



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

UN MODELO BASADO EN AGENTES PARA EXPLICAR TENDENCIAS DE LARGO
PLAZO EN PRECIOS DE *COMMODITIES*

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS

FABIÁN ANDRÉS CÁRDENAS IBÁÑEZ

PROFESOR GUÍA:
JOSÉ SAAVEDRA ROSAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
HANS GÖPFERT HIELBIG
HECTOR ORELLANA PASTOR

SANTIAGO DE CHILE
2017

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL DE MINAS
POR: FABIÁN ANDRÉS CÁRDENAS IBÁÑEZ
FECHA: 2017
PROF. GUÍA: SR. JOSÉ SAAVEDRA ROSAS

UN MODELO BASADO EN AGENTES PARA EXPLICAR TENDENCIAS DE LARGO PLAZO EN PRECIOS DE *COMMODITIES*

Históricamente los precios de los *commodities* han mostrado una tendencia a moverse en forma cíclica. No obstante, estas tendencias solo se han identificado *a posteriori* y no han sido consideradas para intentar obtener tendencias futuras, siendo ampliamente aceptada la hipótesis de que los precios futuros son impredecibles. Durante los primeros años de este siglo, los metales de uso industrial pasaron por una fase de alza sostenida en sus precios, llegando a niveles de precios sin precedentes en la historia reciente. Este *boom* generó cambios significativos tanto en la industria minera mundial como en la economía de los principales países exportadores, entre ellos Chile.

Dada la relevancia que tiene la industria minera en la economía de Chile, es vital contar con metodologías que permitan realizar una estimación del precio futuro. Para estos efectos se han utilizado diversas metodologías; siendo las más relevantes las econométricas, financieras y estructurales. Ninguna de ellas es capaz de generar trayectorias de precios como las que se han observado históricamente en los *commodities*. Por ende resulta necesario buscar nuevas metodologías que den cuenta de estos ciclos.

En esta memoria se propone utilizar un modelo basado en agentes para modelar el mercado del cobre. En esta clase de modelos se construyen agentes económicos individuales, los cuales tienen características propias y autonomía para tomar decisiones a medida que el sistema avanza. Además se caracterizan por ser capaces de capturar propiedades que emergen de la interacción de todos los elementos del sistema. El modelo propuesto considera un sistema poblado por yacimientos, minas, demandantes y un mercado coordinador, siendo la variable precio una propiedad emergente que resulta de la interacción de los agentes mencionados. El modelo también considera dos tipos de decisión, la decisión de producción y la decisión de inversión, las cuales tienen consecuencias en el corto y largo plazo respectivamente.

Las trayectorias de precios generadas por el modelo indican que los ciclos de precios emergen como consecuencia de la dinámica de la industria, principalmente el *delay* entre la inversión y el inicio de la producción. Otro aspecto notable es que los ciclos de precios emergen independientemente de las propiedades que tengan las minas y los yacimientos; este hecho es coherente con lo observado en la realidad en donde los precios de diferentes *commodities* tienden a moverse en conjunto siguiendo un comportamiento cíclico a pesar de las diferencias en sus procesos de extracción y concentración. Finalmente, se plantea la necesidad de realizar investigación en esta área, dándole énfasis a aspectos como el mecanismo mediante el cual se forman los precios, desarrollar variables que sean capaces de ajustar el modelo a diferentes *commodities* y mejorar el método mediante el cual los agentes toman decisiones.

ABSTRACT OF THE THESIS PRESENTED
TO THE DEGREE OF MINING CIVIL ENGINEER
AUTHOR: FABIÁN ANDRÉS CÁRDENAS IBÁÑEZ
DATE: APRIL 2017
SUPERVISOR: DR. JOSÉ SAAVEDRA ROSAS

AN AGENT BASED MODEL TO EXPLAIN LONG RUN TENDENCIES IN
COMMODITIES PRICES

Historically commodity prices have shown a tendency to move cyclically. However, these trends have only been identified *a posteriori* and have not been considered to try to obtain future trends, with the hypothesis that future prices are unpredictable. During the first years of this century, metals of industrial use went through a phase of sustained increase in their prices, reaching prices levels unprecedented in recent history. This boom generated significant changes both in the global mining industry and in the economies of the main exporting countries, including Chile.

Given the relevance of the mining industry in the Chilean economy, it is vital to have methodologies that allow an estimation of the future price. Several methodologies have been used for these purposes; Being the most relevant econometric, financial and structural. None of them is capable of generating price trajectories like those historically observed in commodities. It is therefore necessary to look for new methodologies that account for these cycles.

This thesis proposes to use an agent-based model to model the copper market. In this class of models individual economic agents are constructed, which have their own characteristics and autonomy to make decisions as the system advances. They are also characterized by being able to capture properties that emerge from the interaction of all elements of the system. The proposed model considers a system populated by deposits, mines, plaintiffs and a coordinating market, the price variable being an emergent property resulting from the interaction of the mentioned agents. The model also considers two types of decision, the decision of production and the decision of investment, which have consequences in the short and long term respectively.

The price trajectories generated by the model indicate that the price cycles emerge as a consequence of the dynamics of the industry, mainly the delay between investment and the start of production. Another notable aspect is that price cycles emerge independently of the properties of mines and deposits; this fact is consistent with what is observed where the prices of different commodities tend to move together following a cyclical behaviour despite the differences in their extraction and concentration processes. Finally, there is a need to carry out research in this area, emphasizing aspects such as the mechanism by which prices are formed, developing variables that can adjust the model to different commodities and improving the method through which agents make decisions.

Agradecimientos

Agradezco en primer lugar a mi madre, quien me ha apoyado siempre y me enseñó a ser perseverante. Agradezco profundamente a mi hermano, por darme siempre ánimos con su sentido del humor y por compartir su visión amplia de la vida.

Doy gracias a todos los funcionarios del departamento de minas, quienes muchas veces tienen una tarea silenciosa, pero que sin ellos el departamento no podría existir. Agradezco a Juanita, que ya no está con nosotros, por su labor siempre diligente y amigable. Doy gracias a David Veloz, por sus consejos y buena disposición. Agradezco también a Nicole Cid y Verónica Müller, quienes siempre han estado prestas a ayudarme en todo. También doy gracias a Luchito, Luis Isamit, quien entregó gran parte de su tiempo de vida al departamento.

Doy gracias al profesor Gonzalo Montes, no solo por su calidad como docente, sino que también por su calidad humana y su sincero compromiso con la formación de personas. Por último doy gracias al profesor Charango por su confianza, su energía y su buen sentido del humor.

Tabla de Contenido

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Descripción del problema | 2 |
| 1.2. Objetivos | 3 |
| 1.2.1. Objetivo general | 3 |
| 1.2.2. Objetivos específicos | 3 |
| 1.3. Alcances | 3 |
| 1.4. Estructura de la memoria | 4 |
| 2. Antecedentes sobre ciclos en las ciencias económicas y en los <i>commodities</i> | 5 |
| 2.1. Ciclos en la economía | 5 |
| 2.1.1. Los ciclos económicos largos de Kondratiev | 6 |
| 2.1.2. El pensamiento Keynesiano | 8 |
| 2.1.3. Carencias del modelo Keynesiano | 9 |
| 2.1.4. La crítica de Lucas | 9 |
| 2.1.5. Las contribuciones de Prescott y Kydland | 9 |
| 2.2. Antecedentes del superciclo | 10 |
| 2.2.1. Década anterior de precios bajos | 11 |
| 2.2.2. Concentración del mercado | 11 |
| 2.2.3. Aumento en la inversión | 12 |
| 2.2.4. Inelasticidad de la oferta en el corto plazo | 13 |
| 2.2.5. <i>Delay</i> de ajuste de la oferta a <i>shocks</i> en la demanda | 13 |
| 2.2.6. El caso del Hierro | 14 |
| 2.2.7. El caso del Molibdeno | 15 |
| 3. Metodologías de modelación del precio del cobre | 16 |
| 3.1. Modelos basados en series de tiempo | 16 |
| 3.1.1. Palaskas y Varangis | 17 |
| 3.1.2. Engel y Valdés 2001 | 17 |
| 3.1.3. Cuddington and Jerrett 2008 | 18 |
| 3.2. Modelo Econométrico | 19 |
| 3.3. Precio incentivo | 20 |
| 3.4. Modelo de Hotelling | 21 |
| 4. Modelos Basados en Agentes | 23 |
| 4.1. Concepto General | 23 |
| 4.2. Definiciones | 24 |

| | | |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.2.1. | Agente | 24 |
| 4.2.2. | Dinámica | 24 |
| 4.2.3. | Propiedades Emergentes | 25 |
| 4.3. | Modelo de Segregación de Schelling | 26 |
| 4.3.1. | Un primer modelo para ilustrar | 26 |
| 4.3.2. | Segundo ejemplo | 27 |
| 4.4. | Santa Fe Institute Artificial Stock Market | 31 |
| 4.4.1. | Estructura general del mercado | 32 |
| 4.4.2. | Estructura de los agentes | 33 |
| 4.4.3. | Resultados | 33 |
| 5. | Un modelo basado en agentes para el mercado del cobre | 34 |
| 5.1. | Marco Conceptual | 34 |
| 5.2. | Estructura del modelo | 35 |
| 5.3. | Yacimientos | 36 |
| 5.3.1. | Propiedades de los yacimientos | 36 |
| 5.3.2. | Métodos de los yacimientos | 37 |
| 5.4. | Las minas | 38 |
| 5.4.1. | Propiedades de las minas | 38 |
| 5.4.2. | Métodos de las minas | 39 |
| 5.5. | Demandantes | 40 |
| 5.6. | El Mercado | 40 |
| 5.6.1. | Propiedades del mercado | 40 |
| 5.6.2. | Métodos del mercado | 41 |
| 6. | Pruebas y validación | 44 |
| 6.1. | Simulación de los parámetros | 45 |
| 6.2. | Caso base: dos minas, ningún yacimiento | 46 |
| 6.2.1. | Planteo y resultados esperados | 46 |
| 6.2.2. | Resultados e interpretación | 46 |
| 6.3. | Caso 1: 2 minas, 10 yacimientos | 47 |
| 6.3.1. | Planteo y resultados esperados | 47 |
| 6.3.2. | Resultados | 48 |
| 6.4. | Caso 2: 2 minas, 10 yacimientos y efectos externos | 49 |
| 6.4.1. | Planteamiento | 49 |
| 6.4.2. | Resultados | 50 |
| 7. | Resultados del modelo | 52 |
| 7.1. | Resultados de simulaciones individuales | 52 |
| 7.2. | Resultados de múltiples simulaciones | 54 |
| 8. | Comentarios y futuras líneas de investigación | 56 |
| 8.1. | Líneas de investigación futura | 57 |
| 8.1.1. | Establecer variables que describan a cada <i>commodity</i> | 57 |
| 8.1.2. | Mejorar los mecanismo mediante los cuales los agentes tomas decisiones | 57 |
| 8.1.3. | Mecanismo de formación de precios | 57 |
| Bibliografía | | 57 |

Índice de Ilustraciones

| | | |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. | Índice <i>Commodities</i> utilizado por Kondratiev. Fuente: Kondratiev 1926 | 6 |
| 2.2. | Precios reales del cobre en moneda 2012. Fuente: Cochilco | 10 |
| 2.3. | Precios del cobre desde 1990 en términos reales, Fuente: Elaboración propia en base a datos públicos de Cochilco | 11 |
| 2.4. | M&A en Minería y Metales. Fuente: Polinares, David Humphreys | 12 |
| 2.5. | Inversiones en minería no ferrosa y metales(NFMs). Fuente: CRU | 12 |
| 2.6. | Producción Mina y precios del cobre, Fuente: LME | 13 |
| 2.7. | Precios del hierro y análisis con filtro de pasa banda. Fuente: Asian Steel Watch | 14 |
| 2.8. | Precio del concentrado tostado de molibdeno. Fuente: International Molybdenum Association | 15 |
| 4.1. | Estado inicial del ejemplo de Schelling, Fuente: Schelling 1971 | 26 |
| 4.2. | Segunda etapa en el ejemplo de Schelling, Fuente: Schelling 1971 | 27 |
| 4.3. | Etapa final del ejemplo, todos los individuos están satisfechos, Fuente: Schelling 1971 | 27 |
| 4.4. | Caso base, ambos grupo tienen igual tolerancia y cantidad de individuos, Fuente: Schelling 1971 | 28 |
| 4.5. | Esquema con tolerancia aumentadas, Fuente: Schelling 1971 | 29 |
| 4.6. | Distintos nivel de tolerancia en cada grupo, Fuente: Schelling 1971 | 29 |
| 4.7. | Limitando el número de blancos, Fuente: Schelling 1971 | 30 |
| 5.1. | Esquema general del modelo, elaboración propia | 43 |
| 6.1. | Distribución de la ley de Zipf en escalas lineal y log-log. Fuente: Nielsen Norman Group | 45 |
| 6.2. | Trayectoria de precios del caso base: Simulación 1, 500 periodos | 46 |
| 6.3. | Trayectoria de precios del caso base: Simulación 1, 170 periodos (detalle) . . | 47 |
| 6.4. | Trayectoria de precios del caso base: Simulación 2, 500 periodos | 47 |
| 6.5. | Trayectoria de precios del caso base: Simulación 2, 170 periodos (detalle) . . | 48 |
| 6.6. | Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 1, 170 periodos (detalle) | 48 |
| 6.7. | Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 1, 500 periodos | 48 |
| 6.8. | Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 2, 500 periodos | 49 |
| 6.9. | Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 2, 170 periodos (detalle) | 49 |
| 6.10. | Ejemplo de camino aleatorio simple | 50 |
| 6.11. | Trayectoria de precios del caso 2: 500 periodos | 50 |
| 6.12. | Trayectoria de precios del caso 2: 170 periodos (detalle) | 51 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 7.1. Trayectorias de precios, Realización individual Número 1 | 53 |
| 7.2. Trayectorias de precios, Realización individual Número 2 | 53 |
| 7.3. Resultados estadísticos de 100 simulaciones, con un intervalo de confianza de dos desviaciones estandar | 54 |
| 7.4. 10 realizaciones del modelo superpuestas | 55 |
| 7.5. Comportamiento de la varianza del modelo en cada turno | 55 |
| 8.1. Código Python, parte 1 | 61 |
| 8.2. Código Python, parte 2 | 62 |
| 8.3. Código Python, parte 3 | 63 |

Capítulo 1

Introducción

En la pasada década algunos *commodities* industriales experimentaron un aumento sostenido en sus niveles de precios; este denominado “boom” de precios impactó directamente al sector minero de Chile e indirectamente a todas las actividades del país mediante el efecto multiplicador de la actividad minera. Adicionalmente los ingresos fiscales derivados tanto del impuesto a la minería como de las utilidades de Codelco crecieron cuantiosamente. Sin embargo, a partir del 2011 los niveles de precios tuvieron una baja sostenida, llegando a valores por debajo de los 2 USD/lb en diciembre de 2015, para luego recuperarse parcialmente durante el 2016.

Históricamente los *commodities* han presentado oscilaciones importantes en sus precios; una explicación es que ante *shocks* en la demanda, los oferentes no tienen capacidad para aumentar su producción en el corto plazo, generándose escasez y un aumento sostenido del nivel de precios. Esta situación genera una fuerte inversión y en el largo plazo la oferta se eleva significativamente. Esta reacción genera luego una caída en los precios a valores incluso menores a los iniciales. Se entra entonces en una fase de disminución de costos a fin de mantener el margen de utilidades; las empresas con mayores costos no son capaces de sostenerse y salen del mercado, mientras que las empresas con mejor capacidad financiera y menores costos son capaces de resistir, hasta el siguiente aumento de demanda. Así, un ciclo de precios emerge como consecuencia de características propias de la industria.

Existen diversos métodos para modelar el precio del cobre, en términos generales podemos agruparlos en tres categorías: econométricos, estructurales y financieros. Ninguna de estas tres clases de métodos considera que la actividad minera tiene características propias, como la descrita en el párrafo anterior, que la alejan de los supuestos de competencia perfecta.

Este trabajo persigue dar una explicación al ciclo de precios observado históricamente en el cobre, mediante un enfoque novedoso basado en el comportamiento de los agentes económicos involucrados en el mercado. Esta metodología permite incluir directamente características propias de la industria minera, las cuales presumiblemente explican en parte estos ciclos. El sustento teórico de esta metodología será el modelo de segregación de Schelling y los mercados accionarios artificiales desarrollados durante los años noventa en el Santa Fe Institute, Nuevo México.

1.1. Descripción del problema

El precio de venta es la variable con mayor incidencia en la industria minera; esta variable es exógena a cada faena, transversal a toda la industria y se ha aceptado ampliamente la hipótesis de que sus valores futuros son en última instancia impredecibles. Sin embargo para efectos de ingeniería y evaluación económica, se requiere contar con una proyección del precio a largo plazo. Para estos fines se han empleado modelos de diversa índole: econométricos, estructurales y financieros. Sin embargo, ninguno de ellos recoge ciertas características propias del mercado minero que lo alejan de los supuestos de competencia perfecta. Tampoco son capaces de generar trayectorias de precios con un comportamiento cíclico, como se ha observado históricamente en los *commodities*.

Este trabajo persigue avanzar hacia la construcción de una metodología que considere los fundamentos del mercado, incluyendo directamente las dinámicas que se generan entre los diversos participantes. Para esto se utilizará una técnica de modelación denominada modelación basada en agentes, ABM del inglés, la cual por construcción permite modelar los agentes económicos como entidades independientes y heterogéneas, con la capacidad de interactuar entre ellas y con el ambiente.

Para construir un modelo basado en agentes es necesario tener un conocimiento profundo respecto a los fundamentos del mercado; en este caso, respecto a las dinámicas de la industria minera. Otra característica de este tipo de modelos es la existencia de propiedades emergentes. Estas son propiedades que nacen a medida que el sistema se desarrolla y que por ende no pertenecen a ningún agente en particular. Esta definición calza exactamente con el precio de venta, el cual en sí mismo no es una característica de ningún agente del mercado y cuyas constantes fluctuaciones son un reflejo de interacciones no coordinadas y en gran medida no previstas entre los participantes del mercado.

La tarea de plantear, implementar y validar un modelo basado en agentes para el mercado de un *commodity* es una tarea de gran envergadura; por ende, este trabajo tiene como objetivo ser el punto de partida para una futura línea de investigación en el tema planteado.

Por último es importante mencionar que, desde una perspectiva más amplia, los ciclos de precios observados en los *commodities* pueden ser considerados como un caso particular de los ciclos presentes en la actividad económica general; por ende, avanzar hacia una comprensión de los ciclos en *commodities* puede dar luces sobre la respuesta a una pregunta mucho más profunda: encontrar la causa subyacente a los ciclos observados históricamente en la actividad económica capitalista.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Realizar una contribución metodológica al modelamiento de precios del cobre y otros *commodities*. En particular, plantear e implementar un modelo basado en agentes para el mercado del cobre, incluyendo características y dinámicas propias de la industria que la diferencian de un modelo de competencia perfecta.

1.2.2. Objetivos específicos

- Estudiar los ciclos que ha presentado la actividad económica capitalista.
- Identificar cómo el super ciclo indujo cambios en el comportamiento del mercado.
- Conocer los enfoques utilizados para modelar el precio de los *commodities*.
- Desarrollar e implementar un modelo basado en agentes que capture la reacción de los agentes ante los cambios en el precio.
- Generar un pequeño aporte hacia una visión de largo plazo en el comportamiento del precio del cobre.

1.3. Alcances

Quedaron fuera de este estudio los efectos de variables macroeconómicas que puedan tener incidencia en el precio del cobre, como la tasa de interés, el tipo de cambio y el precio de otros *commodities* (en particular el petróleo). También quedaron fuera del alcance de este trabajo modelar la demanda de cobre, la cual fue considerada exógena.

Una limitación importante de este trabajo fue la ausencia de una base de datos con información relevante sobre las minas de cobre, como por ejemplo sus costos, reservas y producción. Esta carencia fue suplida parcialmente modelando cada una de ellas como una variable aleatoria. Esta falta de información no tiene mayor impacto en cuanto no se pretendió entregar una predicción cuantitativa del comportamiento futuro del precio, sino más bien establecer relaciones causales entre características de la industria y la serie de precios.

El software utilizado para escribir el modelo será *Python(x,y)* y sus complementos.

1.4. Estructura de la memoria

El capítulo 2 comienza con una introducción a la literatura relacionada con los ciclos en la actividad económica. Si bien este tema está fuera del alcance de la economía de minerales, se consideró menester incluirlo pues permite entender el fenómeno de los ciclos desde una perspectiva más amplia. Se analizó también el super ciclo de la pasada década, evidenciando algunas características del mercado.

