



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

RESPUESTA DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO ANTE CARGAS BIAXIALES DE CORTE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

AGUSTÍN CORREA HEINSOHN

PROFESOR GUÍA
LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
AUGUSTO HOLMBERG FUENZALIDA
FERNANDO YÁÑEZ URIBE

SANTIAGO DE CHILE
2017

RESUMEN DE MEMORIA PARA OPTAR
AL TITULO DE: Ingeniero Civil
POR: Agustín Correa Heinsohn
FECHA: 27/04/2017
PROF. GUÍA: Leonardo Massone Sánchez

RESPUESTA DE COLUMNAS DE HORMIGÓN ARMADO ANTE CARGAS BIAXIALES DE CORTE

El código utilizado en Chile para el diseño de elementos de hormigón armado se basa en el documento “ACI318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete And Commentary”. Ambas normativas no hacen referencia y carecen de recomendaciones sobre la capacidad al corte de las columnas sometidas a cargas laterales biaxiales de corte. Producto de esto, se hace necesario entender el comportamiento de las columnas solicitadas por cargas de corte biaxial, con el fin de aplicarlo en el diseño de elementos de hormigón armado. Como objetivo global del estudio se buscó entender el comportamiento de las columnas cuadradas y rectangulares sometidas a fuerzas biaxiales de corte. Para lograr dicho objetivo se realizaron las siguientes tareas: se realizó una amplia revisión bibliográfica; se inspeccionó la normativa internacional vigente y sus disposiciones especiales en el diseño de estos elementos; se examinaron los ensayos sobre columnas fallando por corte al ser solicitadas de forma biaxial, formando una amplia base de datos; y se recolectó información sobre el comportamiento de las columnas en estudio. Cabe destacar que este trabajo consiste en una recopilación de información y en un análisis de datos, por lo que no incluye un programa experimental. Mediante el análisis de los datos recolectados, que consiste de 59 ensayos de columnas cortas fallando por corte, se dio validez a las metodologías usadas para predecir la capacidad al corte biaxial de las columnas. Estas metodologías fueron dos, una basada en el estudio de Umehara y Jirsa (1982) llamada curvas de interacción y la otra basada en el estudio de Woodward y Jirsa (1980) llamada análisis mecánico. Además de esto, se incluye una discusión sobre la manera en que se diseñan las columnas cortas de hormigón armado bajo cargas biaxiales. Y, por último, se midió la precisión de las expresiones dentro del ACI318-08. Los resultados de esta investigación indicaron que es posible estimar la capacidad al corte en direcciones no principales de una columna, si se conoce la capacidad en las direcciones principales. Utilizando esto, se observó que la capacidad al corte entregada por las expresiones del ACI es conservadora para las columnas solicitadas uniaxialmente y biaxialmente, siempre que se considere el impacto en la capacidad por la aplicación simultánea de las cargas. Basándose en la discusión sobre el diseño actual de estos elementos en conjunto con la metodología de las curvas de interacción, se llegó a la conclusión de que, considerar que trabajan independientemente ambos ejes principales de las columnas para el diseño, puede llegar a entregar un 30% menos de capacidad que la necesaria para las columnas cuadradas; y, para el caso de columnas rectangulares es necesario evaluar específicamente cada geometría. A pesar de que las expresiones del ACI son conservadoras uniaxialmente, algunas columnas en este estudio no alcanzaron sus capacidades esperadas por no estar considerado el efecto de las solicitaciones biaxiales.

Agradecimientos

Quiero partir por agradecer a mi profesor guía, Leonardo Massone, por su ayuda y apoyo constante durante la elaboración de este trabajo, por estar siempre disponible para resolver dudas y por cederme, todas las semanas, un espacio de su tiempo para aclarar ideas.

A mi familia. A mis papás, Teco y Carola, por impulsarme siempre a seguir creciendo profesionalmente y como persona; y, por entregarme la confianza necesaria para cumplir mis metas. A mis hermanos, Caro, Matías y Maxi, por compartir toda esta etapa conmigo.

A Mirella Biancardi, bibliotecaria de Ingeniería Civil, por toda su gentil ayuda y buena disposición al momento de buscar el material bibliográfico que requería. Sin su ayuda, esta investigación estaría incompleta.

A mi polola, Fran, por estar siempre conmigo, confiar y hacerme confiar en mis habilidades; y, celebrarme todos los logros académicos y personales en conjunto con su familia.

A todos mis amigos que conocí en la universidad, en particular a Tomás, Cabezón, Raúl, Pacheco, Pato, Milhouse, Cerón y la Claudia por acompañarme y hacer muchísimo más fácil la carrera y ameno el tiempo que compartimos en la facultad.

Tabla de contenido

1.0. Introducción	1
1.1. General	1
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Alcance de la investigación.	2
2.0. Revisión de literatura relevante	3
2.1. Introducción	3
2.2. Investigaciones sobre el comportamiento al corte de columnas bajo cargas bilaterales	3
2.2.1. Investigaciones pioneras.....	3
2.2.2. Investigaciones hechas en Japón.....	13
2.2.3. Investigación actual.....	16
2.3. Investigaciones sobre la resistencia al corte sísmico según la demanda de ductilidad de las columnas.....	20
2.4. Expresiones para evaluar la capacidad al corte biaxial	23
ACI 318 (2008).....	24
2.5. Disposiciones de los códigos sobre el diseño de columnas de hormigón armado bajo cargas biaxiales de corte	25
3.0. Metodologías para evaluar la capacidad al corte biaxial	26
3.1. Análisis mecánico	26
3.2. Curvas de interacción.....	29
3.2.1. Expresiones simples del ACI en conjunto con curvas de interacción	30
3.2.2. Expresiones sofisticadas del ACI en conjunto con curvas de interacción	30
4.0. Base de datos	32
5.0. Análisis y discusión	34
5.1. Validez de curvas de interacción	34
5.2. Enfoque del diseño al corte biaxial basado en las curvas de interacción	38
5.3. Capacidad al corte biaxial por curvas de interacción en conjunto con expresiones simples del ACI.....	40
5.4. Capacidad al corte biaxial por curvas de interacción en conjunto con expresiones sofisticadas del ACI.....	45
5.5. Seguridad biaxial con expresiones del ACI	49
5.6. Capacidad al corte biaxial por análisis mecánico	55
6.0. Conclusiones y próximas investigaciones	59
6.1. Comportamiento de las columnas ante cargas sísmicas inclinadas.....	59
6.2. Estimaciones con las expresiones del ACI.....	60
6.3. Estudios futuros	61
7.0. Bibliografía	62
Anexos	64
Anexo A: Análisis seccional en la condición última de la columna	64
Anexo B: Base de datos detallada	67
Anexo C: Ejemplificación detallada de capacidad por análisis mecánico.....	78

Índice de tablas

Tabla 3.1. 1: Valores obtenidos por análisis mecánico para el espécimen CDS30.....	29
Tabla 3.2. 1: Valores obtenidos por curva de interacción en conjunto con las expresiones simples del ACI para el espécimen CDS30.....	30
Tabla 3.2. 2: Valores obtenidos por curva de interacción en conjunto con las expresiones sofisticadas del ACI para el espécimen CDS30.....	31
Tabla 5.3. 1: Comparación estadística entre ambos métodos para columnas cuadradas	44
Tabla 5.3. 2: Comparación estadística entre ambos métodos para columnas rectangulares	45
Tabla 5.4. 1: Comparación estadística entre las expresiones simples y sofisticadas del ACI para columnas cuadradas	47
Tabla 5.4. 2: Comparación estadística entre las expresiones simples y sofisticadas del ACI para columnas Rectangulares	48
Tabla 5.6. 1: Comparación estadística de los métodos para columnas cuadradas	57
Tabla 5.6. 2: Comparación estadística de los métodos para columnas rectangulares	58

Índice de ilustraciones

Figura 2.2. 1: Especímenes de prueba utilizados en programa de la Universidad de Texas en Austin	4
Figura 2.2. 2: Patrones de carga secuenciales utilizados por Maruyama	5
Figura 2.2. 3: Patrones de carga simultáneos utilizados por Maruyama	6
Figura 2.2. 4 Carga unilateral vs biaxial	8
Figura 2.2. 5: Especímenes de prueba utilizados por Umehara	10
Figura 2.2. 6: Patrones de carga utilizados por Umehara	11
Figura 2.2. 7: Diagramas de interacción para columnas cuadradas	12
Figura 2.2. 8: Diagrama de interacción para columnas rectangulares	13
Figura 2.2. 9: Diagrama de interacción normalizado para la capacidad última al corte	14
Figura 2.2. 10: Resistencia vs ángulo de carga	15
Figura 2.2. 11: Resistencia vs ángulo de carga	16
Figura 2.2. 12: Diagrama de interacción en columnas cuadrada	17
Figura 2.2. 13: Resistencia vs dirección de carga para distintos niveles de compresión axial en columnas cuadradas	18
Figura 2.2. 14: Diagrama de interacción en columnas rectangulares	19
Figura 2.2. 15: Resistencia vs dirección de carga para distintos niveles de compresión axial en columnas cuadradas	20
Figura 2.3. 1: Correlación entre modelo de Priestley y resultados experimentales según: (a) Demanda de ductilidad; (b) Nivel de carga axial; (c) Relación de aspecto	21
Figura 2.3. 2: Degradación de la resistencia al corte del concreto con la ductilidad	22
Figura 3.1. 1: Detalles del espécimen CDS30	27
Figura 3.1. 2: Columna rotada en 30° para generar el efecto de carga diagonal	27
Figura 3.1. 3: Proyección de la fuerza de los estribos en la dirección de carga	28
Figura 4.0. 1: Sistema de carga tipo	32
Figura 5.1. 1: Diagrama de interacción normalizado para columnas cuadradas	35
Figura 5.1. 2: Diagrama de interacción considerando el promedio de los datos	36
Figura 5.1. 3: Diagrama de interacción normalizado para columnas rectangulares	37
Figura 5.2. 1: Explicación gráfica del problema	39
Figura 5.3. 1: Diagrama de interacción normalizado por expresiones simples del ACI para columnas cuadradas	41
Figura 5.3. 2: Diagrama de interacción normalizado por expresiones simples del ACI para columnas rectangulares	42
Figura 5.3. 3: Diagrama de interacción normalizado por expresión modificada del ACI para columnas cuadradas	43
Figura 5.3. 4: Diagrama de interacción normalizado por expresión modificada del ACI para columnas rectangulares	44
Figura 5.4. 1: Diagrama de interacción normalizado por expresiones sofisticadas del ACI para columnas cuadradas	46
Figura 5.4. 2: Comparación entre resultados de las expresiones simples vs las sofisticadas del ACI para columnas cuadradas	47
Figura 5.4. 3: Diagrama de interacción normalizado por expresiones sofisticadas del ACI para columnas rectangulares	48
Figura 5.4. 4: Comparación entre resultados de las expresiones simples vs las sofisticadas del ACI para columnas rectangulares	49
Figura 5.5. 1: Ejemplo de la curva de interacción propia de cada columna	50

Figura 5.5. 2: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones simples del ACI	51
Figura 5.5. 3: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones sofisticadas del ACI	52
Figura 5.5. 4: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones simples del ACI y sin considerar efecto de carga axial.....	53
Figura 5.5. 5: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas rectangulares al estimar con expresiones simples del ACI	54
Figura 5.5. 6: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas rectangulares al estimar con expresiones sofisticadas del ACI	55
Tabla 5.6. 1: Comparación estadística de los métodos para columnas cuadradas	57
Tabla 5.6. 2: Comparación estadística de los métodos para columnas rectangulares	58

1.0. Introducción

1.1. General

Las columnas en que predomina la falla por corte deben ser evitadas en el diseño sísmico de las estructuras, debido a su pobre rendimiento de carga-deformación (Woodward and Jirsa, 1980), y también por su modo de falla frágil. Las columnas cortas son altamente propensas a fallar por corte, debido a que requieren de una elevada carga lateral para poder alcanzar su capacidad a la flexión; no así, las columnas largas, que son más propensas a desarrollar su capacidad a flexión antes que al corte. Sin embargo, las columnas cortas son incorporadas a sistemas estructurales, muchas veces a propósito o como el resultado de un cambio estructural no considerado en el diseño original. Un claro tipo de columnas cortas no intencionales son las llamadas columnas cautivas, las cuales ven reducida su longitud efectiva cuando se incorporan muros rígidos en sus caras laterales, restringiendo el movimiento en esa dirección (Woodward and Jirsa, 1980). Otro elemento estructural que requiere de especial cuidado son las columnas exteriores de las esquinas en edificios altos de hormigón armado, ya que durante un terremoto sufren de cargas biaxiales.

Una respuesta sísmica satisfactoria requiere que se evite todo modo de falla frágil (Priestley et al. 1994). Para esto es necesario asegurar que la capacidad al corte de las columnas exceda el máximo esfuerzo de corte alcanzado al llegar a la falla en flexión, garantizando así una falla dúctil. De este requerimiento, surge la necesidad de investigar la respuesta en la resistencia de los elementos que están sometidos a cargas de corte durante un evento sísmico, llamadas en este documento cargas biaxiales, debido a que producen deformaciones simultáneas en las dos direcciones principales del elemento.

A pesar de que se deba evitar el uso de columnas cortas en cualquier sistema estructural, puede haber casos en que esta sea la única opción o donde se quiera evaluar la capacidad de una columna corta en una edificación existente. Por lo tanto, se hace necesario tener un criterio para el diseño de columnas sometidas a cargas biaxiales de corte.

El código utilizado en Chile para el diseño de elementos de hormigón armado se basa en el documento "ACI318-08 Building Code Requirements for Structural Concrete And Commentary". Ambas normativas no hacen referencia y carecen de recomendaciones sobre la capacidad al corte de las columnas sometidas a cargas laterales biaxiales de corte. En contraste con lo anterior, el código de diseño japonés (JGC-15 2007) ya tiene incorporada una recomendación para el diseño de columnas de hormigón armado cuando se encuentran solicitadas por cargas biaxiales de corte.

1.2. Objetivos.

Como objetivo global del estudio se busca entender el comportamiento de las columnas cuadradas y rectangulares sometidas a fuerzas biaxiales de corte, es decir, conocer el grado de influencia que tienen las fuerzas biaxiales sobre la capacidad de resistencia al corte de las columnas.

De forma más específica, lo que se quiere lograr es:

- Encontrar en la literatura, un modelo hecho para evaluar la capacidad resistente de columnas biaxiales y medir su efectividad
- Dar validez a una metodología para evaluar la capacidad al corte de columnas cargadas biaxialmente o fuera de su plano principal, con tal de predecir su capacidad
- Medir la efectividad de las ecuaciones para la capacidad de corte consideradas en el estudio, aplicándolas a cargas biaxiales
- Medir el desempeño que tiene el enfoque tradicional unidireccional de diseño de una columna cuando se solicita con cargas biaxiales
- Plantear un nuevo enfoque en el diseño de columnas bajo cargas biaxiales de corte, con el fin de tener una respuesta segura

1.3. Alcance de la investigación.

Esta investigación nace producto de la escasez de recomendaciones sobre el corte biaxial en los códigos de diseño de elementos de hormigón armado utilizado en edificaciones. Por esto, el estudio se centra en un tipo específico de columnas, requiriendo ser: columnas cortas y/o columnas con refuerzo de corte inadecuado; de geometría rectangular y/o cuadrada, dejando de lado las circulares; y deben ser de hormigón armado fallando por esfuerzos de corte.

Se consideran columnas cortas, aquellas que tienen una relación de aspecto menor o igual a cuatro (Umehara and Jirsa, 1982); y se consideran columnas con refuerzo de corte inadecuado, aquellas que no cumplen con los requerimientos descritos en el ACI318-08.

Se realizó una amplia investigación bibliográfica, donde se revisaron los ensayos sobre columnas fallando por corte al ser solicitadas de forma simultánea en sus ejes principales. Además, se hizo una inspección de los códigos de diseño de hormigón armado de cuatro lugares: CSA-A23(2004) de Canadá, JGC-15(2007) de Japón, NZS-3101(2006) de Nueva Zelanda, y EN-1992(2004) de la Unión Europea. Se pudo recopilar una gran cantidad de ensayos para formar una base de datos confiable, conclusiones sobre el comportamiento de los elementos en estudio, y recomendaciones para el diseño de columnas bajo cargas biaxiales de corte. A través de la manipulación de la base de datos, se corroboraron las hipótesis planteadas por los autores y se generó una discusión junto con un análisis para medir la efectividad de las expresiones y ecuaciones para evaluar la capacidad al corte biaxial. Cabe mencionar que este trabajo consiste en una recopilación de información y análisis de datos; y no en un programa experimental. Por lo que, solo se muestran valores de ensayos publicados a nivel mundial, y no resultados de ensayos propios.

2.0. Revisión de literatura relevante

2.1. Introducción

La importancia de la respuesta bidireccional de los marcos en edificaciones durante eventos sísmicos fue reconocida a finales de la década de los 60, después de que ocurrieran los terremotos de Tokachi-Oki en 1968 y el de San Fernando de 1971. A partir de ahí, se han desarrollado investigaciones para entender el comportamiento de los elementos estructurales bajo cargas multidireccionales (Maruyama and Jirsa, 1979; Umehara and Jirsa, 1982).

Según Umehara (1982), diversos autores ya habían realizado estudios analíticos y experimentales sobre el comportamiento de las columnas bajo cargas sísmicas, pero, se enfocaron especialmente en columnas largas donde el modo de falla que predominó fue la flexión. Algunos de esos autores son: Park y Paulay (1975), Takizawa y Aoyama (1976), Okada y Seki (1977), entre otros. De aquí, se desarrollaron exitosamente modelos sobre el comportamiento a flexión de columnas largas, llegándose a extender y aplicar en modelos biaxiales, donde se obtuvo una buena correlación con resultados experimentales de columnas sujetas a deformaciones bidireccionales, cuya falla fue dominada por flexión (Maruyama and Jirsa, 1979; Umehara and Jirsa, 1982). Por otra parte, solo se habían realizado unos pocos estudios de columnas de hormigón armado fallando por corte hasta el año 1982 (Umehara and Jirsa, 1982). Además, hasta la fecha, de los estudios que se han realizado sobre cargas sísmicas, pocos han sido sobre cargas multidireccionales, siendo la mayoría enfocado en la aplicación de la carga sobre la dirección principal del elemento (Pham and Li, 2013).

En definitiva, el comportamiento a flexión de las columnas a lo largo de los años ha sido ampliamente estudiado y existen modelos que lo caracterizan de buena forma; por otro lado, no se tiene el mismo conocimiento sobre el comportamiento al corte de las columnas, y es aún menor bajo cargas biaxiales.

La primera parte de esta revisión de literatura presenta las investigaciones, que se han realizado a nivel mundial, sobre el comportamiento al corte de columnas cargadas biaxialmente. En segundo lugar, se examinan los estudios sobre la resistencia sísmica de las columnas de hormigón armado. En tercer lugar, se presentan las expresiones que se evaluarán dentro de este trabajo. Y, por último, se revisan los códigos de diseño internacionales en busca de las consideraciones especiales para el diseño de elementos sometidos a cargas biaxiales de corte.

2.2. Investigaciones sobre el comportamiento al corte de columnas bajo cargas bilaterales

2.2.1. Investigaciones pioneras

Hasta el año 1979 no existía información sobre el comportamiento dominado por corte para miembros sometidos a cargas bidireccionales (Maruyama and Jirsa, 1979). En la Universidad de Texas en Austin, se comenzó a desarrollar un programa experimental para examinar la influencia de las cargas laterales y el patrón de carga sobre el comportamiento al corte.

La primera parte del programa fue desarrollado por Maruyama y Jirsa (1979), donde realizaron pruebas sobre 10 columnas cuadradas, manteniendo constante la geometría y variando los patrones de carga. Las columnas fueron hechas con una relación de aspecto (a/h) pequeña de 1,5 para simular columnas cortas y asegurar que domine el comportamiento por corte. La aplicación de la carga se realizó cíclicamente y los extremos de la probeta se mantuvieron fijos para representar una columna entre pisos rígidos. La geometría de las columnas cuadradas utilizadas en la primera, segunda y tercera parte del programa se muestra en la Figura 2.2. 1.

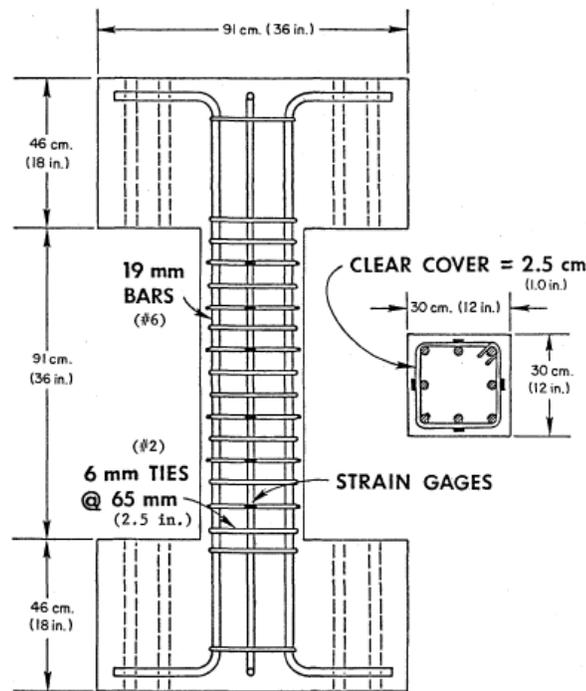
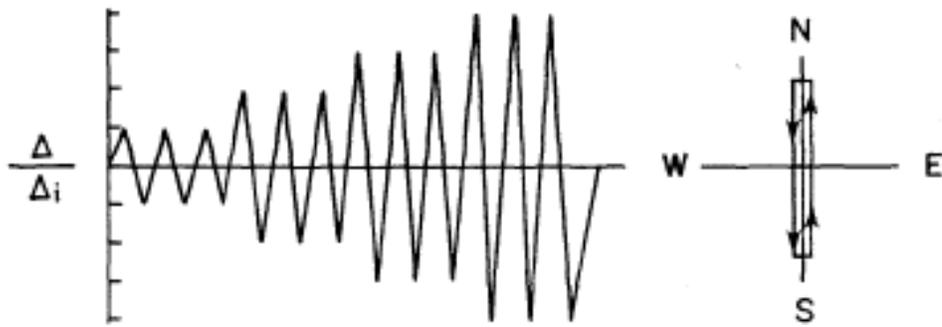
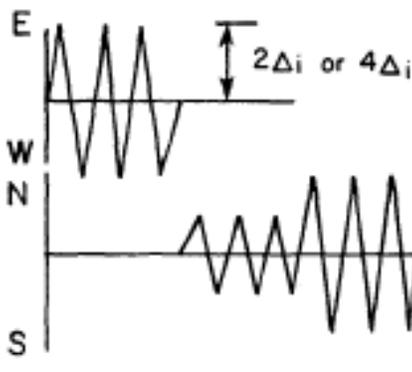


Figura 2.2. 1: Especímenes de prueba utilizados en programa de la Universidad de Texas en Austin (Maruyama 1979)

De los resultados de los ensayos, los autores concluyeron que el patrón de carga o deformación tiene una influencia significativa sobre el comportamiento al corte de los elementos. Los patrones de carga utilizados por Maruyama se presentan en las Figura 2.2. 2 y Figura 2.2. 3; los primeros son patrones donde se alternan las cargas entre ejes ortogonales, y los segundos son patrones donde se aplican las cargas simultáneamente en ambos ejes. Cada uno afecta de diferentes formas el rendimiento de las columnas en temas de deterioro de la resistencia, reducción de la rigidez y patrones de agrietamiento.



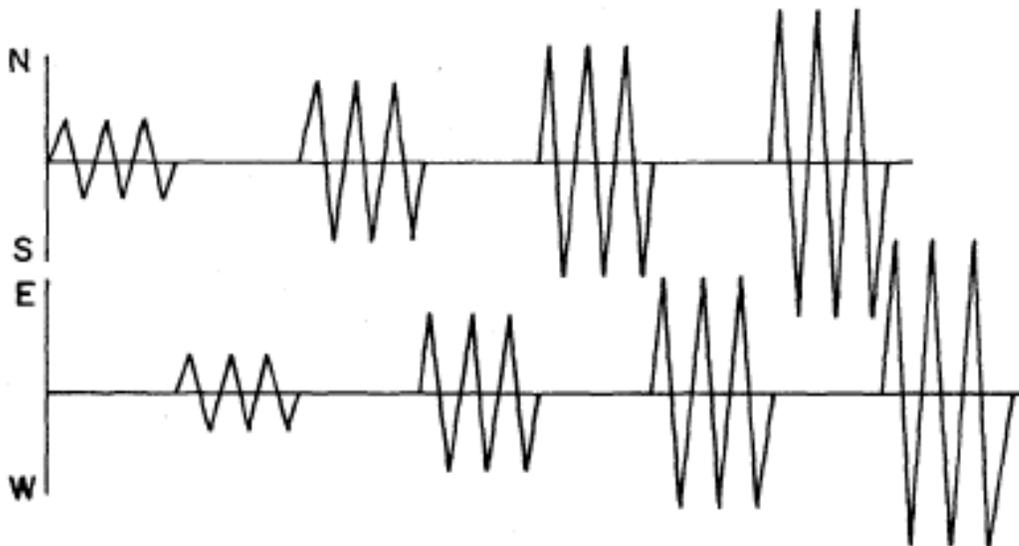
(a) OO-V-O-I (Basic Loading Pattern)



(b) OO-V-2VP-I



(c) OO-V-4VP-I



(d) OO-V-V-A

Figura 2.2. 2: Patrones de carga secuenciales utilizados por Maruyama (Maruyama 1979)

Nuestra investigación está enfocada en encontrar el nivel de influencia que tiene la aplicación simultanea de cargas ortogonales, o la aplicación de una carga unidireccional

inclinada con respecto a los ejes principales, sobre la capacidad al corte del elemento. Maruyama entregó una primera noción sobre esto, al observar

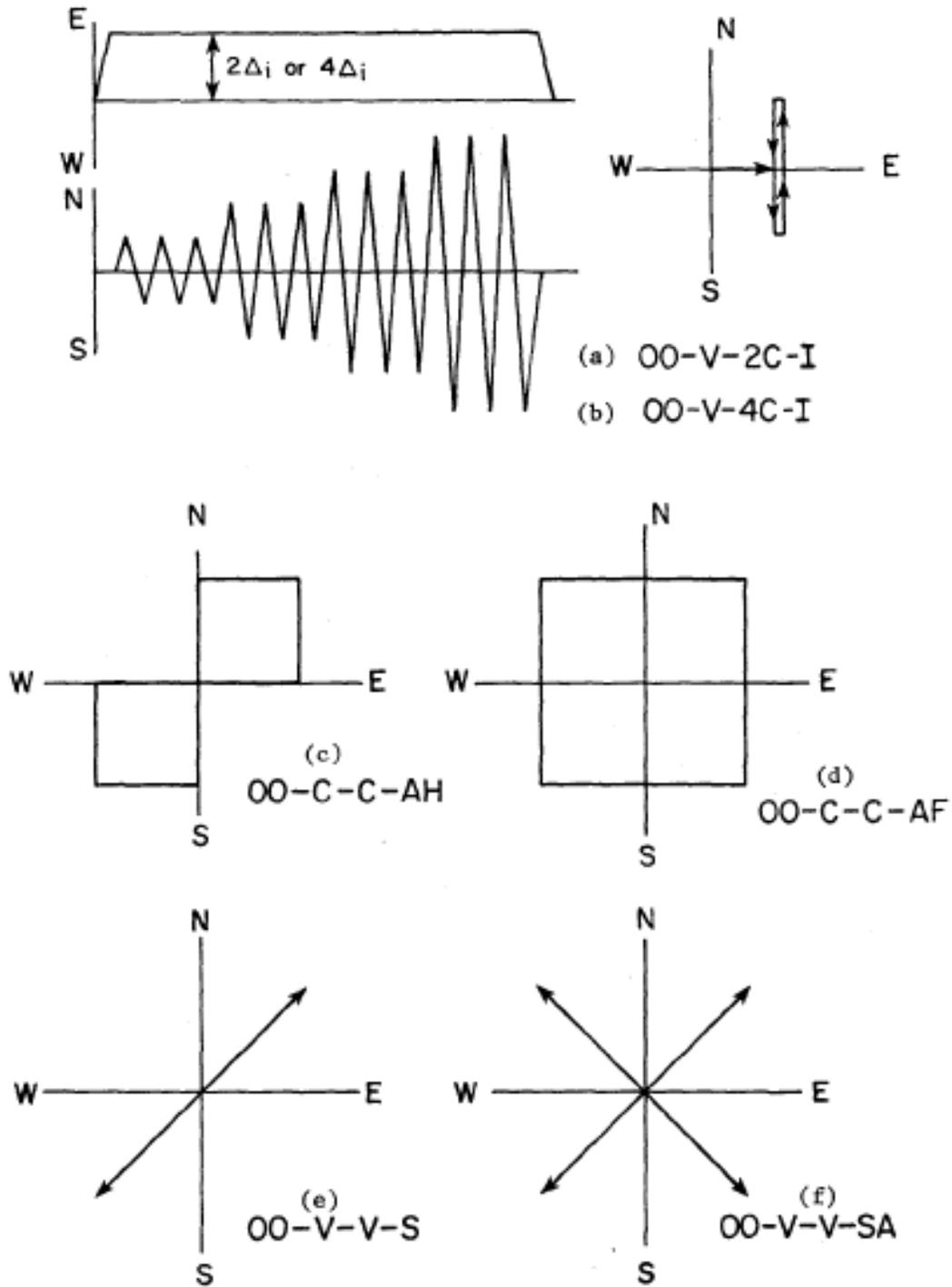


Figura 2.2. 3: Patrones de carga simultáneos utilizados por Maruyama (Maruyama 1979)

el comportamiento de la columna solicitada bajo el patrón de carga (e) de la Figura 2.2. 3, dándose cuenta que la inclinación del ángulo de carga no afecta sobre el comportamiento al corte de las columnas cuadradas, cuando se toma en cuenta la resultante de la fuerza y el desplazamiento. Los patrones de la Figura 2.2. 2 no representan el efecto biaxial que se quiere analizar en nuestra investigación, ya que no producen deformaciones biaxiales en el elemento, sino que van alternando la deformación en los dos ejes ortogonales. Y todos los patrones de la Figura 2.2. 3, a excepción del patrón (e), producen deformaciones biaxiales en las columnas, pero varían constantemente la dirección de la carga, impidiendo observar el efecto biaxial de los ensayos. Por esto, el único patrón que se considera relevante para nuestra investigación es el patrón (e) de la Figura 2.2. 3, que permite comparar la resistencia uniaxial de una columna con su resistencia biaxial.

En el año 1980, Ramírez y Jirsa (1980) extienden la investigación de Maruyama al ensayar 10 columnas con la misma geometría anterior, pero con distintos niveles de compresión y tensión axial, algunas constantes y otras variables a lo largo de la aplicación de la carga lateral. El fin del programa experimental fue medir el efecto de las cargas axiales en el comportamiento al corte de las columnas cargadas cíclicamente. En este caso, solo se consideraron dos patrones de cargas laterales: los patrones (a) y (d) de la Figura 2.2. 2, correspondiente a la investigación de Maruyama. La carga lateral fue aplicada cíclicamente y los extremos de la probeta se fijaron para representar una columna entre pisos rígidos.

Los resultados del experimento entregaron información relevante sobre el rendimiento de las columnas bajo distintos niveles de compresión y tensión axial al comparar con columnas de carga axial nula; pero, no se hace una distinción entre el comportamiento de columnas solicitadas biaxialmente con respecto a las unidireccionales. El principal efecto de la compresión axial fue incrementar la resistencia al corte y el deterioro de la columna en niveles altos de deformación. Por otro lado, el efecto de la tensión alternada con la compresión axial reflejó una reducción en la resistencia al corte y en la rigidez, pero solo durante la parte en que se tenía tensión axial aplicada sobre la columna.

La tercera parte del programa experimental desarrollado en la Universidad de Texas en Austin fue desarrollada por Woodward y Jirsa (1980). Este es el primer reporte sobre columnas cortas donde las probetas son solicitadas en sus dos ejes ortogonales y donde se varía la cantidad de refuerzo longitudinal y transversal. La geometría y ubicación de los elementos que conforman los especímenes se mantuvo igual a las dos investigaciones anteriores, solo se cambió el tamaño de las barras longitudinales y el espaciamiento de los estribos. Con esto se pretendió hacer una clasificación de los distintos comportamientos que pueden presentar las columnas cortas de hormigón armado bajo deformaciones cíclicas.

