EL LOCUS DE EFICIENCIA MAXIMA Y EL EQUILIBRIO PARCIAL DE LA FIRMA AUTOGESTIONADA

Teresa Jeanneret R*

*Deseo agradecer los múltiples y valiosos comentarios del profesor Gunther Held sobre una primera versión de este artículo así como las observaciones del profesor Pedro Jeftanovic que, en conjunto, contribuyeron a mejorar notablemente su contenido y presentación. No obstante, las deficiencias que aún persisten son de mi entera responsabilidad.

El estudio más completo y riguroso hecho hasta la fecha acerca del funcionamiento de las economías autogestionadas se encuentra en el libro de Jaroslav Vanek, **The General Theory of Labor Managed Market Economics**, publicado por la Cornell University Press en 1970. Sin embargo, a los estudiantes interesados en dominar su contenido, les ha resultado particularmente difícil comprender el significado y naturaleza del "locus de eficiencia máxima" que juega un papel fundamental en el análisis microeconómico del sistema autogestionado expuesto en la primera parte del libro.

En este trabajo, se intenta explicar en forma detallada y progresiva el significado de dicho concepto, sus propiedades y el papel que juega en la determinación del equilibrio parcial de largo plazo de una empresa autogestionada.

El tema es abordado en cuatro secciones. En la primera, se expone a grandes rasgos porqué la naturaleza del equilibrio parcial[1] a largo plazo de una empresa autogestionada competitiva difiere del de una empresa capitalista tradicional, insinuándose la relevancia del locus de eficiencia física máxima en la determinación de dicho equilibrio. En la segunda sección, se derivan las condiciones de equilibrio de largo plazo de la empresa autogestionada y se hace resaltar algunas de sus implicaciones más importantes. La sección siguiente se destina a definir en forma precisa el locus de eficiencia física máxima y a derivar sus propiedades cuando la tecnología presenta rendimientos primero crecientes y luego decrecientes a escala con el objeto de establecer su contribución en la determinación del equilibrio de largo plazo de la empresa autogestionada. Final-

[1] Nótese que se trata aquí del equilibrio de largo plazo de una firma competitiva individual, como paso previo al análisis del equilibrio de largo plazo de la industria competitiva (full equilibrium) que se aborda sólo de paso en la última sección.

mente, en la cuarta y última sección, se aplica el concepto del locus al caso de otras tecnologías y se extiende brevemente el análisis de la empresa al caso de la industria autogestionada competitiva.

De esta síntesis de los temas abordados se desprende que el énfasis del artículo está en el locus EE y no en el funcionamiento de un sistema autogestionado. Al respecto, sólo se hacen algunas observaciones al pasar, que no se pretenden demostrar aquí, puesto que el libro del profesor Vanek ya citado se encarga de ello con toda claridad.

I. Naturaleza del equilibrio de largo plazo de la firma autogestionada.

Es bien sabido que tanto para la teoría de la firma capitalista (es decir, aquella cuya función objetivo consiste en maximizar utilidades) como para la teoría de la firma autogestionada (que trata de maximizar el ingreso neto medio por trabajador[2]) las características de la función de oferta de largo plazo dependen, en condiciones competitivas, no sólo del precio de los insumos sino que, también, de la forma de la función de la producción, esto es, de la tecnología para producir el o los productos que elabora la empresa. Es así como, con funciones de producción homogéneas de primer grado, vale decir, con rendimientos constantes a escala, ambos tipos de empresas no tienen un punto óptimo único de operación a largo plazo. Sólo se puede definir, dados los precios de los insumos, una "proporción" óptima en la que conviene emplear los mismos ya sea para maximizar utilidades, ya sea para maximizar el ingreso neto medio por trabajador.

[2] El ingreso neto medio por trabajador se entiende, en el caso más simple de una sola calificación homogénea de trabajo, como el saldo o remanente resultante de restar del valor de las ventas, el costo de los insumos no humanos, dividido por el número de trabajadores ocupado. Esto implica, entre otras cosas, que cada vez que varía el precio del producto o de un insumo, se altera la remuneración del factor trabajo.

Siempre que se respete dicha proporción, las utilidades en el caso capitalista o el ingreso medio por trabajador en el caso autogestionado serán los mismos sea cual fuere el nivel de insumos al cual se la aplique.

Si la función de producción presenta rendimientos a escala primero creciente y luego decrecientes, existirá una combinación muy precisa de insumos y, por ende, un nivel específico de producción que optimice los resultados buscados por la empresa. Las curvas de costos medios y marginales de la empresa capitalista tendrán una forma de U existiendo, por tanto, un nivel de producción único que permite producir, dados los precios de los insumos, a un costo medio menor que cualquier otro. El que a largo plazo, la empresa capitalista prefiera producir esa cantidad o no, depende de la estructura de la industria, y no constituye por eso necesariamente el punto de equilibrio parcial de largo plazo. En efecto, a largo plazo y con precios de insumo dados, a la empresa capitalista individual le interesará producir ahí donde se igualen sus costos marginales con el precio del producto que impere en el mercado. Así, su curva de costos marginales constituye su curva de oferta a largo plazo a partir del punto donde corta la de costos medios, esto es, a partir del punto de costo medio mínimo minimorum.

Dependiendo del precio de mercado, puede encontrarse en equilibrio en cualquier punto de su curva de oferta. Sólo la libre entrada a la industria de empresas con igual tecnología e insumos homogéneos puede obligarla a ubicarse en el punto de costo medio mínimo minimorum, de modo que, no sólo ella sino que toda la industria esté en un equilibrio competitivo de largo plazo.

