



Evaluación de la incorporación de Activos Inmobiliarios por Administradoras de Fondos de Pensiones en Chile: análisis empírico para el periodo 2004-2014

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

**Alumno: Felipe Muñoz Figueroa
Profesor Guía: Erwin Hansen Silva**

Santiago, enero 2017

Dedico esta tesis a mi familia:

Por todo el esfuerzo que pusieron en todo mi proceso formativo, no solo a nivel académico, sino también por la paciencia, orgullo, confianza y amor. Gracias por otorgarme los valores necesarios para poder concluir este proceso exitosamente. De manera especial, menciono a mi tata don Julio Figueroa, quien estuvo presente en mis 18 años de estudio y que por cosas de la vida, ahora me acompaña desde el cielo.

1.- Introducción

El sistema de capitalización está presente en Chile desde 1980, donde vino a ser el reemplazo de un sistema que estaba originando preocupaciones en varios países desarrollados, el Sistema de Reparto. Esto, porque en ese sistema el individuo no capitaliza su propia pensión, si no que la parte activa y el estado garantiza los aportes. Si bien en sus inicios el sistema parecía ser la mejor opción, este no fue sostenible a medida que los países se hicieron desarrollados, ya que el envejecimiento de la población y el aumento de la esperanza de vida por sobre los 82 años¹, hicieron que el estado no fuera capaz de garantizar una pensión aceptable para un grupo cada vez más creciente. Dado lo anterior, fue necesario implementar el actual sistema de Capitalización individual, donde una Administradora de Fondos de Pensiones (AFP) es quien administra el dinero recaudado de las cotizaciones previsionales aportadas por cada individuo a una cuenta individual, con la posibilidad de invertir en 5 distintos portafolios ordenados de mayor a menor riesgo; Fondo A, Fondo B, Fondo C, Fondo D y Fondo E, donde el A es que tiene un mayor riesgo, pero mejores oportunidades de rentabilidad.

A pesar de que el sistema de cotizaciones actual funcione bien en líneas generales, sigue siendo un problema las bajas pensiones recibidas por los agentes. Una de las razones principales al anterior problema, es que si una persona comienza a trabajar a los 25 años de edad y jubila con 65, solamente alcanza a cotizar 40 años suponiendo que tiene un trabajo estable y seguro. Lo anterior no deja de ser preocupante, ya que la esperanza de vida que tiene Chile ² resulta ser la más alta de la región con 80 años, por lo que solamente existen cortos 40 años para financiar incluso más de 15 años. Por lo anterior, las AFP no están libres de constantes críticas, en donde las rentabilidades obtenidas no permiten multiplicar los ahorros previsionales por un número que asegure un ingreso que se asimile más al obtenido en la etapa activa. Si bien el foco principal son las bajas pensiones recibidas, este tiene varias directrices que apuntan a mejorar el sistema de competencia entre AFPs, aumentar edad de jubilación, establecer algún aporte estatal mediante impuestos, etc. Sin embargo, es poco frecuente escuchar cómo mejorar la rentabilidad de las carteras desde un punto de vista financiero, optimizando de mejor manera sus portafolios y así obtener mejores rentabilidades.

En la tabla 1 es posible observar un resumen de rentabilidades reales según fondo, en donde lo más llamativo resulta ser el mal desempeño de todos los fondos en el último año. No obstante, en la última columna se ve que la rentabilidad promedio anual de los últimos 14 años varía entre un 6,05% para el

¹ Organización mundial de la salud.

² <http://www.latercera.com/noticia/tendencias/2016/05/659-681355-9-oms-chile-tiene-la-mayor-esperanza-de-vida-de-america-latina.shtml>, consultado el 13/07/2016

fondo A y un 3,93% para el fondo E. Si bien, estos resultados consideran la crisis financiera del año 2008, no dejan de ser llamativos por la amplia ventana de tiempo que se está considerando.

Tabla 1: Rentabilidad real de los Fondos de pensiones deflactada por UF

Fondo	Jun-16	Últimos 12 meses Jul 2015- Jun 2016	Promedio anual últimos 36 meses Jul 2013 - Jun 2016	Promedio anual Sep2002- Jun 2016
Tipo A = Más riesgoso	-3,82	-5,09	4,39	6,05
Tipo B = Riesgoso	-2,65	-2,92	3,96	5,17
Tipo C = Intermedio	-1,89	-0,94	4,4	4,89
Tipo D = Conservador	-1,06	0,82	4,27	4,55
Tipo E = Más Conservador	-0,1	2,66	3,8	3,93

Fuente: Informe Valor y rentabilidad de los fondos de pensiones Junio 2016

Nota: Esta tabla resumen la rentabilidad histórica que en promedio han tenido las AFPs en Chile, desde el fondo más riesgoso, hasta el más conservador.

Ahora bien, si es que se quiere ser más riguroso al momento de analizar las rentabilidades de los portafolios, es necesario describir de manera resumida la composición que tienen estos 5 fondos y como distribuyen su capital. En la tabla 2 es posible observar cómo fue la distribución de activos que tuvieron los fondos en el mes de junio de 2016, donde claramente casi todo el porcentaje se lo lleva instrumentos de renta variable y renta fija. Además, es posible observar que a medida que el fondo se hace más conservador, el total de activos se concentra en renta fija nacional, particularmente en bonos de Tesorería Nacional y en bonos del Banco Central de Chile.

Tabla 2: Distribución de portafolio para junio 2016 por fondo

Tipo de Fondo	Inversión Nacional (%)				Inversión Extranjera (%)			
	Renta Variable	Renta Fija	Derivados	Otros	Renta Variable	Renta Fija	Derivados	Otros
Fondo A	15,83	4,17	0,3	0,01	59,9	19,85	-0,08	0,01
Fondo B	15,32	25,72	0,2	0,02	40,03	18,67	0,03	0,01
Fondo C	11,62	45,71	0,19	0,05	22,65	19,7	0,08	0
Fondo D	4,05	68,19	0,22	0,02	9,93	17,48	0,1	0,01
Fondo E	0,9	88,56	0,25	0,01	2,17	8,04	0,07	0,01

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de www.Spensiones.cl

Nota: Esta tabla reporta como se ha distribuido la inversión total en los fondos de pensiones, desagregando entre inversión nacional e inversión internacional y a su vez entre los tres principales instrumentos financieros existentes.

Otra particularidad que se puede mencionar de la tabla anterior, es que el porcentaje de inversión destinado a la categoría de “Otros activos financieros” es despreciable en todos los fondos, dejando espacio para la inclusión de un nuevo instrumento financiero en la cartera. En el anexo 1 se muestra en más detalle la distribución de inversión que tienen los fondos en los distintos instrumentos. En

relación a lo anterior, es posible destacar el estudio de Jackwerth (2015) quien establece que la inclusión de activos alternativos dentro de los fondos de pensiones del Reino Unido, derivan en ganancias de diversificación y rendimiento para el total de la muestra analizada. Es así como se llega a la discusión de incluir inversión en activos alternativos que mejoren las rentabilidades ya existentes originadas con un plan de inversión convencional. Por activos alternativos se entiende como Inversión real, Hedge funds y Commodities, siendo alternativas que actualmente consideran los fondos de pensiones más grandes del mundo como lo destaca el informe “Annual Survey of Large Pension Funds and Public Pension Reserve Funds” de la OECD (2014)³. De hecho en ese documento se destaca que solo seis de las cincuenta administradoras más grandes de fondos de pensiones no posee inversión en activos alternativos, que justamente es el caso de Chile.

La presente investigación se centrará en un solo tipo de activo alternativo: la inversión real, que principalmente contempla inversión inmobiliaria, la cual se hace interesante considerando la rentabilidad del sector inmobiliario en los últimos 20 años al menos en Chile. Lo anterior queda demostrado en el Anexo 2, en donde se puede observar la rentabilidad promedio de los distintos tipos de fondos inmobiliarios existentes en el mercado chileno y su evolución desde el 2009 hasta el 2013. La rentabilidad de los 5 años es superior al 5%, en donde el 2013 alcanzó un 7% anual. Además para dar robustez al modelo, se estudiara cómo se comporta la rentabilidad de los portafolios no solo considerando inversión inmobiliaria en Chile, sino que también en el extranjero conocida como “Real Estate”⁴, haciendo más realista, de cierta forma, el escenario que enfrentan las Administradoras de Fondos de Pensiones en Chile.

A continuación se presentan distintas secciones que orientarán el documento, en donde la parte 2 corresponde a una revisión literaria de trabajos relacionados que permiten comprender de mejor manera la integración de Real Estate en los portafolios. Posteriormente en la sección 3 se presentara el modelo y sus especificaciones, para luego entrar a la sección 4 en donde se desarrollan los datos a ocupar. La sección 5 corresponde a los resultados del ejercicio, para finalizar en la sección 6 con la conclusión.

³ Consultado en https://www.oecd.org/pensions/private-pensions/2014_Large_Pension_Funds_Survey.pdf. El 16/09/2016.

⁴ Nombre como se conoce la Inversión inmobiliaria en EE.UU

2.- Literatura

Son numerosos los trabajos que demuestran las distintas ganancias que se pueden obtener al incorporar inversión inmobiliaria en portafolios comunes. Es así como tempranamente Webb et.al (1988), mediante un ejercicio de media varianza, revela las ganancias que se obtienen en términos de diversificación al incluir Real Estate dentro de un portafolio de bonos y acciones. Lo anterior se hizo mediante un ejercicio empírico, en donde se tomaron 6 indicadores financieros que simulaban un portafolio común con acciones y bonos, más otros 3 tipos de Real Estate, los cuales fueron inversión en terrenos, viviendas y bienes raíces en general, demostrando así que al solo considerar un portafolio completamente financiero se invierte de manera ineficiente, debiendo ser complementado en este caso con inversión en Real Estate. De la misma manera y ya en el siglo XXI, Hoesli et. Al (2004) señala que la asignación óptima dentro de un portafolio en inversión directa en Real Estate es de un mínimo de 15% en términos teóricos. Lo anterior se aplicó para siete países de tres distintos continentes, lo que demuestra la importancia que ha tomado este tipo de inversiones dentro de las carteras. Sin embargo, hay que ser cauteloso al momento de analizar esos resultados, ya que la muestra considerada corresponde al período de 1981 hasta 2001, época que deja fuera la reciente crisis inmobiliaria. Fuggaza et. Al (2009) utilizando una muestra del período de 1971 a 2004 para Estados Unidos, demuestra mediante un análisis fuera de muestra, que la inversión en Real Estate tiene aumentos significativos del Ratio de Sharpe de los portafolios en cuestión, teniendo la particularidad de que se puede aumentar el retorno sin tener la necesidad de incurrir en mayor riesgo.

Con respecto a la crisis inmobiliaria del 2008, Bhuyan et. Al (2015) sí estudia los efectos de la inversión en Real Estate dentro de un portafolio común considerando esta crisis. Ocupando una muestra desde 2002 a 2012, mediante un ejercicio de maximización del Ratio de Sharpe, llegan a la conclusión de que el invertir en el mercado de deuda hipotecaria “MREIT”⁵ ya no mejora el rendimiento de los portafolios, pero que invertir en activos inmobiliarios “EREIT”⁶ si lo sigue siendo a pesar de que sus beneficios ya no son tan pronunciados como en los primeros estudios que se referían a este tema.