La mayoría de los ensayos se realizaron con el patrón de carga diagonal bidireccional, mostrado en la Figura 2.2. 3 (f), y solo dos fueron ensayados en forma monolítica diagonal, mostrada en la Figura 2.2. 3 (e). El autor eligió esto debido a que las aceleraciones del suelo se manifiestan en tres dimensiones en la naturaleza, y su acción sobre los marcos estructurales se representa de mejor manera usando deformaciones bidireccionales.

Basado en los resultados del estudio, fue desarrollada una guía para predecir el comportamiento de las columnas cortas.

Lo relevante de la investigación de Woodward es que se da cuenta que la capacidad al corte de miembros cargados diagonalmente no está específicamente definida en el código ACI. Además, los ensayos de los cuales se basan las ecuaciones del ACI fueron hechos sobre vigas cargadas unidireccionalmente paralelamente a uno de sus ejes principales. Considerando esto, la aplicación de esto a las columnas cargadas sobre su diagonal es incierta.

Con el fin de comparar la resistencia máxima alcanzada por una columna cargada uniaxialmente con una cargada en su diagonal, Woodward recoge la información de un ensayo de Ramírez solicitado en una dirección principal y lo compara con uno de sus ensayos cargados sobre su diagonal, que representan el efecto biaxial. El resultado de esto indicó que, para una columna cuadrada de ejes simétricos, la capacidad al corte es relativamente independiente del ángulo de carga, debido a la similitud obtenida en la resistencia de ambos ensayos.

Luego, Woodward hace una comparación entre las ecuaciones aplicadas a columnas solicitadas en forma uniaxial y en forma biaxial, con el objetivo de ver si lo anterior se refleja en las expresiones del ACI. Para esto, se realiza un análisis donde se toman dos columnas de secciones cuadradas similares y se rota una en 45° para representar la carga diagonal, además el autor se da la libertad de simplificar algunos de los cálculos de la capacidad al corte de la columna biaxial.

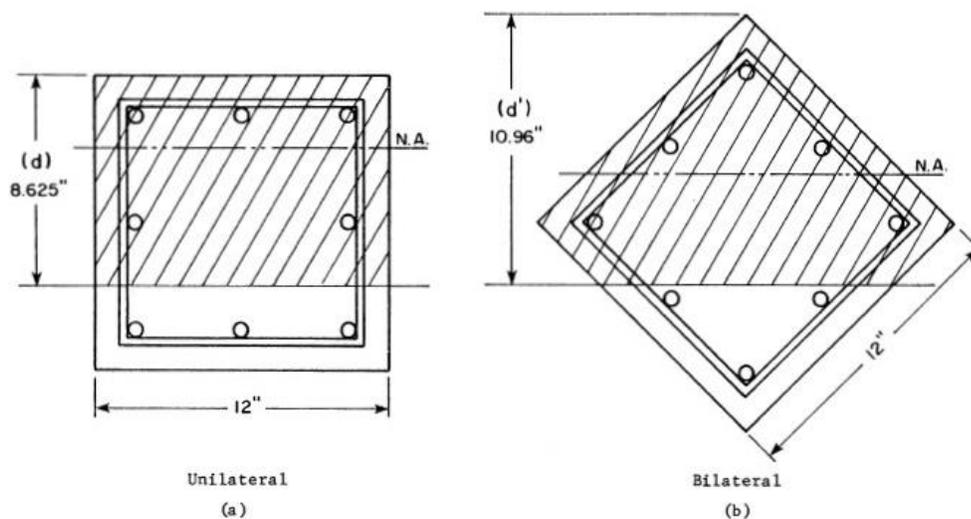


Figura 2.2. 4 Carga unilaterial vs biaxial (Woodward 1980)

La Figura 2.2. 4 muestra la comparación entre las dos secciones analizadas, donde la de la izquierda está cargada de forma uniaxial y la de la derecha de forma biaxial al ser rotada. Se debe considerar que la dirección de la carga es vertical de arriba hacia abajo. La línea marcada como N.A. corresponde al eje neutro de la sección obtenido de un análisis

seccional que se puede encontrar en el anexo del mismo documento publicado por Woodward. Se encuentra marcada la distancia desde el extremo comprimido hasta el centroide de la armadura traccionada como d y d' para los casos uniaxial y biaxial, respectivamente.

La capacidad al corte se encuentra dada por la suma del aporte del hormigón y de la armadura transversal. Según el ACI 318 el aporte del hormigón es:

$$V_c = 0.17\sqrt{f'_c}b_wd \quad \text{Ec. 2.2. 1}$$

El término b_wd representa el área achurada en la Figura 2.2. 4(a). El área sombreada de la Figura 2.2. 4 (b) representa el término b_wd' para los miembros cargados diagonalmente, siendo necesario calcular el área sombreada para reemplazarla por el valor de b_wd' en la Ec. 2.2. 1. Tomando en cuenta que las áreas sombreadas son prácticamente iguales (668 cm² y 696 cm², respectivamente), el aporte hecho por el concreto a la capacidad al corte es prácticamente igual en ambos casos.

En el caso de la carga uniaxial, el aporte de la armadura transversal a la capacidad al corte está dada por:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad \text{Ec. 2.2. 2}$$

Para el caso biaxial, se determinó que el aporte es:

$$V_s = \frac{A_v f_y d'}{s\sqrt{2}} \quad \text{Ec. 2.2. 3}$$

Donde el término $\frac{f_y}{\sqrt{2}}$ corresponde a la proyección de la fuerza resistida por los estribos en la dirección de carga para una inclinación de 45 grados.

El cociente entre el aporte por el refuerzo transversal de la forma unilateral y la bilateral es de 1,11. Basándose en los resultados de los ensayos y los del análisis, el autor concluye que la capacidad al corte se ve relativamente poco afectada por la dirección de carga, al considerar columnas con secciones transversales cuadradas. También señala que las ecuaciones para el corte del capítulo 11 del ACI se pueden utilizar en columnas cortas para una primera aproximación.

El análisis hecho por Woodward sobre la aplicación de las expresiones del ACI para cargas biaxiales, es considerado en este documento como una de las metodologías para evaluar la capacidad al corte biaxial, bajo el nombre de análisis mecánico, y es descrito en su totalidad en la sección 3.0.

La cuarta y última parte del programa experimental realizado en la Universidad de Texas en Austin, fue llevada a cabo por Umehara y Jirsa (1982). En esta parte, se hicieron ensayos sobre columnas de sección rectangular por primera vez. En total fueron 10 pruebas, donde se variaron los patrones de deformación y los niveles de carga axial, manteniéndose siempre la geometría de la sección. Un esquema con las variables se muestra en la Figura 2.2. 6. Al igual que en las investigaciones anteriores, se construyen columnas con una relación de aspecto pequeña para asegurar la falla por corte y se mantienen fijos los extremos de las probetas con el fin de representar columnas entre pisos rígidos. La geometría de los especímenes ensayados por Umehara se presentan en la Figura 2.2. 5.

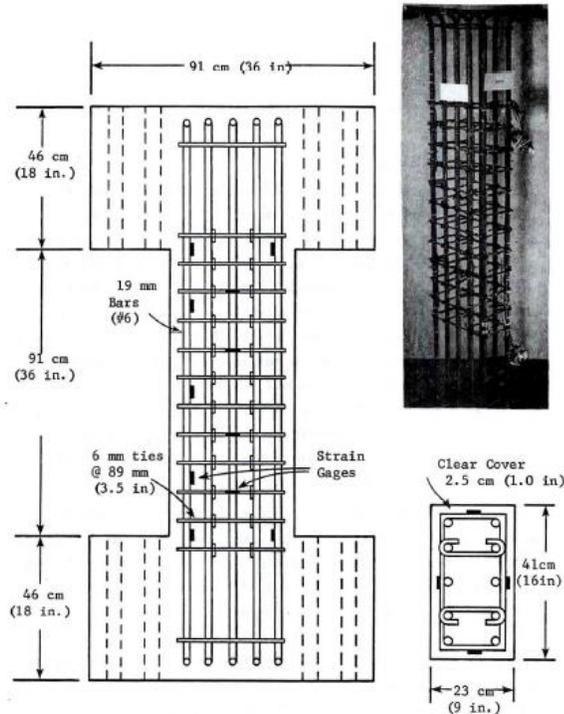


Figura 2.2. 5: Especímenes de prueba utilizados por Umehara (Umehara 1982)

Los patrones de carga mostrados en la Figura 2.2. 6 se pueden dividir en dos grupos. El primero, desde el (a) al (e), que sirve para analizar la máxima resistencia que alcanza una columna corta al ser cargada con un ángulo de inclinación con respecto al eje principal; y el segundo, (f) y (g), que sirve para el estudio de la influencia de la carga previa en otra dirección. En nuestra investigación se concentra el interés en el primer grupo de patrones.

Umehara toma los resultados de los ensayos hechos en columnas cuadradas registrados en las primeras partes de la investigación para compararlos con los suyos, presentando en total 10 pruebas en columnas cuadradas y 10 en rectangulares. Lo relevante de esta investigación es que se propuso una nueva forma de representar los resultados, permitiendo observar al mismo tiempo la resistencia de una columna cargada en su eje principal y en su diagonal. Para esto se debe considerar que una dirección principal de la columna está asociada al eje de las abscisas y la otra al de las ordenadas de un gráfico; entonces, la resistencia obtenida por carga uniaxial se presenta en los ejes coordenados y la

resistencia por carga diagonal o biaxial se presenta entre los ejes. A esta manera de representar los resultados se le llamó diagrama de interacción.

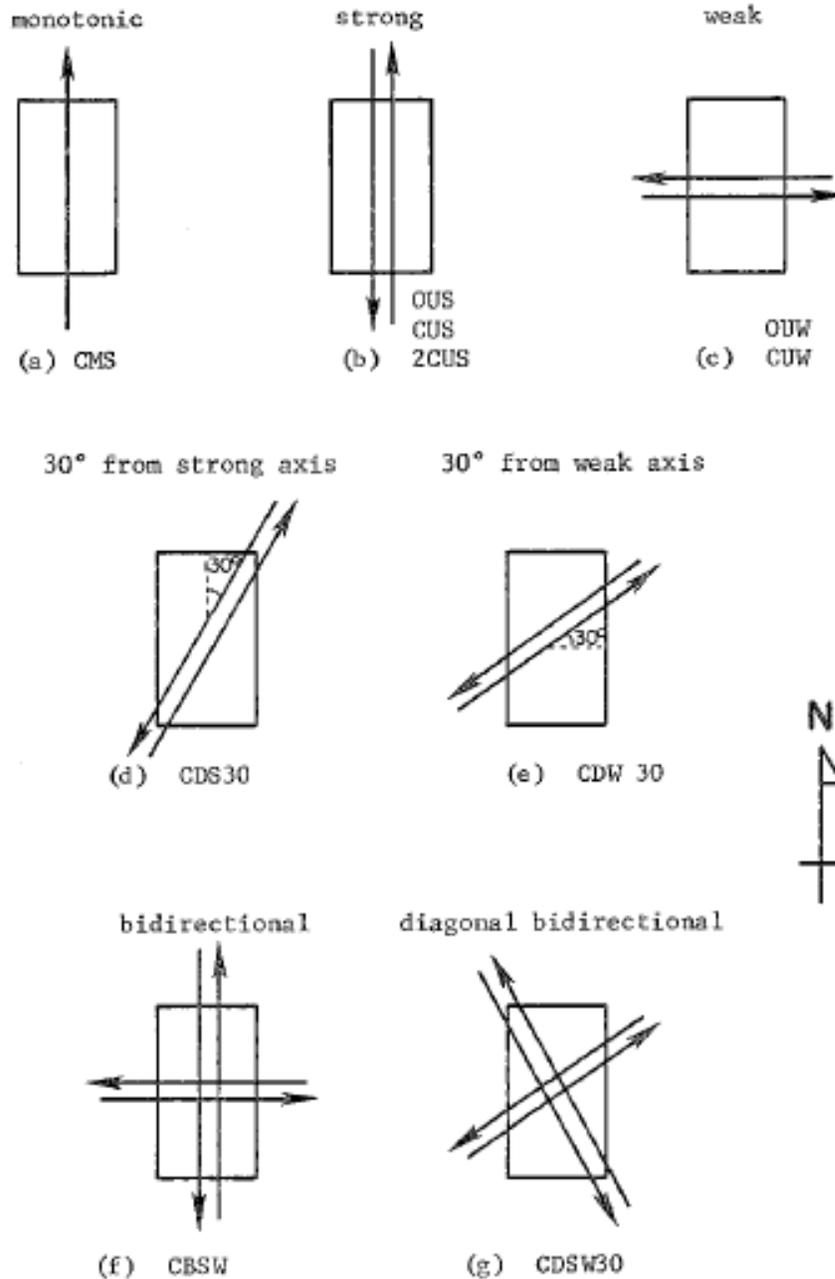


Figura 2.2. 6: Patrones de carga utilizados por Umehara (Umehara 1982)

Los diagramas de interacción para las columnas cuadradas consideradas por Umehara se muestran en la Figura 2.2. 7, separados por la carga axial sobre la columna al momento del ensayo. La ilustración de la izquierda representa los resultados de los ensayos sin carga axial y los de la derecha con carga axial. Para los dos diagramas, la resistencia máxima

medida unidireccionalmente en el eje principal fue dibujada en los dos ejes principales, ya que la columna cuadrada tiene ejes simétricos.

En el caso de las columnas sin carga axial, los puntos con solicitación diagonal están cerca de la curva circular dibujada a partir de los puntos de los ejes principales (0-PU), donde la diferencia es menor a un 15 por ciento. Para el caso de las columnas con carga axial, el punto con solicitación diagonal también se encuentra cercano a la curva de interacción circular, siendo 6% la diferencia entre el valor medido y la curva de interacción. De aquí, el autor concluyó que la máxima resistencia de una columna cuadrada cargada fuera de sus ejes principales puede ser estimada a partir de una curva de interacción circular basada en la resistencia de las direcciones principales.

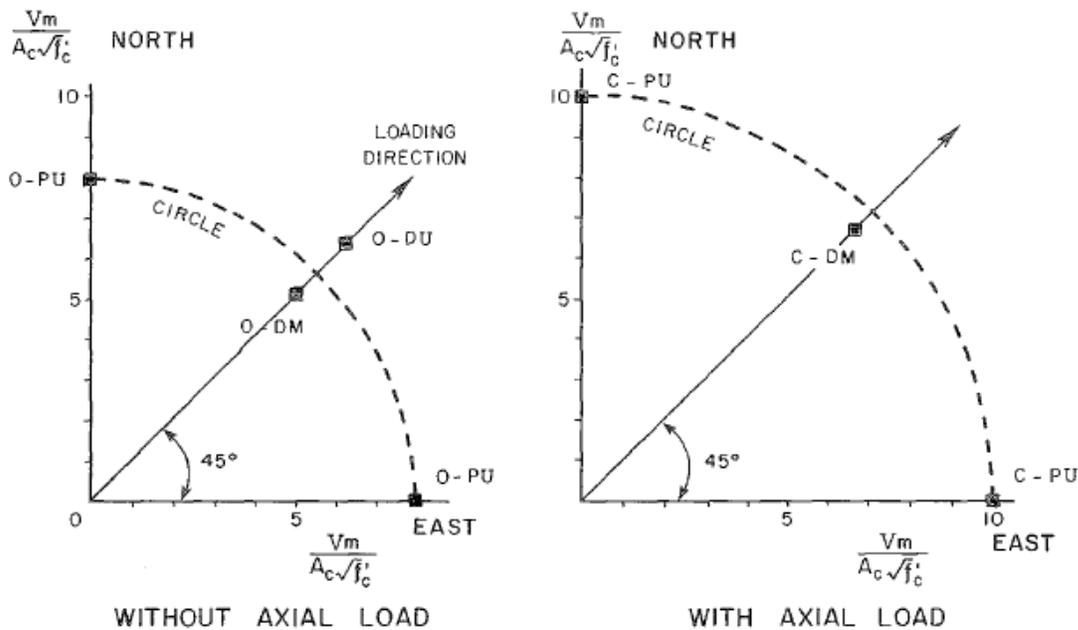


Figura 2.2. 7: Diagramas de interacción para columnas cuadradas (Umehara 1982)

El diagrama de interacción para columnas de sección rectangular y con carga axial, ensayadas por Umehara, se exhibe en la Figura 2.2. 8. No fueron ensayadas columnas rectangulares sin carga axial. Como las columnas rectangulares no tienen simetría en sus ejes, la resistencia en la dirección fuerte fue graficada en el eje de las ordenadas (Norte-Sur) y la resistencia en la dirección débil fue graficada en el eje de las abscisas (Este-Oeste). El autor trazó una curva de interacción con forma de elipse basándose en el valor promedio entre CMS y CUS, en el eje fuerte; y en el valor de CUW, en el eje débil. Como se puede apreciar, las resistencias de los ensayos diagonales (CDS30 y CDW30) se encuentran cercanas a la curva de interacción punteada, siendo la máxima diferencia de un ocho por ciento.

Por lo anterior, se concluyó que la resistencia de las columnas rectangulares cargadas fuera de sus ejes principales puede ser estimada por una curva de interacción con forma de elipse que conecta la resistencia de las direcciones principales de la columna.

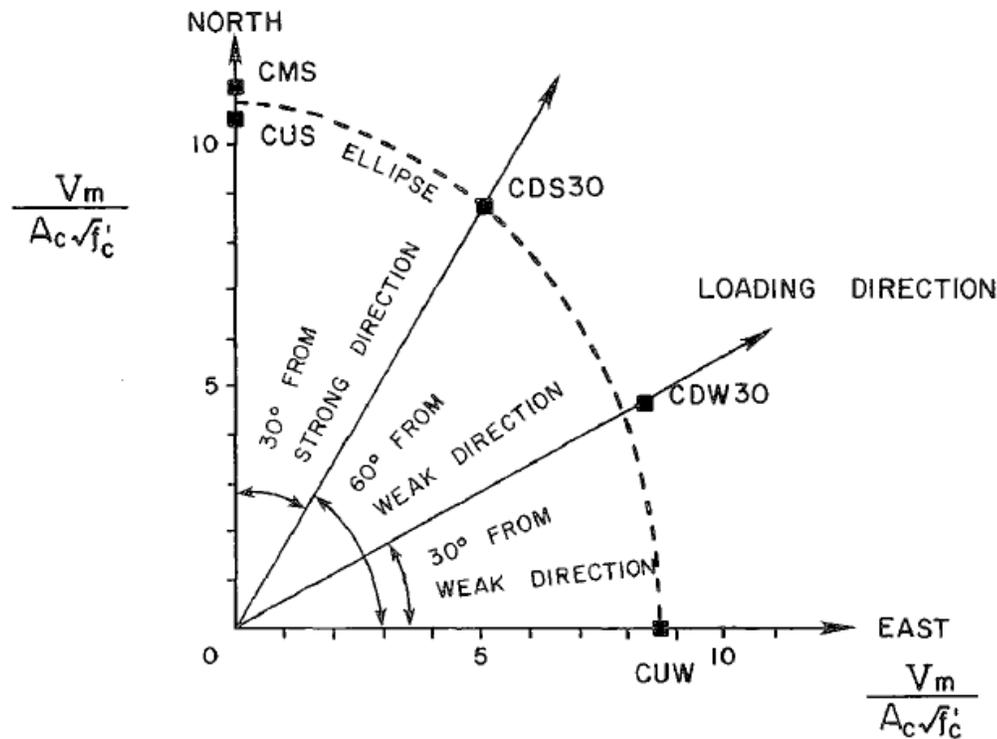


Figura 2.2. 8: Diagrama de interacción para columnas rectangulares (Umehara 1982)

2.2.2. Investigaciones hechas en Japón

En 1984, en la octava conferencia mundial de ingeniería sísmica, se presentó un artículo realizado por los japoneses Joh y Shibata (1984). Consistió en una investigación experimental donde se ensayaron nueve columnas cortas de sección cuadrada y 4 de sección rectangular, con el objetivo de analizar la falla por corte debido a fuerzas biaxiales de corte.

Las principales variables del estudio fueron la inclinación de la fuerza aplicada y el nivel de carga axial de las columnas, la geometría se mantuvo constante en columnas cuadradas y rectangulares. Al igual que en las investigaciones de la Universidad de Texas en Austin, la probeta se encuentra fija en sus extremos y la relación de aspecto es pequeña para asegurar una falla por corte.

Los resultados del programa experimental de Joh son similares a los obtenidos por Umehara, la diferencia recae en la manera de presentarlos. El japonés entrega un diagrama de interacción normalizado, que consiste en mostrar gráficamente el cociente entre el valor del ensayo biaxial y el valor del ensayo uniaxial respectivo. De esta forma se puede

tener un único diagrama de interacción sin importar la geometría de la sección ensayada, como se muestra en la Figura 2.2. 9.

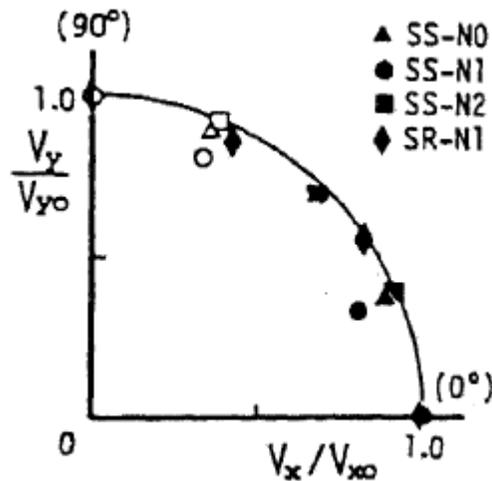


Figura 2.2. 9: Diagrama de interacción normalizado para la capacidad última al corte (Joh 1984)

En la Figura 2.2. 9, V_x y V_y corresponden a la resistencia de los ensayos biaxiales proyectada en la dirección “x” e “y”, respectivamente; y V_{x0} y V_{y0} corresponden a la resistencia de los ensayos uniaxiales en dirección “x” e “y”, respectivamente. Cada set de ensayos contempla los ensayos uniaxiales en ambas direcciones principales más los ensayos biaxiales, luego, cada V_x tiene asignado un V_{x0} correspondiente al mismo set de ensayos, donde las propiedades geométricas y mecánicas de las columnas se mantienen constantes, variando solamente el ángulo de carga. Se puede observar que la curva de interacción corresponde a un arco de circunferencia con radio igual a uno, ya que, los valores se encuentran normalizados.

Los ensayos rectangulares corresponden a los puntos con forma de diamante identificados como SR-N1 y fueron solicitados en 0; 30; 60 y 90 grados con respecto al eje fuerte. Los ensayos cuadrados corresponden a los puntos identificados como SS-XX y fueron solicitados en 22,5 y 45 grados con respecto al eje X; estos valores se replicaron para el eje Y, por lo que se muestran dos veces en el diagrama. Se aprecia que los datos, tanto rectangulares como cuadrados, se aproximan lo suficiente al arco de circunferencia; por lo que el autor concluyó que es válido aproximar la curva de interacción normalizada para el corte bi-axial por un arco de circunferencia independiente del nivel de carga axial y la geometría de la sección. Lo señalado por Joh es análogo a lo expresado por Umehara, pero representado de distinta forma.

Más adelante, en el Muroran Institute of Technology, comenzó a realizarse un estudio sobre el comportamiento de la resistencia al corte de columnas cortas de hormigón armado bajo deformaciones biaxiales de corte, apoyado por un programa experimental. Esto se dividió en dos partes.

La primera parte fue realizada por Arakawa et al.(1989). El programa experimental consistió en ensayar 14 columnas cuadradas cortas bajo cargas laterales bidireccionales producto de la sollicitación fuera del plano principal. Para asegurar que el comportamiento de las probetas fuera controlado por una falla de corte, se fabricaron columnas cortas, con relación de aspecto $h_0/D = 2.5$, y con baja cuantía de refuerzo transversal. Las variables del experimento fueron: el nivel de carga axial y la inclinación de la sollicitación lateral.

Basado en los resultados, se puede observar en la Figura 2.2. 10, la influencia de la dirección de carga al sollicitar las columnas en tres ángulos de inclinación distintos para cada nivel de carga axial. El eje horizontal del gráfico representa el ángulo con que fueron cargadas las columnas con respecto a su eje principal, y el eje vertical representa la máxima carga lateral alcanzada en el ensayo, medida en toneladas.

Los puntos unidos mediante una recta corresponden a los ensayos que tienen igual carga axial y el numero sobre la recta representa el nivel de la carga ($\eta = P/A_g f'_c$). En las columnas con carga axial considerable ($\eta \geq 0.2$), a medida que aumenta el ángulo de carga, se nota claramente una leve tendencia a disminuir la resistencia de las columnas, siendo el caso más desfavorable los 45° para una columna cuadrada. Los demás casos no se ven afectados por la inclinación de la carga. En promedio, se redujo la capacidad de la columna sollicitada diagonalmente en un 5 a 6 por ciento con respecto a la capacidad de la columna sollicitada unidireccionalmente, lo que significa que la influencia de la inclinación de la carga sobre la resistencia de una columna cuadradas es mínima.

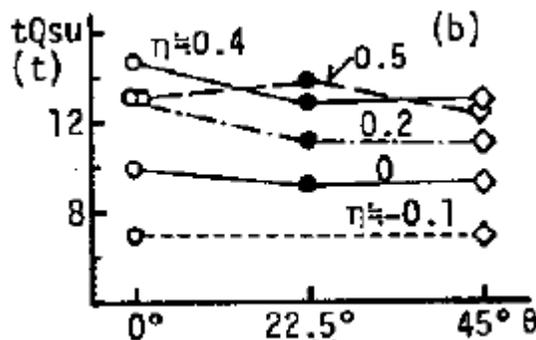


Figura 2.2. 10: Resistencia vs ángulo de carga (Arakawa et al. 1989)

Al año siguiente, Mizoguchi et al.(1990) continua con la segunda parte del estudio, agregando cargas axiales variables a sus 10 columnas ensayadas. Análogo al caso anterior, el programa apunta a determinar la influencia de la dirección de carga sobre la capacidad al corte de las columnas. El sistema de carga utilizado por Mizoguchi, la forma de carga y los patrones de deformación son idénticos con la investigación de Arakawa.

Análogo a la Figura 2.2. 10, los resultados del programa experimental se presentan en la Figura 2.2. 11, mostrando la relación entre la resistencia de los ensayos y el ángulo de inclinación de la sollicitación. El eje de las abscisas representa el ángulo de inclinación de la

carga y el eje de las ordenadas la máxima carga lateral resistida por la columna. Se encuentran representadas en negro las columnas con carga axial negativa y en blanco las con carga axial positiva.

No se puede observar una tendencia clara de la resistencia a medida que aumenta el ángulo de carga cuando las columnas se encuentran cargadas considerablemente de forma axial; pero, por otra parte, cuando las columnas tienen baja carga axial o están tensionadas se nota una leve tendencia a aumentar la resistencia.

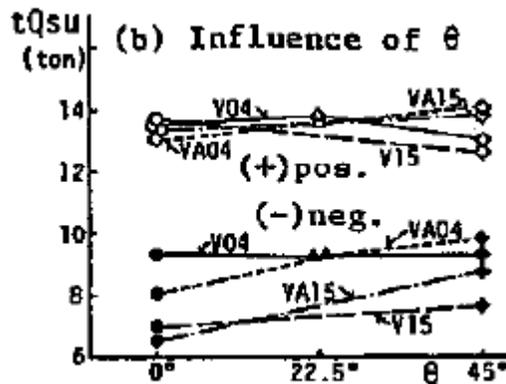


Figura 2.2. 11: Resistencia vs ángulo de carga (Mizoguchi et al. 1990)

Comparando entre los valores de los ensayos, Mizoguchi concluyó que la capacidad última al corte de las columnas cuadradas cargadas en su diagonal es 5-6% menor a las cargadas en su dirección principal, para los casos de considerable compresión axial. Además, el autor agrega que, en caso de baja carga axial, las columnas cargadas en su diagonal presentan mayor resistencia en un 3-7% que las cargadas en dirección principal. Debido a la poca influencia del ángulo de carga es que en ambos artículos (Arakawa et al. 1989 y Mizoguchi et al. 1990) se concluyó que se puede estimar la capacidad al corte de las columnas cortas sin considerar la dirección en que sean cargadas.

Cabe señalar que la investigación hecha en el Muroran Institute of Technology no incluyó ensayos sobre columnas cortas de sección transversal rectangular.

2.2.3. Investigación actual

En Singapur se llevó a cabo una investigación sobre el comportamiento sísmico de columnas de hormigón armado con refuerzo transversal pobre bajo diferentes direcciones de carga. Fue realizada por Pham y Li (2013) en la Nanyang Technological University.

La investigación consistió en una serie de ensayos a columnas cortas con refuerzo transversal pobre, es decir, con demasiado espaciamiento entre estribos, provocando el inadecuado confinamiento del hormigón interior. El estudio se enfocó en observar la influencia que tiene la dirección de la carga sísmica sobre el mecanismo de falla de las

columnas. Todo esto se complementó con un análisis numérico de elementos finitos sobre los elementos.

Lo nuevo de esta investigación es que se examinó el rendimiento de las columnas bajo múltiples parámetros como: patrones de agrietamiento, respuesta de histéresis, rigidez inicial, resistencia al corte, deformación al momento de la falla axial y la capacidad de disipación de energía. Cabe señalar que nuestra investigación solo está enfocada en observar la resistencia al corte de las columnas con el fin de aplicarlo al diseño de estas, por lo que solo se mencionará esa parte del artículo de Pham.

Siete columnas fueron ensayadas bajo la combinación de carga axial constante y la aplicación inclinada de carga lateral cíclica con respecto al eje principal. Estos resultados se complementaron con tres ensayos sacados de la tesis de Tran del 2010, donde se solicitan columnas con la misma configuración de Pham pero en la dirección de sus ejes principales.

Los resultados de las columnas cuadradas se presentan en un diagrama de interacción en la Figura 2.2. 12. Ahí se muestran los valores de dos series distintas de ensayos: las series 1.7 y 2.4 que corresponden a columnas con relación de aspecto igual a 1.7 y 2.4 respectivamente. Al igual que en los artículos anteriores, el radio desde el origen al punto representa la carga lateral máxima registrada en el ensayo; y el ángulo de ese radio con respecto a el eje horizontal es la inclinación de la carga.

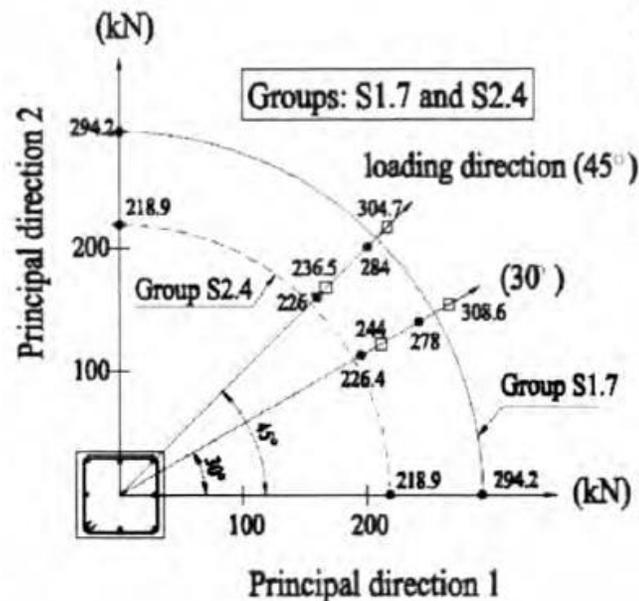


Figura 2.2. 12: Diagrama de interacción en columnas cuadradas (Pham 2013)

La dirección de la sollicitación se encuentra especificada en la ilustración y los puntos rellenos de negro corresponden a las mediciones de los ensayos; siendo los más cercanos a la curva punteada, los de la serie S2.4; y los más cercanos a la curva continua, los de la serie S1.7. Según el autor, existe solo un 5% de diferencia entre los valores medidos y la circunferencia para la serie 1.7; y en la serie 2.4 casi no existe diferencia. Esto provee

evidencia suficiente de que, en secciones cuadradas, las columnas trabajando fuera de su dirección principal alcanzan el mismo valor máximo de resistencia que las deformadas en su eje principal, independiente del ángulo con que se aplique la carga.

Para complementar lo señalado anteriormente, Pham realizó un estudio numérico que consiste en un modelo tridimensional (3D) no lineal de elementos finitos. El análisis del comportamiento de columnas de hormigón armado bajo cargas sísmicas fue hecho utilizando el programa Engineer's Studio con un enfoque de elementos de fibra. Como resultado obtuvo una cantidad significativa de datos al variar el ángulo de carga en el modelo en 10° grados de 0 a 90° y para cuatro niveles de carga axial, lo que se ve representado en la Figura 2.2. 13.

