



Laberintos Rizomáticos

Tesis para optar al grado de magíster en artes mediales.

Alumno Tesista: Jorge Forero Rodríguez.

Profesor guía: Mg. Daniel Cruz

Mayo 2017 Santiago de Chile.

DEDICATORIA

**A mi familia.
A mi esposa y mis dos hijos.
Por su compañía en este viaje.**

Resumen.

Laberintos Rizomáticos es un **proyecto artístico** y una **tesis** para optar al grado de magíster en Artes Mediales, conferido por la Universidad de Chile. El proyecto consiste básicamente en el desarrollo de un **marco conceptual** y un **entorno de desarrollo informático**, con el cual componer obras multimediales, utilizando la dinámica de sistemas físicos no lineales como herramienta. Bajo este contexto, se propone en el desenlace, la construcción audiovisual (Sonificación + Visualización) de la metáfora de los laberintos, en donde cada tipo de laberinto es representado por una dimensión en el diagrama de fase que representa un determinado sistema físico. Los laberintos rizomáticos consisten en aquellas redes en donde cada punto puede conectarse con todos los puntos restantes, en una sucesión que no tiene término teórico y que puede extenderse al infinito. En términos literales, un rizoma es un tallo subterráneo que crece en forma horizontal y del cual surgen brotes semejantes a la estructura principal. En matemáticas, un rizoma puede ser modelado utilizando geometría **fractal**, la cual consiste en estructuras geométricas autosemejantes infinitas que cubren una región finita del espacio. De este modo, los laberintos rizomáticos pueden ser considerados como laberintos fractales. El caos y los fractales subyacen de una misma ciencia; la dinámica, conocimiento en torno al movimiento, el cambio y sistemas que evolucionan en el tiempo. Si el sistema en cuestión llega a un equilibrio, se repite en ciclos, o hace algo más complicado, es la dinámica la que describe y predice su comportamiento.

Palabras Claves: Arte generativo, música electroacústica, sonificación, visualización de datos, mapeo, laberintos, caos y fractales.

Índice.

1	Introducción.	5
1.1	Entre medio: Música, ciencia y tecnología.	5
1.2	Música electroacústica.	7
1.3	Música por computadora.	11
1.4	Arte generativo.	12
1.5	Pure data.	13
1.6	Sonificación.	14
1.6.1	Técnicas de sonificación.	14
1.7	Visualización de Datos.	15
2	Marco Conceptual.	16
2.1	Diagrama de fase para una ecuación diferencial de primer orden.	16
2.1.1	Mapeo ilustrativo.	19
2.1.2	Rizoma1D y Acorde Rizoma.	20
2.1.3	GUI Entorno Clásico.	21
2.1.4	Sonificación Laberintos Clásicos.	22
2.1.5	Visualización Laberintos Clásicos.	22
2.2	Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.	25
2.2.1	Mapeo ilustrativo.	27
2.2.2	GUI Entorno Manierista.	29
2.2.3	Sonificación Laberintos Manieristas.	30
2.2.4	Visualización Laberintos Manieristas	31
2.3	Las ecuaciones de Lorenz.	35
2.3.1	Ejemplo Ilustrativo: El molino caótico.	35
2.3.2	Análisis de las ecuaciones de Lorenz.	40
2.3.3	GUI Entorno Caótico.	43
2.3.4	Sonificación Laberintos caóticos.	43
2.3.5	Visualización Laberintos caóticos.	44
3.	Desenlace.	48
3.1	Caos, Fractales y Laberintos.	48
3.1.1	Ontología clásica y ecuaciones de primer orden.	49
3.1.2	Ontología manierista moderna.	50
3.1.3	Ontología rizomática postmoderna.	51
3.2	Conclusiones.	54
4.	Bibliografía.	55

1. INTRODUCCIÓN.

1.1 Entre medios: Música, ciencia y tecnología.

Comenzaremos nuestra investigación analizando antecedentes legados por los Pitagóricos¹, a los cuales se les atribuye la construcción de un instrumento musical llamado monocordio y el desarrollo analítico primigenio de la **armonía**. El monocordio no es más que una cuerda tensa, dispuesta sobre una caja de resonancia, cuya longitud puede ser variada según se estime. Los pitagóricos observaron que haciendo más o menos larga la cuerda, se producían sonidos diferentes. Entre estos sonidos, escogieron algunos que les eran placenteros (armoniosos) con el sonido original (cuerda entera) al ser tocado de manera simultánea. En particular, cuando una cuerda mide la mitad de la otra, los sonidos producidos parecen combinar perfectamente. A este intervalo lo denominaron Diapasón y corresponde en términos modernos a una octava. Con una cuerda de largo dos tercios de la inicial se logra obtener otro sonido conjunto muy agradable. A este intervalo lo llamaron Diapente y corresponde a una quinta justa. La tercera combinación distinguida por los pitagóricos se logra pulsando una cuerda de largo tres cuartos de la inicial. Este intervalo fue llamado Diatesarón y equivale a una cuarta justa. Con esta información se dio vida a la primera escala musical, la escala pitagórica, lograda mediante la división sucesiva de la cuerda bajo los criterios anteriormente descritos. Esta exploración numérica, entre la simpleza de las relaciones (2:1, 3:2, 4:3) matemáticas y la armonía que producen, llevó a

¹ El pitagorismo fue un movimiento filosófico / religioso de mediados del siglo VI a. C. fundado por Pitágoras de Samos, siendo ésta la razón por la cual sus seguidores recibían el nombre de pitagóricos. Éstos formaban la Escuela pitagórica, secta conformada por astrólogos, músicos, matemáticos y filósofos, y cuya creencia era que todas las cosas son, en esencia, números y relaciones.

pensar a los pitagóricos que el universo, y todo en él, era armonioso y estaba determinado por la relación que guardaban entre sí los números.

El primer registro de **notación musical** que se conoce, corresponde al periodo medieval. La música al igual que el resto de las artes, tiene un carácter religioso en esta época y el canto sin acompañamiento usado en la liturgia cristiana fue continuamente influenciado por los cantos populares transmitidos por los juglares. Fue así como el canto melódico Romano fue incorporado en la liturgia, en lo que se conoce como **canto gregoriano**. A comienzo del siglo IX, se buscaron formas más elaboradas, y a la simple melodía sin acompañamiento, se le agregó otra voz, que intervenía simultáneamente en ciertas partes del canto. Al estilo resultante se le llamó **Organum** y es el precedente histórico de la **polifonía**. En el siglo XII el Organum presentaba hasta cuatro voces y su creciente complejidad hacía necesario un sistema de notación más preciso que el utilizado hasta entonces, que se basaba en neumas, signos colocados sobre cada sílaba del canto para indicar la altura de forma aproximada. El perfeccionamiento de este sistema se atribuye al monje Benedictino Italiano Guido D'Arezzo. El problema concerniente a la duración de las notas se resolvió a finales del siglo XIII, al abandonar un insuficiente sistema basado en modos rítmicos y comenzar a usarse el sistema moderno, el cual asigna intervalos de tiempo a una figura musical. El sofisticamiento progresivo en cuanto a la escritura musical y las formas armónicas evolucionan desde entonces, transitando por diversos géneros y estilos.

El **cromatismo** ² fue fundamental en la armonía de la música del siglo

² El cromatismo musical propone romper con la dependencia tonal y la armonía tradicional, proponiendo ampliar el espectro, incorporando nuevas relaciones.

XX. Como consecuencia extrema del cromatismo se llega al atonalismo, es decir la total ausencia de un centro tonal. El austríaco Arnold Schoenberg ideó el **sistema dodecafónico**, en el cual las doce notas de la escala tonal se colocan en serie, según algún criterio escogido por el compositor, pudiendo sólo utilizar esa serie o algunas modificaciones escogidas de ésta. Basado en el sistema dodecafónico, el **serialismo**³ establece un orden para la sucesión de las diferentes figuras y parámetros musicales.

Con estos precedentes y añadiendo el hito de la revolución de los transistores (y por ende la aparición de la electrónica y computación masiva), la música se diversifica y prolifera en un nuevo género denominado música electroacústica.

1.2 Música electroacústica.

Se puede definir la música electroacústica como cualquier tipo de fuente sonora que pase por de un circuito eléctrico y que resuene mediante altoparlantes. Una segunda definición contempla la música que es generada mediante aparatos electrónicos o mediante una combinación de estos con instrumentos acústicos. Según el compositor y teórico Neo Zelandés, Denis Smalley, se pueden clasificar los sonidos como (Smalley 1997):

- Sonidos naturales o ambientales capturados mediante micrófono; sonidos que antes de su captura no poseían propósito musical alguno.
- Sonidos creados especialmente con un propósito musical, tales como sonidos vocales o instrumentales.
- Sonidos electroacústicos, creados mediante síntesis o transformaciones de otro sonido.

³ La distinción fundamental entre el serialismo y el dodecafonismo estriba en que el principio serial se puede aplicar a varios parámetros musicales (ritmo, dinámica, timbre, etc.), y no sólo a la altura de las notas, como sugería la propuesta dodecafónica original.

La música electroacústica tiene sus precedentes a comienzo del Siglo XX, cuando en Italia se crea un movimiento artístico que rechaza la estética tradicional y propone nuevos principios tales como: Las máquinas, el movimiento, y la energía entre otros aspectos para la creación artística. El fundador y el principal exponente del **movimiento futurista** fue Filippo Marinetti (1876-1944), quien en 1909 recopiló y publicó los principios del futurismo en un manifiesto (El Manifiesto Futurista). Al año siguiente, se unen a él varios artistas italianos, entre ellos Luigi Russolo y Ugo Piatti, con los cuales crea una serie de máquinas sonoras llamadas **intonarumore** (entonarruidos). En 1916 Luigi Russolo publica un libro llamado el arte del ruido. En ese libro se promueve la ampliación de la gama de los sonidos utilizados en la composición musical, mediante el uso de nuevos timbres procedentes de máquinas. Algunos años más tarde Luigi Russolo presenta dos nuevos instrumentos: el **Rumorarmonio** (1921) y el **Arco enarmónico** (1925). Compone además piezas interpretadas totalmente con sus máquinas (obras destruidas casi por completo durante la segunda guerra mundial). Una de estas piezas, compuesta en 1913, intenta expresar una moderna ciudad industrial al empezar el día: la gente dirigiéndose a las fábricas, ruido de máquinas, etc.

En Francia, a partir de 1928, el compositor Edgar Varèse (1883-1965), entre otros compositores franceses, empiezan a utilizar los **generadores de ondas Martenot**. Las ondas de Martenot son un instrumento electrónico inventado en 1928, por el compositor, ingeniero y cellista Francés Maurice Martenot. El instrumento está compuesto por un teclado, un altavoz y un generador de baja frecuencia. El generador de Martenot es un instrumento monofónico y no produce notas simultáneas (cuando se presiona una tecla,

sólo puede producirse un único sonido). Después del ruidismo de Luigi Russolo, y en un intento por ampliar la variedad rítmica y tímbrica de los ruidos, Pierre Schaeffer (1910-1995), que por aquel entonces trabajaba en Radio Francia (RTF), pudo experimentar con numerosos sonidos grabados y manipularlos, con el fin de crear importantes obras, tales como: Etude aux chemins de fer (1948) y la Symphonie pour un homme seul (1950), que compone con la colaboración del compositor Pierre Henry. A partir de entonces, estos dos compositores se dedicaron a la elaboración de obras de **música concreta**⁴. En 1949 Pierre Schaeffer y Pierre Henry fundaron el Groupe de Recherches de Musique Concrete (GRM), y reclutando al ingeniero Jacques Poullin en 1951, llegaron a crear el primer estudio de música electroacústica de la historia, financiado por la RTF.

En Alemania, mientras tanto, uno de los compositores de vanguardia más grandes del Siglo XX, Karlheinz Stockhausen, colaboró en la fundación del estudio de **música electrónica** de la radio Alemana en Colonia. Karlheinz Stockhausen nace en Modrath (cerca de Colonia), el 22 de agosto de 1928, estudia piano y pedagogía musical en la escuela superior de música de Colonia, así como musicología, germanística y filosofía en la universidad de la misma ciudad. Además estudia electroacústica, fonética y teoría de la información en la universidad de Bonn. Desde los años 50 se dedica a la composición musical bajo la tutela del compositor Suizo Frank Martin y los compositores Franceses Olivier Messiaen y Darius Milhaud. Las primeras obras de Stockhausen están muy influenciadas por el **serialismo**. El serialismo, tal

⁴ La música concreta es una expresión musical basada en la composición a partir de sonidos grabados y manipulados posteriormente.

como introducimos, es una innovación musical que hace uso de la **repetición** y la **variación** de una secuencia (o serie) dada en cualquier parámetro musical, no sólo del sonido, sino también el ritmo, el timbre o los niveles de intensidad. Stockhausen experimenta con la **indeterminación** (el uso del azar y la improvisación) y la libertad del intérprete para decidir su propio ritmo y tempo. Entre muchas de sus obras, que son entre 200 y 300, podemos destacar: *Gesang der Junglinge* (1955), *Zeitmasse* (1956), *Gruppen* (1955-157), *Zyklus* (1959), *Kontakte* (1960) y *Sternklage* (1971).