Ahora si bien existe cierto consenso en que la inversión en Real Estate ayuda en términos de diversificación a portafolios de acciones y bonos, la inversión en este activo se encuentra muy por

⁵ La "m" viene de "Mortgage" que en español significa hipoteca. En este caso mREITs es un grupo especial de REIT que basan sus inversiones en bienes raíces pero en base al mercado hipotecario. La idea principal es comprar hipotecas en el mercado secundario de hipotecas o en otras palabras comprar deudas hipotecarias.

⁶ La "E" viene de "Equity" que en español significa Activo. Es decir corresponde a la inversión inmobiliaria ligada a propiedades y no de deuda.

debajo de lo que la teoría señala. Es por esto que Chung et. Al (2004) investiga el porqué de este diferencial entre inversión teóricamente óptima y la que realmente se presenta entre los inversionistas que solamente bordea el 3% tal como señala el propio autor. La principal respuesta que se atribuye a lo anterior, viene dada por las pocas oportunidades de inversión, los altos costos de transacción, la poca liquidez y la alta dificultad para mantener una estrategia de inversión internacional de este tipo de activos. De la misma forma, Hudson-Wilson et al. (2005), también establece que la principal dificultad que trae la inversión en Real Estate son los altos costos de transacción. De hecho, Giliberto (2009) sugiere que el contexto de los fondos de pensiones es algo problemático para la inversión en Real Estate, dado los periodos de incertidumbre que pasan, la poca liquidez, lo engañoso que pueden ser los retornos esperados y las condiciones no oportunas del mercado. Además, establece que el retorno de la inversión inmobiliaria debería ser entre 10% y 12% como mínimo para justificar una inversión entre 5% y 15% por parte de los inversionistas institucionales, lo que tendería a justificar la diferencia entre la inversión teóricamente óptima con la que realmente hacen este tipo de inversionistas.

Siguiendo la línea de los inversionistas institucionales, Cumming et. Al (2012) establece que los activos alternativos juegan un rol fundamental en la asignación estratégica de activos en este tipo de inversionistas, cuyos horizontes de inversión cuentan con tiempo suficiente, además de un alto capital de inversión. Sin embargo, se destaca que la inversión en activos alternativos no son adecuadas como sustitutos de activos tradicionales, pero sí sirven como complemento para mejorar la relación riesgo-retorno. Esta relación de largo plazo y las posibles ganancias de diversificación, se pueden comprobar con Sa-Aadu et al. (2010), quien establece que activos como los bienes raíces, materias primas y metales preciosos son las clases de activos que proporcionan las mayores ganancias cuando el crecimiento del consumo es bajo, o en su defecto en periodos de recesión. De la misma forma y sosteniendo lo anterior, Goldstein y Nelling (1999) encuentran que la sensibilidad de los retornos de los REITs⁷ aumenta cuando hay inestabilidad en el mercado accionario, pero que esta declina cuando los mercados tienen una tendencia alcista, por lo que incluir este tipo de inversión en los portafolios podría mitigar los daños producidos en los fondos en periodos de crisis económicas.

A pesar de lo anterior, no existe plena claridad de la correlación que tienen los Real Estate con el mercado de acciones y bonos, ya que Liang y McIntosh (1998) también encontraron que la correlación entre REIT, acciones y bonos, exhibió características variables en el tiempo, con períodos de ambas correlaciones negativas y positivas evidentes durante el período de la muestra, lo que incluso hace

⁷ REIT es la denominación de los Real Estate Investment Trusts en Estados Unidos. Es un vehículo de inversión inmobiliaria basado en la figura del fideicomiso con oferta pública.

pensar que el rendimiento del sector inmobiliario depende de factores no relacionados a los del mercado bursátil. Al parecer el comportamiento de Real Estate es variable en el tiempo y depende de otras clases de activos financieros, como lo destaca en su estudio Clayton y MacKinnon (2001).

3.- Metodología

3.1- Asignación de activos

Siguiendo la metodología empleada en Bessler y Wolff (2015), se ocuparán 5 distintos modelos de asignación de activos, para evaluar los beneficios “Fuera de muestra” que conlleva incorporar inversión inmobiliaria, tanto nacional como extranjera, en un portafolio de bonos y acciones.

Tabla 3: Descripción general de los modelos de asignación de activos

Modelo	Abreviación
Asignación de Activos sencilla	
1.-Distribucion igualitaria	1/N
Estrategias simples de asignación	
2.-Risk- Parity	RP
3.-Reward-To - Risk Timing	RRT
Estrategias de optimización	
4.-Media Varianza	MV
5.-Mínima Varianza	MinVar

Nota: Esta tabla presenta todas las estrategias de asignación a utilizar en el ejercicio, presentando la abreviación con que se referirá a cada una.

En la tabla 1 es posible observar un cuadro resumen de las distintas metodologías a ocupar, en donde se agruparon por la rigurosidad de su implementación. En la primera parte se puede destacar una asignación sencilla, que consiste en distribuir los activos de igual manera para cada instrumento de inversión. En segundo lugar, se tiene a RRT y RP, metodologías que incluyen el riesgo como elemento principal. Por último, están presentes las estrategias de optimización que consideran la matriz de covarianza, siendo las dos metodologías que con más énfasis se analizarán en la sección de Resultados. Además, cabe destacar que en la segunda sección de Resultados, el análisis se desglosará por tipo de fondo, apegándose a los límites de inversión que la Superintendencia de Pensiones de Chile impone. Dado esto, para poder hacer efectivas las restricciones, en esta última parte solo se implementarán estrategias de optimización.

3.2- Procedimiento de estimación “Fuera de muestra”

Para implementar la estrategia de asignación de activos Out-Sample o en su defecto, fuera de muestra, se empleará el modelo de DeMiguel et al. (2009), el cual consiste en calcular las ponderaciones óptimas mensuales para el periodo t dentro de una muestra de tamaño k . Luego, estas ponderaciones encontradas, se utilizan para calcular el rendimiento del portafolio en el mes $[t, t + 1]$. Se repetirá el procedimiento, corriendo la muestra un mes adelante $[k+1]$, encontrando así las ponderaciones óptimas del mes siguiente.

Para efecto de este documento, se utilizará una muestra inicial con datos mensuales desde febrero del 2004, hasta diciembre del 2008, agregando mes a mes hasta completar la muestra final que llega hasta abril del 2014. Es decir, se considerará como periodo fuera de muestra, desde enero del 2009 en adelante. Cabe destacar que para dar más realismo a la estimación, se excluirá las ventas en corto dentro de los distintos portafolios.

3.3- Modelos de Asignación

3.3.1- Asignación de activos sencilla

Se implementará un modelo de distribución sencilla $1/N$, donde los resultados de ponderaciones estarán determinados por el número de instrumentos que se consideren.

3.3.2 – Risk Parity

Esta metodología consiste en ponderar los activos anti-proporcionalmente según la varianza que presenten. La expresión matemática corresponde a:

$$W_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N (1/\sigma_i^2)}$$

Anderson et al. (2012) establece que Risk-parity obtiene un buen desempeño y por lo general supera los rendimientos de la estrategia $1/N$. Esto debido a que se premia a los activos que cuenten con una menor varianza, lo que se asemeja más a lo que pasa en la realidad. En base a lo anterior, se espera que la inversión en renta fija sea mayor a la variable, debido a su menor volatilidad en desmedro de la renta variable.

3.3.3- *Reward- To - Risk Timing*

Esta estrategia no requiere optimización y fue propuesta por Kirby y Ostdiek (2012), donde la principal idea es de recompensa al riesgo, otorgando mayor ponderación a los instrumentos que tengan una mayor ratio entre retorno y riesgo. Los ponderadores de RRT están dados por:

$$W_i = \frac{\mu_i^+ / \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^N \mu_i^+ / \sigma_i^2}$$

En este caso, para asegurarse que no existan ventas cortas dentro de los distintos portafolios, se tomará el máximo valor entre el retorno promedio del rango seleccionado y 0, es decir $\mu_i^+ = \text{Max}(\hat{\mu}_i, 0)$. Cabe destacar que la principal diferencia con el modelo de RP, es que en esta ocasión si se consideran los retornos futuros para asignación. Por esto mismo, se espera que esta estrategia asigne mayor ponderación a renta variable, por ofrecer mejores retornos, lo que conllevaría a una cartera con mayor riesgo si es que la comparamos con RP.

3.3.4- *Media Varianza*

El enfoque de media varianza fue estipulado por Markowitz (1952), el cual consiste en la asignación de activos, tomando en cuenta el trade-off presente entre riesgo y retorno entregado en los instrumentos considerados dentro del portafolio. El problema de MV, según Bessler y Wolff (2015), se define como:

$$\max_w U = W' \mu - \frac{\delta}{2} W' C W$$

Donde U es la utilidad del inversionista, W es el vector resultado de ponderaciones, μ es el vector de retornos estimados, C corresponde a la matriz de covarianza y δ es el coeficiente de aversión al riesgo. Sin embargo, en esta oportunidad se decidió no trabajar con aversión al riesgo para tratar con un único inversionista que en este caso son las AFPs. Por lo tanto, el problema queda reducido a:

$$\max_w \frac{W \mu}{\sqrt{W' C W}}$$

La expresión anterior, corresponde a la maximización del Ratio de Sharpe implementada en Bhuyan et. Al (2015), el cual es una razón que mide la eficiencia según retorno y riesgo asociado. Lo lógico sería esperar una mayor ponderación en instrumentos con alto retorno y baja volatilidad.

3.3.5- *Mínima varianza*

El portafolio de mínima varianza tiene por objetivo minimizar el riesgo del portafolio, medido como la varianza de los retornos que tenga este. Se define como:

$$\min_w W'CW$$

Al igual que el problema anterior, W corresponde al vector de ponderaciones a estimar y C la matriz de covarianza. La principal ventaja de este problema, es que no considera estimación de retornos como si lo hace el problema de MV, los cuales pueden provocar algunos errores de estimación. En esta ocasión es de esperar que los instrumentos con menor riesgo y menor covarianza entre ellos, tengan una mayor ponderación.

4.- Datos

Se trabajó con una serie de retornos mensuales, para una muestra total desde enero del 2004 hasta abril del 2014 considerando un total de seis indicadores financieros de los cuales dos corresponden a renta variable, dos a renta fija y otros dos para la categoría de inversión inmobiliaria. Partiendo por los índices que van a simular inversión en renta variable, se escogió el índice nacional IPSA, que es el principal indicador bursátil de Chile, el cual agrupa las cuarenta empresas con mayor nivel de transacción bursátil del país, cuya disponibilidad está en la página oficial de la Bolsa de Comercio de Santiago⁸. Con respecto al Índice de Renta Variable Internacional, se tomó el S&P 500⁹, el cual es el principal indicador bursátil de EE.UU. En el caso del instrumento de renta fija nacional, se consideró el Índice de Bonos de Gobierno en UF con duración promedio 5 años, disponible en la página oficial del Banco Central de Chile¹⁰. Cabe señalar que en lo que sigue del documento, este índice será llamado simplemente “Bonos Nacionales”. En el caso de la renta fija internacional, se consideró el índice S&P Aggregate Bond Index¹¹, el cual está diseñado para medir el rendimiento de la deuda de emisión pública que tiene grado de inversión denominada en dólares estadounidense. En el caso de la inversión inmobiliaria, dado que en Chile no existe un indicador bursátil asociado a esta categoría, se decidió ocupar el IRPV que corresponde al Índice Real de Precios de la Vivienda para Chile, confeccionado por la Cámara Chilena de la Construcción¹² que simulará el rendimiento del sector inmobiliario nacional. Es importante resaltar que este indicador no es un indicador bursátil como tal, pero es la mejor aproximación que se puede obtener para medir el desempeño del sector inmobiliario chileno. Por último, para la inversión inmobiliaria extranjera, se consideró el índice NAREIT, que corresponde al Índice Accionario de Real Estate que mide el desempeño del sector inmobiliario de Estados Unidos, cuyos datos fueron obtenidos de la página oficial¹³ de Real Estate del respectivo País.