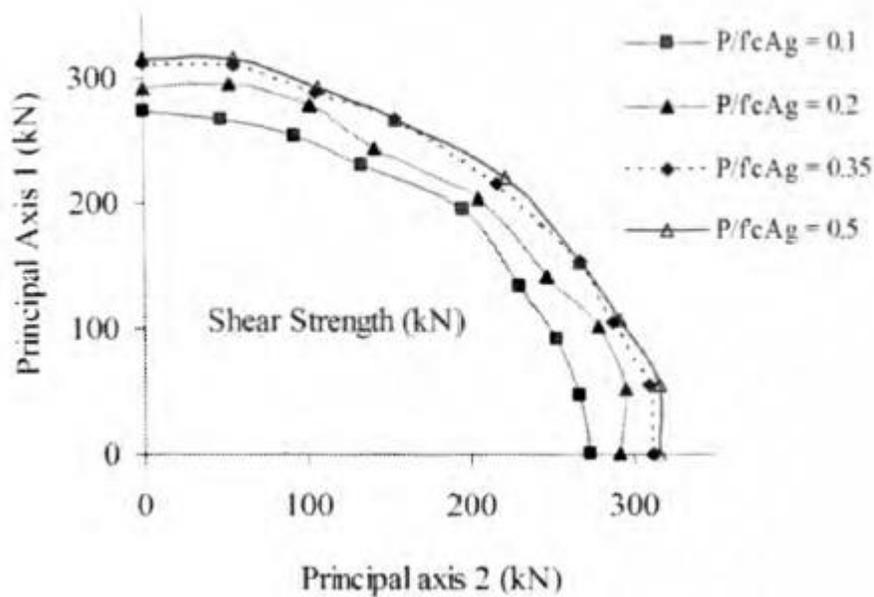


Figura 2.2. 13: Resistencia vs dirección de carga para distintos niveles de compresión axial en columnas cuadradas (Pham 2013)

La forma circular de la curva que une los puntos de la Figura 2.2. 13, para cada nivel de carga axial, confirma que la resistencia de las columnas de hormigón armado con secciones cuadradas no depende de la inclinación de la solicitación horizontal.

Los resultados de las columnas rectangulares se presentan dentro de un diagrama de interacción mostrado en la Figura 2.2. 14. Se muestra la orientación de la columna, quedando el eje fuerte en la horizontal y el eje débil de la columna en la vertical. Al igual que para las columnas cuadradas, los puntos negros representan la resistencia obtenida en los ensayos. Cabe aclarar que el valor mostrado en el marcador negro del eje fuerte es erróneo y no corresponde con el ensayo; pero, la posición del punto es correcta y debería marcar un valor de 345,7 kN (obtenido de Tran 2010).

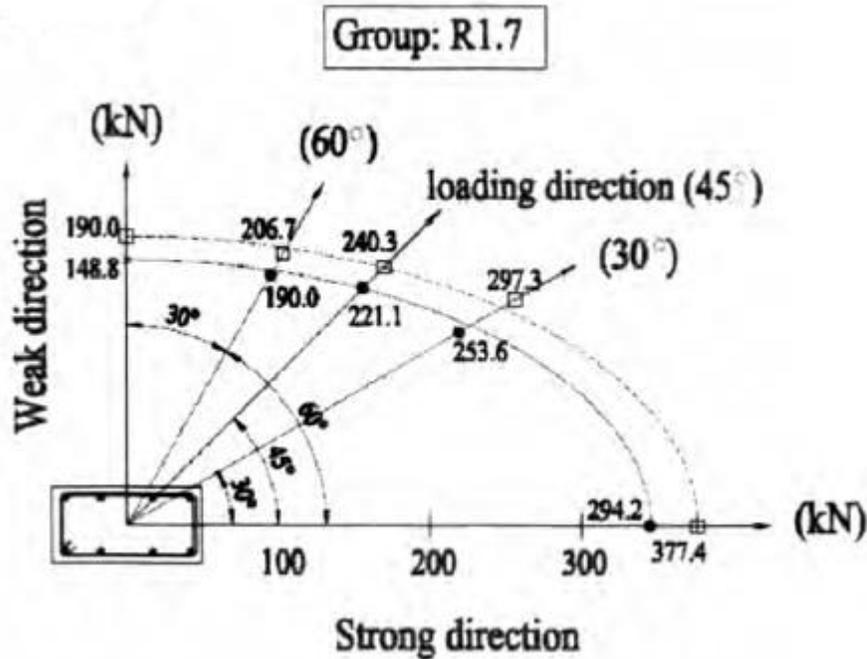


Figura 2.2. 14: Diagrama de interacción en columnas rectangulares (Pham 2013)

Como era de esperar, a medida que aumenta la inclinación de carga hacia el eje de la dirección débil, disminuye la resistencia al corte de las columnas. Al ajustar la curva que pasa por los datos, los autores obtuvieron una elipse que se puede representar con la siguiente ecuación:

$$\frac{V_{ax}^2}{V_x^2} + \frac{V_{ay}^2}{V_y^2} = 1 \quad \text{Ec. 2.2. 4}$$

Donde V_x , V_y corresponden a la resistencia al corte en la dirección fuerte y débil, respectivamente; V_{ax} , V_{ay} corresponden a la proyección de la resistencia de la columna cargada diagonal sobre los ejes principales; y la resistencia al corte en la dirección diagonal se calcula como $\sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2}$. Luego, esta ecuación se puede utilizar para determinar la capacidad de una columna al corte independiente del ángulo de carga.

En la investigación de Pham, al igual que en la de Tran, no se realizaron ensayos sobre una columna rectangular cargada en su eje débil. El valor mostrado con un punto negro en el eje vertical de la Figura 2.2. 14 corresponde al final de la prolongación de la elipse encontrada con los demás puntos, y no corresponde a la resistencia obtenida de un ensayo. En la misma imagen se muestran dos curvas de interacción, siendo la más cercana a los puntos negros, la formada por los datos experimentales; y la más cercana a los cuadrados blancos, la formada por la predicción de la capacidad al corte según el ASCE/SEI 41-06.

Al igual que Umehara, el autor concluyó que la resistencia al corte de columnas rectangulares en las direcciones no principales se puede estimar basándose en la resistencia al corte de los ejes principales.

Para complementar los ensayos, Pham realizó el mismo análisis numérico de las columnas cuadradas, ahora en columnas rectangulares. El resultado de esto se muestra en la Figura 2.2. 15. Al hacer la comparación con la Figura 2.2. 14, se observa que la tendencia de los puntos sigue la misma forma en ambos casos, lo que da validez a la curva de interacción con forma de elipse para el caso de columnas rectangulares.

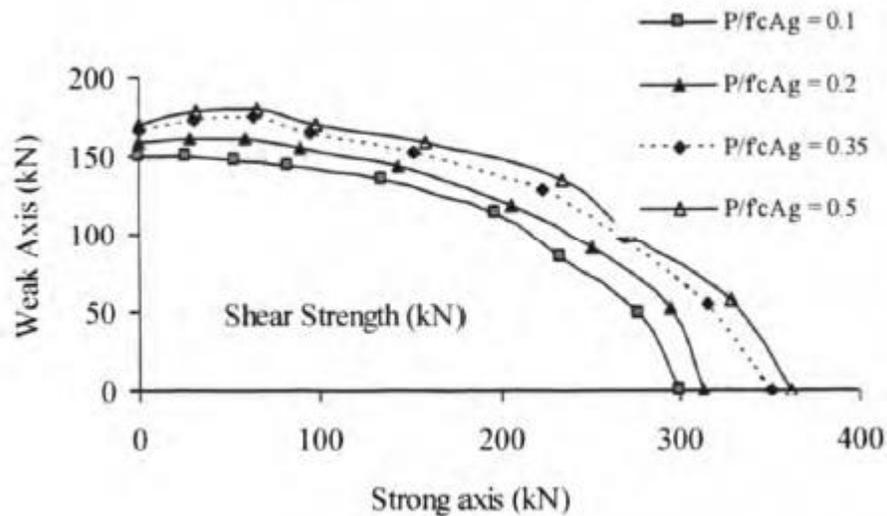


Figura 2.2. 15: Resistencia vs dirección de carga para distintos niveles de compresión axial en columnas cuadradas (Pham 2013)

2.3. Investigaciones sobre la resistencia al corte sísmico según la demanda de ductilidad de las columnas

En el año 1989, Ang et al.(1989) planteó la necesidad de tener una filosofía de diseño sísmico consistente para establecer las fuerzas de diseño al corte de columnas circulares de edificaciones y puentes bajo ataques sísmicos. En su artículo demostró que, debido al diseño conservador de las columnas a flexión en conjunto con las aproximaciones hechas para determinar las cargas laterales de diseño, las fuerzas reales de corte generadas por un terremoto podían superar hasta en tres veces el corte correspondiente a los niveles de cargas laterales sísmicas entregadas por los códigos. Además, agregó que, aunque fueran recurrentes las fallas por corte en estos elementos debido a eventos sísmicos, la resistencia al corte de columnas de hormigón armado bajo cargas sísmicas no había recibido tanto énfasis como la resistencia a la flexión y la ductilidad. El trabajo de Ang da inicio al estudio de la resistencia al corte sísmico de las columnas, abarcando no solo la falla frágil al corte, sino que también la falla al corte dúctil, producida después de la fluencia de las barras longitudinales.

En el año 1994, Priestley et al. (1994) extendió la investigación reportada por Ang, agregándole ensayos bajo cargas multidireccionales efectuados por Wong et al. (1991) y realizando sus propios ensayos sobre columnas de geometría rectangular y circular. El trabajo de Priestley culminó con la propuesta de un modelo para evaluar la capacidad al corte sísmico, combinando los modelos previamente realizados por Ang y Wong. Los resultados de este nuevo modelo tuvieron una buena correlación con los experimentos recolectados por Priestley, mostrados en la Figura 2.3. 1.

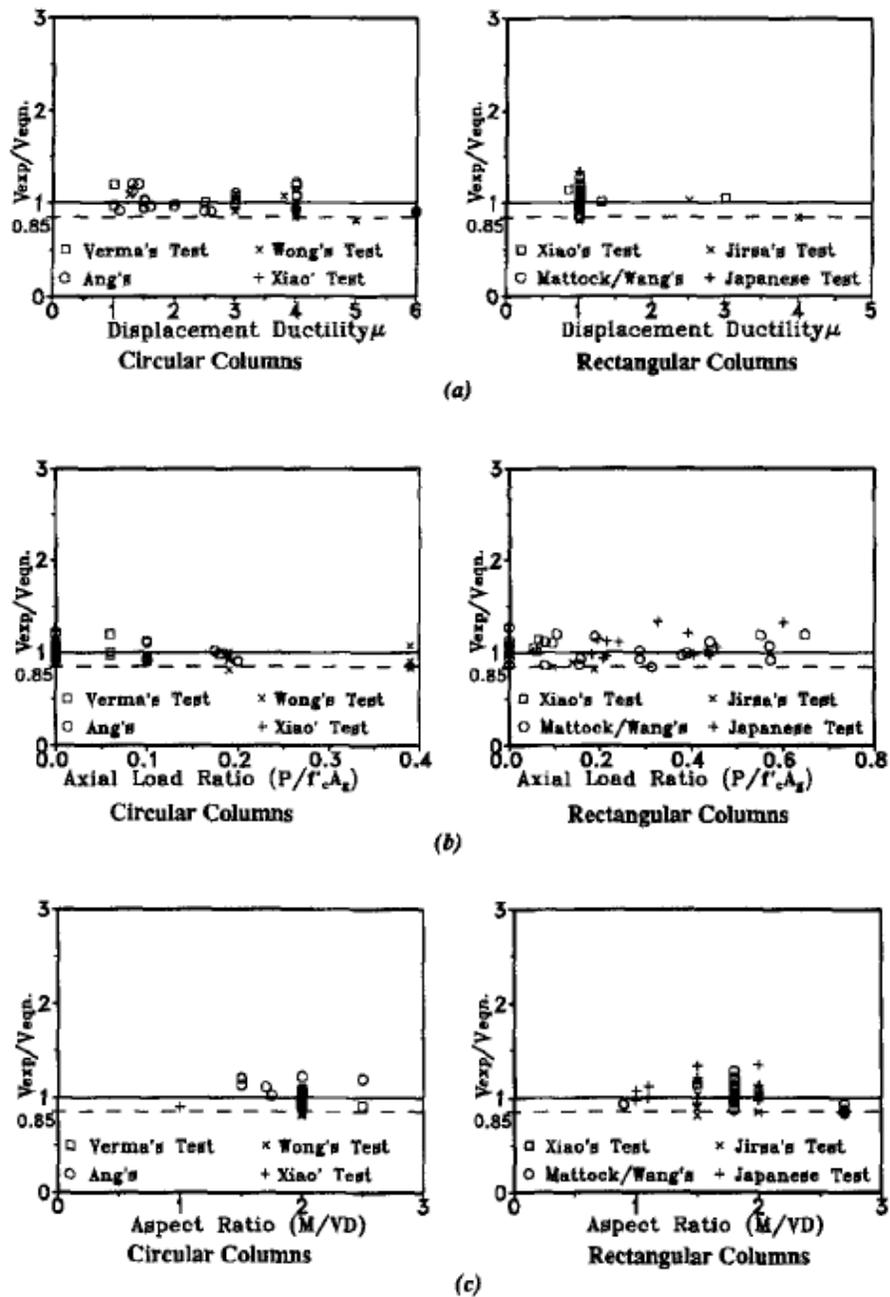


Figura 2.3. 1: Correlación entre modelo de Priestley y resultados experimentales según: (a) Demanda de ductilidad; (b) Nivel de carga axial; (c) Relación de aspecto (Priestley et al. 1994)

En el mismo artículo, se señala que existen dos tipos de fallas por corte producidas por eventos sísmicos. El primer tipo es la falla frágil de corte que ocurre antes de que se alcanza la resistencia a la flexión de la columna; y el segundo tipo de falla es la que se alcanza un grado de ductilidad que genera una rotula plástica antes de que ocurra la falla al corte. El grado de ductilidad que desarrolla una columna en el ensayo se le llama demanda de ductilidad, y en la Figura 2.3. 1 (a) se ve la correlación del modelo con los resultados según esto. Se nota claramente que para columnas circulares se tienen variadas demandas de ductilidad en los ensayos y que para el caso de rectangulares solo cuatro ensayos tienen una demanda de ductilidad distinta a uno, lo que impide ver la efectividad del modelo según esa variable.

Priestley señala que se debe tener una consideración especial cuando se forman rotulas plásticas en las columnas por que la resistencia al corte es una función de la ductilidad a la flexión. Esto se explica porque, a medida que aumenta la rotación de las rotulas plásticas, la apertura de las grietas por flexión y corte reducen la capacidad de transferencia de corte por parte de la interfaz del hormigón, reduciéndose la resistencia al corte de las columnas (Priestley, 1994). De aquí se concluye que, a mayor demanda de ductilidad, mayor es la rótula plástica formada en la columna, por lo que menor será el aporte a la resistencia al corte por parte del hormigón.

Lo dicho anteriormente, es el principal concepto sobre el que se basa el modelo al corte de Priestley, donde a medida que aumenta la ductilidad de la columna, disminuye la resistencia al corte. Particularmente, se ve reducido el aporte del hormigón sobre la capacidad al corte, y su relación con la ductilidad se muestra a través del coeficiente de reducción k como se ilustra en la Figura 2.3. 2. Se observa que el coeficiente k varía según dos casos: cuando la columna se ve solicitada uniaxialmente; o cuando se ve solicitada biaxialmente. Esta distinción la hace Wong et al. (1993) a través de su investigación, donde nota que las columnas circulares ensayadas bajo patrones de cargas biaxiales ven reducido el aporte del hormigón al corte en niveles de ductilidad menores a las columnas ensayadas bajo patrones uniaxiales. No queda claro que esto último se pueda trasladar al comportamiento de columnas cuadradas, ya que no existe la evidencia suficiente para corroborarlo. De todas formas, Priestley extendió su modelo a columnas rectangulares y usadas en edificaciones.

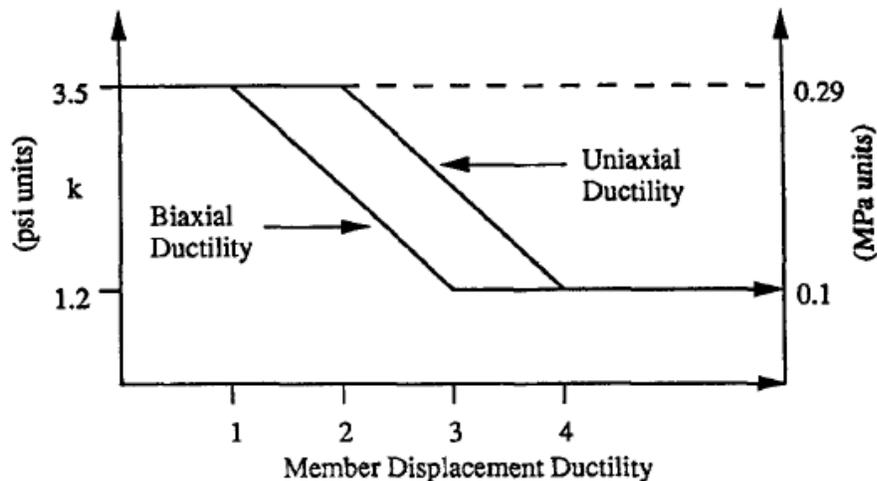


Figura 2.3. 2: Degradación de la resistencia al corte del concreto con la ductilidad (Priestley et al. 1994)

Además de Priestley, diversos autores han desarrollado sus modelos considerando este mismo concepto de la degradación de capacidad con respecto a la ductilidad del elemento. Algunos de ellos son: Sezen, 2004; ASCE/SEI 41-06, 2007; Pham, 2013; entre otros.

De todo esto, surgen dos razones por las que los modelos que consideran la reducción de la capacidad al corte según la ductilidad, incluyendo el de Priestley (1994), no serán analizados en nuestra investigación. En primer lugar, nuestra investigación está enfocada en determinar el comportamiento de las columnas cuadradas fallando por corte frágil y que no desarrollan ningún nivel de ductilidad; y, por el contrario, los modelos apuntan a una representación del comportamiento intermedio entre el corte y flexión para columnas circulares. En segundo lugar, Sezen (2004) señaló que se debe reconocer que estos modelos fueron hechos con el propósito de estimar la capacidad al corte dada información sobre la demanda de ductilidad. Para determinar la demanda de ductilidad que tendrá una columna en una edificación, es necesario hacer un análisis no lineal de la estructura, lo que no se acostumbra a hacer en el diseño, razón por la cual sería complejo introducir estas ecuaciones al diseño de las columnas. Dicho lo anterior, los modelos no serán considerados, ya que, nuestra investigación apunta a entender la respuesta de las columnas que no desarrollan ductilidad para aplicarlo a la etapa de diseño de un edificio de hormigón armado.

2.4. Expresiones para evaluar la capacidad al corte biaxial

Diversos modelos para predecir la capacidad uniaxial al corte de columnas de hormigón armado han sido formulados a finales de los años 1970. Estos modelos, que se han incorporado en los códigos de diseño actuales, han resultado de una extensa investigación realizada en vigas, con y sin refuerzo transversal, a lo largo de los últimos 70 años (Moretti, 2013). Según Moretti (2013), existen tres métodos para el diseño al corte. El primero, es un modelo seccional derivado de un equilibrio de fuerza, o derivado empíricamente por datos experimentales, o la combinación de ambos. El segundo, es el llamado modelo de fisuras distribuidas (traducido de: *smearred cracked models*). Y, el tercero, es el modelo puntal tensor. Sin embargo, el modelo que sigue prevaleciendo hasta el día de hoy es uno derivado por equilibrio de fuerzas en conjunto con un ajuste mediante datos experimentales. Este modelo considera que el aporte del refuerzo es realizado por los estribos en dirección de la carga, y que, la contribución del hormigón resulta de la transferencia en las zonas de compresión junto con la interfaz de las grietas.

Gracias a la amplia investigación teórica y experimental que se realizó sobre el tema, en especial en la década de los 70 y 80, se desarrollaron los métodos nombrados anteriormente. A pesar de esto, todavía no existe una forma aceptada a nivel universal para predecir el comportamiento de columnas cortas, ni se incluyen, en la mayoría de los códigos de diseños, provisiones especiales con respecto al diseño de esos elementos (Moretti, 2013). Teniendo en cuenta que en la mayoría de los códigos de diseño no se incluye una metodología confiable para el diseño de las columnas cortas, es claro que, tampoco lo hay para el diseño de columnas cortas solicitadas en forma bilateral.

Las expresiones para el diseño al corte que existen en los códigos están destinados a proporcionar un límite inferior conservador en el diseño, por lo tanto, no pueden ser considerados como modelos para predecir la capacidad al corte (Moretti, 2013). Así, dado el hecho de que no hay una teoría generalmente aceptada para la predicción de la capacidad al corte de columnas cortas, es que en este documento se analizará la seguridad al diseñar elementos de hormigón armado bajo solicitaciones biaxiales utilizando las expresiones que entrega el ACI 318, que se encuentra en vigencia, en conjunto con las metodologías que se especifican en la sección 3.0.

ACI 318 (2008)

Conforme al ACI 318 (2008), la capacidad nominal al corte, V_n , se calcula como la suma de la contribución del concreto, V_c , y el refuerzo de corte, V_s .

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{Ec. 2.4. 1}$$

Para elementos sometidos a corte y compresión axial, la contribución del concreto a la capacidad de corte está dada por:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{(Unidades S.I.)} \quad \text{Ec. 2.4. 2}$$

De forma más detallada se puede calcular a través de las ecuaciones (Ec. 2.4. 3) y (Ec. 2.4. 4).

$$V_c = \left(0.16 \lambda \sqrt{f'_c} + 17 \rho_w \frac{V_u d}{M_n} \right) b_w d \quad \text{(Unidades S.I.)} \quad \text{Ec. 2.4. 3}$$

$$M_n = M_u - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right) \quad \text{Ec. 2.4. 4}$$

Y la forma más simplificada de la expresión permite calcular el aporte al corte sin considerar la carga axial que tiene el elemento, a través de la ecuación (Ec. 2.4. 5):

$$V_c = 0.17 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{(Unidades S.I.)} \quad \text{Ec. 2.4. 5}$$

Para elementos sometidos a corte y tracción axial, la contribución del concreto a la capacidad de corte está dada por:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{0.29 N_u}{A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{(Unidades S.I.)} \quad \text{Ec. 2.4. 6}$$

El aporte del refuerzo de corte se calcula como:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}$$

Ec. 2.4. 7

2.5. Disposiciones de los códigos sobre el diseño de columnas de hormigón armado bajo cargas biaxiales de corte

En esta investigación, se hizo un recorrido por cuatro códigos de diseño de elementos estructurales de hormigón armado, además del código estadounidense ACI318-08, con el fin de encontrar las disposiciones internacionales que rigen el diseño de columnas de hormigón armado bajo cargas biaxiales de corte. Esos cuatro documentos son: CSA-A23(2004) de Canadá, JGC-15(2007) de Japón, NZS-3101(2006) de Nueva Zelanda, y EN-1992(2004) de la Unión Europea. En cada norma se examinaron los capítulos correspondientes al diseño de elementos sometidos a corte, como las disposiciones sísmicas para el diseño de elementos sometidos al corte. Lo que resultó de esto fue que, únicamente la norma japonesa (JGC-15, 2007) incorpora una disposición sobre como diseñar las columnas que son sometidas a cargas biaxiales de corte.

En el capítulo 9, sección 9.2.2.2 de la norma japonesa titulado “Diseño de la capacidad al corte para miembros lineales” se encuentra en la sección de comentarios la siguiente disposición: Cuando se diseñan secciones transversales rectangulares bajo fuerzas biaxiales de corte, se debe asegurar de cumplir la ecuación Ec.2.5. 1 (C9.2.1 en la norma japonesa).

$$(\gamma_i V_{dx} / V_{yx})^2 + (\gamma_i V_{dy} / V_{yy})^2 \leq 1.0$$

Ec.2.5. 1

Donde:

γ_i : Factor de importancia de la estructura.

V_{yx} : Capacidad de diseño al corte a lo largo del eje X.

V_{yy} : Capacidad de diseño al corte a lo largo del eje Y.

V_{dx} : Fuerza de corte de diseño a lo largo del eje X bajo cargas biaxiales.

V_{dy} : Fuerza de corte de diseño a lo largo del eje Y bajo cargas biaxiales.

Esto se analizará más adelante, midiendo la influencia que tiene esta ecuación sobre la seguridad al momento de diseñar las columnas.

3.0. Metodologías para evaluar la capacidad al corte biaxial

En esta sección se presentan y describen en forma detallada las metodologías para evaluar la capacidad al corte biaxial de las columnas encontradas en la revisión de la literatura. Las metodologías son dos y dentro de este documento se les llama: análisis mecánico y curvas de interacción. Ambas se analizarán en la sección 5.0.

Un aspecto importante a mencionar es que, en ambas metodologías se utilizan los valores reales de las propiedades de los elementos que conforman las columnas, y no sus valores nominales ni de diseño, ya que se quiere medir la precisión de los métodos y no otorgar un límite inferior para el diseño.

3.1. Análisis mecánico

Esta metodología se basa en un concepto utilizado por Woodward (1980), que consiste en aplicar directamente las ecuaciones dadas por el capítulo 11 del código de diseño ACI 318, sobre una columna cuya sección transversal se rota para representar una carga diagonal o biaxial. Como el ACI 318 no entrega una guía específica para calcular la capacidad al corte de elementos cargados en forma diagonal, Woodward efectuó un equilibrio de fuerzas en la sección transversal de la columna rotada, además de adaptar algunos de los parámetros para la simplificación de las expresiones.

Los pasos a seguir para encontrar la capacidad al corte biaxial con esta metodología, se ejemplifican a través de una de las columnas consideradas dentro de la base de datos de la investigación. La columna corresponde al espécimen CDS30 ensayada por Umehara (1982), tiene una geometría rectangular con un nivel de carga axial de $\eta = 0.14$ ($\eta = P/f'_c A_g$), y se le aplicó la carga diagonal con una inclinación de 30° con respecto al eje fuerte. La geometría y configuración de esta columna se muestra en la Figura 3.1. 1.

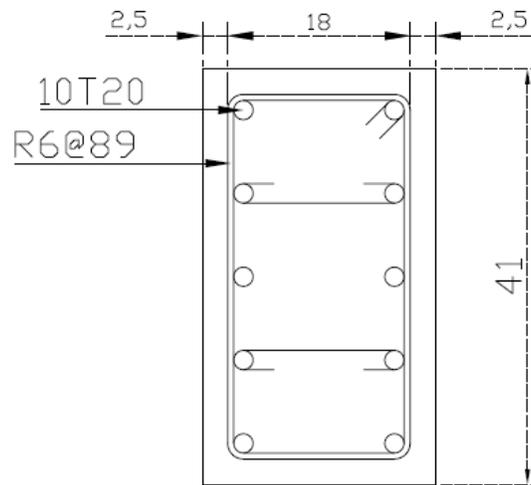


Figura 3.1. 1: Detalles del espécimen CDS30 (dimensiones en cm)

El primer paso es encontrar la ubicación del eje neutro en la condición última del elemento (cuando el esfuerzo a compresión del hormigón alcanza el valor de 0.003), esto se hizo con un análisis seccional de la columna descrito en el anexo A. Para el nivel de carga axial considerado, la ubicación del eje neutro hace que siete barras longitudinales se encuentren tensionadas, como se muestra en la Figura 3.1. 2, donde se ve la columna rotada.

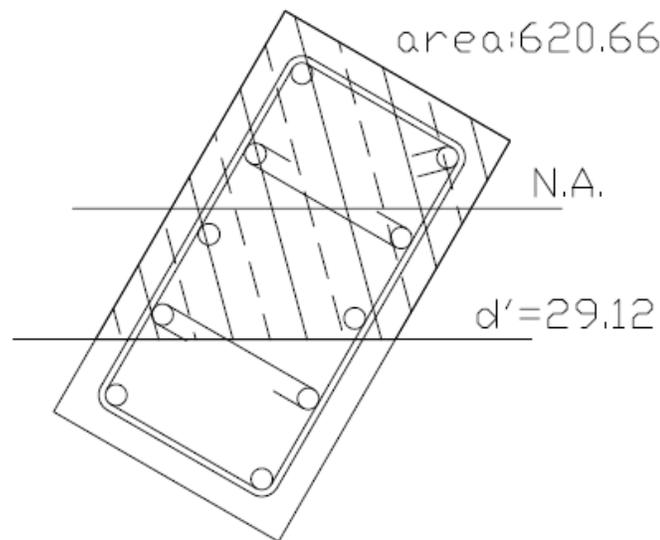


Figura 3.1. 2: Columna rotada en 30° para generar el efecto de carga diagonal (dimensiones en cm y cm²)

Usando esta información, se procede a calcular d' que corresponde a la distancia desde la fibra más extrema en compresión hasta el centroide de las barras en tensión para el caso de carga biaxial.

El aporte que realiza el hormigón para un nivel de carga axial, según el ACI 318, es:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{Unidades S.I.}) \quad \text{Ec. 3.1. 1}$$

Según lo señalado por Woodward, el término $b_w d$ corresponde al área del hormigón en compresión que aporta al corte para el caso de carga uniaxial. Llevando esto a la carga biaxial, se puede reemplazar ese término por el área achurada que llega hasta d' , mostrada en la Figura 3.1. 2, y así determinar el área de hormigón que aporta al corte en el caso de carga diagonal.

La capacidad total al corte de un elemento es la suma de dos partes, el aporte del concreto V_c y el aporte del refuerzo transversal V_s . Para este ejemplo en particular, el aporte del refuerzo de corte está dado por la ecuación Ec. 3.1. 2:

$$V_s = \frac{2A_{bt}(f_y \cos 30^\circ)d'}{s} + \frac{A_{bt}(f_y \operatorname{seno} 30^\circ)d'}{s} \quad \text{Ec. 3.1. 2}$$

Donde A_{bt} corresponde al área transversal de uno de los estribos.

La ecuación Ec. 3.1. 2, se obtiene al considerar que los estribos trabajan en la dirección de carga del elemento. Esto se ilustra en la Figura 3.1. 3.

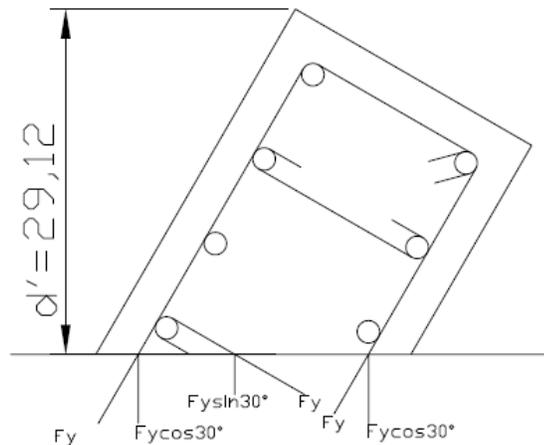


Figura 3.1. 3: Proyección de la fuerza de los estribos en la dirección de carga

Sumando el resultado entregado por la ecuación Ec. 3.1. 1 y la ecuación Ec. 3.1. 2 se encuentra el valor de la predicción de la capacidad entregado por el análisis mecánico. En la Tabla 3.1. 1 se muestran los valores para el ejemplo, además de la máxima carga diagonal resistida en el ensayo, V_{exp} . Este procedimiento se realizó para todas las columnas incluidas en la base de datos.

Tabla 3.1. 1: Valores obtenidos por análisis mecánico para el espécimen CDS30

Espécimen CDS30					
V_c [kN] (Ec. 3.1. 1)	V_s [kN] (Ec. 3.1. 2)	V_n [kN]	V_{exp} [kN] (Total)	V_{exp} [kN] (Fuerte)	V_{exp} [kN] (Débil)
98	85	183	356	308	178

En la Tabla 3.1. 1, V_{exp} (Fuerte) y V_{exp} (Débil) corresponden a la fuerza aplicada en el eje fuerte y débil respectivamente, para alcanzar una fuerza diagonal total de V_{exp} (Total).

Cabe señalar que la ejecución de esta metodología requiere de mucho tiempo, debido a que al rotar la columna se pierde la geometría rectangular bajo la dirección de carga, debiéndose calcular cada termino de forma manual. Además, para cada ángulo de carga distinto en una misma columna, es necesario volver a desarrollar toda la metodología desde el comienzo, lo que hace que sea trabajoso determinar la capacidad para distintas inclinaciones.

