



**“IMPACTO DE LA EVALUACIÓN DE LA  
OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL EN  
OPERACIONES CONSIDERANDO  
INCERTIDUMBRES DE CORTO Y LARGO  
PLAZO COMO VARIABLES DE DECISIÓN”**

**TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN ADMINISTRACIÓN**

**Alumno: Carlos Eduardo Hinrichsen Picand  
Profesor Guía: Juan Pablo Torres Cepeda**

**Santiago, Julio de 2017**

## DEDICATORIA

Para Adriana, Catalina,  
Eduardo y Karl

## ÍNDICE GENERAL

|  |            |
|--|------------|
| <b>RESUMEN.....</b>  | <b>VII</b> |
| <b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>                                  | <b>1</b>   |
| 1.1 MOTIVACIÓN.....  | 1          |
| 1.2 HIPÓTESIS .....  | 2          |
| 1.3 OBJETIVOS .....  | 3          |
| 1.4 METODOLOGÍA .....  | 3          |
| 1.5 ESTRUCTURA DE LA TESIS .....                             | 4          |
| <b>2. MARCO TEÓRICO.....</b>                                 | <b>5</b>   |
| 2.1 INVERSIÓN BAJO INCERTIDUMBRE.....                        | 5          |
| 2.1.2 Metodologías de Evaluación .....                       | 6          |
| 2.2 INCERTIDUMBRE EN PRECIOS .....                           | 7          |
| 2.2.1 Precio de Corto Plazo (o <i>spot</i> ).....            | 9          |
| 2.2.2 Precio de Largo Plazo.....                             | 10         |
| 2.3 INCERTIDUMBRE EN COSTOS OPERACIONALES .....              | 11         |
| 2.3.1 Precio de los Insumos .....                            | 11         |
| 2.3.2 Productividad de los Insumos.....                      | 12         |
| 2.4 OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL.....                           | 12         |
| 2.5 <i>TIMING</i> DE INVERSIÓN (O DESINVERSIÓN).....         | 15         |
| <b>3. METODOLOGÍA .....</b>                                  | <b>16</b>  |
| 3.1 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA .....                            | 16         |
| 3.2 MUESTRA Y RECOLECCIÓN DE DATOS .....                     | 17         |
| 3.2.1 Precio del Cobre .....                                 | 18         |
| 3.2.2 Costos Operativos.....                                 | 19         |
| 3.2.3 Otros Datos Relevantes .....                           | 20         |
| 3.3 VARIABLES .....  | 21         |
| 3.3.1 Precio del Cobre de Corto Plazo (o <i>spot</i> ) ..... | 21         |
| 3.3.2 Precio del Cobre de Largo Plazo .....                  | 24         |
| 3.3.3 Costos Operativos.....                                 | 28         |
| 3.4 IDENTIFICAR LAS OPCIONES REALES A EVALUAR.....           | 31         |
| 3.5 CONSTRUCCIÓN DE LOS ÁRBOLES ESTRATÉGICOS.....            | 32         |
| 3.6 DETERMINAR CONDICIONES QUE GATILLAN OPCIONES .....       | 34         |
| 3.6.1 Opción de Reapertura .....                             | 36         |
| 3.6.2 Opción de Cierre Temporal .....                        | 37         |
| 3.7 RESOLUCIÓN DE LOS ÁRBOLES ESTRATÉGICOS .....             | 40         |
| 3.7.1 Opción de Reapertura .....                             | 40         |
| 3.7.2 Opción de Cierre Temporal .....                        | 41         |
| 3.8 VALOR DE LA OPCIÓN.....                                  | 42         |
| 3.8.1 Opción de Reapertura .....                             | 42         |
| 3.8.2 Opción de Cierre Temporal .....                        | 43         |
| <b>4. RESULTADOS.....</b>                                    | <b>45</b>  |
| 4.1 CONDICIONES QUE GATILLAN OPCIONES .....                  | 45         |
| 4.1.1 Opción de Reapertura .....                             | 45         |
| 4.1.2 Opción de Cierre Temporal .....                        | 46         |
| 4.2 VALOR ESPERADO DEL VAN DE LOS NODOS DE OPCIÓN .....      | 49         |
| 4.2.1 Opción de Reapertura .....                             | 49         |

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 4.2.2     | Opción de Cierre Temporal .....  | 50        |
| 4.3       | ÁRBOLES ESTRATÉGICOS .....   | 52        |
| 4.3.1     | Árbol Estratégico con Precio del Cobre de Corto Plazo como Variables de Decisión .....         | 52        |
| 4.3.2     | Árbol Estratégico con Precio del Cobre de Corto y Largo Plazo como Variables de Decisión ..... | 53        |
| 4.4       | VALOR DE LA OPCIÓN.....  | 54        |
| 4.4.1     | Opción de Reapertura.....  | 54        |
| 4.4.2     | Opción de Cierre Temporal .....  | 55        |
| 4.5       | PÉRDIDA DE VALOR SUJETA A PRODUCCIÓN .....   | 56        |
| <b>5.</b> | <b>CONCLUSIONES .....</b>  | <b>58</b> |
| 5.1       | LIMITACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....   | 59        |
| 5.2       | IMPLICANCIAS.....  | 60        |
| <b>6.</b> | <b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>   | <b>62</b> |
| <b>7.</b> | <b>ANEXOS .....</b>  | <b>67</b> |
|           | ANEXO 1. PROGRAMACIÓN DINÁMICA Y ANÁLISIS DE ACTIVOS CONTINGENTES.....                         | 67        |
|           | ANEXO 2. PROCESO ESTÁNDAR GAUSS-WIENER.....  | 69        |
|           | ANEXO 3. REGRESIÓN PRECIOS HISTÓRICOS DEL COBRE (2016 CUS\$/LB) .....                          | 70        |
|           | ANEXO 4. CUANTIFICACIÓN PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE (2016 CUS\$/LB).....                   | 74        |
|           | ANEXO 5. REGRESIÓN COSTOS OPERACIONALES PROMEDIO (2016 CUS\$/LB) .....                         | 75        |

## ÍNDICE DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| TABLA 1. PRECIOS HISTÓRICOS DEL COBRE (2016 CUS\$/LB).....  | 18 |
| TABLA 2. ESTADÍSTICOS PRECIOS HISTÓRICOS DEL COBRE.....   | 19 |
| TABLA 3. PRECIO DEL COBRE Y COSTOS OPEATIVOS PROMEDIO. ....   | 20 |
| TABLA 4. ESTADÍSTICOS PRECIO DEL COBRE Y COSTOS OPERATIVOS PROMEDIO... ..   | 20 |
| TABLA 5. PARÁMETROS DERIVADOS REGRESIÓN PRECIOS DEL COBRE.....  | 24 |
| TABLA 6. ESTIMACIÓN PRECIOS DE LARGO PLAZO DEL COBRE (2016 CUS\$/LB). ....  | 26 |
| TABLA 7. PARÁMETROS DISTRIBUCIÓN PRECIOS DE LARGO PLAZO DEL COBRE. ....   | 26 |
| TABLA 8. PARÁMETROS REGRESIÓN COSTOS OPERATIVOS. ....   | 29 |
| TABLA 9. VALOR ESPERADO DEL VAN DEL NODO DE OPCIÓN DE REAPERTURA R6.50  |    |
| TABLA 10. VALOR ESPERADO DEL VAN DEL NODO DE OPCIÓN DE CIERRE<br>TEMPORAL C1 (PRECIO DEL COBRE DE CORTO PLAZO COMO VARIABLE DE<br>DECISIÓN). ....           | 50 |
| TABLA 11. VALOR ESPERADO DEL VAN DEL NODO DE OPCIÓN DE CIERRE<br>TEMPORAL C1 (PRECIO DEL COBRE DE CORTO Y DE LARGO PLAZO COMO<br>VARIABLE DE DECISIÓN)..... | 51 |
| TABLA 12. VALOR DE LA OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL PARA ÁRBOLES<br>ESTRATÉGICOS DESARROLLADOS. ....  | 55 |
| TABLA 13. PRODUCCIÓN DE COBRE FINO DE CODELCO EN 2015. ....   | 56 |
| TABLA 14. PÉRDIDA POTENCIAL TOTAL (MMUS\$). ....  | 56 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 1. CURVAS OFERTA-DEMANDA PARA EL PRECIO DE CORTO PLAZO. ....   | 9  |
| FIGURA 2. CURVAS OFERTA-DEMANDA PARA EL PRECIO DE LARGO PLAZO. ....   | 10 |
| FIGURA 3. PRECIO HISTÓRICO DEL COBRE (2016 CUS\$/LB).....   | 18 |
| FIGURA 4. PRECIO HISTÓRICO DEL COBRE Y COSTOS OPERATIVOS PROMEDIO (2016<br>CUS\$/LB).....                         | 19 |
| FIGURA 5. SIMULACIÓN PRECIO DEL COBRE (2016 CUS\$/LB). ....   | 24 |
| FIGURA 6. ESTIMACIÓN PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE (2016 CUS\$/LB).....   | 25 |
| FIGURA 7. FUNCIÓN DENSIDAD PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE (2016<br>CUS\$/LB).....                                | 27 |
| FIGURA 8. FUNCIÓN DISTRIBUCIÓN PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE (2016<br>CUS\$/LB).....                            | 27 |
| FIGURA 9. SIMULACIÓN PRECIO DEL COBRE Y COSTOS OPERATIVOS (2016 CUS\$/LB).<br>.....                               | 30 |
| FIGURA 10. SIMULACIÓN PRECIO DEL COBRE Y COSTOS OPERATIVOS CON $\beta_0$ (2016<br>CUS\$/LB).....                  | 31 |
| FIGURA 11. ÁRBOL ESTRATÉGICO A RESOLVER.....  | 33 |
| FIGURA 12. CONDICIONES DE GATILLO CON DOS VARIABLES DE DECISIÓN.....  | 35 |
| FIGURA 13. RECTA DE INDIFERENCIA OPCIÓN DE REAPERTURA. ....   | 37 |
| FIGURA 14. PRECIO DE GATILLO OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL. ....  | 38 |
| FIGURA 15. RECTA DE INDIFERENCIA OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL.....   | 39 |
| FIGURA 16. RECTA DE INDIFERENCIA OPCIÓN DE REAPERTURA R6.....   | 45 |
| FIGURA 17. PRECIO DE GATILLO OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL C1.....  | 47 |
| FIGURA 18. RECTA DE INDIFERENCIA OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL C1. ....   | 48 |
| FIGURA 19. ANÁLISIS CONJUNTO OPCIÓN DE CIERRE TEMPORAL C1. ....   | 49 |
| FIGURA 20. ÁRBOL ESTRATÉGICO RESUELTO PRECIO DEL COBRE DE CORTO PLAZO<br>COMO VARIABLE DE DECISIÓN. ....          | 53 |
| FIGURA 21. ÁRBOL ESTRATÉGICO RESUELTO PRECIO DEL COBRE DE CORTO Y<br>LARGO PLAZO COMO VARIABLES DE DECISIÓN. .... | 54 |
| FIGURA 22. <i>TEST</i> RAÍZ UNITARIA PRECIO DEL COBRE. ....   | 70 |
| FIGURA 23. <i>TEST</i> DE SIGNIFICANCIA PRECIO DEL COBRE. ....  | 71 |
| FIGURA 24. CORRELOGRAMA PRECIO DEL COBRE. ....  | 72 |
| FIGURA 25. <i>TEST</i> CUSUM PRECIO DEL COBRE.....  | 73 |
| FIGURA 26. <i>TEST</i> CUSUM <sup>2</sup> PRECIO DEL COBRE. ....  | 73 |
| FIGURA 27. <i>TEST</i> KOLMOGOROV-SMIRNOV PRECIO DE LARGO PLAZO DEL COBRE. 74                                     |    |
| FIGURA 28. <i>TEST</i> RAÍZ UNITARIA COSTOS OPERACIONALES. ....   | 75 |
| FIGURA 29. <i>TEST</i> DE SIGNIFICANCIA COSTOS OPERATIVOS. ....   | 76 |
| FIGURA 30. CORRELOGRAMA COSTOS OPERATIVOS. ....   | 76 |
| FIGURA 31. <i>TEST</i> CUSUM COSTOS OPERATIVOS.....   | 77 |
| FIGURA 32. <i>TEST</i> CUSUM <sup>2</sup> COSTOS OPERATIVOS.....  | 77 |

## RESUMEN

En minería, las decisiones de cierre temporal de operaciones toman en cuenta expectativas de corto plazo como el precio del *commodity* actual, y así entender las implicancias que tiene dicho precio en los flujos de caja esperados en el corto plazo. Las expectativas de largo plazo en minería tienen implicancias directas sobre el valor económico de una compañía minera (afectando el análisis sobre qué parte del yacimiento minero es económicamente explotable), entonces ¿por qué no se toman en consideración variables de corto y de largo plazo a la hora de decidir el cierre temporal de una operación? El hecho de no hacerlo podría tener implicancias como la de cerrar temporalmente la operación antes de tiempo, repercutiendo en pérdidas de valor de la compañía en el largo plazo.

El presente trabajo de tesis corresponde a la evaluación de las opciones de cierre temporal y reapertura de un proyecto minero, evaluado a 10 años a través de la metodología de las Opciones Reales, considerando dos casos de evaluación: el primero tomando el precio de corto plazo como variable de decisión para el cierre temporal, y el segundo tomando el precio de corto y largo plazo como variables de decisión para el cierre temporal. Las incertidumbres consideradas y cuantificadas fueron el precio de corto plazo modelado a través de un Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media, el precio de largo plazo modelado a través de una distribución LogNormal, y los costos operativos modelados a través de un proceso estocástico autorregresivo de orden 2.

A través de la resolución de los Árboles Estratégicos utilizando Programación Dinámica, se muestra que las condiciones que gatillan el cierre temporal de operaciones cambian si se considera el precio de corto plazo como variable de decisión en vez del precio de corto y de largo plazo como variables de decisión. Estas condiciones que difieren en los dos casos evaluados, muestran que existe una pérdida de valor en margen operacional que podría llevar a tener pérdidas millonarias para una operación, asimismo como una disminución en el valor de las opciones evaluadas cuando se considera únicamente el precio de corto plazo como variable de decisión. Por ejemplo, en el caso de una operación del tamaño de Chuquicamata, se podrían perder 13,4 millones de dólares en 10 años, sólo por el hecho de tener una deficiente política de cierre temporal de operaciones.

De esta forma, se alcanzan los objetivos planteados, asimismo como la comprobación de la hipótesis, que planteaba que considerar sólo variables de decisión de corto plazo para evaluar el cierre temporal de operaciones, en vez de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo, conlleva a una pérdida del valor económico en un proyecto minero.

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Motivación

A lo largo de la historia se han vivido distintos tipos de crisis económicas, donde en la última década destacan la crisis subprime de Estados Unidos en 2008, la crisis española, y más últimamente la crisis de los *commodities* desde el año 2014. La relevancia de este tipo de crisis mundiales es que han tenido fuertes repercusiones, desde la pérdida de las pensiones de las personas hasta la postergación de inversiones y cierre de negocios en diversas industrias.

Con respecto a la crisis de los *commodities*, las implicancias han venido desde el despido masivo de empleados hasta el cierre de operaciones. En relación al despido de empleados destaca el caso de Anglo American, con más de 6.000 empleados despedidos a nivel mundial, además del despido de más de 55.000 trabajadores directos (Minería Chilena, 2016, y Duna, 2016).

Por otro lado, la crisis ha tenido los efectos de cierres parciales de operaciones hasta venta de activos mineros por parte de distintas compañías de Gran Minería, donde de acuerdo a Sonami (2014), Gran Minería se refiere a sectores con una extracción sobre 3.000.000 de toneladas por año. En minería del cobre, en Chile destaca el cierre temporal y venta de Minera Michilla de Antofagasta Minerals a Haldeman Mining Company S.A. (Antofagasta Minerals, 2016), y la venta de Cerro Colorado de BHP Billiton (Minería Chilena, 2017).

Como es de esperarse, las decisiones de cierre temporal de operaciones toman en cuenta consideraciones de corto plazo.<sup>1</sup> Es decir, en épocas de crisis los inversionistas observan las actuales condiciones técnicas y/o de mercado asociadas a la operación, como el precio del *commodity* mineral, y tratan de entender las implicancias que tienen dichas condiciones en los flujos de caja del año en curso o del próximo año, para determinar si es o no beneficioso el cierre.

Esta discusión es relevante, porque las decisiones de inversión en minería consideran variables de decisión tanto de corto plazo como de largo plazo, no únicamente de corto plazo. En este sentido, la decisión de inversión toma en cuenta distintos parámetros, dentro de los que destacan el precio del *commodity* mineral de corto plazo (o *spot*) y de largo plazo.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Cierre temporal de operaciones se refiere al cierre tomando en cuenta que en el futuro pueda reabrirse la operación si las condiciones de técnicas y/o de mercado lo ameritan.

<sup>2</sup> Para mayor detalle de estos precios, revisar Capítulo 2.

En particular, el precio de largo plazo está íntimamente ligado con el valor de una compañía minera. Esto, debido a que el valor de una compañía minera depende necesariamente del recurso que se va a explotar. Durante el proceso de planificación minera, el plan de producción se determina tomando en cuenta distintos tipos de parámetros, siendo uno de los más relevantes el precio de largo plazo. Es decir, el nivel del precio de largo plazo tendrá implicancias sobre cuál es el mineral económicamente explotable y cuál no, y así determinar cuándo y cómo explotar el recurso (Stermole & Stermole, 2014; Tilton & Guzmán, 2016).

Si el precio de largo plazo tiene implicancias directas sobre el valor económico de una compañía minera, entonces ¿por qué no se considera como una variable de decisión adicional a la hora de decidir el cierre temporal de una operación? El hecho de no considerarla podría tener implicancias como la de cerrar temporalmente la operación antes de tiempo, lo que podría repercutir en pérdidas de valor de la compañía en el largo plazo dado que la operación podría reabrirse cuando las condiciones de mercado mejoren.

En la actualidad las decisiones cierre temporal se evalúan mediante metodologías tradicionales de evaluación, como la del valor actual neto o VAN (Brealey et al., 2006).<sup>3</sup> Dicha metodología no incorpora la flexibilidad propia de las decisiones de inversión y desinversión, flexibilidad que sí incorpora la metodología de las Opciones Reales (Dixit & Pindyck, 1994; Amram & Kulatilaka, 1998). Dado que el cierre temporal de una operación es una opción, es decir, es un derecho pero no una obligación, este cierre debe ser evaluado mediante una metodología que incorpore esta flexibilidad.

## **1.2 Hipótesis**

La hipótesis a comprobar en la presente tesis es que considerar sólo variables de decisión de corto plazo para evaluar el cierre temporal de operaciones, en vez de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo, conlleva a una pérdida del valor económico en un proyecto minero.

---

<sup>3</sup> Valor Actual Neto, que corresponde a sumar los flujos de caja de cada año en el horizonte de inversión del proyecto, descontados a valor presente a través de una tasa de descuento. Si este valor es mayor a cero se debe realizar el proyecto, mientras que en cualquier otro caso se debe rechazar.

### 1.3 Objetivos

Los objetivos de la presente tesis son:

- a) Identificar y cuantificar las incertidumbres relevantes dentro de una operación minera.
- b) Determinar las condiciones de cierre temporal de operaciones considerando variables de decisión de corto plazo, y considerando variables de decisión de corto y largo plazo.
- c) Demostrar que el uso de la metodología de Opciones Reales cambia la toma de decisiones de cierre temporal dentro de un proyecto minero.
- d) Determinar la pérdida de valor por el hecho de evaluar el cierre temporal solo considerando variables de decisión de corto plazo, en vez de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo.
- e) Determinar la variación entre el valor de las Opciones de Cierre Temporal, entre el caso donde se evalúa el cierre solo considerando variables de decisión de corto plazo, en vez de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo.

### 1.4 Metodología

La metodología que se empleará, y que se detallará en el Capítulo 3, consiste en:

- a) Definición del problema.
- b) Muestra y Recolección de datos.
- c) Variables.
- d) Identificar las Opciones Reales a evaluar.
- e) Construir los Árboles Estratégicos a resolver.<sup>4</sup> Uno de los árboles es considerando variables de decisión de corto plazo para evaluar el cierre temporal, mientras que el otro árbol considera variables de decisión de corto y de largo plazo para evaluar el cierre temporal.
- f) Determinar las condiciones de equilibrio que gatillarán las distintas opciones a evaluar.<sup>5</sup>
- g) Resolver los dos Árboles Estratégicos.

---

<sup>4</sup> Árbol Estratégico es una representación gráfica de todas las opciones e incertidumbres a evaluar dentro de un problema a resolver.

<sup>5</sup> Las condiciones de equilibrio asociadas a las distintas opciones, se refieren al conjunto de una o más incertidumbres, que en el caso que se materializan, el inversionista es indiferente entre ejercer o no dichas opciones. Por ejemplo, si se evaluará la opción de invertir que depende de la variable de decisión precio, existe un precio que si se llega a materializar en el año que se evalúa la opción, el valor esperado del VAN de invertir es igual al valor esperado del VAN de no invertir.

- h) Determinar el valor de la Opción de Cierre Temporal y Reapertura.
- i) Análisis de resultados.

## **1.5 Estructura de la Tesis**

La presente tesis considera 5 capítulos, donde el primero corresponde a la actual introducción que considera temas como motivación, hipótesis, objetivos y metodología a desarrollar.

El objetivo del segundo Capítulo es entregar al lector elementos clave de la tesis en temas tales como Inversión bajo Incertidumbre, Incertidumbre en Precios y Costos, Opción de Cierre Temporal y *Timing* de Inversión (o Desinversión), para el correcto entendimiento de la metodología, que se desarrollará en el Capítulo 3.

En el cuarto Capítulo se muestran y se analizan detalladamente los resultados derivados del tercer Capítulo de esta tesis, anticipando lo que serán las conclusiones. Finalmente, en el quinto Capítulo, se muestran las conclusiones finales de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, además de proponer algunas investigaciones futuras.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Inversión bajo Incertidumbre

La economía clásica define inversión como al acto de incurrir en un costo inmediato con la esperanza de obtener retribuciones futuras (Dixit & Pindyck, 1994). En el contexto de la certidumbre, esta definición es muy clara, ya que calza de manera adecuada con la metodología tradicional del VAN. El punto importante a discutir es que gran parte de las inversiones que se realizan hoy en día están envueltas en un ambiente incierto, por lo que no queda claro si la metodología del VAN sigue siendo válida para estos casos. Es por esto que el concepto de inversión en proyectos en minería es ligeramente diferente en comparación a otro tipo de proyectos. Esto pues la inversión no se da en un ambiente de certidumbre, y presenta tres características:

- a) Existe irreversibilidad total o parcial en la inversión, esto es, que el costo inicial de invertir es por lo menos parcialmente hundido e irrecuperable.
- b) Hay incertidumbre sobre los premios a futuro para la inversión, por ejemplo la demanda puede ser incierta por lo que es conveniente evaluar las probabilidades de los resultados.
- c) El inversionista tiene cierta libertad de acción sobre el *timing* de la inversión, por ejemplo el inversionista puede posponer acciones para obtener más información sobre el futuro (pero no con completa certeza).

Estas tres características interactúan para determinar las decisiones óptimas de inversión del inversionista. El gran problema es que la metodología del VAN no permite trabajar estas características, por lo que en minería (al igual que en otros mercados con similares características) se han buscado nuevas formas de evaluación basadas en la flexibilidad del proyecto.<sup>6</sup> Es por esto que en proyectos propios del mercado de la minería, se ha comenzado a utilizar el método de las Opciones Reales, las cuáles se utilizan para evaluar de forma correcta dichas inversiones bajo un ambiente de incertidumbre.

Las Opciones Reales nacen de la definición de Opciones Financieras, que corresponden al derecho, pero no la obligación, de ejercer la compra o venta de un activo subyacente sobre el cual está definida la opción. Es por esto que las Opciones Reales lo que hacen, desde el punto de vista conceptual, es tomar en cuenta que muchas veces se tiene la opción de esperar y ver que se despejen

---

<sup>6</sup> Se suele llamar a una inversión o desinversión flexible cuando esta se puede postergar.

ciertas incertidumbres (en el caso de la industria de los minerales podría ser el precio de mercado del *commodity* mineral, restricciones de explotación por estudios de impacto ambiental y estudios geológicos, etc.), para luego tomar la decisión de ejercer la opción de inversión o desinversión (Dixit & Pindyck, 1994).