En el capítulo 3 se hizo una revisión de las metodologías más usadas para pronosticar los precios futuros de los *commodities*. Se incluyeron tres clases de metodologías; series de tiempo, modelos econométricos y estructurales. Se incluyó también el modelo de Hotelling, que si bien no busca generar proyecciones de precios, entrega resultados que tienen gran relevancia en esta disciplina.

En el capítulo 4 se hizo una introducción a los modelos basados en agentes. Para ello se definió su estructura y componentes, luego se procedió a exponer el modelo de segregación de Schelling y el modelo de Santa Fe.

En el capítulo 5 se planteó un modelo basado en agentes sencillo para el mercado del cobre. Para ello se hizo uso de las características del mercado encontradas en el capítulo 2 y se consideraron las dinámicas de mercado propias de esta industria.

En el capítulo 6 se realizaron pruebas y validaciones parciales al modelo, ejecutando el modelo en forma parcializada y con pocos agentes a fin de observar si el comportamiento es coherente con lo observado en la realidad.

En el capítulo 7 se mostraron los resultados numéricos del modelo y se analizaron las relaciones causales entre algunos parámetros relevantes y la serie de precios generada.

En el capítulo 8 se hicieron comentarios personales y se propusieron futuras líneas de investigación en esta área.

Capítulo 2

Antecedentes sobre ciclos en las ciencias económicas y en los *commodities*

Este capítulo persigue dos objetivos: el primero es dar un marco general a este documento introduciendo el concepto de ciclo en la actividad económica, para ello se hace una breve revisión sobre los autores y las ideas más relevantes en este tema. El segundo objetivo es presentar antecedentes sobre el denominado super ciclo de precios que experimentaron algunos *commodities* metálicos durante la pasada década.

2.1. Ciclos en la economía

La existencia de ciclos en la actividad económica ha sido un fenómeno extensamente estudiado, no solo por las ciencias económicas, sino que también por las ciencias sociales y las matemáticas. A modo de ejemplo podemos citar disciplinas como la estadística y el materialismo histórico¹. En efecto, a comienzos del siglo XX Bachelier aborda el tema desde el punto de vista matemático. En su célebre tesis de doctorado *Théorie de la Spéculation*, realiza un estudio estadístico sobre el comportamiento del mercado accionario de Francia; dentro de sus conclusiones afirma que el mercado, inconscientemente, obedece a una ley que lo rige: la Ley de Probabilidad. Desde la óptica de las ciencias sociales, autores como Fernand Braudel han desarrollado extensas teorías respecto a relaciones causales entre la producción económica y el orden social, en ese contexto los ciclos económicos serían las causas subyacentes de los grandes cambios geopolíticos mundiales.

No obstante la profundidad de los enfoques mencionados en el párrafo anterior, en este documento se abordarán los ciclos desde una perspectiva netamente económica. El estudio de los ciclos, o más en concreto de las grandes fluctuaciones económicas, ha sido uno de los temas que han empujado la evolución del pensamiento económico durante el siglo XX.

¹El primer autor en abordar los ciclos económicos capitalistas y sus consecuencias sociales fue Karl Marx, sin embargo sus aportes están fuera del alcance de este documento.

2.1.1. Los ciclos económicos largos de Kondratiev

El primer autor en evidenciar y caracterizar ciclos en la actividad económica utilizando data histórica fue Nikolái Kondratiev [12], quien en 1926 publicó "*Die langen Wellen der Konjunktur*"². En este artículo el autor analiza data histórica de Francia, Inglaterra y Estados Unidos entre los años 1780-1920. El estudio considera índices como la tasa de interés, la actividad del comercio exterior, la producción de carbón y principalmente los índices de precios de *commodities*.

Según Kondratiev la evidencia estadística sugiere que existe una correspondencia muy estrecha en los movimientos ondulatorios de las series estudiadas. El autor argumenta que la actividad económica capitalista pareciera estar compuesta por tres frecuencias simultaneas; un ciclo corto con una duración entre un año y medio y tres años, un ciclo intermedio de siete a once años y un ciclo largo de alrededor de cincuenta años.

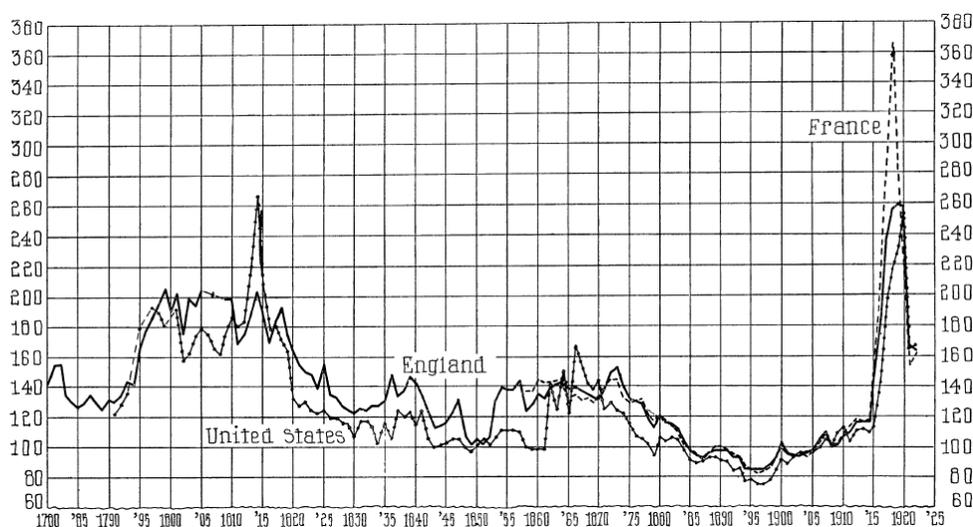


Figura 2.1: Índice *Commodities* utilizado por Kondratiev. Fuente: Kondratiev 1926

Kondratiev asevera que se aprecia la existencia de un primer ciclo el cual tiene un alza entre los años 1789 a 1814, es decir 25 años, este ciclo comienza a declinar en 1815 y termina en 1849, es decir, 35 años. En consecuencia, el ciclo entero fue completado en 60 años.

El alza del segundo ciclo comienza en 1849 y termina en 1873, durando 24 años. El punto de inflexión sin embargo, no se da simultáneamente en todos los países observados. En Estados Unidos el peak ocurre en el año 1866, esto también se explica por la guerra civil de ese país. El declive de este segundo ciclo comienza en 1873 y termina en 1896, un periodo de 23 años. El largo total del segundo ciclo fue de 47 años.

El periodo al alza del tercer ciclo comienza en 1896 y termina en 1920, teniendo una duración de 24 años. El declive de este ciclo comienza en 1920. Se observa también que hacia finales del siglo XIX, los niveles de precios de los tres países comienzan a moverse en paralelo.

²Publicado en *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik* en 1926, pero solo fue traducido al inglés en 1935 por la Universidad de Harvard bajo el nombre de "*The Long Waves in Economic Life*".

Kondrátiev da una caracterización empírica a estos ciclos, asegurando que sucesivamente se observan ciertos hechos durante las etapas de los ciclos largos, estos hechos son:

- Durante los años de ascenso de las ondas largas se tienen años de prosperidad, mientras que los años de depresión se producen durante las bajadas.
- Durante las recesiones, la agricultura sufre una depresión especialmente pronunciada y larga. Esto ocurrió después de las guerras Napoleónicas, sucedió de nuevo desde comienzos de la década de 1870, y lo mismo se observó después de la primera guerra mundial.
- Durante las recesiones, se realizan importantes descubrimientos e inventos en las técnicas de producción y comunicación. Los cuales, sin embargo, no son aplicados a gran escala hasta el comienzo del auge del próximo ciclo.
- Al comienzo de un ciclo largo, la producción de oro aumenta, y el mercado mundial de bienes aumenta, generalmente por la asimilación de nuevas colonias.
- Durante los años de expansión de los ciclos largos, y en consecuencia de alta tensión para las fuerzas económicas, es cuando han ocurrido las revoluciones y guerras más extensas y desastrosas.

También enfatiza que las características mencionadas solo son hechos empíricos, y que no debemos tomarlos como una explicación a los ciclos largos. En busca de dar una respuesta al origen de estos ciclos, propone cuatro posibles factores que en conjunto originan los ciclos largos. Estos factores son, en orden de importancia:

1. Cambios en la técnica.
2. Guerras y revoluciones.
3. Asimilación de nuevos países por la economía mundial.
4. Fluctuaciones en la producción de oro.

No obstante, menciona la dificultad de establecer relaciones causales entre estos hechos y los ciclos económicos, siendo muy fácil tomar erradamente las consecuencias como causas. Finalmente en sus conclusiones Kondrátiev plantea la necesidad de encontrar una explicación a estos ciclos largos mediante una teoría de las ondas largas³:

*In asserting the existence of long waves and in denying that they arise out of random causes, we are also of the opinion that the long waves arise out of causes which are inherent in the essence of the capitalistic economy. This naturally leads to the question as to the nature of these causes. We are fully aware of the difficulty and great importance of this question; but in the preceding sketch we had no intentions of laying the foundations for an appropriate theory of long waves.*⁴

³Dada la relevancia de estas conclusiones se determinó incluir el texto original

⁴Resulta notable el hecho de que hace más de noventa años el autor ya identificó y caracterizó la presencia de super ciclos en los *commodities*.

2.1.2. El pensamiento Keynesiano

La gran depresión que experimentó la economía mundial durante los años 30 llevo a la necesidad imperativa de estudiar las causas de las recesiones a fin de evitarlas. En este contexto surgió el pensamiento macroeconómico desarrollado por Keynes⁵[11]. Según este punto de vista, la economía pasa por etapas de auges a depresiones durante periodos más o menos estables en forma inevitable en condiciones de *laissez-faire*.

En consecuencia, el auge y la crisis son dos caras del mismo fenómeno. Según Keynes, los auges están basados en condiciones donde la eficiencia marginal del capital existente es lo suficientemente alta como para cubrir los costos corrientes y los costos de oportunidad, y sobre todo existe un excesivo optimismo sobre el futuro rendimiento de los bienes de capital. Esta misma eficiencia lleva a los agentes económicos a continuar con el proceso de inversión sobre bienes de capital durable.

Este comportamiento tiene dos consecuencias: primero, una disminución continua de la eficiencia del capital. Segundo, promover la subida en la tasa de interés dado que el nivel de escasez relativa entre ahorro e inversión está cambiando. Lo anterior no sería un problema si los agentes económicos analizaran correctamente cada nueva inversión. Sin embargo, según Keynes los agentes económicos no lo hacen, realizando inversiones con expectativas falsas. En términos sencillos se pueden realizar inversiones con rendimientos de capital real del 2% mientras que las expectativas eran del 5%. Este fenómeno se denomina sobreinversión.

Así, cuando los rendimientos descienden o dejan de crecer con relación a los anteriores, el pesimismo se apodera de los mercados. Esta situación es difícil de revertir pues los inversores se tornan pesimistas respecto al rendimiento del capital, llevando a una situación de muy baja o nula utilización del capital.

De esta forma Keynes interpretó que las fuerzas económicas presentes en el sistema capitalista eran incapaces por sí solas de coordinar oferta y demanda, lo cual constituyó una justificación para la intervención del gobierno. La solución que plantea Keynes es que el estado intervenga en la política macroeconómica controlando sistemáticamente la demanda agregada para evitar fluctuaciones recurrentes en la producción.

⁵Se habla de pensamiento económico y no de modelo económico pues Keynes a pesar de tener formación matemática pensaba que la economía no debía ser vista como una máquina que pueda ser comprendida mediante ecuaciones, este punto de vista se hizo patente en su obra principal "Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero", en donde Keynes describe la economía en términos cualitativos y no incluye un modelo matemático formal, más tarde afirmó: It is a great fault of symbolic pseudo-mathematical methods of formalising a system of economic analysis ... that they expressly assume strict independence between the factors involved and lose their cogency and authority if this hypothesis is disallowed; whereas, in ordinary discourse, where we are not blindly manipulating and know all the time what we are doing and what the words mean, we can keep 'at the back of our heads' the necessary reserves and qualifications and the adjustments which we shall have to make later on, in a way in which we cannot keep complicated partial differentials 'at the back' of several pages of algebra which assume they all vanish. Too large a proportion of recent 'mathematical' economics are merely concoctions, as imprecise as the initial assumptions they rest on, which allow the author to lose sight of the complexities and interdependencies of the real world in a maze of pretentious and unhelpful symbols.

2.1.3. Carencias del modelo Keynesiano

Hasta mediados de los años setenta, el paradigma keynesiano fue exitoso en explicar fluctuaciones macroeconómicas. Pero los cambios en el orden global a finales de los setenta revelaron graves deficiencias del análisis anterior. No podía explicar el nuevo fenómeno de la simultánea inflación y el desempleo. Esta llamada estanflación parecía estrechamente relacionada a los *shocks* en el lado de la oferta de la economía: subidas del precio del petróleo y la desaceleración mundial del crecimiento de la productividad.

Tales choques de oferta sólo habían desempeñado un papel subordinado en el marco de referencia keynesiano. Además, la política macroeconómica convencional, basada en la teoría existente, era incapaz de hacer frente a los nuevos problemas. Al contrario, la política monetaria y fiscal solo empeoró las cosas en muchos países al acomodar las expectativas del sector privado a altos precios y aumentos salariales. Esto ocurrió a pesar del objetivo declarado de los gobiernos y de los bancos centrales para mantener la inflación baja y estable.

2.1.4. La crítica de Lucas

A principio de los setenta Robert Lucas realizó investigación respecto a los inconvenientes del enfoque Keynesiano [15], señalando que es probable que las relaciones entre variables macroeconómicas estén influenciadas por la política económica en sí misma. Como resultado, el análisis de políticas basado en estas relaciones podría resultar ser erróneo. Lucas concluyó que los efectos de la política macroeconómica no podían ser analizados sin fundamentos microeconómicos explícitos. Solo modelando cuidadosamente el comportamiento de los agentes económicos individuales, como los consumidores y las empresas, sería posible obtener conclusiones sólidas sobre las respuestas del sector privado a la política económica. La crítica de Lucas ganó amplia aceptación, haciéndose patente la necesidad de desarrollar un marco macroeconómico alternativo.

2.1.5. Las contribuciones de Prescott y Kydland

En respuesta a las interrogantes planteadas por Lucas, Kydland y Prescott plantearon una explicación alternativa a las fluctuaciones económicas. Así en “Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans” [13] plantean que los cambios en la oferta son causados por los cambios y mejoras en la tecnología. Estos cambios representan no sólo un aumento a largo plazo en los niveles de vida, sino también a muchas fluctuaciones en los ciclos económicos a corto plazo. Para estudiar esta hipótesis, Prescott estableció un modelo para estudiar el cambio en la producción, la inversión, el consumo, la productividad laboral y el empleo, entre el final de la Segunda Guerra Mundial y 1980. Utilizando este modelo los dos economistas fueron capaces de correlacionar el 70 % de las fluctuaciones en los cambios en la producción a cambios en la tecnología.

2.2. Antecedentes del superciclo

Durante la pasada década algunos *commodities* industriales, en particular el cobre, experimentaron un alza considerable en sus niveles de precios, situación denominada super ciclo. Este aumento en los precios ha sido el más fuerte y prolongado que se ha observado en los últimos cincuenta años.

Lo anterior no es un fenómeno nuevo, históricamente los *commodities* han presentado variaciones importantes en sus precios. Una posible explicación de ello es que ante aumentos inesperados en la demanda, los oferentes no tienen capacidad para aumentar su producción en el corto plazo, generándose escasez y un consiguiente aumento del nivel de precios. Esta situación genera luego incentivos para que aumente la inversión y en el largo plazo la oferta se eleve significativamente. Dado que construir una mina puede tomar un tiempo considerable, el efecto agregado de los nuevos participantes puede tener un *delay* considerable, esta situación provoca una eventual sobre-reacción y una caída de los precios. Se entra así en una fase de competencia por costos; las empresas que no son capaces de reducir sus costos salen del mercado, mientras que las empresas con mejor capacidad financiera y menores costos son capaces de resistir un periodo prolongado hasta el siguiente aumento de demanda. Así, un ciclo de precios emerge.

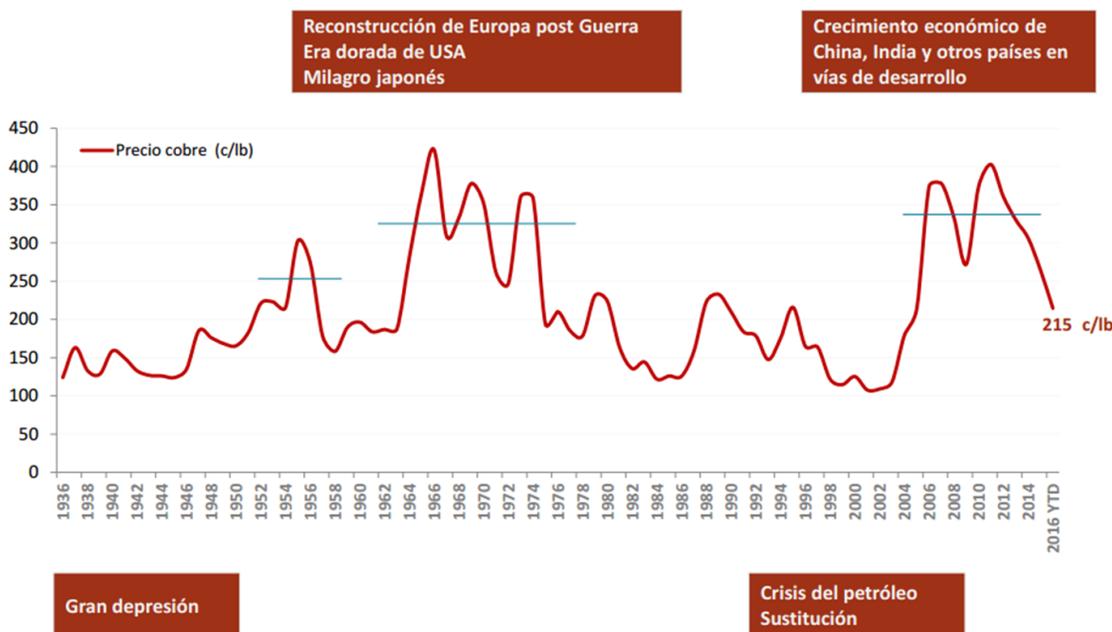


Figura 2.2: Precios reales del cobre en moneda 2012. Fuente: Cochilco

Es necesario mencionar que desde una perspectiva más amplia, el movimiento de precios del cobre está fuertemente relacionado con otros *commodities* y también con la actividad económica mundial. En general se asocian los ciclos de precios altos con acontecimientos históricos⁶ de industrialización o reconstrucción que han impulsado el consumo de metales.

⁶Esta afirmación es parte de los resultados empíricos observados por Kondrátiev y más recientemente ha sido comprobado numéricamente por Cuddington y Jerrett.

2.2.1. Década anterior de precios bajos

El primer antecedente a mencionar es que el boom experimentado en la pasada década llegó después de un prolongado periodo de debilidad y decrecimiento de los precios en términos reales. En el caso del cobre, durante gran parte de la década de los noventa el precio estuvo bajo 2 USD/lb en términos reales y la tendencia a comienzos del nuevo siglo era a la baja (figura 2.3). Ante este escenario las empresas se enfocaron en disminuir sus costos y no en aumentar su capacidad productiva.

De esta forma el drástico cambio experimentado entre los años 2004-2006 tomó a la industria por sorpresa; durante este periodo el cobre experimentó una constante alza hasta alcanzar valores en torno a 360 centavos de dólar por libra. Esta fuerte alza tuvo una serie de efectos en el comportamiento de las empresas, que en el largo plazo se plasmaron en cambios estructurales en el mercado.