⁸ <http://www.bolsadesantiago.com/Paginas/home.aspx>

⁹ Fuente: <https://finance.yahoo.com/>

¹⁰ <http://www.bcentral.cl/>

¹¹ Fuente: Bloomberg, nemotécnico SPUSBMIT INDEX

¹² <http://www.cchc.cl/>

¹³ www.reit.com/

4.1- Estadística descriptiva

En la tabla 6 es posible observar estadística descriptiva sobre los seis activos analizados en el ejercicio, para una muestra de febrero 2004 hasta abril 2014, donde en promedio el IRPV presenta un alto retorno que destaca por sobre los otros cinco activos, llegando por sobre el 3,5%. Además, su riesgo, en este caso representado por la desviación estándar, es solo de un 3,7%, muy por debajo del riesgo asociado que implica los dos instrumentos de renta variable presentes. Como era de esperar, la menor volatilidad de los retornos la tienen los instrumentos de renta fija, que tienen un valor cercano al 1%, pero también un retorno promedio que no sobrepasa el punto porcentual. Por otra parte se decide presentar una medida extra de desempeño financiero la cual es el Ratio de Sharpe¹⁴, en donde se puede observar claramente que el IRPV sobresale por sobre el resto, indicando que tiene mayor retorno por unidad de riesgo. En segundo lugar están los bonos nacionales, siendo explicado por tener un riesgo similar a los bonos de EE. UU, pero con un mayor retorno asociado. Por último, es importante destacar las diferencias de rendimiento que tiene el indicador “NAREIT” de Real Estate de USA, versus el “IRPV” de Chile, que si bien el primero corresponde a un índice del mercado inmobiliario, se perciben ciertas repercusiones que tuvo la crisis inmobiliaria del “2008” que tuvo origen justamente en Estados Unidos. Esto debido a la volatilidad de un 7% que está presente dentro de la muestra analizada, lo cual es ampliamente superior al resto de los activos, incluyendo el IRPV.

Tabla 6: Estadística descriptiva general

Activo	Observaciones	Promedio	Desv. Std	Skew	Kurt	Sharpe
IRPV	123	3,59%	3,70%	0,045	2,225	0,937
NAREIT	123	0,94%	7,00%	-0,872	7,730	0,115
IPSA	123	0,96%	4,62%	0,168	3,051	0,176
Bonos nacionales	123	0,65%	1,14%	-1,010	6,496	0,450
S&P 500	123	0,50%	4,20%	-0,848	5,116	0,091
S&P Agreggate bond index	123	0,37%	1,02%	0,246	5,641	0,239

Notas: Esta tabla muestra información descriptiva para los 6 activos considerados en el ejercicio inicial, con un total de 123 observaciones que corresponden a la serie mensual comprendida entre Febrero 2004 hasta Abril 2014. Snew y Kurt corresponden al tercer y cuarto momento de la distribución de retorno. Además, se provee el Ratio de Sharpe de cada activo con el fin de mostrar el desempeño financiero de cada uno.

¹⁴ El ratio de Sharpe es una medida de cálculo de rentabilidad ajustada por riesgo, desarrollada por el nobel William Sharpe. El ratio de Sharpe es el rendimiento medio obtenido en exceso de la tasa libre de riesgo por unidad de volatilidad o riesgo total. Para el cálculo del Ratio de Sharpe se ocupó la tasa libre de riesgo disponible en la página del profesor **Kenneth French**: http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html.

Con respecto al tercer y cuarto momento entregado en la tabla 6, correspondiente a las columnas de “Skew” y “Kurt”, es posible destacar que los activos que tienen mayor cantidad de retornos acumulados por sobre cero, corresponden a IRPV, IPSA y S&P bond index, siendo los dos primeros los que tienen una distribución de retornos más plana que el resto. Por otra parte, el índice NAREIT, Bonos Nacionales y S&P 500 presentan una mayor cantidad de retornos bajo cero, pero también con datos muy alejados de su respectiva media como lo refleja el alto número asociado a la Kurtosis.

Para estudiar la relación que se tiene entre los activos, se presenta la tabla 7, en la cual se presenta la matriz de correlación de los retornos de los activos para la muestra total de Enero 2004 hasta abril 2014. Aquí es posible apreciar que el IPSA tiene una correlación negativa con Bonos Nacionales, lo que era esperable dada la naturaleza de los instrumentos. El S&P 500 presenta una relativa alta correlación con el IPSA de un 0,456, siendo la correlación más alta presente entre todas las combinaciones de activos presente, esto debido a que ambos son instrumentos de renta variable, lo que los hace responder a causantes similares dentro del mercado. Por otra parte, los dos instrumentos de renta fija tienen una correlación baja pero positiva, debido a que ambos contemplan características propias del país en cuestión, como por ejemplo el riesgo país.

Tabla 7: Matriz de correlación de los retornos de activos

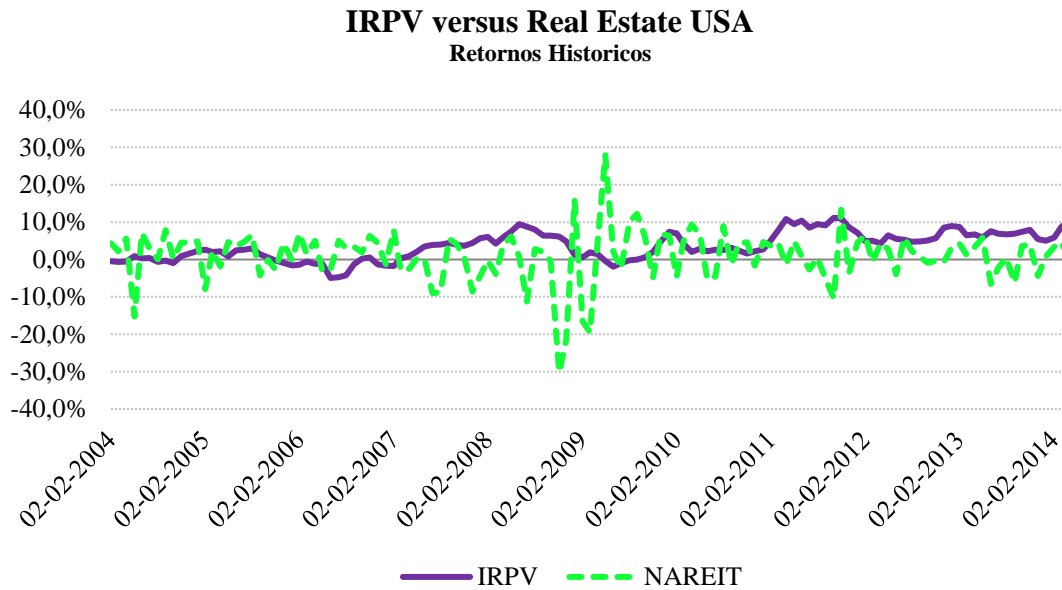
Activo	Portafolio base				inmobiliaria	
	1)	2)	3)	4)	5)	6)
1) IPSA	1	-0,178	0,456	0,204	-0,227	0,246
2) Bonos nacionales	-0,178	1	-0,312	0,149	0,076	-0,156
3) S&P 500	0,456	-0,312	1	0,097	-0,101	0,077
4) S&P Aggregate Bond index	0,204	0,149	0,097	1	-0,074	0,062
5) IRPV	-0,227	0,076	-0,101	-0,074	1	-0,154
6) NAREIT	0,246	-0,156	0,077	0,062	-0,154	1

Notas: En esta tabla se muestra la matriz de correlación entre todos los activos, donde los primeros cuatro corresponden a un portafolio base conformado por renta fija y variable. El Activo 5) corresponde al retorno mensual del “Índice Real de Precios de Viviendas para Chile” y el activo 6) es un índice Real Estate de USA.

Con respecto al sector inmobiliario, es posible destacar que el IRPV presenta una correlación negativa con el IPSA, S&P 500 y S&P Bond Index, además de una correlación cercana a cero con Bonos Nacionales, lo que hace pensar que la inversión inmobiliaria en Chile aportaría ganancias en diversificación dentro de un portafolio común. En el caso de Real Estate para Estados Unidos, la correlación más alta la tiene con el IPSA con un valor mayor a 0,2. Cabe destacar que entre los dos activos inmobiliarios presentan una correlación negativa, lo que hace pensar que la crisis inmobiliaria presente en el 2008 no afectó de la misma forma al mercado inmobiliario Chileno.

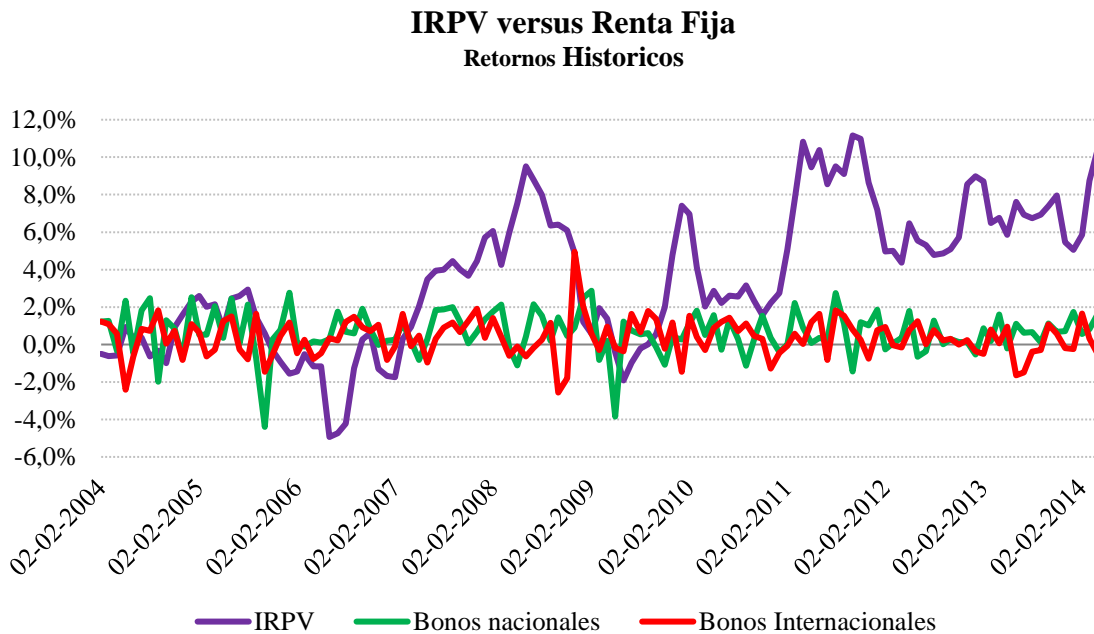
Debido a que el IRPV parece presentar resultados auspiciosos en la parte de estadística descriptiva, se decide presentar comparaciones graficas con el resto de los activos presentes en el ejercicio. A continuación, se presentan las figuras 1, 2 y 3 que grafican el comportamiento de los retornos de los activos analizados para toda la muestra, desde Febrero 2004 hasta Abril 2004. En primer lugar, la figura 1 muestra una comparación entre los dos activos inmobiliarios presentes en el estudio, en donde se ve claramente la alta volatilidad existente en el índice de Real Estate “NAREIT” por sobre el IRPV, que en la mayor parte de la muestra presenta retornos por sobre 0. Además, es importante destacar, la influencia que tuvo la crisis “*Sub prime*” con orígenes en el 2008 sobre el índice NAREIT, el cual presenta gigantescas fluctuaciones en el año 2009. Si bien el IRPV también se ve afectado por la crisis, no lo hace en la misma medida que el indicador estadounidense. Lo anterior está sujeto a que el IRPV es solo un cambio de precio de las viviendas Chilenas y no un índice de inversión inmobiliaria como tal.

