Tabla 5: Granulometría pruebas $C_p = 48\%$	46
Tabla 6: Gravedad específica sólidos prueba 48%	47
Tabla 7: Viscosidad de Bingham para diferentes concentraciones $C_p = 48\%$	48
Tabla 8: Viscosidad de del agua en función de la temperatura	50
Tabla 9: Construcción ajuste modelo Thomas (1965) para viscosidad de Bingham medida.....	50
Tabla 10: Mediciones con agua	53
Tabla 11: Estimación error registro velocidad	55
Tabla 12: Estimación error registro pérdida de carga unitaria	55
Tabla 13: Mediciones circuitos de prueba – $C_p = 48\%$	56
Tabla 14: Parámetros de entrada Wasp el al (1977).....	58
Tabla 15: Tabla comparativa de mediciones y Wasp	59
Tabla 16: Parámetros de entrada Wasp semi-ajustado	60
Tabla 17: Parámetros de entrada Wasp, ajustes Kaushal y Tomita	61

1 Introducción

En las etapas de producción de diferentes operaciones mineras en Chile y el mundo, el transporte del mineral extraído se presenta como una actividad crítica. Para ello, existen variadas formas dependiendo de la etapa de producción. El transporte a altas presiones de concentrado de mineral a través de tuberías² se presenta como una alternativa en pleno desarrollo y crecimiento, manifestado en la actual proyección de nuevas operaciones basadas en el uso de este modo de transporte. A partir del proceso de flotación (ver Figura 1), se generan dos tipos de mezclas sólido-líquido. El concentrado de cobre, el cual es filtrado y embarcado en costas chilenas, y el relave, desecho del proceso enviado por tuberías o canales abiertos hacia los tranques de relave.

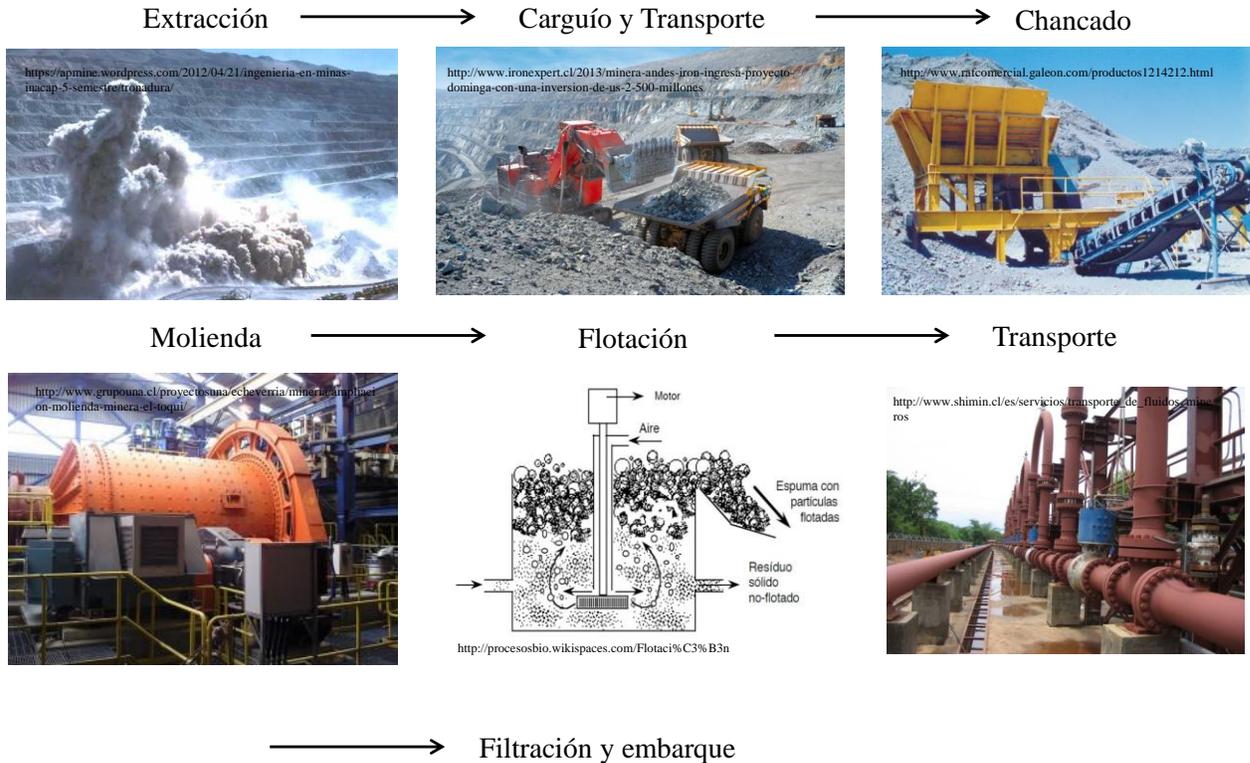


Figura 1.- Etapas de producción típica de grandes mineras en Chile³

El concentrado de mineral (cobre, hierro, bauxita u otro) presenta características reológicas propias de un fluido no-newtoniano, y usualmente se modela como un plástico de Bingham. Por la corta historia de este tipo de fluidos en la industria minera en Chile, no se cuenta con demasiada evidencia empírica respecto del comportamiento de este tipo de flujos bifásicos.

También es posible encontrar este tipo de obras aplicadas a otros tipos de pulpa mineral de acuerdo se aprecia en la Tabla 1 (Zandi & Govatos, 1967):

² También llamados concentraductos, mineroductos.

³ Figura se construyó para este trabajo a partir de imágenes seleccionadas desde internet, cuyos links se muestran en la misma.

Tabla 1: Ejemplos de ductos que transportan otros tipos de minerales (Zandi y Govatos, 1967)

Ubicación	Material transportado	Tamaño de sólidos [mm]	Diámetro mineroducto ["]	Largo mineroducto [km]	Producción transportada y concentración en peso de sólidos [ton/año]
Polonia	Carbón	Hasta 50,8	10	2,0	No especificado
Alemania	Carbón	No especificado	16	No especificado	3.000.000
Francia	Carbón	2,54 mm	15	9,2	2.190.000, 15%
Rusia	Carbón	No especificado	12	No especificado	1.752.000, 38%
EEUU	Gilsonita	No especificado	6	115,9	310.250, 49%
EEUU	Carbón	1,19 mm	10	173,9	1.168.000, 42%
EEUU	Relaves de hierro	Menor a malla 100	10	2,7	No especificado
EEUU	Ceniza	Menor a malla 325	10	2,4	No especificado
EEUU	Oro	Menor a malla 200	9	No especificado	No especificado

De la tabla anterior se desprende que la actividad minera tiene estrecha relación con el transporte hidráulico de sólidos desde hace al menos cincuenta años y en variadas zonas del mundo. Destaca el transporte de carbón. Algunos concentradores de carbón se utilizaron como laboratorio de estudio del fenómeno.

La pérdida de carga friccional es una de las variables fundamentales como parámetro de diseño de un sistema de transporte de este tipo (Durand 1953, Wasp et al.1977). Además, debido al alto consumo energético asociado al funcionamiento de estos sistemas (generado principalmente por los equipos de bombeo), es necesario contar con una metodología de diseño que prediga de la manera más exacta posible el comportamiento que tendrá el sistema cuando se encuentre en operación, donde el cálculo de la pérdida de carga friccional juega un papel clave. Además, un cálculo más ajustado a datos reales permite evitar errores en la elección de los equipos de bombeo o el diseño de estaciones de disipación de presión.

Actualmente, el método de Wasp et al. (1977) asoma como la principal herramienta considerada a la hora de diseñar sistemas de transporte de concentrado de cobre o hierro. Por otra parte, la literatura muestra que existen trabajos posteriores de diferentes autores: Govier & Aziz (1982), Gillies et al. (1983), Roco & Shook(1984), Roco & Shook(1985), Ma (1987), Hsu (1987), Doron et al. (1987), Ghanta (1996), Gillies et al. (1999), Schaan et al. (2000), Kaushal and Tomita (2002). Esta extensa lista de trabajos evidencia un avance en el estado del arte de esta área de estudio, desde lo cual se puede recoger mejoras sobre las técnicas de diseño actualmente utilizadas.

Utilizando datos operacionales de Circuitos de Pruebas proporcionadas por la empresa BRASS, se enfocará este trabajo en encontrar los ajustes del método de Wasp, bajo diferentes esquemas del método.

1.1 Objetivos

1.1.1 General:

Realizar una revisión bibliográfica sobre métodos de pérdida de carga friccional de transporte de concentrado de mineral por tuberías para comparar con datos de campo disponibles (circuitos de prueba).

1.1.2 Específicos:

- Generar una batería de métodos de cálculo de pérdida de carga en concentraductos.
- Identificar los supuestos a partir de los cuales se construye cada método.
- Realizar un análisis de datos operacionales estimando barras de error.
- De acuerdo a los supuestos de cada método, utilizar uno de ellos para comparar sus predicciones con datos operacionales.
- Estimar bandas de error del método seleccionado.
- Generar un modelo ajustado que contenga modificaciones sobre la estimación de los principales parámetros del método de Wasp.
- Concluir a partir de las comparaciones realizadas entre los modelos utilizados.
- Proyectar esta memoria como parte de un trabajo en desarrollo.

1.2 Metodología

De acuerdo a campañas de medición en Circuitos de Prueba, se comparan mediciones realizadas en concentrado de Bauxita con el método de Wasp, Wasp semi-ajustado y Wasp-ajustado.

Tanto los datos de presión como los de caracterización del concentrado fueron proporcionados por la empresa BRASS Chile S.A.

Respecto de la herramienta de cálculo utilizada, la principal será Excel.

1.3 Resultados esperados

Entre los principales productos a generar en este trabajo, se encuentran los siguientes puntos:

- Contar con una batería de métodos de cálculo de pérdida de carga en concentraductos.
- Contar con una metodología preliminar de estimación de bandas de error de datos de campo utilizados.
- Seleccionar un modelo adecuado para comparar predicciones con mediciones de circuitos de prueba.
- Contar con criterios preliminares de modificación del modelo elegido.

1.4 Organización del informe

El informe final del Trabajo de Título tendrá la siguiente estructura:

- Introducción.
- Revisión bibliográfica.
- Observaciones al método de Wasp.
- Presentación de datos operacionales y estimación de bandas de error.
- Predicciones del método de Wasp, Wasp semi-ajustado y Wasp ajustado.
- Conclusiones.

2 Revisión bibliográfica

Este apartado entrega conceptos básicos referentes a tipos de fluidos y flujos, además de los distintos investigadores que han aportado al estudio de la pérdida de carga en flujos bifásicos.

2.1 Clasificación de los fluidos

A continuación, se presentan las tres principales familias de fluidos. Los más comunes y presentes en la naturaleza (corrientes fluviales, lagos, mares) corresponden a los fluidos newtonianos. Luego, más asociados a flujos industriales, se encuentran los fluidos no-newtonianos, dentro de los cuales se distinguen los que no presentan una influencia del tiempo en sus características reológicas como los que sí la presentan.

2.1.1 Fluidos newtonianos

Se caracterizan porque la relación entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación es una función lineal. Por ello, este tipo de fluidos poseen una viscosidad que no depende del tiempo de aplicación del esfuerzo de corte ni del grado de deformación al que se someta.

De esta forma, se tiene la siguiente relación en una dimensión:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1)$$

Donde,

- τ = Esfuerzo de corte.
- u = Velocidad del flujo.
- μ = Viscosidad dinámica.
- y = Distancia en la dirección normal al flujo.

Es importante destacar que la viscosidad dinámica depende de la temperatura del fluido.

2.1.2 Fluidos no-newtonianos – clasificación según tasa de deformación

Este tipo de fluidos se caracteriza por poseer una viscosidad que varía en función de la tasa de deformación. Se encuentran los siguientes tipos:

- Plásticos:

Dentro de los más comunes se encuentra el Plástico de Bingham, y se define de acuerdo a la siguiente relación:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{si } \tau < \tau_0 \quad (2)$$

$$\tau = \tau_0 + \mu_B \dot{\gamma} \quad \text{si } \tau > \tau_0 \quad (3)$$

Donde,

- τ_0 = Esfuerzo de fluencia.
- μ_B = Viscosidad de Bingham (dinámica). En la literatura también puede encontrarse como viscosidad plástica.

Lo anteriormente expuesto indica que, si sobre el fluido se aplica un esfuerzo de corte menor al esfuerzo de fluencia, este no fluye.

En el transporte de concentrado de mineral a través de largas distancias (que pueden generar perfiles longitudinales del trazado de la tubería principal complejos, con zonas bajas de potencial acumulación de sólidos), el flujo debe ser pseudo-homogéneo (velocidad media mayor a velocidad de depósito).

- Pseudo-plásticos:

Para este tipo de fluidos, la tasa de deformación aumenta con el esfuerzo de corte, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (4)$$

Donde,

K = Índice de consistencia.

n = Índice de flujo, cuyo valor es menor que 1.

- Dilatantes:

La relación matemática entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación es del mismo tipo de los fluidos pseudo-plásticos. En este caso, el índice de flujo es mayor que 1.

- Pseudo-plásticos y dilatantes con tensión de fluencia:

Su comportamiento es el mismo que el que presentan los fluidos pseudo-plásticos y dilatantes, con la diferencia que presentan un esfuerzo de fluencia. Así, la ecuación que modela su comportamiento es la siguiente:

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n \quad (5)$$

La expresión anterior se conoce como el modelo de Herschel y Bulkley.

La Figura 2 resume los tipos de fluidos cuya relación entre esfuerzo de corte y tasa de deformación no depende del tiempo.

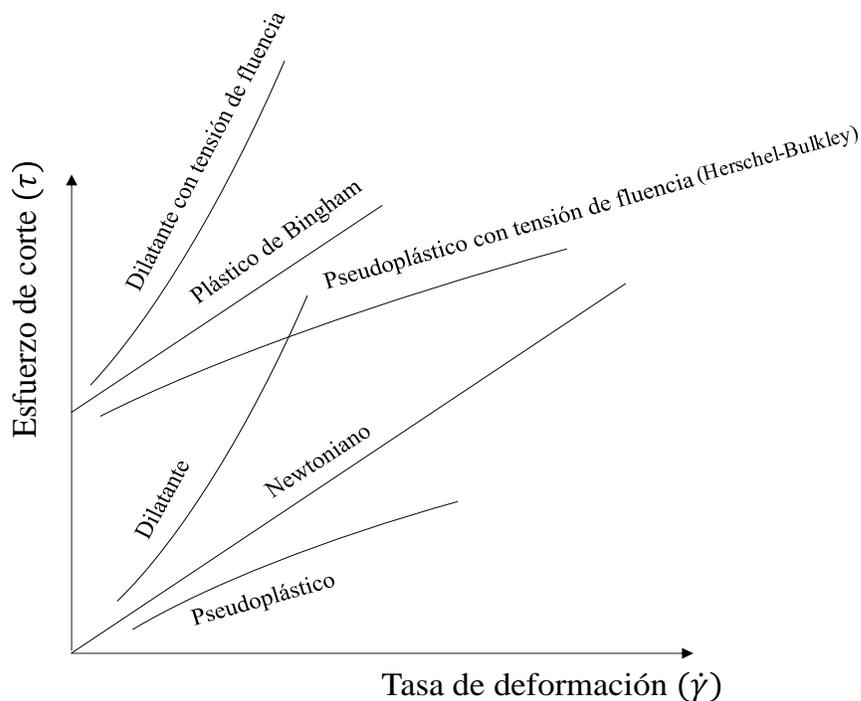


Figura 2.- Tipos de fluidos sin dependencia del tiempo

2.1.3 Fluidos no-newtonianos - clasificación según dependencia del tiempo

Se identifica como fluido Tixotrópico a aquel que, luego de aplicar un esfuerzo de corte sobre él, se genera una disminución en su esfuerzo fluencia. Un ejemplo son los concentrados de mineral generados en base a floculantes, cuya estructura química se pierde cada vez que atraviesa un tren de ondas, por lo que si el sistema cuenta con más de un punto de bombeo en serie, el esfuerzo de corte del material es menor luego ser impulsada, por ejemplo, por una bomba centrífuga, que rompe los polímeros de los floculantes, haciendo más fina la granulometría a transportar.

Por otra parte, los fluidos reopécticos muestran el comportamiento opuesto. La Figura 3 presenta gráficamente la evolución del esfuerzo de corte en el tiempo, característico de este tipo de fluidos:

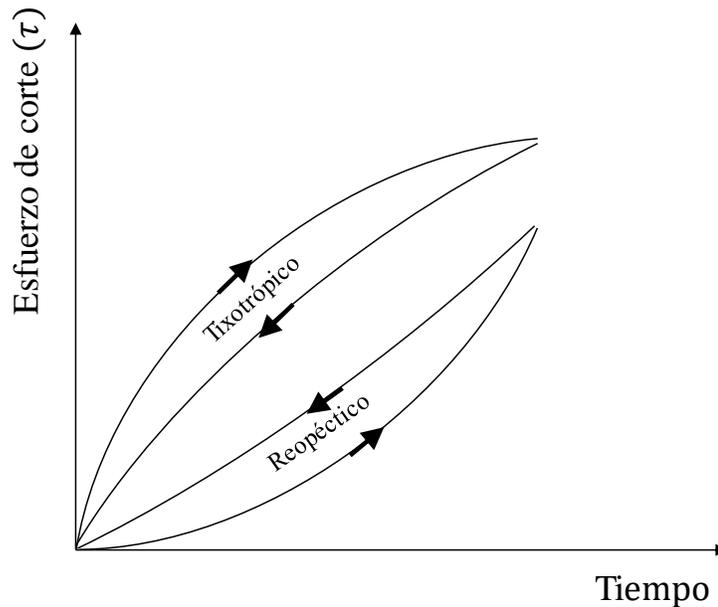


Figura 3.- Tipos de fluidos cuyas propiedades físicas dependen del tiempo

2.1.4 Alcances del trabajo

Es importante precisar que este Trabajo de Título aborda el estudio de flujos de mezclas bifásicas cuya fase líquida es newtoniana y sus sólidos son no-cohesivos. Sin embargo, se encontrará que las mezclas sólido-líquido de los datos de campo presentadas en este trabajo no siguen una ley de esfuerzo-deformación newtoniano.

2.2 Expresiones características de las mezclas sólido-líquido

Las pulpas sedimentables y en particular el concentrado de mineral corresponde a un tipo de mezcla sólido-líquido que es caracterizada a través de una serie de parámetros. Uno de los más importantes es la concentración volumétrica de sólidos. Así, este parámetro es definido como:

$$C_V = \frac{V_s}{V_s + V_l} \quad (6)$$

Donde V_s representa el volumen utilizado por los sólidos en un volumen total calculado como la suma de ese volumen con el volumen ocupado por la fase líquida ($V_s + V_l$). De igual forma, se define la concentración de sólidos en peso, teniendo lo siguiente:

$$C_P = \frac{M_s}{M_s + M_l} \quad (7)$$

Donde M_s y M_l corresponde a la masa de sólidos y del líquido, respectivamente.

Considerando que la densidad de la mezcla se puede escribir como

$$\rho_m = \frac{M_s + M_l}{V_s + V_l} \quad (8)$$

Tomando la ecuación anterior se llega a lo siguiente:

$$\rho_m = \frac{M_s / C_P}{V_s + V_l} = \frac{M_s}{C_P (V_s + V_l)} = \frac{\rho_s V_s}{C_P (V_s + V_l)} \quad (9)$$

Con lo que es posible escribir la siguiente ecuación que relaciona ambas concentraciones, a saber, en volumen y peso:

$$C_V = C_P \frac{\rho_m}{\rho_s} = \frac{1}{1 + \frac{\rho_s (1 - C_P)}{\rho_l C_P}} \quad (10)$$

2.3 Regímenes de transporte (clasificación de flujos)

De acuerdo a la forma como son transportados los sólidos (por efecto de arrastre de la fase líquida o por colisiones con otros sólidos), se definen los siguientes regímenes de flujo:

2.3.1 Flujo homogéneo

Apartando las pulpas o mezclas no sedimentables, donde incluso en presencia de flujo nulo no se aprecia sedimentación, las mezclas sólido-líquido cuyo diámetro de las partículas que componen la fase sólida es pequeño (no coloidal, pero inferior a 20 a 30 μm .) y poseen una velocidad límite de transporte muy baja (Durand, 1953, Newitt 1955), se comportará como flujo homogéneo, es decir, se trata de flujos cuyo perfil vertical de concentración es bastante uniforme. Por esto, para bajas velocidades (incluso en régimen laminar) no es posible encontrar evidencia de depositación de sólidos en el fondo de la tubería (Gillies, 2004). También es llamado pseudo-homogéneo. La Figura 4 resume las principales características de este tipo de flujo:

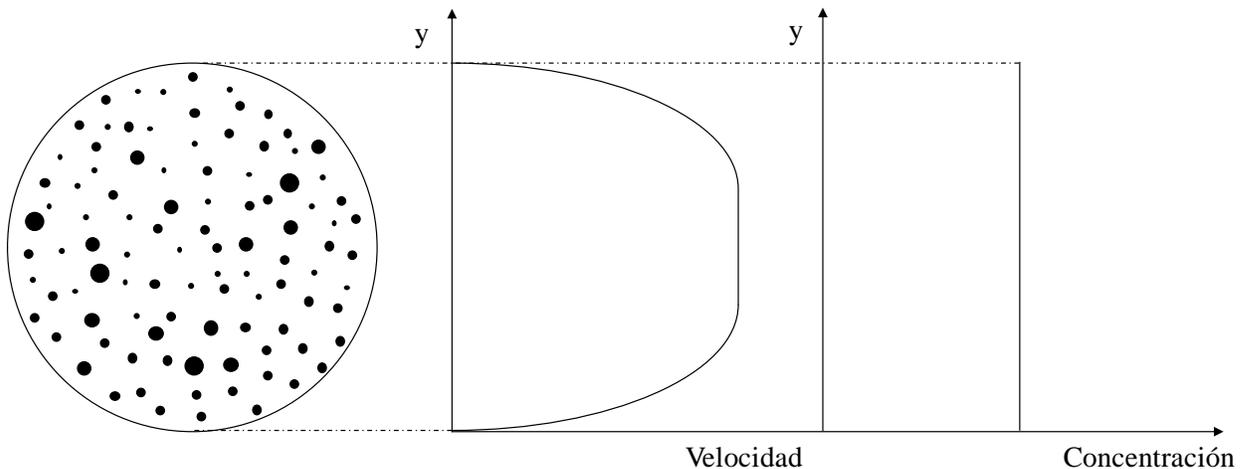


Figura 4.- Esquema flujo homogéneo

En el caso de las mezclas sólido-líquido, este tipo de flujo también es conocido como pseudo-homogéneo.

2.3.2 Flujo heterogéneo

También es llamado flujo sedimentable. El tamaño de las partículas es mayor que las del flujo homogéneo, con diámetro mínimo referencial de $50\ \mu\text{m}$ (Durand, 1953; Newitt, 1955), de tal manera que al disminuir la velocidad del flujo, los esfuerzos turbulentos y de sustentación hidrodinámica también disminuyen, identificándose un perfil de concentración no uniforme (Lahiri, 2009). El régimen del flujo es usualmente turbulento, el perfil de velocidades es asimétrico y los modelos de flujo homogéneo no son aplicables a este tipo de transporte en tuberías (Gillies, 2004; Ricks, 2002; Tshoganetso, 2013).

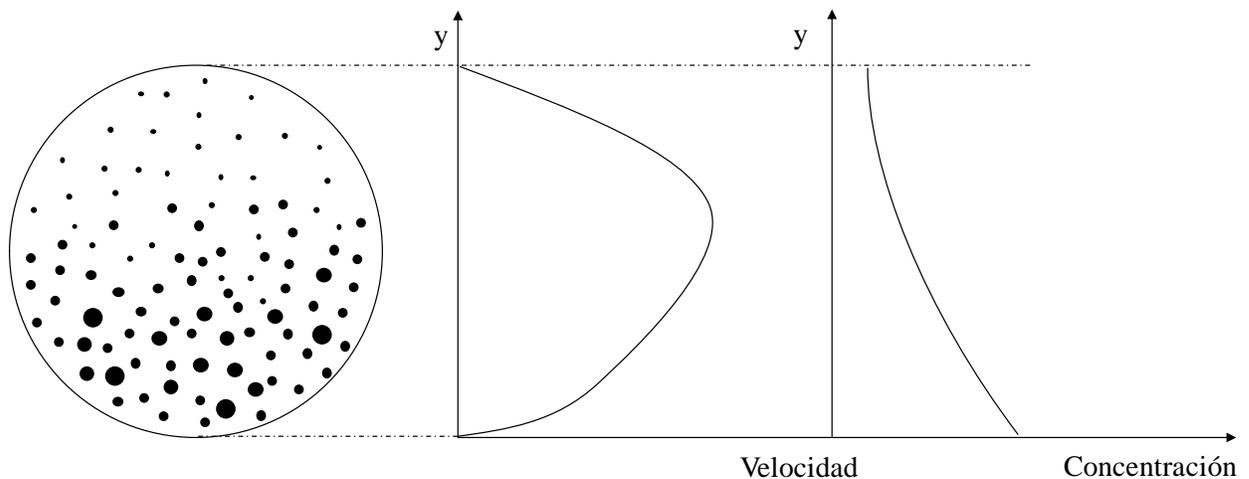


Figura 5.- Esquema flujo heterogéneo

En casos donde el tamaño de los sólidos no es uniforme (distribución granulométrica), los sólidos de mayor diámetro son los que caen a la zona inferior de la tubería tal como se muestra en la Figura 5.

