

CONSUMO Y RETORNOS ACCIONARIOS EN UN MODELO DINAMICO SIMPLE DE EQUILIBRIO GENERAL: EVIDENCIA EMPIRICA PARA CHILE*

José M. Garrido B.**
Gonzalo Sanhueza D.***

EXTRACTO

El objetivo de este trabajo es someter la ecuación fundamental del modelo dinámico simple de equilibrio general a una prueba empírica usando información anual de la economía chilena y obtener estimaciones de dos parámetros estructurales: el coeficiente de aversión relativa al riesgo y la tasa subjetiva de descuento.

ABSTRACT

In this paper we test empirically the fundamental equation of the simple dynamic general equilibrium model using annual data for the Chilean economy and obtain estimates of two structural parameters: the coefficient of relative risk aversion and the subjective discount rate.

- * Los autores agradecen los valiosos comentarios de los participantes del Taller de Macroeconomía de la Universidad de Chile y del Taller de Finanzas de la P. Universidad Católica de Chile. Especial reconocimiento a Héctor Gutiérrez, Erik Haindl, Francisco Rosende y Claudio Sapelli. Como siempre, errores y omisiones son de responsabilidad exclusiva de los autores.
- ** Professore investigador del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile.
- *** Departamento de Estudios del Banco Central de Chile.

CONSUMO Y RETORNOS ACCIONARIOS EN UN MODELO DINAMICO SIMPLE DE EQUILIBRIO GENERAL: EVIDENCIA EMPIRICA PARA CHILE*

José M. Garrido B.
Gonzalo Sanhueza D.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de modelos dinámicos simples de equilibrio general bajo condiciones de incertidumbre en el estudio de ciertos fenómenos que tradicionalmente se habían considerado parte del campo de investigación teórico y empírico de distintas áreas de la ciencia económica, es hoy en día casi generalizado.

La adopción de un marco teórico común dentro del cual se aborda el estudio de estos fenómenos es un hecho notable que tiende a facilitar la interacción y la comunicación entre investigadores de distintas áreas de la ciencia económica.

Así, por ejemplo, en el área de Macroeconomía, las fallas empíricas que presentaban las funciones de consumo keynesianas en las que el gasto de las personas en bienes de consumo se relacionaba contemporánea y mecánicamente al ingreso disponible, llevaron a Friedman y a Modigliani en la década de los años 50 a replantear el problema, identificando la riqueza como el factor clave que explicaría el comportamiento del consumo a través del tiempo.

Hall (1978) reconoce que, en general, las hipótesis de Friedman y Modigliani surgen formalmente del problema de maximización intertemporal de utilidad de un agente "representativo", en condiciones de incertidumbre, proce-

* *Estudios de Economía*, publicación del Departamento de Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas de la Universidad de Chile, vol. 17, nº1, junio de 1990.

diendo a *testear*, bajo ciertos supuestos simplificadores, las propiedades estocásticas de la ecuación de movimiento del consumo.

En la misma línea de investigación de Hall (1978); Hansen y Singleton (1983), bajo ciertos supuestos que permiten endogeneizar la tasa real de retorno del activo que sirve de vehículo para trasladar consumo de un período a otro, *testean* la forma general de la "ecuación fundamental", que surge como condición necesaria para resolver el problema de optimización antes mencionado.

En el área de Finanzas, el uso de modelos dinámicos de equilibrio general para valorar activos es generalizado. Lo notable en este caso es que la mayoría de los modelos de valoración de activos pueden ser visualizados como casos especiales del modelo dinámico simple de equilibrio general. En particular, es posible demostrar que existe una correspondencia teórica directa entre el Modelo de Valoración de Activos de Capital, CAPM, de Sharpe (1964) y Lintner (1965) —tanto en su versión uniperiódica original como en su versión multiperiódica—, y la ecuación fundamental que caracteriza la solución del modelo dinámico simple de equilibrio general.¹

Como se mencionó anteriormente, dicha ecuación fundamental surge como condición necesaria para resolver el problema de optimización intertemporal de un agente representativo bajo condiciones de incertidumbre y relaciona el precio de un activo con el producto del valor esperado de los flujos que éste genera y la tasa marginal de sustitución intertemporal del agente representativo.

Por último, el programa de investigación iniciado en la década de los años 70 por R. Lucas, T. Sargent, R. Barro y otros, en relación a los orígenes monetarios de las fluctuaciones agregadas de corto plazo y la emergencia en los últimos años de una teoría "real" capaz de explicar las características centrales de ese mismo fenómeno en base a *shocks* no monetarios, tienen como punto de partida el mismo paradigma de maximización intertemporal de utilidad bajo condiciones de incertidumbre.²

El objetivo principal de este trabajo es someter la ecuación fundamental del modelo dinámico simple de equilibrio general a una primera prueba empírica usando información anual de la economía chilena y obtener estimaciones

¹ Al respecto, véase Constantinides (1987).

² Un par de artículos clásicos de la teoría "real" de las fluctuaciones macroeconómicas son Kydland y Prescott, (1982) y Long y Plosser (1983). Una discusión interesante al respecto se encuentra en Prescott (1986a, 1986b) y Summers, (1986).

de dos importantes parámetros estructurales; el coeficiente de aversión relativa al riesgo y la tasa subjetiva de descuento.

La sección 2 describe el modelo simple de equilibrio general y presenta la ecuación fundamental o de Euler como condición necesaria para su resolución. La sección 3 describe el procedimiento estadístico empleado para estimar los parámetros estructurales claves del modelo, usando información anual de la economía chilena. La sección 4 presenta los resultados obtenidos para el coeficiente de aversión relativa al riesgo y para la tasa de descuento subjetiva. La sección 5 presenta algunas pruebas de causalidad, en el sentido de Granger, con el objeto de *testear* la robustez del modelo. La sección 6 es un comentario respecto a la identificación del coeficiente de aversión relativa al riesgo y algunos desarrollos teóricos recientes al respecto. Finalmente, la sección 7 concluye este trabajo.

2. EL MODELO

Considere una economía formada por individuos idénticos e inmortales cuyo problema es elegir un patrón intertemporal de consumo de tal modo de maximizar el valor esperado de una función de utilidad cóncava en sus argumentos y temporalmente aditiva, definida por

$$E_0[\sum_t \beta^t U(C_t)] \quad ; \quad 0 < \beta \equiv 1/(1+\rho) < 1 \quad (1)$$

Donde β es el factor subjetivo de descuento, ρ es la tasa subjetiva de descuento y C_t es el gasto real en consumo en el período t del único bien, no durable, producido en esta economía.

El individuo representativo de esta economía obtiene ingresos de dos posibles fuentes: la venta de los servicios de su trabajo y los dividendos que las firmas productoras del bien de consumo, una vez completado el proceso de producción, reparten a los poseedores de "acciones".

El individuo representativo tiene la posibilidad de participar en un "mercado de capitales" en el que se transan las acciones de las firmas.

La naturaleza estocástica del problema radica en *shocks* de naturaleza no anticipada que afectan el proceso de producción, debido a los cuales, tanto los ingresos provenientes del trabajo como los dividendos que reparten las firmas fluctúan en el tiempo, siendo ésta la fuente única de incertidumbre en esta economía.

