



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

# ANÁLISIS MECÁNICO DEL EFECTO SÍSMICO EN EL PIPING INTERIOR DE UNA CALDERA EN UNA CENTRAL TÉRMICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

DANIEL MARTÍN CERDA ESCOBAR

PROFESOR GUÍA

ALEJANDRO FONT FILAX

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

ALEJANDRO ORTIZ BERNARDIN

HUGO BAESLER CORREA

SANTIAGO DE CHILE  
2017

## **ANÁLISIS MECÁNICO DEL EFECTO SÍSMICO EN EL PIPING INTERIOR DE UNA CALDERA EN UNA CENTRAL TÉRMICA**

Un estudio reciente de modelación sísmica de una caldera ha detectado posibles colisiones entre sus elementos interiores. En particular, los haces de tubos que operan en la etapa de sobrecalentamiento y recalentamiento, chocan contra las paredes laterales de la caldera, durante un sismo. Dada la envergadura de la estructura y considerando también las condiciones de operación, no se tiene certeza de cuáles serían los efectos que puede originar el impacto de los tubos interiores. Es por este motivo, que el objetivo principal de este trabajo consiste en plantear una estrategia de solución al eventual problema de choque.

La metodología utilizada considera un modelo computacional de tubos cuyo diseño se asemeja en mayor medida a aquel indicado en los planos mecánicos de la caldera. Además, su respuesta dinámica obedece a parámetros sísmicos cuyas sollicitaciones son más exigentes, de acuerdo a lo establecido por la norma de diseño sísmica chilena.

Para determinar el máximo desplazamiento del haz de tubos durante un sismo, estos son excitados mediante una aceleración sinusoidal, cuya amplitud y frecuencia representa el movimiento del techo de la caldera. Sumada a esta respuesta armónica de los tubos, que superpone los máximos modales, se añade el ángulo de rotación que sufren al nivel de su anclaje con el techo de la caldera.

Los resultados indican que es altamente probable que ocurra una colisión entre los tubos de agua y las paredes laterales de la caldera, ya que el desplazamiento máximo que sufre la parte inferior del haz de tubos supera la holgura disponible.

Para evaluar la magnitud del impacto, se utiliza la teoría desarrollada para el contacto entre superficies sólidas (esféricas). Donde a partir de la energía almacenada como deformación elástica en el haz de tubos, se determina el trabajo de compresión que realiza la fuerza de impacto, de acuerdo al número de tubos en contacto.

Los resultados advierten que el daño no es despreciable. Se estima que la fuerza de impacto entre el tubo de agua y el tubo de pared podría alcanzar los 155 [kN], desarrollando un comportamiento en el rango plástico. Sin bien es cierto que difícilmente ocurra una ruptura catastrófica, el daño local puede ser un sitio de inicio de corrosión, causando problemas de mediano a largo plazo.

Una posible solución a este problema consiste en evitar el contacto entre tubos, al interponer una placa en la trayectoria de éstos, mitigando la deformación plástica local.

## AGRADECIMIENTOS

Parto por agradecer a mis padres, Omar y Julia, y a mi hermana Francisca, que me apoyaron y ayudaron durante toda mi etapa universitaria. Soy consciente del esfuerzo y sacrificio que hicieron, por darme una buena educación.

Mi familia en general también fue un apoyo importante, en especial mi tío Daniel, su experiencia logró orientarme en esta memoria.

Para sacar adelante este trabajo, fue fundamental la dedicación de mi profesor guía. Le agradezco su paciencia y disposición, cada vez que me recibió en su oficina. De igual forma reconozco a Walter, ya que la colaboración mutua como alumnos memoristas, me fue de gran ayuda.

Finalmente, debo agradecer a todos los amigos que hice durante mi estadía en la universidad, sobre todo aquellos del departamento de ingeniería mecánica. Fue un agrado compartir con ellos.

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Actividad Sísmica en Chile .....	1
1.2. Descripción del Problema .....	3
1.3. Motivación .....	5
1.4. Objetivos y Alcances.....	6
1.4.1. Objetivo General .....	6
1.4.2. Objetivos Específicos .....	6
1.4.3. Alcances .....	6
2. METODOLOGÍA .....	7
2.1. Estrategia de Solución General .....	7
2.2. Análisis del Modelo Integrado de la Caldera .....	8
2.3. Análisis del Modelo Local de Tubos.....	10
2.3.1. Diseño de los Tubos .....	11
2.3.2. Implementación del Modelo Computacional .....	13
2.3.3. Método de Análisis.....	14
2.4. Evaluación del Impacto.....	15
3. MARCO TEÓRICO.....	19
3.1. Conceptos Relevantes .....	19
3.1.1. Generadores de Vapor .....	19
3.1.2. Vibraciones Mecánicas .....	20
3.1.3. Energía de Deformación.....	27
3.1.4. Contacto entre Superficies Sólidas.....	29
3.1.5. Mecánica del Impacto .....	35
3.2. Criterios de Diseño Sísmico .....	40
3.2.1. Norma NCh2369.Of2003 .....	40
3.2.2. Código ASCE/SEI 7 .....	42
3.3. Código ASME.....	45
3.3.1. “Boiler & Pressure Vessel Code”.....	45
3.3.2. “Power Piping Code” B31.1.....	45
3.4. Método de Elementos Finitos.....	48
3.4.1. Softwares Utilizados en el Análisis.....	49
4. RESULTADOS.....	50
4.1. Análisis Modal del Modelo Integrado de la Caldera.....	50

4.2.	Espectro de Respuesta del Modelo Integrado de la Caldera .....	52
4.3.	Análisis Modal del Modelo Local de Tubos .....	57
4.4.	Excitación Armónica del Modelo Local de Tubos.....	58
4.5.	Energía de Deformación.....	60
4.6.	Impacto Entre los Tubos Interiores y la Pared de la Caldera .....	61
4.7.	Impacto Entre los Tubos Interiores Contra una Placa.....	66
5.	ANÁLISIS.....	69
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	73
	GLOSARIO.....	75
	BIBLIOGRAFÍA.....	76
	ANEXOS.....	77
a)	Especificaciones Técnicas SA213.....	77
b)	Especificaciones Técnicas SA210.....	79
c)	Rangos de Deformación para el Contacto Entre Tubos .....	81
d)	Línea de Flujo Plástico.....	96

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1: Parámetros generales de la carga sísmica para la caldera.....	9
Tabla 2-2: Parámetros sísmicos del espectro de diseño .....	10
Tabla 2-3: Especificaciones técnicas del piping de la caldera .....	12
Tabla 3-1: Resumen de expresiones para el cálculo de la energía de deformación .....	28
Tabla 3-2: Resumen de ecuaciones para contacto esférico .....	38
Tabla 4-1: Resultados del análisis modal, modos con mayor participación de masa.....	50
Tabla 4-2: Modos de vibración de la primera sección de tubos .....	51
Tabla 4-3: Desplazamientos nodales para distintas posiciones de la carcasa de la caldera .....	53
Tabla 4-4: Resultados de la aceleración nodal, para el nodo 1003. ....	55
Tabla 4-5: Aceleración y rotación del techo de la caldera .....	55
Tabla 4-6: Amplificación de la aceleración .....	55
Tabla 4-7: Frecuencias fundamentales de vibración del haz de tubos .....	57
Tabla 4-8: Máxima amplitud modal de la parte inferior de los tubos .....	58
Tabla 4-9: Desplazamiento sísmico para distintos métodos de combinación .....	58
Tabla 4-10: Desplazamiento angular producto de la rotación del techo .....	59
Tabla 4-11: Máxima amplitud del extremo inferior del haz de tubos .....	60
Tabla 4-12: Propiedades geométricas .....	60
Tabla 4-13: Cálculo de energía cinética de impacto .....	61
Tabla 4-14: Cálculo de la energía de impacto transmitida al contacto entre tubos.....	61
Tabla 4-15: Propiedades mecánicas de los cilindros en contacto.....	62
Tabla 4-16: Parámetros equivalentes de contacto esférico .....	62
Tabla 4-17: Límite de fluencia (contacto esférico) .....	62
Tabla 4-18: Límite elasto-plástico.....	63
Tabla 4-19: Magnitud del impacto para el contacto entre tubos perpendiculares.....	65
Tabla 4-20: Trabajo de compresión para 55 tubos en contacto.....	66
Tabla 4-21: Magnitud del impacto para 55 tubos en contacto .....	67
Tabla 4-22: Trabajo de compresión para 81 tubos en contacto.....	67
Tabla 4-23: Magnitud del impacto para 81 tubos en contacto .....	67

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1: Zona de subducción.....	1
Figura 1-2: Histograma de magnitudes para el norte de Chile.....	2
Figura 1-3: Imagen satelital de la ubicación del nuevo complejo térmico.....	3
Figura 1-4: Actividad sísmica en la zona de interés (Mejillones).....	3
Figura 1-5: Posición del haz de tubos con respecto a la pared de la caldera.....	4
Figura 2-1: Modelo integrado; (izq.) Estructura de acero, (der.) Caldera con sus elementos internos	7
Figura 2-2: Simplificación adoptada por el modelo integrado de la caldera.....	11
Figura 2-3: Geometría del modelo elaborado en ADINA.....	13
Figura 2-4: Modelo elaborado en el software ADINA.....	14
Figura 2-5: Superposición de desplazamientos;.....	15
Figura 2-6: Cilindros macizos perpendiculares en contacto .....	18
Figura 2-7: Esquema de la metodología.....	18
Figura 3-1: Circulación natural en una caldera acuotubular .....	20
Figura 3-2: Cubo diferencial bajo el efecto de la componente $\sigma_x$ .....	27
Figura 3-3: Cubo diferencial bajo el efecto de las componentes del tensor de esfuerzos .....	27
Figura 3-4: Planos de referencia para superficies en contacto .....	30
Figura 3-5: Esferas en contacto elástico, presionadas con una carga F.....	30
Figura 3-6: Cilindros paralelos en contacto elástico .....	32
Figura 3-7: Distribución de presión para los rangos de deformación .....	37
Figura 3-8: Curva de aceleración espectral .....	44
Figura 3-9: Impacto del código ASME B31 en el siglo XX .....	47
Figura 3-10: Modelo de elemento finito, elaborado para el análisis estructural de una hélice .....	49
Figura 4-1: Vibración del modelo integrado .....	51
Figura 4-2: Oscilación de la sección de tubos de sobrecalentamiento (Platen SH1) .....	51
Figura 4-3: Vista lateral de la carcasa de la caldera, con los puntos de referencia. ....	53
Figura 4-4: Distribución espacial de los nodos en la parte superior de la caldera. ....	54
Figura 4-5: Interferencias debido a la aplicación del espectro de diseño en el eje Y.....	55
Figura 4-6: Modos de vibración del haz de tubos .....	57
Figura 4-7: Respuesta armónica del haz de tubos (vista lateral).....	59
Figura 4-8: Distribución del momento nodal (vista lateral).....	61
Figura 4-9: Deformación plástica en la zona de contacto .....	65
Figura 4-10: Incremento de puntos de contacto .....	66

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

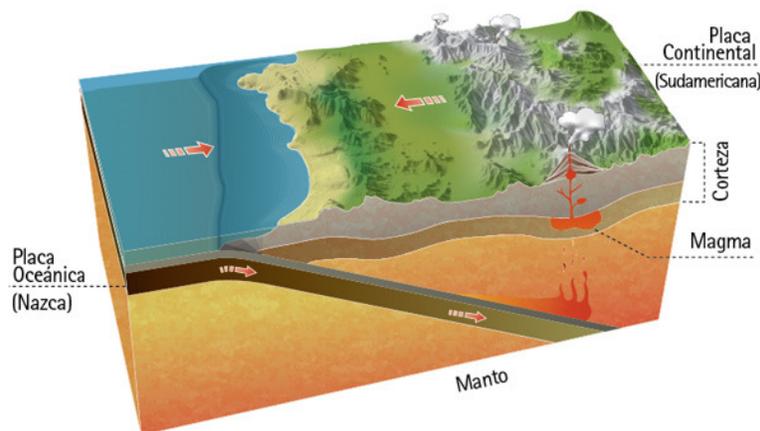
Gráfico 2-1: Espectro de diseño utilizado en el análisis de la caldera .....	9
Gráfico 3-1: Método de determinación del espectro de respuesta .....	23
Gráfico 3-2: Amplitud normalizada versus la razón de frecuencias .....	26
Gráfico 3-3: Fase de la respuesta estacionaria versus la razón de frecuencias.....	26
Gráfico 3-4: Componentes del esfuerzo debajo de la superficie (contacto esférico) .....	32
Gráfico 3-5: Componentes del esfuerzo debajo de la superficie (contacto cilíndrico) .....	34
Gráfico 3-6: Disminución del módulo de Young ante incrementos de temperatura.....	46
Gráfico 3-7: Reducción del límite de fluencia a medida que aumenta la temperatura.....	47
Gráfico 3-8: Nivel de seguridad del código B31.1 (material de los tubos de agua).....	47
Gráfico 4-1: Onda sinusoidal (Modo 41) .....	56
Gráfico 4-2: Onda sinusoidal (Modo 64) .....	56
Gráfico 4-3: Onda sinusoidal (Modo 68) .....	56
Gráfico 4-4: Onda sinusoidal (Modo 113) .....	56
Gráfico 4-5: Indentación y presión en el rango elástico.....	63
Gráfico 4-6: Indentación y presión en el rango elasto-plástico.....	63
Gráfico 4-7: Indentación y presión en el rango plástico .....	64
Gráfico 4-8: Trabajo de compresión [J] para cada uno de los tubos involucrados en el choque .....	64
Gráfico 4-9: Reducción de la fuerza de impacto, al incrementar el número de puntos en contacto .	68

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Actividad Sísmica en Chile

Chile es uno de los países más sísmicos del mundo; tan solo en el siglo XX, el territorio nacional fue epicentro<sup>1</sup> de sismos equivalentes al 35% de la energía sísmica liberada en todo el planeta en ese período.

La extensa superficie de Chile se ubica sobre la placa continental Sudamericana, cercana al límite convergente que la divide de la placa de Nazca, al oeste (Figura 1-1). Este límite corresponde a una zona de subducción, donde la placa oceánica se desliza por debajo de la placa continental, a una velocidad de convergencia de 8 a 9 cm/año<sup>2</sup>. Este movimiento tectónico de placas, acumula energía y altera el relieve nacional. En términos simples, la actividad sísmica que afecta al territorio chileno es consecuencia mayoritariamente del reacomodo de placas, mediante un proceso de ruptura que libera energía.



**Figura 1-1: Zona de subducción**  
Fuente: <http://www.energiandina.cl/>

Se ha observado que la actividad sísmica obedece a la ley de potencia de Gutenberg-Richter (1958), la cual es una correlación empírica (Ecuación 1.1) que cuantifica la relación frecuencia – magnitud de una región en particular.

$$\log_{10} N = a - bM \quad (1.1)$$

<sup>1</sup> El epicentro es la proyección superficial de la fuente donde se originan las ondas sísmicas. La fuente o foco, también denominado como hipocentro, puede situarse cerca de la superficie terrestre o a mayores profundidades.

