



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**GENERACIÓN DE ACELEROGRAMAS SINTÉTICOS DEL TERREMOTO DE  
TOHOKU EN JAPÓN CONSIDERANDO EFECTOS DE SITIO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

RODRIGO IVÁN SILVA LÓPEZ

PROFESOR GUÍA:

CÉSAR PASTÉN PUCHI

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

SERGIO RUIZ TAPIA

FABIÁN ROJAS BARRALES

CRISTIAN OTAROLA BRAVO

SANTIAGO DE CHILE

2017

**RESUMEN DE MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil con mención en  
Estructuras, Construcción y Geotecnia.  
**POR:** Rodrigo Iván Silva López  
**FECHA:** 19 de Enero de 2017  
**PROFESOR GUÍA:** César Pastén Puchi

## **GENERACIÓN DE ACELEROGRAMAS SINTÉTICOS DEL TERREMOTO DE TOHOKU EN JAPÓN CONSIDERANDO EFECTOS DE SITIO**

El objetivo de este trabajo de título es reproducir los acelerogramas observados en superficie sobre distintos tipos de suelo durante el terremoto de Tohoku de 2011. Primero, se implementa la metodología estocástica de falla finita propuesta por Otárola y Ruiz (2016) para generar registros de aceleración en el basamento rocoso de los sitios a partir del modelo de ruptura del terremoto propuesto por Kurahashi e Irikura (2011). Este método genera acelerogramas sintéticos en dos componentes horizontales ortogonales y en la vertical, considerando ondas sísmicas compresionales y de corte, polarizadas en la horizontal SH y en la vertical SV. Posteriormente, estas ondas sísmicas se propagan a través del suelo mediante el uso de funciones de transferencia que se deducen a partir del Método de Rigidez desarrollado por Kausel (1981). Los registros sintéticos de aceleración obtenidos en este trabajo capturan los impulsos asociados a las asperezas del modelo de ruptura. Además, se logran simular apropiadamente los espectros de respuesta observados en la base de las estaciones y se verifica la proporcionalidad de la amplificación respecto a su rigidez. Al incorporar el efecto de sitio a través de las funciones de transferencia, se verifica que las componentes horizontales se amplifican en las mismas frecuencias que el registro observado y con la misma amplitud. Sin embargo, aunque la componente vertical captura razonablemente la magnitud de las aceleraciones, no ajusta las frecuencias donde ocurren los peaks de energía. La metodología propuesta en este trabajo contempla fundamentos físicos de la propagación de ondas sísmicas, tanto en la corteza terrestre como en su superficie, logrando reproducir la evolución temporal del registro sísmico, lo que es fundamental en problemas como el análisis no lineal de estructuras.

*A ti, mamá. Gracias por todo.*

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar quisiera agradecer a mi familia por haberme formado y querido durante toda mi vida. A mi mamá, ¡Qué ganas de que estuvieras acá sólo para verte tan feliz, como siempre de los logros de tus hijos! Sé que en alguna parte debes estar regocijándote y cuidándonos, gracias por haber dado tu vida por todos nosotros. Al Diego, gracias por hacerte cargo de mí y de la María Fernanda luego de la partida de la mamá. Gracias por todos los lindos y chistosos momentos que hemos tenido. A la Trocui, por ser una compañera y amiga. Al Pancito, por haberme acompañado en tan largas horas de estudio y sueño. En realidad no sería nada sin ustedes, los amo.

A lo largo de mi vida universitaria han sido muchas las personas que han marcado mi desarrollo, y me es difícil enumerarlas a todas en sólo una página, espero poder hacerles justicia.

Esta memoria va en gran parte a mis amigos de la U, a los "Curiosillos". Han sido incontables las ocasiones en que hemos estado juntos. Buenas y malas. Carretes y R's. Celebraciones y lamentos. Viajes y oncecitas. No concibo una vida universitaria sin ustedes. Patty, Cueto, Seba, Jp, Guaja, Cinto, Vale, David, Cate, Tavo, Luz, Gastón y Pablito, los quiero.

A mis amigos de Civil, gracias por todas aquellas tardes de trabajo intenso, de buena onda y de carretes. Hicieron que aquellos momentos en que dudaba sobre mi vocación civil, volviera a encontrar mi centro. Agradecimientos especiales a mis compañeros de la pecera que hicieron amenas tantas jornadas de trabajo con su buena onda.

Al equipo de Difusión: En más de 5 años de trabajo he podido compartir con más de 60 personas muy especiales, aprendiendo de cada una algo especial. Gracias por dejarme compartir con ustedes y pasar tan buenos ratos juntos. Un saludo especial a la Mane y a la Pili: la primera una amiga en la que siempre se puede contar, y la segunda, una madre sustituta siempre dándome consejos cuando más lo necesitaba.

A mi profesor guía César Pastén, por su constante preocupación por el adecuado desarrollo de este trabajo de título, siempre estando atento a las inquietudes que me iban surgiendo. Además, quisiera agradecerle los consejos que me ha dado en el camino que comienzo en la academia, mostrándome los lados buenos y malos que conlleva dicho mundo.

Quisiera agradecer a los miembros de mi comisión, por su entrega durante el trabajo que ha involucrado la presente memoria. A Cristian, por su gran ayuda cuando sea que la necesitare. Al profesor Sergio, por su gran rigurosidad científica. Al profesor Rojas, por brindar una perspectiva diferente a este trabajo.

En otro ámbito, quería agradecer a mis profesores guía durante mi estadía en Estados Unidos, gracias por demostrarme el lado humano de la academia, en el cual las aplicaciones de las investigaciones se aplican en las comunidades y donde uno apoya a quien lo necesite. Gracias por ayudarme a formar un camino luego de este que culmino.

A mis amigos de la vida y del colegio. Cristina y chiquillas, gracias por apoyarme todo este tiempo.

Finalmente, gracias a mi familia extendida, especialmente a mi Tío Pancho y mi Tía Raquel, quienes luego del fallecimiento de la flaca han sido como un padre y una madre sustitutos. Los quiero.

A todos, ¡Gracias por una experiencia Universitaria Inefable!

## Tabla de Contenido

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Introducción.....  | 1  |
| 1.1   | General .....  | 1  |
| 1.2   | Objetivo General .....   | 2  |
| 1.3   | Objetivos Específicos .....  | 2  |
| 1.4   | Estructura del Trabajo .....   | 2  |
| 2     | Métodos de Generación de Registros Artificiales.....                                   | 3  |
| 2.1   | Métodos Empíricos.....   | 3  |
| 2.2   | Métodos de Fundamentos Físicos Desconocidos .....                                      | 4  |
| 2.3   | Métodos Físicos .....  | 5  |
| 2.4   | Metodologías Determinísticas .....   | 6  |
| 2.5   | Métodos Híbridos .....   | 7  |
| 2.6   | Métodos Estocásticos de Fuente Puntual .....   | 8  |
| 2.6.1 | Modelamiento Espectral .....   | 10 |
| 2.7   | Métodos Estocásticos de Fuente Finita.....   | 11 |
| 3     | Modelo de Generación de Registros Sintéticos Propuesto por Otárola y Ruiz (2016)<br>15 |    |
| 3.1   | Sistemas de Coordenadas .....  | 18 |
| 3.2   | Partición de la Energía .....  | 19 |
| 3.3   | Efecto de Superficie Libre .....   | 20 |
| 3.3.1 | Onda P .....   | 20 |
| 3.3.2 | Ondas SV y SH.....   | 21 |
| 3.4   | Formas Espectrales .....   | 23 |
| 3.5   | Determinación de Ángulo de Incidencia en Modelo Multicapas .....                       | 24 |
| 3.6   | Forma Funcional de la Fuente .....   | 25 |
| 3.7   | Frecuencia Esquina.....  | 26 |
| 3.8   | Factores de Escalamiento.....  | 26 |
| 3.9   | Descomposición en componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical .....                   | 27 |
| 4     | Propagación de Ondas en el Suelo.....  | 29 |
| 4.1   | Función de Transferencia de Onda SH.....   | 30 |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 4.2   | Función de Transferencia de Ondas SV y P .....   | 32 |
| 4.3   | Ejemplo de Cálculo de Funciones de Transferencia .....   | 35 |
| 4.4   | Metodología Propuesta para Incorporar Efectos de Sitio .....   | 37 |
| 5     | Generación Estocástica de Acelerogramas Sintéticos en Roca Basal para el Terremoto de Tohoku.....      | 39 |
| 5.1   | Terremoto de Tohoku del 11 de Marzo de 2011 .....  | 39 |
| 5.2   | Parámetros de la Metodología de Otárola y Ruiz (2016) para la simulación de registros sintéticos ..... | 41 |
| 5.2.1 | Fuente Sísmica.....  | 41 |
| 5.2.2 | Trayectoria.....   | 43 |
| 5.2.3 | Efecto de Sitio.....   | 45 |
| 5.2.4 | Estaciones Simuladas .....   | 45 |
| 5.3   | Resultados en Roca Basal para Terremoto de Tohoku de 2011.....   | 46 |
| 6     | Generación de Acelerogramas Sintéticos para Japón Considerando Efectos de Sitio                        | 65 |
| 6.1   | Resultados en Superficie para el Terremoto de Tohoku de 2011 .....                                     | 67 |
| 7     | Discusión.....   | 85 |
| 7.1   | Discusión de Resultados.....   | 85 |
| 7.2   | Mejoras a la Metodología .....   | 86 |
| 8     | Conclusiones y Recomendaciones .....   | 88 |
| 8.1   | Conclusiones.....  | 88 |
| 8.2   | Recomendaciones.....   | 89 |
| 9     | Bibliografía .....   | 91 |
| 10    | Anexos .....   | 94 |
| 10.1  | Deducción de Función de Transferencia para onda SH .....   | 94 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1: Parámetros de Ruptura definidos por Kurahashi e Irikura (2011) y utilizados por Ghofrani et al (2013a)..... | 43 |
| Tabla 2: Estaciones Simuladas.....   | 45 |
| Tabla 3 Bondad de Ajuste para Simulación Espectral en la Horizontal .....  | 63 |
| Tabla 4: Bondad de Ajuste para Simulación Espectral.....   | 83 |

## TABLA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2-1: Tipificación de Generación de Registros Artificiales (Elaboración Propia).....   | 4  |
| Figura 2-2: Esquema de simulación de un registro artificial según lo propuesto por Boore (2003).....                                 | 9  |
| Figura 3-1: Esquema de Método de Generación propuesto por Otárola y Ruiz (2016), Parte 1 (Otárola 2015).....                         | 16 |
| Figura 3-2: Esquema de Método de Generación propuesto por Otárola y Ruiz (2016), Parte 2 (Otárola 2015).....                         | 17 |
| Figura 3-3: Esquema de incidencia y descomposición de onda P (Otárola 2015) .....  | 20 |
| Figura 3-4: Esquema de Incidencia de Onda SV (Otárola 2016) .....  | 21 |
| Figura 3-5: Esquema de cálculo de ángulos de incidencia en superficie suponiendo un modelo de capas horizontales (Otárola 2015)..... | 24 |
| Figura 3-6: Relación entre ejes cardinales, ejes globales y ejes locales para la falla ij-ésima (Otárola 2015).....                  | 28 |
| Figura 4-1: Esfuerzos que actúan sobre una porción de suelo. ....  | 30 |
| Figura 4-2: Sistema Multicapas .....   | 31 |
| Figura 4-3: Esquema de Armado de Matrices de Rigidez .....   | 34 |
| Figura 4-4: Perfil de Suelo usado para cálculo de funciones de transferencia .....   | 35 |
| Figura 4-5: Función de Transferencia Horizontal para Onda SH.....  | 36 |
| Figura 4-6: Función de Transferencia para onda SV en estrato de 10m.....   | 36 |
| Figura 4-7: Función de Transferencia para Onda SV en estrato de 5m .....   | 37 |
| Figura 4-8: Resumen de la Metodología desarrollada en el presente trabajo .....  | 38 |
| Figura 5-1: Réplicas y Evento Principal de Tohoku 2011 (JMA 2011) .....  | 40 |
| Figura 5-2: Ruptura del terremoto de Japón e intensidades (NIED 2011).....   | 41 |
| Figura 5-3: Modelo de Ruptura (Kurahashi e Irikura 2011) .....   | 42 |
| Figura 5-4: Modelo de Ruptura para el Terremoto de Tohoku (Yagi y Fukahata 2011) .   | 42 |
| Figura 5-5: Ubicación de estaciones de este modelo.....  | 46 |
| Figura 5-6: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Norte-Sur.....                    | 48 |
| Figura 5-7: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Este - Oeste.....                 | 52 |
| Figura 5-8: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Vertical.....                     | 57 |
| Figura 5-9: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Norte-Sur.....                       | 48 |
| Figura 5-10: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Este-Oeste.....                     | 53 |
| Figura 5-11: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Vertical.....                       | 58 |
| Figura 5-12: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Norte-Sur.....                        | 49 |
| Figura 5-13: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Este-Oeste .....                      | 54 |
| Figura 5-14: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Vertical.....                         | 59 |



|  |    |
|--|----|
| Figura 5-15: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Norte-Sur.....                                       | 49 |
| Figura 5-16: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Norte-Sur.....                                       | 50 |
| Figura 5-17: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Este-Oeste .....                                     | 55 |
| Figura 5-18: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Este-Oeste.....                                      | 56 |
| Figura 5-19: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Vertical.....  | 60 |
| Figura 5-20: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Vertical.....  | 61 |
| Figura 5-21: GOF para Registros en Suelo.....  | 62 |
| Figura 6-1: Perfiles de velocidad de onda de corte en las estaciones analizadas en este estudio. El círculo naranja representa la ubicación del acelerómetro en la roca basal .. | 65 |
| Figura 6-2: Función de Transferencia para onda SH .....  | 66 |
| Figura 6-3: Función de Transferencia para onda SV.....   | 66 |
| Figura 6-4: Función de Transferencia para onda P .....   | 67 |
| Figura 6-5: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Norte-Sur.....  | 69 |
| Figura 6-6: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Este - Oeste.....   | 75 |
| Figura 6-7: Resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en la componente Vertical.....   | 79 |
| Figura 6-8: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Norte-Sur.....   | 70 |
| Figura 6-9: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Este-Oeste.....  | 75 |
| Figura 6-10: Superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en la componente Vertical.....   | 82 |
| Figura 6-11: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Norte-Sur.....  | 71 |
| Figura 6-12: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Este-Oeste .....  | 76 |
| Figura 6-13: Descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Vertical.....   | 81 |
| Figura 6-14: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Norte-Sur.....                                       | 72 |
| Figura 6-15: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Norte-Sur.....                                       | 73 |
| Figura 6-16: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Este-Oeste .....                                     | 77 |
| Figura 6-17: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Este-Oeste.....                                      | 78 |
| Figura 6-18: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Vertical.....  | 82 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 6-19: Espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, para componente Vertical..... | 84  |
| Figura 6-20: GOF para Registros en Suelo.....   | 84  |
| Figura 7-1: Comparación entre Resultados de este modelo y Ghofrani et al (2013a) ..   | 867 |
| Figura 10-1: Esquema multicapas de suelo .....  | 943 |

# 1 Introducción

## 1.1 General

Los últimos terremotos ocurridos en el mundo, tales como el terremoto de Tohoku 2011 ( $M_w=9.0$ ), Maule 2010 ( $M_w=8.8$ ), Ecuador 2016 ( $M_w=7.9$ ), Iquique 2014 ( $M_w=8.2$ ) e Illapel 2015 ( $M_w=8.4$ ), han demostrado la importancia del estudio sísmológico como una manera de disminuir los daños producidos en las comunidades.

Actualmente, existen distintas maneras de estimar la demanda sísmica sobre una estructura, dentro de las cuales destacan los espectros de diseño y las curvas de atenuación. Estas últimas, determinan la amenaza sísmica en un sitio dependiendo del tipo de suelo y del terremoto que se pretende modelar. Si bien estas aproximaciones son sumamente útiles y han favorecido un adecuado diseño de los edificios chilenos, estas curvas asumen que se alcanza un estado estacionario en las estructuras y no analizan la posible evolución temporal del fenómeno sísmico. Tomando en cuenta esto, surge la necesidad de desarrollar registros artificiales de terremotos que sean representativos de los eventos que podrían ocurrir en una zona y que caractericen adecuadamente el efecto del suelo del lugar.

La generación de registros artificiales presenta ventajas tales como la posibilidad de realizar un análisis temporal del comportamiento de las estructuras, lo cual es fundamental en los modelos no lineales; y la posibilidad de estimar la demanda sísmica en aquellas zonas donde no se cuenta con bases de datos de eventos sísmicos. Existiendo distintos métodos de generación artificial de registros, un problema que ha persistido es la manera en que se incorpora el efecto de sitio. Es así que algunos autores han explorado la opción de incorporar lo establecido en normas de ciertos países. Por ejemplo, Ghofrani et al (2013a) asume una amplificación espectral de acuerdo a la velocidad de onda de corte  $V_s$  del suelo en la simulación del terremoto de Tohoku, mientras que Boore (2003) multiplica espectralmente por expresiones simplificadas que se basan en la razón entre la impedancia del suelo y la impedancia cerca de la fuente.

En este trabajo de título se expone la implementación de un modelo físico estocástico de falla finita, el cual logra generar un registro en el basamento rocoso siguiendo la metodología de Otárola y Ruiz (2016), y la posterior propagación de ondas sísmicas compresionales P y de corte polarizadas en la vertical SV y la horizontal SH, a través del suelo, mediante el uso de funciones de transferencia deducidas según el método propuesto por Kausel (1981). Se analiza el terremoto de Tohoku de 2011 dada la cantidad y la caracterización sísmica disponible de las estaciones.

## 1.2 Objetivo General

El objetivo general de este trabajo es reproducir los acelerogramas observados en superficie sobre distintos tipos de suelo durante el terremoto de Tohoku de 2011. Lo anterior se realiza, a modo de ejemplo, en diez estaciones pertenecientes a la red Kik-net.

## 1.3 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este estudio son:

- Realizar una revisión bibliográfica sobre el terremoto de Tohoku de 2011, sus distintos modelos de ruptura y el sistema tectónico de la zona.
- Aplicar la metodología de generación de registros sintéticos desarrollada por Otárola y Ruiz (2016), para determinar, analíticamente, las aceleraciones que se registrarían en el basamento rocoso de las distintas estaciones sismológicas de las regiones afectadas por el terremoto de Tohoku de 2011.
- Propagar las ondas sísmicas desde el basamento rocoso hasta la superficie, utilizando las funciones de transferencia deducidas según Kausel (2006) para las ondas P, SV y SH.
- Validar los resultados con los registros de aceleraciones horizontales y verticales en superficie del terremoto de Tohoku de 2011 para diez estaciones.

## 1.4 Estructura del Trabajo

Este trabajo se divide en 7 capítulos además de la Introducción. El Capítulo 2 trata sobre la generación de registros artificiales en roca y la explicación de los modelos estocásticos de falla finita. En el Capítulo 3, se muestra la metodología desarrollada por Otárola y Ruiz (2016), enfocándose en los elementos del método que son empleados en este trabajo. El Capítulo 4 presenta la deducción de funciones de transferencia para las ondas P, SH y SV. El Capítulo 5 expone la aplicación de la metodología de Otárola y Ruiz (2016) al terremoto de Tohoku de 2011 y la comparación con los datos empíricos. El Capítulo 6 muestra los resultados al incluir el modelamiento del suelo en la generación de los registros y su comparación con los datos empíricos. El Capítulo 7 realiza una discusión sobre el trabajo efectuado. Finalmente, el Capítulo 8 presenta las conclusiones y recomendaciones de este estudio.

## 2 Métodos de Generación de Registros Artificiales

En el siguiente capítulo se revisarán los fundamentos físicos que explican la utilización de métodos de generación de registros artificiales, para lo cual se comienza con una revisión bibliográfica, realizada según lo propuesto por Douglas y Aochi (2008), y luego, se procede a la explicación del método desarrollado por Boore (2003).

Según Douglas y Aochi (2008), la generación de registros artificiales se puede realizar basada en distintos principios, los cuales pueden ser estadísticos o físicos. La generación estadística tiene como fundamento principal que el comportamiento de sismos históricos representa el comportamiento de sismos futuros y por lo tanto las características de los primeros son extrapolables a las de los segundos. Por otro lado, la generación física de registros artificiales tiene como base el estudio y comprensión de los mecanismos de generación y la propagación de las ondas sísmicas desde la fuente sísmica.

Los métodos de simulación de registros artificiales se pueden clasificar en métodos empíricos, método de fundamentos físicos desconocidos (“black box methods”), métodos físicos y métodos híbridos. En la Figura 2-1 se esquematizan estos métodos y los procedimientos asociados a cada tipo.

### 2.1 Métodos Empíricos

Los métodos empíricos utilizan bases de datos regionales de terremotos para caracterizar futuros eventos que tendrán lugar en alguna zona cercana, asumiendo que el comportamiento es invariante en el tiempo. Estos procedimientos de generación son los más sencillos y utilizados en la práctica, pues simplemente extrapolan temporalmente características de los terremotos, tales como su duración, intensidad, aceleración máxima, entre otros, a través de un análisis estadístico. Algunos ejemplos de estos tipos de métodos son los de acelerogramas representativos, utilizado por Guzmán y Jennings (1976), y los modelos empíricos de ecuaciones de movimiento de suelo, como el propuesto por Der Kiureghian (2008).

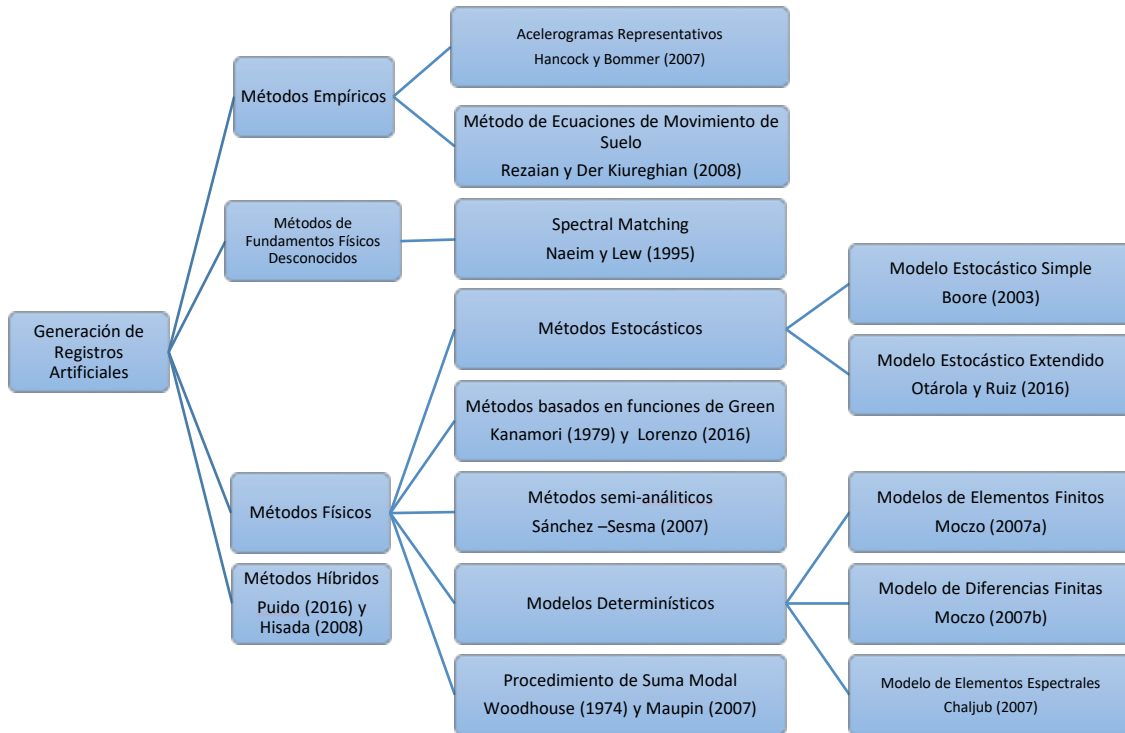


Figura 2-1: Tipificación de Generación de Registros Artificiales (Elaboración Propia)

## 2.2 Métodos de Fundamentos Físicos Desconocidos

Los procedimientos de fundamentos físicos desconocidos se denominan como tal pues no buscan entender ni aplicar los principios físicos subyacentes al fenómeno sísmico, sino que sólo persiguen replicar algunas de las características físicas de estos, tales como su magnitud, duración o intensidad. Generalmente, estos métodos se basan en la transformación de un ruido blanco Gaussiano, tanto en el espacio de las frecuencias como en el tiempo, para replicar un terremoto. Este tipo de modelación se utilizó para suplir la falta en la base de datos durante los años 70, pero a medida que se han incrementado las bases de datos mundiales de movimiento fuerte, este tipo de simulaciones se ha vuelto menos común. Uno de los primeros autores en desarrollar este tipo de métodos fue Housner en sus publicaciones de 1947, 1955 y en 1964 junto a Jennings.

## 2.3 Métodos Físicos

Los métodos físicos se basan en el uso de las ecuaciones que rigen la generación de los terremotos y la propagación de ondas sísmicas a través de la corteza terrestre y de las capas superficiales de suelo. Es así que la generación de registros artificiales a través de estos métodos generalmente se divide en dos etapas: la simulación de la generación de ondas sísmicas desde una fuente sísmica o ruptura, y el modelamiento de la propagación de las ondas sísmicas. En consideración a esta separación, es posible considerar distintos métodos individuales para cada fase en el análisis y posteriormente acoplarlos. Un ejemplo de lo anterior sería considerar cierto modelo de ruptura para un sismo y considerar un modelo distinto para analizar la propagación de las ondas sísmicas.

Referente al modelo de generación de ondas sísmicas, su elección está condicionada al tipo de margen sísmico que se pretende simular. En zonas donde ocurren terremotos superficiales, las fuentes sísmicas se suelen modelar como elementos puntuales; en cambio, en zonas de subducción, donde históricamente han ocurrido terremotos de gran magnitud, dicho supuesto no es suficiente para generar registros realistas, y resulta necesario realizar inversiones de los desplazamientos sísmicos para considerar un proceso de ruptura complejo con múltiples fuentes puntuales.

Al involucrar más de una fuente sísmica, estos modelos también incluyen un análisis de interacción entre las fuentes, ya sea a través de modelos cinemáticos o dinámicos. Los modelos cinemáticos suponen un punto de inicio de la ruptura y una propagación a velocidad constante y radial. Los modelos dinámicos consideran que la propagación de la ruptura depende del estado de esfuerzos al que está sometida cada fuente puntual, lo cual se deriva de la inversión de desplazamientos. Los trabajos teóricos que fundamentan estos modelos de fuente incluyen los realizados por Haskell (1969), Brune (1970, 1971), Papageorgiou and Aki (1983), Joyner (1984) y Herrero y Bernard (1994).

Adicionalmente, los métodos físicos, al igual que el resto de los métodos, pueden ser estocásticos o determinísticos, tales como el de Boore (2003) o el de Moczo (2007), respectivamente. Los métodos estocásticos consisten en la modulación de un ruido blanco y los determinísticos en el desarrollo analítico de las ecuaciones que rigen el fenómeno, o en el uso de métodos matemáticos, como el método de los elementos finitos.

Dentro de los procedimientos de generación estocásticos, se distinguen los métodos estocásticos físicos simples y extendidos. Los métodos físicos simples consisten en la modificación de la amplitud de un ruido blanco Gaussiano, en base

a características de sismos regionales, para luego modularlo en el espacio de la frecuencia por un espectro que considera efectos de fuente, de trayectoria y de sitio. Un ejemplo de este tipo de métodos es el propuesto por Boore (2003), el cual toma en cuenta la atenuación anelástica de las ondas, los patrones de radiación de ondas sísmicas, los modelos de velocidad de la corteza, el efecto de superficie libre y la influencia simplificada del suelo. Este método es uno de los más utilizados para realizar simulaciones de registros artificiales puesto que es de fácil implementación, tiene bajos costos computacionales y posee una justificación física de calibración de los parámetros del modelo.

Por otro lado, los modelos estocásticos extendidos hacen referencia a la aplicación de modelos estocásticos físicos a una serie de fuentes puntuales que modelan un proceso de ruptura complejo y que posteriormente se acoplan para obtener un registro final. En este tipo de simulaciones se mantienen los principios señalados para los modelos simples, pero se introduce la relación que existe entre las fuentes, que puede ser estimado a través de un análisis cinemático o dinámico. Algunos autores que han desarrollado esta metodología son Atkinson y Silva (2000), Motazedian y Atkinson (2005) y Otárola y Ruiz (2016).

## 2.4 Metodologías Determinísticas

Las metodologías determinísticas consideran principalmente la modelación mediante diferencias finitas, elementos finitos y elementos espectrales. Todos estos métodos resuelven directamente la ecuación de onda para un medio visco elástico a través de la discretización del medio. Respecto al método de diferencias finitas, el amortiguamiento del suelo se considera a través de un factor de disipación y la hipótesis de medios semi-infinitos se introduce a través de condiciones de borde absorbentes. Un ejemplo de este tipo de procedimiento es el desarrollado por Moczo (2007), quien utiliza elementos finitos para analizar la propagación de ondas sísmicas del tipo P, SV y SH. El método de los elementos finitos es utilizado para resolver la forma variacional o débil de la ecuación de onda, con sistemas de bajo orden polinómico, lo que lleva a un conjunto de ecuaciones que se puede expresar de manera matricial. Moczo et al (2007a) es un ejemplo típico del uso de estos elementos. Finalmente, los modelos de elementos espectrales son una forma integrada de elementos finitos que son de menor costo computacional y mayor estabilidad. Chaljub (2007), modela la propagación de ondas sísmicas a nivel regional y a nivel global, simulando registros telesísmicos.



## 2.5 Métodos Híbridos

Cada uno de los métodos descritos tiene ciertas virtudes y defectos dependiendo del propósito de la generación. Los métodos híbridos combinan distintos métodos para modelar distintos rangos de frecuencias de la propagación de ondas. Estas metodologías son recientes y se han vuelto populares, especialmente en la academia, pues simulan adecuadamente un registro desde el punto de vista físico con reducidos costos computacionales. Algunas de las metodologías híbridas son las desarrolladas por Hisada (2008) y Mai y Beroza (2003), y por Pulido (2015), quien simula un hipotético mega-terremoto en Lima.

La aplicación de las metodologías anteriores al margen de subducción chileno ha sido acotada debido a múltiples factores, dentro de los cuales se encuentra la complejidad de los terremotos que se producen en Chile y a la escasez de datos que permiten validar las simulaciones. Pese a lo anterior, algunos autores han desarrollado metodologías de generación de registros artificiales para el margen chileno, tales como Ruiz y Otárola (2016). Si bien metodologías anteriores ésta, como la propuesta por Motazedian y Atkinson (2005), podían simular adecuadamente la componente horizontal de los sismos, se asumía que las ondas SV concurrían verticalmente a la superficie, por lo que la componente vertical del sismo no se simulaba adecuadamente. Es así que el principal aporte de esta metodología desarrollada corresponde a la posibilidad de simular las tres componentes que caracterizan un sismo (dos horizontales y una vertical) y analizar el aporte que realiza cada tipo de onda sísmica a la generación del registro. Lo anterior, se logró al considerar el ángulo de incidencia con la superficie, lo que modifica la descomposición de las ondas y el efecto de superficie libre. Cabe señalar que el método desarrollado por Otárola y Ruiz (2016) es un método estocástico extendido, es decir, es un modelo que discretiza el proceso de ruptura en múltiples fuentes puntuales. Debido a esto, el método requiere un modelo de ruptura en desplazamientos del terremoto que se pretende simular.

Los resultados obtenidos con la metodología de Otárola y Ruiz (2016) del terremoto de Tocopilla de 2007 para roca o suelo rígidos son aceptables desde el punto de vista espectral y temporal, obteniéndose registros artificiales similares a los registrados y que capturan el efecto de las asperezas que se observaron en dicho evento. Considerando lo anterior, es que en este trabajo se opta por el uso del modelo de Otárola y Ruiz (2016) para la generación de registros en el basamento rocoso, cuya implementación será explicada con detalle en el capítulo siguiente.

## 2.6 Métodos Estocásticos de Fuente Puntual

Los métodos estocásticos de fuente puntual consisten en el uso de un ruido blanco modificado temporal y espectralmente para que coincida con el comportamiento regular de los terremotos. Según lo propuesto por Boore (2003), se siguen los siguientes pasos para la generación de un registro artificial, los cuales se muestran en la Figura 2-2.

- 1- Generación de un ruido blanco Gaussiano.
- 2- Modulación por una función de forma, que puede ser la propuesta por Saragoni y Hart (1974) o la desarrollada por Housner (1964).
- 3- Determinación del espectro de Fourier del ruido modulado.
- 4- Normalización del espectro de Fourier.
- 5- Convolución con la función de forma espectral que considera efectos de fuente, de trayectoria, del suelo y del tipo de sismo. Este paso es de vital importancia para el método, por lo que será tratado de manera especial en la siguiente sección.
- 6- Uso de la transformada inversa de Fourier para retornar al espacio del tiempo y obtener un registro sísmico sintético.

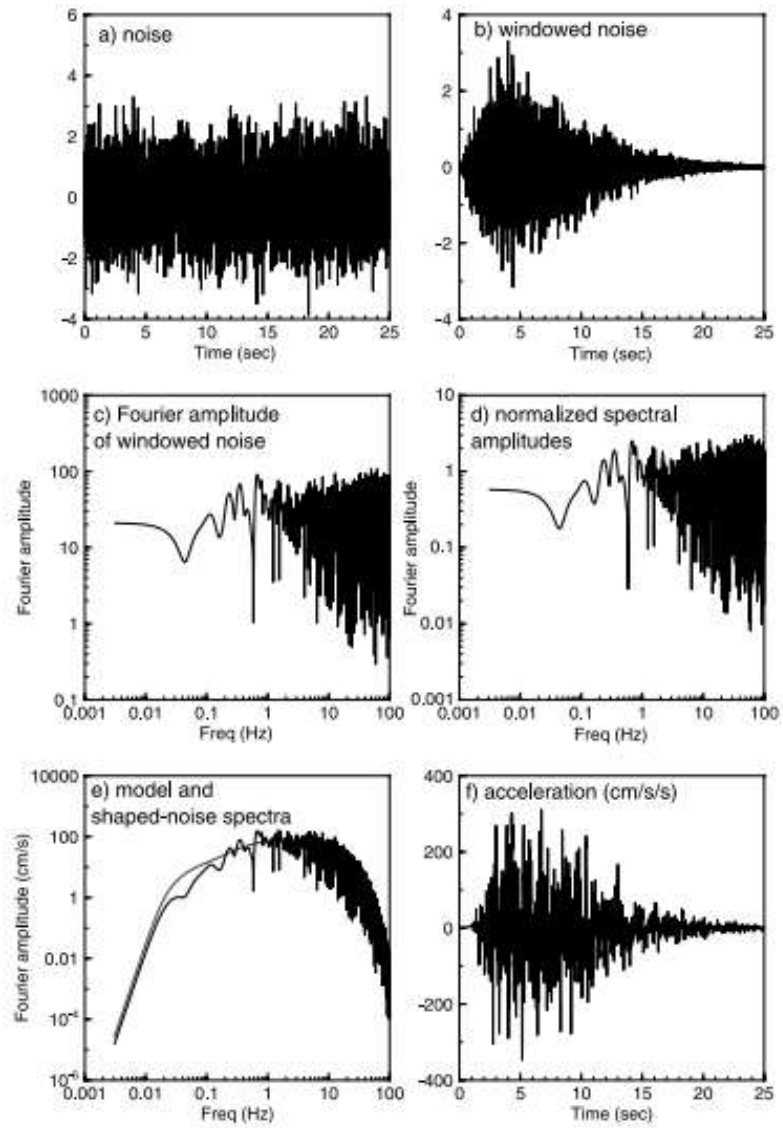


Figura 2-2: Esquema de simulación de un registro artificial según lo propuesto por Boore (2003)

### 2.6.1 Modelamiento Espectral

El modelamiento espectral de eventos de movimiento fuerte, según lo propuesto por Boore (2003), incorpora de manera independiente los efectos de la fuente del terremoto (E), de la trayectoria (P), el suelo (S) y el tipo de movimiento a modelar (I), a través de la expresión

$$Y(M_0, R, f) = E(M_0, f) P(R, f) S(f) I(f) \quad (2.1)$$

Donde  $f$  [Hz] es la frecuencia,  $R$  [km] es la distancia al hipocentro de la ruptura y  $M$  [N·m] es el momento sísmico escalar del terremoto.