Como es obvio, la decisión de cuánto consumir y cuánto invertir en acciones en cada momento del tiempo es simultánea. Sea P_t el precio de una acción, Q_{t+1} la cantidad de acciones compradas en t para ser mantenidas, al menos, hasta $t+1$, Y_t los ingresos provenientes del trabajo y D_t el dividendo por acción repartido por una firma en t .³ El individuo representativo enfrenta la siguiente secuencia de restricciones presupuestarias:

$$C_t + P_t * Q_{t+1} = (P_t + D_t) * Q_t + Y_t ; t = 0,1,2,.. \quad (2)$$

La condición de primer orden necesaria para la maximización de (1) sujeto a (2) está dada por la siguiente ecuación de Euler (Lucas 1978, Hall 1978, Hansen y Singleton 1983, Sargent 1987):

$$U'(C_t) = \beta E[U'(C_{t+1}) R_{t+1}/I_t] \quad (3)$$

donde $R_{t+1} = (P_{t+1} + D_{t+1})/P_t$ es el retorno real por unidad de consumo invertida en acciones entre t y $t+1$.

La ecuación (3) es la forma general de la ecuación fundamental a la que se hizo referencia anteriormente. Ella señala básicamente que dado (2), (1) alcanza un máximo cuando el valor presente de la utilidad marginal esperada de una unidad de consumo en el futuro –usando el factor de descuento β – iguala la utilidad marginal de una unidad de consumo presente, condicional a la información disponible al momento t , I_t .

La ecuación (3) también ilustra nuestra afirmación inicial respecto a la unificación del marco teórico en las áreas de Finanzas y Macroeconomía pues ella relaciona el precio o retorno del activo en cuestión al patrón de consumo óptimo elegido por el individuo representativo.

A objeto de hacer (3) empíricamente operativa, es necesario hacer explícita una forma funcional para $U(C_t)$. Considere la siguiente familia de funciones de utilidad, indexados por el parámetro γ :⁴

³ Tanto P_t como Y_t y D_t están expresados en unidades del bien de consumo.

⁴ Esta función de utilidad se caracteriza por exhibir aversión relativa al riesgo constante, i.e. $RRA = 1 - \gamma$. Nótese que para $\gamma = 1$, U es lineal en C_t , esto es, el individuo es neutral respecto al riesgo. Para valores de γ menores que 1, la concavidad de la función aumenta, esto es, la aversión al riesgo aumenta. Para $\gamma = 0$, $U = \ln(C_t)$.

$$U(C_t; \gamma) = (C_t^\gamma - 1) / \gamma ; \gamma \leq 1 \quad (4)$$

De (4) se obtiene

$$U'(C_t) = C_t^{\gamma-1} \quad (5)$$

y reemplazando (5) en (3) se obtiene,

$$C_t^{\gamma-1} = \beta E[C_{t+1}^{\gamma-1} R_{t+1} / I_t]$$

$$E[(C_{t+1}/C_t)^{\gamma-1} R_{t+1} / I_t] = 1 / \beta$$

o bien,

$$E[g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1} / I_t] = (1 + \rho) \quad (6)$$

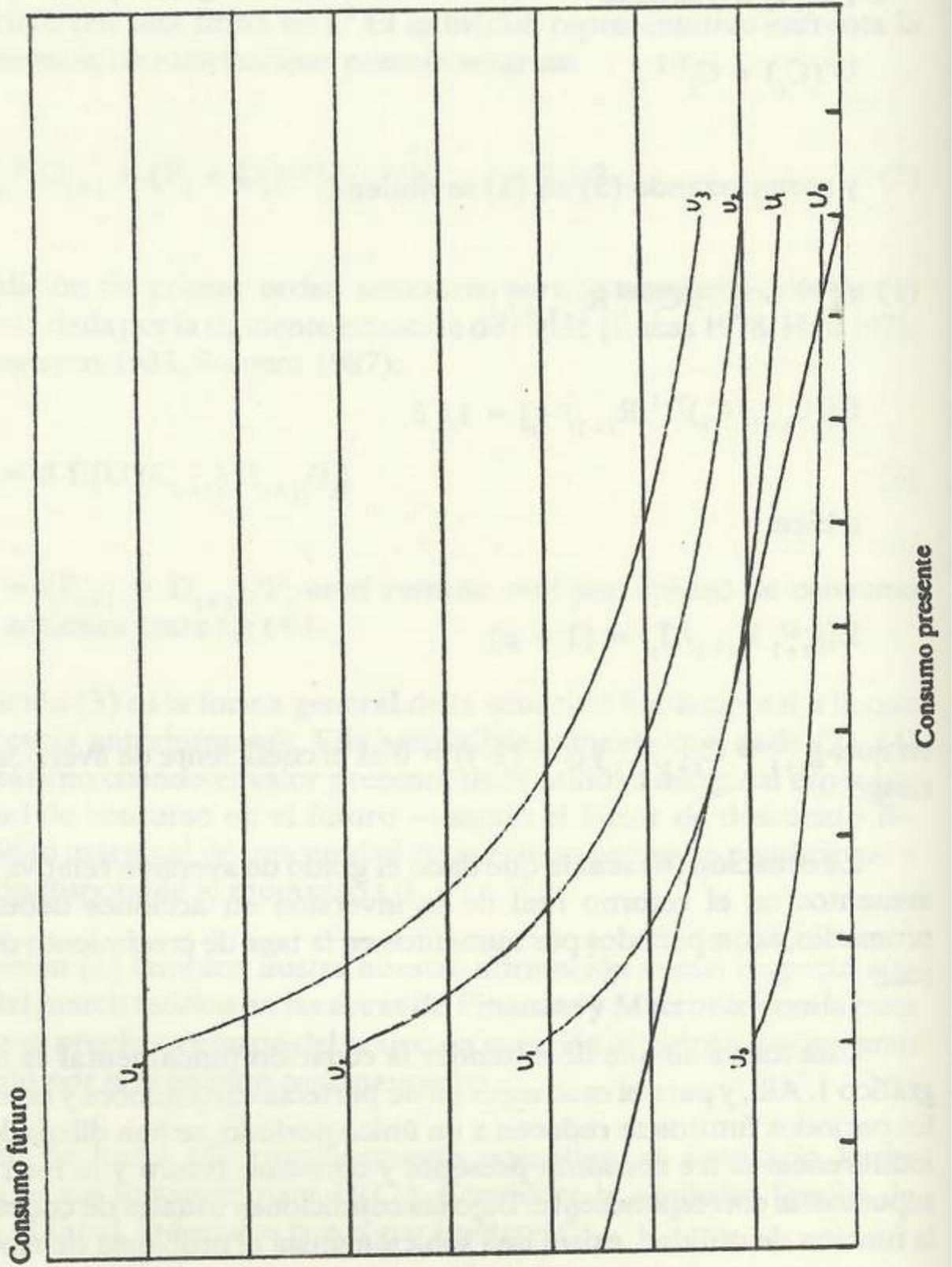
en que, $g_{t+1} \equiv C_{t+1}/C_t$ y $\alpha = (1-\gamma) > 0$ es el coeficiente de aversión relativa al riesgo.