Figura 1



Nota: Este grafico representa una comparación entre el Índice Real de Precios de la Vivienda representativo de Chile, versus el índice bursátil NAREIT que mide el desempeño financiero de aquel sector. La serie corresponde al registro histórico en porcentaje de los retornos presentados desde Enero 2004 hasta Abril del 2014 que corresponde a la muestra total.

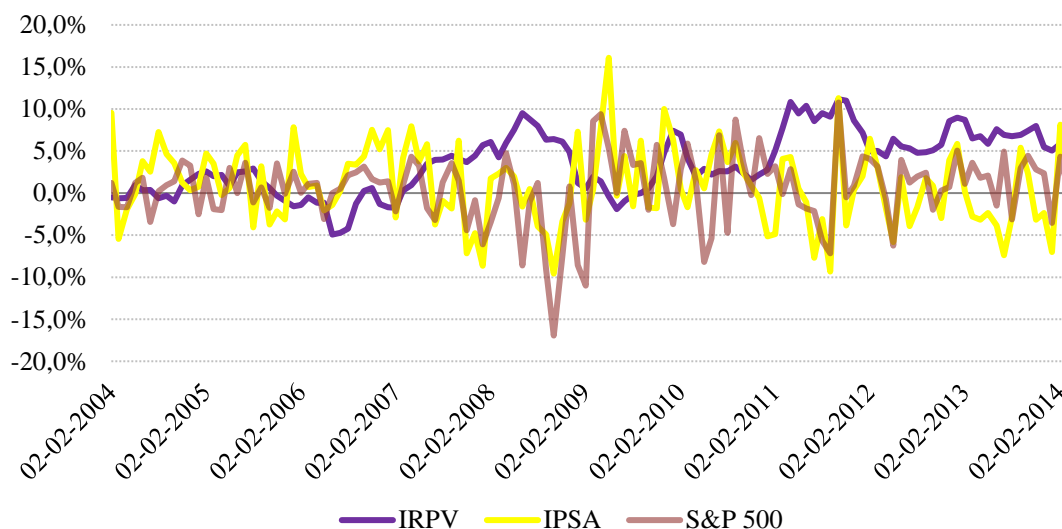
Figura 2



Nota: Este grafico representa una comparación entre el Índice Real de Precios de la Vivienda representativo de Chile, versus los dos instrumentos de Renta Fija escogidos. La serie corresponde al registro histórico en porcentaje de los retornos presentados desde Enero 2004 hasta Abril del 2014 que corresponde a la muestra total.

Figura 3

IRPV versus Renta Variable
Retornos Historicos



Nota: Este grafico representa una comparación entre el Índice Real de Precios de la Vivienda representativo de Chile, versus los dos instrumentos de Renta Variable escogidos. La serie corresponde al registro histórico en porcentaje de los retornos presentados desde Enero 2004 hasta Abril del 2014 que corresponde a la muestra total.

En la figura 2, es posible observar una comparación entre el IRPV con los dos instrumentos de renta fija en cuestión. Aquí es claro que en más de la mitad de la muestra, el IRPV presenta retornos muy por sobre los dos Índices de Bonos. Sin embargo, también está presente la baja volatilidad que presentan los instrumentos de renta fija por sobre el IRPV, que presenta fluctuaciones importantes en el periodo de la crisis inmobiliaria, la cual claramente no afectó el precio de las viviendas chilenas en la misma medida que las de Estados Unidos, pero de todas formas no pasó desapercibida, agregando cierta inestabilidad.

Por otra parte, en la figura 3, es posible observar una comparación entre el IRPV con los dos instrumentos de renta variable en cuestión. Aquí la relación no es tan clara debido a que tanto el IPSA como el S&P 500 presentan una volatilidad importante, llegando a tener retornos igual de alto que el IRPV. Sin embargo, el IRPV desde el 2010 en adelante tiene cierta persistencia en mantener retornos sobre el 0%, en desmedro del IPSA y el S&P500. Otra cosa que también se puede destacar, es la alta correlación entre el IPSA y el S&P500, que tienen movimientos similares durante la muestra, confirmando lo que la estadística descriptiva anteriormente anuncio.

5.- Resultados

5.1- Resultados Generales

Desarrollando los 5 modelos sin imponer restricción de inversión bajo ningún activo, se obtuvieron los resultados de la tabla 8, asociados netamente al desempeño de cuatro portafolios en cuestión; un portafolio base conformado por acciones y bonos, más otros tres portafolios que contemplan el portafolio base más inversión inmobiliaria chilena, inversión inmobiliaria extranjera, y por último, una combinación de inversión inmobiliaria nacional e internacional.

El resultado más concluyente que se puede destacar, es que, en base a las cinco estrategias de asignación empleadas, incorporar inversión inmobiliaria en Chile al portafolio base, mejora la rentabilidad en todos los casos, baja la volatilidad o el riesgo asociado, y por ende, mejora el Ratio de Sharpe. En base a la estrategia de RRT y MV, hay cambios de rentabilidad total del portafolio en más de un punto porcentual lo cual es una ventaja considerable, a pesar de que en ambos casos la volatilidad haya aumentado en más de un 0,2 %. Esto ocurre debido a que ambas estrategias asignan mayor ponderación a los activos con mejor retorno por unidad de riesgo. Cabe destacar que no se comparará resultados entre las estrategias de asignación, ya que el sentido del problema es ver mejoras entre portafolios.

En cuanto a la incorporación de inversión inmobiliaria en el extranjero, la mejoría es leve solo para las metodologías de 1/N, RP y RRT, mientras que para MV y Min-Var, la incorporación de Real Estate no asegura una mejor rentabilidad ni tampoco mejoras en diversificación que hagan bajar el riesgo. Lo anterior, debido a que los resultados de esas dos estrategias de asignación indican que la inversión en Real Estate de Estados Unidos es cero para todos los meses del periodo fuera de muestra. Lo anterior, es muy relevante dado que las metodologías de MV y Min-Var contemplan un proceso optimizador, siendo más complejo que las primeras tres metodologías, por lo que los resultados de no mejoría al incorporar inversión en Real Estate toman mayor relevancia que los otros tres métodos, contradiciendo lo establecido por la literatura previa. De hecho si se compara los resultados de incorporación de inversión inmobiliaria en Chile versus Estados Unidos, existe una diferencia promedio de retorno entre todas las metodologías de un 0,75% y un 0,02% de riesgo promedio a favor del sector inmobiliario chileno.

Por último, está presente en la última columna el portafolio base complementado con inversión inmobiliaria tanto en Chile como en Estados Unidos. Aquí es posible observar que para la estrategia de

1/N y RP el portafolio mejora en términos de retorno promedio, pero el riesgo se incrementa en una mayor cuantía, haciendo que el Ratio de Sharpe en ambas estrategias se vea disminuido. Con respecto a la estrategia de asignación de RRT, el portafolio casi es inalterado, subiendo el Ratio de Sharpe en solo 0,005 unidades. En cuando a las últimas dos metodologías, las cuales presentan un grado mayor de complejidad, los resultados son categóricos, estableciendo que el desempeño general empeora con respecto al portafolio que incorpora solo inversión inmobiliaria en Chile. Esto debido a que el Ratio de Sharpe en el caso del MV disminuye en 0,423 unidades, mientras que para el Min-Var lo hace en 0,261 unidades.

Tabla 8: Resumen de resultados generales por metodología

Estrategia de asignación	Medida de desempeño	Portafolio base	Bonos y acciones complementado con Inversión inmobiliaria		
			1) Inmobiliaria Chile	2) Real Estate USA	(1) y (2)
1/N	Retorno	0,77%	1,67%	0,98%	1,69%
	Riesgo	1,86%	1,53%	2,17%	1,77%
	Sharpe	0,414	1,093	0,451	0,957
RP	Retorno	0,50%	0,74%	0,52%	0,75%
	Riesgo	0,65%	0,62%	0,65%	0,62%
	Sharpe	0,772	1,185	0,786	1,200
RRT	Retorno	0,52%	1,88%	0,53%	1,86%
	Riesgo	0,73%	1,09%	0,73%	1,08%
	Sharpe	0,709	1,715	0,713	1,720
MV	Retorno	0,55%	1,71%	0,55%	1,26%
	Riesgo	0,79%	0,995%	0,79%	0,979%
	Sharpe	0,683	1,71	0,683	1,29
Min-Var	Retorno	0,52%	0,84%	0,52%	0,70%
	Riesgo	0,66%	0,65%	0,66%	0,67%
	Sharpe	0,779	1,293	0,779	1,032

Nota: Esta tabla reporta los principales resultados del ejercicio inicial, considerando las 5 metodologías sin imponer restricción alguna. Cabe destacar que el periodo considerado para estos resultados es de enero 2009 hasta abril del 2014, que es justamente el periodo fuera de muestra a evaluar. La columna de “Portafolio base” hace referencia a la cartera creada solo por bonos y acciones, tanto nacional como internacional. Por otra parte, se provee resultados complementando ese portafolio base para tres casos. El primero es incorporando inversión inmobiliaria en Chile sin restricción alguna, posteriormente incorporando inversión inmobiliaria en el extranjero solamente y por ultimo haciendo una combinación de inversión inmobiliaria tanto nacional como internacional.

Siguiendo con el análisis sobre los resultados generales, la tabla 9 entrega las ponderaciones promedio óptimas resultantes para cada estrategia de asignación, que a su vez se subdivide en los cuatro portafolios analizados. La estrategia 1/N tiene resultados simples, donde asigna una ponderación igualitaria a cada activo dependiendo del portafolio. Para el caso de RP, la inversión es ampliamente

dominada por los instrumentos de renta fija, lo que era predecible antes de realizar el ejercicio, dado que esta metodología asigna mayor ponderación a los activos que tengan menor varianza, por lo que la renta variable no sobrepasa más del 6% en los cuatro portafolios. En el caso del portafolio base complementado con inversión inmobiliaria en Chile, la inversión de esta solo llega al 5,26%.

La estrategia RRT, considerando los cuatro portafolios en cuestión, tiene un promedio de inversión en renta variable de 5,5%, privilegiando más la inversión en este tipo de instrumento en relación con RP. Sin embargo, al considerar inversión inmobiliaria en Chile, la asignación óptima promedio sobrepasa el 25%, lo que es superior en veinte puntos con respecto a la metodología RP.