El efecto de la fuente se considera a través de la ecuación:

$$E(M_0, f) = C M_0 S(M_0, f) \quad (2.2)$$

En la cual  $C$  [-] es una constante dada por la expresión:

$$C = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle V F}{4\pi \rho_s \beta_s^3 R_0} \quad (2.3)$$

donde  $\langle R_{\theta\phi} \rangle$  [-] es el patrón de radiación promedio para un rango de ángulos azimutales y de despegue, según lo definido por Boore y Boatwrigth (1984),  $F$  [-] es el efecto de superficie libre, que según Boore (2003) se considera como 2 para la onda SH en la mayoría de las aplicaciones;  $V$  [-] es el factor de partición de energía,  $\beta_s$  [km/s] es la velocidad de onda de corte en la fuente,  $\rho_s$  [kg/m<sup>3</sup>] es la densidad en el entorno de la fuente y  $R_0$  [km] es una distancia de referencia, que normalmente se considera como 1 km.

Además,  $S(M_0, f)$  es una función que depende de la frecuencia y del momento sísmico escalar, y que busca brindar una forma representativa a los acelerogramas en base a distintos modelos para la frecuencia esquina, como los desarrollados por Joyner (1997), Boatwright y Choy (1992) y Atkinson y Boore (1995).

La influencia de la trayectoria, según lo descrito por Boore (2003), se expresa a través de la función

$$P(R, f) = G(R) \exp\left(-\frac{\pi f R}{Q(f) c_Q}\right) \quad (2.4)$$

En la cual  $G(R)$  [-] es la dispersión geométrica, cuya forma funcional rescata los efectos de las refracciones y reflexiones al interior de la corteza y que es inversamente proporcional a la distancia a la ruptura (Atkinson y Boore 1995 y Frankel 1996);  $Q$  [-] es el factor de calidad que guarda relación con la atenuación experimentada durante la trayectoria de las ondas sísmicas,  $R$  [km] es la distancia al hipocentro de la ruptura y  $c_Q$  [km/s] es la velocidad de onda sísmica S.

Para modelar la influencia del sitio, Boore (2003) considera pertinente separar la amplificación y la atenuación según la siguiente ecuación:

$$G(f) = A(f)D(f) \quad (2.5)$$

Donde  $A(f)$  es la amplificación del suelo, independiente del efecto de dispersión geométrica de la trayectoria, y se determina según lo propuesto por Boore y Joyner (1997); y  $D(f)$  se asocia a la pérdida de energía que es independiente del camino que adoptan las ondas sísmicas, y se puede calcular a través de expresiones como la propuesta por Anderson y Hough (1984)

$$D(f) = \exp(-\pi\kappa_0 f) \quad (2.6)$$

Donde  $\kappa_0$  [s] es la atenuación en altas frecuencias.

Además de los factores anteriores, se debe considerar un filtro que modifique la respuesta esperada tanto para aceleración, velocidad o desplazamiento, según corresponda. Ello se realiza siguiendo la expresión

$$I(f) = (2\pi f i)^n \quad (2.7)$$

En la cual  $i = \sqrt{-1}$ , y  $n$  es 0,1 o 2 dependiendo si en la Ecuación 2.1 se calcula desplazamiento, velocidad o aceleración, respectivamente.

## 2.7 Métodos Estocásticos de Fuente Finita

Si bien los modelos de fuente puntual son adecuados para representar eventos de magnitud acotada, los grandes terremotos de subducción están asociados a rupturas que se extienden incluso por varios cientos de kilómetros de largo y ancho. Los modelos puntuales no logran capturar elementos fundamentales de la ruptura de estos eventos como su directividad, la distribución de desplazamientos, las heterogeneidades en el contacto y su geometría. En consideración de ello, Hartzell (1978) propone discretizar los modelos de ruptura, generando sub-fallas que actúan como fuentes puntuales, cuyos registros simulados posteriormente se acoplan considerando el desfase temporal asociado a la activación de cada sub-falla.

Esta metodología ha presentado beneficios como simular adecuadamente la forma de los registros sísmicos, lo cual se constata según lo observado en los estudios de Ghofrani et al (2013a), Pulido (2015) y Motazedian y Atkinson (2005).

Sin embargo, inicialmente, este procedimiento presentó problemas en los ajustes espectrales, pues al acoplar los registros producidos por cada fuente singular, se incrementa la energía relacionada con las altas frecuencias y se disminuye en las bajas frecuencias. Este problema fue resuelto mediante el uso de factores de escalamiento según lo propuesto por Motazedian y Atkinson (2005), por lo cual, en los trabajos posteriores también se verificó un ajuste espectral de los acelerogramas simulados.

Al considerar el modelo de fuente puntual como base, el procedimiento de generación de acelerogramas mediante el uso de un modelo extendido se implementa siguiendo los siguientes pasos:

- 1- Generación de un ruido blanco Gaussiano.
- 2- Modulación temporal del ruido blanco por una función de forma.
- 3- Determinación de la transformada de Fourier del ruido modulado.
- 4- Normalización de la transformada de Fourier.
- 5- Cálculo de la forma espectral de cada sub-falla según sus parámetros de fuente, un modelo de  $\omega^{-2}$ , de acuerdo a lo utilizado por Ghofrani et al (2013a), Aki (1967) y Boore (2003) y las modificaciones propuestas por Motazedian y Atkinson (2005) para calibrar el contenido de frecuencia del registro resultante de la superposición de los simulados a partir de las fuentes puntuales, según la siguiente ecuación

$$\widetilde{A}_{hu_j} = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle M_{0ij} V F}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}}}\right)^2} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \beta}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (2.8)$$

Donde los parámetros indicados son equivalentes a los del modelo puntual,  $f_{c_{ij}}$  [Hz] es una frecuencia de esquina dinámica definida para la función  $S(M_o, f)$ , la cual define la forma espectral del ruido y  $\kappa$  [s] controla la atenuación en altas frecuencias.

Además, el momento sísmico escalar se distribuye según la fórmula:

$$M_{0ij} = \frac{M_o s_{ij}}{\sum_{l=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_W} s_{ij}} \quad (2.9)$$

Donde  $s_{ij}$  [m] es el deslizamiento de la fuente puntual,  $M_o$  es el momento sísmico escalar total del terremoto y,  $N_L$  y  $N_W$  son la cantidad de sub-fallas a lo largo y ancho de la discretización de la ruptura.

También,  $f_{c_{ij}}$  se determina según la expresión propuesta por Motazedian y Atkinson (2005) como

$$f_{c_{ij}} = 4,9 \times 10^6 \beta \left( \frac{\Delta\sigma}{N_R \langle M_{0_{ij}} \rangle} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.10)$$

Donde  $\beta$  es la velocidad de la onda SH en la fuente,  $N_R$  es el número acumulado de fallas que se han activado,  $\Delta\sigma$  es la caída de tensiones y  $M_{0_{ij}}$  es el momento sísmico escalar de la falla  $ij$ -ésima.

- 6- Multiplicación de espectro de ruido blanco por la forma espectral calculada en la ecuación anterior.
- 7- Uso de la transformada inversa de Fourier para obtener el registro de aceleración para cada fuente singular.
- 8- Escalamiento de los registros de aceleración, según los factores de escalamiento  $H_{ij}$  propuestos por Ghofrani et al. (2013a), los cuales se calculan a partir de la expresión:

$$H_{ij} = \frac{M_0}{M_{0_{ij}}} \frac{\sqrt{\sum_k \left( \frac{f^2}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \right)^2}}{\sqrt{N \sum \left( \frac{f^2}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}}}\right)^2} \right)^2}} \quad (2.11)$$

- 9- Ajuste temporal de las aceleraciones producidas por cada fuente puntual, de acuerdo a la expresión:

$$\Delta t_{ij} = t_{r_{ij}} + t_{v_{ij}} \quad (2.12)$$

la cual indica el desfase que se debe realizar en cada sub-falla como la suma del tiempo de ruptura a la fuente  $t_{r_{ij}}$ , y el tiempo de viaje de las ondas sísmicas  $t_{v_{ij}}$  desde la fuente puntual al sitio de simulación.

10- Finalmente, suma de todos los registros generados por todas las fallas discretas de la ruptura para obtener la aceleración final simulada en el sitio.

$$A_T(t) = \sum_{i=1}^{N_L} \sum_{j=1}^{N_W} H_{ij} a_{ij}(t - \Delta t_{ij}) \quad (2.13)$$

donde  $a_{ij}$  es la aceleración de esta, evaluada en el tiempo desfasado según el paso anterior.



### 3 Modelo de Generación de Registros Sintéticos Propuesto por Otárola y Ruiz (2016)

El método de Otárola y Ruiz (2016) es un método de generación estocástico de falla finita, cuyo principal aporte es mejorar los principios físicos detrás de la modulación espectral y temporal del ruido blanco, propia de los métodos estocásticos. Particularmente, desarrolla una manera de separar la simulación de los registros según el tipo de onda, ya sea P, SV o SH, considerando además los ángulos de incidencia de estas ondas sobre la superficie, los cuales se calculan a partir de perfiles de velocidades regionales. Lo anterior permite la generación de acelerogramas en tres componentes ortogonales y, para efectos de este estudio, una modelación física de los efectos del suelo según la naturaleza de las ondas.

A continuación se explicará en detalle dicha metodología, para lo cual se tratarán generalidades respecto a la definición de sistemas de coordenadas locales que permiten realizar una descomposición de las ondas sísmicas en distintas componentes horizontales y verticales, además de diferentes tipos de ondas; se enuncian las formas espectrales para cada onda en cada una de las componentes locales; se explican los factores de superficie libre y de partición de energía; se detalla el cálculo del ángulo de incidencia con la superficie o el correspondiente a la interfaz entre el basamento rocoso y los estratos de suelo; se especifica cómo la separación en componentes y tipo de onda influye en los parámetros de la función propuesta por Boore (2003) que da la forma espectral al registro; y finalmente, se explica cómo realizar la transformación de los sistemas de coordenadas utilizados en componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical.

Además de lo anterior, se presenta la metodología seguida por el modelo, la cual se resume en la Figura 3-1. En primer lugar, este método emplea un modelo de ruptura discretizado en sub-fallas (a). Luego, genera un ruido blanco para las ondas SH, SV y P (b), el cual se modula por una función de forma (c), al cual se le calcula el espectro de Fourier Normalizado (d). Posteriormente, dicho espectro se multiplica por una forma espectral característica de cada onda (k), calculada según parámetros tales como superficie libre y partición de energía, entre otros, los cuales se calculan empleando las figuras (e), (f), (g) y (h), y cuyos resultados se presentan en (i) y (j). Después, utiliza la transformada inversa para obtener el registro sísmico en el espacio del tiempo asociado a cada onda y en cada componente local (l), los cuales se retornan a las componentes globales (o), según las descomposiciones mostradas en (m) y (n). Así, finalmente, se obtiene el registro final como la superposición de las ondas P, SV y SH (p).

ESQUEMA

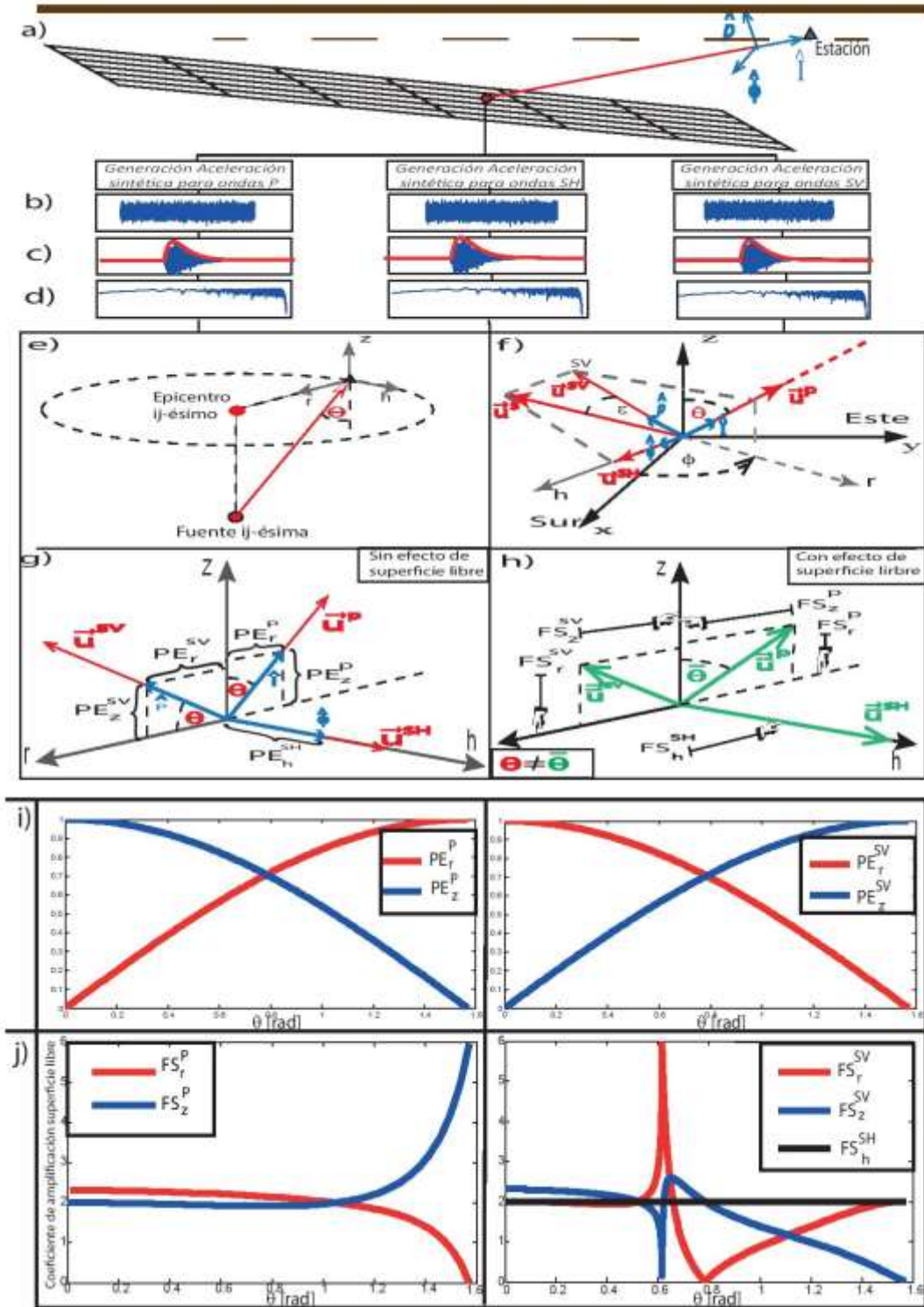


Figura 3-1: Esquema de Método de Generación propuesto por Otárola y Ruiz (2016), Parte 1 (Otárola 2015)

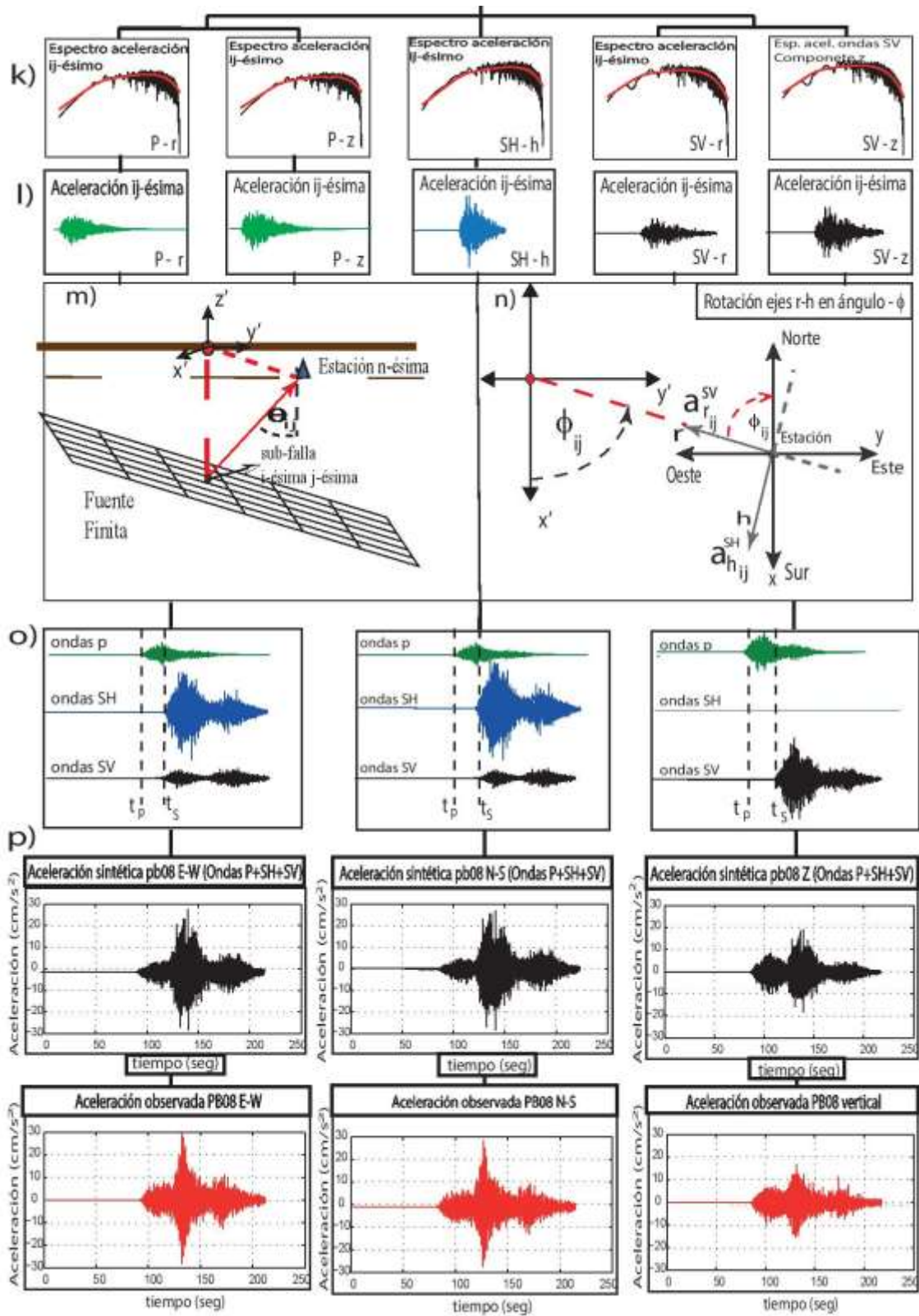


Figura 3-2: Esquema de Método de Generación propuesto por Otárola y Ruiz (2016), Parte 2 (Otárola 2015)

### 3.1 Sistemas de Coordenadas

Dado que el ángulo de incidencia juega un rol crítico en la propagación de las ondas sísmicas, es que inicialmente, se define un sistema de coordenadas locales en cada fuente, definido por una componente vertical y dos horizontales, radial y tangencial. A partir de dicho sistema, se definen los campos de desplazamientos, según lo detallado en la Figura 3-1 (f). Se puede apreciar que el desplazamiento de las ondas SH se encuentra polarizado en el eje transversal y que las ondas P y SV poseen componentes en el eje radial y vertical.

Además, la relación entre el sistema local y absoluto de coordenadas, está dado por el ángulo azimutal  $\phi$ , ubicado entre el eje local radial, y el eje absoluto  $x$ ; y el ángulo de despegue  $\theta$ , correspondiente al ángulo entre la dirección de propagación de la onda P y la vertical.

Considerando lo anterior, la descomposición de los movimientos generados por cada onda se expresa como

$$\vec{u}^P(x, t) = V_r^P u^P \hat{r} + V_z^P u^P \hat{z} \quad (3.1)$$

$$\vec{u}^{SV}(x, t) = V_r^{SV} u^{SV} \hat{r} + V_z^{SV} u^{SV} \hat{z} \quad (3.2)$$

$$\vec{u}^{SH}(x, t) = V_h^{SH} u^{SH} \hat{h} \quad (3.3)$$

donde los valores escalares de  $u^X$  corresponden a la magnitud del vector de desplazamiento de la onda  $x$  y  $V_x^y$  es el factor de partición de energía en la componente  $x$  de la onda  $y$ , según se expresará en la sección siguiente.

Por otro lado, si se considera  $\vec{u}$  como el desplazamiento en el centro de un sistema de coordenadas debido al efecto de superficie libre, se tienen las relaciones

$$\vec{u}^P(x, t) = \bar{u}_r^P \hat{r} + \bar{u}_z^P \hat{z} \quad (3.4)$$

$$\vec{u}^{SV}(x, t) = \bar{u}_r^{SV} \hat{r} + \bar{u}_z^{SV} \hat{z} \quad (3.5)$$

$$\vec{u}^{SH}(x, t) = \bar{u}_h^{SH} \hat{h} \quad (3.6)$$

En las cuales se cumple el siguiente sistema matricial para relacionar el efecto de superficie libre  $F$  y su ausencia.

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_r^{SV} \\ \bar{u}_z^{SV} \\ \bar{u}_h^{SH} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_r^{SV} & 0 & 0 \\ 0 & F_z^{SV} & 0 \\ 0 & 0 & F_h^{SH} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_r^{SV} u^{SV} \\ V_z^{SV} u^{SV} \\ V_h^{SH} u^{SH} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_r^P \\ \bar{u}_z^P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_r^{SV} & 0 \\ 0 & F_z^P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_r^P u^P \\ V_z^P u^P \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Cabe señalar que según los valores de  $u^x$  se determinan según lo señalado por Aki & Richards (2002), como:

$$\vec{u}^P(x, t) = \frac{\mathcal{F}^P \mu A \bar{u} \left( t - \frac{r}{\alpha} \right)}{4\pi\rho\alpha^3 r} \hat{I} \quad (3.9)$$

$$\vec{u}^{SV}(x, t) = \frac{\mathcal{F}^{SV} \mu A \bar{u} \left( t - \frac{r}{\beta} \right)}{4\pi\rho\beta^3 r} \hat{p} \quad (3.10)$$

$$\vec{u}^{SH}(x, t) = \frac{\mathcal{F}^{SH} \mu A \bar{u} \left( t - \frac{r}{\alpha} \right)}{4\pi\rho\beta^3 r} \hat{\phi} \quad (3.11)$$

Ecuaciones que permiten determinar  $\bar{u}_r^{SV}$ ,  $\bar{u}_z^{SV}$ ,  $\bar{u}_h^{SH}$ ,  $\bar{u}_r^P$ ,  $\bar{u}_z^P$ , a partir de los cuales se obtiene la aceleración, al derivar dos veces.

Las expresiones anteriores tienen como objetivo realizar la descomposición de los desplazamientos simulados en cada sub-falla a fin de poder realizar el acoplamiento de todos los registros de acuerdo a las coordenadas deseadas. Además, esta descomposición permite calcular el efecto de superficie libre y de partición de energía, los cuales dependen del ángulo de incidencia de cada onda y de su tipo.

### 3.2 Partición de la Energía

Dado lo indicado en la Figura 3-1 (g), el cual muestra la relación entre el sistema de referencia local con las direcciones de propagación de las ondas sísmicas y los factores de partición de energía, se pueden definir las expresiones para la partición energía. Para ello se definen las direcciones unitarias de propagación de cada onda sísmica como

$$\hat{I} = V_r^P \hat{r} + V_z^P \hat{z} \quad (3.12)$$

$$\hat{p} = V_r^{SV} \hat{r} + V_z^{SV} \hat{z} \quad (3.13)$$

$$\hat{\phi} = V_h^{SH} \hat{h} \quad (3.14)$$

Con lo que al utilizar la definición de producto punto y el esquema mostrado se satisface:

$$V_{r_{ij}}^P = -\sin \theta_{ij} \quad (3.15)$$

$$V_{z_{ij}}^P = \cos \theta_{ij} \quad (3.16)$$

$$V_{r_{ij}}^{SV} = \cos \theta_{ij} \quad (3.18)$$

$$V_{z_{ij}}^{SV} = \sin \theta_{ij} \quad (3.19)$$

$$V_{h_{ij}}^{SH} = 1 \quad (3.20)$$

Los resultados de este factor en función del ángulo considerado se muestran en la Figura 3-1(i).

### 3.3 Efecto de Superficie Libre

El efecto de superficie libre corresponde a la incorporación de la influencia de la interacción al llegar las ondas sísmicas a la superficie de la Tierra. En el presente trabajo se presentan sólo los resultados propuestos por Otárola y Ruiz (2016).

#### 3.3.1 Onda P

Al llegar una onda P a la superficie, se producen ondas reflejadas, SV y P como se muestra en la Figura 3-3

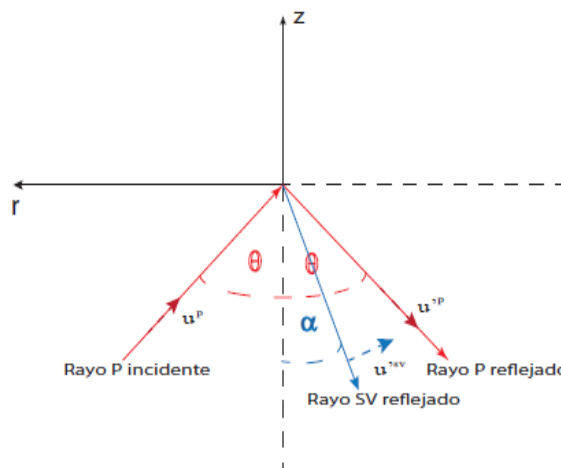


Figura 3-3: Esquema de incidencia y descomposición de onda P (Otárola 2015)

El ángulo de reflexión de la onda SV, de acuerdo a la ley de Snell es

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{V_s}{V_p} \sin \theta\right) \quad (3.21)$$

Los factores de superficie libre están dados por:

$$F_r^P = 1 + B_1 + B_2 \frac{\cos \alpha}{\sin \theta} \quad (3.22)$$

$$F_z^P = 1 - B_1 + B_2 \frac{\sin \alpha}{\cos \theta} \quad (3.23)$$

Donde los coeficientes  $B_1$  y  $B_2$  están dados por

$$B_1 = \frac{\sin 2\theta \sin 2\alpha - \kappa^2 \cos^2 2\alpha}{\sin 2\theta \sin 2\alpha + \kappa^2 \cos^2 2\alpha} \quad (3.24)$$

$$B_2 = \frac{2\kappa \sin 2\theta \cos 2\alpha}{\sin 2\theta \sin 2\alpha + \kappa^2 \cos^2 2\alpha} \quad (3.25)$$

Con

$$\kappa = \frac{V_p}{V_s} \quad (3.26)$$

### 3.3.2 Ondas SV y SH

La incidencia de las ondas SV queda descrita en la Figura 3-4

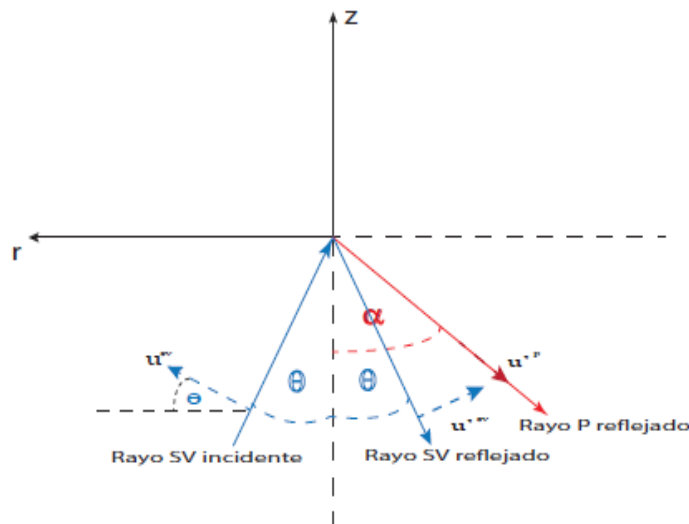


Figura 3-4: Esquema de Incidencia de Onda SV (Otárola 2016)

Luego, los valores del factor de superficie libre, en el caso de que  $\theta < \arcsin C$  son

$$F_h^{SH} = 2 \quad (3.27)$$

$$F_r^{SV} = 1 - f_1 + f_2 \frac{\sin \alpha}{\cos \theta} \quad (3.28)$$

$$F_z^{SV} = 1 + f_1 + f_2 \frac{\cos \alpha}{\sin \theta} \quad (3.29)$$

donde

$$C = \frac{V_s}{V_p} \quad (3.30)$$

$$f_1 = -\frac{(\cos^2 2\theta - C^2 \sin 2\theta \sin 2\alpha)}{\cos^2 2\theta + C^2 \sin 2\theta \sin 2\alpha} \quad (3.31)$$

$$f_2 = \frac{2C \sin 2\theta \cos 2\theta}{\cos^2 2\theta + C^2 \sin 2\theta \sin 2\alpha} \quad (3.32)$$

En la condición  $\theta > \arcsin C$ , los factores de superficie libre son

$$F_h^{SH} = 2 \quad (3.33)$$

$$F_r^{SV} = \frac{2 \cos 2\theta}{(\cos^4 2\theta + 4(\sin^2 \theta - C^2) \sin^2 2\theta \sin^2 \theta)} \frac{R_r}{\cos \theta} \quad (3.34)$$

$$F_z^{SV} = \frac{2\sqrt{\sin^2 \theta - C^2} \sin 2\theta}{(\cos^4 2\theta + 4(\sin^2 \theta - C^2) \sin^2 2\theta \sin^2 \theta)} \frac{R_z}{\sin \theta} \quad (3.35)$$

Donde

$$R_r = \sqrt{(a_r^2 + b_r^2)} \quad (3.36)$$

Con:

$$a_r = \cos(2\theta) \cos(\theta) \quad (3.37)$$

$$b_r = \sqrt{\sin^2 \theta - c^2} \sin^2 2\theta \quad (3.38)$$

Y

$$R_z = \sqrt{(2\sqrt{\sin^2 \theta - c^2} \sin \theta \sin 2\theta)^2 + \cos^4 2\theta} \quad (3.39)$$

Las ecuaciones anteriores varían según el ángulo  $\theta$ , de acuerdo a lo indicado en la Figura 3-1 (j).



### 3.4 Formas Espectrales

A partir de la sección anterior, las formas espectrales para cada onda y en cada componente local se expresan como:

$$\widetilde{A}_{r_{ij}}^{SV} = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle^{SV} M_{0ij} V_{r_{ij}}^{SV} F_{r_{ij}}^{SV}}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}^S}}\right)^\gamma} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \beta}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (3.40)$$

$$\widetilde{A}_{z_{ij}}^{SV} = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle^{SV} M_{0ij} V_{z_{ij}}^{SV} F_{z_{ij}}^{SV}}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}^S}}\right)^\gamma} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \beta}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (3.41)$$

$$\widetilde{A}_{h_{ij}}^{SH} = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle^{SH} M_{0ij} V_{h_{ij}}^{SH} F_{h_{ij}}^{SH}}{4\pi\rho\beta^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}^S}}\right)^\gamma} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \beta}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (3.42)$$

$$\widetilde{A}_{r_{ij}}^P = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle^P M_{0ij} V_{r_{ij}}^P F_{r_{ij}}^P}{4\pi\rho\alpha^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}^P}}\right)^\gamma} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \alpha}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (3.43)$$

$$\widetilde{A}_{z_{ij}}^P = \frac{\langle R_{\theta\phi} \rangle^P M_{0ij} V_{z_{ij}}^P F_{z_{ij}}^P}{4\pi\rho\alpha^3} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{c_{ij}^P}}\right)^\gamma} G(R_{ij}) \exp\left(-\frac{\pi f R_{ij}}{Q_s \alpha}\right) \exp(-\pi f \kappa) (2\pi f)^2 \quad (3.44)$$

donde  $\widetilde{A}_{x_{ij}}^y$  es la forma espectral en la componente x para la onda y, asociado a la fuente puntual ij-ésima;  $\langle R_{\theta\phi} \rangle^y$  es el patrón de radiación promedio para la onda y, sobre el ángulo de despegue y el azimutal;  $V_{x_{ij}}^y$  es la partición total de energía en la componente x para la onda y;  $M_{0ij}$  [Nm] es el momento sísmico escalar de la sub-falla ij-ésima,  $G(r_{ij})$  es la dispersión geométrica,  $F_{x_{ij}}^y$  es el factor de superficie libre en la componente y;  $f$  es la frecuencia para la cual se modula;  $f_{c_{ij}^y}$  es la frecuencia esquina dinámica;  $\alpha$  [km/s] es la velocidad de la onda P en las inmediaciones de la fuente,  $\beta$  [km/s] es la velocidad de la onda S en los alrededores de la fuente,  $\kappa$  es el factor de atenuación para altas frecuencias,  $\rho$  es la densidad de la fuente,  $R_{ij}$  [km] es la distancia desde el punto de generación al punto de observación y  $Q_s$  es el factor de calidad del medio.

### 3.5 Determinación de Ángulo de Incidencia en Modelo Multicapas

A fin de obtener el ángulo de incidencia con la superficie, en el estudio desarrollado por Otárola y Ruiz (2016) se propone la utilización de un perfil de estratos horizontales de acuerdo a la Figura 3-5. Dada una fuente puntual, sobre dicho estrato se impone la Ley de Snell y la trayectoria que debe seguir el rayo en la horizontal y vertical para alcanzar el sitio analizado.