La clave está en que la posibilidad de retrasar una inversión o desinversión puede afectar profundamente la decisión de inversión.

### 2.1.2 Metodologías de Evaluación

A diferencia de las metodologías de evaluación tradicionales, como el VAN, la evaluación mediante Opciones Reales puede realizarse mediante dos metodologías: Programación Dinámica o PD (ligada a la teoría de optimización), y la metodología de Análisis de Activos Contingentes o AAC (ligada a la teoría financiera).<sup>7</sup>

Ambas metodologías son cercanas y presentan resultados idénticos en muchas aplicaciones, pero se diferencian principalmente con respecto a la inclusión de los mercados financieros, y en las tasas de descuento a usar para los flujos de caja futuros.

A través de la PD, la valoración del activo, proyecto, mina, etc., se realiza a través de la ecuación de Bellman (o ecuación de arbitraje), la cual se muestra a continuación (Dixit y Pindyck, 1994):

$$\rho \cdot F(p, t) = \max_u \left\{ \pi(p, u, t) + \frac{1}{dt} \mathbb{E}(dF) \right\} \quad (1)$$

Donde  $F(p, t)$  es el valor del activo a evaluar,  $p$  es la variable de estado (por ejemplo, el precio),  $t$  es el tiempo,  $u$  es una variable de control (por ejemplo, producción),  $\rho$  es la tasa de descuento exógena - típicamente WACC,  $\pi(p, u, t)$  son las ganancias instantáneas que genera el activo (que dependen de las variables de control y de estado, y el tiempo), mientras que  $\frac{1}{dt} \mathbb{E}(dF)$  es el valor esperado de la ganancia o pérdida de capital.<sup>8</sup>

<sup>7</sup> Para una explicación más detallada de PD y AAC, ver el Anexo 1.

<sup>8</sup> WACC se define como *weight average cost of capital*, y es la tasa de descuento del inversionista o firma.

Dado esto, se define  $\rho \cdot F(p, t)$  como el retorno esperado de capital por unidad de tiempo, mientras que  $u$  es la variable de control que se busca maximizar. Esto quiere decir que la operación actual del activo está siendo tratado óptimamente.

Por otro lado el AAC es la metodología más usada en la literatura financiera, pues conceptualmente es robusta al tratamiento del riesgo. El problema es que es muy restrictiva ya que requiere de supuestos que no necesariamente se cumplen para todos los casos. Esto pasa con la completitud del mercado de activos financieros replicables en riesgo, la que no necesariamente se cumple en los proyectos mineros.

Por el contrario, la PD se puede encontrar en menor volumen en la literatura, es menos restrictiva, y se basa en el principio de optimalidad de Bellman. Se asume también que el riesgo no puede ser tranzado en el mercado financiero, y que la tasa de descuento del inversionista es exógena. Ejemplos del uso de PD se puede encontrar en Dixit & Pindyck (1994), Sampson (1998), entre otros.

Aunque académica y financieramente hablando es más adecuado usar la metodología de ACC, la PD permite desde un punto de vista conceptual evaluar a través de la forma más usual a tratar los riesgos de proyectos en mercados como el de la minería, que es a través de una tasa de descuento exógena del inversionista o firma. Además, aunque exista el mercado de futuros del precio para cierto tipo de *commodities* minerales, estos no tienen la liquidez suficiente para justificar el largo ciclo de vida de un proyecto minero.<sup>9</sup>

Por estas razones, la metodología usada en la presente tesis será la de PD. De todas formas, existe una tercera metodología a través de probabilidades neutrales al riesgo, la que se puede ver en el Capítulo 7 de Mun (2006).

## 2.2 Incertidumbre en Precios

Una de las características con mayor impacto a la hora de evaluar un proyecto en minería tiene relación con el precio del *commodity* mineral. El tema fundamental es cómo se determinan estos precios.

---

<sup>9</sup> Por ejemplo en el mercado de futuros del cobre, los contratos se vuelven ilíquidos en 27 meses, lo cual está muy por debajo del tiempo de un proyecto minero.

Guzmán (2008) nos dice: “En economía, la demanda y la oferta de un bien determinan el precio y la cantidad vendida del mismo. A nivel conceptual, el modelo de oferta y demanda establece que el precio y la cantidad demandada y ofertada de un *commodity* cualquiera y, en particular de origen mineral, se obtiene intersectando la curva de oferta y demanda del producto en cuestión. La importancia del modelo de oferta y demanda es tal que hoy en día prácticamente toda la economía se fundamenta en éste”.

Además agrega: “El precio de los metales base (incluidos el cobre y aluminio) y de los metales preciosos se despeja en bolsas especializadas en *commodities*, tales como la Bolsa de Metales de Londres o el COMEX. Afortunadamente en productos minerales transados en bolsa es posible observar la variación de la demanda y oferta a través del cambio en los inventarios. De esta forma, en el corto plazo el aumento de la demanda se advierte indirectamente a través de una disminución en los inventarios; mientras que lo contrario ocurre con la oferta”.

La variación de los inventarios explicada anteriormente da una clara señal de que no es posible determinar con certeza el precio del *commodity* mineral ya que depende de factores externos al proyecto minero a evaluar, y propios de variables inciertas como lo son la oferta y demanda del mineral. Es por esto que la naturaleza de los precios de los *commodities* minerales es considerada estocástica (Dixit & Pindyck, 1994; Øksendal, 2003).<sup>10</sup>

Por esa razón es fundamental tener en cuenta la incertidumbre en los precios del *commodity* mineral para evaluar un proyecto, ya que las decisiones estratégicas de inversión y desinversión pueden cambiar al estar sujetas a un ambiente donde la incertidumbre nunca se despejará completamente.

Bajo estas condiciones, un error que puede ser común es reemplazar la distribución de los precios del *commodity* mineral por sus valores esperados. Esto puede llevar a decisiones de inversión subóptimas en el cálculo de los flujos de caja esperados.<sup>11</sup>

---

<sup>10</sup> Estocástica se refiere a una variable aleatoria que se desenvuelve en el tiempo de forma tal que el futuro de esta es desconocida en algún instante de tiempo.

<sup>11</sup> Esto es de suma importancia ya que en minería, como en otros mercados, el valor esperado del VAN en función de los precios presenta características de ser funciones tanto convexas como cóncavas. En funciones convexas se sabe que la función evaluada en el valor esperado del precio es menor que el valor esperado de la función en el precio, es decir,  $f(E(p)) < E(f(p))$ . Esta desigualdad se conoce como desigualdad de Jensen. Para funciones cóncavas la desigualdad se invierte.

Así, queda claro que la inclusión y trato de la incertidumbre en los precios de los *commodities* minerales es relevante a la hora de evaluar un proyecto en el área de la minería, ya que no hacerlo implicaría directamente obviar características inherentes del mercado minero que pueden hacer que las decisiones estratégicas a tomar no fueran las óptimas.

Por lo tanto, en la presente tesis como en la evaluación de proyectos el mercado de la minería, los precios de los *commodities* minerales deben ser tratados como estocásticos, ya que así lo avala la literatura existente (Brennan & Schwartz, 1985; Tvedt, 1995; Schwartz, 1997).

Dentro de la determinación de los precios de los *commodities* minerales, y de interés para el desarrollo de esta tesis, hay que considerar dos elementos clave, el precio de corto plazo (o *spot*) y el precio de largo plazo.

### 2.2.1 Precio de Corto Plazo (o *spot*)

En la Figura 1 se muestra la curva de oferta de un *commodity* mineral en el corto plazo. Ésta es relativamente plana en gran parte de la producción, haciéndose más pronunciada en el tramo final debido a la restricción de capacidad. Esto último, porque en el corto plazo no es posible aumentar significativamente la oferta de mineral.

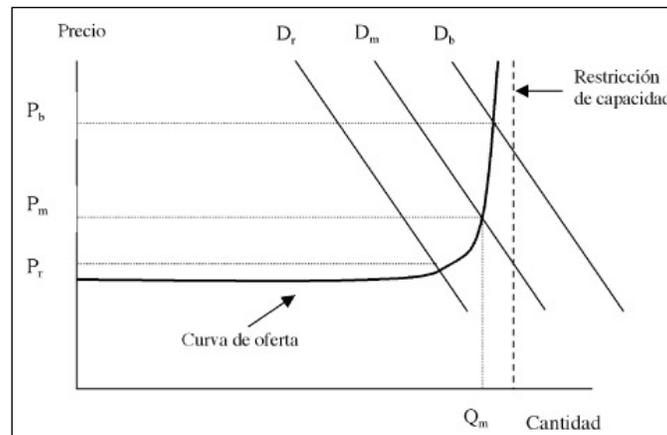


Figura 1. Curvas Oferta-Demanda para el precio de corto plazo.  
Fuente: Guzmán (2008)

Por otro lado, en esta Figura se consideran tres curvas de demanda, dependiendo si el mercado se encuentra en recesión ( $D_r$ ), *boom* ( $D_b$ ) o una situación intermedia ( $D_m$ ).

Guzmán (2008) menciona que “como resultado de la baja respuesta de la oferta en el tramo relevante para la determinación del precio, el precio del *commodity* puede variar considerablemente dependiendo de si la demanda es una u otra. Esto implica que en el corto plazo el precio será inestable o volátil.” También añade que “puesto que en el corto plazo la oferta minera es inflexible, la ilustración permite afirmar que la principal responsable de la determinación del precio de los *commodities* minerales en el corto plazo es la demanda.”

Tal como se comentó anteriormente, los *commodities* minerales más importantes se transan en bolsas especializadas, donde es posible medir la variación de la demanda y oferta de estos mediante la variación en los inventarios. Por lo tanto, en el corto plazo un aumento en la demanda se ve reflejado en una disminución del inventario, ocurriendo lo contrario con la oferta. De esta manera Guzmán (2008) asegura que existe una relación inversa entre los inventarios y el precio de los *commodities* minerales.

### 2.2.2 Precio de Largo Plazo

Asimismo, Guzmán (2008) menciona que “la importancia del precio de largo plazo radica en que es una de las variables centrales sobre las que se basa la estrategia competitiva de las empresas mineras, así como los planes de las minas controladas por las mismas.”

Además, añade que en el largo plazo toda restricción de capacidad puede ser eliminada. Por lo tanto, la curva de oferta se puede representar de la siguiente manera:

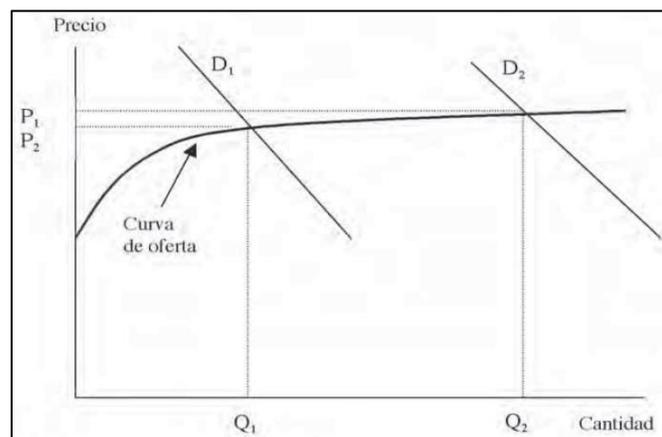


Figura 2. Curvas Oferta-Demanda para el precio de largo plazo.  
Fuente: Guzmán (2008)

Guzmán (2008) menciona que en la Figura 2 “se asume la existencia de una gran cantidad de depósitos de costos altos pero similares, referidos como depósitos marginales, lo que permite anticipar una curva de oferta más bien plana para un amplio rango de demanda”, concluyendo que “la horizontalidad de la curva de oferta hace posible el pronóstico del precio de largo plazo, puesto que para un amplio rango de curvas de demanda, el precio será prácticamente igual al costo de los depósitos marginales.”

### **2.3 Incertidumbre en Costos Operacionales**

De acuerdo a Guzmán et al. (2014), los costos operacionales en minería se pueden explicar básicamente por dos componentes, un componente cíclico y otro estructural. La parte cíclica (precisamente la que se relaciona con el margen del negocio) y otra parte estructural, que puede estar relacionado con el deterioro de las características físicas del yacimiento minero, entre otros componentes.

El autor explica que para el caso de Chile, en el período 2004-2013 los costos operacionales de la industria del cobre en Chile aumentaron desde un promedio de 42 cUS\$/lb hasta poco más de 160 cUS\$/lb. Parte de este incremento se debe precisamente a la caída en leyes, pero prácticamente el 80% de este se explica por aumentos en los precios de insumos y disminuciones en la productividad de los mismos. Solo el 20% restante responde al deterioro de los recursos explotados (mayores *stripping* ratios, menores leyes, etc.)<sup>12</sup>

#### **2.3.1 Precio de los Insumos**

Por otro lado, Guzmán et al. (2014) menciona que el cobre es reconocido a nivel mundial como un buen “termómetro” de la economía. No es de extrañar entonces que precisamente en momentos en que el precio del cobre ha sido alto la economía en su totalidad se pueda considerar en boom.

Lo anterior es particularmente cierto respecto al mercado laboral, en donde el desempleo en Chile ha alcanzado niveles históricamente bajos durante la última década. No es casualidad entonces que el mercado laboral presente una presión alcista en el precio de la mano de obra, lo que sumado a utilidades históricamente altas también ha aumentado los beneficios y bonos recibidos por los trabajadores en la minería.

---

<sup>12</sup> Ley corresponde a la cantidad del *commodity* contenido en el mineral a explotar. *Stripping* ratio, o relación lastre/mineral, es la cantidad de toneladas de lastre que deben extraerse para extraer 1 tonelada de mineral.

Asimismo, el autor comenta que en un mercado en boom no solo el precio de la mano de obra presenta una tendencia alcista, sino que el aumento del consumo de la energía eléctrica es también crítico, lo que sumado a la mala planificación energética de Chile también ha elevado el precio de este importante insumo a máximos históricos. La presión por aumentar la producción para aprovechar así los mayores precios también ha aumentado el precio de los insumos específicos de la minería (de la misma manera que la mayor demanda de China explica el incremento en el precio del cobre). Los aspectos recién detallados, es decir tanto el aumento del precio de la mano de obra como el de los insumos críticos, explican el 50% del alza en los costos operacionales (de un total de 118 cUS\$/lb) durante el último decenio en la industria minera chilena. Aun así, en el futuro es esperable que el precio de los insumos disminuya si el precio del cobre también lo hace, debido a la ciclicidad del precio de los insumos respecto al precio del cobre.

### **2.3.2 Productividad de los Insumos**

Guzmán et al. (2014) menciona que como es de esperar en un ambiente de márgenes altos, las productividades de los insumos – y específicamente la productividad de la mano de obra, tanto propia como de terceros – han disminuido significativamente en la última década en Chile. Al considerar el último decenio, la disminución tanto en productividad laboral como el aumento en el consumo unitario de insumos críticos explican aproximadamente el 30% del alza en los costos operacionales de la industria.

A diferencia de los precios de los insumos, sin embargo, existe una parte de la productividad que es cíclica (precisamente la que se relaciona con el margen del negocio) mientras que otra parte es estructural, pues se relaciona con el deterioro de las características físicas del yacimiento o con mayores exigencias ambientales o legales.

## **2.4 Opción de Cierre Temporal**

Con respecto a esta opción, Savolainen (2016) realiza un catastro de distintos artículos que tratan la evaluación de la Opción de Cierre Temporal en el área de recursos naturales (además de otro tipo de opciones), y destaca lo siguiente.

La habilidad de cerrar temporalmente puede mitigar el efecto a una mala decisión de invertir. Brennan & Schwartz (1985) generaron un modelo con valoración de las opciones de invertir, cerrar

y abandonar, que representaban una buena aproximación de decisión a nivel operacional. Moel & Tufano (2002) incluyen otros parámetros relevantes al modelo de Brennan & Schwartz (1985), tales como estructura de capital, perfil de riesgo y portfolio de proyectos de la compañía minera.

Por otro lado, Cortázar et al. (2001) y Frimpong & Whiting (1997) desarrollan modelos incorporando las opciones de cierre temporal y abandono en etapas tempranas de desarrollo de minas, basados en las ecuaciones de Brennan y Schwartz (1985).

Abdel Sabour (2001), muestra que los precios que gatillan el cierre temporal de operaciones mineras aumenta a medida que la vida de la mina disminuye. Por otro lado, Humphreys (1996) argumenta que la flexibilidad en el cierre temporal de operaciones puede tener ciertas limitaciones, debido a que la minería es intensiva en capital.

Savolainen (2016) muestra asimismo que dentro de los distintos estudios realizados en minería utilizando la metodología de las Opciones Reales, la Opción de Cierre Temporal es altamente atractiva de estudiar, donde el 16,5% de todos los artículos estudiados consideran esta opción (de un total de 170 artículos desarrollados entre 1985 y 2015).

Independiente de esto, dentro de los estudios relevantes que consideran la Opción de Cierre Temporal, en ninguno se habla de que el cierre podría estar gatillado por variables de decisión de corto plazo o variables de decisión de corto y de largo plazo, y sus implicancias. Dado esto, se destaca la relevancia del estudio propuesto en esta tesis.

Finalmente, Savolainen (2016) destaca otros artículos que consideran la Opción de Cierre Temporal dentro de distintos tipos de evaluación de proyectos mineros:

Davis (1996) determina que la gestión de activos mineros bajo incertidumbre agrega valor sobre la metodología tradicional del flujo de caja descontado, mientras que Davies (1998) muestra que existen diferencias entre el valor de mercado y los flujos de caja descontados a la hora de evaluar propiedades mineras.

Por otro lado, Tufano (1998) con respecto a la industria del oro muestra que las predicciones a través del flujo de caja descontados puede ser útil algunas veces, pero en otras ocasiones no debido a que no incorpora la flexibilidad en la gestión. Kamrad & Ernst (2001) desarrollan un modelo de

operacional de gestión de riesgos a través de AAC, tomando en cuenta un recurso mineral no homogéneo, obteniendo ajustes en la secuencia óptima de producción.

Samis et al. (2001) introduce un proyecto con depósitos minerales heterogéneos como un portfolio, donde cada zona a explotar es un activo dentro de dicho portfolio, y se evalúan para distintas combinaciones de zonas la conveniencia de elegir cierta capacidad de producción a construir, abandonar o cerrar temporalmente el proyecto.

Slade (2001) determina el valor de la flexibilidad en minas de cobre en Canadá, tomando en cuenta flexibilidad operacional luego de la inversión inicial, incorporando incertidumbre en los costos y nivel de reservas, y que el precio es estacionario. Coldwell et al. (2003) evalúa la opción de cierre temporal en una mina de oro en Australia, a través de un modelo basado en Brennan & Schwartz (1985), y así poder medir el valor de la flexibilidad operacional.

Trigeorgis (2005) se enfoca en determinar el la importancia de la flexibilidad asociada a la evaluación de opciones en etapas, mientras que Lemelin et al. (2006) evalúa las flexibilidades de una mina multimetálica a través de opciones mediante *Least-Square Monte Carlo*.

Mayer & Kazakidis (2007) estudian el valor de la flexibilidad al incorporar opciones en operaciones subterráneas, y Cardin et al. (2008) compara el valor en operaciones mineras al considerar opciones y distintos escenarios de precios, y al considerar que el precio no cambia.

Cortázar et al. (2008) evalúa opciones reales del tipo americana a través del algoritmo de Longstaff-Schwartz (Longstaff & Schwartz, 2001), y Shafiee et al. (2009) desarrolla un modelo de opciones reales que considera el costo total como una función de la tasa de producción, determinando el valor de las opciones de cierre temporal y reapertura en la mina en particular.

Lin & Wang (2012) evalúa las opciones de cierre temporal, reapertura y abandono a través del *Dynamic Option Simulation*, mientras que Baur (2014) analiza el efecto de la variabilidad del precio del oro a la hora de ejercer opciones en minas Australianas. Finalmente, Haque et al. (2014) resuelven la ecuación diferencial parcial asociada a Black & Scholes (1973) considerando la industria del oro.

## 2.5 *Timing* de Inversión (o Desinversión)

Las Opciones Reales fueron introducidas por los modelos de Black y Scholes (1973) y Merton (1973), pero este término fue acuñado por Myers en 1977. Pero no fue hasta el año 1979 cuando Tourinho evaluó por primera vez un proyecto de recursos naturales usando esos modelos, donde se sabía que existía una alta incertidumbre en los precios de este tipo de mercados.

Por otro lado, Brennan y Schwartz en 1985 introdujeron un concepto clave en las Opciones Reales que se conocen hoy en día, que es el *timing* de inversión, que se refiere a que el inversionista puede posponer acciones con el fin de obtener mayor información, y de esta manera esperar a que se despejen aunque sea parcialmente las incertidumbres. En pocas palabras, que se puede determinar cuándo y a qué precio se debiese tomar la decisión de inversión en un proyecto en el área de recursos naturales, y de esta manera incorporar flexibilidad a la hora de tomar una decisión óptima.

Finalmente es por esto que el concepto de *timing* de inversión (o desinversión) es clave en minería, ya que dado el ambiente de incertidumbre, la sola posibilidad de postergarla la decisión de inversión o cierre temporal puede llevar a tomar decisiones estratégicas que con otra metodología de evaluación no podrían derivarse. Dentro de la misma línea, se pueden encontrar en la literatura estudios sobre irreversibilidad, flexibilidad e inversión como Pindyck (1988), Dixit (1989), Pindyck (1991), Dixit (1992), Dixit y Pindyck (1994), Cortázar et al. (1998), Sampson (1998), Cortázar et al. (2001), Slade (2001), Moel & Tufano (2002), Dimitrakopoulos y Sabour (2007), entre otros.

### 3. METODOLOGÍA

En el presente capítulo se desarrollarán el conjunto de etapas necesarias para el desarrollo de esta tesis, con el propósito de exponer los resultados en el Cuarto Capítulo. Tomando en cuenta lo mostrado en la Sub-Sección 1.4, se tendrían las siguientes etapas.

#### 3.1 Definición del Problema

De acuerdo a lo explicado en el Capítulo 1, en la actualidad las decisiones de cierre temporal de operaciones mineras se toma considerando únicamente variables de decisión de corto plazo (como el precio del *commodity* de corto plazo), tratando de maximizar el valor económico de la operación en el corto plazo.

Dado que el valor económico de una compañía minera está íntimamente relacionado con las expectativas de largo plazo, las decisiones de cierre temporal (al igual como sucede con las decisiones de inversión), debiesen tomarse considerando variables de decisión de corto y de largo plazo (como el precios del *commodity* de corto plazo y de largo plazo), no solo tratando de maximizar el valor de la operación de corto plazo, sino también el valor económico futuro asociado a todas las potenciales decisiones que se podrían tomar, incluyendo la reapertura de la operación. Esta tipo de problema, donde se plantea maximizar el valor de la decisión actual además del valor de las decisiones subsecuentes, se resuelve a través de Programación Dinámica.<sup>13</sup>

Resolviendo este problema de las dos formas descritas anteriormente, se espera entender cómo podría cambiar la decisión de cierre temporal, y así medir el impacto económico de este cambio.

El problema se resolverá en la industria del cobre, evaluando opciones de cierre temporal de una operación, y opciones de reapertura de esta misma (en el caso que haya cerrado anteriormente). Debido a que en la industria minera del cobre existen operaciones de diversas características (tales como niveles de extracción, antigüedad, mina a cielo abierto o subterránea, niveles de producción, entre otras), se estudiará únicamente el margen operacional (precio de venta del cobre – costos operacionales). Para este efecto, en base al estudio de Guzmán et al. (2014), se buscará replicar alguna operación minera del cobre, tal que en el largo plazo el valor esperado del precio sea igual al

---

<sup>13</sup> Para mayor detalle, revisar la Sub-Sección 2.1 o Anexo 1.

valor esperado del costo operacional. Una vez resuelto el problema se analizará el impacto económico considerando distintos niveles de producción.

Por otro lado, dado lo mostrado por Berger et al. (1996), no se considerarán de forma explícita los costos de cierre temporal, pero se podrán asumir como parte de la variabilidad propia del riesgo en los costos operacionales a cuantificar. En esta misma línea, no se consideraron de forma explícita los costos asociados a la reapertura.