Tabla 9: Ponderaciones optimas por estrategia de asignación

Estrategia de asignación	Tipo de portafolio	Portafolio base				Inmobiliaria	
		IPSA	Bonos nacionales	S&P 500	S&P Aggregate Bond Index	IRPV	NAREIT
1/N	Bonos y acciones	25,00%	25,00%	25,00%	25,00%	-	-
	1) Inmobiliaria Chile	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	-
	2) Real Estate USA	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	-	20,00%
	1) y 2)	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%	16,67%
RP	Bonos y acciones	2,60%	44,70%	2,54%	50,15%	-	-
	1) Inmobiliaria Chile	2,46%	42,36%	2,41%	47,51%	5,26%	-
	2) Real Estate USA	2,58%	44,33%	2,52%	49,72%	-	0,85%
	1) y 2)	2,44%	42,02%	2,39%	47,12%	5,22%	0,81%
RRT	Bonos y acciones	5,10%	51,58%	1,25%	42,07%	-	-
	1) Inmobiliaria Chile	3,91%	38,29%	0,86%	31,05%	25,90%	-
	2) Real Estate USA	5,05%	51,06%	1,22%	41,61%	-	1,05%
	1) y 2)	3,88%	38,02%	0,84%	30,82%	25,68%	0,75%
MV	Bonos y acciones	8,69%	61,24%	1,80%	28,26%	-	-
	1) Inmobiliaria Chile	10,14%	41,84%	2,52%	21,48%	24,02%	-
	2) Real Estate USA	8,70%	61,23%	1,80%	28,27%	-	0,00%
	1) y 2)	11,74%	30,84%	3,35%	36,88%	14,09%	3,10%
Min-Var	Bonos y acciones	0,73%	44,85%	5,32%	49,10%	-	-
	1) Inmobiliaria Chile	1,56%	40,21%	5,78%	44,87%	7,59%	-
	2) Real Estate USA	0,74%	44,87%	5,32%	49,08%	-	0,00%
	1) y 2)	1,92%	34,67%	0,21%	57,94%	5,26%	0,00%

Nota: Esta tabla entrega los resultados de ponderaciones promedio entre enero 2009 hasta abril del 2014 (periodo fuera de muestra) para los cinco tipos de estrategias de asignación. Además, para cada estrategia se desglosa el análisis para los cuatro tipos de portafolios creados, estudiando así el portafolio base, portafolio base más inversión inmobiliaria en Chile, portafolio base más inversión inmobiliaria en USA y por último el portafolio base más inversión inmobiliaria en Chile y USA.

Con respecto a la estrategia de MV, aquí la inversión en renta variable es mayor para los cuatro portafolios analizados, llegando a un promedio mayor al 10%. Cabe destacar que, dado que en la muestra considerada el IPSA tiene mejor retorno promedio que el S&P500, la ponderación promedio es mayor para el indicador chileno. Por otra parte, la mayor asignación se la lleva la renta fija con amplia ventaja, llegando a casi el 90% en el caso del portafolio conformado por bonos y acciones. Si es que el análisis se enfoca en el portafolio con mejores resultados, el cual corresponde a bonos y acciones más inversión inmobiliaria solo en Chile, la inversión sobre este activo sobrepasa el 24% lo que demuestra de cierta forma el buen desempeño que ha registrado el mercado inmobiliario en Chile.

Por último está el caso de la estrategia de Min-Var, que privilegia aún más la inversión en instrumentos de renta fija, en desmedro de los de renta variable para cada uno de los cuatro portafolios en cuestión. Esto porque en promedio, la inversión en renta variable supera por poco el 5%, siendo más predominante la inversión en el S&P500, que incluso llega a ser cuatro veces superior a la del IPSA, explicado principalmente por la menor volatilidad que presenta en la muestra considerada el instrumento norteamericano. Con respecto a la inversión en renta fija, la situación no dista mucho de las otras cuatro estrategias de asignación, debido a que la ponderación óptima promedio es superior al 80% en todos los portafolios. No obstante, en el caso que considera el portafolio base más inversión inmobiliaria solo en Chile, la asignación de inversión en inmobiliaria es inferior al 8%, lo que es muy inferior al resultado obtenido en MV. Lo anterior se explica por la alta volatilidad presentada en ese activo, que particularmente en la estrategia Min-Var es castigada en mayor proporción que en MV.

Como los resultados mostraron que, en un marco general, la inversión inmobiliaria en Chile traería beneficios a los actuales portafolios de las AFPs, las figuras 4 y 5 proveen una ilustración gráfica del comportamiento de los retornos simulados para el periodo fuera de muestra correspondiente a Enero 2009 hasta abril 2014, para las estrategias de MV y Min-Var¹⁵ considerando solamente inversión inmobiliaria en Chile. La figura 4 corresponde a los resultados en base a la metodología de Media Varianza, en la cual se puede observar que el portafolio que considera inversión inmobiliaria en Chile representado por la línea azul, es ampliamente superior al portafolio base, estando encima por casi todo el periodo fuera de muestra. En el caso de la figura 5 que representa los resultados por Mínima Varianza, a pesar de que la diferencia de retorno no es tan clara como lo es con MV, si es posible establecer una supremacía de la línea azul por sobre la roja en al menos tres cuartas partes del total del

¹⁵ Solo se muestran los gráficos para las metodologías de Media Varianza y Mínima Varianza, ya que considerando la mayor rigurosidad de su implementación, se asemeja más a la asignación real de portafolios de las Administradoras de Fondos de Pensiones.

periodo fuera de muestra. Como era de esperar, la volatilidad asociada a los retornos resulta ser mucho menor en el caso de Mínima Varianza.

El hecho a destacar de ambas figuras nombradas anteriormente, es como en un marco general de asignación se podrían traer incrementos de retornos en los portafolios que no consideran invertir en activos inmobiliarios en Chile. Más allá de que por una estrategia los resultados sean más notorios, se destaca la robustez que tiene el ejercicio.

Figura 4

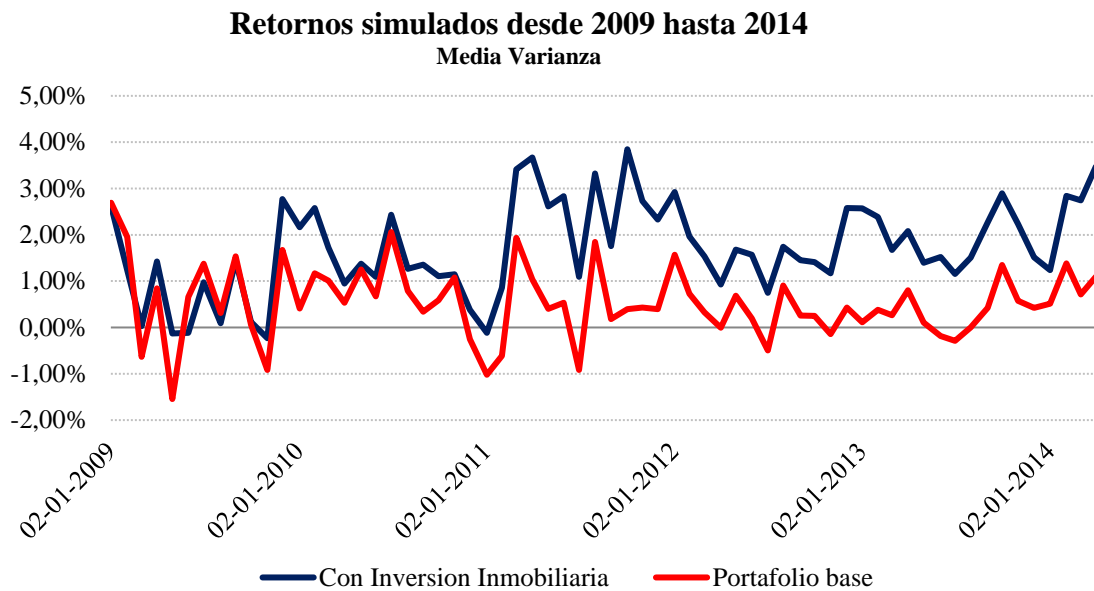
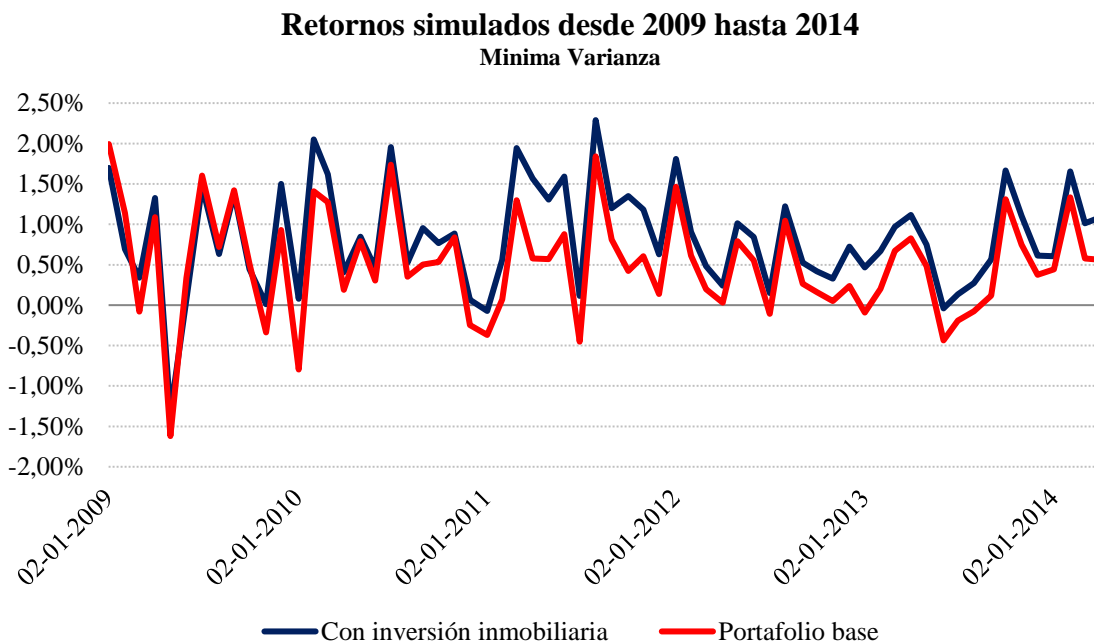


Figura 5



Nota: Ambos gráficos reportan una comparación de los retornos simulados para el periodo fuera de muestra desde enero 2009 hasta abril de 2014, ocupando el proceso optimizador de Media Varianza (figura 4) y Mínima Varianza (figura 5). La línea azul corresponde a los retornos simulados para el portafolio que incluye inversión inmobiliaria en Chile, mientras que la línea roja representa los retornos simulados para el portafolio solo conformado con acciones y bonos. Cabe destacar que esa figura solo representa el análisis general del problema, sin imponer restricción alguna de inversión.

5.2- Desglose por fondos de inversión

5.2-1- Conformación de los Fondos

Presentados los resultados de incorporación de inversión inmobiliaria dentro de un portafolio base, el cual simula la situación actual de las AFPs, se llegó a la conclusión de que la incorporación de inversión inmobiliaria solo en Chile es el escenario óptimo para mejorar el rendimiento de un portafolio base conformado por bonos y acciones. Es por esto que para hacer más realista el ejercicio, se decidió analizar de manera más profunda los eventuales beneficios que traería invertir en activos inmobiliarios dentro de Chile, analizando el impacto según el tipo de fondo. Es importante destacar que en esta oportunidad solo se trabajará con las estrategias de asignación de MV y Min- Var por el hecho de ser procesos optimizadores, dentro los cuales se les pueden imponer ciertas restricciones que permiten emular lo que hacen actualmente los fondos de pensiones.