Para finalizar, es justo nombrar a un destacado exponente de la música estocástica. El compositor griego Iannis Xenakis (1922-2001) aplicó procedimientos sistemáticos de **aleatorización** en la composición musical. En este caso los principios formales para dar cohesión y unidad a la obra dejan de ser los entregados por la armonía tradicional, para dar lugar a las distribuciones de probabilidad. Así, parámetros como la altura, la duración y el instante de comienzo de cada sonido, por ejemplo, pueden ser controlados estadísticamente. La composición, visto desde esta perspectiva, consiste en especificar la evolución general de los sonidos por medio de las distribuciones probabilísticas. A partir de dicha especificación, se simula el proceso, dando así origen a una instancia de la obra. Una segunda instancia de la misma obra, no necesariamente sonará igual en cuanto a las notas puntuales, pero en cambio poseerá una personalidad reconocible, de igual manera en que cada ejecución de una obra tradicional no aleatoria suena similar pero no idéntica a otras ejecuciones.

1.3 Música por computadora.

La generación de música mediante el uso de la computadora se registra en 1954 con el trabajo realizado por Lejaren Hiller y Leonard Isaacson, de la universidad de Illinois. Ellos compusieron el cuarteto de cuerdas Illiac, la primera pieza musical generada por un computador. El término Illiac tiene su origen en la aleación entre las palabras Univac (computador usado en el experimento) y Illinois. En 1956 Martin Klein y Douglas Bolitho usan un computador Datatron llamado 'Push-Button Bertha' para componer su música. Las composiciones se llevaban a cabo extrayendo al azar datos numéricos y mapeándolos a datos acústicos relevantes. En 1958, mientras trabajaba en los laboratorios Bell, Max Mathews junto con Joan Miller idean el primer programa de síntesis de audio, el MUSIC4. En su artículo, Max Mathews predice que el computador será el instrumento último, dada su versatilidad y el precio de estos dispositivos. En la actualidad, la omnipresente computadora personal se puede adaptar para generar composiciones musicales, los teclados digitales se encuentran mucho más disponibles que los pianos, y una amplia variedad de aparatos digitales para producir, modificar y analizar sonidos musicales se consiguen con facilidad en el mercado. Así, las computadoras han abierto nuevos caminos para el análisis y la experimentación con sonidos, y nuevas vías para la investigación. El papel de la computadora en composición excede el campo de una pulcra partitura final, ya que ella también se usa para almacenar y manipular material musical, incluyendo listas de notas o su equivalente, generar secuencias musicales, programar estructuras, sintetizar sonidos y sonificar datos o ecuaciones como veremos.

1.4 Arte generativo.

El término arte generativo ha estado en uso general desde la década de 1960, pero el concepto ha estado con nosotros desde hace mucho tiempo. Formas generativas de la música, por ejemplo, han existido desde Mozart. Su *Musikalisches Würfelspiel* (Juego musical de dados) fue un ejemplo temprano de un sistema artístico generativo. La idea era crear un minué cortando y pegando compases predefinidos, haciendo selecciones de acuerdo con el lanzamiento de un dado. Pero, ¿qué es el arte generativo? Philip Galantier, artista, teórico y curador que se ha enfocado en esta disciplina, la define como cualquier práctica artística en donde al artista use un sistema, como un conjunto de reglas del lenguaje natural, un programa de computadora, una máquina, o demás invenciones de procedimientos, el cual pueda ser echado a andar con algún nivel de autonomía contribuyendo con o resultando una obra de arte completa (como muchos de los compositores del siglo XX descritos anteriormente). Esto quiere decir que el arte generativo no se concentra en crear una obra de arte única, sino un procedimiento de creación que pueda generar muchas variaciones sobre el mismo sistema, sobre el mismo conjunto de algoritmos (estos procedimientos serán los que desarrollaremos en la próxima sección). Dentro del arte digital, el arte generativo se ha expresado utilizando diversos medios y disciplinas, dado que cualquier información es susceptible de producir diferentes resultados después de haber sido transformadas por estos procesadores de información que son los algoritmos.

1.5 Pure data.

Pure Data (o Pd) es un lenguaje de programación gráfica desarrollado por Miller Puckette⁵ durante los años 90 para la creación de música computarizada interactiva y obras de multimediales. Aunque Puckette es el principal autor del software, Pd es un proyecto de código abierto y tiene un gran número de desarrolladores trabajando en nuevas extensiones al programa. Pd es muy similar en alcance y diseño al programa original de Puckette, Max (MAX es un lenguaje gestado a inicios de los 80s para control en tiempo real de uno de los primeros sintetizadores digitales, fabricado en el IRCAM). Ambos Pd y Max son ejemplos de **lenguajes de programación** de flujo de datos. Los documentos en pure data son llamados parches y corresponden básicamente a una colección de cajas conectadas en una red. Los bordes de estas cajas indican cómo han de ser interpretadas las funciones contenidas dentro de las cajas.

- Los **mensajes** son cajas con forma de bandera que interpretan el texto contenido en ellas, como un mensaje a enviar cada vez que la caja es activada.
- Los **objetos** son cajas rectangulares en las cuales se pueden especificar distintas clases de funciones y parámetros.
- Los **números** son cajas rectangulares con la esquina superior derecha truncada que reciben valores numéricos.

Los cables conectores pueden ser de dos tipos; Los más delgados llevan mensajes esporádicos, mientras que los gruesos transportan señales digitales de audio.

⁵ Miller Smith Puckette es un matemático, programador y músico de los estados unidos, director del CRSA (Center for Research in Computing and the Arts) de la facultad de la UC University of California en San Diego.

1.6 Sonificación.

La sonificación puede ser considerada como el proceso por el cual se puede transformar cualquier información en una señal acústica no hablada con el propósito de facilitar la comunicación y la interpretación (Hermann 2008). Si bien la sonificación es una técnica relativamente nueva, existen numerosos ejemplos de su uso. En la actualidad existe un foro internacional de investigación en el área de la sonificación, el ICAD (*International Conference on Auditory Display*) que dirige sus esfuerzos hacia los dispositivos acústicos en el ámbito de la percepción, tecnología y áreas de aplicación de la disciplina. Sus temas de interés incluyen:

- La exploración auditiva mediante la sonificación (sonido controlado) y la audificación (muestreo de datos en forma acústica).
- La monitorización de múltiples variables vía sonificación en tiempo real.
- Sonido en interfaces inmersivas (ambientes virtuales) y teleoperación.
- Sonido en interfaces generales.
- Aplicaciones de dispositivos acústicos.

1.6.1 Técnicas de sonificación.

Las principales técnicas de sonificación son:

- Audificación.
- Mapeo paramétrico.

La audificación es el proceso por el cual señales son transformadas y normalizadas a señales acústicas (un ejemplo podría ser la audificación de señales sísmicas). El mapeo paramétrico, en tanto, es la técnica de mayor éxito en la sonificación, ya que provee un método de mapear datos multidimensionales a sonidos. Usualmente, se mapean las dimensiones de los

datos a parámetros auditivos tales como duración, frecuencia, variación de la frecuencia o glissando, intensidad, posición (estereofonía), reverberación, brillo, etc. Así las diferentes variables en los datos pueden ser mapeadas a diferentes parámetros auditivos, para así crear sonidos complejos.

1.7 Visualización de datos.

La visualización de datos es el procedimiento por el cual se puede representar gráficamente un grupo de datos cuantitativos. Actualmente la visualización de datos abarca un sin fin de campos como la medicina, la ciencia, las matemáticas y la economía, entre otras. En todas ellas el objetivo es hacer comprensible a través de una visualidad directa con un mensaje claro y preciso una enorme cantidad de datos sobre un área o tema permitiendo ver tendencias y características generales, que realizado de otra forma tomaría una gran cantidad de tiempo y trabajo.

Tal como señala Lev Manovich, en su publicación *Data Visualisation as New Abstraction and Anti-Sublime*, Visualización y Mapeo se parecen mucho, pero vale la pena diferenciarlos. Tal como vimos en el caso de la sonificación, el mapeo es una técnica amplia que toma ciertas determinadas variables y las representa en otro conjunto de dimensiones (acústicas, gráficas, físicas u cualquier otra), en tanto que la visualización es el caso particular de un mapeo gráfico.

2. MARCO CONCEPTUAL.

En lo que sigue, desarrollaremos los conceptos necesarios para poder sonificar y visualizar la dinámica de algún determinado sistema físico. El marco conceptual incorpora progresivamente dimensiones a los casos de estudio y ejemplifica, mediante un sistema representativo, los conceptos incorporados. Si bien la propuesta conceptual puede ser desarrollada de manera amplia, en cualquier sistema de representación o lenguaje, se presenta un entorno de desarrollo computacional programado en Pure Data, el cual nos servirá como herramienta de creación y composición.

2.1 Diagrama de fase para ecuaciones diferenciales de primer orden.

Una ecuación diferencial es una ecuación matemática que relaciona una función con sus derivadas. Las funciones usualmente representan cantidades físicas (posición, presión, intensidad, etc), por lo que las derivadas representan sus razones de cambio. Las ecuaciones diferenciales se describen por su orden, determinado por el término con derivadas de mayor orden. Una ecuación que contiene sólo derivadas simples es una ecuación diferencial de primer orden, una ecuación que contiene hasta derivadas segundas, es una ecuación diferencial de segundo orden, y así sucesivamente.

Consideremos una ecuación diferencial de primer orden de la forma⁶:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x).$$

En ciencias, los análisis gráficos son una herramienta muy útil y pueden aportarnos valiosa información cualitativa del sistema estudiado sin tener que resolver explícitamente las ecuaciones.

Piense por ejemplo en la ecuación $\dot{x} = \sin(x)$ y pregúntese por el comportamiento del sistema para $t \rightarrow \infty$ (Tiempo tendiendo hacia el infinito), dada una cierta condición inicial.

Si deseamos solucionar esta ecuación tenemos:

$$dt = \frac{dx}{\sin x},$$

De donde:

$$t = \int \csc(x) dx$$

$$t = -\ln|\csc(x) + \cot(x)| + C.$$

⁶ En matemáticas se utilizan puntos sobre las variables para definir la magnitud de la derivada. Así un punto sobre corresponde a la primera derivada de x . Si x fuera la posición de alguna partícula, su derivada corresponde a la velocidad de la partícula.

Si imponemos como condición inicial $x = X_0$ para $t = 0$, la solución quedará:

$$t = -\ln \left| \frac{\csc(x_0) + \cot(x_0)}{\csc(x) + \cot(x)} \right|.$$

Esta solución es exacta, pero su interpretación no es muy iluminadora. En contraste, un análisis gráfico nos ayuda a interpretar el comportamiento de la ecuación. Para ello, consideremos una partícula imaginaria que se desplaza en el tiempo con velocidad $v = \dot{x}$. Podemos interpretar entonces la ecuación diferencial como un campo vectorial uni-dimensional en el cual a cada valor de la posición le asignamos una velocidad. A esto lo llamamos **corriente en la línea** y representa el diagrama de fase de la ecuación.

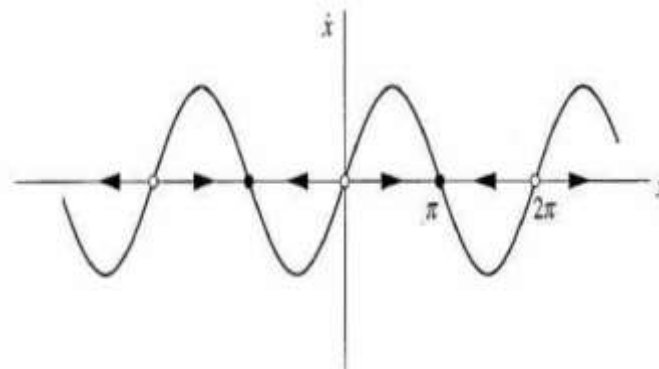


Imagen 1: Diagrama de fase para $\dot{x} = \sin(x)$

Tal como vemos en la **imagen 1**, la corriente es hacia la derecha para $\dot{x} > 0$ hacia la izquierda para $\dot{x} < 0$. Los **puntos fijos** son aquellos puntos para los cuales $\dot{x} = 0$ por lo que no hay corriente. Podemos clasificar la estabilidad de los puntos fijos según la corriente **converja** (puntos negros) o

diverja (puntos blancos) en ellos. Así, una variable que inicialmente se encuentra $x = \pi/4$, por ejemplo, se desplazará hacia la derecha cada vez más rápido, hasta llegar a $\pi/2$, donde la velocidad comenzará a decrecer hasta llegar a π y permanecer estacionariamente.