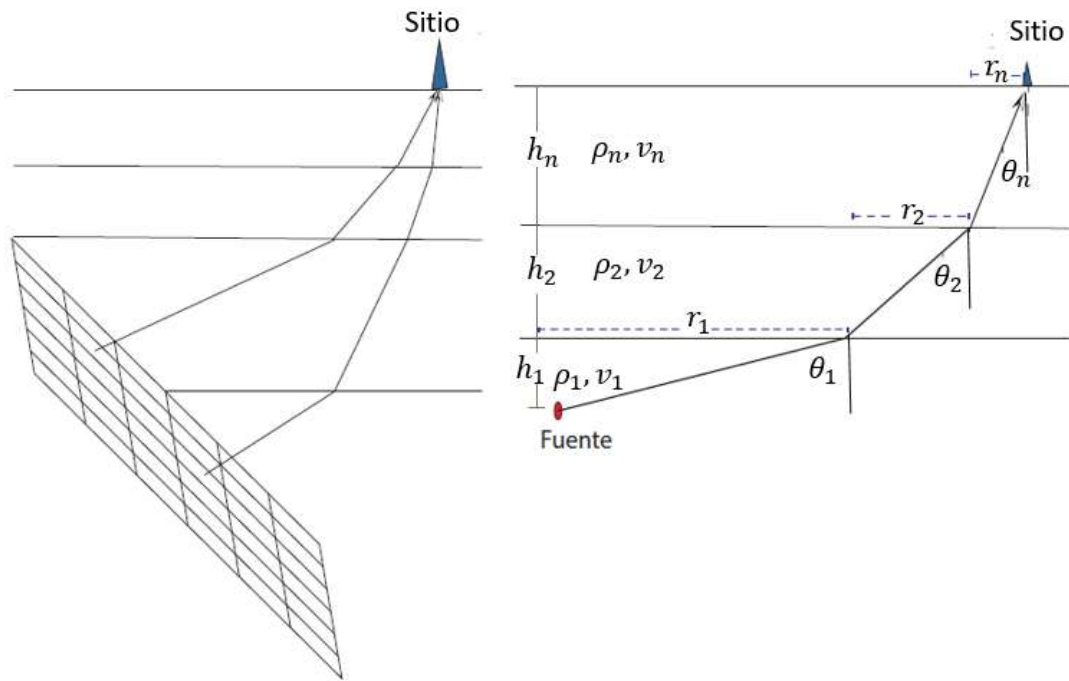


Figura 3-5: Esquema de cálculo de ángulos de incidencia en superficie suponiendo un modelo de capas horizontales (Otárola 2015)

En primer lugar, la Ley de Snell plantea

$$\frac{\sin \theta_i}{v_i} = \frac{\sin \theta_j}{v_j} \quad (3.45)$$

donde  $\theta_k$  es el ángulo de incidencia de la onda sísmica y  $v_k$  es la velocidad de la onda sísmica en la capa k.

Por lo que al observar la Figura 3-5 (b), el valor de r es

$$r_i = \tan \theta_i h_i \quad (3.46)$$

Así, considerando todos los estratos, la distancia horizontal entre el lugar de observación y la fuente,  $d$ , es la suma de las distancias horizontales:

$$d = \sum_{i=1}^N r_i = \sum_{i=1}^N \tan \theta_i h_i \quad (3.47)$$

Donde  $h$  [m] es el espesor del estrato y  $N$  es la cantidad de estratos desde la fuente hasta la superficie.

Reemplazando la Ley de Snell en la expresión anterior se obtiene:

$$d = \sum_{i=1}^N \tan \left[ \sin^{-1} \left( \frac{v_i}{v_n} \sin \theta \right) \right] h_i \quad (3.48)$$

Así, se determina el ángulo de incidencia  $\theta_n$ , imponiendo la distancia anterior y que el ángulo en cada capa se determina como:

$$\theta_i = \sin^{-1} \left( \frac{v_i}{v_n} \sin \theta_n \right) \quad (3.49)$$

### 3.6 Forma Funcional de la Fuente

El método de Boore (2003) propone el uso de las siguientes formas espectrales para onda S, suponiendo un valor de  $\gamma = 2$ , es decir, un modelo de Brune.

$$S^S(f) = \frac{S_o^S}{1 + \left( \frac{f}{f_c^S} \right)^\gamma} \quad \text{Onda S} \quad (3.50)$$

En el caso de las ondas P, Otárola y Ruiz (2016), basados en los trabajos de Ali (1967) y de Hanks y Wyss (1972), proponen una función de la onda P:

$$S^P(f) = \frac{S_o^P}{1 + \left( \frac{f}{f_c^P} \right)^\gamma} \quad \text{Onda P} \quad (3.51)$$

Donde,  $S_o^x$  corresponde al valor del plateau del espectro de Fourier del desplazamiento para la onda  $x$  y  $f_c$  es la frecuencia esquina asociada a cada onda.

### 3.7 Frecuencia Esquina

Las frecuencias de esquina propuestas por Motazedian y Atkinson (2005) se calculan de la siguiente manera

$$f_{c_{ij}}^S = 4,9 \times 10^6 \beta \left( \frac{\Delta\sigma}{N_R(t) \left( \frac{M_0}{N} \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Onda S} \quad (3.52)$$

En el caso de la Onda P, Otárola y Ruiz, basados en lo Propuesto por Hans y Wyss (1972), proponen una función de la forma:

$$f_{c_{ij}}^P = 4,9 \times 10^6 \alpha \left( \frac{\Delta\sigma}{N_R(t) \left( \frac{M_0}{N} \right)} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Onda P} \quad (3.53)$$

donde  $\alpha$  [km/s] es la velocidad de la onda P,  $\beta$  [km/s] es la velocidad de la onda S en la fuente,  $N_R$  es el número activadas de sub-fallas activadas en el tiempo,  $\Delta\sigma$  [bar] es la caída de tensiones, N es el número total de sub-fallas y  $M_0$  es el momento sísmico escalar total.

### 3.8 Factores de Escalamiento

Los factores de escalamiento para la onda S, según Ghofrani et al (2013a), son

$$H_{ij}^S = \frac{M_0}{M_{0ij}} \sqrt{\frac{\sum_k \left( \frac{f_k^2}{1 + \left( \frac{f_k}{f_C^S} \right)^2} \right)^2}{N \sum \left( \frac{f_k^2}{1 + \left( \frac{f_k}{f_{C_{ij}}^S} \right)^2} \right)^2}} \quad (3.54)$$

Los factores de escalamiento, según Otárola y Ruiz (2016), para la onda P se calculan como

$$H_{ij}^P = \frac{M_0}{M_{0ij}} \sqrt{\frac{\sum_k \left( \frac{f_k^2}{1 + \left( \frac{f_k}{f_C^P} \right)^2} \right)^2}{N \sum \left( \frac{f_k^2}{1 + \left( \frac{f_k}{f_{C_{ij}}^P} \right)^2} \right)^2}} \quad (3.55)$$

donde  $M_0$  [N·m] es la magnitud de momento escalar,  $f_C$  es la frecuencia esquina,  $N$  es la cantidad de sub-fallas y  $f_k$  es la frecuencia discretizada.

### 3.9 Descomposición en componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical

En la Figura 3-6 se muestra un esquema de los ejes cardinales en superficie respecto a los ejes locales y globales de una sub-falla cualquiera. Así, para las ondas S, las transformaciones se realizan a través de las siguientes ecuaciones

$$a_{NS_{ij}}^S = \cos \phi_{ij} a_{r_{ij}}^{SV} + \sin \phi_{ij} a_{h_{ij}}^{SH} \quad (3.56)$$

$$a_{EW_{ij}}^S = -\sin \phi_{ij} a_{r_{ij}}^{SV} + \cos \phi_{ij} a_{h_{ij}}^{SH} \quad (3.57)$$

$$a_{z_{ij}}^S = a_{z_{ij}}^{SV} \quad (3.58)$$

Y para las ondas P:

$$a_{NS_{ij}}^P = \cos \phi_{ij} a_{r_{ij}}^P \quad (3.59)$$

$$a_{EW_{ij}}^P = -\sin \phi_{ij} a_{r_{ij}}^P \quad (3.60)$$

$$a_{z_{ij}}^P = a_{z_{ij}}^P \quad (3.61)$$

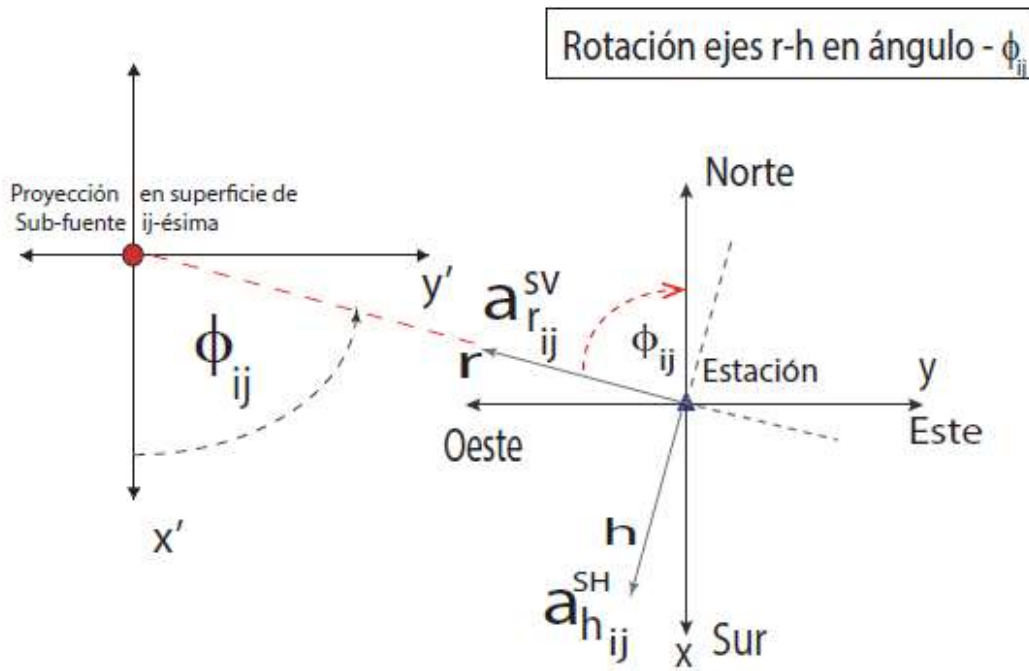


Figura 3-6: Relación entre ejes cardinales, ejes globales y ejes locales para la falla ij-ésima (Otárola 2015)

## 4 Propagación de Ondas en el Suelo

Uno de los mayores desafíos de la ingeniería sísmica respecto a la generación de registros artificiales es la cuantificación del efecto de sitio en el lugar analizado. La mayoría de los métodos tienen como resultado la modelación del terremoto en roca y deben ser modificados para su uso en ingeniería civil. Algunas de las soluciones que presentan los métodos sismológicos de generación, tal como lo hace Boore (2003), el cual utiliza una función que depende de la impedancia entre el suelo y la roca basal.

En términos generales, existen dos maneras de propagar las ondas sísmicas a través de un sistema estratificado de suelo. La primera, se basa en el uso de la razón de las amplitudes de las respuestas de dos estratos cualesquiera para propagar una excitación armónica desde el basamento rocoso. La segunda, se desarrolla en base al modelamiento de las capas de suelo como un sólido mediante el uso de ecuaciones elastodinámicas

El método basado en la función de transferencia consiste en la determinación de la relación de amplitudes de excitaciones armónicas entre la superficie de dos estratos cualesquiera. Estas funciones son desarrolladas en base a las ecuaciones de equilibrio sobre el suelo. Como ventaja de este método está su fácil implementación computacional en programas como Shake91 y EERA. Dentro de los principales exponentes de este modelo se encuentran Idriss y Seed (1968), los cuales introdujeron el comportamiento simplificado de un medio multicapa sometido a una excitación armónica que podría corresponder a una onda sísmica S polarizada horizontalmente.

Por otro lado, los procedimientos elastodinámicos consisten en el modelamiento del suelo como un sólido, sobre el cual se imponen ecuaciones de equilibrio. En la práctica, estos modelos se implementan a través de dos teorías: Los modelos de rigidez directa (Kausel y Roesset 1981) y los de capa delgada (Kausel 1994). El primer modelo simula cada capa del suelo, en el espacio de las frecuencias, como un cuerpo elástico. El segundo modelo se utiliza para encontrar los valores de tensiones y deformaciones en puntos intermedios del suelo, lo cual se logra a través del uso de funciones de forma, análogamente a lo que se desarrolla en la teoría de elementos finitos. Este tipo de procedimientos elastodinámicos es general y versátil para analizar los distintos tipos de ondas. En particular, a través de este tipo de análisis, se puede verificar la influencia de cada tipo de onda sísmica (SV, SH y P) en cada componente.

Kausel (2006) presenta un compilado de su investigación respecto a la propagación de ondas sísmicas en un sistema de múltiples capas, en particular resuelve el problema de propagación de ondas SH y ondas SV-P.

El trabajo de Ghofrani et al (2013b) considera funciones espectrales calibradas según las amplificaciones observadas para distintos sitios según la velocidad promedio de la onda de corte en los primeros 30 metros, en conformidad a lo que propone el programa nacional de reducción de riesgo sísmico de Japón. Dicho análisis es una aproximación del verdadero comportamiento del suelo, pues es un ajuste estadístico y utiliza el parámetro promedio de velocidad de onda de corte, el cual, según este estudio, ha demostrado ser no tan representativo del comportamiento del suelo.

En el presente trabajo, se propone un método físico de propagación de ondas sísmicas en el suelo, para lo cual se desarrolla el uso tradicional de las formas cerradas para las ondas SH y la implementación del método de matriz de rigidez propuestas por Kausel y Roesset (1981) para determinar funciones de transferencias de las ondas SV y P. Así, en las siguientes secciones se resume la formulación de cada método y en los Anexos se detallan las ecuaciones de las cuales deriva cada expresión.

#### 4.1 Función de Transferencia de Onda SH

La función de transferencia para las ondas SH se obtiene mediante la imposición de equilibrio dinámico en un elemento de suelo, como el que se muestra en la Figura 4.1, y en la imposición de compatibilidad de desplazamientos entre los distintos estratos de suelo.

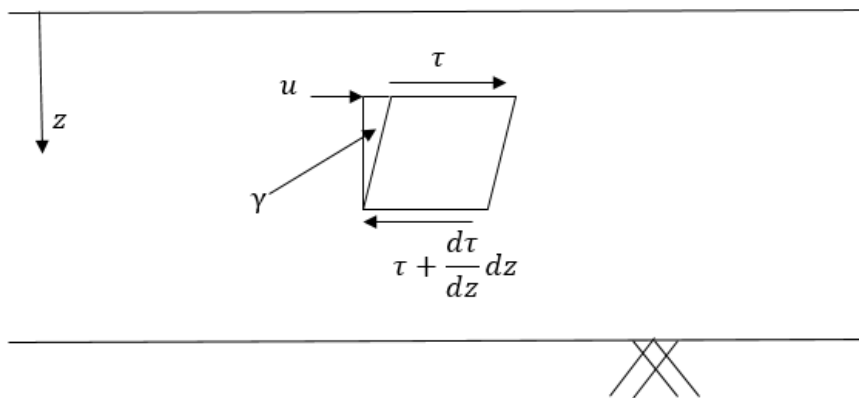


Figura 4-1: Esfuerzos que actúan sobre una porción de suelo.



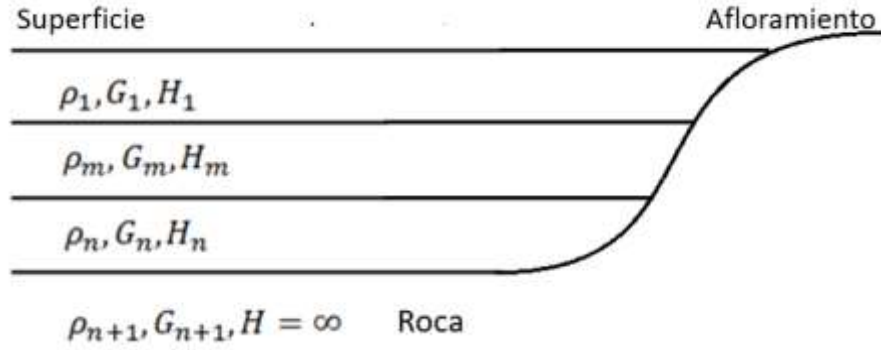


Figura 4-2: Sistema Multicapas

Así, suponiendo una configuración de suelo como el esquema de la Figura 4-2, se tienen las ecuaciones que definen la función de transferencia:

$$FT_{i,j}(\omega) = \frac{E_i + F_i}{E_j + F_j} \quad (4.1)$$

Donde  $FT_{i,j}$  es la función de transferencia entre los estratos  $i$  y  $j$ , y  $E_j, F_j$  están dados por las expresiones

$$E_j = \frac{1}{2} (E_{j-1} (1 + \Delta_{j-1}) \exp(ia_{j-1}H_{j-1}) + F_{j-1} (1 - \Delta_{j-1}) \exp(-ia_{j-1}H_{j-1})) \quad (4.2)$$

$$F_j = \frac{1}{2} (E_{j-1} (1 - \Delta_{j-1}) \exp(ia_{j-1}H_{j-1}) + F_{j-1} (1 + \Delta_{j-1}) \exp(-ia_{j-1}H_{j-1})) \quad (4.3)$$

Ecuaciones en que  $H_k$  es el espesor del estrato  $k$  y además

$$\Delta_j = \sqrt{\frac{\rho_j G_j (1 + i2\epsilon_j)}{\rho_{j+1} G_{j+1} (1 + i2\epsilon_{j+1})}} \quad (4.4)$$

En la cual  $\rho_j \text{ kg/m}^3$  es la densidad del estrato  $j$ ,  $G_j \text{ [kPa]}$  es su módulo de corte y  $\epsilon_j [-]$  es el amortiguamiento de la capa  $k$ .

Así mismo,

$$a^2 = \frac{\omega^2 \rho}{G + i\omega c} \quad (4.5)$$

## 4.2 Función de Transferencia de Ondas SV y P

En el caso de las ondas SV y P, se utilizó el modelo de rigidez para el suelo propuesto por Kausel y Rosset (1981), el cual, de manera análoga a una estructura, supone que cada capa del suelo se puede modelar por una matriz de rigidez, que cumple la relación:

$$[K(\omega)] [u(\omega)] = p(\omega) \quad (4.6)$$

donde K es la matriz de rigidez, u es el vector de desplazamientos y p, el vector de cargas.

Es importante observar que la matriz de rigidez para el suelo es función de la frecuencia de la excitación  $\omega$  a la cual se somete el suelo. Así, una dificultad que se presenta al implementar este método para calcular la función de transferencia es que se debe invertir la matriz de rigidez para cada frecuencia, lo que computacionalmente es costoso.

Un beneficio de esta forma de modelar el suelo es que se puede determinar el movimiento horizontal y vertical, rescribiendo la Ecuación 4.6 como

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\omega) & K_{12}(\omega) \\ K_{21}(\omega) & K_{22}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(\omega) \\ u_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1(\omega) \\ p_2(\omega) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

donde el subíndice 1 alude al vector de desplazamientos sobre el estrato, y el subíndice 2, al vector de desplazamientos bajo el estrato.

Las expresiones que permiten calcular las matrices de rigidez para cada capa de suelo son según Kausel y Roesset (1981):

$$K_{11} = 2k_x \mu \left[ \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(C_p S_s - ps C_s C_p) & -(1 - C_p C_s + ps S_p S_s) \\ -(1 - C_p C_s + ps S_p S_s) & \frac{1}{p}(C_s S_p - ps C_p S_s) \end{bmatrix} - \frac{1+s^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (4.8)$$

$$K_{22} = 2k_x \mu \left[ \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(C_p S_s - ps C_s C_p) & (1 - C_p C_s + ps S_p S_s) \\ (1 - C_p C_s + ps S_p S_s) & \frac{1}{p}(C_s S_p - ps C_p S_s) \end{bmatrix} + \frac{1+s^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (4.9)$$

donde  $k_x$  es el número de onda asociado a la onda x.

$$K_{12} = 1k\mu \left[ \frac{1-s^2}{2D} \begin{bmatrix} \frac{1}{s}(ps S_p - S_s) & -(C_p - C_s) \\ \frac{1}{p}(C_s S_p - ps S_p S_s) & \frac{1}{p}(ps S_s - S_p) \end{bmatrix} \right] \quad (4.9)$$

$$K_{21} = K_{12}^T \quad (4.10)$$

Donde:

$$C_p = \cosh(k \cdot p \cdot h) \quad (4.11)$$

$$S_p = \sinh(k \cdot p \cdot h) \quad (4.12)$$

$$C_s = \cosh(k \cdot s \cdot h) \quad (4.13)$$

$$S_s = \sinh(k \cdot s \cdot h) \quad (4.14)$$

$$D = 2(1 - C_p C_s) + \left(\frac{1}{ps} + ps\right) S_p S_s \quad (4.15)$$

Las variables  $p(\omega)$  y  $s(\omega)$  se definen como

$$p(\omega) = \sqrt{1 - \left(\frac{k_p}{k}\right)^2} \quad (4.16)$$

$$s(\omega) = \sqrt{1 - \left(\frac{k_s}{k}\right)^2} \quad (4.17)$$

Con:

$$k_p(\omega) = \frac{\omega}{V_p} \quad (4.18)$$

$$k_s(\omega) = \frac{\omega}{V_s} \quad (4.19)$$

Siendo  $k$  el número de onda,  $V_p$  la velocidad de la onda  $p$ ,  $V_s$  la velocidad de onda de corte,  $h$  la altura del estrato y  $\mu$  el módulo de elasticidad transversal.

La matriz de rigidez del semiespacio infinito es:

$$K_{semiespacio} = 2k\mu \left[ \frac{1-s^2}{2(1-ps)} \begin{bmatrix} p & 1 \\ 1 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right] \quad (4.20)$$

En el caso de los sistemas de múltiples estratos, se deben ensamblar las matrices de cada estrato y del semiespacio infinito, según lo indicado en la Figura 4-3 desarrollada por Kausel (2005) y la Ecuación 4.20.

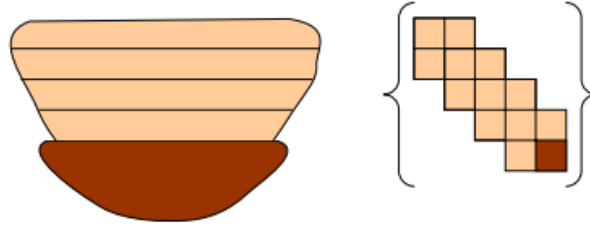


Figura 4-3: Esquema de Armado de Matrices de Rigidez

$$K_{global} = \begin{bmatrix} K_{11}^1 & K_{12}^1 & 0 & 0 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^2 & 0 \\ 0 & K_{21}^2 & K_{22}^2 + K_{11}^3 & K_{12}^3 \\ 0 & 0 & K_{21}^3 & K_{22}^3 + K_{semiespacio} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Finalmente, se presenta la lista de pasos a seguir para la implementación del método de rigidez de Kausel:

- 1- Transformar el movimiento en la base, modelada como tracciones externas, desde el espacio del tiempo, al espacio de las frecuencias. Esto se puede hacer mediante el uso de la Transformada de Fourier.
- 2- Para cada frecuencia y número de onda, determinar la matriz de rigidez de cada capa, y calcular la matriz de rigidez del sistema completo usando una apropiada superposición, según la Ecuación 4.20.
- 3- Usando lo anterior, resolver la Ecuación 4.6 utilizando métodos estándar, los cuales normalmente implican el uso de valores y vectores propios.
- 4- Retornar al espacio del tiempo, por ejemplo, mediante la Transformada inversa de Fourier.

En el caso que se requiera incorporar el ángulo de incidencia en el análisis, se deben hacer las siguientes modificaciones al número de onda y los factores p y s.

$$k_x = \frac{\omega}{\alpha} \sin \theta \quad (4.21)$$

$$k_z = \frac{\omega}{\alpha} \cos \theta \quad (4.22)$$

$$k_x p_j = \frac{\omega}{\alpha} \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{\alpha}{\alpha_j}\right)^2} \quad (4.23)$$

$$k_x = \frac{\omega}{\beta} \sin \theta \quad (4.24)$$

$$k_z = \frac{\omega}{\beta} \cos \theta \quad (4.25)$$

$$k_x s_j = \frac{\omega}{\beta} \sqrt{\sin^2 \theta - \left(\frac{\beta}{\beta_j}\right)^2} \quad (4.25)$$

donde  $\theta$  es el ángulo respecto a la vertical.

El cálculo de la función de transferencia se realiza dividiendo espectralmente el movimiento de la primera capa respecto a la última. Dada la polarización y naturaleza de la onda P y SV, la función de transferencia de cada una se desarrolla de manera análoga.

### 4.3 Ejemplo de Cálculo de Funciones de Transferencia

A continuación, se presentan los resultados de la metodología presentada para un perfil simple, en el cual hay un estrato de suelo sobre un semiespacio infinito (Figura 4-4). Este esquema es equivalente al utilizado en el Manual de Herramientas Elastodinámicas desarrollado por la Universidad Católica de Lovaina (EDT Manual KU Leuven).

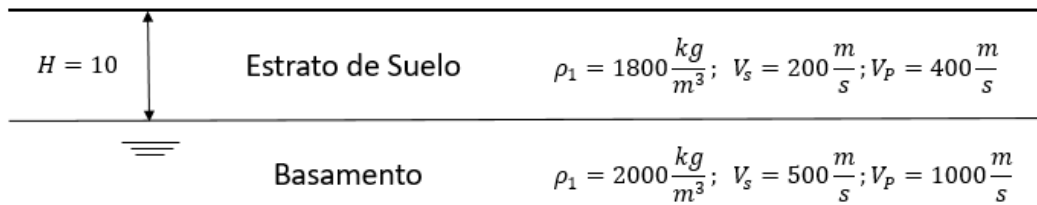


Figura 4-4: Perfil de Suelo usado para cálculo de funciones de transferencia

La Función de Transferencia SH, se muestra en la Figura 4-5, donde se observa que la frecuencia fundamental cumple la relación:

$$f = \frac{V_s}{4H} \quad (4.25)$$

Donde H es el espesor del estrato y  $V_s$  es su velocidad de onda de corte.

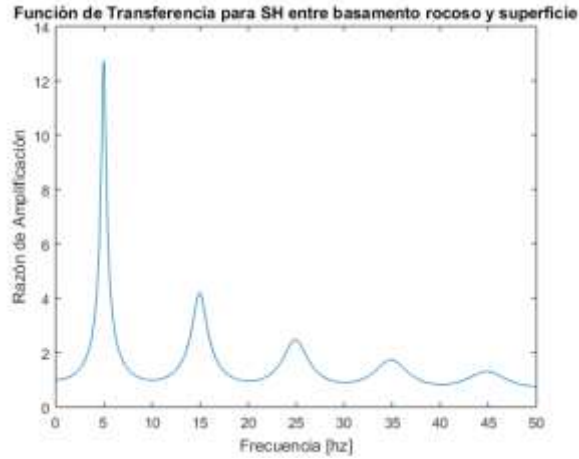


Figura 4-5: Función de Transferencia Horizontal para Onda SH

Las funciones de transferencia para las ondas SV y P para el perfil de la Figura 4-4 se muestran en las Figuras 4-6, 4-7, 4-8 y 4-9, donde se supone un ángulo de incidencia de 9°

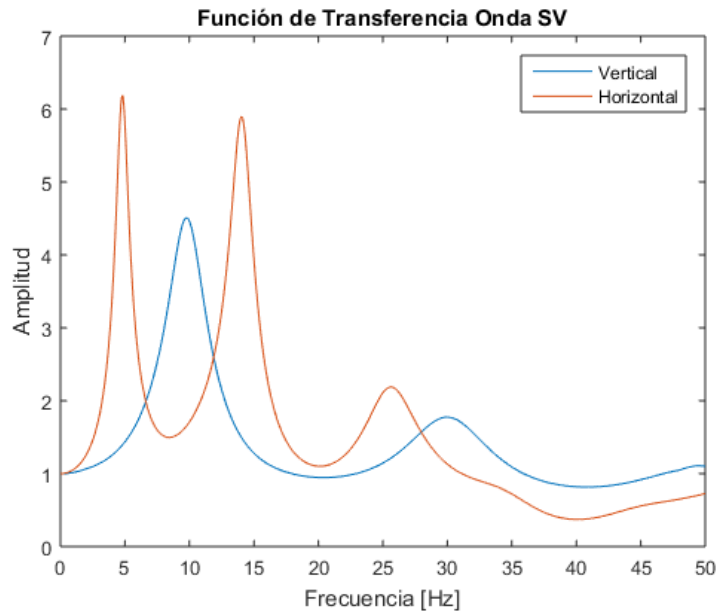


Figura 4-6: Función de Transferencia para onda SV en estrato de 10m

Si bien no se determina una función cerrada para la frecuencia fundamental de la función de transferencia para la onda SV, se verifica que es proporcional al espesor del estrato superficial, pues al cambiarlo a la mitad, se modifica al doble el valor de la frecuencia, según lo indicado en las Figuras 4-8 y 4-9.

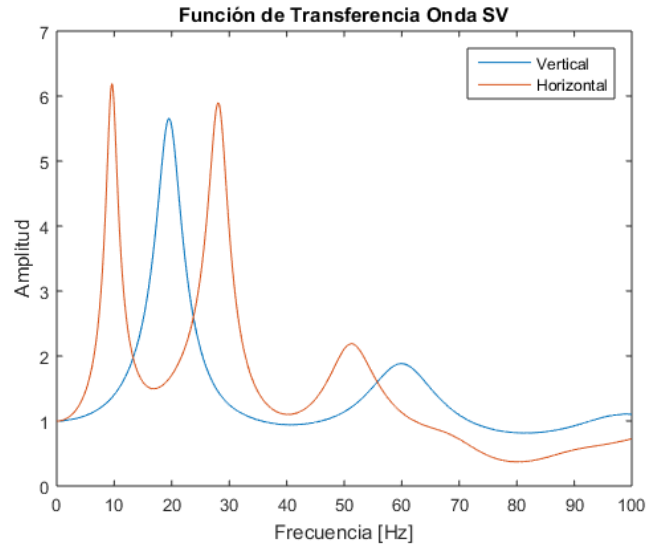


Figura 4-7: Función de Transferencia para Onda SV en estrato de 5m

#### 4.4 Metodología Propuesta para Incorporar Efectos de Sitio

Tomando en cuenta el marco teórico para la generación de registros y la incorporación del efecto de amplificación del suelo, el presente estudio simula acelerogramas sintéticos en dos etapas. Primero, se produce el registro artificial en el basamento roco, que representa la propagación de las ondas sísmicas de la fuente a través de la corteza. Y segundo, se emplean funciones de transferencia para incorporar el efecto del sitio, lo cual corresponde a la propagación de las ondas sísmicas por los estratos de suelo.

En particular, la primera etapa se realiza a través de la implementación del método estocástico extendido desarrollado por Otárola y Ruiz (2016). La Figura 4-10 muestra un esquema global de la metodología implementada.

- a) Generación del ruido blanco y su modulación por una función de forma temporal.
- b) Modulación espectral según el tipo de onda.
- c) Cálculo de las funciones de transferencia.
- d) Convolución del espectro de ruido blanco por la función de transferencia calculada, según el tipo de onda.
- e) Cálculo de la transformada inversa de Fourier para retornar al espacio del tiempo.
- f) Acoplamiento de las aceleraciones de distintas fuentes dependiendo de los tiempos de ruptura y ángulos de incidencia.
- g) Cálculo del registro final al sumar los efectos de todas las ondas sísmicas.

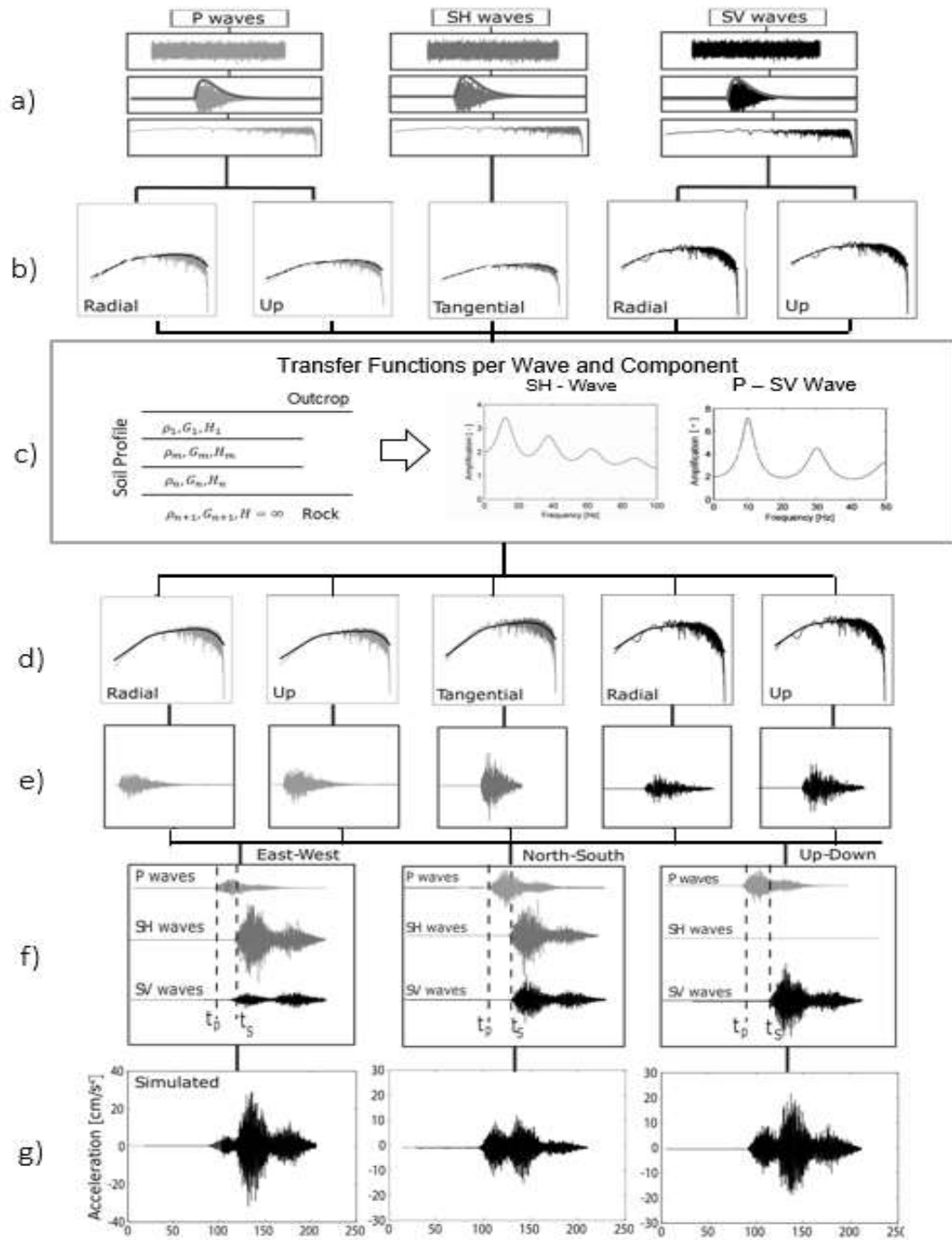


Figura 4-8: Resumen de la Metodología desarrollada en el presente trabajo



## 5 Generación Estocástica de Acelerogramas Sintéticos en Roca Basal para el Terremoto de Tohoku

Japón está ubicado en el contacto entre las placas Euroasiática, Filipina, Pacífica, Amuria y de Ojotsk (Uyeda et al 1974), por lo que históricamente ha sufrido múltiples eventos de subducción, contabilizándose nueve sismos principales de magnitud 7 o superior durante el siglo XX (USGS 2011). Además de estos terremotos, existen variados registros de grandes terremotos en la historia milenaria del país, los cuales han dejado arraigado en la cultura japonesa la necesidad de estudiar el fenómeno sísmico.