Este régimen se encuentra usualmente en la industria de dragado y disposición de relaves para concentraciones en peso menores a 35% (Tshoganetso, 2013).

2.3.3 Flujo con lecho móvil

Este tipo de flujo es similar al flujo heterogéneo. Se caracteriza por poseer una cama de sedimentos en contacto con el fondo de la tubería que se encuentra en movimiento. La diferencia de concentración es aún más pronunciada.

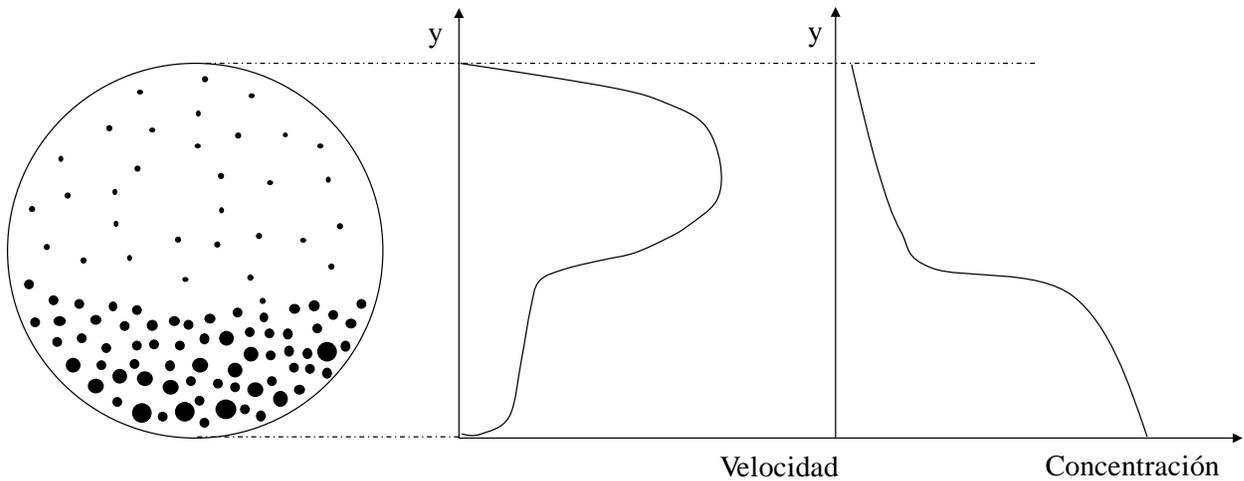


Figura 6.- Esquema flujo lecho móvil

Algunos autores identifican este régimen de flujo como *Flujo por Saltación* por la forma de desplazamiento de los sólidos de la cama de sedimentos, que es capaz de desarrollar formas de fondo como dunas (Lahiri, 2009). Sin embargo, la existencia de esta forma particular de lecho se da en cierto rango de velocidades, cuyos detalles no se tratan en este trabajo de título. Sin embargo, la posible existencia de dunas es una de las explicaciones que se da a la alta inestabilidad del flujo a bajas velocidades en la información de campo disponible.

2.3.4 Flujo con lecho fijo

En este flujo es posible identificar una cama de sedimentos fija en el fondo de la tubería y cuya concentración es aproximadamente constante.

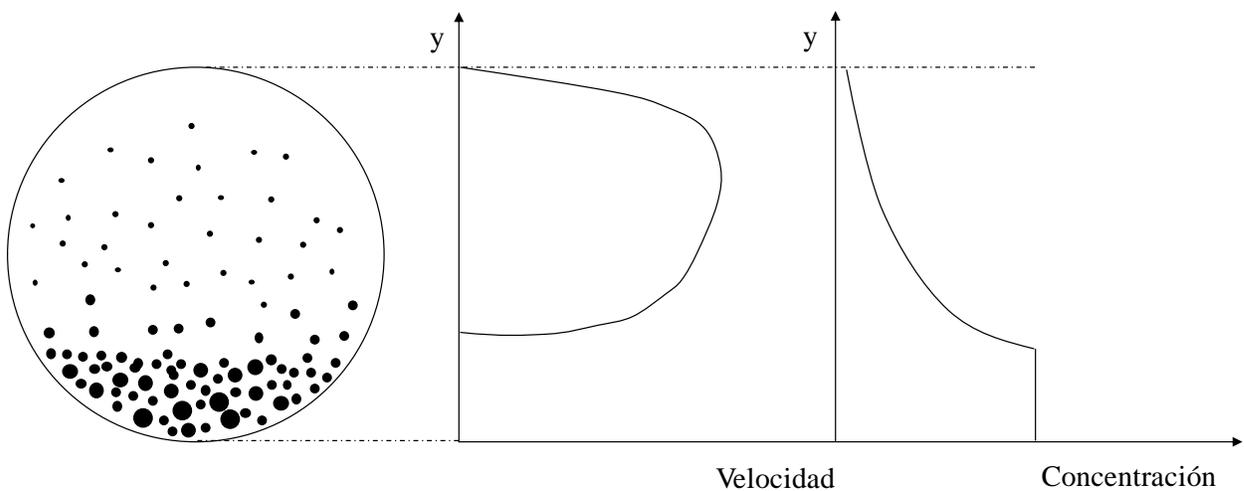


Figura 7.- Esquema flujo lecho fijo

La pérdida de carga de para los regímenes de flujo heterogéneo, lecho móvil y lecho fijo se puede calcular mediante el uso de las metodologías que se presentarán más adelante en el punto 2.4.2.

La siguiente figura resume los cuatro tipos de flujos en vista longitudinal:

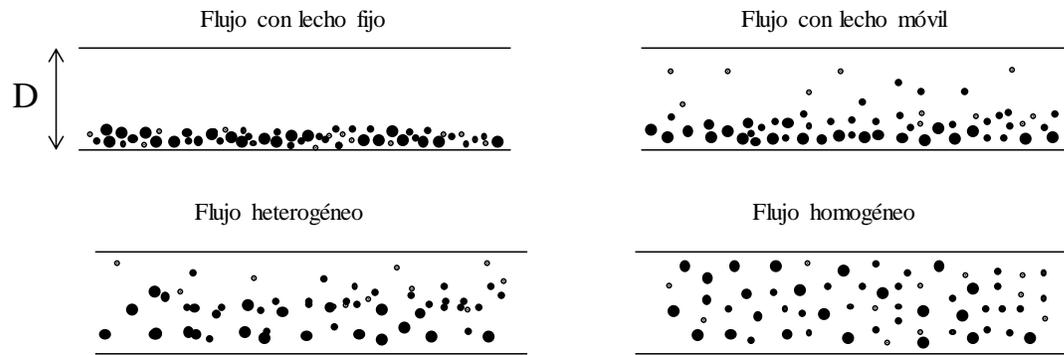


Figura 8.- Esquema general tipos de flujo

Si bien en este trabajo se definen cuatro tipos de flujos de pulpa, Ramsdel & Miedema (2013), proponen nueve regímenes diferentes, incluyendo, por ejemplo, el caso en que los sólidos transportados son lo suficientemente livianos y de diámetro pequeño como para comportarse como flujo homogéneo, independiente de su velocidad media.

2.4 Modelos de pérdida de carga

En este documento, los métodos se agrupan en dos grandes categorías, los aplicables a flujo homogéneo y heterogéneo. Dadas las características de los datos de campo con los que se cuenta, se dará énfasis al segundo grupo.

En general, se define el tamaño referencial de $74 \mu m$ como el tamaño límite de definición de mezclas homogéneas y heterogéneas (Gillies et al, 1991), a saber, las mezclas sólido líquido cuyo tamaño medio de partícula sea menor que el valor mencionado, la pulpa es modelable como mezcla homogénea, independiente de los procesos de sedimentación que este pueda sufrir.

Es responsabilidad de quien requiere diseñar un sistema de este tipo el elegir correctamente el tipo de modelo que mejor se ajusta al comportamiento y características físico-químicas de la pulpa, con el fin de reducir las diferencias del entre el funcionamiento del sistema diseñado v/s construido/en operación.

2.4.1 Modelos para flujo homogéneo

Se considera que la mezcla sólido-líquido se comporta como un fluido equivalente homogéneo, cuyas propiedades han sido alteradas por la presencia de partículas en suspensión. De acuerdo a Wasp et al. (1977), se acepta una relación entre la velocidad y la pérdida de carga de tipo indicado en la Figura 9:

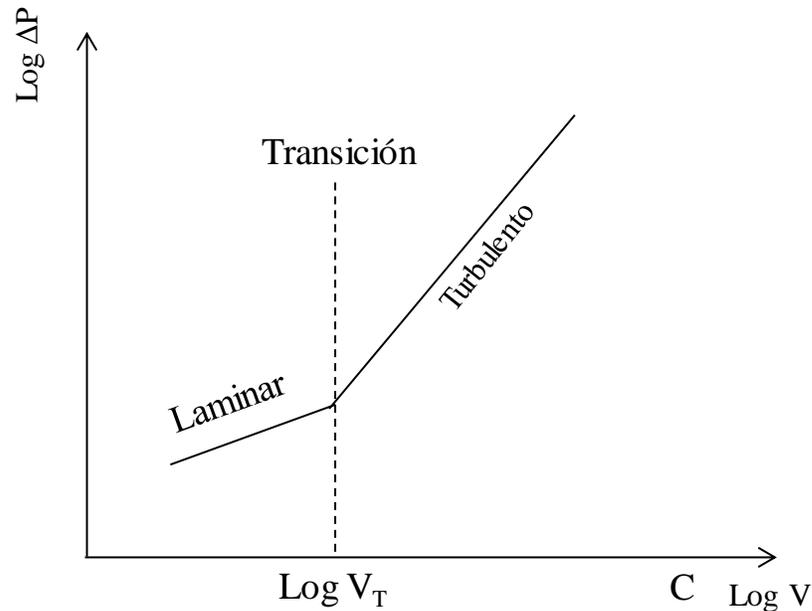


Figura 9.- Curva de pérdida de carga unitaria v/s velocidad fluido homogéneo

La pérdida de carga se estima mediante la relación de Darcy-Weisbach:

$$J_L = \frac{fV^2}{2gD} \quad (11)$$

Si el comportamiento de la mezcla es newtoniano, el coeficiente “f” se calcula a partir de la ecuación de Colebrook-White o el abaco de Moody. En caso de fluido no-newtoniano, se se estima de acuerdo a la ley constitutiva que mejor represente al fluido. En el caso de las mezclas sólido-líquido que se estudia en este trabajo (concentrado de cobre o hierro), el modelo que comúnmente se usa en empresas de ingeniería es el del Plástico de Bingham.

Tamburrino (2013), presenta una recopilación con las expresiones para “f” y límites que define cada régimen de transporte, detallados a continuación.

2.4.1.1 Plástico de Bingham

Para este modelo de fluido, se define el siguiente número de Reynolds:

$$Re_B = \frac{\rho_m V D}{\eta \left(1 + \frac{\tau_0 D}{6\eta V}\right)} \quad (12)$$

Régimen laminar ($Re_B < 2100$):

Definiendo el número de Hedstrom y la razón entre el esfuerzo de fluencia y el de la mezcla sobre las paredes de la tubería (α):

$$He = \frac{\tau_0 D^2 \rho_m}{\eta^2} \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{\tau_0}{\tau_w} \quad (14)$$

La siguiente expresión conduce a encontrar el factor de fricción:

$$\frac{1}{Re_B} = \frac{f}{16} - \frac{He}{6Re_B^2} + \frac{He^4}{3f^3 Re_B^8} \quad (15)$$

Sin embargo, se cuenta con una fórmula aproximada para el mismo factor, válida para altos valores de Re_B :

$$\frac{1}{Re_B} = \frac{f}{16} \quad (16)$$

En Ihle & Tamburrino (2012) se presenta una solución basada en Sablani et. al. (2003), de acuerdo al siguiente sistema de ecuaciones:

$$P = \frac{B}{Re} \quad (17)$$

$$Q = \frac{2}{Re} \left(\frac{B}{3} + 2 \right) \quad (18)$$

$$He = ReB \quad (19)$$

$$f = Q + (Q^2 + S)^{1/2} + \left\{ 2Q^2 \left[1 + \left(1 + \frac{S}{Q} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (20)$$

Donde se tiene que S se define como:

$$S = S_1 + S_2$$

$$S_n = \frac{2}{3} P^{4/3} \left\{ \left(\frac{3}{2} Q \right)^2 + (-1)^n \left[\left(\frac{3}{2} Q \right)^4 - P^4 \right]^{1/2} \right\}^{1/3}$$

Régimen turbulento con paredes hidrodinámicamente lisas ($Re_B > 4000$; $Re_k < 5$):

Se comienza por definir el Reynolds de la aspereza:

$$Re_k = \frac{k_s}{D} \sqrt{\frac{f}{2}} Re_B \quad (21)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,53 \log(Re_B \sqrt{f}) + 2,3 + 4,5 \log(1 - \alpha) \quad (22)$$

Régimen turbulento con paredes hidrodinámicamente rugosas ($Re_B > 4000$; $Re_k > 70$):

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,07 \log \left(\frac{D}{k_s} \right) + 3,36 \quad (23)$$

Régimen turbulento con paredes en transición lisa-rugosas ($Re_B > 4000$; $Re_k > 70$):

$$f = \frac{f_{agua-rugosa}}{f_{agua-lisa}} f_{B-lisa} \quad (24)$$

Donde,

$f_{agua-rugosa}$ y $f_{agua-lisa}$ = Corresponden a los factores de fricción para el agua sobre pared rugosa y lisa, respectivamente, evaluados para $Re = Re_B$.

f_{B-lisa} = Factor de fricción sobre el plástico de Bingham sobre pared lisa.

2.4.2 Modelos para flujo heterogéneo

Los siguientes métodos presentados son aplicables a mezclas sólido-líquido que, para bajas velocidades (0 a 0,9 m/s, aproximadamente), es posible detectar sedimentación de partículas en el fondo de la tubería. Así, se incluirá todos los regímenes de transporte definidos en la sección 2.3.

Este tipo de flujo bifásico se caracteriza por un mayor tamaño de los sólidos o peso específico en comparación con las partículas de la fase sólida de un flujo homogéneo.

De acuerdo a Zandi (1971) y otros autores⁴, los inicios del estudio del transporte de este tipo de mezclas se atribuyen los trabajos realizados simultáneamente por Hazen & Hardy y Blatch (ambos publicados en el año 1906). El primero corresponde a estudios del transporte de arenas de tamaños medios de hasta 0,4 mm en tuberías de 3 y 4 pulgadas, enmarcado trabajos asociados a la construcción y operación de la planta de filtrado de agua de Washington, D. C. El segundo enfoca su trabajo en el transporte de arenas de entre 0.2 mm a 0,6 mm de diámetro medio de gravedad específica o relativa de 2,64 en una tubería de 1", quien sintetiza los resultados que obtiene en la Figura 10:

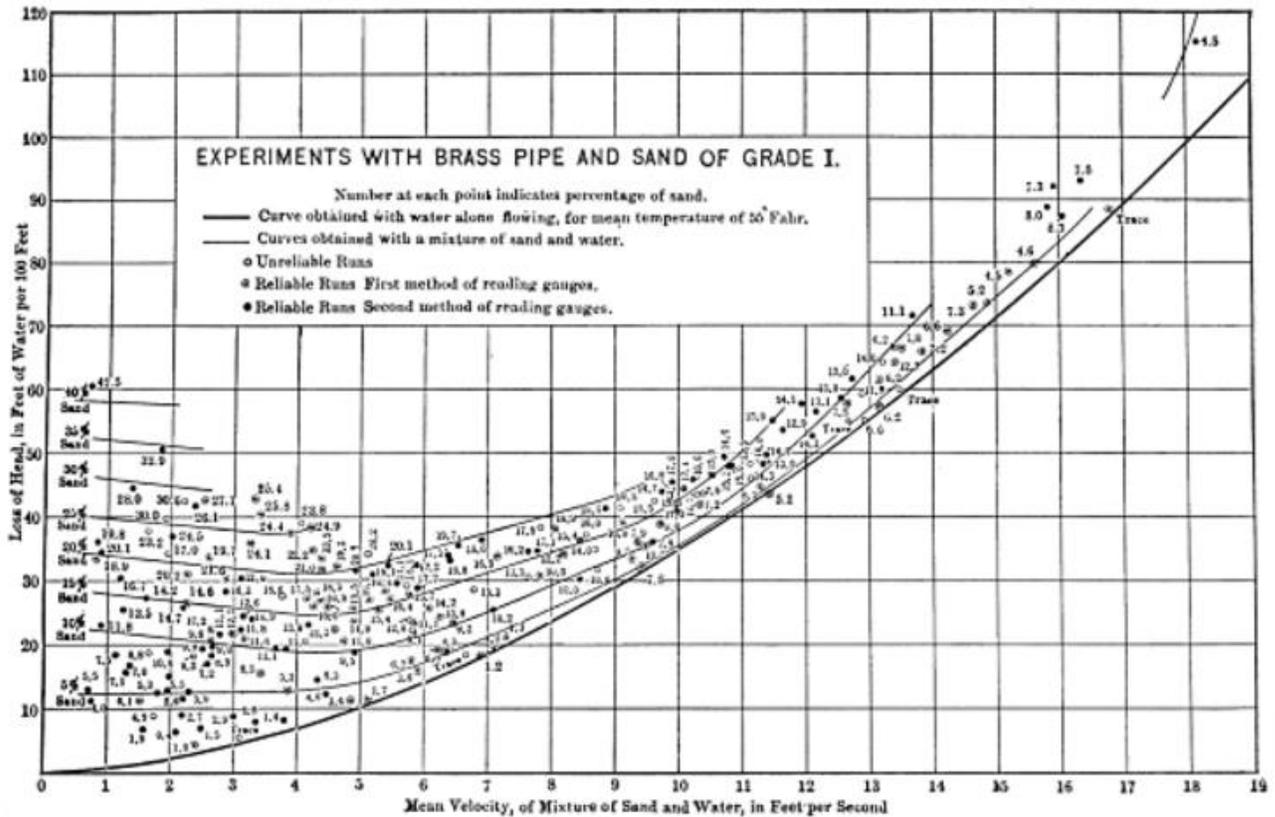


Figura 10.- Curva de datos operacionales presentada en Blatch (1906)

Blatch concluye que en 1000 pies de longitud de tubería (aproximadamente 305 m), la pérdida de carga de la mezcla corresponde a la suma entre la pérdida del agua a una velocidad de 3.5 ft/sec (1,1 m/s) y 9,6 veces la concentración en volumen de la mezcla (explícitamente, en la fuente bibliográfica mencionada se menciona como 9,6 pies adicionales de pérdida de carga unitaria por cada 1% de concentración en volumen de la mezcla).

Luego, Gregory (1927), Davis (1935) y Howard (1939) confirman las diferencias identificadas por Blatch respecto de la pérdida de carga de un flujo presurizado de agua en comparación con uno de agua y sólidos. El tercero es quien deduce a partir de experiencias de laboratorio que el factor de fricción (a partir de Darcy-Weisbach) aumenta con la concentración y disminuye con la velocidad del flujo.

⁴ Blatch (1906) también es citada en la literatura consultada también por Durand (1953), Newitt (1955), Turian y Yuan (1976), entre otros, como una de las precursoras de este tipo de estudios.

En el año 1942, Wilson introduce los conceptos de flujo homogéneo, heterogéneo y con lecho en el fondo de la tubería, añadiendo que la diferencia del gradiente de energía de la mezcla y el del agua es igual al trabajo necesario para sustentar las partículas.

Así, es posible identificar ciertas zonas comparables con los tipos de flujos presentados en la sección 2.3), con el fin de entender la física detrás del cambio de la pérdida de carga al interior de la tubería. La siguiente figura presenta lo anteriormente descrito:

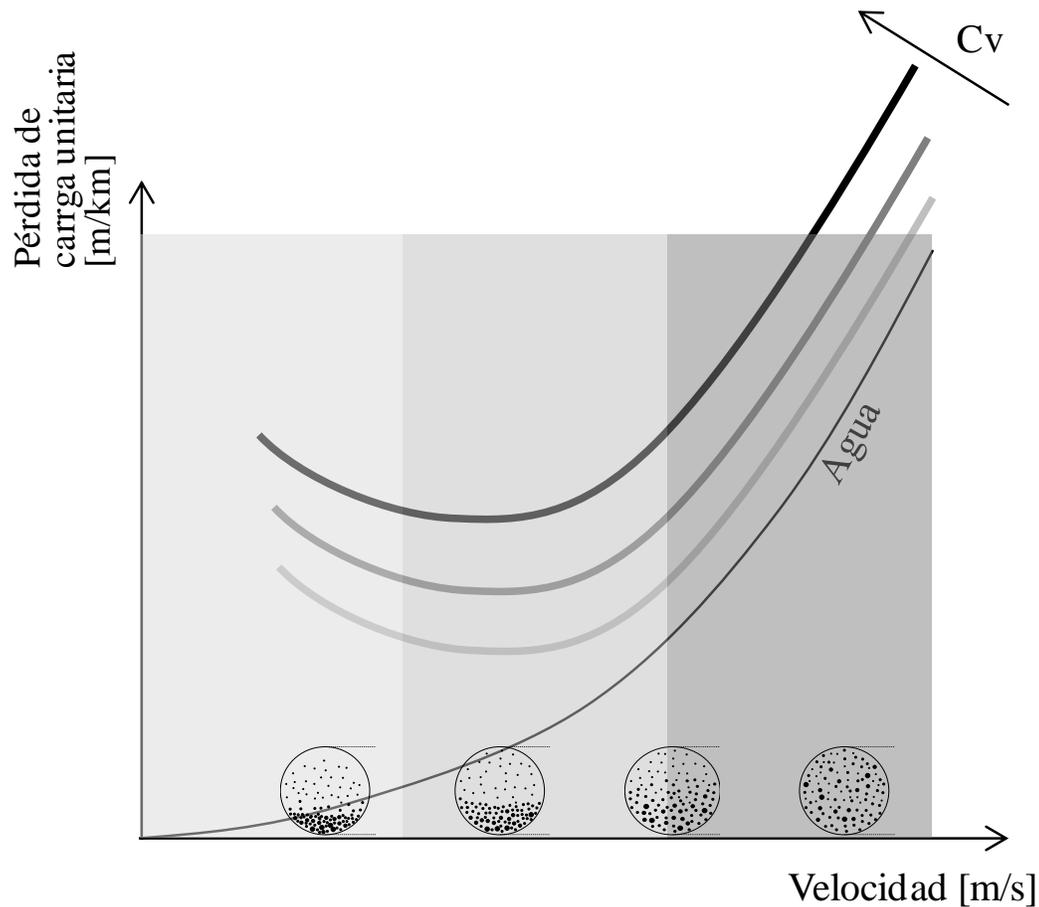


Figura 11.- Curva de pérdida de carga unitaria v/s velocidad mezclas heterogéneas

Tal como se aprecia en la figura anterior, la pérdida de carga de una mezcla sólido-líquido es mayor a la del agua y aumenta con la concentración si se considera la velocidad constante, tal como observaron Blatch y Hazen y Hardy en 1906. Además, se identifican los diferentes regímenes de flujo de acuerdo a la velocidad en el interior de la tubería, donde en la zona más oscura (derecha) la pérdida de carga es creciente con la velocidad y en la zona más clara (izquierda) a la pérdida de carga aumenta con una disminución de velocidad. Además, se identifica una zona de transición entre estos dos tipos de dependencia de la pérdida de carga con la velocidad del flujo, donde se define una velocidad crítica de transporte o velocidad de depósito. Para velocidades muy bajas (menores a 0,3 m/s), aparece una cuarta zona de comportamiento que también será explicada en dicho apartado.

A partir del año 1948, en Francia ya se comienzan a realizar una gran cantidad de mediciones con arena en tuberías de distintos diámetros (hasta 22") y diámetro medio de sólidos hasta 25,4 mm con concentraciones volumétricas de hasta 22%.

Durand 1953 considera que la pérdida de carga atribuible a los sólidos es proporcional al producto de la concentración volumétrica y la pérdida de carga del líquido. Con ello, se define el adimensional Φ :

$$\Phi = \frac{J_S}{c_{JL}} \quad (25)$$

Por otra parte, plantea que la pérdida de carga de la mezcla (pulpa o concentrado de mineral, por ejemplo), se puede expresar como la suma entre la pérdida de carga atribuida a los sólidos y la del líquido sin sólidos:

$$J_m = J_L + J_S \quad (26)$$

Reemplazando (22) en (23) se obtiene:

$$\Phi = \frac{J_m - J_L}{c_{JL}} \quad (27)$$

Entre 1948 y 1953, Durand realizó experimentos en tuberías de diámetros entre 40 mm y 580 mm, con arena, grava de diámetros uniformes entre 0,2 y 25 mm. Luego, arribó a la siguiente expresión:

$$\frac{J_m - J_L}{c_{JL}} = K \left[\frac{V^2 \sqrt{C_D}}{gD} \right]^{-1,5} \quad (28)$$

Donde K y n son constantes de proporcionalidad, los cuales calculó más tarde e incluyó la influencia de la gravedad específica de los sólidos, llegando a la siguiente expresión:

$$\frac{J_m - J_L}{c_{JL}} = 81 \left[\frac{V^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} \right]^{-1,5} \quad (29)$$

Donde S es la gravedad específica de los sólidos y C_D es el coeficiente de arrastre.