Ahora bien, la interpretación física dependerá del contexto en que se encuentre la ecuación y lo que tenemos (y nos interesa desde la perspectiva artística), es el movimiento de alguna determinada condición inicial. Estas dinámicas las podremos utilizar luego en el control paramétrico de otras variables, tales como: color, posición, tamaño o cualquier otra que se requiera utilizar. En particular, en este proyecto, las variables fueron mapeadas a variables sónicas y gráficas, con el fin de proponer un entorno de desarrollo (basado en los principios del marco conceptual que se expone) y una obra de autor, utilizando dicho entorno.

Para sonificar estas variables, por ejemplo, podemos mapear la dinámica de la partícula a variables acústicas, como la frecuencia, el volumen o algún otro parámetro. Así, si como variable escogemos la frecuencia, su derivada temporal será el glissandi (tasa de cambio de la frecuencia) y el análisis matemático podemos transformarlo en un análisis acústico.

2.1.1 Mapeo ilustrativo.

Cabe destacar que el cálculo numérico a la solución de ecuación diferencial de primer orden se llevó a cabo de manera numérica (programando

en Pure Data) siguiendo el método de Euler⁷. El método de Euler se basa en aproximar las derivadas por la fórmula de diferencias adelantada.

$$x_{n+1} = x_n + f(x_n)\Delta t.$$

La sonificación correspondiente al problema $\dot{x} = \sin(x)$, expuesto anteriormente, con condiciones iniciales $\pi/4$ y $7\pi/4$, se desarrolló multiplicando cada paso de la iteración numérica por un factor arbitrario, con la intención que los resultados se encuentren en el rango de las frecuencias audibles. Tal como se puede desprender del audio que se adjunta al documento (**audio 1**), para $\pi/4$, la frecuencia aumenta (glissa) monótonamente hasta cierta determinada frecuencia donde permanece estable.

2.1.2 Rizoma1D y Acorde Rizoma1D.

Ahora bien, podríamos asumir que las notas musicales LA (440 Hz y 880 Hz) corresponden a puntos fijos estables, además que su quinta justa, MI (660 Hz), corresponde a un punto fijo inestable. La forma más simple de expresar esta situación sería mediante un polinomio de tercer grado que cumpla estas condiciones.

$$\dot{x} = -(x - 440)(x - 660)(x - 880)$$

Podemos exigir también que las condiciones iniciales se reinicien con una distribución uniforme en el intervalo [440-880 Hz] y a una tasa variable.

⁷ Leonhard Euler fue un matemático y físico suizo. Se trata del principal matemático del siglo XVIII y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos.

Así, el resultado acústico serán sonidos que se distribuirán uniformemente en el rango [440-880 Hz] y que serán repelidos por la nota MI (660 Hz) y atraídos por la nota LA (440 Hz) y LA (880 Hz) (**audio2**).

De manera general, se desarrollaron los Objetos, Rizoma1D y Acorde_Rizoma1D (**imagen2**).

- Entrada 1:** Comenzar/Detener Cálculo dinámica.
- Entrada 2:** Velocidad del Cálculo.
- Entrada 3:** Condición Inicial.
- Entrada 4:** Puntos Fijos.
- Entrada 5:** Atractor/Sumidero.
- Salidas:** Dinámicas.

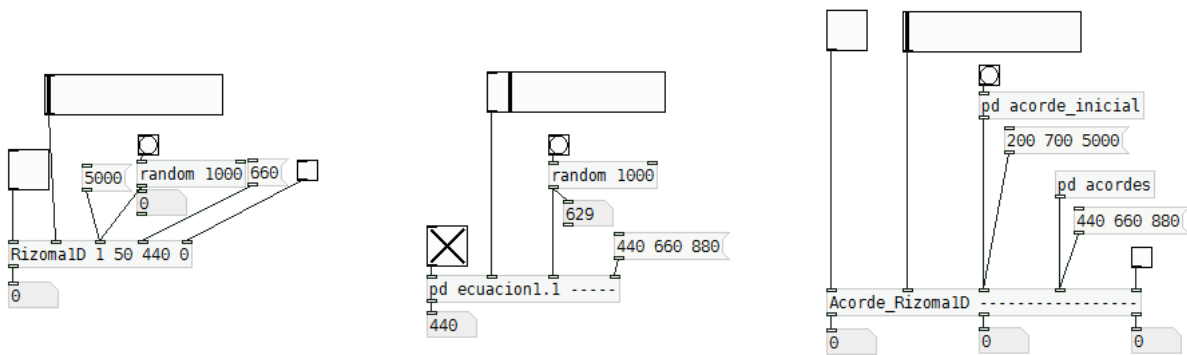


Imagen 2: Implementación Objetos Rizoma1D y Acorde Rizoma1D.

2.1.3 GUI Entorno Clásico.

Con el fin de obtener una forma más funcional de interactuar con los parámetros descritos, se trabajó un Interfaz gráfica de Usuario (GUI) (**imagen3**).

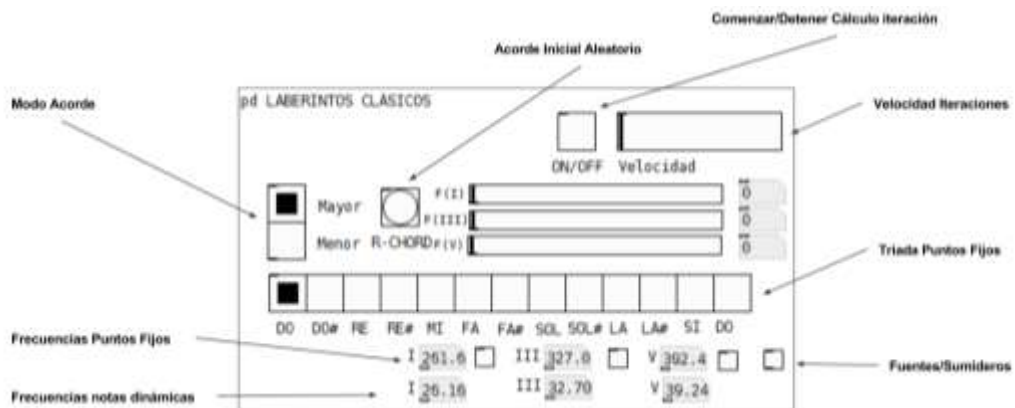


Imagen 3: GUI Laberintos Clásicos.

En ella es posible definir los puntos fijos según los criterios pitagóricos, mencionados en la introducción, para los acordes (triadas) Mayores y Menores. Además se Incorporó la opción de escoger condiciones Iniciales aleatorias utilizando R-CHORD (video 1).

2.1.4 Sonificación Laberintos Clásicos.

Si bien el usuario del entorno puede escoger los sonidos que estime (mediante síntesis, sampling o bancos MIDI), se propone complejizar la sonoridad del proceso, que hasta ahora ha sido expuesta mediante un solo oscilador sinusoidal, utilizando un filtro de fase y tiempo de reverberación (video 2) por cada componente del acorde (imagen4).

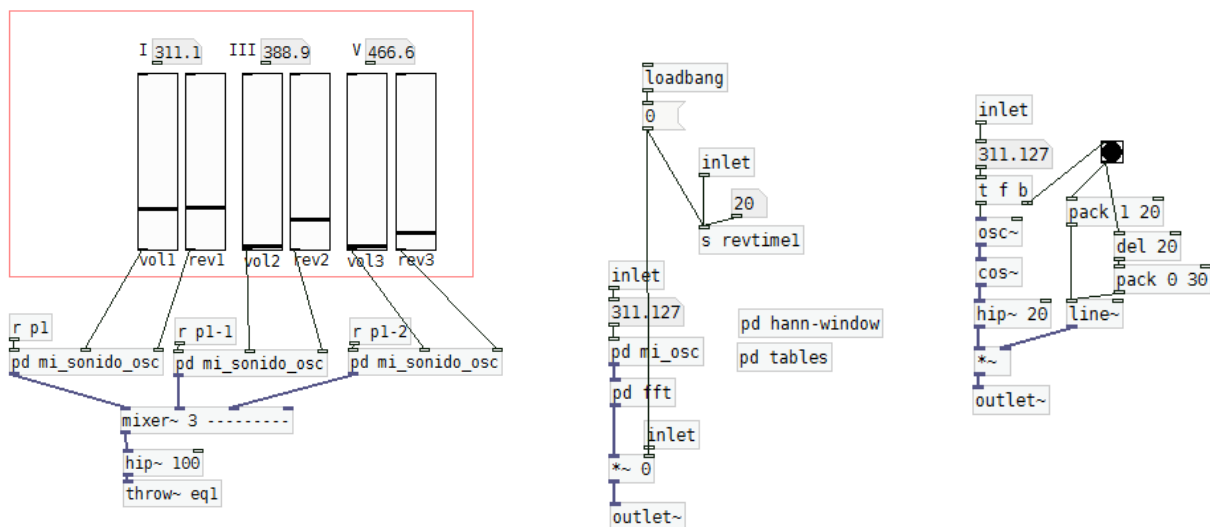


Imagen 4: Sistema de Audio para Laberintos clásicos.

2.1.5 Visualización Laberintos Clásicos.

El proceso desarrollado para la sonificación de sistemas unidimensionales fue extendido a su contraparte gráfica. Así, si cada punto fijo es representado por un círculo de color en la pantalla (imagen 5), el resultado será que, dada una condición inicial (posición inicial), un objeto gráfico de

prueba, se acercará o alejará de determinados puntos fijos dependiendo de su naturaleza (Atractor/Sumidero) (video 3).

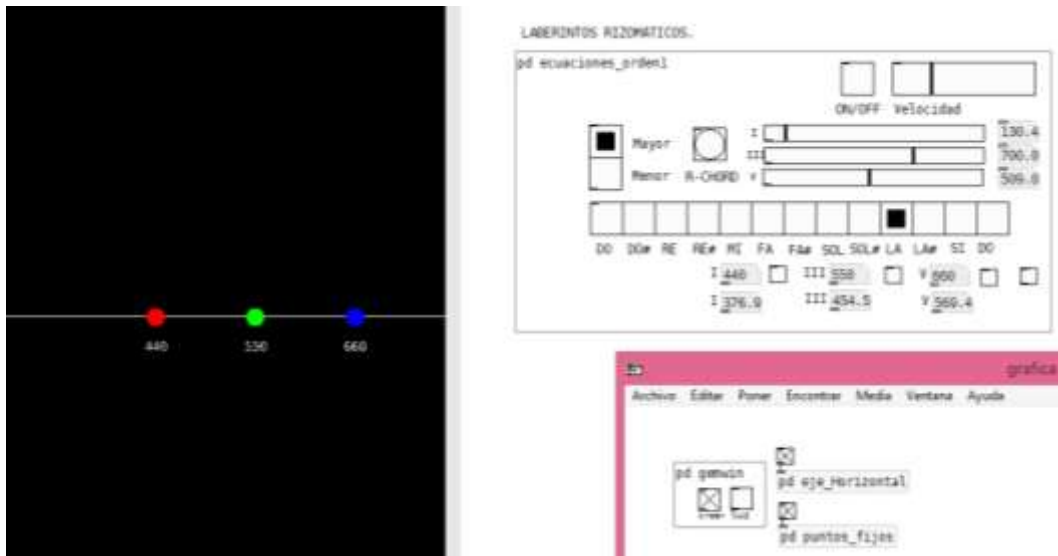


Imagen 5: Puntos fijos para el flujo en la línea.

Si los objetos gráficos escogidos fueran rectángulos (amarillos en la imagen 6 que exponemos), lo que veremos serán franjas de colores siendo atraídas o repelidas por los puntos fijos (video 4).

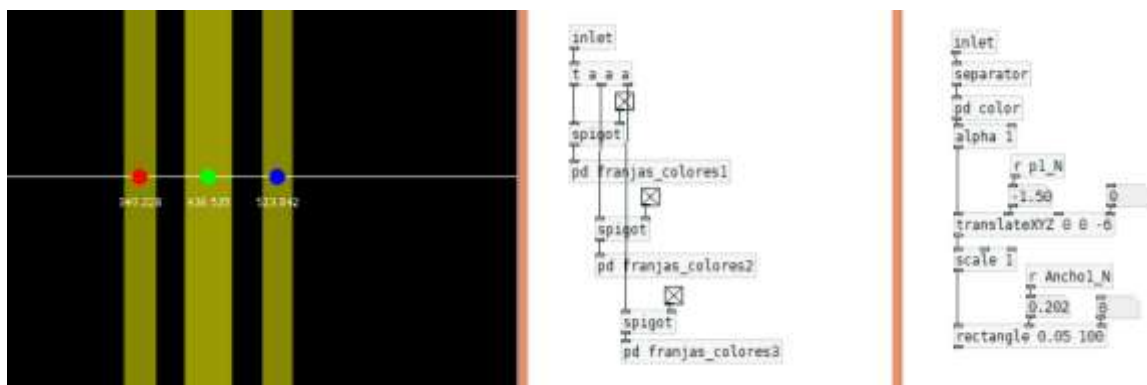


Imagen 6: Dinámica Rizoma1D para rectángulos.