Considerando la gran actividad sísmica, la sociedad nipona ha dispuesto de un complejo sistema de monitoreo sísmico, consistente en más de 1000 estaciones de observación distribuidas a lo largo de todo el territorio. Precisamente (Okada et al 2004), este gran arreglo de instrumentos constituye la columna fundamental de un sistema de alerta temprana (JMA 2011).

Además de la cantidad de sismos, el territorio japonés se caracteriza por tener amplificaciones por efectos de sitio (Sato et al 1995). Es así, que además de tener densamente instrumentado su territorio, se cuenta con una caracterización detallada del suelo en cada estación; con sondajes que alcanzan un estrato competente en la mayoría de los casos y sensores ubicados en profundidad (Ghofrani et al 2013a).

Dada la tipificación de suelo, la cantidad de registros y los modelos regionales geomorfológicos disponibles en Japón, es que se optó en el presente estudio por implementar la metodología de generación estocástica de registros sintéticos desarrollada por Otárola y Ruiz (2016) para simular el terremoto de Tohoku de 2011. El terremoto fue registrado por las dos redes instrumentales más grandes de Japón, K-net y Kik-net, que cuentan con 1226 acelerogramas en superficie y en profundidad. Además de estos antecedentes, se cuenta con los resultados de la implementación de otro método estocástico extendido realizada por Ghofrani et al (2013a).

### 5.1 Terremoto de Tohoku del 11 de Marzo de 2011

El terremoto de Tohoku del 11 de Marzo de 2011 tuvo una magnitud  $M_w=9.0$  y su hipocentro se ubicó en la costa noreste de Honshu, a 24.4 km de profundidad. (JMA 2011). El mecanismo que dio origen a este evento fue el contacto que se da entre las placas norteamericana y la placa pacífica, la cual subducta a una velocidad de 83 mm/año bajo la placa continental de manera descendente, a través de la fosa de Japón (Hashimoto y Jackson 1993).

Este evento, cuya ruptura comenzó a las 5:46:23 UTC (USGS 2011), fue precedido en los días anteriores por una serie de sismos de magnitud mayor  $M_w=6.0$ , siendo el más grande de estos el ocurrido el 9 de Marzo de 2011, con una magnitud  $M_w=7.2$ . Además, hasta cinco años después del evento principal, se habían percibido réplicas que alcanzaron una magnitud  $M_w=7.6$ , según lo que se detalla en la Figura 5-1 desarrollada por la Agencia Meteorológica de Japón (JMA 2012).

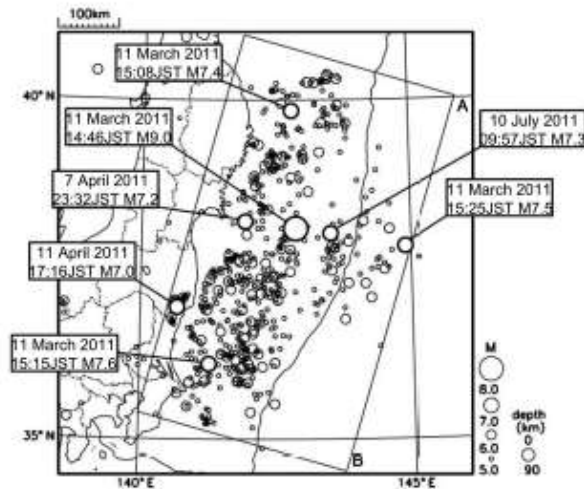


Figura 5-1: Réplicas y Evento Principal de Tohoku 2011 (JMA 2011)

El sismo de Japón de 2011 fue percibido con particular intensidad en la zona centro-norte del país, lo que se observa en el mapa de Aceleración Máxima (PGA) del Instituto Nacional de Investigación de Ciencias de la Tierra y Resiliencia a Desastres de Japón (NIED), Figura 5-2, donde además se muestra el hipocentro del evento.

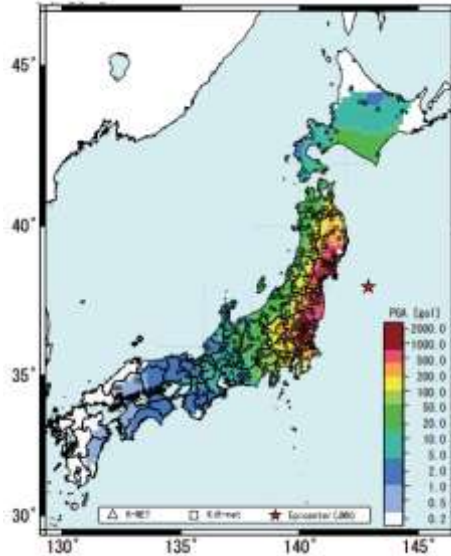


Figura 5-2: Ruptura del terremoto de Japón e intensidades (NIED 2011)

## 5.2 Parámetros de la Metodología de Otárola y Ruiz (2016) para la simulación de registros sintéticos

En consideración al modelo de generación estocástica de Otárola y Ruiz, se utilizaron los siguientes valores para cada una de las variables definidas en las secciones anteriores, los cuales son consistentes con el trabajo de Ghofrani et al (2013a).

### 5.2.1 Fuente Sísmica

De acuerdo a lo desarrollado por Ghofrani et al (2013a), se utilizó el modelo propuesto por Kurahashi e Irikura (2011), el cual se basa en la inversión de deslizamientos del terremoto y la comparación entre los registros observados y acelerogramas simulados mediante el uso de Funciones de Green empíricas. Como resultado de dicha inversión, se comprueba la existencia de zonas de mayores desplazamientos o asperezas acoplados sobre una ruptura mayor. Así, el modelo de ruptura propuesto está segmentado en cinco zonas de generación de movimiento fuerte (SMGA por sus siglas en inglés), según se muestra en la Figura 5-3, y una falla similar al modelo de ruptura propuesto por Yagi y Fukahata (2011), Figura 5-4, que se define como un modelo single event, es decir, un modelo que no considera ninguna aspereza. Los parámetros de ruptura definidos por Kurahashi e Irikura (2011) se resumen en la Tabla 1.

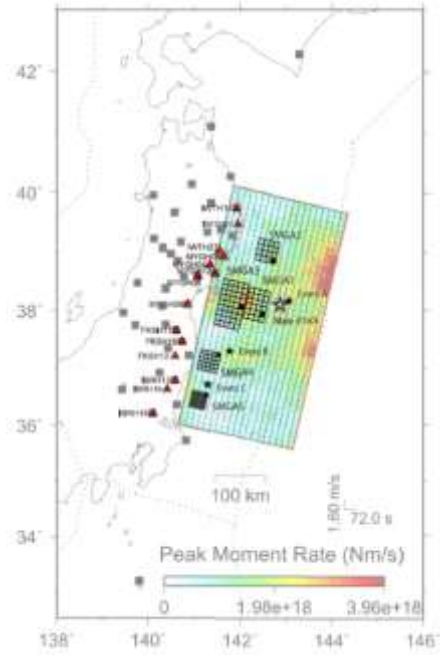


Figura 5-3: Modelo de Ruptura (Kurahashi e Irikura 2011)

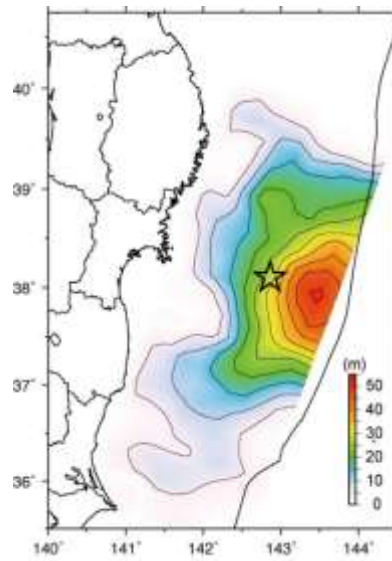


Figura 5-4: Modelo de Ruptura para el Terremoto de Tohoku (Yagi y Fukahata 2011)

Tabla 4: Parámetros de Ruptura definidos por Kurahashi e Irikura (2011) y utilizados por Ghofrani et al (2013a)

|                                    | Single Event | SMGA 1 | SMGA 2 | SMGA 3 | SMGA 4 | SMGA 5 |
|------------------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Ancho [km]                         | 150          | 41.6   | 41.6   | 52     | 38.5   | 33.6   |
| Largo [km]                         | 400          | 62.4   | 41.6   | 93.6   | 38.5   | 33.6   |
| Strike (°)                         | 202          | 193    | 193    | 193    | 193    | 193    |
| Dip(°)                             | 18           | 10     | 10     | 10     | 10     | 10     |
| Profundidad [km]                   | 24.4         | 28.03  | 28.53  | 35.43  | 39.53  | 40.73  |
| Magnitud de Momento [Mw]           | 8.92         | 8.21   | 7.87   | 8.39   | 7.69   | 7.7    |
| Caída de Esfuerzo [bar]            | 35           | 413    | 236    | 295    | 164    | 260    |
| Desfase Temporal de Activación [s] | 0            | 15.64  | 66.42  | 68.41  | 109.71 | 118.17 |
| Frecuencia Esquina [Hz]            | -            | 0.224  | 0.246  | 0.200  | 0.256  | 0.274  |

Respecto a los parámetros mostrados en la Tabla anterior, el parámetro Desfase Temporal de Activación se relaciona al tiempo de diferencia entre el inicio de la ruptura en el hipocentro, hasta la llegada de la ruptura a los puntos de generación de movimiento fuerte.

Para determinar los efectos de la fuente, definidos en las Ecuaciones 2.2 y 2.3, se utiliza una velocidad de onda de corte S de 3.6 km/s y una densidad de  $2.8 \text{ g/cm}^3$ , según lo propuesto por Macias et al. (2008). Respecto al patrón de radiación  $\langle R_{\phi\theta} \rangle$ , se emplea lo desarrollado por Honishe y Korike (2004), considerando un dip promedio de  $18^\circ$  y un rake de  $90^\circ$ , con lo que se obtiene un valor del patrón de radiación de 0.38 para ondas S y de 0.51 para ondas P.

### 5.2.2 Trayectoria

Los efectos de la trayectoria se relacionan con la atenuación que experimentan las ondas sísmicas en su propagación y las refracciones y reflexiones que se producen. Estos efectos quedan cuantificados a través de la Ecuación 2.5, la cual separa el efecto de la atenuación a través del factor de calidad, y el de las reflexiones a través de la dispersión geométrica.

En este estudio se utiliza la dispersión geométrica utilizada por Ghofrani et al (2013a), correspondiente a

$$G(R) = 1/R_{hypo} \quad (5.1)$$

Respecto al factor de Calidad  $Q(f)$ , Ghofrani et al (2013a) propone el uso de dos funciones dependiendo de la ubicación de la estación, la cual puede ser Forearc o Backarc. Así, para la atenuación en el Backarc se utiliza

$$Q(f) = 300 \quad \text{Para } f < 0.64 \text{ hz:} \quad (5.2)$$

$$Q(f) = 150 \left( \frac{f}{1.0} \right)^{1.3} \quad \text{Para } f > 3.66 \text{ hz} \quad (5.3)$$

Y para la atenuación en el Forearc se utiliza

$$Q(f) = 100 \quad \text{Para } f < 0.64 \text{ hz} \quad (5.4)$$

$$Q(f) = 165 \left( \frac{f}{1.0} \right)^{0.65} \quad \text{Para } f > 3.66 \text{ hz} \quad (5.5)$$

En el rango de frecuencias  $0.64 \leq f \leq 3.66$  Hz se supone un comportamiento lineal.

En el presente estudio el factor de calidad de las ondas P cumple la siguiente relación, según lo propuesto por Udias (1997)

$$Q_p = \frac{9}{4} Q_s \quad (5.6)$$

Para calcular el ángulo de incidencia de las ondas P, se utilizó un modelo horizontal de velocidades para la región, según lo propuesto por Sato (1996), y la metodología explicada en la Sección 3.5.

### 5.2.3 Efecto de Sitio

El efecto de sitio considera una amplificación según el desarrollo teórico de las funciones de transferencia, explicado en las Secciones 4.2 y 4.3. Ahora bien, dado que los factores de calidad que se usarán están calibrados para el registro en el basamento rocoso, según la amplificación para roca propuesta por Ghofrani et al (2013b), se utilizará dicha modificación al simular los registros en el basamento rocoso.

### 5.2.4 Estaciones Simuladas

Las estaciones consideradas en este estudio se encuentran detalladas en la Tabla 2, y su ubicación se observa en la Figura 5-5.

Tabla 5: Estaciones Simuladas

| Número | Nombre de Estación | Latitud | Longitud | Altitud del Sitio [m.s.n.m.] | Profundidad del Sensor en roca [m] | Prefectura   |
|--------|--------------------|---------|----------|------------------------------|------------------------------------|--------------|
| 1      | AOMH18             | 40,296  | 141,015  | 235                          | 100                                | AOMORIKEN    |
| 2      | FKSH04             | 37,451  | 139,813  | 278                          | 268                                | FUKUSHIMAKEN |
| 3      | IBRH18             | 36,363  | 140,620  | 20                           | 504                                | IBARAKIKEN   |
| 4      | FKSH11             | 37,451  | 139,813  | 278                          | 268                                | FUKUSHIMAKEN |
| 5      | IWTH01             | 40,238  | 141,342  | 230                          | 200                                | IWATEKEN     |
| 6      | IWTH11             | 40,081  | 141,192  | 629                          | 300                                | IWATEKEN     |
| 7      | IWTH20             | 39,343  | 141,047  | 106                          | 156                                | IWATEKEN     |
| 8      | IWTH21             | 39,473  | 141,934  | 13                           | 100                                | IWATEKEN     |
| 9      | MYGH06             | 38,786  | 141,325  | 35                           | 100                                | MIYAGIKEN    |
| 10     | MYGH04             | 38,591  | 141,071  | 20                           | 100                                | MIYAGIKEN    |

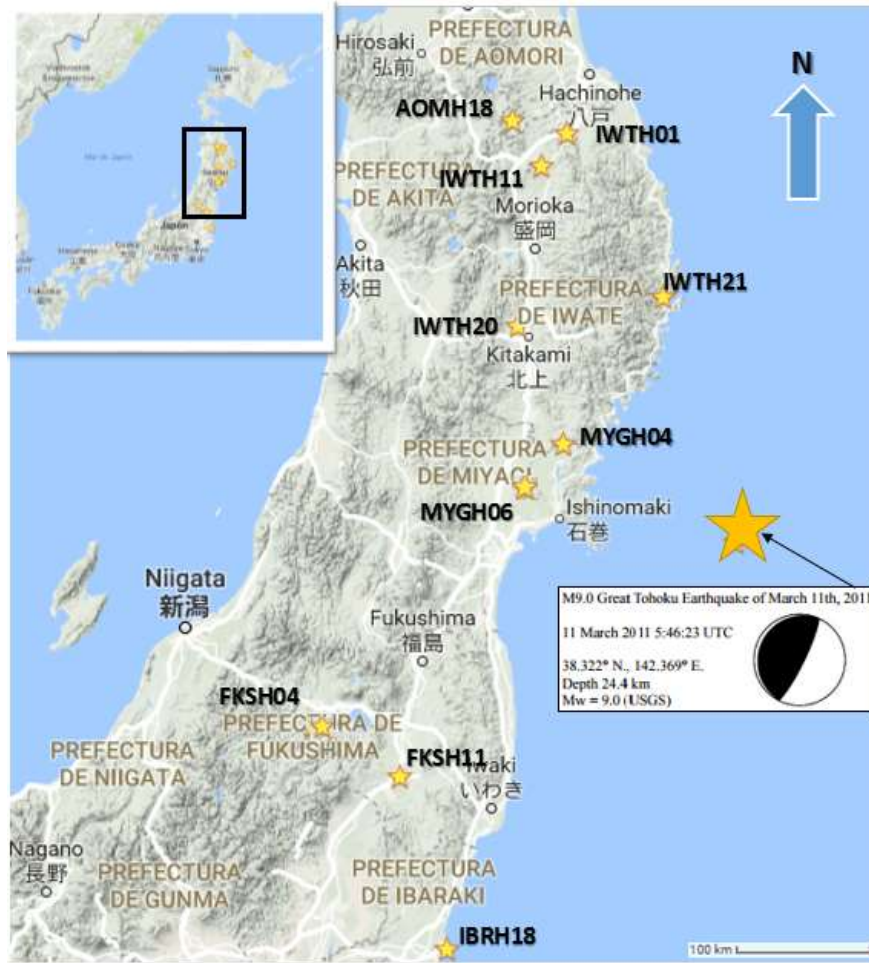


Figura 5-5: Ubicación de estaciones de este modelo

### 5.3 Resultados en Roca Basal para Terremoto de Tohoku de 2011

A continuación se presentan los resultados de las simulaciones para el basamento rocoso de las estaciones indicadas en la sección anterior, donde los sensores se ubican a profundidades detalladas en la Tabla 2.

En las Figuras 5-6, 5-7 y 5-8, se presentan los resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en las componentes, Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.

En las Figuras 5-9, 5-10 y 5-11, se muestran la superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en las componentes, Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.



En las Figuras 5-12, 5-13 y 5-14, se expone la descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.

Finalmente, las Figuras 5-15, 5-16, 5-17, 5-18, 5-19 y 5-20, presentan los espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%, en escalas lineales como logarítmicas.

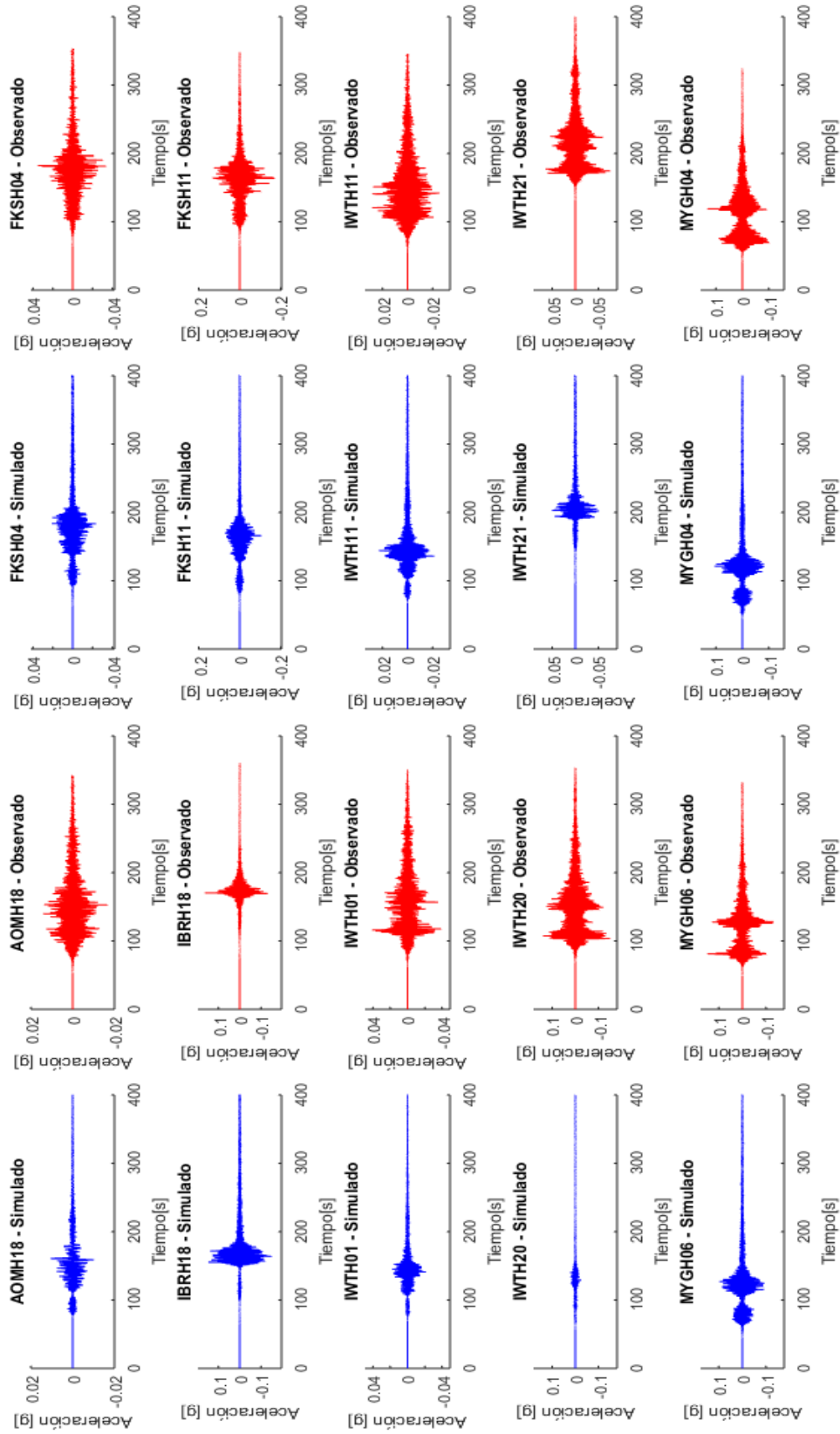


Figura 5-6: Registros Temporales en Roca para Componente Norte-Sur

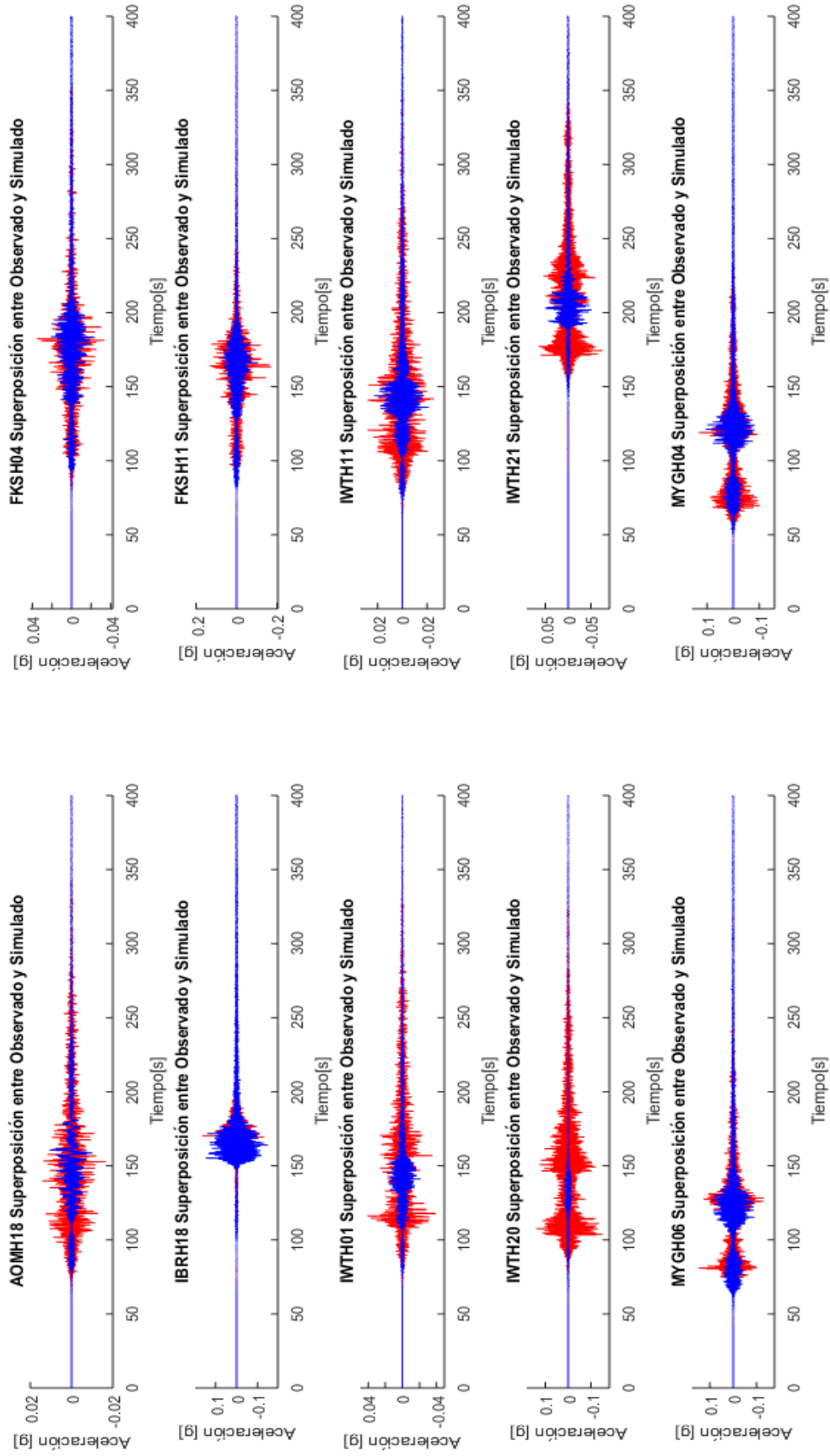


Figura 5-9: Superposición de registros simulados (Azul) y observados (Rojo) para la componente Norte-Sur, en Roca.

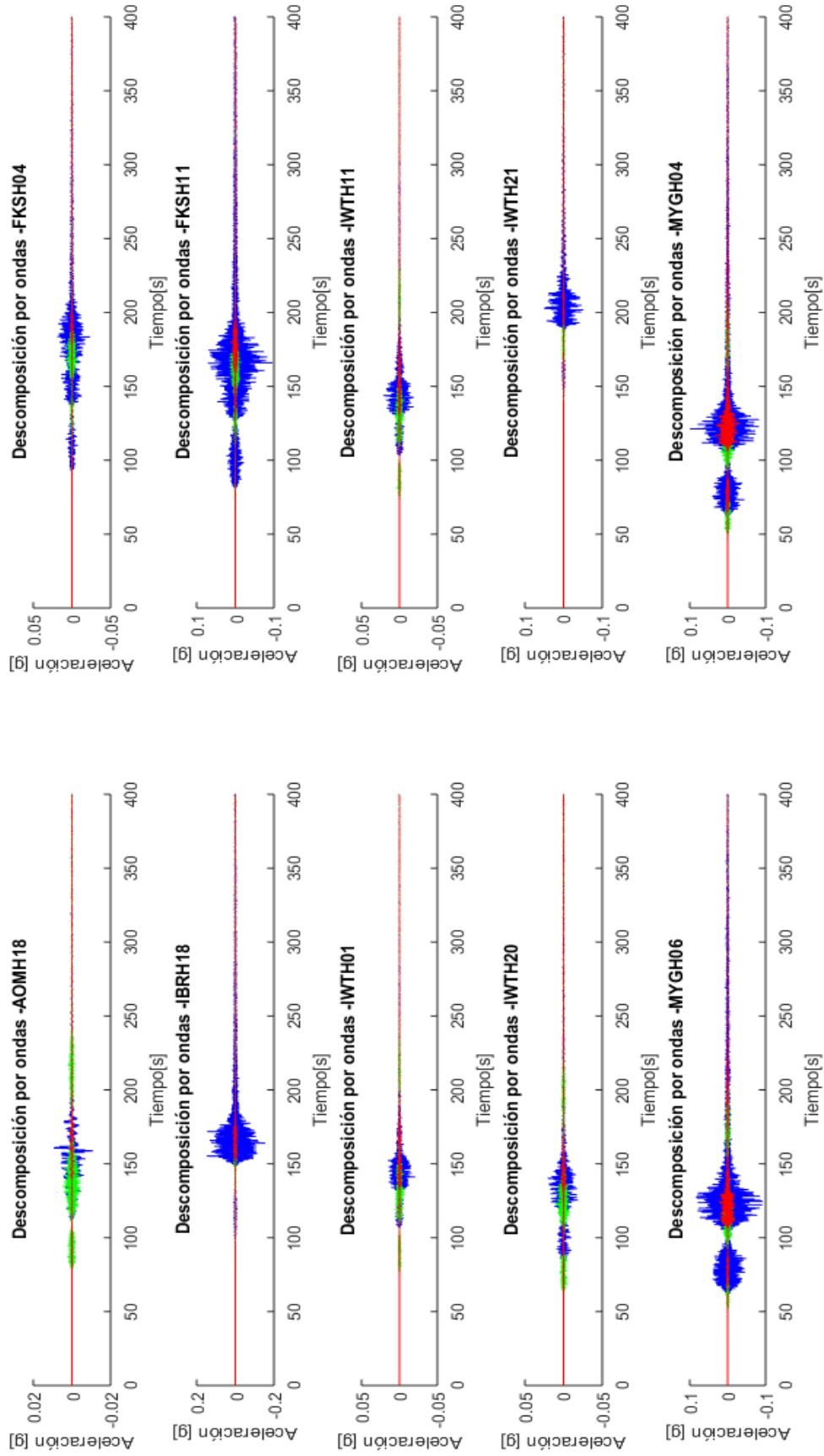


Figura 5-12: Descomposición de registro simulado según tipo de onda, para la componente Norte-Sur, en azul las ondas SV y en verde las Ondas P

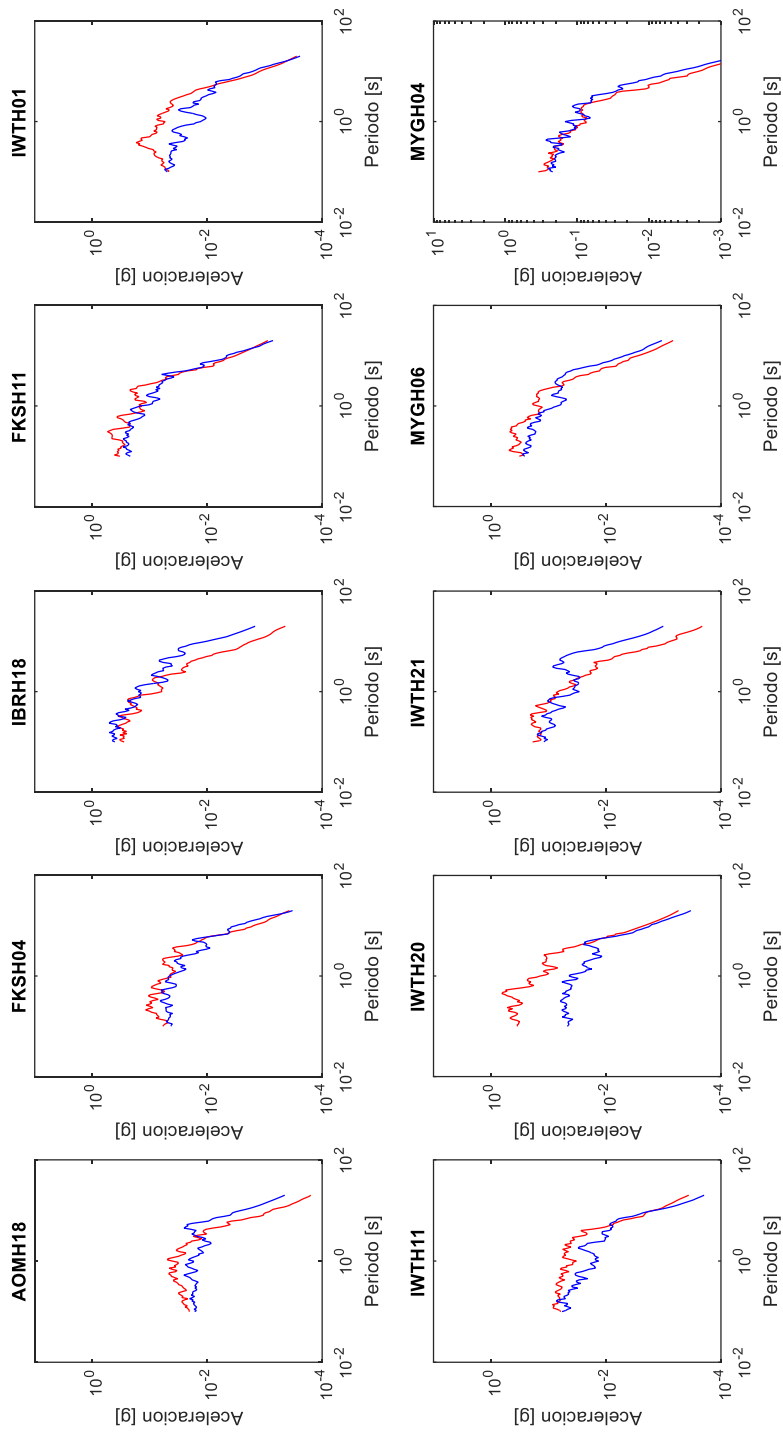


Figura 5-15: Espectro de Respuesta para Componente Norte-Sur, en Rojo se grafica el registro observado, y en Azul el Registro Simulado; en roca.

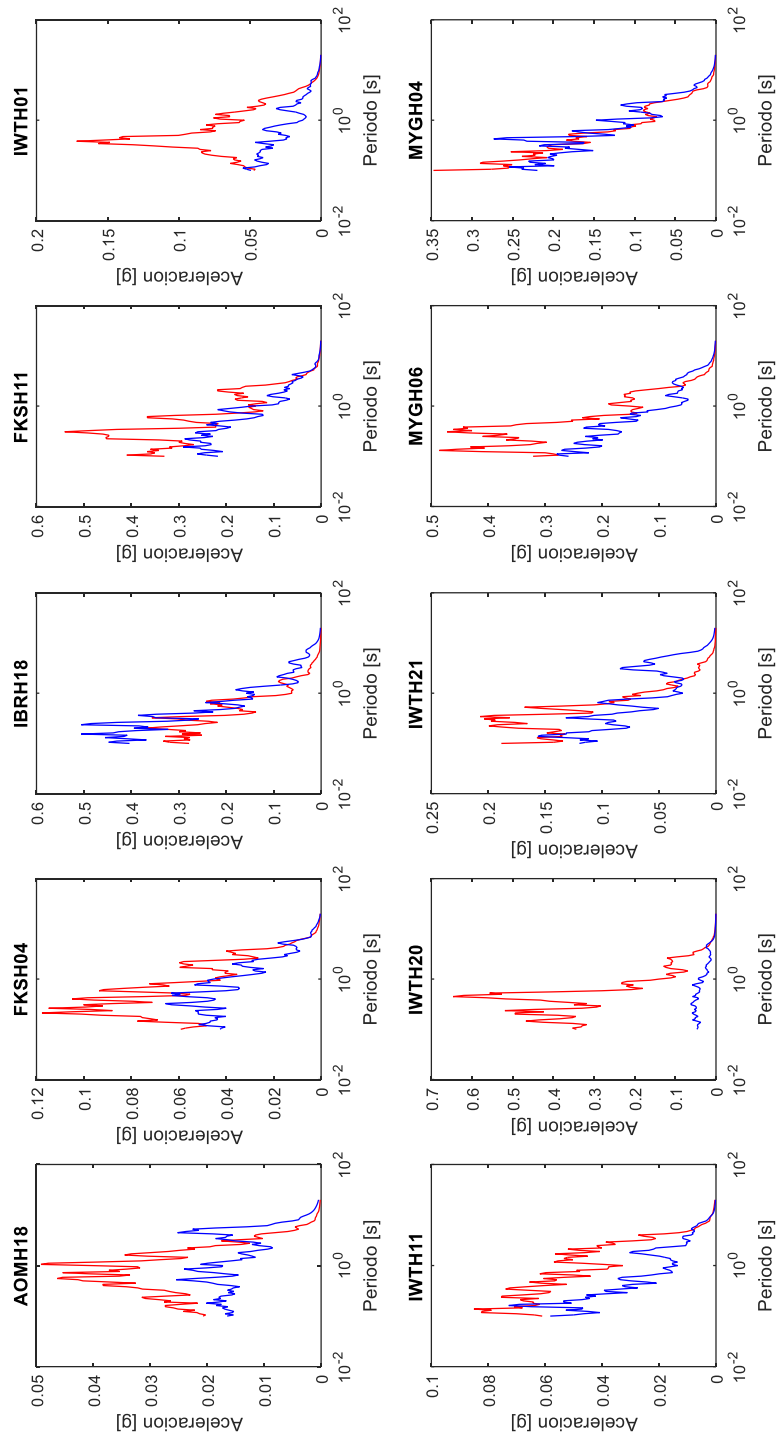


Figura 5-16: Espectros de respuesta en escala lineal para la componente Norte-Sur. En rojo los espectros observados y en azul los simulados, en Roca.