<sup>2</sup> Fuente: <http://www.sismologia.cl/>

donde (ver Figura 1-2)

$N$  : representa la recurrencia sísmica de eventos de magnitud mayor o igual a  $M$ .

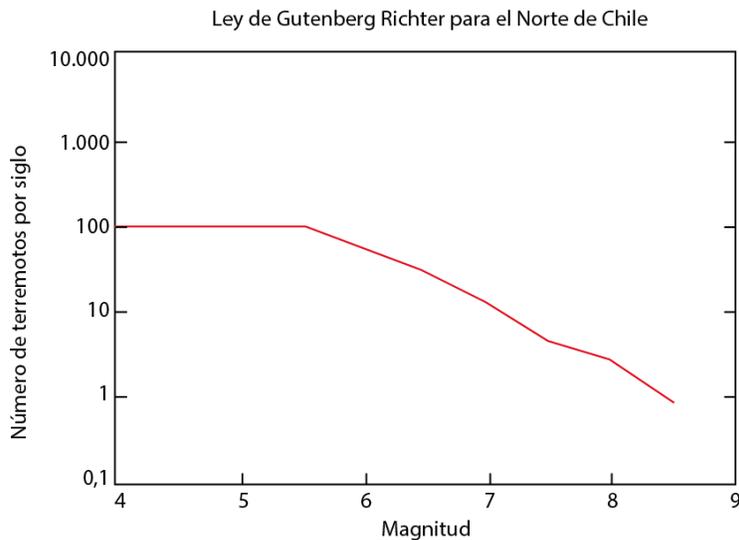
$a$  : es el número total de sismos registrados durante cierto período.

$b$  : es un coeficiente, denominado dimensión fractal, cuyo valor indica la proporción logarítmica de sismos pequeños con respecto a la cantidad de sismos grandes. Depende de la naturaleza sísmica de la región.

$M$  : es la magnitud del sismo.

Esta ley permite obtener la distribución espacio-temporal de los terremotos. Sin embargo, no es capaz de predecir la fecha exacta en que puede ocurrir un evento sísmico. De hecho, actualmente no existe ninguna organización que pueda predecir exitosamente la fecha de terremotos.

Esta realidad obliga a estudiar y tratar de comprender la cinemática y dinámica del proceso, para así poder evaluar el peligro e impacto que estos eventos representan en el país.



**Figura 1-2: Histograma de magnitudes para el norte de Chile**

Fuente: <http://www.sismologia.cl/links/aprende.html>

El estudio de las características de los terremotos ocurridos en Chile y sus efectos en la superficie, ha permitido crear ordenanzas, normas de diseño y construcción, los cuales periódicamente son modificados y ajustados con el estudio de cada nuevo terremoto que ocurre en el país. Como resultado, en general, la infraestructura y las obras civiles en Chile, han respondido satisfactoriamente en caso de terremotos, mejorando la seguridad y reduciendo los daños.

## 1.2. Descripción del Problema

Con el propósito de aumentar la capacidad eléctrica instalada en el Norte Grande, se proyecta edificar una nueva unidad de generación de potencia. Este complejo térmico, que actualmente está en construcción, será capaz de suministrar 320 MW (netos) utilizando un sistema de combustión para carbón pulverizado. La infraestructura de la nueva unidad incluye una caldera, una turbina (de alta, media y baja presión), filtros de mangas, un desulfurizador y un condensador, entre otros.

El complejo se sitúa en la bahía de Mejillones, en la zona industrial de la ciudad, aproximadamente a 60 km al norte de Antofagasta (Figura 1-3). Cabe señalar que la ubicación geográfica de la instalación corresponde a un entorno desértico, con alta sismicidad (Figura 1-4).



Figura 1-3: Imagen satelital de la ubicación del nuevo complejo térmico  
Fuente: Google Earth.

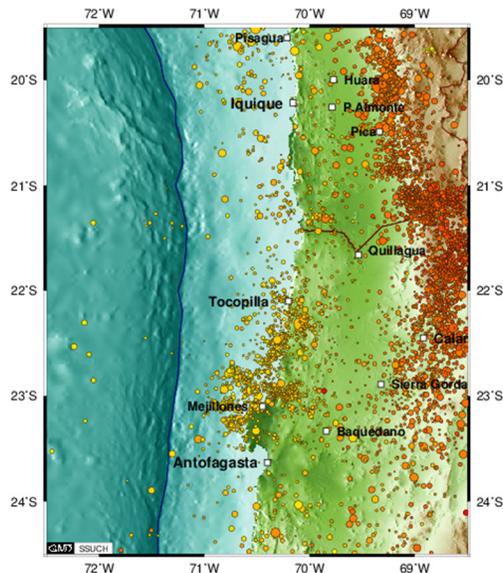
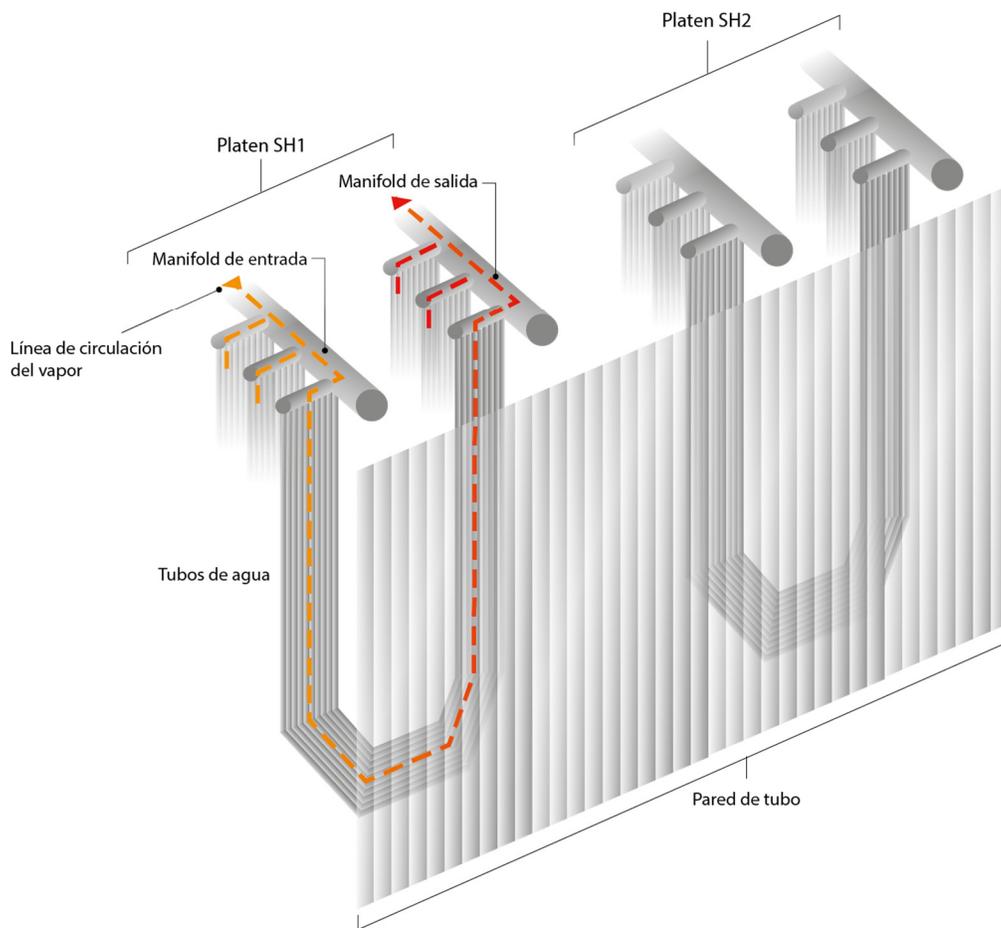


Figura 1-4: Actividad sísmica en la zona de interés (Mejillones)  
Fuente: <http://www.sismologia.cl/>

El problema se origina luego de conocer los resultados del estudio de modelación sísmica de la caldera [1], el cual ha detectado posibles interferencias en su interior. Ya que los efectos que predice la simulación, basados en la condición de operación en caliente, indican que ocurre una colisión entre los haces de tubos interiores y las paredes laterales, durante un evento sísmico.

La caldera en estudio corresponde a una de tipo acuotubular, es decir, el agua proveniente del sistema de alimentación circula por el interior de tubos. Estos extensos tubos de agua se agrupan en paquetes o haces compactos (Figura 1-5), cuya disposición al interior de la caldera favorece el intercambio térmico y permite que opere el ciclo termodinámico, el cual incluye etapas de sobrecalentamiento y recalentamiento, para incrementar la eficiencia.

Cabe mencionar que el modelo utilizado en el análisis sísmico [1], representó el haz de tubos como una sola viga de sección circular, dinámicamente equivalente.



**Figura 1-5: Posición del haz de tubos con respecto a la pared de la caldera**  
Fuente: Elaboración Propia

Actualmente no se tiene certeza acerca del comportamiento del haz de tubos, una vez que ocurre el choque. A priori, esta colisión podría ocasionar:

- Una deformación plástica local o incluso la ruptura del tubo de agua.
- La propagación de ondas de choque hacia la zona de anclaje, aumentando la magnitud de desplazamientos posteriores.
- La propagación de ondas de choque hacia la zona de anclaje, sobre-estresando la unión del manifold de distribución de agua.

Además, es posible que luego de la primera colisión, se pierda el movimiento en fase del haz de tubos, iniciándose así, un comportamiento completamente diferente que podría incrementar la intensidad del choque, causando una condición insegura y difícil de evaluar.

### 1.3. Motivación

Los servicios energéticos del país, representados en centrales eléctricas generadoras, líneas de transmisión de alto voltaje, gaseoductos y puertos, no están exentos de sufrir daños durante un sismo. Tan solo una pequeña avería originada por un movimiento telúrico, puede potencialmente resultar catastrófica, dadas las condiciones de operación y la envergadura de las obras. Es por esto que reviste un gran desafío mitigar estos peligros y optimizar su diseño y construcción.

Por lo tanto, resulta atractivo participar en la búsqueda de soluciones que requiere la industria de generación eléctrica, adaptando criterios de diseño cuando se producen daños por eventos excepcionales de carga, especialmente por sismos. De forma de asegurar un suministro de energía robusto y confiable a largo plazo.

De la misma manera, para estas instalaciones también resulta atractivo la reducción de costos en seguros de operación, al establecer que la caldera es capaz de resistir las condiciones impuestas por la norma de diseño sísmico.

## 1.4. Objetivos y Alcances

### 1.4.1. Objetivo General

El presente trabajo tiene como objetivo principal, plantear una metodología para solucionar el problema de choque de elementos al interior de la caldera de una central térmica cuando se somete a una carga sísmica, cumpliendo con el nivel de seguridad del código ASME y la Norma de Diseño Sísmica Chilena.

### 1.4.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de esta memoria son:

- Estudiar la respuesta sísmica de la caldera y comprobar si efectivamente ocurren interferencias en su interior.
- Elaborar un análisis local de los esfuerzos generados durante el sismo.
- Determinar los efectos y riesgos que pueden ocasionar las interferencias al interior de la caldera.
- Evaluar estrategias de solución al problema de choques, tomando en cuenta las altas temperaturas de operación y minimizando la intervención del equipo.

### 1.4.3. Alcances

En primer lugar, conviene recalcar que el trabajo realizado puede ser catalogado como exploratorio. Ya que no es un tema que se encuentre ampliamente abordado en normativas técnicas o artículos científicos, y tampoco se tienen referencias que indiquen que el problema ya ha sucedido antes. Es por esta razón, que el trabajo pretende entregar las bases de análisis de un rediseño del sistema de tuberías y sus estructuras asociadas, apuntando a mínimos cambios en los tubos interiores.

En ese sentido, las soluciones podrían considerar cambios en el comportamiento mecánico de los tubos o incorporar elementos anexos a la estructura que actúen como limitadores de desplazamiento o disipadores de energía.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1. Estrategia de Solución General

En términos generales, la estrategia de solución al problema planteado corresponde a un proceso que recurre a herramientas computacionales de diseño y análisis, basado en el método de elementos finitos (FEM). No obstante, también se apoya en procedimientos de cálculo, cuya teoría es capaz de describir analíticamente el fenómeno en estudio.

La obtención de resultados se realiza sobre la base de dos modelos computacionales. Uno corresponde al modelo integrado de la caldera, elaborado (previamente a este trabajo) en el software SAP2000, mientras que el otro modelo representa una subestructura local de los tubos de la caldera, utilizando el software ADINA. El modelo integrado entrega el comportamiento que se le aplicará como condición de borde a la subestructura.

El modelo integrado constituye una herramienta fundamental para comprender la respuesta sísmica de la caldera en su conjunto, ya que contiene la estructura de acero de soporte y los elementos internos (Figura 2-1). De acuerdo al tipo de análisis que se ejecute, es posible obtener los modos de vibración y su respuesta en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento. Sin embargo, dada la complejidad de la caldera (su gran cantidad de elementos), el modelo integrado adopta ciertas simplificaciones en su elaboración, con el fin de disminuir el uso de recursos computacionales. Es por este motivo que se pretende realizar nuevamente un modelo computacional de una subestructura de la caldera (los tubos interiores), cuyo diseño se asemeje en mayor medida a aquel establecido por los planos mecánicos, tomando su comportamiento de borde en base a los resultados del modelo integrado en esos puntos.

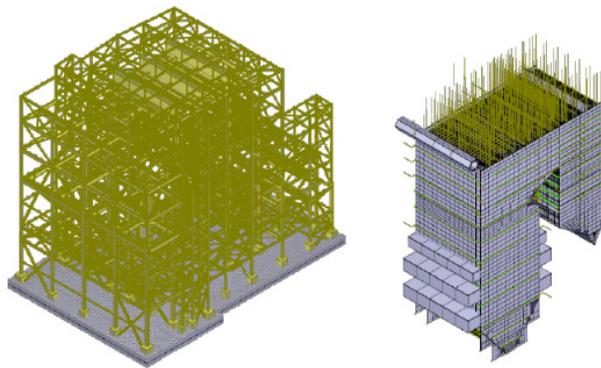


Figura 2-1: Modelo integrado; (izq.) Estructura de acero, (der.) Caldera con sus elementos internos

Fuente: [1]

Finalmente, una vez que se tiene información acerca del movimiento del haz de tubos al interior de la caldera, se procede a estudiar el problema que ocasionan las interferencias, ocurran realmente o no.

En las secciones a continuación, se profundiza en el tipo de análisis o técnicas con que se aborda el problema descrito.