De este modo, lo que vemos es que estas franjas transitan hacia un lugar predefinido (los puntos fijos), tal como sucede, como veremos en el desenlace, en los Laberintos Clásicos, en donde el laberinto es sólo aparente. Esta apariencia está dada principalmente por la repetición de los lugares, la monotonía de sus espacios y la incertidumbre de quién transita por un túnel. En

términos gráficos y conceptuales, esta idea fue potenciada utilizando bucles, que básicamente permiten repetir la textura de un objeto en otro, creando un efecto infinito (espejos Borgeanos) (imagen 7).

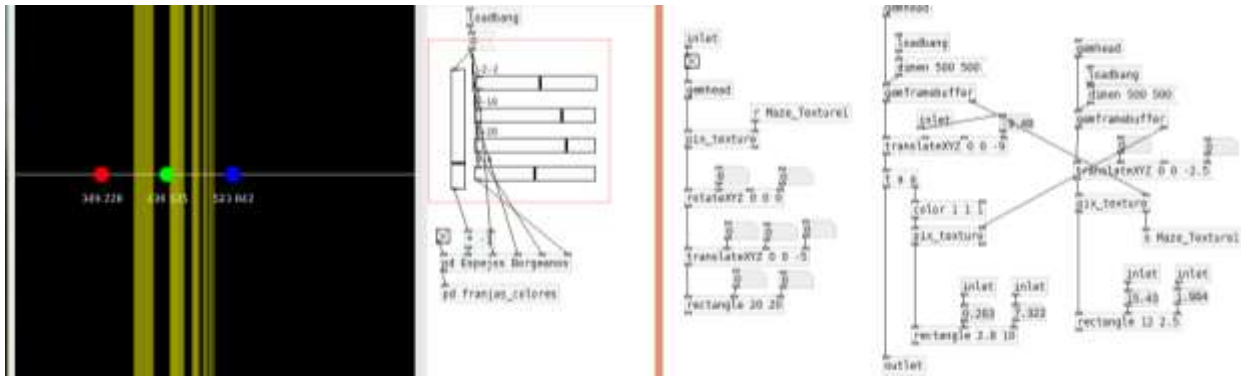


Imagen 7: Repetición infinita.

El resultado obtenido en esta primera parte del proceso fue sintetizado en una interfaz gráfica de usuario (imagen 8) que permite controlar diversas variables audiovisuales. Esto puede ser utilizado de forma manual (para un live set, por ejemplo), como de manera automatizada en obras generativas (video5).

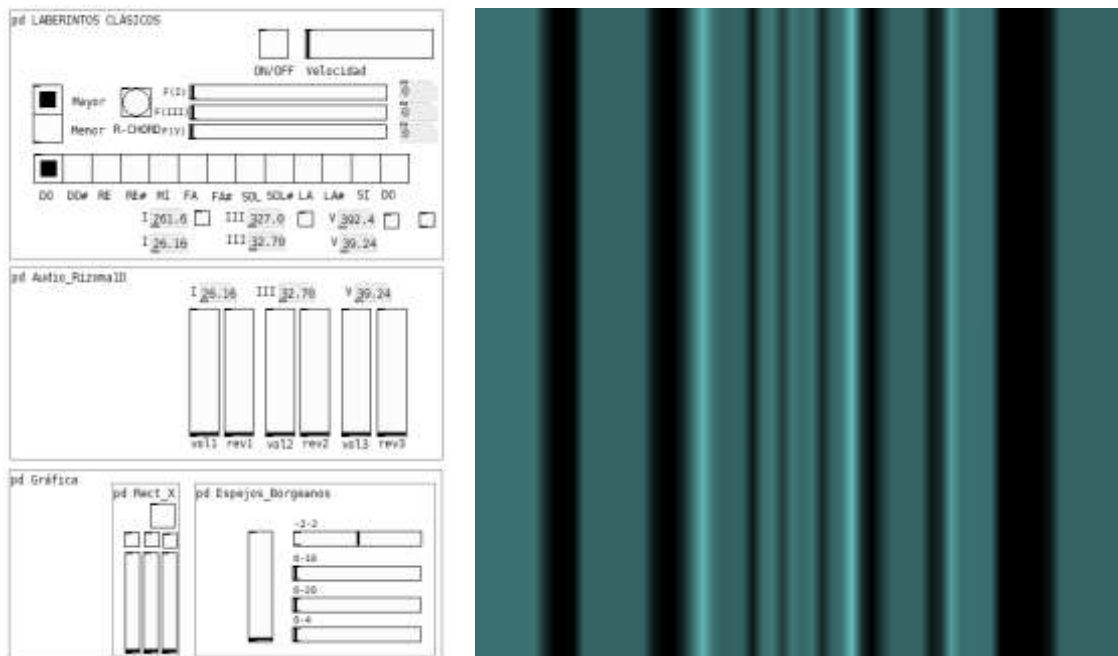


Imagen 8: GUI y terminal gráfica para Laberintos Clásicos.

2.2 Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

Tal como vimos para los sistemas uni-dimensionales de primer orden, en el diagrama de fase las trayectorias están confinadas a moverse monótonamente o permanecer estacionarias en los puntos fijos. Para dimensiones superiores las trayectorias tendrán un mayor grado de libertad y surgirán dinámicas nuevas.

Un sistema lineal en dos dimensiones, es un sistema de la forma:

$$\dot{x} = ax + by$$

$$\dot{y} = cx + dy,$$

donde a, b, c y d son parámetros. El sistema puede ser escrito de manera más compacta en notación matricial como.

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x},$$

en donde A es la matriz de los coeficientes y \mathbf{x} es el vector (x, y). La solución al problema puede visualizarse como trayectorias moviéndose en el plano (x,y), el plano de fase. Cabe destacar que $\dot{\mathbf{x}} = 0$ cuando $\mathbf{x} = 0$, por lo que el origen será siempre un punto fijo.

Para clasificar la estabilidad de los puntos fijos es necesario encontrar los autovalores de la matriz A:

$$\det \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0,$$

donde,

$$\tau = \text{traza}(A) = a + d$$

$$\Delta = \det(A) = ad - bc.$$

Los autovalores serán:

$$\lambda_{1,2} = \frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta}}{2}.$$

- Si $\Delta < 0$, los autovalores serán reales y tendrán signos opuestos, por lo que el punto fijo será un punto silla.
- Si $\Delta > 0$, los autovalores serán ambos reales y con el mismo signo (nodos), o complejos conjugados (espirales y centros). Los nodos satisfacen $\tau^2 - 4\Delta > 0$ y los espirales satisfacen $\tau^2 - 4\Delta < 0$. La parábola $\tau^2 - 4\Delta = 0$ es la curva que limita centros y nodos, en ella se encuentran los nodos tipo estrella y los nodos degenerados. La estabilidad de los nodos y los espirales está determinada por τ . Cuando $\tau < 0$, ambos autovalores tienen su parte real negativa, por lo que los puntos fijos serán estables.

Espirales y nodos estables cumplen con $\tau > 0$. Si $\tau = 0$, los autovalores serán imaginarios y tendremos centros.

- Si $\Delta = 0$, a lo menos uno de los autovalores es cero y hay toda una línea de puntos fijos o un plano de puntos fijos si $A = 0$.

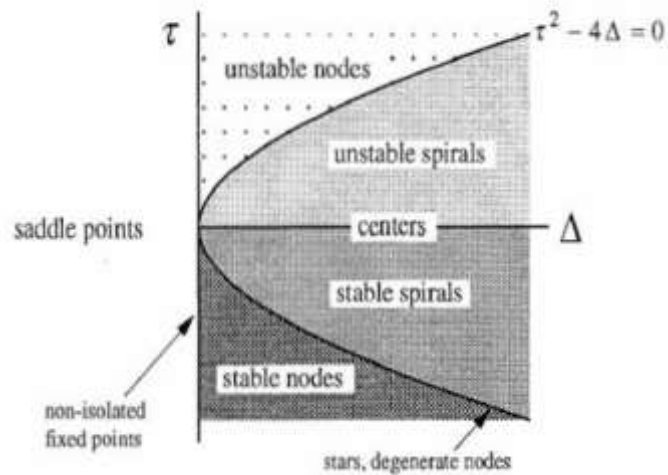


Imagen 9: Diagrama clasificación de los puntos fijos en sistemas 2D.

Tal como se observa en la **imagen 9**, puntos silla, espirales y nodos ocurren para una amplia región del plano (Δ, τ) . Centros, estrellas, nodos degenerados y líneas de puntos fijos ocurren en la frontera. De estos casos, el de mayor importancia es el centro estable que se da comúnmente en sistemas mecánicos conservativos.

2.2.1 Mapeo ilustrativo.

Como ejemplo ilustrativo discutiremos el sistema constituido por una masa que cuelga de un resorte representado por la ecuación:

$$m\ddot{x} + kx = 0,$$

donde m es la masa, k la constante del resorte y x el desplazamiento de la masa con respecto al equilibrio.

Lo que deseamos es desarrollar un método para deducir el comportamiento del sistema sin tener que resolverlo explícitamente y transformarlo en material audiovisual para incorporarlo en nuestro entorno.

El movimiento en el plano de fase, en el caso anteriormente mencionado, está determinado por el campo vectorial que surge del sistema con condiciones iniciales $\dot{x} = v$. Por lo que podemos escribir el sistema en términos de x y v como sigue:

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{v} = -\omega^2 x$$

En donde $\omega^2 = k/m$.

El campo vectorial en el eje x , estará constituido por los vectores $(\dot{x}, \dot{v}) = (v, 0)$. Para el eje v , los vectores tendrán componentes $(\dot{x}, \dot{v}) = (0, -\omega^2 x)$ (imagen 10).



Imagen 10: El resorte y su plano de fase.

Tal como lo hicimos para sistemas uni-dimensionales, podemos establecer una correspondencia entre las variables del sistema y las variables necesarias para la sonificación, visualización u cualquier otra representación que se busque mapear. Por ejemplo, sea x la amplitud y v la frecuencia de la señal acústica, el resultado sonoro será, para una condición inicial

determinada, un sonido en el cual la frecuencia y la amplitud varían de forma circular⁸ (audio 8). Así, para nuestro entorno, incorporaremos estas nuevas dinámicas asociadas a las ecuaciones diferenciales estudiadas. Los usuarios del entorno podrán, por tanto, componer sus obras pensando en la relación geométrica del movimiento (por ejemplo, los colores podrán ser atraídos/repelidos según determinados criterios, o bien, los tamaños de determinados elementos gráficos podrán variar de forma espiral o circular su aspecto).

2.2.2 GUI Entorno Manierista.

Al igual que en el proceso anterior, el entorno desarrollado propone una interfaz gráfica de usuario, con el fin de poder controlar determinados parámetros relevantes de los sistemas (imagen 11). No obstante lo anterior, los usuarios pueden construir otras interfaces utilizando los mismos objetos que la componen. En particular, en este proyecto, se desarrolló el proceso para círculos (imagen 12) y espirales, haciéndose extensible para todos los demás casos.

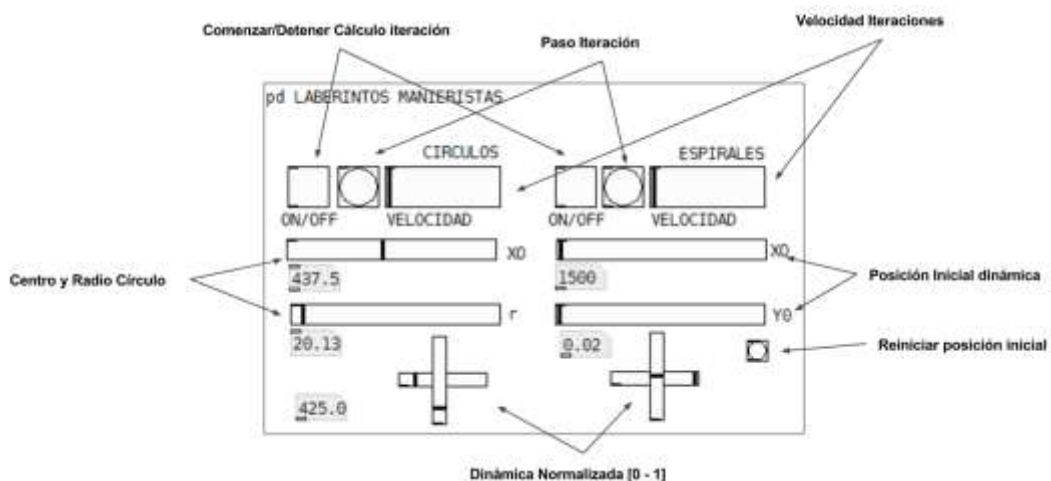
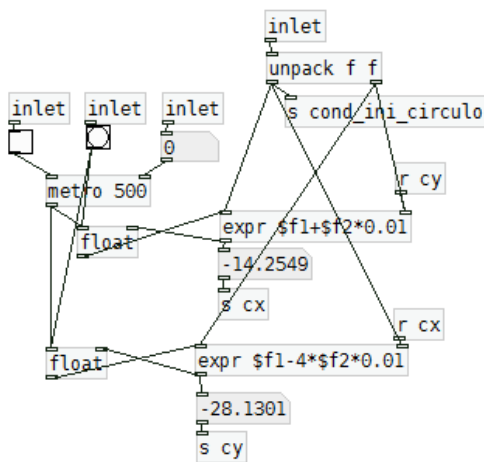


Imagen 11: Interfaz gráfica de Usuario para sistemas lineales en dos dimensiones

⁸ En la carpeta adjunta con los archivos de audio es posible escuchar una sonificación para cada geometría 2D descrita (audios 4-7).