La evaluación se realizará en moneda real del año 2016, y para efectos de la evaluación, se considera que tanto el Cierre Temporal como Reapertura se realizan de forma instantánea. Es decir, si se decide cerrar, por ejemplo a finales del 2017, a principios del 2018 la operación está cerrada. Por otro lado, si se decide reabrir, por ejemplo a finales del 2019, a principios del 2020 la operación está en funcionamiento. Esto es particular porque los tiempos asociados tanto el cierre temporal como reapertura dependen de características propias de cada operación.

### **3.2 Muestra y Recolección de Datos**

Para el desarrollo de la tesis, fue necesario contar con algunos datos relevantes, tales como la del precio del cobre, costos operativos y otros datos de carácter financiero:

- a) Precio del cobre: Los datos fueron obtenidos en Cochilco (2017), fuente de carácter pública.
- b) Costos operativos: Los datos fueron obtenidos a través de Guzmán et al. (2014), estudio de carácter público, pero cuyos datos utilizados para dicho estudio son de carácter privado.
- c) El costo de capital y la tasa de impuestos fueron obtenidos de Damodaran (2017), fuente de carácter pública.

### 3.2.1 Precio del Cobre

Se consideraron los precios históricos desde 1935 hasta 2016, en moneda de 2016. Estos precios se pueden ver en la Figura 3.

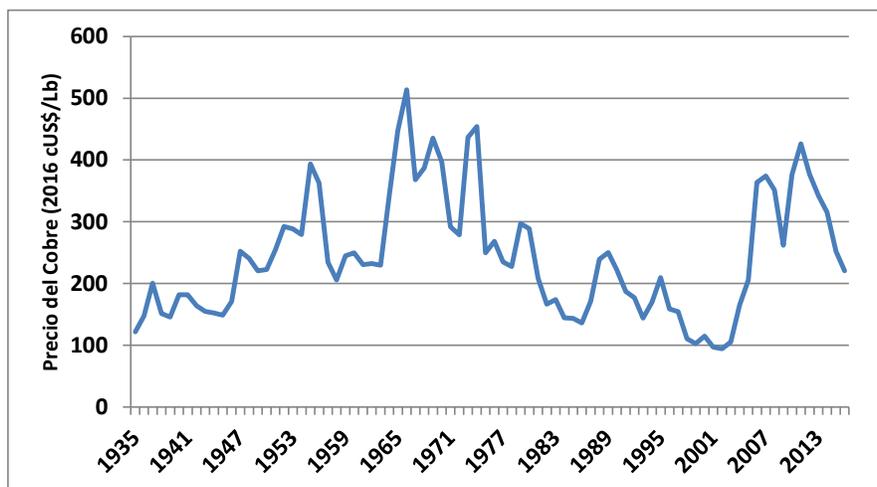


Figura 3. Precio Histórico del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017).

En la Tabla 1 se muestran los datos asociados a la Figura 3.

Tabla 1. Precios Históricos del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017).

| Año  | Precio  | Año  | Precio  | Año  | Precio  | Año  | Precio  |
|------|---------|------|---------|------|---------|------|---------|
| 1935 | 121,955 | 1956 | 362,622 | 1977 | 234,793 | 1998 | 110,391 |
| 1936 | 147,631 | 1957 | 234,566 | 1978 | 227,704 | 1999 | 102,847 |
| 1937 | 200,574 | 1958 | 205,653 | 1979 | 297,067 | 2000 | 114,701 |
| 1938 | 151,324 | 1959 | 244,860 | 1980 | 288,843 | 2001 | 97,005  |
| 1939 | 145,877 | 1960 | 249,538 | 1981 | 208,403 | 2002 | 94,266  |
| 1940 | 181,640 | 1961 | 230,631 | 1982 | 166,782 | 2003 | 105,334 |
| 1941 | 181,911 | 1962 | 232,209 | 1983 | 173,919 | 2004 | 165,323 |
| 1942 | 164,135 | 1963 | 229,649 | 1984 | 144,280 | 2005 | 205,347 |
| 1943 | 154,870 | 1964 | 341,343 | 1985 | 143,425 | 2006 | 363,477 |
| 1944 | 152,365 | 1965 | 447,409 | 1986 | 136,392 | 2007 | 374,176 |
| 1945 | 148,804 | 1966 | 513,726 | 1987 | 171,282 | 2008 | 351,502 |
| 1946 | 170,864 | 1967 | 367,820 | 1988 | 239,352 | 2009 | 262,028 |
| 1947 | 252,418 | 1968 | 387,092 | 1989 | 249,970 | 2010 | 376,411 |
| 1948 | 240,708 | 1969 | 435,492 | 1990 | 222,042 | 2011 | 426,435 |
| 1949 | 220,769 | 1970 | 396,865 | 1991 | 186,920 | 2012 | 376,954 |
| 1950 | 222,897 | 1971 | 292,016 | 1992 | 177,163 | 2013 | 342,177 |
| 1951 | 254,613 | 1972 | 278,701 | 1993 | 144,067 | 2014 | 315,561 |
| 1952 | 292,476 | 1973 | 436,647 | 1994 | 169,865 | 2015 | 252,374 |
| 1953 | 288,607 | 1974 | 454,013 | 1995 | 209,791 | 2016 | 220,563 |
| 1954 | 279,437 | 1975 | 249,496 | 1996 | 158,974 |      |         |
| 1955 | 393,473 | 1976 | 268,283 | 1997 | 154,346 |      |         |

Los datos obtenidos de Cochilco (2017) estaban en moneda nominal, y para obtener los datos reales en moneda de 2016, se utilizó como deflactor el CPI (*Consumer Price Index*) de Estados Unidos (Bureau of Laboral Statistics, 2017).

De los datos de la Tabla 1, se puede obtener:

Tabla 2. Estadísticos Precios Históricos del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017).

| Estadístico         | Valor   |
|---------------------|---------|
| Mínimo              | 94,266  |
| Máximo              | 513,726 |
| Media               | 243,759 |
| Desviación Estándar | 98,513  |
| Mediana             | 230,140 |
| Percentil 25        | 165,688 |
| Percentil 50        | 230,140 |
| Percentil 75        | 292,361 |

### 3.2.2 Costos Operativos

De acuerdo a un estudio realizado por Guzmán et al. (2014), se determinó la curva de costos operacionales promedio de la industria del cobre entre 1980 y 2012. Dicho estudio se desarrolló en moneda de 2012, y a continuación se muestran las curvas del precio del cobre y los costos operacionales promedio entre 1980 y 2012, pero en moneda de 2016.

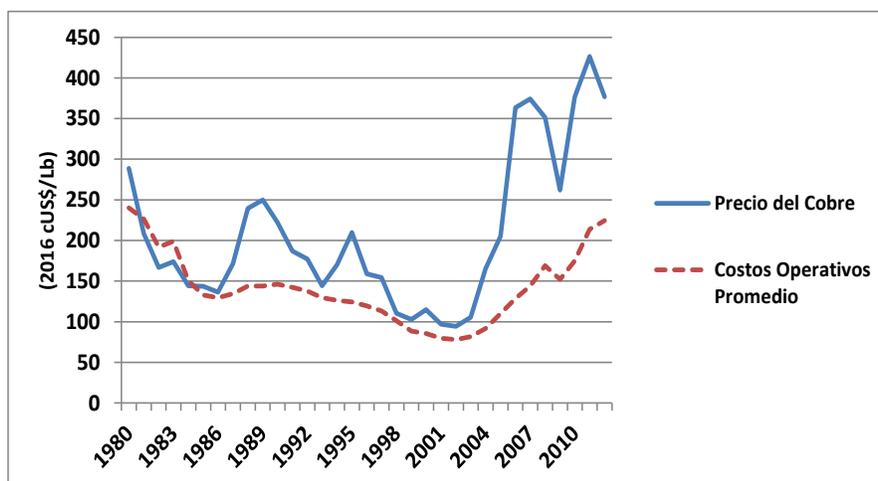


Figura 4. Precio Histórico del Cobre y Costos Operativos Promedio (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia en base a Guzmán et al. (2014).

En la Tabla 3 se muestran los datos asociados a la Figura 4.

Tabla 3. Precio del Cobre y Costos Operativos Promedio.  
Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017) y Guzmán et al. (2014).

| Año  | Precio  | Costo   | Año  | Precio  | Costo   |
|------|---------|---------|------|---------|---------|
| 1980 | 99,174  | 240,090 | 1997 | 103,224 | 113,121 |
| 1981 | 78,949  | 226,411 | 1998 | 74,974  | 101,159 |
| 1982 | 67,057  | 191,949 | 1999 | 71,380  | 88,585  |
| 1983 | 72,173  | 199,022 | 2000 | 82,294  | 85,587  |
| 1984 | 62,449  | 150,575 | 2001 | 71,566  | 79,483  |
| 1985 | 64,281  | 132,680 | 2002 | 70,647  | 78,040  |
| 1986 | 62,287  | 129,609 | 2003 | 80,734  | 81,673  |
| 1987 | 81,086  | 134,357 | 2004 | 130,106 | 91,703  |
| 1988 | 117,937 | 143,913 | 2005 | 167,087 | 109,984 |
| 1989 | 129,113 | 144,034 | 2006 | 305,295 | 128,671 |
| 1990 | 120,879 | 146,065 | 2007 | 323,246 | 143,868 |
| 1991 | 106,066 | 142,420 | 2008 | 315,316 | 169,096 |
| 1992 | 103,573 | 137,634 | 2009 | 234,217 | 152,037 |
| 1993 | 86,713  | 129,491 | 2010 | 341,978 | 174,777 |
| 1994 | 104,903 | 126,425 | 2011 | 399,656 | 213,831 |
| 1995 | 133,198 | 124,234 | 2012 | 360,593 | 224,569 |
| 1996 | 103,894 | 119,539 |      |         |         |

Asimismo como en el caso del precio del cobre, se utilizó como deflactor el CPI (*Consumer Price Index*) de Estados Unidos (Bureau of Laboral Statistics, 2017).

De los datos de la Tabla 3, se puede obtener:

Tabla 4. Estadísticos Precio del Cobre y Costos Operativos Promedio.  
Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017) y Guzmán et al. (2014).

| Estadístico         | Valor Precio | Valor Costo |
|---------------------|--------------|-------------|
| Mínimo              | 94,266       | 78,040      |
| Máximo              | 426,435      | 240,090     |
| Media               | 208,243      | 141,049     |
| Desviación Estándar | 94,555       | 43,981      |
| Mediana             | 173,919      | 134,357     |
| Percentil 25        | 144,067      | 113,121     |
| Percentil 50        | 173,919      | 134,357     |
| Percentil 75        | 249,970      | 152,037     |

Por lo tanto, se puede entender que en promedio, el precio del cobre ha estado sobre los costos operativos promedio dentro de esta industria, en el periodo entre 1980 y 2012.

### 3.2.3 Otros Datos Relevantes

Para el desarrollo de la tesis, también fue necesario considerar:

- a) De acuerdo a Damodaran (2017), el costo de capital será de un 8,83%.
- b) Por otro lado, de acuerdo al mismo autor, la tasa de impuestos asociada al costo de capital y que representa a las compañías mineras que generan utilidades, será de un 25,91%.

### 3.3 Variables

Tal como se ha mencionado en los capítulos anteriores, las incertidumbres relevantes a considerar son las del precio de corto plazo y de largo plazo (que actuarán como variables de decisión del problema a resolver), además de los costos operacionales.

#### 3.3.1 Precio del Cobre de Corto Plazo (o *spot*)

De acuerdo a lo explicado en el Capítulo 2, el precio del cobre debe ser modelado a través de un proceso estocástico. Así lo avalan estudios como Tvedt (1995) y Schwartz (1997). Estos últimos, afirman que el precio de *commodities* minerales, como el cobre, deben ser cuantificados a través de un proceso estocástico llamado Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media.

Que el precio tenga características de reversión a la media, se basa en que si el precio del cobre es relativamente alto, los productores marginales del mercado tendrán incentivos para entrar. Así, aumentará la oferta de cobre, lo que hará bajar el precio. De esta forma, cuando el precio baje lo suficiente, los productores marginales tendrán que salir del mercado, lo que disminuirá la oferta de cobre, lo que hará subir el precio. Este impacto de los precios sobre la oferta del cobre induce a que el precio revierta sobre un precio de largo plazo. Este razonamiento es homologable para cualquier variable que se derive, por ejemplo, por equilibrios de oferta-demanda-inventarios.

El Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media es un proceso estocástico que presenta cuatro grandes características:

- a) En un proceso geométrico, es decir, las variaciones del logaritmo natural de la incertidumbre por sobre la que está definido el proceso distribuye de forma Normal periodo a periodo. Esto es relevante, debido a que si el logaritmo natural de las incertidumbre distribuye de forma Normal, la incertidumbre distribuirá de forma LogNormal. De esta forma, y tal como se discute en Tvedt (1995), el proceso estocástico arrojará valores positivos, tal como ocurre con el precio del cobre.

- b) El logaritmo natural de la incertidumbre revierte en torno a una tendencia del largo plazo.
- c) El valor esperado del proceso converge a la tendencia del largo plazo.
- d) La varianza es acotada en el largo plazo.

Tvedt (1995) y Schwartz (1997) caracterizan este proceso estocástico a través de la siguiente ecuación:

$$dP_t = \eta \cdot (\alpha - \ln(P_t)) \cdot P_t \cdot dt + \sigma \cdot P_t \cdot dZ_t \quad (2)$$

Donde:

- a)  $P_t$  es el precio del *commodity* en el periodo  $t$ .
- b)  $\eta$  es la velocidad de reversión con el que  $\ln(P_t)$  revierte sobre el valor de largo plazo.
- c)  $\alpha$  es el valor del logaritmo del precio en el largo plazo.
- d)  $\sigma$  es la desviación estándar instantánea del precio.
- e)  $dZ_t$  es el incremento de un proceso estándar Gauss-Wiener.<sup>14</sup>

A través de Tvedt (1995), se puede calcular el valor esperado del precio resolviendo la Ecuación 2:

$$\mathbb{E}(P_t) = e^{\ln(P_0) \cdot e^{-\eta \cdot t} + \left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2\eta}\right) \cdot (1 - e^{-\eta \cdot t}) + \frac{\sigma^2}{2} \cdot \left(\frac{1 - e^{-2\eta \cdot t}}{2\eta}\right)} \quad (3)$$

Donde  $P_0$  es el último precio conocido. Una de las características del Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media, es que cuando ha transcurrido un tiempo prolongado, el valor esperado del precio converge a  $\hat{P}$ , el precio de largo plazo. De esta forma, cuando  $t \rightarrow \infty$  en la Ecuación 3 se tiene:

$$\mathbb{E}(P_t) = e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{4\eta}\right)} = \hat{P} \quad (4)$$

Teniendo en cuenta esto, de acuerdo a Tvedt (1995) el proceso estocástico representado en la Ecuación 2 se puede escribir en tiempo discreto de la siguiente manera:

$$\ln(P_t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (5)$$

<sup>14</sup> Las características del incremento de un proceso estándar Gauss-Wiener se puede encontrar en el Anexo 2.

Donde se tiene además que:

$$\varepsilon_t \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2) \quad (6)$$

$\beta_0$  y  $\beta_1$  son constantes del proceso las cuales se estimarán y  $\varepsilon_t$  es el error del proceso estocástico, el cual distribuye Normal y cuya desviación estándar es igual a  $\sigma_\varepsilon$  y media igual a 0.

De esta forma, en Tvedt (1995) se pueden llegar a las siguientes relaciones entre la Ecuación 2 y Ecuación 5:

$$\beta_0 = \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) \cdot (1 - e^{-\eta}) \quad (7)$$

$$\beta_1 = e^{-\eta} \quad (8)$$

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta} \cdot (1 - e^{-2\eta})} \quad (9)$$

Así, sabiendo  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\sigma_\varepsilon$ , se pueden despejar  $\alpha$ ,  $\eta$  y  $\sigma$ , tal que:

$$\eta = -\ln(\beta_1) \quad (10)$$

$$\sigma = \sigma_\varepsilon \cdot \sqrt{\frac{2 \ln \beta_1}{\beta_1^2 - 1}} \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\beta_0 \cdot (1 + \beta_1) + \sigma_\varepsilon^2}{1 - \beta_1^2} \quad (12)$$

Ahora, tomando en cuenta los datos históricos de la Tabla 1 y la Ecuación 5, a través del *software* EVIEWS 7 fue realizada la regresión lineal asociada. De la regresión, los estimadores presentan valores p menores al nivel de significancia del 5%, además de ser una serie estacionaria, sin problemas de correlación serial ni quiebres estructurales.<sup>15</sup> Así, los parámetros de las ecuaciones vistas dentro de esta Sub-Sección son:

---

<sup>15</sup> El detalle de la regresión y sus *tests* asociados, se puede ver en el Anexo 3.

Tabla 5. Parámetros Derivados Regresión Precios del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia.

| Parámetro                 | Valor    |
|---------------------------|----------|
| $\beta_0$                 | 0,822491 |
| $\beta_1$                 | 0,849481 |
| $\sigma_\varepsilon$      | 0,206685 |
| $\eta$                    | 0,163129 |
| $\alpha$                  | 5,617853 |
| $\sigma$                  | 0,223754 |
| $\hat{P}$ (2016 cUS\$/Lb) | 254,9647 |

En base a los parámetros anteriormente detallados, la simulación del precio del cobre se ilustra a continuación:

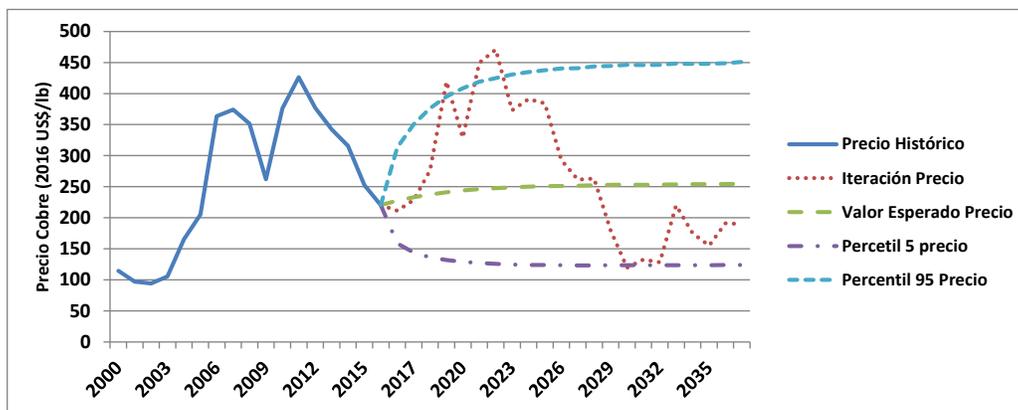


Figura 5. Simulación Precio del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia.

### 3.3.2 Precio del Cobre de Largo Plazo

Tal como fue explicado en el Capítulo 2, existe incertidumbre tanto en el precio de corto plazo (o *spot*) como en el precio de largo plazo. Estos tienen cierta relación, ya que al observar la Ecuación 4, Ecuación 5 y Ecuación 7, es posible relacionar  $\beta_0$  con el precio de largo plazo  $\hat{P}$ . De hecho, viendo la Tabla 1 y Figura 5, el valor esperado del precio converge al precio de largo plazo, que para este caso es de 254,9647 (2016 cUS\$/Lb).

Lo fundamental es que el precio de largo plazo descrito en la Ecuación 4, refleja la estimación de este mismo tomando en cuenta los precios históricos hasta el año 2016. Visto de otra forma, en base a los datos históricos, se espera que el precio de largo plazo sea igual a 254,9647 (2016 cUS\$/Lb), pero claramente esa estimación varía en el tiempo.

Sería extraño pensar en que el precio de largo plazo vaya a ser constante en el futuro, ya que bajo ese supuesto, el precio de largo plazo antes y después de la crisis de los *commodities* debiese ser el mismo, cosa que no es cierto.

Por lo tanto, para determinar la variación histórica del precio de largo plazo fue estimada la Ecuación 4 para distintos periodos de tiempo: 1935-1964, 1935-1965, 1935-1966,..., 1935-2016.<sup>16</sup>

La estimación de los precios de largo plazo históricos se pueden ver en la siguiente Figura:

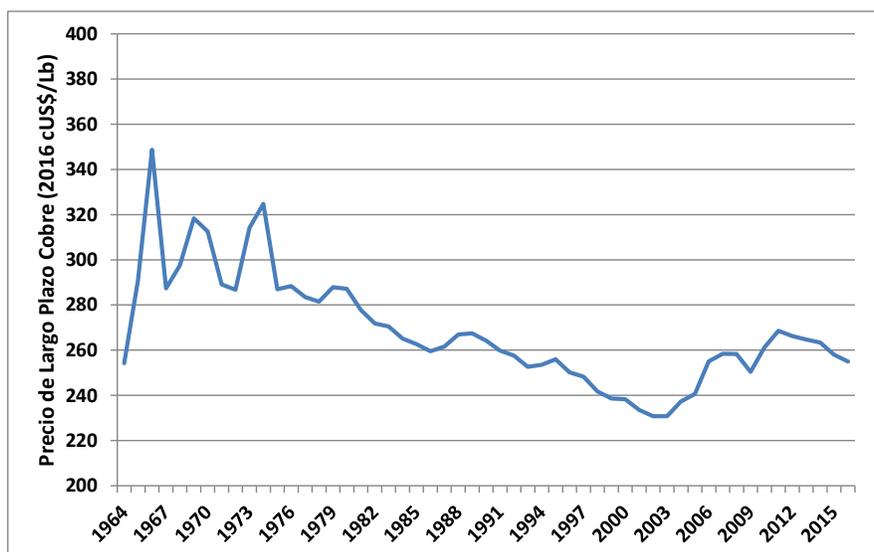


Figura 6. Estimación Precio de Largo Plazo del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia.

Los datos asociados a la Figura 6, se pueden ver en la Tabla 6:

<sup>16</sup> El análisis partió de 1935 a 1964 para tener al menos 30 datos, y la estimación fuese significativa.

Tabla 6. Estimación Precios de Largo Plazo del Cobre (2016 cUS\$/Lb).

Fuente: Elaboración propia en base a Cochilco (2017).

| Periodo   | Precio     | Periodo   | Precio     |
|-----------|------------|-----------|------------|
| 1935-1964 | 254,240941 | 1935-1991 | 259,864888 |
| 1935-1965 | 291,039636 | 1935-1992 | 257,590649 |
| 1935-1966 | 348,683836 | 1935-1993 | 252,666249 |
| 1935-1967 | 287,409417 | 1935-1994 | 253,598596 |
| 1935-1968 | 297,479213 | 1935-1995 | 255,992522 |
| 1935-1969 | 318,320844 | 1935-1996 | 250,191561 |
| 1935-1970 | 312,577979 | 1935-1997 | 248,280674 |
| 1935-1971 | 289,086894 | 1935-1998 | 241,808199 |
| 1935-1972 | 286,761017 | 1935-1999 | 238,646208 |
| 1935-1973 | 314,127228 | 1935-2000 | 238,279692 |
| 1935-1974 | 324,760024 | 1935-2001 | 233,571236 |
| 1935-1975 | 286,958974 | 1935-2002 | 230,855401 |
| 1935-1976 | 288,373903 | 1935-2003 | 230,823226 |
| 1935-1977 | 283,503158 | 1935-2004 | 237,270871 |
| 1935-1978 | 281,437711 | 1935-2005 | 240,611627 |
| 1935-1979 | 287,86702  | 1935-2006 | 255,103427 |
| 1935-1980 | 287,178853 | 1935-2007 | 258,466826 |
| 1935-1981 | 277,847514 | 1935-2008 | 258,282431 |
| 1935-1982 | 271,778041 | 1935-2009 | 250,424906 |
| 1935-1983 | 270,472438 | 1935-2010 | 261,184772 |
| 1935-1984 | 265,128209 | 1935-2011 | 268,545239 |
| 1935-1985 | 262,735756 | 1935-2012 | 266,277257 |
| 1935-1986 | 259,583509 | 1935-2013 | 264,702048 |
| 1935-1987 | 261,61006  | 1935-2014 | 263,379232 |
| 1935-1988 | 266,952712 | 1935-2015 | 258,024013 |
| 1935-1989 | 267,495386 | 1935-2016 | 254,964744 |
| 1935-1990 | 264,256724 |           |            |

A través de la Figura 6 se puede apreciar lo mencionado anteriormente, que es que el precio de largo plazo varía con el tiempo. Considerando los datos obtenidos, se estimó a través del *test* de bondad de ajuste Kolmogorov-Smirnov, qué distribución de probabilidades podría ser considerada como la generadora de los precios históricos de largo plazo. Dicha distribución fue una distribución LogNormal con los siguientes parámetros, pues el estadístico para dicha distribución asociado al *test* (0,0731) era menor que el valor crítico a un nivel de significancia del 5% (0,1868):<sup>17</sup>

Tabla 7. Parámetros Distribución Precios de Largo Plazo del Cobre.