La ecuación (6) señala que dado el grado de aversión relativa al riesgo, α , aumentos en el retorno real de la inversión en acciones deben estar, en promedio, acompañados por aumentos en la tasa de crecimiento del consumo real.

Una forma simple de entender la ecuación fundamental es mediante el gráfico 1. Allí, y para el caso especial de perfecta certidumbre y en el que todos los períodos futuros se reducen a un único período, se han dibujado curvas de indiferencia entre consumo presente y consumo futuro y la restricción presupuestaria correspondiente. Bajo las condiciones usuales de concavidad para la función de utilidad, existe una solución única al problema de elección entre consumo presente y consumo futuro, que está definida por el punto de tangencia entre una curva de indiferencia y el borde superior del set de oportunidades. De acuerdo a (1), el valor absoluto de la pendiente de la curva de indiferencia es $U'(C_t)/\beta U'(C_{t+1})$, y el valor absoluto de la pendiente de la restricción presupuestaria es $(P_{t+1} + D_{t+1})/P_t = R_{t+1}$. Luego, la solución del problema de elección entre consumo presente y consumo futuro tiene como

GRAFICO 1

OPTIMIZACION INTERTEMPORAL EN EL CONSUMO



condición necesaria la igualdad: $U'(C_t)/\beta U'(C_{t+1}) = R_{t+1}$, la que coincide exactamente con (3) para el caso de perfecta certidumbre.

3. PROCEDIMIENTOS ESTADÍSTICOS E INFORMACIÓN UTILIZADA

Como se mencionó anteriormente, el objetivo principal de este trabajo es someter la ecuación fundamental a una prueba empírica utilizando información anual de la economía chilena y obtener estimaciones del coeficiente de aversión relativa al riesgo y la tasa subjetiva de descuento. La prueba empírica consiste, en primer término, en estimar valores admisibles para α y ρ en la ecuación (6). Luego, dado los valores estimados para α y ρ , se realizan pruebas de causalidad à la Granger para variables pertenecientes al set de información I_t .

Dado que la ecuación (6) no es lineal en α , las estrategias econométricas disponibles para la estimación de los parámetros estructurales claves del modelo son limitadas. Hansen y Singleton (1982, 1983) han liderado el desarrollo de procedimientos econométricos no lineales en series de tiempo para estimar los parámetros α y ρ . En particular, Hansen y Singleton (1983), usando series mensuales de consumo per cápita y retornos para diferentes activos financieros, aplican un procedimiento de estimación no lineal para el cual es necesario adoptar los siguientes supuestos:

i) La distribución conjunta de g_{t+1} y R_{t+1} , condicional a I_t , es lognormal. Ello permite obtener una expresión en la que el argumento de la función $E[\cdot / I_t]$ en (6) es igual a la esperanza de la distribución conjunta supuesta, más un ruido blanco.

ii) La esperanza matemática del log de g_{t+1} depende linealmente de valores pasados de g_{t+1} y R_{t+1} .

En base a estos dos supuestos, es posible obtener un sistema de dos ecuaciones en dos incógnitas, α y ρ . Econométricamente, estas dos ecuaciones forman un sistema bivariado restringido, el que puede ser estimado mediante un procedimiento de máxima verosimilitud. La validez de las restricciones entre las ecuaciones —necesarias para identificar los parámetros claves— puede ser *testeada* mediante una prueba de razón de verosimilitud. La implementación del procedimiento de Hansen y Singleton (1983), sin embargo, es compleja pues requiere de un programa econométrico capaz de estimar sistemas de ecuaciones en series de tiempo con restricciones no lineales entre ecuaciones.⁵

⁵ Los paquetes computacionales econométricos estándar, tipo RATS, TSP, etc., normalmente permiten estimar sistemas de ecuaciones con restricciones lineales entre ecuaciones. Restricciones no lineales entre ecuaciones requieren usualmente el desarrollo de programas FORTRAN específicos.

El procedimiento de estimación usado en este trabajo es bastante más simple y permite soslayar el problema de la no linealidad de (6) respecto a α . Más aún, nuestro procedimiento no requiere de supuestos respecto a la distribución conjunta de g_{t+1} y R_{t+1} .

Nuestro procedimiento consiste en el uso de un método de *search* para α , condicional al cual se estima ρ por mínimos cuadrados ordinarios, MCO.⁶ Este procedimiento puede ser considerado como una solución intermedia entre la estrategia econométrica tradicional, en la que todos los parámetros del modelo son estimados usando la información muestral, y los métodos de “calibración” –usados recientemente en la literatura de la teoría real de las fluctuaciones económicas– y en los cuáles, precisamente debido a las dificultades asociadas a la estimación de los parámetros teóricos mediante métodos econométricos tradicionales, las pruebas empíricas se realizan fundamentalmente a través de la comparación de los momentos muestrales de las distribuciones de las variables de interés, respecto a los momentos implicados por el modelo, dados ciertos valores “admisibles” para los parámetros estructurales claves.

Naturalmente, el costo de este tipo de estrategias de estimación “no tradicionales” es que al menos para algunos de los parámetros del modelo, no es posible realizar inferencias estadísticas en el sentido clásico.

También es obvio que en este tipo de estrategias de estimación, el criterio que define lo que es “admisible” de lo que no lo es resulta crítico. En este caso, se definirán como admisibles aquellas combinaciones de α y ρ para las cuales y en forma conjunta, se cumple que:

i) El valor estimado para ρ es estadísticamente distinto de 0 a los niveles usuales de significancia (5%), y

ii) no se puede rechazar la hipótesis de que la serie de residuos estimados, $\{e_{t+1}\}$ de la ecuación (7), más abajo, es un ruido blanco. Esto requiere que la serie $\{e_{t+1}\}$ esté centrada en 0 –lo que se obtiene necesariamente al estimar $\bar{\rho}$ por MCO– y que sus autocorrelaciones para todo rezago $j > 0$, sean estadísticamente nulas, lo cual se somete a prueba calculando el estadígrafo Q y sus correspondientes niveles de significancia.⁷

⁶ Véase, Judge et. al. (1985), pg. 968.

⁷ La definición del estadígrafo Q y su distribución bajo la hipótesis nula se encuentra en la nota de pie de página n°10.

Una vez determinado un rango admisible de valores para α y ρ , se procede a *testear* causalidad, en el sentido de Granger, para variables rezagadas las que, por definición, al estar incluidas en el set de información I_t , no deberían tener mayor predictivo respecto a $(g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1})$. Para entender este último punto, considérese nuevamente la ecuación (6), reescribese dicha ecuación como.

$$g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1} = (1 + \rho) + e_{t+1} \quad ; \quad E[e_{t+1} e_{t+1-j} / I_t] = 0 \quad (7)$$

De acuerdo a (7), la variable del lado izquierdo, $g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1}$, es igual a uno más la tasa subjetiva de descuento ρ , más un ruido blanco e_{t+1} .