Sin embargo, lo que interesa hacer resaltar aquí, es que independientemente de si la firma individual produce o no al nivel de costo medio mínimo minimorum, dicho punto existe y refleja el hecho de que la tecnología en este caso es tal, que distintas combinaciones de insumos no tienen igual rendimiento o productividad a lo largo de la senda de expansión de largo plazo. Hay una combinación que es física o técnicamente más eficiente que cualquier otra. En ella, como se verá en la tercera sección, la productividad media de todos los insumos es mayor que en cualquier otra, rinde más producto por unidad de costo. Para cada proporción posible de precios de insumos habrá una combinación precisa de insumos de eficiencia física máxima, vale decir, un nivel preciso de producción de costo medio mínimo minimorum a largo plazo. El conjunto de estos puntos de combinaciones de insumos más eficientes para distintas relaciones de precios de insumos, constituyen el lugar geométrico o locus de eficiencia física máxima de la función de producción (de ahora en adelante, locus EE).

A la inversa de la empresa capitalista que usa una tecnología de este tipo y que individualmente puede preferir producir a largo plazo a cualquier nivel de producción,[3] la empresa autogestionada que enfrenta precios dados optará libremente por producir siempre en un punto de eficiencia física máxima de su función de producción. Haya o no libre entrada a la industria, producirá en un punto donde, para una relación de precios de insumos apropiada, la empresa capitalista presentaría costos medios mínimos minimorum. Esto es así, como veremos más adelante, porque esta empresa trata de maximizar el ingreso neto medio por trabajador y dicho ingreso es máximo ahí donde la productividad media de todos los insumos inclusive el trabajo, es máxima, esto es, en el locus EE.

Estas consideraciones generales tuvieron por objeto ubicar intuitivamente la importancia del locus de eficiencia física máxima en la teoría de la economía autogestionada y explicar su relativa insignificancia en el caso capitalista.

---

[3] Sea éste de costo medio mínimo o no, a menos que la entrada de nuevas firmas con insumos homogéneos e igual tecnología la obliguen a ello.

En el caso autogestionado juega un papel fundamental en el equilibrio de la empresa individual a largo plazo y, por ende, en la determinación de la oferta y del equilibrio general del sistema a largo plazo.

Se hizo referencia sólo a dos tipos de tecnologías, las que se tratan más comunmente en los textos de teoría económica, y no se pretende discutir en esta oportunidad su relevancia empírica. Sólo cabe señalar que si la función de producción presentara rendimientos a escala continuamente decrecientes, el equilibrio de largo plazo de la empresa autogestionada se dará en un nivel de producción igual a cero, en tanto que si los rendimientos fueran permanentemente crecientes, la empresa tendería a crecer "ad infinitum". Finalmente, si los rendimientos a escala fuesen primero crecientes, luego constantes para ciertos rangos de producción y finalmente decrecientes, cualquier nivel de producción dentro del rango de rendimientos constantes sería igualmente óptimo. El locus EE, en este caso, abarcaría todo ese rango.

A continuación se expondrán brevemente las condiciones de equilibrio de la empresa autogestionada, y, luego, se definirá con mayor rigor el locus EE explicando sus propiedades y su utilidad en el análisis de un sistema autogestionado.

II. Equilibrio de largo plazo de la empresa autogestionada

Las condiciones de equilibrio de la empresa autogestionada se desprenden de su función objetivo, de las condiciones técnicas de su producción y del precio de sus insumos y productos. Se trata de maximizar el ingreso neto medio por trabajador.

$$Y = \frac{P_x X - \sum_{i=1}^{n} P_i F_i}{L}$$

donde X es el nivel de producción dado por la función de producción. $X = f(F_1, F_2, \ldots, F_n, L)$
P_x es el precio competitivo del producto.
P_i es el precio competitivo del insumo no humano i, donde $i = 1, \ldots, n$.
F_i es la cantidad empleada del insumo no humano i.
L es el número de trabajadores que se suponen, para simplificar, homogéneos.

La maximización de Y exige igualar las primeras derivadas parciales a cero y verificar el cumplimiento de las condiciones de segundo orden.

$$\frac{dY}{dL} = P_X X_L - Y = 0$$

X_L = primera derivada parcial de X con respecto al trabajo L.

$$\frac{dY}{dF_i} = P_X X_{F_i} - P_{F_i} = 0$$

X_{F_i} = primera derivada parcial de X con respecto al insumo no humano i.

Las condiciones de segundo orden se cumplen cuando la segunda diferencial de Y es menor que cero, esto es, cuando la productividad marginal de cada insumo es decreciente y las isocuantas son convexas al origen.

Las de primer orden constituyen un sistema de (n + 1) ecuaciones para determinar (n + 1) incógnitas que son las cantidades óptimas de insumos a emplear y que, en conjunto, determinan el nivel óptimo de producción en Y.

Al igual que para la empresa capitalista, el equilibrio de la empresa exige usar de cada insumo la cantidad que permita igualar $P_X X_{F_i}$ (valor de su productividad marginal) a su precio. En el caso de L la condición es semejante pero Y, el ingreso neto medio por trabajador, no es un precio de mercado (o tasa de salario) sino que un saldo. Esto implica que todo el valor del producto ($P_X X$) se paga a los insumos. Los no humanos de acuerdo a su precio de mercado, y el trabajo percibe todo el resto.

Nótese de paso que por esta definición de Y (el ingreso neto medio por trabajador) la demanda de trabajo de la empresa autogestionada es independiente del ingreso que perciba este factor en otras ocupaciones. A la empresa sólo le interesa incorporar a su colectivo laboral, tantos trabajadores como sea necesario para igualar el valor de la productividad marginal del último, con el ingreso neto medio obtenido por el conjunto. Si este ingreso medio es muy bajo, es posible que no existan trabajadores dispuestos a ofrecer sus servicios a la empresa y/o que algunos trabajadores antiguos prefieran irse a otra parte; pero, esto será un problema de oferta de trabajo en relación al ingreso y no de demanda. Por lo tanto, la empresa autogestionada no puede tener una curva de demanda de trabajo propiamente tal. La cantidad de trabajo que se desea contratar depende de la función de producción y de P_x y de P_i, pero no de una tasa de remuneraciones externa a la empresa.