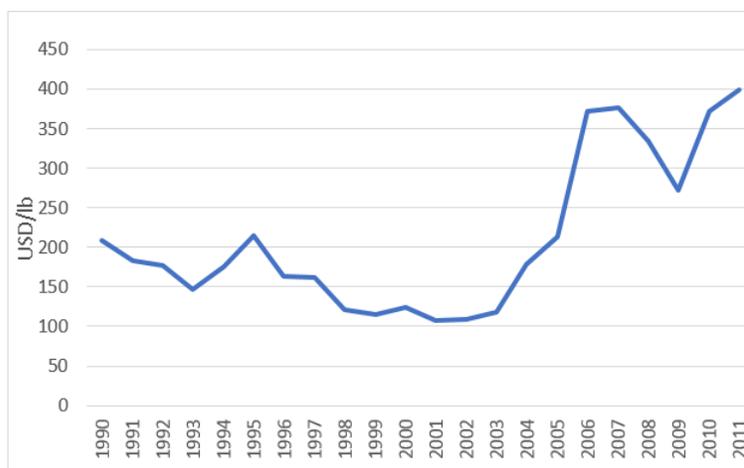


Figura 2.3: Precios del cobre desde 1990 en términos reales, Fuente: Elaboración propia en base a datos públicos de Cochilco

2.2.2. Concentración del mercado

El aumento de precios entre los años 2004-2006 generó rápidamente utilidades importantes en la industria, en particular para aquellas compañías que estaban en una buena posición dentro de la industria; lo anterior generó incentivos para que estas grandes compañías aumentaran su cuota de mercado adquiriendo a otras compañías.⁷ [5]. Así durante este periodo BHP adquirió WMC resources (año 2005), Xstrata adquirió Falconbridge (año 2005), Vale adquirió Inco (año 2006) y FreeportmcMoRan adquirió Phelps Dodge (año 2006). Estas adquisiciones generaron cambios importantes en la estructura del mercado, el cual se concentró considerablemente.

⁷Estas fusiones y adquisiciones se realizaron en plena explosión de los precios, lo cual hace pensar que fueron coordinadas con anterioridad. Esta capacidad de anticiparse al mercado ha sido descrita en las ciencias del management como "timing".

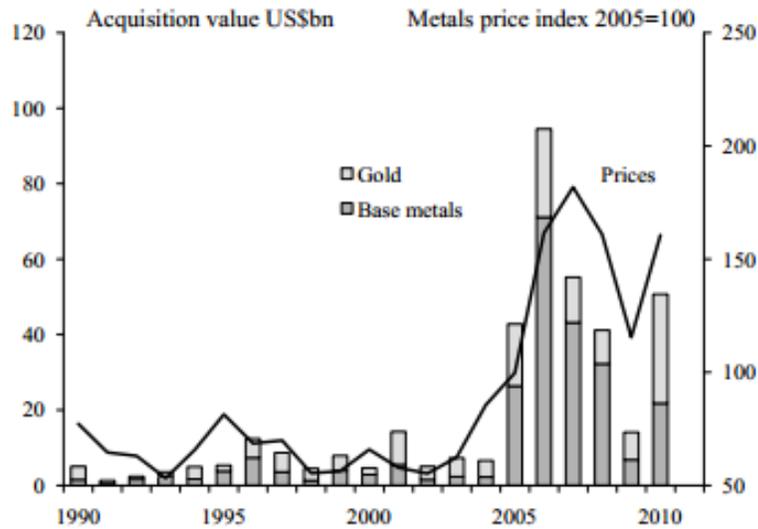


Figura 2.4: M&A en Minería y Metales. Fuente: Polinares, David Humphreys

2.2.3. Aumento en la inversión

En forma paralela las compañías mineras comenzaron a invertir fuertemente en expandir la capacidad de producción y en evaluar la construcción de nuevas minas. Este aumento de la inversión como respuesta al aumento de precios llevó a que la inversión alcanzara niveles nunca antes vistos. Es posible ver un claro *delay* entre los *peaks* de precios y los *peaks* de inversión, lo anterior refleja el comportamiento de las empresas a la hora de tomar decisiones de inversión en horizontes largos.

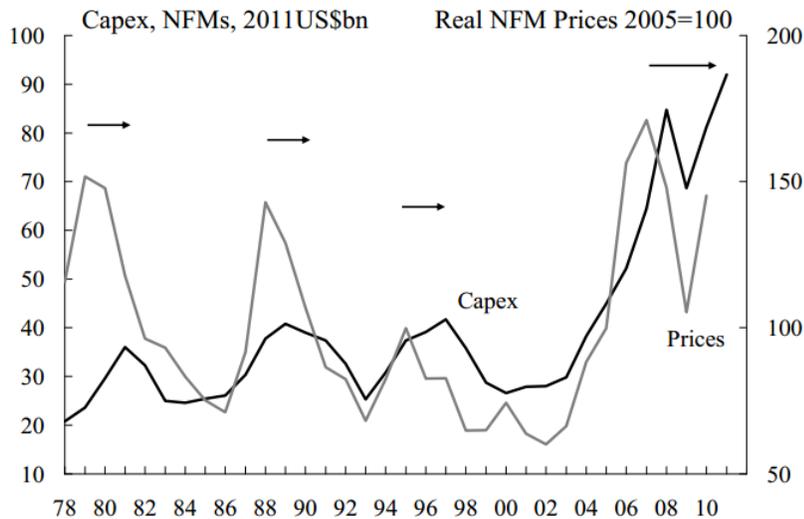


Figura 2.5: Inversiones en minería no ferrosa y metales(NFMs). Fuente: CRU

2.2.4. Inelasticidad de la oferta en el corto plazo

Este efecto se puede apreciar durante el último super ciclo (figura 2.4), en donde un aumento significativo de los precios durante el año 2004 significó solo un aumento menor en términos relativos de la oferta de cobre. Esto se debe a que los procesos productivos tanto en la mina como en la planta están diseñados para una capacidad fija. El origen de esto son los altos montos de inversión asociados a la minería, los cuales hacen inviable tener capacidad instalada no aprovechada. Más aún, dadas las economías de escala del negocio y las cargas financieras fijas que afrontan las minas, una disminución en la cantidad producida involucraría un aumento en los costos variables unitarios. Por ende, la inelasticidad de la oferta en el corto plazo es una de las características distintivas de la industria.

2.2.5. Delay de ajuste de la oferta a *shocks* en la demanda

El alto nivel de inversión observado durante estos años no se tradujo directamente en cambios en la tendencia en producción como se explicó en el punto anterior. Sin embargo, en el largo plazo sí tuvo repercusiones en la oferta de cobre, estos aumentos se han producido desfasados al aumento de la inversión. Se puede observar que durante los últimos treinta años, estos aumentos han presentado cierta tendencia, produciéndose con un *gap* de 7 u 8 años entre los *peaks* de precios y los aumentos en la producción. Este *gap* concuerda con los tiempos necesarios para llevar un proyecto en etapas tempranas hasta una mina en producción.

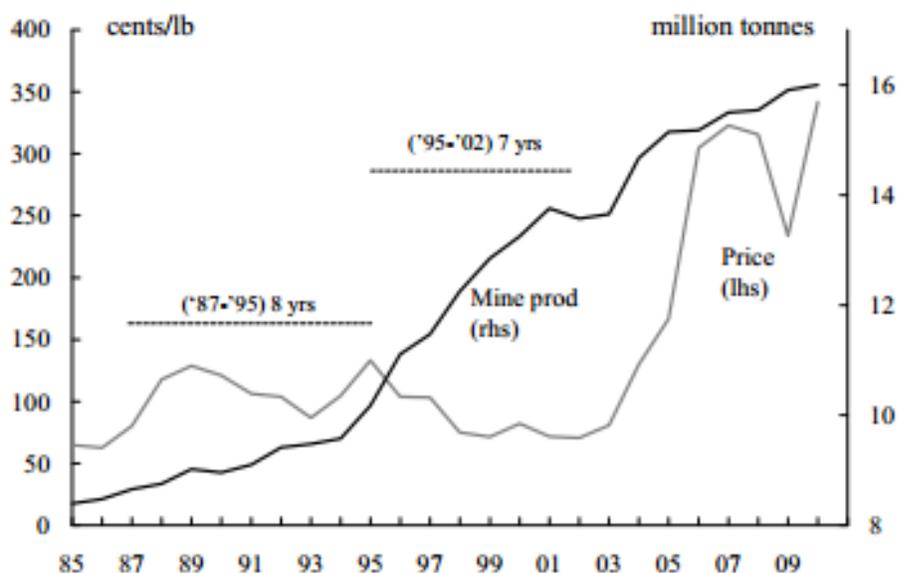


Figura 2.6: Producción Mina y precios del cobre, Fuente: LME

2.2.6. El caso del Hierro

Al igual que otros *commodities*, el hierro ha experimentado ciclos de precios pronunciados durante el último siglo. Se ha analizado su serie de precios mediante el filtro de pasa banda [6] (en color rosado en el gráfico) revelando la existencia de cuatro super ciclos durante el pasado siglo. Se considera que el último de ellos comenzó en 1997 y se debió a un fuerte aumento en la demanda debido a la explosiva urbanización e industrialización de China. Sin embargo, este ciclo tuvo en el hierro una duración menor que en otros *commodities*, llegando a su fin en torno al año 2008 con la crisis hipotecaria.

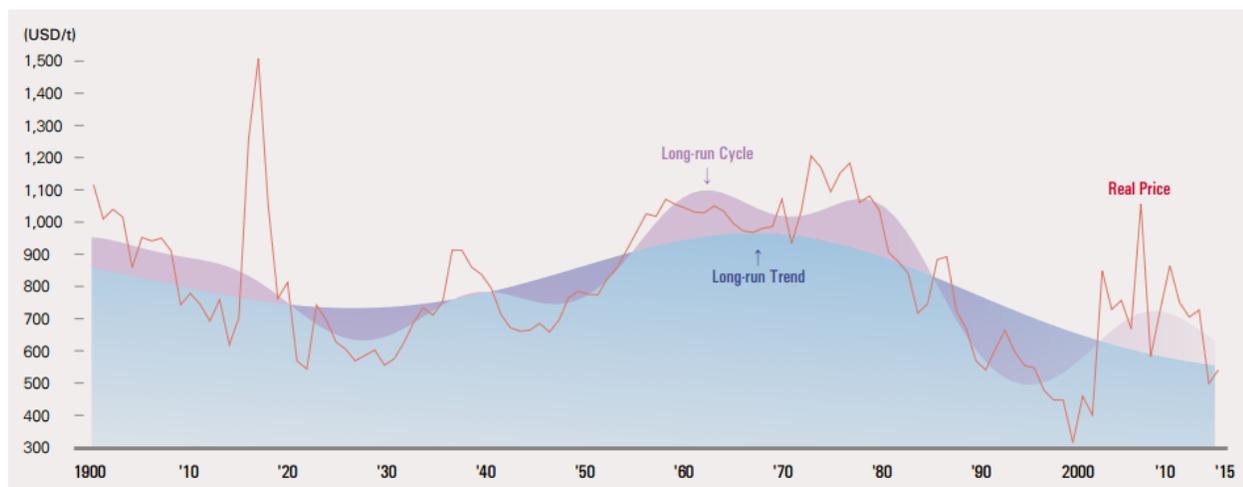


Figura 2.7: Precios del hierro y análisis con filtro de pasa banda. Fuente: Asian Steel Watch

Podemos especular que el ciclo de precios del hierro tuvo una menor duración que el ciclo del cobre debido a que las características de la minería del hierro son diferentes a las de la minería del cobre, en particular podemos mencionar dos características: La primera es que los yacimientos de hierro son considerablemente más masivos que los yacimientos de cobre, en segundo lugar el mineral de hierro tiene concentraciones por lo menos un orden de magnitud más elevadas que el mineral de cobre.

Estas características hacen que el tiempo necesario para preparar una mina de hierro de gran escala sea considerablemente menor que el de una mina de cobre, esto tiene dos efectos directos: en primer lugar, el tiempo de respuesta de la oferta ante aumentos en la demanda es menor; en segundo lugar, el negocio del hierro es más atractivo en cuanto tiene periodos de inversión más breves y por ende los retornos llegan antes.

Así, ante aumentos en la demanda y por consiguiente en los precios, la industria del hierro reacciona en forma más enérgica y más rápida, en el largo plazo esto se traduce en que también la sobreoferta y la consiguiente caída en los precios son también más rápidas. La explicación anterior es una mera conjetura⁸, sin embargo resulta razonable y acorde con los fundamentos técnicos de la industria.

⁸Conjetura personal del autor de esta memoria.

2.2.7. El caso del Molibdeno

El mercado del Molibdeno presenta una serie de características que lo diferencian enormemente del mercado del cobre y de otros metales, de esta forma analizar sus características puede servir como contraejemplo de un mercado que no puede ser modelado mediante agentes.

En primer lugar el Molibdeno no es un metal base, siendo clasificado usualmente como un metal menor. Esta categoría incluye al resto de metales comercializables que no son ni base ni preciosos. Este tipo de metales se caracterizan por tener un consumo reducido en comparación con los metales base y por ser generalmente extraídos como subproducto de un metal base.

Otra característica del Molibdeno es que presenta un grado de diferenciación relativamente alto, comercializándose tanto en su forma química pura como en forma de compuestos de óxido y sulfuro de Molibdeno. Esto genera que se tengan precios diferenciados según la forma química y el nivel de procesamiento al cual se comercialice. Para efectos de referencia se suele utilizar el valor del concentrado tostado de Molibdeno.

No obstante las características mencionadas en los párrafos anteriores, durante la pasada década el Molibdeno al igual que otros metales experimentó un fuerte aumento de precio, alcanzando niveles en torno a un orden de magnitud por sobre los precios previos al super ciclo. Al igual que otros *commodities* el Molibdeno experimentó luego una fuerte bajada de precios hacia finales del 2008 debido a la crisis financiera mundial.

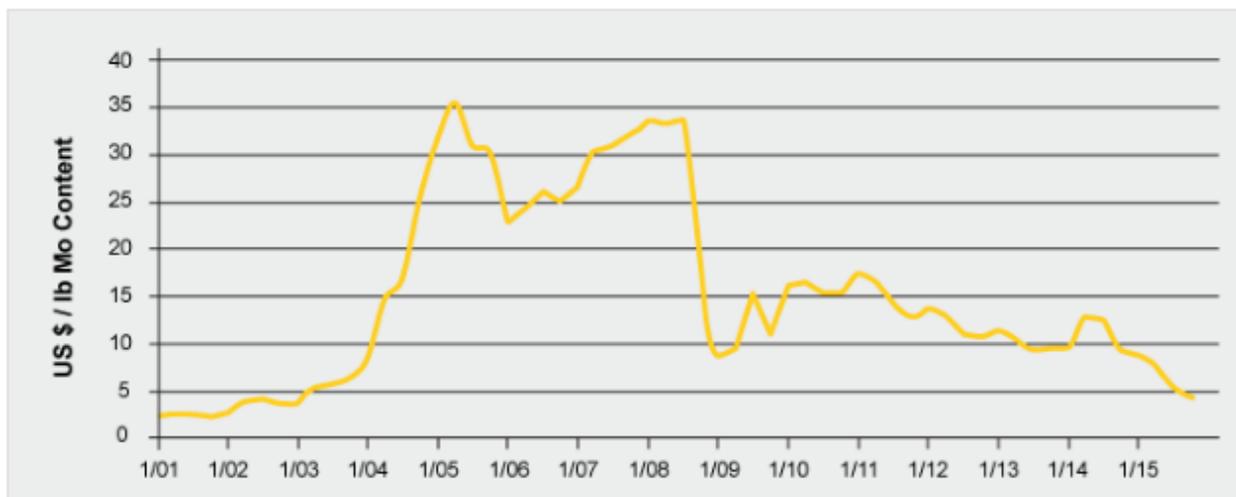


Figura 2.8: Precio del concentrado tostado de molibdeno. Fuente: International Molybdenum Association

Así, el mercado del Molibdeno presenta una serie de características que hacen muy difícil su modelación mediante agentes; al ser extraído en una porción importante como subproducto, no es fácil determinar cómo reaccionarán los productores ante cambios en los precios. Por otro lado presenta un grado de diferenciación mayor que los metales base, esto hace que no exista un precio único, dificultando enormemente utilizar al precio como variable de control del sistema.

Capítulo 3

Metodologías de modelación del precio del cobre

In the long run, we are all dead

John Maynard Keynes

La evolución de los precios de los *commodities* ha sido extensamente estudiada en la literatura económica, siendo ampliamente aceptada la hipótesis de que presentan un comportamiento cíclico [1] [16]. Lo anterior es coherente con el comportamiento cíclico de la economía mundial. Adicionalmente existen particularidades del negocio minero que explican al menos conceptualmente estos ciclos. Se procede a dar una reseña de los métodos más usados para estimar el precio del cobre.

3.1. Modelos basados en series de tiempo

Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones tomadas secuencialmente en el tiempo. Existen múltiples técnicas estadísticas para analizar estas series en busca de información que puedan contener los datos del pasado, para luego hacer proyecciones del futuro. Este tipo de técnicas tiene una amplia gama de aplicaciones, desde la economía y las finanzas hasta patrones de población de especies en ecología.

Una característica de estas técnicas es que si bien permiten identificar tendencias, son débiles en cuanto a establecer las causas que subyacen a la información reflejada en la serie. En general es posible establecer resultados empíricos de causalidad, pero estos quedan siempre como una interpretación del usuario y no como una conclusión misma de la técnica. Se presentan algunos de los trabajos más influyente en cuanto a la modelación de precios usando este tipo de técnicas.

3.1.1. Palaskas y Varangis

Aplican una técnica de cointegración desarrollada por Engle y Granger [8] para determinar si los precios de las materias primas están cointegrados. En términos formales se dice que dos series de datos X e Y , las cuales son no estacionarias, están cointegradas, si sus primeras diferencias son estacionarias y existe una combinación lineal que sí es estacionaria que tiene la forma:

$$Y_t - KX_t = Z_t$$

En donde k es llamado parámetro de co-integración. Así, aunque X e Y pueden tener infinitas varianzas, la combinación lineal Z_t es estacionaria. Los autores [17] luego toman series de datos de múltiples *commodities* como cacao, café, algodón, petróleo y plata. Aplican un test de *Dickey-Fuller* y concluyen que la hipótesis nula de estacionaridad en las combinaciones lineales Z_t no puede ser rechazada.

Los resultados apoyan la hipótesis del co-movimiento entre los precios de los *commodities* primarios. También concluyen que si bien las variables macroeconómicas explican una gran proporción de las variaciones anuales en la mayor parte de los *commodities*, su poder explicativo se reduce si vemos las series desde el punto de vista mensual y no anual. Concluyen que mientras para las series de precios anuales es posible establecer conclusiones generales, para las series de precios mensuales la presencia de errores no normales causa problemas en la aplicación de los test, dejando resultados que son inconclusos.

3.1.2. Engel y Valdés 2001

Comparan la capacidad predictiva de mediano plazo (1 a 5 años) de una variada gama de modelos de series cronológicas para el precio del cobre. Establecen que para predecir el precio del cobre se han usado modelos auto regresivos de orden 1, siendo todos ellos derivados del siguiente modelo *benchmark*:

$$p_t = p_{t-1} + g + e_t$$

Donde g es el *drift* del proceso y los e_t son variables independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.) con distribución normal estándar que corresponden a *shock* en los precios [7].

Destacan que hay situaciones en las cuales los modelos basados en series de tiempo son inútiles y se deben utilizar modelos econométricos. Este es el caso luego de un cambio estructural significativo en el mercado del recurso natural¹, siendo lo ocurrido con el *shock* del petróleo en 1973 un ejemplo.

¹Considerando los objetivos del presente documento, resulta importante responder si es prudente utilizar modelos basados en series de tiempo para el cobre, considerando los cambios en el mercado durante la pasada década.

Respecto a los modelos econométricos, aseveran que estos modelos utilizan un gran número de variables mudas con el objeto de incorporar eventos especiales que sucedieron en países exportadores. El hecho de que estos modelos tengan tantas variables y la inclusión un tanto arbitraria de variables mudas hacen que sea difícil calcular su capacidad predictiva o eficiencia fuera de la muestra.

También señalan la existencia de evidencia concluyente que demuestra que en términos generales el camino aleatorio tiene un mejor desempeño en predicciones a corto plazo. Siendo esta una conclusión bastante curiosa, hacen hincapié en que la popularidad de los modelos econométricos reside en que su eficiencia se suele medir erróneamente usando predicciones al interior de la muestra. Respecto a los modelos econométricos señalan:

Debido al gran número de ecuaciones y variables mudas que utilizan, las posibilidades de sobreajustar los datos con un modelo econométrico son muchos mayores que con un modelo de series cronológicas. Luego, si se compara la capacidad predictiva de los modelos en base a predicciones dentro de muestra, se sesga la comparación en favor de los modelos econométricos.

Finalmente concluyen que los dos modelos con mejor capacidad predictiva son el proceso auto regresivo de primer orden y el camino aleatorio. También se presenta evidencia sugiriendo que los modelos de series cronológicas entregan mejores predicciones de mediano plazo que los modelos econométricos.