3.2. Curvas de interacción

Como se vio en la sección 2.0, las curvas de interacción sirven para predecir la capacidad al corte de una columna en cualquier dirección de carga, a partir de la capacidad de la misma columna en sus direcciones principales ($V_n(x)$ y $V_n(y)$). Esto se hace mediante la ecuación Ec. 3.2. 1. que corresponde a la misma ecuación presentada por Pham (2013), nombrada Ec. 2.2. 4.

$$\frac{V_n(ax)^2}{V_n(x)^2} + \frac{V_n(ay)^2}{V_n(y)^2} = 1 \quad \text{Ec. 3.2. 1}$$

Donde $V_n(x)$, $V_n(y)$ corresponden a la capacidad al corte en la dirección fuerte y débil, respectivamente; y $V_n(ax)$, $V_n(ay)$ corresponden a la proyección de la capacidad al corte de la columna cargada diagonal sobre el eje fuerte y el débil, respectivamente. $V_n(ax)$, $V_n(ay)$ se relacionan con la ecuación Ec. 3.2. 2, que depende del ángulo de inclinación de la carga, α , en la que se está analizando la columna.

$$\tan \alpha = \left(\frac{V_n(ay)}{V_n(y)} \right) \cdot \left(\frac{V_n(x)}{V_n(ax)} \right) \quad \text{Ec. 3.2. 2}$$

Teniendo en cuenta que $V_n(x)$ y $V_n(y)$ se pueden obtener mediante cualquier expresión para calcular la capacidad uniaxial de una columna, se pueden encontrar $V_n(ay)$ y $V_n(ax)$ al utilizar las ecuaciones Ec. 3.2. 1 y Ec. 3.2. 2 en forma simultánea. Una vez hecho esto, se puede encontrar la resultante de la capacidad al corte para una columna cargada en diagonal con la ecuación Ec. 3.2. 3.

$$V_n = \sqrt{V_n(ax)^2 + V_n(ay)^2}$$

Ec. 3.2. 3

Esta metodología se puede utilizar con cualquier expresión que sirva para calcular la capacidad uniaxial de una columna corta. En esta investigación se empleará en conjunto con las expresiones simples y sofisticadas que entrega el ACI 318 del año 2008.

Cabe señalar que, utilizar las curvas de interacción para determinar la capacidad al corte biaxial de una columna es un proceso relativamente rápido y permite obtener fácilmente la capacidad para cualquier dirección de carga en particular. Lo que hace que las curvas de interacción sean un método simple y rápido de ejecutar.

3.2.1. Expresiones simples del ACI en conjunto con curvas de interacción

Esta metodología consiste en aplicar el procedimiento utilizado en las curvas de interacción, pero se calculan las cargas $V_n(x)$ y $V_n(y)$ con las expresiones del ACI para la capacidad al corte de una columna definidas como simples dentro de este documento.

Las expresiones simples del ACI están descritas anteriormente en la sección 2.4, donde la contribución del concreto a la capacidad al corte está dada por las ecuaciones Ec. 2.4. 2 y Ec. 2.4. 6; y el aporte del refuerzo de corta está dado por la ecuación Ec. 2.4. 7. La capacidad total del elemento es la suma de la contribución del concreto junto con la del acero.

Siguiendo con el ejemplo utilizado en el análisis mecánico, se muestran los resultados para ese espécimen, utilizando las curvas de interacción en conjunto con las expresiones simples, en la Tabla 3.2. 1.

Tabla 3.2. 1: Valores obtenidos por curva de interacción en conjunto con las expresiones simples del ACI para el espécimen CDS30

Espécimen CDS30					
$V_n(x)$ [kN]	$V_n(y)$ [kN]	$V_n(ax)$ [kN]	$V_n(ay)$ [kN]	V_n [kN]	V_{exp} [kN]
218	177	160	92	185	356

3.2.2. Expresiones sofisticadas del ACI en conjunto con curvas de interacción

Esta metodología consiste en lo mismo que la anterior, pero, se utilizan las expresiones más detalladas que entrega el ACI para la capacidad al corte de las columnas. En este documento se llaman expresiones sofisticadas.

Las expresiones sofisticadas para la capacidad al corte entregadas por el ACI están descritas en la sección 2.4, donde la contribución del concreto a la capacidad al corte está dada por las ecuaciones Ec. 2.4. 3, Ec. 2.4. 4 y Ec. 2.4. 6; y la contribución del refuerzo de corte se obtiene de la ecuación Ec. 2.4. 7.

Cabe señalar que las expresiones están siendo utilizadas para evaluar la capacidad al corte, y no para el diseño de elementos al corte; por lo que, V_u pasa a ser considerada como la máxima resistencia de la columna en el momento del ensayo, y no como la sollicitación de diseño de la columna. La capacidad total del elemento es la suma de la contribución del concreto junto con la del acero.

Siguiendo con el mismo ejemplo, se muestran los resultados para el espécimen CDS30 en la Tabla 3.2. 2, utilizando las curvas de interacción en conjunto con las expresiones sofisticadas.

Tabla 3.2. 2: Valores obtenidos por curva de interacción en conjunto con las expresiones sofisticadas del ACI para el espécimen CDS30

Espécimen CDS30					
$V_n(x)$ [kN]	$V_n(y)$ [kN]	$V_n(ax)$ [kN]	$V_n(ay)$ [kN]	V_n [kN]	V_{exp} [kN]
210	211	182	105	210	356

4.0. Base de datos

La base de datos consiste en la recopilación de ensayos realizados por autores que se han dedicado al estudio del comportamiento de columnas bajo solicitaciones de corte bi-axial. El objetivo de la recopilación de datos es, a través de su análisis, dar una mayor validez a las conclusiones basadas en los estudios anteriores; ya que, se evaluarán las conclusiones con un amplio set de datos de columnas ensayadas por varios autores. Además, sirve para verificar la precisión de los modelos predictivos.

Dentro de la base de datos solo se presentan los ensayos cuyas columnas fallaron por corte y el patrón de carga fue: unidireccional o diagonal (también llamado biaxial). Se excluyen todos los demás patrones de carga, ya que no representan el fenómeno en estudio y no se permite su comparación con los demás. Considerando esto, se recopiló un total de 59 ensayos.

Del total de ensayos, 43 son columnas con sección transversal cuadrada y 16 con sección rectangular. La cantidad de ensayos cargados en forma unidireccional y biaxial son 25 y 34, respectivamente. La información se obtiene de nueve programas experimentales de distintos autores, mostrados en orden de realización: Maruyama y Jirsa, 1979; Ramirez y Jirsa, 1980, Woodward y Jirsa, 1980; Umehara y Jirsa, 1982; Joh y Shibata, 1984; Arakawa et al., 1989; Mizoguchi et al., 1990; Tran, 2010; Pham y Li, 2013. Todos los ensayos, a excepción de tres, fueron realizados bajo cargas cíclicas laterales. El sistema de carga utilizado en todos los programas experimentales es similar y se ilustra con un esquema obtenido de la investigación de Pham y Li (2013) en la Figura 4.0. 1. El extremo inferior de la probeta se encuentra fijo al suelo y la parte superior se encuentra restringida a la rotación. De esta forma los ensayos representan una columna entre pisos rígidos.

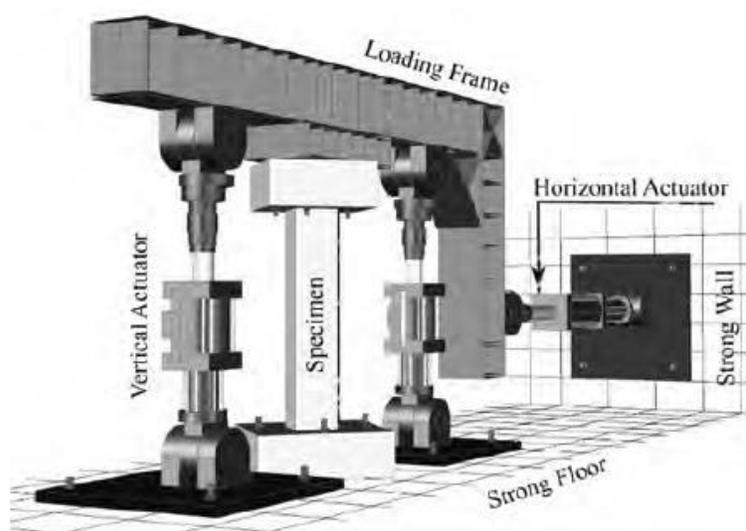


Figura 4.0. 1: Sistema de carga tipo (Pham and Li 2013)

Cabe señalar que las probetas fueron hechas a escala de columnas reales y las dimensiones de los elementos que las conforman corresponden a la misma escala. El rango en que se encuentra la resistencia a la compresión, f'_c , del hormigón utilizado en los ensayos es de 22 a 43 MPa, con un promedio de 30 MPa. La cuantía longitudinal, ρ_w , se encuentra entre un 4,5% y un 2,2%; y la cuantía transversal, ρ_t , se encuentra entre un 5,1 y un 0,9 por mil. La relación de aspecto ($a = \frac{H}{2h}$) de las probetas se encuentra entre 1,1 y 3,4 promediando un valor de $a = 1,5$.

Las tablas, separadas en columnas cuadradas y rectangulares, con la información detallada de los ensayos se muestra en el anexo B, donde se presenta la geometría de la columna, propiedades del refuerzo longitudinal y del refuerzo transversal. Se encuentra ordenada por autor del ensayo y la notación de los especímenes es la misma que la original utilizada por ellos. Además, se presentan las tablas con los valores obtenidos por cada una de las metodologías para estimar la capacidad al corte biaxial consideradas en esta investigación.

Del total de ensayos en columnas cuadradas: 23 fueron realizados aplicando carga axial constante sobre el elemento; 10 fueron realizados sin carga axial; y 10 fueron realizados con carga axial variable, pasando de compresión a tracción a lo largo del ensayo. El rango del nivel de carga axial ($\eta = \frac{N}{A_g \cdot f'_c}$) para las columnas comprimidas está entre 0,15 y 0,54; con un promedio de $\eta = 0,32$; y el rango para las columnas traccionadas se encuentra entre -0,09 y -0,11 con un promedio de $\eta = -0,1$. Pasando a las columnas rectangulares: 14 ensayos fueron realizados bajo compresión axial constante y dos sin carga axial. El nivel de carga axial está comprendido entre el rango de 0,14 y 0,25 con un promedio de $\eta = 0,23$.

Para la sección 5.1. se utiliza una sub-base de datos que recolecta únicamente los ensayos cuyas probetas son idénticas en cuanto a sus propiedades mecánicas y físicas, y son cargadas a lo menos una vez uniaxialmente y otra diagonalmente. De esta forma se puede comparar la respuesta de dos columnas iguales, pero una solicitada en forma uniaxial, y la otra en forma biaxial. Esta sub-base se encuentra incluida en el anexo B, tablas B.5 y B.6; y comprende en total 39 ensayos de columnas cuadradas y 12 rectangulares. Al ser una porción de datos de la base total, se mantiene el rango de las propiedades físicas y mecánicas de las probetas.

5.0. Análisis y discusión

En esta sección se muestran las discusiones en torno al análisis de los datos recopilados en la sección 4.0. Se parte por validar el concepto de curvas de interacción para la predicción de la capacidad biaxial de las columnas. Luego, se entrega un nuevo enfoque en el diseño de la capacidad biaxial de las columnas; y, por último, se procede a medir la precisión de los modelos existentes para la capacidad biaxial de corte de los elementos. Además, se mide la seguridad al diseño biaxial de las columnas que entrega cada metodología.

5.1. Validez de curvas de interacción

Con el objetivo de validar la forma de las curvas de interacción: arco de circunferencia para el caso de columnas cuadradas, y elipse para el caso de las rectangulares; se presentan diagramas de interacción normalizados tomando en cuenta solo los valores de las columnas que tiene su set de ensayo biaxial completo. Esto quiere decir que, para columnas cuadradas, se considera set de ensayo biaxial completo cuando existe a lo menos dos columnas idénticas, pero una ensayada en forma uniaxial y la otra en forma biaxial. Para las columnas rectangulares, debe existir a lo menos un ensayo biaxial; y dos ensayos uniaxiales, uno para cada dirección principal. De esta forma se puede estimar la resistencia al corte biaxial de la columna, mediante la resistencia empírica uniaxial.

Todos los diagramas en esta sección están basados en la resistencia empírica de los ensayos uniaxiales, significando que la curva de interacción mostrada en ellos, representa la predicción de la capacidad biaxial considerando la resistencia en las direcciones principales de los ensayos unidireccionales. Para formar la Figura 5.1. 1, se consideraron en total 39 columnas cuadradas, tomando los ensayos uniaxiales y biaxiales. De estos, solo se observan en el gráfico los ensayos biaxiales, que en total son 25, y se ven replicados los que no son cargados en 45°. En la Tabla B. 5 del anexo B, se muestran los ensayos que corresponden a esta sub-base de datos y en la sección 4.0 se describen sus principales parámetros.

En la Figura 5.1. 1, $V_{bi}(x)$ y $V_{bi}(y)$ corresponden a la resistencia del ensayo biaxial proyectada en la dirección “x” e “y” respectivamente; y $V_{uni}(x)$ y $V_{uni}(y)$ corresponden a la resistencia del ensayo uniaxial en “x” e “y” respectivamente. Cabe señalar que, en el caso de columnas cuadradas y ejes principales simétricos, $V_{uni}(x)$ y $V_{uni}(y)$ son idénticos.

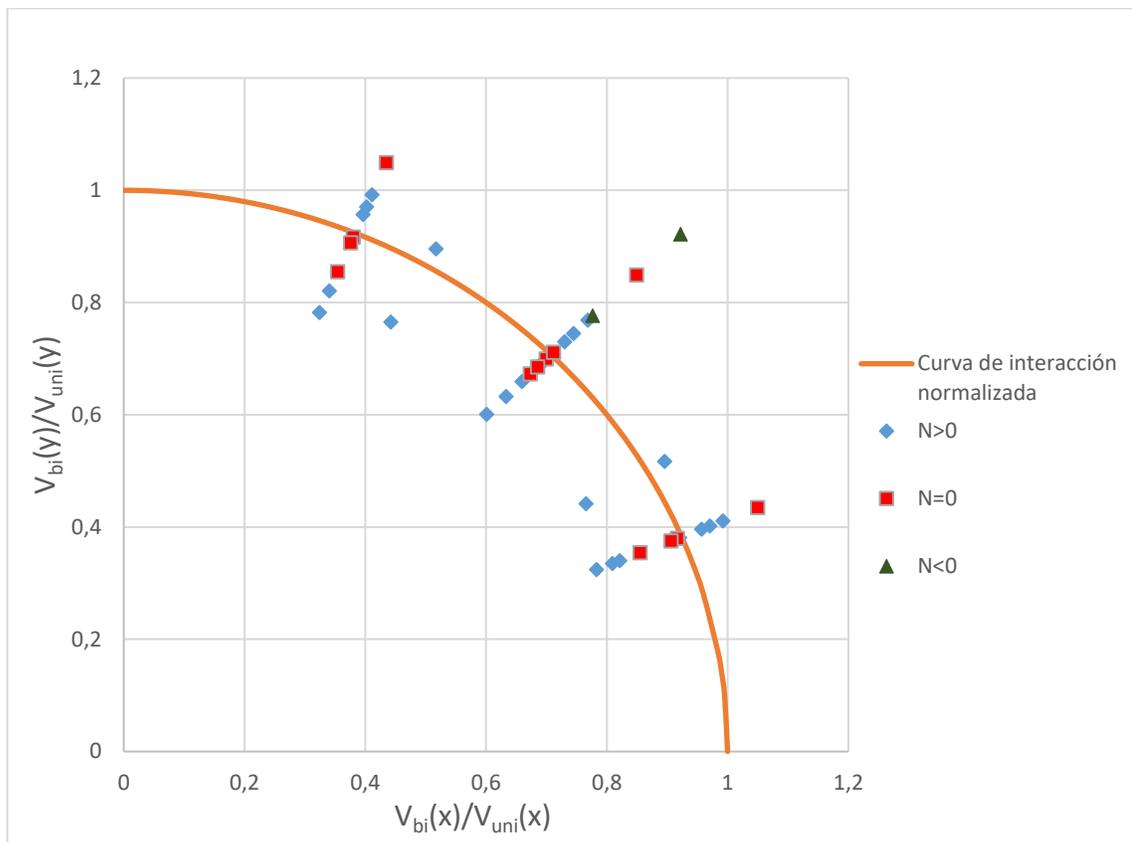


Figura 5.1. 1: Diagrama de interacción normalizado para columnas cuadradas

Cada uno de los puntos graficados, representa el cociente entre la resistencia registrada por el ensayo y la predicción de la resistencia basada en las direcciones principales. Si un punto está por sobre la curva de interacción, significa que se está subestimando su resistencia; en cambio, si un punto está bajo la curva, su resistencia está sobreestimada. Así, la distancia entre un punto y la curva refleja que tan buena es la estimación de su resistencia.

Fácilmente se observa que existe una dispersión de los datos con respecto a la circunferencia, pero es mínima (desviación estándar $\sigma = 0,10$). También se nota la tendencia de los puntos a seguir la misma forma de la curva de interacción. Además, se ve claramente que los triángulos verdes, que corresponden a los ensayos con tracción axial, se alejan de la curva de interacción, teniendo mayor capacidad biaxial que uniaxial. Esto se debe a que existe una tendencia a que aumente la capacidad de los ensayos biaxiales en comparación con los uniaxiales, cuando se está en presencia de tracción axial en el ensayo. Esto fue mencionado en la investigación de Mizoguchi et al. (1990), donde se vio que las columnas traccionadas en conjunto con las de carga axial nula tienden a aumentar su capacidad biaxial entre un tres a un siete por ciento. Luego, si consideramos solo las columnas traccionadas, este valor aumenta aún más, teniendo en nuestro caso un promedio de aumento del 20 por ciento.

En la figura se distinguen los datos en tres categorías: las columnas con carga axial al momento de ser ensayadas ($N>0$), sin carga axial ($N=0$), y con tracción axial ($N<0$). Reorganizando los datos para representar de mejor manera los resultados, se muestra en la Figura 5.1. 2, un punto que representa el promedio para cada categoría.

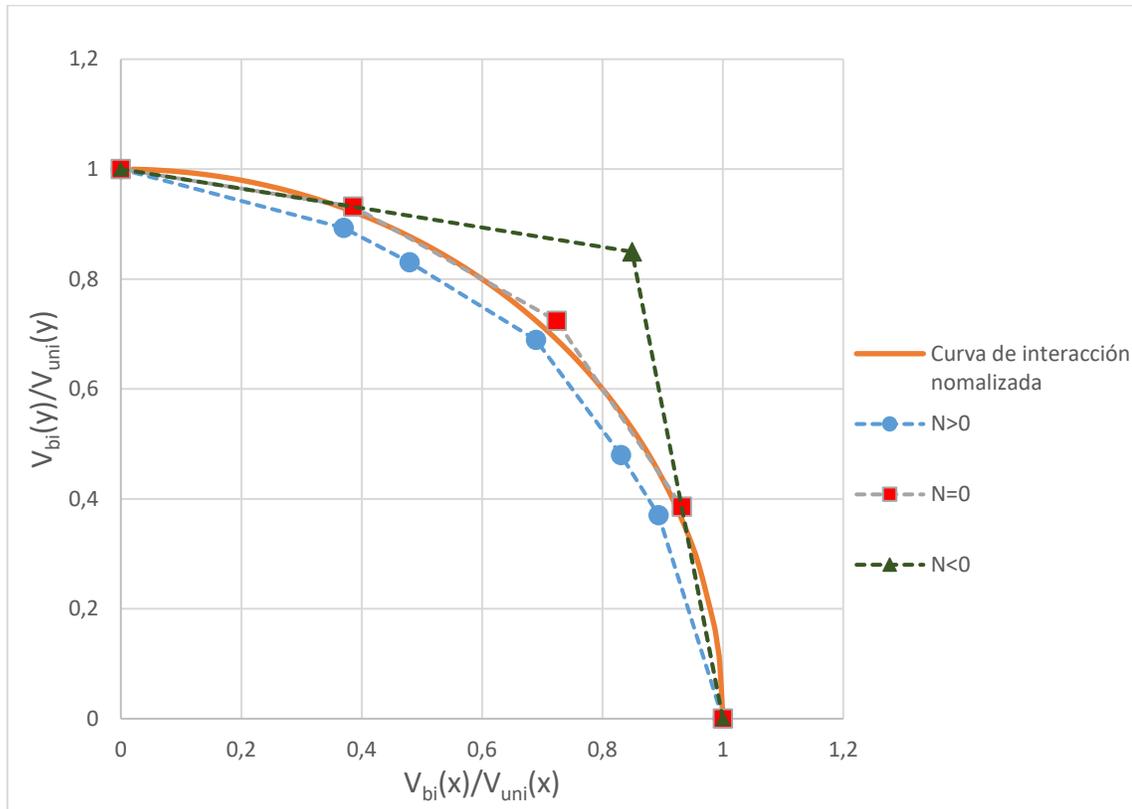


Figura 5.1. 2: Diagrama de interacción considerando el promedio de los datos

Ahora, el gráfico muestra la forma de las curvas que unen los promedios de los valores. Claramente, se observa que las curvas hechas con los valores de la base de datos se ubican muy cerca de la curva de interacción normalizada con forma de circunferencia. Considerando toda la base de datos de columnas cuadradas, se tiene que el valor promedio entre resistencia medida y resistencia predicha es $V_{exp}/V_{predicted} = 1,0$ y la desviación estándar es $\sigma = 0,10$. Esto da validez, a través de un amplio set de ensayos, a la curva de interacción como una forma de estimar capacidades biaxiales siempre y cuando se conozca la capacidad uniaxial de ambas direcciones principales de la columna. Según este método, la capacidad biaxial de una columna dependerá de su capacidad uniaxial, por lo que, si se tiene una expresión precisa para estimar la capacidad al corte unidireccional, entonces se tendrá una estimación precisa de la capacidad biaxial. Esto último se ve en las secciones 5.3 y 5.4 cuando se combinan las curvas de interacción con las expresiones del ACI para obtener la capacidad uniaxial de las columnas.

Separando los datos por tipo de carga axial, las estadísticas son: $V_{exp}/V_{predicted} = 0,97$ y $\sigma = 0,08$ para los ensayos con carga axial; $V_{exp}/V_{predicted} = 1,03$ y $\sigma = 0,1$ para los ensayos sin carga axial; y $V_{exp}/V_{predicted} = 1,20$ y $\sigma = 0,15$ para los ensayos con tracción axial. De aquí se nota un leve efecto a disminuir la capacidad biaxial cuando se está en presencia de compresión axial; y a la vez un efecto a aumentar la capacidad biaxial con respecto a la uniaxial si se elimina la compresión y se aplica tensión axial sobre el elemento. Solo existen dos ensayos con tracción axial en las columnas, por lo que el efecto señalado anteriormente se formula con una cantidad de datos reducida, lo que no permite generalizar el efecto descrito. Cabe señalar que, considerando el total de ensayos cuadrados, en promedio la resistencia empírica de los ensayos alcanza solo un 88% de la capacidad a flexión calculada para las columnas, dejando claro que la falla al corte es la que predomina en todos los ensayos.

Tres autores realizaron experimentos con columnas de sección transversal rectangular, así que, se presenta un diagrama de interacción normalizado similar al de Joh y Shibata (1984), ya que permite exhibir las tres series de datos simultáneamente. En total fueron 16 ensayos en columnas de sección transversal rectangular, de los cuales 12 se consideran en esta sección. Esta sub base se encuentra detallada en la tabla Tabla B. 6 del anexo B. Los tres autores son: Joh y Shibata, 1984; Umehara y Jirsa, 1982; Pham y Li (2013). Esto se presenta en la Figura 5.1. 3, donde $V_{bi}(x)$, $V_{uni}(x)$, $V_{bi}(y)$ y $V_{uni}(y)$ están definidos de la misma forma que en la Figura 5.1. 1. Además, los puntos graficados siguen representando el cuociente entre el valor empírico y el valor predicho de la resistencia al corte.

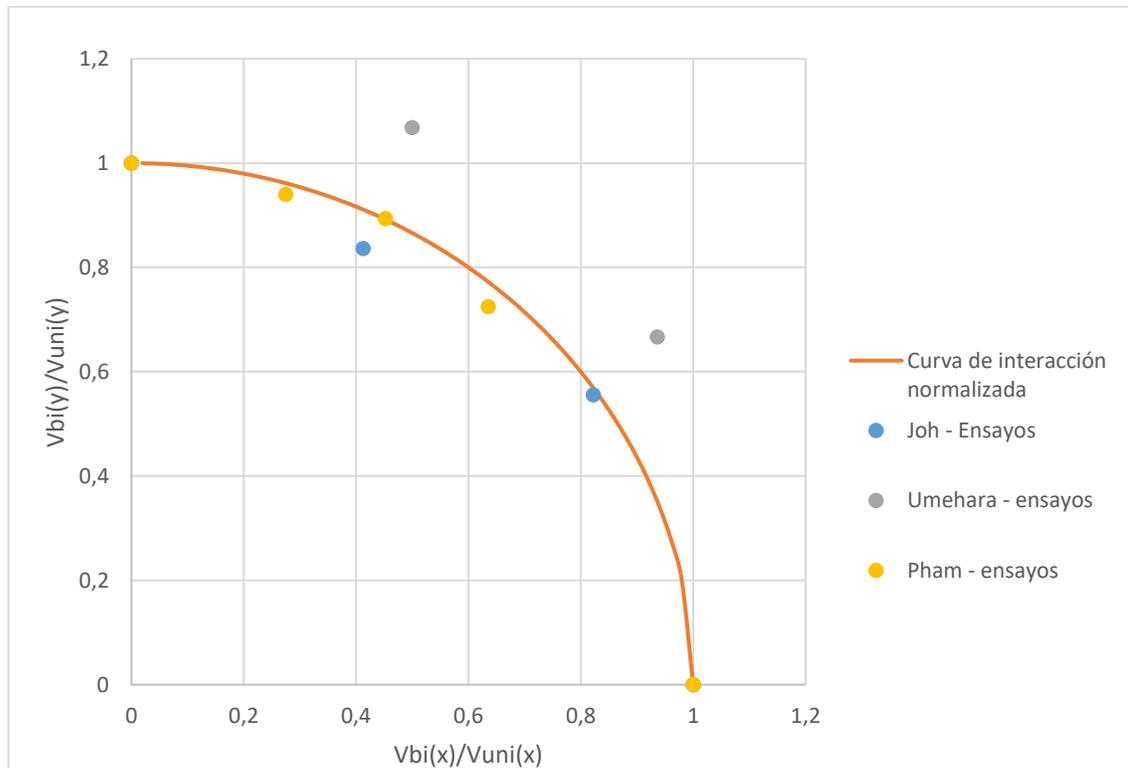


Figura 5.1. 3: Diagrama de interacción normalizado para columnas rectangulares

En la Figura 5.1. 3, se presentan tres series de datos, cada una correspondiente a los ensayos de distintos autores; se hace la distinción para ver cuales se ajustan adecuadamente a la curva de interacción normalizada. En dos casos, los datos se adaptan aceptablemente al arco de circunferencia, siendo los ensayos realizados por Umehara los que escapan de los demás ($V_{exp}/V_{pre} = 1,15$ y $1,18$). Esto se debe a la diferencia entre la resistencia a la compresión de los ensayos uniaxiales y biaxiales de Umehara (resistencia uniaxial $f'_c = 35 MPa$ y resistencia biaxial $f'_c = 43 MPa$), siendo considerablemente mayor la resistencia a la compresión del hormigón en ensayos biaxiales. Si consideramos que una columna tiene un aumento del 22% ($\frac{43}{35} = 1.22$) en la resistencia a compresión del hormigón, esto aumenta la capacidad al corte inmediatamente en un seis por ciento en columnas similares a las estudiadas, reduciendo considerablemente la distancia entre los ensayos biaxiales y uniaxiales de Umehara.

Cabe señalar que, para las columnas rectangulares, también se consideraron solo los datos que completan el set de ensayo biaxial. En total fueron 12 columnas, de las cuales siete son ensayos biaxiales. Considerando esto, el promedio entre el valor empírico y el predicho de la resistencia al corte de las columnas es $V_{exp}/V_{predicho} = 0,98$ con una desviación estándar de $\sigma = 0,1$. Cabe señalar que todos los ensayos sobre columnas rectangulares se realizaron bajo compresión axial considerable ($\eta = \frac{N}{A_g \cdot f'_c} > 0,13$). Las columnas que fueron dejadas de lado en esta sección se pueden identificar en la Tabla B. 2 del anexo B, siendo aquellas que muestran un guion “-“ en el valor de la relación V_{exp}/V_{pre} .

Con todo lo dicho en esta sección, se comprueba que la curva de interacción normalizada que mejor representa la resistencia al corte de las columnas bajo cargas biaxiales es la con forma de circunferencia, tanto para las de sección cuadrada como rectangular. Teniendo en cuenta esto, si se tiene la capacidad uniaxial en ambas direcciones principales, se puede determinar la capacidad biaxial para cualquier ángulo de carga con la Ec. 5.1. 1.

Para columnas de sección transversal cuadrada y rectangular:

$$\left(\frac{V_{bi}(x)}{V_{uni}(x)}\right)^2 + \left(\frac{V_{bi}(y)}{V_{uni}(y)}\right)^2 = 1 \quad \text{Ec. 5.1. 1}$$

En el caso de columnas cuadradas con ejes principales simétricos se cumple que $V_{uni}(x) = V_{uni}(y)$.

5.2. Enfoque del diseño al corte biaxial basado en las curvas de interacción

En esta sección se desarrolla un ejemplo de cómo es diseñada una columna sin tener en cuenta la acción simultánea de las cargas laterales de corte. Para que el ejemplo sea fácil de entender se consideró una columna de sección transversal cuadrada y ejes simétricos; y

solicitada con la misma fuerza en ambas direcciones principales simultáneamente, lo que se puede representar como una carga diagonal de 45° .

Como se ha visto en las investigaciones de columnas cuadradas, una circunferencia es la curva de interacción que representa de mejor manera los resultados de columnas cargadas fuera de sus direcciones principales. Esto quiere decir, que la capacidad de una columna cuadrada, con ejes simétricos, medida en la misma dirección de carga no se ve afectada por el ángulo, sino que es la misma en todos los casos.

Considerando lo anterior y utilizando un análisis unidireccional, se espera que una columna cargada biaxialmente resista simultáneamente las solicitaciones para las que fue diseñado cada uno de sus ejes principales por separado. La Figura 5.2. 1 está incluida para ilustrar los componentes de forma gráfica, donde V_x y V_y corresponden a las solicitaciones de diseño de la columna en su eje principal X e Y, respectivamente; $V_{diagonal}$ corresponde a la resistencia diagonal, o biaxial, del elemento obtenida mediante su curva de interacción; y, la línea continua de color celeste representa la curva de interacción circular para una columna cuadrada simétrica. En un análisis unidireccional, donde no se considera el efecto biaxial de las cargas, se espera que la columna resista en todo momento V_x en su dirección principal X y V_y en su dirección principal Y.