Como se nombró en la introducción de este documento, actualmente en Chile existen cinco diferentes tipos de fondos, los cuales varían en su condición de aversión al riesgo. Para efectos del ejercicio, solamente se considerarán 3 fondos, el fondo A, C y E; esto para que existan diferencias más notorias entre los resultados. Para la construcción de estos 3 fondos se procedió a estudiar los límites estructurales de inversión por instrumento, denotados por el decreto de ley 3500¹⁶, los cuales están presentes en la tabla 10. Como se puede notar en esta tabla, cada fondo tiene asociado un límite máximo y mínimo de inversión, expresado sobre el 100% del valor total del fondo, en donde las principales categorías de instrumentos de inversión, hacen alusión a renta variable general, instrumentos de inversión en el extranjero, inversión en moneda extranjera e instrumentos de renta fija. A su vez, esta última categoría de activo, se subdivide en bonos emitidos por instituciones estatales (Chile) y títulos restringidos, tales como bonos de empresas privadas o públicas, depósitos a plazo y otros instrumentos de bajo riesgo.

Lo importante que se puede desprender de la tabla 10, es que implícitamente se impone que el Fondo A sea el más riesgoso, debido a tener un alto mínimo de inversión en renta variable, además de una cota máxima de inversión en instrumentos de renta fija. Por otra parte, el Fondo C, consta con un límite 25% inferior de inversión en renta variable, pudiendo invertir incluso la mitad de sus recursos en instrumentos de renta fija estatal, los cuales presentan muy bajo riesgo, pero también poco retorno. Por último, el Fondo E, al ser el menos riesgoso, puede invertir el 80% de sus recursos en instrumentos

¹⁶ Régimen de inversión de los fondos de pensiones. Superintendencia de fondos de pensiones Chile.

estatales y hasta un 100% en renta fija si es que se considera la suma de 1) y 5), lo que da cuenta de la alta aversión al riesgo existente.

Tabla 10: Límites estructurales por instrumento según DL 3500

Instrumento de inversión	FONDO A		FONDO B		FONDO C		FONDO D		FONDO E	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
1) Bonos nacionales emitidos por tesorería y banco central	30%	40%	30%	40%	35%	50%	40%	70%	50%	80%
2) Instrumentos extranjeros más inversión indirecta en el extranjero	45%	100%	40%	90%	30%	75%	20%	45%	15%	35%
3) Inversión moneda extranjera sin cobertura cambiaria	.	50%	.	40%	.	35%	.	25%	.	15%
4) Renta variable: Nacional más internacional	40%	80%	25%	60%	15%	40%	5%	20%	.	5%
5) Títulos restringidos: Bonos empresas públicas y privadas, letras hipotecarias, depósitos a plazo, derivados etc.	10%	20%	10%	20%	10%	20%	10%	20%	.	.

Fuente: Régimen de inversión de los Fondos de pensión, Superintendencia de pensiones Chile.

Nota: Esta tabla indica los límites mínimos y máximos por instrumento de forma general, estipulados de forma oficial por el decreto de ley 3500. Sin bien los títulos de los instrumentos asignados del 1) al 5) no se copian de forma textual del documento original, estos no cambian el significado, haciendo más fácil la interpretación.

Sin embargo, para efectos de simplificar el ejercicio, se decidió agrupar esas cinco categorías de instrumentos en solo tres, renta variable, renta fija e inversión en el extranjero; Aplicando así los límites correspondientes dadas estas tres nuevas categorías que no contradicen lo impuesto por la Superintendencia de Pensiones de Chile. Es así como el ejercicio, en el cual se aplicó solo la metodología MV y Min-Var, se impusieron las restricciones de la tabla 11. Aquí es posible destacar las diferencias de riesgo que asumen los tres tipos de fondo, donde se observa claramente que el Fondo A es el más riesgoso, el C tiene un perfil de riesgo intermedio y el E resulta ser el más conservador. Esto debido a que el Fondo A tiene un límite máximo de inversión en renta fija de 60%, mientras que el Fondo E puede destinar toda su inversión a esta categoría. Por otra parte, la imposición de tener un mínimo de 40% en renta variable por parte del Fondo A, automáticamente lo convierte en un fondo más riesgoso que el C, que solo impone un mínimo de 15%, y este a su vez que el E, que no presenta un límite mínimo de inversión para esta categoría.

Tabla 11: Límites a considerar en el ejercicio

Categoría	Fondo A		Fondo C		Fondo E	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
Renta fija	40%	60%	45%	70%	50%	100%
Renta Variable	40%	80%	15%	40%	0%	5%
Inversión Extranjera	45%	100%	30%	75%	15%	35%

Fuente: Elaboración propia según dl 3500

Nota: Esta tabla muestra los límites aplicados para los fondos considerados en el ejercicio, en donde se simplificó por categoría el total de instrumentos, haciendo más fácil la aplicación para los índices considerados. En el caso de renta fija, esta categoría se construyó mediante la suma de Instrumentos Estatales más Títulos restringidos, los cuales solo difieren por el emisor.

5.2.2- Resultados por tipo de fondo

La tabla 12 entrega un detallado reporte de los principales resultados de desempeño clasificado por el tipo de fondo analizado, además de estar separado por la estrategia correspondiente, que en este caso solo corresponde a MV y Min-Var. Cabe destacar que esta tabla sigue una estructura similar a la tabla 8 que entrega resultados de forma general sin clasificar por tipo de fondo, pero con la salvedad de que se consideran distintos portafolios. Esto porque, en este caso solo se analiza la opción de inversión inmobiliaria en Chile, considerando los resultados en el análisis general que destacan que la inversión en Real Estate en EE.UU no es un camino viable para mejorar la rentabilidad de los actuales Fondos de Pensiones existentes en Chile. Es por esto, que la tabla 12 compara cinco portafolios distintos, que se diferencian según el límite máximo permitido de inversión inmobiliaria Chilena. Es decir, un portafolio con 0% de inversión inmobiliaria que corresponde al portafolio base de acciones y bonos, otro con 3%, 5%, 10% y finalmente un portafolio que no considera límite máximo de inversión en este activo alternativo.

Partiendo el análisis con el fondo más riesgoso, el Fondo A, este presenta mejoras significativas al incluir inversión inmobiliaria considerando cualquier límite impuesto. En el caso de la estrategia de MV, es evidente que, al ir flexibilizando el límite máximo, el portafolio va mejorando en retorno e incluso riesgo, haciendo que el Ratio de Sharpe mejore en la misma línea. Si se compara el portafolio base con el portafolio que permite un 3% de inversión inmobiliaria, este tiene ganancias de un 0,15% en retorno, además de una disminución en el riesgo asociado de un 0,04%. Al no imponer restricciones, los resultados son más concluyentes aún, teniendo ganancias hasta de casi un punto porcentual en términos de retorno. La situación no es muy diferente en el caso de la estrategia de asignación de Min-Var en donde el Ratio de Sharpe obtiene ganancias de hasta 0,3 unidades, si es que no se impone un

límite máximo a inversión inmobiliaria. Sin embargo, el riesgo asociado aumenta a medida que se relaja la restricción, lo que era esperable dado el perfil del fondo en cuestión.

La situación no es diferente en el Fondo C, que como era de esperar obtiene retornos más pequeños que en el Fondo A, pero también con menores riesgos, dada la manera en cómo se construyó este fondo. Con respecto a la estrategia MV, los resultados son categóricos y más exagerados que en el Fondo A, habiendo una diferencia de 1,01% en retorno entre el portafolio base y el portafolio con inversión inmobiliaria sin restricción, además de una mejoría en el Ratio de Sharpe de 1,170 unidades, lo que demuestra lo importante que sería incluir este activo alternativo para mejorar las futuras pensiones. En el caso de la metodología de Min-Var, al igual que como paso en el fondo A, los números resultan ser menos pronunciados que en el caso de MV, pero de todas formas mostrando una mejoría en todos los casos al incorporar inversión inmobiliaria en Chile. Como dato relevante en cuanto a la metodología Min-Var, esta entrega una disminución de riesgo promedio de un 0,19% considerando los cuatro límites de inversión impuestos.

Tabla 12: Resultados por tipo de fondo

FONDO	Estrategia de asignación	Medida de desempeño	Portafolio Base (Bonos y Acciones)	Portafolio Base complementado con distintos niveles máximos de inversión inmobiliaria en Chile			
				3%	5%	10%	Sin límite superior
Fondo A	MV	Retorno	0,77%	0,92%	1,01%	1,25%	1,70%
		Riesgo	1,75%	1,71%	1,69%	1,65%	1,65%
		Sharpe	0,436	0,533	0,598	0,756	1,028
	Min-Var	Retorno	0,74%	0,88%	0,97%	1,15%	1,24%
		Riesgo	1,42%	1,42%	1,43%	1,45%	1,51%
		Sharpe	0,518	0,616	0,678	0,794	0,817
Fondo C	MV	Retorno	0,72%	0,84%	0,91%	1,11%	1,73%
		Riesgo	1,22%	1,06%	0,97%	0,831%	0,98%
		Sharpe	0,588	0,785	0,936	1,328	1,758
	Min-Var	Retorno	0,69%	0,81%	0,89%	1,09%	1,27%
		Riesgo	1,03%	0,94%	0,88%	0,79%	0,77%
		Sharpe	0,665	0,859	1,001	1,371	1,648
Fondo E	MV	Retorno	0,51%	0,66%	0,75%	0,99%	1,60%
		Riesgo	0,75%	0,73%	0,72%	0,73%	0,95%
		Sharpe	0,676	0,894	1,034	1,338	1,672
	Min-var	Retorno	0,53%	0,67%	0,76%	0,87%	0,88%
		Riesgo	0,72%	0,70%	0,70%	0,70%	0,70%
		Sharpe	0,729	0,944	1,081	1,234	1,239

Nota: Esta tabla entrega los resultados de desempeño, para las estrategias de asignación de Media Varianza y Mínima Varianza para los tres tipos de fondos analizados desde el más riesgoso (A) hasta el más conservador (E). Además, cada fondo tiene cuatro distintos portafolios en donde se puede comparar el desempeño del portafolio base complementado con distintas tolerancias de inversión inmobiliaria en Chile. Los resultados corresponden al periodo de estudio desde enero 2009 hasta abril de 2014, tomando en consideración solamente el periodo fuera de muestra con los respectivos retornos simulados explicados en sección de metodología. En las columnas referentes a la inversión inmobiliaria en Chile se destaca que se trabajan 4 niveles máximos, representados cada uno en una columna distinta, pudiendo así comparar su respectivo impacto.