Por otra parte, en el año 1955, en Inglaterra se abre otra línea de investigación casi paralela a la de Durand en Francia, donde Newitt propone expresiones diferenciadas según régimen de flujo de la mezcla:

- Flujo homogéneo:

$$\frac{J_m - J_L}{c_{JL}} = 0,6(s - 1) \quad (30)$$

- Flujo heterogéneo:

$$\frac{J_m - J_L}{c_{JL}} = 1100 \frac{gDw_s}{V^3} (s - 1) \quad (31)$$

- Flujo lecho móvil:

$$\frac{J_m - J_L}{c_{JL}} = 66 \frac{gD}{V^2} (s - 1) \quad (32)$$

Este método se diferencia del de Durand en el sentido se diferencia la parte derecha de la ecuación 26 en función de la velocidad de sedimentación de la partícula y no del coeficiente de arrastre. En las demás tampoco aparece el coeficiente C_D , como se puede apreciar.

En 1961, Führeböter publica su trabajo basado en datos experimentales de flujos de mezclas sólido-líquido de agua con arena y grava de tamaño de partículas entre 0,15 mm y 1,8 mm, a través de una tubería de 300 mm de diámetro, con lo que obtuvo la siguiente expresión:

$$J_m - J_L = S_k \frac{c}{V} \quad (33)$$

Donde S_k es un coeficiente empírico que depende del tamaño medio de los sólidos y varía de la siguiente forma:

$$S_k = 2,59d_m - 0,037 ; 0,2 < d_m < 1,1 \text{ mm} \quad (34)$$

$$S_k = 3,3 ; d_m > 1,1 \text{ mm} \quad (35)$$

Para $1,1 < d_m < 3,0 \text{ mm}$, se debe utilizar la Figura 12:

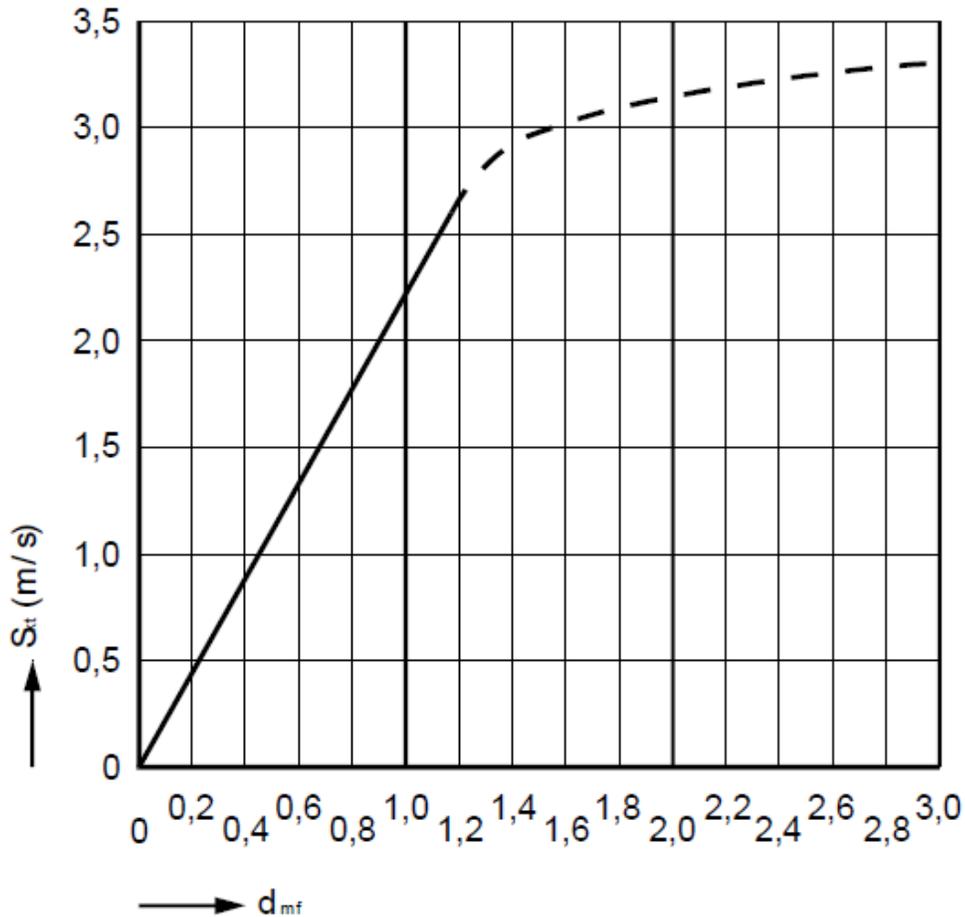


Figura 12.- Gráfico obtención S_k , método de Führeböter

Del gráfico anterior se extrae el valor de S_k para el rango de diámetros anteriormente descrito. Notar que la zona de línea punteada es el rango que se precisa en este modelo.

Zandi y Govatos (1967), amplían el trabajo de Durand añadiendo datos operacionales de otros autores y de su autoría y presentan el adimensional Ψ de la siguiente forma:

$$\Psi = \frac{v^2 \sqrt{C_D}}{gD(S-1)} \quad (36)$$

Escribiendo la siguiente expresión general:

$$\Phi = K\Psi^n \quad (37)$$

Y luego de reunir datos experimentales de otros autores para verificar la validez del estudio de Durand, separan en dos áreas de aplicabilidad esta expresión, quedando:

$$\Phi = 6,3\Psi^{-0,354}; \Psi > 10 \quad (38)$$

$$\Phi = 280\Psi^{-1.93}; \Psi < 10 \quad (39)$$

Al comparar esta expresión con la de Durand, se obtiene lo presentado en la Figura 13, donde se grafican también los puntos obtenidos en las pruebas realizadas por Zandi y Govatos (1967), cuya curva está indicada como “Present Study” por los autores:

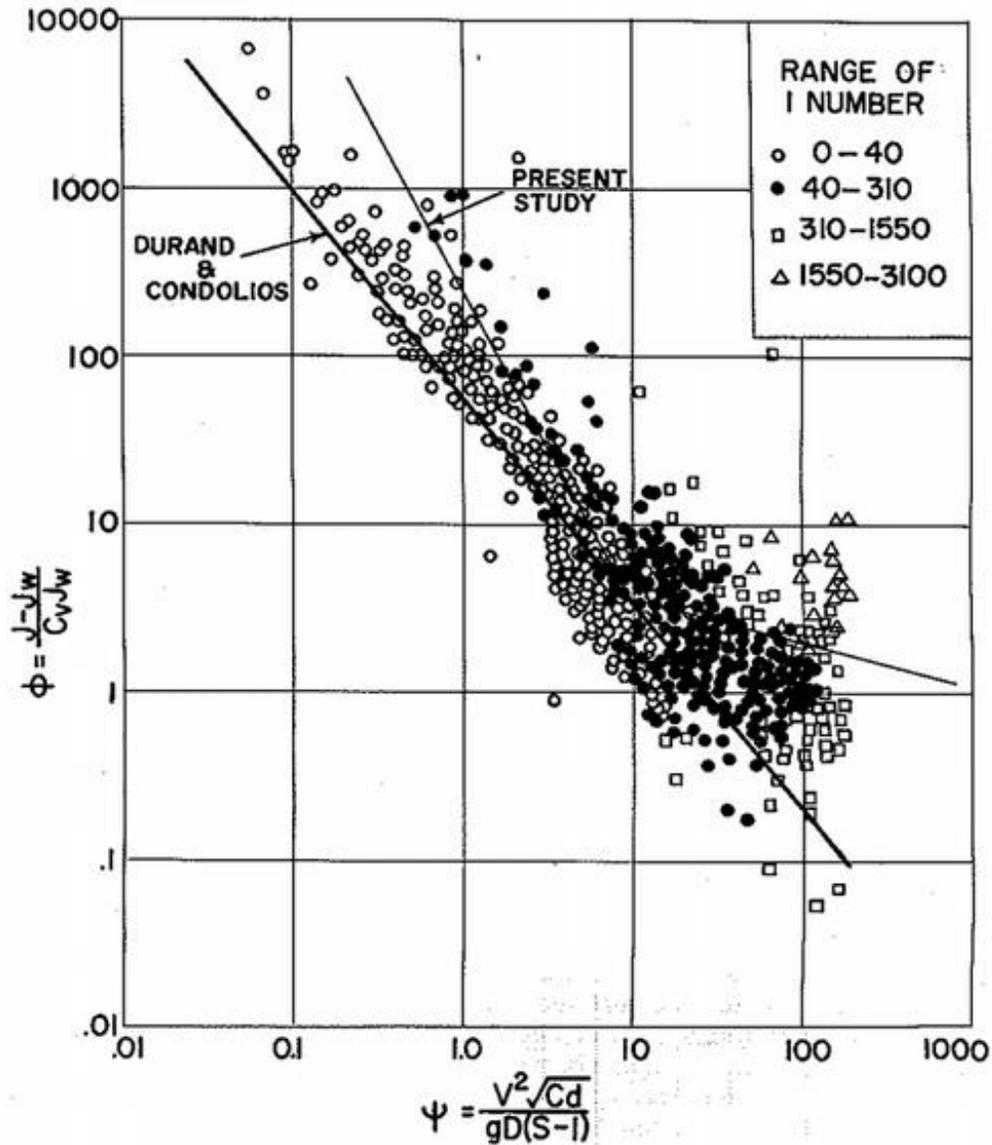


Figura 13.- Comparación expresiones de Durand & Condolios y Zandi & Govatos (extraída de Zandi & Govatos 1967).

Tal como se presenta en la Tabla 2. que corresponde a un extracto de la tabla original del paper de Yu (1986), resume los trabajos de otras expresiones empíricas más relevantes hasta ese momento, donde Turian & Yuan (1977) aparece como uno de los más citados dentro de la bibliografía consultada:

Tabla 2: Otros autores para estimación de pérdida de carga entre 1950 y 1970 (Yu 1986)

Año	Autor	Ecuación	Condición	Regimen de flujo
1954	Durand, Condolios	$\phi=81\psi^{-1.5}$	Arena, carbón, 40<D<580 mm, 0,2<d<25 mm, Cv<20%	V>Vdepósito, saltación y régimen heterogéneo
1963	Condolios, Chapus	$\phi=85\psi^{-1.5}$	"	"
1961	Bonington	$\phi=71\psi^{-1.5}$	"	"
1962	Chaskelberg E. Karlin	$\phi=78\psi^{-1.5}$	Arena, carbón, 400<D<700 mm, 0,5<d<2 mm, Cv<20%	V>Vdepósito
1967	Kazanskij	$\phi=134\psi^{-1.4}$	Arena, 0,23<d<1,48 mm, D = 100 mm	Heterogéneo, saltación
1966	Jufin, A.P., Lopatin	$\phi=3300Fr^{-3}d/D$	Arena, D<400 mm ; d> 1 mm / D>410 mm ; d<2 mm	Heterogéneo
1962	Silin, N.A., Kobernik, S.G.	$\phi=Fr^{-3} +0,5$	Arena, 0,1<d<0,5 mm ; 400<D<900 mm	Heterogéneo
1970	Charles	$\phi=120\psi^{-1.5} +s-1$	Arena, Nickel, D=25,4 mm ; Cp = 20%	Heterogéneo, saltación
1959	Korzajev	$J_M = J_W + K(\rho_M-\rho_L)$; K: Cte. Experimental	Arena, 15D<200 mm ; D=500,, 700 mm	Heterogéneo
1977	Turian y Yuan	$f_M - f_W = 0,5513C^{0,8687}f_W^{1,2}C_D^{-0,1677}[V^2/(gD(s-1))]J^{-0,6938}$	-	-

Desde el año 1970, Wasp realiza mediciones con mezclas de agua con carbón, para luego presentar un modelo aplicable a mezclas donde los sólidos no tienen un tamaño uniforme, incluyendo la distribución granulométrica como característica a considerar en la estimación de la pérdida de carga.

Wasp et al. plantea un método semi-empírico en 1977, donde propone modelar este tipo de mezclas bifásicas como la superposición lineal de una fracción homogénea (*vehículo*), correspondiente a líquido con partículas sólidas finas en suspensión, con otra heterogénea (*lecho* o la *cama de sedimentos*).

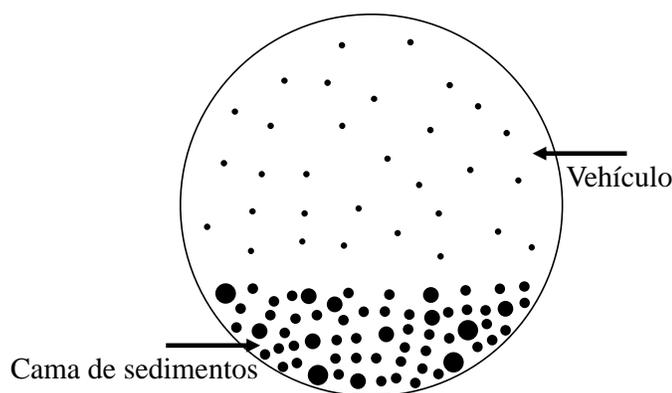


Figura 14.- Esquema propuesto por Wasp

La pérdida de carga se calcula como:

$$J = J_V + J_C \quad (40)$$

Donde J_V es la pérdida unitaria de carga del vehículo (que lo define como mezcla homogénea) y J_C la pérdida de carga unitaria de la cama de sedimentos (supuesta de tipo heterogénea).

La pérdida del vehículo se calcula con la expresión de Darcy-Weisbach:

$$J_V = \frac{fV^2}{2gD} \quad (41)$$

Donde V es la velocidad media del flujo, g la aceleración de gravedad y D el diámetro interno de la tubería. El factor f de fricción de la expresión anterior es calculado a partir de la fórmula de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad (42)$$

Donde ε representa la rugosidad interna de la tubería, Re es el Número de Reynolds (adimensional) calculado de acuerdo a la siguiente expresión.

$$Re = \frac{\rho_v V D}{\mu_v}$$

Donde,

ρ_v = Densidad del vehículo.

μ_v = Viscosidad dinámica del vehículo.

Se define también la viscosidad cinemática de la mezcla como $\nu_v = \frac{\mu_v}{\rho_v}$.

En el caso del concentrado de mineral, se utiliza el modelo de Bingham como base de estimación de la viscosidad de la mezcla, usando viscosímetros de cilindros concéntricos. Esta metodología de medición tiene limitaciones, pues es una estimación indirecta de la viscosidad equivalente de la mezcla en estado homogéneo, junto con el esfuerzo de fluencia.

La pérdida de carga del lecho se calcula utilizando la ecuación 29 correspondiente a la expresión de Durand y Condolios (quienes consideran que $K = 81$):

$$J_{jC} = 81 J_w C_{vj} \left(\frac{gD(S-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right)^{1.5} \quad (43)$$

Donde,

J_{jC} = Pérdida de carga unitaria de cada fracción j según tamaño que compone la cama de sedimentos.

J_w = Pérdida de carga unitaria del agua.

C_{vj} = Concentración volumétrica de cada fracción j .

S = Gravedad específica de los sólidos.

C_D = Coeficiente de arrastre.

La pérdida de carga del lecho se calcula mediante la suma de las pérdidas de carga asociada a cada tamaño que lo compone:

$$J_C = \sum_{j=1}^n J_{jC} \quad (44)$$

Dado lo planteado anteriormente, se concluye que la pérdida de carga de la mezcla viene dada por la siguiente expresión:

$$J(V) = \frac{fV^2}{2gD} + \sum_{j=1}^n 81J_w C_{vj} \left(\frac{gD(S-1)}{V^2 \sqrt{C_D}} \right)^{1,5} \quad (45)$$

El grado de influencia del vehículo o la cama sobre la pérdida de carga total se calcula mediante la expresión C/C_A , que representa la razón de concentración volumétrica entre el punto ubicado a una distancia de $0.08D$ desde la parte superior de la tubería y la del centro de ésta. En términos más prácticos, C representará la concentración del vehículo, con el fin de conocer su viscosidad.

Para realizar lo anteriormente descrito, se utiliza la expresión de Ismail (1953):

$$\text{Log} \frac{C}{C_A} = -1.8 \frac{w_j}{\beta \kappa u_*} \quad (46)$$

Donde w_j corresponde a la velocidad de sedimentación asociada al tamaño de partículas o fracción j en un medio fluido infinito y β es un coeficiente de proporcionalidad definido por Ismail a partir de la relación entre el coeficiente de difusión turbulenta de masa E_S y el coeficiente de difusión turbulenta de momentum E_m de la forma:

$$E_S = \beta E_m \quad (47)$$

Por otra parte, κ corresponde a la constante de von Karman y μ_* es la velocidad friccional. Se calcula como la raíz cuadrada del cociente entre el esfuerzo de corte y la densidad de la mezcla:

$$\mu_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_m}} \quad (48)$$

Así, se estima la concentración volumétrica del vehículo y lecho para estimar la pérdida de carga asociada a cada zona según su viscosidad en el caso del vehículo o fracción homogénea y según el tamaño de sus sólidos (y el resto de los parámetros y variables de la expresión de Durand) para la fracción heterogénea. A partir de este punto se itera hasta lograr la convergencia del método (diferencia de máxima 5% en el cálculo de la pérdida de carga entre dos iteraciones sucesivas).

La velocidad de sedimentación asociada a cada tamaño de partículas se calcula de acuerdo a las propiedades del fluido para estimar la pérdida de carga de la fracción heterogénea y usando las propiedades del vehículo para la estimación de la fracción C/C_A . La expresión utilizada es la siguiente:

$$w_j = \frac{g}{18\nu_{M/L}} \frac{\rho_S - \rho_{M/L}}{\rho_{M/L}} d^2 \quad (49)$$

Donde $\rho_{M/L}$ corresponde a la densidad de la mezcla o del líquido, según corresponda, al igual que para el término $\nu_{M/L}$ de viscosidad dinámica. En general, se utiliza ρ_L y ν_L para caracterizar el líquido con finos en suspensión (*vehículo*, para Wasp) cuando se trate del líquido y ρ_M y ν_M para representar la densidad y viscosidad de la mezcla pseudo-homogénea (altas velocidades en transporte de mezclas como el concentrado de mineral).

Ismail (1953) obtiene para un tamaño de partícula de arena de 0,1 mm (100 μm), $\beta = 1,5$, mientras que cuando el tamaño de los sólidos es de 0,15 mm (160 μm), $\beta = 1,3$.

Existen alternativas respecto de la estimación del coeficiente de arrastre cuando la fracción sólida presenta una distribución granulométrica.

Condolio y Chapus (1963) obtienen la siguiente expresión para calcular el coeficiente de arrastre:

$$\sqrt{C_D} = \sum p_i \sqrt{C_{Di}} \quad (50)$$

Donde p_i es el porcentaje de la fracción granulométrica caracterizada por d_i . C_{Di} es el coeficiente de arrastre de la partícula de diámetro d_i . Shook y Roco (1991) consideran que debe calcularse un coeficiente de arrastre equivalente de la mezcla mediante un promedio armónico:

$$\frac{1}{C_D} = \sum \frac{p_i}{C_{Di}} \quad (51)$$

Retomando lo que respecta a la estimación de la pérdida de carga friccional, Gillies (1991) es quien unifica los trabajos de Wilson K.C. (1976), Doron et al (1987) y otros autores para obtener una versión mejorada del llamado modelo de dos capas. La Figura 15 entrega una descripción conceptual de este método:

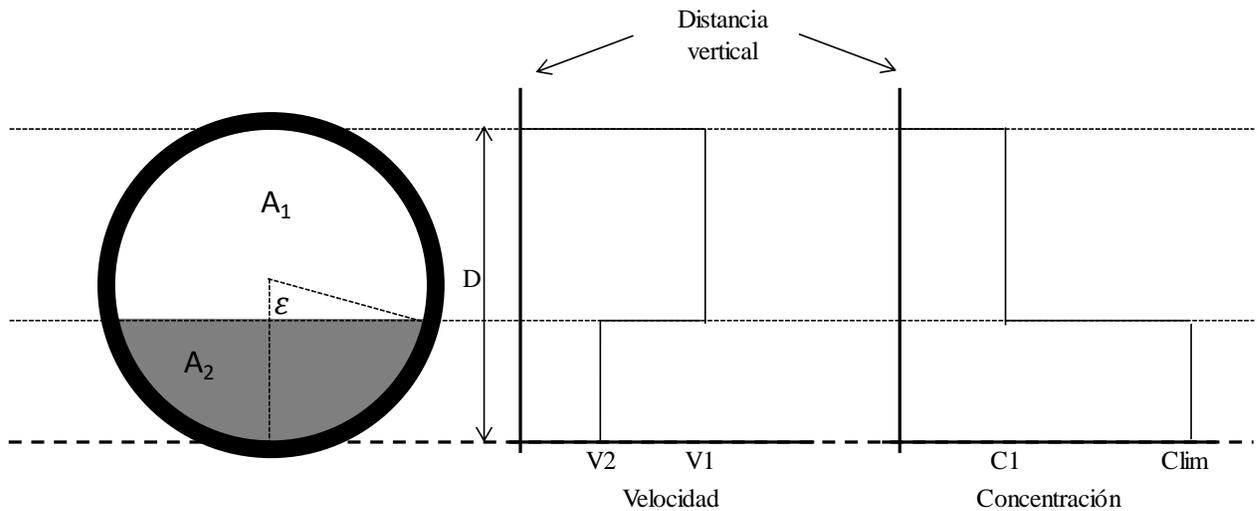


Figura 15.- Representación esquemática y definición de variables método dos capas

Entre los principales supuestos de este método se encuentran los siguientes:

- Finos: Homogéneamente mezclados en fluido.
- Gruesos: En toda la tubería. Unos en A1 y otros en A2 (ver Figura 15).
- Se define tamaño de finos en $74 \mu\text{m}$.
- Capa superior: no existe interacción partícula-partícula y partícula-pared.
- Restringido para $C_v < 35\%$ (Gillies 1991).

Realizando un balance de fuerzas se tiene:

$$J_m \rho_L g = (\tau_1 S_1 + \tau_{12} S_{12}) / A_1 \quad (52)$$

$$J_m \rho_L g = (\tau_2 S_2 + \tau_{12} S_{12}) / A_2 \quad (53)$$

Donde S_1 y S_2 es el perímetro asociado a cada capa.

Planteando la ecuación de continuidad:

$$V_1 A_1 + V_2 A_2 = VA \quad (54)$$

Se plantean las ecuaciones de los esfuerzos de corte según lo siguiente:

$$\tau_1 = \frac{1}{2} f_1 \rho_1 V_1^2 \quad (55)$$

Donde f_1 corresponde al factor de fricción de Fanning. Respecto a τ_2 se tiene que:

$$\tau_2 S_2 = \frac{1}{2} f_1 \rho_{2L} V_2^2 S_S + \frac{1}{2} \frac{(\rho_s - \rho_L) C_2 (1 - C_{lim}) (\sin \varepsilon - \varepsilon \cos \varepsilon) \eta_s}{1 - C_2} \quad (56)$$

Donde,

$$f_{12} = \frac{1 + 2Y}{\left[4 \log\left(\frac{D}{d_{12}}\right) + 3,36\right]^2} \quad (57)$$

Donde,

$$Y = 5 + 1,86 \log\left(\frac{d_{12}}{D d_{12}}\right), \text{ si } \frac{d_{12}}{D d_{12}} > 0,002 \quad (58)$$

$$Y = 0, \text{ si } \frac{d_{12}}{D d_{12}} < 0,002 \quad (59)$$

En que el factor de fricción f_{12} se relaciona con el esfuerzo de corte entre las dos capas τ_{12} de acuerdo a:

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} f_{12} \rho_1 (V_1 - V_2) |V_1 - V_2| \quad (60)$$

El parámetro d_{12} corresponde al diámetro medio de los sólidos ubicados justo en la interfaz. De acuerdo a Gillies et al. (1991) indica que se puede estimar considerando que las partículas ubicadas en la capa inferior corresponden a sólidos de tamaño mayor a $75 \mu\text{m}$.

En la Figura 16 (S1 y S2 corresponden a A1 y A2 según las ecuaciones presentadas en este documento) se esquematiza la identificación de las áreas y concentraciones mencionadas anteriormente:

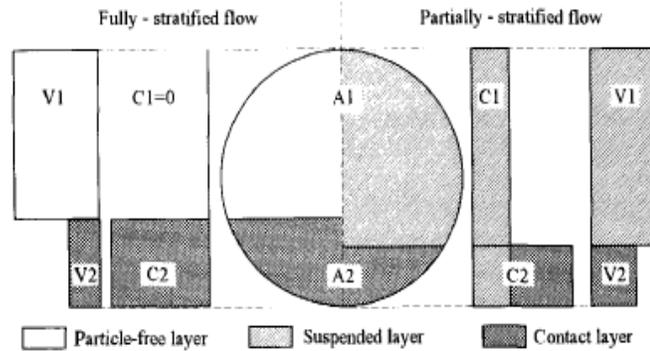


Figura 16.- Casos particulares flujo completamente estratificado v/s parcialmente estratificado (Extraído de Matousek 1997).

El método de dos capas nace a partir de necesidades en la industria del dragado, donde el flujo de operación en faena es mayormente heterogéneo. Por esta razón es que esta línea de estudio ha desarrollado incluso modelos basados en tres o más capas, bajo los mismos supuestos básicos de regir la dinámica del proceso por las ecuaciones de momento y continuidad entre capas.

Además, existen términos como el esfuerzo asociado a la interacción entre partículas que deben estimarse mediante experiencias en laboratorio, por lo que su enfoque analítico termina siendo una limitante a la hora de aplicarlo a un diseño de un concentrador.