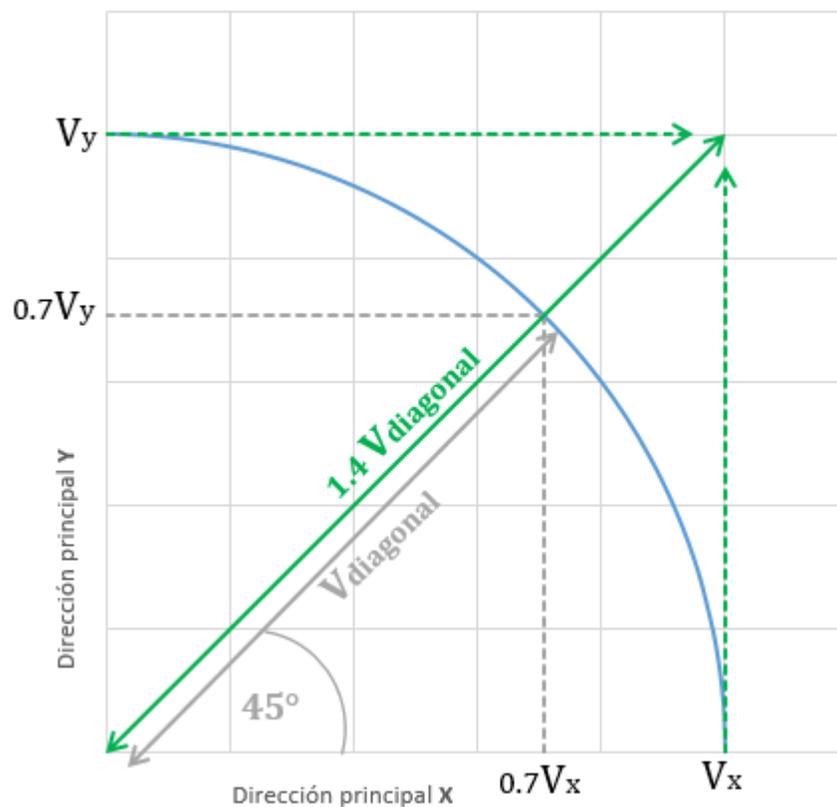


Figura 5.2. 1: Explicación gráfica del problema

Como se puede observar en la Figura 5.2. 1, la resistencia real que tiene la columna ante la sollicitación de 45° está dada por la curva de interacción y corresponde a $V_{diagonal}$. Proyectando esta carga en ambos ejes principales se tiene que la columna falla por corte al alcanzar simultáneamente el valor de $0.7V_x$ en su eje X y $0.7V_y$ en su eje Y; o sea, que la columna al ser sollicitada simultáneamente por dos cargas ortogonales alcanza solo el 70% de lo que se esperaba que resistiera según el diseño.

Ahora que se tiene claro que existe una disminución de la resistencia en ambas direcciones cuando se aplican cargas simultaneas, se puede obtener la sollicitación de diseño biaxial para la cual la columna es capaz de soportar V_x y V_y actuando conjuntamente. Gráficamente, se puede ver en la Figura 5.2. 1 que la intersección de ambos valores, V_x y V_y , entrega una sollicitación 1.4 veces mayor que la carga diagonal, $V_{diagonal}$ soportada por la columna. Esto significa que es necesario diseñar la columna para que resista una sollicitación diagonal 1.4 veces mayor a la considerada en el diseño unidireccional. De esta forma, se requiere que cada una de las direcciones principales de la columna sea diseñada con un 40 % de sobre resistencia para poder soportar las cargas de diseño, V_x y V_y , actuando en forma simultánea.

5.3. Capacidad al corte biaxial por curvas de interacción en conjunto con expresiones simples del ACI

En esta sección se mide la precisión para evaluar la capacidad biaxial al corte de las columnas, utilizando en conjunto las curvas de interacción con las expresiones simples del ACI, más detalles de esta metodología se muestran en el capítulo 3.0.

La base de datos considerada en esta sección comprende en total 43 ensayos cuadrados y 16 ensayos rectangulares, la descripción más detallada de estos se encuentra en las tablas Tabla B. 1 y Tabla B. 2 del Anexo B. Para la estimación de su capacidad al corte biaxial, se calculó su capacidad al corte, V_n , en ambas direcciones principales, obteniéndose $V_n(x)$ y $V_n(y)$. En el caso de las columnas rectangulares, $V_n(x)$ corresponde al eje fuerte y $V_n(y)$ al eje débil. Por otra parte, las columnas cuadradas consideradas en este estudio tienen sus ejes principales simétricos por lo que $V_n(x)$ y $V_n(y)$ son idénticos y representan la dirección principal 1 y 2 del elemento. Tomando todos los ensayos de sección cuadrada, graficando los valores de las resistencias empíricas proyectadas en los ejes principales y normalizándolas por $V_n(x)$ y $V_n(y)$ respectivamente, se obtiene la Figura 5.3. 1, donde se puede comparar el valor predicho con el empírico, según el ángulo de carga.

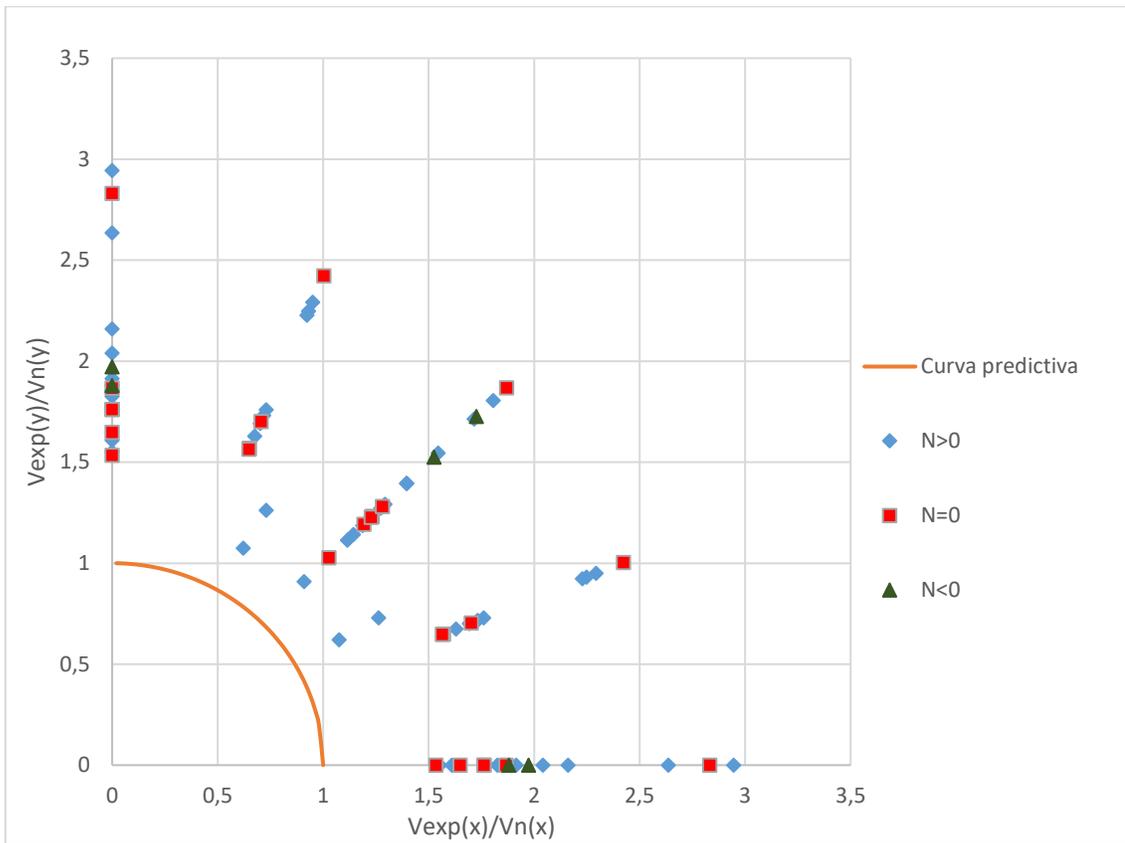


Figura 5.3. 1: Diagrama de interacción normalizado por expresiones simples del ACI para columnas cuadradas

Como siempre, los puntos representan el valor empírico y la curva de interacción representa la predicción. En este caso, los ensayos se encuentran divididos en tres categorías: con carga axial al momento de ensayar, de color celeste; sin carga axial al momento del ensayo, color gris; y con tensión axial al momento del ensayo, color amarillo. Se muestran tanto los ensayos unidireccionales como los biaxiales. Gracias a la simetría de los ejes de las secciones, los valores se encuentran replicados, mostrando los ensayos unidireccionales en el eje X e Y; y los biaxiales se replican considerando el mismo ángulo de carga para el eje X e Y.

De la Figura 5.3. 1, se destacan tres cosas: primero, existe una dispersión considerable de los puntos ($\sigma = 0,39$), lo que muestra la imprecisión de las expresiones. Segundo, el conjunto de valores sigue la forma circular de la curva de interacción. Y tercero, todos los puntos se encuentran sobre la curva de interacción, siendo el más lejano $V_{ex}/V_n = 2,94$ y el más cercano $V_{ex}/V_n = 1,24$. Dicho lo anterior, se está subestimando la capacidad al corte de las columnas. Por ende, las expresiones simples del ACI son conservadoras al momento de estimar la capacidad diagonal de las columnas, lo que no las hace necesariamente seguras al momento de diseñar para solicitaciones biaxiales.

Se realiza el mismo procedimiento para los valores experimentales de las columnas rectangulares y se muestra el resultado en la Figura 5.3. 2.

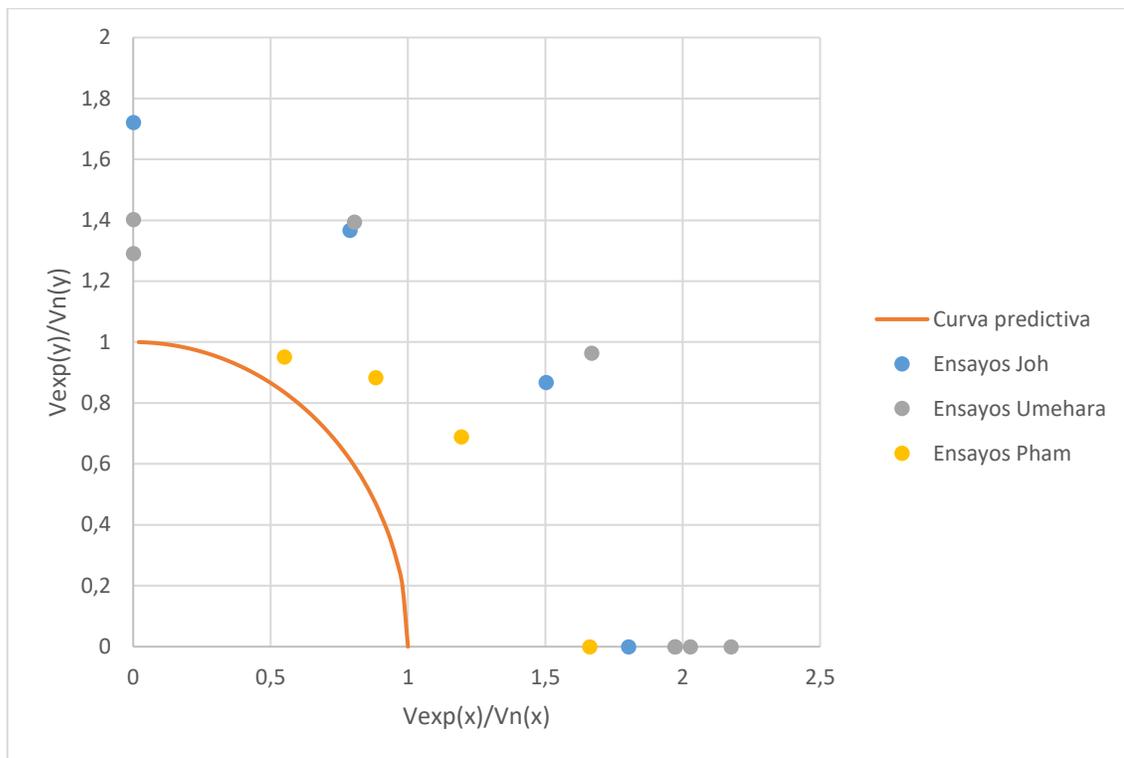


Figura 5.3. 2: Diagrama de interacción normalizado por expresiones simples del ACI para columnas rectangulares

Ahora, se separan los puntos por colores, representando el autor que llevó a cabo el programa experimental. Nuevamente, se observa que los puntos están ubicados todos por sobre la curva predictiva, siendo el más lejano $V_{ex}/V_n = 2,18$ y el más cercano $V_{ex}/V_n = 1,10$; con una dispersión de los datos de $\sigma = 0,31$. Por ende, para el caso de columnas rectangulares, las expresiones simples del ACI también son conservadoras siempre que se haga el análisis como columna cargada biaxialmente; o sea, que no se desprecie el efecto de las solicitaciones biaxiales sobre el elemento.

Como se mencionó en la sección 2.4, las ecuaciones para determinar la capacidad al corte de una columna se basaron en ensayos sobre columnas cargadas unidireccionalmente. Esto explica la pobre correlación entre los resultados obtenidos por las expresiones del ACI en conjunto con las curvas de interacción y la resistencia medida en los ensayos de columnas de hormigón armado. De aquí nace la interrogante de si las expresiones simples del ACI en conjunto con las curvas de interacción, añadiéndoles una buena correlación con los resultados experimentales de columnas cortas de hormigón armado, son capaces de dar una buena predicción de la capacidad al corte.

Para poder medir lo señalado en el párrafo anterior, se plantea incorporarle dos coeficientes (α y β) a la ecuación del ACI, uno para modificar el aporte del concreto y otro para modifica el aporte de los estribos. De esta forma, tomando las resistencias medidas en los ensayos y utilizando la expresión modificada del ACI se pueden determinar los coeficientes que reducen la dispersión de los datos al mínimo y entregan un promedio igual

a 1,0 entre el valor experimental y el predicho. La ecuación modificada del ACI queda como se muestra en la Ec. 5.3. 1.

$$V_n^* = \alpha \cdot V_c + \beta \cdot V_s$$

Ec. 5.3. 1

Donde:

α : Coeficiente que modifica el aporte del concreto. Se restringe a ser mayor o igual a 0.5 y sin límite superior.

β : Coeficiente que modifica el aporte del acero de refuerzo. Se restringe a ser mayor o igual a 0.5 y sin límite superior.

Los valores obtenidos para α y β , y los resultados encontrados con la ecuación Ec. 5.3. 1, se presentan en la Figura 5.3. 3, para el caso de columnas cuadradas; y en la Figura 5.3. 4, para el caso de columnas rectangulares. En ambas ilustraciones, ahora se puede ver que los puntos se encuentran dispersos en torno a la curva de interacción normalizada. De esta forma, la ecuación ya no entrega un límite inferior para el diseño de las columnas al corte, si no que entrega una predicción de la capacidad.

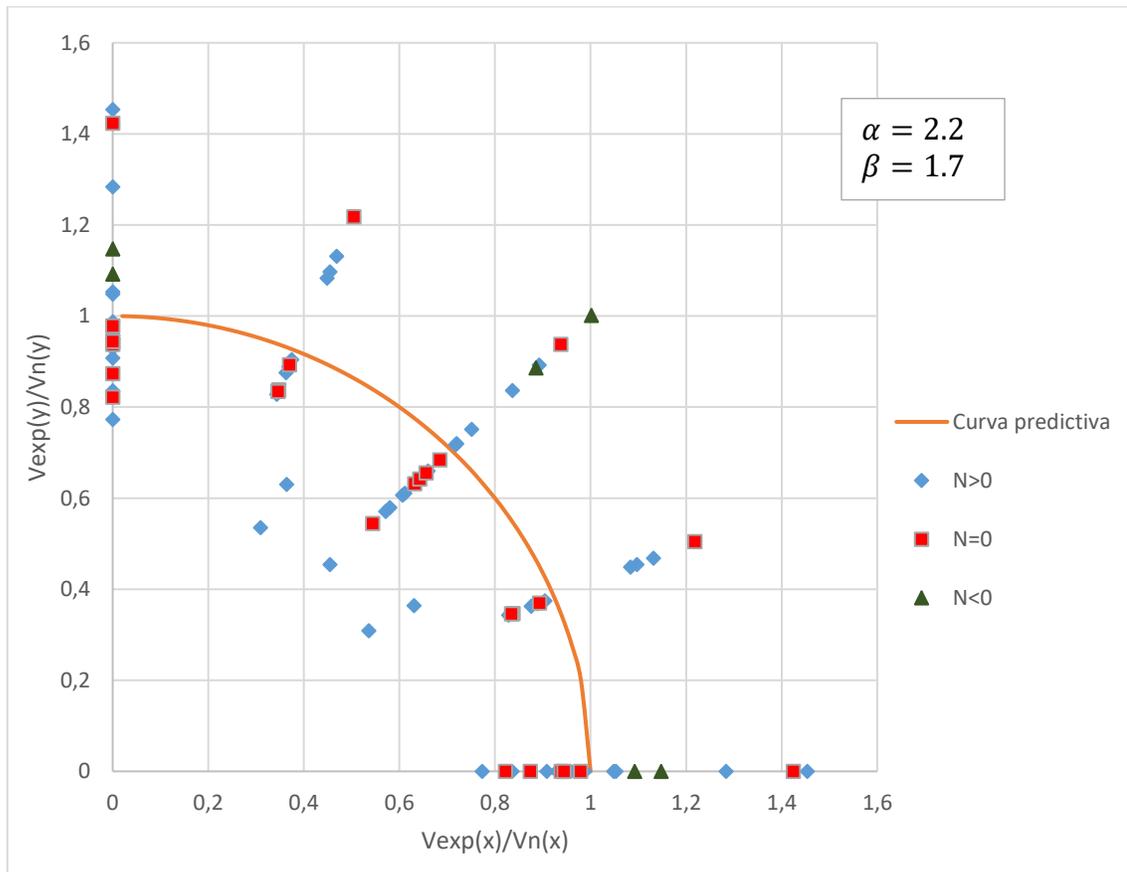


Figura 5.3. 3: Diagrama de interacción normalizado por expresión modificada del ACI para columnas cuadradas

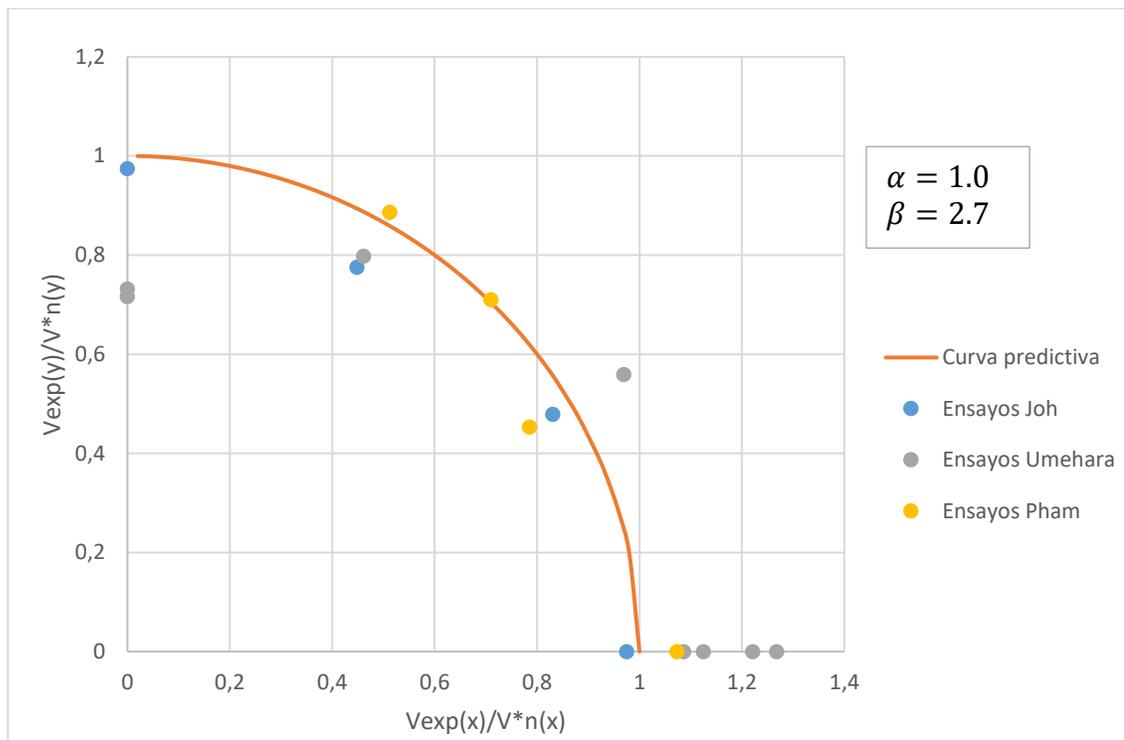


Figura 5.3. 4: Diagrama de interacción normalizado por expresión modificada del ACI para columnas rectangulares

Los resultados entregados por la ecuación modificada del ACI se comparan con los valores de resistencia al corte para las columnas obtenidos por las curvas de interacción basadas en la resistencia principal medida de los ensayos; en definitiva, se comparan los valores mostrados en las Figura 5.3. 3 y Figura 5.3. 4 con los valores de las Figura 5.1. 1 y Figura 5.1. 3, respectivamente. Estadísticamente, esto se presenta en las Tabla 5.3. 1 y Tabla 5.3. 2. En ambas tablas, se muestra el promedio de la relación entre el valor experimental y el valor estimado, V_{exp}/V_n , en la segunda fila; y la dispersión, σ , de esto se muestra en la tercera fila. La primera fila corresponde a la abreviación de los métodos, siendo “C.I. + ACI mod” la metodología que contempla las expresiones simples del ACI modificadas con α y β en conjunto con las curvas de interacción (C.I.); y “C.I. + Vexp” corresponde a la metodología en que se estima la capacidad al corte de la columna considerando la resistencia empírica de las direcciones principales más las curvas de interacción.

Tabla 5.3. 1: Comparación estadística entre ambos métodos para columnas cuadradas

	C.I. + ACI mod	C.I. + Vexp
Promedio	1.00	1.00
σ	0.19	0.10
Máx	1.45	1.30
Min	0.62	0.85
N° Ensayos	43	39

Tabla 5.3. 2: Comparación estadística entre ambos métodos para columnas rectangulares

	C.I. + ACI mod	C.I. + Vexp
Promedio	1.00	0.98
σ	0.15	0.10
Máx	1.27	1.18
Min	0.72	0.93
N° Ensayos	16	12

Los resultados de las Tabla 5.3. 1 y Tabla 5.3. 2, muestran que ambos métodos tienen valores relativamente parecidos en cuanto al promedio y la dispersión de los datos. Particularmente, los valores máximos y mínimos, siguen encontrándose muy alejados al valor del promedio (45% para el caso de columnas cuadradas y 28% para rectangulares) cuando se utiliza la metodología con la expresión modificada del ACI; por el contrario, si se mira la otra metodología, los valores no se escapan del 18 por ciento. En definitiva, se puede decir que corrigiendo las expresiones del ACI para que tengan una mejor correlación con los ensayos, conlleva a valores similares a los encontrados por la curva de interacción basada en datos empíricos, en cuanto a promedio y dispersión. De todas formas, se debe tener especial cuidado al utilizar las expresiones del ACI ya que en algunos casos la resistencia real del elemento puede diferir en hasta un 45 por ciento con la estimación entregada por la ecuación.

5.4. Capacidad al corte biaxial por curvas de interacción en conjunto con expresiones sofisticadas del ACI

En esta sección se mide la precisión para evaluar la capacidad biaxial al corte de las columnas utilizando en conjunto las curvas de interacción con las expresiones sofisticadas del ACI. La metodología se muestra de forma más detallada en el capítulo 3.0.

El procedimiento con que se realizan los diagramas de interacción es análogo al de la sección 5.3, pero, en vez de utilizar las expresiones simples del ACI se ocupan las más sofisticadas. También, se consideran exactamente los mismos ensayos de la base de datos. El diagrama de interacción de las columnas cuadradas se muestra en la Figura 5.4. 1.

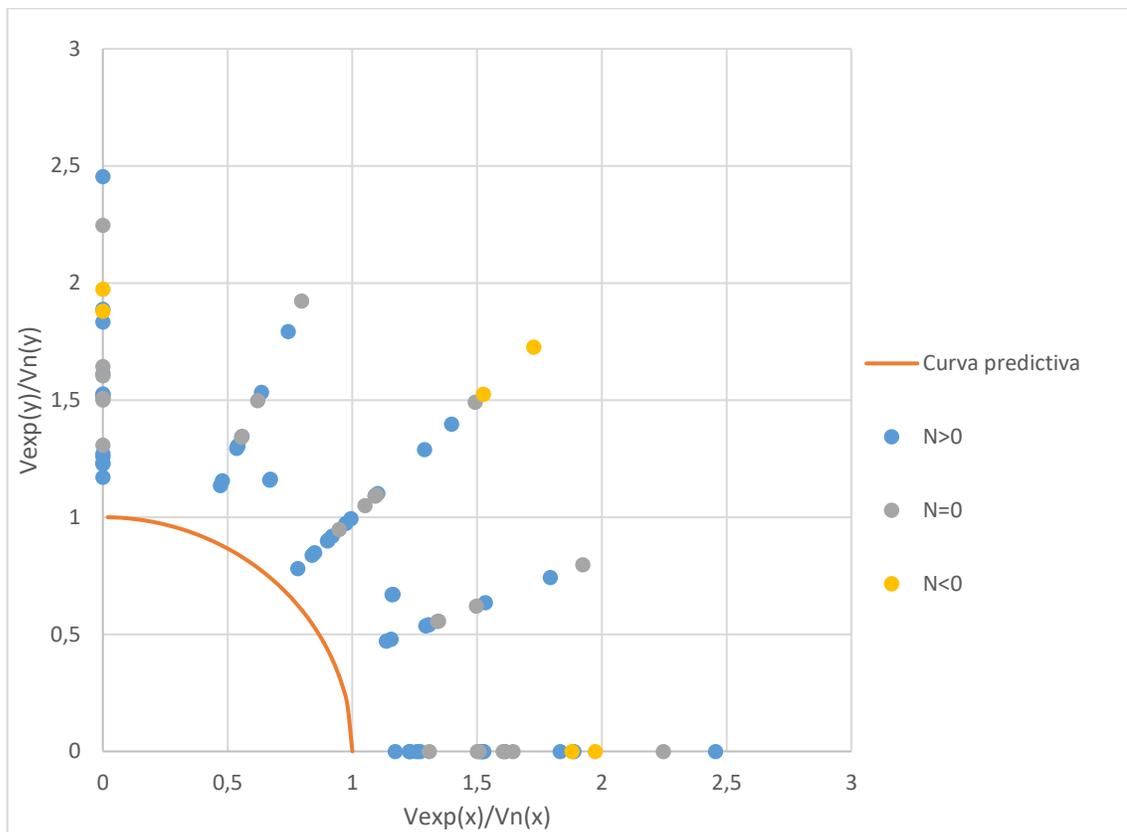


Figura 5.4. 1: Diagrama de interacción normalizado por expresiones sofisticadas del ACI para columnas cuadradas

Los valores de la Figura 5.4. 1 se encuentran clasificados en tres categorías dependiendo de la carga axial aplicada en el momento en que se realizó el ensayo. Se espera que las expresiones sofisticadas del ACI entreguen resultados más próximos a la curva de interacción normalizada y con una menor dispersión, en comparación a los resultados entregados por las expresiones simples del ACI. Para hacer la comparación se superponen los valores de la Figura 5.3. 1, formada con las expresiones simples del ACI en sección 5.3, con la Figura 5.4. 1, pudiéndose apreciar gráficamente la comparación entre las dos metodologías. Esto se muestra en la Figura 5.4. 2.

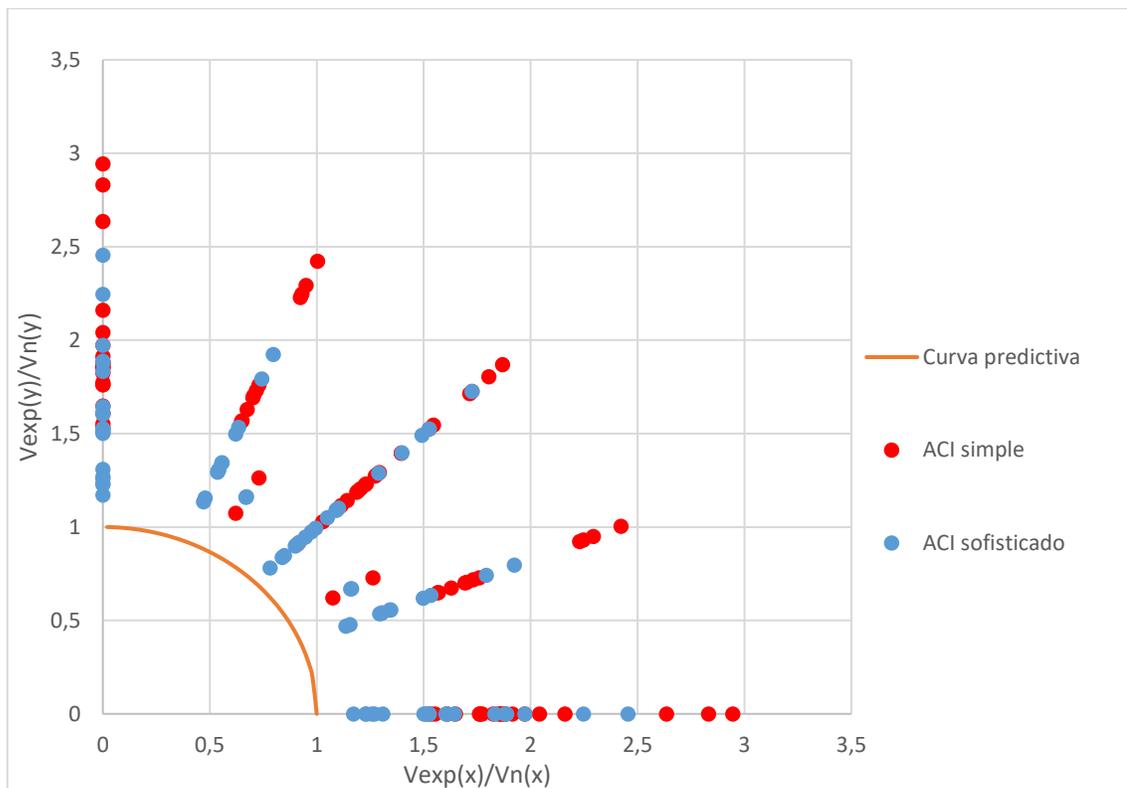


Figura 5.4. 2: Comparación entre resultados de las expresiones simples vs las sofisticadas del ACI para columnas cuadradas

De la Figura 5.4. 2 se aprecia claramente que los puntos celestes, correspondiente a los resultados del ACI sofisticado, se aproximan mejor a la curva de interacción y con una menor dispersión de los datos. La comparación estadística de ambos métodos se presenta en la Tabla 5.4. 1.

Tabla 5.4. 1: Comparación estadística entre las expresiones simples y sofisticadas del ACI para columnas cuadradas

	ACI simple	ACI sofisticado
Promedio	1.94	1.57
σ	0.39	0.33
Máx	2.94	2.46
Min	1.24	1.10
N° Ensayos	43	43

Observando los promedios de la Tabla 5.4. 1, se corrobora que las expresiones sofisticadas del ACI en conjunto con la curva de interacción entregan una mejor aproximación a la capacidad biaxial de corte que las expresiones simples, como era de esperarse. Ambas metodologías continúan siendo conservadoras, por lo que entregan una cota inferior de la capacidad de las columnas, siempre que se esté tomando en cuenta el efecto de las solicitaciones biaxiales; si no se considera, la metodología podría llegar a sobreestimar la capacidad de la columna en uno de sus ejes.

Pasando a las columnas de sección rectangular, el diagrama de interacción con los resultados de las expresiones sofisticadas del ACI se muestran en la Figura 5.4. 3.

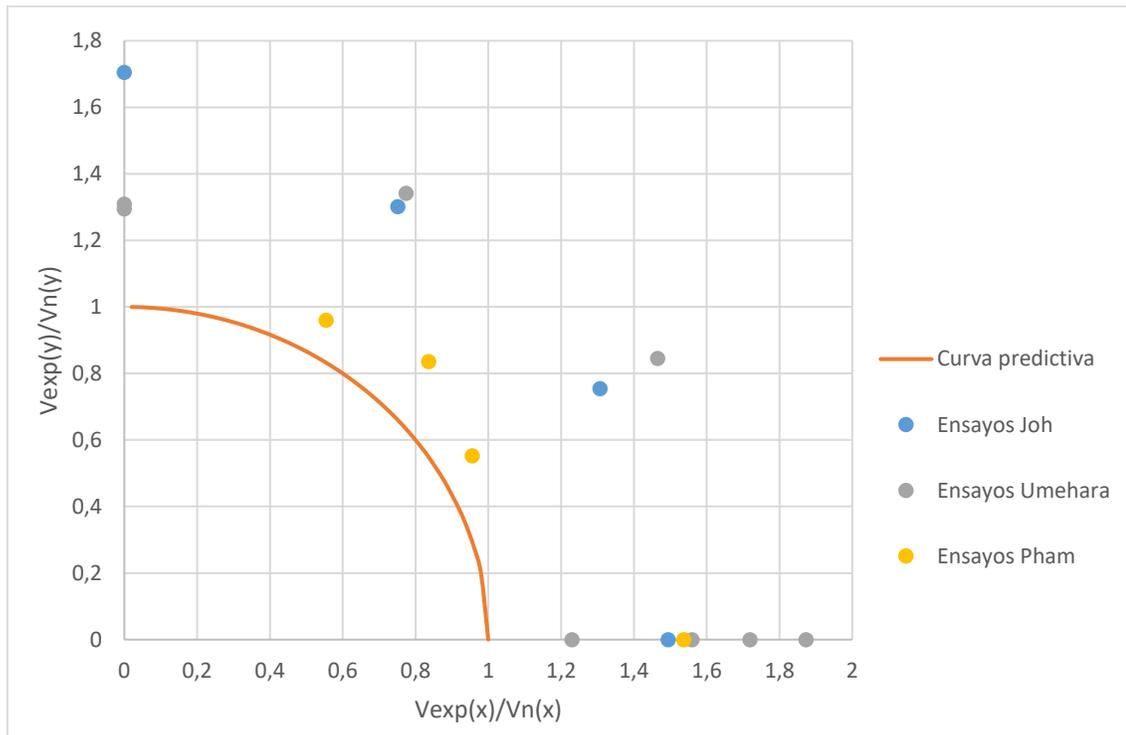


Figura 5.4. 3: Diagrama de interacción normalizado por expresiones sofisticadas del ACI para columnas rectangulares

Al igual que en las columnas cuadradas, se espera que los valores se aproximen a la curva de interacción y sea menor la dispersión que cuando se utilizan las expresiones simples del ACI. Esto se ve de forma gráfica en la Figura 5.4. 4 que reúne los valores de los dos métodos para compararlos.