Elaboración propia en base a Palisade @Risk v5.5.1.

| Parámetro           | Valor (cUS\$/Lb) |
|---------------------|------------------|
| Media               | 67,547           |
| Desviación Estándar | 24,808           |
| Desplazamiento      | 201,096          |
| Media Desplazada    | 268,643          |

Gráficamente la función densidad y la función distribución se muestran a continuación:

<sup>17</sup> El análisis estadístico sobre la distribución escogida se puede ver en el Anexo 4.

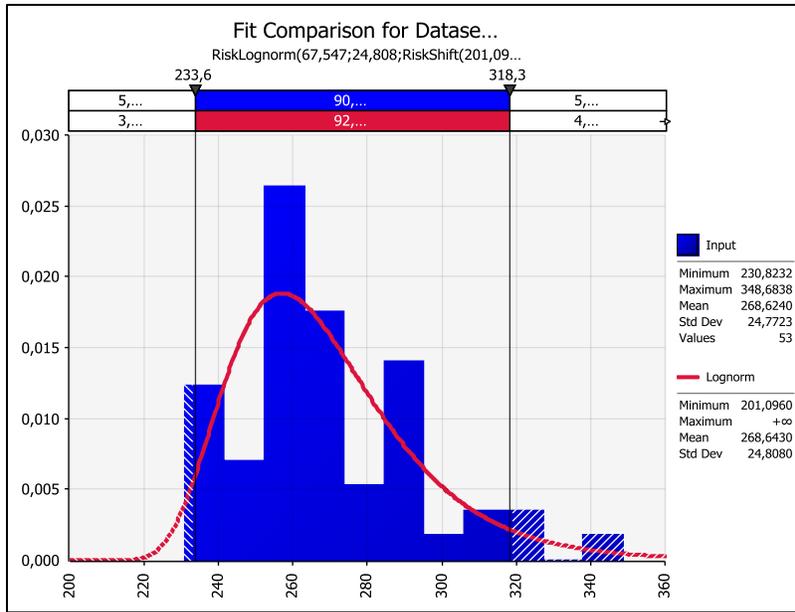


Figura 7. Función Densidad Precio de Largo Plazo del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia en base Palisade @Risk v5.5.1.

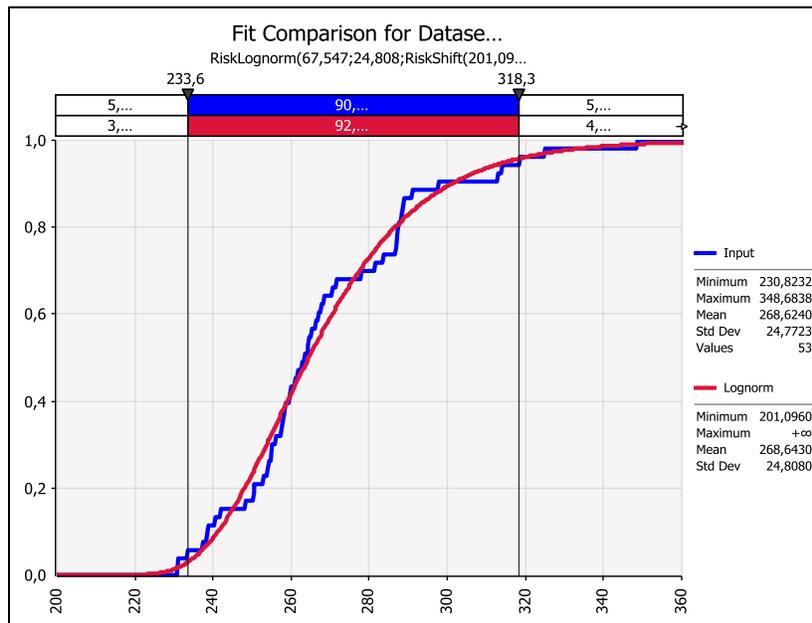


Figura 8. Función Distribución Precio de Largo Plazo del Cobre (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia en base Palisade @Risk v5.5.1.

De esta forma, la Ecuación incorporará un precio de largo plazo probabilístico, llamado  $\widehat{P}_{prob}$ . Así, de la Ecuación 4, se estimará un  $\alpha_{prob}$ , tal que:

$$\alpha_{prob} = \ln(\widehat{P}_{prob}) + \frac{\sigma^2}{4\eta} \quad (13)$$

Reemplazando en la Ecuación 7, se obtendría un  $\beta_{0,prob}$ , tal que:

$$\beta_{0,prob} = \left( \alpha_{prob} - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) \cdot (1 - e^{-\eta}) = \left( \ln(\widehat{P}_{prob}) - \frac{\sigma^2}{4\eta} \right) \cdot (1 - e^{-\eta}) \quad (14)$$

Finalmente, reemplazando en la Ecuación 5, se obtendría:

$$\ln(P_t) = \beta_{0,prob} + \beta_1 \cdot \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (15)$$

### 3.3.3 Costos Operativos

En relación a lo explicado en la Sub-Sección 2.3, se puede entender que los costos operativos en minería dependen de un factor cíclico y otro estructural.

El factor cíclico se puede entender, por ejemplo, si el precio del cobre aumenta en el año t, va a existir incentivos a reactivar proyectos, proyectos que demandarán insumos, y como estos insumos son escasos en el corto plazo, aumentarán el costo de los mismos. Esta relación entre el precio y los costos no es instantánea (el mercado se demora en reaccionar), por lo que visto de esa forma, hay parte de los costos de un año t que se explican por el precio de un año t-1.

El factor estructural se puede entender, por ejemplo, por características propias del yacimiento a explotar. Un ejemplo es el aumento de los costos de transporte dada la antigüedad de la operación, donde en una mina a cielo abierto a medida que transcurre el tiempo y se profundiza más, los camiones deben recorrer más kilómetros para llevar la misma cantidad de mineral. Por lo tanto estos costos siguen cierta tendencia en el tiempo y no se explican por la ciclicidad del negocio. Esta relación se puede entender que parte de los costos de un año t se explican por los costos de un año t-1.

Así, a nivel econométrico, se buscará una relación que trate de explicar los costos de un año t ( $C_t$ ), en función de los factores cíclicos y los factores estructurales. La ecuación que podría describir este comportamiento es la siguiente:

$$\ln(C_t) = \hat{\beta}_1 \cdot \ln(P_{t-1}) + \hat{\beta}_2 \cdot \ln(C_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (16)$$

Donde se tiene además que:

$$\varepsilon_t \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2) \quad (17)$$

La regresión tiene que ser en base logarítmica, ya que al igual de cómo se explicó con el precio de corto plazo (o *spot*), los costos no pueden tomar valores negativos.

Ahora, tomando en cuenta los datos históricos de la Tabla 3 y la Ecuación 16, a través del *software* EVIEWS 7 fue realizada la regresión lineal asociada. De la regresión, los estimadores presentan valores p menores al nivel de significancia del 5%, además de ser una serie estacionaria, sin problemas de correlación serial ni quiebres estructurales.<sup>18</sup> Así, los parámetros de la Ecuación 16 son:

Tabla 8. Parámetros Regresión Costos Operativos.  
Fuente: Elaboración propia.

| Parámetro              | Valor    |
|------------------------|----------|
| $\hat{\beta}_1$        | 0,22844  |
| $\hat{\beta}_2$        | 0,755149 |
| $\sigma_\varepsilon^2$ | 0,085212 |

En base a los parámetros anteriormente detallados, se pueden estimar los costos operativos para el periodo 2013-2016. De esta forma, se puede simular los costos operativos y el precio desde el año 2017. Los resultados de la simulación se muestran a continuación:

<sup>18</sup> El detalle de la regresión y sus *tests* asociados, se puede ver en el Anexo 5.

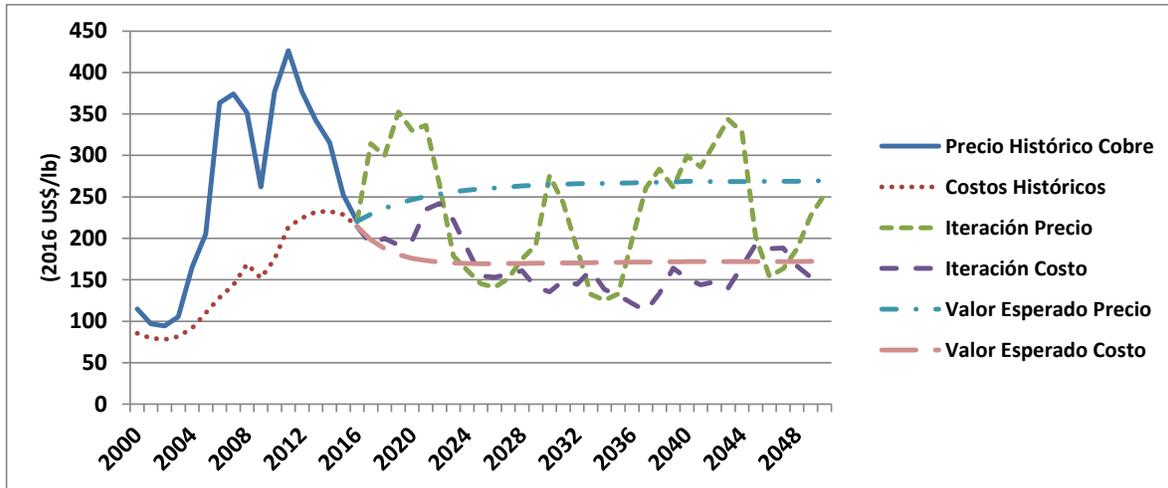


Figura 9. Simulación Precio del Cobre y Costos Operativos (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia.

Claramente al observar la Figura 9, queda en manifiesto que una compañía con costos promedio en la industria, debiese tener beneficios operacionales en el largo plazo, pues el valor esperado del precio es superior al valor esperado de los costos.

Lamentablemente este caso no es que se quiere analizar, ya que se busca que en el largo plazo el valor esperado del precio sea igual al valor esperado de los costos. Por lo tanto, en la Ecuación 16 se agregará un coeficiente de intercepción  $\hat{\beta}_0$ , tal que ocurra lo descrito anteriormente. De esta forma, la Ecuación 16 quedaría:

$$\ln(C_t) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \cdot \ln(P_{t-1}) + \hat{\beta}_2 \cdot \ln(C_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (18)$$

El coeficiente que permite que en el largo plazo el valor esperado del precio sea igual al valor esperado de los costos, es igual a  $\hat{\beta}_0 = 0,098$ .

Así, los resultados de la simulación quedarían:

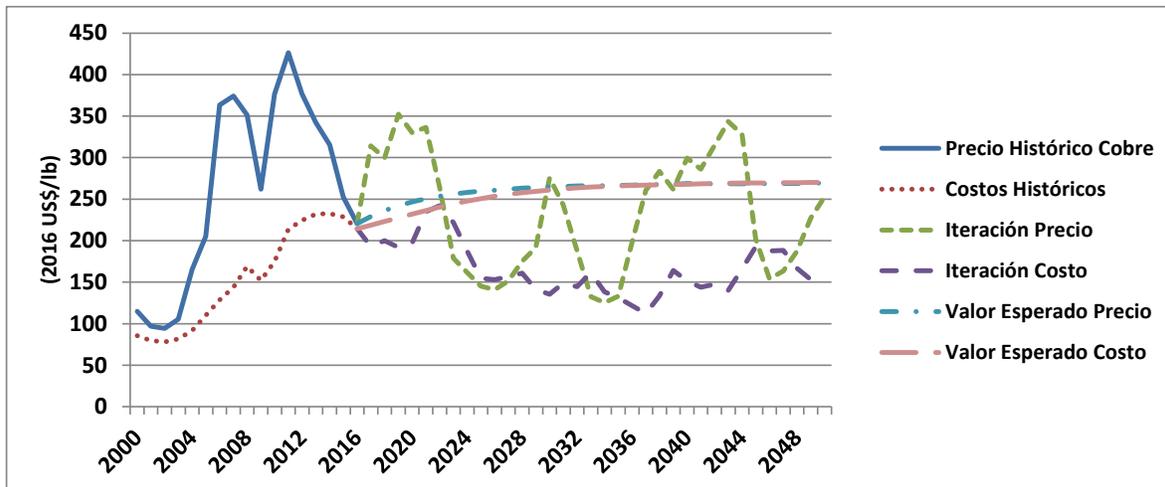


Figura 10. Simulación Precio del Cobre y Costos Operativos con  $\beta_0$  (2016 cUS\$/Lb).  
Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, se está en presencia del caso relevante a evaluar, que es justamente donde en el largo plazo el valor esperado del precio es igual al valor esperado de los costos.

### 3.4 Identificar las Opciones Reales a Evaluar

Dada la naturaleza del problema a resolver, se considerarán dos opciones que pueden ser ejercidas en distintos instantes de tiempo:

- a) Opción de Cierre Temporal: Esta opción considera el hecho de que el inversionista puede optar por cerrar temporalmente la operación a finales del año 2017. Es de particular interés la evaluación de esta opción porque en la industria del cobre, y tal como se refleja en los precios históricos de la Figura 3, el precio del año 2016 fue el más bajo en la última década. En el caso de no ser conveniente el cierre el año 2017, se evaluarán la opción de cerrar temporalmente el año 2018, y si nuevamente no es conveniente se evaluará el cierre temporal en última instancia el año 2019.

La evaluación de esta opción hasta el año 2019 radica en lo mostrado en Roberts (2009). En dicho estudio, se estima el tiempo que transcurre entre los distintos *peaks* (precios altos) y valles (precios bajos) de distintos *commodities*, desde enero de 1947 a diciembre de 2007. Para el caso particular del cobre, el tiempo promedio que transcurre entre un valle y un *peak* es de 27,54 meses (2,3 años), por lo que para efectos de esta tesis, se considerará el valor de 3 años. Por lo tanto, debido a que el año 2016 se consideraría un valle, en

promedio el precio debiese llegar a un *peak* el año 2019, por lo que no tendría sentido evaluar el cierre temporal posterior a esa fecha.

- b) Opción de Reapertura: Esta opción tiene sentido cuando ya se ha gatillado un cierre temporal anteriormente, y considera el hecho de que el inversionista puede optar por reabrir la operación si las condiciones lo ameritan. Esta opción está anidada con respecto a la Opción de Cierre Temporal, y se evaluará luego de los distintos casos donde se gatille el cierre temporal (2017, 2018 y 2019), funcionando de forma similar al de cierre temporal. Por ejemplo, en el caso que se gatille un cierre temporal el año 2017, el año 2018 se evaluará la Opción de Reapertura. En el caso de no ser conveniente la reapertura, se evaluará la Opción de Reapertura el año 2019, y si nuevamente no es conveniente se evaluará la Opción de Reapertura en última instancia el año 2020. Siempre el último año en que se evaluará la Opción de Reapertura será el 2020, porque a esa altura, y de acuerdo a Roberts (2009), se debiera haber llegado a un *peak*. Si la Opción de Reapertura es conveniente, la operación seguirá funcionando en el horizonte de evaluación.

Finalmente, el horizonte de evaluación será considerado de un total de 10 años, tomando en cuenta que Camus (2002) y Hinrichsen (2015) mencionan que el largo plazo son al menos 5 años. De esta forma, desde la última opción a evaluar (año 2020), se considerarán 6 años de evaluación. Así, la evaluación será desde el año 2017 al año 2026.

### **3.5 Construcción de los Árboles Estratégicos**

Un Árbol Estratégico es una herramienta mediante la cual se representa de forma gráfica las Opciones Reales de un proyecto. Además, permite visualizar la secuencia de eventos y decisiones que se podrían tomar a lo largo del tiempo. Gráficamente los Árboles Estratégicos cuando se considera el precio del cobre de corto plazo como variable de decisión, y cuando se consideran tanto el precio del cobre de corto plazo como el precio del cobre de largo plazo como variables de decisión, son iguales. El árbol se puede apreciar a continuación:

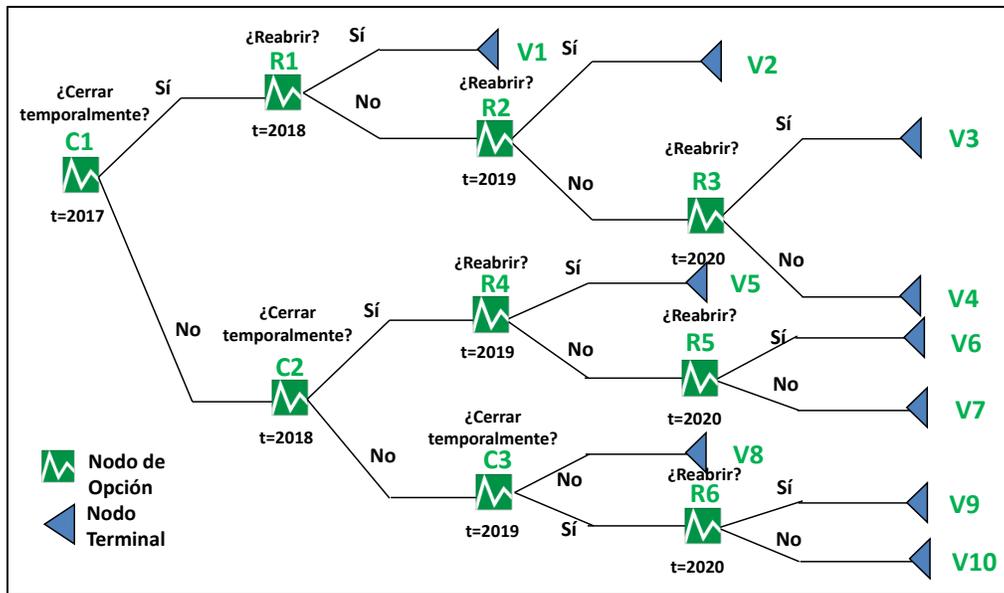


Figura 11. Árbol Estratégico a Resolver.  
Fuente: Elaboración propia.

El Árbol Estratégico 9 nodos de opción, de los cuáles 3 son asociados a la Opción de Cierre Temporal (cuyo valor está representado por C1, C2 y C3), mientras que los 6 restantes son los de reapertura (con valores de R1, R2,...,R6). Por otro lado, se tienen 10 nodos terminales, que contienen el VAN del margen operacional de seguir por un camino particular del Árbol Estratégico (con valores V1, V2,..., V10).

La diferencia entre los dos Árboles Estratégicos a resolver es que los nodos C1, C2 y C3 se resuelven de forma diferente. Para el árbol que considera el cierre temporal con elementos de corto plazo, la variable de decisión asociada al cierre es el precio de corto plazo, donde se busca maximizar el VAN del margen operacional después de impuestos. Es decir, la Opción de Cierre Temporal en el año 2017 busca entender cuál es el precio de corto plazo que gatilla el cierre a finales del 2017, con la esperanza de maximizar el VAN del margen operacional después de impuestos del año 2018.

Por otro lado, para el árbol que considera el cierre temporal con elementos de corto plazo y de largo plazo, la variable de decisión asociada al cierre es el precio de corto plazo y el precio de largo plazo, donde se busca maximizar el VAN del margen operacional después de impuestos, pero no de un año en particular, sino que de todo el potencial que tiene la operación a futuro. Es decir, la Opción de Cierre Temporal en el año 2017 busca entender cuál es el conjunto de precios de corto

plazo y de largo plazo que gatillan el cierre a finales del 2017, con la esperanza de maximizar el VAN del margen operacional después de impuestos con respecto a todas las opciones que se pueden tomar desde ese año en adelante. Este principio fue el que se discutió para entender que el problema debe ser resuelto con Programación Dinámica. En el fondo se busca maximizar la decisión inmediata, además de maximizar la función de evaluación que encapsula todas las consecuencias dadas por las decisiones subsecuentes.

Con respecto al valor de los nodos terminales, por ejemplo, V8 vendría dado por nunca haber cerrado la operación, mientras que V6 vendría dado por no haber cerrado temporalmente a finales de 2017, sí haber cerrado temporalmente a finales del año 2018, no reabrir a finales del 2019 y sí reabrir a finales del 2020. Definiendo margen operacional después de impuestos en un año  $t$  como:

$$MO_t = MO(P_t, C_t) = (P_t - C_t) \cdot (1 - \tau(P_t, C_t)) \quad (19)$$

El valor económico del nodo V8 se puede ver en la siguiente expresión:

$$V8 = \sum_{t=2017}^{2026} \frac{MO_t}{(1+r)^{(t-2017)}} \quad (20)$$

Por otro lado, el valor económico del nodo V6 se puede ver en la siguiente expresión:

$$V6 = \sum_{t=2017}^{2018} \frac{MO_t}{(1+r)^{(t-2017)}} + \sum_{t=2021}^{2026} \frac{MO_t}{(1+r)^{(t-2017)}} \quad (21)$$

Donde  $r$  es igual al costo de capital, y  $\tau(P_t, C_t)$  la tasa de impuestos corporativos, que depende de si existe o no margen operacional positivo, precisamente porque tanto  $P_t$  como  $C_t$  varían en el tiempo.

### 3.6 Determinar Condiciones que Gatillan Opciones

A diferencia de los nodos de decisión, donde la resolución se basa en elegir el camino con mayor valor, los nodos de opción contienen una regla endógena que gatilla o no el ejercicio de dicha opción.

En este sentido, Brennan y Schwartz (1985) encontraron las condiciones de gatillo del precio del *commodity* para invertir y otras condiciones que gatillaban la desinversión. En el fondo encontraron

un precio del *commodity* que gatillaba la inversión y otro precio del *commodity* que gatillaba la desinversión.

Otra forma de entender el gatillo es por ejemplo, si el precio de venta es la variable de decisión sobre la opción de expandir la capacidad de una planta en un año  $t$ , el precio de venta de gatillo es el precio de venta que si se llega a materializar el año  $t$ , hace que el valor esperado del VAN de expandir la planta es igual al valor esperado del VAN de no expandirla. Dado que el precio de venta en el año  $t$  es incierto, existen escenarios donde es conveniente expandir la planta y otros escenarios donde no es conveniente.

Existen otros análisis más complejos, donde existe más de una variable de decisión para ejercer una opción. Uno de estos casos se ve en Dixit y Pindyck (1994), donde la Figura se muestra a continuación:

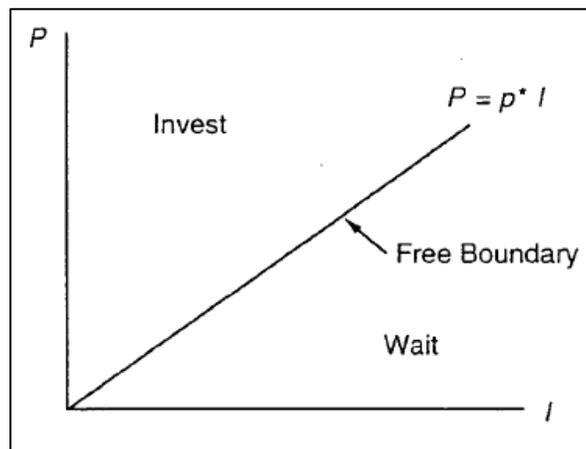


Figura 12. Condiciones de Gatillo con Dos Variables de Decisión.  
Fuente: Dixit y Pindyck (1994).

Para Dixit y Pindyck (1994), las dos variables de decisión eran el precio ( $P$ ) y los costos ( $I$ ), donde determinaron una recta de indiferencia (*Free Boundary*), que contenía un conjunto de precios y costos tales que el inversionista era indiferente entre invertir hoy o esperar a invertir en el futuro. Por lo tanto el valor de la opción de invertir en este caso será una combinación entre los valores en los cuáles es conveniente invertir por su probabilidad de invertir, sumado a los valores en los cuáles es conveniente esperar por su probabilidad de esperar. De este modo, el valor del nodo de opción es un valor condicional a la regla de endógena que gatilla la opción.