Wilson et al. (2006) propone más tarde un método empírico descrito de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\frac{J_m - J_L}{C(S_m - 1)} = 0,5 \mu_s \left(\frac{V}{V_{50}}\right)^{-M} \quad (61)$$

Donde μ_s es el coeficiente de fricción de los sólidos. Teniendo que $\mu_s = 0,44$, la expresión queda como:

$$\frac{J_m - J_L}{C(S_m - 1)} = 0,22 \left(\frac{V}{V_{50}} \right)^{-M} \quad (62)$$

Donde,

M = Parámetro empírico dependiente de distribución granulométrica de los sólidos.

V_{50} = Velocidad media del flujo cuando la mitad de los sólidos se encuentra suspendidos en el fluido.

La última velocidad y el coeficiente M se calculan de la siguiente forma:

$$V_{50} = 3,93(d_{50})^{0,35} \left(\frac{S_s - 1}{1,65} \right)^{0,45}; M = \left[\ln \left(\frac{d_{85}}{d_{50}} \right) \right]^{-1} \quad (63)$$

El valor de M no debería exceder 1,7.

En el año 1999, Ghanta & Purohit proponen una expresión empírica para el cálculo de la pérdida de carga en pulpas de cobre y carbón a partir de experimentos realizados en laboratorio de flujos en presión en tuberías de diámetro 0.0254 m y 0.019 m. La expresión es la siguiente:

$$\frac{D\Delta P_m}{\frac{1}{2}\rho V^2 L} = 1.272 \cdot 10^7 \left(\frac{DV\rho}{\mu} \right)^{-1.241} \left(\frac{d_{vav}}{D} \right)^{-0.211} \left[\frac{(\rho_s - \rho_l)gD}{\rho_l V^2} \right]^{1.311} C_v^{0.108} C_{0v}^{-1.841} \quad (64)$$

$$C_{0v} = 100 \frac{\sigma}{d_w} \quad (65)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum f_i d_i^2 - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \right)^2} \quad (66)$$

$$d_w = \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \quad (67)$$

Donde f_i corresponde a la concentración en peso de cada fracción de sólidos i , d_i al diámetro representativo de cada fracción i , C_{0v} es el coeficiente de varianza de la distribución granulométrica, ΔP_m corresponde a la caída de presión de la mezcla y d_{vav} el tamaño medio de partícula.

De acuerdo a Kaushal & Tomita (2002), varios autores también advirtieron desigualdad existente entre el coeficiente de difusión del líquido y el de los sólidos.

Longwell (1977) en Kaushal & Tomita (2002) plantean que el coeficiente de difusión turbulenta de momentum, E_l , varía en la vertical y se puede estimar, según posición de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$E_l = 0,369Ru_* \frac{y}{R} \left(1 - \frac{y}{R} \right), \text{ si } 0 \leq \frac{y}{R} \leq 0,337 \quad (68)$$

$$E_l = 0,0775Ru_*, \text{ si } 0,337 \leq \frac{y}{R} \leq 0,663 \quad (69)$$

$$E_l = 0,369Ru_* \frac{y}{R} \left(1 - \frac{y}{R} \right) \left(2 - \frac{y}{R} \right), \text{ si } 0,663 \leq \frac{y}{R} \leq 1 \quad (70)$$

Con ello, proponen una expresión de cálculo del coeficiente de proporcionalidad β definido en el trabajo de Ismail (1953), ajustando la siguiente expresión:

$$\beta = 1 + 0,12504e^{\frac{4,22054C}{C_{vss}}} \quad (71)$$

Donde C_{vss} corresponde a la concentración de empaquetamiento de los sólidos. Este parámetro corresponde a la concentración volumétrica que tendrían las partículas si se dejaran sedimentar por tiempo infinito sin una aplicación de energía externa además de la asociada al peso de las partículas.

Tomando en cuenta que κ es decreciente con la concentración (Ismail 1953), de acuerdo a Wasp (1963) en Kaushal & Tomita (2002), se utilizará $\kappa = 0,35$.

Además, proponen una modificación sobre el factor de fricción de Darcy-Weisbach, de acuerdo a la expresión:

$$f = (a - bRe_m^{-c})(1 - 0,33C_p) \quad (72)$$

Donde $a = 0,026(r/D)^{0,225} + 0,133(r/D)$, $b = 22(r/D)^{0,44}$ y $c = 1,62(r/D)^{0,134}$, con r correspondiente a la rugosidad de la tubería.

Sin embargo, en el trabajo de Kaushal & Tomita no es posible recoger una expresión que proponga alguna relación para la constante de von Karman.

Ismail (1953) concluye que la constante de von Karman κ disminuye con la concentración. Para agua, $\kappa = 0,4$, mientras que cuando alcanza una concentración de arena de 43 g/l, $\kappa = 0,2$. En la medida que decrece κ , se produce una amortiguación de la turbulencia y no depende del tamaño de las partículas.

Luego de la publicación de este método, existen variadas mejoras tanto en términos metodológicos como también en los cálculos que lo componen (velocidad de sedimentación, coeficiente de arrastre, variaciones en valores de parámetros) (Abulnaga, 2002). En la versión final de esta revisión se presentará en detalle cada uno de ellos.

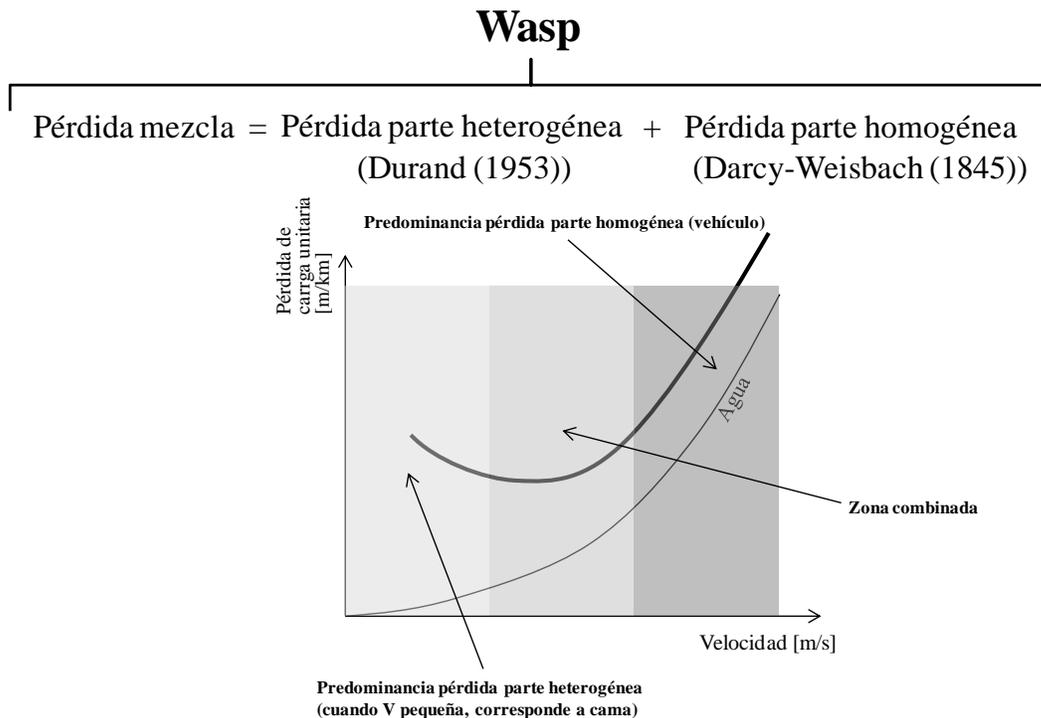
El método de dos capas (Gillies 1991) es una de las principales herramientas consideradas por oficinas de ingeniería junto con el método de Wasp. Sin embargo, este último es más utilizado en oficinas de ingeniería dedicadas a diseño de sistemas de transporte por tuberías en largas distancias. Por lo anterior, este trabajo propone mejoras sobre el método de Wasp en base a los datos de campo con los que se cuenta.

3 Observaciones al método de Wasp

Los siguientes apartados pretenden estudiar a mayor profundidad el método de Wasp, identificando sus potenciales mejoras.

3.1 Esquema del modelo

El método de Wasp se puede esquematizar de acuerdo a la siguiente figura:



Definición de Predominancia: Ecuación de Ismail (1953) (estimación C_v -veh).

Figura 17.- Esquema método de Wasp

De la figura anterior, se puede concluir que el llamado método de Wasp, se puede describir como un método híbrido semi-empírico, donde se suman pérdidas calculadas con las relaciones de Durand y Darcy-Weisbach, donde el peso o predominancia del aporte de cada una de ellas aportada sobre la pérdida de carga total, se define por medio de la expresión de Ismail (ecuación 46), estimando la concentración volumétrica del vehículo, con lo que se estima el factor de fricción mediante la expresión de Colebrook-White para un número de Reynolds cuya viscosidad de Bingham se estima mediante el uso de reómetros concéntricos.

Si bien es posible utilizar otros tipos de geometría para determinar la viscosidad de Bingham (paletas giratorias, placas giratorias y otros), se cuenta con el desarrollo teórico del problema inverso de Couette, que permite caracterizar más fácilmente la pulpa.

Es importante notar que el considerar un modelo de Bingham y la forma de medición implica incurrir en un error cuyo orden de magnitud es necesario estimar. Sin embargo, dada la complejidad del fenómeno (dinámica de cilindros concéntricos de Couette, variabilidad asociada a errores humanos, precisión del equipo, sedimentación de sólidos, variabilidad de concentración de mezcla

medida post pruebas de reología y otros), se considerará un valor referencial de error del 5% en la estimación de la viscosidad de Bingham, de acuerdo a campañas de reología realizadas por BRASS.

Los principales supuestos de Wasp (1977) son los siguientes:

- a) El número definido por Ismail (1953), correspondiente al coeficiente de proporcionalidad de la razón (lineal) entre el coeficiente de transferencia de momentum turbulento de los sólidos y el coeficiente de momentum turbulento del agua $\beta = cte = 1$.

Mediante las expresiones propuestas por Kaushal y Tomita (2002), se evaluará el uso de estas para modificar la estimación de β .

- b) La constante (llamada “constante universal” por varios autores) de von Karman $\kappa = cte = 0,4$. Este parámetro viene de caracterizar la longitud de mezcla en la región turbulenta del flujo, cercana a la pared. De acuerdo a Kaushal y Tomita (2002), se usará $\kappa = 0,35$.
- c) Exponente de Durand $n = cte = -1,5$.

El exponente de Durand corresponde a la pendiente de la recta que mejor se ajusta a los puntos medidos por Durand en un gráfico ϕ v/s ψ . Es importante notar que Zandi y Govatos (1967) agregaron puntos medidos en la misma curva mencionada, obteniendo dos valores de este parámetro en función de ψ .

- d) Considera dos rangos para la estimación de la velocidad de sedimentación de los sólidos, el de Stokes (laminar) y el de Reynolds (turbulento) en función del tamaño de las partículas. Además, se supone que la partícula se encuentra aislada en un medio fluido, sin tener concordancia con el efecto de la concentración que genera mayores obstáculos a la sedimentación de los sólidos, reduciendo su velocidad de sedimentación.

Las observaciones a cada supuesto presentadas anteriormente no toman en cuenta las limitaciones de la ecuación de Ismail ni de la ecuación de Durand, construidas para casos experimentales particulares y diferentes a las usualmente presentes en un flujo de concentrado de mineral.

3.1.1 Modelos de velocidad de sedimentación

Según Durand (1953) la velocidad de sedimentación de una partícula aislada en un medio acuoso se puede estimar de acuerdo dos expresiones, dependiendo de su tamaño.

En el año 1851, Stokes desarrolló una expresión para estimar la resistencia viscosa de un fluido sobre una partícula esférica sedimentando aislada en un medio fluido infinito (Richardson y Zaki (1954)):

$$F = 3\pi\mu w_0 d \quad (73)$$

Esto es sólo válido para el régimen de Stokes, que corresponde al rango donde el número de Reynolds de la partícula cumple la relación, $Re_{p0} < 0,1$. Este adimensional se define de acuerdo a la siguiente expresión:

$$Re_{p0} = \frac{w_0 d}{\mu/\rho} \quad (74)$$

Donde F representa el arrastre viscoso, d es el diámetro de la partícula esférica, μ la viscosidad dinámica del fluido y w_0 la velocidad de la esfera relativa al fluido. Igualando esta fuerza al peso

boyante (diferencia entre el peso de la partícula y el empuje del fluido sobre la partícula), se obtiene la siguiente expresión para la velocidad de sedimentación w_0 :

$$w_0 = \frac{g}{18\nu} \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} d^2 \quad (75)$$

En caso de que las partículas tengan un diámetro mayor al anteriormente mencionado, la expresión de cálculo de la velocidad de sedimentación es la siguiente (Durand 1953):

$$w_0 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L} g \sqrt{d}} / \sqrt{C_{D0}} \quad (76)$$

Donde C_{D0} es una constante cuyo valor es cercano a 0.5. La expresión anterior se llama Ley de Rittinger o de Newton, donde $Re_p > 0,1$.

Ninguna de las dos ecuaciones anteriormente presentadas considera el efecto de la concentración sobre la velocidad de depósito. Intuitivamente, a mayor concentración la velocidad de sedimentación será cada vez más pequeña debido a la una mayor interacción y colisiones entre partículas y el efecto del flujo del fluido desplazado por la partícula.

Considerando que, en un caso real operacional, la partícula no se encuentra aislada, se debe considerar una expresión que incluya el efecto de la concentración en la velocidad de sedimentación terminal de la partícula. Una de las expresiones más utilizadas es la de Richardson y Zaki (1954). La ecuación se presenta a continuación:

$$\frac{w_s}{w_0} = (1 - c)^n \quad (77)$$

Donde n se calcula de acuerdo al valor del número de Reynolds de la partícula, el diámetro medio de partícula y el diámetro de la tubería, de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$n = 4,65 + 19,5 \frac{d}{D} \quad Re_{p0} < 0,2 \quad (78)$$

$$n = \left(4,35 + 19,5 \frac{d}{D}\right) Re_{p0}^{-0,03} \quad 0,2 < Re_{p0} < 1 \quad (79)$$

$$n = \left(4,45 + 18,0 \frac{d}{D}\right) Re_{p0}^{-0,1} \quad 1 < Re_{p0} < 200 \quad (80)$$

$$n = 4,45 Re_{p0}^{-0,1} \quad 200 < Re_{p0} < 500 \quad (81)$$

$$n = 2,39 \quad 500 < Re_{p0} \quad (82)$$

3.2 Velocidad de depósito como variable complementaria

Respecto de la definición de velocidad de depósito se conoce lo siguiente:

- Thomas: Define velocidad de transporte mínima como la velocidad a la cual una capa de partículas fijas o resbalando aparece en el fondo de la tubería.
- Durand: Define velocidad límite de depósito, caracterizada por la aparición de un régimen de depósito en la tubería.
- Graf: Define velocidad de depósito crítica como la velocidad a la cual las partículas sólidas dejan de estar suspendidas para formar un lecho estacionario.

La velocidad de depósito V_D representa el punto mínimo de la curva pérdida de carga unitaria (J) v/s velocidad (V) (ver Figura 18), cuya velocidad está relacionada con el moento en que se forma una cama estacionaria por debajo de un flujo heterogéneo.

El aumento de la pérdida de carga para valores de velocidad inferiores a V_D se interpreta como el efecto de un progresivo aumento de la altura de cama de sedimentos en el fondo de la tubería que genera una reducción del área disponible de escurrimiento de la fracción de mezcla que sigue en movimiento, además de un aumento de la rugosidad equivalente por existencia de la cama.

Si bien la velocidad V_D se identifica como el punto óptimo en términos energéticos al momento de operar una faena minera, es importante considerar que la topografía del lugar y por consiguiente el trazado de la tubería podría provocar bloqueos en sus valles o *puntos bajos* por acumulación de sólidos y podría generar una mayor abrasión en la zona inferior del interior de la tubería, en caso de conductos diseñados sin revestimiento interno.

Lo expuesto en los párrafos anteriores explica la importancia de contar con una expresión que prediga de la mejor forma posible el valor de dicha velocidad. Sin embargo, el estudio de validación de expresiones de velocidad de depósito no será abordado en este trabajo.

El aumento en la altura de la cama de sedimentos finaliza cuando la fracción en movimiento corresponde sólo a líquido, sin poseer sólidos en suspensión (punto máximo local de la curva, punto A en figura). Esto se alcanza para velocidades lo suficientemente pequeñas, que sean capaces de generar un nivel de turbulencia que no es suficiente para resuspender incluso a las partículas de diámetro más pequeño. Con esto, al disminuir la velocidad del flujo, la pérdida de carga disminuirá hasta llegar a un valor nulo (trayectoria hacia punto C).

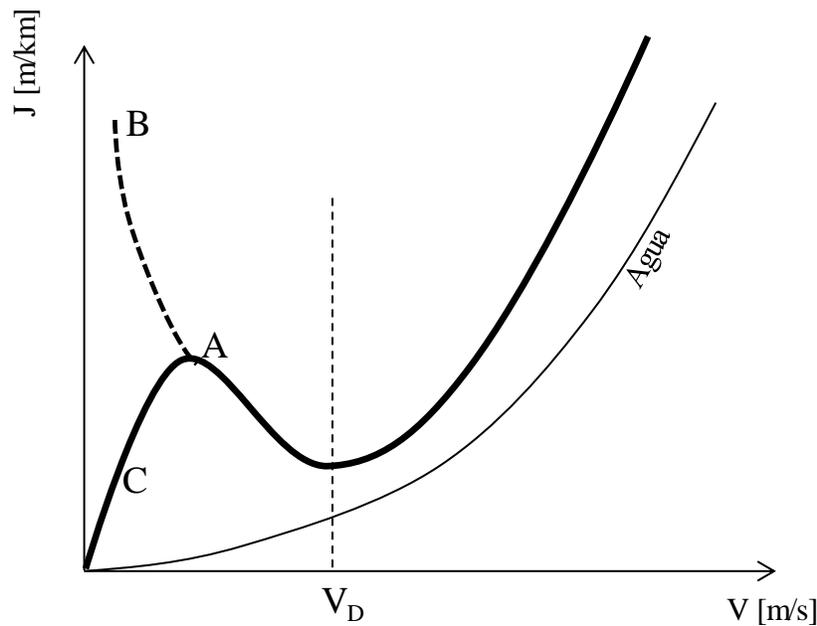


Figura 18.- Velocidad de depósito en curva J v/s V

Es posible notar que la mayoría de los modelos proyectan la curva anteriormente presentada según la línea punteada hacia el punto B. Sin embargo, esto no tiene una aplicación en la realidad, debido a que, para bajas velocidades, la energía no es suficiente para resuspender las partículas, por lo que el sistema estaría ingresando sólidos al sistema (con energía mecánica proporcionada por una bomba) sin poder transportarlos, produciéndose una acumulación de sólidos que haría crecer aún más la cama de sedimentos hasta bloquear la tubería.

Utilizando datos experimentales de mezclas con una distribución granulométrica de D_{50} mayor a $75 \mu\text{m}$, Gillies y Shook (1991) obtienen una relación empírica basada en la expresión de Durand:

$$F_L = \frac{V_C^2}{2gD \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f}} \quad (83)$$

Donde ρ_s representa la densidad de los sólidos y ρ_f la del líquido. F_L depende de la concentración y del tamaño de la partícula (Durand, 1953).

Para estimar F_L , Durand genera una serie de curvas para diferentes rangos de concentraciones, en función del diámetro de la partícula (ver Figura 19).

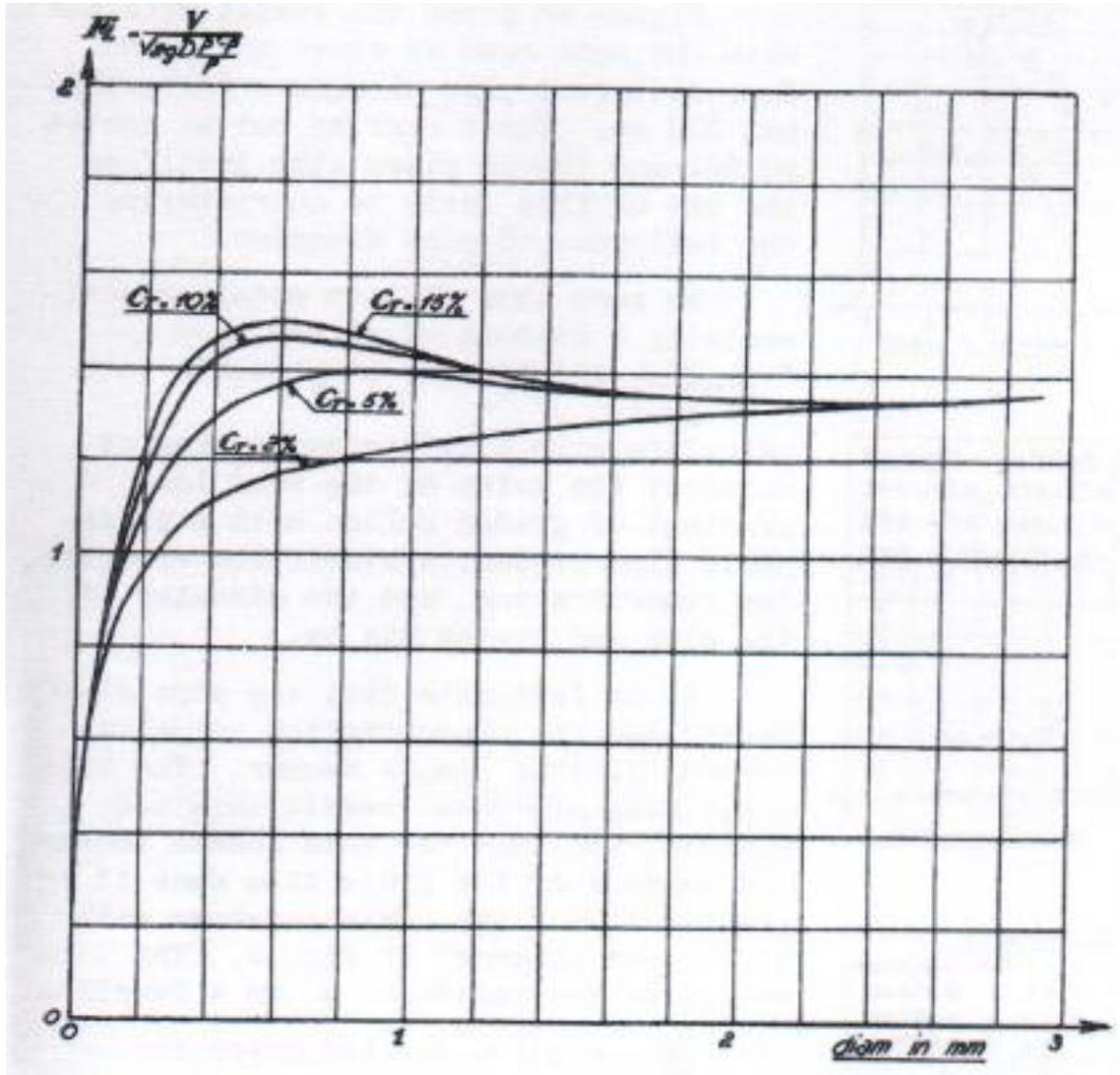


Figura 19.- Variación del parámetro F_L en función de tamaño de partículas y concentración de sólidos (extraído de Durand 1953)

Del gráfico anterior se concluye que, para diámetros de partícula pequeños ($< 0,2 \text{ mm}$), el parámetro se vuelve casi independiente de la concentración, perdiendo validez este método para el rango de tamaño de partícula utilizado en este trabajo de título (d_{50} entre $30 \mu\text{m}$ y $85 \mu\text{m}$).

Además, de acuerdo a la figura anterior, se puede concluir que el factor F_L es creciente con la concentración, para un mismo diámetro de partícula. Esto implica que V_D aumenta, contradiciendo

lo que indica la experiencia e intuición. Por lo tanto, la velocidad a la cual los sólidos comienzan a formar una cama de sedimentos estática es menor, pues se requiere menos energía para su resuspensión, dado el aporte a tal energía de los esfuerzos viscosos.

Años más tarde, Gillies propone una modificación en la definición de ρ_f , definiéndola como la densidad del líquido equivalente a la mezcla de agua y sólidos en suspensión de diámetro inferior a 74 μm . De esta forma, la concentración total en volumen de la mezcla se compone de la suma de dos concentraciones: C_f , la concentración de la mezcla que contiene las partículas más finas que 74 μm , y C_r representa la concentración de la mezcla entre agua y sólidos de diámetro más grande que 74 μm . Con lo que se obtiene:

$$C = C_f + C_r \quad (84)$$

A partir de esta relación se calcula ρ_f de la siguiente forma:

$$\rho_f = [\rho_s C_f + (1 - C)\rho_L] / [1 - C + C_f] \quad (85)$$

Según este autor, y a diferencia de Durand, F_L depende del coeficiente de arrastre de una partícula sedimentando en el fluido equivalente de densidad ρ_f y su viscosidad μ_f . Así, se tiene lo siguiente:

$$F_L = \exp[0,165 - 0,073C_D - 12,5K_2] \quad (86)$$

Donde

$$K_2 = [K_1 - 0,14]^2 \quad (87)$$

Y

$$K_1 = \frac{[\mu_L/\rho_L]^{2/3}}{d_{50}g^{1/3}} \quad (88)$$

Siguiendo las mismas observaciones del autor, notar que la densidad y viscosidad dinámica presentada en la ecuación anterior (ρ_L y μ_L) corresponden al líquido y no al líquido con partículas más pequeñas en suspensión (ρ_f y μ_f).

En este punto el autor menciona que se debe utilizar la velocidad de sedimentación experimental, pero sobre una partícula aislada, que es prácticamente imposible de obtener en la industria del transporte de concentrados de mineral.