Comparando los puntos rojos y celestes de la Figura 5.4. 4, claramente se observa una mayor cercanía a la curva de interacción normalizada en los valores de las expresiones sofisticadas y, también, una menor dispersión de los datos. La comparación estadística se presenta en la Tabla 5.4. 2. Comparando los datos de ambos métodos, la dispersión, σ , de los datos es menor en las expresiones sofisticadas, dejando claro que es una metodología más precisa.

Tabla 5.4. 2: Comparación estadística entre las expresiones simples y sofisticadas del ACI para columnas Rectangulares

	ACI simple	ACI sofisticado
Promedio	1.66	1.46
σ	0.31	0.23
Máx	2.18	1.87
Min	1.10	1.10
N° Ensayos	16	16

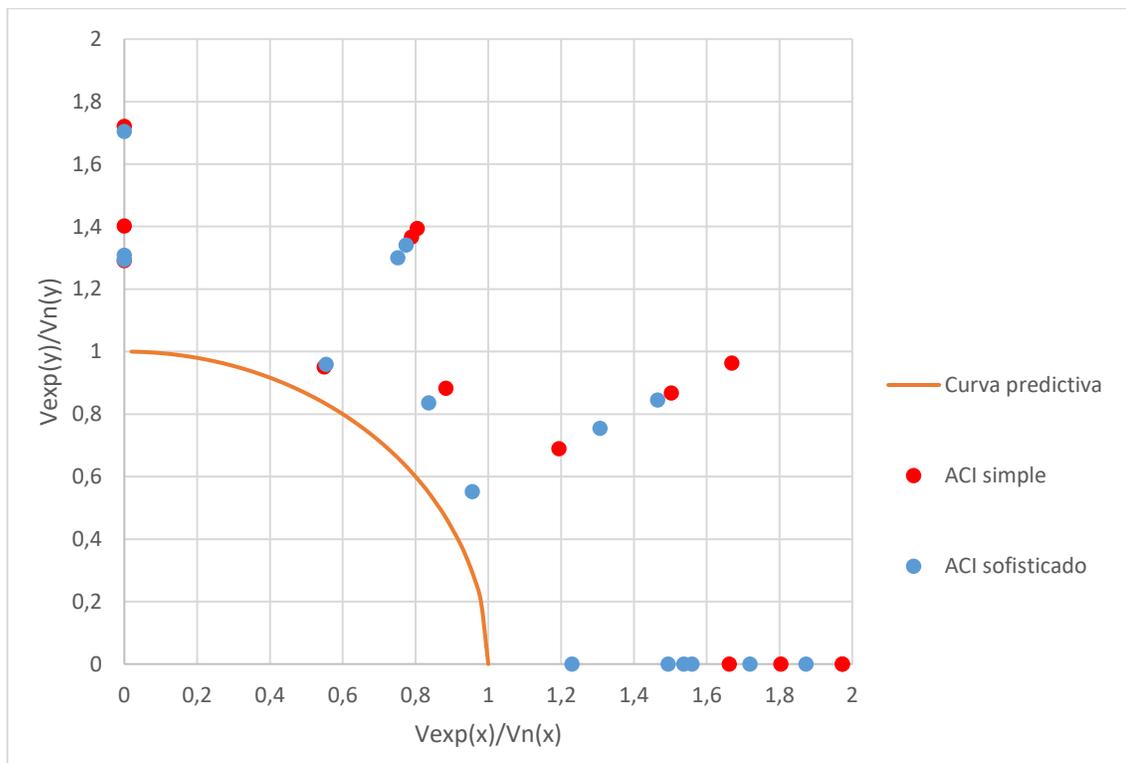


Figura 5.4. 4: Comparación entre resultados de las expresiones simples vs las sofisticadas del ACI para columnas rectangulares

En términos globales, tanto para las columnas cuadradas como las rectangulares, hubo una mejora en la precisión de la evaluación de la capacidad al corte biaxial al utilizar las expresiones sofisticadas del ACI. Siendo más específico, la mayoría de las columnas cuadradas se aproximan mejor a la curva predictiva al estimar su capacidad mediante las expresiones sofisticadas, quedando solamente tres columnas de 43 como excepción a la regla. En cuanto a las columnas rectangulares, se produce el mismo efecto, en donde 14 columnas mejoraron su estimación a la capacidad al corte y solo dos se alejaron de la curva predictiva al usar las expresiones sofisticadas. Esto se explica teniendo en cuenta que las expresiones sofisticadas de ACI son sensibles a la relación de aspecto de las columnas, entregando una mayor capacidad a las probetas con relación de aspecto pequeña y siendo más conservadoras a medida que aumenta la relación de aspecto. En la Figura 5.4. 4 se observa este efecto: el eje horizontal, que corresponde a ensayos realizados en la dirección fuerte, con una relación de aspecto pequeña, tienden a variar considerablemente (mayor al 15% en todos los casos) su estimación de la capacidad al utilizar las expresiones sofisticadas; por otra parte, se observa en el eje vertical, correspondiente a ensayos en el eje débil con relaciones de aspecto mayor en las probetas, que la variación en la estimación de la capacidad es pequeña (máximo un 8% y en un caso la variación es negativa).

5.5. Seguridad biaxial con expresiones del ACI

En esta sección se mide la seguridad de las columnas diseñadas mediante las expresiones simples y sofisticadas del ACI cuando son solicitadas simultáneamente en direcciones

ortogonales. Para esto, además de haber revisado en la sección 5.3 que la resistencia empírica de los experimentos son mayores que la resistencia predicha por las expresiones del ACI, se debe verificar el enfoque biaxial de diseño visto en la sección 5.2.

Para verificar la seguridad al diseño biaxial de las columnas es necesario aclarar que cada columna tiene su propia curva de interacción, donde se pueden obtener las cargas aplicadas simultáneamente en sus ejes ortogonales cuando alcanza su máxima resistencia al corte. Para ilustrar lo anterior, se presenta la Figura 5.5. 1.

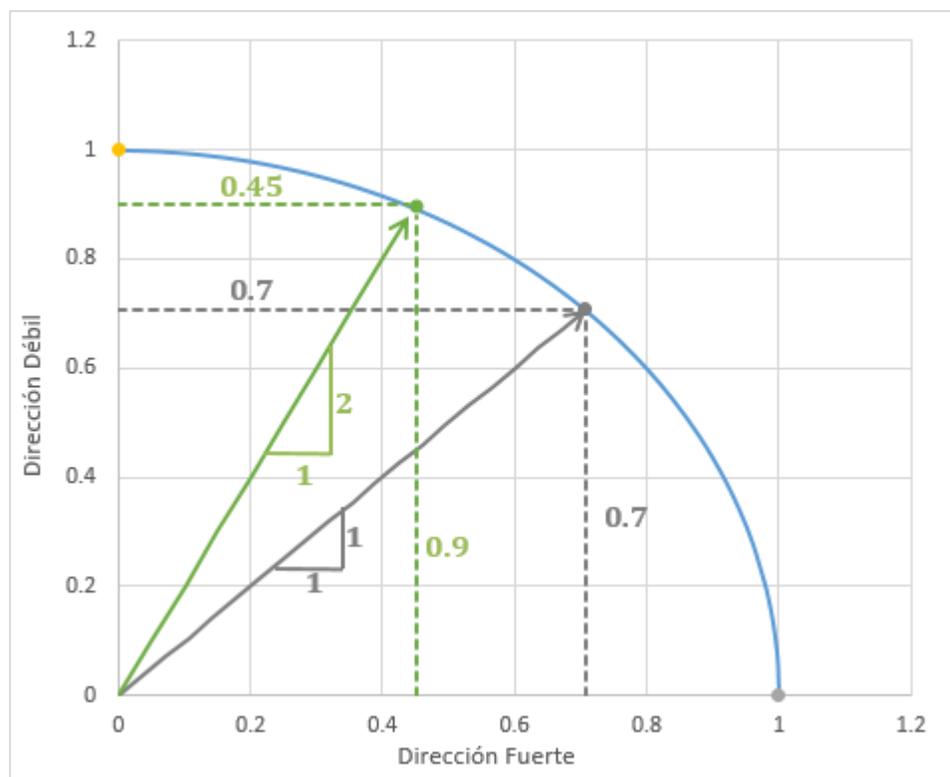


Figura 5.5. 1: Ejemplo de la curva de interacción propia de cada columna

En el ejemplo, se muestra una columna que resiste 1,0 independiente del ángulo de carga. Si a la columna se le aplican dos cargas de igual magnitud de forma simultánea en sus ejes principales, resistirá 0,7 en su eje fuerte y de la misma forma 0,7 en su eje débil, como lo muestran las líneas punteadas de color gris. Diagonalmente sigue resistiendo 1,0. Tomando la misma columna, y considerando su curva de interacción, mostrada en color celeste, se le aplican dos cargas simultáneas, siendo la del eje débil el doble de la otra. Lo anterior, se representa con las flechas color verde, y significa que la columna alcanza su máxima resistencia cuando se le aplica una carga de 0.45 en su eje fuerte y 0.9 en su eje débil de manera simultánea. De esta forma, se puede ver la resistencia en los ejes de la columna para cualquier combinación de cargas.

Tomando en cuenta lo anterior, se muestra el mismo gráfico que en la Figura 5.3. 1 de la sección 5.3, pero esta vez se clasifican los datos en seguros y no seguros para el diseño

biaxial. Los resultados para la estimación al corte según las expresiones simples del ACI en columnas cuadradas se presentan en la Figura 5.5. 2.

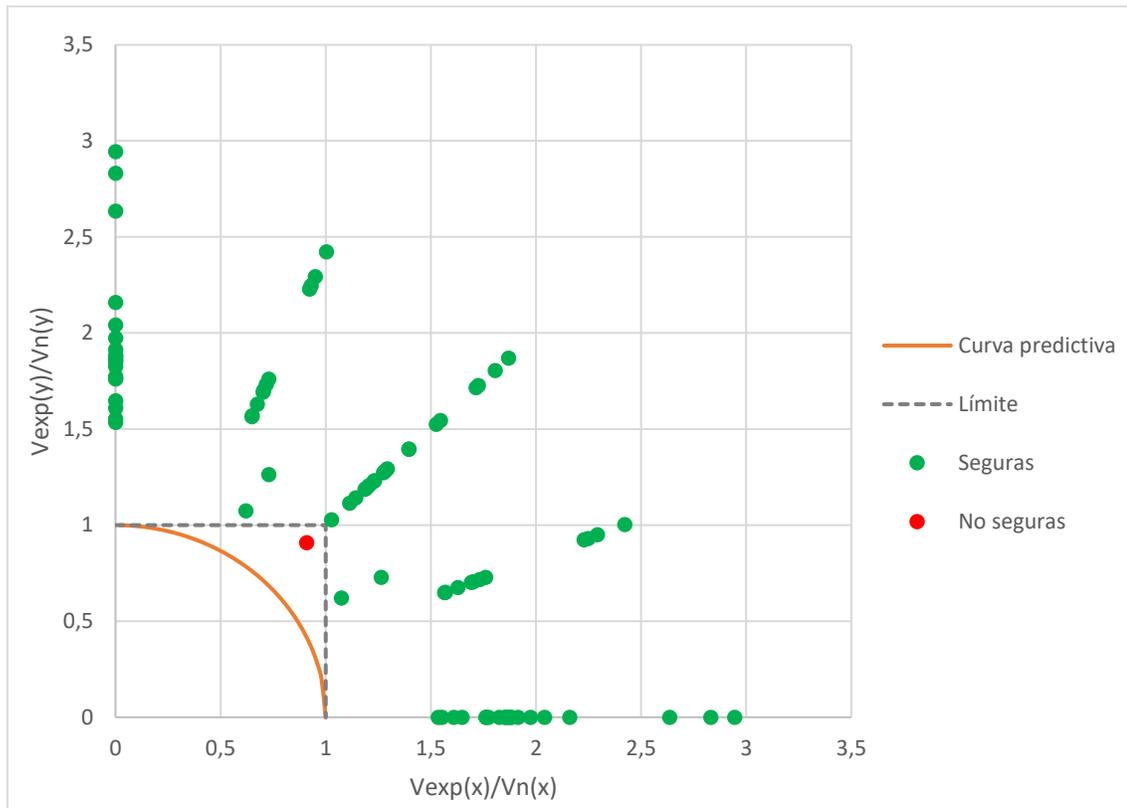


Figura 5.5. 2: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones simples del ACI

Para que una columna sea considerada segura debe poder resistir la sollicitación para la que fue diseñada en una de sus direcciones principales mientras es cargada simultáneamente en la dirección ortogonal. De esta manera se está considerando el efecto biaxial, ya que, a pesar de estar siendo sollicitada en dos direcciones, se tiene en cuenta la reducción a la capacidad en la dirección de análisis producida por la carga ortogonal. Viéndolo de forma gráfica, los ensayos cargados en un ángulo menor a 45 grados y que tienen una relación de $V_{exp}(x)/V_n(x)$ mayor a uno en su eje fuerte, se consideran seguros biaxialmente. De forma análoga, los ensayos cargados en un ángulo mayor a 45 grados y que cumplen con que $V_{exp}(y)/V_n(y)$ es mayor a uno en la dirección débil, también son consideradas seguras en el diseño biaxial. Esto último se representa en el gráfico con las líneas punteadas color gris, por lo que las columnas que se encuentran entre las líneas límites y el cuarto de circunferencia son consideradas inseguras; y las columnas que están por sobre las líneas grises son las consideradas seguras. El caso más desfavorable ocurre para las cargas de 45 grados, donde la columna debe cumplir simultáneamente con las dos restricciones.

De la Figura 5.5. 2 se observa que solo un punto del total de 43 ensayos (2%) es clasificado como inseguro para el diseño biaxial, debido a que no es capaz de resistir las sollicitaciones para las que fue diseñado en forma simultánea.

Se realiza el mismo ejercicio con los resultados obtenidos para la estimación de la capacidad al corte a través de las expresiones sofisticadas del ACI. Para esto se toma la información de la Figura 5.4. 1, se clasifican nuevamente los ensayos y se presentan en la Figura 5.5. 3

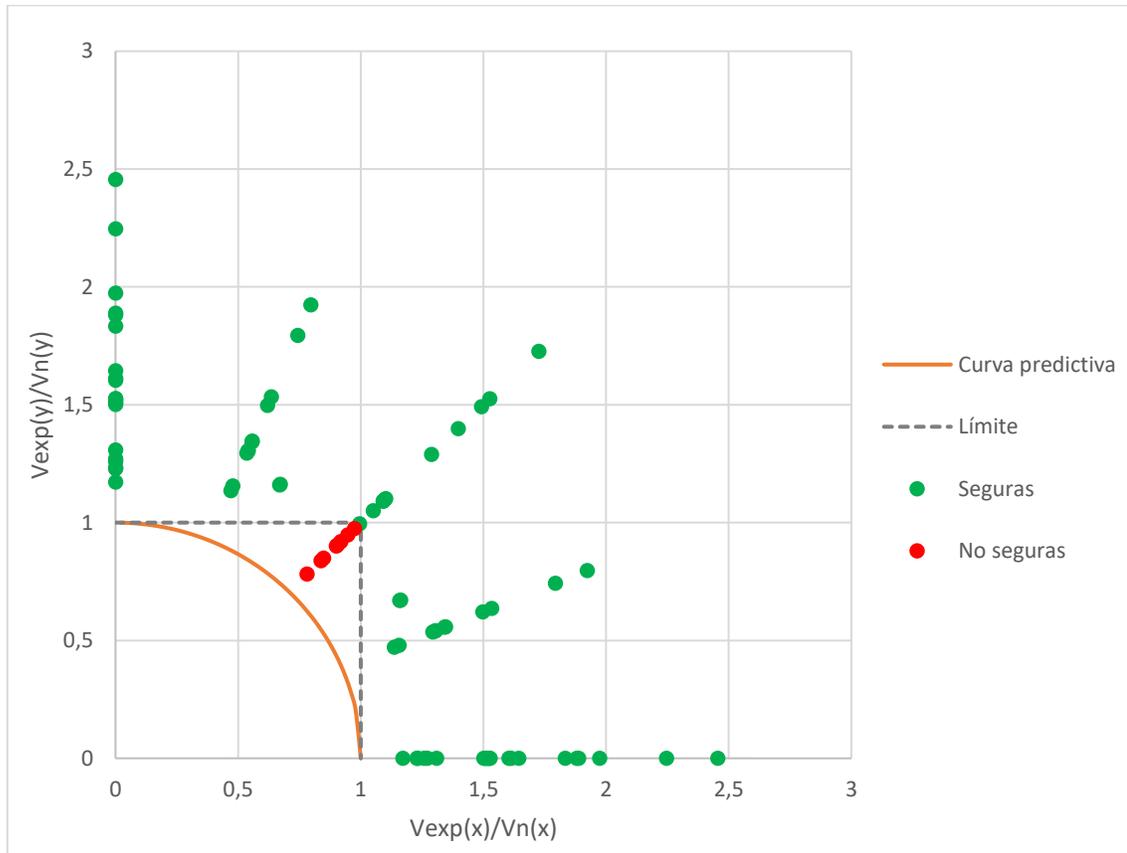


Figura 5.5. 3: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones sofisticadas del ACI

Se puede observar en la Figura 5.5. 3 que aumenta el número de ensayos considerados no seguros, siendo en total ocho columnas (19% del total) cargadas en 45 grados. A medida que aumenta la precisión de una expresión para evaluar la capacidad al corte de las columnas, el efecto de las cargas biaxiales comienza a influir sobre una mayor cantidad de columnas y principalmente se nota en las columnas cargadas con un ángulo cercano a los 45 grados, donde el impacto de las solicitaciones biaxiales es mayor. En esta parte es necesario aclarar que la estimación de la capacidad al corte de las columnas se hace con las propiedades empíricas de cada uno de los componentes de la columna y no con propiedades de diseño; y, además, no se han incorporado los factores de seguridad que rigen el diseño al corte. Esta aclaración permite señalar que, si se utilizan las expresiones sofisticadas del ACI en forma predictiva, y no como un límite inferior para el diseño; entonces, el 19% de las columnas ensayadas estarían fallando solo por no considerar el impacto que tienen las cargas biaxiales. Por otra parte, si se utilizan las ecuaciones para el

diseño, considerando factores de seguridad y propiedades de diseño, este porcentaje ciertamente disminuye.

Para la base de datos de columnas cuadradas, también se realizó una estimación de la capacidad al corte con la ecuación (Ec. 2.4. 5), que corresponde a la ecuación simplificada, pero sin considerar el efecto de la carga axial. Esta ecuación entrega resultados aún más conservadores que las expresiones simples del ACI, lo que permite observar la seguridad biaxial de los ensayos considerados en la base de datos al momento de estimar su capacidad de la forma más simple y expedita posible. Los resultados entregados por este procedimiento se presentan en la Figura 5.5. 4.

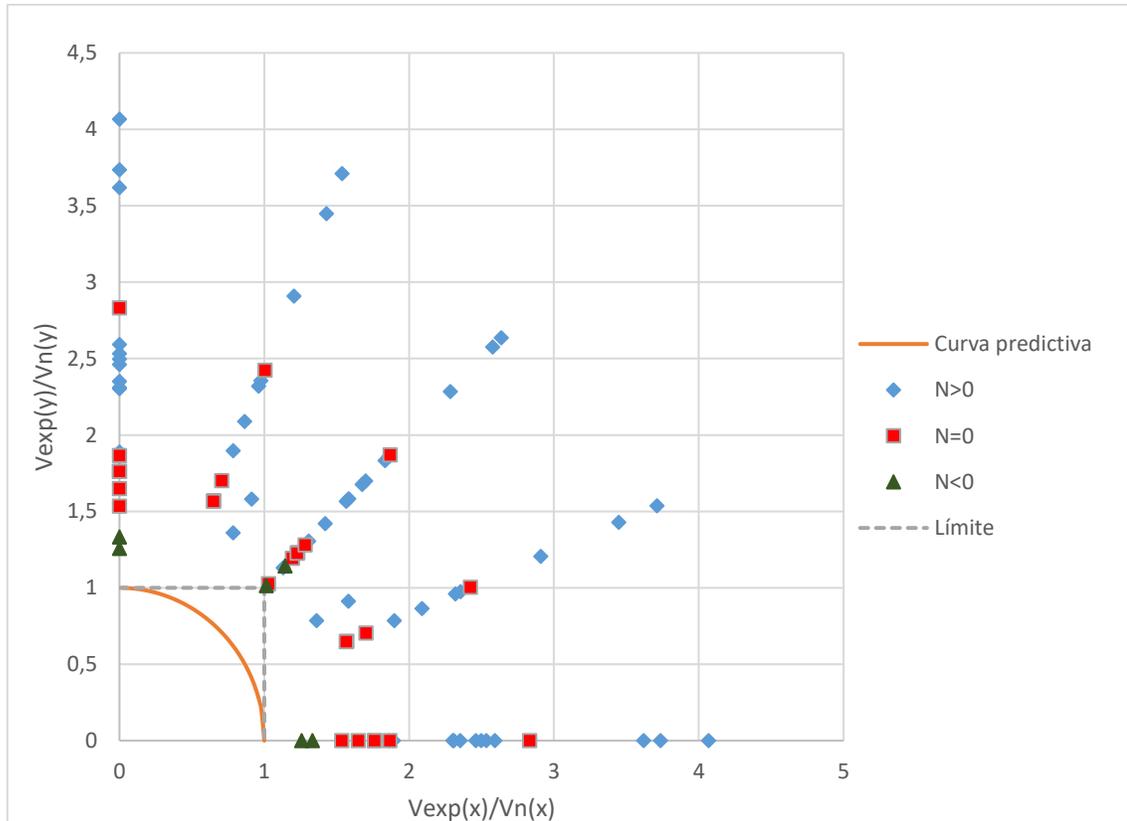


Figura 5.5. 4: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas cuadradas al estimar con expresiones simples del ACI y sin considerar efecto de carga axial

En la Figura 5.5. 4, los datos se organizan por el nivel de carga axial al momento del ensayo y la línea punteada gris corresponde al mismo límite de los gráficos anteriores. Ahora se puede ver que todas las columnas clasifican como seguras biaxialmente y que algunos puntos se alejaron de la curva predictiva llegando a tener 4 veces el valor experimental. Con esto se corrobora lo dicho anteriormente: con expresiones más simples y menos precisas se tiene un número menor de columnas afectadas por el efecto de las solicitaciones biaxiales; y particularmente para estos datos, no hay columnas inseguras. Lo que si se debe recalcar es que las estimaciones para las columnas con tracción axial, que corresponden a los triángulos verdes, se acercaron considerablemente a la curva predictiva, pasando de ser

prácticamente las más conservadoras a las posiblemente inseguras. El valor mínimo de la relación entre el valor experimental y el estimado, para las columnas con tracción axial, paso de 1,88 a 1,26. Es por esto que las expresiones simples que no consideran el efecto de la carga axial entregan una mayor seguridad al diseño biaxial para las columnas con compresión axial; pero, por el contrario, la estimación de columnas con tracción axial se vuelve más riesgosa, por lo que se debe tener un cuidado especial.

De forma análoga, tomando los resultados entregados por las expresiones simples del ACI para las columnas rectangulares que corresponden a la Figura 5.3. 2 de la sección 5.3, se clasifican los ensayos en seguros y no seguros, presentándose en la Figura 5.5. 5.

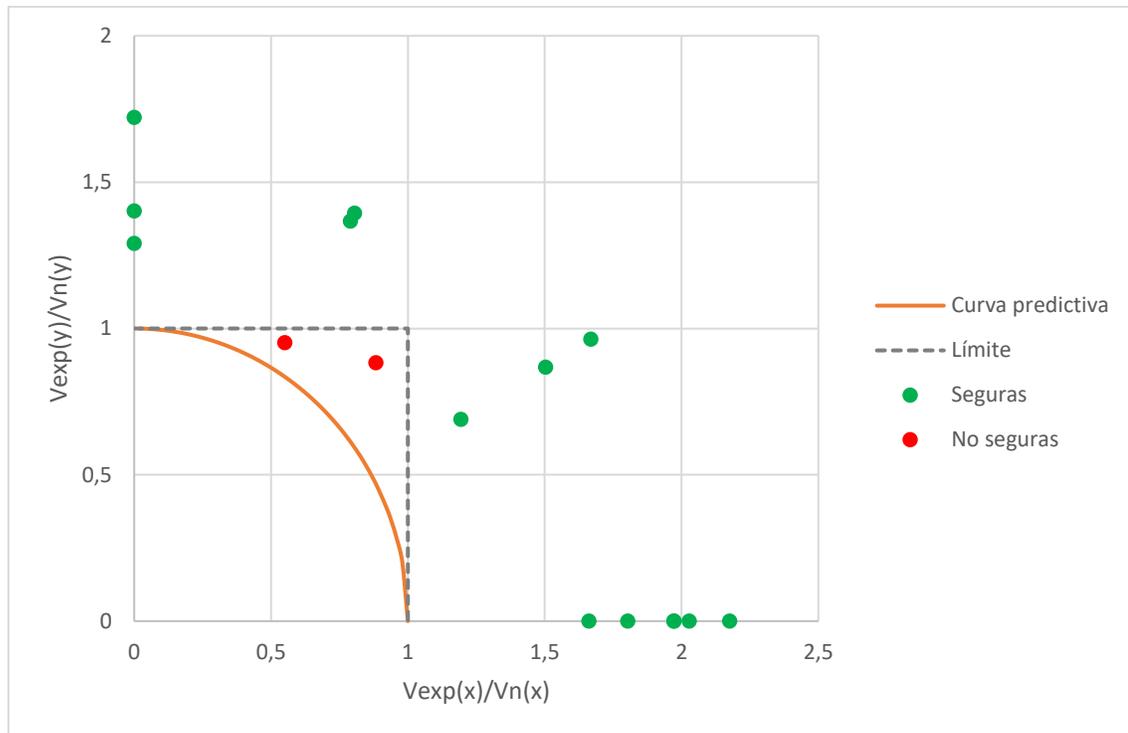


Figura 5.5. 5: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas rectangulares al estimar con expresiones simples del ACI

Al igual que en el caso anterior, la línea gris punteada representa el límite entre una columna segura y no segura para el diseño biaxial de corte. Se observa que únicamente existen dos columnas que están consideradas como no seguras dentro de 16 ensayos en total. A pesar de que la estimación de la capacidad al corte de los ensayos no tenga en cuenta el impacto de las solicitaciones biaxiales, el porcentaje de columnas inseguras es pequeño (13%). Esto se debe a que las expresiones simples del ACI entregan valores conservadores de la capacidad al corte.

En la Figura 5.5. 6, se presentan los resultados entregados por las expresiones sofisticadas del ACI para la estimación de la capacidad al corte en columnas rectangulares. Los datos corresponden a la Figura 5.4. 3 y se clasifican en seguros y no seguros. Como era de esperarse, y al igual que en las columnas cuadradas, aumenta el número de columnas inseguras debido a que las expresiones sofisticadas entregan una mejor aproximación a la

capacidad al corte del elemento. Con esta estimación aumenta el número de columnas inseguras llegando a ser tres (19%) de un total de 16.

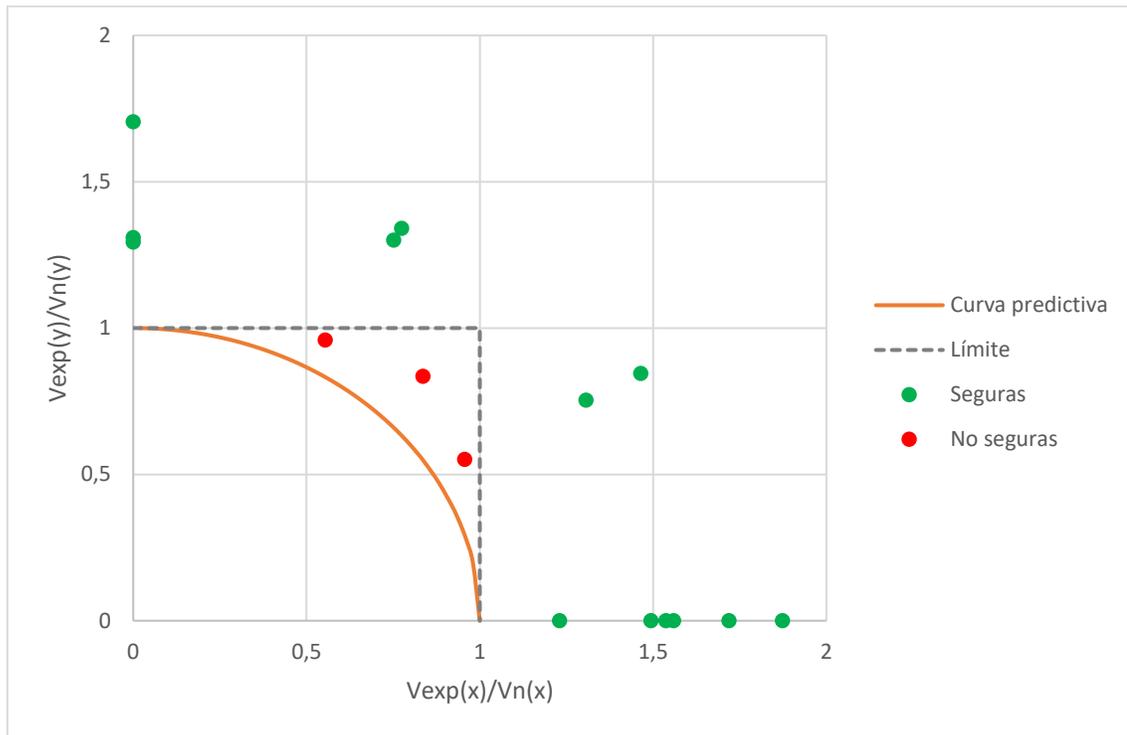


Figura 5.5. 6: Clasificación de seguridad según el enfoque biaxial para columnas rectangulares al estimar con expresiones sofisticadas del ACI

El análisis de esta sección en particular permite destacar un punto importante con respecto a la precisión de las expresiones. A medida que la precisión aumenta, también aumenta la cantidad de columnas incapaces de resistir las solicitaciones esperadas, debido al impacto que tiene la aplicación simultánea de ellas. Es por esto, que el efecto y la importancia de la aplicación simultánea de cargas ortogonales toma mayor relevancia, y se debe tener mayor precaución, a medida que se van desarrollando expresiones más acertadas y precisas para la estimación de la capacidad al corte.

5.6. Capacidad al corte biaxial por análisis mecánico

En esta sección se mide la precisión del método de análisis mecánico para evaluar la capacidad biaxial de las columnas, presentado en el capítulo 3.0. Además, se hace una comparación con la metodología de la curva de interacción en conjunto con las expresiones simples del ACI.

El método del análisis mecánico entrega directamente el valor de la capacidad al corte de la columna en su dirección de carga, V_n . Un ejemplo detallado de esto se muestra en el anexo C. Los diagramas de interacción que se encuentran en esta sección, grafican el valor de la resistencia empírica de los ensayos normalizado por V_n , por lo que el eje de las abscisas

muestra la proyección en el eje X del valor graficado, y ocurre lo mismo para el eje Y. La Figura 5.6. 1 muestra los resultados para las columnas cuadradas y la Figura 5.6. 2 para las columnas rectangulares.