Si se compara el punto de equilibrio parcial de una empresa autogestionada con el de una capitalista que empleara una función de producción idéntica y enfrentara precios de insumos no humanos (P_i) y de X (P_x) también idénticos, se tiene que ambos coincidirán (emplearán igual cantidad de insumos F_i y L para producir un mismo X) si, y sólo si, la tasa de salarios capitalista (W) coincide exactamente con Y, vale decir, si la empresa capitalista tuviera utilidades iguales a cero. Si hay utilidades (o pérdidas), el ingreso medio por trabajador Y, será mayor (o menor) que W y, por ende, las condiciones de equilibrio individual de ambas empresas no podrán ser satisfechas para iguales valores de F_i y L.

Nótese, además, que ante variaciones de P_x con P_i y W constantes, la empresa capitalista se mueve a lo largo de una misma senda de expansión, en tanto, que para la autogestionada, cualquier cambio en P_x (y/o en P_i) altera necesariamente Y (la remuneración residual del trabajo) de modo que ajustará su equilibrio pasando de una senda de expansión a otra. Más precisamente, su propia senda de expansión a largo plazo es, como veremos, el locus **EE** y no la senda capitalista tradicional.

Estas divergencias con el caso capitalista emanan de la función objetivo autogestionada y de las condiciones de primer orden para satisfacerla, vale decir, de que además que cada insumo debe ser pagado el valor de su productividad marginal, todo el valor del producto debe ser distribuido entre los insumos, no pudiendo existir beneficios o pérdidas independientes del pago a los factores.

Requisitos de este tipo se asocian de inmediato con el Teorema de Euler. Aun cuando este teorema ha sido usado principalmente en un contexto macro-económico en relación a la teoría de la distribución del ingreso, es igualmente aplicable a nivel de una empresa en particular.

El teorema de Euler nos indica que para que cada uno y todos los insumos reciban una remuneración igual al valor de su producto marginal y para que al hacerlo, se agote exactamente el valor total del producto, la función de producción en el punto de equilibrio debe presentar rendimientos constantes a escala, es decir, debe ser homogénea de grado uno.[4]

---

[4] $X=f(F_1,F_2,\ldots,F_n,L)$ es una función homogénea de grado k si:

$$f(tF_1,tF_2,\ldots,tF_n,tL) = t^k f(F_1,F_2,\ldots,F_n,L) = t^k X \qquad (1)$$

En estas funciones, la productividad marginal de un insumo cualquiera (F_i o L) cuando todos ellos se ocupan t veces (tF_i y tL) es igual a la productividad de ese insumo ocupado en la cantidad F_i o L, multiplicada por t^{k-1}.

Esto es así porque de la relación (1) anterior se tiene $X = f(tF_1, tF_2, \ldots, tL)t^{-k}$ y diferenciando parcialmente con respecto a F_i para obtener la productividad marginal del insumo i.

$$\frac{dX}{dF_i} = \frac{df(tF1,tF_2,\ldots,tL)}{dtF_i}\,\frac{dtF_i}{dF_i}\,t^{-k}$$

$$\frac{dX}{dF_i} = \frac{df(tF_1,\ tF_2,\ldots,tL)}{dtF_i}\,tt^{-k} = \frac{df(tF_1,\ tF_2,\ldots,tL)}{dtF_i}\,t^{-k+1}$$

$$\text{ó}\ \frac{df(tF_1,\ tF_2,\ldots,tL)}{dt\,F_i} = \frac{dX}{dF_i}\,t^{k-1} = X_{F_i}t^{k-1}\ \text{(q. e. d.)} \qquad (2)$$

Cuando k=1, es decir, cuando la función es homogénea de grado 1, si se aumentan todos los insumos en una misma proporción t, no se alteran las productividades marginales de modo que en ese ca-

Por lo tanto, la empresa autogestionada sólo puede encontrarse en equilibrio de largo plazo, vale decir, maximizar el ingreso medio por trabajador, ahí donde la función de producción presenta rendimientos constantes a escala.[5]

En la sección siguiente se demostrará que para empresas que usan funciones de producción con rendimientos primero crecientes y luego decrecientes, sus posibles puntos de equilibrio de largo plazo se encuentran sobre el locus EE que coincide con los puntos de la función de producción que presentan rendimientos constantes a escala.

(continuación nota N°4)

so $\dfrac{df(tF_1, tF_2, \ldots, tL)}{dt\,F_i} = X_{F_i}$

Diferenciando, ahora, totalmente la ecuación (1) con respecto a t, se tiene:

$$\frac{df(tF, \ldots, tL)}{dtF_1}\frac{dtF_1}{dt} + \frac{df(tF_1, \ldots, tL)}{dtF_2}\frac{dtF_2}{dt} + \ldots + \frac{df(tF_1, \ldots, tL)}{dtL}$$

$\dfrac{dtL}{dt} = kt^{k-1}X$ ó

$$X_{F_1}t^{k-1}F_1 + X_{F_2}t^{k-1}F_2 + \ldots + X_L t^{k-1}L = kt^{k-1}X$$

y, dividiendo ambos miembros por t^{k-1}

$$X_{F_1}F_1 + X_{F_2}F_2 + \ldots + X_L L = kX$$

Por esto, si $k>1$ y se pagara a cada insumo el valor de su productividad marginal, la remuneración a los factores excedería en k veces el producto X obtenido con ellos. A la inversa, si $k<1$, no se agotaría el producto.

Finalmente, si $k=1$ al pagar a cada insumo una remuneración equivalente a su producto marginal, se distribuirá exactamente todo el producto como pago a los insumos empleados.

Para mayor detalle véase Henderson y Quandt, en Teoría Microeconómica, Ariel, 1972, capítulo 3.

[5] Aun cuando este trabajo se limita a analizar el equilibrio de largo plazo, cabe hacer notar que el equilibrio a corto plazo de la empresa autogestionada no exige ubicarse en el locus EE, puesto que, no puede ajustar óptimamente los insumos fijos. Estos pueden ser pagados a corto plazo en un valor distinto al de su productividad marginal.