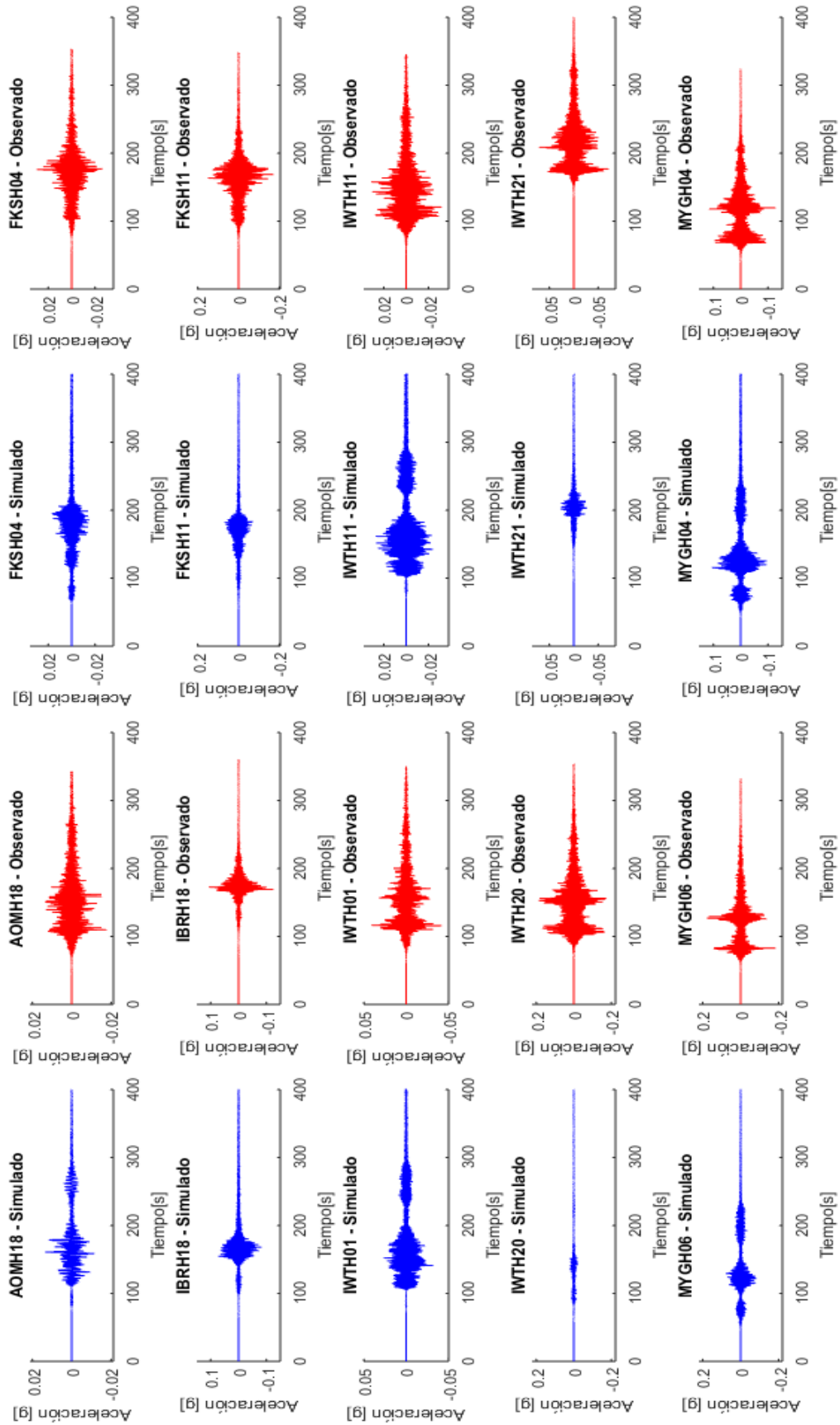


Figura 5-7.: Registros Temporales, en Roca, para Componente EW

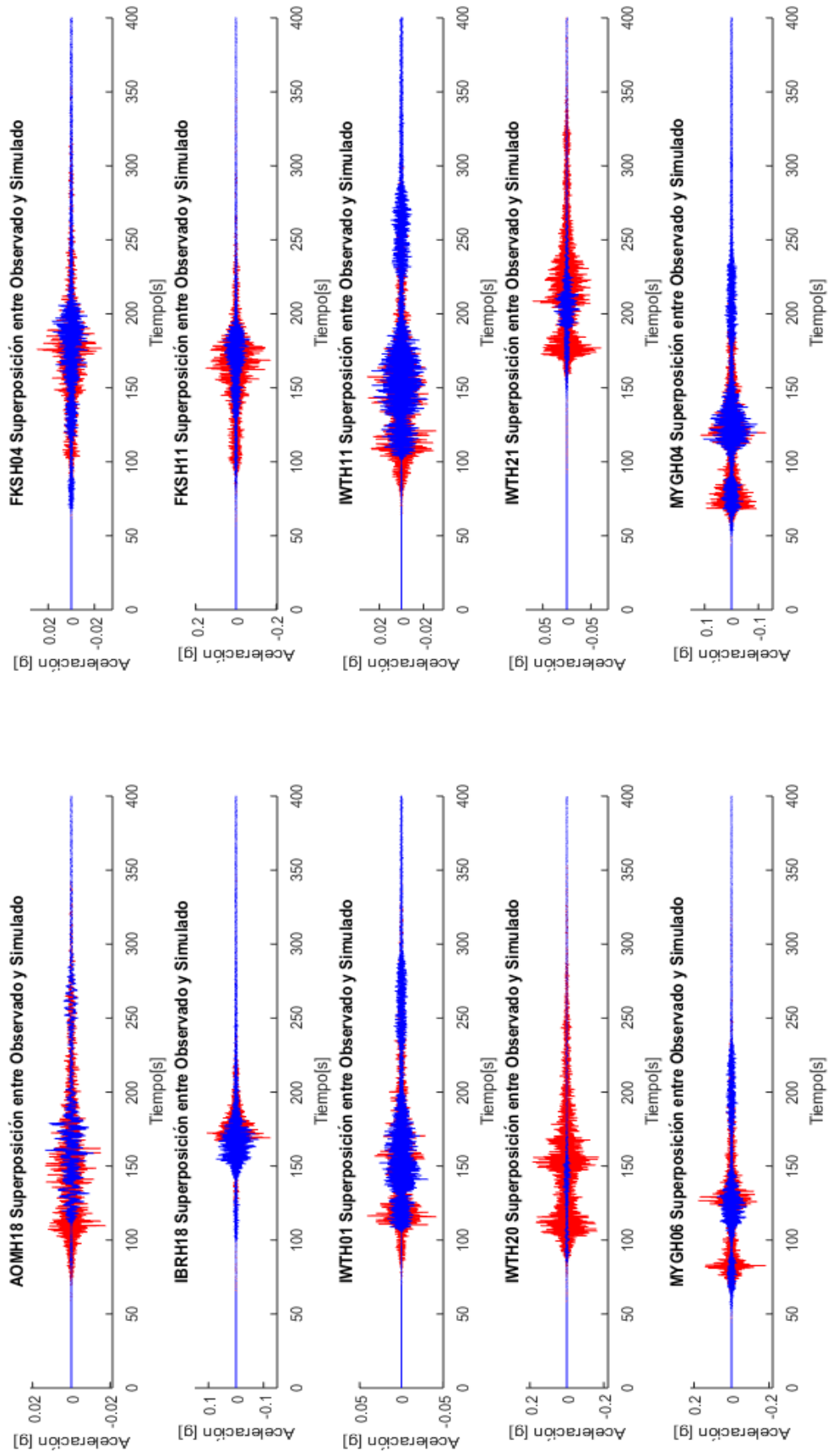


Figura 5-10: Superposición de registros simulados (Azul) y observados (Rojo) para la componente Este- Oeste



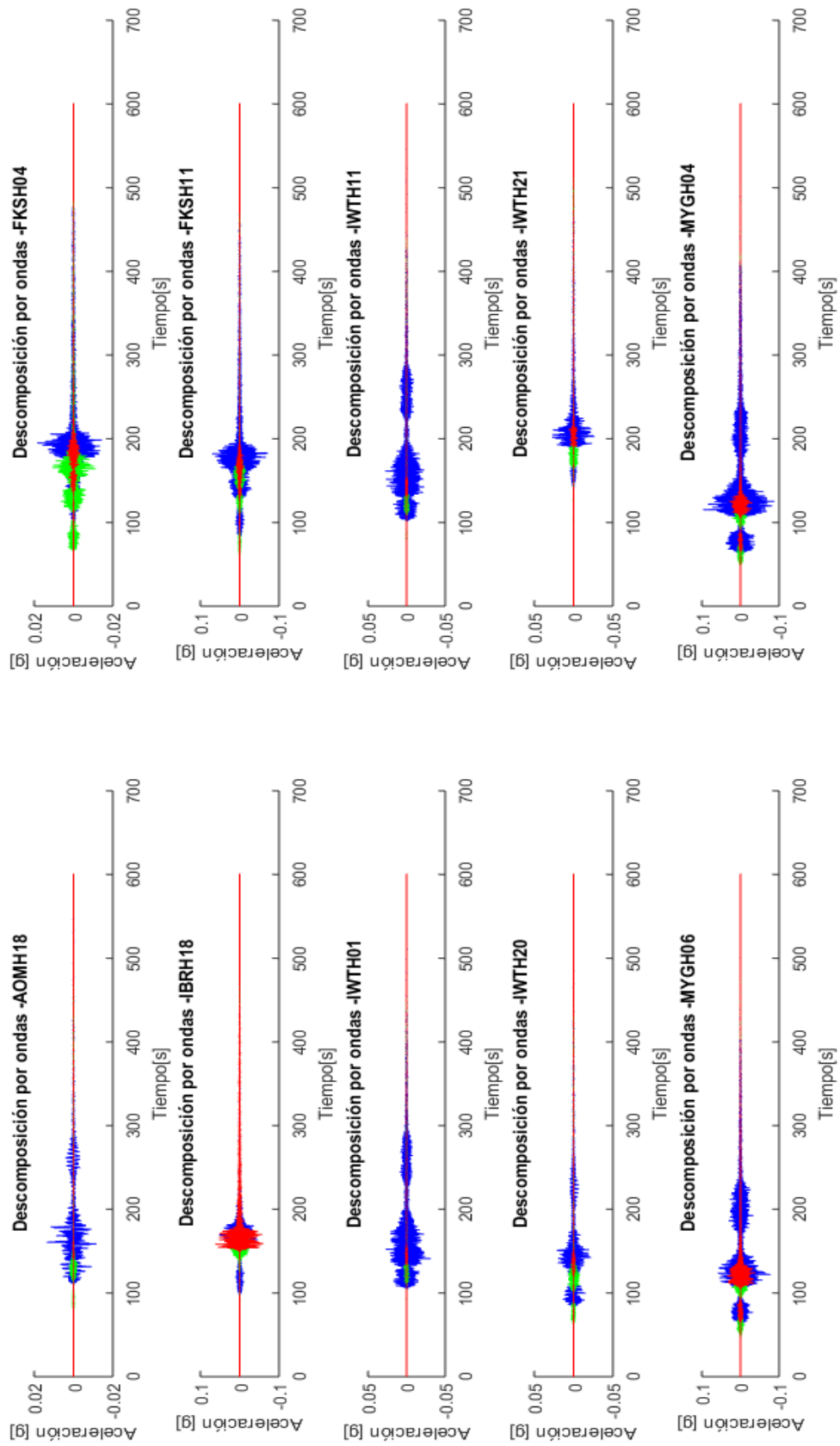


Figura 5-13: Descomposición de Registro Simulado Según tipo de Onda, para la componente Este - Oeste, en azul las ondas SH, en rojo las ondas SV y en verde las Ondas

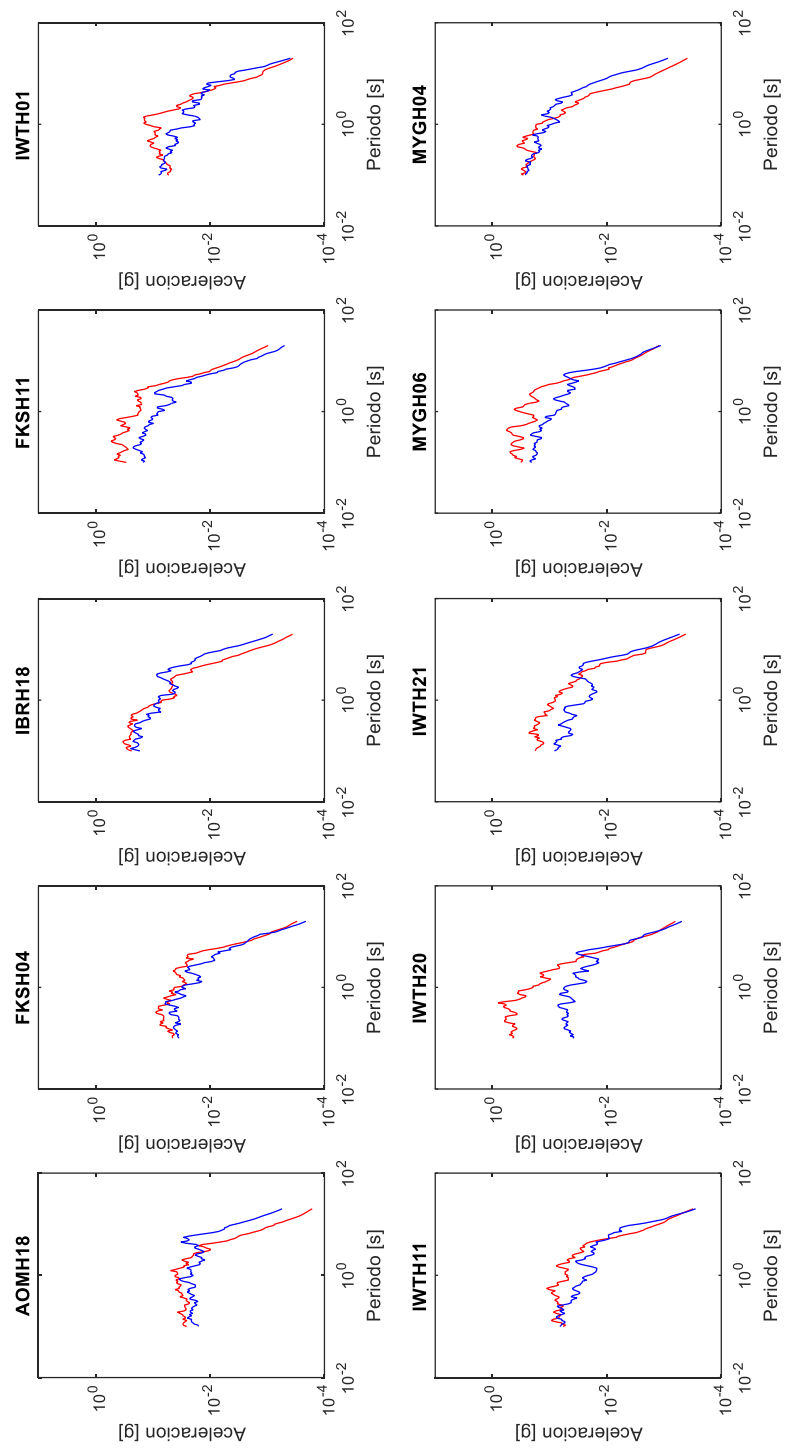


Figura 5-17 Espectro de Respuesta para Componente Este- Oeste, en Rojo se grafica el registro observado, y en Azul el Registro Simulado en Roca.

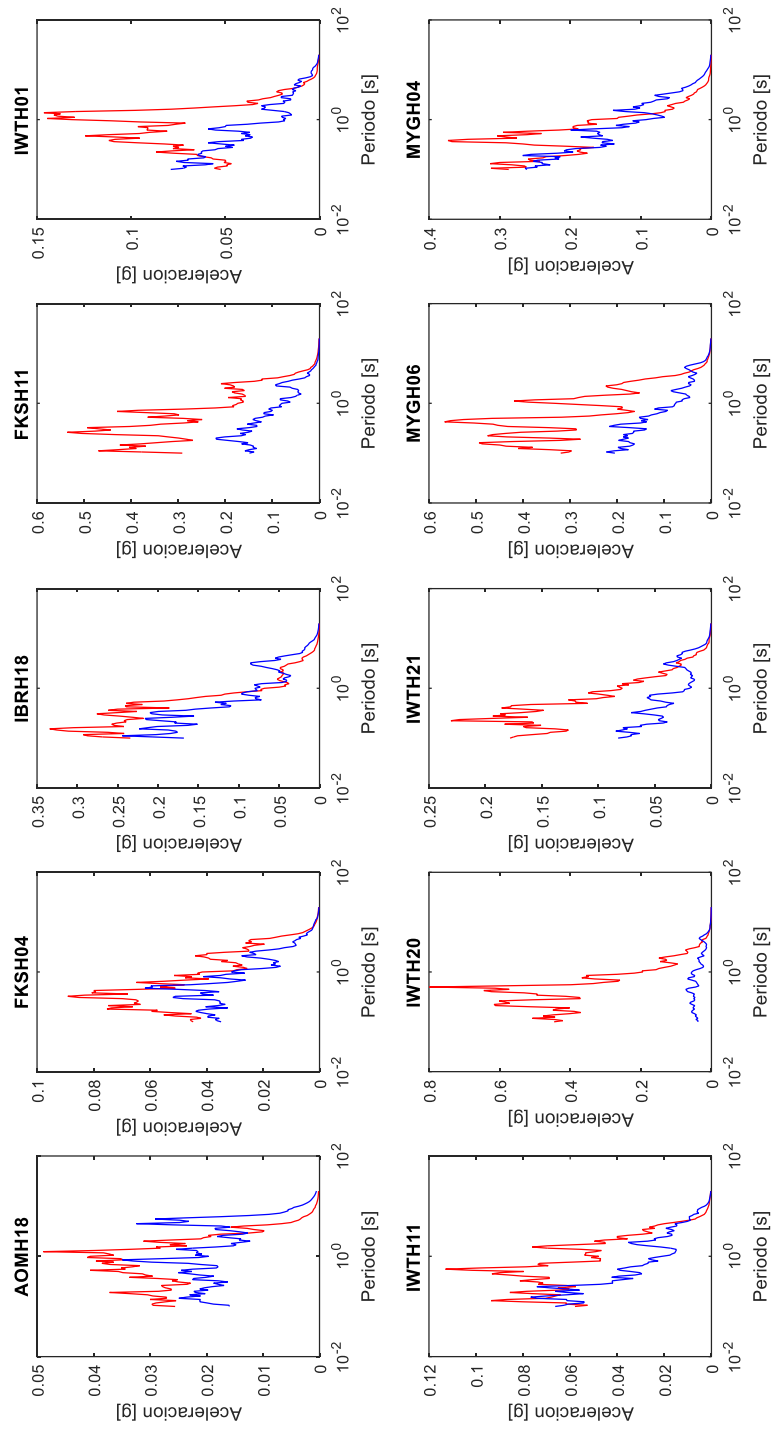


Figura 5-18:: Espectro de Respuesta Lineal para la Componente Este - Oeste, en Rojo el Observado y en Azul el Simulado en Roca.

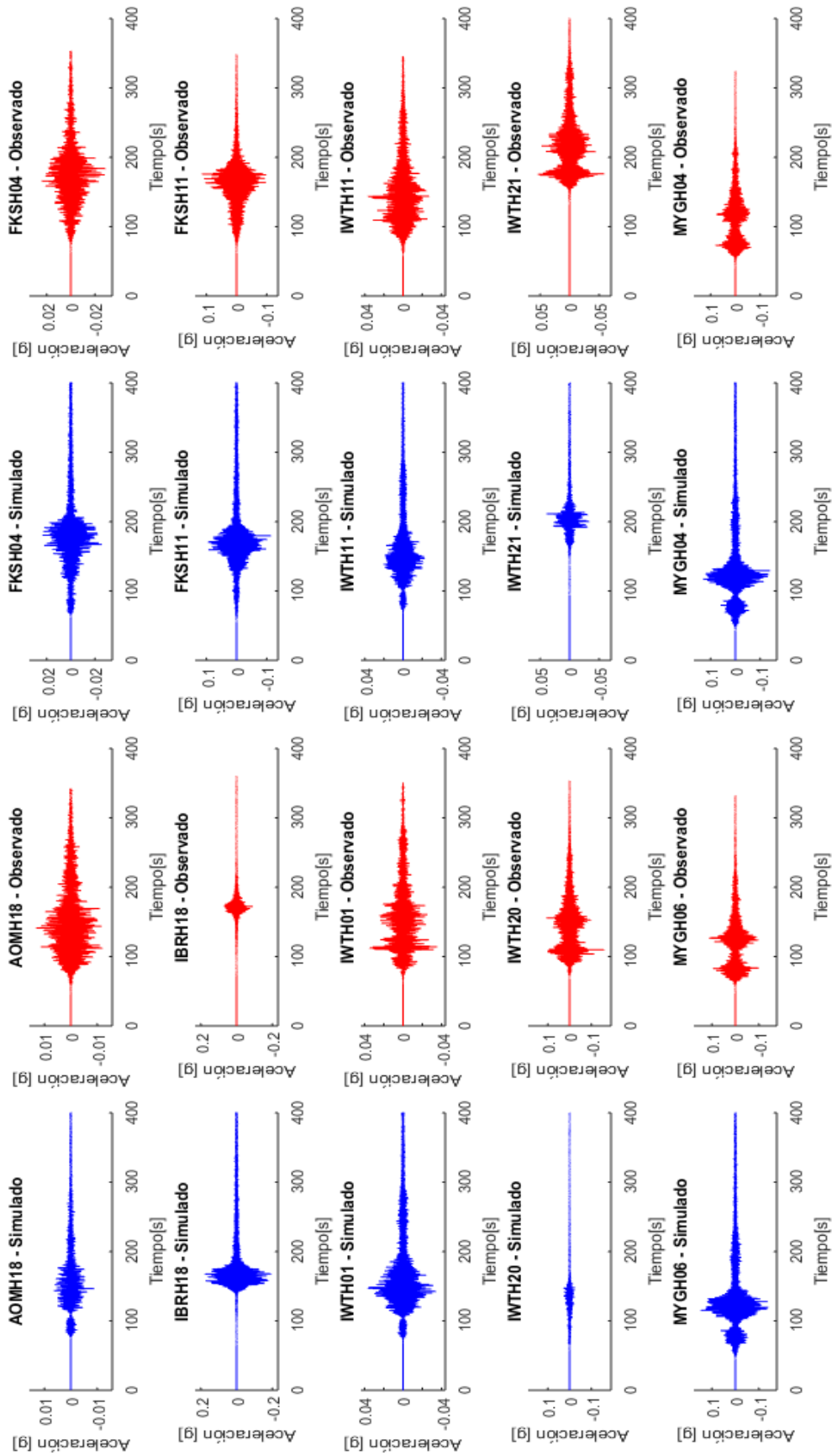


Figura 5-8: Resultados Temporales, en Roca, para la componente Vertical

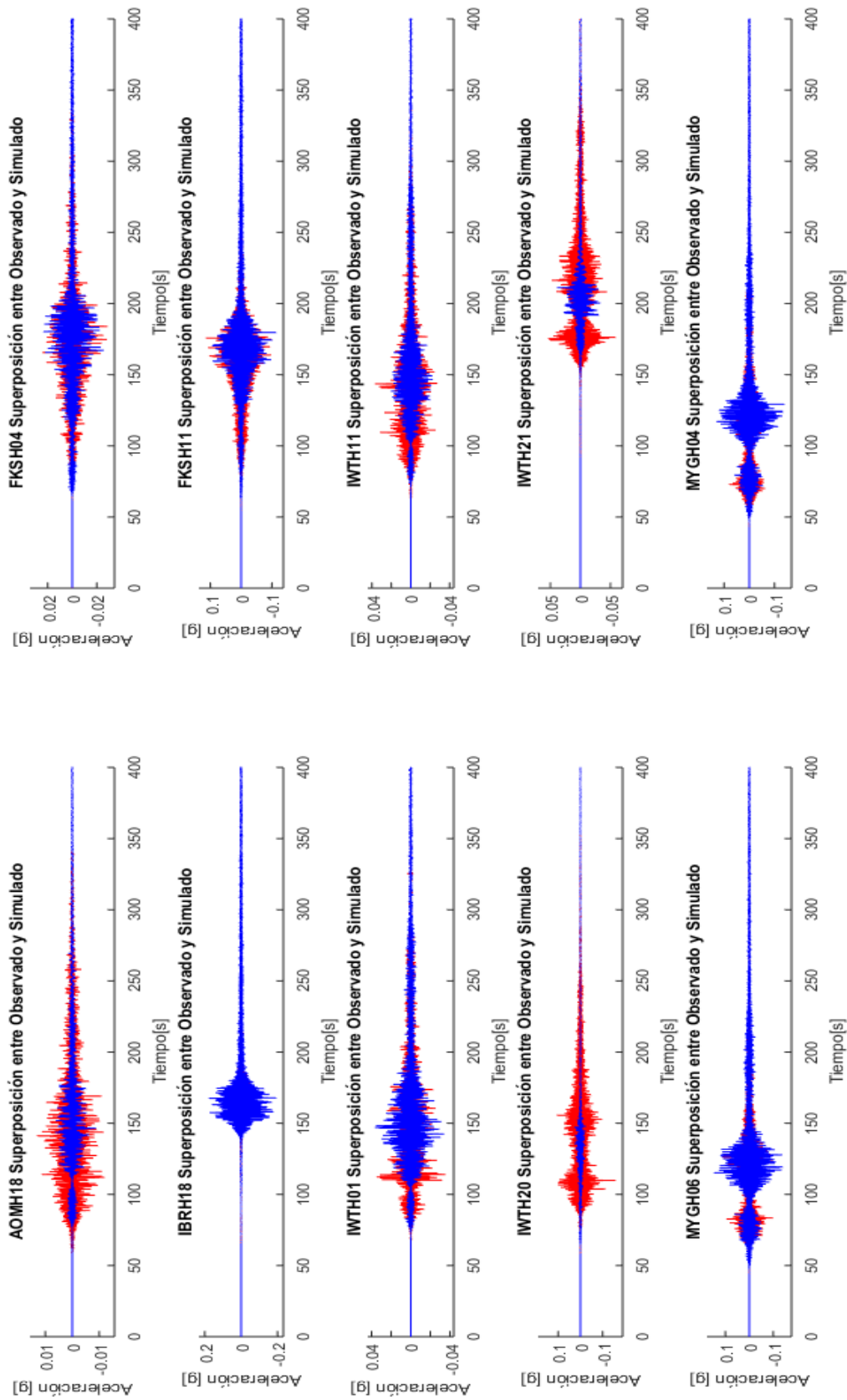


Figura 5-11: Superposición de registros simulados (Azul) y observados (Rojo) para la componente Vertical.

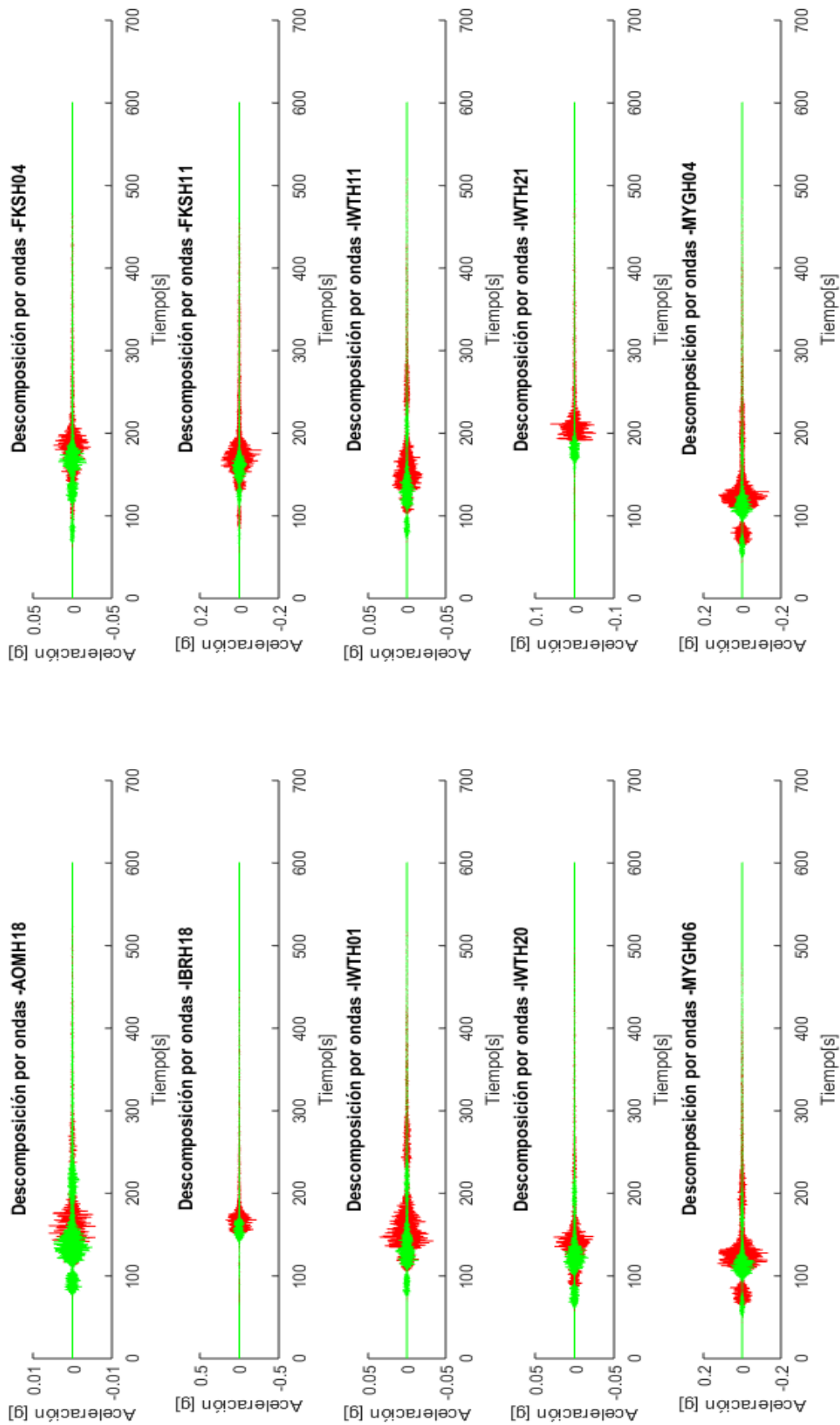


Figura 5-14: Descomposición de Registro Simulado Según tipo de Onda, para la componente Vertical, en azul las ondas SH, en rojo las ondas SV y en verde las Ondas

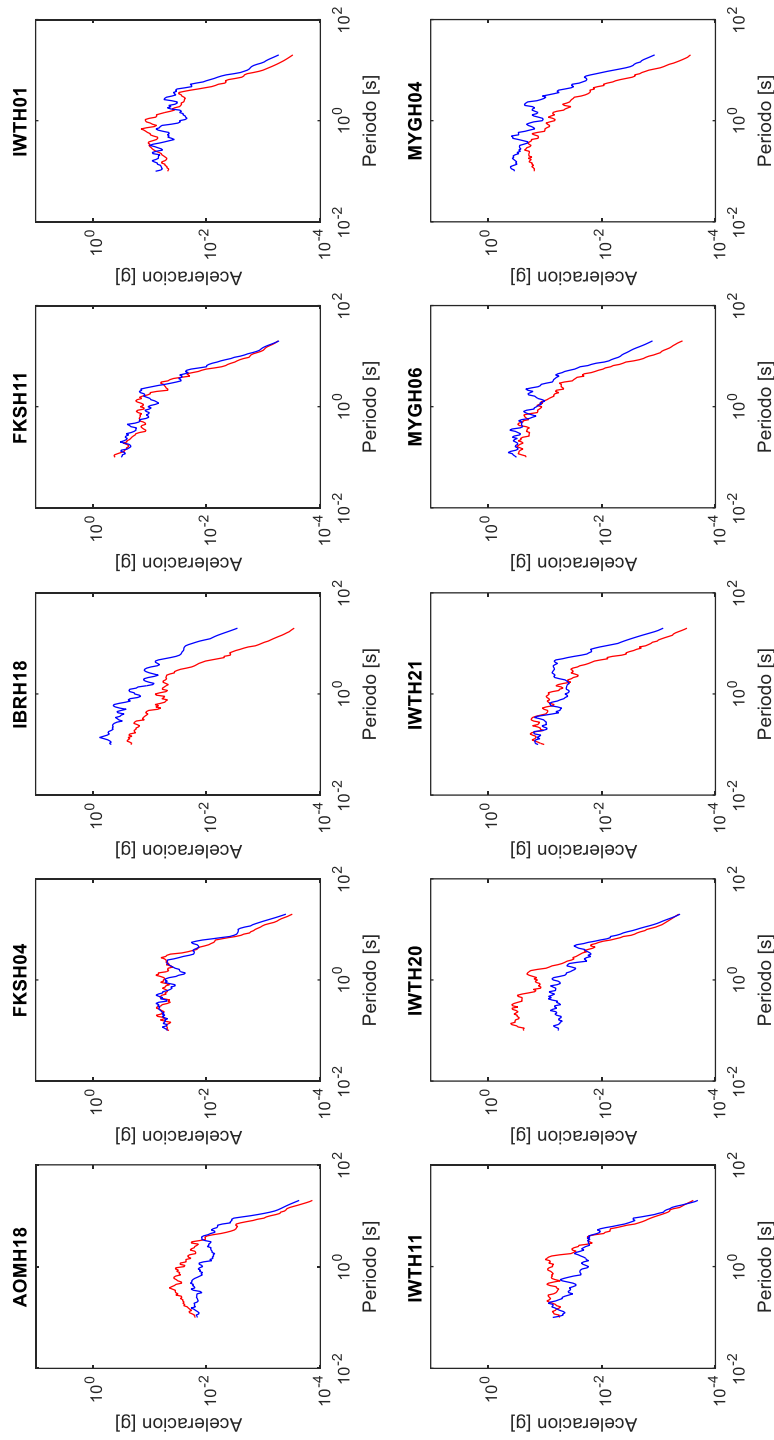


Figura 5-19: Espectro de Respuesta para Componente Vertical, en Rojo se grafica el registro observado, y en Azul el Registro Simulado en Roca.