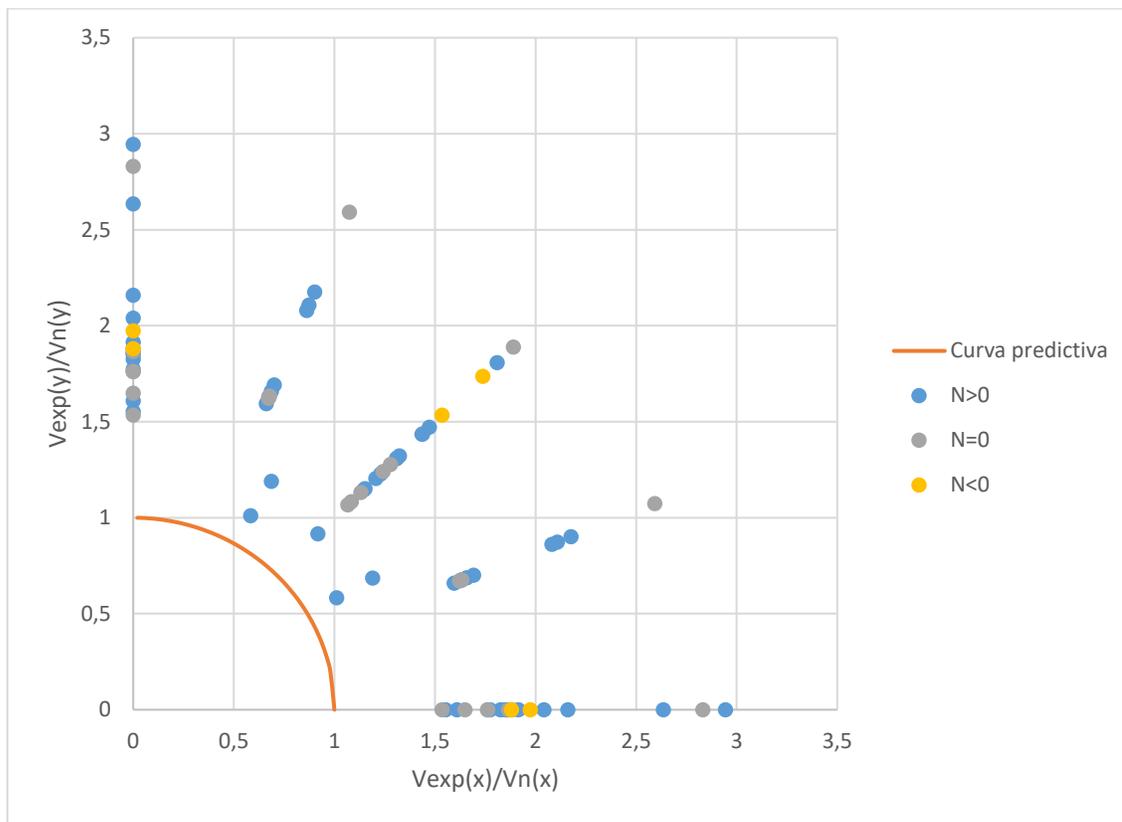


Figura 5.6. 1: Diagrama de interacción normalizado por análisis mecánico para columnas cuadradas

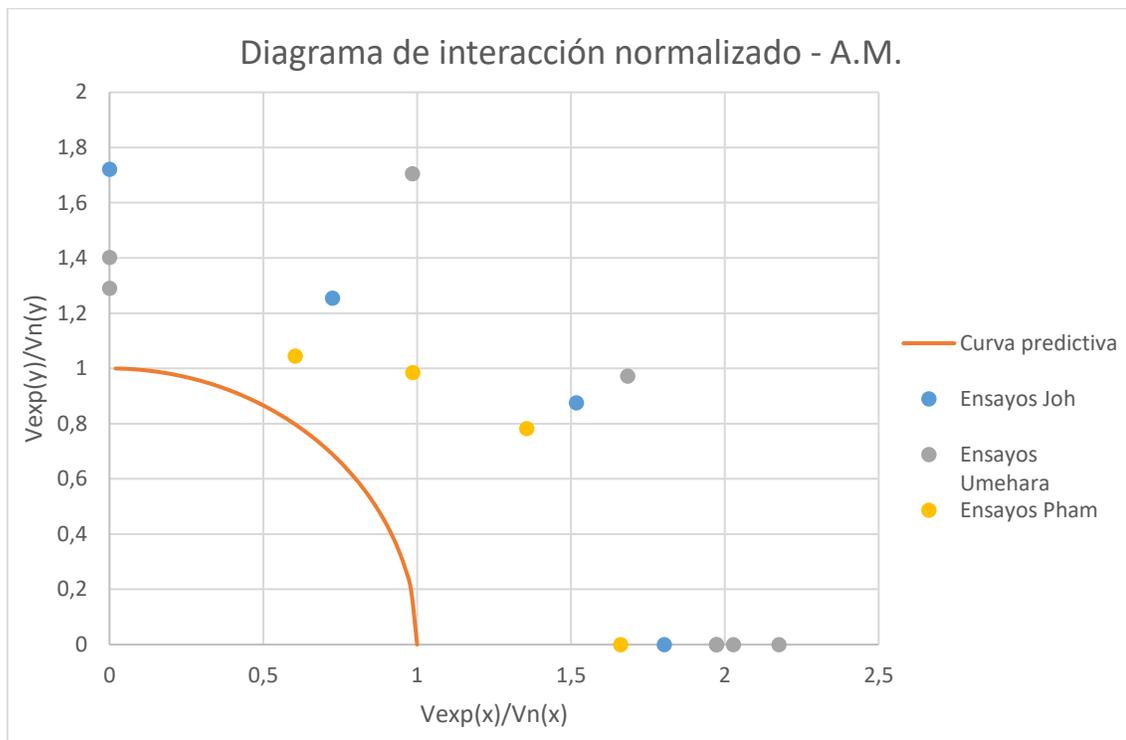


Figura 5.6. 2: Diagrama de interacción normalizado por análisis mecánico para columnas rectangulares

La Figura 5.6. 1 separa los ensayos en tres categorías según la carga axial aplicada al momento de realizar la prueba. La distribución de los puntos se asemeja bastante con la Figura 5.3. 1 de la sección 5.3 que representa el diagrama de interacción normalizado por las expresiones simples del ACI en conjunto con las curvas de interacción. Estadísticamente se hace la comparación entre ambas metodologías y se presenta en la Tabla 5.6. 1. La primera fila de la tabla corresponde a la abreviación de los métodos, siendo “C.I. + ACI simple” la metodología que contempla las expresiones simples del ACI en conjunto con las curvas de interacción (C.I.); y “A.M. + ACI simple” corresponde a la metodología en que se estima la capacidad al corte de la columna haciendo el análisis mecánico (A.M.) basado en las expresiones simples del ACI. La segunda fila entrega el promedio de la relación entre el valor experimental y la estimación de cada método, V_{exp}/V_n ; y la tercera fila entrega la desviación estándar, σ , de estos datos.

Tabla 5.6. 1: Comparación estadística de los métodos para columnas cuadradas

	C.I. + ACI simple	A.M. + ACI simple
Promedio	1.94	1.92
σ	0.39	0.39
Máx	2.94	2.94
Min	1.24	1.17
N° Ensayos	43	43

Observando los datos de la Tabla 5.6. 1, se aprecia que los resultados obtenidos por ambas metodologías son prácticamente iguales para el caso de columnas cuadradas. Ambas

metodologías son conservadoras y tienen una dispersión prácticamente igual de los datos, por lo que ninguna predomina sobre la otra en cuanto a la precisión de los resultados. Por esto, es preferible utilizar las curvas de interacción en conjunto con las expresiones simples del ACI debido a su facilidad de uso, como se señaló en el capítulo 3.0.

Por otra parte, en la Figura 5.6. 2, se presentan los resultados de las columnas rectangulares ordenadas por autor del programa experimental. De nuevo, la forma de los resultados obtenidos por curva de interacción en conjunto con las expresiones simples del ACI mostrados en la Figura 5.3. 2, se asemejan a estos. La comparación estadística de ambos gráficos se muestra en la Tabla 5.6. 2.

Tabla 5.6. 2: Comparación estadística de los métodos para columnas rectangulares

	C.I. + ACI	A.M.
Promedio	1.66	1.71
σ	0.31	0.29
Máx	2.18	2.18
Min	1.10	1.21
N° Ensayos	16	16

De las estadísticas se aprecia nuevamente, la similitud de los resultados entregados por las dos metodologías en comparación. Se nota que ambos métodos son conservadores, por el promedio superior a 1,0 y por el mínimo también superior a 1,0; teniendo que en ningún caso se sobreestima la capacidad al corte. La dispersión de los datos es muy similar para los dos, por lo que no hay preferencia sobre uno más que el otro al momento de ver la precisión. La complejidad del método de análisis mecánico y la simplicidad de las curvas de interacción, todo esto señalado en el capítulo 3.0, hace que las curvas de interacción sean un mejor y más expedito método para evaluar la capacidad al corte biaxial.

6.0. Conclusiones y próximas investigaciones

En esta investigación se estudió la respuesta de columnas de hormigón armado ante fuerzas de corte aplicadas simultáneamente en ambos ejes ortogonales. Las columnas consideradas en este estudio corresponden a columnas cortas (relación de aspecto $a < 4$) y con una armadura transversal pobre, lo que asegura que predomine la falla por corte. Este documento consiste en tres partes principalmente, siendo la primera una recopilación de información a nivel internacional sobre el comportamiento de las columnas bajo cargas biaxiales. La segunda parte, corresponde a la selección y compilación de ensayos para formar una amplia base de datos. Y la tercera, al análisis de los datos en torno al impacto y efecto que tiene la aplicación de cargas simultaneas de corte sobre las columnas de hormigón armado. En este capítulo se presentan las conclusiones obtenidas del análisis, dándole énfasis al efecto de la aplicación de cargas simultaneas de corte sobre ejes ortogonales; y, al impacto de las cargas biaxiales sobre la estimación de la capacidad y sobre el diseño de los elementos. También se presentan los estudios futuros que podrían complementar este estudio y seguir desarrollando el tema.

6.1. Comportamiento de las columnas ante cargas sísmicas inclinadas.

En las investigaciones previas, se observó que la inclinación de la carga se relaciona con la resistencia al corte de las columnas a través de una curva de interacción con forma circular, para el caso de columnas cuadradas; y con forma de elipse, para el caso de columnas rectangulares. Esto permite estimar la capacidad al corte en direcciones no principales de la columna, si se conoce la capacidad en las direcciones principales.

En esta investigación se pudo observar el comportamiento al corte de las columnas cuando varía la inclinación de la carga lateral cíclica, tomando en cuenta un amplio set de ensayos realizados por diversos autores sobre columnas cortas, donde las principales variables fueron: inclinación de la carga, nivel de carga axial, geometría de la sección transversal, cuantía de refuerzo transversal, entre otros. Los resultados entregaron que el promedio entre la resistencia medida en los ensayos y la predicción utilizando las curvas de interacción basadas en los ensayos uniaxiales es de 1,0 para las columnas cuadradas con una dispersión de los datos de $\sigma = 0,1$. Para el caso de las columnas rectangulares los resultados entregaron un promedio de 0,98 con una dispersión de $\sigma = 0,1$. Lo que permite concluir que las curvas de interacción son una metodología valida y precisa para predecir la capacidad al corte de las columnas.

Gracias a las curvas de interacción, se pudo observar el efecto de la aplicación simultanea de cargas ortogonales sobre una columna. Según esta metodología, si una columna cuadrada simétrica es solicitada simultáneamente por dos fuerzas unidireccionales de igual magnitud, resistirá el 70% de la fuerza que es capaz de resistir una columna solicitada únicamente en una de sus direcciones principales. Para las columnas rectangulares, también se ve reducida su resistencia al ser solicitada en forma simultánea, pero el porcentaje de reducción depende de la resistencia de sus dos ejes principales.

6.2. Estimaciones con las expresiones del ACI

Dentro de esta investigación, se utilizaron las expresiones del ACI para estimar la capacidad al corte biaxial de las columnas mediante dos métodos, uno llamado curvas de interacción y el otro análisis mecánico. Se midió la capacidad de estimar la resistencia al corte de las columnas por ambos métodos y se hizo una comparación entre ellos. El resultado de esto mostró que los valores entregados por ambos métodos son prácticamente iguales en cuanto al promedio de la relación entre valores experimentales y predicho; y también en cuanto a la dispersión de los datos. En los ensayos de columnas cuadradas, el promedio V_{exp}/V_{pre} fue de 1,94 y 1,92 para las curvas de interacción y el análisis mecánico, respectivamente; con una desviación estándar para los dos métodos igual a $\sigma = 0,39$. En cuanto a los ensayos de columnas rectangulares, el promedio V_{exp}/V_{pre} fue de 1,66 y 1,71 con una desviación estándar igual a $\sigma = 0,31$ y $0,29$ para las curvas de interacción y el análisis mecánico, respectivamente. Considerando que ambas metodologías entregan resultados muy similares, se prefiere utilizar las curvas de interacción por sobre el análisis mecánico debido a su sencillez y facilidad de aplicación.

Se realizó una comparación entre los valores experimentales de la resistencia de las columnas y las estimaciones de la capacidad al corte de las columnas obtenidas por las expresiones del ACI en conjunto con las curvas de interacción. El resultado de esto arrojó que las expresiones simples y las sofisticadas del ACI son conservadoras al momento de estimar la resistencia al corte de las columnas, ya que, siempre entregaron valores menores a los experimentales; esto, siempre que se considere el efecto que tienen las solicitaciones biaxiales sobre el elemento. Considerando las expresiones simples, para columnas cuadradas, el valor experimental siempre fue mayor al menos en un 24 % al valor estimado; para columnas rectangulares, fue siempre mayor al menos en 10 por ciento. Por otro lado, las expresiones sofisticadas se aproximan un poco más, siendo siempre mayor al menos en un 10% en columnas cuadradas y también en columnas rectangulares. Además, se observó que existe una dispersión significativa de los datos, tanto para las expresiones simples como las sofisticadas. En el caso de las simples, la dispersión de los datos fue de $\sigma = 0,39$ y $\sigma = 0,31$ para columnas cuadradas y rectangulares respectivamente; y en el caso de las sofisticadas, fue de $\sigma = 0,33$ y $\sigma = 0,23$ para columnas cuadradas y rectangulares respectivamente. Dado esto, las expresiones no se pueden considerar precisas al momento de estimar, pero si sirven para entregar un valor inferior a la capacidad al corte biaxial.

Actualmente, el diseño al corte de columnas en edificios de hormigón armado se realiza sin considerar el efecto que tiene la aplicación de cargas ortogonales simultaneas en el elemento. Es más, el diseño se hace independientemente en las dos direcciones principales del elemento. Como se vio anteriormente, las expresiones del ACI para estimar la capacidad al corte son conservadoras al momento de considerar la acción de una sola fuerza solicitante, independiente del ángulo de carga. Pero, a pesar de que las columnas queden con una sobre resistencia unidireccional, la investigación reveló que una pequeña cantidad de las columnas consideradas en la base, no fue capaz de alcanzar las fuerzas de diseño en sus ejes principales al momento de ser solicitada en forma biaxial. Al estimar la capacidad al corte mediante las ecuaciones simples del ACI para un total de 43 columnas cuadradas

consideradas en la base de datos, una columna (2% del total) fue incapaz de alcanzar la capacidad predicha por las expresiones al momento de ser ensayada. Por otra parte, al realizar la estimación de la capacidad con las expresiones sofisticadas del ACI, aumenta a ocho (19% del total) el número de columnas fallando antes de lo esperado. En cuanto a las columnas rectangulares, fueron dos (13% del total) las probetas que no alcanzaron la capacidad predicha por las expresiones simples del ACI de un total de 16 columnas consideradas en la base de datos. Este número aumentó a tres (19% del total) cuando la estimación de la capacidad se realizó con las expresiones sofisticadas del ACI. Este análisis permite destacar un punto importante sobre la precisión con que se estima la capacidad al corte de las columnas. A medida que la precisión aumenta, también aumenta la cantidad de columnas incapaces de resistir las solicitaciones esperadas, debido al impacto que tiene la aplicación simultánea de ellas. Es por esto, que el efecto y la importancia de la aplicación simultánea de cargas ortogonales toma mayor relevancia, y se debe tener mayor precaución, a medida que se van desarrollando expresiones más acertadas y precisas para la estimación de la capacidad al corte.

Un aspecto importante a mencionar es que las ecuaciones del ACI se utilizaron de forma predictiva y no para el diseño como se hace en la práctica profesional. Además, los parámetros insertados en estas ecuaciones fueron las propiedades medidas experimentalmente de los componentes de las columnas y no sus propiedades de diseño, lo que hace que la predicción sea menos conservadora. También se debe tener en cuenta que para el diseño de elementos al corte se aplican factores de seguridad, que en esta investigación fueron dejados de lado. Considerando todo esto es que hubo una pequeña cantidad de ensayos que no alcanzaron su capacidad estimada por las expresiones del ACI al ser solicitadas en forma biaxial, pero faltaría analizar el caso más conservador en que las expresiones fueran utilizadas para el diseño de los elementos, con propiedades de diseño y factores de seguridad.

6.3. Estudios futuros

En esta investigación se recalca el hecho de que el diseño de columnas de hormigón armado en Chile no considera el efecto que tiene la aplicación de cargas simultáneas ortogonales sobre el elemento. Por esto, se plantea como una próxima investigación, considerar un edificio real construido en Chile de acuerdo al código actual, y hacer un estudio analítico de sus columnas. Esto, para observar qué tan susceptibles son los elementos a fallar por corte debido a la aplicación de fuerzas biaxiales, a pesar de que el diseño por el código ACI entrega una sobre resistencia en los ejes principales. Con esta nueva investigación se podría determinar si es necesario incorporar nuevas disposiciones al diseño de las columnas de hormigón armado.

7.0. Bibliografía

- Ang, B. G., Priestley, M. J. N., & Paulay, T. (1989). "Seismic shear strength of circular reinforced concrete columns." *ACI Struct. J.*, 86(1), 45-59.
- Arakawa, T., et al., (1989). "Shear Resisting Behavior of Short Reinforced Concrete Columns Under Biaxial Bending-Shear" *Transactions of the japan concrete institute*, Vol.11, 317-324.
- Building code requirements for structural concrete and commentary.* (2008). *ACI 318-08*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich.
- Concrete structures standard - The design of concrete structures.* (2006). *NZS-3101*, Standards Association of New Zealand, Wellington, New Zealand.
- Design of concrete structures.* (2004). *A23.3-04*, Canadian Standard Association. Mississauga, Ont.
- Joh, O., & Shibata, T. (1984). "Shear Failure of Reinforced Concrete Columns due to Biaxial Lateral Forces." *8th World Conference on Earthquake Engineering*, 577-584.
- Maruyama, K., & Jirsa, J. O., (1979) "Shear Behavior of Reinforced Concrete Members under Bidirectional Reversed Lateral Loading." *CESRL Report No. 79-1*, The University of Texas at Austin.
- Mizoguchi, M., et al., (1990). "Shear Resisting Behavior of Short Reinforced Concrete Columns Under Biaxial Bending-Shear and Varying Axial Load." *Transactions of the japan concrete institute*, Vol.12, 347-354.
- Moretti, M. L., & Tassios, T. P. (2013), "Design in Shear of Reinforced Concrete Short Columns." *Earthquakes and structures*, Vol.4(3), 265-283.
- Okada, T., & Seki, M., (1977). "A Simulation of Earthquake Response of RC Buildings." *Proceedings, Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, Vol. 9, pp. 25-30.
- Park, R., & Paulay, T., (1975). *Reinforced Concrete Structures*, John Hiley and Sons, New York, pp. 254-258.
- Pham, T. P., Li, B. (2013). "Seismic Behavior of Reinforced Concrete Columns with Light Transverse Reinforcement under Different Lateral Loading Directions." *ACI Structural Journal.*, 110-S69, 833-844.
- Priestley, M. J. N., Verma, R., & Xiao, Y. (1994). "Seismic shear strength of reinforced concrete columns." *J. Struct. Eng.*, 120(8), 2310-2329.
- Ramirez, H., and Jirsa, J. O., (1980) "Effect of Axial Load on Shear Behavior of Short RC Columns under Cyclic Lateral Deformations," *PMFSEL Report No. 80-1*, The University of Texas at Austin.
- Seismic Rehabilitation of Existing Buildings.* (2007). *ASCE/SEI 41-06*, American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 2007, 428 pp.
- Sezen, H., & Moehle, J. P. (2004). "Shear strength model for lightly reinforced concrete columns." *J. Struct. Eng.*, 103(11), 1692-1703.
- Standard specifications for concrete structures "Design".* (2007). *JGC No.15*, Japan Society of Civil Engineers, Tokyo, Japan.
- Takizawa, H., & Aoyama, H., (1976). "Biaxial Effects in Modeling Earthquake Response of RC Structures." *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 4 pp. 523-552.

- Tran, C.T.N. (2010). "Experimental and Analytical Studies on the Seismic Behavior of RC Columns with Light Transverse Reinforcement", *PhD Thesis*, Nanyang Technological University, Singapore.
- Umehara, H. and Jirsa, J.O. (1982), "Shear strength and deterioration of short reinforced concrete columns under cyclic deformations", *PMFSEL Report No.82-3*, University of Austin, Texas, 256.
- Wong, Y. L., Paulay, T., & Priestley, M. J. N. (1993), "Response of circular reinforced concrete columns to multi-directional seismic attack." *ACI Struct. J.*, 90(2), 180-191.
- Woodward, K. A., and Jirsa, J. O., (1980), "Behavior Classification of Short Reinforced Concrete Columns Subjected to Cyclic Deformations", *PMFSEL Report No. 80-2*, The University of Texas at Austin.

Anexos

Anexo A: Análisis seccional en la condición última de la columna

Para ejemplificar como se hace el análisis seccional se toma nuevamente el espécimen CDS30 ensayado por Umehara y Jirsa, 1982. Las propiedades que tiene esta columna se presentan en la Tabla A. 1.

Tabla A. 1: Propiedades del espécimen CDS30 de Umehara

bx [mm]	410
by [mm]	230
dbl [mm]	19
dbt [mm]	6
f'c [Mpa]	43
fy [Mpa]	441
Es [Mpa]	178588
ε_y	0.0025
ε_c	0.0030
rec [mm]	25
d [mm]	369.5
d' [mm]	40.5
Abl [mm ²]	284
Abt [mm ²]	28

La columna se rota en 30° y queda como se muestra en Figura A. 1. Además de mostrar la geometría de la columna, se muestra la posición de las barras con respecto al punto más comprimido que tiene la sección. Lo que se busca determinar es la posición del eje neutro, c , que se deja incógnita hasta el final del análisis. Luego se procede a buscar la deformación que tienen las barras con la ecuación Ec. A. 1.

$$\varepsilon_i = \left| \frac{\varepsilon_c (y_i \cdot c)}{c} \right| \quad \text{Ec. A. 1}$$

Donde:

y_1 : posición de la barra i con respecto al punto superior de la columna

Una vez hecho esto se calcula la fuerza de la barra de acero con la ecuación Ec. A. 2.

$$F_i = E_s \cdot \varepsilon_i \cdot Abl \leq f_y \cdot Abl \quad \text{Ec. A. 2}$$

Simultáneamente se calcula la fuerza aportada por el hormigón como:

$$F_H = 0.85f'_c a \cdot \frac{A}{c}$$

Ec. A. 3

Donde:

A : área comprimida de la sección transversal que depende de c.

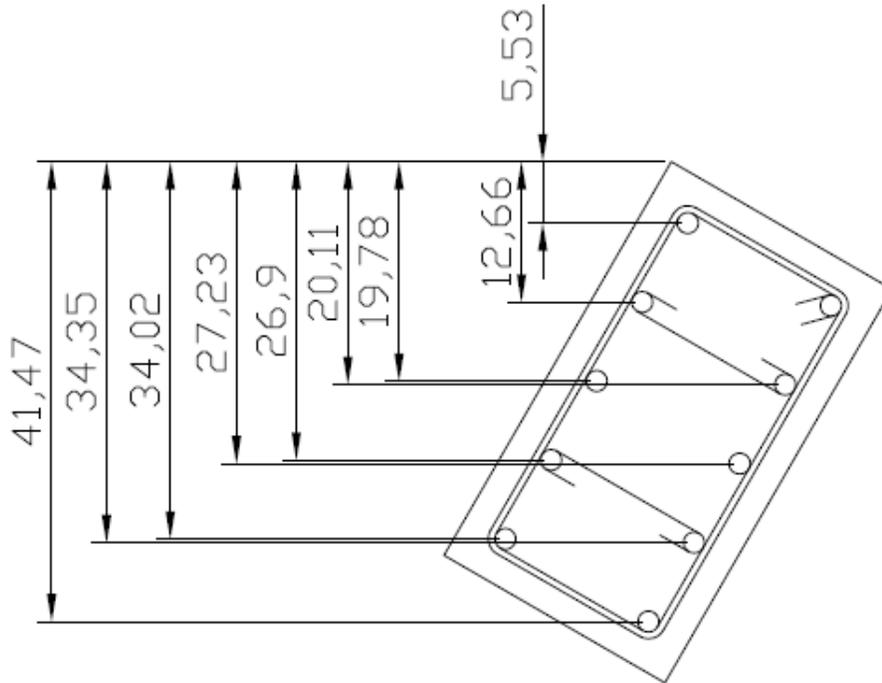


Figura A. 1: Espécimen CDS30 (dimensiones en cm)

El área se calcula con la ecuación Ec. A. 4.

$$A = \frac{c^2}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} - \frac{(c - b_y \sin \alpha)^2}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$$

Ec. A. 4

Donde:

α : ángulo de inclinación de la carga

La carga axial que tiene la columna en su condición última se obtiene de la ecuación Ec. A. 5.

$$P = \sum_i F_i + F_H$$

Ec. A. 5

La columna del ejemplo fue ensayada con una carga axial de $P=533787$ [N].

Para encontrar c, se programó todo esto en una hoja de Excel y utilizando la herramienta de solver se impuso que la ecuación Ec. A. 5 tuviese el valor de la carga axial aplicada en el

ensayo. De esta forma, se logra determinar el eje neutro, c . En la Tabla A. 2 se presentan los cálculos hechos una vez obtenido c , y en la Tabla A. 3 se presenta la posición del eje neutro junto con el área de la sección comprimida.

Tabla A. 2: Resultados de las ecuaciones Ec. A.1 a Ec. A.3 y Ec. A.5.

	y_i [mm]	ε_i	Condición	f_i [Mpa]	F_i [N]	P [N]
conc	-	-	-	-	948498	533787
A1	414.7	0.0042	Fluye	441	-125111	-
A2	343.5	0.0030	Fluye	441	-125111	-
A3	340.2	0.0029	Fluye	441	-125111	-
A4	272.3	0.0017	No Fluye	310	-87945	-
A5	269.0	0.0017	No Fluye	300	-85038	-
A6	201.1	0.0005	No Fluye	89	-25230	-
A7	197.8	0.0004	No Fluye	79	-22323	-
A8	129.8	0.0007	No Fluye	133	37573	-
A9	126.6	0.0008	No Fluye	142	40391	-
A10	55.3	0.0020	No Fluye	364	103194	-

Donde:

A_i: Corresponde a la numeración de las barras, partiendo por la más lejana al extremo comprimido.

Tabla A. 3: Posición del eje neutro y valor del área comprimida de la sección

c [mm]	Area [mm ²]
172	30530

Anexo B: Base de datos detallada

Tabla B. 1: Detalle de la base de datos para columnas de geometría cuadrada

Especimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm2]	fyt[Mpa]	s [mm]	n*barras	dbl[mm]	fyl[Mpa]		
Maruyama and Jirsa (1979)													
^(m) Monotonic	30.0	305	305	219	0	57	469	65	8	19	448	267	1.0*
00-V-0-I	35.0	305	305	219	0	57	469	65	8	19	448	258	-
00-V-0-S	35.0	305	305	219	0	57	469	65	8	19	448	264	0.99
Ramirez and Jirsa (1980)													
120C-U	30.7	305	305	219	533787	57	448	65	8	19	448	280	-
Woodward and Jirsa (1980)													
^(m) O-86-14-DM	41.0	305	305	219	0	57	503	65	8	19	483	245	-
^(m) C-86-14-DM	36.2	305	305	219	533787	57	503	65	8	19	455	302	-
Joh and Shibata (1984)													
SS-0-N0	22.9	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	215	1.0*
SS-0-N1	23.3	300	300	222	349860	57	307	63	8	19	390	267	1.0*
SS-0-N2	23.2	300	300	222	696780	57	307	63	8	19	390	266	1.0*
SS-45-N0	26.9	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	209	0.97
SS-45-N1	23.7	300	300	222	355740	57	307	63	8	19	390	260	0.97
SS-45-N2	25.9	300	300	222	776160	57	307	63	8	19	390	263	0.99
SS-22.5-N0	22.3	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	211	0.98
SS-22.5-N1	21.9	300	300	222	327810	57	307	63	8	19	390	234	0.88
SS-22.5-N2	24.7	300	300	222	740880	57	307	63	8	19	390	265	1.00
Arakawa et al. (1989)													
0A0	31.6	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	101	1.0*
0A2	31.8	180	180	132	190321	57	249	64	8	13	340	133	1.0*
0A4	33.8	180	180	132	381215	57	249	64	8	13	340	148	1.0*
0A5	33.0	180	180	132	476169	57	249	64	8	13	340	131	1.0*
2A0	31.9	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	93	0.93
2A2	32.2	180	180	132	190125	57	249	64	8	13	340	113	0.85
2A4	30.8	180	180	132	380859	57	249	64	8	13	340	132	0.89
2A5	30.2	180	180	132	476267	57	249	64	8	13	340	141	1.07
4A0	33.9	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	96	0.95
4A2	30.1	180	180	132	190083	57	249	64	8	13	340	113	0.85
4A4	31.6	180	180	132	381361	57	249	64	8	13	340	132	0.89
4A5	30.6	180	180	132	476509	57	249	64	8	13	340	128	0.98

(Continuación Tabla B.1)

Especimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm2]	fyt[Mpa]	s [mm]	n°barras	dbl[mm]	fyl[Mpa]		
Mizoguchi et al. (1990)													
0V04(+)	26.5	180	180	132	380643	85	273	41	8	13	342	137	1.0*
0V04(-)	26.5	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	95	1.0*
0V15(+)	25.8	180	180	132	475994	85	273	41	8	13	342	139	1.0*
0V15(-)	25.8	180	180	132	-38414	85	273	41	8	13	342	72	1.0*
0VA04(+)	26.9	180	180	132	381932	85	273	41	8	13	342	133	1.0*
0VA04(-)	26.9	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	83	1.0*
0VA15(+)	27.4	180	180	132	475645	85	273	41	8	13	342	136	1.0*
0VA15(-)	27.4	180	180	132	-95129	85	273	41	8	13	342	68	1.0*
2V04(+)	30.6	180	180	132	381405	85	273	41	8	13	342	142	1.04
2V04(-)	30.6	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	94	0.99
2VA04(+)	31.1	180	180	132	381478	85	273	41	8	13	342	140	1.05
2VA04(-)	31.1	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	94	1.14
4V04(+)	29.5	180	180	132	381338	85	273	41	8	13	342	133	0.97
4V04(-)	29.5	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	96	1.01
4V15(+)	28.5	180	180	132	475851	85	273	41	8	13	342	130	0.93
4V15(-)	28.5	180	180	132	-95170	85	273	41	8	13	342	79	1.10
4VA04(+)	29.3	180	180	132	380703	85	273	41	8	13	342	145	1.09
4VA04(-)	29.3	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	100	1.20
4VA15(+)	29.6	180	180	132	476578	85	273	41	8	13	342	143	1.05
4VA15(-)	29.6	180	180	132	-94932	85	273	41	8	13	342	89	1.30
Tran (2010)													
S.C-2.4-0.20	22.6	350	350	255	553700	57	393	125	8	20	408	219	1.0*
S.C-1.7-0.20	27.5	350	350	255	673750	57	393	125	8	20	408	294	1.0*
Pham and Li (2013)													
S2.4-30	31.4	350	350	255	769300	57	511	125	8	20	545	226	1.03
S2.4-45	29.3	350	350	255	717850	57	511	125	8	20	545	226	1.03
S1.7-30	30.1	350	350	255	737450	57	511	125	8	20	545	260	0.88
S1.7-45	29.3	350	350	255	717850	57	511	125	8	20	545	284	0.97

En la Tabla B. 1, los ensayos hechos por Mizoguchi son diez en total. La notación (+) y (-) que acompaña el nombre del espécimen corresponde al registro de la máxima resistencia alcanzada por la columna cuando está siendo cargada axialmente y a la máxima resistencia cuando está siendo tensionada axialmente, respectivamente. Por lo tanto, XVXX(+) y XVXX(-) corresponden a la misma columna en el mismo ensayo.