Para el caso del problema a resolver, existen dos tipos de nodos de opción: los de cierre temporal y los de reapertura.

### 3.6.1 Opción de Reapertura

Los de reapertura, independiente del tipo de árbol (con variables de decisión de corto plazo, o con variables de decisión de corto y de largo plazo) se resuelven de la misma forma. Se busca encontrar la recta de indiferencia (que contiene un conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo) tal que el valor esperado del VAN de ejercer la opción sea igual al valor esperado del VAN de no ejercerla.<sup>19</sup> En la práctica, esto significa por ejemplo, la recta de indiferencia del nodo R6 de la Figura 11, es el conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo del año 2020, tal que:

$$\mathbb{E}(VAN(V9)) = \mathbb{E}(VAN(V10)) \quad (22)$$

Dado que este proceso se realiza numéricamente, no es posible encontrar el conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo que impliquen la igualdad de la Ecuación 22. Para esto, fue definida una tolerancia lo suficientemente pequeña para que los resultados sean representativos. Se consideró al tolerancia igual a 0,001 cUS\$/Lb, que corresponde al 0,03% del máximo de los valores esperados del VAN de los nodos terminales representados en la Figura 11. Es decir, se pueden encontrar el conjunto de precios de corto plazo como de largo plazo tal que:

$$|\mathbb{E}(VAN(V9)) - \mathbb{E}(VAN(V10))| < tolerancia \quad (23)$$

Esto aplica para todas las opciones de reapertura, y de manera más general se puede definir como:

$$|\mathbb{E}(VAN_{Ejercer\ opción}) - \mathbb{E}(VAN_{No\ Ejercer\ opción})| < tolerancia \quad (24)$$

Gráficamente, la recta de indiferencia será de la siguiente forma:<sup>20</sup>

<sup>19</sup> Recordar que cuando se habla de VAN, se habla del VAN del margen operacional después de impuestos.

<sup>20</sup> Para encontrar la recta de indiferencia, se aproxima esta a través de dos puntos. Estos dos puntos son los precios de corto plazo que cortan el precio de largo plazo en su valor mínimo y su valor máximo (considerando la tolerancia descrita anteriormente). Este procedimiento se realiza a través del complemento de Excel Palisade @Risk v5.5.1., a través de simulaciones de Monte Carlo de 100.000 iteraciones.

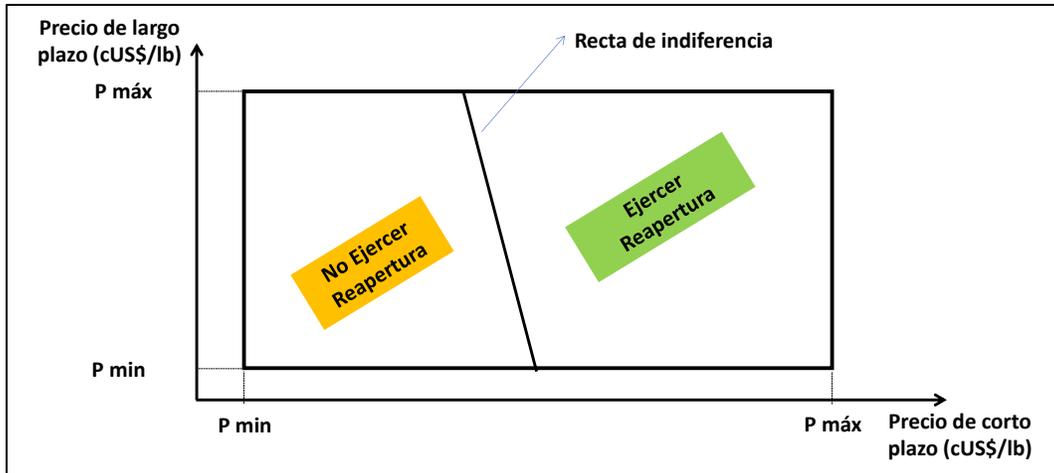


Figura 13. Recta de Indiferencia Opción de Reapertura.  
Fuente: Elaboración propia.

Esto quiere decir que si se está en la recta de indiferencia, y el precio de corto plazo y/o de largo plazo suben, es conveniente ejercer la reapertura. En caso que bajara alguno de estos precios de la recta de indiferencia, no sería conveniente ejercer la reapertura.

### 3.6.2 Opción de Cierre Temporal

Las condiciones de gatillo de las opciones de cierre temporal, difieren del tipo de árbol a resolver, que es parte del porque de esta tesis.

#### 3.6.2.1 Árbol Estratégico con Precio de Corto Plazo como Variables de Decisión

Se busca encontrar el precio de gatillo del cobre a finales de un año  $t$ , tal que el valor esperado del VAN del flujo de caja del año  $t+1$  sea igual a cero (que en la práctica se esté en una condición de indiferencia sobre si cerrar temporalmente o no en el año  $t$ ). En la práctica, esto significa por ejemplo, considerando  $r$  como el costo de capital, el precio de gatillo asociado al nodo C1 de la Figura 11, es el precio de corto plazo del año 2017, tal que:

$$\mathbb{E} \left( \frac{MO_{2018}}{(1+r)^{(2018-2017)}} \right) = 0 \frac{cUS\$}{Lb} \quad (25)$$

Dado que este proceso se realiza numéricamente, no es posible encontrar el precio de corto plazo que impliquen la igualdad de la Ecuación 25. Para esto, fue definida una tolerancia de 0,001 cUS\$/Lb. Es decir, se puede encontrar el precio de corto plazo tal que:

$$\left| \mathbb{E} \left( \frac{MO_{2018}}{(1+r)^{(2018-2017)}} \right) \right| < \text{tolerancia} \quad (26)$$

Gráficamente, el precio de gatillo será de la siguiente forma:<sup>21</sup>

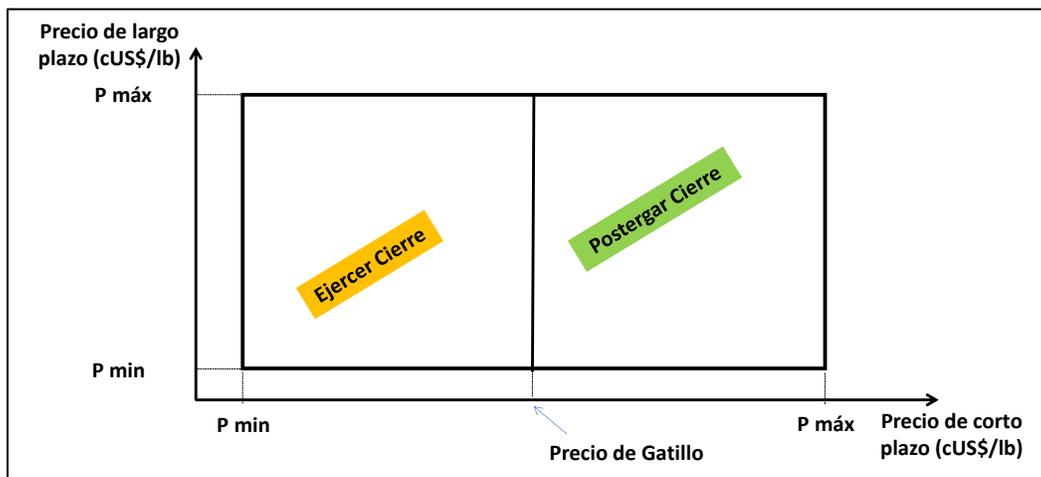


Figura 14. Precio de Gatillo Opción de Cierre Temporal.  
Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, independiente del precio de largo plazo, siempre que el precio del cobre del año de ejercicio de la opción sea mayor que el precio de gatillo, será conveniente postergar el cierre, y en caso contrario será conveniente ejercer el cierre temporal.

### 3.6.2.2 Árbol Estratégico con Precio de Corto y de Largo Plazo como Variables de Decisión

Al igual que en el caso de la Opción de Reapertura, se busca encontrar la recta de indiferencia (que contiene un conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo) tal que el valor esperado del VAN de ejercer la opción sea igual al valor esperado del VAN de no ejercerla. En la práctica, esto significa por ejemplo, la recta de indiferencia del nodo C1 de la Figura 11, es el conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo del año 2017, tal que:

<sup>21</sup> El precio de gatillo se deriva conforme a la Ecuación 26. El procedimiento se realiza a través del complemento de Excel Palisade @Risk v5.5.1., a través de simulaciones de Monte Carlo de 100.000 iteraciones.

$$\mathbb{E}(VAN(R1)) = \mathbb{E}(VAN(C2)) \quad (27)$$

Dado que este proceso se realiza numéricamente, no es posible encontrar el conjunto de precios de corto plazo y de largo plazo que impliquen la igualdad de la Ecuación 27. Para esto, fue definida una tolerancia de 0,001 cUS\$/Lb. Es decir, se pueden encontrar el conjunto de precios de corto plazo como de largo plazo tal que:

$$|\mathbb{E}(VAN(R1)) - \mathbb{E}(VAN(C2))| < \text{tolerancia} \quad (28)$$

Esto aplica para todas las opciones de cierre temporal cuando se consideran el precio de corto y de largo plazo como variables de decisión, y de manera más general se puede definir como:

$$|\mathbb{E}(VAN_{Ejercer\ opción}) - \mathbb{E}(VAN_{No\ Ejercer\ opción})| < \text{tolerancia} \quad (29)$$

Gráficamente, la recta de indiferencia será de la siguiente forma:<sup>22</sup>

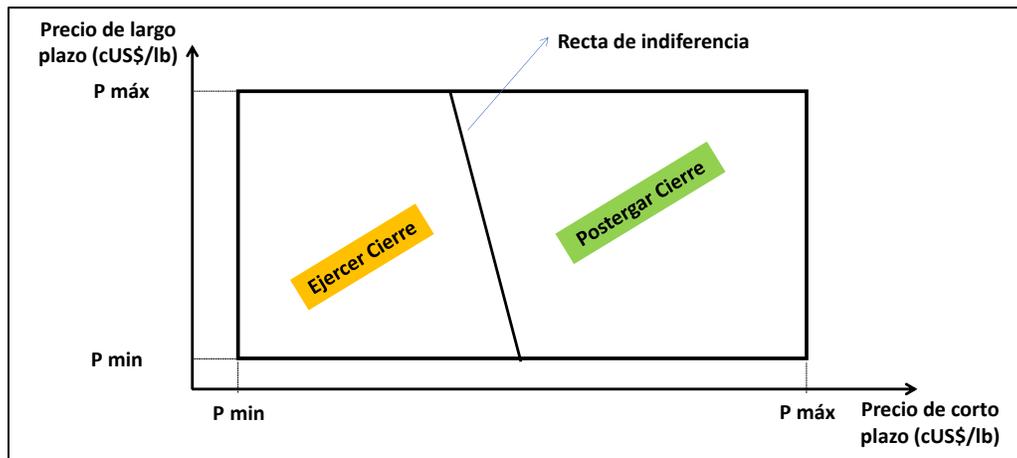


Figura 15. Recta de Indiferencia Opción de Cierre Temporal.

Fuente: Elaboración propia.

<sup>22</sup> Para encontrar la recta de indiferencia, se aproxima esta a través de dos puntos. Estos dos puntos son los precios de corto plazo que cortan el precio de largo plazo en su valor mínimo y su valor máximo (considerando la tolerancia descrita anteriormente). Este procedimiento se realiza a través del complemento de Excel Palisade @Risk v5.5.1., a través de simulaciones de Monte Carlo de 100.000 iteraciones.

Esto quiere decir que si se está en la recta de indiferencia, y el precio de corto plazo y/o de largo plazo suben, es conveniente postergar el cierre. En caso que bajara alguno de estos precios de la recta de indiferencia, sería conveniente ejercer el cierre temporal.

### 3.7 Resolución de los Árboles Estratégicos

De acuerdo a lo explicado en el Capítulo 3, la resolución de los Árboles Estratégicos están íntimamente ligados a encontrar el valor esperado del VAN de los distintos nodos de opción, cuyo valor depende de las condiciones de gatillo explicadas. Encontrar el valor esperado del VAN de los nodos de opción depende si estos se refieren al cierre temporal o reapertura. Hay que considerar que como se resuelve a través de Programación Dinámica, el Árbol Estratégico debe resolverse de derecha izquierda, término conocido como *backward induction*.

A nivel general, y de acuerdo a Dixit y Pindyck (1994), el valor de una opción es una combinación entre los valores en los cuáles es conveniente ejercerla por su probabilidad de ejercerla, sumado a los valores en los cuáles es conveniente ejercerla por su probabilidad de no ejercerla. De este modo, el valor del nodo de opción es un valor condicional a la regla de endógena que gatilla la opción.

#### 3.7.1 Opción de Reapertura

Tomando en cuenta el ejemplo desarrollado en la Sub-Sección 3.6.1, una vez calculada la recta de indiferencia asociada al nodo R6 de la Figura 11, habría que encontrar el valor esperado del VAN de este nodo, que se llamará como  $\mathbb{E}(VAN(R6))$ . Este valor esperado es condicional a la recta de indiferencia, y del valor de los nodos posteriores,  $V9$  y  $V10$ . Así, el  $\mathbb{E}(VAN(R6))$  se podría escribir como:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(VAN(R6)) = & Prob_{Ejercer Reapertura} \cdot \mathbb{E}(VAN(V9)|Ejercer Reapertura) \\ & + Prob_{No Ejercer Reapertura} \cdot \mathbb{E}(VAN(V10)|No Ejercer Reapertura) \end{aligned} \quad (30)$$

En términos más generales, la Ecuación 30 se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}(VAN_{\text{Nodo Reapertura}}) \\
&= Prob_{Ejercer Reapertura} \cdot \mathbb{E}(VAN_{Ejercer Reapertura} | Ejercer Reapertura) \\
&+ Prob_{No Ejercer Reapertura} \cdot \mathbb{E}(VAN_{No Ejercer Reapertura} | No Ejercer Reapertura)
\end{aligned} \tag{31}$$

### 3.7.2 Opción de Cierre Temporal

El valor de los nodos de Opción de Cierre Temporal se evalúa de forma similar que los nodos de reapertura. Lo único que difieren es que las condiciones de gatillo son distintas dependiendo si las variables de decisión son el precio de corto plazo o el precio de corto y de largo plazo.

Así, tomando en cuenta el ejemplo desarrollado en la Sub-Sección 3.6.2.2, una vez calculada la recta de indiferencia (o precio de gatillo según corresponda) asociada al nodo C1 de la Figura 11, habría que encontrar el valor esperado del VAN de este nodo, que se llamará como  $\mathbb{E}(VAN(C1))$ . Este valor esperado es condicional a la recta de indiferencia (o precio de gatillo según corresponde), y del valor de los nodos posteriores, R1 y C2. Así, el  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  se podría escribir como:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}(VAN(C1)) &= Prob_{Ejercer Cierre} \cdot \mathbb{E}(VAN(R1) | Ejercer Cierre) \\
&+ Prob_{No Ejercer Cierre} \cdot \mathbb{E}(VAN(C2) | No Ejercer Cierre)
\end{aligned} \tag{32}$$

En términos más generales, la Ecuación 32 se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}(VAN_{\text{Nodo Cierre}}) \\
&= Prob_{Ejercer Cierre} \cdot \mathbb{E}(VAN_{Ejercer Cierre} | Ejercer Cierre) \\
&+ Prob_{No Ejercer Cierre} \cdot \mathbb{E}(VAN_{No Ejercer Cierre} | No Ejercer Cierre)
\end{aligned} \tag{33}$$

Tal como se comentó, las condiciones que gatillan las opciones de cierre difieren si se considera el precio de corto plazo como variable de decisión o el precio de corto y largo plazo como variables de decisión. De esta forma, no sería extraño que para estos dos escenarios, el  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  difiera.

### 3.8 Valor de la Opción

Desde un punto relativo a activos reales, el valor de una opción está asociado al valor adicional que genera dicha opción sobre los métodos tradicionales de evaluación, como el VAN.

Smit & Trigeorgis (2012) y Amram & Kulatilaka (1999) explican este valor adicional de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$VAN \text{ Expandido} = VAN \text{ tradicional} + Valor \text{ de la Opción (o flexibilidad)} \quad (34)$$

El VAN Expandido (o simplemente el VAN que considera el valor de las opciones), toma en cuenta como base el resultado del VAN tradicional explicado en el Capítulo 2, y a este le agrega el valor asociado a las opciones que se estén evaluando. Por lo tanto, si las opciones son poco valiosas, es decir, no es relevante la flexibilidad asociada a las opciones, el VAN Expandido será igual al resultado del VAN tradicional. De aquí se entiende que el VAN que considera opciones es complementario al VAN tradicional.

De acuerdo a los ejemplos vistos en la Sub-Sección 3.7, para la Opción de Reapertura asociado al nodo R6, el VAN Expandido de ese nodo sería igual al  $\mathbb{E}(VAN(R6))$  de la Ecuación 30.

Por otro lado, para la Opción de Cierre Temporal asociado al nodo C1, el VAN Expandido de ese nodo sería igual al  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  de la Ecuación 32.

#### 3.8.1 Opción de Reapertura

De esta forma, el valor de la Opción de Reapertura para el nodo R6 vendría dado por la siguiente ecuación (que es si se despejara el valor de la opción de la Ecuación 34):

$$Valor \text{ de la Opción (nodo R6)} = \mathbb{E}(VAN(R6)) - \max(\mathbb{E}(VAN(V9)); \mathbb{E}(VAN(V10))) \quad (35)$$

Donde:

- a)  $\mathbb{E}(VAN(R6))$  es el VAN Expandido asociado al nodo R6

- b)  $\max(\mathbb{E}(VAN(V9)); \mathbb{E}(VAN(V10)))$  es el resultado del VAN tradicional. Si se tuviese que decidir entre reabrir la operación el año 2020 (nodo V9) o no reabrir ese año (nodo V10), de forma tradicional se tomaría la decisión asociada al nodo que presente un mayor valor (o mayor valor esperado del VAN)

De aquí es claro que si la Opción de Reapertura es poco valiosa, habría claridad absoluta sobre qué decisión tomar sobre la reapertura el año 2020. Esto implicaría que  $\mathbb{E}(VAN(R6))$  sería igual a  $\mathbb{E}(VAN(V9))$  o  $\mathbb{E}(VAN(V10))$ , dependiendo de si es claro que siempre habría que reabrir el año 2020, o nunca habría que hacerlo. Así, se tendría que  $\mathbb{E}(VAN(R6)) - \max(\mathbb{E}(VAN(V9)); \mathbb{E}(VAN(V10))) = 0$ , por lo que el valor de la opción sería, por lo tanto, 0. En cualquier otro caso, las opciones podrían generar valor, siendo el valor de la flexibilidad (u opción) distinta de 0.

Este método de resolución es análogo a otros nodos de Opción de Reapertura.

### 3.8.2 Opción de Cierre Temporal

De igual forma, el valor de la Opción de Cierre Temporal para el nodo C1 vendría dado por la siguiente ecuación (que es si se despejara el valor de la opción de la Ecuación 34):

$$\text{Valor de la Opción (nodo C1)} = \mathbb{E}(VAN(C1)) - \max(\mathbb{E}(VAN(R1)); \mathbb{E}(VAN(C2))) \quad (36)$$

Donde:

- a)  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  es el VAN Expandido asociado al nodo C1
- b)  $\max(\mathbb{E}(VAN(R1)); \mathbb{E}(VAN(C2)))$  es el resultado del VAN tradicional. Si se tuviese que decidir entre cerrar temporalmente la operación el año 2017 (nodo R1) o no cerrar temporalmente ese año (nodo C2), de forma tradicional se tomaría la decisión asociada al nodo que presente un mayor valor (o mayor valor esperado del VAN). A diferencia del ejemplo de la Sub-Sección 3.8.1 donde el VAN tradicional era el máximo entre los valores esperado del VAN de dos nodos terminales, cuando se tienen opciones anidadas (como este caso de las opciones de cierre temporal y como en otros casos de opción de reapertura

distintos al ejemplo de la Sub-Sección 3.8.1), el VAN tradicional es el máximo entre los valores esperados del VAN de los nodos de opción posteriores en tiempo (como el presente caso). Esto en particular porque  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  contiene el valor de la opción de cierre temporal en año 2017, asimismo como el valor de todas las opciones posteriores tanto de cierre temporal como de reapertura (dado que es un problema resuelto con Programación Dinámica). Por eso mismo, para encontrar el valor único de la opción de cierre del año 2017, se debe restar  $\max(\mathbb{E}(VAN(R1)); \mathbb{E}(VAN(C2)))$  a  $\mathbb{E}(VAN(C1))$ , porque la primera expresión contiene el valor de todas las opciones desde el 2018 en adelante. Así, la resta va a contener únicamente el valor de la opción de cierre temporal del año 2017.

De aquí es claro que si la Opción de Cierre Temporal es poco valiosa, habría claridad absoluta sobre qué decisión tomar sobre el cierre temporal el año 2017. Esto implicaría que  $\mathbb{E}(VAN(C1))$  sería igual a  $\mathbb{E}(VAN(R1))$  o  $\mathbb{E}(VAN(C2))$ , dependiendo de si es claro que siempre habría que cerrar temporalmente el año 2017, o nunca habría que hacerlo. Así, se tendría que  $\mathbb{E}(VAN(C1)) - \max(\mathbb{E}(VAN(R1)); \mathbb{E}(VAN(C2))) = 0$ , por lo que el valor de la opción sería, por lo tanto, 0. En cualquier otro caso, las opciones podrían generar valor, siendo el valor de la flexibilidad (u opción) distinta de 0.

Este método de resolución es análogo a los nodos C2 y C3.

## 4. RESULTADOS

De acuerdo a la metodología descrita en el Capítulo 3, a continuación se detallarán los resultados más relevantes asociados a la hipótesis y objetivos propuestos.

### 4.1 Condiciones que Gatillan Opciones

Tal como se explicó anteriormente, las condiciones varían dependiendo del tipo de opción, y si la Opción de Cierre Temporal considera el precio de corto plazo como variable de decisión o el precio de corto y largo plazo como variables de decisión.

#### 4.1.1 Opción de Reapertura

Para la Opción de Reapertura, el cálculo de la recta de indiferencia no varía dependiendo del tipo de Árbol Estratégico a evaluar. A modo de ejemplo, se muestra el resultado de la recta de indiferencia del nodo R6 de la Figura 11 (correspondiente al año 2020), donde al realizar una simulación de Monte Carlo, es posible obtener la probabilidad de ejercer la Opción de Reapertura y la probabilidad de no ejercerla.

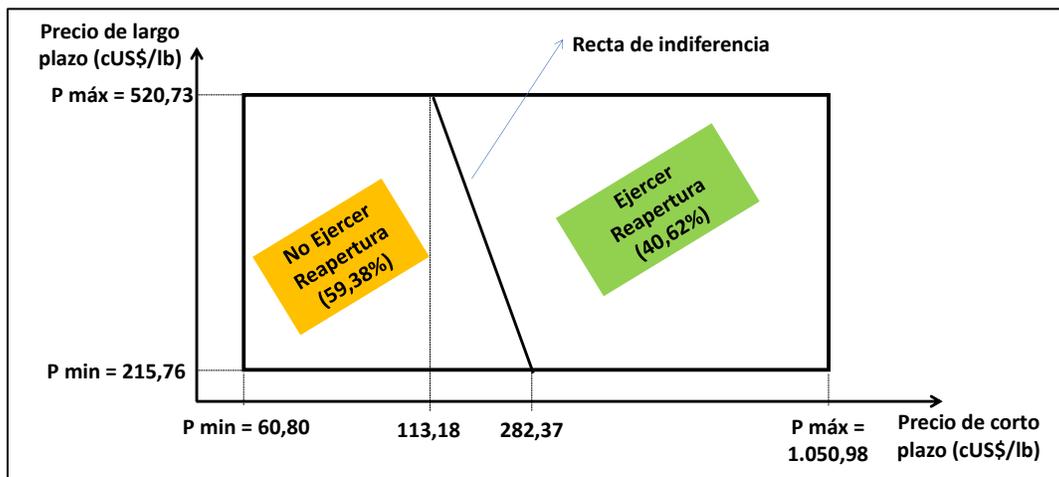


Figura 16. Recta de Indiferencia Opción de Reapertura R6.

Fuente: Elaboración propia.