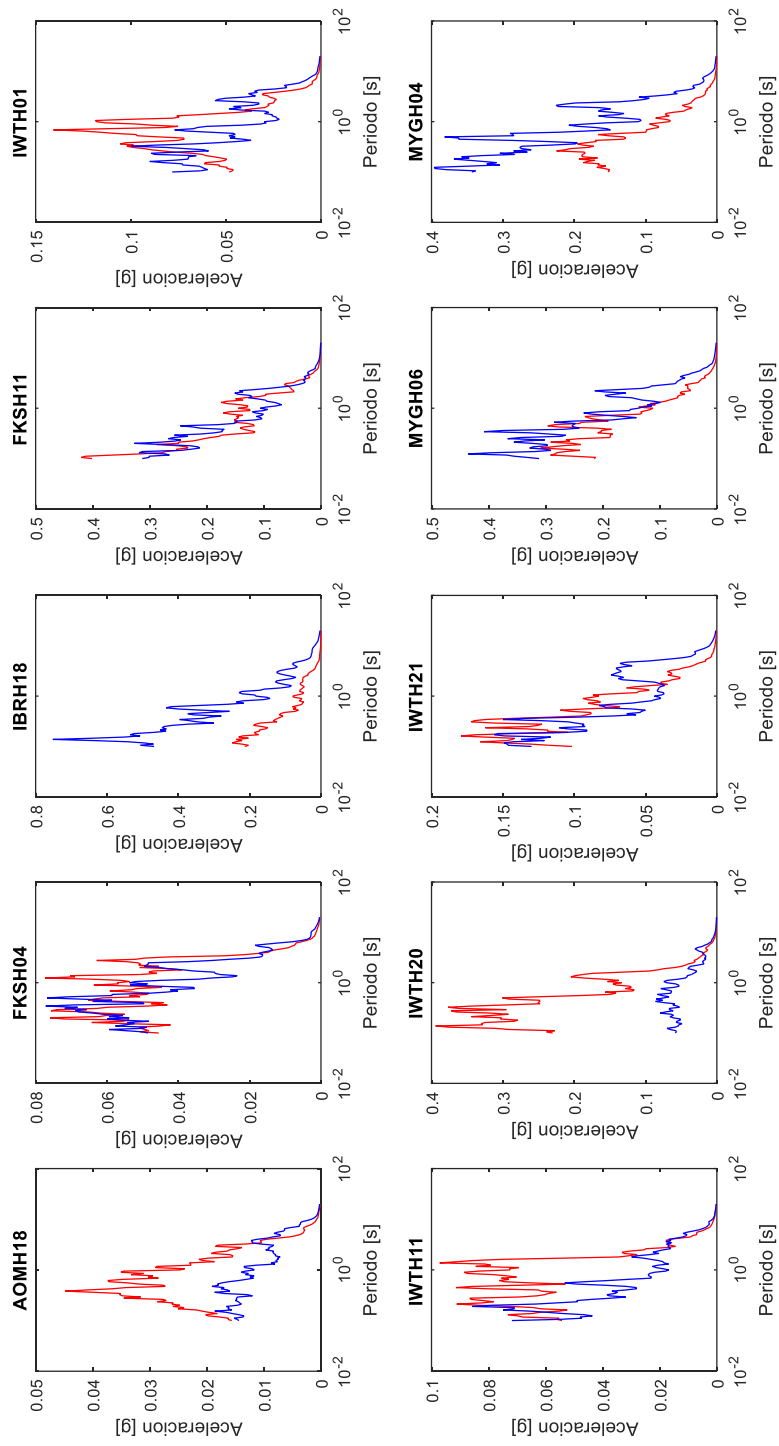


Figura 5-20: Espectro de Respuesta Lineal, en Rojo el Observado y en Azul el Simulado en Roca.



Además, utilizando un modelo  $\chi^2$  se verificó la bondad de ajuste de la simulación espectral. Para ello, se normalizaron los espectros, obteniendo los resultados mostrados en las Tabla 3, para los registros EW, NS y vertical, respectivamente. En base a esto se concluye que el ajuste es adecuado. Cabe señalar que un valor de p menor a 0.05 indica un buen ajuste.

Tabla 6 Bondad de Ajuste para Simulación Espectral en la Horizontal

| Registro | P-Value NS | P-Value EW | P-Value Vertical |
|----------|------------|------------|------------------|
| AOMH18   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| FKSH04   | 0,0031     | 0,0011     | 0,0011           |
| IBRH18   | 0,0002     | 0,0002     | 0,0002           |
| FKSH11   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH01   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH11   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH20   | 0,0001     | 0,0011     | 0,0011           |
| IWTH21   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| MYGH06   | 0,0471     | 0,0021     | 0,0021           |
| MYGH04   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |

Además, se presenta el análisis de GOF realizado según la metodología de Graves y Pitarka (2010), la cual establece que el error medio para un cierto periodo está dado por la ecuación:

$$B(T_i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1, N} r_j(T_i) \quad (5.1)$$

Donde B representa el error promedio,  $r$  está dado por la expresión

$$r_i = O(T_i) - S(T_i) \quad (5.2)$$

En la cual  $O$  es el valor observado y  $S$  es el valor simulado.

Además, se considera la desviación estándar según la ecuación, la cual presenta el rango en el cual se encuentra el 68.2% de las simulaciones

$$\sigma(T_i) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{j=1, N} [r_j(T_i) - B(T_i)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5.3)$$

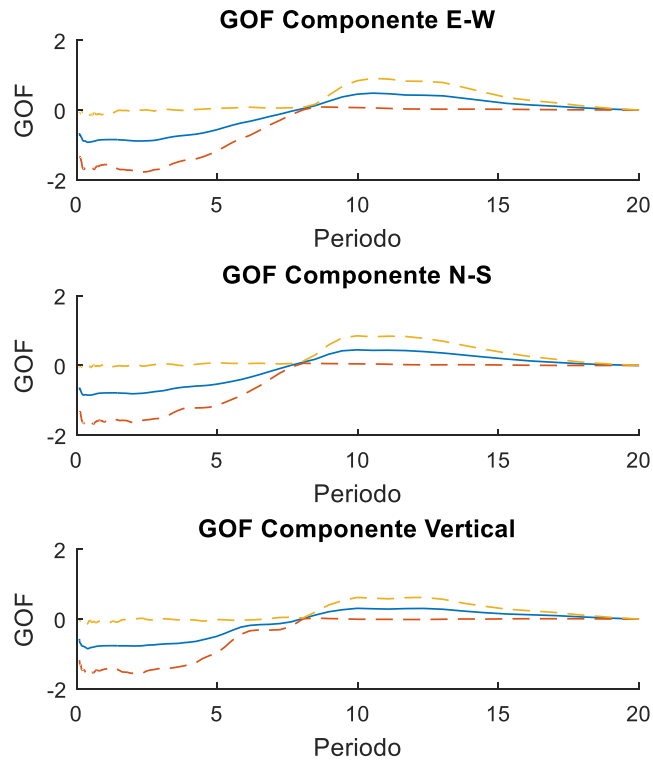


Figura 5-21: GOF en Roca

## 6 Generación de Acelerogramas Sintéticos para Japón Considerando Efectos de Sitio

Uno de los principales avances de este estudio es la incorporación física de la propagación de las ondas sísmicas. Lo anterior se realiza mediante la incorporación de las funciones de transferencias para la onda compresional P, y de corte polarizada en la vertical SV y en la horizontal SH. Es así, que los registros calculados según lo descrito en el Capítulo 5 son modificados espectralmente por la amplificación que genera el suelo.

Los perfiles utilizados para el cálculo de la amplificación de sitio son los publicados por el Instituto Nacional de Investigación de Ciencias de la Tierra y Resiliencia a Desastres de Japón, (NIED por sus siglas en inglés), el cual, a través de las redes K-net y Kik-net obtiene los registros utilizados en este estudio. Cabe indicar que la profundidad de los perfiles es mayor que la ubicación del instrumento en el borehole, según lo que se indican la Tabla 2 y la Figura 6-1.

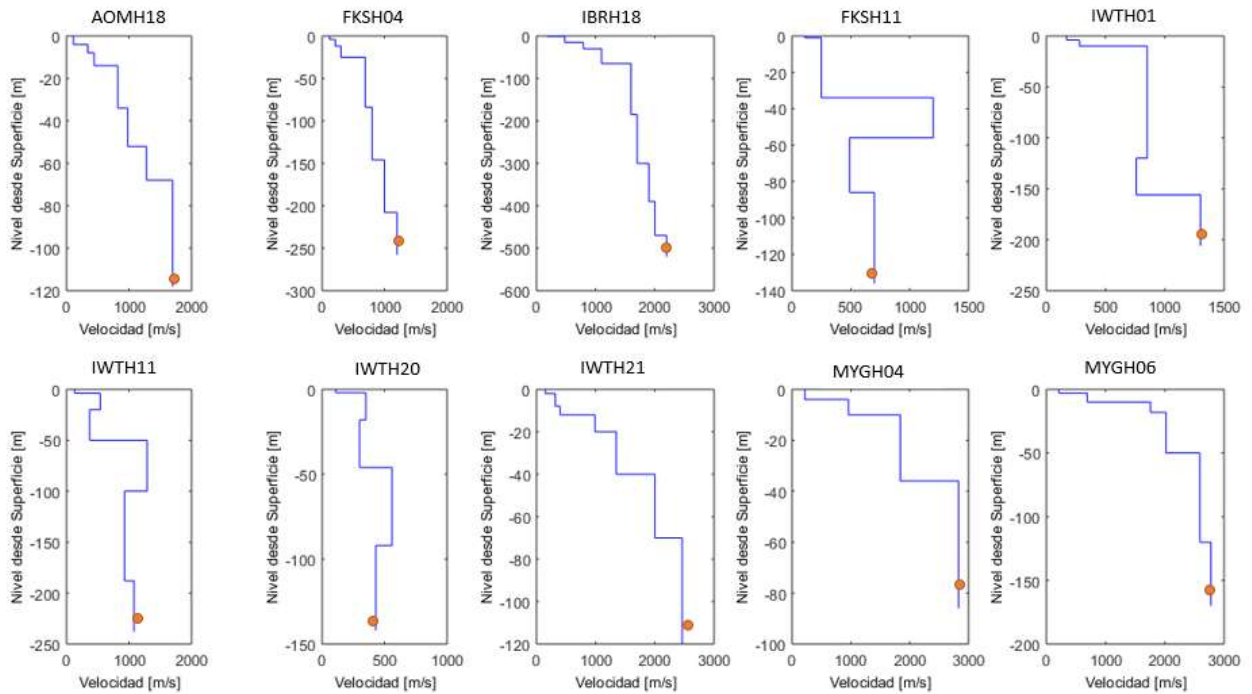


Figura 6-1: Perfiles de velocidad de onda de corte en las estaciones analizadas en este estudio. El círculo naranja representa la ubicación del acelerómetro en la roca basal

Además se presentan las funciones de transferencia para cada perfil y cada tipo de onda:

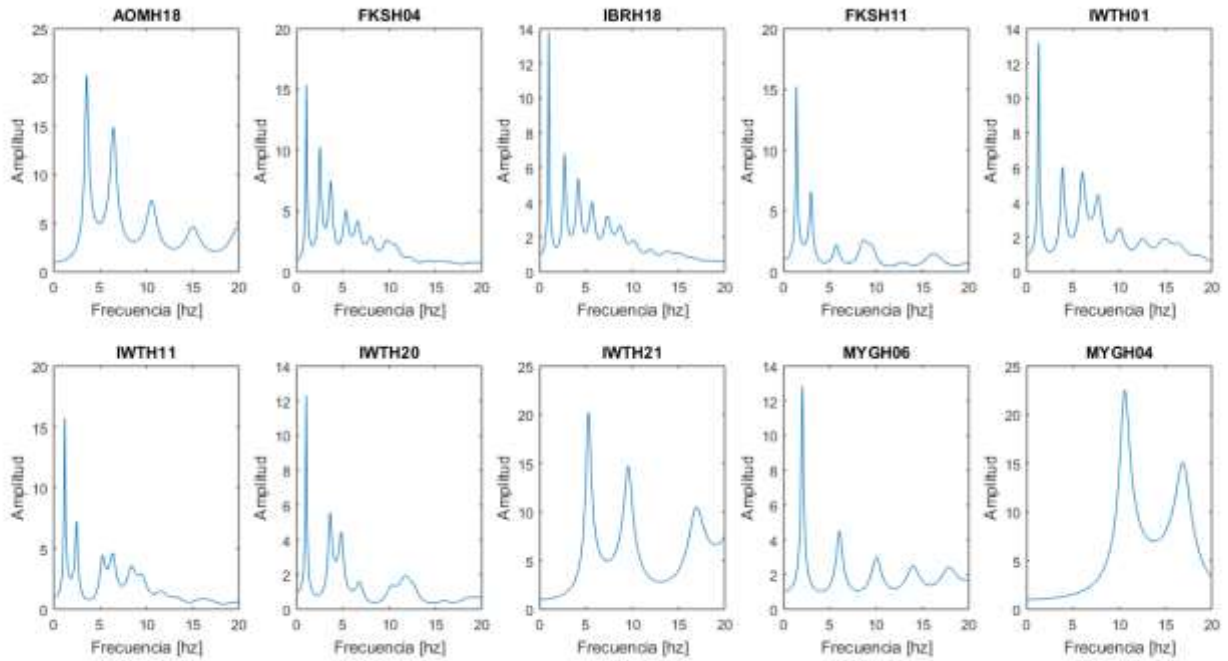


Figura 6-2: Función de Transferencia para onda SH

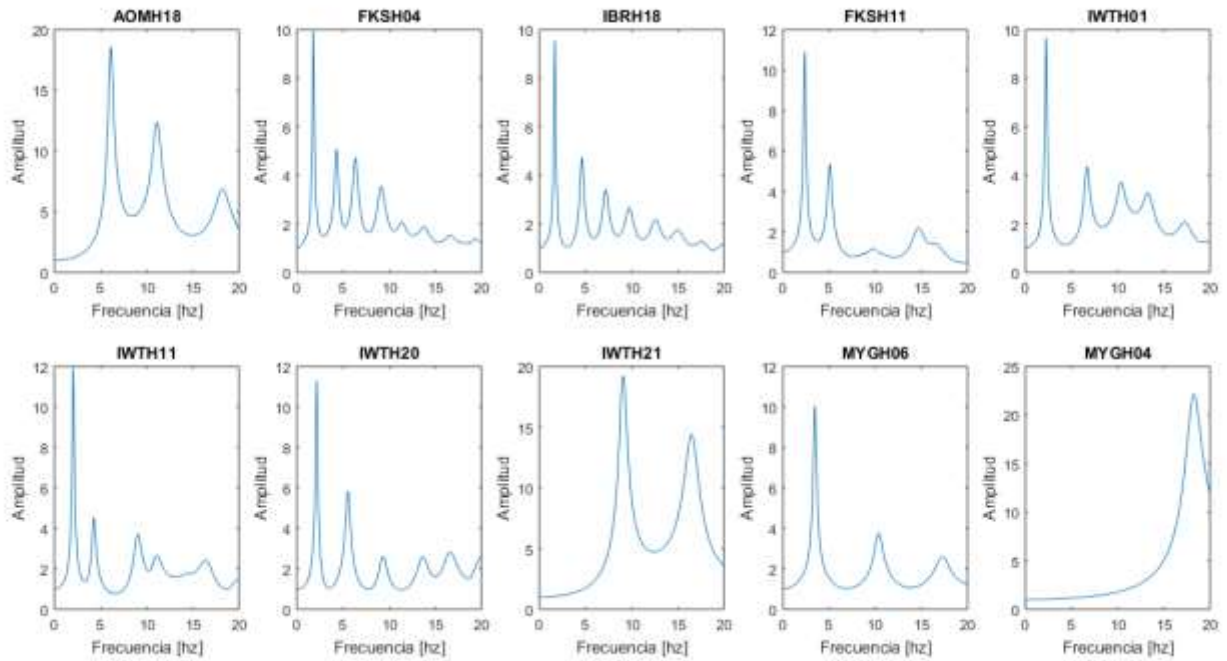


Figura 6-3: Función de Transferencia para Onda P

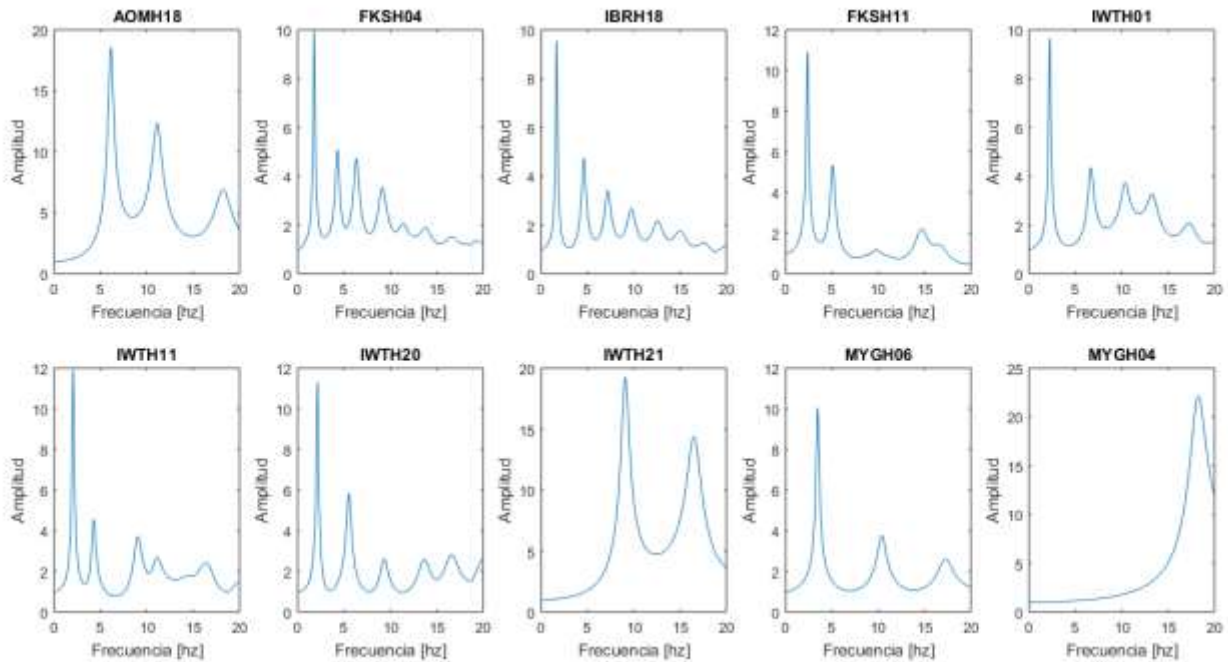


Figura 6-4: Función de Transferencia para Onda SV

Si bien se cuenta con antecedentes de las velocidades de las ondas sísmicas, no se cuenta con información respecto a la densidad de los estratos de suelo ni de su amortiguamiento. Por lo tanto, se opta por suponer que la densidad de los suelos es constante e igual a  $1800 \text{ kg/m}^3$  y el amortiguamiento es de un 5%. A través de un análisis de sensibilidad se verificó que los resultados no varían considerablemente ante cambios en estas dos variables.

### 6.1 Resultados en Superficie para el Terremoto de Tohoku de 2011

A continuación se presentan los resultados de las simulaciones en la superficie de las estaciones indicadas en el Capítulo 5. En las Figuras 6-5, 6-6 y 6-7, se presentan los resultados temporales de las simulaciones y los registros observados, en las componentes, Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.

En las Figuras 6-8, 6-9 y 6-10, se muestra la superposición temporal de las simulaciones y los registros reales, en las componentes, Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.

En las Figuras 6-11, 6-12 y 6-13, se expone la descomposición según ondas P, SV y SH del registro simulado según las componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente.

Finalmente, las figuras 6-13, 6-14, 6-15, 6-15, 6-17 y 6-18, presentan los espectros de respuesta para un sistema de un grado de libertad, con un amortiguamiento del 5%. Las escalas utilizadas son tanto lineales como logarítmicas.

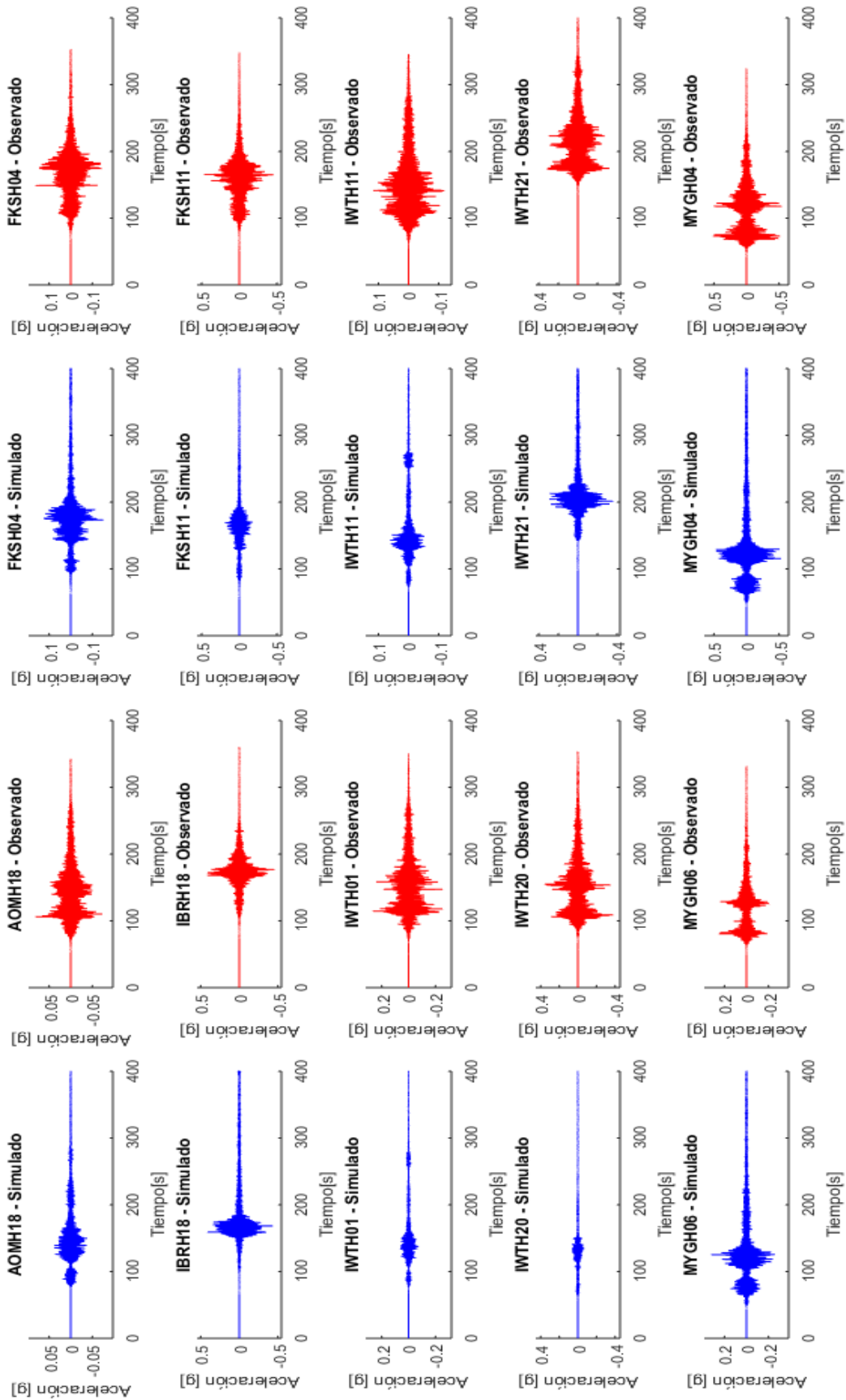


Figura 6-5: Simulación Temporal de Registros en Superficie para la Componente Norte -Sur

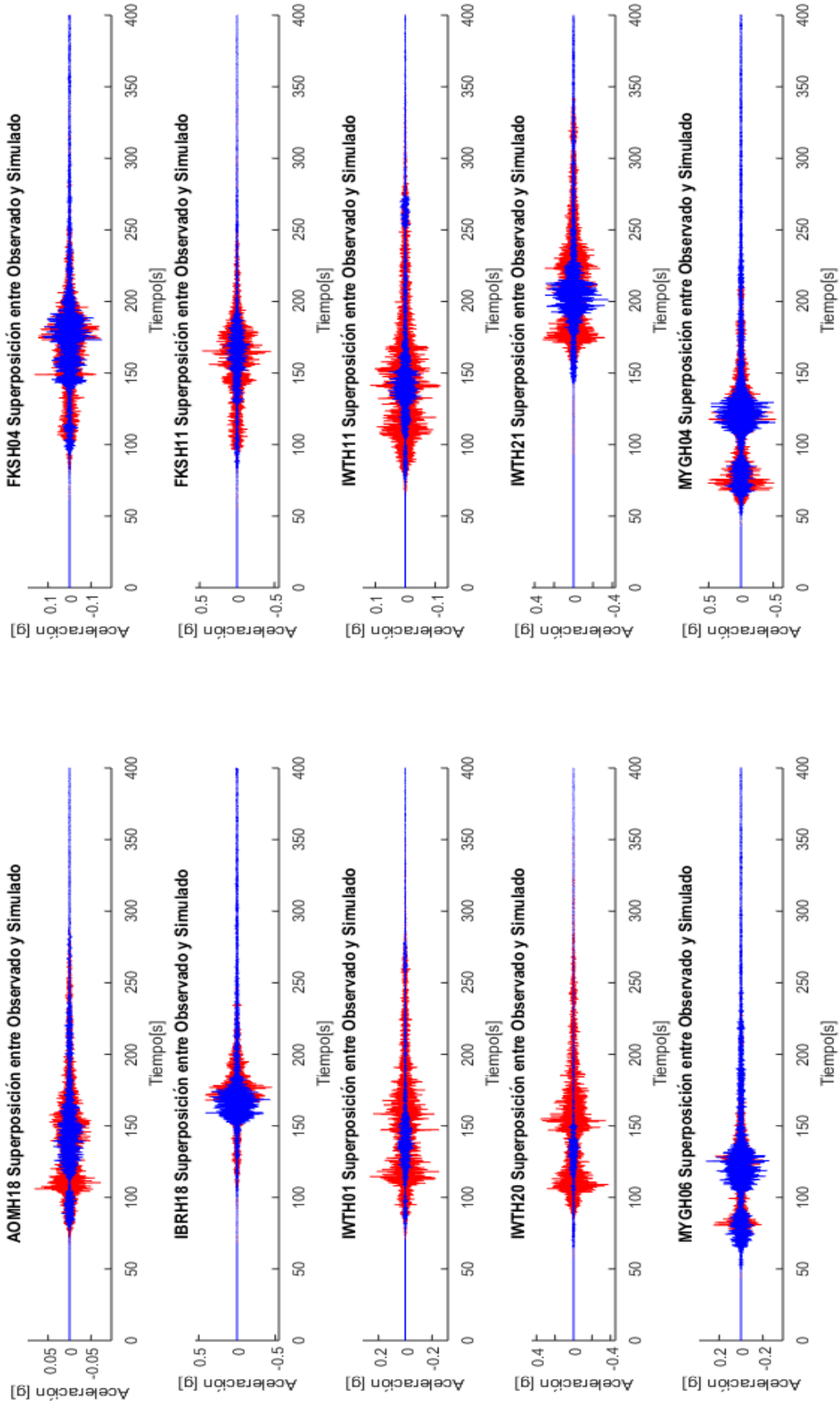


Figura 6-8:: Superposición Temporal de los Registros Simulados (En Azul) y los Registros Reales (Rojo) para la componente Norte-Sur



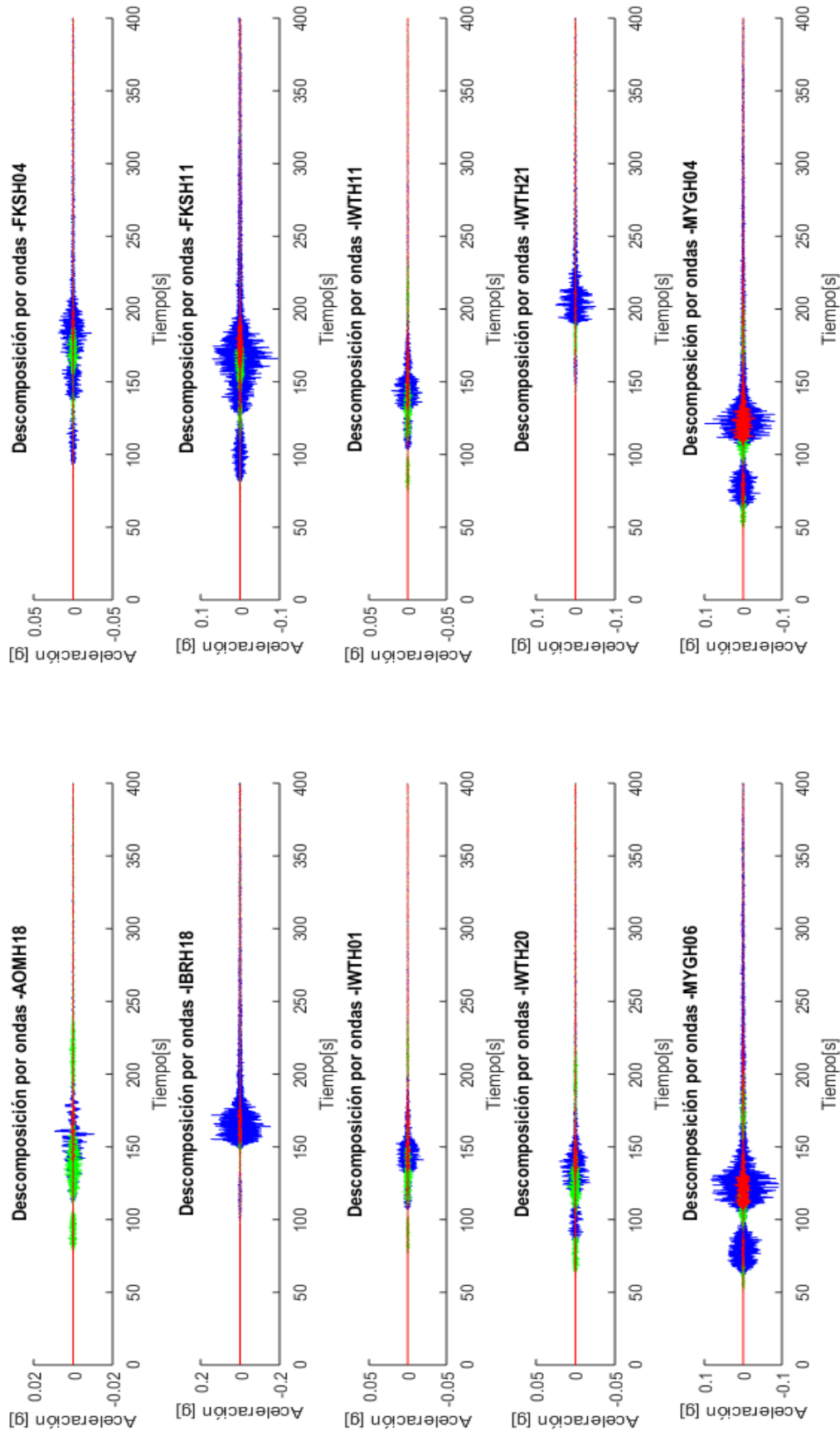


Figura 6-11.: Descomposición según tipo de onda para registros simulados en superficie en la componente Norte Sur: En rojo la onda SV, en azul la onda SH y en verde la onda P.