Tabla B. 2: Detalle de la base de datos para columnas de geometría rectangular

Especimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm2]	fyt[Mpa]	s[mm]	n°barras	dbl[mm]	fyl[Mpa]		
Umehara and Jirsa (1982)													
OUS	40.1	229	406	284	0	57	414	89	10	19	441	294	-
OUW	40.1	406	229	188	0	113	414	89	10	19	441	254	-
CMS	42.0	229	406	284	533787	57	414	89	10	19	441	383	-
CUS	34.9	229	406	284	533787	113	414	89	10	19	441	329	1.0*
CUW	34.9	406	229	188	533787	57	414	89	10	19	441	267	1.0*
2CUS	42.0	229	406	284	1067573	57	414	89	10	19	441	405	-
CDS30	42.6	229	406	284	533787	57	414	89	10	19	441	356	1.15
CDW30	42.2	406	229	188	533787	57	414	89	10	19	441	329	1.18
Joh and Shibata (1984)													
SR-0-N1	23.6	225	400	302	354270	57	307	71	8	19	390	263	1.0*
SR-90-N1	24.8	400	225	162	371910	85	307	71	8	19	390	224	1.0*
SR-30-N1	25.1	225	400	302	376320	57	307	71	8	19	390	249	0.99
SR-60-N1	26.3	400	225	162	393960	57	307	71	8	19	390	217	0.93
Tran (2010)													
R.C-1.7-0.35	27.1	250	490	379	1161913	57	393	125	8	20	408	346	1.0*
Pham and Li (2013)													
R1.7-30	31.4	250	490	379	1346275	57	511	125	8	20	545	254	0.96
R1.7-45	30.1	250	490	209	1290538	57	511	125	8	20	545	221	1.00
R1.7-60	29.3	250	490	209	1256238	57	511	125	8	20	545	190	0.98

En las Tabla B. 1 y Tabla B. 2, *Vexp/Vpre entrega la relación entre el valor experimental, Vexp, y el valor predicho utilizando las curvas de interacción basadas en la resistencia empíricas de los ejes principales de la columna, Vpre. Las columnas cuyo valor está marcado como 1.0*, corresponden a los ensayos unidireccionales utilizados para estimar las capacidades biaxiales mediante las curvas de interacción. Las columnas cuyo valor marca un “-”, no se utilizaron dentro de la sección 5.1. del capítulo 5.0., ya que no corresponden a un set de ensayo biaxial completo. Un set de ensayo biaxial completo debe tener al menos una misma columna ensayada de forma uniaxial y de forma biaxial.

Los especímenes marcados con ^(m) corresponden a los tres únicos ensayos realizados en forma monotónica.

Tabla B. 3: Capacidad al corte según los distintos métodos para columnas cuadradas

Especímen	⁽¹⁾ V _{exp} [kN]	Curvas de interacción			Análisis mecánico
		⁽²⁾ V _n (ACI)	⁽³⁾ V _n *(ACI)	⁽⁴⁾ V _n (ACI)2	⁽⁵⁾ V _n (ACI)3
Maruyama and Jirsa (1979)					
Monotonic	267	152	295	171	152
00-V-0-I	258	157	295	171	157
00-V-0-S	264	157	285	166	150
Ramirez and Jirsa (1980)					
120C-U	280	174	335	184	174
Woodward and Jirsa (1980)					
0-86-14-DM	245	168	318	183	162
C-86-14-DM	302	192	369	196	187
Joh and Shibata (1984)					
SS-0-N0	215	115	220	131	115
SS-0-N1	267	131	254	142	131
SS-0-N2	266	146	286	176	146
SS-45-N0	209	120	230	135	115
SS-45-N1	260	132	256	143	128
SS-45-N2	263	154	304	207	151
SS-22.5-N0	211	115	218	130	120
SS-22.5-N1	234	128	247	141	128
SS-22.5-N2	265	150	296	189	154
Arakawa et al. (1989)					
0A0	101	36	71	45	36
0A2	133	45	91	54	45
0A4	148	56	115	97	56
0A5	131	60	125	104	60
2A0	93	36	71	45	33
2A2	113	45	92	58	48
2A4	132	54	111	93	58
2A5	141	58	120	100	62
4A0	96	36	72	46	36
4A2	113	44	90	57	44
4A4	132	55	112	94	64
4A5	128	59	121	100	69

(Continuación Tabla B. 3)

Especímen	Curvas de interacción				Análisis mecánico
	⁽¹⁾ V _{exp} [kN]	⁽²⁾ V _n (ACI)	⁽³⁾ V _n * (ACI)	⁽⁴⁾ V _n (ACI) ²	⁽⁵⁾ V _n (ACI) ³
Mizoguchi et al. (1990)					
0V04+	137	71	139	108	71
0V04-	95	54	101	63	54
0V15+	139	75	147	113	75
0V15-	72	36	62	36	36
0VA04+	133	72	139	108	72
0VA04-	83	54	101	64	54
0VA15+	136	77	150	116	77
0VA15-	68	36	63	36	36
2V04+	142	74	145	113	79
2V04-	94	56	104	65	53
2VA04+	140	75	146	114	79
2VA04-	94	56	105	65	54
4V04+	133	74	143	112	72
4V04-	96	55	103	65	62
4V15+	130	77	152	118	76
4V15-	79	36	63	36	36
4VA04+	145	73	143	112	71
4VA04-	100	55	103	64	62
4VA15+	143	78	153	119	77
4VA15-	89	37	63	37	36
Tran (2010)					
S.C-2.4-0.20	219	141	283	136	141
S.C-1.7-0.20	294	156	316	160	156
Pham and Li (2013)					
S2.4-30	226	182	366	169	194
S2.4-45	226	176	352	164	174
S1.7-30	260	178	357	194	189
S1.7-45	284	176	352	182	174

(1) Máxima fuerza de corte medida en su ensayo

(2) Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones simples del ACI.

(3) Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones simples del ACI modificada por α y β .

(4) Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones sofisticadas del ACI.

(5) Capacidad al corte obtenida mediante el análisis mecánico utilizando las expresiones simples del ACI.

Tabla B. 4: Capacidad al corte según los distintos métodos para columnas rectangulares

Especimen	⁽¹⁾ Vexp[kN]	Curvas de interacción			Análisis mecánico
		⁽²⁾ Vn(ACI)	⁽³⁾ Vn*(ACI)	⁽⁴⁾ Vn(ACI)2	⁽⁵⁾ Vn(ACI)3
Umehara and Jirsa (1982)					
OUS	294	145	270	171	145
OUW	254	181	346	196	181
CMS	383	176	302	204	176
CUS	329	167	293	211	167
CUW	267	207	373	204	207
2CUS	405	205	332	329	205
CDS30	356	185	318	210	183
CDW30	329	204	357	213	167
Joh and Shibata (1984)					
SR-0-N1	263	146	270	176	146
SR-90-N1	224	130	230	132	130
SR-30-N1	249	144	260	165	142
SR-60-N1	217	137	242	144	150
Tran (2010)					
R.C-1.7-0.35	346	208	322	225	208
Pham and Li (2013)					
R1.7-30	254	184 ^(a)	280 ^(a)	230 ^(a)	162 ^(b)
R1.7-45	221	177 ^(a)	220 ^(a)	187 ^(a)	159 ^(b)
R1.7-60	190	173 ^(a)	186 ^(a)	171 ^(a)	157 ^(b)

⁽¹⁾ Máxima fuerza de corte medida en su ensayo

⁽²⁾ Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones simples del ACI.

⁽³⁾ Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones simples del ACI modificada por α y β .

⁽⁴⁾ Capacidad al corte obtenida mediante las curvas de interacción basadas en la capacidad uniaxial entregada por las expresiones sofisticadas del ACI.

⁽⁵⁾ Capacidad al corte obtenida mediante el análisis mecánico utilizando las expresiones simples del ACI.

^(a) Se consideró $V_s=0$ para el cálculo de la capacidad al corte uniaxial en la dirección débil debido a que $s \geq d/2$

^(b) Se consideró $V_s=0$ para el cálculo del análisis mecánico, debido a que $s \geq d/2$

Tabla B. 5: Sub-base de ensayos en columnas cuadradas

Especimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm2]	fyt[Mpa]	s [mm]	n° barras	dbl[mm]	fyI [Mpa]		
Maruyama and Jirsa (1979)													
Monotonic	30.0	305	305	219	0	57	469	65	8	19	448	267	1.00*
00-V-0-S	35.0	305	305	219	0	57	469	65	8	19	448	264	0.99
Joh and Shibata (1984)													
SS-0-N0	22.9	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	215	1.00*
SS-0-N1	23.3	300	300	222	349860	57	307	63	8	19	390	267	1.00*
SS-0-N2	23.2	300	300	222	696780	57	307	63	8	19	390	266	1.00*
SS-45-N0	26.9	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	209	0.97
SS-45-N1	23.7	300	300	222	355740	57	307	63	8	19	390	260	0.97
SS-45-N2	25.9	300	300	222	776160	57	307	63	8	19	390	263	0.99
SS-22.5-N0	22.3	300	300	222	0	57	307	63	8	19	390	211	0.98
SS-22.5-N1	21.9	300	300	222	327810	57	307	63	8	19	390	234	0.88
SS-22.5-N2	24.7	300	300	222	740880	57	307	63	8	19	390	265	1.00
Arakawa et al. (1989)													
0A0	31.6	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	101	1.00*
0A2	31.8	180	180	132	190321	57	249	64	8	13	340	133	1.00*
0A4	33.8	180	180	132	381215	57	249	64	8	13	340	148	1.00*
0A5	33.0	180	180	132	476169	57	249	64	8	13	340	131	1.00*
2A0	31.9	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	93	0.93
2A2	32.2	180	180	132	190125	57	249	64	8	13	340	113	0.85
2A4	30.8	180	180	132	380859	57	249	64	8	13	340	132	0.89
2A5	30.2	180	180	132	476267	57	249	64	8	13	340	141	1.07
4A0	33.9	180	180	132	0	57	249	64	8	13	340	96	0.95
4A2	30.1	180	180	132	190083	57	249	64	8	13	340	113	0.85
4A4	31.6	180	180	132	381361	57	249	64	8	13	340	132	0.89
4A5	30.6	180	180	132	476509	57	249	64	8	13	340	128	0.98

(Continuación tabla B.5)

Espécimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm ²]	fyt[Mpa]	s [mm]	n° barras	dbl[mm]	fyI [Mpa]		
Mizoguchi et al. (1990)													
0V04+	26.5	180	180	132	380643	85	273	41	8	13	342	137	1.00*
0V04-	26.5	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	95	1.00*
0V15+	25.8	180	180	132	475994	85	273	41	8	13	342	139	1.00*
0V15-	25.8	180	180	132	-38414	85	273	41	8	13	342	72	1.00*
0VA04+	26.9	180	180	132	381932	85	273	41	8	13	342	133	1.00*
0VA04-	26.9	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	83	1.00*
0VA15+	27.4	180	180	132	475645	85	273	41	8	13	342	136	1.00*
0VA15-	27.4	180	180	132	-95129	85	273	41	8	13	342	68	1.00*
2V04+	30.6	180	180	132	381405	85	273	41	8	13	342	142	1.04
2V04-	30.6	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	94	0.99
2VA04+	31.1	180	180	132	381478	85	273	41	8	13	342	140	1.05
2VA04-	31.1	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	94	1.14
4V04+	29.5	180	180	132	381338	85	273	41	8	13	342	133	0.97
4V04-	29.5	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	96	1.01
4V15+	28.5	180	180	132	475851	85	273	41	8	13	342	130	0.93
4V15-	28.5	180	180	132	-95170	85	273	41	8	13	342	79	1.10
4VA04+	29.3	180	180	132	380703	85	273	41	8	13	342	145	1.09
4VA04-	29.3	180	180	132	0	85	273	41	8	13	342	100	1.20
4VA15+	29.6	180	180	132	476578	85	273	41	8	13	342	143	1.05
4VA15-	29.6	180	180	132	-94932	85	273	41	8	13	342	89	1.30
Tran (2010)													
S.C-2.4-0.20	22.6	350	350	255	553700	57	393	125	8	20	408	219	1.00*
S.C-1.7-0.20	27.5	350	350	255	673750	57	393	125	8	20	408	294	1.00*
Pham and Li (2013)													
S2.4-30	31.4	350	350	255	769300	57	511	125	8	20	545	226	1.03
S2.4-45	29.3	350	350	255	717850	57	511	125	8	20	545	226	1.03
S1.7-30	30.1	350	350	255	737450	57	511	125	8	20	545	260	0.88
S1.7-45	29.3	350	350	255	717850	57	511	125	8	20	545	284	0.97

Tabla B. 6: Sub-base de ensayos en columnas rectangulares

Espécimen	Propiedades de la Sección					Refuerzo Transversal			Refuerzo Longitudinal			Vexp[kN]	*Vexp/Vpre
	f'c [Mpa]	bw [mm]	h[mm]	d[mm]	N [N]	Av[mm2]	fyt[Mpa]	s[mm]	n°barras	dbl[mm]	fyl[Mpa]		
Umehara and Jirsa (1982)													
CUS	34.9	229	406	284	533787	113	414	89	10	19	441	329	1.0*
CUW	34.9	406	229	188	533787	57	414	89	10	19	441	267	1.0*
CDS30	42.6	229	406	284	533787	57	414	89	10	19	441	356	1.15
CDW30	42.2	406	229	188	533787	57	414	89	10	19	441	329	1.18
Joh and Shibata (1984)													
SR-0-N1	23.6	225	400	302	354270	57	307	71	8	19	390	263	1.00*
SR-90-N1	24.8	400	225	162	371910	85	307	71	8	19	390	224	1.00*
SR-30-N1	25.1	225	400	302	376320	57	307	71	8	19	390	249	0.99
SR-60-N1	26.3	400	225	162	393960	57	307	71	8	19	390	217	0.93
Tran (2010)													
R.C-1.7-0.35	27.1	250	490	379	1161913	57	393	125	8	20	408	346	1.00*
Pham and Li (2013)													
R1.7-30	31.4	250	490	379	1346275	57	511	125	8	20	545	254	0.96
R1.7-45	30.1	250	490	209	1290538	57	511	125	8	20	545	221	1.00
R1.7-60	29.3	250	490	209	1256238	57	511	125	8	20	545	190	0.98

De las tablas B.5 y B.6, solo los ensayos biaxiales se ven representados en las figuras 5.1.1 y 5.1.3, ya que los ensayos uniaxiales son utilizados para estimar la capacidad biaxial, por lo que siempre estarán en uno de los ejes principales con el valor de 1,0. Los ensayos uniaxiales se identifican porque el valor de $*V_{exp}/V_{pre}$ corresponde a 1,0*.

La geometría y disposición de la armadura de cada una de las probetas de los distintos autores se presentan en las figuras: Figura B. 1, Figura B. 2, Figura B. 3, Figura B. 4 y Figura B. 5.

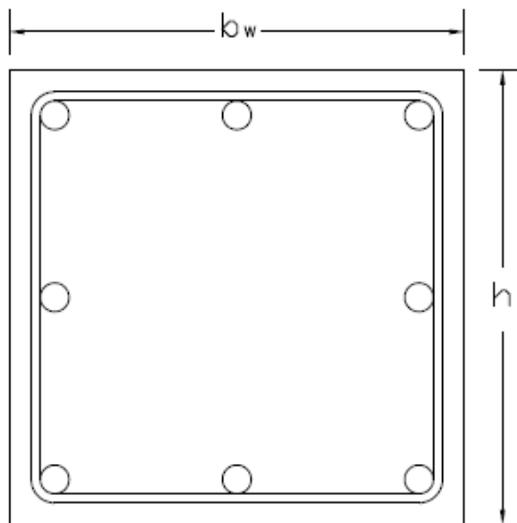


Figura B. 1: Espécimen de columna cuadrada utilizada por todos los autores a excepción de Mizoguchi (1990)

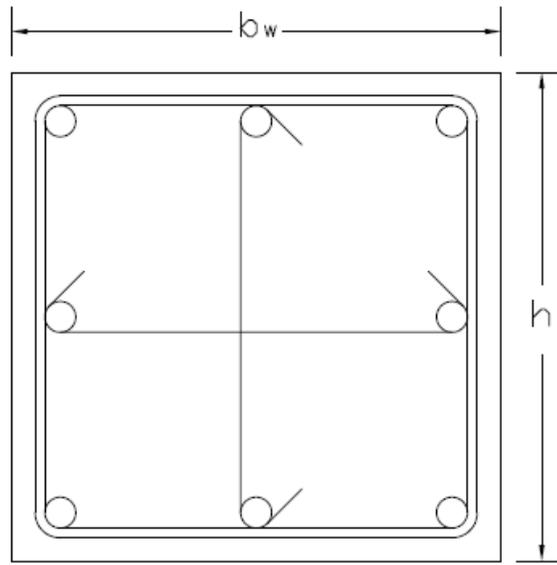


Figura B. 2: Espécimen de columna cuadrada utilizada por Mizoguchi (1990)

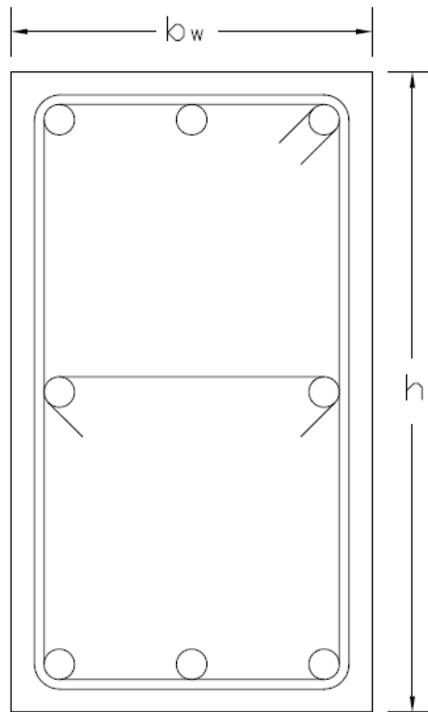


Figura B. 3: Espécimen de columna rectangular utilizada por Joh y Shibata (1984)

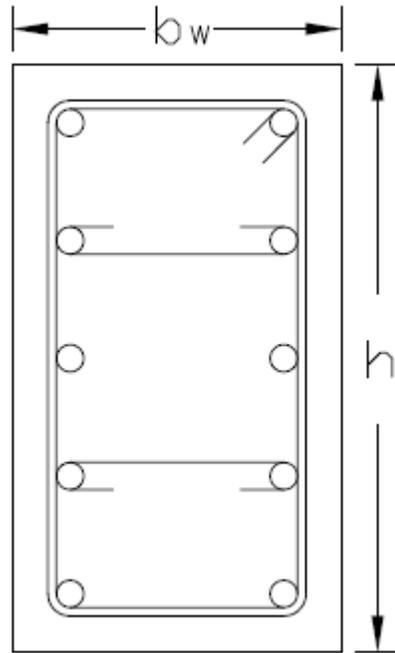


Figura B. 4: Espécimen de columna rectangular utilizada por Umehara (1984)

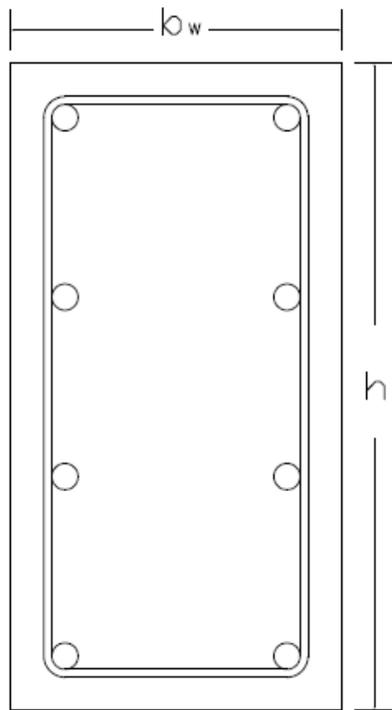


Figura B. 5: Espécimen de columna rectangular utilizada por Pham (2013)

Anexo C: Ejemplificación detallada de capacidad por análisis mecánico

En este anexo se muestra el cálculo detallado de la capacidad al corte por el análisis mecánico para una columna cuadrada y otra rectangular. La columna cuadrada considerada para el ejemplo corresponde al espécimen ensayado por Joh (1984) y llamado SS-22.5-N1 en la Tabla B. 1 del anexo B. Esta columna tiene sus ejes simétricos y fue ensayada con una inclinación de 22.5° con respecto a una de sus direcciones principales. Un esquema de la sección transversal se presenta en la Figura C. 1.

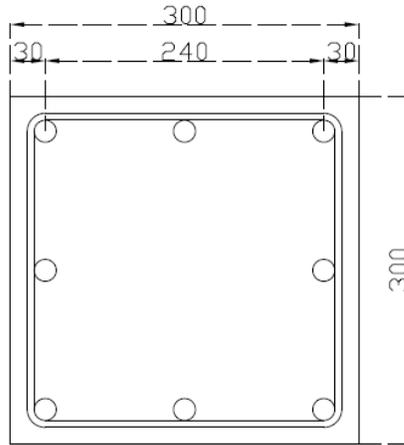


Figura C. 1: Sección transversal del espécimen SS-22.5-N1 (dimensiones en mm)

El primer paso consiste en determinar el eje neutro de la columna rotada en 22.5 grados. Para esto se utilizó el mismo procedimiento que es descrito en el Anexo A, obteniéndose la distancia desde la parte superior de la sección hasta el eje neutro igual a $c = 159 \text{ mm}$. Tomando esto en consideración se tienen 4 barras en tracción y cuatro en compresión. Con esta información se puede determinar d' que corresponde a la distancia desde el extremo en compresión de la columna, hasta el centroide de las barras en tracción. Para esto, primero es necesario conocer la distancia de las barras a la parte superior de la sección. A posición de las barras, junto con la posición del eje neutro (N.A.) y d' a determinar, se ilustra en la Figura C. 2. La posición d' se obtiene con la ecuación Ec. C. 1.

$$d' = \frac{\sum_i y_i \cdot Abl}{n \cdot Abl} \quad \text{Ec. C. 1}$$

Donde:

y_1 : posición de la barra i con respecto al punto superior de la columna, en mm

Abl : área de una barra longitudinal, en mm^2

n : número de barras longitudinales

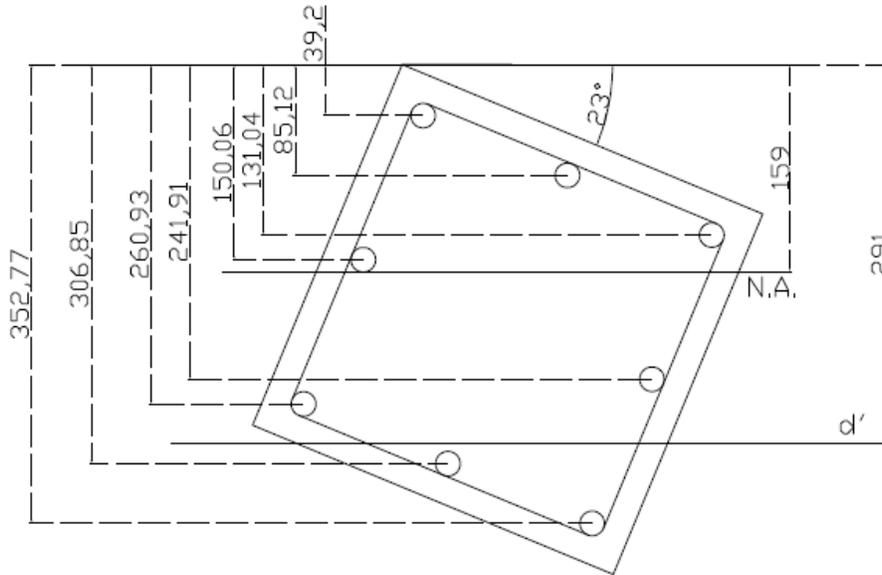


Figura C. 2: Posición de las barras, eje neutro y d' (dimensiones en mm)

Conociendo la posición de cada una de las barras se puede utilizar la ecuación Ec. C. 1:

$$d' = \frac{(352,8 + 306,9 + 260,9 + 241,9) \cdot 283,5}{4 \cdot 283,5} = 291 \text{ mm}$$

Luego, se calcula el área de la sección comprendida entre la parte superior y d' . Esto se hizo mediante la ecuación Ec. C. 2.

$$Area = (b_x \cdot b_y) - \frac{(h^* - d')^2}{\cos \alpha \sin \alpha \cdot 2} = 291 \text{ mm} \quad \text{Ec. C. 2}$$

Donde:

b_x : Alto de la columna, en mm

b_y : Ancho de la columna, en mm

h^* : Distancia desde vertical desde la esquina superior y la esquina inferior con la columna rotada en 22.5 grados. Es igual a 392 mm

α : Angulo de rotación de la columna, en grados

Luego,

$$Area = (300 \cdot 300) - \frac{(392 - 291)^2}{\cos 22,5^\circ \sin 22,5^\circ \cdot 2} = 75466 \text{ mm}^2$$

Con esta información se procede a calcular el aporte del hormigón a la capacidad al corte con la ecuación Ec. C. 3.

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{N_u}{14A_g} \right) \sqrt{f'_c} \cdot Area \text{ (Unidades S.I.)} \quad \text{Ec. C. 3}$$

Tomando los datos correspondientes al espécimen del ejemplo se tiene:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{327810}{14 \cdot 90000} \right) \sqrt{21.854} \cdot 75466 = 75578[N] = 76[kN]$$

Para este caso en particular, el aporte del refuerzo de acero a la capacidad al corte está dado por la ecuación Ec. C. 4, que se obtiene de considerar que el aporte del acero a la capacidad al corte está dado por la fuerza que ejercen los estribos proyectada en la dirección de la carga.

$$V_s = \frac{A_{bt}(f_y \cos 22.5^\circ)d'}{s} + \frac{A_{bt}(f_y \operatorname{seno} 22.5^\circ)d'}{s} \quad \text{Ec. C. 4}$$

Donde:

A_{bt} : Área de una barra transversal, en mm^2

Utilizando los datos de la columna del ejemplo en conjunto con la ecuación Ec. C. 4, se obtiene:

$$V_s = \frac{28(307 \cdot \cos 22.5^\circ) \cdot 291}{63} + \frac{28(307 \cdot \operatorname{seno} 22.5^\circ) \cdot 291}{63} = 52283[N] = 52[kN]$$

Por último, se suma la contribución del hormigón y del acero para obtener la capacidad total del elemento al corte, V_n :

$$V_n = V_c + V_s = 76 + 52 = 128 [kN]$$

Para el ejemplo de la columna rectangular se considera el mismo espécimen mostrado en la sección 3.1. Este corresponde a una columna ensayada por Umehara (1982) nombrada CDS30. Sus propiedades geométricas y de la armadura se pueden revisar en la Tabla B. 2 del anexo B. En la Figura C. 3 se muestra un esquema de la sección transversal.

La distancia entre el eje neutro y la parte superior de la columna ya rotada, se calculó en forma análoga a la mostrada en el anexo A. Como resultado se obtuvo una distancia $c = 172 \text{ mm}$, lo que deja siete barras trabajando en tensión y tres barras en compresión. Considerando esto, y conociendo la distancia de las barras a la parte superior de la sección, se puede determinar la distancia d' , ya definida anteriormente. La distancia de las barras junto con la posición del eje neutro y d' se presentan en la Figura C. 4.

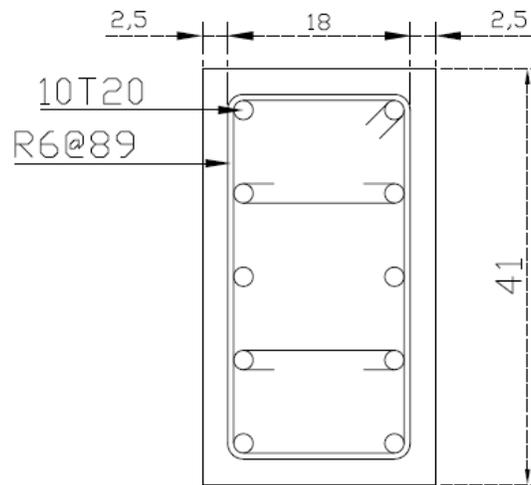


Figura C. 3: Sección transversal del espécimen CDS30 (dimensiones en cm)

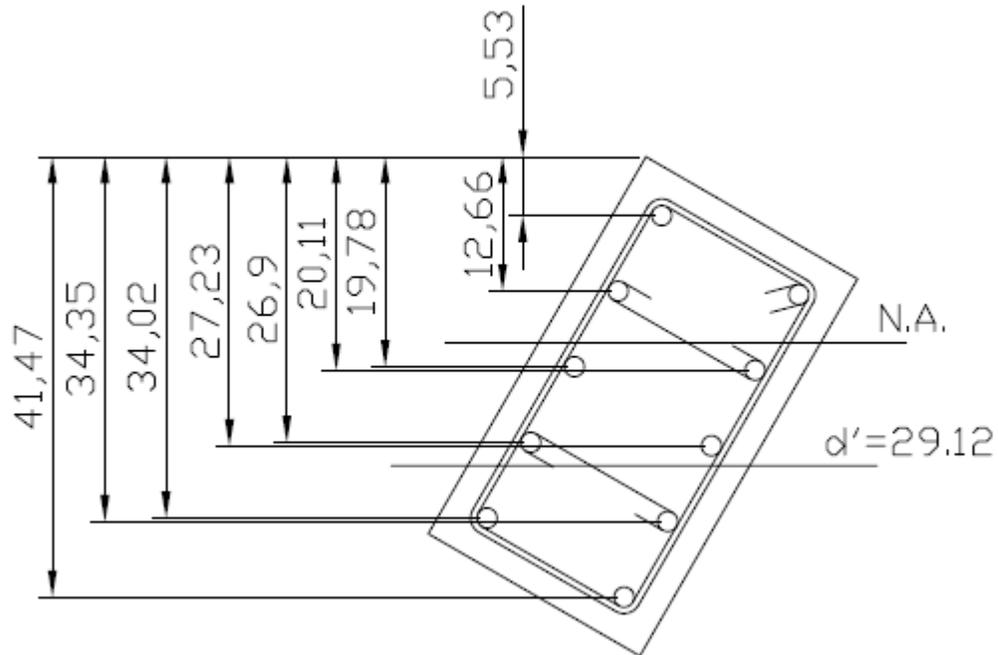


Figura C. 4: Posición de las barras, eje neutro y d' (dimensiones en cm)

Considerando la información de la Figura C. 4 junto con la ecuación Ec. C. 1, se tiene:

$$d' = \frac{(415 + 344 + 340 + 272 + 269 + 201 + 198) \cdot 284}{7 \cdot 284} = 291 \text{ mm}$$

Luego se calcula el área utilizando la ecuación Ec. C. 5.

$$Area = \frac{d'^2}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} - \frac{(d' - b_y \sin \alpha)^2}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha} \quad Ec. C. 5$$

$$Area = \frac{291^2}{\cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ} - \frac{(291 - 230 \sin 30^\circ)^2}{\cos 30^\circ \cdot \sin 30^\circ} = 62074 \text{ mm}^2$$

Con todo esto, ya se puede utilizar la ecuación Ec. C. 3, para encontrar el aporte del hormigón a la capacidad al corte:

$$V_c = 0.17 \left(1 + \frac{533787}{14 \cdot 92903} \right) \sqrt{43} \cdot 62074 = 97595 [N] = 98 [kN]$$

Para este caso en particular, el aporte del refuerzo de corte a la capacidad se puede encontrar con la ecuación Ec. C. 6

$$V_s = \frac{2A_{bt}(f_y \cos 30^\circ)d'}{s} + \frac{A_{bt}(f_y \operatorname{seno} 30^\circ)d'}{s} \quad Ec. C. 6$$

Luego,

$$V_s = \frac{2 \cdot 28(414 \cdot \cos 30^\circ) \cdot 291}{89} + \frac{28 \cdot (414 \cdot \operatorname{seno} 30^\circ) \cdot 291}{89} = 85430 [N] = 85 [kN]$$

Por último, se suman las dos contribuciones para obtener la capacidad al corte de la columna:

$$V_n = V_c + V_s = 98 + 85 = 183 [kN]$$