3.3 Modificaciones al modelo de Wasp

Se plantean dos modificaciones al modelo de Wasp, ambas consistentes en redefinir el valor de parámetros de importancia para el método, tales como la constante K , el exponente de Durand n , la constante de proporcionalidad β , la constante de von Karman κ y el método de estimación de velocidad de sedimentación w .

Se llamará “*Wasp semi-ajustado*” al modelo que considere lo siguiente:

- La “constante universal” de von Karman igual a 0,35, de acuerdo a Wasp (1963).
- El coeficiente β se estimará mediante una regresión lineal entre los valores obtenidos por Ismail (1953), de donde se obtiene $\beta = 1,57$.
- Los parámetros K y n se modificaron previamente por simple inspección. A partir de la sobre estimación de las pérdidas con el método de Durand por sí solo, con valores de $K =$

81 y $n = -1,5$, se modifican los valores, por $K = 15$ y $n = -2,3$. Esto permite reducir el efecto de sobre estimación esta expresión.

Se entenderá por modelo “*Wasp-modificado*” cuando se considere lo siguiente:

- a) Se utilizará un ajuste diferente para β , de acuerdo a las modificaciones propuestas por Kaushal & Tomita (2002), a saber, ecuación (65) y la ecuación (66) para modificar el factor de fricción f .

Como modificación común, se predice la viscosidad dinámica de la mezcla con la expresión de Thomas (1965), ajustado por mínimos cuadrados a la nube de puntos obtenida de las pruebas en terreno.

Se considera la expresión de Richardson & Zaki (1954) para estimar la velocidad de sedimentación, con el fin de considerar el efecto de la concentración en la sedimentación de una partícula. Intuitivamente, se entiende que la presencia de partículas dificulta el proceso de sedimentación de la partícula.

4 Presentación de datos operacionales y estimación bandas de error

4.1 Generalidades

Los datos experimentales y operacionales con los que cuenta este trabajo constan de mediciones de la pérdida de carga de un flujo de concentrado de mineral en presión para diferentes flujos (o velocidad en el interior de la tubería) llevadas a cabo en un sistema de impulsión y recirculación paralela de concentrado de Bauxita. La siguiente figura esquematiza la instalación experimental típica usada en la generación de esta información:

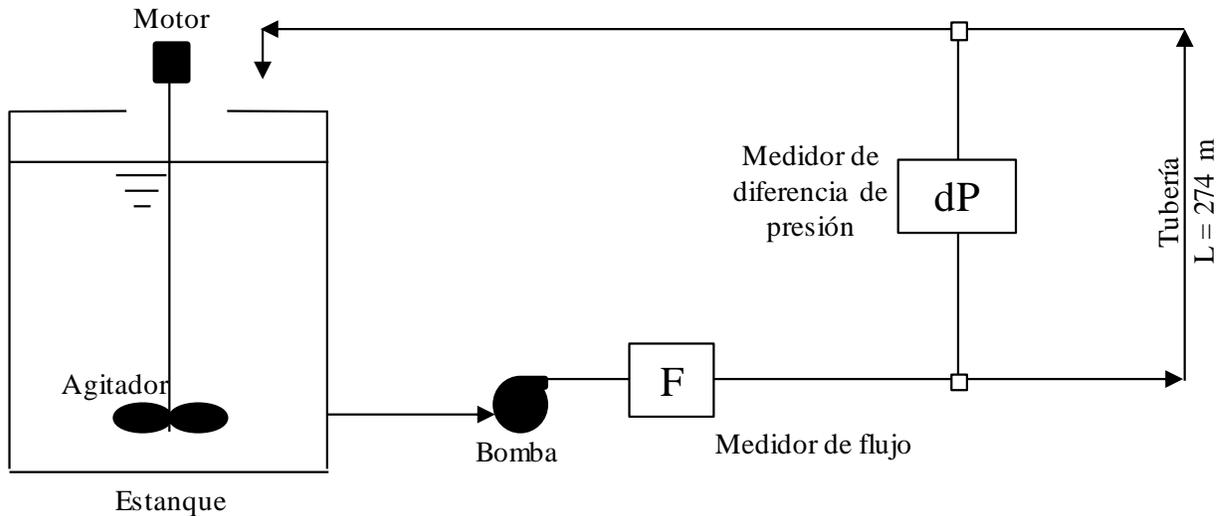


Figura 20.- Esquema general instalación experimental (circuito de prueba)

Cada uno de estos sistemas cuenta con un medidor de flujo volumétrico (F) que entrega registros en m^3/h y un medidor diferencial de presión cuyas lecturas se entregan en unidades de presión (kPa). Con el valor de diferencia de presión y el largo de la tubería utilizada, se obtiene un valor experimental de pérdida de carga unitaria (medida en metros de columna de concentrado de mineral o agua por metro de tubería).

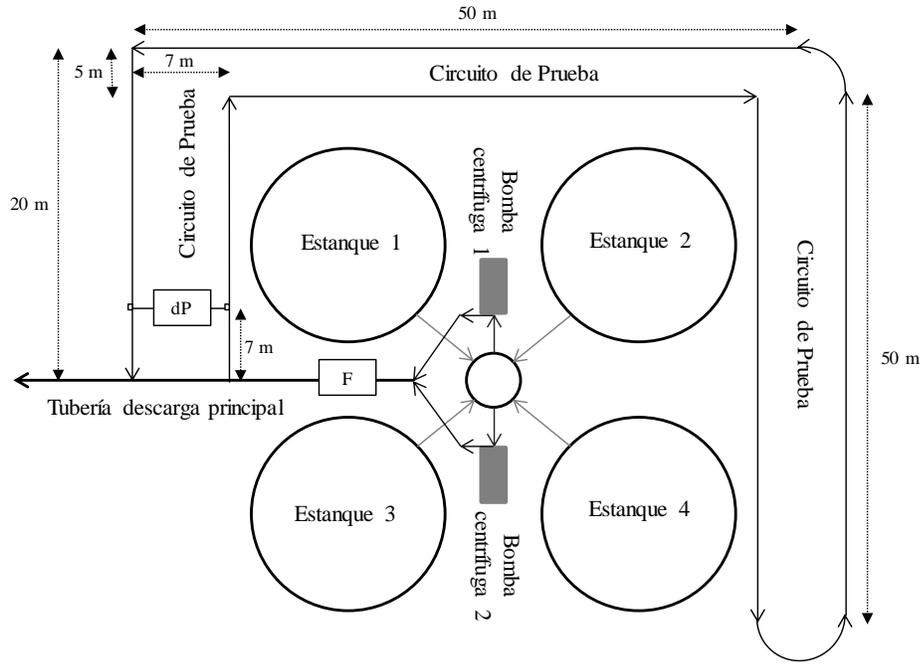


Figura 21.- Vista en planta zona estanques pruebas en terreno

Las dimensiones presentadas en la Figura 21, corresponden a valores aproximados. La siguiente tabla presenta las principales características de los circuitos de prueba considerados para este estudio:

Tabla 3: Principales características circuitos de prueba considerado

L [m]	D [mm]	Míneral
274,0	596,6	Bauxita

4.2 Procedimiento estándar de ejecución de pruebas

En relación al equipo de especialistas necesarios para llevar a cabo las pruebas en el circuito de prueba, se requiere un ingeniero hidráulico en la sala de control del sistema, con el fin monitorear el sistema, ya sea respecto a las tendencias registradas de presión y flujo como también respecto de anomalías en el funcionamiento los equipos de bombeo utilizados.

Cuando se da por estabilizado el sistema, se informa a personal en terreno para proceder a la toma de muestras para efectos de caracterización de la pulpa transportada. En algunos casos, la tubería cuenta con tres conexiones a tuberías de diámetro más pequeño con el fin de extraer una muestra de material a distintos niveles en la vertical.

Cabe destacar que en todas las pruebas realizadas se utilizaron bombas centrífugas horizontales, cuyo funcionamiento requiere una inyección de flujo de agua para generar un sello mecánico contra el concentrado, con el fin de evitar generación de abrasión en ciertas zonas del equipo. Este flujo de agua de sello, se impulsa hacia el interior de la bomba y termina siendo transportado hacia la tubería de descarga de la bomba y por consiguiente al sistema. Esto genera una dilución progresiva en el concentrado circulando en el test de prueba, por lo que, de contar con una válvula de dilución (válvula de control asociada a una línea de agua), se deberá modificar su porcentaje de apertura en el tiempo de acuerdo a un análisis previamente realizado.

Para generar cada punto en las pruebas realizadas (par velocidad, pérdida de carga) se calcula el promedio aritmético de la serie de tiempo de diferencia de presión o velocidad.

Para estas pruebas, se entiende como sistema estabilizado el que presenta variaciones entre dos lecturas de los manómetros instalados en consecutivas de diferencia de presión menores que 3 kPa ($dP_{t+1} - dP_t < 3$ kPa).

Se requiere un constante registro de la temperatura para efectos del control de la viscosidad del fluido. Para bajas velocidades, el roce entre partículas en la parte inferior de la tubería podría hacer aumentar la temperatura del fluido, modificando su capacidad de transporte de sólidos.

4.3 Estimación del error de las mediciones

Para estimar el error de una función $f = f(x_1, \dots, x_n)$ se requiere hacer un análisis de propagación de errores. Llamando como δf al error de calcular f , se tiene lo siguiente⁵:

$$\delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \delta x_i \right)^2} \quad (89)$$

En el caso de la estimación de la pérdida de carga y velocidad, se identificará la expresión utilizada para la estimación de la pérdida de carga unitaria, con la cual se obtendrá un error final.

En el caso de la pérdida de carga unitaria, se tiene que:

$$J \left[\frac{m}{km} \right] = \frac{\Delta P [kPa]}{L [km]} = \frac{\Delta P [kPa] / \gamma_m}{L [km]} = \frac{\Delta P}{L \gamma_m} \quad (90)$$

Donde ΔP representa la pérdida de carga en un tramo de largo L de tubería y γ_m la multiplicación entre la aceleración de gravedad ($9,8 \text{ m/s}^2$) y la densidad de la mezcla ρ_m , por lo que el error de este término recaerá principalmente en el error de la estimación de la densidad de la mezcla (se desprecia error de estimación aceleración de gravedad).

Para estimar el error de J , se tiene lo siguiente:

$$\delta J = \sqrt{\left(\frac{\partial J}{\partial \Delta P} \cdot \delta \Delta P \right)^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial L} \cdot \delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial \gamma_m} \cdot \delta \gamma_m \right)^2} \quad (91)$$

Que, desarrollando las derivadas parciales, se reduce a lo siguiente:

$$\delta J = \sqrt{\left(\frac{1}{L \gamma_m} \cdot \delta \Delta P \right)^2 + \left(-\frac{\Delta P}{L^2 \gamma_m} \cdot \delta L \right)^2 + \left(-\frac{\Delta P}{\gamma_m^2 L} \cdot \delta \gamma_m \right)^2} \quad (92)$$

De acuerdo a lo presentado en 2.2, modificando algebraicamente la expresión de cálculo de la densidad de la mezcla, se tiene que ρ_m (densidad de mezcla) se puede expresar de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\rho_m = \rho_s \frac{C_V}{C_P} = \frac{\rho_s \rho_L}{\rho_s + C_P (\rho_L - \rho_s)} \quad (93)$$

Por lo tanto,

$$\delta \gamma_m = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial C_P} \cdot \delta C_P \right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma_m}{\partial \rho_s} \cdot \delta \rho_s \right)^2} \quad (94)$$

⁵ Ecuación 86 extraída de Apuntes Curso Topografía CI35A, Facultad de Ciencias Físicas, Universidad de Chile.

$$\delta\gamma_m = \sqrt{\left(\frac{-g\rho_s\rho_L(\rho_L-\rho_s)}{[\rho_s+C_P(\rho_L-\rho_s)]^2}\delta C_P\right)^2 + \left(\frac{gC_P\rho_L^2}{[\rho_s+C_P(\rho_L-\rho_s)]^2}\delta\rho_s\right)^2} \quad (95)$$

Donde se tiene la siguiente expresión para la estimación del error de la densidad de los sólidos

$$\delta\rho_s = \rho_L\delta GES(96)$$

Para escribir la ecuación 96, se asume que $\delta\rho_L = 0$, para simplificar el cálculo de propagación de errores propuesto, bajo el supuesto que el error por medición de la densidad de los sólidos es baja. δGES se estima como la desviación estándar de las mediciones realizadas, presentadas en la Tabla 6.

Respecto a la estimación de $\delta\Delta P$, se considera un error fijo asociado al instrumento y otro variable de acuerdo a la velocidad media del flujo. Esto obedece a lo observado en las experiencias de campo, donde a velocidades inferiores a 1 m/s, el tiempo de estabilización del sistema podía tardar de 1 a 2 horas.

Es importante mencionar que se debe verificar que la distancia entre la descarga del (los) equipo(s) de bombeo y el primer punto de muestreo del medidor diferencial de presión asegure pleno desarrollo del flujo. De acuerdo a Colwell & Shook (1988), la distancia deberá ser mayor a 50 veces el diámetro de la tubería para mezclas con arenas, mientras que Lin y Ebadian (2007) recomiendan un valor de 10D. Para el caso del loop en estudio, se cumple sólo el criterio de Lin y Ebadian (2007), considerando que existen aproximadamente siete metros entre el codo que conduce hacia el Circuito de Prueba y la distancia entre este punto y el primer punto de muestreo del medidor diferencial de presión. Para el segundo punto de muestreo, la situación es la misma (ver Figura 21).

Para estimar el error δL , se considera igual al 1% del largo, por lo tanto, $\delta L = 2,74$ m.

Para estimar el error producido al estimar la velocidad en las pruebas se basa en la siguiente expresión:

$$V = \frac{Q}{A} \quad (97)$$

Sin embargo, el área depende tanto del diámetro interno de la tubería que, a su vez, puede verse disminuido debido a la eventual presencia de lecho de fondo por sedimentación de sólidos al en la parte inferior de la tubería.

$$A = \begin{cases} \frac{\pi D^2}{4} & \text{si } V \geq V_d \\ \frac{\pi D^2}{4} - A_{lecho} & \text{si } V < V_d \end{cases} \quad (98)$$

De la misma forma como se procede con J , se tiene lo siguiente:

$$\delta V = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial Q} \cdot \delta Q\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial A} \cdot \delta A\right)^2} & \text{si } V \geq V_d \\ \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial Q} \cdot \delta Q\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial A} \cdot \frac{\partial A}{\partial A_{lecho}} \cdot \delta A\right)^2} & \text{si } V < V_d \end{cases} \quad (99)$$

Con lo que se llega a:

$$\delta A = \begin{cases} \frac{\pi D}{2} \delta D & \text{si } V < V_d \\ \frac{\pi D}{2} \delta D + \delta A_{lecho} & \text{si } V \geq V_d \end{cases} \quad (100)$$

Con esto, se llega a que δV se puede estimar de la siguiente forma:

$$\delta V = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{1}{A} \cdot \delta Q\right)^2 + \left(-\frac{Q\pi D}{2A^2} \cdot \delta D\right)^2} & \text{si } V < V_d \\ \sqrt{\left(\frac{1}{A} \cdot \delta Q\right)^2 + \left(-\frac{Q}{A^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial A_{lecho}} \left(\frac{\pi D}{2} \delta D + \delta A_{lecho}\right)\right)^2} & \text{si } V \geq V_d \end{cases} \quad (101)$$

La estimación de δD se obtiene de las mediciones en terreno del espesor de la tubería en diferentes puntos de esta en el eje longitudinal y con ocho mediciones por punto. Estas mediciones se resumen en la Tabla 4:

Tabla 4: Campaña mediciones espesores tubería circuito de prueba

Posición	Diámetro interno [mm]							
	0° (e ₁)	45° (e ₂)	90°	135°	180°	225°	270°	315°
A	600,5	599,9	599,9	600,4	599,9	599,9	601,0	600,2
B	593,6	593,5	594,6	593,8	593,6	592,7	592,7	592,2
C	599,1	598,6	598,9	598,2	598,5	598,3	598,7	598,8
D	590,7	591,0	591,3	590,9	590,5	589,7	589,1	589,3
E	599,9	599,8	599,2	599,0	598,5	599,7	599,1	599,1
F	595,7	595,0	594,5	594,7	595,5	596,3	596,2	596,0
G	598,0	599,3	599,5	599,8	599,7	599,7	599,7	599,5
H	594,2	593,8	593,3	593,5	594,2	595,1	595,1	595,1
I	601,7	601,6	601,7	601,6	601,5	601,7	601,6	601,4
J	593,0	591,1	591,9	592,3	591,3	593,0	593,6	592,7
K	598,4	598,7	598,3	598,5	598,8	598,4	598,7	598,9
Promedio [mm]	596,7							
Desv. Est. [mm]	3,6							

El error asociado al caudal, δQ , se estima a partir de la desviación estándar recogidas desde las series de tiempo obtenidas en terreno (caudal versus tiempo) entorno a la zona de la curva donde se entiende por estabilizado el sistema.

Las posiciones en las cuales se realiza la medición de espesor de la tubería, están separadas por un perímetro de arco de 45° (ver Figura 22). De la Tabla 4, se obtiene que el diámetro promedio, a considerar en los cálculos hidráulicos, es de 597 ± 4 mm.

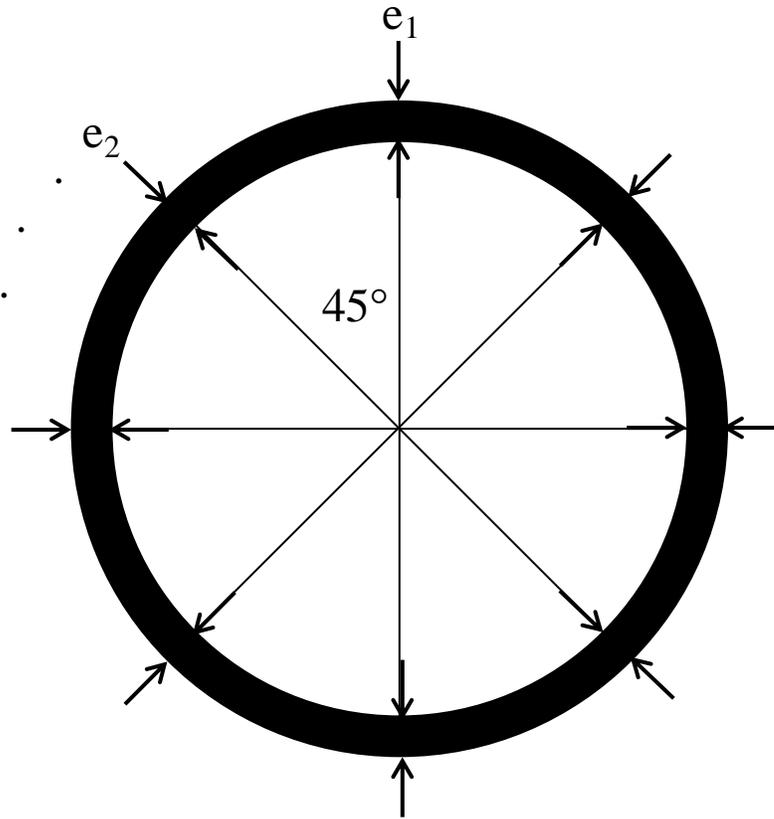


Figura 22.- Puntos de medición de espesor de tubería

Sin embargo, no es directo obtener una estimación del término $\frac{\partial A}{\partial A_{lecho}}$ ni tampoco de δA_{lecho} . Para estimar un orden de magnitud del primero, se considera que:

$$A = A_{lecho} + A_{flujo} \quad (102)$$

Con lo que se llega a la expresión:

$$\frac{\partial A}{\partial A_{lecho}} = 1 + \frac{\partial A_{flujo}}{\partial A_{lecho}} \quad (103)$$

Tomando en cuenta que, para la zona en de bajas velocidades en que la pérdida de carga es decreciente con la velocidad, se puede asumir que $\frac{\partial A_{flujo}}{\partial A_{lecho}} < 0$. Por lo anterior, se adoptará $\frac{\partial A}{\partial A_{lecho}} = 1$ para ser conservador.

Dado la complejidad que implica la estimación de dicha área, se adoptará un valor de $\delta A_{lecho} = 1,1A_{lecho}$. Este último se estima a partir de la estimación de la altura de la cama, en puntos de la curva J v/s v donde se presuma su existencia.

Para estimar la altura de la cama de sedimentos (estática), se adopta como criterio de ocurrencia de depósito de sólidos en el fondo de la tubería cuando se da la relación $C/Ca = 0,7$, en base a Wasp (1963). A partir de esto, para puntos donde se presuma la existencia cama fija en el fondo de la tubería, se calcula la concentración volumétrica de la cama como la suma de la concentración en volumen de los tamaños de sólidos tal que $C/Ca < 0,7$. Luego, utilizando la ecuación de Darcy-Weisbach, iguala la pérdida de carga medida a la pérdida asociada a la sección A_{flujo} . Estimando esta área y utilizando un poco de geometría, se estima un valor teórico de la cama de sedimentos.

4.4 Presentación resultados de las campañas de mediciones

A continuación, se presentan los datos recogidos de la campaña de mediciones en el circuito de prueba descrito previamente:

4.4.1 Caracterización Concentrado de Bauxita

A continuación, se presentan los datos recogidos para el caso cuya concentración en peso de 48%:

4.4.1.1 Granulometría

Se realizan tomas de muestra del material transportado por la tubería en posiciones verticales diferentes: bajo, medio y alto. Tomando en cuenta que esto se realizó para diferentes caudales, se define como criterio de elección de la granulometría transportada en el eje de la tubería (nivel medio) para los tres caudales más altos.

A continuación, se presenta la distribución granulométrica medida de acuerdo a lo mencionado anteriormente:

Tabla 5: Granulometría pruebas Cp = 48%

Malla #	Diámetro malla [μm]	Medidas al eje de la tubería			Pasante acumulado promedio
		Pasante acumulado 2144 m ³ /h	Pasante acumulado 1484 m ³ /h	Pasante acumulado 1155 m ³ /h	
28	595	99,6%	99,95%	99,87%	99,8%
32	420	99,3%	99,8%	99,6%	99,6%
48	297	92,8%	96,6%	94,3%	94,5%
65	210	84,4%	86,8%	89,7%	87,0%
100	149	70,0%	73,3%	74,3%	72,5%
150	105	57,8%	60,2%	62,1%	60,0%
200	74	45,7%	47,5%	49,6%	47,6%
270	53	39,4%	40,9%	43,0%	41,1%
325	44	32,0%	34,5%	35,5%	34,0%
400	37	28,4%	30,2%	32,2%	30,3%

En la Figura 23 se compara la granulometría promedio con las tres mediciones de pasante acumulado según flujo transportado. Se puede notar que, para un mismo valor de tamaño de partícula, a mayor flujo el pasante acumulado es menor, puesto que el perfil de concentración en la vertical es menos uniforme para flujos menores. Esto significa que a mayor flujo (mayor capacidad de resuspensión) permite que, a una misma altura en el eje vertical de la tubería, se espera encontrar mayor presencia de gruesos. De otra forma, si el flujo es menor, se espera que en el mismo punto la granulometría sea más fina. Esto indica que lo presentado respecto de la distribución granulométrica de la fase sólida de las mediciones utilizadas corresponde a mediciones razonables.

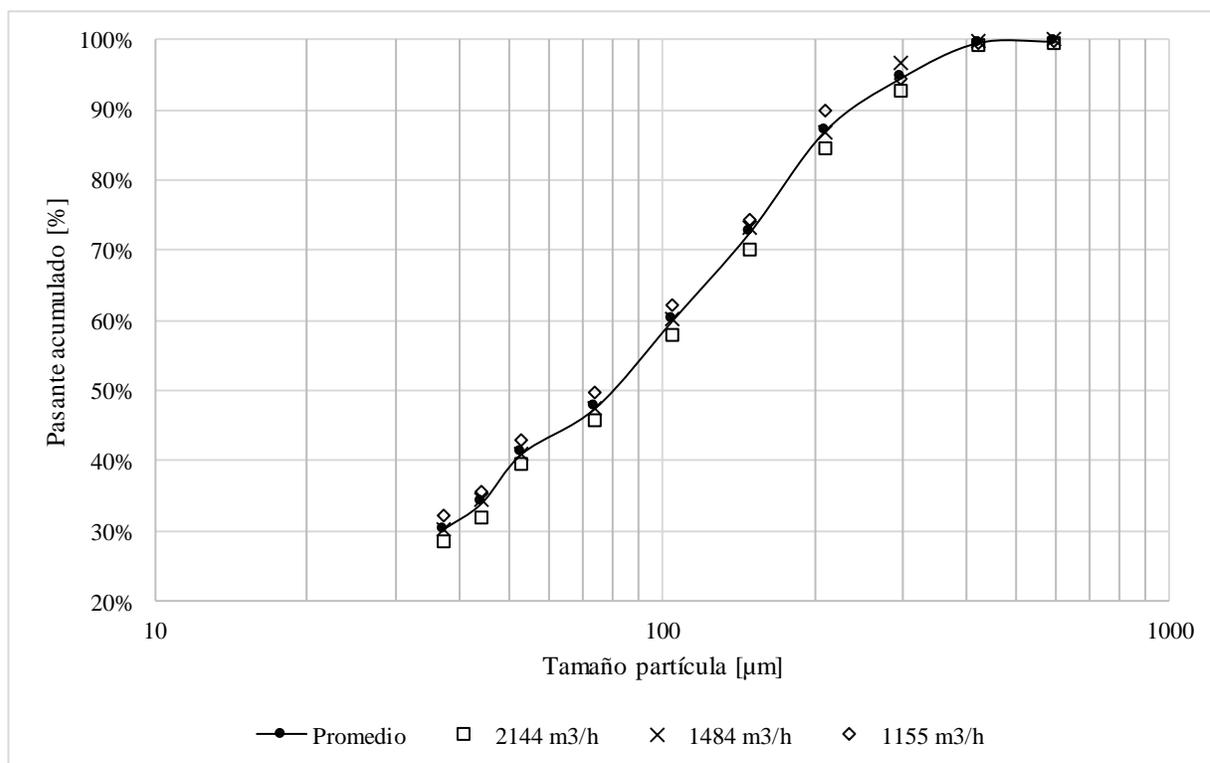


Figura 23.- Distribución granulométrica pulpa transportada – Cp = 48%

De la granulometría promedio utilizada, se estima que $D50 = 78 \pm 0,3 \mu\text{m}$. La estimación del error corresponde a la desviación estándar de todos los pasantes acumulados medidos presentados en la Tabla 5.