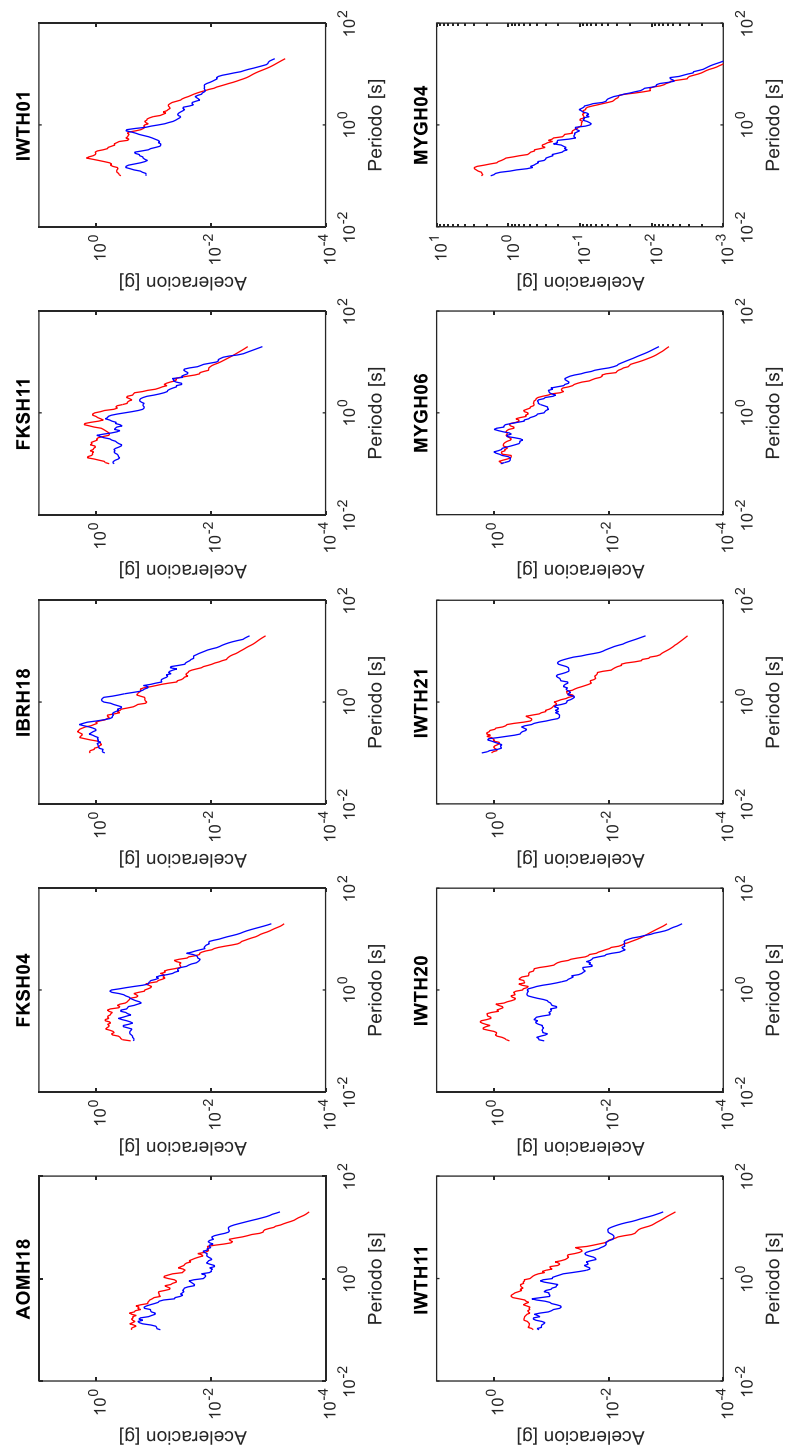


Figura 6-14: Espectros de Respuesta para la componente Norte - Sur de los Registros en Superficie, en Rojo el registro Observado y en Azul, el Registro simulado

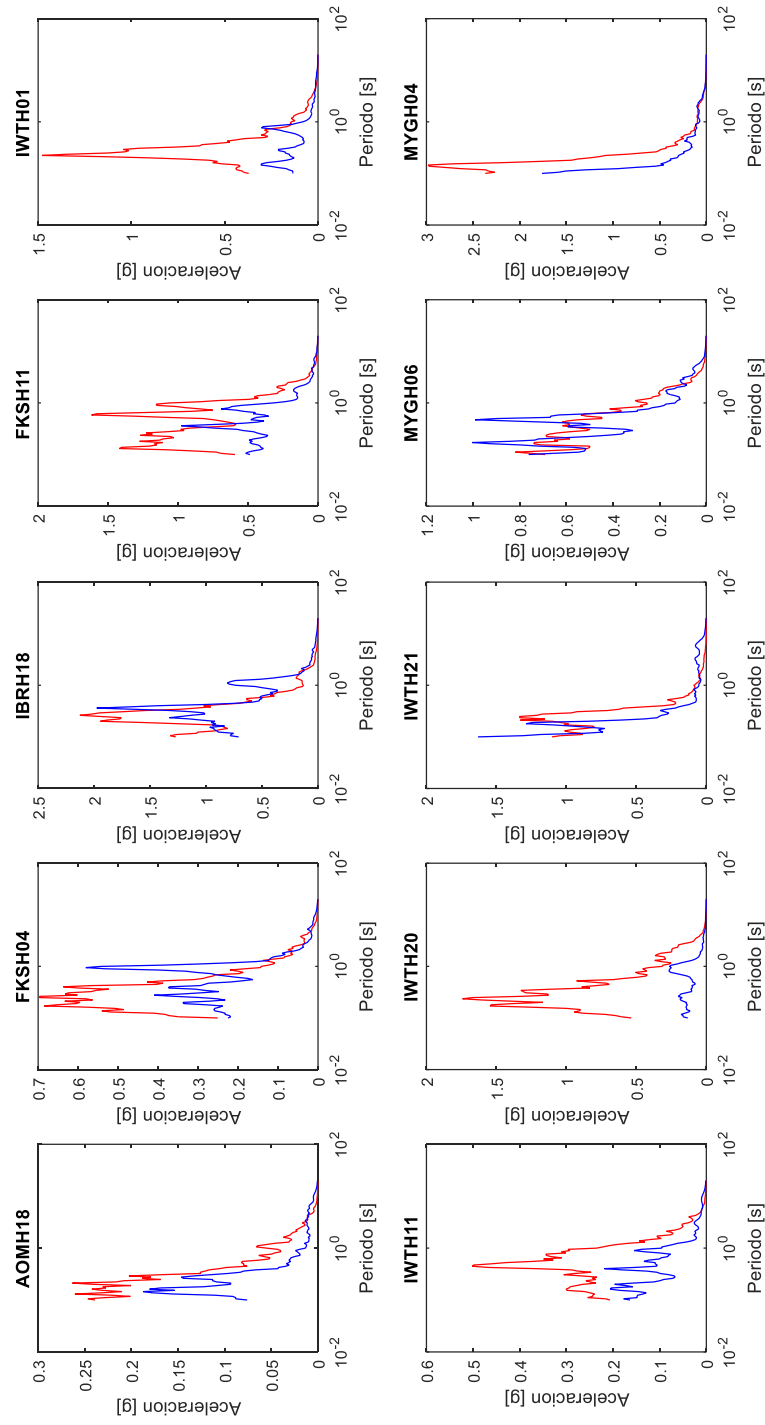


Figura 6-16: Espectros de Respuesta para la componente Norte - Sur de los Registros en Superficie, en Rojo el registro Observado y en Azul, el Registro simulado en Suelo

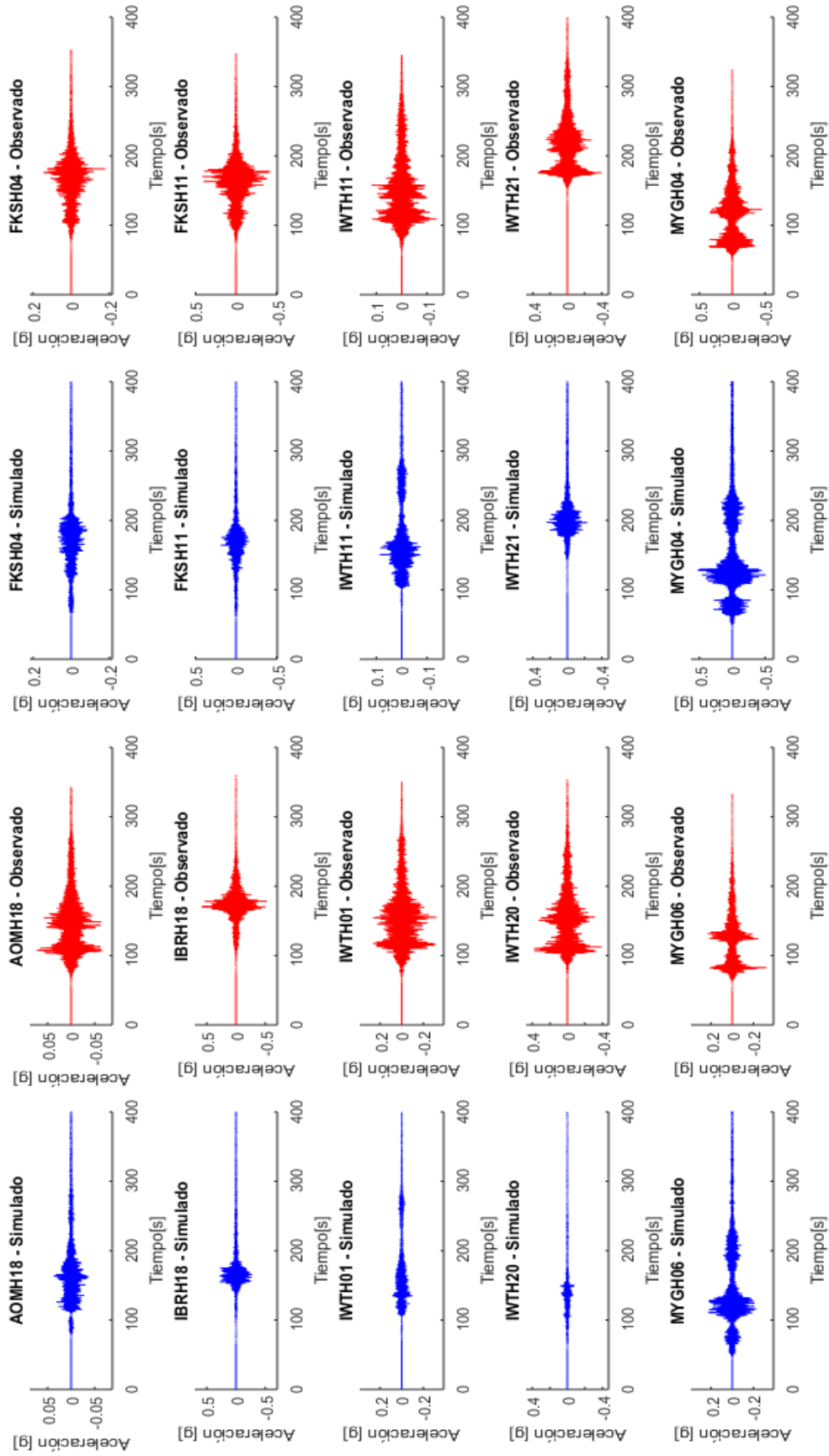


Figura 6-7: Simulación Temporal de Registros en Superficie para la Componente Este-Oeste

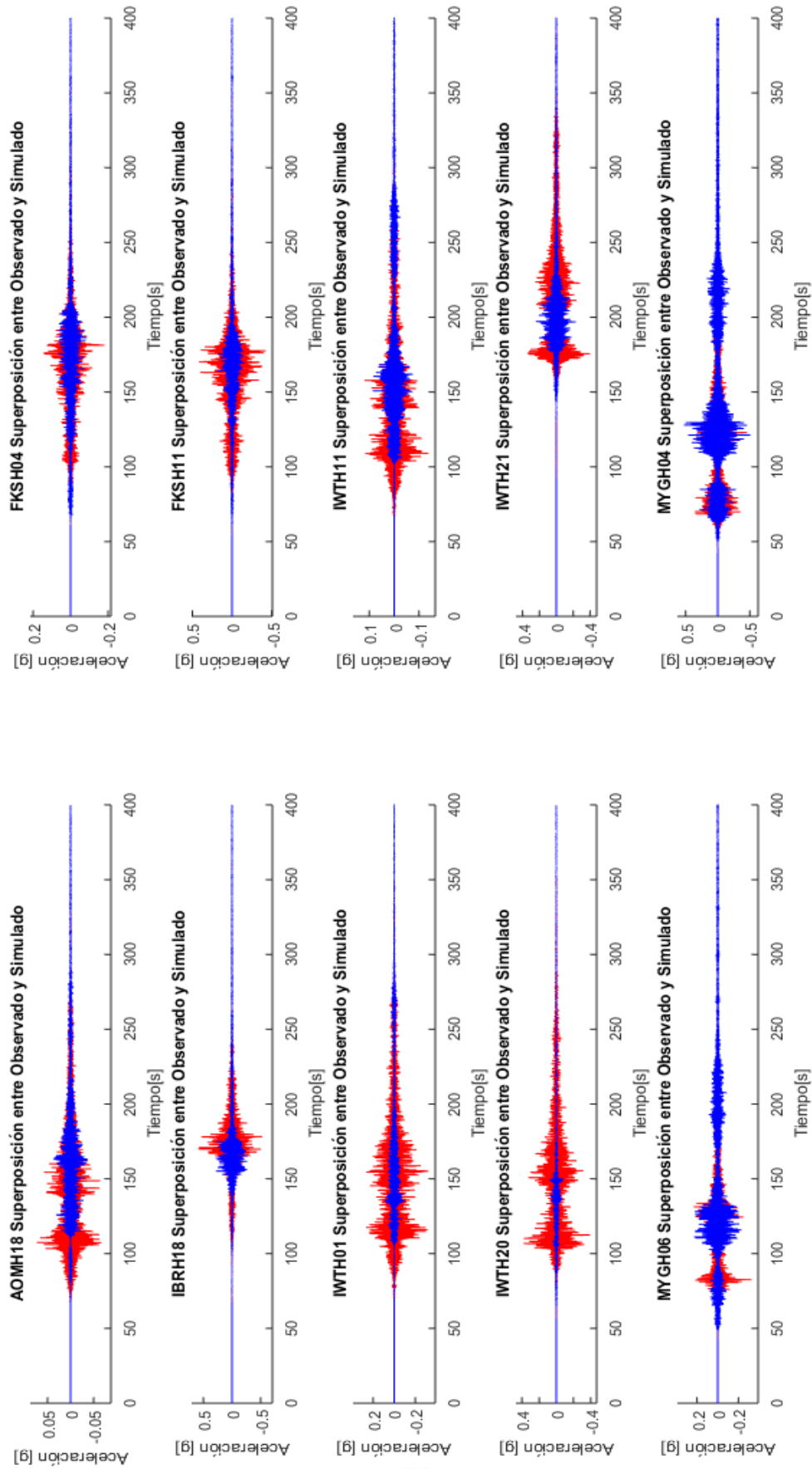


Figura 6-9: Componente Este – Oeste: Registro Simulado (Azul) Superpuesto al Registro Observado (Rojo)

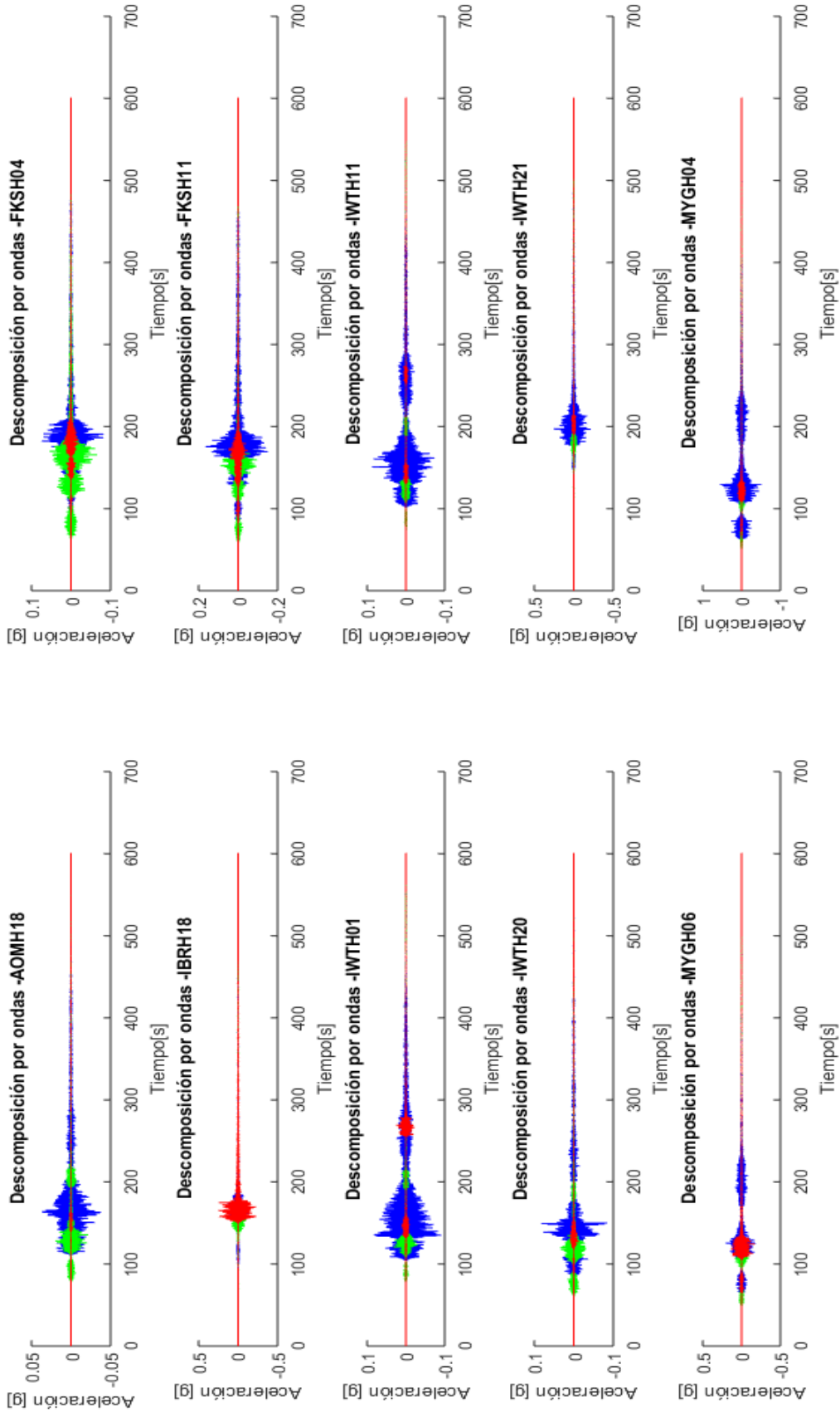


Figura 6-12:: Simulación temporal desacoplada según tipo de onda, en Rojo la onda SV y en Verde, la onda P. Componente Este-Oeste

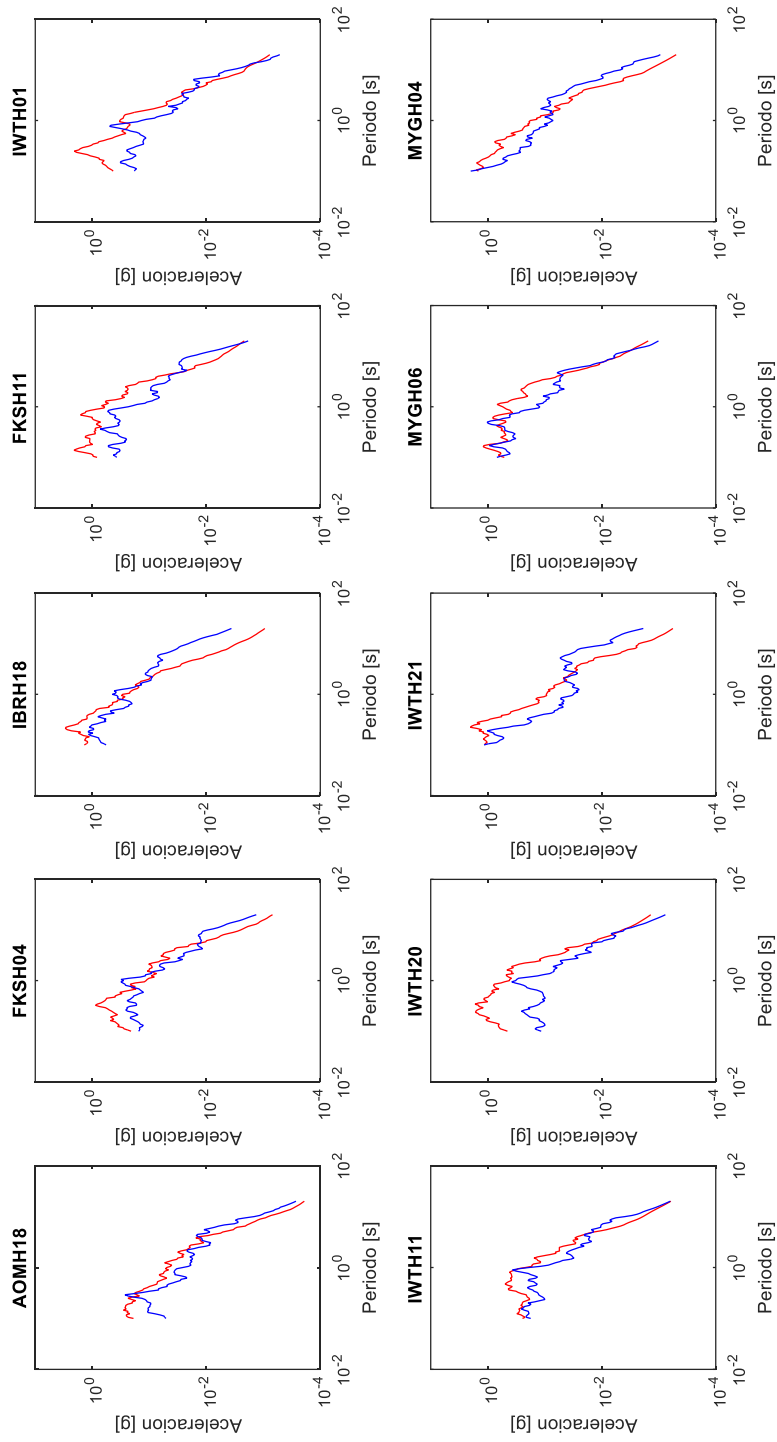


Figura 6-16: Espectros de Respuesta en Superficie para los Registros Simulados en la Componente Este - Oeste (Graficados en Azul) y los Registros Observados (Graficados en Rojo)

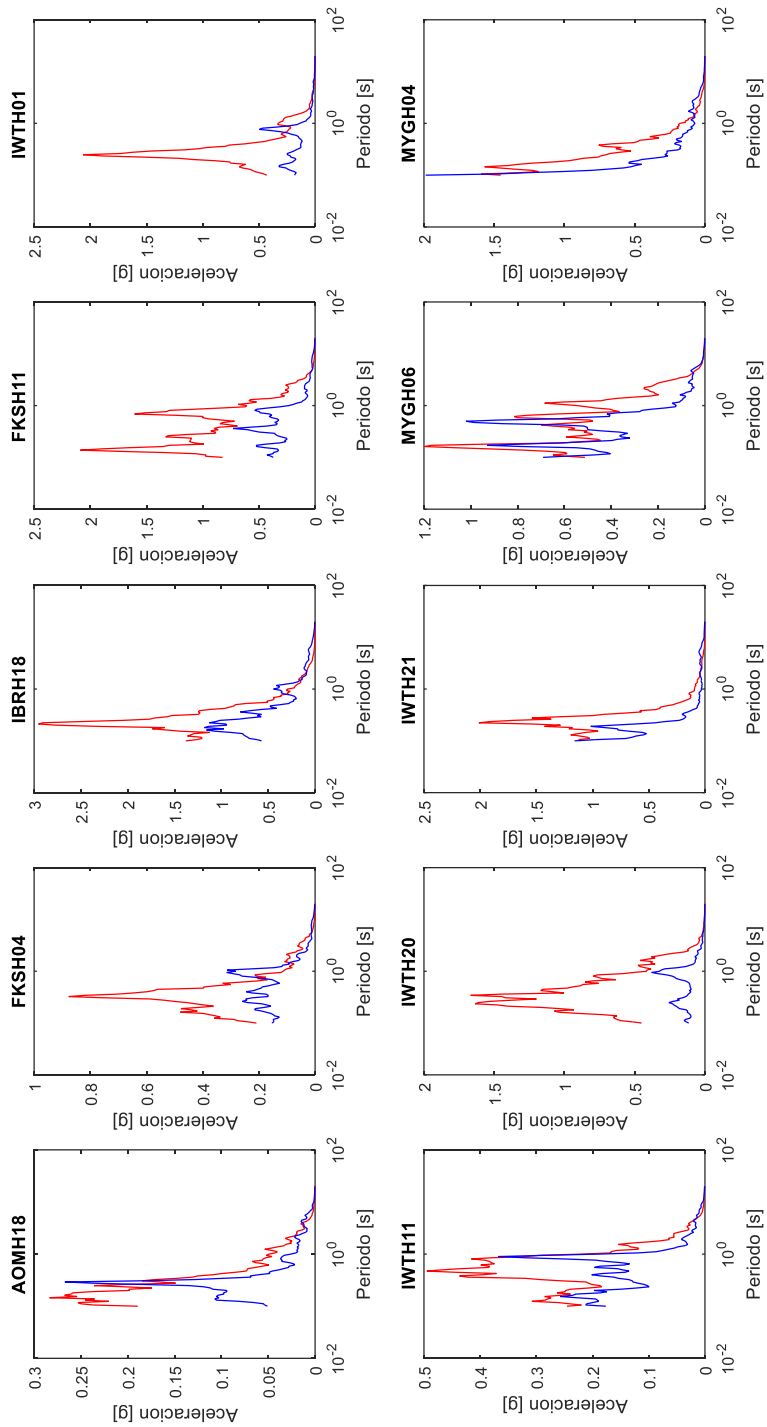


Figura 6-17: Espectros de Respuesta en Superficie para los Registros Simulados (Graficados en Azul) en la Componente Este-Oeste y los Registros Reales (Rojo)



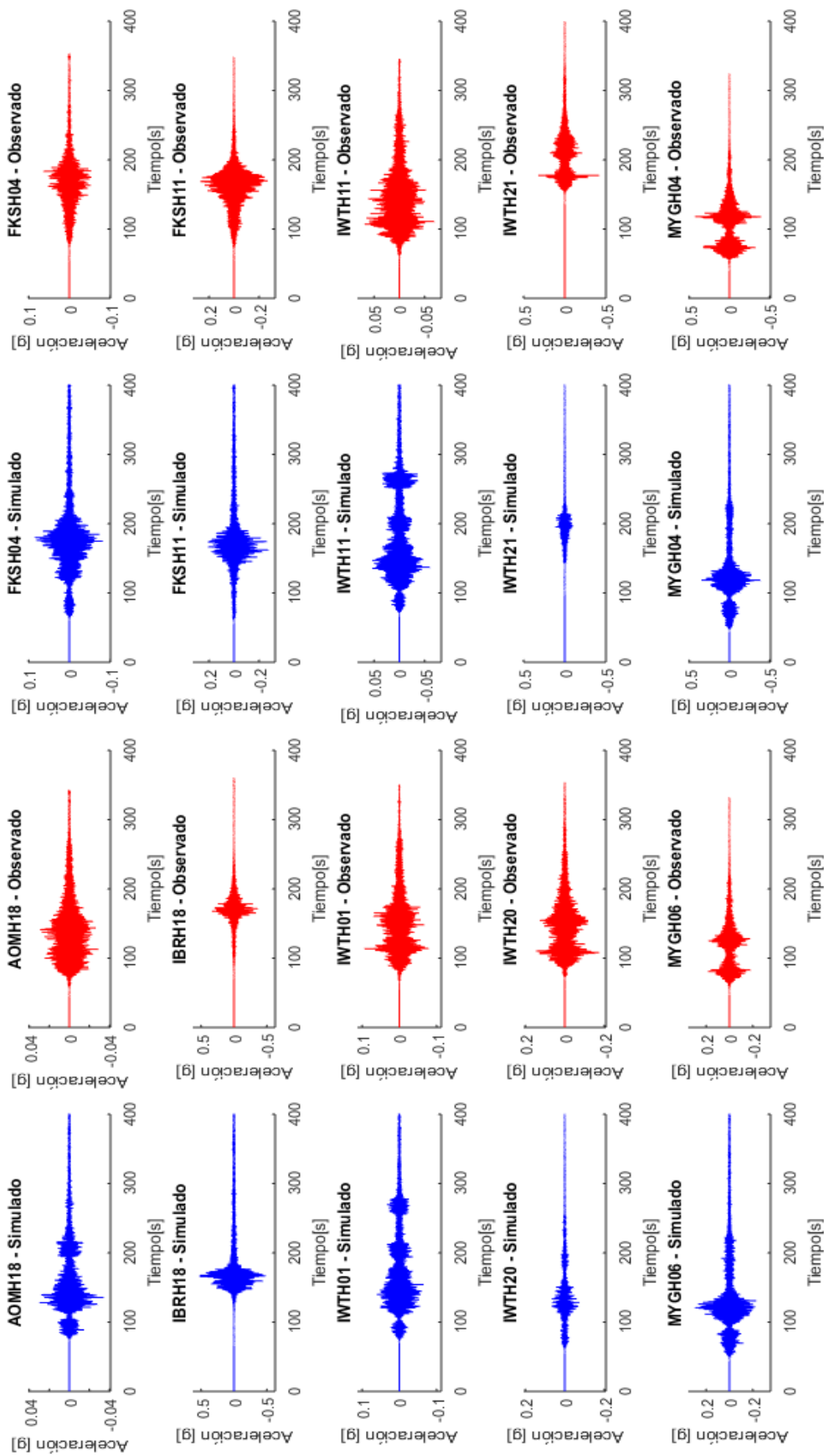


Figura 6-7: Simulación Temporal de Registros en Superficie para la Componente Vertical

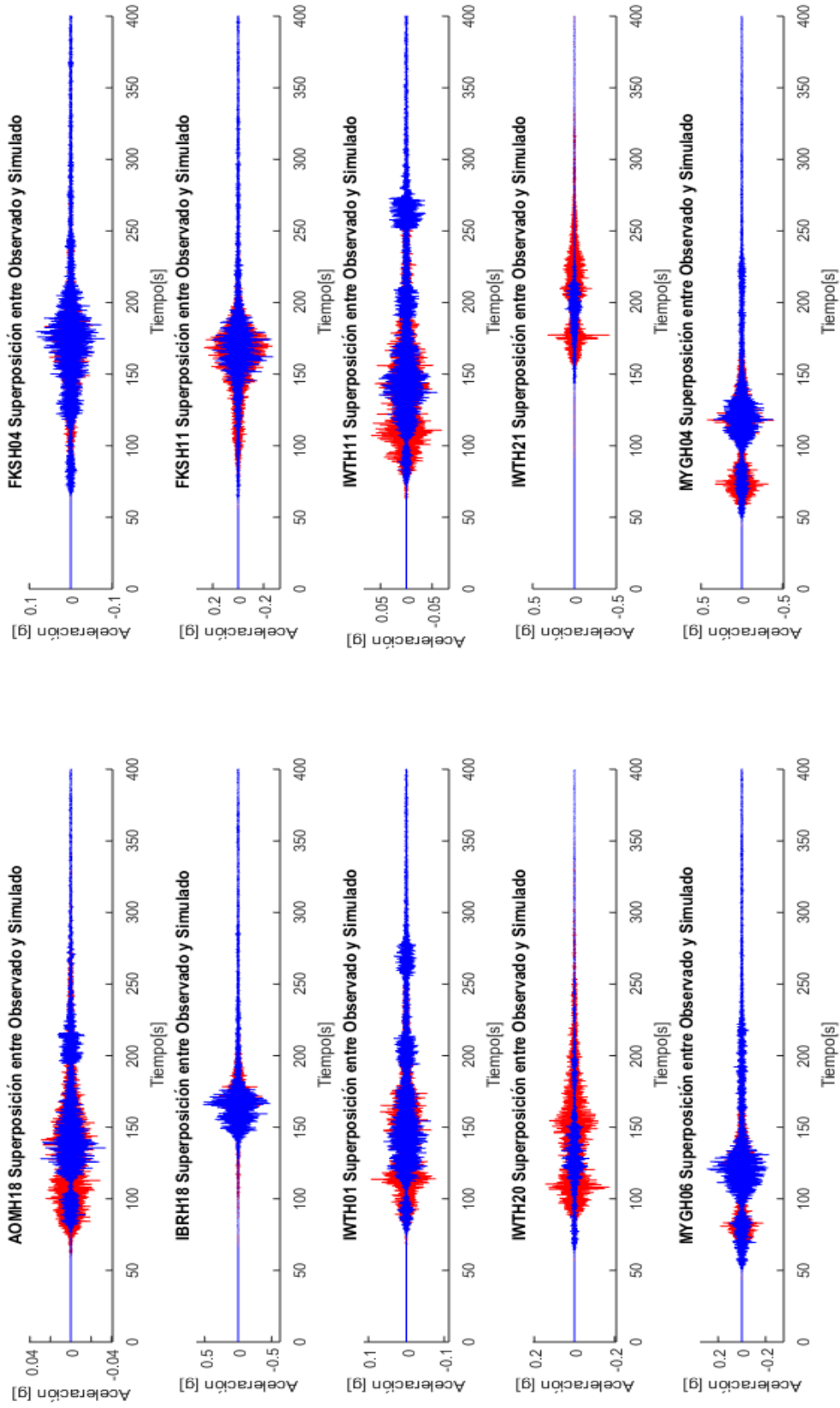


Figura 6-11: Registro Simulado (Azul) Superpuesto al Registro Observado (Rojo) I

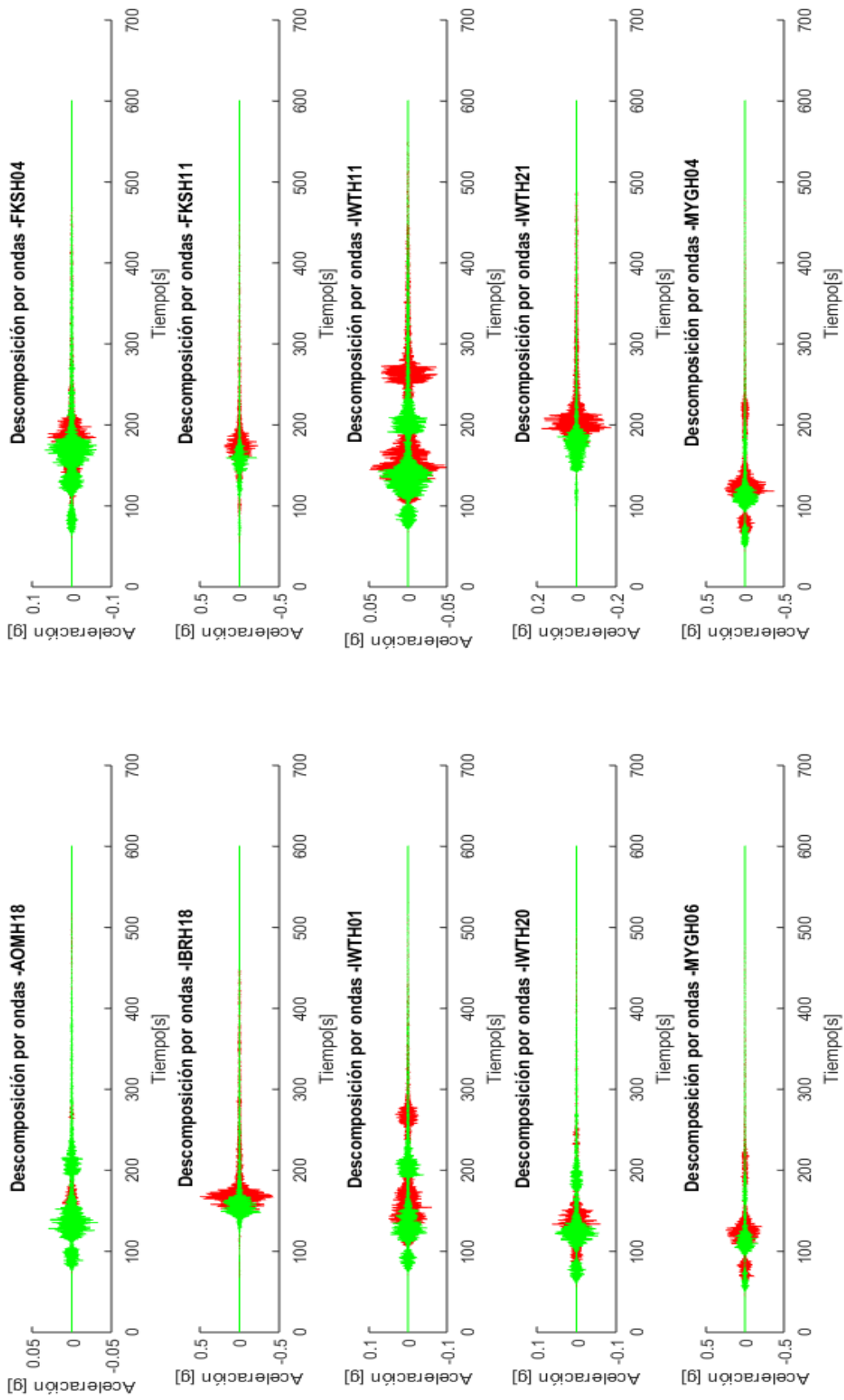


Figura 6-14: Simulación temporal desacoplada según tipo de onda, en Rojo la onda SV y en Verde, la onda P