## 2.2. Análisis del Modelo Integrado de la Caldera

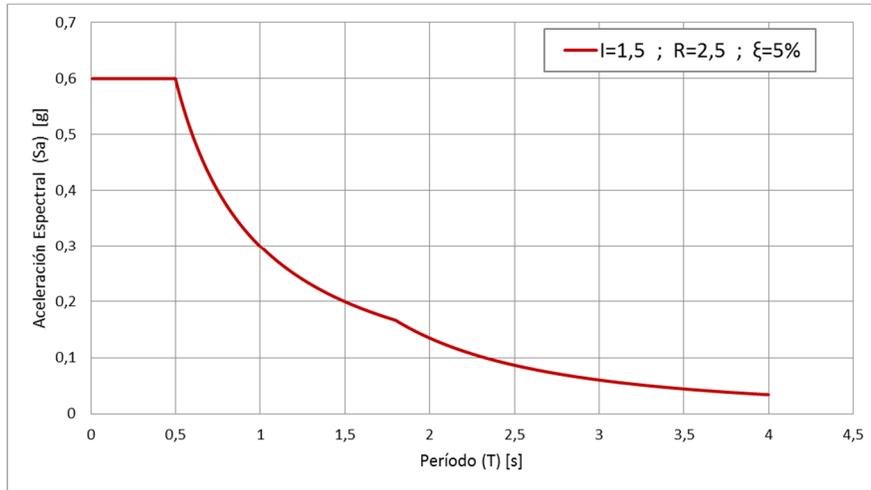
En cuanto al análisis del modelo estructural de la caldera, esta se somete a un método dinámico lineal, utilizando el mismo software donde se encuentra elaborado el modelo (SAP2000).

En primera instancia, se realiza un análisis modal, de tal forma que se pueda reconocer las frecuencias naturales y los modos fundamentales de vibración asociados a cada subestructura que compone la caldera. En ese sentido, para incorporar la respuesta de una mayor cantidad de elementos, se consideran los primeros 200 modos, de manera que la suma de participación modal de masas en cada eje sume al menos un 99% de la masa total.

El siguiente paso consiste en realizar un análisis espectral de la caldera, el cual corresponde a un método que aplica el espectro de diseño sobre la base y otorga la respuesta sísmica de la estructura. Es decir, entrega la máxima amplitud en términos de aceleración, velocidad, desplazamiento, fuerza y momento, de cualquier nodo perteneciente a la estructura.

El espectro de diseño utilizado en ingeniería sismorresistente generalmente se expresa mediante una curva de aceleración. La elaboración de esta curva se indica en la norma de diseño sísmico y corresponde a una curva de respuesta suavizada, que considera el efecto de varios sismos, mediante procedimientos estadísticos, los cuales deben ser representativos de la sismicidad propia de cada región geográfica.

En este trabajo, el espectro de diseño aplicado en el análisis de la caldera (Gráfico 2-1), fue elaborado siguiendo el procedimiento establecido en el código ASCE/SEI 7 [2], cuya selección de parámetros obedece a la categoría de la obra y a la zona donde está emplazada (Tabla 2-1).



**Gráfico 2-1: Espectro de diseño utilizado en el análisis de la caldera**

Fuente: [1]

**Tabla 2-1: Parámetros generales de la carga sísmica para la caldera**

Fuente: [1]

Categoría de Ocupación	$IV^3$
Factor de Importancia	$I = 1,5$
Parámetros de la Aceleración Espectral de Diseño	$S_{DS} = 1 g, S_{D1} = 0,5 g$
Coefficiente de Modificación de Respuesta	$R = 2,5$

Sin embargo, si se realiza el ejercicio de construir la curva de diseño para evaluar solo el sistema de piping de la caldera, de acuerdo a la normativa local [3], este análisis debiese adoptar parámetros más exigentes (Tabla 2-2); motivo por el cual, la respuesta del sistema debe ser amplificada para que el diseño de elementos mecánicos al interior de la caldera procure permanecer en el rango elástico ante sismos de gran magnitud<sup>4</sup>, respetando la práctica de la normativa local.

En concreto, la amplificación de la aceleración obedece la Ecuación (2.1) y permite ajustar los parámetros que representan el coeficiente de modificación de respuesta y la razón de amortiguamiento, de acuerdo a lo establecido por la norma sísmica chilena [3].

<sup>3</sup> Construcciones y otras estructuras denominadas como importantes, cuya falla podría poner en peligro a la comunidad.

<sup>4</sup> Aunque el código local no se refiera explícitamente a una magnitud en particular, se entiende que el sismo debe al menos superar los 8 grados en magnitud Richter.

$$A_a = A_s \left( \frac{R_{2,5}}{R_{1,5}} \right) \left( \frac{0,05}{\xi_{2\%}} \right)^{0,04} \quad (2.1)$$

donde:

$A_a$ : Respuesta amplificada de la caldera, correspondiente a la aceleración de la carcasa, g.

$A_s$ : Respuesta de la caldera, correspondiente a la aceleración de la carcasa, obtenida del análisis espectral del modelo integrado, g.

$R_i = i$  : Coeficiente de modificación de respuesta.

$\xi_j = j$  : Razón de Amortiguamiento.

**Tabla 2-2: Parámetros sísmicos del espectro de diseño**

Fuente: [3]

Clasificación Categoría C1 <sup>5</sup>	$I = 1,2$
Zonificación Sísmica 3	$A_o = 0,4 g$
Tipo de Suelo III	$T' = 0,62 s, \quad n = 1,8$
Razón de Amortiguamiento <sup>6</sup>	$\xi = 2\%$
Factor de Modificación de Respuesta <sup>7</sup>	$R = 1,5$

Finalmente, el resultado de interés luego de concluir este análisis, corresponde a obtener un registro de la aceleración y el desplazamiento que sufre la carcasa de la caldera. Ya que estos valores se utilizarán como datos de entrada para la subestructura que se simulará en el software ADINA.

### 2.3. Análisis del Modelo Local de Tubos

Como se mencionó anteriormente, el hecho que motiva realizar nuevamente una modelación de los tubos interiores de la caldera, radica en lograr una mejor aproximación del movimiento de aquella subestructura.

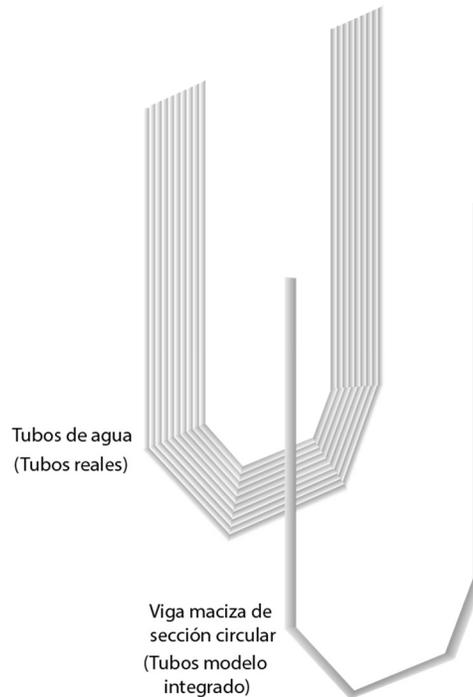
<sup>5</sup> Obra crítica o peligrosa, cuya falla involucra riesgo de incendio, explosión, etc.

<sup>6</sup> Sistema resistente que incluye a mantos de acero soldados; chimeneas; silos; tolvas; tanques a presión; torres de proceso; **cañerías**, etc.

<sup>7</sup> En estricto rigor, la normativa local no establece un valor para sistemas resistentes como tuberías. Sin embargo,  $R = 1,5$  es un valor aceptado en la industria para estos componentes mecánicos.

Esto porque el modelo integrado en el software SAP2000 posee el haz de tubos modelado como una viga maciza de sección circular (Figura 2-2); por lo tanto, al considerar la totalidad de los tubos que componen un haz, la distribución de masa puede alterar los resultados.

Además, al realizar una nueva modelación de los tubos, se puede evaluar su respuesta ante parámetros más exigentes, tal como se especifica en la sección anterior (2.2).



**Figura 2-2: Simplificación adoptada por el modelo integrado de la caldera**  
Fuente: Elaboración propia

### 2.3.1. Diseño de los Tubos

Al momento de construir el modelo computacional en el software ADINA, el diseño de los tubos se realiza conforme a las especificaciones técnicas de la caldera. Es decir, a diferencia del estudio de modelación sísmica [1], en el presente trabajo se opta por evaluar el diseño que se encuentra en los planos disponibles, con la totalidad de los tubos. También se consideran aspectos referentes a la geometría y dimensiones del tubo, los materiales de construcción y las propiedades mecánicas que se exhiben a la temperatura de operación (Tabla 2-3).

La subestructura que se modela nuevamente, corresponde a un haz de tubos perteneciente a la sección de sobrecalentamiento (“*Platen SHI*”), cuyos tubos describen una trayectoria en forma de “U” y circulan el vapor entre el manifold de entrada y salida.

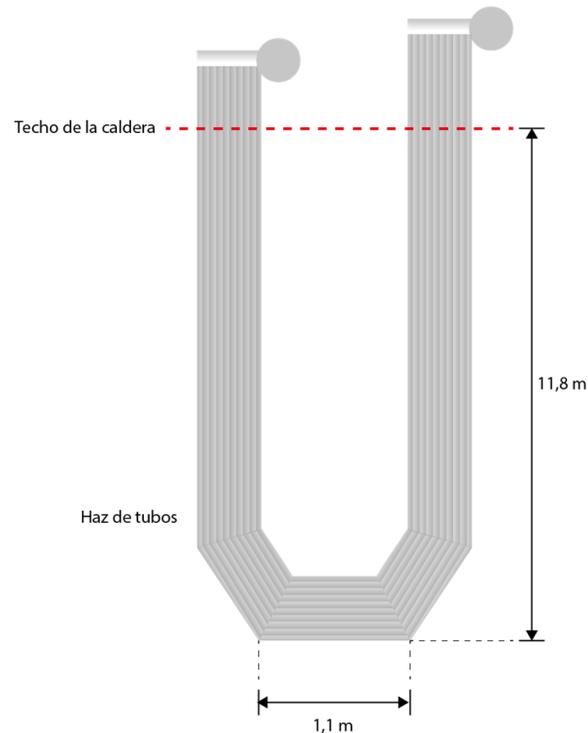
No obstante, es importante enfatizar que el modelo local considera solamente la trayectoria del tubo que se encuentra por debajo del techo de la carcasa de la caldera, ya que ese punto se toma como referencia para análisis posteriores (Figura 2-3) al imponer el movimiento de excitación a los tubos colgantes.

La unión de los tubos al techo corresponde a una soldadura de sello, la cual proporciona un grado específico de hermeticidad, evitando así el escape de gases producto de la combustión.

**Tabla 2-3: Especificaciones técnicas del piping de la caldera**

Fuente: [1]

	<b>Haces de Tubos de Agua</b>				<b>Tubos de la Pared Lateral</b>
	<b>Platen SH 1</b>	<b>Platen SH 2</b>	<b>Final SH</b>	<b>Final RH</b>	
<b>Diámetro exterior [mm]</b>	38,0	38,0	44,5	48,3	63,5
<b>Espesor [mm]</b>	4,2	4,0	4,7	4,0	8,2
<b>Material</b>	SA213-T91	Super 304H	Super 304H	Super 304H	SA210 C
<b>Temperatura de operación [°C]</b>	521	599	604	680	420
<b>Presión de diseño [MPa]</b>	21,0	21,0	21,0	5,1	-
<b>Módulo de Young [GPa]</b>	176,9	151,1	150,6	142,4	167,0
<b>Densidad [kg/m3]</b>	7.750	8.030	8.030	8.030	-
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,30	0,31	0,31	0,31	0,30



**Figura 2-3: Geometría del modelo elaborado en ADINA**  
Fuente: Elaboración propia

### 2.3.2. Implementación del Modelo Computacional

Para modelar los tubos de agua, se escoge el elemento finito tipo “viga”, con sección transversal de tubería. Su elección se justifica debido a la presencia de cargas axiales, de flexión y corte. Aunque este tipo de elemento posee aplicaciones limitadas, los grados de libertad de sus nodos permiten evaluar las cargas anteriormente mencionadas. Además, posee la ventaja que requiere menos recursos computacionales con respecto a otro tipo de elementos (de superficie o sólidos). La capacidad del software utilizado permite escoger el orden del polinomio que representa la función espacial del elemento. En este caso, se selecciona un orden de integración elevado (5<sup>o</sup> orden), para evitar elementos muy rígidos.

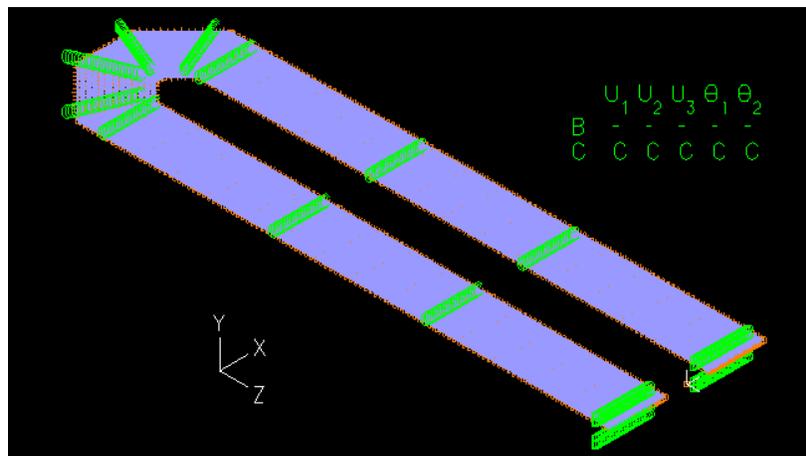
En cuanto a la densidad del mallado, con el fin de obtener una malla fina, se considera un elemento de largo fijo de 10 cm, lo cual da un total de elementos (por haz de tubos) que supera las 2.800 unidades.

Las condiciones de frontera impuestas consideran empotramiento en la parte superior del haz de tubos. Por tanto, el desplazamiento de los tubos producto de la rotación del techo de la caldera no puede ser evaluado con este modelo.

Los conectores flexibles, que unen los tubos que componen el haz, se representan como enlaces rígidos, los cuales restringen los grados de libertad de nodos adyacentes.

Como carga permanente, sólo se toma en cuenta el peso propio de la estructura, debido a la acción de la aceleración de gravedad. Si bien es cierto que los tubos transportan fluido de trabajo, dadas las condiciones de operación de la caldera, este fluido corresponde a vapor sobresaturado, por lo que no representa una masa considerable que deba ser añadida.

En la siguiente Figura (2-4) se muestra una vista de la construcción del modelo, en el software ADINA.