III. El locus de eficiencia física máxima

El profesor Vanek define el locus EE[6] como el lugar geométrico de todos los puntos de la función de producción donde para cada posible proporción de uso de los insumos se tiene la productividad física media máxima para todos los insumos simultáneamente. La ubicación del locus depende, desde luego, de las características generales de la función. Se analizará en detalle el caso de funciones que presentan rendimientos primero crecientes y, luego decrecientes a escala por ser quizás el más fácil de explicar. Conocido éste, se puede extender fácilmente al análisis a otro tipo de funciones.

Los rendimientos a escala están definidos por las variaciones que experimenta la producción ante cambios proporcionales en todos los insumos, es decir, a lo largo de un proceso productivo. Se determinan, por ejemplo, observando los cambios de X resultantes de aumentos proporcionales en K y L si se trata de una función en sólo dos insumos.

Así, $X = f(K, L)$ a lo largo de un proceso se puede expresar como $X = f(tK_0, tL_0)$ donde t es una variable positiva y L_0/K_0 indica una proporción de insumos cualquiera que se mantiene constante de modo que X sea una función solo de t. Para el tipo de función que nos preocupa, el proceso puede representarse como lo indica el gráfico 1 donde la pendiente de la curva satisface las condiciones de rendimientos a escala supuestos.

Para una proporción dada de insumos L_0/K_0, a medida que se aumenta t se tienen primero rendimientos crecientes entre O y a (el punto de inflexión) y luego decrecientes. En estas condiciones, la productividad media de K "y" de L cuando ellos se ocupan en la proporción L_0/K_0, será máxima en el punto E, cuando se ocupa K en la can-

[6] Op. cit. cap. II, sección 4.

tidad $t_e K_0$ y L en la cantidad $t_e L_0$.

El punto E obtenido por la tangencia entre la función de producción para el proceso productivo L_0/K_0 y un rayo desde el origen, da el rendimiento medio máximo con respecto

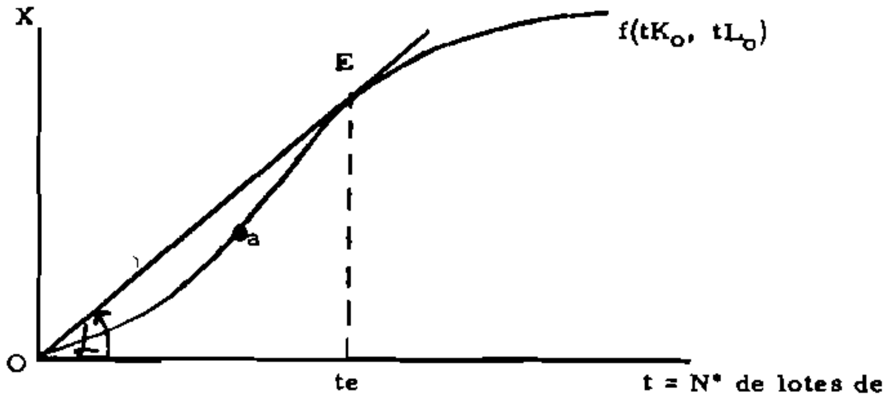

Gráfico 1

a t medido por la tangente del ángulo α. Como a lo largo de X, K y L se usan en la proporción fija dada, multiplicados por t, es evidente que en E se tiene también la productividad media máxima posible de K y L a lo largo del proceso L_0/K_0.

Esto se hace aun más evidente si se ubica el proceso productivo en el contexto tridimensional de la función de producción completa como en el gráfico 2. Ot señala el proceso productivo a lo largo del cual K y L se ocupan siempre en una proporción constante = L_0/K_0 y X los niveles de producción correspondientes. A su vez, $q=t_a L_0$, $e=t_e L_0$ y $p=t_b L_0$ indican la cantidad de L empleada cuando $t=t_a$, t_e y t_b respectivamente y $t_a q$, $t_e e= d$ y $t_b p= g$ indican las cantidades correspondientes de K empleadas.

En estas condiciones, $(at_a/t_a q)$ es la productividad media de K cuando K y L se usan en las cantidades $t_a K_0$ y $t_a L_0$; $(bt_b/t_b p)$ es la productividad media de K cuando K y L

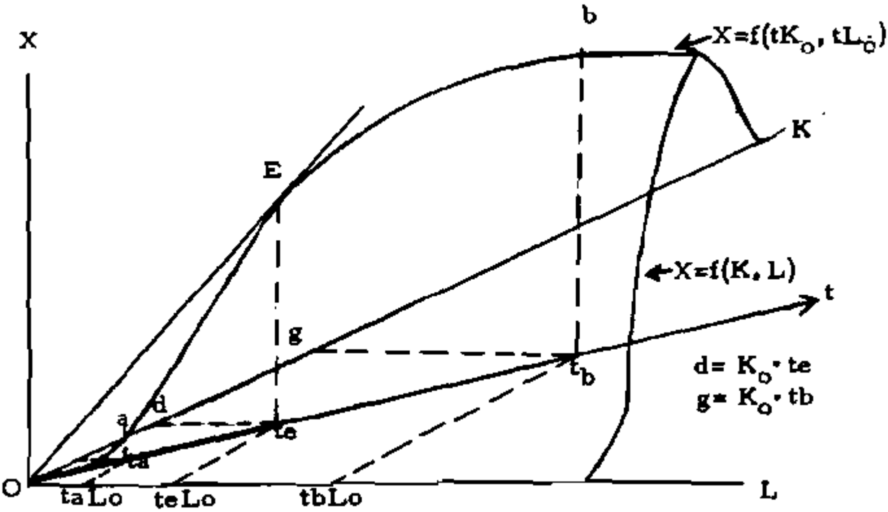

Gráfico 2

se usan en las cantidades $t_b K_0$ y $t_b L_0$, etc... Es evidente dados los rendimientos a escala postulados, que en E tanto K como L (usados en la proporción L_0/K_0) logran su máxima productividad media. Por lo tanto, dada la definición del locus EE, el punto E es el punto del locus EE correspondiente a la proporción de insumos L_0/K_0 dada. Similarmente, para cada una de las otras infinitas proporciones de insumos posibles se tiene un correspondiente punto E que, en conjunto, determinan todo el locus.