De aquí es claro que la probabilidad de no ejercer la reapertura el año 2020 es mayor que ejercerla, lo que puede deberse a que en el largo plazo el valor esperado del margen operacional debiese tender a cero. También es relevante entender que la pendiente de la recta de indiferencia es

negativa, porque por ejemplo, si el precio de corto plazo estuviera entre 113,18 cUS/Lb y 282,37 cUS\$/Lb y fuera 200 cUS\$/Lb, y las expectativas de largo plazo fueran pesimistas (precio de largo plazo bajo), es probable que no tenga que ejercerse la reapertura. En este sentido sería obvio entender que si las expectativas de largo plazo fueran diferentes y se esperara un precio de largo plazo alto, es probable que el inversionista decida reabrir la operación al mismo precio de corto plazo de 200 cUS\$/Lb.

La resolución del resto de los nodos de reapertura sigue la misma estructura, por lo que no se mostrarán en el presente informe (Hinrichsen, 2017).

#### **4.1.2 Opción de Cierre Temporal**

Para la Opción de Cierre Temporal, se puede calcular un precio de gatillo en el caso donde la variable de decisión sea el precio de corto plazo, o se puede calcular una recta de indiferencia en el caso donde las variables de decisión son el precio de corto y de largo plazo. Los tres nodos de cierre se resuelven de la misma forma (C1, C2 y C3), donde el nodo más relevante es el primero del Árbol Estratégico de la Figura 11, el nodo de cierre temporal C1. Estas opciones están anidadas, es decir, para evaluar el cierre temporal en el año 2019 (nodo C3), habría que anteriormente no haber cerrado el año 2018 (nodo C2), al igual como no haber cerrado el año 2017 (nodo C1). Esto es relevante pues el valor del nodo C1 incluye tanto el valor de esa opción como el valor de todas las opciones que pueden tomarse más adelante en el proyecto (de acuerdo a la metodología de Programación Dinámica).

Dado que para efectos de esta tesis, el nodo de opción más relevante a estudiar es el que engloba todas las decisiones posteriores del proyecto, se analizará el nodo de Opción de Cierre Temporal C1, donde el análisis de los otros nodos de cierre temporal se puede revisar en Hinrichsen (2017).

##### **4.1.2.1 Opción de Cierre Temporal con el Precio de Corto Plazo como Variable de Decisión**

El resultado del precio de gatillo del nodo C1 de la Figura 11 (correspondiente al año 2017), además de la probabilidad de ejercer la Opción de Cierre Temporal y la probabilidad de no ejercer el cierre temporal, se muestra a continuación.

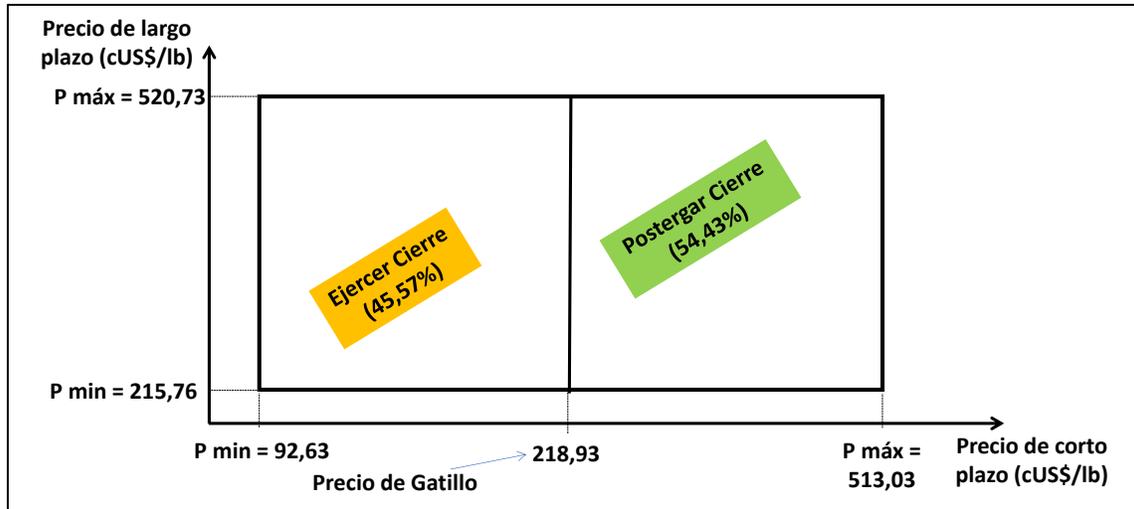


Figura 17. Precio de Gatillo Opción de Cierre Temporal C1.  
Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, tomando consideraciones de corto plazo, sería más probable postergar el cierre, debido a que se espera por Roberts (2009), que las expectativas futuras sobre las condiciones de mercado desde el año 2017 mejoren. En este caso, si el precio de corto plazo es mayor que 218,93 cUS\$/Lb, sería conveniente postergar el cierre, y en el caso contrario sería conveniente ejercer el cierre. Esta condición de gatillo es limitada porque supone que el inversionista considerará las condiciones de corto plazo para cerrar o postergar, independiente de las expectativas futuras del precio.

#### 4.1.2.1 Opción de Cierre Temporal con el Precio de Corto y Largo Plazo como Variables de Decisión

El resultado de la recta de indiferencia del nodo C1 de la Figura 11 (correspondiente al año 2017), además de la probabilidad de ejercer la Opción de Cierre Temporal y la probabilidad de no ejercer el cierre temporal, se muestra a continuación.

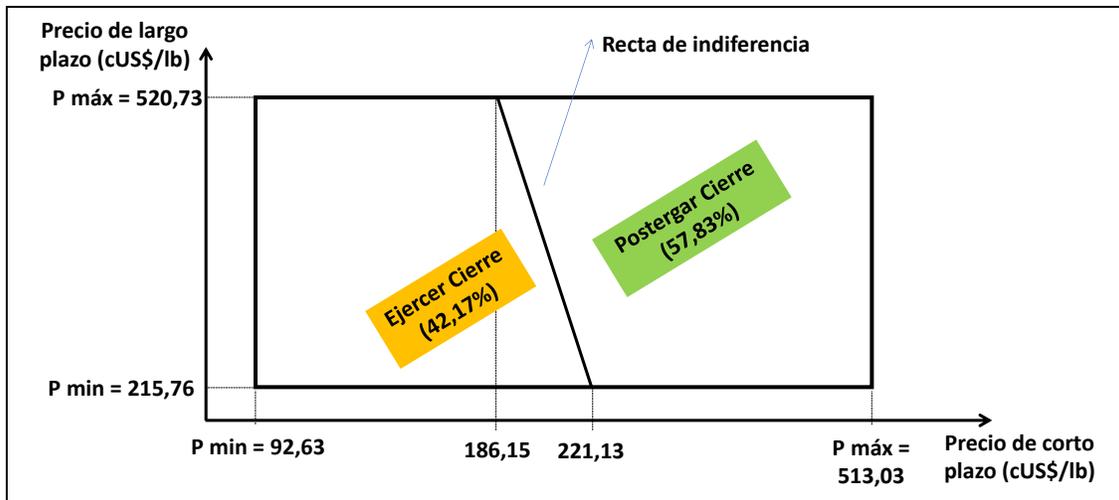


Figura 18. Recta de Indiferencia Opción de Cierre Temporal C1.  
Fuente: Elaboración propia.

Así, tomando consideraciones de corto plazo y de largo, la probabilidad de postergar el cierre aumenta, y por lo tanto disminuyen las probabilidades de ejercer el cierre. Por lo tanto, queda demostrado que el hecho de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo en vez de sólo de corto plazo, pueden cambiar la toma de decisiones sobre el momento y condiciones relevantes para cerrar temporalmente una operación minera.

También es relevante entender que la pendiente de la recta de indiferencia es negativa, porque por ejemplo, si el precio de corto plazo estuviera entre 186,15 cUS/Lb y 221,13 cUS\$/Lb y fuera 215 cUS\$/Lb, y las expectativas de largo plazo fueran pesimistas (precio de largo plazo bajo), es probable que tenga que ejercerse el cierre temporal, porque las condiciones actuales y futuras no justificarían seguir operando. En este sentido sería obvio entender que si las expectativas de largo plazo fueran diferentes y se esperara un precio de largo plazo alto, es probable que el inversionista decida postergar el cierre a futuro, tomando el precio de corto plazo de 215 cUS\$/Lb.

#### 4.1.2.2 Análisis Conjunto de Opción de Cierre Temporal

Finalmente, al superponer las Figuras 17 con la 18, se puede entender la probabilidad de cometer los errores de cerrar anticipadamente una operación:

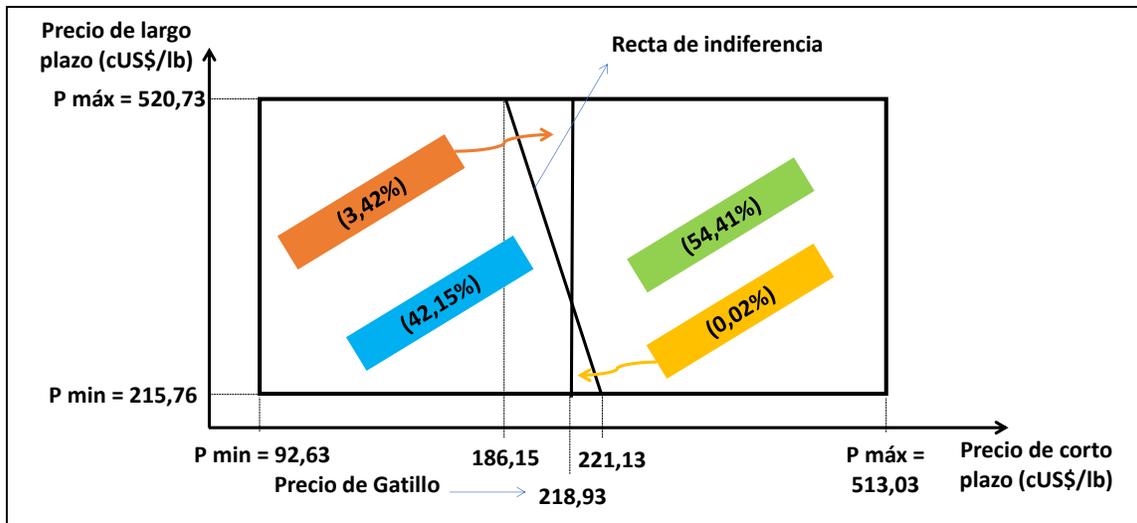


Figura 19. Análisis Conjunto Opción de Cierre Temporal C1.  
Fuente: Elaboración propia.

De esta forma, se pueden entender la distintas zonas donde se intersectan las condiciones de gatillo detalladas anteriormente. Este análisis no es suficiente, porque aparte de la probabilidad, hay que entender el impacto de que las condiciones de cierre sean diferentes al considerar el precio de corto plazo como variables de decisión en vez de considerar el precio de corto y largo plazo como variables de decisión.

## 4.2 Valor Esperado del VAN de los Nodos de Opción

Tal como se explicó en el Capítulo 3, el valor esperado del VAN de los distintos nodos de opción dependerá de la probabilidad de ejercer o no dichas opciones, con su respectivo valor esperado del VAN condicional a si se ejerció o no la opción.

### 4.2.1 Opción de Reapertura

Siguiendo el ejemplo del nodo R6, en la siguiente Tabla se ilustra el valor esperado del VAN condicional a si se ejerce o no dicha Opción de Reapertura, las probabilidades respectivas, y por lo tanto el valor esperado del VAN del nodo de Opción de Reapertura, R6.

Tabla 9. Valor Esperado del VAN del Nodo de Opción de Reapertura R6.

Fuente: Elaboración propia.

| Escenario asociado al nodo R6 | Probabilidad de Ejercer o No Ejercer Reapertura | Valor Esperado del VAN condicional a las condiciones de gatillo (cUS\$/Lb) | Valor Esperado del VAN de R6 (cUS\$/Lb) |
|-------------------------------|---|--|---|
| Ejercer Reapertura            | 40,62%  | 118,92   | 27,58                                   |
| No Ejercer Reapertura         | 59,38%  | -34,89   |   |

Por lo tanto, el valor esperado del VAN del nodo R6 es igual a 27,58 cUS\$/Lb. Es importante destacar que el valor esperado del VAN condicional en el caso de ejercer la reapertura es positivo, pero que de todas formas existen escenarios con valores negativos. De igual modo, el valor esperado del VAN condicional en el caso de no ejercer la reapertura es negativo, pero asimismo existen escenarios positivos. Esto sucede porque las condiciones de gatillo derivadas dentro de los nodos de opción buscan reducir parte del riesgo del proyecto (al igual como lo haría una opción financiera como estrategia de cobertura, Hull, 2006), pero no es posible cubrirse de todo el riesgo debido a la naturaleza estocástica de las incertidumbres de precio y costo.

#### 4.2.2 Opción de Cierre Temporal

##### 4.2.2.1 Opción de Cierre Temporal con el Precio de Corto Plazo como Variable de Decisión

Tomando en cuenta el nodo C1 en el caso que la variable de decisión es el precio de corto plazo, en la siguiente Tabla se ilustra el valor esperado del VAN condicional a si se ejerce o no la Opción de Cierre Temporal, las probabilidades respectivas, y por lo tanto el valor esperado del VAN del nodo de Opción de Cierre Temporal, C1.

Tabla 10. Valor Esperado del VAN del Nodo de Opción de Cierre Temporal C1 (Precio del Cobre de Corto Plazo como Variable de Decisión).

Fuente: Elaboración propia.

| Escenario asociado al nodo C1 | Probabilidad de Ejercer o No Ejercer Cierre Temporal | Valor Esperado del VAN condicional a las condiciones de gatillo (cUS\$/Lb) | Valor Esperado del VAN de C1 (cUS\$/Lb) |
|-------------------------------|--|--|---|
| Ejercer Cierre Temporal       | 45,57%   | -9,75  | 46,99                                   |
| No Ejercer Cierre Temporal    | 54,43%   | 94,49  |   |

Por lo tanto, el valor esperado del VAN del nodo C1 es igual a 46,99 cUS\$/Lb. Este corresponde al valor tanto de la opción evaluada en el año 2017 (C1), y todas las opciones siguientes, debido a la resolución mediante Programación Dinámica.

Es importante destacar que el valor esperado del VAN condicional en el caso de no ejercer el cierre temporal es positivo, pero que de todas formas existen escenarios con valores negativos. De igual modo, el valor esperado del VAN condicional en el caso de ejercer el cierre temporal es negativo, pero asimismo existen escenarios positivos. Tal como se comentó anteriormente, se debe a que no es posible cubrirse de todo el riesgo operacional usando Opciones Reales, sumado a que según Roberts (2009), las condiciones de mercado debieran mejorar desde el año 2017, lo que haría poco atractivo cerrar la operación (en valor esperado).

#### 4.2.2.1 Opción de Cierre Temporal con el Precio de Corto y Largo Plazo como Variables de Decisión

Finalmente, tomando en cuenta el nodo C1 en el caso que la variables de decisión sean el precio de corto y de largo plazo, en la siguiente Tabla se ilustra el valor esperado del VAN condicional a si se ejerce o no la Opción de Cierre Temporal, las probabilidades respectivas, y por lo tanto el valor esperado del VAN del nodo de Opción de Cierre Temporal, C1.

Tabla 11. Valor Esperado del VAN del Nodo de Opción de Cierre Temporal C1 (Precio del Cobre de Corto y de Largo Plazo como Variable de Decisión).

Fuente: Elaboración propia.

| Escenario asociado al nodo C1 | Probabilidad de Ejercer o No Ejercer Cierre Temporal | Valor Esperado del VAN condicional a las condiciones de gatillo (cUS\$/Lb) | Valor Esperado del VAN de C1 (cUS\$/Lb) |
|-------------------------------|--|--|---|
| Ejercer Cierre Temporal       | 42,17%   | -13,28   | 49,02                                   |
| No Ejercer Cierre Temporal    | 57,83%   | 94,46  |   |

Por lo tanto, el valor esperado del VAN del nodo C1 es igual a 49,02 cUS\$/Lb. Este corresponde al valor tanto de la opción evaluada en el año 2017 (C1), y todas las opciones siguientes, debido a la resolución mediante Programación Dinámica, pero considerando el precio de corto y de largo plazo como variables de decisión.

Es importante destacar que el valor esperado del VAN condicional en el caso de no ejercer el cierre temporal es positivo (y es ligeramente menor que el caso de la Tabla 10), pero que de todas formas existen escenarios con valores negativos. De igual modo, el valor esperado del VAN condicional en el caso de ejercer el cierre temporal es negativo (y es menor que el caso de la Tabla 10), pero asimismo existen escenarios positivos. Tal como se comentó anteriormente, se debe a que no es posible cubrirse de todo el riesgo operacional usando Opciones Reales, sumado a que según Roberts

(2009), las condiciones de mercado debieran mejorar desde el año 2017, lo que haría poco atractivo cerrar la operación (en valor esperado).

Pese a que los casos descritos en las Tablas 10 y 11 presentan valores esperados del VAN condicional similares, la clave está en la probabilidad de ejercer o no la Opción de Cierre Temporal. Esto último está íntimamente ligado a las condiciones de gatillo, que depende necesariamente de qué variables de decisión se utilizaron como gatillantes de las opciones.

Por lo tanto, se ve claramente que no sólo las condiciones de cierre cambian (de acuerdo a la Sub- Sección 4.1), sino que además el hecho de considerar solo el precio de corto plazo como variable de decisión en vez del precio de corto y largo plazo como variables de decisión, genera una pérdida de valor del proyecto. En términos de valor esperado del VAN, esto se traduce en:

$$Pérdida de valor = 46,99 \frac{cUS\$}{Lb} - 49,02 \frac{cUS\$}{Lb} = -2,03 \frac{cUS\$}{Lb} \quad (37)$$

### **4.3 Árboles Estratégicos**

Siguiendo la metodología del Capítulo 3, y los resultados entregados en el presente capítulo, los Árboles Estratégicos resueltos con los valores esperados del VAN de sus respectivos nodos, se muestra a continuación.

#### **4.3.1 Árbol Estratégico con Precio del Cobre de Corto Plazo como Variables de Decisión**

El árbol resuelto es:

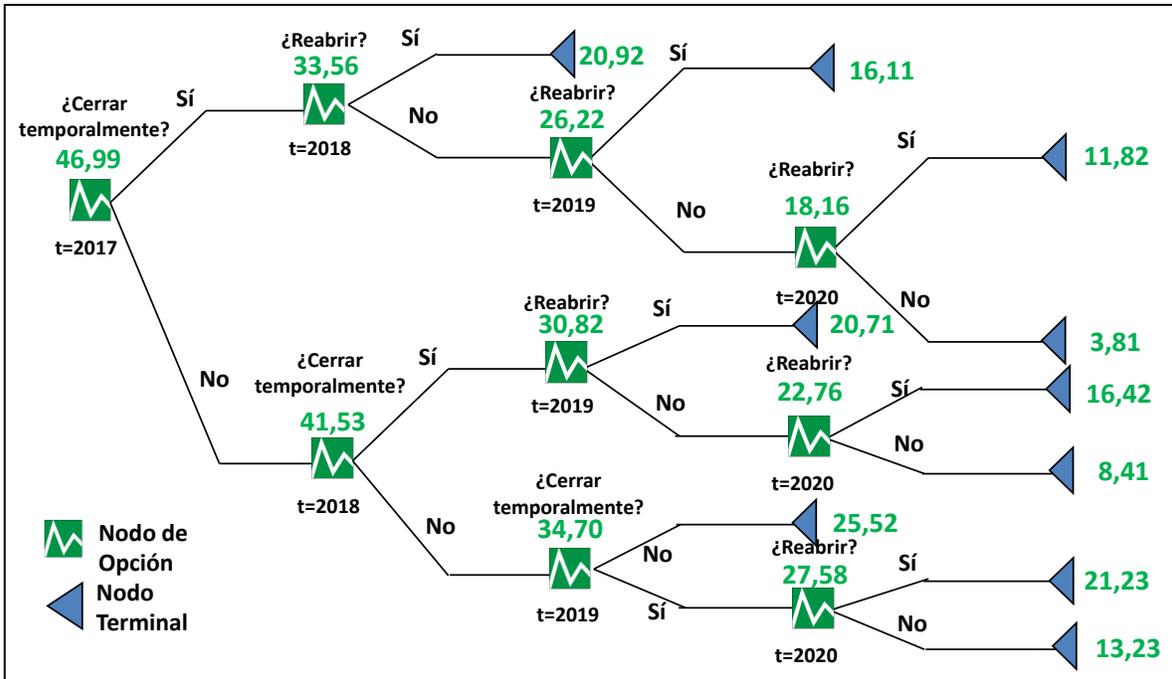


Figura 20. Árbol Estratégico Resuelto Precio del Cobre de Corto Plazo como Variable de Decisión.  
Fuente: Elaboración propia.

Asociado a cada nodo, existe un valor que corresponde al valor esperado del VAN, donde en los nodos terminales, estos valores corresponden al valor esperado del VAN se seguir por un camino particular del árbol.

Al observar el nodo de la Opción de Reapertura correspondiente al nodo R6 de la Figura 11, este valor esperado del VAN es igual a 27,58 cUS\$/Lb, que claramente es el mismo valor calculado en la Tabla 9. Asimismo, el valor esperado del VAN del nodo C1 de la Figura 11, es precisamente 46,99 cUS\$/Lb, que es el mismo valor derivado en la Tabla 10.

#### 4.3.2 Árbol Estratégico con Precio del Cobre de Corto y Largo Plazo como Variables de Decisión

El árbol resuelto es:

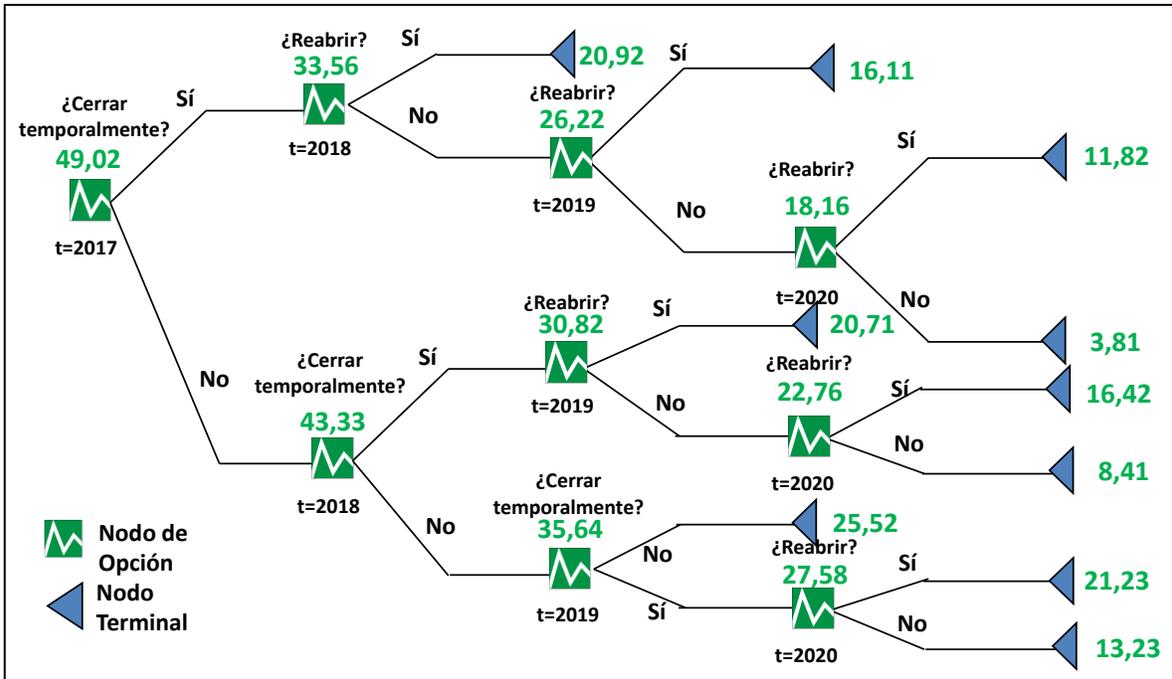


Figura 21. Árbol Estratégico Resuelto Precio del Cobre de Corto y Largo Plazo como Variables de Decisión.

Fuente: Elaboración propia.