4.4.1.2 Gravedad específica de los sólidos y del líquido

La medida de la gravedad específica de los sólidos se llevó a cabo utilizando un picnómetro, con el cual se obtienen cinco estimaciones con los que se calcula un promedio que será el valor definitivo a considerar en las pruebas para este parámetro. El resumen de los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 6: Gravedad específica sólidos prueba 48%

Muestra	Gravedad específica sólidos [-]
1	2,49
2	2,53
3	2,57
4	2,55
5	2,51
Promedio	$2,5 \pm 0,03$

El error del cálculo de la gravedad específica de los sólidos se estima a partir de la desviación estándar de los 5 puntos medidos. Sin embargo, se acepta que este valor representa una cota superior respecto de tener una mayor cantidad de puntos, y no representa una forma adecuada de estimación del error de la medición tanto para la velocidad como diferencia de presión.

No se considerará esta variable dentro de la propagación de errores dada su baja variabilidad en este caso particular. Una gravedad específica de los sólidos de 2,5 (2,5+0,03), impacta en un 0,34% en la pérdida de carga unitaria medida en metros columna de agua para el caso de concentrado de bauxita a una concentración en peso de 48%.

En el análisis de propagación de errores de las mediciones presentadas en este trabajo, la varianza de la medición de la gravedad específica de los sólidos es una variable que fue tomada en consideración, que influye en la banda de error obtenida de la medición de la pérdida de carga (ver 4.3).

4.4.1.3 Reología

La semana anterior a las pruebas en el circuito de prueba, se obtienen los siguientes resultados de la reología y, en particular, en la estimación de la viscosidad de Bingham para diferentes concentraciones cercanas a las que se tuvo en las pruebas presentadas.

La Tabla 7 entrega un resumen de la viscosidad medida para cada concentración en peso (volumen):

Tabla 7: Viscosidad de Bingham para diferentes concentraciones $C_p = 48\%$

C_p	C_v	Densidad de la mezcla	pH	Temperatura [°C]	Viscosidad Binham (η_B) [cP]
54,8%	32,3%	1,49	7,04	21,1	11,3
46,4%	25,4%	1,39	7,10	21,2	6,0
49,5%	27,8%	1,42	7,12	21,5	8,5
52,0%	29,9%	1,45	7,13	21,1	7,4
49,5%	27,8%	1,42	7,56	21,6	7,9
45,1%	24,5%	1,37	7,60	21,6	5,7
50,3%	28,5%	1,43	7,58	21,8	7,3
53,1%	30,9%	1,47	7,62	21,8	8,1
50,2%	28,4%	1,43	7,69	20,2	7,1
46,9%	25,8%	1,39	7,63	20,4	6,5
55,6%	33,1%	1,50	7,67	20,6	17,0
51,7%	29,6%	1,45	7,68	20,7	12,5
55,1%	32,6%	1,50	7,88	19,9	11,4
46,6%	25,6%	1,39	7,87	19,0	5,8
51,7%	29,7%	1,45	7,91	19,8	12,2
53,7%	31,3%	1,48	7,92	20,5	10,6
52,8%	30,6%	1,46	6,84	21,5	8,8
44,5%	24,0%	1,36	6,82	21,4	5,1
48,4%	27,0%	1,41	6,86	21,0	6,1
49,6%	27,9%	1,42	6,86	21,1	6,7

La Figura 24 presenta la totalidad de mediciones de viscosidad de Bingham realizadas presentadas en la Tabla 7:

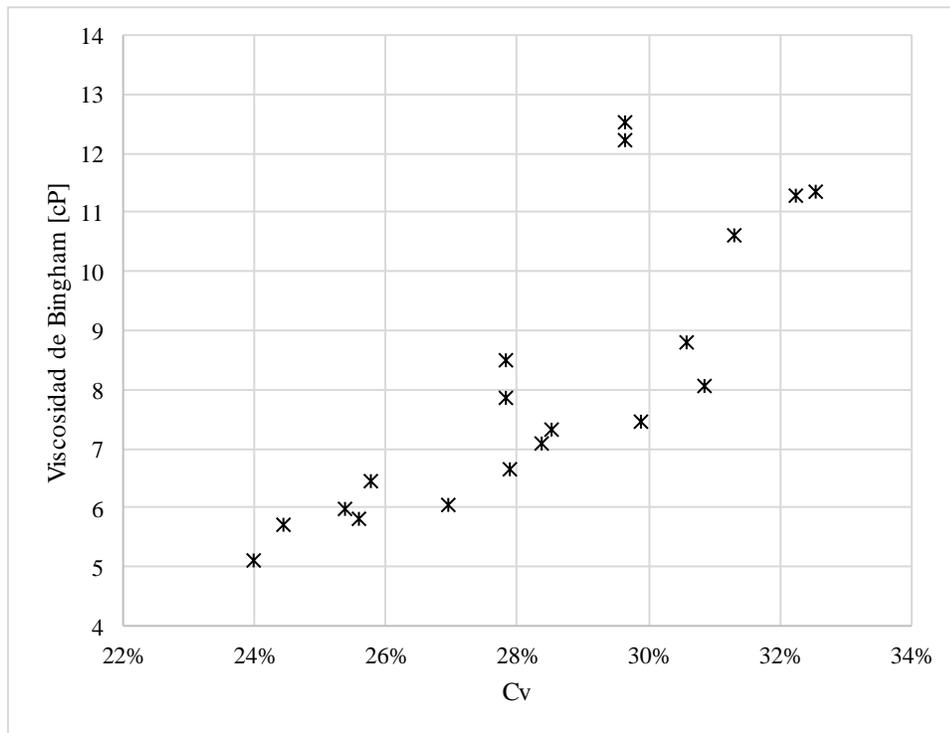


Figura 24.- Pruebas de reología – estimación viscosidad

Luego, considerando que en este tipo de mezclas bifásicas la viscosidad es creciente con la concentración, se evalúan las mediciones hechas por día de manera de conseguir que sean consistentes con lo anterior. Realizando esto, se obtiene una serie de datos más reducida presentada en la Figura 25:

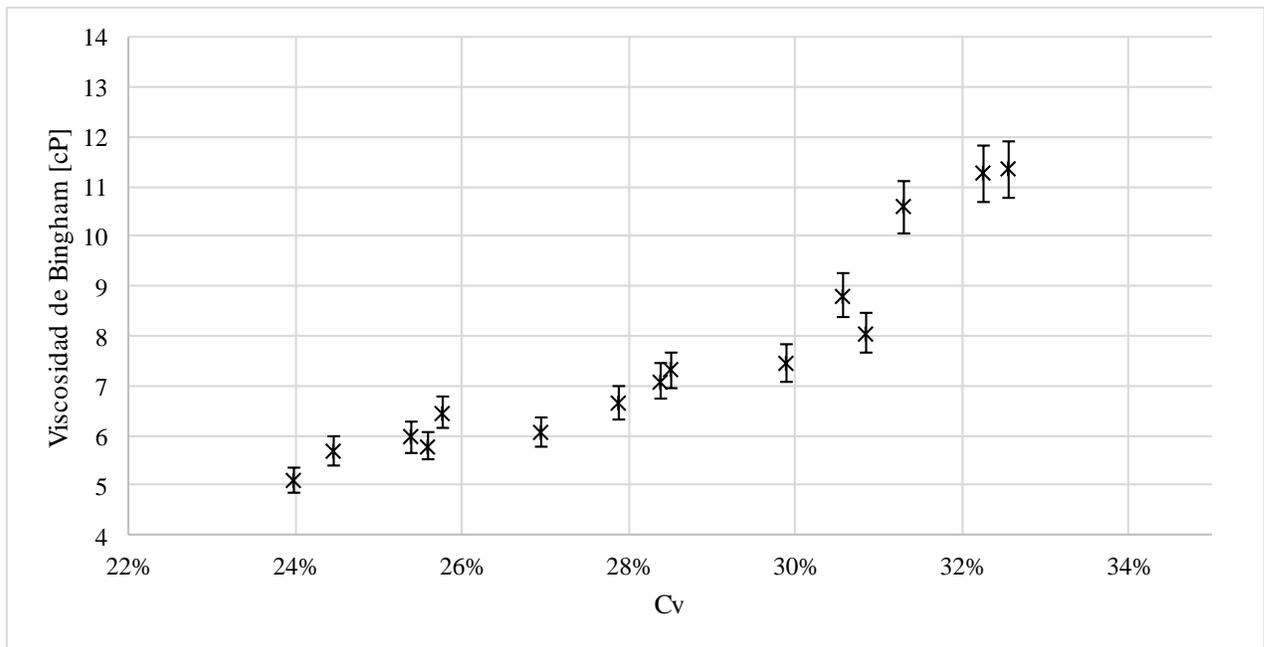


Figura 25.- Pruebas de reología – estimación viscosidad datos filtrados

A partir de los datos seleccionados, se busca un modelo que represente de la mejor forma posible el comportamiento reológico de la pulpa, para poder estimar su la viscosidad dinámica para en función de la concentración volumétrica, con miras al uso del método de Wasp. Considerando la expresión de Thomas (1965), se tiene que:

$$\frac{\mu_s}{\mu_0} = 1 + 2,5C_v + 10,05C_v^2 + Aexp(BC_v) \quad (104)$$

Para generalizar la dependencia de la viscosidad dinámica del agua con la temperatura, se genera una regresión a partir de la tabla “Propiedades Físicas del Agua” extraída de Streeter & Wylie (1988) presentado en la y la Figura 26:

Tabla 8: Viscosidad de del agua en función de la temperatura

T (°C)	μ (Pa-s)
0	0,001792
5	0,001519
10	0,001308
15	0,001140
20	0,001005
25	0,000894
30	0,000801
35	0,000723

Importante es destacar que en las pruebas se midió una temperatura media de 33°C, por lo que la viscosidad dinámica del fluido, de acuerdo a la información presentada, corresponde a 0,8 cP.

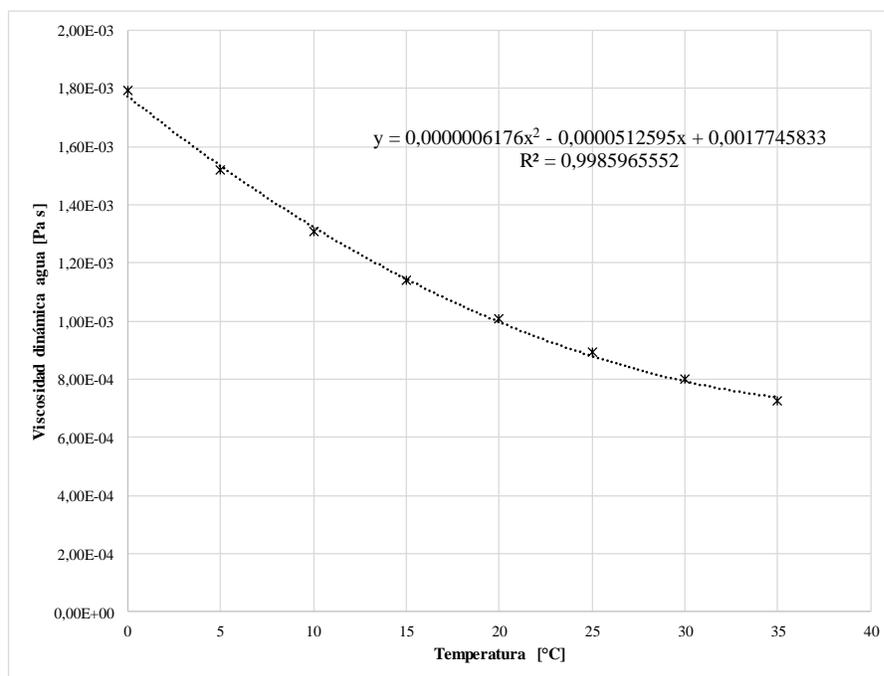


Figura 26.- Dependencia de viscosidad dinámica del agua con la temperatura

Cabe destacar que en la bibliografía citada no se presenta una banda de error asociada a la medición de la viscosidad dinámica del agua.

De acuerdo a los puntos filtrados (graficados en la Figura 25), se ajusta la expresión de Thomas mediante mínimos cuadrados en primera instancia y por simple inspección en una segunda instancia, se obtiene:

$$\frac{\mu_s}{\mu_0} = 1 + 2,5C_v + 10,05C_v^2 + 0,34exp(9,6C_v) \quad (105)$$

Tabla 9: Construcción ajuste modelo Thomas (1965) para viscosidad de Bingham medida

Cp	Cv	Rho mezcla	pH	Temperatura [°C]	μ_0 [Pa s]	Viscosidad Binham (η_B) [cP]	Viscosidad dinámica Thomas ajustado [cP]	Viscosidad cinemática (Thomas ajustado) [m ² /s]
54,8%	32,3%	1,49	7,04	21,1	0,000968	11,3	10,0	6,7E-06
46,4%	25,4%	1,39	7,10	21,2	0,000965	6,0	6,0	4,3E-06
52,0%	29,9%	1,45	7,13	21,1	0,000968	7,4	8,4	5,8E-06
45,1%	24,5%	1,37	7,60	21,6	0,000955	5,7	5,5	4,0E-06
50,3%	28,5%	1,43	7,58	21,8	0,000951	7,3	7,4	5,2E-06
53,1%	30,9%	1,47	7,62	21,8	0,000950	8,1	8,8	6,0E-06
50,2%	28,4%	1,43	7,69	20,2	0,000991	7,1	7,6	5,3E-06
46,9%	25,8%	1,39	7,63	20,4	0,000985	6,5	6,2	4,5E-06
55,6%	33,1%	1,50	7,67	20,6	0,000981	17,0	10,8	7,2E-06
55,1%	32,6%	1,50	7,88	19,9	0,000999	11,4	10,6	7,1E-06
46,6%	25,6%	1,39	7,87	19,0	0,001023	5,8	6,4	4,6E-06
53,7%	31,3%	1,48	7,92	20,5	0,000984	10,6	9,5	6,4E-06
52,8%	30,6%	1,46	6,84	21,5	0,000958	8,8	8,7	6,0E-06
44,5%	24,0%	1,36	6,82	21,4	0,000960	5,1	5,4	3,9E-06
48,4%	27,0%	1,41	6,86	21,0	0,000970	6,1	6,7	4,8E-06
49,6%	27,9%	1,42	6,86	21,1	0,000967	6,7	7,2	5,0E-06

Notar que la temperatura registrada en las pruebas de reología es notablemente más baja que la asociada a las pruebas en circuitos de prueba.

La curva obtenida de viscosidad dinámica donde se junta el ajuste anteriormente presentado junto con las mediciones de reología realizadas se presenta en la Figura 27:

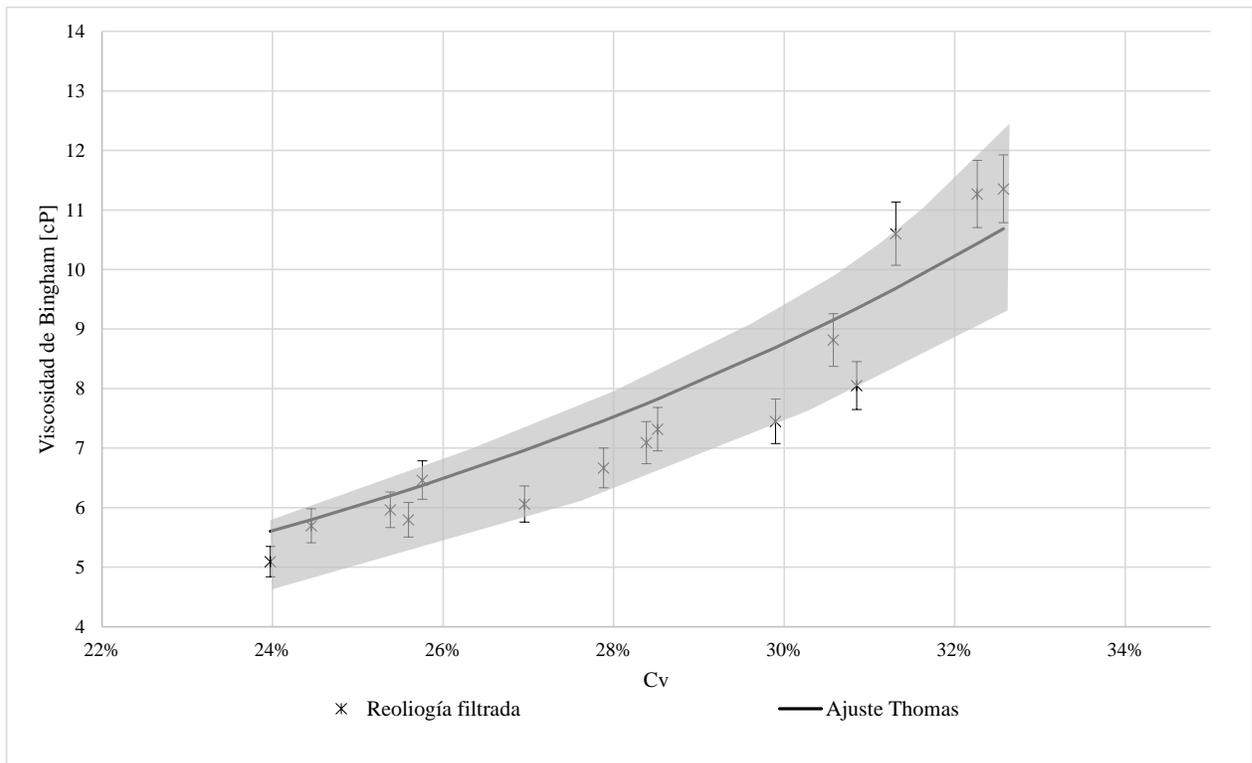


Figura 27.- Regresión a partir expresión de Thomas (1965) utilizando mediciones de reología

Respecto al error obtenido en las mediciones de reología, se conoce el valor asociado a la estimación de la viscosidad dinámica de la muestra, correspondiente a 5%, como se puede apreciar en la Figura 27.

Para tener una idea del error de estimar la viscosidad con la expresión de Thomas (1965), se considera una banda que cubra una cantidad de datos asociada a dos veces la varianza de los datos, esto es, que comprenda al 95% de los datos (asumiendo que los datos siguen una distribución de tipo normal), que en términos prácticos y dada la poca cantidad de datos finales con los que se cuenta, esta banda debe cubrir todos los puntos, como se aprecia en la Figura 27, en la banda de color plomo.

Respecto del método de Thomas (1965), si bien se trata de una estimación creada para mezclas newtonianas, su uso en concentrado mineral modelado como fluido de Bingham se puede considerar aceptable en términos de las bandas de error mencionadas en el párrafo anterior. Además, se presenta como alternativa al método usualmente utilizado por diferentes empresas de ingeniería de uso de los parámetros A, B y B'. La ecuación utilizada para estimar la viscosidad de Bingham a partir de una serie de datos medidos, es la siguiente:

$$\eta_B/\mu_{fluido} = 10^{B'Vr} \quad (106)$$

Donde B', es el parámetro de ajuste de la regresión lineal realizada en un gráfico cuyas ordenadas corresponden al logaritmo en base 10 de la parte izquierda de la ecuación 106, mientras que las abscisas representan el volumen reducido de sólidos. El factor η_B/μ_{fluido} se conoce como viscosidad reducida.

Siguiendo el método anteriormente mencionado, se presenta la siguiente regresión para la estimación de la viscosidad de Bingham para cada concentración:

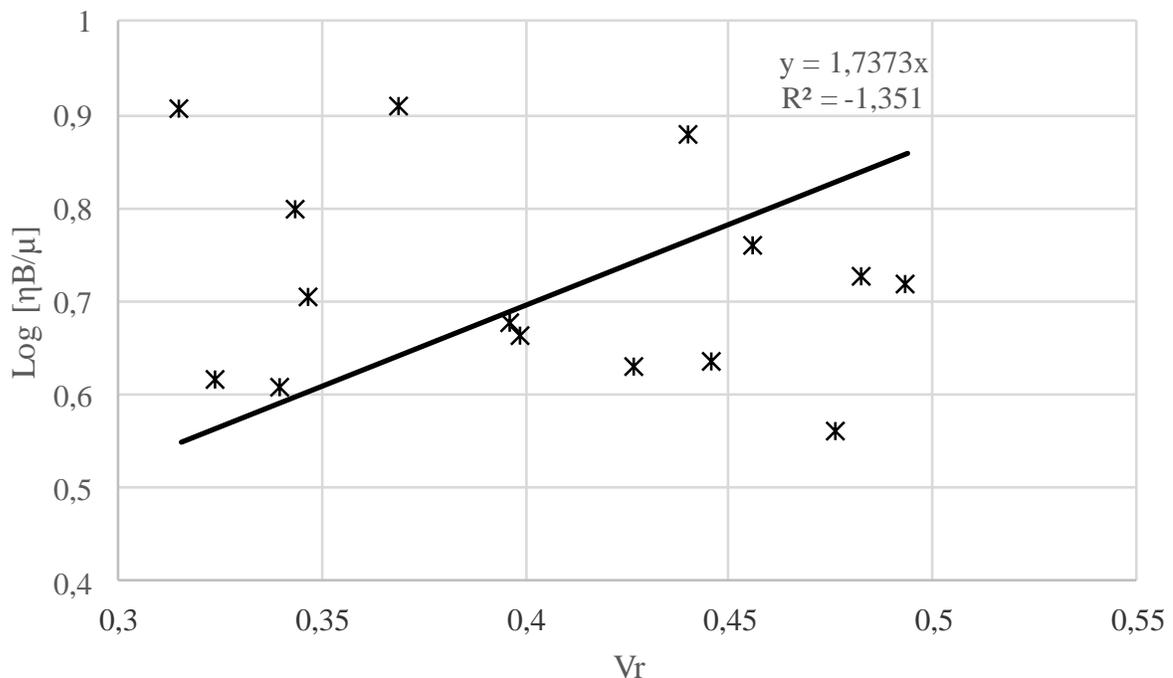


Figura 28.- Estimación parámetro B' método utilizado comúnmente en oficinas de ingeniería

Tomando en cuenta que la nube de puntos no es representable por una regresión lineal, por cuianto la ecuación 102 (con $B' = 1,737$) no será utilizada para contar con una expresión de extrapolación de la viscosidad de Bingham de la mezcla.

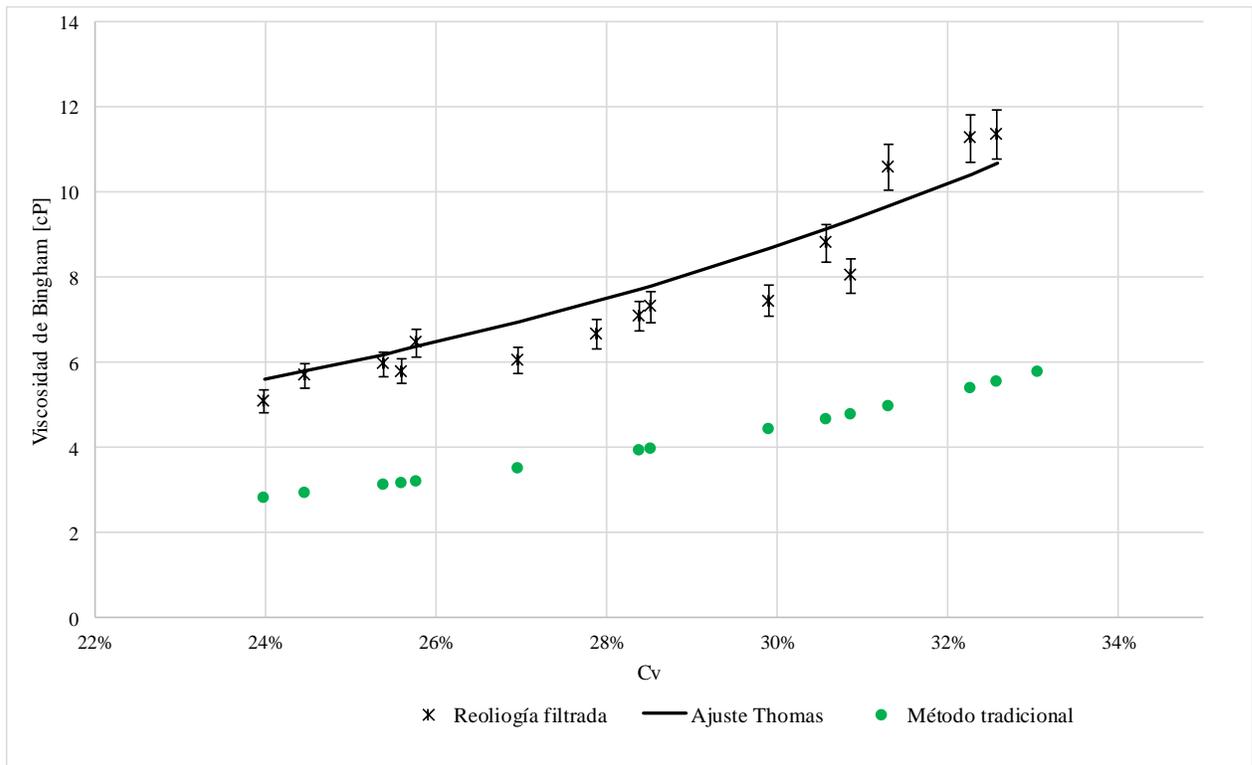


Figura 29.- Comparación de estimaciones reología

4.4.2 Pruebas con agua

Se realizaron pruebas con agua con el fin de calcular la rugosidad equivalente. Esta rugosidad es la que se utilizará como base de cálculo del método de Wasp y sus versiones semi-ajustada y ajustada.