El método de *search* tiene por objeto eliminar el problema de la no linealidad en el parámetro α . Por ello, se parte estimando ρ en (7) por MCO para distintos valores de $\bar{\alpha}$, seleccionando aquellos valores más plausibles de acuerdo al criterio antes señalado.⁸

Definido el rango de valores admisibles para α y ρ , se pueden realizar pruebas de causalidad *à la Granger* para variables incluidas en el set de información I_t . Nótese que de acuerdo a (7), la variable compuesta del lado izquierdo fluctúa alrededor del valor $(1 + \rho)$, y la magnitud de dichas fluctuaciones está dada por un *shock* no predecible. Por ello, ninguna ecuación que además de una constante incluya variables pertenecientes al set de información I_t debería ser superior, en términos de poder predictivo, a la simple proyección de $(g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1})$ sobre el vector unitario.⁹

La información básica usada es una serie de retornos anuales promedio en términos reales para el período 1961-1988 calculada en base al promedio anual del Índice General de Precios de Acciones (IGPA) y el Índice de Precios al Consumidor. El retorno promedio para el año t se calcula como el cociente entre el IGPA promedio real del año t y el IGPA promedio real del año $t-1$.

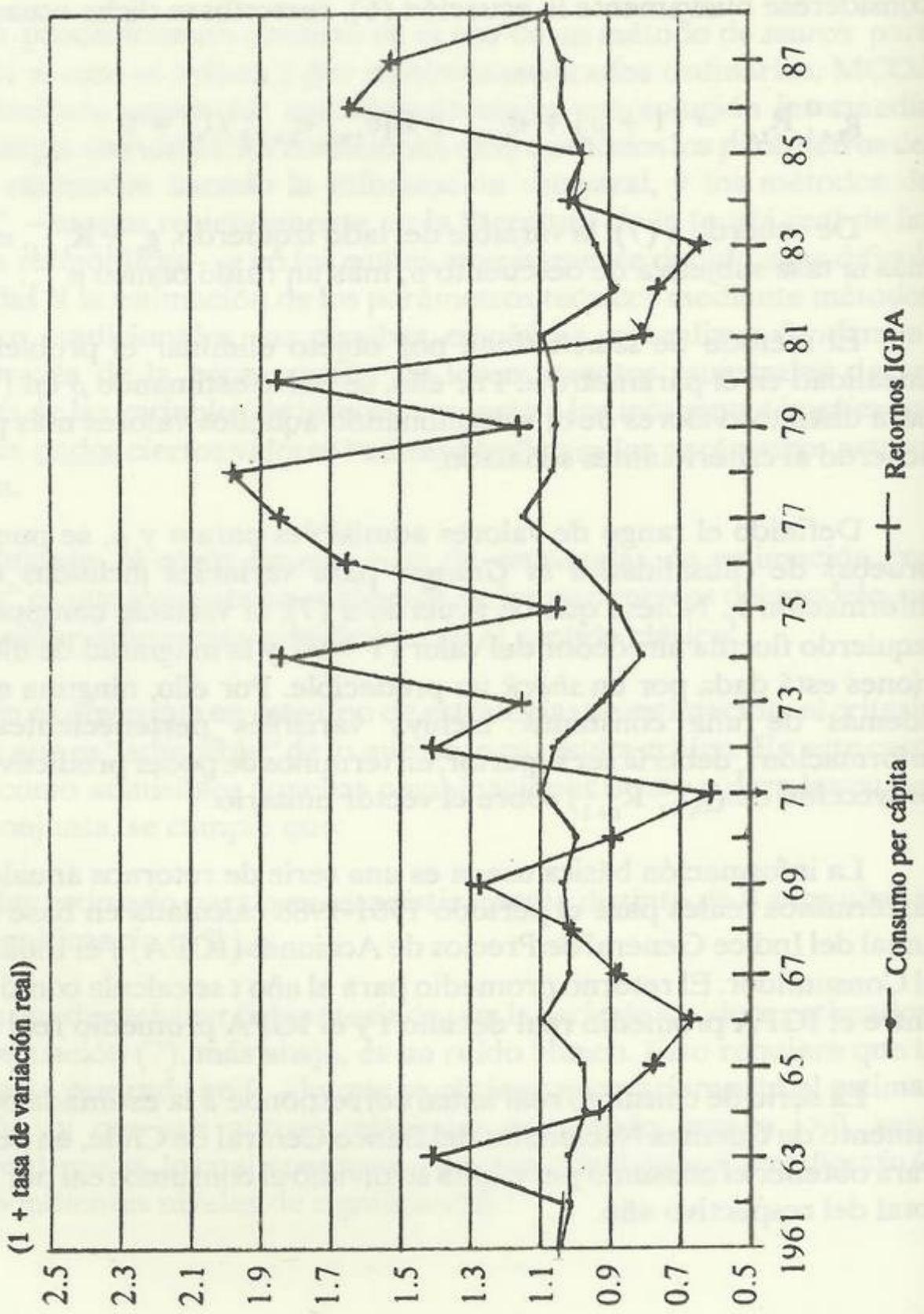
La serie de consumo real anual corresponde a la estimada por el Departamento de Cuentas Nacionales del Banco Central de Chile, en pesos de 1977. Para obtener el consumo per cápita se dividió el consumo real por la población total del respectivo año.

⁸ Hall (1978) usa una estrategia similar para *testear* la hipótesis de que, dado R constante, el consumo per cápita sigue un proceso *random walk*.

⁹ Esta importante restricción paramétrica es usada por Hall (1978) y destacada en Sargent (1987).

GRAFICO 2

CONSUMO Y RETORNOS ACCIONARIOS



El gráfico 2 presenta las tasas reales de crecimiento del consumo per cápita y del IGPA para el período 1961-1988. La tasa promedio de crecimiento del consumo real per cápita es de 0,7 por ciento. La tasa promedio de variación real del IGPA es de 17,38 por ciento.

Como se puede observar en el gráfico 2, la serie de retornos reales promedio del IGPA resulta ser bastante más volátil que la serie de tasas de crecimiento del consumo real per cápita. Para el período 1961-1988, la desviación estándar de la serie de retornos reales promedio del IGPA es 40,33 por ciento y la de la serie de tasas de crecimiento del consumo real per cápita es 7,45 por ciento.

4. RESULTADOS EMPÍRICOS

Los resultados obtenidos de estimar ρ en (7) a través del procedimiento antes descrito y para un rango inicial de valores para α entre 0,0 y 7,0 a intervalos de 0,5, se presentan en el cuadro 1. También se presentan en ese cuadro, y para cada valor de α , los valores estimados para las autocorrelaciones de los residuos $\{e_{t+1}\}$, así como también el valor del estadígrafo Q bajo la hipótesis nula de que las primeras k autocorrelaciones son estadísticamente no significativas.¹⁰

Como se observa en el cuadro 1, la tasa subjetiva de descuento estimada parece ser relativamente alta, fluctuando entre 17,38 por ciento anual, para el caso de una función de utilidad lineal,¹¹ y 37,06 por ciento para $\alpha = 7,0$. Se observa también que para valores de α mayores a 1,0 existe una relación estadística positiva entre α y ρ .