**Figura 2-4: Modelo elaborado en el software ADINA**

Fuente: Elaboración Propia

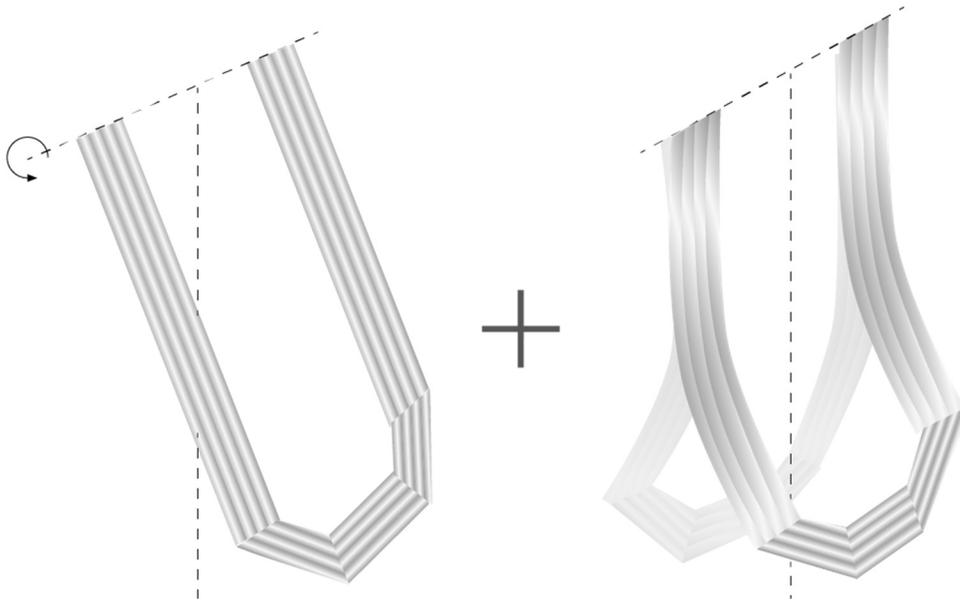
### 2.3.3. Método de Análisis

El primer paso consiste en ejecutar un análisis modal del haz de tubos, con el fin de obtener el período de oscilación con su respectiva participación de masa.

Luego, para recrear el movimiento del haz de tubos durante un sismo, se procede a excitar periódicamente la subestructura al nivel de anclaje o empotramientos de los tubos (en el techo de la caldera). Esta excitación armónica se representa como una aceleración sinusoidal, cuya amplitud coincide con aquel valor (amplificado) obtenido del modelo integrado. Las frecuencias de excitación de esta aceleración, corresponden a las frecuencias naturales de vibración de la carcasa de la caldera, cuyo valor se encuentra más cercano a la frecuencia de los tubos (para poder evaluar resonancia) e involucran mayor participación de masas.

Una vez concluida esta simulación, el software es capaz de entregar el desplazamiento máximo que sufren los tubos (su respuesta estacionaria), al ser excitados con distintos modos. Posteriormente, se utiliza un método de combinación modal (SRSS y CQC) para superponer los desplazamientos del sistema, y así obtener un valor representativo del movimiento de los tubos.

Dado que el modelo en ADINA del haz de tubos no rota sobre su anclaje, el desplazamiento producto de este fenómeno se superpone. Es decir, sumada a la respuesta armónica de los tubos, se añade el ángulo de rotación que sufren los nodos del modelo integrado que se encuentran al nivel del techo de la caldera (Figura 2-5).



**Figura 2-5: Superposición de desplazamientos;**  
(izq.) Rotación de los nodos del techo, (der.) Respuesta armónica  
Fuente: Elaboración propia

## 2.4. Evaluación del Impacto

Cuantificar la magnitud del impacto, así como evaluar el daño que produce, no resulta una tarea sencilla, ya que se trata de un análisis dinámico transiente, probablemente no lineal, donde eventualmente podría superarse el límite de fluencia del material.

Si se pretende estudiar este fenómeno mediante un software de elementos finitos, se debe considerar la totalidad de la masa participante y la curva tensión-deformación del material, tanto del haz de tubos como de la pared. Además, se debe tener especial precaución con la densidad del mallado en las zonas de impacto, ya que el área inicial de contacto posee una escala microscópica.

Por estos motivos es que se dispone de un método analítico para el cálculo de las variables que determinan las características del impacto; tales como la fuerza de contacto, deformación (o indentación), presión y área de contacto, para elementos sólidos macizos.

Básicamente, este método permite relacionar el desplazamiento del haz de tubos, establecido en el punto 2.3.3, con la magnitud del impacto, mediante el concepto de energía. En este caso, la magnitud del impacto representa el primer contacto entre los tubos, o sea aquel que causa el daño local más severo. Ya que impactos posteriores tendrán menor energía. Para efectos de cálculo, el problema se resuelve fraccionando la energía de impacto de acuerdo a los puntos en contacto.

El procedimiento es el siguiente:

- a. En primer lugar, el contacto entre los tubos interiores con la pared de tubos de la caldera, será analizado como si se tratara de cilindros macizos de ejes perpendiculares (Figura 2-6), con sus respectivos diámetros y propiedades mecánicas evaluadas a la temperatura de operación. Dado que se trata de materiales disímiles (pared y tubos), el límite de fluencia que se tendrá como referencia para cálculos posteriores, será aquel de menor magnitud. Resultando ese material, el más dañado en caso de impacto.
- b. Utilizando la teoría de contacto de superficies sólidas disponible, la interferencia entre los cilindros se asocia al contacto entre dos esferas, mediante un radio equivalente. Esto permite seguir avanzando en el cálculo, ya que gran parte de las ecuaciones que se utilizan posteriormente, suponen un contacto de tipo esférico.
- c. Luego, se determina la energía cinética del sistema que puede ser disipada en el impacto. Esta cantidad de energía se calcula como la diferencia de energía, almacenada como deformación elástica, para dos posiciones distintas del haz de tubos. Estas posiciones representan el punto de desplazamiento máximo y la ubicación donde se encuentra la pared de tubos. De no encontrar interferencias, de igual forma se determina el impacto, asumiendo que la pared de tubos se encuentra al 80% del desplazamiento máximo.
- d. Posteriormente, la energía cinética ya calculada, se divide por el número de tubos en contacto, teniendo en consideración un factor de irregularidad y amplificación, además de un porcentaje de atenuación debido a pérdidas de energía por vibraciones [4]. Se utiliza la siguiente Ecuación (2.2):

$$e_i = \frac{E_i (1 - P)}{N I} A \quad (2.2)$$

donde

$e_i$ : Energía de impacto transmitida a cada tubo en contacto, J.

$E_i$ : Energía de impacto total del haz de tubos, J.

$P$ : Factor que representa las pérdidas por vibraciones en colisiones planas, %.

$N$ : Número de tubos en contacto.

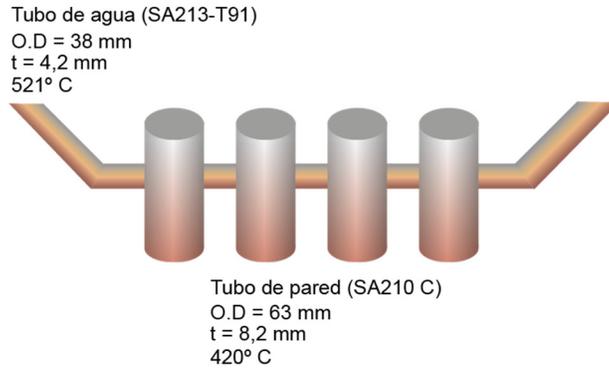
$I$ : Factor de irregularidad que considera el hecho que no todos los tubos chocan exactamente el mismo instante.

$A$ : Factor de amplificación.

- e. A través de la teoría desarrollada por la mecánica de impacto [4], es posible determinar el trabajo de compresión entre tubos, asociado a la energía previamente calculada. Trabajo de compresión cuyo valor indica en qué rango se encuentra el fenómeno; es decir, si posee un comportamiento elástico o completamente plástico (también intermedio). Esta etapa resulta necesaria ya que las ecuaciones y supuestos cambian, dependiendo de la magnitud del impacto.
- f. Una vez determinada la condición de impacto, se procede a determinar la deformación y fuerza de contacto, utilizando las ecuaciones correspondientes (Tabla 3-2).
- g. Finalmente, el choque entre dos cilindros de ejes perpendiculares se compara con aquel entre un cilindro y una placa plana, sin alterar la distancia entre ambos cuerpos. Ya que este último caso se considera como parte de una solución al problema de interferencias.

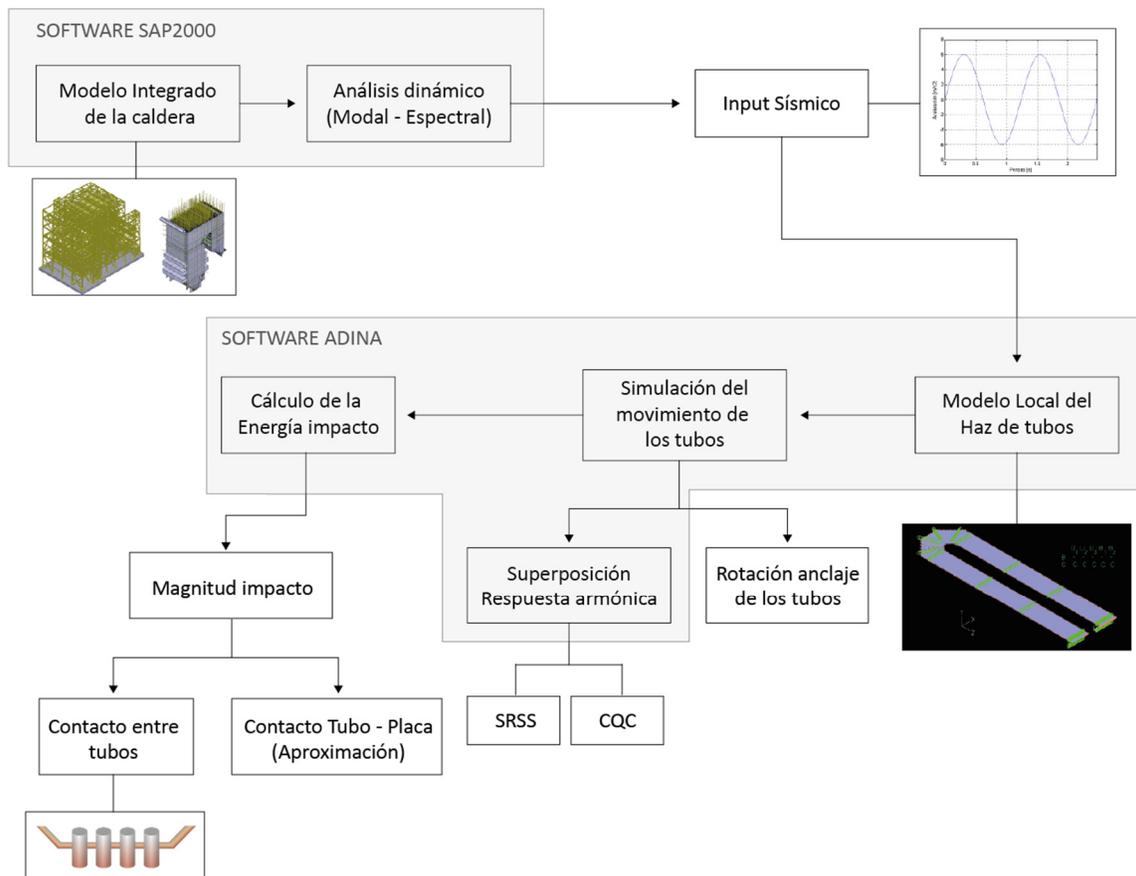
El cálculo de un valor exacto para la fuerza de impacto, por tratarse de una placa plana, no resulta una tarea sencilla. Ya que la teoría para este tipo de contacto plano no está tan desarrollada como en el caso de contacto esférico.

Dicho esto, el método propuesto en este trabajo, considera un contacto **entre tubos** que **incrementa** el número de **puntos en contacto** (proceso iterativo), de acuerdo al tamaño de la zona local deformada. Por tanto, el valor calculado de la fuerza de impacto, corresponde a una **cota superior**, ya que el contacto en un número finito de puntos (tubo contra tubo) es una condición más severa que el contacto a través de una línea continua (tubo contra placa).



**Figura 2-6: Cilindros macizos perpendiculares en contacto**  
 Fuente: Elaboración propia

A modo de resumen, en el siguiente esquema se presenta paso a paso la metodología propuesta para resolver el problema.



**Figura 2-7: Esquema de la metodología**  
 Fuente: Elaboración propia

### 3. MARCO TEÓRICO

#### 3.1. Conceptos Relevantes

##### 3.1.1. Generadores de Vapor

Un generador de vapor consiste en un grupo de equipos y dispositivos cuyo propósito es convertir el agua de alimentación en vapor a una determinada presión y temperatura, según los requerimientos del servicio [5]. Los generadores de vapor poseen un vasto repertorio de aplicaciones en la industria, tanto en la generación de potencia eléctrica, como siendo parte de diversos procesos productivos donde se requiere una línea de vapor o bien para obtener calor de proceso.

Entre los equipos básicos que forman parte de un generador de vapor, están: la caldera, el hogar, los quemadores, las cámaras de agua, la sección de recalentadores y el economizador, el calentador de aire y la planta de tratamiento del agua de alimentación.

Existen diversos tipos de generadores de vapor, cuya configuración no sólo toma en cuenta aspectos económicos, sino que también factores como el tipo de combustible, el método de calefacción, la presión de trabajo y la capacidad de almacenamiento.

Básicamente, de acuerdo al diseño de la caldera, éstas pueden ser clasificadas en acuotubulares o pirotubulares. En las primeras, el agua proveniente del sistema de alimentación circula por el interior de tubos (tubos de agua), los que se encuentran expuestos a los gases de la combustión que ocurre en el hogar. Las calderas pirotubulares son aquellas en que los gases de la combustión circulan por el interior de los tubos (tubos de humo) y el agua por el exterior.

Una clasificación más exhaustiva puede considerar otros aspectos relevantes, tales como la disposición de los tubos al interior, la posición de los cilindros que contienen agua o vapor, el tipo de combustible de calefacción y el sistema de combustión empleado.

El análisis de la circulación que tiene lugar en el interior de una caldera acuotubular, puede explicarse en base al sistema constituido por un haz simple de tubos (Figura 3-1). La energía absorbida por el tubo de ascenso es transmitida a través de su pared al agua que circula por su interior, lo que produce vaporización y por consiguiente una mezcla de líquido y vapor en el domo superior.

El tubo de descenso, por su parte, es alimentado con agua prácticamente saturada y libre de burbujas de vapor, almacenándose en el domo inferior. La diferencia de presiones gravitacionales de los fluidos ascendente y descendente, es la que causa la circulación natural en la cadera [6].