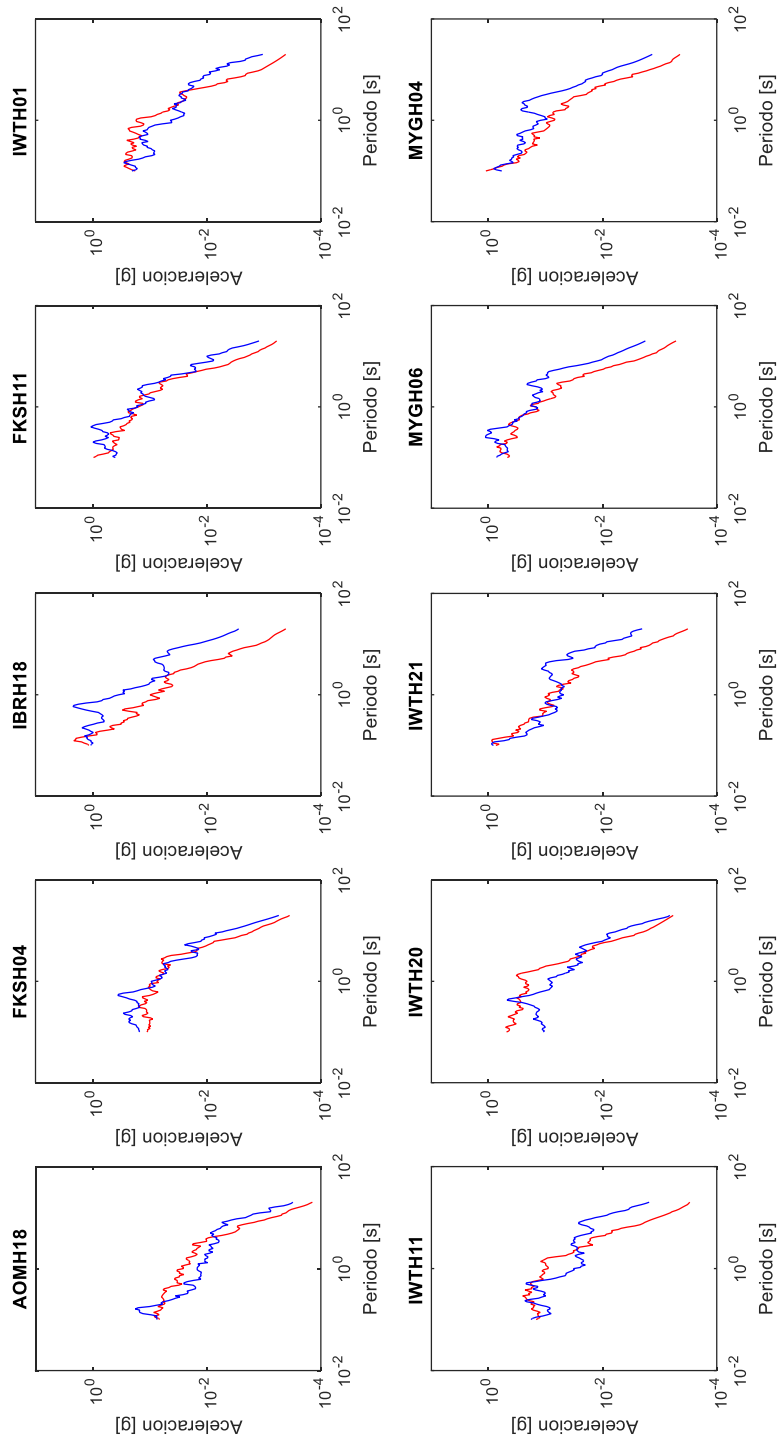


Figura 6-18: Espectros de Respuesta en Superficie para los Registros Simulados en la Vertical (Graficados en Azul) y los Registros Reales (Rojo)

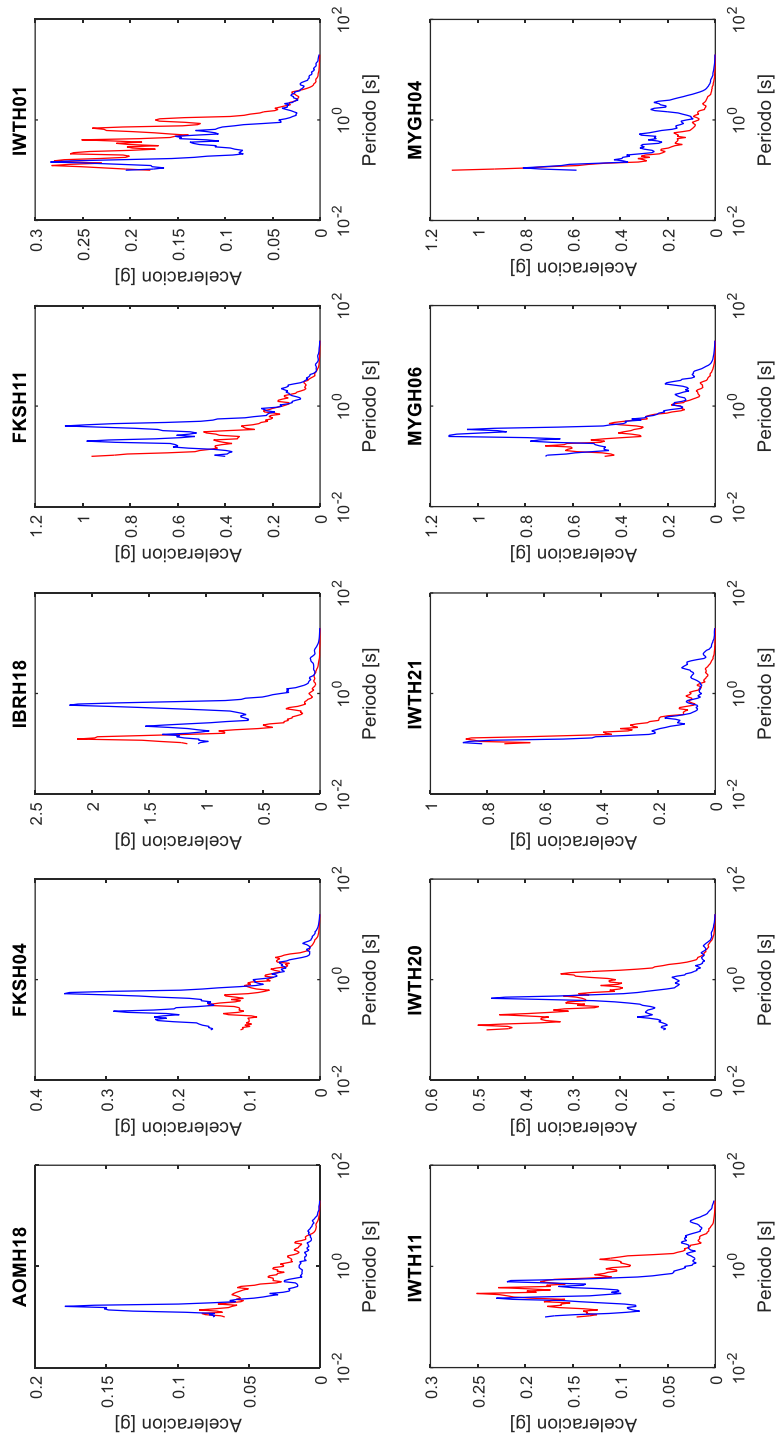


Figura 6-19: Espectros de Respuesta en Superficie para los Registros Simulados en la Vertical (Gráficos en Azul) y los Registros Reales (Rojo)

Además, utilizando un modelo  $\chi^2$  se verificó la bondad de ajuste de la simulación espectral. Para ello, se normalizaron los espectros, obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 4 para el registro en la horizontal y en la vertical, respectivamente.

Tabla 4: Bondad de Ajuste para Simulación Espectral

| Estación | P-Value NS | P-Value EW | P-Value Vertical |
|----------|------------|------------|------------------|
| AOMH18   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| FKSH04   | 0,0011     | 0,0121     | 0,0001           |
| IBRH18   | 0,0001     | 0,0002     | 0,0001           |
| FKSH11   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH01   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH11   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH20   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| IWTH21   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |
| MYGH06   | 0,0001     | 0,0491     | 0,0001           |
| MYGH04   | 0,0001     | 0,0001     | 0,0001           |

Cabe señalar que un valor de p menor a 0.05 indica un buen ajuste.

Además, se presenta el análisis de GOF, realizado por Graves y Pitarka (2010), según lo indicado en la Sección 5.

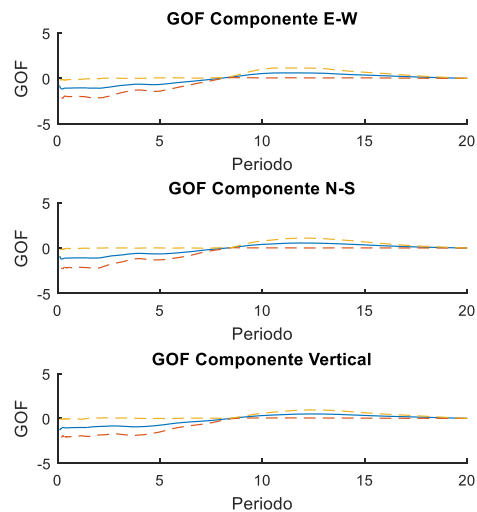


Figura 6-20: GOF para Registros en Suelo.

## 7 Discusión

### 7.1 Discusión de Resultados

La metodología desarrollada es capaz de representar la forma espectral y temporal de los registros simulados en roca, tanto en su componente vertical como horizontal, lo cual se satisface en las estaciones AOMH18, FKSH04, IBRH18, FSH11, MYGH06 y MYGH04 y se verifica según el análisis de p-value.

Si bien la magnitud de los registros artificiales en la roca basal es similar al medido, se observan estaciones que difieren significativamente en las magnitudes de los registros observados. Al realizar un análisis de los perfiles de velocidad de onda de corte de dichos sitios, como IWTH20 e IWTH21 en la Figura 6-1; se observa que existe un alto contraste de impedancia entre los últimos estratos del perfil y que la ubicación del sensor en el sondaje no está en una capa de suelo lo suficientemente rígida, por lo que el error observado se puede atribuir al efecto de amplificación de la base y no al método propiamente tal.

Sólo en la estación MYGH04, se observa un ajuste vertical de la misma calidad que se obtuvo en la componente horizontal, lo que se atribuye a que el suelo tiene pocas capas rígidas, según muestra la Figura 6-1. Esto se observa en menor medida en MYGH06, donde el suelo es un poco menos rígido.

El ajuste observado en amplitudes, frecuencias y formas, no se vio influenciado ni por la distancia a la fuente, ni por la amplitud del registro observado. Ello se verifica en que las estaciones MYGH, de campo cercano, presentan ajustes de semejante p-value en el análisis de bondad que AOMH18, de campo lejano y baja amplitud.

Ghofrani et al (2013a) presenta comparaciones espectrales en suelo para las estaciones AOMH18 y FKSH04, según se muestra en la Figura 7-1. La figura destaca en negro el resultado obtenido al utilizar el mismo modelo de ruptura que este estudio. Por otro lado, en la misma figura, se muestran los resultados para las mismas estaciones con la metodología desarrollada en el presente trabajo. A partir de ambas figuras, se verifica que ambos ajustes no difieren significativamente de los espectros medidos. Sin embargo, el ajuste de Ghofrani et al (2013a) se justifica porque los factores de calidad y los factores de amplificación de suelo utilizados están calibrados para las estaciones analizadas, a diferencia del presente estudio, que no calibra dichos valores. Así, se propone utilizar la metodología de Ghofrani et al (2013) en una estación que no haya sido utilizada en la calibración de los factores mencionados, para así comparar con la metodología de este trabajo.

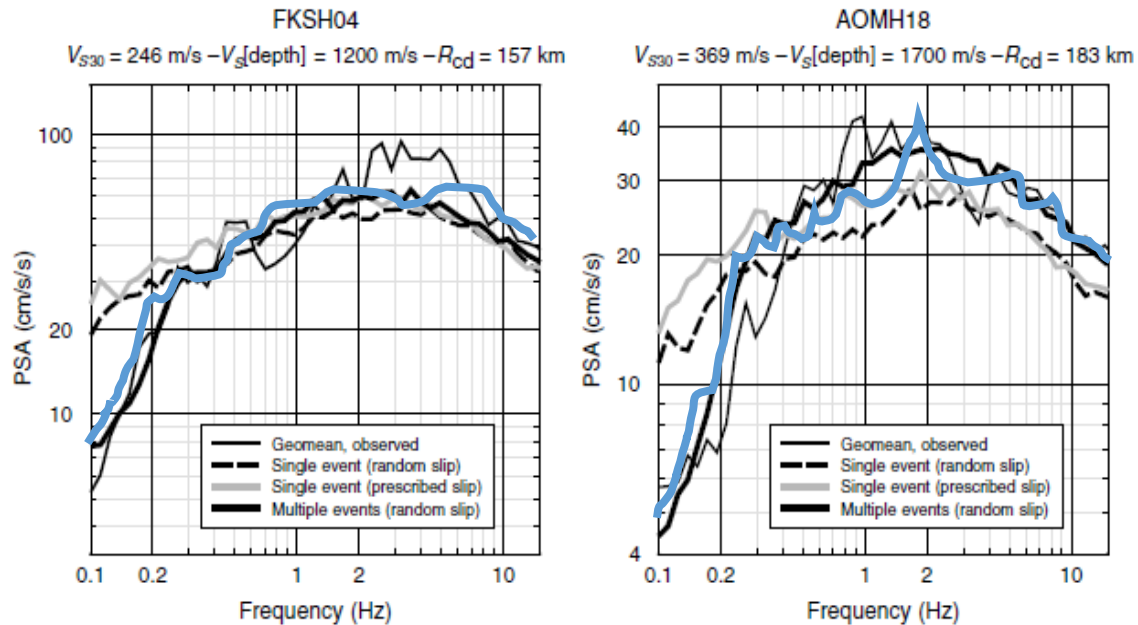


Figura 7-1: Comparación entre Resultados de este modelo y Ghofrani et al (2013a), en azul se muestran los resultados de este estudio.

Otro parámetro que se puede mejorar en la implementación del modelo de Otárola y Ruiz (2016) es el modelo de velocidades, pues se utilizaron rayos directos en un modelo de capas horizontales infinitas. En su lugar, se podrían calcular las trayectorias utilizando modelos tridimensionales de velocidad, los cuales pueden ser obtenidos a través de tomografías sísmicas.

Otra mejora que se puede realizar es la discretización del modelo de ruptura, pues en el presente modelo sólo se utilizaron 250 fuentes puntuales, lo que generó que la forma de los registros se viera altamente influenciada por la forma que se le daba a cada ruido blanco, ya sea la función gamma (Saragoni y Hart 1974) o la función que incluye un Plateau (Housner 1964). Se esperaría que al utilizar un modelo de ruptura más discreta, los registros artificiales sean insensibles a la forma del ruido blanco.

Referente al análisis de bondad de ajuste realizado en base a lo propuesto por Graves y Pitarka (2010), se verifica que tanto en el basamento rocoso como en suelo, se subestima los valores para frecuencias bajas y se sobrestiman los valores para las frecuencias altas. Así, se propone una calibración de los factores de atenuación respecto a las frecuencias a fin de corregir esta tendencia.

Con respecto a los parámetros utilizados para el Terremoto de Tohoku, se emplearon las funciones de amplificación definidas por Ghofrani et al(2013), las cuales están calibradas para registros horizontales en el basamento. Así, el uso de estas funciones es insuficiente para analizar el efecto del basamento rocoso en la amplificación vertical.





## 8 Conclusiones y Recomendaciones

### 8.1 Conclusiones

Este trabajo implementa la metodología estocástica de falla finita desarrollada por Otárola y Ruiz (2016) para simular un registro sísmico artificial en el basamento rocoso. Posteriormente, se incorpora el efecto del suelo en la propagación de las ondas sísmicas a través del uso de funciones de transferencia, deducidas según lo propuesto por Kausel (1981). Así, se propone un método de generación de acelerogramas sintéticos que se encuentra justificado físicamente, que incorpora el efecto del sitio y que es capaz de generar registros sintéticos en tres componentes ortogonales en superficie.

La metodología desarrollada es capaz de representar la forma espectral y temporal de los registros simulados en el basamento rocoso, tanto en su componente vertical como horizontal, lo que valida la utilización del método de Otárola y Ruiz (2016) para el modelamiento de grandes terremotos de subducción.

El ajuste observado en amplitud, frecuencia y forma, no se ve influenciado ni por la distancia a la fuente, ni por la amplitud del registro observado. Así, se concluye que los parámetros escogidos en este estudio son adecuados para el análisis del terremoto de Tohoku.

Los registros horizontales simulados en superficie en las estaciones en las cuales se ha logrado un buen ajuste en roca son adecuados. A partir de estos resultados, se concluye que la propagación de ondas a través de la función de transferencia es una manera conveniente para modelar el efecto de sitio, obteniendo ajustes similares a lo propuesto por Ghofrani et al (2013) en las estaciones FKSH04 y AOMH18.

Al analizar los espectros de los acelerogramas verticales, se aprecia que el ajuste no es de la misma calidad que la observada en las componentes horizontales, pues sólo se observa que las magnitudes de los espectros de respuesta son semejantes a los observados, no logrando capturar adecuadamente los peaks verticales del sitio.

Si bien se han realizado comparaciones absolutas entre los registros observados y los simulados, cabe señalar que el modelamiento realizado es sumamente sencillo, tanto desde el punto de vista sismológico como del punto de vista geotécnico. Respecto al primer punto, se considera un modelo de ruptura discreto, con la energía concentrada en cinco puntos y un ruido blanco que se modula por formas conocidas en el tiempo y en el espacio de las frecuencias. Este análisis se compara con lo complejo de la tectónica de subducción, donde no se cuenta con antecedentes detallados de la naturaleza de la corteza o de los

mecanismos físicos involucrados. Por otro lado, con respecto a la propagación de ondas, se supone un modelo de suelos donde no afecta la topografía del lugar, en el cual las capas son homogéneas e infinitamente horizontales. Lo anterior es una simplificación conveniente si se compara con los largos tiempos de simulación que demandan los modelos de elementos finitos.

Por otro lado, el método utilizado permite visualizar el efecto de cada onda en el registro. Normalmente, desde el punto de vista ingenieril, se modelan los terremotos sólo como si fueran ondas del tipo SH. Analizando los resultados de la simulación para la componente horizontal, se comprueba que dicho supuesto no es correcto, y que el aporte de la onda P es significativo. Por otro lado, la componente vertical, que está compuesta por ondas P y SV, no se puede simular utilizando la onda SH.

Finalmente, una dificultad que presenta el modelo es que su validez depende de la calidad de los datos de los perfiles de suelo. Producto de esto, la metodología empleada en este estudio no se puede aplicar de manera determinista en Chile, pues no existe una caracterización geotécnica adecuada de las estaciones sísmicas y no se cuenta con instrumentos instalados en profundidad.

## 8.2 Recomendaciones

Este procedimiento considera como dato un modelo de ruptura y lo compara con registros ya existentes. Una futura línea de investigación que se puede desarrollar es la generación de escenarios de ruptura y la posterior estimación de registros sísmicos artificiales en superficie.

Dado que la aplicabilidad de esta metodología en Chile es limitada por la escasa información existente de las estaciones, se pueden realizar modelaciones probabilísticas de la generación de registros, suponiendo que las propiedades de los sitios tienen un valor promedio y un rango de incertidumbre. Luego, al realizar múltiples simulaciones, se puede escoger aquel que genera la respuesta estructural más desfavorable.

En cuanto al modelo del suelo, las herramientas desarrolladas por el profesor Kausel (2006) permiten un cómputo sencillo de las deformaciones intermedias del suelo. Así, se podría desarrollar un software lineal equivalente en MATLAB, que no tenga las limitaciones actuales que tienen los programas EERA y Shake.

También, se pueden desarrollar métodos de identificación de parámetros, tanto de modelos de ruptura como de la caracterización de la trayectoria de los rayos sísmicos. En el primer caso, se puede realizar una inversión de los registros observados para determinar el modelo de ruptura que les dio origen. En el segundo análisis, se escoge un modelo de ruptura calibrado y se determinan los parámetros de la corteza terrestre a través de una inversión de los registros medidos.

## 9 Bibliografia

- [1] Aki, K., & Larner, K. L. (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves. *Journal of geophysical research*, 75(5), 933-954.
- [2] Atkinson, G. M., & Silva, W. (2000). Stochastic modeling of California ground motions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(2), 255-274.
- [3] Atkinson, G. M., & Somerville, P. G. (1994). Calibration of time history simulation methods. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84(2), 400-414.
- [4] Beresnev, I. A., Nightengale, A. M., & Silva, W. J. (2002). Properties of vertical ground motions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 92(8), 3152-3164.
- [5] Boore, D. M. (2003). Simulation of ground motion using the stochastic method. *Pure and applied geophysics*, 160(3-4), 635-676.
- [6] Brune, J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes. *Journal of geophysical research*, 75(26), 4997-5009.
- [7] Brune, J.N. (1971). Correction. *Journal of Geophysical Research*.
- [8] Douglas, J., & Aochi, H. (2008). A survey of techniques for predicting earthquake ground motions for engineering purposes. *Surveys in geophysics*, 29(3), 187-220.
- [9] Ghofrani, H., Atkinson, G. M., & Goda, K. (2013b). Implications of the 2011 M9.0 Tohoku Japan earthquake for the treatment of site effects in large earthquakes. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 11(1), 171-203.
- [10] Ghofrani, H., Atkinson, G. M., Goda, K., & Assatourians, K. (2013a). Stochastic finite-fault simulations of the 2011 Tohoku, Japan, earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 103(2B), 1307-1320.
- [11] Guzman, R. A., & Jennings, P. C. (1976). Design spectra for nuclear power plants. *Journal of Energy Engineering*, 102(2), 165-178.
- [12] Hartzell, S. H. (1978). Earthquake aftershocks as Green's functions. *Geophysical Research Letters*, 5(1), 1-4.
- [13] Hashimoto, M., & Jackson, D. D. (1993). Plate tectonics and crustal deformation around the Japanese Islands. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 98(B9), 16149-16166.
- [14] Haskell, N. A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the seismological Society of America*, 43(1), 17-34.
- [15] Haskell, N. A. (1969). Elastic displacements in the near-field of a propagating fault. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 59(2), 865-908.
- [16] Housner, G. W. (1947). Characteristics of strong-motion earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 37(1), 19-31.

- [17] Housner, G. W. (1955). Properties of strong ground motion earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 45(3), 197-218.
- [18] Housner, G. W., & Jennings, P. (1964). Generation of artificial earthquakes. In *Selected Earthquake Engineering Papers of George W. Housner* (pp. 438-475). ASCE.
- [19] Joyner, W. B. (1984). A scaling law for the spectra of large earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 74(4), 1167-1188.
- [20] Joyner WB, Boore DM (1988) Measurement, characterization, and prediction of strong ground motion. *Proceedings of Earthquake Engineering & Soil Dynamics II, Geotechnical Division, ASCE*, 43-102.
- [21] Idriss, I. M., & Seed, H. B. (1970). Seismic response of soil deposits. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*
- [22] Kanamori, H. (1979). A semi-empirical approach to prediction of long-period ground motions from great earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 69(6), 1645-1670.
- [23] Kausel, E., & Roësset, J. M. (1981). Stiffness matrices for layered soils. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 71(6), 1743-1761.
- [24] Kausel, E. (1994). Thin-layer method: Formulation in the time domain. *International journal for numerical methods in engineering*, 37(6), 927-941.
- [25] Kausel, E. (2006). *Fundamental solutions in elastodynamics: a compendium*. Cambridge University Press.
- [26] Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical earthquake engineering*. Pearson Education
- [27] Koketsu, K., Yokota, Y., Nishimura, N., Yagi, Y., Miyazaki, S. I., Satake, K., ... & Okada, T. (2011). A unified source model for the 2011 Tohoku earthquake. *Earth and Planetary Science Letters*, 310(3), 480-487.
- [28] Kurahashi, S., & Irikura, K. (2011). Source model for generating strong ground motions during the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake. *Earth, planets and space*, 63(7), 571-576.
- [29] Macias, M., G. M. Atkinson, and D. Motazedian (2008). Ground-motion attenuation, source, and site effects for the 26 September 2003 M 8.1 Tokachi-Oki earthquake sequence, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 98,1947–1963.
- [30] Moczo, P., Kristek, J., Galis, M., Pazak, P., & Balazovjech, M. (2007). The finite-difference and finite-element modeling of seismic wave propagation and earthquake motion. *Acta physica slovacica*, 57(2).
- [31] Moczo, P., Robertsson, J. O., & Eisner, L. (2007). The finite-difference time-domain method for modeling of seismic wave propagation. *Advances in Geophysics*, 48, 421-516.
- [32] Motazedian, D., & Atkinson, G. M. (2005). Stochastic finite-fault modeling based on a dynamic corner frequency. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(3), 995-1010.

- [33] Okada, Y., Kasahara, K., Hori, S., Obara, K., Sekiguchi, S., Fujiwara, H., & Yamamoto, A. (2004). Recent progress of seismic observation networks in Japan—Hi-net, F-net, K-NET and KiK-net—. *Earth, Planets and Space*, 56(8), xv-xxviii.
- [34] Otarola Bravo, C. L. (2015). Generación de acelerogramas artificiales usando un método estocástico de falla finita, aplicado a terremotos de subducción.
- [35] Otarola, C., & Ruiz, S. (2016). Stochastic generation of accelerograms for subduction earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 106(6), 2511-2520.
- [36] Papageorgiou, A. S., & Aki, K. (1983). A specific barrier model for the quantitative description of inhomogeneous faulting and the prediction of strong ground motion. I. Description of the model. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 73(3), 693-722.
- [37] Pulido, N., Aguilar, Z., Tavera, H., Chlieh, M., Calderón, D., Sekiguchi, T., ... & Yamazaki, F. (2015). Scenario source models and strong ground motion for future mega-earthquakes: Application to Lima, central Peru. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(1), 368-386.
- [38] Rezaeian, S., & Der Kiureghian, A. (2008). A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral nonstationarities. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 37(13), 1565-1584.
- [39] Sato, H., Fehler, M. C., & Maeda, T. (2012). *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth* (Vol. 496). Berlin: Springer.
- [40] Satoh, T., Kawase, H., & Sato, T. (1995). Evaluation of local site effects and their removal from borehole records observed in the Sendai region, Japan. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 85(6), 1770-1789.
- [41] Seed, H. B., & Idriss, I. M. (1970). Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses.
- [42] Udias, A. (1997). *Fundamentos de geofísica*.
- [43] Uyeda, S., & Miyashiro, A. (1974). Plate tectonics and the Japanese Islands: a synthesis. *Geological Society of America Bulletin*, 85(7), 1159-1170.
- [44] USGS Poster of the Great Tohoku Earthquake (northeast Honshu, Japan) of March 11, 2011 - Magnitude 9.0
- [45] Vucetic, M., & Dobry, R. (1991). Effect of soil plasticity on cyclic response. *Journal of geotechnical engineering*, 117(1), 89-107.
- [46] Yagi, Y., & Fukahata, Y. (2011). Rupture process of the 2011 Tohoku-Oki earthquake and absolute elastic strain release. *Geophysical Research Letters*, 38(19).

## 10 Anexos

### 10.1 Deducción de Función de Transferencia para onda SH

Consideremos el esquema de capas de suelo perfectamente horizontales según lo detallado en la Figura 10-10.

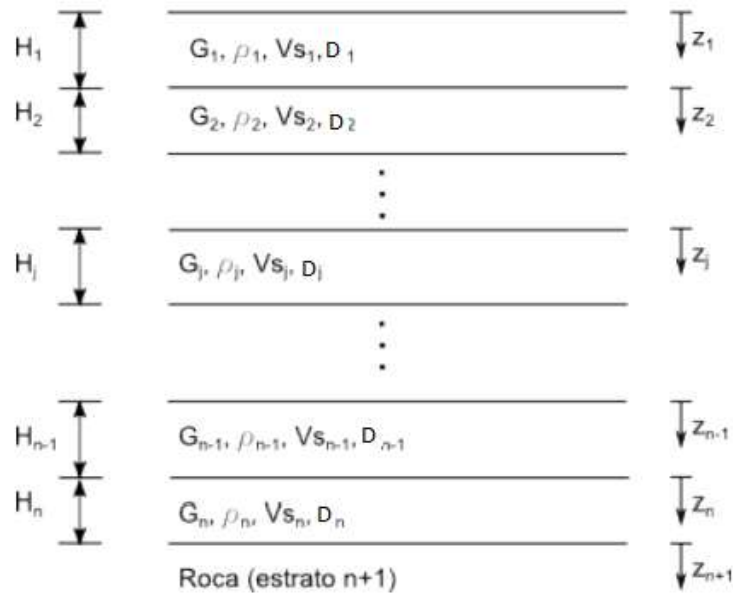


Figura 10-1: Esquema multicapas de suelo

En general, en equilibrio dinámico:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

Considerando el modelo:

$$\tau = G\gamma + c\dot{\gamma}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial z} &= G \frac{\partial \gamma}{\partial z} + c \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t \partial z} \\ &= G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2} \end{aligned}$$

Se concluye:

$$\rightarrow \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + c \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}$$



Suponiendo una solución del tipo:  $u(z,t) = U(z)e^{i\Omega t}$

Reemplazando:

$$\begin{aligned} \Rightarrow -\rho \cdot U(z) \cdot \Omega^2 \cdot e^{i\Omega t} &= G \cdot U''(z) \cdot e^{i\Omega t} + i \cdot \Omega \cdot c \cdot U''(z) \cdot e^{i\Omega t} \\ -\rho \cdot U(z) \cdot \Omega^2 &= (G + i \cdot \Omega \cdot c) \cdot U''(z) \end{aligned}$$

Definiendo:

$$G^* = (G + i \cdot \Omega \cdot c) \quad \text{Como el Módulo de Corte Complejo}$$

Luego:

$$G^* U''(z) = -\rho \cdot \Omega^2 U(z)$$

Escogiendo  $c = \frac{2GD}{\Omega}$  (Revisar deducción del amortiguamiento para el modelo Kevin-Voigt)

$$\Rightarrow G^* = G + i \cdot \Omega \cdot \frac{2GD}{\Omega}$$

$$G^* = G \cdot (1 + 2 \cdot i \cdot D)$$

Una solución de la ecuación de movimiento es:

$$u(z,t) = E \cdot e^{i(k^* z + \Omega t)} + F \cdot e^{-i(k^* z - \Omega t)}$$

Donde  $k^* = \Omega \sqrt{\frac{\rho}{G^*}}$  Número de onda complejo.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{V_s}{f} \quad \Rightarrow k = \frac{2\pi f}{V_s} = \frac{\Omega}{V_s} = \Omega \sqrt{\frac{\rho}{G}}$$

La ecuación en cada estrato es:

$$u_j(z,t) = E_j \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + F_j \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)}$$

En el contacto entre el estrato j y j+1 se debe satisfacer:

$$\mathbf{1-} \quad u_j(z_j = h_j) = u_{j+1}(z_{j+1} = 0)$$

$$2- \tau_j(z_j = h_j) = \tau_{j+1}(z_{j+1} = 0)$$

Lo que se traduce en:

$$1- \rightarrow E_j \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + F_j \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)} = E_{j+1} \cdot e^{i(\Omega t)} + F_{j+1} \cdot e^{-i(-\Omega t)}$$

$$E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} + F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j} = E_{j+1} + F_{j+1}$$

Por otro lado:

$$\tau_j = G_j \left( \frac{\partial u_j}{\partial z_j} \right) + c_j \left( \frac{\partial^2 u_j}{\partial t \partial z} \right)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial z_j} = E_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} - F_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_j}{\partial z_j} \right) = -E_j \cdot k_j^* \cdot \Omega \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + F_j \cdot k_j^* \cdot \Omega \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)}$$

Así:

$$\Rightarrow \tau_j = G \cdot \left( E_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} - F_j \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)} \right) + c_j \cdot \left( -E_j \cdot k_j^* \cdot \Omega \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + F_j \cdot k_j^* \cdot \Omega \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)} \right)$$

Finalmente:

$$\tau_j = (G_j + i \cdot c_j \cdot \Omega) \cdot (E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot i \cdot k_j^* \cdot e^{i\Omega t}$$

Reemplazando en 2-

$$(G_j + i \cdot c_j \cdot \Omega) \cdot (E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot k_j^* = (G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \Omega) \cdot (E_{j+1} - F_{j+1}) \cdot k_{j+1}^*$$

$$\Rightarrow E_{j+1} - F_{j+1} = \frac{(E_j \cdot e^{ik_j^* z_j} - F_j \cdot e^{-ik_j^* z_j}) \cdot (G_j + i \cdot c_j \cdot \Omega) \cdot k_j^*}{(G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \Omega) \cdot k_{j+1}^*}$$

Se define:

$$\Delta_j = \frac{(G_j + i \cdot c_j \cdot \Omega) k_j^*}{(G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \Omega) k_{j+1}^*} = \frac{(G_j + i \cdot c_j \cdot \Omega)}{(G_{j+1} + i \cdot c_{j+1} \cdot \Omega)} \cdot \Omega \sqrt{\frac{\rho_j}{G_j^*}} \dots \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{G_{j+1}^*}{\rho_{j+1}}} = \frac{G_j^*}{G_{j+1}^*} \sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_{j+1}}} \cdot \sqrt{\frac{G_{j+1}^*}{G_j^*}}$$

Es decir:

$$\Delta_j = \sqrt{\frac{G_j^* \rho_j}{G_{j+1}^* \rho_{j+1}}} \quad \text{Es la expresión que define a la Impedancia Compleja.}$$

Luego:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{1-} \rightarrow E_{j+1} + F_{j+1} \\ \mathbf{2-} \rightarrow E_{j+1} - F_{j+1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} E_{j+1} \frac{1}{2} \left[ E_j (1 + \Delta_j) e^{ik_j^* H_j} + F_j (1 - \Delta_j) e^{-ik_j^* H_j} \right] \\ F_{j+1} \frac{1}{2} \left[ E_j (1 - \Delta_j) e^{ik_j^* H_j} + F_j (1 + \Delta_j) e^{-ik_j^* H_j} \right] \end{array}$$

Condiciones de Borde:

En la superficie libre:

$$z_1=0 \rightarrow \tau = 0$$

$$\Rightarrow \tau(z_1 = 0) = 0$$

$$\Rightarrow \gamma(z_1 = 0) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial z_1}(z_1 = 0) = 0$$

Entonces:

$$u_1(z, t) = E_1 \cdot e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + F_1 \cdot e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial z_1} = E_1 \cdot i \cdot k_1^* \cdot e^{i(k_1^* z_1 + \Omega t)} - F_1 \cdot i \cdot k_1^* \cdot e^{-i(k_1^* z_1 - \Omega t)}$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial z_1}(z_1 = 0) = (E_1 \cdot i \cdot k_1^* - F_1 \cdot i \cdot k_1^*) \cdot e^{-i(k_1^* z_1 - \Omega t)} = 0$$

$$\Rightarrow E_1 = F_1$$

$$\Rightarrow u_1(z, t) = E_1 \cdot \left[ e^{i(k_j^* z_j + \Omega t)} + e^{-i(k_j^* z_j - \Omega t)} \right]$$

$$u_1(z_1 = 0) = 2E_1 e^{i\Omega t} \quad (\text{Desplazamiento en superficie})$$

Además:

$$u_{roca}(z_{roca} = 0) = (E_{roca} + F_{roca}) e^{i\Omega t}$$

Finalmente:

$$A = \frac{u_1(z_1 = 0)}{u_{roca}(z_{roca} = 0)} = \frac{2E_1}{E_{roca} + F_{roca}}$$