En base a los resultados presentados en el cuadro 1, es posible acotar el límite superior del rango de valores admisibles para el par (α, ρ) . Nótese que para valores de α mayores o iguales a 2,0, el nivel de significancia del test t bajo la hipótesis nula $\rho = 0$ resulta ser mayor a 5 por ciento, indicando que dicha hipótesis debe ser rechazada para ese nivel de significancia.

Por otra parte, para valores de α mayores a 1,0, los valores estimados para el estadígrafo Q permiten detectar desviaciones respecto al comportamiento

¹⁰ El estadígrafo Q, también conocido como estadígrafo de Box Pierce o de Box Ljung, se define como,

$$Q(K) = T(T+2) \sum_k^K (1/(T-k) \text{Corr}^2(k))$$

donde T es el número de observaciones con el que se calculan las autocorrelaciones y $\text{corr}(k)$ es la autocorrelación muestral a rezago k. Bajo la hipótesis nula, $H_0: \text{corr}(1) = \text{corr}(2) = \dots = \text{corr}(K) = 0,0$; $Q(K)$ se distribuye Chi-cuadrado con K grados de libertad.

¹¹ Nótese que para $\alpha = 0,0$; ρ es por definición el promedio de los retornos del IGPA durante el período muestral.

CUADRO 1

ECUACION: $g_t^{-\alpha} R_t = (1 + \rho) + e_t$

(1961 - 1988)

α	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0							
$\hat{\rho}$ (desv. est.)	0.1738 (0.0762)	0.1712 (0.0761)	0.1705 (0.0780)	0.1719 (0.0820)	0.1755 (0.0882)	0.1814 (0.0967)	0.1898 (0.1074)							
Corr (1) Q (1)	0.3082	2.9556	0.2840	2.5099	0.2671	2.2196	0.2594	2.0932	0.2602	2.1056	0.2667	2.2130	0.2759	2.3679
Corr (2) Q (2)	0.3096*	6.0518	0.3404*	6.2532	0.3538*	6.2641	0.3476*	5.9966	0.3245	5.5080	0.2906	4.9417	0.2522	4.4226
Corr (3) Q (3)	-0.0373	6.0985	-0.0498	6.3367	-0.0698	6.4279	-0.0945	6.2969	-0.1201	5.9923	-0.1430	5.6286	-0.1613	5.2972
Corr (4) Q (4)	0.0415	6.1588	0.0968	6.6648	0.1361	7.0764	0.1543	7.1297	0.1519	6.8001	0.1343	6.2602	0.1082	5.7070
Corr (5) Q (5)	-0.2360	8.1924	-0.1919	8.0093	-0.1484	7.8809	-0.1115	7.5842	-9.0850	7.0638	-0.0692	6.4353	-0.0624	5.8494
Corr (6) Q (6)	-0.0315	8.2303	0.0005	8.0093	0.0252	7.9052	0.0391	7.6424	0.0416	7.1299	0.0351	6.4822	0.0229	5.8694
Corr (7) Q (7)	-0.2843	11.4630	-0.3127	11.9205	-0.3324	12.3245	-0.3398	12.2620	-0.3349	11.6156	-0.3202	10.5845	-0.2998	9.4642
Corr (8) Q (8)	-0.1442	12.3365	-0.2189	13.9337	-0.2800*	15.6166	-0.3181*	16.5109	-0.3305*	16.2030	-0.3210	14.9131	-0.2968	13.1632
Corr (9) Q (9)	-0.1107	12.8783	-0.1856	15.4569	-0.2455*	18.2817	-0.2824*	20.0366	-0.2947*	20.0419	-0.2868*	18.5493	-0.2659*	16.2885
Corr (10) Q (10)	-0.0951	13.3007	-0.1200	16.1286	-0.1365*	19.1510	-0.1428*	20.9880	-0.1398*	20.9534	-0.1303*	19.3415	-0.1177*	16.9345
Corr (11) Q (11)	-0.0922	13.7208	-0.0786	16.4339	-0.0607	19.3333	-0.0419*	21.0749	-0.0255*	20.9854	-0.0133	19.3503	-0.0060	16.9363
Corr (12) Q (12)	-0.1013	14.2596	-0.0731	16.7143	-0.0458	19.4435	-0.0237	21.1043	-0.0093	20.9900	-0.0028	19.3507	-0.0028	16.9367

CUADRO 1

(continuación)

3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
0.2008 (0.1204)	0.2146 (0.1356)	0.2315 (0.1530)	0.2516 (0.1729)	0.2753 (0.1954)	0.3028 (0.2206)	0.3344 (0.2488)	0.3706 (0.2804)
0.2852	0.2930	0.2987	0.3021	0.3032	0.3023	0.2996	0.2956
2.5301	2.6714	2.7763	2.8390	2.8598	2.8428	2.7934	2.7177
4.0081	3.6996	3.4730	3.2999	3.1570	3.0284	2.9045	2.7801
5.0326	4.8277	4.6600	4.5081	4.3571	4.1989	4.0304	3.8517
5.2520	4.9185	4.6827	4.5085	4.3649	4.2305	4.0929	3.9462
5.3917	5.0724	4.8603	4.7144	4.6000	4.4931	4.3796	4.2528
5.3942	5.0742	4.8771	4.7574	4.6751	4.6019	4.5210	4.4238
8.4614	7.6548	7.0374	6.5674	6.1985	5.8928	5.6235	5.3734
11.4046	9.8795	8.6569	7.7127	6.9890	6.4266	5.9760	5.6006
13.9223	11.8270	10.1292	8.8144	7.8129	7.0466	6.4484	5.9667
14.4314	12.2242	10.4414	9.0649	8.0199	7.2234	6.6047	6.1093
14.4319	12.2246	10.4428	9.0688	8.0285	7.2394	6.6303	6.1465
14.4347	12.2354	10.4693	9.1187	8.1079	7.3520	6.7776	6.3284

Notas:

-Número de observaciones: 28.

-Corr (j) es el valor estimado de la autocorrelación de los residuos a rezago j.

-Q (j) es el valor del estadígrafo Q para j autocorrelaciones.

.*Significativo al 5 por ciento.