Cada punto E obtenido en la forma señalada, tiene además otra propiedad importante. Allí se tienen rendimientos a escala constantes instantáneos, vale decir, al aumentar t(esto es K y L) en una pequeñísima e igual proporción, se obtiene un aumento proporcional de X. Esto es así porque en ese punto la productividad marginal de t es igual a la media; un pequeño aumento de K y L (preservando la relación L_0/K_0) rinde un aumento de X que es igual a la productividad media de t_e lotes de K_0 y L_0.

Efectivamente, $X=f(tK_0, tL_0)$ se puede expresar como una función de t solamente, $X=\varphi(t)$ de modo que la productividad media de t lotes de K_0 y L_0 es $Z=X/t=\varphi(t)/t$.

Z será máximo ahí donde $\partial Z/\partial t = t^{-1}\varphi'(t)-\varphi(t)t^{-2}=0$. Esto implica que Z es máximo donde $\varphi'(t)=\varphi(t)/t$, es decir, donde $\varphi'(t)=\partial X/\partial t$ (la productividad marginal de lotes de K_0 y L_0) es igual a su productividad media (X/t). Por lo tanto, si Z es máximo para $t = t_e$, a ese nivel de t, su productividad marginal es igual a la media y por ende, un pequeño incremento de t rinde un aumento de igual proporción en X (q.e.d.).

Este resultado es muy útil por cuanto permite aplicar a todos los puntos del locus EE las propiedades de las funciones homogéneas de grado 1 y, en particular, la de que si en ese punto se paga a los insumos una remuneración igual a su producto marginal se agota exactamente en ello el valor de su producto total.

A la inversa, en cualquier punto fuera del locusEE, se tienen rendimientos a escala ya sea crecientes o decrecientes y,por ende, al intentar pagar a los insumos el valor de su productividad marginal, el producto será respectivamente insuficiente o quedará un remanente de modo que la empresa no podrá satisfacer sus condiciones de equilibrio de largo plazo.

Dadas las condiciones establecidas en la segunda sección para el equilibrio a largo plazo de la empresa autogestionada, es evidente que dicho equilibrio sólo puede ocurrir en algún punto del locus EE. El punto preciso queda determinado, en este caso de sólo 2 insumos, por el precio de K y del producto X, donde $\partial X/\partial K=X_K \overset{e}{=} P_K/P_X$ sobre el locus EE. La empresa se mueve a lo largo de EE hasta encontrar un punto donde la relación P_K/P_X dada por el mercado, sea igual a la productividad física marginal de K. Encontrado este punto la otra condición de equilibrio, vale decir $X_L \overset{e}{=} Y/P_X$, se dará también automáticamente,puesto que,Y no está determinado por el mercado (es un saldo) y que al pagar,en ese punto,una remuneración igual a X_L a todos los L ocupados (y X_K a los K), se agotará exactamente el producto y la productividad media de cada insumo y de L en particular (igual a la marginal), será máxima para esa relación de precios dada, P_K/P_X.

IV. Otras aplicaciones del locus EE

1. Otras Funciones de Producción

En la sección anterior, se aplicó la definición del locus EE al caso de funciones de producción que presentan rendimientos a escala primero crecientes y luego decrecientes. Es relativamente fácil aplicarlo ahora al caso de empresas que tengan tecnologías de otro tipo.

Así, por ejemplo, en el caso de empresas con rendimientos constantes a escala, por definición, el locus EE coincide con toda la superficie de la función de producción. Para cada proporción de insumos posible se tiene que la productividad media (y marginal) de todos los insumos es constante a lo largo de un proceso. Un rayo desde el origen será tangente a la superficie de la función (en el caso de dos insumos) a lo largo de toda la función para cada proceso, como se observa en el gráfico N° 3.

En este caso, en cualquier punto de la función de producción se satisfacen las condiciones del Teorema de Euler pues en cualquier punto es posible pagar a cada insumo el valor de su productividad marginal y agotar con ello el producto. Sin embargo, la productividad media (y por ende la marginal) de los insumos varía al pasar de un proceso productivo a otro aun cuando se mantiene constante a lo largo de cada proceso. Por lo tanto, para la empresa autogestionada que use una función de producción de este tipo, con sólo dos insumos, el problema de encontrar su punto de equilibrio de largo plazo consiste en determinar el "proceso" productivo en el que la productividad marginal de K (X_k) sea igual al precio de mercado de K en términos de X(P_k/P_x).

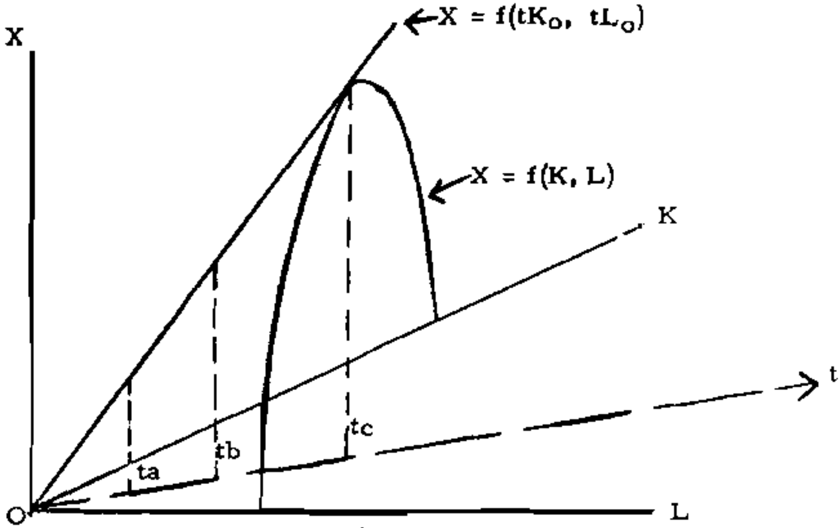

Gráfico 3

Hecho esto, se sabe que necesariamente, sea cual fuere el nivel en que se ocupe ese proceso(t_a, t_b, t_c u otro en el gráfico 3) la cantidad de X producida será suficiente para pagar tanto a K como a L, el valor de sus respectivas productividades marginales y no quedará remanente, cumpliéndose así las condiciones de equilibrio para maximizar Y. (segunda sección)