3.1.3. Cuddington and Jerrett 2008

Aplican una técnica estadística nueva denominada filtro de pasa banda, la cual fue desarrollada recientemente por Christiano y Fitzgerald [2]. Usando esta metodología es posible representar una serie de tiempo como una combinación de componentes cíclicas de distintas frecuencias. Una de las características de esta técnica es que permite cambios graduales en las tendencias de largo plazo, así como ciclos con distintos periodos. Esta técnica fue utilizada originalmente para el análisis de ciclos de negocios, sin embargo también ha sido usado para encontrar relaciones entre desempleo e inflación en el corto y largo plazo. Los autores utilizan el filtro de pasa banda con el objetivo de intentar medir super ciclos en los precios de los metales [4]. De esta forma definen rangos con periodicidad cíclica, los cuales constituyen los super ciclos, y luego usan el filtro de pasa banda para extraer esas componentes cíclicas. Utilizando esta técnica descomponen el logaritmo del precio real de los metales en tres componentes: una tendencia de largo plazo LP_T , una componente de super ciclo LP_SC y otra componente cíclica más corta LP_O . Por construcción la suma de estas componentes es la serie misma²:

$$LP_t \equiv LP_T_t + LP_SC_t + LP_O_t$$

Además encuentran el largo de estas tres componentes; siendo 70 años para las ondas de largo plazo, 20 años para las ondas de mediano plazo y 2 años para las oscilaciones de corto plazo. Así, estas componentes toman la siguiente forma:

²Estos resultados son en esencia los mismos obtenidos por Kondrátiev [12] hace más de ochenta años.

$$LP_T \equiv LP_BP(70, \infty)$$

$$LP_SC \equiv LP_BP(20, 70)$$

$$LP_O \equiv LP_BP(2, 20)$$

Concluyen que esta herramienta provee evidencia fuerte a favor de la existencia de super ciclos, pero que sin embargo es necesario desarrollar modelos estructurales que expliquen las causas del largo de estos ciclos. También comentan que la causa posible del último super ciclo es la industrialización y urbanización de China, mientras que los otros super ciclos fueron causados por desarrollos similares en Estados Unidos, Europa y Japón

También comentan que existe la posibilidad de que los super ciclos sean en realidad producto de la oferta; los precios reales aumentan cuando el aumento de costos producido por el agotamiento es superior a la disminución de costos producida por la tecnología, y *vice versa*. La sincronización de los super ciclos en varios metales podría ser causa de que nuevas tecnologías impactan en la reducción de costos de producción de varios metales a más o menos el mismo tiempo.

Finalmente establecen que las causas subyacentes de los super ciclos no pueden ser resueltas con un modelo de series de tiempo. Sin embargo, modelos estructurales que consideren la importancia de varias fuentes de oferta y demanda están en la agenda de investigación futura.

3.2. Modelo Econométrico

Este modelo proviene de modelos estructurales realizados por diversos autores [10] [14], los cuales modelan las dinámicas en el mercado del metal. Estos modelos presentan la ventaja de recoger aspectos de corto plazo relacionados con el mundo financiero y aspectos de largo plazo relacionados con la actividad económica real. Este modelo establece que el precio del cobre estará dado por un equilibrio entre las fuerzas de demanda, oferta e inventarios, sumado a la existencia de un equilibrio general del mercado. En términos algebraicos el modelo queda expresado así:

$$(1) q_t^d = \alpha_0 - \alpha_1 p_t + \alpha_2 ipind_t - \alpha_3 tcr_t + u_t$$

$$(2) q_t^s = \beta_1 p_t - \beta_2 cmg_t + v_t$$

$$(3) stocks_t = \gamma_0 - \gamma_1 r_t + \gamma_2 vix_t + w_t$$

$$(4) stocks_t - stocks_{t-1} = q_t^d - q_t^s$$

Donde la ecuación (1) refleja la demanda por cobre, la ecuación (2) refleja la oferta de cobre, la ecuación (3) muestra la dinámica con respecto a los inventarios de cobre y la ecuación (4) es la ecuación de equilibrio de mercado.

Es importante notar las relaciones que se establecen entre las variables del modelo. La

demanda de cobre (q_t^d) tendrá una relación negativa con el precio del metal (p_t) y con el tipo de cambio real ($tcmt_t$), mientras que la producción industrial ($ipind_t$) de los países consumidores de cobre tendrá un impacto positivo sobre la demanda de cobre. La producción de cobre (q_t^s) está positivamente determinada por el precio corriente (p_t) del metal y se ve negativamente afectada por los costos de producción (cmg_t). El nivel de inventarios ($stocks_t$), varía inversamente a la tasa de interés real (r_t), esta variable representa el costo de oportunidad de mantener inventarios de cobre. Los inventarios tienen una relación positiva con el índice (vi_x), el cual indica la volatilidad de los mercados, esto debido a que a mayor volatilidad en los mercados financieros se ha observado un movimiento desde los mercados de renta variable y *commodities* hacia mercados de renta fija, lo cual aumenta los inventarios.

A partir de este modelo, se llega a una forma reducida, la cual tiene parámetros que pueden ser estimados econométricamente dependiendo de los supuestos del modelo. La forma reducida toma la siguiente expresión:

$$(5) p_t = \theta_0 + \theta_1 ipind_t + \theta_2 cmg_t - \theta_3 tcr_t + \theta_4 stocks_{t-1} + \theta_5 r_t - \theta_6 vi_x_t + \varepsilon_t$$

3.3. Precio incentivo

Esta metodología consiste en estimar la curva de oferta agregada futura e interseccionarla con la demanda estimada a fin de obtener un precio equilibrio. Para construir la curva de oferta agregada se calculan los precios mínimos que requiere cada proyecto para ser rentable, el denominado precio incentivo. Con esta información y con una estimación de la demanda, es posible determinar un precio de equilibrio de mercado.

Su estructura teórica esta en congruencia con el modelo econométrico planteado anteriormente. Las ecuaciones que describen este modelo son:

$$(1) q_t^d = \overline{q_t^d}$$

$$(2) q_t^s(P_i) = \overline{q_t^s} + \sum_{j=1}^M q_{j,t}^s(p_j)$$

$$(3) \dot{s}_t = 0$$

$$(4) s_t - s_{t-1} = q_t^s(P_i) - q_t^d$$

- $\overline{q_t^d}$ Cantidad de cobre demandada en el tiempo t
- P_i Precio incentivo o precio de largo plazo
- $\overline{q_t^s}$ Cantidad de cobre producida en el tiempo t

Donde la ecuación (1) establece una demanda de cobre exógena al modelo para el periodo t , la cual es usualmente determinada mediante la proyección estadística de la serie de consumo de cobre a través de un filtro de Kalman. La ecuación (2) señala que la oferta de cobre está compuesta por un término constante que recoge la cantidad producida por las operaciones en curso más los proyectos base y los altamente probables al año de la estimación. A esta

ecuación se le suma una componente variable que considera los proyectos probables y posibles. La ecuación (3) representa la condición de estado estacionario a largo plazo, con acumulación de activos igual a cero.³La ecuación (4) representa el balance de mercado, estableciendo el equilibrio entre oferta y demanda.

La solución del sistema anterior queda expresada de la forma:

$$\bar{q}_t^d - \bar{q}_t^s = \sum_{j=1}^M q_{j,t}^s(p_j)$$

Conociendo el precio incentivo de cada mina es posible construir la curva de oferta agregada. Paralelamente se considera una demanda altamente inelástica; intersectando la oferta con la demanda es posible tener una estimación del precio para cada año.

Esta metodología tiene la desventaja de que requiere contar con una cantidad enorme de información, como la estructura de costos y la inversión asociada a cada mina en producción y una estimación de cuales minas entrarán en producción y cuáles dejarán de operar.

3.4. Modelo de Hotelling

El modelo de extracción de recursos de Hotelling [9] considera el problema de la tasa de extracción óptima desde un punto de vista intertemporal. El primer paso es definir la función objetivo del productor, esta viene dada por⁴:

$$J = \int_0^{\infty} e^{-rt} \pi(q(t)) dt = \int_0^{\infty} e^{-rt} [p(t)q(t) - C(q(t))] dt,$$

Donde t es un periodo de extracción, además sean r , $p(t)$, $q(t)$ y $R(t)$ la tasa de descuento, el precio en el periodo t , la cantidad producida en el periodo t y las reservas en el periodo t , respectivamente.

El problema puede ser visto como un problema de optimización, con J como función objetivo sujeta a las siguientes restricciones: $\dot{R}(t) = -q(t)$, la cual indica que la variación en las reservas corresponde a la extracción en cada periodo; $q(t) \geq 0$ la cual indica que la producción debe ser positiva y $R(0) = R_0$, la condición inicial para las reservas. La solución de este problema de optimización conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{\dot{p} - \dot{C}_q}{p - C_q} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = r,$$

Así la expresión $p - C_q$, también conocida como precio sombra λ , crece exponencialmente en el tiempo a una velocidad determinada por la tasa de descuento r .

³Notar que esta suposición no necesariamente se cumple en todos los casos.

⁴Esta expresión corresponde al Valor Presente Neto en su forma continua

El modelo presentado anteriormente corresponde a la forma más simplificada de Hotelling. Posteriormente se han desarrollado versiones más complejas del modelo incluyendo aspectos como el aumento de costos por agotamiento, la exploración en términos de costos y aumento de reservas, cambios en la técnica y el efecto del reciclado y los inventarios.

A pesar de la potencia teórica y la elegancia de este modelo, sus resultados contrastan con la tendencia observada en los precios históricamente. Sin embargo, esto puede deberse a que la escala temporal que podemos considerar es muy acotada para apreciar las tendencias de largo plazo que el modelo arroja.

Capítulo 4

Modelos Basados en Agentes

Si he hecho descubrimientos invaluables
ha sido más por tener paciencia que
cualquier otro talento

Isaac Newton

En este capítulo se introducen los modelos basados en agentes. Para ello se hace mención a dos modelos que han tenido una gran relevancia en la disciplina: el artículo germinal escrito por T. Schelling y el modelo de Santa Fe desarrollado en Los Alamos.

4.1. Concepto General

Desde una perspectiva amplia los modelos basados en agentes son una filosofía de modelación.¹ En ellos, el modelador crea un entorno artificial y lo puebla con agentes autónomos. Estos agentes deben poseer propiedades internas y algoritmos de decisión que les permitan interactuar con los otros agentes y con el entorno, de esta forma el sistema evoluciona en forma descentralizada, y a medida que pasa el tiempo se pueden observar ya sea patrones de comportamiento o bien cambios en variables globales de entorno. Para quienes estén familiarizados con la programación orientada a objetos, es posible establecer la siguiente analogía; cada tipo de agente corresponde a una clase, los agentes en sí mismos serán objetos, sus atributos internos son las variables *instance*, sus algoritmos internos son funciones propias de cada clase. De esta forma, por construcción estos modelos se basan en los fundamentos del sistema, en una comprensión razonada de cómo cada parte del sistema interactúa con las otras.

¹En la actualidad los modelos basados en agentes son una metodología científica en plena expansión, para mayor información visitar <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/>

4.2. Definiciones

4.2.1. Agente

Un agente es una entidad autónoma dentro de un sistema, con características propias bien definidas que lo diferencian de otros agentes.² Cada agente es parte de una clase que lo define, indicando cuáles son sus variables de estado, sus mecanismo de interacción con el sistema y sus algoritmos de comportamiento.

El término agente es genérico, pudiendo abarcar a personas, empresas, países e incluso bacterias. Al momento de definir un agente es importante que el modelador tenga un conocimiento profundo sobre el sistema a modelar pues debe ser capaz de identificar las propiedades relevantes y los métodos de toma de decisión según sea el objetivo del modelo.

A modo de ejemplo definamos la clase estudiantes, la cual contendrá las variables de estado promedio e interés, así todos los agentes que pertenezcan a esta clase tendrán estas dos variables de estado que los caracterizan y los diferenciarán del resto del grupo. Adicionalmente la clase estudiantes contiene el método elegir ramos, en consecuencia todos los agentes en esta clase contarán con el método elegir ramos que les permitirá tomar una decisión en función de sus variables propias.

4.2.2. Dinámica

De esta forma en circunstancias ambientales iguales, dos agentes pueden tomar una decisión diferente debido a que sus características propias son diferentes. Estas elecciones pueden a su vez modificar las variables internas de los agentes, en este caso su promedio o bien su interés, en el largo plazo el sistema evoluciona y a nivel agregado aparecen comportamientos o propiedades que no existen a nivel individual.

Estos patrones a nivel agregado se denominan fenómenos emergentes. Estos constituyen la característica principal de los modelos basados en agentes, los cuales por construcción logran generar a nivel agregado patrones o comportamiento que no fueron planeados por ningún agente individual. Es importante mencionar que la metodología permite que estas propiedades emergentes sean propiedades físicas, como por ejemplo distribución especial de los agentes, o variables con un sentido abstracto como pueden ser las expectativas de un agente hacia el futuro.

Continuando con el ejemplo anterior de los estudiantes, una propiedad emergente sencilla puede ser la competitividad, si agregamos al sistema algún tipo de beneficio por tener un promedio alto los agentes tendrán incentivos para competir entre ellos a fin de estar bien posicionados dentro del grupo. Así el sistema poseerá un nivel de competencia entre agentes el cual no es planificado a nivel individual.

²Los modelos basados en agentes pueden ser vistos como una nueva clase de modelo matemático, en cuanto sus metodologías y resultados no caben dentro de las definiciones tradicionales de los modelos deterministas ni probabilísticos.

4.2.3. Propiedades Emergentes

Las propiedades emergentes son una característica distintiva de los modelos basados en agentes. Históricamente los sistemas de diversa índole han sido estudiados tanto desde el punto de vista microscópico como el macroscópico, teniendo cada nivel de estudio sus propias características y leyes, sin embargo el enfoque tradicional ha sido débil en establecer puentes entre estos dos puntos de vista.³

Los modelos basados en agentes solo establecen leyes y propiedades a nivel microscópico, siendo el comportamiento macroscópico el resultado de las interacciones ocurridas en las bases, por este motivo este tipo de modelación también es llamada *bottom up*.

Las propiedades emergentes abundan en sistemas complejos, como son por ejemplos los sistemas compuestos por organismos vivos. Para ilustrar esto podemos pensar en un cardumen de peces; ningún pez tiene a nivel individual la facultad de planificar el movimiento de los demás peces ni de elegir la dirección en la cual se moverá el conjunto. Sin embargo a nivel agregado aparecen estructuras complejas como tornados, estos son estables y tienen propiedades que no existen a nivel individual.⁴



³ En ciencias se ha utilizado extensamente el teorema de Reynolds para expresar propiedades extensivas H (macro) en términos de propiedades intensivas η (micro), mediante:

$$H = \int_V \rho \eta dV$$

⁴Desde esta perspectiva, resulta evidente que si bien los modelos deterministas y probabilistas han sido exitosos describiendo sistemas físicos, son inadecuados para describir sistemas más complejos como los presentes en los organismos vivos. Entonces, ¿qué pasa con los sistemas poblados por humanos? ¿Acaso somos los humanos capaces de coordinar el comportamiento del sistema en su conjunto o siquiera medir las consecuencias de todos nuestros actos? La teoría económica estándar da una respuesta a esta pregunta; dice que si los individuos buscan solo su beneficio individual una mano invisible guiará el mercado hacia una situación en la cual el bienestar de la sociedad aumenta, así el egoísmo se convierte en altruismo. Resulta interesante el hecho de que esta teoría ha dado una justificación ‘científica’ a la existencia de desigualdades sociales hasta la actualidad

4.3. Modelo de Segregación de Schelling

Formalmente la modelación basada en agentes fue formulada por Thomas Schelling en 1971, en el artículo "Dynamic models of segregation"[3]. En este artículo el autor aborda el problema de la segregación desde un punto de vista genérico, argumentando que las personas tienden a segregarse por género, edad, salario, lenguaje e incluso color de piel. Algunas de estas segregaciones son organizadas, otras determinadas por causas económicas o por sistemas de comunicación, sin embargo, él estaba interesado en la segregación producto de las decisiones de los individuos.

El autor expone que las ciencias económicas están altamente familiarizadas con situaciones en las cuales el comportamiento individual lleva a cambios imprevistos a nivel agregado; esta transición ha sido usualmente explicada mediante "la mano invisible". Según esta idea de alguna forma no totalmente especificada la satisfacción individual conduce indefectiblemente hacia resultados socialmente eficientes a nivel agregado. Sin embargo, existen numerosos ejemplos, como la depresión y la inflación, que en ningún caso son el reflejo de un deseo universal por menores ingresos o mayores precios.

Dado que las metodologías utilizadas hasta ese momento no eran capaces de generar resultados como los observados en la realidad, Schilling propone abordar estos problemas desde un punto de vista distinto. Para exponer sus ideas utiliza dos ejemplos que serán descritos a continuación.

4.3.1. Un primer modelo para ilustrar

Para ilustrar su modelo Schelling considera un barrio residencial habitado por dos clases de individuos claramente diferenciables, que para fines didácticos se identifican como negros y blancos. Para fines cuantitativos es necesario definir lo que entendemos por barrio, en este documento el autor considera como barrios al conjunto de individuos que están una o dos casas junto al individuo en cuestión. El autor consideró un caso bidimensional al azar con la siguiente configuración inicial:

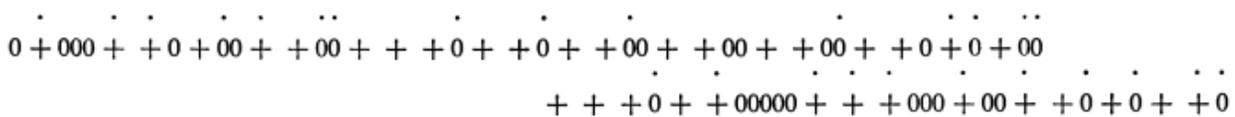


Figura 4.1: Estado inicial del ejemplo de Schelling, Fuente: Schelling 1971

Una vez descrita la configuración espacial el autor procede a describir los mecanismos que generan la segregación. En este caso se plantea que un agente está insatisfecho cuando al menos la mitad de los individuos del barrio son del otro grupo, estos individuos buscaran intercambiar ubicación con otros agentes insatisfechos. Es importante mencionar que por construcción el modelo avanza a intervalos de tiempo discreto. De esta forma, la configuración de los agentes en el siguiente turno es:

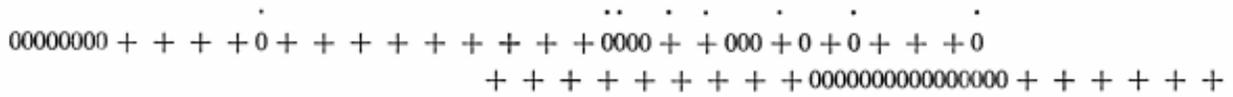


Figura 4.2: Segunda etapa en el ejemplo de Schelling, Fuente: Schelling 1971

Otro aspecto a mencionar es que si bien los agentes solo toman la decisión en respuesta a sus vecinos, no saben si en su nueva ubicación cumplirán su condición de satisfacción. Esta acotación es relevante pues tras ellas se esconde el hecho de que los agentes no tienen conocimiento respecto a las decisiones que tomarán los otros agentes en ese turno.

En este ejemplo el equilibrio se alcanza rápidamente pues el sistema es muy simple, sin embargo, se observa como en el estado final los agentes se segregan formando sectores o barrios compuestos por elementos de la misma clase.

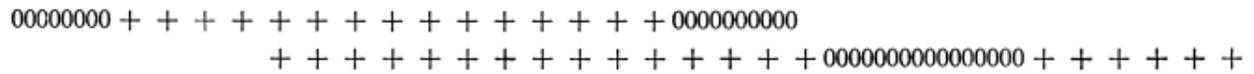


Figura 4.3: Etapa final del ejemplo, todos los individuos están satisfechos, Fuente: Schelling 1971

4.3.2. Segundo ejemplo

Supongamos que hay un área que blancos y negros trataran de ocupar siempre, a menos que la proporción del color opuesto no exceda cierto límite. Esto puede ser tanto la pertenencia a una organización como la ocupación de un área residencial exclusiva. Llamaremos a este límite tolerancia.