CUADRO 2

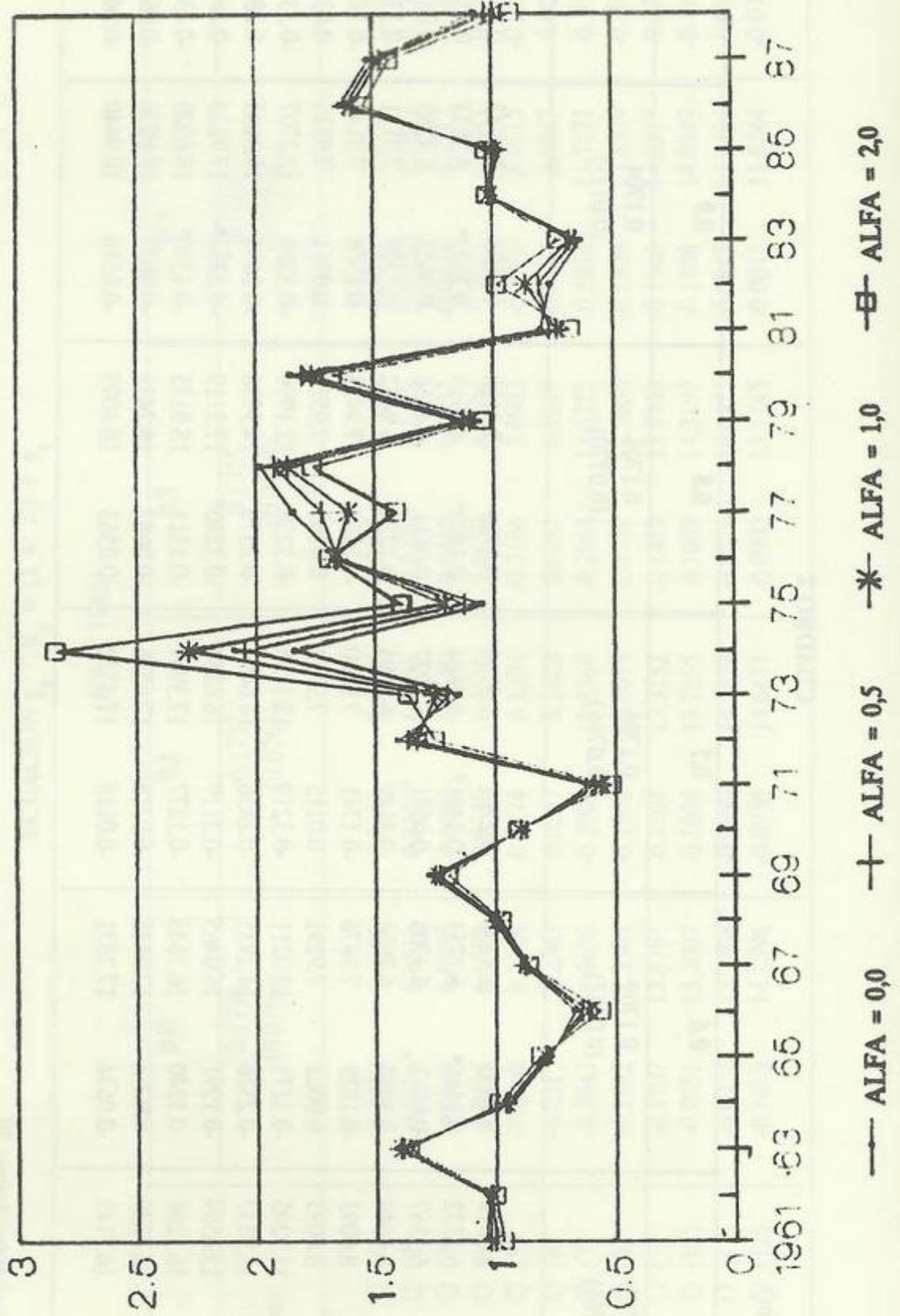
$$\text{ECUACION } g_t^{-\alpha} R_t = (1 + \rho) + e_t$$

(1961 - 1988)

α	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4
$\hat{\rho}_j$ (desv. est.)	0.1738 (0.0762)	0.1732 (0.0761)	0.1725 (0.0760)	0.1720 (0.0759)	0.1715 (0.0760)
Corr (1)	0.3082	2.8558	2.7609	2.6714	2.5876
Corr (2)	0.3096*	6.0995	6.1449	6.1867	6.2232
Corr (3)	-0.0373	6.1510	6.2023	6.2512	6.2965
Corr (4)	0.0415	6.2510	6.3504	6.4543	6.5601
Corr (5)	-0.2360	8.1394	8.0963	8.0615	8.0332
Corr (6)	-0.0315	8.1628	8.1089	8.0667	8.0343
Corr (7)	-0.2843	11.5364	11.6223	11.7173	11.8180
Corr (8)	-0.1442	12.3365	12.9083	13.2339	13.5780
Corr (9)	-0.1107	12.8783	13.7968	14.3215	14.8782
Corr (10)	-0.0951	13.3007	14.3197	14.8949	15.5015
Corr (11)	-0.0922	13.7208	14.6975	15.2494	15.8317
Corr (12)	-0.1013	14.2596	15.1245	15.6244	16.1577
Corr (1)	0.3030	2.8558	2.7609	2.6714	2.5876
Corr (2)	0.3169*	6.0995	6.1449	6.1867	6.2232
Corr (3)	-0.0391	6.1510	6.2023	6.2512	6.2965
Corr (4)	0.0535	6.2510	6.3504	6.4543	6.5601
Corr (5)	-0.2274	8.1394	8.0963	8.0615	8.0332
Corr (6)	-0.0247	8.1628	8.1089	8.0667	8.0343
Corr (7)	-0.2904	11.5364	11.6223	11.7173	11.8180
Corr (8)	-0.1597	12.6074	12.9083	13.2339	13.5780
Corr (9)	-0.1264	13.3132	13.7968	14.3215	14.8782
Corr (10)	-0.1006	13.7855	14.3197	14.8949	15.5015
Corr (11)	-0.0899	14.1853	14.6975	15.2494	15.8317
Corr (12)	-0.0958	14.6671	15.1245	15.6244	16.1577

GRAFICO 3

SERIES DE $g(t) \cdot R(t)$
(en función de α)



esperado para las autocorrelaciones de los residuos. Así por ejemplo, para $\alpha = 1,0$, el nivel de significancia del estadígrafo Q para las primeras 8, 9 y 10 autocorrelaciones es 4,8 por ciento, 3,2 por ciento y 3,8 por ciento respectivamente. Luego, se debe rechazar la hipótesis de que dichas autocorrelaciones son en conjunto no significativas al 5 por ciento.

Dado los resultados presentados en el cuadro 1, se procedió a acotar el rango de valores admisibles para α entre 0,0 y 1,0 y se procedió a estimar nuevamente ρ por MCO, esta vez a intervalos de 0,1. Los resultados se presentan en el cuadro 2. En dicho cuadro se observa que los valores estimados para la tasa subjetiva de descuento fluctúan dentro de un rango bastante estrecho; para $\alpha = 0,0$, función de utilidad lineal; el valor estimado para ρ es de 17,38 por ciento mientras que para $\alpha = 1,0$, función de utilidad logarítmica, el valor estimado para ρ es 17,05 por ciento. Esto es, para valores de α en el rango $[0,0 - 1,0]$, la tasa subjetiva de descuento estimada fluctúa dentro de un rango cuya amplitud no es superior a 0,4 puntos porcentuales.

Nótese también que para $\alpha = 0,8$, $\alpha = 0,9$ y $\alpha = 1,0$ el estadígrafo Q a rezago 8 es significativo al 5 por ciento, lo que permitiría acotar en forma adicional el rango de valores admisibles para el par (α, ρ) .

El gráfico 3 presenta la serie $\{g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1}\}$ para cuatro valores de α : 0,0, 0,5, 1,0 y 2,0. Nótese que a mayor valor de α , mayor es la variabilidad o amplitud de la serie.