Los botones ON/OFF comienzan y detienen las iteraciones en el cálculo. También es posible ejecutar, paso a paso las iteraciones utilizando el botón ubicado al costado derecho del Interruptor. Utilizando las variables (x_0, r) para los círculos, es posible definir la dinámica del sistema. En los espirales, (X_0, Y_0) corresponden a la posición inicial del objeto, cuya dinámica será en espiral hacia el origen del sistema de referencia $(0,0)$. Invitamos y alentamos al lector a desarrollar todas las dinámicas faltantes (punto sillas, línea de puntos, etc).



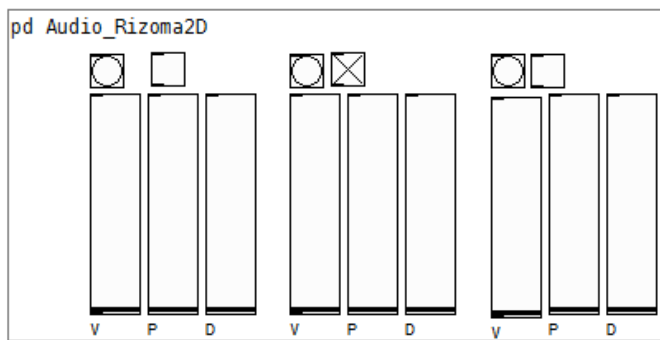
Entrada 1: Comenzar/Detener Cálculo dinámica.
Entrada 2: Nuevo paso iteración.
Entrada 3: Condiciones Iniciales.

Salidas: Dinámica 2D.

Imagen 12: Implementación Objeto círculo.

2.2.3 Sonificación Laberintos Manieristas

Es posible utilizar los conceptos expuestos hasta ahora con el fin de sonificar estos sistemas de ecuaciones diferenciales. Para esto, escogeremos como variables sónicas, el volumen (V), la frecuencia (P) y la duración (D) en la síntesis aditiva de una campana (imagen 13). La relación entre la frecuencia y la duración de dicho sonido variará de forma circular o espiral conforme se estime. Las campanadas pueden ser ejecutadas de forma manual, o bien activados de manera automatizada siguiendo una cadena de Markov, que a su vez es controlada por un Rizoma1D en el panel de Control del entorno.



```

partialb 1 1 0.56 0
partialb 0.67 0.9 0.56 1
partialb 1 0.65 0.92 0
partialb 1.8 0.55 0.92 1.7
partialb 2.67 0.325 1.19 0
partialb 1.67 0.35 1.7 0
partialb 1.46 0.25 2 0
partialb 1.33 0.2 2.74 0
partialb 1.33 0.15 3 0
partialb 1 0.1 3.76 0
partialb 1.33 0.075 4.07 0

```

Imagen 13: GUI Audio Rizoma y componentes para síntesis de campana.

2.2.4 Visualización Laberintos Manieristas.

En su contraparte gráfica, lo que tenemos, en su forma geométrica literal (imagen 14), son círculos y espirales (video 6 y 7).

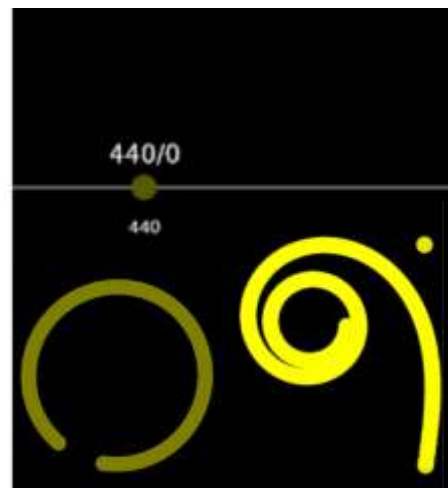
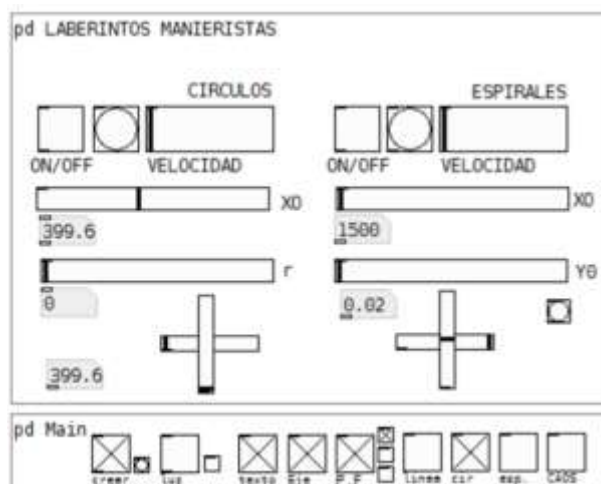


Imagen 14: Gráfica solución circular y espiral.

No obstante, las variables pueden ser mapeadas a características gráficas menos literales que la posición espacial, con el fin de obtener nuevos recursos compositivos complejos. En el proceso creativo, como se detalla en el desenlace, los sistemas de ecuaciones lineales bi-dimensionales representan laberintos manieristas, que son, a diferencia de los laberintos clásicos, perdederos con caminos que se bifurcan. Son básicamente lo que el imaginario

colectivo occidental considera como laberintos, en donde hay una entrada, una salida y una serie de caminos alternativos, que no obstante pueden ser complejos, siempre tienen solución (la salida).

Para el entorno de desarrollo, se propone una interfaz gráfica de usuario (**imagen 15**) que permite generar y controlar la creación algorítmica de estos perdederos. El algoritmo creado permite la diferenciación de 3 elementos, que de forma ilustrativa hemos pintados con los colores primarios rojo, verde y azul (**video 7**):

- 1: Pared Exterior (Azul).
- 2: Paredes Interiores (Verde).
- 3: Camino Laberinto (Rojo).

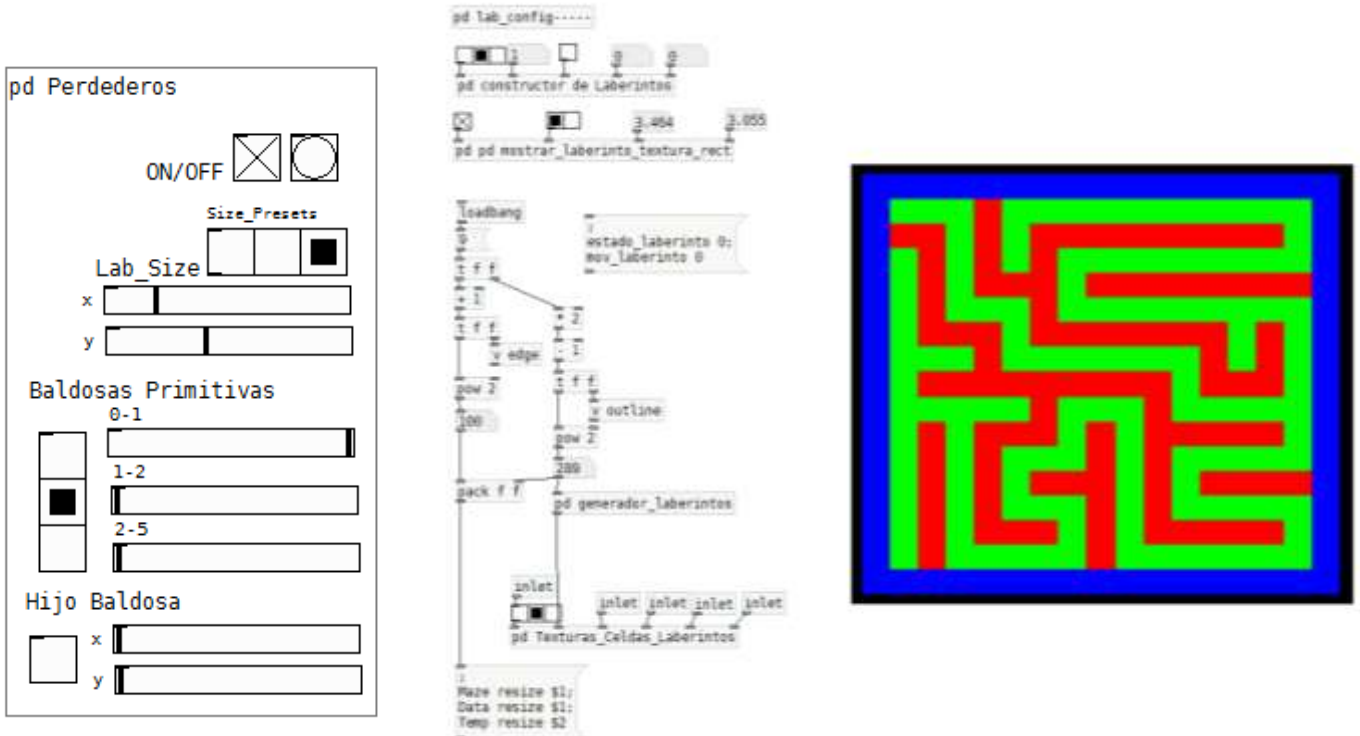


Imagen 15: GUI Perdederos Manieristas.

La Interfaz permite también controlar el tamaño (x,y) del paño que contiene al laberinto (**Lab size**) y las formas geométricas primitivas para la construcción de los Laberintos (cuadrados, puntos y líneas --- **Baldosas primitivas**). A su vez, es posible controlar el tamaño de cada una de estas primitivas, permitiendo la posibilidad de zonas gráficas vacías y zonas de traslape (imagen 16).

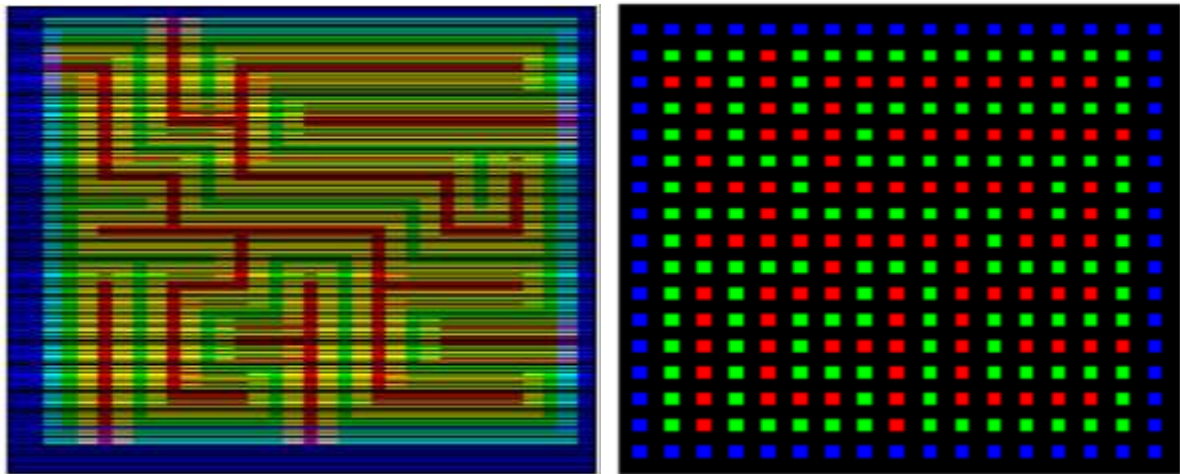


Imagen 16: Visualización construcción en líneas y cuadrados.

Por último, esta parte de la interfaz dispone de dos sliders para controlar el tamaño de un rectángulo hijo por cada baldosa primitiva (imagen 17).