Evidentemente a mayor tolerancia mayor número de blancos y negros estarán satisfechos de vivir con el otro grupo en la misma área, sin embargo, si los individuos no pueden tolerar en lo absoluto a un vecino distinto nadie del otro grupo podrá entrar. De esta forma podemos experimentar con diferentes distribuciones de tolerancia para ver si en el proceso de ocupación el área es poblada por blancos, por negros o una mezcla, y buscar principios que relacionen las formas de las curvas, las posiciones iniciales y la dinámica de entrada y salida.

Considerando que no todos los individuos de un grupo tendrán el mismo nivel de tolerancia, definamos una distribución para la tolerancia dentro del grupo a fin de poder desarrollar sobre ella el ejemplo. Se considerará que la mayor tolerancia posible es 2:1, es decir que el individuo esta cómodo incluso si el número de participante del otro grupo dobla al propio, y una mínima tolerancia que no admite ningún miembro del otro grupo. En un primer ejemplo también asumamos que la tolerancia que tienen ambos grupos es la misma, y supongamos que ambos grupos son iguales en número.

Para examinar la dinámica se mostrarán ambos grupos en el mismo gráfico. En este gráfico se ilustrará la tolerancia global del grupo como el número de individuos del otro grupo que puede ser tolerada. Así cada cantidad de individuos del grupo W en las abscisas, tiene una

correspondiente tolerancia indicada por la curva parabólica. Así, la curva W indica el número de individuos del otro grupo tolerado para esa cantidad. Análogamente se hace lo mismo sobre el eje de las ordenadas, pero indicando la tolerancia del otro grupo.

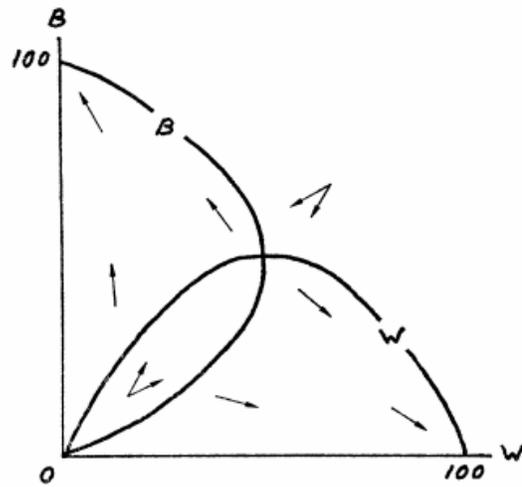


Figura 4.4: Caso base, ambos grupo tienen igual tolerancia y cantidad de individuos, Fuente: Schelling 1971

El resultado que es las dos parábolas dividen el diagrama en cuatro regiones. Cualquier punto por debajo de la curva W es un punto en el cual el grupo de blancos está satisfecho con el número de negros: como resultado los blancos no disminuirán y e incluso más blancos entrarán al sistema. Cualquier punto a la izquierda de la curva B representa un punto en el cual ese número de negros puede tolerar la presencia de tal número de blancos: de esta forma los negros no abandonarán el sistema e incluso más negros entrarán a él. En la región en la cual ambas curvas se superponen, el número de ambos grupos se incrementará, fuera de las curvas el número de ambos decrecerá. Por debajo de la curva W pero a la derecha de la curva B , los negros dejarán el grupo y los blancos ingresarán; análogamente en la región a la izquierda de la curva B y por sobre ella curva W , los blancos dejarán el sistema y los negros ingresarán.

Existen dos puntos de equilibrio estable en el sistema, uno con exclusiva ocupación por negros, el otro por exclusiva ocupación por blancos. La distribución inicial de ambas poblaciones y las velocidades a las cuales ellos entren o salgan del sistema determinará cual de ambos colores eventualmente ocupará la región y cual desaparecerá. En la intersección de ambas curvas existe un punto de equilibrio inestable en el cual ambas poblaciones podrían coexistir, sin embargo el ingreso de un nuevo agente generará una tendencia hacia los sectores y en consecuencia las dinámicas descritas anteriormente.

Si cambiamos la distribución de tolerancia del grupo aumentando la tolerancia máxima a una razón de 5:1, ambas curvas pueden sobrepasarse. De esta forma es posible la existencia de una situación de equilibrio estable mixto. También se tienen equilibrios estables en ambos extremos como en el caso anterior. Nuevamente el resultado de esta dinámica dependerá de las condiciones iniciales y de las velocidades de entrada y salida.

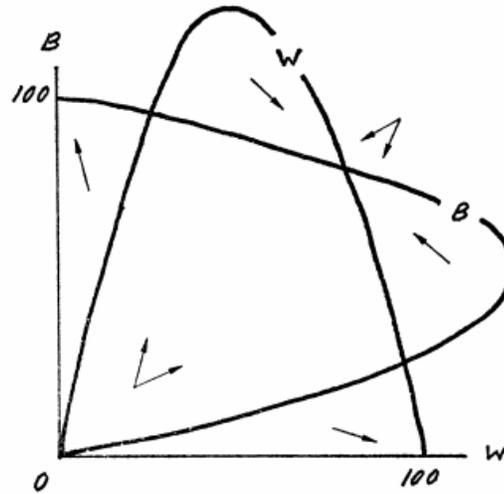


Figura 4.5: Esquema con tolerancia aumentadas, Fuente: Schelling 1971

Es posible también modificar la proporción de los individuos en el sistema, si el número de blancos supera a los negros en la razón 2:1, el diagrama tomara la forma ilustrada en la figura 4.6, en la cual la condición de equilibrio estable mixto desaparece. Los blancos agobian numéricamente a los negros, los cuales dejan el sistema, salvo en el caso que las condiciones iniciales estén en la delgada región sobre la curva W.

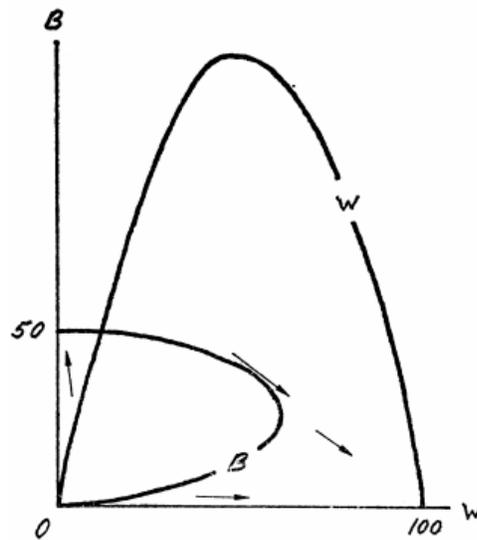


FIGURE 3

Figura 4.6: Distintos nivel de tolerancia en cada grupo, Fuente: Schelling 1971

Notar que el equilibrio estable podría ser alcanzado limitando el ingreso de blancos. Otra observación interesante es que limitar el número de blancos tiene el mismo efecto que si los blancos más tolerantes se volvieran intolerantes. En efecto, ya sea limitando el número de blancos en el área o suponiendo que la mitad de los blancos tienen una tolerancia cero a los negros, la tolerancia global cae verticalmente.

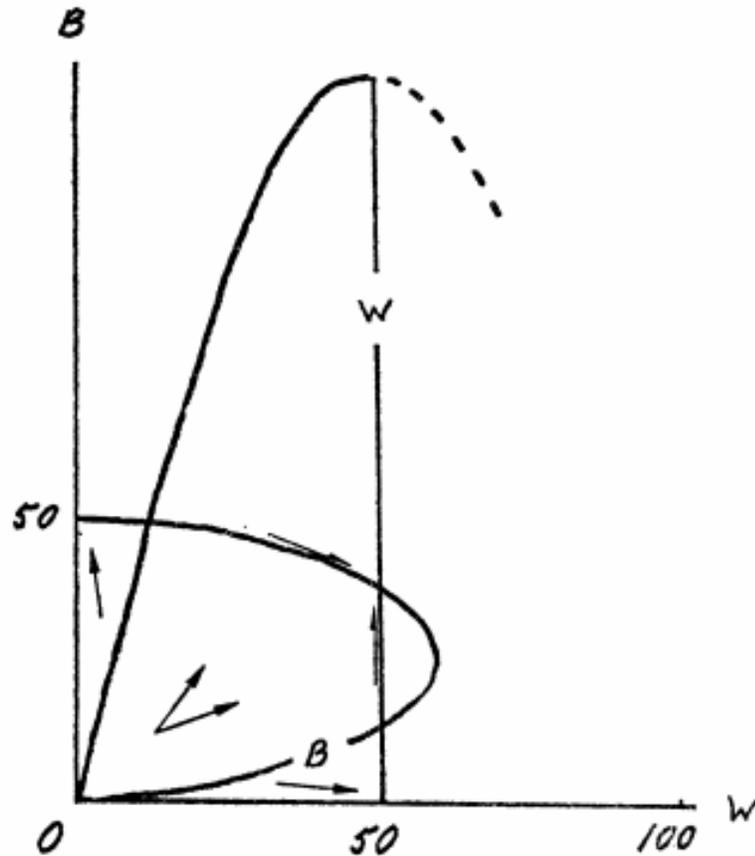


Figura 4.7: Limitando el número de blancos, Fuente: Schelling 1971

Se deben mencionar dos resultados no esperados de este modelo: primero, que frecuentemente el equilibrio polarizado se debe a que un color supera numéricamente al otro; al menos bajo este modelo no es cierto que las probabilidades de un equilibrio mixto puedan mejorar aumentando la tolerancia de un color hacia el otro. Segundo, los resultados no dependen de si cada color tiene una intolerancia hacia el otro. Es posible suponer que la mayoría de los negros y blancos prefieren una mezcla, esto puede ser interpretado como un cambio en sus niveles de tolerancia. El modelo funciona bajo ambas interpretaciones y genera los mismos resultados.

4.4. Santa Fe Institute Artificial Stock Market

El modelo original del Instituto Santa Fe fue creado a comienzos de la década de los 90 por economistas y científicos computacionales. Su objetivo era determinar si la interacción entre agentes artificiales inteligentes converge a un equilibrio de expectativas racionales.

La teoría económica estándar hasta ese momento, denominada teoría del equilibrio general o de expectativas racionales, decía que los agentes económicos como *traders*, compañías e individuos deducen un comportamiento óptimo en base de las circunstancias, asumiendo que los agentes tienen información completa, que son perfectamente racionales, que ellos tienen expectativas comunes y que ellos saben que todos los demás agentes tienen las mismas propiedades.

Cuando esta teoría es aplicada al mercado accionario, esta resulta en que no debieran existir ni burbujas, ni *crashes* y que la volatilidad debiera ser baja. Esto último debido a que el volumen de transacciones debiera ser bajo, ya que la única razón para que exista movimiento en el mercado es que algún factor externo modifique los bienes disponibles para invertir. Tampoco debería existir ganancia de dinero mediante la extrapolación de los patrones en las series de tiempo, comercio técnico, pues cualquier regularidad en la serie de precios debiera ser ya arbitrada por los agentes racionales.

Sin embargo, estos hechos no parecen calzar muy bien con la realidad observada en los mercados accionarios. Existen burbujas, *crashes* y estados de ánimo en el mercado. El volumen de transacciones y la volatilidad son mucho mayores de lo que se puede explicar mediante factores externos. El comercio técnico genera cuantiosas ganancias a los corredores de bolsas. Esto motiva a modificar la teoría estándar o su aplicación a fin de intentar llegar a explicar estas discrepancias, en particular es menester incluir aspectos como la racionalidad limitada y *traders* nocivos.

Durante el desarrollo de este modelo los autores notaron que crear un mercado artificial de agentes heterogéneos introducía un enfoque disruptivo en la economía en cuanto a que rompía con la noción de agente económico representativo. En particular se definió que un modelo basado en agentes, en contraposición al enfoque de agente representativo, debía reflejar las siguientes características:

- Ausencia de información completa: Los agentes tendrán que aprender sobre la marcha. Así algunas condiciones ambientales no serán patentes hasta la evolución del sistema.
- Ausencia de racionalidad perfecta: Personas o empresas reales no son lo suficientemente inteligentes para calcular su verdadero óptimo. Incluso teniendo la capacidad para hacerlo, en la realidad existen reglas de pulgar en cuanto a la toma de decisiones.
- Ausencia de expectativas comunes: Cada agente puede considerar diferentes criterios o tener distintas metodologías para formar sus expectativas.

4.4.1. Estructura general del mercado

El mercado está compuesto por N agentes interactuando en un mercado central. En este modelo los agentes no interaccionan directamente entre ellos, sino que lo hacen solamente a través del mercado. En el mercado existe solamente una clase de acción, con un precio $p(t)$ que toma distintos valores en cada intervalo de tiempo t . El tiempo será considerado en forma discreta, adicionalmente la acción paga un dividendo $d(t+1)$ al final del periodo t . La serie de tiempo de los dividendos es en sí misma un proceso estocástico definida independientemente del accionar del mercado y de los agentes. Para efectos operativos se consideró que la serie de precios corresponde a un proceso autoregresivo de primer orden, AR(1), dado por:

$$d(t) = \bar{d} + \hat{d}(t)$$

$$\hat{d}(t+1) = \rho \hat{d}(t) + \alpha \eta(t)$$

Donde \hat{d} indica la variación del dividendo respecto a una media fijada \bar{d} , ρ y α son parámetros y $\eta(t)$ es una variable aleatoria normal con media 0 y varianza 1.

Se tiene también a la entidad bancaria, la cual entrega una tasa de retorno fija r en cada periodo. En cada turno los agentes deciden qué cantidad de dinero pondrán en la bolsa y cuánto dejarán en el banco. Así en cada periodo t , el agente i posee un número determinado de acciones $h_i(t)$ y tiene cierta cantidad de dinero $M_i(t)$ en el banco, así su patrimonio en cada periodo es:

$$w_i(t) = M_i(t) + h_i(t)p(t)$$

Al final del periodo, en el siguiente turno este portafolio toma el valor de:

$$\bar{w}_i(t+1) = (1+r)M_i(t) + h_i(t)p(t+1) + h_i(t)d(t+1)$$

En donde el primer término es el dinero en el banco con interés del periodo, el segundo es el nuevo valor de la acción y el ultimo corresponde a los dividendos obtenidos en el periodo anterior.

Un aspecto relevante a definir es el mecanismo de formación de precios⁵. En términos generales podemos decir que este mecanismo es altamente complejo pues es una subasta en la cual se debe hacer un *match* entre ofertas de compra y ofertas de venta, y en función de ellas establecer un precio; además debe incluir una componente técnica que considere la serie de precios histórica. Para efectos de este modelo los autores usaron diversos mecanismos, pero en la mayoría de ellos incluyeron una componente de media móvil que refleja el precio observado de la acciones en los últimos n periodos, la cual toma la forma:

$$MA_n(p(t)) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} p(t-k)$$

⁵El detalle del mecanismo de formación de precios esta fuera de los alcances de esta revisión, más aun en las publicaciones de este modelo tampoco se detalla en profundidad el algoritmo de formación de precios

4.4.2. Estructura de los agentes

Básicamente los agentes deben decidir en cada turno si invertirán un poco más de dinero en la acción o si venderán la acción para guardar el dinero en el banco. Es posible construir diversos tipos de agentes, sin embargo, para efectos ilustrativos en este ejemplo solo se considerarán agentes que realicen una estimación futura y que luego puedan refinar su exactitud a medida que el modelo evoluciona y los agentes aprenden de sus acciones pasadas. Para seleccionar su portafolio, los autores dotaron a los agentes de un modelo de decisión financiero de aversión al riesgo, denominado CARA. Bajo este modelo, el agente i estima la media de su retorno mediante:

$$E_i[p(t+1) + d(t+1)] = a_{ij}(p(t) + d(t)) + b_{ij}$$

Con varianza σ_i^2 , donde a_{ij} y b_{ij} son constantes que tienen distinto valor para cada agente y que dotan a los agentes y a sus decisiones de heterogeneidad. Siguiendo este modelo, el número total de acciones a poseer se determina por la siguiente expresión:

$$h_i^{\text{desired}}(t) = \frac{E_i[p(t+1)] + d(t+1) - p(t)(1+r)}{\lambda\sigma_i^2}$$

Donde λ es un parámetro que indica la aversión al riesgo. En algunas versiones del modelo de Santa Fe los agentes tienen la capacidad de modificar sus propios a_{ij} y b_{ij} a fin de refinar sistemáticamente sus predicciones.

4.4.3. Resultados

El objetivo de este modelo era buscar acercarse al comportamiento real del mercado. La mejor forma de responder esta pregunta es comparando los precios arrojados por el modelo con series de precios reales. Si bien los autores no entregan resultados numéricos categóricos, afirman que cualitativamente la trayectoria de precios generada por el modelo tiene un comportamiento razonablemente realista.

Otro aspecto que se quería poner a prueba era la hipótesis de expectativas racionales, al imponer esta condición en este modelo todos los agentes tienen el mismo comportamiento y el resultado es un *forecast* de precios lineal. Esto evidentemente no se cumple en la realidad, por ende, al menos bajo este modelo las expectativas racionales no son un supuesto válido.

Capítulo 5

Un modelo basado en agentes para el mercado del cobre

Study hard what interests you the most in the most undisciplined, irreverent and original manner possible

Richard Feynman

En este capítulo se propone un modelo de agentes para el mercado del cobre¹, detallando los agentes económicos y los supuestos que se tomaron al definir sus propiedades, métodos de acción e interrelaciones.

5.1. Marco Conceptual

El mercado de los *commodities* se ha caracterizado históricamente por presentar oscilaciones importantes en sus niveles de precios. En este documento se plantea la hipótesis de que estas oscilaciones sean una consecuencia natural de algunas características de la industria minera. Estas características alejan a la industria minera de los modelos de competencia perfecta, en particular se tiene una situación en la cual, ante un aumento brusco en la demanda, la oferta tarda una década en responder, en el corto plazo esto genera escasez y aumento del nivel de precios, en el largo plazo genera una caída en el nivel de precios que podemos identificar como la parte baja del ciclo de precios.

La situación antes descrita hace que el mercado este constantemente fuera del equilibrio. Dado que las metodologías tradicionales utilizadas no consideran estas dinámicas, surge la necesidad de intentar modelar el mercado mediante un modelo de agentes y observar si al incluir estas dinámicas propias de la industria se generan trayectorias de precios con un comportamiento cíclico.

¹.El modelo que se presenta en este capítulo dista de ser perfecto, sin embargo constituye un primer esfuerzo en avanzar hacia la modelación del mercado mediante esta técnica.

5.2. Estructura del modelo

El modelo esta poblado por tres tipos de entidades; yacimientos, minas y el mercado. Los yacimientos constituyen un conjunto de agentes heterogéneos en cuanto a que sus reservas y costos son distintos². Los yacimientos son agentes pasivos, los cuales no tienen interacción directa con los otros agentes del modelo. Sin embargo, los yacimientos tienen la posibilidad de convertirse en minas; al final de cada turno el mercado evaluará económicamente los yacimientos mediante un modelo de valor actual neto simple según las condiciones de mercado de ese momento, en caso de que el proyecto flote el yacimiento pasará a convertirse en mina después de un periodo de construcción.

Las minas por su parte provienen de un yacimiento, heredando de estas propiedades como reservas y costos. Además tienen nuevas características como la capacidad de ofertar una cantidad fija de mineral al mercado y la capacidad de detener la producción en caso de que las condiciones de mercado sean sistemáticamente desfavorables para ellas, es decir, en caso de que el precio se mantenga bajo sus costos de producción por un periodo prolongado. Las minas no interactúan directamente entre ellas, sino que lo hacen a través del mercado, ajustando sus niveles producción en función de las condiciones de mercado. Notar que, si bien no existe una relación directa entre las minas, durante la dinámica del sistema las decisiones que tomen las minas afectan las condiciones de mercado y por ende también afectan a todas las minas del mercado.

Por otro lado el mercado³ es la entidad encargada de darle dinámica al modelo, dirigiendo y coordinando todas las acciones. Así el mercado entrega información a los agente respecto a las condiciones de mercado, recibe su producción, recibe la cantidad demandada, considera la información del turno anterior y ejecuta los mecanismos de formación de precios. A final de cada turno evalúa económicamente de todos los yacimientos existentes y en caso que sean viables económicamente los convierte en minas.

Dentro de nuestro modelo también existe un mecanismo de formación de precios y un mecanismo de acumulación de stocks que están estrechamente relacionados y actúan en paralelo. Estos dos mecanismos no son una propiedad intrínseca del mercado, más bien son una propiedad global del sistema o propiedad emergente.

Es necesario explicitar que en este trabajo la demanda se consideró como exógena⁴, debido a que a diferencia de la producción, el consumo de metal está muy atomizado y solo se cuenta con información respecto al consumo por región o por sector productivo, en este trabajo se utilizará el consumo por región.