5. PRUEBAS DE CAUSALIDAD

Definida una cota superior para el coeficiente de aversión relativa al riesgo, α , pasamos a *testear* si efectivamente es posible mejorar el poder predictivo de la ecuación (7) usando información incluida en el set I_t .

El procedimiento seguido en esta etapa consiste en regresionar las desviaciones de $(g_{t+1}^{-\alpha} R_{t+1})$ respecto a su media, $(1 + \rho)$, sobre variables fechadas un período anterior. Las variables elegidas son: la misma variable dependiente, el retorno real anual del IGPA, la tasa de crecimiento real del consumo per cápita y la tasa de crecimiento real del PGB per cápita.¹²

¹² Alguien podría argumentar que un procedimiento más claro sería simplemente estimar (7) incluyendo las variables antes mencionadas y *testear* la significancia estadística de los respectivos valores estimados para los parámetros. Dicho procedimiento, sin embargo, podría sesgar el valor estimado de la constante, es decir, de la tasa subjetiva de descuento, a menos que la media muestral de las variables incluidas al lado derecho o los valores puntuales estimados para los respectivos parámetros fuesen exactamente igual a 0.

CUADRO 3

ECUACION: $g_t - \alpha R_{t-1} - (1 + \rho) = \delta X_{t-1} + e_t$
(1962-1988)

	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
δ	0.3089	0.3037	0.2988	0.2940	0.2895	0.2852	0.2812	0.2776	0.2743	0.2714	0.2688
(desv. est.)	(0.1864)	(0.1867)	(0.1870)	(0.1873)	(0.1876)	(0.1879)	(0.1882)	(0.1884)	(0.1886)	(0.1888)	(0.1890)
	$X_{t-1} = g_{t-1}^{\alpha} R_{t-1}$										
δ	0.0360	0.0356	0.0353	0.0350	0.0347	0.0345	0.0342	0.0339	0.0337	0.0334	0.0332
(desv. est.)	(0.0630)	(0.0629)	(0.0628)	(0.0628)	(0.0629)	(0.0630)	(0.0631)	(0.0634)	(0.0637)	(0.0641)	(0.0645)
	$X_{t-1} = R_{t-1}$										
δ	0.0072	0.0070	0.0068	0.0066	0.0064	0.0062	0.0059	0.0057	0.0055	0.0053	0.0051
(desv. est.)	(0.0784)	(0.0782)	(0.0781)	(0.0780)	(0.0781)	(0.0782)	(0.0784)	(0.0787)	(0.0791)	(0.0796)	(0.0801)
	$X_{t-1} = Y_{t-1}$										
δ	0.0056	0.0055	0.0053	0.0052	0.0050	0.0049	0.0047	0.0046	0.0044	0.0043	0.0041
(desv. est.)	(0.0779)	(0.0778)	(0.0777)	(0.0776)	(0.0777)	(0.0778)	(0.0780)	(0.0783)	(0.0787)	(0.0791)	(0.0797)

Notas:

- Número de observaciones: 27.

En la primera fila del cuadro 3 se presentan los resultados obtenidos al regresionar las desviaciones de la variable dependiente respecto a su media, sobre la misma variable dependiente rezagada un período. Como se puede observar, el valor estimado para el coeficiente de la variable dependiente rezagada resulta ser estadísticamente no significativo para todos los valores de α considerados, indicando que la inclusión de esa variable no mejora el poder predictivo de la ecuación (7).

La segunda fila del cuadro 3 presenta los resultados obtenidos cuando la variable rezagada incluida es el retorno promedio anual del IGPA, R_{t-1} . También en este caso y para todos los valores de α considerados, la hipótesis de causalidad es rechazada. Nótese que para $\alpha = 0,0$, el rechazo de la hipótesis de significancia estadística de R_{t-1} provee de alguna evidencia en favor de la hipótesis de que el comportamiento de las desviaciones de los retornos anuales promedio del IGPA real respecto de su valor fundamental, ρ , es estadísticamente similar al de un ruido blanco. Ello es equivalente a afirmar que existe evidencia a favor de la hipótesis de que el IGPA real sigue un proceso *random walk*, corregido por tendencia.

En la tercera fila del cuadro 3 se presentan los resultados de las pruebas de causalidad obtenidos cuando la variable rezagada incluida es la tasa de crecimiento real del consumo per cápita. Los resultados son similares a los reportados en los casos anteriores, en el sentido de que el coeficiente estimado resulta ser estadísticamente no significativo.

Finalmente, la última fila del cuadro 3 presenta los resultados obtenidos cuando la variable rezagada incluida es la tasa de crecimiento real del PGB per cápita, nuevamente la hipótesis de causalidad es rechazada a los niveles usuales de significancia para todos los valores de α considerados.

6. UN COMENTARIO RESPECTO AL PARAMETRO α

Hasta aquí, el parámetro α ha sido interpretado como una medida del grado de concavidad de la función de utilidad del agente representativo. Esto es, matemáticamente α es el coeficiente de aversión relativa al riesgo, RRA.

Sin embargo, también es posible probar que el recíproco de α es la elasticidad de sustitución de consumo intertemporal. Dada la forma funcional elegida para $U(C_t)$, estos dos parámetros resultan ser recíprocos el uno del otro: si el agente representativo es muy averso al riesgo, esto es, si α es "alto",

entonces la elasticidad de sustitución de consumo intertemporal es “baja” y viceversa.

La mayoría de los trabajos empíricos que han intentado estimar a través de otras metodologías el valor de la elasticidad de sustitución intertemporal han concluido que ésta parece ser relativamente baja. Mehra y Prescott (1985), por ejemplo, revisando una serie de trabajos empíricos para la economía de EE.UU. concluyen que un rango de valores admisibles para la elasticidad de sustitución intertemporal es $[0,1-1,0]$. Lo anterior llevaría a concluir que para esa economía, el grado de aversión al riesgo es, por consiguiente, relativamente alto.

El problema, a fin de cuentas, surge por la relación matemática que la forma funcional (4) impone entre el coeficiente de aversión relativa al riesgo y la elasticidad de sustitución intertemporal.

Los resultados presentados en la sección 4 indican que para el caso chileno, existiría evidencia de que la elasticidad de sustitución intertemporal se ubica en un rango bastante más amplio que el establecido por Mehra y Prescott (1985) para la economía de EE.UU.

Por último, es interesante notar que Hall (1988) enfatiza que en lo que se refiere a la relación entre consumo y tasa de interés real, el parámetro crítico no es el coeficiente de aversión relativa al riesgo sino la elasticidad de sustitución intertemporal, siendo ésta y no el primero el que se revelaría en las estimaciones empíricas. De acuerdo a Hall (1988), la estimación empírica del parámetro de aversión al riesgo pasa necesariamente por el estudio de los diferenciales de retornos reales entre dos o más activos.