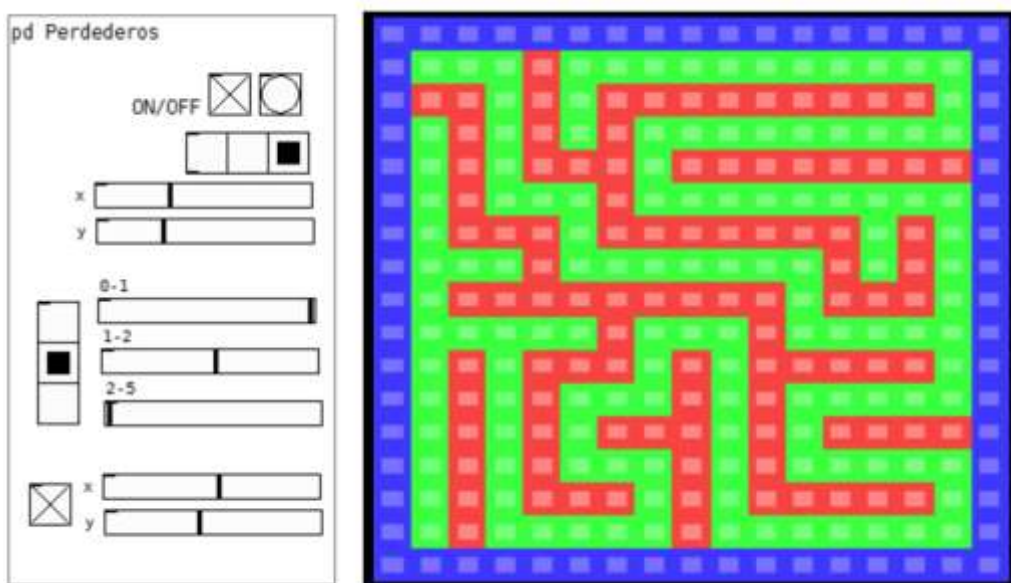


Imagen 17: Visualización construcción en líneas y cuadrados.

En forma paralela a la gráfica computacional de los perdederos en dos dimensiones, se propone una nueva interfaz, de transición, que permite utilizar como textura el resultado gráfico producido por el algoritmo que genera los laberintos, en un objeto 3D. Siguiendo la estructura de los perdederos, la geometría utilizada fueron cubos, que pueden repetirse y controlarse mediante la GUI Maze (imagen 18).

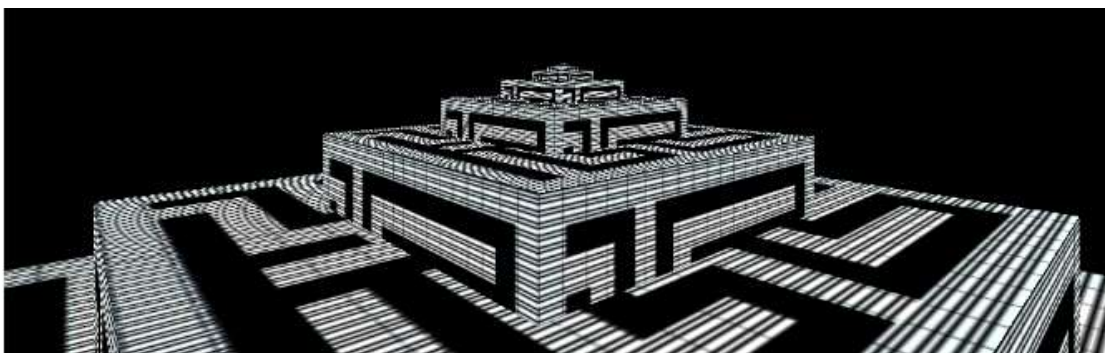
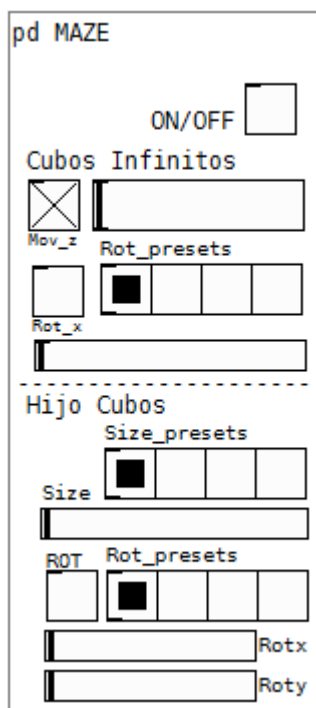


Imagen 18: Visualización construcción en líneas y cuadrados.

2.3 Las ecuaciones de Lorenz.

Comenzaremos la senda hacia la sonificación y visualización del caos con el estudio de las ecuaciones de Lorenz⁹. Estas ecuaciones fueron deducidas en el estudio de un modelo atmosférico simple y surgen en diversos fenómenos naturales. Las ecuaciones de Lorenz pueden escribirse como:

$$\dot{x} = \sigma(y - x)$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

$$\dot{z} = xy - bz,$$

donde σ , r y $b > 0$ son parámetros (σ es el número de Prandtl, r número de Rayleigh y b no tiene un nombre específico). Lorenz descubrió que este sistema determinista podría tener una dinámica extremadamente errática. Para un rango extendido de los valores paramétricos, las soluciones oscilan irregularmente, nunca repitiendo, pero limitándose a una región finita del espacio de fase. Cuando se grafica la trayectoria en 3 dimensiones lo que se observa es una estructura que se asemeja a las alas de una mariposa, lo que se conoce como un atractor extraño.

2.3.1 Mapeo ilustrativo: El molino caótico

Antes de comenzar con el análisis de las ecuaciones de Lorenz propiamente tal, presentaremos un modelo mecánico inventado por Willem Malkus y Lou Howard en el MIT en 1970, que nos servirá de referencia en el

⁹ Edward Norton Lorenz fue un matemático y meteorólogo estadounidense del siglo XX, pionero en el desarrollo de la teoría del caos. Fue quien introdujo el concepto de atractores extraños y acuñó el término *efecto mariposa*.

análisis y como metáfora en la composición de la obra generativa “Laberintos Rizomáticos”.

El problema es el siguiente: Se tiene un molino en el cual se vierte agua por la parte superior (**imagen 19**). Si el agua se vierte muy despacio, el balde superior nunca logrará llenarse lo suficiente como para que sea capaz de mover el balde (se debe tener en cuenta que cada balde tiene un agujero en su base). Por ende el molino permanecerá en reposo en todo momento. Si el agua es capaz de mover el balde superior, el molino girará eventualmente en alguna dirección en la cual permanecerá estacionariamente. Por simetría, el que el molino gire para un lado o para el otro es igualmente probable y depende de las condiciones iniciales. Si se incrementa aún más el flujo de agua vertida, el movimiento se tornará caótico. Es decir la rueda girará algún tiempo hacia un lado y luego, cuando un balde se llene y la rueda no tenga suficiente inercia como para llevar el balde a la parte alta del molino, el sentido de giro se invertirá.

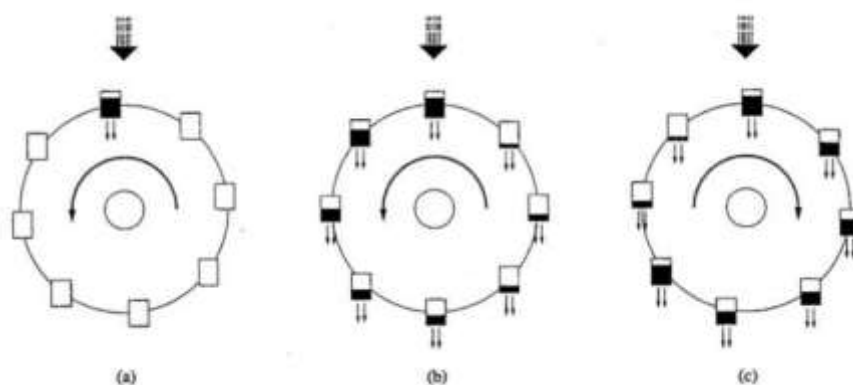


Imagen 19 Representación problema Molino caótico.

Es importante definir lo que entendemos por caos antes de continuar. El caos es un comportamiento aperiódico a largo plazo en un sistema determinista que exhibe una sensible dependencia a las condiciones iniciales.

1. Que sea aperiódico a largo plazo significa que hay trayectorias que nunca logran estabilizarse en un punto fijo, una órbita periódica o cuasi-periódica a medida que $t \rightarrow \infty$.

2. Que el sistema sea determinista significa que el comportamiento irregular es debido a su no linealidad y no al azar o a alguna perturbación no determinada.

3. La sensibilidad a las condiciones iniciales manifiesta que dos trayectorias con condiciones iniciales próximas se separan exponencialmente rápido.

En el experimento llevado a cabo en el MIT se registró en tiempo real la velocidad angular del sistema en un régimen caótico (**imagen 20**).

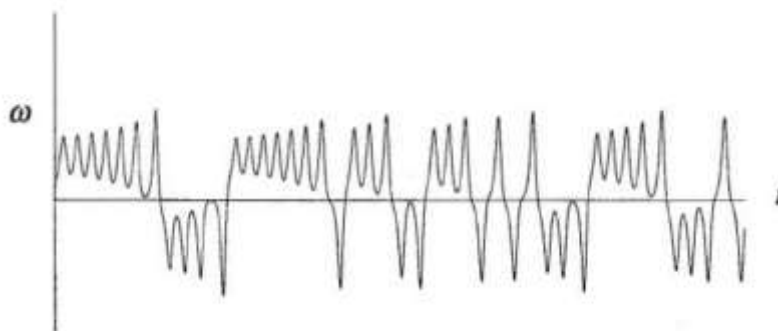


Imagen 20: Gráfico Dinámica de la velocidad angular del molino.

Las variables y parámetros que describen el movimiento de la rueda son las siguientes:

- θ = Ángulo en el marco de referencia del laboratorio. ´
- $\omega(t)$ = Velocidad angular de la rueda.
- $m(\theta, t)$ = Densidad de masa de agua distribuida en torno al molino.
- $Q(\theta)$ = Tasa a la cual el agua es vertida en el molino en el ´ángulo θ .
- K = Tasa de escape del agua.
- v = Tasa de amortiguamiento rotacional del sistema.
- I = Momento de inercia del sistema.

Las variables desconocidas son $\omega(t)$ y $m(\theta, t)$. La solución a la dinámica del sistema se obtiene acudiendo a las leyes de conservación de la masa y al balance del torque. Las ecuaciones resultantes son:

$$\dot{a}_1 = \omega b_1 - K a_1$$

$$\dot{b}_1 = -\omega a_1 - K b_1 + q_1$$

$$\dot{\omega} = (-v\omega + \pi g r a_1)/I,$$

Donde a_1, b_1 y q_1 son coeficientes de la serie de Fourier¹⁰ utilizados para escribir la masa de agua en el molino y la cantidad de agua que se inyecta al molino respectivamente, ambas son funciones periódicas en θ .

¹⁰ Las series de Fourier constituyen la herramienta matemática básica para analizar funciones periódicas a través de la descomposición de una función en una suma infinita de funciones sinusoidales mucho más simples (como combinación de senos y cosenos con frecuencias enteras).

$$m(\theta, t) = \sum_{i=1}^{\infty} [a_n(t) \sin n\theta + b_n(t) \cos n\theta]$$

$$Q(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} q_n(t) \cos n\theta$$

Para encontrar los puntos fijos, hacemos nulas las derivadas obteniendo,

$$a_1 = \omega b_1 / K$$

$$\omega a_1 = q_1 - K b_1$$

$$a_1 = v\omega / \pi gr.$$

Resolviendo para b_1 , de la primera y segunda ecuación obtenemos:

$$b_1 = \frac{K q_1}{\omega^2 + K^2}.$$

De la primera y tercera ecuación obtenemos:

$$b_1 = \frac{K v}{\pi gr},$$

por lo que $\omega = 0$ o $b_1 = Kv/\pi gr$ y hay dos puntos fijos por considerar:

1. Si $\omega = 0$, entonces $a_1 = 0$ y $b_1 = q_1/K$ y el punto fijo $(0, q_1/K, 0)$ corresponde a un estado de no rotación en el cual se equilibra la entrada y la pérdida de agua al molino. Con esto no queremos decir que este punto fijo sea estable sino sólo que existe.

2. Si $\omega \neq 0$ entonces $b_1 = Kq_1/(\omega^2 + k^2) = Kv/\pi gr$. Como $K \neq 0$ tenemos:

$$\omega^2 = \frac{\pi gr q_1}{v} - K^2$$

Si el lado derecho de la ecuación es positivo habrá dos soluciones, $\pm\omega$, que corresponden al movimiento estacionario en ambas direcciones. Estas soluciones existen si y sólo si:

$$\frac{\pi gr q_1}{K^2} > 1.$$

Este grupo adimensional es llamado el **número de Rayleigh** y corresponde al parámetro r en las ecuaciones de Lorenz. Este número mide la competencia entre lo que tiende a hacer girar el molino (g y q_1) y lo que tiende a detener el molino (K y v). Mediante un cambio de variables es posible convertir las ecuaciones del molino en las ecuaciones de Lorenz. X será análogo a ω , Y a a_1 y Z a b_1 . La constante b en el molino es igual a 1 por lo que el molino es un caso particular de las ecuaciones de Lorenz.