Podrían considerarse muchos otros tipos de función de producción, pero con estos dos es suficiente para comprender el papel que juega el locus EE en la determinación del equilibrio a largo plazo. Sin embargo, por su relevancia empírica, conviene mencionar brevemente el caso de funciones que tienen primero rendimientos crecientes, luego constantes y, eventualmente, decrecientes a escala. Este es un caso intermedio, en el que el locus EE constituye una franja sobre la función de producción en vez de una línea (primer caso) o de abarcar toda la función (segundo caso).

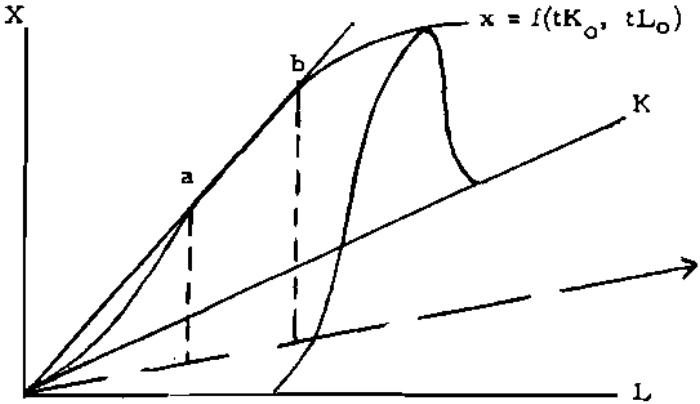

Gráfico 4

En el gráfico 4, se tiene que en la zona ab del proceso t hay rendimientos constantes a escala con una productividad media para ambos factores constante y superior a la de cualquier otro punto del proceso antes de **a** o más allá de **b**. Todos los puntos entre **a** y **b** pertenecen al locus EE de esa función y son puntos donde una empresa autogestionada podría encontrarse en un equilibrio de largo plazo para una relación de precios de K y X apropiada.

2. El locus EE y el mapa de isocuantas

Hasta aquí se ha tratado el locus EE en términos conceptuales o gráficamente usando la superficie de la función de producción. Para poder referirse más adelante a la industria autogestionada conviene ubicar gráficamente al locus EE en el mapa de isocuantas para el caso de sólo dos insumos.

Como se sabe, cualquier función de producción puede representarse por un mapa de isocuantas obtenidas al cortar la superficie de la función a distintas alturas de X y proyectar los perfiles obtenidos sobre el plano de los dos insumos. Como los puntos del locus EE se encuentran sobre la superficie de producción, cada uno de ellos se ubica necesariamente en alguna isocuanta, y se les puede ubicar en el mapa. Tomando el caso de rendimientos, primero crecientes y, luego decrecientes en que el locus es una línea sobre la superficie de producción, se tiene que la proyección del locus sobre el mapa será también una línea del tipo de la señalada en el gráfico 5 por EE. No tiene por qué coincidir con una isocuanta en particular. En su conjunto debe tener inclinación negativa puesto que por definición en este tipo particular de tecnología hay un solo punto del locus para cada proceso posible. Por tanto, debe partir del, o de las proximidades del eje L, hasta llegar al, o las proximidades del eje K.[7]

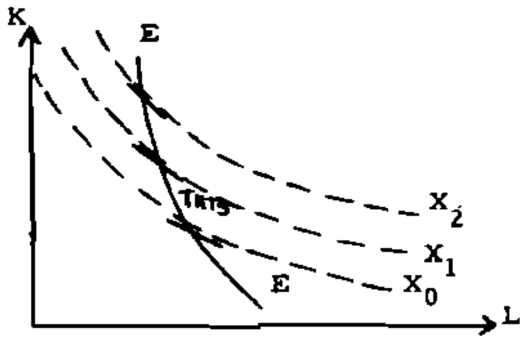

Gráfico 5

[7] Nótese que tal como se ha dibujado el locus en el gráfico 5 implica que los procesos más intensivos en capital son más productivos que los otros, puesto que, a medida que se sube por EE aumenta el volumen de producción. Podría ocurrir lo contrario, vale decir, que la pendiente del locus en términos absolutos fuera menor que la de los isocuantas que atraviesa.

En el caso de funciones de producción homogéneas de grado uno no cabe dibujar el locus puesto que abarca toda la superficie de producción y, por ende, todo el mapa de isocuantas. En el caso de rendimientos primero crecientes, luego constantes y, eventualmente decrecientes, en vez de una línea el locus será una franja sobre el mapa.

Pero, volviendo al primer caso a partir del cual es fácil deducir la situación, para los otros es importante notar que a cada punto del locus le corresponde una tasa marginal técnica de sustitución de insumos (TMTS) muy precisa, puesto que, corta (o eventualmente puede identificarse con) una isocuanta en un punto también muy preciso. Lo peculiar es que las productividades marginales correspondientes a la TMTS de cada punto del locus son tales, que si se paga a cada factor un precio igual a esas productividades marginales se agota exactamente con ello el producto obtenido con la cantidad de insumos correspondientes a ese punto. En cualquier otro punto del mapa fuera del locus EE, habrá un remanente (hacia la derecha de EE) o un déficit (hacia la izquierda) de producción.

Como se vio al terminar la tercera sección, para un precio del producto y de K dados (P_x y P_k), la empresa que persigue maximizar el ingreso medio por trabajador buscará sobre EE el punto en que la productividad marginal de K sea igual a P_k/P_x. Ahí y sólo ahí, se cumple automáticamente también la otra condición de equilibrio establecida en la segunda sección, vale decir, que la productividad marginal de L (X_L) sea igual al ingreso medio por trabajador en términos de $X(Y/P_x)$ obtenible en ese punto.