Dado que el tema es un tópico de investigación en desarrollo, parece conveniente reconocer el problema en cuestión e investigar formas funcionales alternativas que, de alguna manera, eviten la relación matemática entre ambos parámetros. Una de esas alternativas ha sido propuesta por Selden (1978) donde si bien se presenta un marco analítico diferente al de la utilidad esperada, se retiene la idea de funciones de utilidad temporalmente aditivas. En ese marco analítico, la relación entre consumo y tasas de interés real revelaría directamente la elasticidad de sustitución intertemporal.¹³

¹³ Sin embargo, el marco analítico de Selden (1978) no se puede generalizar a más de dos períodos. Al respecto, véase, Hall (1988) y las referencias allí presentadas.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha sometido la ecuación fundamental del modelo dinámico simple de equilibrio general a una primera prueba empírica usando información anual de la economía chilena. Como resultado se han obtenido estimaciones para el coeficiente de aversión relativa al riesgo y para la tasa subjetiva de descuento. Los resultados obtenidos indican que el modelo considerado es consistente con la información muestral para valores del coeficiente de aversión relativa al riesgo entre 0,0 y 1,0. La resultante tasa subjetiva de descuento estimada se ubica en un rango entre 17,38 por ciento y 17,05 por ciento anual. Al respecto, quizás resulta útil comparar nuestros resultados con los reportados en Hansen y Singleton (1983) para EE.UU. En dicho estudio y usando información mensual sobre consumo per cápita y retornos para el portafolio formado por las acciones listadas en el *New York Stock Exchange*, se obtienen valores estimados para la tasa subjetiva de descuento del orden de 0,2 por ciento mensual equivalente a 2,4 por ciento anual, en un rango de valores para el coeficiente de aversión relativa al riesgo entre 0,2 y 0,8. Los mayores valores para la tasa subjetiva de descuento reportados en este trabajo para la economía chilena, en relación a los reportados para EE.UU., no dejan de ser sorprendentes. Sin embargo, ello resulta al menos consistente con la observación de que Chile es un demandante neto de fondos en los mercados de capital internacionales mientras que EE.UU. era, al menos hasta hace algún tiempo, un oferente neto.

Alguien podría argumentar que dada la menor significancia relativa del mercado accionario chileno durante la década de los años 60, estimaciones de la tasa subjetiva de descuento basadas en retornos accionarios que incluyen dicho período podrían no ser muy representativas. Sin embargo, ello no parece un buen argumento si se cree que lo relevante en la determinación de los precios es el comportamiento del individuo *marginal*. Nada hace pensar que los nuevos participantes en el mercado a partir de, digamos 1975 ó 1976, son más o menos *impacientes* que aquellos que transaban en el período previo.

Tal como se mencionó en la sección 6, existe un debate respecto al significado teórico del parámetro α . Dada la forma funcional elegida para la utilidad del agente representativo en cada período, este parámetro no sólo refleja el grado de aversión relativa al riesgo sino también el recíproco de la elasticidad de sustitución de consumo intertemporal. En este estudio, hemos decidido retener la noción de que dicho parámetro refleja el grado de aversión relativa al riesgo básicamente con el objeto de comparar nuestros resultados con aquellos obtenidos en otros estudios para otras economías.

Como conclusión, podemos afirmar que los resultados de este trabajo no permiten rechazar la hipótesis de que, condicional a la información disponible

y en el período muestral considerado, la tasa marginal subjetiva de sustitución intertemporal en el consumo igualó a la tasa objetiva de mercado en un sentido probabilístico. Esto es, la evidencia empírica para la economía chilena es consistente con la ecuación fundamental del modelo dinámico simple de equilibrio general.

Un tema interesante de investigación a futuro dice relación con el hecho de que la ecuación (6) debería, en general, ser válida para cualquier activo financiero que sirva como instrumento para trasladar consumo entre distintos períodos, por ello sería deseable *testear* la ecuación (6) con retornos de acciones individuales, papeles estatales a diferentes vencimientos, etc.

Por otra parte, también sería deseable obtener estimaciones de los dos parámetros estructurales en forma conjunta, a través de métodos no lineales. Este es el siguiente paso en nuestra línea de investigación.

En este trabajo se ha argumentado que los modelos dinámicos simples de equilibrio general proveen de un marco teórico flexible y suficientemente general para el estudio de un conjunto de fenómenos tradicionalmente considerados parte del campo de investigación de distintas áreas de la ciencia económica. Es obvio que existen otros paradigmas que también compiten en la búsqueda de explicaciones para dichos fenómenos. Sin embargo, la adopción de modelos dinámicos simples de equilibrio general resulta ser el paso lógico a seguir para aquellos que insisten en que las teorías del comportamiento de las variables "macro" deben ser consistentes con los postulados básicos sobre los que se construyen las teorías "micro".

REFERENCIAS

- CONSTANTINIDES, G.M. "Theory of valuation: overview and recent developments", S. Bhattacharya y G.M. Constantinides (eds.), *Frontiers of Financial Theory*, Totowa, N.J., Rowman and Littlefield, 1987.
- HALL, R.E. "Stochastic implications of the life cycle-permanent income hypothesis: Theory and evidence", *Journal of Political Economy* 86, 6: 971-988, 1978.
- . "Real interest and consumption", *NBER Working Paper N° 1694*, 1985
- . "Intertemporal substitution in consumption", *Journal of Political Economy* 96, 2: 339-357, 1988.
- HANSEN, L.P., y J.K. SINGLETON. "Generalized instrumental variables estimation of nonlinear rational expectations models" *Econometrica* 50, 5, septiembre, 1982.
- . "Stochastic consumption, risk aversion and the temporal behavior of asset returns", *Journal of Political Economy* 91, 2: 249-265, 1983.
- JUDGE, G.G., W.E., GRIFFITHS, R. CARTER HILL, H. LÜTKEPOHL y T. LEE. *The Theory and Practice of Econometrics*, Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics 2ª edición, 1985.
- KYDLAND, F.E. y E.C. PRESCOTT. "Time to build and aggregate fluctuations", *Econometrica* 50: 1345-1370, 1982.
- LINTNER, J. "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stocks portfolios and capital budgets", *Review of Economics and Statistics* 47: 13-37, 1965.
- LONG, J.B. y C.I. PLOSSER. "Real business cycles", *Journal of Political Economy* 91: 39-69, 1983.
- LUCAS, R.E. "Asset prices in an exchange economy", *Econometrica* 46, 6: 1426-1445, 1978.
- MEHRA, R. y E. PRESCOTT. "The equity premium: A puzzle", *Journal of Monetary Economics* 15: 145-161, 1985.
- PRESCOTT, E.C. "Theory ahead of business cycle measurement", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Fall, 1986a.
- . "Response to a skeptic", *Federal Reserva Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Fall, 1986b.
- SARGENT, T.J. *Dynamic Macroeconomic Theory*. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts and Londres, Inglaterra, 1987.
- SELDEN, L. "A new representation of preferences over 'certain x uncertain' consumption pairs: The ordinal certainty equivalent hypothesis", *Econometrica* 46: 1045-1060, 1978.

SHARPE, W. "Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk", *Journal of Finance*, 19: 425-442, 1964.

SUMMERS, L.H. "Some skeptical observations on real business cycle theory", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Fall, 1986.