Se realizan pruebas a tres flujos diferentes (1604, 1699 y 1752 m³/h) La Tabla 10 presenta un resumen de las mediciones realizadas junto con la estimación de rugosidad equivalente. Considerando que en la estimación de errores en las mediciones de concentrado fueron del orden del 10% en su valor máximo, a continuación, se presentan los resultados con las pruebas con agua. Para la temperatura también se considera un error del 1%. Para la diferencia de presión, el error corresponde al 5% de la caída de presión, de acuerdo al promedio de los resultados obtenidos en las pruebas con concentrado, presentadas más adelante. Respecto a la velocidad, se hace una diferencia, pues el criterio es tomar el 5% en velocidades de perfil de concentraciones homogéneo, como es el caso del agua.

Con lo que queda lo siguiente:

Tabla 10: Mediciones con agua

Q [m ³ /h]	V [m/s]	T [°C]	Diferencia presión [kPa]	Rugosidad equivalente [mm]
1604,0 ±80	1,59 ± 0,08	35,0 ± 0,4	18,3 ± 1,0	3,32

Q [m ³ /h]	V [m/s]	T [°C]	Diferencia presión [kPa]	Rugosidad equivalente [mm]
1698,5 ± 84	1,69 ± 0,08	35,0 ± 0,4	20,4 ± 1,0	3,25
1752,0 ± 93	1,74 ± 0,09	35,0 ± 0,4	21,6 ± 1,1	3,22

De lo anterior se obtiene que la rugosidad equivalente es, en promedio de 3.3 mm. Si bien corresponde un valor alto de acuerdo a lo que se puede encontrar en otras faenas mineras, no es poco común llegar a estos valores, que puede ser atribuido tanto a un mal estado de la tubería (como se tendería a pensar en primera instancia) o una mala calibración de los instrumentos de medida (caudal y diferencia de presión). La cuantificación de este último efecto no es fácil de obtener, debido a que no se cuenta con las hojas de mantención de los instrumentos utilizados en las pruebas presentadas en este trabajo.

Comparando lo medido con las predicciones utilizando las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Colebrook-White, se tiene lo presentado en la Figura 30:

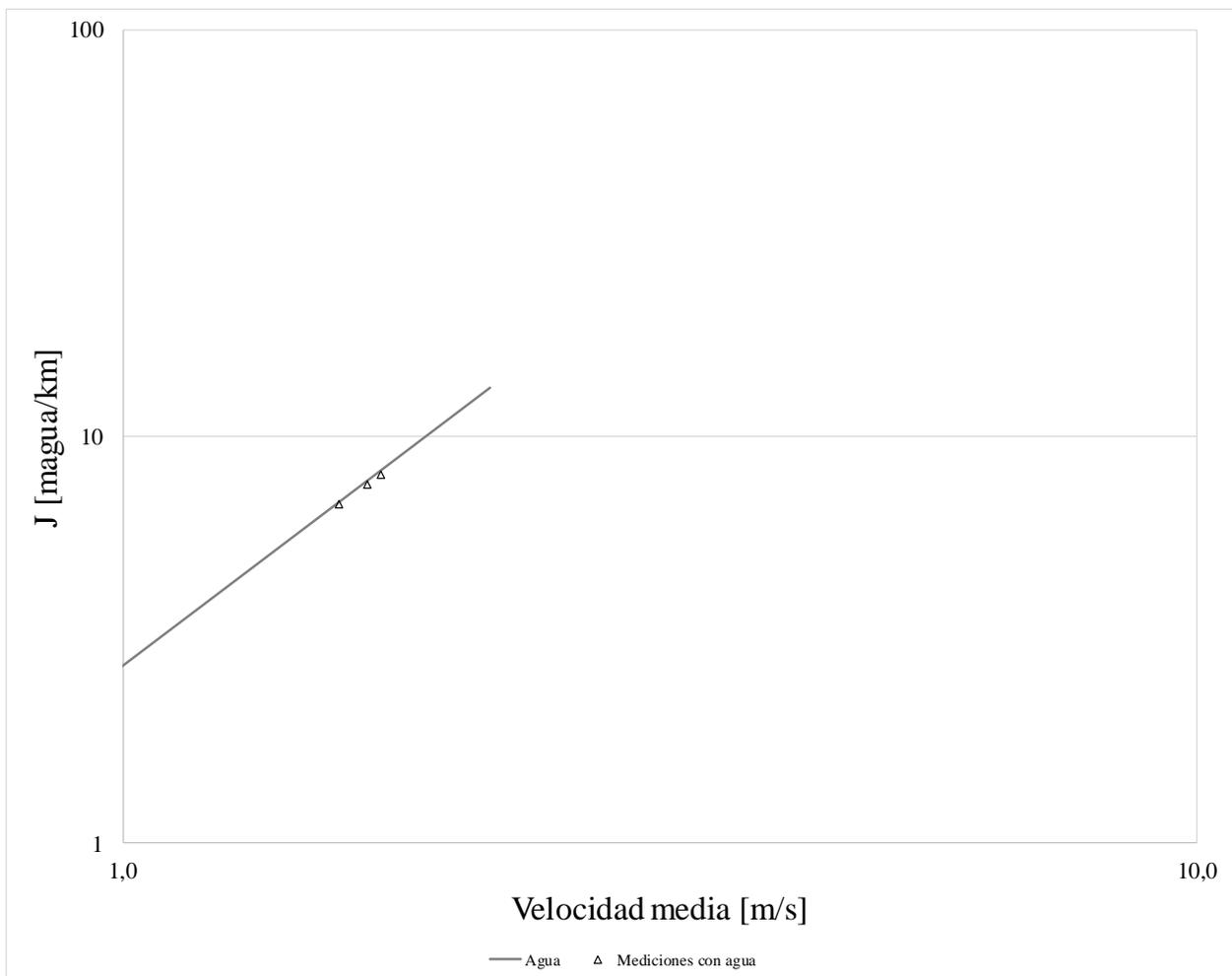


Figura 30.- Predicción pérdida de carga unitaria según Darcy-Weisbach con mediciones para una rugosidad de 3,26 mm

4.4.3 Resultados pruebas con concentrado $C_p = 48\%$

Es importante volver a recalcar que para estimar δQ y δV se tomó el 5% de ambas cantidades, debido a que la desviación estándar se calculaba sobre una muestra cuya cantidad de datos es

inferior a 15, en la mayoría de los caudales probados. Este mismo criterio se adoptó para estimar $\delta\Delta P$.

Antes de presentar la curva J v/s velocidad media, la Tabla 11 y Tabla 12 entregan un resumen de la estimación del error en la medición de la velocidad y pérdida de carga unitaria, de acuerdo a lo estipulado en el apartado 4.3:

Tabla 11: Estimación error registro velocidad

Velocidad (m/s)	Caudal (m ³ /h)	Caudal (m ³ /s)	δQ (m ³ /s)	δV (m/s)
2,130	2144,100	0,596	0,030	0,11
1,055	1062,091	0,295	0,015	0,05
1,148	1155,195	0,321	0,016	0,06
1,808	1819,831	0,506	0,025	0,09
0,585	589,000	0,164	0,008	0,07
1,474	1483,941	0,412	0,021	0,08

Tabla 12: Estimación error registro pérdida de carga unitaria

ΔP (kPa)	Caudal (m ³ /h)	$\delta\Delta P$ (kPa)	γ_m	$\delta\gamma_m$	δJ (mcf/m))	δJ (mcf/km)	δJ (mca/km)
41,27	2144	2,064	13,761	0,073	0,00056	0,6	0,8
11,38	1062	0,080	13,761	0,073	0,00004	0,0	0,1
15,31	1155	0,110	13,761	0,073	0,00005	0,1	0,1
28,69	1820	0,120	13,761	0,073	0,00009	0,1	0,1
14,22	589	0,638	13,761	0,073	0,00017	0,2	0,2
21,40	1484	0,101	13,761	0,073	0,00007	0,1	0,1

Las mediciones de pérdida de carga unitaria en función de la velocidad media del flujo, para 48% de concentración en peso, se presentan en la Figura 31:

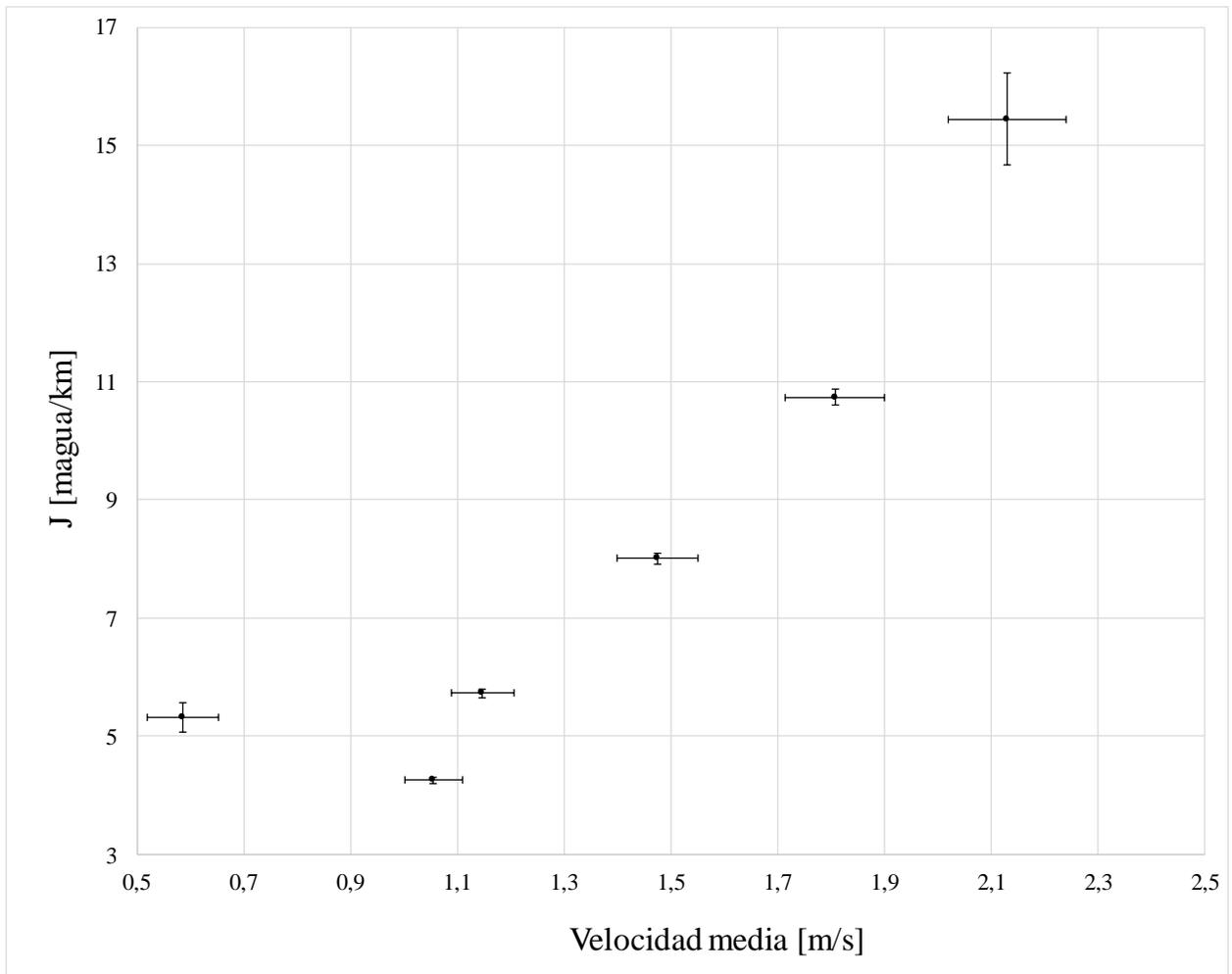


Figura 31.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – Cp = 48%

La Tabla 13 presenta en detalle los valores obtenidos de estas pruebas:

Tabla 13: Mediciones circuitos de prueba – Cp = 48%

V [m/s]	J [mca/km]
2,13	15,4
1,06	4,3
1,15	5,7
1,81	10,7
0,59	5,3
1,47	8,0

Graficando nuevamente los puntos anteriormente presentados, ahora en escalas log-log, se obtiene presentado a continuación:

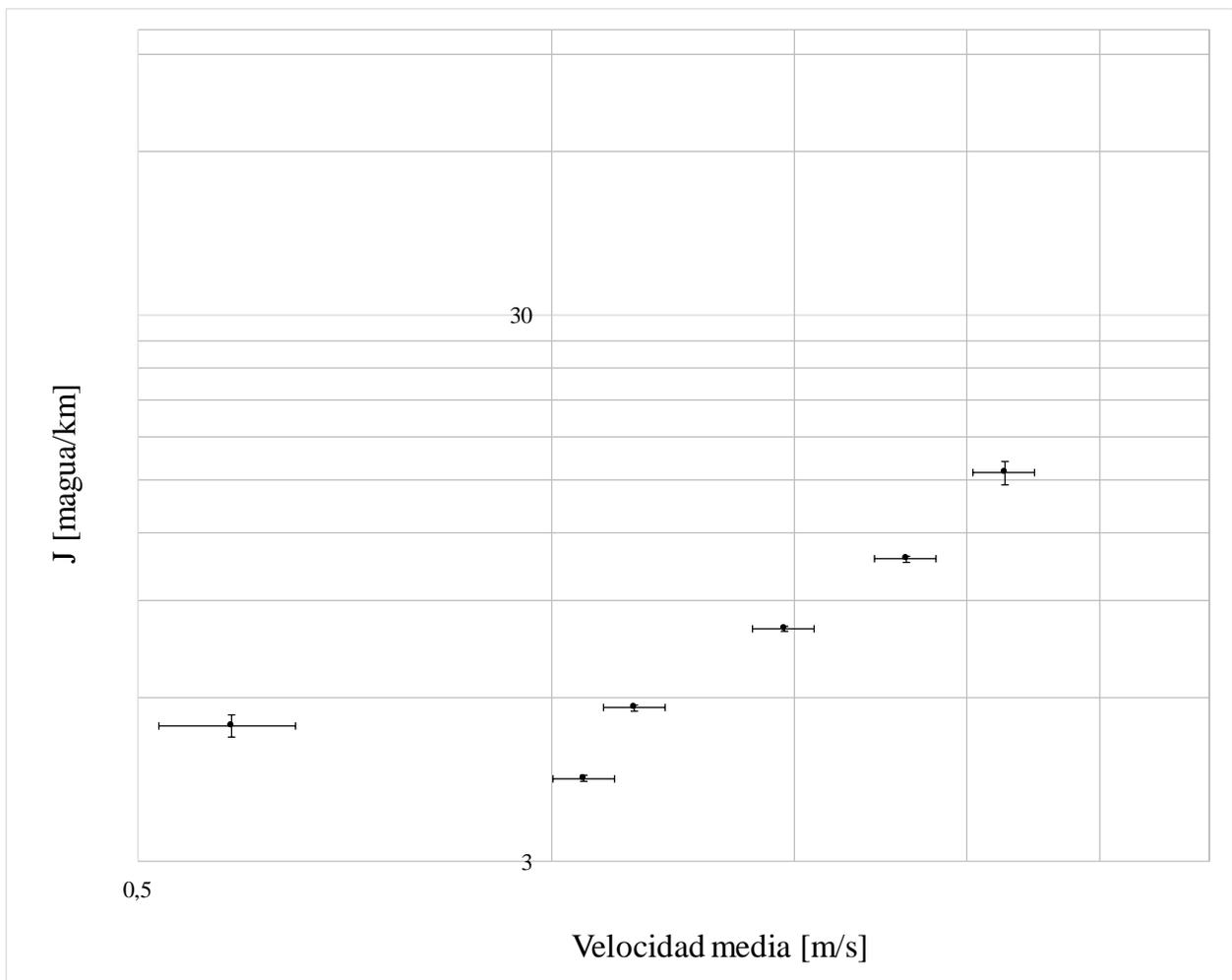


Figura 32.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – 48% log-log

A partir de la Figura 32, es posible notar que el segundo punto, de izquierda a derecha, cercano a una velocidad de 1 m/s, no sigue la misma tendencia de los cuatro puntos que lo siguen hacia la derecha del gráfico. Esto implica que, posiblemente, el valor real de pérdida de carga, para esa velocidad, sea mayor al medido, debido a que no se encuentra alineado respecto de los cuatro restantes de alta velocidad.

5 Predicciones método de Wasp original, semi-ajustado y ajustado

Luego de realizar la revisión bibliográfica desarrollada en la sección 2, la mayor parte de los métodos consisten en realizar ajustes de ciertos parámetros de acuerdo a cada mezclas sólido-líquido en particular, lo que requiere eventualmente una constante validación y reestimación de parámetros en los casos donde se aplique en industrias de este tipo.

Pese a la trascendencia histórica de los trabajos de autores como Durand, Newitt, Fürbotter, Zandi & Govatos, Yuan & Turian, entre otros, no se presentarán comparaciones de la predicción de estos métodos con la información de mediciones de campo debido a que consideran un tamaño único de partícula. Esto se debe a que estos métodos están hechos para mezclas cuyo tamaño de partícula es constante o poco variable. En el caso de concentrado de mineral, la distribución granulométrica de los sólidos que lo componen presenta cierto rango de tamaños. Dado lo anterior, es preciso estimar ajustes aplicables a métodos que consideren lo anterior, como es el caso del método de Wasp o Metodo de Dos Capas.

Considerando su amplio uso en el diseño de ductos de larga distancia, se presentarán ajustes de parámetros y modificaciones sobre el método de Wasp, en desmedro del Método de Dos Capas, mucho más asociado a la industria del dragado. Lo expuesto anteriormente tiene que ver directamente con condiciones de flujo, pues el primero considera flujo pseudo-homogéneo en toda su vida útil, mientras que para extracciones en base a dragado, las distancias de transporte son menores, permitiendo así un transporte en régimen heterogéneo.

5.1 Predicción método de Wasp

De acuerdo a lo presentado en Wasp et al (1977), se utilizan los siguientes parámetros de entrada más relevantes del modelo, resumidos en la Tabla 14:

Tabla 14: Parámetros de entrada Wasp et al (1977)

Parámetro	Valor
β (Ismail)	1,0
κ (von Karman)	0,4
K (Durand)	82,0
n (Durand)	-1,5

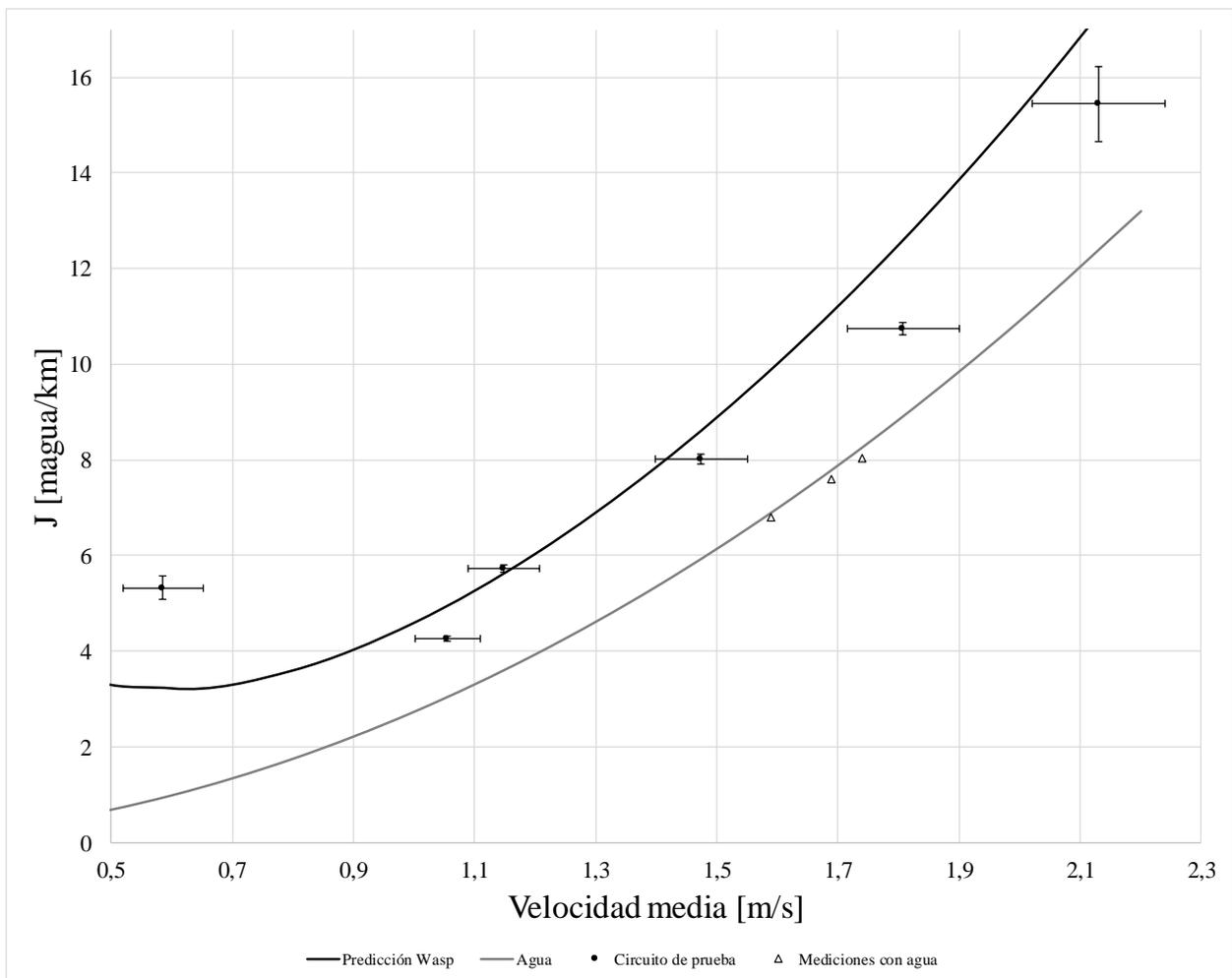


Figura 33.- Pérdida de carga unitaria v/s velocidad media – 48% log-log

Tabla 15: Tabla comparativa de mediciones y Wasp

Comparación mediciones/Wasp			
V [m/s]	J [mca/km]	J _{wasp} [mca/m]	Diferencia [%]
0,59	5,32	3,23	-39,40
1,06	4,26	4,95	16,17
1,15	5,73	5,62	-1,96
1,47	8,01	8,62	7,57
1,81	10,74	12,61	17,46
2,13	15,45	17,31	12,07

Como se puede notar en la Tabla 15, la mayor diferencia (respecto de lo medido) se da para la menor velocidad, sin embargo, en general se aprecian errores porcentuales altos.

Es importante destacar que, dado que el método de Wasp considera el promedio entre abertura de mallas, finalmente no se tiene una representación continua como es presentado en la Figura 23, sino que se trata de una *banda granulométrica*, pues no se conoce a ciencia cierta cuál es el tamaño real de la partícula sobre la cual se aplica la ecuación de Durand.

5.2 Predicción método de Wasp semi-ajustado (regresión lineal β)

Con el fin de lograr una menor diferencia entre la curva de Wasp y los datos medidos, se modifican los parámetros relevantes de acuerdo a criterios encontrados en la bibliografía consultada.

De esta forma, realizando una regresión lineal, se obtiene que para un $D_{50} = 78,4$, $\beta = 1,57$.