3. La Función de Producción de la Industria Autogestionada y el equilibrio general

Las condiciones tan peculiares del equilibrio de la firma autogestionada permiten simplificar bastante el análisis de la industria autogestionada, especialmente en el contexto del equilibrio general del sistema cuando la tecnología empleada por las empresas que la integran no es de rendimientos constantes a escala.

Usualmente los textos de teoría económica que tratan el equilibrio general de los sistemas capitalistas suponen, implícita o explícitamente, que las empresas que integran cada industria o sector usan tecnologías con rendimientos constantes a escala. En estas condiciones, cuando hay un gran número de empresas en cada industria que usan iguales tecnologías homogéneas de grado uno e insumos homogéneos de manera que enfrentan precios idénticos de insumos y productos, se puede analizar el comportamiento de la industria "como si" se tratara de una sola firma que usara esa misma tecnología con precios de mercado dados independientes. No obstante, no se puede hacer lo mismo si las empresas individuales usan tecnologías con rendimientos primero crecientes y luego decrecientes, a menos que, todas operen en condiciones perfectamente competitivas con utilidades iguales a cero. Cualquier impedimento a la libre entrada o salida de firmas de la industria descarta la posibilidad de "suponer" que la industria opera con una función de producción homogénea de grado uno. Esta no es la situación de la industria autogestionada. En este caso, aun cuando las empresas tengan funciones de producción con rendimientos primero crecientes y luego decrecientes, y haya impedimentos a la entrada o salida de empresas, se puede analizar la industria "como si" se tratara de una sola empresa con rendimientos constantes a escala que enfrenta precios dados independientes siempre que, todas las empresas usen idénticas tecnologías con insumos homogéneos y enfrenten precios dados únicos.

Esta afirmación, muy brevemente tratada por el profesor Vanek, ha sido también un escollo para los alumnos interesados en el tema.[8] Curiosamente, sin embargo, no

[8] Véase Vanek, op. cit. cap. V - sección 5.4

es un problema propio del sistema autogestionado puesto que también tiene cierta relevancia para el análisis de equilibrio general del sistema capitalista.

Por esto, se comenzará examinando el caso capitalista para este tipo de tecnología en condiciones perfectamente competitivas con libre entrada y salida de la industria. Si todas las empresas enfrentan iguales condiciones de mercado, y poseen idénticas tecnologías ante precios dados cualesquiera de insumos y productos, todas encontrarán su punto de equilibrio (de maximización de utilidades a largo plazo que, de hecho, serán iguales a cero) en el mismo punto de su común función de producción. Todas usarán la misma cantidad de insumos con idénticas TMTS hasta el punto en que las productividades marginales de cada insumo sean iguales a sus precios de mercado. La libre entrada asegura que no habrán utilidades anormales y que, por ende, las empresas se encontrarán en sus puntos de costos medios mínimos, minimorum, agotando el producto en el pago a factores. En otras palabras, todas las empresas capitalistas se encontrarán en un punto del locus de eficiencia física máxima (EE) donde existen rendimientos constantes a escala instantáneos. Ante variaciones de precios de insumos y/o productos, todas las empresas ajustarán en igual forma su equilibrio, entrando o saliendo firmas de manera que no se produzcan beneficios anormales. Vale decir, mientras perduren las condiciones señaladas, las empresas se encontrarán siempre sobre el locus EE. Es por esto que, en este caso, se puede analizar la industria capitalista "como si" se tratara de una sola firma que usara una función de producción homogénea de grado uno con precios dados independientemente.[9]

---

[9] Independientes en el sentido en que esta empresa gigante ficticia no sería un monopolio. El precio de su producto estaría determinado por la demanda y la acción conjunta, pero independiente de las numerosas empresas que integran la industria, de modo que, para cada una de ellas en particular el precio es un dato.

El profesor Vanek define esta función como la envolvente de la suma de las funciones de producción individuales de cada empresa con rendimientos primero crecientes y luego decrecientes a escala. Esta suma debe entenderse como la suma para cada proporción posible de insumos (para cáda TMTS) sobre el locus EE, de los insumos y productos obtenidos por las n empresas de la industria, puesto que, para cada posible relación de precios de insumos cada empresa se ubica en un idéntico punto de su locus EE.