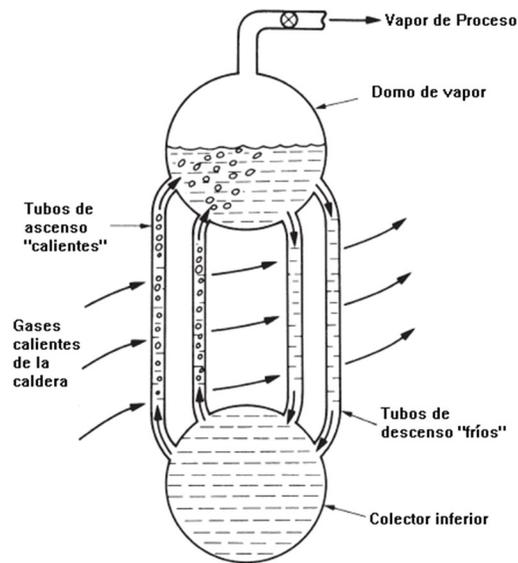


Figura 3-1: Circulación natural en una caldera acuotubular

Fuente: [6]

### 3.1.2. Vibraciones Mecánicas

Cuando un sistema estructural es sometido a una excitación que representa la acción de un sismo, la ecuación general de movimiento se escribe como:

$$M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = F(t) \quad (3.1)$$

donde:

$M$ : Matriz de masa, kg.

$C$ : Matriz de amortiguamiento, kg/s.

$K$ : Matriz de rigidez, N/m.

$F(t)$ : Fuerza de excitación externa (sismo), N.

$x$ : Vector de Desplazamientos, m.

$\dot{x}$ : Vector de Velocidades, m/s.

$\ddot{x}$ : Vector de Aceleraciones, m/s<sup>2</sup>.

Para encontrar la respuesta del sistema, ya sea a través del tiempo o simplemente su máxima amplitud, se puede utilizar el método de **superposición modal**, el cual corresponde a un procedimiento que

evalúa y superpone los modos de vibrar de la estructura, asociados cada frecuencia natural. Se entiende como modo de vibración a un vector que describe el movimiento relativo entre los grados de libertad que posee el sistema para cada frecuencia natural [7].

En términos matemáticos, la superposición modal permite resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas (Ecuación 3.1), al reducir el conjunto de ecuaciones generales de movimiento a un menor número de ecuaciones diferenciales desacopladas de segundo orden, similar al problema correspondiente a un modelo de un grado de libertad. Este método utiliza la matriz modal  $\phi$ , cuyas columnas representan los  $n$  modos de vibrar del sistema.

$$\phi = [\phi^{(1)} \phi^{(2)} \dots \phi^{(n)}] \quad (3.2)$$

Dado que los modos propios poseen la interesante propiedad que son ortogonales a las matrices de masa y rigidez, ya que constituyen una base en el espacio de solución,  $\phi$  se puede utilizar para desacoplar las ecuaciones de movimiento. Para esto se define la siguiente transformación:

$$x(t) = \phi y(t) \quad (3.3)$$

Con  $y(t)$  un vector auxiliar de desplazamiento. Al reemplazar la expresión (3.3) en la Ecuación (3.1), se obtiene:

$$M \phi \ddot{y} + C \phi \dot{y} + K \phi y = F(t) \quad (3.4)$$

Si la Ecuación (3.4) se premultiplica por la matriz modal traspuesta  $\phi^T$ , se obtienen matrices diagonales de masa y rigidez. Por lo que el sistema de ecuaciones se transforma en un sistema de ecuaciones desacoplado. Por tanto, se obtienen  $n$  ecuaciones individuales de la forma:

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + k_i y_i = r_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

El aspecto de cada ecuación que compone este sistema (3.5), es semejante al problema que representa el modelo de un grado de libertad, cuya Ecuación se expresa como:

$$\ddot{y}_i + 2 \zeta \omega_i \dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = \frac{\phi^T F(t)}{\phi^T M \phi} \quad (3.6)$$

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (3.7)$$

$$\zeta = \frac{c_i}{2 m_i \omega_i} \quad (3.8)$$

donde:

$\phi$ : Matriz modal.

$\omega_i$ : Frecuencia propia asociada a la forma modal  $\phi_i$ .

$\zeta$ : Razón de Amortiguamiento del sistema.

$k_i$ : Rigidez de la ecuación  $i$ .

$m_i$ : Masa de la ecuación  $i$ .

La respuesta de la Ecuación (3.6) se obtiene a través de algoritmos de integración directa, métodos numéricos, etc.

Finalmente, cuando ya se tiene la respuesta de las  $n$  ecuaciones individuales, es posible expresar la solución general del sistema (Ecuación 3.1) mediante la superposición de las soluciones modales, es decir:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i y_i(t) \quad (3.9)$$

Como recordatorio, a través de la respuesta libre no amortiguada del sistema (Ecuación 3.10), es posible obtener los modos naturales de vibración.

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (3.10)$$

Donde se supone que la solución armónica es de la forma:

$$x(t) = Ae^{i\omega t} \quad (3.11)$$

Al sustituir la solución (3.11) en la Ecuación (3.10), luego de reordenar términos, se logra apreciar que se trata de un problema de valores y vectores propios.

$$(K - \omega^2 M) \phi = 0 \quad (3.12)$$

Este problema tiene una solución distinta a la trivial ( $\phi = 0$ ), cuando la matriz  $(K - \omega^2 M)$  no tiene inversa. Lo que equivale a decir que su determinante es cero.

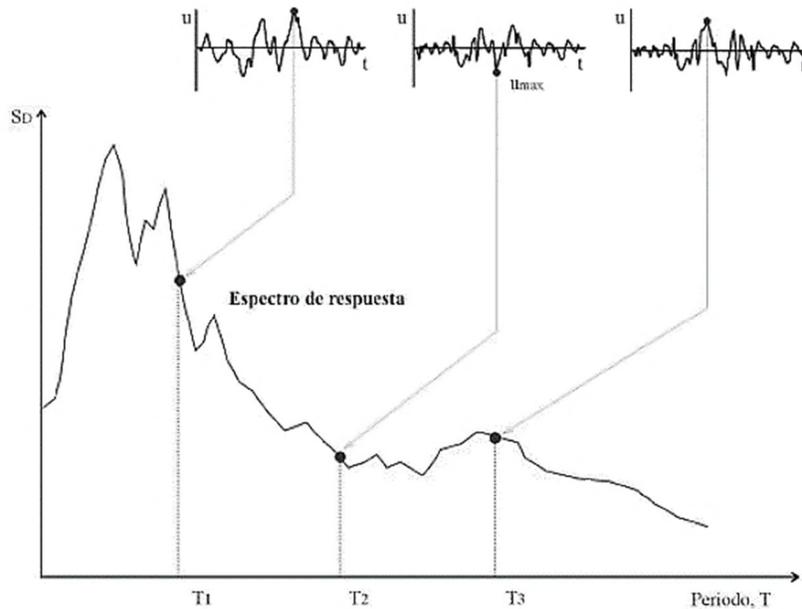
$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (3.13)$$

Esta igualdad entrega una expresión algebraica con ecuaciones  $\omega_i^2$ , a partir de la cual se pueden determinar soluciones  $\phi_i$ . En términos conceptuales,  $\omega_i$  y  $\phi_i$  representan las frecuencias naturales y los modos de vibración del sistema correspondientes.

Como se mencionó en un principio, la superposición modal constituye una herramienta útil para determinar la respuesta máxima del sistema cuando se trabaja con espectros, como método de análisis sísmico.

En forma general, se puede definir **espectro** como un gráfico de la respuesta máxima (expresada en términos de desplazamiento, velocidad, aceleración, o cualquier otro parámetro de interés) que produce una acción dinámica determinada en una estructura.

Conceptualmente, si se tiene un cuerpo representado por  $n$  osciladores simples (con diferentes períodos de vibración  $T_i$ ), el procedimiento de construcción de un espectro de respuesta implica volcar en un gráfico la respuesta máxima de cada oscilador en función del período de vibración. Para esto se debe determinar el historial de desplazamiento  $u(t)$  de los osciladores, cuando son sometidos a un registro de aceleraciones  $a(t)$ . De cierta forma, la respuesta máxima de cada oscilador con período  $T$ , representa un punto en el gráfico del espectro (Gráfico 3-1).



**Gráfico 3-1: Método de determinación del espectro de respuesta**

Fuente: <http://blog.uca.edu.ni/estructuras/files/2011/02/espectros-de-respuesta-y-de-dise%C3%B1o.pdf>

Teniendo en cuenta la Ecuación (3.1), si la fuerza de excitación externa  $F(t)$  se expresa mediante una función trigonométrica (Ecuación 3.14), se dice que el sistema obedece a una **excitación armónica**. Aunque este fenómeno no represente lo que realmente sucede en un sismo, su estudio resulta importante para desarrollar conceptos acerca de la respuesta del sistema.

$$F(t) = F_o \text{sen}(\omega t) \quad (3.14)$$

donde

$F_o$ : Magnitud o amplitud máxima, N.

$\omega$ : Frecuencia de entrada o de excitación, rad/s.

Considerando un sistema masa-resorte de un grado de libertad, la ecuación general de movimiento se escribe como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \text{sen}(\omega t) \quad (3.15)$$

En términos matemáticos, de ecuaciones diferenciales se sabe que la solución de la Ecuación (3.15) está compuesta por la suma de la solución homogénea (i.e. la solución cuando  $F_o = 0$ ) y la solución particular. La solución particular,  $x_p$ , se puede encontrar asumiendo que la respuesta tiene la misma forma que la fuerza de excitación, con una amplitud ( $X$ ) y fase ( $\theta$ ) distintas, debido al efecto de la fuerza de amortiguamiento.

$$x_p(t) = X \text{sen}(\omega t - \theta) \quad (3.16)$$

Mientras que la solución homogénea ( $x_h$ ), responde a la siguiente Ecuación (3.17):

$$x_h(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \varphi) \quad (3.17)$$

donde:

$A$  y  $\varphi$ : Constantes que vienen dadas por las condiciones iniciales del problema.

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ : Frecuencia natural del sistema.

$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$ : Razón de amortiguamiento.

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$ : Frecuencia natural amortiguada del sistema.

A partir de las ecuaciones anteriores, es posible observar que si  $t \rightarrow \infty$ , entonces  $x_h \rightarrow 0$ . Es por esto que a la solución homogénea se le denomina respuesta transiente, mientras que la solución particular recibe el nombre de respuesta estacionaria.

Usualmente los sistemas se diseñan y analizan basándose en la respuesta estacionaria, pero en algunas aplicaciones, tales como sismos, el fenómeno transiente no debe ser ignorado ya que su respuesta se vuelve más importante.

Teniendo esto último en consideración, de igual forma conviene estudiar la magnitud y fase de la respuesta estacionaria, en función de la frecuencia de excitación, cuya Ecuación (3.18) se muestra a continuación:

$$X = \frac{(F_o/m)}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta \omega_n \omega)^2}}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta \omega_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (3.18)$$

Al factorizar por  $\omega^2$  y dividir por  $f_o = F_o/m$ , se obtiene:

$$\frac{X k}{F_o} = \frac{X \omega_n^2}{f_o} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{2\zeta r}{1-r^2} \quad (3.19)$$

donde  $r = \omega/\omega_n$  es la razón de frecuencias.

En el Gráfico (3-2) y (3-3) se ilustra la amplitud normalizada y la fase, para distintos valores del factor de amortiguamiento  $\zeta$ . Es posible observar que, para los casos de amortiguamiento ligero ( $\zeta \leq 0,1$ ), la magnitud de la respuesta alcanza su valor máximo cuando la frecuencia de excitación se acerca a la frecuencia natural ( $r = 1$ ), donde también se observa un cambio de fase alrededor de la resonancia. A medida que aumenta la razón de amortiguamiento, el peak en la curva de magnitud disminuye y eventualmente desaparece.

Se debe notar que el fenómeno de resonancia ocurre cuando  $\omega = \omega_n$ , es decir, cuando la frecuencia de excitación se iguala a la frecuencia natural. Esto también corresponde a un cambio de fase de  $90^\circ$ . La resonancia, sin embargo, no corresponde exactamente al valor de  $\omega$  que maximiza la amplitud de la respuesta estacionaria. La amplitud máxima viene dada por:

$$r_{peak} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (3.20)$$

Relación que se cumple solo para sistemas con una razón de amortiguamiento menor a  $1/\sqrt{2}$ . En caso contrario, la magnitud no tiene un máximo.

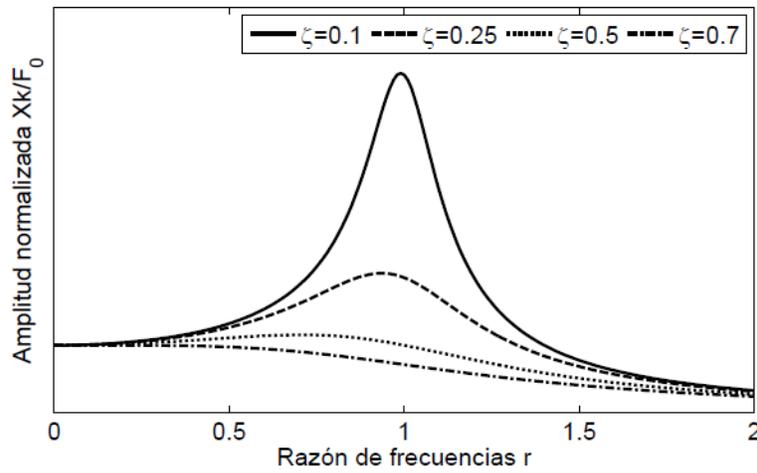


Gráfico 3-2: Amplitud normalizada versus la razón de frecuencias  
Fuente: [7]

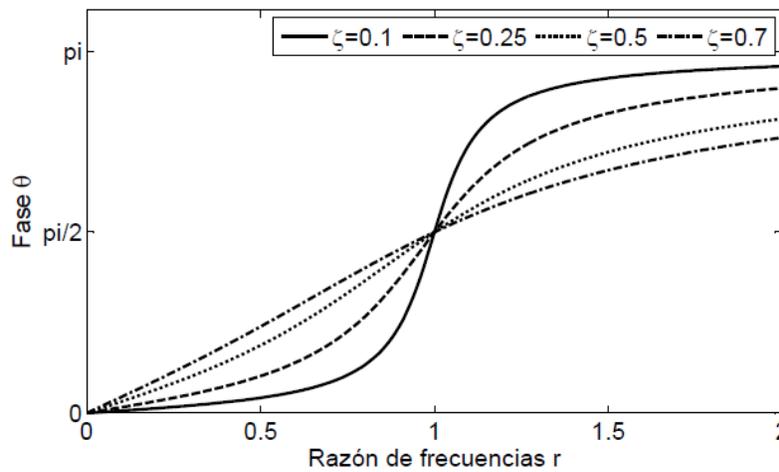


Gráfico 3-3: Fase de la respuesta estacionaria versus la razón de frecuencias  
Fuente: [7]

### 3.1.3. Energía de Deformación

La energía de deformación corresponde a la energía potencial almacenada en el interior de un cuerpo sólido deformable, como resultado del trabajo realizado por fuerzas externas. Si se trata de un cuerpo elástico, la energía interna acumulada puede eventualmente recuperarse de forma completa como trabajo mecánico [8].