Por último, el Fondo E, presenta una mejoría en retorno si es que se incorpora inversión inmobiliaria y esta es creciente según el límite máximo asociado a esta, como también fue el caso de los otros dos fondos analizados. Para la estrategia de asignación de MV, es posible destacar que para el portafolio base se tiene un retorno de 0,51% promedio, con un riesgo asociado de 0,75%, en donde al ir incorporando inversión inmobiliaria gradualmente, el retorno crece sostenidamente, llegando incluso a un alto 1,6% mensual, con un riesgo de 0,95%. Con lo anterior, se desprende que el retorno puede subir máximo en 1,08% aproximadamente, pero teniendo un incremento de riesgo de un 0,2% lo que posiblemente vaya en contra del perfil de gente que tiene su dinero en este fondo. Por lo tanto, si es que no se quiere sacrificar riesgo para obtener más retorno, el escenario óptimo sería permitir hasta un 10%

de inversión inmobiliaria, mejorando así, los retornos mensuales sin sacrificar riesgo alguno. Por otra parte, mediante Min-Var, incluir inversión inmobiliaria mejora el retorno promedio en todos los portafolios en que está presente. Sin embargo, el riesgo en esta oportunidad disminuye un 0,02% en todos los casos. Al igual que en el caso del MV, el Min-Var presenta un continuo aumento de retorno a medida que se flexibiliza el límite máximo asociado a inversión inmobiliaria chilena, a pesar de que el aumento máximo es solo de un 0,35%.

Comparando los resultados por tipo de fondo, es posible destacar que la mayor mejoría de rendimiento incorporando inversión inmobiliaria en Chile es para el Fondo C tomando como referencia el Ratio de Sharpe. Lo anterior puede estar fundamentado por la alta ponderación que se otorga a los instrumentos de renta fija en el ejercicio que no impone restricciones de inversión, por lo que el menor compromiso de invertir en renta variable, permite asignar de manera más eficiente los activos cuando se incluye inversión inmobiliaria. En los anexos 3,4 y 5 es posible observar una representación gráfica de la situación de los fondos analizados y cómo se comportan los retornos dada la incorporación del nuevo activo en cuestión.

Con respecto a las ponderaciones óptimas correspondientes a los resultados de desempeño nombrados anteriormente, es posible observar la tabla 13, la cual entrega un reporte detallado para las dos estrategias de asignación ocupadas. En primera parte, es importante notar que todos los fondos cumplen con las restricciones impuestas en la tabla 5, en donde el Fondo A es el que invierte más en instrumentos de renta variable y a su vez, el Fondo E es el que invierte mayor cantidad de sus recursos en instrumentos de renta fija.

Partiendo el análisis de las ponderaciones promedios óptimas con el Fondo A, es posible destacar que la inversión inmobiliaria óptima en el caso de la estrategia MV es de un 20%, la cual se ve acotada por la restricción de invertir un mínimo de 40% en renta variable. De hecho, la inversión en renta variable y renta fija en este fondo están acotadas a su límite inferior. En el caso de la estrategia optimizadora Min-Var, la inversión inmobiliaria óptima es en promedio de solo 12,4% privilegiando en este caso los activos de renta fija, debido a su menor riesgo asociado. Lo mismo sucede para el Fondo C, que incluso tiene una inversión inmobiliaria óptima mayor que la del Fondo A en el caso de MV. Esto debido a que al tener menores límites inferiores, da más espacio al proceso optimizador a que reasigne recursos a la categoría correspondiente a inmobiliaria. Con respecto a la estrategia Min-Var, la inversión inmobiliaria óptima promedio es de un 14,66%, siendo coherente con un perfil más averso al riesgo en comparación con la estrategia MV y asignando así mayor porcentaje a renta fija. Por último, el Fondo E, a pesar de ser el más conservador, tiene una ponderación óptima de inversión inmobiliaria

promedio de un 22,68% para todo el periodo fuera de muestra considerados, siguiendo la estrategia MV, explicando así el aumento de riesgo que tiene el portafolio sin restricciones de inversión inmobiliaria que se analizó anteriormente. En el caso de la estrategia de Min- Var , la inversión inmobiliaria optima promedio se situó en un 8,25%, que al igual que en el resto de los fondos, designa mayor inversión a instrumentos de renta fija que tienen un menor riesgo, lo que precisamente busca en una mayor cuantía este fondo. Con respecto a esto, es importante destacar que el Fondo E, mediante ambas estrategias de asignación, tiene al menos un 85% de inversión en activos de renta fija, siendo coherente con el escenario real que tienen hoy en día las AFPs.

Tabla 13: Ponderaciones optimas por tipo de fondo y portafolio

Tipo de Fondo	Estrategia de asignación	Tipo de portafolio	Activo alternativo	Portafolio Base			
			Inversión inmobiliaria Chile	IPSA	Bonos nacionales	S&P 500	S&P Aggregate Bond Index
Fondo A	MV	Portafolio Base	-	30,10%	24,90%	9,90%	35,10%
		Máx 3%	3,00%	28,88%	23,12%	11,12%	33,88%
		Máx 5%	5,00%	28,20%	21,80%	11,80%	33,20%
		Máx 10%	10,00%	26,79%	18,21%	13,21%	31,79%
		Sin limite	20,00%	25,06%	9,94%	14,94%	30,06%
	Min-Var	Portafolio Base	-	14,16%	40,84%	25,84%	19,16%
		Máx 3%	3,00%	14,24%	37,76%	25,76%	19,24%
		Máx 5%	5,00%	14,29%	35,71%	25,71%	19,29%
		Máx 10%	9,14%	14,36%	31,50%	25,64%	19,36%
		Sin limite	12,40%	14,34%	28,27%	25,66%	19,34%
Fondo C	MV	Portafolio Base	-	21,43%	48,57%	8,57%	21,43%
		Máx 3%	3,00%	18,29%	48,71%	8,71%	21,29%
		Máx 5%	5,00%	16,46%	48,54%	8,54%	21,46%
		Máx 10%	10,00%	12,81%	47,19%	7,19%	22,81%
		Sin limite	24,05%	10,65%	35,30%	4,35%	25,65%
	Min-Var	Portafolio Base	-	11,36%	55,40%	18,64%	14,60%
		Máx 3%	3,00%	10,18%	52,10%	16,82%	17,90%
		Máx 5%	5,00%	9,40%	49,86%	15,60%	20,14%
		Máx 10%	10,00%	7,45%	44,25%	12,55%	25,75%
		Sin limite	14,66%	5,62%	39,07%	9,72%	30,93%
Fondo E	MV	Portafolio Base	-	4,57%	61,31%	0,43%	33,69%
		Máx 3%	3,00%	4,56%	58,10%	0,44%	33,90%
		Máx 5%	5,00%	4,55%	56,03%	0,45%	33,97%
		Máx 10%	10,00%	4,60%	50,91%	0,40%	34,09%
		Sin limite	22,68%	4,98%	39,98%	0,02%	32,34%
	Min-Var	Portafolio Base	-	1,84%	63,16%	3,15%	31,85%
		Máx 3%	3,00%	1,91%	60,09%	3,09%	31,91%
		Máx 5%	5,00%	1,96%	58,04%	3,04%	31,96%
		Máx 10%	8,03%	1,97%	55,00%	3,03%	31,97%
		Sin limite	8,25%	1,97%	54,78%	3,03%	31,97%

Nota: Esta tabla reporta los promedios de las ponderaciones optimas encontradas por las estrategias de asignación de Media Varianza y Mínima Varianza para cada tipo de fondo analizado, desde el más riesgoso (A) hasta el más conservador (E). Estos resultados de ponderaciones comprenden solamente el periodo fuera de muestra desde enero 2009 hasta abril de 2014.

6.- Conclusión

En este trabajo se estudió como la inclusión de inversión inmobiliaria en los actuales portafolios de Fondos de Pensiones chilenos incurriría en una eventual mejora a las ya decrecientes rentabilidades que se venían registrando en los últimos años. Esto se debe al buen desempeño registrado en el sector inmobiliario chileno y la extensa literatura que respalda la inclusión de inversión en Real Estate en portafolios mixtos. En una primera parte, el análisis se centró solo en dilucidar de qué manera incluir inversión inmobiliaria podía mejorar el desempeño financiero de los actuales portafolios de las Administradoras de Fondos de Pensiones. Para esto, se investigaron los efectos fuera de muestra de la adición de inversión inmobiliaria nacional e internacional en portafolio común de acciones y bonos, según distintas estrategias de asignación tales como; Distribución Igualitaria, Risk Parity, Reward-To - Risk Timing, Media Varianza y Mínima Varianza. Los resultados para este proceso mostraron que la inversión inmobiliaria en Chile es la única que trae beneficios en términos de desempeño para un portafolio base, aportando en términos de retorno y riesgo, además de presentar incluso una asignación mayor a 20% para el activo inmobiliario siguiendo una estrategia de Media Varianza. Dado lo anterior y considerando solamente inversión inmobiliaria en Chile, se decidió profundizar el análisis para desglosar los resultados para los Fondos A, C y E, ocupando las estrategias de asignación correspondiente a Media Varianza y Mínima Varianza. Esto debido a que, al ser procesos optimizadores, es posible incluir restricciones de inversión que asemejen la situación actual de las AFP. Los resultados para el proceso anterior son categóricos, mostrando que para cualquier estrategia de asignación, todos los fondos obtienen mejorías notables al incluir inversión inmobiliaria en Chile. De hecho, se establecieron límites de inversión a este activo alternativo, para así considerar los costos de transacción y falta de liquidez en que se incurren, obteniendo alzas de retorno mensual permitiendo solo un máximo de un 3% de inversión en el sector inmobiliario, demostrando así que las ganancias son bastante aterrizadas si es que se permitiera invertir en este tipo de activos. Sin embargo, es importante destacar que el óptimo teórico en todos los casos fue mayor a 20% en el caso de Media Varianza y 8% para el caso de Mínima Varianza, concluyendo así que la distribución actual de los Fondos de Pensiones chilenos no es el óptimo, pudiendo ser mejorado en retorno y riesgo, ayudando a incrementar las futuras pensiones.

También es importante mencionar los resultados con respecto a Real Estate de USA, debido a que se encuentra que la inversión en dicho activo, no consigue mejoras al portafolio base que simula un fondo genérico de una AFP, contradiciendo así la extensa literatura que establecía lo contrario. Esto debido a

que la muestra considerada si contempla la última crisis financiera, el cual provocó que los índices bursátiles de Real Estate tuvieran pérdidas de casi un 30% en solo un día.

Bibliografía

1. Anderson, R. M., Bianchi, S. W., & Goldberg, L. R. (2012). Will my risk parity strategy outperform?. *Financial Analysts Journal*, 68(6), 75-93.
2. Bessler, W., & Wolff, D. (2015). Do commodities add value in multi-asset portfolios? An out-of-sample analysis for different investment strategies. *Journal of Banking & Finance*, 60, 1-20.
3. Bhuyan, R., Kuhle, J. L., Al-Deehani, T. M., & Mahmood, M. (2015). Portfolio Diversification Benefits Using Real Estate Investment Trusts-An Experiment with US Common Stocks, Equity Real Estate Investment Trusts, and Mortgage Real Estate Investment Trusts. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 5(4).
4. Chun, G. H., Sa-Aadu, J., & Shilling, J. D. (2004). The role of real estate in an institutional investor's portfolio revisited. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 29(3), 295-320.
5. Clayton, J., & MacKinnon, G. (2001). The time-varying nature of the link between REIT, real estate and financial asset returns. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 7(1), 43-54.
6. Cumming, D., Helge Haß, L., & Schweizer, D. (2014). Strategic asset allocation and the role of alternative investments. *European Financial Management*, 20(3), 521-547.
7. DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915-1953.
8. Fugazza, C., Guidolin, M., & Nicodano, G. (2009). Time and risk diversification in real estate investments: assessing the ex post economic value. *Real Estate Economics*, 37(3), 341-381.
9. Giliberto, S. (2009). The allocation of real estate to future mixed-asset institutional portfolios. *Journal of Real Estate Research*.
10. Goldstein, M. A. (1999). REIT return behavior in advancing and declining stock markets. *Real Estate Finance*.
11. Hoesli, M., Lekander, J., & Witkiewicz, W. (2009). International evidence on real estate as a portfolio diversifier. *Journal of Real Estate Research*.
12. Hudson-Wilson, S., Gordon, J. N., Fabozzi, F. J., Anson, M. J., & Giliberto, S. M. (2005). Why real estate?. *Journal of Portfolio Management*, 12.
13. Jackwerth, J. C., & Slavutskaya, A. (2015). The total benefit of alternative assets to pension fund portfolios. Available at SSRN 2343000.