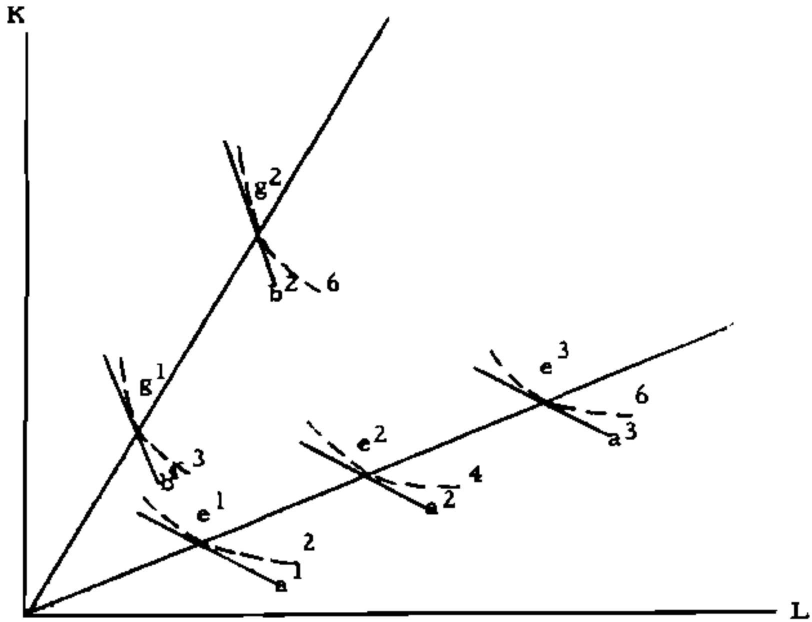

Gráfico 6

En el gráfico 6 se ha dibujado el locus EE de una empresa cualquiera, señalando dos de las isocuantas que atraviesa, las que corresponden a 2 y 3 unidades de producción. Las respectivas TMTS en el punto de intersección de EE con las isocuantas están indicadas por las pendientes a' y b'. Si la relación de precios W/P_k fuese a', con libre entrada para cada una de las empresas de la industria encontraría su punto de equilibrio sobre EE en un punto como e'. Si hay dos empresas (suponiendo por razones de espacio que dos es un número suficiente para mantener las condiciones competitivas postuladas), en conjunto, producirán cuatro unidades, usando dos veces la cantidad de insumos empleados en e', esto es, e^2. Equivale a colocar el origen del mapa de isocuantas de la segunda empresa en el punto e' de la primera empresa para encontrar el uso total de recursos de ambas empresas. Si hay tres empresas, usarán en conjunto e^3 de K y de L y así sucesivamente.

Sin embargo, si bajara P_k o subiera W, cada una de las empresas se desplazaría hacia procesos más intensivos en capital, entrando o saliendo, simultáneamente empresas de la industria de manera que los beneficios individuales se mantengan en cero. El nuevo punto de equilibrio individual puede ser uno como g'. En este caso, con sólo dos empresas se lograría una producción de seis unidades en g^2.

Nótese que las isocuantas dibujadas en e^2 y e^3 son idénticas a la de e', y la dibujada en g^2 es idéntica a g^1, pero están todas referidas a ejes distintos no representados en el gráfico.

Los dos casos graficados, esto es para una relación de precios de insumos del tipo a y del tipo b con tres y con dos empresas respectivamente, son suficientes para darse cuenta que es posible dibujar nuevas isocuantas "agregadas para la industria" que definen una función de producción agregada. Se puede obtener seis unidades de producto en esta industria competitiva con libre entrada, ya sea, con tres empresas y una relación de precios a, ya sea con dos empresas y una relación de precios b. Es fácil ver que en la medida que las funciones de producción individuales sean contínuas, existirán muchas otras alternativas para producir seis unidades variando el número de empresas, el número de unidades producidas por cada una la TMTS y, desde luego, el punto del locus EE en que se ubiquen para producir. La isocuanta agregada que une todos los puntos del tipo g^2 y e^3 tiene en cada uno de esos puntos la misma pendiente que las isocuantas individuales subyacentes (del tipo 3 y 2 respectivamente) puesto que provienen de una nueva función de producción, que es la envolvente de las funciones individuales sumadas en la forma descrita.

Nótese que también pueden agregarse los locus EE. Así, para dos empresas, el locus EE agregado cruza los puntos g^2 y e^2. Finalmente, es claro que las nuevas isocuantas agregadas pueden multiplicarse por cualquier número de veces a lo largo de rayos desde el origen.

Si en vez de tener dos y tres empresas, respectivamente, para las relaciones de precios de insumos b' y a' existieran cuatro y seis, se tendrá una producción de doce unidades y así sucesivamente. Por lo tanto, se llega a una nueva función de producción (agregada) que es homogénea de grado 1. Para una misma proporción de insumos y una relación dada de precios de factores, si se duplican o triplican los insumos empleados por la industria competitiva compuesta de empresas que usan una tecnología idéntica de rendimientos primero crecientes y luego decrecientes a escala, se duplica o triplica exactamente el volumen de producción (y el número de empresas).[10]

Ahora se puede comprender porqué no se puede analizar el comportamiento de una industria capitalista compuesta de empresas con insumos homogéneos e idénticos rendi-

---

[10] Si se intenta visualizar la función agregada en un espacio tridimensional, se tiene que la envolvente de la suma de las funciones individuales forma una superficie continuamente creciente, siguiendo rayos desde el origen, pero con ondas generadas por el segmento de rendimientos crecientes hasta llegar al locus EE de cada nueva empresa que se va sumando. En las condiciones postuladas, ninguna empresa se ubicará jamás en las partes "huecas", de modo que, tampoco serán relevantes posibles segmentos cóncavos al origen de las isocuantas agregadas.

dimientos, primero crecientes y luego decrecientes a escala a través de funciones de producción agregadas homogéneas de grado uno, si no existe libre entrada a la industria. Si no hay libre entrada, las empresas pueden tener utilidades, vale decir, pueden ubicarse más allá del locus de eficiencia física máxima en la zona de rendimientos decrecientes (costos medios crecientes). En estas condiciones, al variar los precios de mercado, ajustarán su punto de equilibrio colocándose en zonas de sus funciones de producción de rendimientos diferentes, y la industria, como un todo, ya no operará con rendimientos constantes a escala.

Hasta aquí nos hemos referido a la función de producción agregada de la industria capitalista. Sólo falta un paso para aclarar la situación de la industria autogestionada. En las secciones segunda y tercera se estableció que la empresa autogestionada que enfrenta precios de insumos y productos dados, operará siempre en su locus EE independientemente de si existe o no libre entrada a la industria. Sólo ahí puede maximizar efectivamente el ingreso medio por trabajador, y no requiere de presiones externas del mercado para ubicarse en el locus EE. Por lo tanto, haya o no libre entrada, si hay un gran número de empresas autogestionadas en la industria con insumos homogéneos e idéntica tecnología, sea ésta de rendimientos constantes a escala o de rendimientos primero crecientes y luego decrecientes, es posible analizar el comportamiento de la industria a través de una función de producción homogénea de grado uno que es la envolvente de las funciones individuales agregadas.

Desde luego, esta característica del sistema autogestionado acarrea, a su vez, ciertas peculiaridades en la asignación de recursos del sistema. Sin embargo, una vez que se ha entendido cabalmente el papel que juega el locus EE en el análisis microeconómico del sistema, no existen mayores dificultades para seguir el acabado estudio de sus implicaciones en la asignación de recursos en el libro del profesor Vanek.