²Se podría argumentar que esta afirmación es incorrecta pues los costos varían dependiendo de la compañía que construya y opere la mina, sin embargo podemos trasladar esta propiedad al agente mina y los resultados del modelo son idénticos.

³Resulta difícil definir mercado, en estricto rigor el mercado es la institución o lugar físico en el cual se lleva a cabo la transacción. Sin embargo, es común que los economistas le atribuyan estados anímicos como si se tratase de un ser vivo.

⁴La producción de cobre se concentra en un número relativamente pequeño del orden de 200 a 300 minas, en cambio el consumo se distribuye en un sin número de consumidores finales.

5.3. Yacimientos

La variabilidad e incertidumbre geológica constituyen uno de los rasgos característicos de la industria minera. En consecuencia, modelar los yacimientos mediante variables que sean transversales a todos ellos, es una tarea de alta dificultad inherente a la naturaleza de los yacimientos. Para efectos de este modelo se consideró que para definir un yacimiento necesitamos conocer sus reservas, los costos asociados a su explotación y el tiempo que estarán activos una vez desarrollada una explotación minera en ellos.

Durante la formulación de este modelo se determinó que tanto los costos de capital como los costos de operación son una propiedad del yacimiento en sí. Además de las propiedades descritas en el párrafo anterior, los yacimientos no tienen ningún tipo de interacción con los otros agentes salvo la posibilidad de evaluar en cada periodo si bajo las condiciones de mercado de ese momento la construcción de una mina y su posterior explotación se hacen rentables.

5.3.1. Propiedades de los yacimientos

Reservas A fin de homogeneizar y hacer posible la representación de los yacimientos, se determinó incluir la variable reservas R_i , pero con una acepción distinta a la usada usualmente en minería. En este modelo se entenderá por reservas al tonelaje total de cobre metálico que contiene un yacimiento. La variable reservas servirá tanto para realizar la evaluación económica del yacimiento, como para posteriormente modelar el tiempo de actividad que tendrá la mina.

Costos Cada yacimiento tiene asociado costos de capital Capex, necesarios para convertirse eventualmente en una mina. También tendrá costos operacionales Opex asociados a su extracción. Ambos serán considerados como propiedades del yacimiento.

Producción Al momento de evaluar un proyecto minero, una de las variables más importantes a determinar es el ritmo de producción que tendrá la futura mina, sin embargo, para efectos ilustrativos podemos considerar que la producción es una propiedad del yacimiento. Esta suposición no es tan alejada de la realidad pues en la actualidad existe una gran cantidad de softwares que determinan numéricamente la tasa de extracción que maximiza el beneficio en un yacimiento dado, siendo la principal variable de entrada el precio del metal.

Años de extracción Otra propiedad que es menester considerar es la cantidad de años que el yacimiento podría eventualmente estar en producción en caso de llegar a ser una mina. Este valor es relevante para darle un horizonte de evaluación económica.

Valor Esta propiedad indica el valor actual neto del yacimiento, es una propiedad intrínseca del yacimiento pero es dinámica, teniendo un valor distinto en cada turno según las condiciones del mercado de ese momento.

Tasa de descubrimiento Esta es una probabilidad de descubrir nuevos yacimientos en cada turno. En estricto rigor es una propiedad del conjunto de yacimientos y no de un yacimiento en particular, sin embargo por simplicidad se incluyó en este apartado. Esta tasa le entrega dinamismo al conjunto de yacimientos y permite incluir los nuevo descubrimientos en el modelo.

5.3.2. Métodos de los yacimientos

Estado de Reservas El objetivo de este método es meramente informar sobre las reservas restantes en el yacimiento. Si bien las reservas no cambian en los yacimientos, cuando estos pasan a ser minas en operación las reservas se reducen turno a turno hasta que se agotan y la mina se extingue.

Decisión de inversión Este método permite que el agente yacimiento interactúe con el modelo. Para ser llamado este método requiere que se ingrese un precio, con este valor procede a realizar una evaluación económica sencilla del yacimiento bajo las condiciones del mercado según un modelo de valor actual neto sencillo:

$$VAN = -I_0 + \sum_{i=1}^{vida} \frac{(P_i - Ope_x) * q_i}{(1 + r)^t}$$

Donde, r es la tasa de descuento, q_i es la producción y P_i es el precio al momento de evaluar la inversión. Es usual considerar que los agentes evalúan los proyectos utilizando algún mecanismo para estimar los precios futuros, sin embargo, estos mecanismos no son más que el precio *spot* del momento más un pequeño delta, así por simplicidad se consideró que la evaluación se realiza simplemente con el precio *spot* de cada periodo. El resultado de este método será la decisión de inversión, en caso de que sea favorable el yacimiento pasará a ser una mina que estará disponible para ofertar metal, en caso contrario el yacimiento seguirá existiendo como tal y en cada turno se volverá a evaluar si es rentable bajo las nuevas condiciones de mercado.

Así, para cada yacimiento i , la variable que indica la decisión de inversión toma la forma:

$$\sigma_i = \begin{cases} 1 & \text{Si se ha decidido desarrollar una mina.} \\ 0 & \text{Si no se ha decidido desarrollar una mina.} \end{cases}$$

5.4. Las minas

Se consideró como una mina independiente a cada operación minera. Cada mina cuenta con un conjunto de atributos, algunos heredados de un yacimiento y otros que aparecen en cuanto se conforma la mina. Estos atributos son diferentes en cada mina, dándole heterogeneidad al conjunto.

Cada mina cuenta con dos variables de estado propias que dan cuenta de la evolución de la mina dentro del sistema; la primera es la variable actividad que indicara si la mina se encuentra en actividad o se encuentra en estado de mantención (inactividad), la idea detrás de este indicador es darle la opción a la mina de cerrar cuando las condiciones del mercado sean desfavorables. La segunda variable es un contador que tiene por objeto indicar la situación financiera de la mina, contando el número de periodos en que la mina ha estado operando a pérdidas, o bien el número de periodos que la mina ha estado cerrada con precios de mercado que son favorables para su operación. Este contador permite ilustrar la idea de que tanto cerrar como abrir una mina tiene un costo, por ende tanto para abrir o cerrar se requiere que las condiciones de mercado sean favorables o favorables por un cierto intervalo de tiempo.

5.4.1. Propiedades de las minas

Las minas provienen de los yacimientos, heredando todas sus propiedades. Adicionalmente las minas al ser más complejas que los yacimientos tienen propiedades adicionales que las describen y permiten describir sus estados. Estas nuevas propiedades son:

Indicador de actividad Variable que indica la actividad de la mina, tomando el valor de 1 si la mina se encuentra en actividad y tomando el valor de 0 si la mina se encuentra inactiva o en mantención.

Buenos periodos Contador que se activa cuando la mina está cerrada, su objetivo es contar el número de periodos en los cuales, estando la mina cerrada, las condiciones de mercado son favorables para que la mina esté en producción. Así, este contador se puede contrastar con una resistencia a abrir. Por ejemplo, en el caso que la resistencia a abrir sea cero, al primer periodo en los cuales los precios sean favorables la mina abrirá inmediatamente. Por el contrario, si la resistencia toma el valor de 10, se requerirán 10 periodos de precios favorables para que la mina abra. Así, al definir esta variable tenemos la capacidad de regular el tiempo que le toman a las minas reabrir ante un mercado favorable

Malos periodos Cumple un rol análogo a la variable anterior; sin embargo, esta variable se activa cuando la mina esta en producción. De esta forma contabiliza los periodos en los cuales la mina ha estado operando a pérdida. Es posible contrastarla con una resistencia a cerrar, de esta forma si la resistencia a cerrar tomara un valor de 0, al primer periodo de precios no favorables la mina cerraría. Por el contrario si la resistencia tomara un valor de

10, se requerirían 10 periodos de precios desfavorables para que la mina tome la decisión de cerrar.

5.4.2. Métodos de las minas

Estado financiero Este método busca reflejar la resistencia de una mina a mantenerse activa pese a estar operando bajo pérdidas o bien la resistencia de una mina a mantenerse inactiva pese a que el precio es superior a sus costos operacionales. Para ellos hace uso de los contadores descritos en la subsección anterior. Este método hace la distinción entre dos estados, pero en ambos cumple funciones análogas. El primer estado es cuando la mina está activa, en tal caso este método contabiliza el número de periodos en los cuales la mina ha estado operando a pérdida, con precios menores a sus costos de producción. El segundo estado es cuando la mina está inactiva, en este caso el método contabiliza el número de periodos que la mina ha estado cerrada con precios de producción sobre sus costos de operación.

En ambos casos el sentido de este método es contar el número de periodos que la mina puede resistir ya sea operando con precios desfavorables antes de tomar la decisión de cerrar, o bien el número de periodos que la mina puede permanecer cerrada y con precios favorables antes de tomar la decisión de reactivarse. (en definitiva, agrega la resistencia tanto de abrir como a cerrar una mina dadas los costos y externalidades que conlleva)

Tanto la resistencia a abrir como la resistencia a cerrar son parámetros de libre elección en el modelo, que pueden ser ajustados por el modelador.

Ofertar Este método corresponde al estímulo externo que recibe la mina para ejecutar todos sus algoritmos internos. Este método recibe un precio y en base a este llama al método de estado financiero, posteriormente evalúa si la mina está activa, en caso de estarlo entrega al mercado su producción y la descuenta de sus reservas. En caso de que la mina esté inactiva, simplemente retorna cero al mercado. Este método contabiliza también la disminución de reservas en cada periodo, así inmediatamente después de realizar su oferta de cobre, este método descuenta esa cantidad de las reservas totales.

Decide cerrar/decide abrir Estos métodos son complementarios al método de estado financiero, en ellos se compara el contador financiero con un número de periodos de resistencia ya sea a abrir como a cerrar. En caso de que el contador financiero supere a la resistencia, este método modificará el estado de la mina, pudiendo pasar de activo a inactivo y vice versa.

Así, para cada mina m , la variable de estado que indica si la mina está en producción toma la forma:

$$\theta_m = \begin{cases} 1 & \text{Cuando la mina está en producción.} \\ 0 & \text{Cuando la mina está en mantención.} \end{cases}$$

5.5. Demandantes

Como se mencionó al comienzo del capítulo, en este modelo la demanda será considerada exógena. No obstante, para efectos de tener un mercado completo necesitamos incluir una fuente de demanda que consuma el metal generado turno a turno en el modelo.

Para efectos de simplicidad se desglosó el consumo según región; esta aproximación se justifica en que cada región del planeta tiene crecimientos en su demanda característicos. Por ejemplo, el aumento de consumo en la pasada década se debió fundamentalmente a un aumento en el consumo en Asia, sin embargo, en otros continentes la demanda no tuvo tal aumento explosivo.

5.6. El Mercado

El mercado cumple la función de dirigir el modelo completo, para ello realiza funciones como informar a los agentes sobre los resultados de las dinámicas de los turnos anteriores y recibir la información del turno actual y activar el mecanismo de formación de precios.

5.6.1. Propiedades del mercado

La estructura de programación del modelo exige que el mercado sea creado posteriormente a todos los otros agentes, esto es debido a que al crear un mercado debemos ingresarle una lista con todos los agentes que participarán en él, ya sean yacimientos, minas o fuentes de demanda. También es necesario ingresarle algunas condiciones iniciales como un precio inicial, un nivel de stocks y una tasa de descuento.

Precio inicial Dado que las minas ajustan su oferta en función de la información del precio en turnos anteriores, el modelo necesita contar con un precio inicial para poder comenzar. Este precio debe ser elegido dentro del rango de la curva de oferta agregada del modelo a fin de que genere trayectorias estables.

Stock inicial Análogamente al precio, el modelo requiere contar con un nivel inicial de stock. En la medida que este valor inicial sea razonable con los otros parámetros del modelo, su incidencia en la dinámica del modelo es despreciable.

Conjunto de yacimientos A diferencia de las otras propiedades descritas anteriormente en el modelo, este no es un mero parámetro numérico, sino que es un conjunto de yacimientos con todas sus propiedades. Es importante que antes de crear un mercado se genere un conjunto de yacimientos para luego ingresarlos en el mercado. En lo sucesivo el mercado trabajará con este conjunto de yacimientos, evaluando al final de cada turno si bajo

las condiciones de mercado de ese momento se hace posible que algunos yacimientos pasen a convertirse en minas.

Conjunto de minas Al igual que el conjunto de yacimientos, esta propiedad del mercado es un conjunto de minas ya definidas. En lo sucesivo el mercado utilizará este conjunto de minas ya sea para llamar a la oferta como para informarles el precio. Si bien este conjunto se ingresa al momento de iniciar el modelo, a medida que el modelo avanza este conjunto puede variar ya sea por el ingreso de nuevos yacimientos que se convierten en minas como por minas que se agotan y simplemente salen de este conjunto.

Conjunto compradores Si bien el modelo considera a la demanda como un aspecto exógeno, para efectos de mantener la estructura de programación se incluyeron a los compradores como agentes del modelo. En estricto rigor no tienen incidencia en cuanto no tienen ningún método de decisión y su único rol es demandar metal en cada periodo.

Tasa de descuento Corresponde a la tasa de descuento corriente utilizada para evaluar los proyectos. La utiliza el mercado al evaluar económicamente los yacimientos mediante el método del valor actual neto simple. Se incluyó como una propiedad del mercado bajo el supuesto de que viene dada por condiciones financieras externas al modelo.

5.6.2. Métodos del mercado

Llamar oferta/demanda El mercado toma su colección de minas y les indica a cada una de ellas el precio generado en el turno anterior, en respuesta a esto las minas le retornan la cantidad de cobre producida en función de sus propios algoritmos de decisión ya descritos. El método llamar demanda es análogo al método llamar oferta, la diferencia es que la cantidad demanda es exógena al modelo y por ende no se ve alterada ante cambios en los niveles de precios.

Periodo Ejecuta las funciones de llamar oferta y llamar demanda, establece las diferencias entre la cantidad ofertada y demandada que será la diferencia de stock en tal turno. Adicionalmente establece un precio como resultado de las condiciones de mercado en ese periodo bajo la siguiente relación:

$$\underbrace{p_{t+1}}_{\text{Nuevo precio}} = \underbrace{p_t}_{\text{Precio anterior}} + \underbrace{\delta}_{\text{Velocidad}} * \underbrace{[q_d - q_s]}_{\text{Delta de oferta y demanda}} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Componente aleatoria}}$$

Donde δ corresponde a un factor de ajuste que indica la velocidad a la cual reaccionan los precios ante los cambios en los stocks, ε representa variaciones aleatorias en los precios las cuales son independientes e idénticamente distribuidas.

Evaluar Inversión Este método tiene la función de ejecutar el método de decisión de inversión de todo el conjunto de yacimientos ingresados al mercado. Es pertinente realizar esta evaluación periodo a periodo pues en el método de evaluación el precio es variable más importante, y esta variable es justamente la que cambia turno a turno en función de la dinámica del sistema. El resultado de este método es que dado el precio actual de mercado, algunos yacimientos podrían pasar a convertirse en minas.

Run Este método ejecuta el periodo completo, para eso llama a todos los otros métodos del mercado descritos anteriormente. Notar que por construcción los otros métodos del mercado realizan una acción sobre el conjunto de agentes de una clase dada. Este método permite facilitar enormemente la ejecución del programa; así una vez seteados todas las propiedades del mercado, basta con ejecutar este método e indicarle el número de periodos que queremos observar.

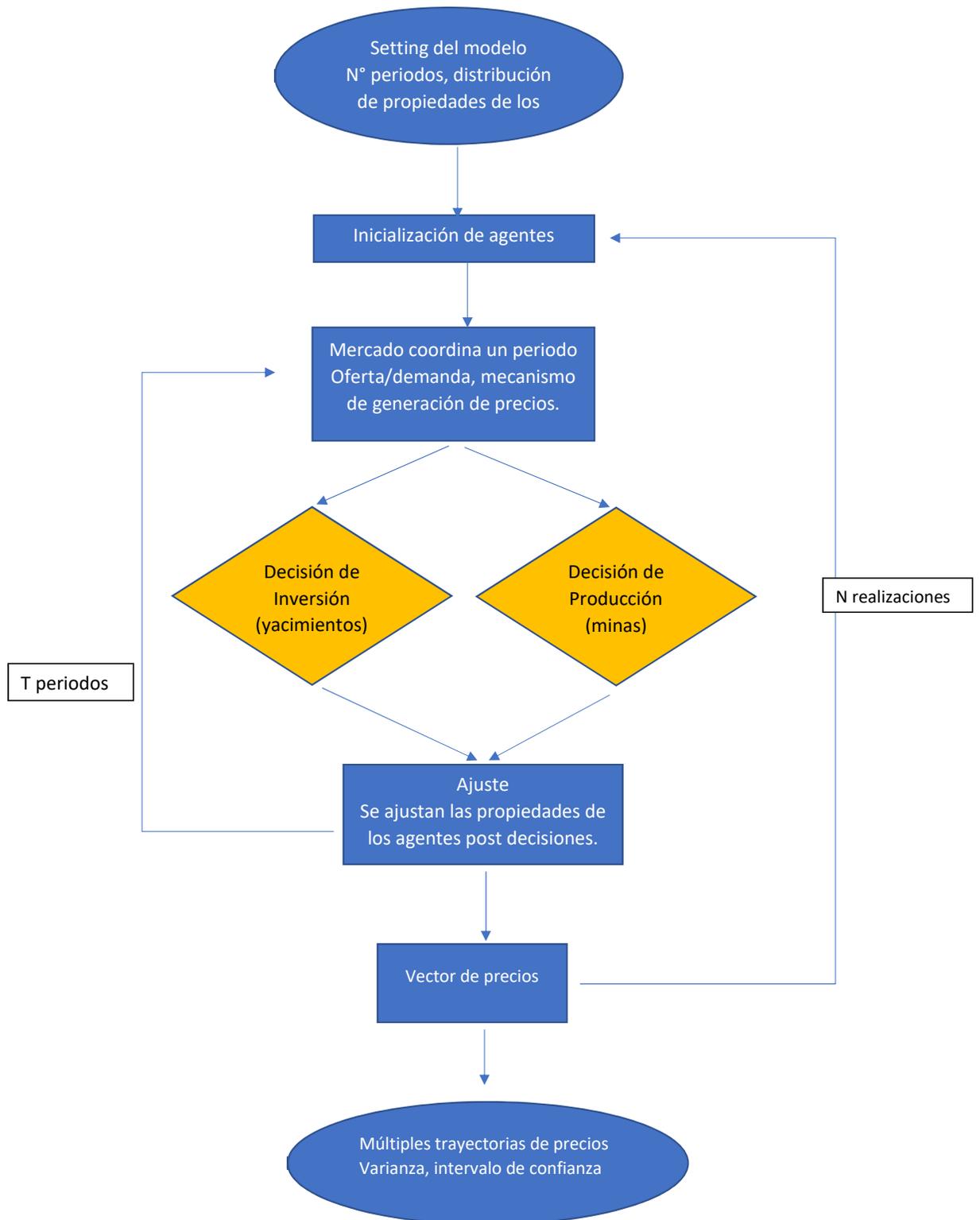


Figura 5.1: Esquema general del modelo, elaboración propia

Capítulo 6

Pruebas y validación

El único hombre que no se equivoca es el que nunca hace nada.

Goethe

En este capítulo se realizaron pruebas y validaciones parciales al modelo planteado en el capítulo anterior. Es importante tener en mente que este trabajo constituye un primer esfuerzo en la modelación del mercado usando el enfoque de los agentes, de esta forma su valor se encuentra en ser una contribución metodológica. En consecuencia, no se buscó generar proyecciones numéricas sobre el precio futuro, sino por el contrario establecer relaciones causales entre características estructurales de la industria minera y el comportamiento observado en la serie de precios histórica.

Otro aspecto a considerar son las condiciones que necesitamos que cumplan las propiedades de los yacimientos. En términos generales podemos decir que necesitamos que estas sean no negativas, que varíen en cada agente a fin de dotarlos de heterogeneidad y por último necesitamos que los agentes con valores más bajos sean más numerosos, mientras que los que tienen valores más altos sean más escasos.

Considerando que esta es la primera formulación del modelo, es menester mostrar que tiene un comportamiento coherente tanto a nivel de agentes individuales como a nivel conjunto. Las pruebas y validaciones se realizarán en dos etapas siguiendo ese orden: la primera etapa será generar agentes de cada clase y comprobar que sus atributos y métodos están en funcionamiento según la forma esperada. La segunda etapa consistirá en paulatinamente integrar todas las características del modelo hasta implementar el modelo completo.