La Tabla 16 presenta un resumen de los parámetros utilizados en el modelo de Wasp ajustado a las características del concentrado de Bauxita:

Tabla 16: Parámetros de entrada Wasp semi-ajustado

Parámetro	Valor
β (Ismail)	1,57
κ (von Karman)	0,35
K (Durand)	15
n (Durand)	-2,3

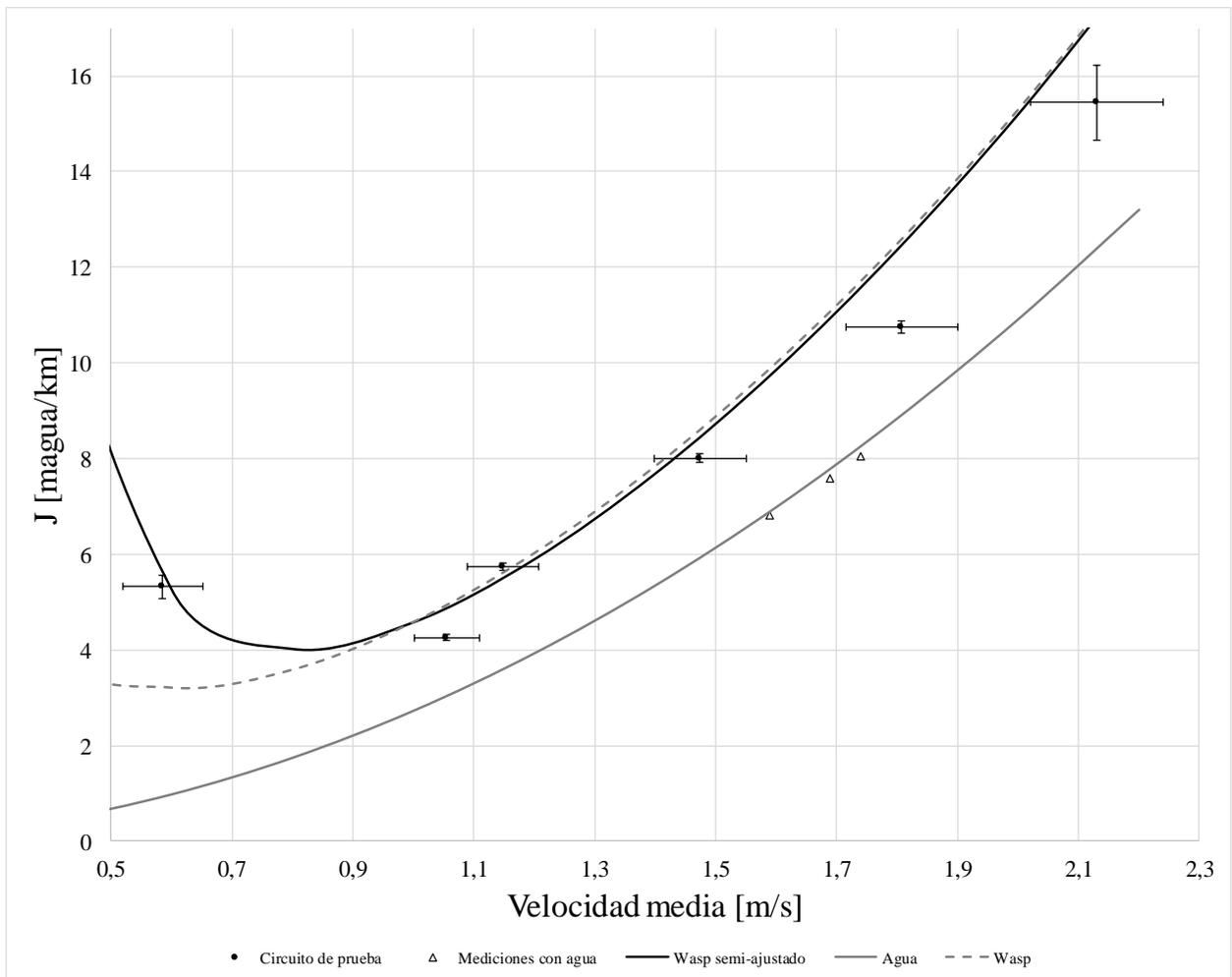


Figura 34.- Comparación Wasp con método Wasp semi-ajustado

5.3 Predicción método de Wasp ajustado

De acuerdo a lo expuesto en el punto 3.3, para el método de Wasp ajustado según Kaushal y Tomita, se tiene lo siguiente:

Tabla 17: Parámetros de entrada Wasp, ajustes Kaushal y Tomita

Parámetro	Valor
β (Ismail)	1,21
κ (von Karman)	0,35
K (Durand)	15
n (Durand)	-2,3

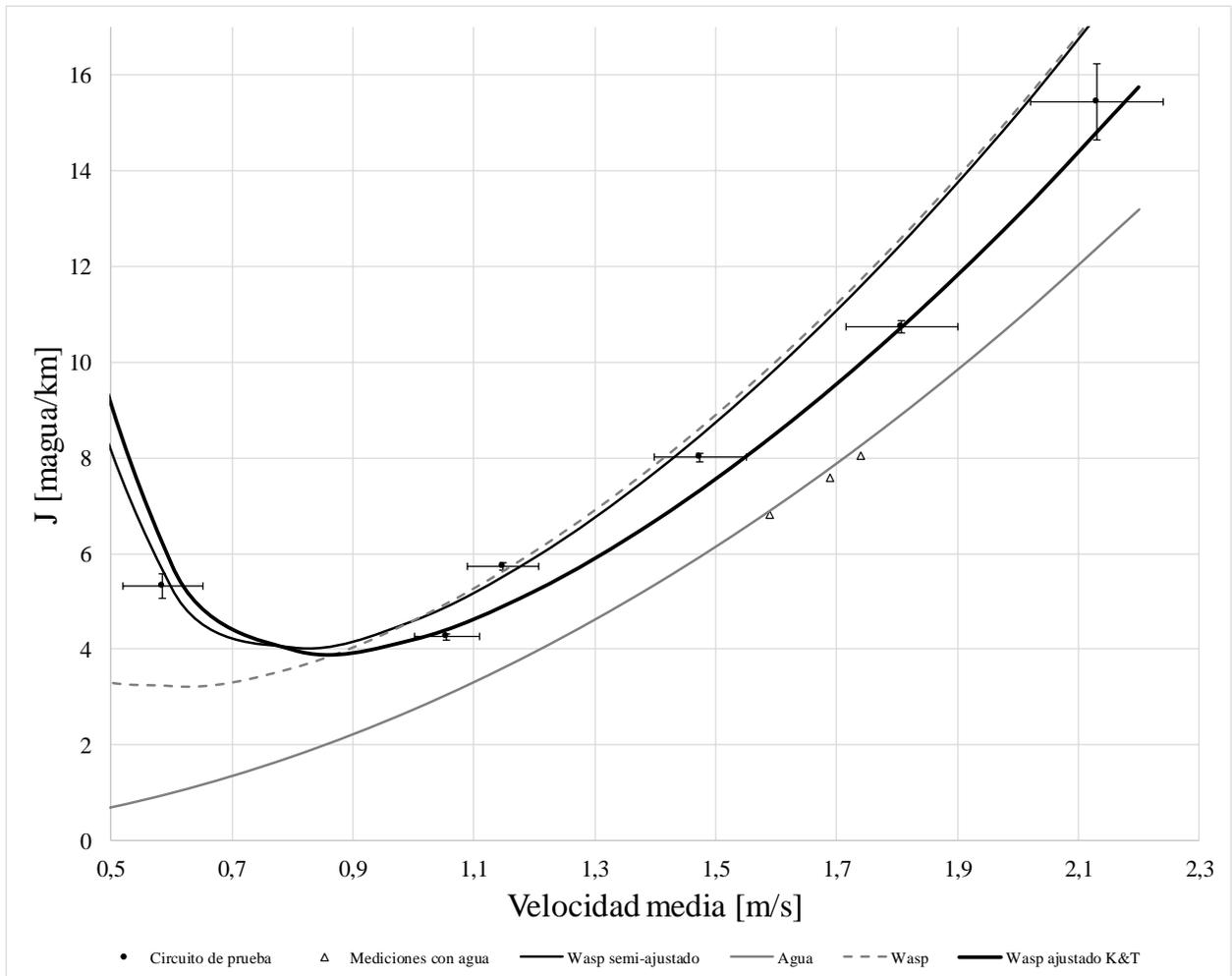


Figura 35.- Comparación estimación pérdida de carga método de Wasp clásico, Wasp semi-ajustado y Wasp ajustado según Kaushal & Tomita (2002)

Cabe destacar que, para estos cálculos, se utilizó la corrección del factor de fricción, de acuerdo a lo presentado en la ecuación 68.

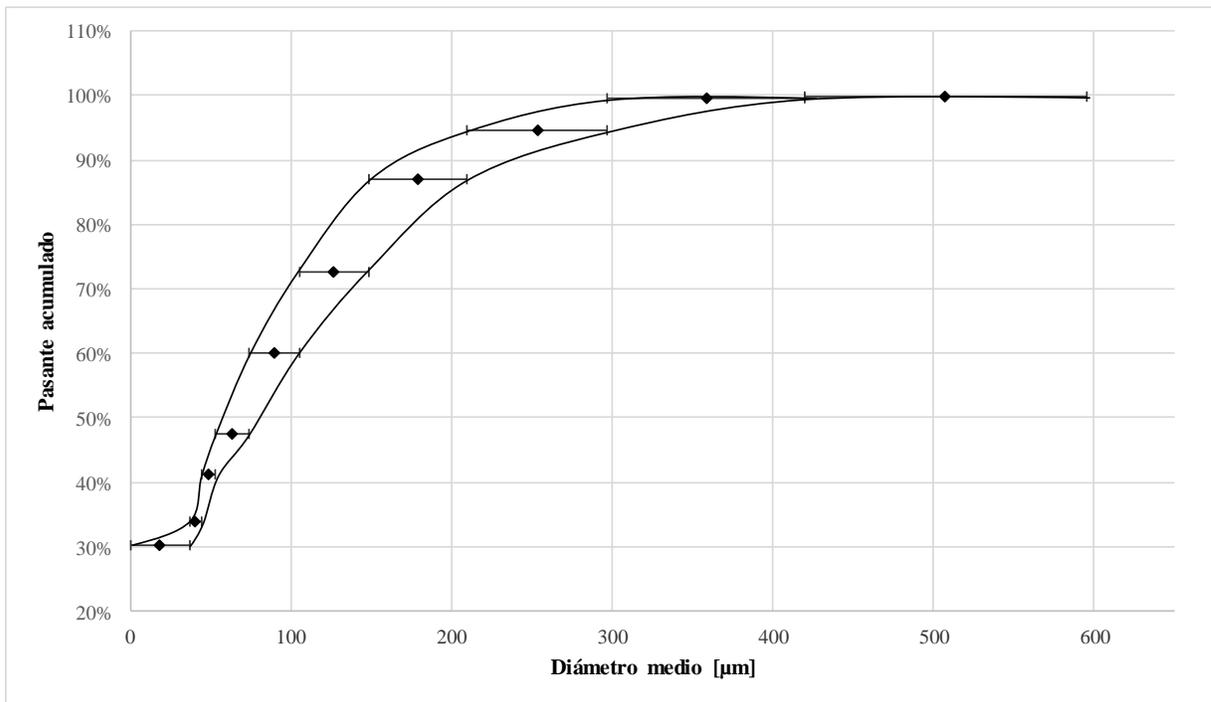


Figura 36.- Banda de curva granulométrica según tratamiento método de Wasp

Esto implica que la información presentada en la Tabla 15 es sólo válida para la curva que une los puntos de la Figura 36.

Para conocer el impacto que tiene la presencia de esta banda sobre la predicción del método, se recalculan las pérdidas de carga tomando los tamaños asociados al límite superior e inferior de la banda.

A continuación, se presenta un gráfico que muestra la banda de error asociada a las mediciones y la asociada a la estimación de la pérdida de carga en el método de Wasp ajustado, debido al rango de tamaños que se da en la granulometría.

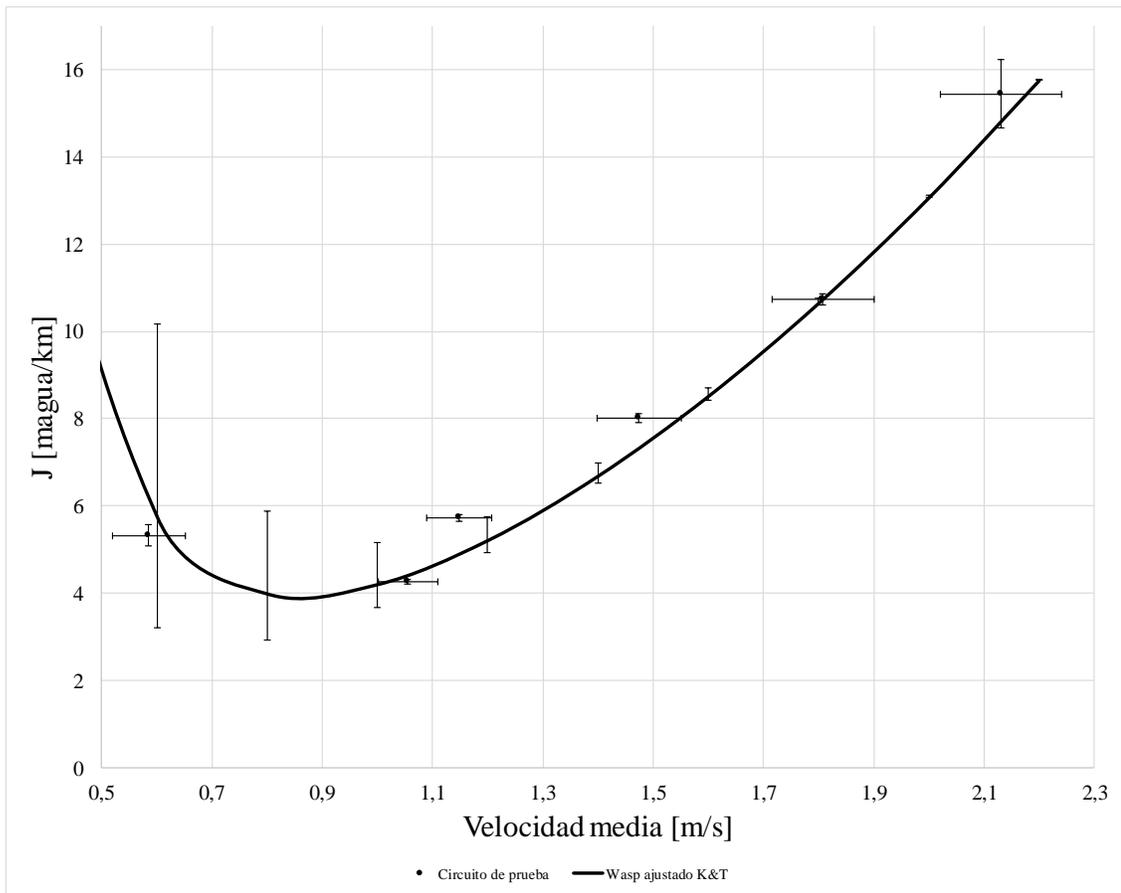


Figura 37.- Banda de error método de Wasp ajustado y mediciones.

6 Análisis resultados obtenidos y conclusiones

De acuerdo a los cálculos realizadas, se puede apreciar que el método “*Wasp-ajustado*” es el que se acerca más a los puntos medidos. Sin embargo, es preciso notar que, si bien la diferencia la hace la re-estimación del factor de fricción, es necesario realizar ajustes sobre los parámetros asociados a la ecuación 71 según el tipo de pulpa o mezcla sólido-líquido a utilizar. De aquí, se extrae que finalmente no existe el “mejor método”, sino que cada modelo requiere ajustar sus parámetros previamente de acuerdo a la pulpa a transportar.

De acuerdo a Lahiri (2013), es posible construir un modelo en base a redes neuronales. En particular, para el Método de Wasp, es deseable contar en el futuro con una amplia cantidad de datos de pérdidas de carga (obtenidos de literatura abierta), con el fin de generar módulos de estimación de los principales parámetros del modelo con redes neuronales y análisis estadísticos.

En términos de la reología estimada, es importante mencionar que existe una diferencia entre el flujo generado en el instrumento de medición, comparado con el que se genera en el transporte en presión. Por una parte, en reómetro de cilindros concéntricos se elige la zona donde se da régimen laminar, con un rango de tasa de deformación de entre 200 [s⁻¹] a 1000 [s⁻¹]. Sin embargo, el transporte en la tubería deberá ser en régimen turbulento para efectos de resuspensión.

De acuerdo a Wasp (1977), es posible escalar el esfuerzo de corte ejercido por la mezcla sobre la pared interna de la tubería como:

$$\tau_w \sim f \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \text{(107)}$$

Luego, escalando la tasa de deformación según la forma:

$$\dot{\gamma} \sim \frac{\tau_w}{\eta_T} \text{(108)}$$

Donde η_T es la viscosidad turbulenta. Realizando una estimación referencial, tomando $f = 0.015$, $v = 1,5$ m/s y $\eta \sim 5 \times 10^{-3}$ [Pa-s], se tiene que, para flujo turbulento en tubería en presión, $\dot{\gamma} \sim 3375$ [s⁻¹], mucho mayor que los 1000 [s⁻¹] mencionados anteriormente. Es importante notar que la Ecuación 103 es una aproximación de la tasa de deformación, sin embargo, genera una discusión en torno al hecho que la viscosidad es una propiedad del flujo que no es directo estimar, y que tampoco se cuenta con una metodología robusta de estimación del error de esta medición.

Lo expuesto anteriormente implica que es necesario ahondar, en primer lugar, sobre por qué es posible caracterizar la mezcla mediante un régimen laminar, para luego ser transportado en régimen turbulento, aun considerando las diferencias de las geometrías de contorno, en ambos casos. Además, es necesario esclarecer si es correcto presentar la alta diferencia de estimación de tasa de deformación que se ha encontrado.

Además, Se debe tener en cuenta que la reología de concentrado mineral realizado en etapas de puesta en marcha, puede ser no típica (que en general corresponde a la etapa del proyecto donde se realizan las pruebas con los circuitos mencionados).

Para mezclas sedimentables o cuyo flujo es heterogéneo a bajas velocidades, es posible identificar tres grandes familias de métodos, a saber, los métodos empíricos, semi-empíricos y avanzados o basados en utilización de herramientas computacionales que permiten resolver las ecuaciones discretizadas que gobiernan el fenómeno.

Si bien la estimación de la pérdida de carga en concentraductos es un parámetro clave en el diseño de sistemas de transporte de concentrado de mineral en presión, se identifican otros parámetros de relevancia para estos mismos efectos.

El método de Wasp ajustado se acerca bastante a las mediciones realizadas en terreno. Sin embargo, se aprecia que concentra un mayor error debido al rango de tamaños por diferencia entre mallas granulométricas para velocidades más bajas. Esto puede deberse a que para bajas velocidades, la ecuación de Durand aporta un valor más alto a la pérdida de carga total, por lo que una variación de tamaño podría estar generando una variación alta en la caída de presión estimada por dicha expresión. Es necesario hacer un análisis de sensibilidad sobre las variables más relevantes del método de Wasp, a saber, los parámetros presentes en las ecuaciones de Durand, Darcy Weibach e Ismail.

Por otra parte, la aceptación de la predicción de pérdida de carga del método Wasp ajustado está también ligada a aceptar el alto valor de rugosidad en la tubería. Se requiere realizar experiencias en laboratorio con materiales fáciles de conseguir, en principio, para emular este tipo de trabajos.

Dentro de los parámetros mencionados en el párrafo anterior se encuentra la estimación de la velocidad de sedimentación como también de la velocidad de depósito, por lo que se estima que es necesario abordar por sí sólo el análisis de sus metodologías de estimación. La capacidad de contar con una buena estimación de la velocidad de depósito es más relevante para efectos de diseño y de seguridad operacional de un concentraducto o relaveducto.

Se requiere realizar experiencias de circuitos de pruebas en laboratorio de manera de poder controlar tiempos, parámetros y condiciones, imposibles de asegurar a cabalidad en pruebas enmarcadas dentro de una puesta en marcha o un diseño de ingeniería, debido principalmente a los recursos limitados de tiempo y humanos.

Es preciso mencionar que vale la pena enfocar los esfuerzos en conocer cuál es el buen enfoque detrás de la estimación de la velocidad de depósito de la pulpa, debido a que corresponde a una variable clave en el diseño y comprensión de la operación de mineroductos.

7 Bibliografía

- Abulnaga (2002), “Slurry System Handbook”, McGraw-Hill Handbooks.
- Blach (1906), “Water filtration at Washington”, Transactions American Society of Civil Engineers.
- Carraveta et al (2015), “Technical note: Performance of slurry flow models in pressure pipe tests”, Journal of Hydraulic Engineering.
- Colwell y Shook (1988), “The entry length for slurries in horizontal pipeline flow”, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 66, Pag. 714-720.
- Condolio y Chapus (1963), “Transporting Solid Materials in Pipelines”, Journal of Chemical Engineering, Pag. 93-98.
- Davis (1935), “The conveyance of Solid Particles by Fluid Suspension”, Engineering 140, 1, 124.
- Durand (1953), “Basic relationships of the transportation of solids in pipes”, Proceedings Minnesota International Hydraulics Convention, American Society of Civil Engineers.
- Doron et al. (1987), “Slurry Flow in Horizontal Pipes – Experimental and Modeling”, International Journal of Multiphase Flow, Vol. 13, Pag. 535 – 547.
- Fürböter (1961), “Über die Förderung von Sand-Wasser-Gemischen in Rohrleitungen. Mitteilungen des Franzius-Instituts. H 19.
- Ghanta & Purohit (1999), Pressure drop prediction in hydraulic transport of bi-dispersed particles of coal and copper ore in pipeline. The Canadian Journal of Chemical Engineering 77, Pag. 127–131.
- Gillies et al (1991), “An improved Two Layer Model for Horizontal Slurry Pipeline Flow”, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Pag. 173-178.
- Gillies y Shook (1991), “A deposition velocity correlation for water slurries”, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 69. Pag. 1225-1227.
- Gillies (1999), “Solids transport by laminar Newtonian flows”. Powder Technology, Vol. 104, Pag. 269-277. -
- Gillies (2004), “Modelling heterogeneous Slurry Flows at high velocities”, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 82, Pag. 1060 – 1065.
- Govier y Aziz (1982), “The Flow of Complex Mixtures in Pipes”. Krieger Publication, Malabar, FL.
- Gregory (1927), “Pumping Clay Slurry Through a Four-Inch Pipe”, Mechanical Engineering, Vol. 49, N°6, 1927.
- Howard (1939), “Effects of Rifling on Four-Inch Pipe Transporting Solids”, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 65, Pag. 1591 – 1604.
- Ihle y Tamburrino (2012), “Transporte Hidráulico de Sólidos en Tuberías”, Apunte curso Transporte Hidráulico de Sólidos”, Departamento de Ingeniería Civil, U. de Chile.
- Ismail (1948), H. M, “Study of suspended sediment in closed channels”, PhD Thesis, California Institute of Technology.
- Ismail (1953), H. M, “Turbulent transfer mechanism and suspended sediment in closed channels”, Transactions of ASCE 117, Pag. 409-446.

Kaushal and Tomita, (2002), “Effect of particle size distribution on pressure drop and concentration profile in pipeline flow of highly concentrated slurry”, Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology, Japan.

Lahiri (2009), “Study on slurry flow modelling in pipeline”, PhD. Thesis, National Institute of Technology, Durgapur, India.

Lin y Ebadian (2007), “A numerical study of developing slurry flow in the entrance region of a horizontal pipe”, *Computer and fluids* vol. 37, Pag. 965 – 974.

Longwell (1977), “Mechanics of Fluid Flow. McGraw-Hill Book Company”, New York, USA.

Matousek (1997), “Flow Mechanism of Sand/Water Mixtures in Pipelines”, Tesis Doctoral, Universidad de Delft.

Newitt (1955), “Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes”, *Trans. Instn. Chem. Engineers*, Vol. 33, 1955.

Ramsdell & Miedema (2013), “An overview of flow regimes describing slurry transport”, *Proceedings WODCON XX, The art of Dedging*.

Richardson & Zaki (1954), “Sedimentation and Fluidization: Part I”, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers* Vol. 33, Pag. 93-110.

Ricks, B.L., (2002), *Slurry Pipeline Transportation*, vol. 2. Society for Mining Metallurgy, pag. 1422–1445 (Ch. 10).

Raudkivi (1990), *Loose Boundary Hydraulics*. Pergamon Press, Oxford, England.

Roco y Shook (1984a), “Model for turbulent flow”, *Journal of Pipelines* 4, Pag. 3-13.

Roco y Shook (1985), “Turbulent flow of Incompressible Mixtures”

Sablani, S. S., W. H. Shayya y A. Kacimov, (2003) “Explicit Calculation of the Friction Factor in Pipeline Flow of Bingham Plastic Fluids: A Neural Network Approach,” *Chem. Eng. Sci.* 58, Pag. 99–106.

Shook y Roco (1991), “Slurry flow: Principles and practice”, Butterworth-Heinemann, Stoneham.

Tamburrino (2003), “Transporte hidráulico de sólidos en tuberías”, apunte curso Transporte Hidráulico de Sólidos, Departamento de Ingeniería Civil, U. de Chile.

Tshoganetso (2013), “The pipeline design of settling slurry with analytical models”, PhD Thesis, Akita University.

Turian y Yuan (1976), “Flow of slurries in pipelines”, *AIChE Journal*, Vol. 23, Pag. 232 -243.

Wasp (1963), “Cross Country Coal Pipe Line Hydraulics”, Federal Power Commission, Pag. 20-28.

Wasp, E. J. Kenny, J. P., Ghandy, R. L., (1977), *Solid-Liquid flow slurry pipeline transportation*, Transtech Publications, Clausthal, Germany.

Wasp, E.J., Aude, T.C., Kenny, J.P., Seiter, R.H., Jacques, R.B. (1970), Deposition velocities, transition velocities and spatial distribution of solids in slurry pipelines. *Proc. Hydrotransport 1*, BHRA Fluid Engineering, Coventry, UK, paper H4.2, Pag. 53 –76.

Walton (1995), “1995. Eddy diffusivity of solid particles in a turbulent liquid flow in a horizontal pipe. *AIChE Journal* 41, Pag. 1815–1820.

Wilson W. E. (1942), "Mechanics of flow with non-colloidal Inert Solids", Transactions ASCE 111.

Wilson K. C. (1976), "A unified physically-based analysis of solid-liquid pipeline flow" Proc. Hydrotransport, 1976. Paper A1, Pag. 1–16.

Wilson et al (2006), "Slurry transport using centrifugal pumps", Third Edition, Springer.

Zandi I., Govatos G. (1967), Heterogeneous flow of solids in pipelines, Proc. ACSE, J. Hydraul. Div., 93(HY3), Pag. 145-159.

Zandi (1971), The flow properties of solid waste slurries" Compost Sci.