En el rango de comportamiento lineal, la energía acumulada por un cubo diferencial ( $dU$ ) solo bajo el efecto del esfuerzo normal  $\sigma_x$  (Figura 3-2), se expresa mediante la Ecuación (3.21).

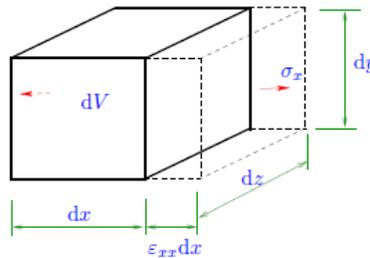


Figura 3-2: Cubo diferencial bajo el efecto de la componente  $\sigma_x$   
Fuente: [8]

$$dU = \frac{1}{2} \epsilon_{xx} \sigma_x dx dy dz = u dV \quad (3.21)$$

Ahora bien, la energía específica total (por unidad de volumen) debido a las distintas componentes del tensor de esfuerzos en un cubo diferencial (Figura 3-3), se puede determinar utilizando el principio de superposición y asumiendo que no existen efectos cruzados en el proceso de deformación. Una forma alternativa, para el caso de deformación elástica se muestra a continuación, en función de las componentes del tensor de esfuerzos.

$$u = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (3.22)$$

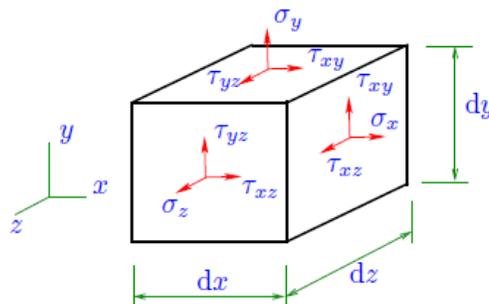
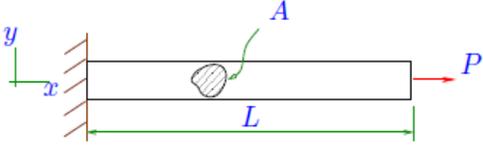
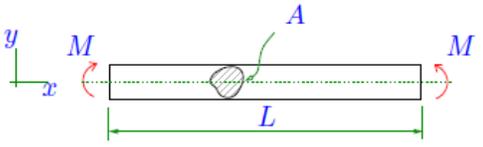
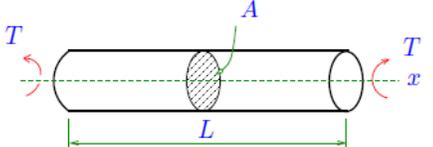
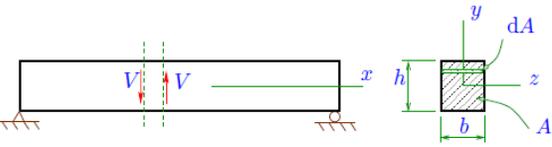


Figura 3-3: Cubo diferencial bajo el efecto de las componentes del tensor de esfuerzos  
Fuente: [8]

Cuando esta teoría se aplica a ejemplos simples, ya sea en barras, vigas o ejes, es posible expresar la energía elástica total ( $U_T$ ) en función de las cargas internas del cuerpo, tal como se muestra en la siguiente Tabla (3-1) resumen.

**Tabla 3-1: Resumen de expresiones para el cálculo de la energía de deformación**

Fuente: [8]

<p>Extensión uniforme de una barra bajo tracción</p> 	$U_T = \frac{P^2 L}{2 E A} \quad (3.23)$
<p>Viga bajo flexión</p> 	$U_T = \int_0^L \frac{1}{2 E} \frac{M(x)^2}{I_z} dx \quad (3.24)$
<p>Eje de sección circular bajo torsión</p> 	$U_T = \int_0^L \frac{T^2}{2 G J} dx \quad (3.25)$
<p>Viga de sección rectangular en cortadura</p> 	$U_T = \frac{3}{5} \int_0^L \frac{V(x)^2}{G A} dx \quad (3.26)$
<p><b>L</b>: Largo de la barra / viga / eje, m.  <b>A</b>: Área de la sección transversal, m<sup>2</sup>.  <b>E</b>: Módulo de Young, Pa.  <b>P</b>: Fuerza axial, N.  <b>M (x)</b>: Momento interno, Nm.</p>	<p><b>I<sub>z</sub></b>: Momento de Inercia, m<sup>4</sup>.  <b>T</b>: Torque, Nm.  <b>G</b>: Módulo de elasticidad transversal, Pa.  <b>J</b>: Momento polar de inercia, m<sup>4</sup>.  <b>V(x)</b>: Fuerza interna de corte, N.</p>

### 3.1.4. Contacto entre Superficies Sólidas

Cuando dos superficies sólidas se presionan entre sí, la distorsión entre ellas puede involucrar deformaciones puramente elásticas o incluso alcanzar la condición plástica, es decir, cambios permanentes en la forma.

Teóricamente, justo en el instante en que dos superficies de diferente radio de curvatura entran en contacto, éstas se tocan en un punto o a lo largo de una línea. Sin embargo, a escala microscópica, tan solo la aplicación de una pequeña carga provocará una deformación elástica que involucra un área finita de contacto, y los esfuerzos que se desarrollan en los dos cuerpos serán tridimensionales [9]. Se requiere, por tanto, una teoría capaz de predecir la forma de esta área de contacto y cómo crece en tamaño a medida que aumenta la fuerza.

Un primer análisis de este fenómeno fue presentado por Heinrich Hertz en 1881, quién elaboró su trabajo considerando los siguientes supuestos [10] :

- a) Las superficies se consideran continuas, suaves, no conformantes y sin fricción.
- b) El tamaño del área de contacto es pequeño en comparación al tamaño de los cuerpos, es decir, las deformaciones son pequeñas.
- c) El comportamiento de cada sólido puede ser considerado como un medio elástico en la vecindad de la zona de contacto.
- d) La distancia o “gap” ( $h$ ) entre las superficies no deformadas, puede ser aproximado por una expresión de la forma:

$$h = Ax^2 + By^2 \quad (3.27)$$

donde  $x$  e  $y$  son coordenadas ortogonales que pertenecen al plano tangente en común de las dos superficies (Figura 3-4). Aquella expresión implica que los contornos que satisfacen esa condición son elipses.

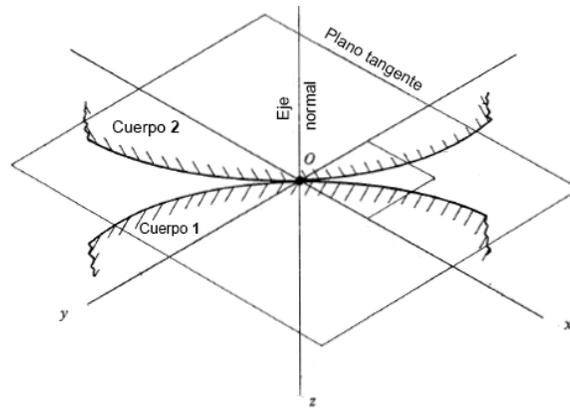


Figura 3-4: Planos de referencia para superficies en contacto  
Fuente: [4]

Los resultados que se presentan a continuación, basados en la teoría desarrollada por Hertz, permiten modelar el contacto elástico entre cuerpos cuya forma representa esferas y cilindros, principalmente.

#### Contacto entre dos esferas

Si dos esferas elásticas, de radio  $R_1$  y  $R_2$ , son presionadas en contacto con una fuerza  $F$  (Figura 3-5), el área (circular) de contacto resultante se extiende hasta un radio  $a$ , región donde la presión de contacto sigue una distribución semi-elíptica.

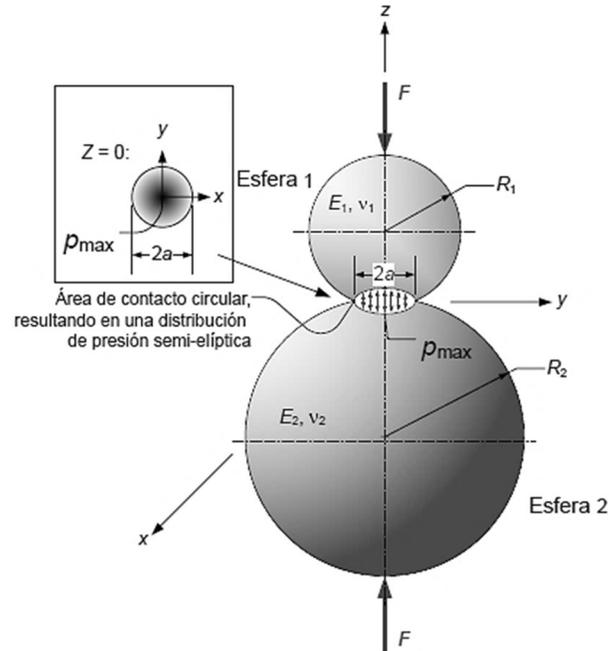


Figura 3-5: Esferas en contacto elástico, presionadas con una carga  $F$   
Fuente: <http://www.mech.utah.edu/~me7960/lectures/Topic7-ContactStressesAndDeformations.pdf>

Matemáticamente, el radio  $a$  se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$a = \left( \frac{3F R^*}{4 E^*} \right)^{1/3} \quad (3.28)$$

donde  $E^*$  es el módulo de contacto, definido como:

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (3.29)$$

y  $R^*$  el radio de curvatura efectivo, descrito como:

$$R^* = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (3.30)$$

Mientras que la distribución de presión tiene la forma:

$$p(r) = p_o \left( 1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{1/2}, \quad r \leq a \quad (3.31)$$

donde la máxima presión ( $p_o$ ), ocurre en el eje de simetría. La cual puede ser relacionada con la presión media ( $p_m$ ), a través de la expresión:

$$p_o = \frac{3}{2} p_m = \frac{3 F}{2 \pi a^2} \quad (3.32)$$

Bajo la carga  $F$ , los centros de las esferas se acercan uno al otro, este pequeño desplazamiento o indentación ( $\delta$ ) se determina como:

$$\delta = \frac{a^2}{R^*} = \frac{a \pi p_o}{2 E^*} = \left( \frac{9 F^2}{16 R^* E^{*2}} \right)^{1/3} \quad (3.33)$$

Si uno de los sólidos en contacto es una superficie plana ( $R \rightarrow \infty$ ), luego el radio efectivo adopta numéricamente el valor de la esfera opuesta.

En este caso de contacto esférico, los esfuerzos máximos ocurren en el eje  $z$  y son esfuerzos principales de compresión. El esfuerzo cortante alcanza un valor máximo ligeramente por debajo de la superficie, en  $z = 0,48 a$ , donde su valor es aproximadamente  $0,3 p_o$  (Gráfico 3-4).

Es este último esfuerzo al cual se le indica como principal responsable de la fatiga superficial de los elementos en contacto.

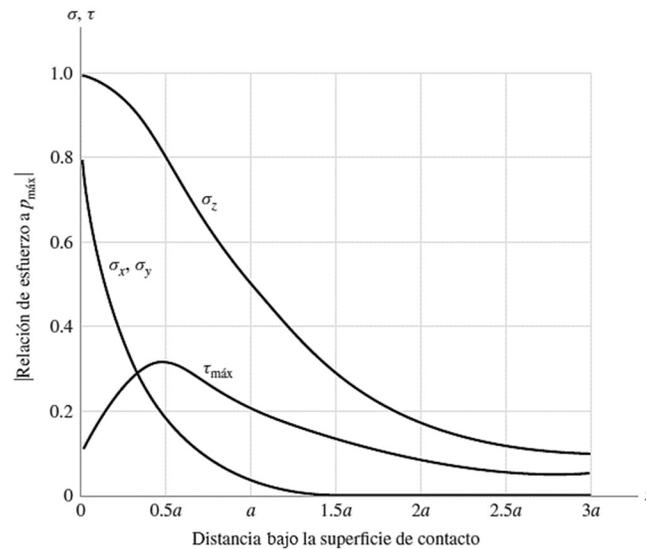


Gráfico 3-4: Componentes del esfuerzo debajo de la superficie (contacto esférico)  
Fuente: [9]

#### Contacto entre dos cilindros de ejes paralelos<sup>8</sup>

Si dos cilindros con sus ejes paralelos, de radio  $R_1$  y  $R_2$ , se presionan entre sí con una fuerza puntual de magnitud  $F$  (Figura 3-6), entonces el área de contacto es un rectángulo angosto de ancho  $2b$  y longitud  $L$ . Nuevamente, la distribución de presión es elíptica.

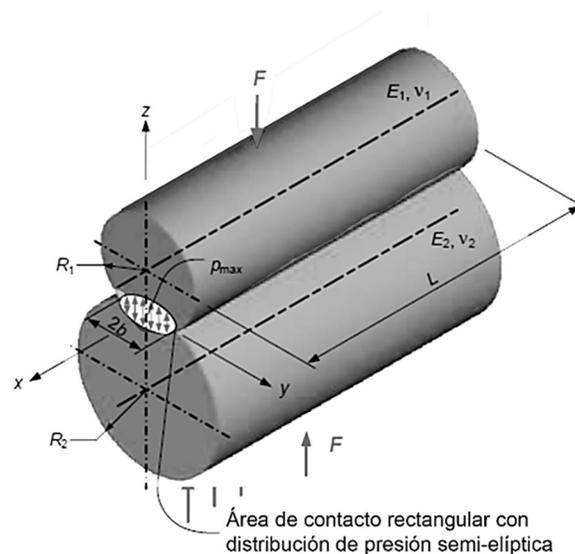


Figura 3-6: Cilindros paralelos en contacto elástico

Fuente: <http://www.mech.utah.edu/~me7960/lectures/Topic7-ContactStressesAndDeformations.pdf>

<sup>8</sup> Aunque este tipo de contacto no sea abordado directamente en esta tesis, de igual forma se presenta esta información como referencia.