2.3.2 Análisis de las ecuaciones de Lorenz.

Las ecuaciones de Lorenz, al igual que el molino poseen dos puntos fijos. El origen es punto fijo para todos los valores paramétricos y representa tal como dijimos un estado de no rotación. Para $r > 1$, hay también un par de puntos fijos simétricos, $x = y = \pm \sqrt{b(r - 1)}$, $z = r - 1$. Lorenz los llamó $c+$ y $c-$.

La linealización en el origen se obtiene al despreciar los términos no lineales xy y xz . La ecuación para z queda desacoplada y resulta que $z(t) \rightarrow 0$ exponencialmente.

Las otras dos direcciones están gobernadas por el sistema:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma \\ r & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

con traza $\tau = -\sigma - 1 < 0$ y determinante $\Delta = \sigma(1 - r)$.

- Si $r > 1$, el origen es un punto silla (Δ). Incluyendo z este punto silla tiene dos direcciones entrantes y una saliente.
- Si $r < 1$, todas las direcciones son entrantes y el origen es un sumidero. Específicamente, como $\tau^2 - 4\Delta = (\sigma + 1)^2 - 4\sigma(1 - r) = (\sigma - 1)^2 + 4\sigma r > 0$, el origen es un nodo estable para $r < 1$.

Para $r > 1$ aparecen c^+ y c^- los cuales son estables para:

$$1 < r < r_H = \frac{\sigma(\sigma + b + 3)}{\sigma - b - 1}$$

(asumiendo $\sigma - b - 1 > 0$).

Usamos la letra H para indicar que c^+ y c^- pierden estabilidad en una **bifurcación** de Hopf¹¹ para $r = r_H$. Lorenz utilizó el método numérico para ver como se comportan las soluciones a largo plazo. Estudió el caso particular $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r = 28$. Este valor de r está justo por sobre el valor para la bifurcación de Hopf $r_h = \sigma(\sigma + b + 3)/(\sigma - b - 1) = 24,74$. Como condición inicial escogió un punto cercano al origen $(0, 1, 0)$ y graficó $y(t)$.

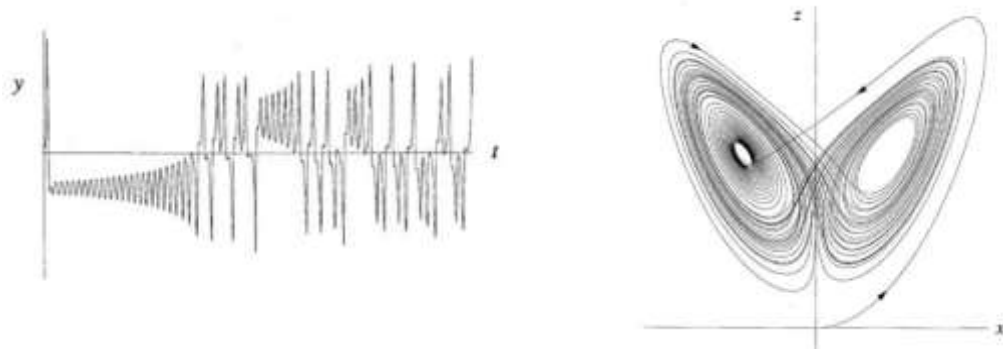


Imagen 21: Gráficos (y v/s t) y (z v/s x)

Tal como se puede ver en el gráfico y vs t de la **imagen 21**, después de un transiente inicial, la solución exhibe una oscilación irregular que persiste para $t \rightarrow \infty$, pero que nunca se repite exactamente (es caótica). Lorenz se percató que una peculiar estructura emergía si la solución era visualizada en el espacio de fase 3-dimensional. Las trayectorias nunca se cruzan y orbitan en torno a lo que se conoce como un atractor extraño (**imagen 22**).

¹¹ Heinz Hopf fue uno de los más destacados matemáticos del siglo XX. Trabajó en el área de la topología y geometría entregando diversos y valiosos aportes a la comprensión de la naturaleza y el análisis matemático.

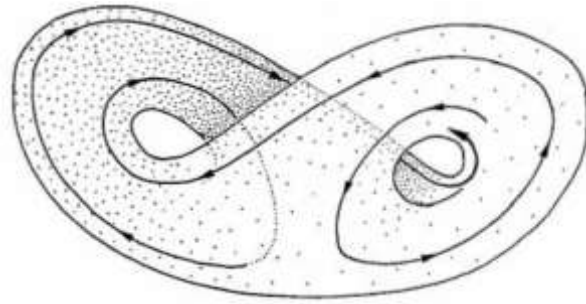


Imagen22: Representación gráfica atractor extraño.

2.3.3 El entorno caótico.

Para la Interfaz gráfica de usuario del laberinto Rizomático se incorporaron dos atractores extraños (imagen 23).

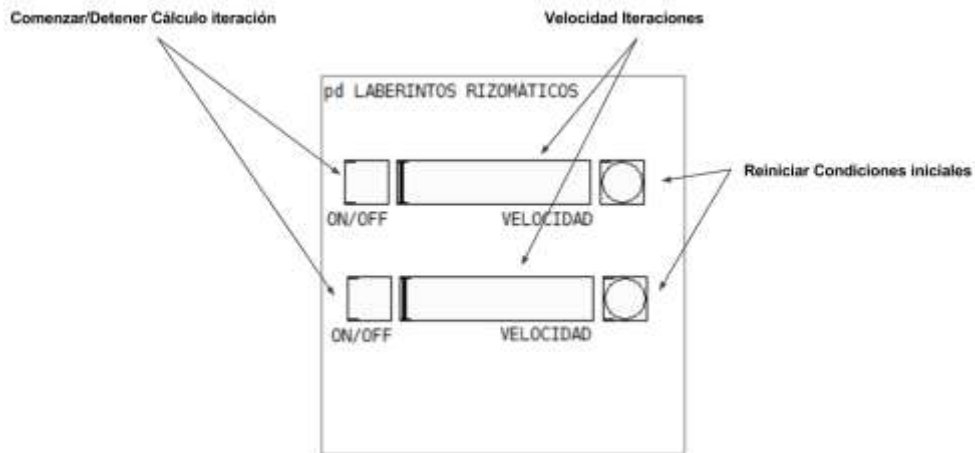


Imagen 23: GUI Laberintos Rizomáticos.

2.3.4 Sonificación Laberintos Caóticos.

La sonificación del atractor extraño, descrito con anterioridad, se llevó a cabo mapeando las coordenadas x e y, a las frecuencias de dos osciladores independientes, uno modulando la frecuencia del otro (imagen 24). La coordenada z fue mapeada a la variable amplitud de la señal moduladora. (Audio 9).

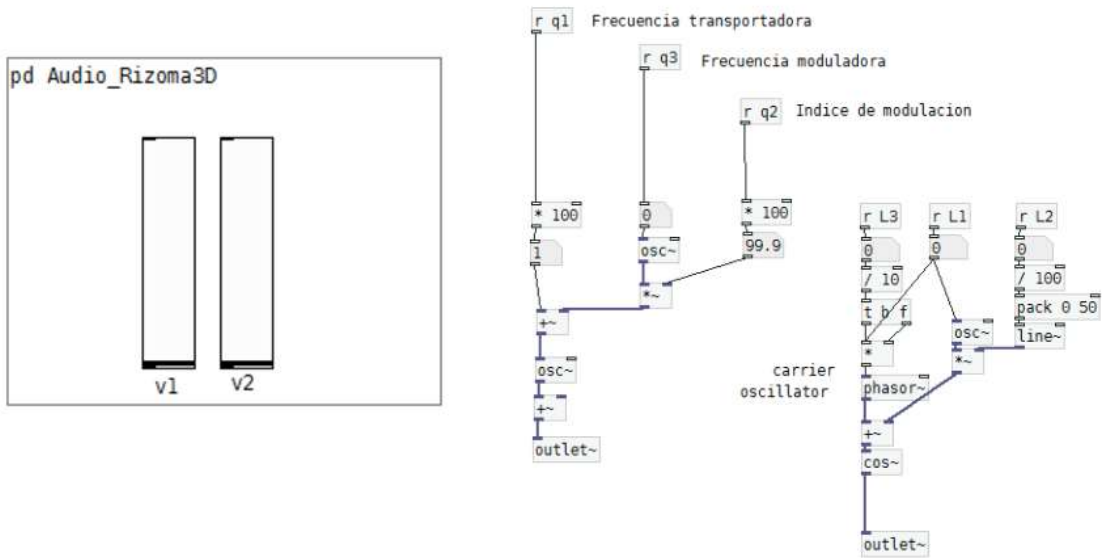


Imagen24: Audio Rizoma3D.

2.3.5 Visualización Laberintos Caóticos.

Al igual que en el caso de sistemas de ecuaciones lineales bidimensionales, la visualización intuitiva y literal (video 6), es la misma gráfica dada por la posición tridimensional de las variables del atractor (imagen 25).

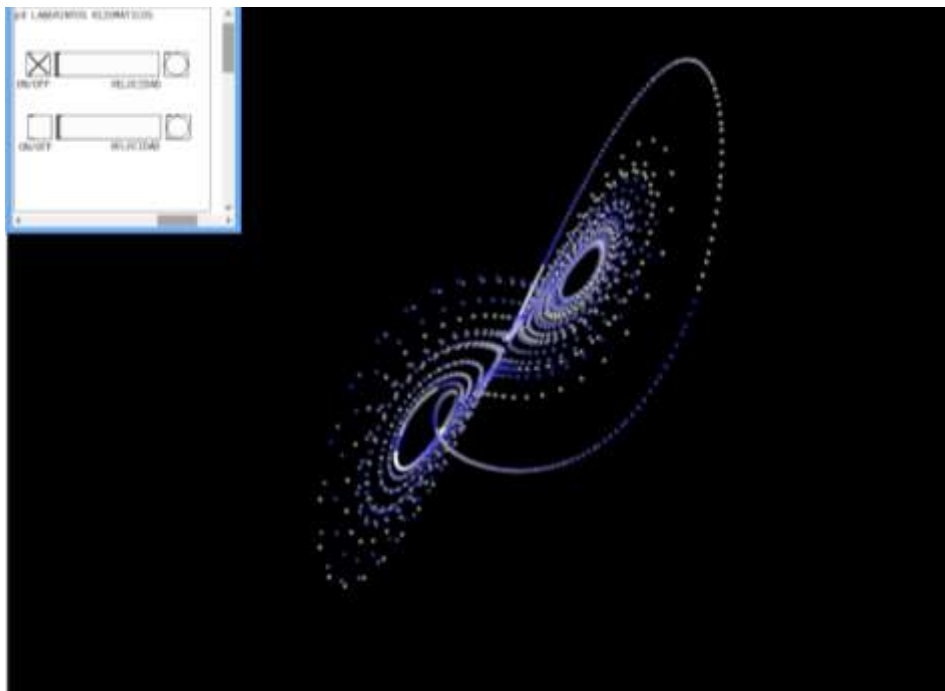


Imagen 25: Representación gráfica en pd atractor extraño.

No obstante, el marco conceptual no sólo debe pensarse desde la perspectiva literal, sino que las variables pueden ser mapeadas a parámetros menos intuitivos, como por ejemplo las disensiones de un elemento en una iteración fractal tipo alfombra de Sierpinski¹².

Los primeros ejemplos de fractales se remontan a finales del siglo XIX: en 1872 apareció la función de Weierstrass, cuyo grafo hoy en día consideraríamos fractal, como ejemplo de función continua pero no diferenciable en ningún punto. Posteriormente aparecieron ejemplos con propiedades similares pero una definición más geométrica. Dichos ejemplos podrían construirse partiendo de una figura inicial (semilla), a la que se aplicaban una serie de construcciones geométricas sencillas. La serie de figuras obtenidas se aproximaba a una figura límite que correspondía a lo que hoy llamamos conjunto fractal. Así, en 1904, Helge von Koch definió una curva con propiedades similares a la de Weierstrass: el copo de nieve de Koch. En 1915, Waclaw Sierpinski construyó su triángulo y, un año después, su alfombra.

La construcción de la alfombra de Sierpinski se define de forma recursiva:

1. Comenzamos con un cuadrado.
2. El cuadrado se corta en 9 cuadrados congruentes, y eliminamos el cuadrado central.
3. El paso anterior vuelve a aplicarse recursivamente a cada uno de los 8 cuadrados restantes.

¹² Waclaw Sierpinski fue un importante matemático polaco que dedicó una parte de sus investigaciones al estudio de distintas formas de fractales.

La alfombra de Sierpinski es el límite de este proceso tras un número infinito de iteraciones (**imagen 26**).