De igual forma, el valor esperado del VAN del nodo C1 de la Figura 11, es 49,02 cUS\$/Lb, que es el mismo valor derivado en la Tabla 11.

#### 4.4 Valor de la Opción

Con respecto a lo visto en la Sub-Sección 3.8, se puede calcular el valor de la opción tanto para la reapertura como para el cierre temporal.

##### 4.4.1 Opción de Reapertura

De acuerdo a la Ecuación 35, se pueden calcular el valor de la opción de los distintos nodos de Opción de Reapertura. En el caso particular del nodo R6, el valor de la opción sería:

$$\text{Valor de la Opción (nodo R6)} = 27,58 \frac{US\$}{Lb} - \max\left(21,23 \frac{US\$}{Lb}; 13,23 \frac{US\$}{Lb}\right) = 6,35 \frac{US\$}{Lb} \quad (38)$$

Por lo tanto, la Opción de Reapertura el año 2020 es valiosa, y permite aumentar el VAN tradicional en un  $29,91\% = \left(\frac{27,58-21,23}{21,23}\right)$ . Dado que la Opción de Reapertura se evalúa siempre considerando elementos de corto y largo plazo, los valores de estas opciones no difieren entre el Árbol Estratégico de la Figura 20 y el Árbol Estratégico de la Figura 21.

La resolución del resto de los nodos de reapertura sigue la misma estructura, por lo que no se mostrarán en el presente informe (Hinrichsen, 2017).

#### 4.4.2 Opción de Cierre Temporal

De acuerdo a la Ecuación 36, se pueden calcular el valor de la opción de los distintos nodos de Cierre Temporal (C1, C2 y C3), tanto para el Árbol Estratégico de la Figura 20 como el Árbol Estratégico de la Figura 21. El resumen de estos resultados se muestra en la siguiente Tabla.

Tabla 12. Valor de la Opción de Cierre Temporal para Árboles Estratégicos Desarrollados.  
Fuente: Elaboración propia.

| Nodo | Valor de la Opción de Cierre Temporal (US\$/Lb)    |   | Aumento porcentual<br>Valor de la Opción |
|------|--|---|--|
|      | Precio de Corto Plazo como Variable<br>de Decisión | Precio de Corto y Largo Plazo como<br>Variables de Decisión |  |
| C1   | 5,45   | 5,68  | 4,2%                                     |
| C2   | 6,83   | 7,69  | 12,6%                                    |
| C3   | 7,11   | 8,05  | 13,3%                                    |

De aquí es claro que la evaluación del proyecto con opciones, independiente de si se considera el precio de corto plazo como variable de decisión para el cierre temporal, en vez del precio de corto y largo plazo, agrega valor.

Adicionalmente, el considerar el precio de corto y largo plazo como variables de decisión genera más valor que solo considerar el precio de corto plazo, en particular por la flexibilidad existente frente a la materialización de las incertidumbres, donde el hecho de considerar más variables de decisión conlleva a tomar la decisión en base a mejor información.

Finalmente, el incremento del valor de la opción de cierre en el tiempo se debe a que a medida que se avanza hacia el largo plazo, es más probable que el valor esperado del precio se iguale con el valor esperado de los costos operacionales, en cuyo caso la evaluación de la flexibilidad tiene más sentido, en particular porque el inversionista podría estar más indiferente entre cerrar temporalmente o continuar con la operación.

#### 4.5 Pérdida de Valor Sujeta a Producción

Debido a que el valor esperado de la pérdida de valor detallada en la Ecuación 37 está expresada en términos de margen operacional (cUS\$/Lb), es relevante entender que quiere decir esta pérdida en términos monetarios (MMUS\$) considerando distintos niveles de producción. De esta forma, se podrá entender cuánto dinero podría perder por año una compañía minera dentro del horizonte de evaluación, sólo por el hecho de tomar las decisiones de cierre temporal únicamente preocupados del corto plazo.

Tomando como referencia en Chile, según el Consejo Minero (2016), la producción de las operaciones en Codelco en el año 2015 fueron:

Tabla 13. Producción de Cobre Fino de Codelco en 2015.  
Fuente: Elaboración propia en base a Consejo Minero (2016).

| Operación        | Producción (millones de toneladas de cobre fino) |
|------------------|--|
| Andina           | 0,224  |
| Chuquicamata     | 0,308  |
| Gabriela Mistral | 0,125  |
| Ministro Hales   | 0,238  |
| Radomiro Tomic   | 0,315  |
| Salvador         | 0,048  |
| El Teniente      | 0,471  |
| <b>Total</b>     | <b>1,729</b>                                     |

Por lo tanto, resolviendo los Árboles Estratégicos considerando producción anual desde 0,1 a 1 millón de toneladas, se puede calcular la pérdida potencial total en MMUS\$ en el horizonte de evaluación, y así calcular la pérdida anual por el hecho de tomar las decisiones de cierre temporal únicamente preocupados del corto plazo. Estos resultados se muestran en la siguiente Tabla.

Tabla 14. Pérdida Potencial Total (MMUS\$).  
Fuente: Elaboración propia.

| Producción anual (millones de toneladas de cobre fino) | Pérdida en 10 años (MMUS\$) | Pérdida Promedio Anual (MMUS\$) |
|--|-----------------------------|---------------------------------|
| 0,1  | 4,48916574                  | 0,44891657                      |
| 0,2  | 8,97833148                  | 0,89783315                      |
| 0,3  | 13,4674972                  | 1,34674972                      |
| 0,4  | 17,956663                   | 1,7956663                       |
| 0,5  | 22,4458287                  | 2,24458287                      |
| 0,6  | 26,9349944                  | 2,69349944                      |
| 0,7  | 31,4241602                  | 3,14241602                      |
| 0,8  | 35,9133259                  | 3,59133259                      |
| 0,9  | 40,4024917                  | 4,04024917                      |
| 1,0  | 44,8916574                  | 4,48916574                      |

Por lo tanto, a medida que aumenta la producción anual, las potenciales pérdidas aumentan, donde para una operación del tamaño de Chuquicamata se podrían perder 13,4 millones de dólares en 10 años (o 1,34 millones de dólares por año), sólo por el hecho de tener una deficiente política de cierre temporal de operaciones. Estos 13,4 millones de dólares podrían servir para justificar la compra de 3 o 4 camiones adicionales que permitan tener flexibilidad operacional (Minería Chilena, 2014). Estos 4 camiones podrían corresponder, por ejemplo, a 1/3 de los camiones que renovó Chuquicamata el año 2012 (Codelco, 2012).

De esta forma, se reafirma la importancia de incorporar variables de decisión de largo plazo en la toma de decisiones de largo plazo, en particular porque en minería el valor potencial de una operación se debe en buena medida en las expectativas de largo plazo, tal como se ha reafirmado en el Capítulo 1 y 2.

## 5. CONCLUSIONES

Los resultados de la presente tesis corresponden a la evaluación de las Opciones de Cierre Temporal y Reapertura de un proyecto minero, evaluado a 10 años a través de la metodología de las Opciones Reales, considerando dos casos de evaluación: el primero tomando el precio de corto plazo como variable de decisión para el cierre temporal, y el segundo tomando el precio de corto y largo plazo como variables de decisión para el cierre temporal.

Además de las incertidumbres del precio de corto y de largo plazo, se tomó en cuenta la incertidumbre de los costos operativos. El precio de corto plazo fue modelado a través de un proceso estocástico conocido como Movimiento Geométrico Browniano con Reversión a la Media, el precio de largo plazo fue modelado a través de una distribución de probabilidades LogNormal, y finalmente los costos operativos fueron modelados a través de un proceso estocástico autorregresivo de orden 2, que buscaba explicar los costos operativos de un año en base a los costos operativos del año anterior (componente estructural de los costos), y el precio del cobre del año anterior (componente cíclica de los costos).

A través de la resolución de los Árboles Estratégicos mediante Programación Dinámica para cada caso de evaluación, se demostró que las condiciones que gatillan el cierre temporal de operaciones cambian si se considera el precio de corto plazo como variable de decisión en vez del precio de corto y de largo plazo como variables de decisión. Así, es posible entender que la metodología de las Opciones Reales puede cambiar la forma en la que se toman decisiones dentro de un proyecto minero.

Estas condiciones de gatillo que difieren en los dos casos evaluados, muestran a su vez que existe una pérdida de valor en margen operacional, que medido en distintos niveles de producción, podría llevar a tener pérdidas millonarias. Un ejemplo es el caso de una operación minera del tamaño de Chuquicamata, donde se podrían perder 13,4 millones de dólares en 10 años (o 1,34 millones de dólares por año), sólo por el hecho de tener una deficiente política de cierre temporal de operaciones.

Por otro lado, al medir el valor de las opciones de cierre temporal en los dos casos evaluados, muestran que considerar el precio de corto y largo plazo como variables de decisión genera más valor que solo considerar el precio de corto plazo, en particular por la flexibilidad existente frente a

la materialización de las incertidumbres, donde el hecho de considerar más variables de decisión conlleva a tomar la decisión en base a mejor información. Este valor de la opción va incrementándose en el tiempo, en particular porque hacia el largo plazo es más probable que el valor esperado del precio se iguale con el valor esperado de los costos operacionales, en cuyo caso la evaluación de la flexibilidad tiene más sentido, en particular porque el inversionista podría estar más indiferente entre cerrar temporalmente o continuar con la operación.

De esta forma, se alcanzan los objetivos planteados en el Capítulo 1, asimismo como la comprobación de la hipótesis, que planteaba que considerar sólo variables de decisión de corto plazo para evaluar el cierre temporal de operaciones, en vez de considerar variables de decisión de corto y de largo plazo, conlleva a una pérdida del valor económico en un proyecto minero.

## **5.1 Limitaciones y Trabajos Futuros**

Dentro de las limitaciones que presenta esta tesis, destacan las siguientes:

- a) Dentro de la evaluación, se consideró que tanto el Cierre Temporal como Reapertura se realizan de forma instantánea. Es decir, si se decide cerrar, por ejemplo a finales del 2017, a principios del 2018 la operación está cerrada. Por otro lado, si se decide reabrir, por ejemplo a finales del 2019, a principios del 2020 la operación está en funcionamiento. Esto es particular porque los tiempos asociados tanto el cierre temporal como reapertura dependen de características propias de cada operación.
- b) Los costos asociados al cierre temporal y a la reapertura no se consideraron de forma explícita, sino como parte de la variabilidad propia del riesgo en los costos operacionales. Al igual que en el punto anterior, porque estos costos son específicos a cada operación.
- c) Para el modelo que tomó en cuenta el largo plazo, se consideró únicamente el precio de corto y de largo plazo como variables de decisión. En la práctica, el inversionista observa múltiples variables antes de tomar la decisión (por ejemplo, se podría haber tomado los costos operacionales como una tercera variable de decisión, o considerar la producción como una variable de control que afectará al precio del cobre).
- d) El modelo evaluó las distintas opciones en base al margen operacional del proyecto, sin considerar otros parámetros técnicos y económicos relevantes, tales como la ley y recuperación de mineral, disponibilidad de equipos, capacidad real de planta, tipo de cambio, costos fijos, otras inversiones, depreciaciones, amortizaciones, entre otros.

En base a las limitaciones descritas anteriormente, se presentan trabajos futuros que podrían ser relevantes.

- a) Desarrollar la evaluación, considerando explícitamente los tiempos que trascurren cuando se toman las decisiones de Cierre Temporal y/o Reapertura, y entender cómo podría cambiar la toma de decisiones dentro del proyecto bajo estos escenarios.
- b) Desarrollar la evaluación considerando explícitamente los costos asociados al cierre temporal y a la reapertura, y entender qué tan robustos son los resultados de la presente tesis cuando se evalúan estos costos.
- c) Considerar los costos operativos como una tercera variable de decisión al evaluar el Cierre Temporal, y ver cómo cambia la pérdida de valor del proyecto, asimismo como el valor de la opción.
- d) Desarrollar el modelo, pero utilizando una variable de control como la producción, que afecte directamente a la variable de decisión del precio del cobre.
- e) Elaborar el modelo, tomando en cuenta parámetros técnicos y económicos más reales, tales como ley y recuperación de mineral, disponibilidad de equipos, capacidad real de planta, tipo de cambio, costos fijos, otras inversiones, depreciaciones, amortizaciones, entre otros
- f) Realizar el mismo estudio evaluando a perpetuidad las opciones de cierre temporal y reapertura, y así entender hasta que año se justificaría la evaluación de estas.
- g) Realizar el mismo estudio, pero considerando que las condiciones de mercado están en *boom* o en un término medio, en vez de condiciones de crisis (como el estudio actual), y así entender cómo podrían cambiar la toma de decisiones relativas a las distintas opciones evaluadas.

## 5.2 Implicancias

Las implicancias directas y de suma relevancia que muestra esta tesis son:

- a) Pérdida de valor en un proyecto minero: El hecho de evaluar el cierre temporal de un proyecto considerando únicamente variables de decisión de corto plazo en vez de considerar de corto y de largo plazo, puede implicar una pérdida de valor relevante dentro del proyecto. Tal como se ejemplificó con la mina Chuquicamata de Codelco, esta

estrategia deficiente de cierre temporal podría implicar una pérdida anual de 1,34 millones de dólares.

- b) Limitada estimación del valor de las opciones dentro del proyecto: Por otro lado, evaluar el Cierre Temporal de un proyecto considerando únicamente variables de decisión de corto plazo en vez de considerar de corto y de largo plazo, disminuye el valor de las opciones dentro del proyecto. Tal como se ilustra en la Tabla 12, el valor de las opciones de Cierre Temporal podrían disminuir en promedio un 10%. Lo relevante es que el valor de la opción justifica al inversionista en seguir realizando estudios cuando las decisiones de inversión (o desinversión) son marginales. La deficiente estimación del valor de la opción podría implicar, por ejemplo, que el inversionista vaya a dejar de lado ciertos proyectos en los cuales podría haber invertido, o podría cerrar una operación que en la práctica no debiera haber cerrado.
- c) Subvaloración del precio de venta del proyecto: Tal como explica Block (2007), dentro de las empresas Fortune 1000, las Opciones Reales se utilizan en un 22,1% para justificar compra y venta de activos. En el caso de esta tesis, si el inversionista hubiese querido vender el proyecto, por ejemplo la mina Chuquicamata, el valor del proyecto considerando el precio de corto plazo como variable de decisión hubiese derivado en un valor esperado del VAN igual a 310,70 MMUS\$. En este caso, ese sería el precio mínimo en el que debiera venderse el proyecto. Por otro lado, si se evaluará la misma mina, pero tomando en cuenta el precio de corto y de largo plazo como variables de decisión, se hubiese derivado un valor esperado del VAN igual a 324,16 MMUS\$. En este caso, ese sería el precio mínimo en el que debiera venderse el proyecto. Por lo tanto, una mala estrategia de cierre temporal podría implicar una subvaloración del precio de venta de un proyecto, como la mina Chuquicamata, y en este caso dicha subvaloración sería igual a 13,45 millones de dólares.

## 6. BIBLIOGRAFÍA

- Abdel Sabour, S. (2001). Dynamics of Threshold Prices for Optimal Switches: The Case of Mining. *Resources Policy* 27, 209–214.
- Amran, M. & Kulatilaka, N. (1998). *Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*. Oxford University Press.
- Antofagasta Minerals (2016). Se acuerda traspaso de Minera Michilla a Haldeman Mining Company S.A. Disponible en <http://www.aminerals.cl/comunicaciones/noticias/2016/se-acuerda-traspaso-de-minera-michilla-a-haldeman-mining-company-sa/>
- Baur, D. (2014). Gold Mining Companies and the Price of Gold. *Rev.Financ.Econ.*
- Berger, P., Ofek, E. & Swary, I. (1996). Investor Valuation of the Abandonment Option. *J. Financ.Econ.* 42, 257–287.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, Vol. 81, No. 3, 637-659.
- Block, S. (2007). Are Real Options Actually Used in the Real World. *The Engineering Economist*; 52, 3.
- Brealey, R., Myers, C. & Allen, F. (2006). *Principles of Corporate Finance*. McGraw-Hill/Irwin, New York, EE.UU.
- Brennan, M. & Schwartz, E. (1985). Evaluating Natural Resource Investments. *The Journal of Finance*, Vol.58, 135-157.
- Bureau of Laboral Statistics (2017). CPI Data. Disponible en <https://www.bls.gov/cpi/>
- Camus, J. (2002). *Management of Mineral Resources*. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. Colorado, USA
- Cardin, M., Neufville, R. & Kazakidis, V. (2008). A Process to Improve Expected Value of Mining Operations. *Min.Technol.* 117, 65–70.
- Cochilco (2017). Precios de los Metales. Disponible en <https://www.cochilco.cl/Paginas/Estadisticas/Bases%20de%20Datos/Precio-de-los-Metales.aspx>
- Codelco (2012). Chuquicamata Bautizó Nueva Flota de Camiones. Disponible en [https://www.codelco.com/chuquicamata-bautizo-nueva-flota-de-camiones/prontus\\_codelco/2012-11-28/170550.html](https://www.codelco.com/chuquicamata-bautizo-nueva-flota-de-camiones/prontus_codelco/2012-11-28/170550.html)
- Coldwell, D., Henker, T., Ho, J. & Fong, K. (2003). Real Options Valuation of Australian Gold Mines and Mining Companies. *J.Altern.Invest.* 6, 23–38.

- Consejo Minero (2016). Producción Codelco. Disponible en <http://www.consejominero.cl/codelco/>
- Cortázar, G., Gravet, M. & Urzúa, J. (2008). The Valuation of Multidimensional American Real Options using the LSM Simulation Method. *Comput.Oper.Res.*35, 113–129.
- Cortázar, G., Schwartz, E. & Casassus, J. (2001). Optimal Exploration Investments Under Price and Geological-Technical Uncertainty: A Real Options Model. *R&D Management*, Blackwell Publishers Ltd.
- Cortázar, G., Schwartz, E. & Salinas, M. (1998). Evaluating Environmental Investments: A Real Options Approach. *Management Science*, Vol. 44, No. 8, pp. 1059-1070.
- Damodaran, A. (2017). Current Data. Disponible en <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>
- Davis, G. (1998). One Project, Two Discount Rates. *Min.Eng.*50,70–74.
- Davis, G. (1996). Option Premiums in Mineral Asset Pricing: Are they Important? *Land Econ.*72,167–186
- Dimitrakopoulos, R. & Sabour, S. (2007). Evaluating Mine Plans Under Uncertainty: Can the Real Options Make a Difference? *Resources Policy*, Vol. 32, 116-125.
- Dixit, A. (1992). Investment and Hysteresis. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 6, No. 1, pp. 107-132.
- Dixit, A. (1989). Entry and Exit Decisions Under Uncertainty. *The Journal of Political Economics*, Vol. 97, No. 3, pp. 620-638.
- Dixit, A. & Pindyck, R. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press.
- Duna (2016). Crisis en la minería: Anglo American anuncia el despido de 140 personas en Chile. Disponible en <http://www.duna.cl/noticias/2016/10/27/crisis-en-la-mineria-anglo-american-anuncia-el-despido-de-140-personas-en-chile/>
- Frimpong, S. & Whiting, J. (1997). Derivative Mine Valuation: Strategic Investment Decisions in Competitive Markets. *Resources Policy*, 23,163–171.
- Guzmán, J. (2008). Determinación del Precio de los Minerales. *Ciclo de Economía de Minerales. Revista Minería Chilena*, N°325.
- Guzmán, J., Brand, G. & Lichtin, C. (2014). Competitividad de la Minería del Cobre en Chile: Momento de actuar. Disponible en [www.gem-ing.cl](http://www.gem-ing.cl)
- Haque, M., Topal, E. & Lilford, E. (2014). A Numerical Study for a Mining Project using Real Options Valuation under Commodity Price Uncertainty. *Resour.Policy*39, 115–123.
- Hinrichsen, C. (2015). Planificación Minera de Largo Plazo: ¿Táctica o Estratégica?. Disponible en [www.gem-ing.cl](http://www.gem-ing.cl)

- Hinrichsen, C. (2017). Modelo de Evaluación con Opciones Reales para la Tesis de Grado. Carlos Hinrichsen – V0.
- Hull, J. (2006). Options, Futures and Other Derivatives. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- Humphreys, D. (1996). Comment. New Approaches to Valuation: A Mining Company Perspective. Resources Policy 22,75–77.
- Kamrad, B. & Ernst, R. (2001). An Economic Model for Evaluating Mining and Manufacturing Ventures without Put Yield Uncertainty. Oper. Res. 49, 690–699
- Lemelin, B., Abdel Sabour, S. & Poulin, R. (2006). Valuing Mine 2 at a glance Using Real Options. Int. J. Min. Reclam. Environ. 20, 46–56.
- Lin, C. & Wang, Y. (2012). Evaluating Natural Resource Projects with Embedded Options and Limited Reserves. Appl. Econ. 44, 1471–1482.
- Longstaff, F. & Schwartz, E. (2001). Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach. Rev. Financ. Stud. 14, 113–147.
- Maddala, G.S. & Lahiri, K. (2009). Introduction to Econometrics. Wiley, 4th edition.
- Mayer, Z. & Kazakidis, V. (2007). Decision Making in Flexible Mine Production System Design using Real Options. J. Constr. Eng. Manag. 133, 169–181.
- Merton, R. (1973). Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science, 4: 141–183.
- Minería Chilena (2017). BHP Billiton comunica a trabajadores inicio del proceso de venta de la faena minera Cerro Colorado. <http://www.mch.cl/2017/04/27/bhp-billiton-comunica-trabajadores-inicio-del-proceso-venta-la-faena-minera-cerro-colorado/>
- Minería Chilena (2016). Desde su peak hasta hoy, minería ha despedido 55 mil trabajadores directos. Disponible en <http://www.mch.cl/2016/03/07/desde-su-peak-hasta-hoy-mineria-ha-despedido-55-mil-trabajadores-directos/>
- Minería Chilena (2014). Camiones Mineros: Gigantes en Tamaño y Relevancia. <http://www.mch.cl/informes-tecnicos/camiones-mineros-gigantes-en-tamano-y-relevancia/>
- Moel, A. & Tufano, P. (2002). When are Real Options Exercised? An Empirical Study of Mine Closings. The Review of Financial Studies, Vol. 15, No. 1, pp. 35–64.
- Mun, J. (2006). Real Options Analysis. John Wiley and Sons, New Jersey, EE.UU.
- Myers, S. (1977). Determinants of Capital Borrowing. Journal of Financial Economics, Vol. 5.

- Öksendal, B. (2003). *Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications*. Springer-Verlag, Países Bajos.
- Ortiz, C., Varas, S., & Vera, J. (2000). *Optimización y Modelos para la Gestión*. Dolmen, Santiago, Chile.
- Pindyck, R. (1991). Irreversibility, Uncertainty, and Investment. *Journal of Economic Literature*, Vol. 29, No. 3, pp. 1110-1148.
- Pindyck, R. (1988). Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm. *The American Economic Review*, Vol. 78, No. 5, pp. 969-985.
- Roberts, M. (2009). Duration and characteristics of metal price cycles. *Resources Policy* 34, 87–102.
- Ross, S. (2009). *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists*. 4<sup>th</sup> edition, Elsevier Inc., Canada.
- Samis, M., Loughton, D. & Poulin, R. (2001). Valuing a Multi-Zone Mine as a Real Asset. *Resources Policy* 50 (2016) 49–65
- Sampson, M. (1998). The Implications of Parameter Uncertainty for Irreversible Investment Decisions, *The Canadian Journal of Economics*, Vol. 31, No. 4, pp. 900-914.
- Savolainen, J. (2016). Real Options in Metal Mining Project Valuation: Review of Literature. *Resources Policy*, Vol. 50, 49-55.
- Shafiee, S., Topal, E. & Nehring, M. (2009). Adjusted Real Option Valuation to Maximise Mining Project Value – A Case Study using Century Mine. In: *Proceedings of the Project Evaluation Conference, Melbourne, Vic, 21–22 April, 2009*.
- Smit, H. & Trigeorgis, L. (2012). *Strategic Investment: Real Options and Games*. Princeton University Press.
- Sonami (2014). *Caracterización de la Pequeña y Mediana Minería en Chile*. Disponible en <http://www.sonami.cl/site/wp-content/uploads/2016/03/01.-Importancia-de-la-pequena-y-mediana-mineria-Chile-VP11.pdf>
- Schwartz, E. (1997). The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *The Journal of Finance*, Vol. 52, 923-973.
- Slade, M. (2001). Valuing Managerial Flexibility: An application of Real-Option Theory to Mining Investments, *Journal of Environmental Economics and Management*, 41:193-233.
- Stermole, F. & Stermole, J. (2014). *Economic Evaluation & Investment Decision Methods*. 14th Edition, Investment Evaluations Corp.
- Tilton, J. & Guzmán, J. (2016). *Mineral Economics and Policy*. 1st Edition, Routledge.