El semi-ancho  $b$  está dado por la ecuación:

$$b = \left( \frac{2 F R^*}{\pi L E^*} \right)^{1/2} \quad (3.34)$$

donde  $E^*$  y  $R^*$  están definidos por la ecuación 3.29 y 3.30 respectivamente. Mientras que la distribución de presión sigue la forma:

$$p(x) = p_o \left( 1 - \frac{r^2}{b^2} \right)^{1/2} \quad (3.35)$$

La presión máxima se determina como:

$$p_o = \frac{2 F}{\pi b L} \quad (3.36)$$

Mientras que la presión media se calcula como:

$$p_m = \frac{\pi p_o}{4} \quad (3.37)$$

Ahora bien, bajo la carga distribuida  $F$ , el desplazamiento ( $\delta$ ) que sufre el centro de ambos cilindros se determina mediante:

$$\delta = \frac{(1 - \nu_1^2) \left[ \ln \left( \frac{4 R_1}{b} \right) - \frac{1}{2} \right]}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2) \left[ \ln \left( \frac{4 R_2}{b} \right) - \frac{1}{2} \right]}{E_2} \quad (3.38)$$

En el caso en que un cilindro se encuentre en contacto con un plano ( $R_2 \rightarrow \infty$ ), la ecuación anterior se reduce a:

$$\delta = \frac{F}{\pi E^*} \left[ 1 + \ln \left( \frac{L^2 \pi E^*}{P R_1} \right) \right] \quad (3.39)$$

El siguiente Gráfico (3-5) muestra el estado de esfuerzos en el eje  $z$ , para un contacto de tipo cilíndrico. Se observa que a partir de  $z = 0,436 b$ ,  $\sigma_x > \sigma_y$ . Mientras que el esfuerzo cortante máximo ocurre en  $z = 0,786 b$ , con un valor aproximado igual a  $0,3 p_o$ .

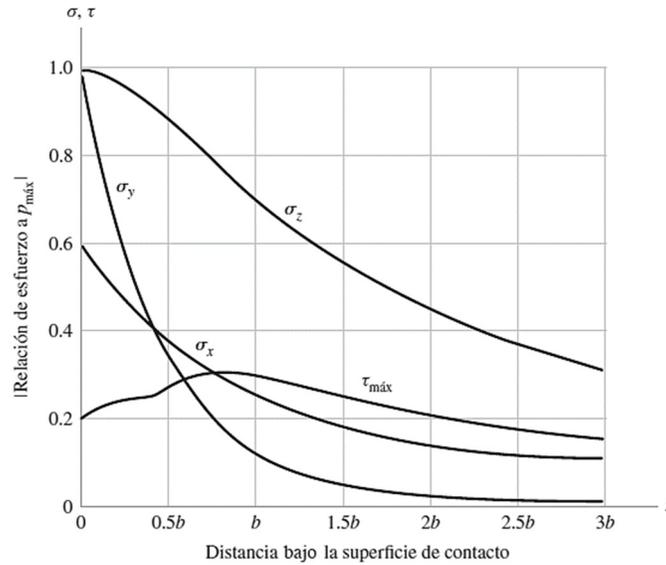


Gráfico 3-5: Componentes del esfuerzo debajo de la superficie (contacto cilíndrico)  
Fuente: [9]

### Contacto entre dos cilindros de ejes perpendiculares

Cuando se trata de dos cilindros en contacto, cualquiera sea el ángulo de inclinación de sus ejes, es posible escoger un sistema de referencia en que los perfiles en contacto satisfagan la condición (d) (Ecuación 3.27). La cual puede ser escrita de la siguiente forma:

$$h = \frac{x^2}{2R'} + \frac{y^2}{2R''} \quad (3.40)$$

donde  $R' = \frac{1}{2A}$  y  $R'' = \frac{1}{2B}$ , representan el radio de curvatura relativa. Mientras que  $A$  y  $B$  son constantes que deben satisfacer un set de ecuaciones de acuerdo al ángulo de inclinación de los ejes.

Resulta importante destacar que, para estimar el área de contacto y los esfuerzos de Hertz, se define un radio equivalente  $R_e$ , que reemplaza el término  $R^*$  en las ecuaciones de contacto esférico. Este se calcula como:

$$R_e = (R' R'')^{1/2} = \frac{1}{2} (AB)^{-1/2} \quad (3.41)$$

Mientras que, para determinar el acercamiento entre ambos cuerpos, se sugiere reemplazar  $R^*$  por  $2R_e$ , en la Ecuación (3.33) de contacto esférico. Dicho esto, en términos prácticos, cuando el ángulo de inclinación es de  $90^\circ$ , es decir, los cilindros son perpendiculares, se cumple que:  $R' = R_1$  y  $R'' = R_2$ . Por lo tanto:

$$R_e = \sqrt{R_1 R_2} \quad (3.42)$$

### 3.1.5. Mecánica del Impacto

En la práctica, cuando dos cuerpos colisionan, el hecho que se compongan de un material que presenta un comportamiento elástico y plástico, provoca que la fuerza de contacto que actúa durante el impacto, induzca tanto deformaciones locales cerca del punto de contacto, como también deformaciones globales (vibraciones) del cuerpo entero [4].

La teoría que se desarrolla en esta sección, se enfoca en las deformaciones locales, en una región de contacto que puede ser representada como un sólido no tan sólo elástico. Un supuesto importante de esta teoría, radica en el hecho que las pérdidas de energía no friccional se consideran íntegramente como deformación plástica. Es decir, no se considera la disipación de energía mediante transferencia de calor, vibraciones, etc. Además, el estudio del impacto entre ambos cuerpos, adopta un enfoque cuasi estático para la compresión de sólidos perfectamente elásticos y plásticos. Se obtiene así, mayores deformaciones plásticas que las reales.

A continuación, se presenta un breve resumen del fenómeno de impacto en cuerpos cuyo material transita desde un estado elástico hasta uno plástico.

#### a) Contacto Elástico

El contacto elástico obedece a la teoría descrita por Hertz, cuyas ecuaciones fueron enunciadas en la sección anterior (3.1.4).

La indentación elástica continúa hasta un cierto punto donde la región de contacto tiene un estado de esfuerzos que satisface el criterio de fluencia. La distribución elíptica de presión para un contacto esférico implica que la deformación elástica opera en el siguiente rango:

$$p_m \leq 1, 1Y = P_y \quad (3.43)$$

donde  $Y$  es el esfuerzo de fluencia uniaxial del material. Mientras que  $P_y$  es la presión de transición que inicia la fluencia en un punto debajo de la superficie de contacto, tanto para el criterio de Tresca y von Mises. Superado este límite, se dice que el material presenta un comportamiento elasto-plástico.

La indentación ( $\delta_y$ ), la fuerza de contacto ( $F_y$ ) y el trabajo requerido para iniciar la fluencia ( $W_y$ ), se determinan mediante las siguientes ecuaciones [4]:

$$\frac{\delta_y}{R^*} = \left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 \left(\frac{p_y}{E^*}\right)^2 \quad (3.44)$$

$$\frac{F_y}{p_y R^{*2}} = \pi \left(\frac{3\pi}{4}\right)^2 \left(\frac{p_y}{E^*}\right)^2 \quad (3.45)$$

$$\frac{W_y}{p_y R^{*3}} = \frac{2\pi}{5} \left(\frac{3\pi}{4}\right)^4 \left(\frac{p_y}{E^*}\right)^4 \quad (3.46)$$

#### b) Indentación Elasto-Plástica

Cuando se alcanza la presión de transición, comienza el flujo plástico debajo de la superficie, cuya dimensión es menor al radio de contacto  $a$ . A medida que la presión se incrementa, la región deformada plásticamente se expande; sin embargo, esta se mantiene confinada debajo de la superficie mientras se cumpla:

$$1,1 \leq \frac{p_m}{Y} \leq 2,8 \quad (3.47)$$

Aún en este estado, la indentación permanente observable es casi imperceptible, dado que la región de deformación plástica se encuentra confinada por un cuerpo elástico.

#### c) Indentación completamente Plástica

En el rango descrito anteriormente, la indentación aumenta conforme se incrementa la presión de contacto. Sin embargo, este comportamiento tiene un límite; superado el valor  $p_m = 2,8 Y$  (para contacto esférico), la deformación plástica ya no se encuentra localizada debajo de la superficie. De ahí en adelante, el radio de contacto aumenta, pero la presión media se mantiene constante. En este rango, el trabajo de compresión disipa bastante más energía que en el límite de fluencia, al menos cuatro órdenes de magnitud mayor.

En la siguiente Figura (3-7) es posible observar el comportamiento de la región de contacto y de la distribución de presión, a través de los rangos mencionados anteriormente. Aunque conviene señalar que existen diagramas más rigurosos que describen el fenómeno plástico (Anexos).

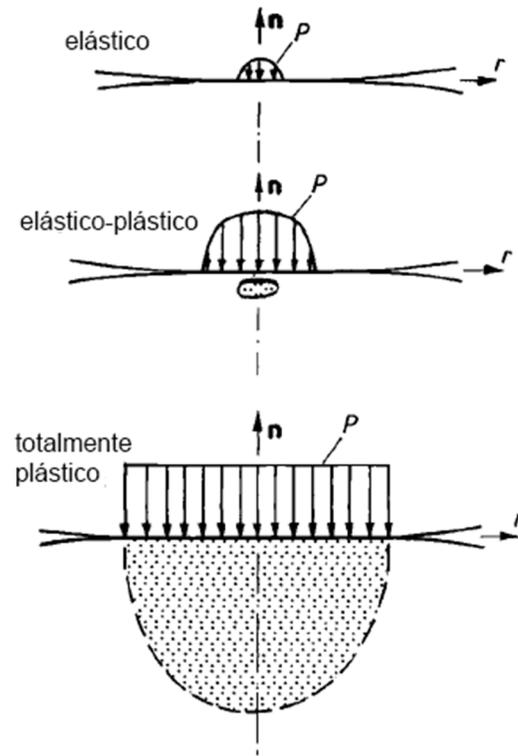


Figura 3-7: Distribución de presión para los rangos de deformación

Fuente: [4]

A continuación, se elabora un resumen de las ecuaciones (Tabla 3-2) que se aplican en las diferentes etapas que caracterizan el comportamiento del material de los cuerpos en contacto.

El objetivo es expresar la fuerza de contacto ( $F$ ), la máxima profundidad de indentación ( $\delta$ ) y el trabajo hecho por la componente normal de la fuerza ( $W$ ), en función de los parámetros de impacto y de las propiedades de los cuerpos que colisionan.

También se incluye una expresión para determinar el coeficiente de restitución ( $e_*$ ) en el rango plástico. Este coeficiente es una medida del grado de conservación de la energía cinética en un choque entre cuerpos. Un choque perfectamente elástico posee un coeficiente igual a 1, mientras que cuando su valor oscila entre 0 y 1, se habla de un choque inelástico.

Tabla 3-2: Resumen de ecuaciones para contacto esférico

Fuente: [4]

Rango Elástico		
$p_m < 1,1 Y,$	$\delta/\delta_y < 1,$	$a^2/a_y^2 = \delta/\delta_y$ ( 3.48 )
$\frac{p_m}{p_y} = \frac{a}{a_y} = \left(\frac{\delta}{\delta_y}\right)^{1/2},$	$\frac{F}{F_y} = \left(\frac{\delta}{\delta_y}\right)^{3/2},$	$\frac{W}{W_y} = \left(\frac{\delta}{\delta_y}\right)^{5/2}$ ( 3.49 )
Rango Elasto-Plástico		
$1,1 Y < p_m < 2,8 Y$	$1 < \delta/\delta_y < 84,$	$a^2/a_y^2 = 2 \delta/\delta_y - 1$ ( 3.50 )
	$\frac{p_m}{p_y} = 0,95 + 0,3 \ln\left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)$	( 3.51 )
	$\frac{F}{F_y} = \left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right) \left[0,95 + 0,3 \ln\left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)\right]$	( 3.52 )
	$\frac{W}{W_y} = 1 + 0,531 \left[\left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)^2 - 1\right] + 0,188 \left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)^2 \ln\left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)$	( 3.53 )
Rango Plástico		
$p_m = 2,8 Y,$	$\delta/\delta_y > 84,$	$a^2/a_y^2 = 2\delta/\delta_y - 1$ ( 3.54 )
	$\frac{p_m}{p_y} = 2,55$	( 3.55 )
	$\frac{F}{F_y} = 2,55 \left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)$	( 3.56 )
	$\frac{W}{W_y} = -3090 + 1,6 \left(\frac{2\delta}{\delta_y} - 1\right)^2$	( 3.57 )
	$e_* = \left\{ \frac{(2\delta/\delta_y - 1)^{3/2}}{-3090 + 1,6 (2\delta/\delta_y - 1)^2} \right\}^{1/2}$	( 3.58 )

Para cuerpos que colisionan, la energía cinética ( $T_o$ ) asociada al movimiento relativo se transforma en energía de deformación durante la compresión. Independiente de la velocidad del impacto, la energía específica absorbida durante la compresión se determina como:

$$\frac{W_c}{W_y} = \frac{5\pi}{12} \left( \frac{E^*}{3Y} \right)^4 \frac{T_o}{2YR^{*3}} \quad (3.59)$$

Se entiende como energía específica absorbida, la relación entre el trabajo de compresión ejercido por una fuerza y el trabajo que se requiere para iniciar la fluencia.

Las ecuaciones expuestas anteriormente son válidas para una indentación de tipo esférica. En cambio, en el caso que ocurra un impacto transversal entre dos cilindros, existen ciertas diferencias. Algunas de ellas son:

- Para deformaciones en dos dimensiones asociadas a cilindros largos, la fluencia se inicia a una presión media mayor que la requerida para un contacto esférico.

$$p_m = 1,5 Y \quad (3.60)$$

- Mientras que la deformación elasto-plástica termina cuando se cumple la relación:

$$p_m = 2,4 Y \quad (3.61)$$

- Los cálculos de la indentación, la fuerza y el trabajo de compresión, utilizan distintas expresiones. A modo de ejemplo, la fuerza normal requerida para iniciar fluencia, se determina mediante:

$$\frac{F_y}{Y R^*} = \frac{36 Y}{\pi E^*} \quad (3.62)$$

- La pérdida de energía interna debido a ondas elásticas en colisiones planas, depende en mayor medida del tamaño relativo entre los cilindros. A velocidades moderadas (del orden de 1 m/s) el impacto entre un cilindro con un plano, la fracción irrecuperable de energía puede alcanzar el 28% de la energía cinética inicial, para un acero.

## 3.2. Criterios de Diseño Sísmico

### 3.2.1. Norma NCh2369.Of2003

En términos generales, las normas y códigos son documentos que contienen los mínimos requerimientos para la selección de materiales, dimensiones, diseño, manufactura, construcción, montaje, pruebas e inspección, de tal forma que se garantice la seguridad e integridad del sistema en estudio. Estos documentos son preparados y actualizados por comités cuyos miembros por lo general son representantes de la industria, del gobierno, universidades, organizaciones internacionales, instituciones técnicas, asociaciones profesionales, etc.

La norma Chilena NCh 2369.Of2003 de “Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales” [3], es aquel documento que refleja los últimos avances del diseño sísmico en Chile, cuya práctica ha progresado gracias a la experiencia adquirida en eventos sísmicos pasados, particularmente los de 1960 y 1985.