14. Kirby, C., & Ostdiek, B. (2012). It's all in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naive diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 47(02), 437-467.
15. Liang, Y., & McIntosh, W. (1998). REIT style and performance. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 4(1), 69-78.
16. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
17. Sa-Aadu, J., Shilling, J., & Tiwari, A. (2010). On the Portfolio Properties of Real Estate in Good Times and Bad Times¹. *Real Estate Economics*, 38(3), 529-565.
18. Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The Journal of business*, 39(1), 119-138.
19. Webb, J. R., Curcio, R. J., & Rubens, J. H. (1988). Diversification gains from including real estate in mixed-asset portfolios. *Decision Sciences*, 19(2), 434-452.

Anexos

Anexo 1: Cartera agregada de los fondos de pensiones por tipo de Fondo para Junio 2016

	A	B	C	D	E	TOTAL
	%Fondo	%Fondo	%Fondo	%Fondo	%Fondo	%Fondo
INVERSIÓN NACIONAL TOTAL	20,31	41,26	57,56	72,48	89,71	58,85
RENDA VARIABLE	15,83	15,32	11,62	4,05	0,9	9,41
Acciones	12,98	12,65	9,5	3,34	0,9	7,75
Fondos de Inversión, FICE y Otros	2,86	2,67	2,12	0,71	-	1,66
RENDA FIJA	4,17	25,72	45,71	68,19	88,56	49,19
Instrumentos Banco Central	0,32	2,76	5,03	7,23	11,82	5,73
Instrumentos Tesorería	0,53	9,43	17,46	28,17	31,76	18,57
Bonos de Reconocimiento y MINVU	0,07	0,11	0,15	0,33	0,19	0,17
Bonos de Empresas y Efectos de Comercio	0,96	3,6	7,59	7,63	7,8	6,17
Bonos Bancarios	1,26	6,62	11,54	14,41	17,71	11,11
Letras Hipotecarias	0,12	0,36	0,72	0,5	0,37	0,48
Depósitos a Plazo	0,49	2,43	2,89	9,65	18,86	6,66
Fondos Mutuos y de Inversión	0,05	0,04	0,11	0,07	0,02	0,07
Disponible(1)	0,35	0,37	0,23	0,18	0,03	0,22
DERIVADOS	0,3	0,2	0,19	0,22	0,25	0,22
OTROS NACIONALES(2)	0,01	0,02	0,05	0,02	0,01	0,03
INVERSIÓN EXTRANJERA TOTAL	79,69	58,74	42,44	27,52	10,29	41,15
RENDA VARIABLE	59,9	40,03	22,65	9,93	2,17	24,08
Fondos Mutuos	45,16	28,44	16,24	6,97	0,06	17,21
Otros	14,74	11,6	6,41	2,96	2,1	6,87
RENDA FIJA	19,85	18,67	19,7	17,48	8,04	17
DERIVADOS	-0,08	0,03	0,08	0,1	0,07	0,05
OTROS EXTRANJEROS(3)	0,01	0,01	0	0,01	0,01	0,01
TOTAL ACTIVOS	100	100	100	100	100	100
SUBTOTAL RENDA VARIABLE	75,74	55,35	34,26	13,97	3,07	33,49
SUBTOTAL RENDA FIJA	24,02	44,39	65,41	85,67	96,6	66,2
SUBTOTAL DERIVADOS	0,22	0,23	0,27	0,33	0,31	0,28
SUBTOTAL OTROS	0,02	0,03	0,05	0,03	0,02	0,03

Fuente: Superintendencia de pensiones, estadísticas financieras de los fondos.

Nota: Esta tabla entrega información detallada de la distribución de inversión que tienen los 5 fondos de pensiones existentes, desglosados por tipo de instrumento.

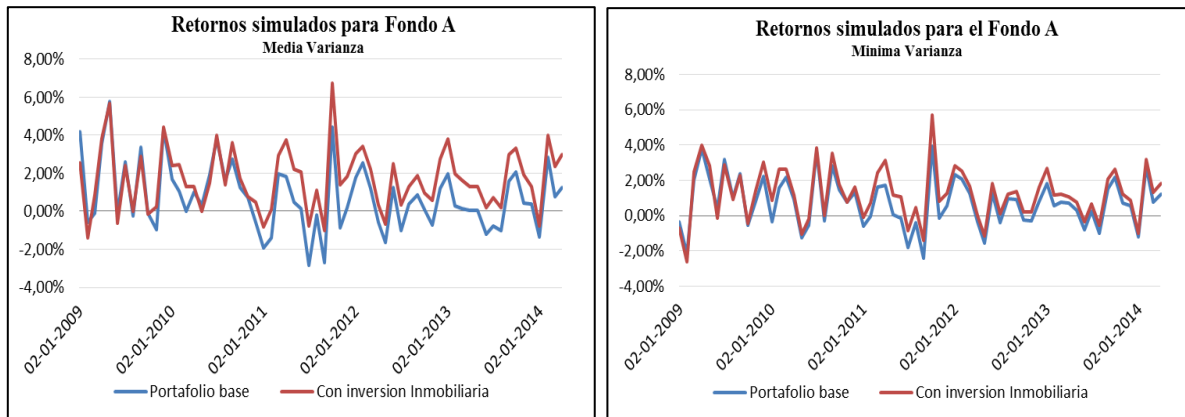
Anexo 2: Rentabilidad por año de distintos tipos de fondos inmobiliarios

FONDOS INMOBILIARIOS	2013	2012	2011	2010	2009
De renta	15,08%	8,83%	15,12%	6,78%	0,90%
Desarrollo	5,91%	5,11%	15,48%	4,50%	-11,45%
Plusvalía	0,90%	-0,90%	2,85%	3,10%	1,40%
Mixtos	8,98%	3,88%	8,25%	7,25%	-1,50%
Promedio total	7,72%	4,23%	10,43%	5,41%	-2,66%

Fuente: Elaboración propia a partir de informe ACAFI 2013

Nota: Esta tabla reporta los retornos promedios que tuvieron los distintos fondos de inversión inmobiliarios desde el año 2009 hasta el 2013.

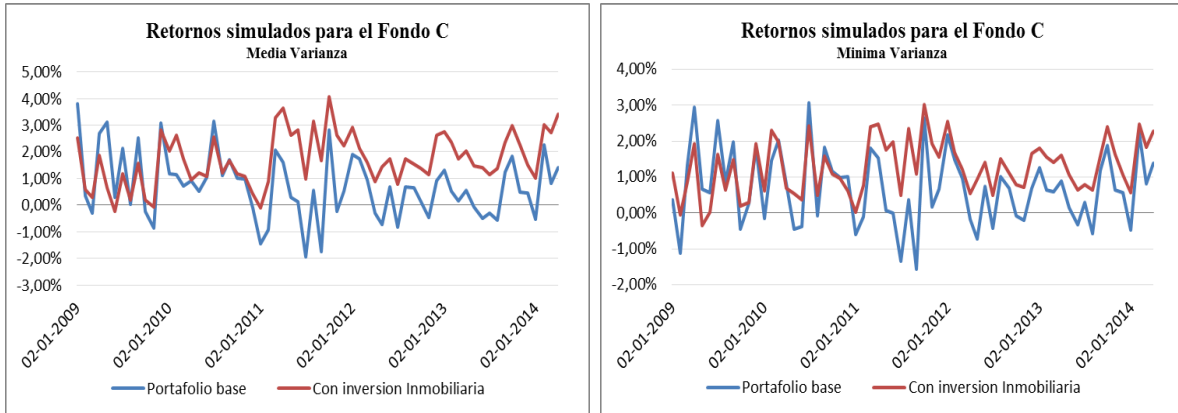
Anexo 3



Fuente: Elaboración propia

Nota: Grafico comparativo entre los retornos simulados fuera de muestra para el periodo entre enero 2009 hasta abril 2014 entre el portafolio base y el portafolio complementado con inversión inmobiliaria en Chile sin límite de inversión. El grafico de la izquierda representa los resultados por Media Varianza mientras que el de la derecha representa los resultados por Mínima Varianza. Lo anterior aplica para el Fondo A

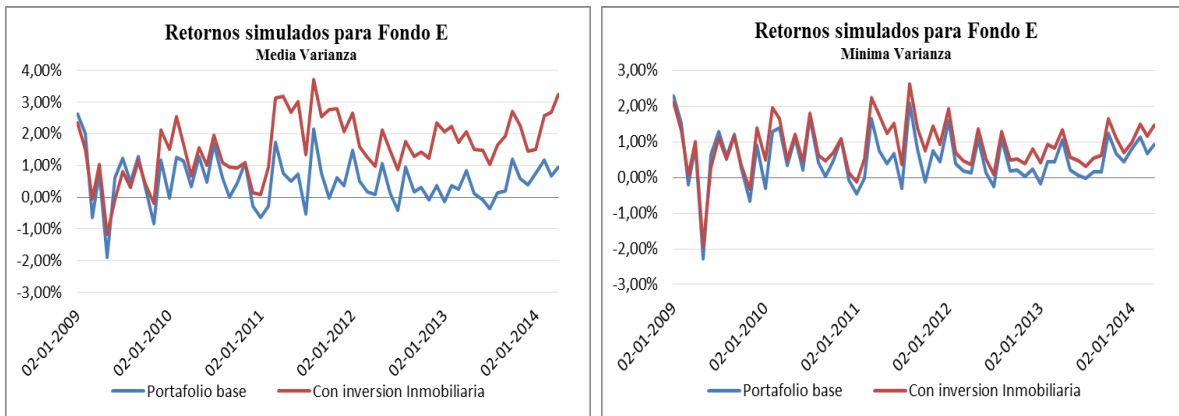
Anexo 4



Fuente: Elaboración propia

Nota: Grafico comparativo entre los retornos simulados fuera de muestra para el periodo entre enero 2009 hasta abril 2014 entre el portafolio base y el portafolio complementado con inversión inmobiliaria en Chile sin límite de inversión. El grafico de la izquierda representa los resultados por Media Varianza mientras que el de la derecha representa los resultados por Mínima Varianza. Lo anterior aplica para el Fondo C

Anexo 5



Fuente: Elaboración propia

Nota: Grafico comparativo entre los retornos simulados fuera de muestra para el periodo entre enero 2009 hasta abril 2014 entre el portafolio base y el portafolio complementado con inversión inmobiliaria en Chile sin límite de inversión. El grafico de la izquierda representa los resultados por Media Varianza mientras que el de la derecha representa los resultados por Mínima Varianza. Lo anterior aplica para el Fondo C