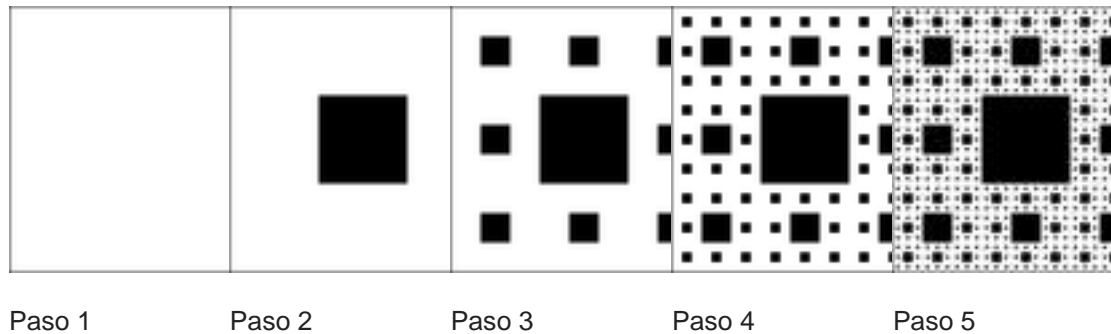


Imagen 26: Construcción de la alfombra de Sierpinski.

Este proceso ha sido incorporado en el entorno de desarrollo con el fin que los usuarios puedan obtener una visualización tanto figurativa como abstracta de los laberintos rizomáticos que describiremos en el desenlace.

En la interfaz propuesta, es posible construir fractales en base a cuadrados (parte superior de la GUI) y cubos (parte inferior de la GUI). Los cuadrados pueden ser visualizados tanto utilizando sus líneas perimetrales, como también texturizando su interior con las gráficas obtenidas en las iteraciones de los laberintos manieristas (**imagen 27**). En los cubos, en tanto, es posible controlar el tamaño de cada elemento (**video 7**).

3. DESENLACE

Bajo el marco conceptual descrito y el entorno desarrollado, la propuesta artística consistió, como se expuso entre líneas, en representar de manera audiovisual los distintos laberintos que se expondrán a continuación. Esta propuesta es un acto deliberado por abusar del lenguaje, haciendo relaciones que si bien se basan en principios matemáticos, corresponden al ámbito artístico y transmutación tecnológica. Así el Desenlace, es la interpretación del autor, quien bajo un determinado marco conceptual y entorno de usuario, construye su relato más íntimo en conexión con la ontología que subyace del imaginario de los laberintos.

3.1 Caos, Fractales y Laberintos.

Def: En lo que sigue, entenderemos ontológico como la conceptualización del ente en cuanto es ente. Las entidades son todas reales, concretas o abstractas, ya que solo se puede acceder a ellas mediante el lenguaje, el cual, a su vez, las limita y define, dotándolas de existencia. Dichas conceptualizaciones pueden además ser, o no, demostrables, constituyéndose en el dominio de la física y la metafísica respectivamente. De este modo, un conjunto matemático, por ejemplo, es una conceptualización abstracta que existe en el dominio de la física. Los mitos, en cambio, están compuestos por entidades concretas y existen en el dominio de la metafísica ya que son indemostrables. Ambos ejemplos, no obstante, existen en su dominio y son reales. Así, del enunciado construcción ontológica, subyace la conceptualización que las culturas (dotadas de lenguaje) construyen sobre lo real, el ser y la existencia.

3.1.1 Ontología clásica y ecuaciones de primer orden.

En el prólogo al libro de los Laberintos publicado por Paolo Santarcangeli, el filósofo y escritor italiano Umberto Eco describe tres laberintos fundamentales. El primero de ellos, denominado laberinto clásico o univariario, consiste en un entramado que admite solución única. Es decir, no existen bifurcaciones o caminos alternativos, y solo hay una puerta de salida, que es la misma por la que se entra. Dichos laberintos tienen por lo general una estructura monótona en forma de espiral que lleva a quienes lo transitan a un espacio central de gran prominencia simbólica. Este es el caso, por ejemplo, del laberinto del Minotauro, en donde la problemática no es realmente salir del laberinto sino que enfrentarse al Minotauro en el Centro. En cierto sentido, el hilo de Ariadna es innecesario, ya que como dice Eco, el laberinto es el hilo en sí mismo, por lo que es imposible perderse. En este contexto, podríamos interpretar que los laberintos clásicos representan la angustia del hombre desorientado que peregrina hacia lo desconocido, pero que mediante la experiencia religiosa y el hilo de su Fe es capaz de enfrentar su destino. Como sugiere Mircea Eliade, “los hombres de las sociedades arcaicas y premodernas tuvieron tendencia a vivir lo más posible *en lo sagrado* o en la intimidad de los objetos consagrados” (Eliade 1998: 11). Bajo este mismo criterio, el centro del laberinto se constituirá como medio de ruptura del mundo homogéneo, convirtiéndose así en un espacio sagrado donde lo real nos es revelado. Como indica Santarcangeli, en el centro de los laberintos clásicos “siempre hay un ente luminoso; a menudo un nombre impronunciable, un árrehton, una divinidad o el propio Dios, de rostro ya revelado o aun cubierto por un velo; y con mucha frecuencia un monstruo en el cual, como el minotauro

se acumulan culpas y avidez, aspiraciones, sueños, y pesadillas inconscientes o semiconscientes” (Santarcangeli 2002: 178). Lo real, el ser y la existencia clásica son epifanías que ciertos profetas, brujos o chamanes revelan y que determinan al hombre religioso. Como dice Eliade, para el hombre religioso lo sagrado es lo real por excelencia.

3.1.2 Ontología manierista moderna.

El segundo grupo de laberintos son los **laberintos manieristas** (perdederos, laberinto de caminos alternativos) en los cuales los caminos se bifurcan, permitiendo soluciones correctas e incorrectas. Este tipo de laberintos, como expone Eco, puede ser pensado como una madeja que al devanarse, revela una estructura en forma de árbol, con ramificaciones que llegan a caminos sin salida, pero que, como en los laberintos clásicos, tienen solución única. Nótese que, tal como sugiere la taxonomía, los laberintos manieristas son resultado del pensamiento renacentista Europeo, marcado por la primera revolución científica y los albores de la ilustración. La construcción ontológica que aquí surge, manifiesta un universo complejo que, no obstante, puede ser resuelto mediante la razón y el método. Es importante cotejar el determinismo del laberinto en cuanto toda causa tiene un único efecto y los laberintos manieristas, por intrincados que estos sean, tienen una sola solución.

Este pensamiento puede ser expuesto en palabras de Pierre Simón

Laplace (1840: 4) como:

“podemos mirar el estado presente del universo como el efecto del pasado y la causa de su futuro. Se podría concebir un intelecto que en cualquier momento dado conociera todas las fuerzas que animan la naturaleza y las posiciones de los seres que la componen; si este intelecto fuera lo suficientemente vasto como para someter los datos a análisis, podría condensar en una simple fórmula el movimiento de los grandes cuerpos del universo y del átomo más ligero; para tal intelecto nada podría ser incierto y el futuro así como el pasado estarían frente sus ojos”.

La problemática podría remitirse entonces al método por el cual construye el conocimiento y se incorpora a la percepción de lo real. El hombre Moderno, que así surge, debió enfrentarse a la razón y el entendimiento con el convencimiento de que existían verdades filosófica a priori sobre la esencia de la naturaleza humana. De esta forma, lo real en este periodo, es independiente al ser y la existencia queda supeditada al método.

3.1.3 Ontología rizomática postmoderna.

Por último, los laberintos rizomáticos consisten en aquellas redes en donde cada punto puede conectarse con todos los puntos restantes, en una sucesión que no tiene término teórico y que puede extenderse al infinito. Estos laberintos pueden ser comparados con las estructuras matemáticas que dan origen a la geometría fractal. Además, de acuerdo al estudio de la física no lineal, ciertos sistemas exhiben un comportamiento extremadamente susceptible a las condiciones iniciales, oscilando caóticamente en un diagrama que se bifurca indefinidamente en una estructura fractal. Tal susceptibilidad se manifiesta en la crisis del determinismo del siglo XX, dada por la inexorable incertidumbre del

caos y la mecánica cuántica. En términos ontológicos, la construcción que propone el laberinto rizomático puede pensarse en función del postmodernismo, en donde la cultura se sustituye por la multiculturalidad, la universalidad y el monosentido por la pluralidad y el multisentido, o como expone Foucault (1971), una “verdad por una muchedumbre de verdades”. La característica de estos hombres es que se saben a la deriva. En un acto emancipador, el pensamiento postmoderno anula todos aquellos a priori dados tanto por la fe como por el método y contextúa un nuevo paradigma ontológico. Si Dios y la razón, como fundamento de todo lo efectivamente real han muerto, ya no queda aparentemente nada a lo que el hombre pueda atenerse y por lo que pueda guiarse. De esta forma, el hombre postmoderno surge del hombre nihilista en los cuales, según nos dice Friedrich Nietzsche, “los valores supremos han perdido su valor” (Nietzsche 1887). Si bien pudiese pensarse que una ontología nihilista es una aberración (a lo menos en mi universo semiótico), dado que el onto nihilista es el no-onto, conjeturamos que el nihilismo es un periodo de transición no-ontológico donde se redefinen los límites del lenguaje. El hombre posmoderno, a diferencia del nihilista, está consciente de la estructura ontológica de la cual es parte y la utiliza como un nuevo valor; la subjetividad. Este valor puede ser hallado en la literatura Borgeana, en particular en la casa de Asterión incorporada en el Aleph. En este cuento se presenta la situación del hombre frente al mundo: el laberinto en el que voluntaria y resignadamente se encierra en su casa, la cultura que ha forjado para sí, consoladora frente a la infinitud y agresión del universo natural exterior, producto de dioses arbitrarios. La casa de Asterión, por tanto, ha sido construida por él como alternativa y ha pasado a constituirse en su mundo como reflejo subjetivo del mundo real (Borges 1949).

De este modo, los laberintos rizomáticos son espacios ontológicos contruidos por las inter-subjetividades colectivas que forman, al igual que un fractal, una infinidad de interpretaciones, todas ellas encerradas en un área finita real.

3.2 Conclusiones.

Ciertamente, en la problemática de los laberintos, siempre hay más preguntas que respuestas o conclusiones. Todos estos años de investigación me permitieron transitar por diversos espacios de representación, buscando en cada uno la arquitectura y los bloques que moldean su estructura, encontrando personas que se relacionan y forman complejos sistemas, que tal como en un rizoma, se conectan, sin siquiera percibirlo, se repiten y se encuentran en espacios comunes. Los laberintos son una micro-representación de un sistema mayor que se reproduce indefinidamente.

El uso y abuso de los lenguajes nos permite conectar dimensiones, aparentemente desconectadas y sin relación alguna. Así, un péndulo o un resorte puede ser representado en un sin número de otras variables, que pertenecen a otros conjuntos de representación, en diversas disciplinas y áreas del conocimiento, cada cual guardando el secreto más íntimo de su onto; su cambio, su transformación, su movimiento. Porque nuestros sensores sólo perciben cambios y nuestra realidad se define en virtud de ellos. Así, en este universo paramétrico, de datos y variables, los límites sensoriales son redefinidos y nos permiten explorar nuevas fronteras y relaciones entre la ciencia, la tecnología, el arte y cualquier otro conocimiento. Porque en la era digital, en donde los datos parecen no dejar de crecer se hace necesario detenerse y pensar la forma por la cual obtenemos, representamos y experimentamos la información.

4. Bibliografía.

1. José Berenguer: Introducción a la música electroacústica.
2. Rodrigo Cádiz: Estrategias auditivas, perceptuales y analíticas en la música electroacústica.
3. Filippo Marinetti: Manifiesto futurista.
4. Luigi Russolo: El arte del ruido (1916).
5. Iannis Xenakis: Formalized Music: Thought and Mathematics in Composition. Rev. ed. Stuyvesant, New York, Pendragon Press (1992).
6. Miller Puckette: Theory and techniques of electronic music (2003).
7. Lars Kai Hansen: Sonification and augmented data sets in binary classification (2005).
8. Bob Sturn: Sonification of particle systems via de broglie s hypothesis. international conference on auditory display (2000).
9. Simon Bokesoy: Sonification of the fission model as an event generation system. 7th conference on digital audio effects (2004).
10. Alberto del Campo, Tom Melde: Sonification of Quantum spectra. 11th meeting of the international conference on auditory display(2006).
11. Kramer, Walker, Bonebright, Cook, Flowers, Miner and Neuhoff: Sonification Report. Status of the field and research agenda (1999).
12. Steven Strogatz: Nonlinear dynamics and chaos (1998).
13. Mircea Eliade (1998), Lo sagrado y lo profano. Editorial Paidós.
14. Paolo Santarcangeli (2002), El Libro de los Laberintos. Historia de un mito y de un símbolo. Prólogo de Umberto Eco. Editorial Siruela:
15. Pierre-Simon Laplace (1840): Essai philosophique sur les probabilités Editorial Bachelier.
16. Lev Manovich (2008): La visualización de datos como nueva abstracción y antisublime. Estudios visuales, nº 5, 24/7: