



“Portafolio de Inversión con Commodities. Aplicación de Value at Risk (VaR) y otras metodologías”

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN FINANZAS**

Alumno: Nicolás Ignacio Silva Canales

Profesor Guía: José Luis Ruiz Vergara

Santiago, Abril 2017

Portafolio de Inversión con Commodities. Aplicación de Value at Risk (VaR) y otras metodologías.

Resumen.

Este trabajo tiene como principales objetivos el demostrar que aquellos portafolios con commodities entregan un mayor beneficio para el inversionista, y al mismo tiempo mostrar, mediante su utilización, diferentes metodologías, que siendo algunas bastante sencillas, pueden ser de mucha utilidad. Estas metodologías se utilizan para medir la capacidad que tienen los commodities para diversificar el riesgo y de esta forma obtener mejores rentabilidades sin aumentar la volatilidad, o sea, sin aumentar el riesgo al hacer las inversiones. Los resultados determinan que los commodities muestran una buena capacidad de disminuir la volatilidad de los portafolios y permiten alcanzar un mejor desempeño.

Abstract.

The main objective of this paper is to demonstrate that these portfolios with the commodities provide a greater benefit to the investor, and at the same time to show, through their use, different methodologies, which are very simple, but also can be very useful. These methodologies are used to measure the ability of commodities to diversify risk and this way to obtain better returns without increasing the volatility, that is, without increasing the risk when making the investments. The results determine that the commodities have a good ability to reduce the volatility of the portfolios and achieve a better performance.

Tabla de contenido

I Introducción	1
II Revisión de Literatura	2
Capacidad diversificadora de los Commodities	2
Value at Risk (VaR).....	6
III Metodologías	8
Calculo de Betas	8
Calculo de Frontera Eficiente	8
Aplicación de VaR.....	9
IV Datos	11
V Resultados	13
VII Conclusiones	16
Referencias	17
Anexos	19
Anexo 1: Calculo Frontera Eficiente.....	19

I Introducción

Al entrar en mercados financieros, se sabe que la volatilidad es algo con lo que se tendrá que lidiar, algo que, aún cuando es inherente a los mercados, muchas veces se desearía no fuese así. De esto nace la necesidad de encontrar formas de medir y minimizar los riesgos asociados a esta volatilidad, y al mismo tiempo aumentar en lo posible el retorno.

Es importante contar con diferentes instrumentos que suplan esta necesidad, más allá de los clásicos. Es por esto que en este paper se busca probar una nueva forma de combatir este riesgo, los commodities, en específico commodities metálicos.

En este paper se intentará determinar, mediante distintas metodologías, la existencia de esa capacidad en algunos commodities metálicos, tanto preciosos como industriales, y también intentar medirla, para así poder reconocer cuales de estos activos serían mejores que otros en esta tarea.

Además, como se muestra a continuación, variados autores muestran las ventajas que tiene en este sentido la inclusión de commodities en los portafolios de inversión, e incluso algunos estudios que muestran lo beneficioso que esto sería para grandes inversores, como por ejemplo las AFPs en el caso de Chile.

Por otro lado, luego de indagar en la real capacidad que tiene los commodities para diversificar y alcanzar un mejor resultado del portafolio, también se probará la efectividad de la metodología de Value at Risk (VaR) para medir certeramente el riesgo asociado a estas carteras de inversión dada una volatilidad específica. Aquí la volatilidad tendrá un papel crucial ya que afecta de manera directa el cálculo de VaR.

El informe cuenta la presente introducción como sección número uno, luego, en la sección número dos, una revisión de literatura que se centra en los aspectos de este trabajo, tanto la capacidad diversificadora de los commodities, como la metodología Value at Risk. En la sección número tres se describen las metodologías utilizadas. Luego, en la sección cuatro se muestran los datos utilizados, seguidos por los resultados obtenidos, que se encuentran en la sección número cinco. Finalmente, en la sección número seis, se muestra las principales conclusiones del trabajo.

II Revisión de Literatura

Capacidad diversificadora de los Commodities

En la literatura se pueden encontrar diferentes estudios relacionados a los commodities y sus propiedades como activos de inversión. A continuación se describen algunos documentos que tratan de alguna forma este tema. Por ejemplo está Garret y Taylor (2001), que estudian los movimientos en los precios de los commodities, y también la proporción que tienen estos dentro de los portafolios de inversión óptimos. Con respecto a esto lo autores dicen que los precios de los commodities que no se relacionan unos con otros, tienden a moverse juntos, incluso después de controlar por el efecto de movimientos macroeconómicos, que anteriormente se creía era lo único que generaba movimientos conjuntos en los precios. Algo que estudian Pindyck and Rotemberg (1988) y Deb, Trivedi y Varangis (1996), llegan a la conclusión de que hay algo además de las variables macroeconómicas que gatillan estos movimientos conjuntos, en específico dicen que existen dos razones por las que puede explicar esto, la primera es que el modelo que utilizan este incompleto, algo que dudan, y la otra opción es que los actores de los mercados de commodities reaccionan en conjunto con los factores no económicos.

Según los autores el problema que enfrenta el inversionista es el hecho de maximizar su utilidad esperada, tomando un portafolio óptimo, y por ende, también la definición de este portafolio. Además dentro de su metodología no se permitió la venta corta.

En su trabajo testean tres hipótesis, y la principal hipótesis nula corresponde a que el peso dentro de la cartera de inversión de los commodities es igual a cero.

Finalmente llegan a resultados que muestran que independiente del nivel de aversión relativa al riesgo, o el horizonte de inversión, la proporción del portafolio dedicada a commodities es relativamente alta.

También dentro de este paper se habla sobre otros autores que estudian temas similares, por ejemplo, Wadhwani and Shah (1993) que se concentran en la creación de un portafolio que contenga tanto acciones, bonos, etc. y que también tuviese commodities, y en su caso llegan a que los commodities representan una gran proporción del portafolio óptimo.

Satyanarayan y Varangis (1994), se centran en la creación de portafolios que contengan tanto commodities como acciones de mercados emergentes. Ellos estudiaron el

comportamiento del portafolio óptimo, que obtuvieron mediante la resolución del problema de minimizar el desviación estándar del portafolio, y vieron que este mismo obtenía mucho mejores resultados al incluir tanto commodities como acciones de mercados emergentes, y que de hecho el portafolio de mínima varianza incluía commodities por un total de un 41.5 % del portafolio.

Otros autores que investigan este tema son Ramírez y Rodríguez (2008), que en su trabajo destacan los rendimientos que han tenido los commodities en el último tiempo, y como éstos mismos se están volviendo atractivos activos de inversión, por si mismos, y no solo por su capacidad de minimizar varianza.

Mediante la misma metodología de minimización de la desviación estándar, construyen la frontera de inversión y llegan a resultados bastante auspiciosos, pero dejan en claro que, sobre todo con este tipo de carteras que contienen solo commodities, se debe tener especial cuidado con no solo considerar resultados históricos, ya que es de suma importancia las proyecciones futuras de los precios y mantener una postura activa de inversión.

Por otro lado McCown y Zimmerman (2007) buscan encontrar la relación que existe entre el precio metales preciosos, como el oro y la plata, y el retorno del mercado, tanto estadounidense como del resto del mundo. Para esto estimaron el CAPM para el oro y la plata para el periodo ese 1970 hasta el 2006.

Sus resultados mostraron que esta estimación del modelo arrojó betas negativos para ambos metales, y además que el valor absoluto de estos betas aumenta para horizontes más largos.

Además tanto la plata como el oro mostraron habilidad para cubrirse de la inflación, la que también aumentaba para horizontes más grandes. Y los autores concluyen que la causa de los betas negativos se deben a la habilidad de los metales para cubrirse de la inflación, esto porque encontraron evidencia de que la negatividad de los betas venia dada por el periodo de la "gran inflación de los 70s".

Hillier, Draper y Faff (2006) investigan el mercado de los metales preciosos, en especial el oro, el platino y la plata en el periodo desde 1976 hasta el 2004, en especial la relación entre ellos y el mercado, interesados en medir su capacidad para diversificar.

Para realizar el estudio primero examinaron la correlación que existía entre estos metales y además la correlación con el mercado, para lo que usaron aproximación, que fueron el S&P 500 y el EAFE (Europe, Australasia and Far East), que es un índice creado para medir los resultados del mercado en mercados desarrollados, dejando fuera a Estados Unidos y Canadá.

Con este análisis encontraron que la correlación entre los 3 metales era alta, pero no lo suficientemente alta como para considerarlos equivalentes. Y con respecto al mercado, vieron que la correlación de los metales con el S&P 500 es prácticamente 0, y que al mismo tiempo, su correlación con EAFE es bastante baja, cerca de un 0.14.

Llegan a la conclusión de que el oro, la plata y el platino pueden jugar un rol diversificador dentro de portafolios, además estos metales presentan una capacidad de cobertura y esto sobre todo durante periodos de volatilidad anormal en el mercado. Y finalmente también concluyen que portafolios que incluyen una porción de oro tienen mejores resultados que aquellas que solo incluyen activos financieros.

Jaffe (1989) trata el tema de la diversificación, mediante la utilización de portafolios, y en específico, como el oro responde a esta necesidad de diversificación. En su paper Jaffe examinó la correlación entre el oro y otros activos, la relación entre el oro y la inflación, y el efecto que tiene la inclusión del oro en el desempeño de un portafolio representativo.

Al estudiar la correlación del oro con otros activos, ve que el oro no tiene, virtualmente, ninguna relación con otros activos, como acciones comunes, bonos del gobierno, bonos de empresas, etc. Solo muestra una pequeña correlación negativa con los bonos de tesoro y una correlación positiva con el índice EAFE. Esto es consistente con lo dicho por otros autores, que defienden la característica diversificadora del oro. Cuando investiga la relación del oro con la inflación, y su capacidad de cubrirse de ella mediante su utilización, mediante la utilización de regresiones, el autor llega a la conclusión de que el oro no es una buena cobertura para la inflación, aunque el autor sugiere que estos resultados se pueden explicar por la utilización de periodos cortos en la estimaciones. Finalmente al estudiar el comportamiento de los portafolios, llegó a resultados que concuerdan con los de los otros autores, viendo que al incluir oro en los portafolios, estos ven reducida su desviación estándar, y aumentado su retorno.

Conover, Jensen, Johnson y Mercer (2009) amplían algunos estudios anteriores al de ellos a otras dimensiones. En primer lugar investigan las diferencias entre invertir en metales preciosos directamente comparado con invertir indirectamente, es decir a través de acciones de empresas de metales preciosos. Además buscar ver si los beneficios de los metales preciosos son consistentes en el tiempo y si estos tienen alguna relación con la política monetaria de la Reserva Federal. También si la postura de la política monetaria ex ante puede servir como un indicador para mejorar las estrategias de inversión, específicamente en estos metales. Entre otras aplicaciones. Estos autores llegan a conclusiones similares a los anteriormente descritos, en el sentido de que aumentado la asignación a un 25% de metales dentro de un portafolio se dan mucho mejores resultados de este, en específico el retorno crece un 1.65% y la desviación estándar se ve disminuida en un 1.86%. Además encuentran evidencia de que el resultado de invertir indirectamente en metales preciosos también mejoran el desempeño del portafolio, pero bastante más que en el caso de invertir directamente.

Por otro lado, demuestran que los beneficios de incluir este tipo de metales en los portafolios son menores cuando la política de la Reserva Federal es expansiva, y bastante mayores cuando la política es restrictiva.

Mercado (2010) en su trabajo de tesis investiga sobre este tema, llegando a conclusiones consistentes con los autores, pero además agrega una aplicación especial de esta materia a las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP) chilenas. En específico al Fondo C de estas entidades, reuniendo información de los activos incluidos históricamente en este fondo, y haciendo el análisis comparativo entre el resultado obtenido por el fondo y el resultado que tendría al incluir commodities dentro del portafolio de inversión del fondo. Este punto es destacable dado que los fondos de pensiones son las instituciones inversionistas más grandes de Chile y es de suma importancia conocer y regular su funcionamiento, tal como lo dicen Romero y Laengle (2007).

Otra tesis que estudia un tema relacionado es la de Tabares, Galindo y Sánchez (2012), aunque se centra solo en el estudio del oro, y en específico para el caso de Colombia. En su trabajo encuentran relaciones como las descritas en papers de diferentes autores, con respecto a que el precio del oro es contracíclico en momentos de crisis. También hablan sobre la relación entre el precio del oro y el desempleo en ese país, encontrando que históricamente no existe una correlación positiva, pero que esta si se da en momentos de

crisis. Finalmente concluyen que para el caso de Colombia si bien no se puede asegurar que el oro funcione como refugio, tal cual como en otras economías, si se ven indicios que apoyarían esta hipótesis.

Una tercera tesis que habla sobre el tema es la de Casado, Márquez, Martín y Sarrías (2011). En su trabajo encuentran las mismas conclusiones que en otros ya descritos, pero destacan el caso particular de la plata, ya que muestran que este metal se comporta de manera muy diferente al resto de los metales estudiados. En su análisis comentan que esto puede ser debido a condiciones especiales que en el periodo de análisis afectó al mercado de la plata, en específico hablan de fuertes presiones especulativas que han llevado a distorsiones en el precio del metal, como por ejemplo la adquisición de algunas de las minas de plata más grandes del mundo, todo debido a previsiones de escasez mundial del metal.

En el paper de Stoll y Whaley (2010) se discute la idea de si invertir en commodities está influenciado por la especulación o realmente debido al afán de diversificación, se ha dicho que es especulación debido a las fuertes alzas de los precios de los commodities en los años 2007 y 2008. Finalmente concluyen que estas acusaciones son infundadas, y que en realidad los inversionistas mantienen portafolios diversificados de commodities con proporciones prescritas.

Value at Risk (VaR)

Una metodología que ha tomado fuerza desde hace ya tiempo es el Valor en Riesgo, más conocida como VaR. Esta metodología surge de la necesidad de cuantificar bajo un cierto nivel de incertidumbre, el valor de una inversión que estará en riesgo de ser perdida en un periodo de tiempo. De esta forma el VaR es definido por Jorion (2000) como *la peor pérdida que puede suceder bajo condiciones normales del mercado en un horizonte específico de tiempo a un cierto nivel de confianza*. Para ser específico, Jorion en su paper utiliza esta metodología en el análisis del caso de Long-Term Capital Management (LTCM).

En la definición recién mostrada existen elementos importantes a destacar. En primer lugar, al decir “la peor pérdida que puede suceder” vemos que se trata de un monto o porcentaje claramente cuantificable, y por lo tanto muy fácil de comprender por inversionistas por ejemplo. Luego, al decir “bajo condiciones normales del mercado” se hace referencia a que el VaR responderá optimamente bajo condiciones similares a las utilizadas para su

determinación, en específico esto hace referencia a la volatilidad. Después hace referencia a un “horizonte específico de tiempo”, esto se refiere a que se debe definir un periodo de tiempo para la estimación, esto debido a que mayor tiempo implica un mayor potencial de pérdida coincidentemente con que, como veremos más adelante, el VaR depende positivamente del periodo de tiempo definido. Finalmente “a un cierto nivel de confianza” hace referencia a que para el cálculo del VaR se debe definir cierto nivel de confianza, que corresponde al nivel de seguridad que se quiere tener en el resultado. Normalmente se utiliza un 5% de confianza en los cálculos de VaR, esto quiere decir que al realizar la estimación solo el 5% de las veces el valor del portafolio caerá por debajo del valor obtenido en el cálculo del VaR.

Varios autores han utilizado este método en sus papers como medida de riesgo y también muchos han testeado esta metodología bajo diferentes condiciones y utilizando diferentes estimaciones para la volatilidad (Fernandez 2003, Johnson 2001, Manganelli y Engle 2001, entre otros). Este aspecto, la volatilidad, es central a la hora de aplicar la metodología de VaR, ya que esta necesita este input directamente, como veremos en la siguiente sección, al describir las metodologías.

III Metodologías

Para llevar a cabo esta investigación e intentar averiguar cuáles son específicamente las implicancias de incluir commodities dentro de los activos de un portafolio de inversión utilizo tres metodologías diferentes, pero complementarias.

Calculo de Betas

En primer lugar, para medir cual es efectivamente la capacidad diversificadora de los diferentes commodities estudiados aquí, se lleva a cabo un cálculo de los betas asociados a los retornos de los commodities con respecto a diferentes mercados. De esta forma poder ver cómo se comporta el retorno de estos activos en específico con el resto del los activos del mercado, y si existe evidencia de que se muevan en forma contraria o sin ninguna relación con este. La regresion llevada a cabo para obtener estos betas es la siguiente.

$$R_{Activo} = \alpha + \beta * R_{Mercado} + \varepsilon$$

Donde R_{Activo} corresponde a la serie de retornos de lo diferentes activos, en este caso cada uno de los commodities en estudio. Luego, el $R_{Mercado}$ correponde a la serie de retornos del mercado, en este caso se utilizan indices de mercados como proxys del mercado.

Calculo de Frontera Eficiente

Por otro lado, también se utiliza una metodología para mostrar gráficamente cuales serian las consecuencias de incluir commodities en un portafolio, para esto se eligió la construcción de la frontera de oportunidades de inversión, que muestra en un grafico con desviación estándar en el eje x y retorno en el eje y, aquellos portafolios que entregan la menor volatilidad, dado un nivel de rentabilidad, o bien, en la parte eficiente de la frontera, a aquellas combinaciones de activos o portafolios que entregan la mayor rentabilidad posible dado un nivel de volatilidad. Para la realización de esta frontera se utilizaron retornos calculados como logaritmo natural, y al mismo tiempo no se permitió la venta corta de activos en las simulaciones de los portafolios.

Cada uno de los puntos de la frontera se obtuvieron mediante la metodologia entregada en el capitulo 7 del libro Intermediate Financial Theory, Danthine & Donaldson (2005). Esta metodología consiste en generar un una ecuación que entrega los pesos relativos de cada uno de los activos disponibles para invertir en ellos, y que recibe como input la rentabilidad

esperada del portafolio, y parametros costruidos a partir de la matriz de varianza y covarianzas de los activos, entre otros.

$$W_{portafolio} = \vec{g} + \vec{h} * E(R_{portafolio})$$

Donde $W_{portafolio}$ corresponde al vector de pesos relativos de los activos dentro del portafolio. g y h son vectores de construcción y finalmente $E(R_{portafolio})$ corresponde al retorno esperado del portafolio. Los vectores de construcción corresponden a:

$$\vec{g} = \left(\frac{1}{d}\right) + (b * Cov^{-1} * \vec{1}) - a * (Cov^{-1} * \vec{r})$$

$$\vec{h} = \left(\frac{1}{d}\right) + (c * Cov^{-1} * \vec{r}) - a * (Cov^{-1} * \vec{1})$$

$$a = \vec{1} * Cov^{-1} * \vec{r}$$

$$b = \vec{r} * Cov^{-1} * \vec{r}$$

$$c = \vec{1} * Cov^{-1} * \vec{1}$$

$$d = b + c - a^2$$

Donde Cov^{-1} corresponde a la inversa de la matriz de varianza y covarianzas, \vec{r} es el vector de retornos de los activos y $\vec{1}$ es un vector de unos. De esta forma se consigue el punto en la frontera eficiente que corresponde a un cierto nivel de rentabilidad. El detalle de los datos utilizados para esta metodología se encuentra en anexos.

Aplicación de VaR

Luego de esto se aplicará la metodología de VaR, como se había comentado anteriormente. La formula de VaR es la que sigue:

$$VaR = \alpha * \sigma_p * P_0$$

Donde α corresponde al nivel de confianza, σ corresponde a la desviación estandar del portafolio, y finalmente P_0 corresponde al valor del portafolio en el momento del estudio.

Esta metodología nos permite conocer, aplicando dicha formula, el valor y parte del portafolio de inversion que se arriesga a perder. Planteado de otra forma:

$$prob [dW_t \leq VaR_t | \Omega_t] = 1 - \alpha$$

Donde dW_t corresponde a la variación a la baja en el periodo t en el monto invertido, Ω_t corresponde al conjunto de información disponible en el momento t, y α el nivel de confianza.

Para completar y complejizar ligeramente la herramienta de VaR se puede utilizar un modelo GARCH (1,1) para el calculo de uno de sus componenetes, la volatilidad, expresada en el calculo del VaR como la desviación estandar del portafolio. La formula para el modelo GARCH (1,1) es la siguiente:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha r_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

$$con \gamma + \alpha + \beta = 1$$

Donde σ_n^2 corresponde a la varianza determinada mediante el modelo, V es el promedio de la varianza a largo plazo, r_{n-1}^2 el retorno al cuadrado a largo plazo y σ_{n-1}^2 es la varianza del periodo anterior.

IV Datos

Dado que se llevan a cabo distintas metodologías para la investigación de este tema, también se utilizan estructuras de datos distintas, una para cada metodología utilizada. En primer lugar para el cálculo de los betas con respecto al mercado se utilizan las siguientes series de datos:

IPSA Index		SPX Index	
Gold	Silver	Platinum	Copper

Las series IPSA Index y SPX Index, corresponden a retornos de los índices IPSA y S&P 500, respectivamente. Mientras que las series Gold, Silver, Patinum y Copper, corresponden a los retornos dados los precios de los metales preciosos: Oro, Plata y Platino, y del metal industrial Cobre, respectivamente. Cada serie de datos, tanto de índices como activos, contiene retornos diarios desde Enero del 2000 hasta Junio 2016.

Por otro lado, para la construcción de la frontera eficiente de oportunidades de inversión se utilizaron las siguientes series de datos:

Acciones Pertenecientes al IPSA			
Gold	Silver	Platinum	Copper

En este caso para las acciones pertenecientes a IPSA, la serie corresponde a retornos semanales de 38 de las 40 acciones pertenecientes al Índice de Precios Selectivo de Acciones, la accion restante no fue incluida, debido a que no tenía la totalidad de datos necesarios. Por otro lado Gold, Silver, Patinum y Copper, aún cuando corresponden a los mismos mentales, ahora los retornos utilizados corresponden a retornos semanales. Para esta metodología las series comprenden un periodo desde Junio del 2011 hasta Junio del 2016.

Para poder ilustrar que tan similares son los comportamientos de los commodities incluidos en esta investigación a continuación se muestra una tabla con los coeficientes de correlación entre ellos.

	XAU Curncy	XAG Curncy	XPT Curncy	LMCADY Comdty
XAU Curncy	1	0,688411278	0,436492602	0,299601604
XAG Curncy	0,688411278	1	0,407652387	0,411287116
XPT Curncy	0,436492602	0,407652387	1	0,253996665
LMCADY Comdty	0,299601604	0,411287116	0,253996665	1

Como se puede ver en la tabla los activos que más se parecen son el oro y la plata, lo que es algo bastante esperable tomando en cuenta que ambos metales son los metales preciosos por excelencia presentes en el mercado. Por el otro lado, aquellos que menos se parecen son el oro con el cobre, lo que también es esperable dado que uno es un metal precioso y el otro un metal industrial, y yendo mas allá, el oro es un metal precioso que sirve para cubrirse del riesgo, mientras por otro lado, el cobre es un metal industrial que por lo general se mueve con el mercado.

V Resultados

Llevando a cabo las regresiones necesarias para conseguir los diferentes betas se llega a los siguientes resultados.

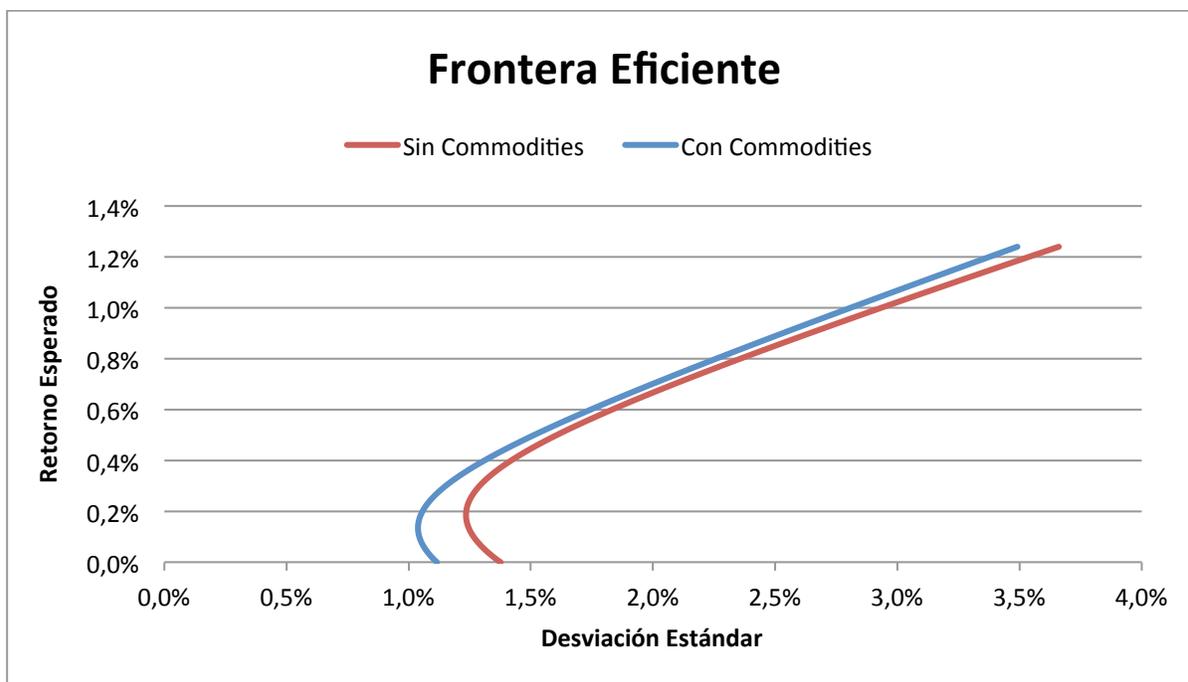
	Oro	Plata	Platino	Cobre
Constante	0,0004 (2,06)	0,0003 (0,95)	0,0002 (0,81)	0,0002 (0,77)
S&P	-0,039032 (-2,81)	0,110898 (4,71)	0,095941 (5,31)	0,374318 (18,51)
Constante	0,0003 (2,00)	0,0002 (0,75)	0,0001 (0,64)	0,0001 (0,34)
IPSA	0,0223597 (0,21)	0,238825 (8,01)	0,154183 (0,01)	0,468562 (18,20)

Como se puede ver, en cualquier caso el Oro es el metal que mayor capacidad diversificadora presenta, debido a sus betas cercanos a cero, y de hecho en el caso del S&P 500 el beta resulta ser negativo, lo que le da la capacidad diversificadora que se busca, y en el caso de IPSA, el beta no es significativo, por lo que podría incluso ser igual a cero.

En cuanto a capacidad diversificadora le seguiría el Platino, luego la Plata y finalmente el Cobre. Que este último sea el que presente menor capacidad para diversificar, es decir, que tenga el beta más alto, no es algo sorprendente, debido a que este metal es altamente utilizado en las industrias, por lo que tiene mucho sentido que sea procíclico, y que por lo tanto se mueva junto al mercado.

Aún cuando estos resultados muestran un potencial diversificador de algunos metales en estos mercados, tampoco es una prueba concluyente de que esto sea efectivamente así, ya que lo ideal para llevar a cabo una diversificación perfecta es que el beta del activo sea negativo, lo que en este caso solo se podría dar para el caso del Oro en el mercado americano, dado que ya que el intervalo de confianza al 95% de la estimación de ese beta incluye tanto números positivos como negativos.

Ahora, al llevar a cabo las optimizaciones para crear la frontera de oportunidades de inversión llegamos al resultado que se muestra en el gráfico a continuación.



Como se logra ver en el gráfico existe una clara ventaja al incluir los commodities en las posibles carteras de inversión, ya que para cada rentabilidad esperada, existe un portafolio con commodities que supera a su par sin commodities, esto es, presentando una volatilidad menor.

También vemos que esta ventaja se acentúa a medida que nos acercamos al portafolio de mínima varianza, que es donde parte la frontera eficiente. Y específicamente en el caso de estos portafolios vemos que sus condiciones son las siguientes.

	C/ Commodities	S/ Commodities
Desv. Estándar	1.03%	1,24%
Retorno Esperado	0.13%	0.19%

Y como se ve, queda bastante claro lo antes descrito, ya que se ve una clara diferencia entre ambos portafolios, donde el portafolio que contiene commodities entrega un mayor retorno por cada unidad de volatilidad.

Ahora, siguiendo con nuestro análisis se aplicará la metodología del VaR, estimando la volatilidad mediante un modelo GARCH (1,1), para comparar diferentes potafolios, con la unica diferencia de uno contendrá commodities y el otro no.

Para realizar este procedimiento se escogieron dos potafolios con un mismo retorno esperado, en especifico un retorno del 0,6%, y tal como se dijo, solo difieren en que uno incluye commodities y el otro no, y aplicamos la metodología de VaR descrita anteriormente,

$$VaR = \alpha * \sigma_p * P_0$$

Donde α corresponde al nivel de confianza, que para los calculos se consideró igual al 5%, σ corresponde a la desviación estandar del potafolio, calculada mediante un modelo GARCH (1,1), y finalmente P_0 corresponde al valor del potafolio en el momento del estudio, que para terminos practicos asumiremos es igual a \$ 20.000.000 en $t = 0$.

Los resultados del calculo de VaR para ambos potafolios se muestra a continuación:

$$VaR_{sin\ comm.} = 0,05 * 0,615\% * 20.000.000$$

$$VaR_{sin\ comm.} = 6.150,06$$

$$VaR_{con\ comm.} = 0,05 * 0,59\% * 20.000.000$$

$$VaR_{con\ comm.} = 5.902,04$$

Como vemos, una vez más el potafolio que incluye commodities muestra una ventaja por sobre el resto, ya que el valor que esta en riesgo en el potafolio que contiene commodities es menor al valor en riesgo correspondiente al potafolio que no contiene commodities.

VI Conclusiones.

En este trabajo se pretendía llevar cabo un análisis de las diferencias que presentan los portafolios al incluir o no commodities dentro de los activos de inversión. Se vió que bajo diferentes metodologías se da una clara diferencia al incluir commodities en los portafolios de inversión. En primer lugar se mostró la baja relación que tienen algunos commodities con el mercado, muestra de su capacidad de diversificar riesgo. También se ve que al incluir commodities en los portafolios de inversión se pueden alcanzar los mismos niveles de rentabilidad esperada, pero con un riesgo, representado por la desviación estándar, menor. Otro aspecto importante a destacar es que se mostró que la pérdida posible esperada, representada por el cálculo de VaR, es menor en el caso de portafolios que incluyen commodities, para un mismo nivel de retorno esperado.

Finalmente, como conclusión general de este trabajo se puede decir que los commodities sí representan una ventaja al integrarlos dentro de las carteras de los inversionistas. Y que en definitiva la inclusión de estos dentro de los portafolios les permite a sus dueños el obtener el mismo o mayor retorno asumiendo una volatilidad menor, y por tanto, también un riesgo menor.

Referencias

- Casado, F., Márquez, L., Martín, B. and Sarrías R. (2011). "Los commodities como instrumento de inversión". Máster en Mercados Financieros. IDEC – UPF. 59p.
- Conover, C. M., Jensen, G. R., Johnson, R. R., and Mercer, J. M. (2009). "Can Precious Metals Make Your Portfolio Shine?" *The Journal of Investing*, 18, 1:75-86
- Deb, P., Trivedi, P. and Varangis, P. (1996). "The Excess Comovement of Commodity Prices Reconsidered", *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 11, pp. 275-291.
- Danthine, J. and Donaldson J. (2005). "Intermediate Financial Theory". Second Edition. Elsevier, pp. 392.
- Fernandez, V. (2003). "Extreme Value Theory and Value at Risk". *Revista de análisis económico*, Vol. 18, Nº 1, pp. 57-85.
- Garret, I. and Taylor, N. (2001). "Portfolio Diversification and Excess Comovement in Commodity Prices". *The Manchester School*, Vol. 69, no. 4: 351-368.
- Hillier, D., Draper, P. and Faff, R. 2006. "Do Precious Metals Shine? An Investment Perspective". *Financial Analysts Journal*, Vol. 62, no. 2: 98-106.
- Jaffe, J.F. 1989. "Gold and Gold Stocks as Investments for Institutional Portfolios" *Financial Analysts Journal*, vol. 49, no. 2 (March/April):53-59.
- Johnson, C. (2001). "Value At Risk: Teoría Y Aplicaciones". *Estudios de Economía*, Vol. 28, Nº 2, Diciembre 2001. Pp. 217-247.
- Jorion, P. (2000). "Risk Management Lessons from Long-Term Capital Management". *European Financial Management* 6, September 2000. 277-300.
- Manganelli, S. and Engle, R. (2001). "Value at risk models in finance". Working paper series, Nº 75. European Central Bank.
- Mccown, J., Zimmerman, J. (2007). "Analysis of the Investment Potencial and Inflation-Hedging Ability of Precious Metals".

Mercado, J. (2010). "Características de los commodities como activos de inversión y su impacto en el bienestar de un inversionista". Memoria para optar al título de ingeniero civil industrial, Universidad de Santiago de Chile 82p.

Pindyck, R. and Rotemberg, J. (1990). "The Excess Comovement of Commodity Prices", *Economic Journal*, Vol. 100, pp. 1173-1189.

Ramírez C. and Rodríguez J. (2008) "Estructuración de un portafolio de inversión en commodities agrícolas y metales" *Revista Soluciones de Postgrado EIA*, Número 2. p. 69-78. Medellín. Junio de 2008.

Romero-Meza, R. and Laengle, S. 2007. "Una Aplicación de una Medida de Riesgo Coherente para las AFP en Chile". *Revista Economía y Administración*. Mayo/Junio 2007. 49-56.

Satyanarayan, S. and Varangis, P. (1994). "An Efficient Frontier for International Portfolios with Commodity Assets", Working Paper, Policy Research, International Economics Department, The World Bank.

Stoll, H. R., and Whaley R. E. (2010) "Commodity index investing and commodity futures prices." *Journal of Applied Finance* 20.1: 7-46.

Tabares, J., Galindo, D. and Sánchez, N. (2012). "Análisis del oro como activo de inversión en tiempos de crisis en Colombia". Trabajo de grado para optar por el título de especialista en Finanzas y Mercado de Capitales. Universidad de la Sabana. 66p.

Wadhvani, S. and Shan, M. (1993). "Commodities and Portfolio Performance". Working Paper, Goldman Sachs Portfolio Strategy.

Anexos

Anexo 1: Calculo Frontera Eficiente.

Recordemos que se utilizó la metodología explicada en el libro de Danthine & Donaldson (2005). Intermediate Financial Theory. Second Edition. Elsevier. En línea con esto, los datos utilizados fueron los siguientes.

Para la frontera sin commodities:

a	12,15619
b	0,11619
c	6561,38012
d	614,60212

\vec{g}	\vec{h}	$\vec{g} + \vec{h}$
0,081731339	10,58442722	10,66615856
0,114109453	3,030700431	3,144809884
0,078568221	-27,82119339	-27,74262517
0,101631656	6,162292309	6,263923964
0,006475808	24,36819452	24,37467033
0,004931626	-3,758338269	-3,753406642
0,07965167	-2,952091189	-2,872439519
-0,018514942	-24,22524564	-24,24376058
0,000851537	16,59137634	16,59222788
-0,008146954	-18,02541438	-18,03356133
0,026719562	-12,41498841	-12,38826885
0,068000324	25,1465292	25,21452953
0,03491511	13,95376126	13,98867637
-0,044369223	10,86533842	10,8209692
0,028386083	-21,16220302	-21,13381694
-0,000769226	-1,477109983	-1,477879209
0,036493292	14,81137515	14,84786844
0,113296567	-27,33379483	-27,22049826
-0,034877136	-23,60657965	-23,64145679
-0,083852447	10,33169123	10,24783879
-0,047664748	-9,02214836	-9,069813107
0,036261205	-9,104223855	-9,067962649
-0,062314468	22,71943937	22,6571249
0,055643187	6,855492847	6,911136034

0,079339962	2,602806275	2,682146238
0,238868114	9,713388386	9,9522565
0,035256796	-0,771536549	-0,736279753
0,022304351	-26,83281692	-26,81051257
-0,095599683	26,60103726	26,50543758
0,030066263	1,536068051	1,566134313
-0,00447917	12,09278707	12,0883079
-0,042772386	11,45586033	11,41308794
0,033511722	-29,75836668	-29,72485496
0,08382534	-5,538437289	-5,454611949
-0,04720077	16,54864246	16,50144169
0,024135006	-0,813678711	-0,789543705
-0,043184599	3,146744434	3,103559835
0,118771556	-4,499785446	-4,38101389

Luego para la frontera con commodities:

a	12,50476
b	0,12679
c	9280,54439
d	1020,3799

\vec{g}	\vec{h}	$\vec{g} + \vec{h}$
0,054558286	15,50124511	15,5558034
0,091470097	3,466423061	3,557893158
0,07126872	-21,08359004	-21,01232132
0,08125482	7,537092329	7,618347149
-0,002361557	26,11144122	26,10907967
0,013978929	-6,376232102	-6,362253173
0,054457035	-0,137997561	-0,083540525
-0,011512577	-25,77760989	-25,78912246
0,015599872	12,34464567	12,36024554
0,000468106	-16,39934535	-16,39887725
0,040165329	-12,85574487	-12,81557954
0,040470334	26,43155095	26,47202128
0,018263947	11,57661731	11,59488125
-0,004778812	3,385043187	3,380264375
0,030875784	-17,39705609	-17,3661803
-0,013894287	-0,351560203	-0,36545449

0,022757328	12,96430006	12,98705739
0,064088942	-20,92235062	-20,85826168
-0,023561993	-22,44989787	-22,47345987
-0,098587002	17,34216357	17,24357656
-0,013632801	-15,11838696	-15,13201976
0,02970667	-8,86673365	-8,83702698
-0,056671612	22,91996291	22,86329129
0,044546665	6,672373647	6,716920312
0,036473709	8,631599226	8,668072936
0,141736742	24,55651158	24,69824832
0,027372342	-0,675939523	-0,648567181
-0,015143173	-19,67763986	-19,69278304
-0,069380548	26,56134646	26,49196592
-0,012883702	6,310393319	6,297509617
-0,000928451	12,93078906	12,92986061
-0,011553685	8,148203806	8,136650121
0,001647833	-24,05580843	-24,05416059
0,032330031	0,54081069	0,573140721
-0,007590543	12,31454598	12,30695544
0,01579889	1,949400179	1,965199069
-0,051989873	3,093077297	3,041087424
0,077837459	-3,339672816	-3,261835357
0,400768124	-1,121978829	-0,721210705
-0,170052734	8,931508658	8,761455925
0,023129218	-35,57207612	-35,5489469
0,133498136	-28,04142449	-27,90792636