6.1. Simulación de los parámetros

En principio desconocemos los valores numéricos de las propiedades planteadas en este modelo. Esto no es un problema, pues para efectos metodológicos basta construir agentes con propiedades dentro de rangos razonables. Así para efectos de testear el modelo, las propiedades de los agentes serán simuladas, esto quiere decir que serán generadas mediante una variable aleatoria¹.

Para este fin se utilizó un tipo particular de ley de potencias, denominada la ley de Zipf [19][18], esta ley fue formulada originalmente para modelar la distribución de frecuencia de palabras en cualquier idioma, dando origen al análisis matemático de los idiomas, posteriormente ha sido observada en una variedad de fenómenos naturales, desde la ocurrencia de terremotos hasta la distribución de tamaño de las ciudades². Esta ley toma la forma de:

$$P(X = i) = \frac{(i + 1)^{-r}}{\sum_{j=0}^m (j + 1)^{-r}}$$

Bajo esta ley, el elemento de con mayor valor numérico tendrá menor probabilidad de ocurrencia. Tomando como ejemplo la distribución de los yacimientos minerales, el yacimiento más grande tendrá una la menor probabilidad de ocurrencia mientras que el segundo yacimiento más grande tendrá una probabilidad de ocurrencia proporcional a la mitad del mayor, y así sucesivamente. Esta distribución calza con las propiedades deseadas para el modelo, entregándonos un marco de referencia sobre el cual trabajar.

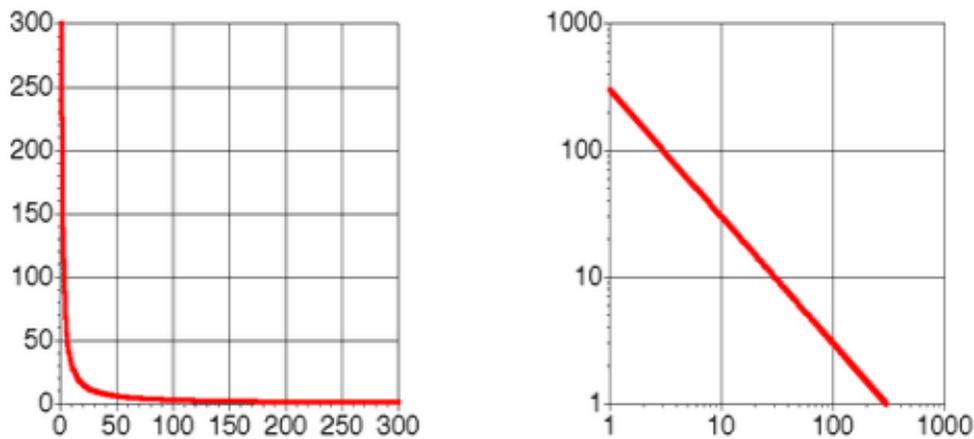


Figura 6.1: Distribución de la ley de Zipf en escalas lineal y log-log. Fuente: Nielsen Norman Group

¹Una función aleatoria es una función que arroja distintos valores cada vez que se ejecuta, siguiendo la distribución de probabilidad que la define.

²Ahondar en esta ley esta fuera del alcance de este trabajo, sin embargo ya ha sido usada en las ciencias geológicas para modelar el tamaño de los yacimientos minerales (ver referencias).

6.2. Caso base: dos minas, ningún yacimiento

6.2.1. Planteo y resultados esperados

Es el caso más sencillo que permite observar el funcionamiento completo del modelo. Se tienen dos yacimientos los cuales originan dos minas con costos, reservas y producción distintas. El mercado opera de forma normal usando los métodos de oferta, demanda y los mecanismos de formación de precios.

La cantidad demandada debe tener un orden de magnitud similar al de la oferta que pueden brindar dos minas en forma conjunta, esto a fin de poder observar las dinámicas del mercado. En caso contrario el precio subiría al infinito en un par de turnos y no sería posible observar ningún comportamiento en la trayectoria de precios.

6.2.2. Resultados e interpretación

Se observan dos etapas en la trayectoria de precios; primero una etapa de relativa estabilidad entre el comienzo de la simulación y el periodo 140. Dentro de esta etapa el precio se mantiene semi-constante debido a que la demanda es satisfecha plenamente por la oferta, la ausencia de variaciones en el corto plazo se debe a que las dos minas operan a un precio superior a sus costos operacionales y por ende tienen una producción estable.

La segunda etapa comienza en torno al periodo 140 hasta el final de la simulación en el periodo 500, esta etapa se caracteriza por un alza sostenida del nivel de precios. Este resultado se explica por el agotamiento de las minas y el comienzo de una escasez que no tiene fin pues debido a que no hay más yacimientos en el modelo, no importa cuánto suba el precio no hay forma de generar más producción.

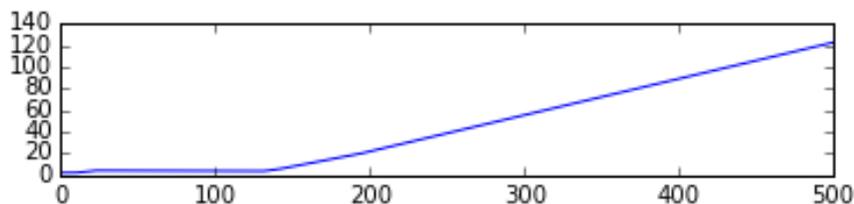


Figura 6.2: Trayectoria de precios del caso base: Simulación 1, 500 periodos

Estos resultados son independientes de los valores que tengan las propiedades de las minas, esto se puede corroborar al realizar varias simulaciones del caso base. En cada simulación los valores que toman las propiedades de las minas son distintos, sin embargo, el comportamiento en términos de tendencia es el mismo en todos los casos. Este hecho es notable y nos indica que para efectos de analizar tendencias, las variables de entrada no son relevantes pues estas solo alteran los “ejes” del gráfico pero las curvas generadas son muy similares.³

³Se observa un hecho análogo en los *commodities* de la vida real, si bien algunos tienen ciclos con altas y

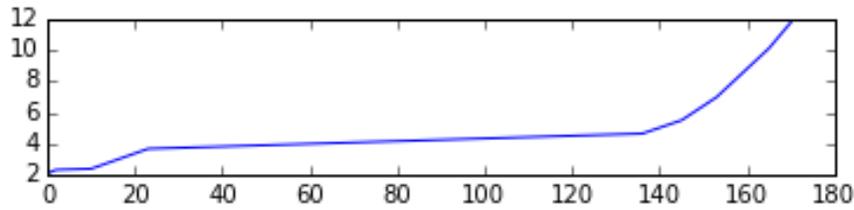


Figura 6.3: Trayectoria de precios del caso base: Simulación 1, 170 periodos (detalle)

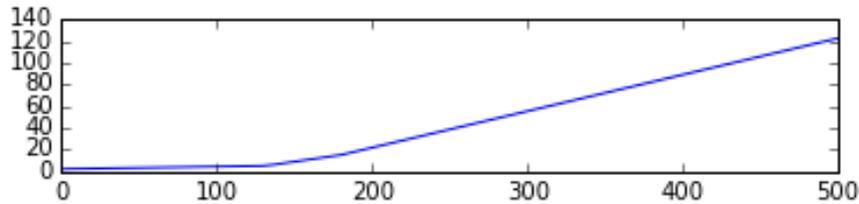


Figura 6.4: Trayectoria de precios del caso base: Simulación 2, 500 periodos

6.3. Caso 1: 2 minas, 10 yacimientos

6.3.1. Planteo y resultados esperados

En este caso se quiso incluir el efecto de la entrada de nuevas minas a la oferta. Asociado a esto, se activará también el método que entrega la posibilidad de cerrar momentáneamente ante escenarios de precios desfavorables. En este escenario se esperaría ver un periodo inicial de alta volatilidad debido a que la heterogeneidad de las minas hace que el sistema este constantemente fuera del equilibrio.

También es de esperar que el turno al cual el sistema colapsa y el precio sube linealmente debería darse más tarde que en el caso anterior, esto debido a la existencia de más yacimientos y por ende de más reservas.

Otro aspecto que debiera observarse es que, a diferencia del caso anterior, los resultados arrojados por distintas simulaciones muestran resultados muy disímiles en la primera etapa de la trayectoria. Esto se debe a que al tomar solo 10 valores no tenemos una muestra representativa de la distribución de probabilidad, por ende el conjunto de valores generados en cada simulación serán muy distintos.⁴ En consideración de este fenómeno, no debemos considerar una diferencia grande en las curvas como un error en el modelo, sino más bien un error en el número de agentes, pues su cantidad no es suficiente para representar la dinámica del sistema. Podemos decir que el sistema con 10 agentes es muy sensible a la varianza de la

bajas más pronunciadas que otros, en términos de forma sus curvas son muy similares.

⁴En estricto rigor podríamos cuantificar todas las afirmaciones hechas, por ejemplo podríamos medir la varianza y la media de las propiedades en cada simulación y concluir que son muy disímiles y por ende lo serán también las trayectorias en la parte transiente de la curva. Sin embargo, tales cálculos agregarían un mero respaldo numérico innecesario a juicio del autor.

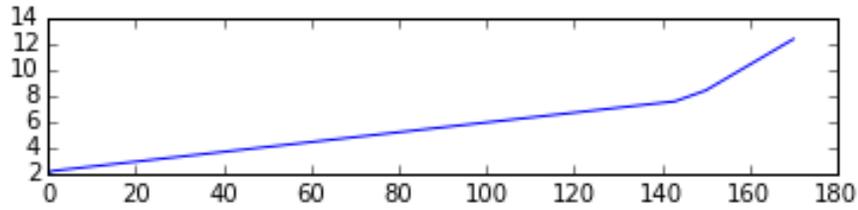


Figura 6.5: Trayectoria de precios del caso base: Simulación 2, 170 periodos (detalle)

distribución de probabilidad utilizada. Es de esperar que al considerar un número de agentes mayor, el sistema se vuelva más robusto.

6.3.2. Resultados

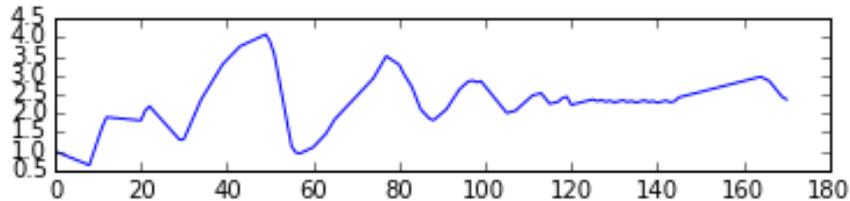


Figura 6.6: Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 1, 170 periodos (detalle)

Tal como se anticipó en el planteo del modelo, se observa una considerable volatilidad en la parte transiente de la trayectoria, más aun esta parte de la curva es muy diferente en las dos simulaciones. Este efecto confirma la heterogeneidad de los agentes participantes en el modelo.

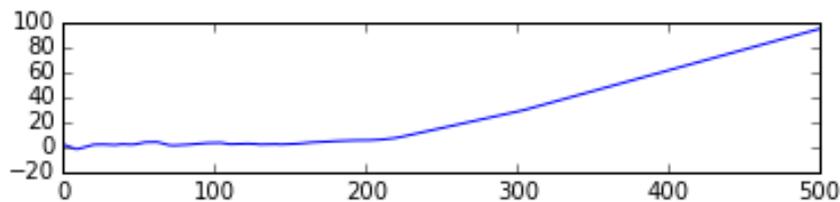


Figura 6.7: Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 1, 500 periodos

La segunda parte de la curva se comporta en forma análoga al caso base; se aprecia un aumento lineal del precio hasta el término de la simulación. Esto se debe nuevamente al agotamiento de los yacimientos, como era de esperar este punto de agotamiento se dio en un periodo más avanzado de la simulación. Notar que en ambas simulaciones se dio en torno al turno 200, esto refleja nuevamente que si bien a nivel puntual podemos observar

volatilidad y variaciones significativas entre simulaciones, en términos de comportamiento global ambas curvas presentan el mismo comportamiento en cuanto tienen dos etapas bien claras y en ambos casos en torno al mismo turno se produce el cambio del estado transiente al estacionario.

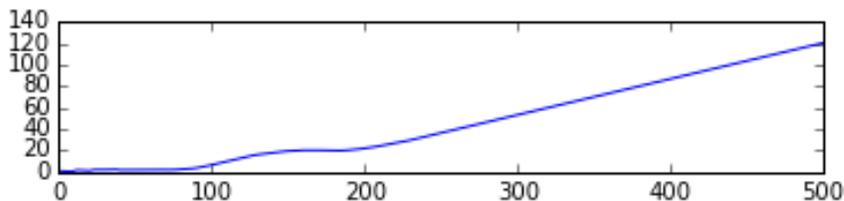


Figura 6.8: Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 2, 500 periodos

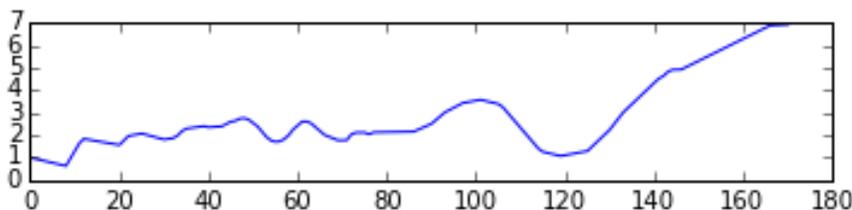


Figura 6.9: Trayectoria de precios del caso 1: Simulación 2, 170 periodos (detalle)

6.4. Caso 2: 2 minas, 10 yacimientos y efectos externos

6.4.1. Planteamiento

En los casos anteriores se testeó el funcionamiento de mercado utilizando un mecanismo de formación de precios totalmente determinado por las dinámicas de oferta y demanda. Sin embargo, en la realidad el precio se ve fuertemente afectado por efectos que no guardan relación con cambios reales en producción o consumo. Esto se debe a que el cobre y otros *commodities* tienen asociados un mercado de derivados financieros, por ende se ven afectados por especuladores de corto y largo plazo.⁵

Una forma de complementar el mercado físico descrito en los ejemplos anteriores es incluir una componente aleatoria en el mecanismo de formación de precios. En un modelo matemático normal la inclusión de esta variable generaría que la trayectoria de precios se comporte como un camino aleatorio.

⁵Los altos precios alcanzados durante el super ciclo hizo que muchos *commodities* fueran incluidos dentro de indicadores de desempeño financiero de las principales bolsas del mundo, como consecuencia los inversionistas que distribuyen sus acciones tratando de emular estos indicadores adquirieron gran cantidad de derivados de *commodities* contribuyendo aún más al aumento de precios.

$$\underbrace{p_{t+1}}_{\text{Nuevo precio}} = \underbrace{p_t}_{\text{Precio anterior}} + \underbrace{\delta}_{\text{Velocidad}} * \underbrace{[q_d - q_s]}_{\text{Delta de oferta y demanda}} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Componente aleatoria}}$$

Sin embargo, la estructura del presente modelo tiene la propiedad de regular el efecto de este camino aleatorio mediante la reacción de los agentes; en caso de que el precio se eleve significativamente los agentes reaccionaran ajustando su oferta y retornando el precio a valores cercanos al equilibrio de mercado. En caso de que la componente aleatoria baje mucho el precio, los agentes disminuirán su oferta subiendo el precio. Así, es de esperar que la inclusión de esta variable solo tenga efecto en la volatilidad o variaciones de corto plazo, teniendo un efecto menor en el comportamiento de largo plazo.

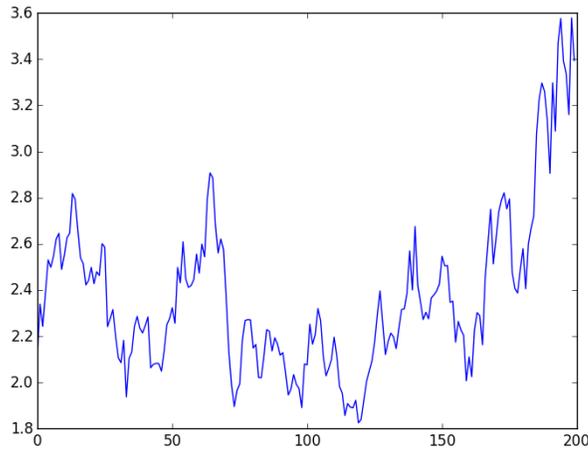


Figura 6.10: Ejemplo de camino aleatorio simple

6.4.2. Resultados

Al igual que en los casos anteriores podemos diferenciar dos etapas en la trayectoria, una primera etapa de relativa estabilidad del precio en donde el mercado funciona normalmente, para luego dar paso a una segunda etapa en la cual el agotamiento de los yacimientos genera que los precios se eleven continuamente.

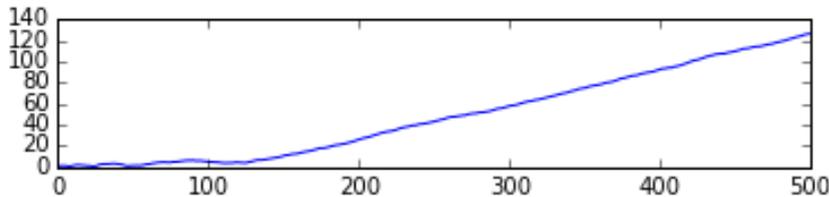


Figura 6.11: Trayectoria de precios del caso 2: 500 periodos

En la etapa transiente se observa el efecto que tiene la variable aleatoria al modelo. Se aprecia un considerable aumento de la volatilidad, sin embargo, notar que el precio se mantiene estable dentro de un rango de precios del mismo orden de magnitud que en los casos

sin efectos externos. Esto se explica por la reacción que tienen las minas ajustando su oferta cuando el precio sube o baja.

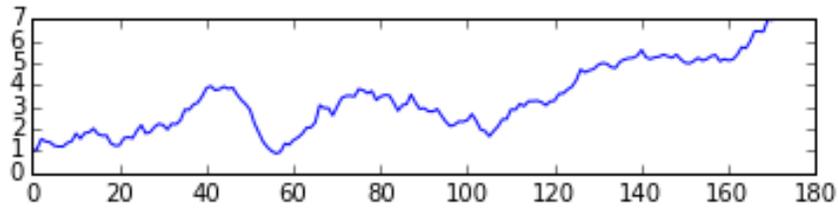


Figura 6.12: Trayectoria de precios del caso 2: 170 periodos (detalle)

Al ejecutar múltiples simulaciones se observan distintas trayectorias de precios en el corto plazo, pero los mecanismos de entrada de agentes, agotamiento y regulación de precios siguen operando correctamente.

Capítulo 7

Resultados del modelo

He tenido mis resultados por un largo tiempo: pero todavía no sé cómo voy a llegar a ellos.

Carl Friedrich Gauss

En este capítulo se analizan las trayectorias de precios generadas desde un punto de vista cualitativo. Esto debido a que el objetivo del modelo es observar relaciones causales entre características de la industria y la trayectoria de precios del metal.

7.1. Resultados de simulaciones individuales

La trayectoria de precios generada por el modelo muestra un claro comportamiento oscilatorio, este comportamiento es muy marcado al comienzo de la simulación¹ para luego paulatinamente volverse más tenue. La trayectoria comienza con un alza sostenida que alcanza su *peak* en torno al turno 60. Este efecto se debe a que las condiciones iniciales del modelo son de una relativa escasez de cobre², por ende el alza de precios era esperable. Durante esta alza de precios también ocurre que numerosos yacimientos pasan a tener una evaluación económica positiva y se comienzan a preparar para producir.

Posterior al turno 60 se observa una caída sostenida en los niveles de precios, análogamente al caso anterior, se debe a un exceso de oferta debido a que todos los yacimientos que tuvieron una evaluación económica positiva entraron en producción.

De esta forma, la caída de precios posterior al primer peak se debe a las decisiones tomadas por los agentes durante la fase de alza de precios.

¹El modelo toma alrededor de 10 turnos en estabilizarse, estos turnos no son considerados en el análisis

²Esta condición se eligió a fin de fijar ideas, sin embargo si se eligen condiciones iniciales de exceso los resultados son esencialmente los mismos con la diferencia de que se comienza en otro momento del ciclo.

En torno al periodo 110 se llega a un nivel mínimo de precios, el cual se debe al agotamiento de algunas de las minas iniciales del modelo. Posteriormente el modelo comienza otra fase de precios, la cual se explica por razones análogas a las del primero.