- Tourinho, O. (1979). The Valuation of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach. Unpublished Ph.D. Dissertation, University of California, Berkeley.
- Trigeorgis, L. (2005). Making use of Real Options Simple: An Overview and Applications in Flexible/Modular Decision Making. *Eng.Econ.*50,25–53.
- Tufano, P. (1998). The Determinants of Stock Price Exposure: Financial Engineering and the Gold Mining Industry. *J.Financ.*53,1015–1052
- Tvedt, J. (1995). Market Structure, Freight Rates and Assets in Bulk Shipping. Norges Handelshoyskole, Norwegian School of Economics and Business Administration, Bergen, Norway.

## 7. ANEXOS

### Anexo 1. Programación Dinámica y Análisis de Activos Contingentes

Es sabido que una gran cantidad de problemas son de naturaleza dinámica, es decir, que las decisiones de un periodo  $t$  son afectadas por las decisiones de los periodos anteriores, al igual que esas decisiones tomadas en  $t$  afectarán a las decisiones futuras. Es dado este comportamiento que nace la PD.

La PD nace luego de la segunda guerra mundial, donde se identificaron cierto tipo de problemas como procesos de decisión en múltiples etapas. Esta teoría se basa en el uso de funciones recursivas y en un principio de optimalidad desarrollado por Richard Bellman. Este principio de optimalidad dice que una solución óptima tiene la propiedad que cualquiera sea el estado inicial y la decisión inicial, las decisiones para las etapas posteriores deben constituir una política óptima con respecto al estado resultante de la primera decisión (Ortiz et al., 2000).

Tal como fue explicado anteriormente, esta herramienta es una metodología de optimización dinámica muy útil para tratar la incertidumbre, que consta de dos partes a la hora del manejo de las decisiones dinámicas:

- a) La decisión inmediata.
- b) Función de evaluación que encapsula todas las consecuencias dadas por las decisiones subsecuentes.

A través de esta metodología, la valoración del activo, proyecto, mina, etc., se realiza a través de la ecuación de Bellman (o ecuación de arbitraje), las cual se muestra a continuación (Dixit y Pindyck, 1994):

$$\rho \cdot F(p, t) = \max_u \left\{ \pi(p, u, t) + \frac{1}{dt} \mathbb{E}(dF) \right\} \quad (39)$$

Donde  $F(p, t)$  es el valor del activo a evaluar,  $p$  es la variable de estado (por ejemplo, el precio),  $t$  es el tiempo,  $u$  es una variable de control (por ejemplo, producción),  $\rho$  es la tasa de descuento exógena - típicamente WACC,  $\pi(p, u, t)$  son las ganancias instantáneas que genera el activo (que

dependen de las variables de control y de estado, y el tiempo), mientras que  $\frac{1}{dt} \mathbb{E}(dF)$  es el valor esperado de la ganancia o pérdida de capital.<sup>23</sup>

Dado esto, se define  $\rho \cdot F(p, t)$  como el retorno esperado de capital por unidad de tiempo, mientras que se busca maximizar  $\left\{ \pi(p, u, t) + \frac{1}{dt} \mathbb{E}(dF) \right\}$  con respecto a la variable de control  $u$ . Esto quiere decir que la operación actual del activo está siendo tratado óptimamente.

Por otro lado, la metodología de AAC nace de la economía financiera. Es sabido que una economía moderna tiene mercados de activos financieros de varios tipos. Si la el valor de un activo, proyecto, mina, etc., a evaluar sucede a través de alguno de estos activos financieros, será conocido su valor de mercado, por lo que la evaluación de este podrá ser a través del mercado financiero sujeto a este activo (Dixit y Pindyck, 1994).

Lo que indica esto es que el riesgo puede ser replicado a través de un portfolio libre de riesgo, cuya tasa de descuento, al contrario que en PD, es una tasa libre de riesgo de naturaleza endógena.

Eso sí, el AAC requiere de ciertos supuestos para poder replicar el riesgo a través del portfolio libre de riesgo. Estos son:

- a) Que exista un mercado completo de activos financieros con riesgo. Por ejemplo en minería, que exista un mercado de futuros del precio del *commodity* mineral.
- b) Se tiene que poder replicar la parte estocástica del activo que se busca evaluar, es decir,  $dz$ .

---

<sup>23</sup> WACC se define como *weight average cost of capital*, y es la tasa de descuento del inversionista o firma.

## Anexo 2. Proceso estándar Gauss-Wiener

Se define  $dZ_t$  como el incremento de un proceso estándar Gauss-Wiener. Este presenta las siguientes características:

- a) Es un proceso de Markov, es decir, el valor actual del proceso es todo lo que se necesita para realizar un pronóstico a futuro.
- b) Tiene incrementos independientes, es decir, la distribución de probabilidades para el cambio en el proceso sobre cualquier intervalo de tiempo es independiente de cualquier otro intervalo de tiempo.
- c) Cambios en el proceso sobre un intervalo finito de tiempo son normalmente distribuidos, con varianza que crece linealmente con el tiempo.

Por otro lado se define como:

$$dZ_t = \varepsilon_t \cdot \sqrt{dt} \quad (40)$$

Donde  $\varepsilon_t$ :

- a) Es un error normalmente distribuido con media 0 y desviación estándar de 1
- b) No está correlacionado, es decir,  $\mathbb{E}(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_s) = \begin{cases} 1, & t \neq s \\ 0, & t = s \end{cases}$
- c)  $\mathbb{E}(dZ_t) = 0$ , y  $V(dZ_t) = \mathbb{E}[(dZ_t)^2] = dt$

### Anexo 3. Regresión Precios Históricos del Cobre (2016 cUS\$/Lb)

Para determinar si la regresión es o no adecuada, se realizarán los siguientes *tests* en EVIEWS 7.<sup>24</sup> Para mayor detalle sobre estos *tests* y sus tablas asociadas, revisar Maddala & Lahiri (2009).

- a) Raíz unitaria.
- b) Significancia.
- c) Autocorrelación.
- d) Quiebres Estructurales.

Con respecto al *test* de raíz unitaria, se realizó el *test* de KPSS, cuya hipótesis nula es que la serie es estacionaria. La información derivada del *test* se ve en la Figura 22.

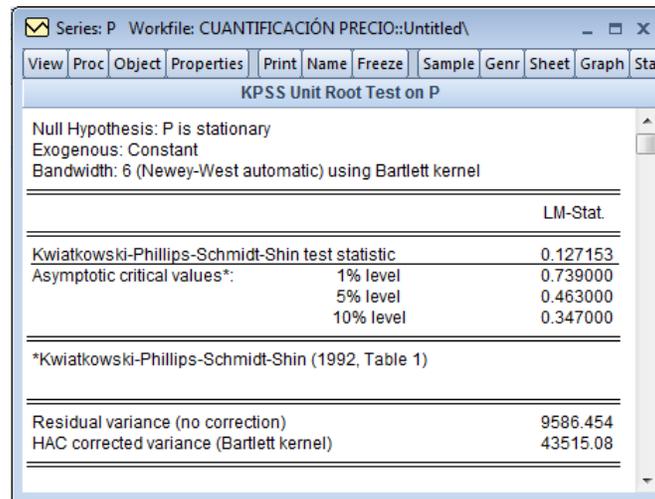


Figura 22. *Test* Raíz Unitaria Precio del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a EVIEWS 7.

Se puede apreciar que el estadístico asociado al *test* (0,127153) es menor a los valores críticos a distintos niveles de significancia. Por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula, y el precio es estacionario.

Con respecto al *test* de significancia, a través de la regresión especificada en base a la Ecuación 5, se obtuvo lo siguiente.

<sup>24</sup> Se usó de referencia un nivel de significancia del 5%.

| Variable   | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob.  |
|------------|-------------|------------|-------------|--------|
| C          | 0.822491    | 0.299656   | 2.744783    | 0.0075 |
| LOG(P(-1)) | 0.849482    | 0.055635   | 15.26879    | 0.0000 |

|                    |          |                       |           |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------|
| R-squared          | 0.742472 | Mean dependent var    | 5.423113  |
| Adjusted R-squared | 0.739212 | S.D. dependent var    | 0.404730  |
| S.E. of regression | 0.206685 | Akaike info criterion | -0.290856 |
| Sum squared resid  | 3.374791 | Schwarz criterion     | -0.231734 |
| Log likelihood     | 13.77967 | Hannan-Quinn criter.  | -0.267135 |
| F-statistic        | 227.7622 | Durbin-Watson stat    | 1.599208  |
| Prob(F-statistic)  | 0.000000 |                       |           |

Figura 23. *Test* de Significancia Precio del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Se puede apreciar que el valor  $p$  asociado a los dos coeficientes es menor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto los estimadores de la Ecuación 5 serían adecuados.

Con respecto al *test* de autocorrelación, no es suficiente ver el *test* de Durbin-Watson de la Figura anterior, debido a que este presenta problemas cuando se considerando modelos autorregresivos, como la Ecuación 5 (Maddala & Lahiri, 2009). Para este caso, se puede utilizar un correlograma (o *test* de  $Q$ ). Se obtuvo lo siguiente.

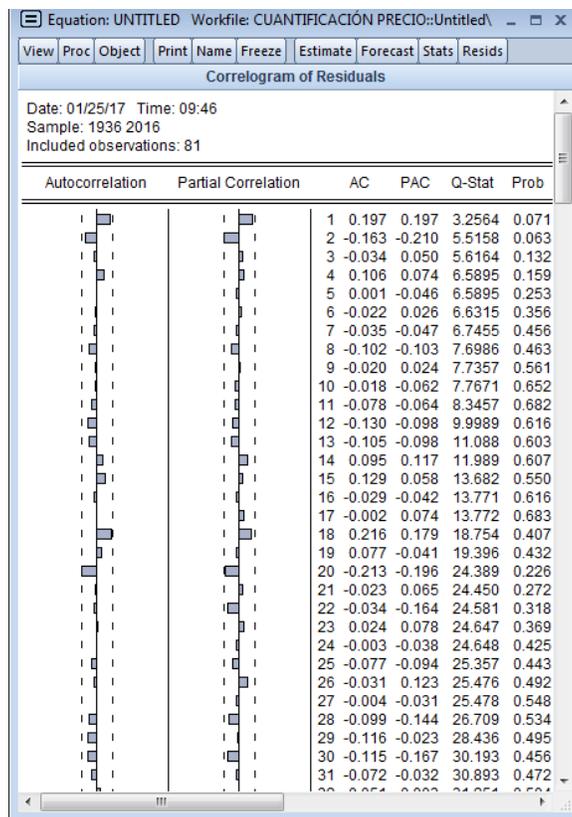


Figura 24. Correlograma Precio del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Se puede apreciar que el valor p asociado a los distintos residuos (última columna de la Figura 24), es mayor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto no habría problemas de autocorrelación.

Finalmente, se realizaron *test* de quiebres estructurales para ver que la regresión fuera adecuada. Estos *tests* son el de CUSUM y CUSUM<sup>2</sup>. Se obtuvo lo siguiente.

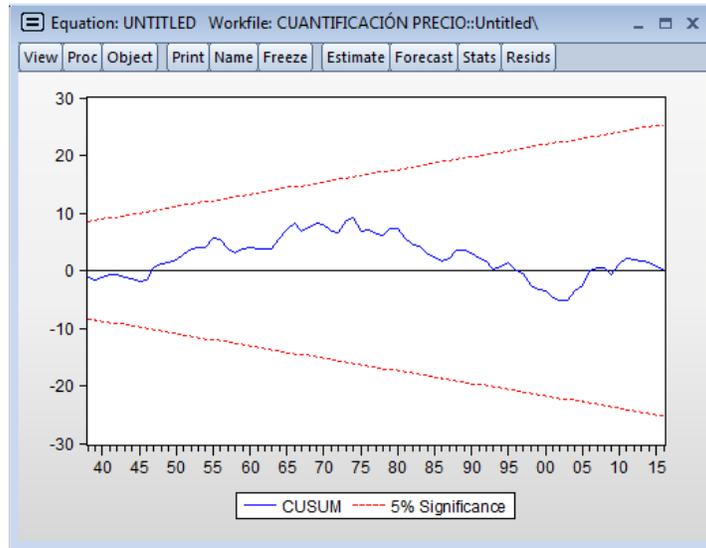


Figura 25. *Test CUSUM* Precio del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

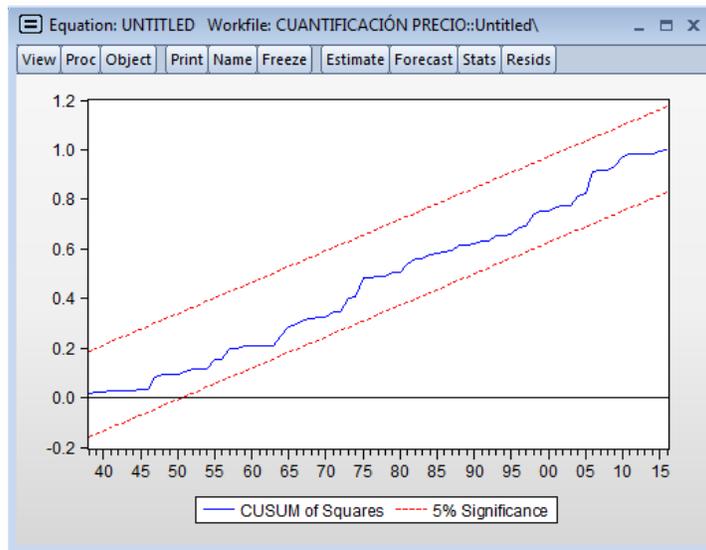


Figura 26. *Test CUSUM<sup>2</sup>* Precio del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Para ambos casos, el análisis de los errores se encuentran dentro del intervalo de confianza, por lo que no habría problemas de quiebres estructurales.

Así, la regresión especificada para el precio del cobre es adecuada para implementarla.

#### Anexo 4. Cuantificación Precio de Largo Plazo del Cobre (2016 cUS\$/Lb)

En base a los datos obtenidos, y que se presentan en la Sub-Sección 3.3.2, el *test* de Kolmogorov-Smirnov arrojó el siguiente resultado. Para mayor detalle sobre este *test* y sus tablas asociadas, revisar Ross (2009).

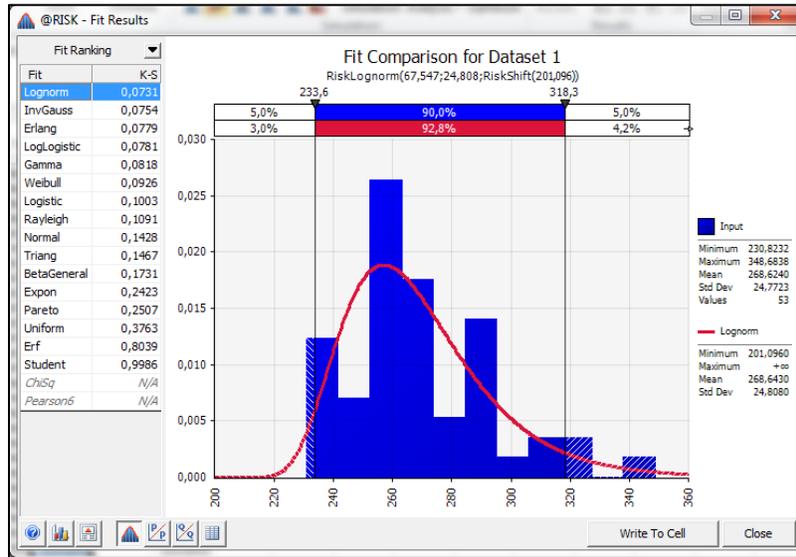


Figura 27. *Test* Kolmogorov-Smirnov Precio de Largo Plazo del Cobre.  
Fuente: Elaboración propia en base a Palisade @Risk v5.5.1.

Se puede observar que la distribución LogNormal era la que tenía el estadístico menor, igual a 0,0731. Considerando un nivel de significancia del 5%, y la muestra de 53 datos, el valor crítico es igual a  $\frac{1,36}{\sqrt{53}} = 0,1868$ . Como el estadístico es menor que el valor crítico, no se rechaza la hipótesis nula, por lo que la distribución LogNormal puede ser considerada como la generadora del precio de largo plazo del cobre.

## Anexo 5. Regresión Costos Operacionales Promedio (2016 cUS\$/Lb)

Para determinar si la regresión es o no adecuada, se realizarán los siguientes *tests* en EVIEWS 7.<sup>25</sup> Para mayor detalle sobre estos *tests* y sus tablas asociadas, revisar Maddala & Lahiri (2009).

- Raíz unitaria.
- Significancia.
- Autocorrelación.
- Quiebres Estructurales.

Con respecto al *test* de raíz unitaria, se realizó el *test* de KPSS, cuya hipótesis nula es que la serie es estacionaria. La información derivada del *test* se ve en la Figura 28.

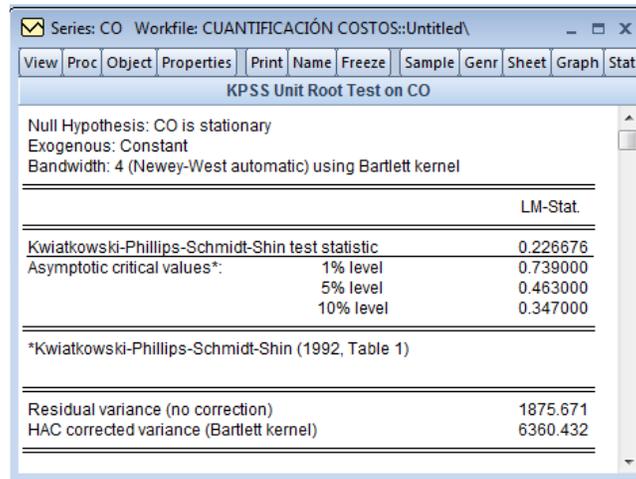


Figura 28. *Test* Raíz Unitaria Costos Operacionales.  
Fuente: Elaboración propia en base a EVIEWS 7.

Se puede apreciar que el estadístico asociado al *test* (0,1226676) es menor a los valores críticos a distintos niveles de significancia. Por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula, y el costo operativo es estacionario.

Con respecto al *test* de significancia, a través de la regresión especificada en base a la Ecuación 16, se obtuvo lo siguiente.

<sup>25</sup> Se usó de referencia un nivel de significancia del 5%.

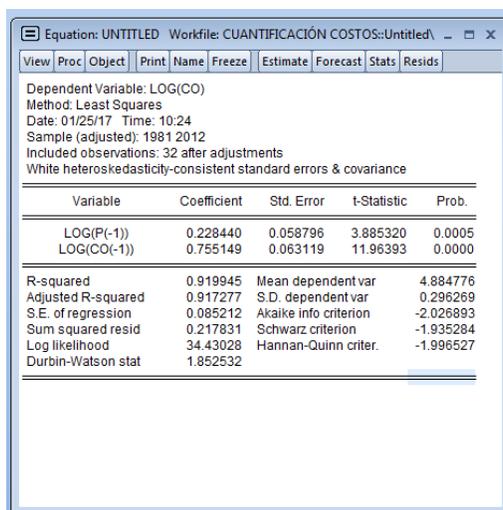


Figura 29. *Test* de Significancia Costos Operativos.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Se puede apreciar que el valor  $p$  asociado a los dos coeficientes es menor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto los estimadores de la Ecuación 16 serían adecuados.

Con respecto al *test* de autocorrelación, no es suficiente ver el *test* de Durbin-Watson de la Figura anterior, debido a que este presenta problemas cuando se considerando modelos autorregresivos, como la Ecuación 16 (Maddala & Lahiri, 2009). Para este caso, se puede utilizar un correlograma (o *test* de Q). Se obtuvo lo siguiente.

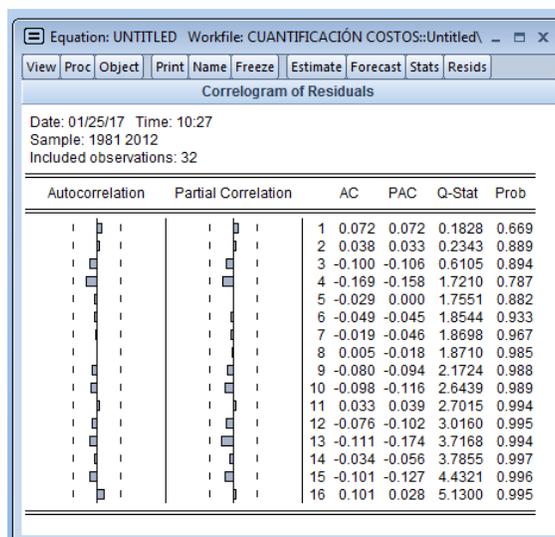


Figura 30. Correlograma Costos Operativos.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Se puede apreciar que el valor  $p$  asociado a los distintos residuos (última columna de la Figura 30), es mayor que el nivel de significancia del 5%. Por lo tanto no habría problemas de autocorrelación.

Finalmente, se realizaron *test* de quiebres estructurales para ver que la regresión fuera adecuada. Estos *tests* son el de CUSUM y CUSUM<sup>2</sup>. Se obtuvo lo siguiente.

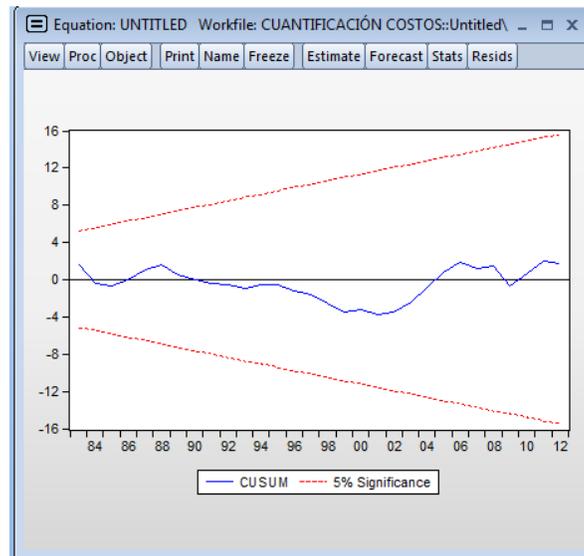


Figura 31. *Test* CUSUM Costos Operativos.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

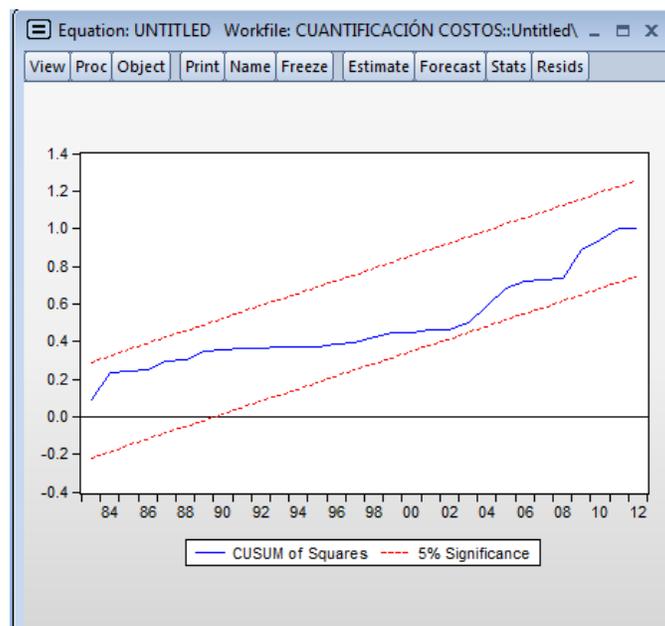


Figura 32. *Test* CUSUM<sup>2</sup> Costos Operativos.  
Fuente: Elaboración propia en base a EViews 7.

Para ambos casos, el análisis de los errores se encuentran dentro del intervalo de confianza, por lo que no habría problemas de quiebres estructurales.

Así, la regresión especificada para los costos operativos es adecuada para implementarla.