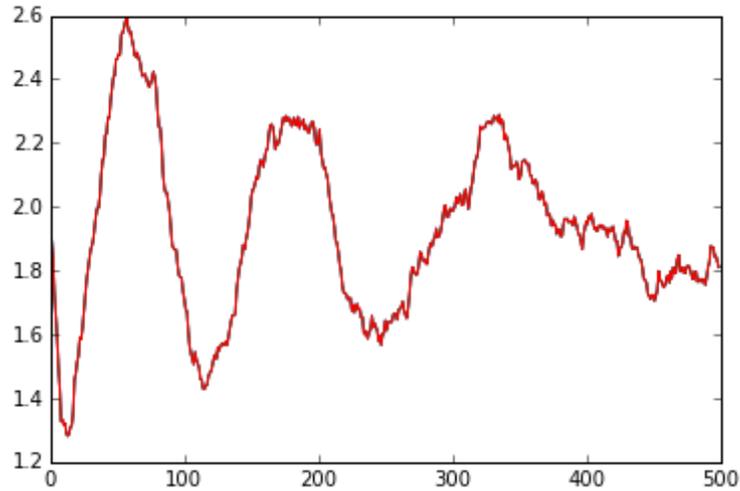


Figura 7.1: Trayectorias de precios, Realización individual Número 1

Una diferencia importante es que el segundo *peak* tiene amplitud menor al anterior, esto es un hecho que se repite en todas las realizaciones individuales del modelo. Una posible explicación es que durante la etapa de precios altos en el primer ciclo un número demasiado elevado de yacimientos pasaron a convertirse en minas, luego en la fase de precios bajos estas minas pueden haber pasado a mantenimiento o cierre temporal, pero en cuanto los precios se recuperaron estas entraron en producción y los precios no alcanzaron los niveles del primer ciclo. En conclusión, en un *peak* elevado de precios se generan dinámicas que tienen un efecto de largo plazo, impidiendo que incluso en ciclos futuros el precio alcance los niveles del primer *peak*.

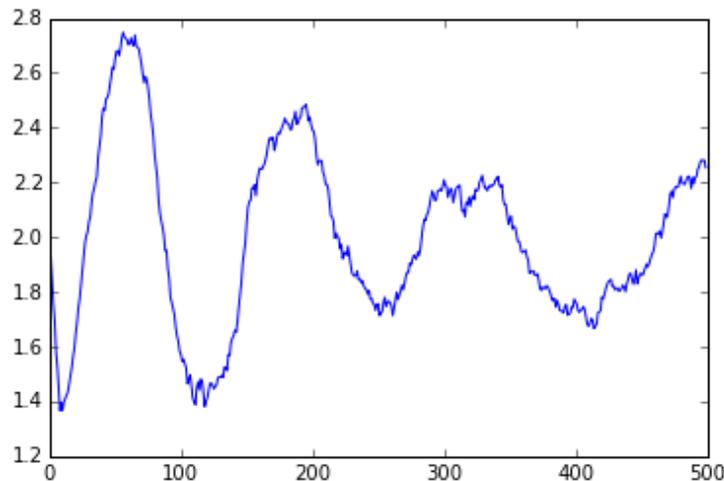


Figura 7.2: Trayectorias de precios, Realización individual Número 2

7.2. Resultados de múltiples simulaciones

A fin de poder establecer tendencias globales y eliminar la variabilidad individual, se realizaron varias simulaciones y se trabajó con los resultados estadísticos de estas. Se realizaron 100 simulaciones del proceso, considerando un intervalo de confianza de dos desviaciones estándar, considerando los datos fuera de ese intervalo como *outliers* que no serán tomados en cuenta en el análisis

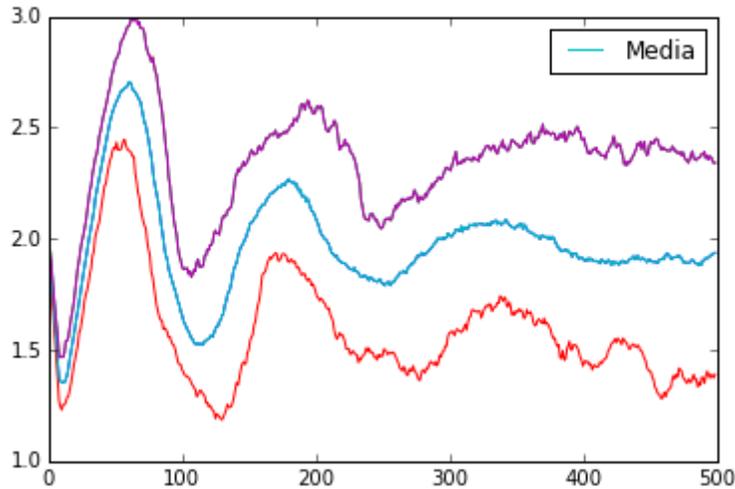


Figura 7.3: Resultados estadísticos de 100 simulaciones, con un intervalo de confianza de dos desviaciones estándar

Las trayectorias muestran que el modelo presenta un comportamiento bastante estable. En particular la primera alza de precios muestra un comportamiento muy similar en todas las realizaciones, este hecho es bastante notable pues en cada simulación las propiedades de las minas son distintas.

Considerando que en todos los casos un ciclo de precios emergió de la interacción de los agentes, podemos aseverar que las propiedades de las minas solo alteran la amplitud y en menor medida la frecuencia de estos ciclos, pero que en última instancia la existencia de estos ciclos es independiente de las propiedades de las minas.

Podemos interpretar este resultado de la siguiente forma: cada realización del modelo corresponde al mercado de un *commodity* metálico en particular, así al trabajar con las estadísticas de estas realizaciones estamos construyendo una suerte de índice de precios de *commodities*.

Este resultado es bastante notable y guarda estrecha relación con lo observado en la realidad; cada *commodity* metálico se encuentra en yacimientos muy distintos, explotándose bajo métodos de explotación y concentración muy diversos, sin embargo, en todos ellos emergen ciclos de precios con un comportamiento similar.

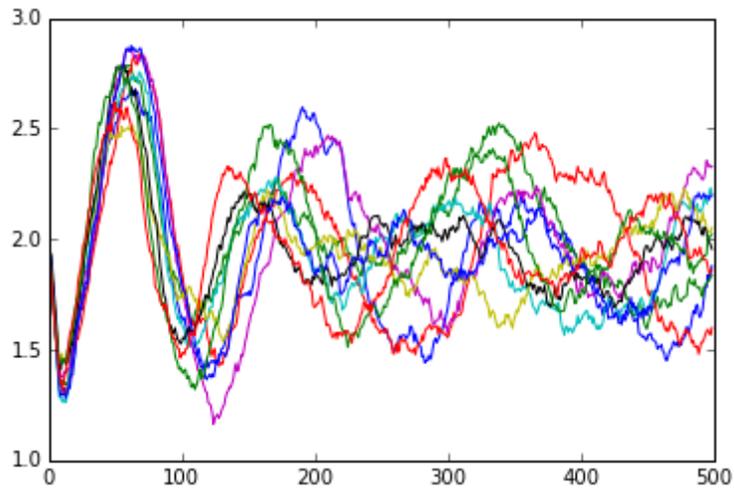


Figura 7.4: 10 realizaciones del modelo superpuestas

Otro aspecto a resaltar es el comportamiento de la varianza durante la ejecución del modelo, se observa que la varianza tiene una tendencia al alza durante el proceso, mostrando marcados *peaks* que coinciden con los *peaks* de precios.

Este hecho se explica por el desfase que puedan tener los *peaks*. Las trayectorias de precios no alcanzan el *peak* a exactamente el mismo tiempo, en particular algunas experimentan una bajada de precios mucho antes que el resto, elevando la varianza significativamente. Debido a lo mencionado anteriormente, podemos argumentar que la varianza no es una herramienta del todo adecuada cuando se trabaja con series de precios con un comportamiento cíclico.

En termino estadísticos, podemos afirmar que el modelo presenta heterocedasticidad, lo cual es coherente con los supuestos del modelo pues en cada simulación los agentes tienen distribuciones de probabilidad con distintas varianzas.

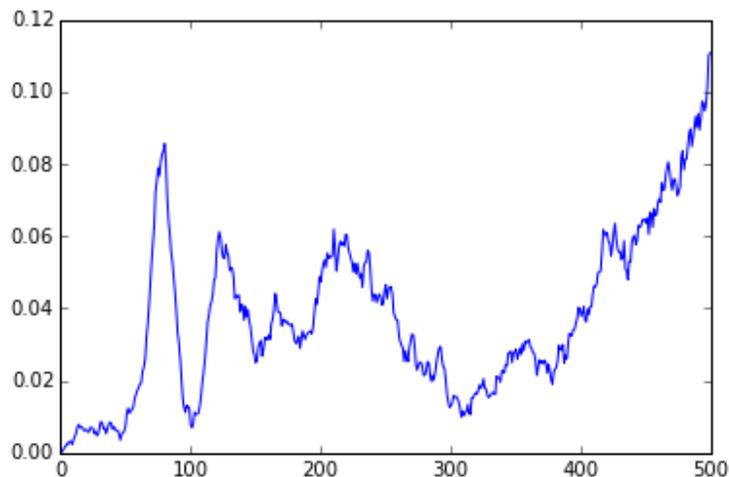


Figura 7.5: Comportamiento de la varianza del modelo en cada turno

Capítulo 8

Comentarios y futuras líneas de investigación

En términos simples, construir un modelo de agentes consiste en observar las propiedades y actividad de los individuos de un sistema, para luego traducirlas en reglas lógicas sencillas que puedan ser ejecutadas por un computador. Si bien a ojos de un tercero este proceso puede parecer una tarea sencilla, al momento de practicarla aparecen un sinnúmero de detalles que complican el proceso enormemente.

Quizá el aspecto más difícil de llevar a una representación matemática es el factor geológico, el cual por definición presenta un grado de incertidumbre enorme. En segundo lugar, se presenta el problema de modelar el comportamiento de las empresas ante distintos escenarios de precios, esto es particularmente complejo pues las empresas suelen tomar sus decisiones en función de sus propias capacidades financieras las cuales son en gran medida imposibles de conocer.

Otro aspecto que supone un desafío es el número de variables que aparecen; a fin de ser fieles a la realidad se deben incluir un sinnúmero de variables que son necesarias para que el modelo sea completo. Estas variables son en gran medida escogidas en forma arbitraria, lo cual puede parecer poco prolijo, pero en última instancia el efecto que ellas tienen es muy reducido afectando en menor escala solo la escala de los resultados. En general son las dinámicas establecidas entre los agentes la parte fundamental del modelo que determinará el comportamiento de las curvas.

Finalmente, durante el análisis de los resultados se observó la necesidad de desarrollar una matemática que sea acorde a los modelos basados en agentes. En la medida que se desarrolle una matemática apropiada para estos modelos, será posible establecer cuáles son las variables explicativas del proceso. Esto último es relevante a fin de darle un respaldo de objetividad a esta clase de modelos.

8.1. Líneas de investigación futura

Teniendo ya construido un modelo sencillo, se abre una gran cantidad de posibilidades en cuanto a sus mejoras y aplicaciones. En particular se identifican tres posibles líneas de investigación:

8.1.1. Establecer variables que describan a cada *commodity*

Como se comentó en el capítulo anterior de resultados, independientemente de las propiedades que tengan las minas los ciclos de precios emergen mostrando un comportamiento similar. Este hecho indica que los ciclos son una consecuencia de las dinámicas y su amplitud y frecuencia dependen de las características de las minas.

Teniendo esto en cuenta es posible utilizar el modelo con distintos *commodities*, a fin de establecer relaciones causales e incluso numéricas entre las propiedades del *commodities* con la curva de precios generada.

8.1.2. Mejorar los mecanismo mediante los cuales los agentes tomas decisiones

En la realidad los agentes económicos toman sus decisiones considerando una serie de factores más allá del precio del metal, más aun los agentes presentan cierta memoria y capacidad de aprendizaje. Estos aspectos pueden ser incluidos en el modelo si consideramos que toman sus decisiones usando algoritmos genéticos u otro mecanismo que considere algún grado de aprendizaje por parte de los agentes.

8.1.3. Mecanismo de formación de precios

El vector de precios es el principal resultado de este modelo, por ende contar con un mecanismo de formación de precios que sea sencillo pero que al mismo tiempo recoja todas las dinámicas del sistema es altamente relevante. Un aspecto complejo que interviene en la formación de precios es la intervención de agentes que son eternos al mercado físico del metal, *traders*, los cuales pueden tener distintos patrones de comportamiento según sea su objetivo. Por este motivo la inclusión de este agente debe hacerse con extremo cuidado a fin de alterar de sobremanera los resultados generados por el modelo del mercado físico, el cual es el principal enfoque de la metodología

Bibliografía

- [1] Gustavo Adler. Commodity Price Cycles: The Perils of Mismanaging the Boom. 2013.
- [2] Lawrence Christiano and Terry Fitzgerald. The band pass filter. *International Economic Review*, 44(2):435–465, 2003.
- [3] Thomas C.Schelling. Dynamic Models of Segregation. 1971.
- [4] John Cuddington and Danieal Jerrett. Super Cycles in Real Metals Prices? 2008.
- [5] David Humphreys. *Mining Investment trends and implication for minerals availability*. Polinares, EU Policy on Natural Resources, 2012.
- [6] Jiho Yoo Dr. Moon-Kee Kong, Dr. Jun H. Goh. *Examining the past 100 years where is the steel super cycle headed?* Asian Steel Watch, Vol.02 October 2016.
- [7] Engel y Valdés. *Prediciendo el precio del cobre: ¿más allá del camino aleatorio?* Centro de Economía Aplicada, 2001.
- [8] Robert Engle and C Granger. Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. 1987.
- [9] Harold Hotelling. The Economics of Exhaustible Resources. pages 137–175.
- [10] Felipe Jaque José De Gregorio, Hermann González. Fluctuaciones del dólar, precio del cobre y términos de intercambio. 2005.
- [11] John Maynard Keynes. The General Theory of Employment, Interest, and Money,1936.
- [12] Kondrátiev. The Long Waves in Economic Life Author (s): N . D . Kondratieff and W . F . Stolper Source : The Review of Economics and Statistics , Vol . 17 , No . 6 (Nov . , 1935), pp . 105-115 Published by : The MIT Press Stable URL : <http://www.jstor.org/stable/1928486>. 17(6):105–115, 1926.
- [13] Kydland and Prescott. “Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans”, *Journal of Political Economy*, 85, 473-490. pages 103–124, 1977.
- [14] Eduardo Lopez and Victor Riquelme. Auge, colapso y recuperación de los precios de materias primas entre 2002 y 2010: ¿ qué hay detrás ? 2010.

- [15] Robert E Lucas. Expectations and the Neutrality. 124:103–124, 1972.
- [16] Antonio Ocampo. Prices since the mid-nineteenth. 2013.
- [17] Theodosios B. Palaskas and Panos N. Varangis. Is There Excess Co-Movement of Primary Commodity Prices? 1991.
- [18] Steven T. Piantadosi. *Zipf's word frequency law in natural language: a critical review and future directions*. Springer 2014, Volume 21, Issue 5, pp 1112–1130.
- [19] N.J. Rowlands and D.Sampey. *An aid to resource inventory prediction in partially explored areas*, volume 9. Mathematical Geology, vol 9, No 4, 1977.

Anexos

Código en Python del Modelo

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import numpy as np
3 import xlrd
4 import math
5 import random
6 import decimal
7 decimal.getcontext().prec = 100
8
9
10
11 tasa = 0.1
12 escondida = 58700
13 aguante_cerrar = 8
14 aguante_abrir = 12
15
16 class agente:
17     def __init__(self,reservas, capex, opex, produccion,vida):
18         self.reservas = reservas
19         self.capex = capex
20         self.opex = opex
21         self.produccion = produccion
22
23
24         self.vida = vida
25
26         self.activa = 1
27
28
29         self.buenosperiodos = 0
30         self.malosperiodos = 0
31
32
33     def dime_reservas(self):
34         return self.reservas
35
36     def evaluacion(self,precio):
37         valor = -self.capex
38         for c in range(self.vida):
39             valor += ((precio-self.opex)* self.produccion)/(1+tasa)**(c+1)
40         return valor
41
42
43
44
45
46     def decide_cerrar(self, aguante_cerrar):
47         if self.malosperiodos > aguante_cerrar:
48             self.activa = 0
49         else:
50             pass
51
52     def decide_abrir(self,aguante_abrir):
53         if self.buenosperiodos > aguante_abrir:
54             self.activa = 1
55         else:
56             pass
57
58     def ofertar(self,precio):
59         self.estado(precio,aguante_abrir, aguante_cerrar)
60         if self.activa ==1:
61             return self.produccion
```

Figura 8.1: Código Python, parte 1

```

65 def estado(self,precio,aguante_abrir, aguante_cerrar):
66     if self.activa ==1:
67         if precio < self.opex:
68             self.malosperiodos += +1
69             self.decide_cerrar(aguante_cerrar)
70         else:
71             self.malosperiodos += -1
72
73     else:
74         if precio > self.opex:
75             self.buenosperiodos += +1
76             self.decide_abrir(aguante_abrir)
77         else:
78             self.buenosperiodos += -1
79
80
81 class comprador:
82     def __init__(self,demanda , crecimiento):
83         self.demanda = demanda
84         self.crecimiento = crecimiento
85
86     def demandar(self):
87         return self.demanda
88
89     def update(self):
90         self.demanda += self.crecimiento
91
92
93 class mercado:
94     def __init__(self,p_ini,s_ini,minas,compradores,yacimientos):
95         self.vec_p = []
96         self.vec_p.append(p_ini)
97         self.vec_s = []
98         self.vec_s.append(s_ini)
99         self.minas = minas
100        self.compradores = compradores
101        self.yacimientos = yacimientos
102        self.delta = 0
103
104    def llamar_oferta(self):
105        oferta_global = 0
106        for minas in self.minas:
107            oferta_global += minas.ofertar(self.vec_p[-1])
108        return oferta_global
109
110    def llamar_demanda(self):
111        demanda_mundial = 0
112        for comprador in self.compradores:
113            demanda_mundial += comprador.demandar() + 300
114        return demanda_mundial
115
116    def turno(self):
117        delta = (self.llamar_oferta() - self.llamar_demanda() )
118        precio_nuevo = self.vec_p[-1] - 0.000002*delta + random.normalvariate(0,0.02)
119        self.vec_p.append(precio_nuevo)
120        self.vec_s.append(self.delta)
121        self.decision(precio_nuevo)
122
123

```

Figura 8.2: Código Python, parte 2

```

123 |
124 def decision(self,precio):
125     for i in range(numero_yacimientos):
126         if self.yacimientos[i].evaluacion(precio) > 0:
127             self.minas.append(yacimientos[i])
128             self.yacimientos[i] = agente(0, 0,0,0,0,)
129         else:
130             None
131
132
133
134 def run(self,periodos):
135     for t in range(periodos):
136         self.turno()
137
138         step = np.arange(0, periodos + 1, 1)
139         fig1 = plt.figure()
140
141         ax = fig1.add_subplot(311)
142         ax.plot(step, self.vec_p)
143
144 book2 = xlrd.open_workbook("world_refined_consumption.xlsx")
145 sp = book2.sheet_by_index(0)
146 compradores = []
147 for c in range(5):
148     compradores.append(comprador(sp.cell_value(1+c,5), sp.cell_value(1+c,7)))
149
150 numero_yacimientos = 10
151 yacimientos = []
152 numero_minas = 150
153 minas = []
154
155 for f in range(numero_minas):
156     reservas = (escondida) * random.randrange(1, numero_yacimientos , 1)**(-1)
157     capex = 163 * math.log10(random.uniform(1,330)) - 1165
158     opex = 2 + random.uniform(-.3,.5)
159     a = random.uniform(1,250)
160     produccion = -116 * math.log10(a) + 604
161     vida = int(reservas/produccion)
162     minas.append( agente(reservas, capex , opex , produccion,vida) )
163     print minas[f].evaluacion(2)
164
165
166 for m in range(numero_yacimientos):
167     reservas = (escondida) * random.randrange(1, numero_yacimientos , 1)**(-1)
168     capex = 163 * math.log10(random.uniform(1,330)) - 1165
169     opex = 2 + random.uniform(-.3,.5)
170     a = random.uniform(1,250)
171     produccion = -116 * math.log10(a) + 604
172     vida = int(reservas/produccion)
173     yacimientos.append( agente(reservas, capex , opex , produccion,vida) )
174
175
176
177
178 market1 = mercado(2,200,minas,compradores,yacimientos)
179 market1.run(500)
180

```

Figura 8.3: Código Python, parte 3