En cuanto a su alcance y campo de aplicación, esta normativa técnica establece requisitos para el diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales, ya sean livianas o pesadas. Además, no solo se aplica a estructuras propiamente tal, sino también a sistemas de ductos y cañerías, a los equipos de proceso (mecánicos y eléctricos) y sus anclajes. No obstante, esta norma no se aplica a otros tipos de estructuras tales como centrales nucleares, centrales de energía eléctrica y líneas de transmisión, etc.

Se trate de una obra dentro del campo de aplicación o no, la acción sísmica se puede especificar de las siguientes formas:

- a) Mediante coeficientes sísmicos horizontales y verticales, aplicables al peso de las diversas partes que componen el sistema.
- b) A través de espectros de respuesta de sistemas lineales de un grado de libertad para los movimientos de traslación horizontal y vertical del suelo de fundación.
- c) Otorgando valores descriptivos del movimiento del suelo, tales como los máximos de la aceleración, velocidad y desplazamiento del suelo, tanto en dirección horizontal como vertical.

- d) Mediante acelerogramas reales o sintéticos debidamente formulados para los movimientos horizontal y vertical del suelo de fundación.

En este trabajo es de particular interés el método de análisis elástico dinámico (b), el cual utiliza un espectro de diseño que se determina mediante la siguiente expresión<sup>9</sup>:

$$S_a = \frac{2,75 A_o I}{R} \left( \frac{T'}{T} \right)^n \left( \frac{0,05}{\xi} \right)^{0,4} \quad (3.63)$$

$$\text{Con } S_a \leq I C_{max} g$$

donde

$S_a$ : Aceleración espectral de diseño para acción sísmica horizontal.

$A_o$ : Aceleración efectiva máxima del suelo, según zonificación sísmica.

$I$ : Coeficiente de importancia, cuyo valor está ligado a la categoría de la obra. Una obra crítica<sup>10</sup> de categoría C1 posee un coeficiente igual a 1,2. Es decir, amplifica la aceleración espectral de diseño.

$R$ : Factor de modificación de la respuesta estructural. Para estructuras diseñadas para permanecer elásticas, toma un valor igual a 1. El valor  $R = 4$ , corresponde a un límite superior, donde se espera mayor incursión del sistema en el rango dúctil.

$T', n$ : Parámetros relativos al tipo de suelo de fundación.

$T$ : Período de vibración del modo considerado.

$\xi$ : Razón de amortiguamiento.

En esta norma también se indica que los esfuerzos y deformaciones sísmicas se deben calcular superponiendo los valores máximos modales por el método de la combinación cuadrática completa (CQC), de acuerdo a las siguientes fórmulas:

$$S = \sqrt{\sum_i \sum_j C_{ij} S_i S_j} \quad (3.64)$$

$$C_{ij} = \frac{8 \xi^2 r^{1,5}}{(1+r)(1-r)^2 + 4 \xi^2 r(1+r)} \quad (3.65)$$

$$r = \frac{T_i}{T_j} \quad (3.66)$$

<sup>9</sup> Ecuación 5-5 en la sección 5.4.2 de [3]

<sup>10</sup> Obra crítica se refiere a una obra cuyo funcionamiento es esencial o vital, o cuya falla es peligrosa.

en que:

$S$ : Combinación modal

$S_i, S_j$ : Valores máximos de las contribuciones de los modos  $i$  y  $j$

$C_{ij}$ : Coeficiente de acoplamiento entre los modos  $i$  y  $j$

$\xi$ : Razón de amortiguamiento

$T_i, T_j$ : Período de los modos  $i$  y  $j$

Otro método de combinación comúnmente usado en el análisis espectral, es aquel que se determina como la raíz de la suma de cuadrados de los máximos modales (SRSS), utilizando la siguiente expresión:

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N S_i^2} \quad (3.67)$$

En el caso en que los valores de respuesta asociados a los diferentes modos no están correlacionados entre sí, es posible obtener un límite superior razonable y seguro, utilizando el método SRSS. Sin embargo, para estructuras tridimensionales con un gran número de períodos de vibración muy similares, aquel método no es aplicable. Si la diferencia entre dos frecuencias modales es menor a un 10%, la combinación SRSS puede subestimar la respuesta de la estructura. En ese caso, se recomienda utilizar el método CQC, ya que considera el efecto de acoplamiento entre modos [11].

### 3.2.2. Código ASCE/SEI 7

El código internacional ASCE7 de “Cargas Mínimas de Diseño para Construcciones y Otras Estructuras” [2], corresponde a un documento con fuerte contenido teórico y conceptual, cuyas disposiciones sísmicas representan el resultado de numerosas investigaciones. No obstante, particularmente en el ámbito industrial, no incluye la calibración de sus mandatos de acuerdo al comportamiento estructural durante sismos severos reales. Esto significa que posee una filosofía de diseño que dista de la usada tradicionalmente en la práctica nacional.

En términos generales, la norma estadounidense propone un diseño sísmico con moderados niveles de resistencia sísmica en los que se espera el desarrollo de altos niveles de ductilidad durante eventos de gran severidad.

En cambio, el diseño que se ha usado hasta ahora en Chile conduce a estructuras con elevada resistencia lateral y bajos requerimientos de comportamiento sísmico inelástico, cuando ocurren eventos de gran magnitud [12].

Aun cuando los espectros elásticos para fuerzas de ambos criterios son de un nivel similar, la diferencia se produce por el efecto simultáneo de los siguientes factores:

- a) El código ASCE7 utiliza valores más elevados del coeficiente de modificación de respuesta estructural  $R$ .
- b) La razón de amortiguamiento del ASCE7 ( $\xi$ ) es única e igual a 5%, mientras que la NCh2369 corrige para razones de 2% y 3%.
- c) Ambos documentos presentan combinaciones de carga diferentes.
- d) El esfuerzo de corte basal mínimo de NCh2369 es mayor que el requerido en ASCE7.

Cuando se recurre a un análisis por medio del espectro de respuesta, la elaboración de la curva de aceleración espectral obedece a los siguientes pasos:

- 1) Para períodos cortos ( $T \leq T_0$ ), la aceleración espectral de diseño ( $S_a$ ) se obtiene de la Ecuación (3.68).

$$S_a = S_{DS} \left( 0,4 + 0,6 \frac{T}{T_0} \right) \quad (3.68)$$

- 2) Para periodos comprendidos en el intervalo  $[T_0, T_S]$ , la aceleración espectral de diseño  $S_a$ , debe ser igual a  $S_{DS}$ .
- 3) Para periodos comprendidos en el intervalo  $[T_S, T_L]$ , la aceleración espectral de diseño  $S_a$ , se determina mediante la Ecuación (3.69).

$$S_a = \frac{S_{D1}}{T} \quad (3.69)$$

- 4) Para períodos mayores a  $T_L$ , la aceleración espectral de diseño  $S_a$ , se expresa a través de la Ecuación (3.70)

$$S_a = \frac{S_{D1} T_L}{T^2} \quad (3.70)$$

donde

$S_{DS}$  : Parámetro de aceleración de la respuesta espectral de diseño para períodos cortos.

$S_{D1}$  : Parámetro de aceleración de la respuesta espectral de diseño para el período 1 s.

$T$ : Período fundamental de la estructura, s.

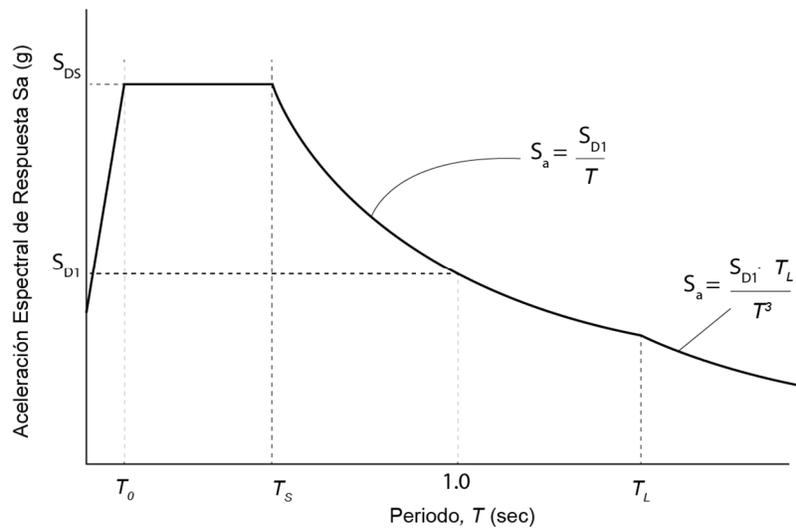
$$T_0 = 0,2 \frac{S_{D1}}{S_{DS}}$$

$$T_S = \frac{S_{D1}}{S_{DS}}$$

$T_L$ : Período de transición largo.

Finalmente, para obtener la curva que representa el espectro de diseño, se debe dividir la aceleración espectral por el factor  $(R/I)$ .

La siguiente Figura (3-8) permite observar los parámetros que definen la curva de aceleración espectral.



**Figura 3-8: Curva de aceleración espectral**

Fuente: [2]

### 3.3. Código ASME<sup>11</sup>

#### 3.3.1. “Boiler & Pressure Vessel Code”

Tal como su nombre lo indica, este código cubre el diseño, fabricación, inspección y control de las calderas y recipientes a presión [13].

Se define caldera como un recipiente cerrado utilizado para calentar un líquido (generalmente agua caliente o vapor) para la calefacción, generación de energía, u otras necesidades del proceso. Mientras que un recipiente a presión se considera un recinto diseñado para contener y controlar sustancias, reacciones, etc., a una presión mayor que 15 [psig].

Este código se compone de 12 secciones, entre las cuales se establecen reglas de construcción para calderas de potencia (sección I), mientras que la sección II se encarga de los materiales de fabricación, entre otros.

En cuanto a las consideraciones de diseño general de calderas de potencia (PG-16, BVPC Sección I), se establece claramente que el documento no contiene reglas para cubrir todos los posibles detalles de diseño. En el caso que no ocurra, el fabricante debe proporcionar soluciones al diseño que sean tan seguras como aquellas provistas por el código, sujeto a la aprobación de un inspector. Para este propósito se puede recurrir a reglas de otros códigos de diseño, utilizar métodos analíticos o incluso pruebas de laboratorio.

#### 3.3.2. “Power Piping Code” B31.1

Este texto está destinado a proporcionar una comprensión del diseño, fabricación, control e inspección de instalaciones y sistemas de tuberías [14]. Cuenta con un amplio alcance, no solo abarca fluidos inofensivos como el agua, sino que también fluidos tan peligrosos como el sulfuro de hidrógeno. Cubre temperaturas desde valores criogénicos hasta 815 °C, y presiones desde valores sub atmosféricos hasta los 50.000 psi (3.402 atm).

Este código resulta ser más explícito al referirse a eventos sísmicos. Por ejemplo, en la parte 1 del capítulo II de diseño, se establece que los sistemas de piping de potencia deben ser diseñados para la condición más severa (coincidente) de presión, temperatura y carga, considerando también, las fuerzas de impacto causadas por todas las fuentes externas e internas.

---

<sup>11</sup> ASME es el acrónimo de la organización profesional denominada “American Society of Mechanical Engineers” (Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos).

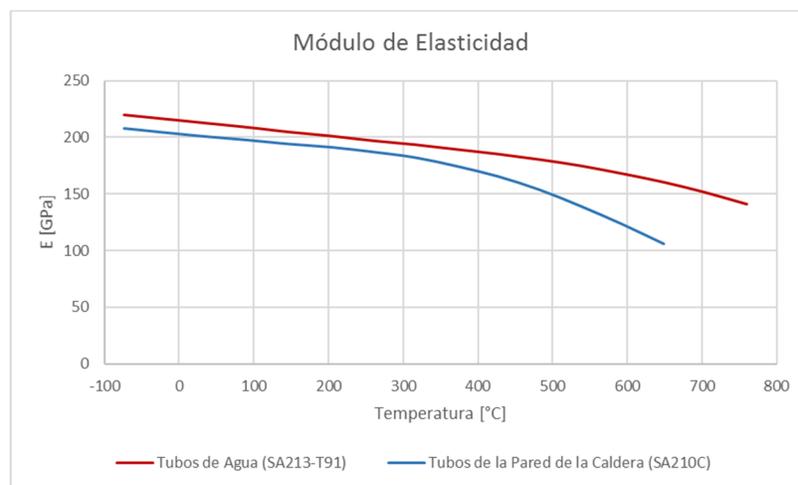
De hecho, se indica de forma manifiesta que el efecto de los sismos debe ser tomado en cuenta en el diseño del piping, sus apoyos y contenciones. Además, donde haya normas de jurisdicción local que cubran el diseño sísmico de construcciones y estructuras, los valores mínimos de diseño especificados por esas normas deben ser tomados en cuenta.

En los apéndices de este código, se encuentra vasta información acerca de las propiedades físicas y mecánicas que exhiben los materiales de fabricación de tuberías. A partir de tablas localizadas en la sección A y C, es posible determinar la variación del límite de fluencia y del módulo de Young, ante cambios de temperatura. Los Gráficos (3-6 y 3-7) muestran el comportamiento de estas propiedades, para los materiales que corresponden al tubo de agua y la pared de la caldera.

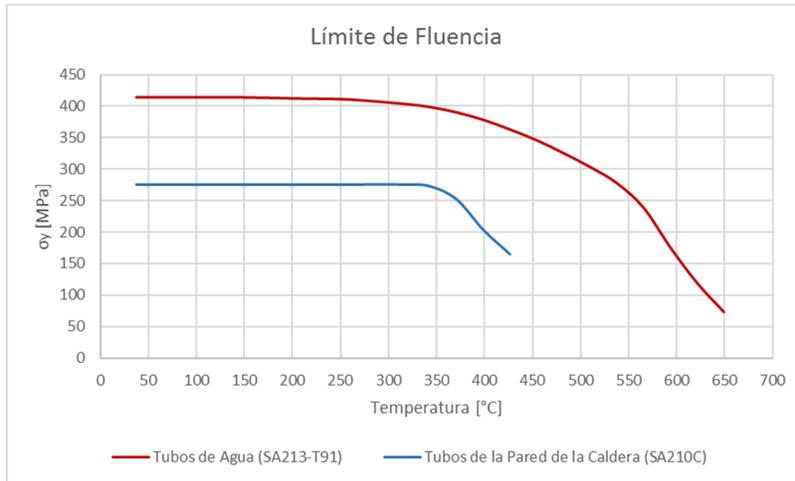
En la sección A del apéndice del código, también es posible observar el nivel de protección que ofrece el código, ya que para cada material se establece un máximo esfuerzo permisible en tensión. Valores que se asocian a un factor de seguridad igual a 2,5. El Gráfico (3-8) permite observar la diferencia entre la curva que representa el máximo esfuerzo permisible, con el límite de fluencia.

La importancia de este código radica principalmente en su contribución en términos de seguridad (Figura 3-9), ya que, desde su primera publicación en 1935, su desarrollo ha permitido reducir los accidentes y operar a mayores presiones de vapor.

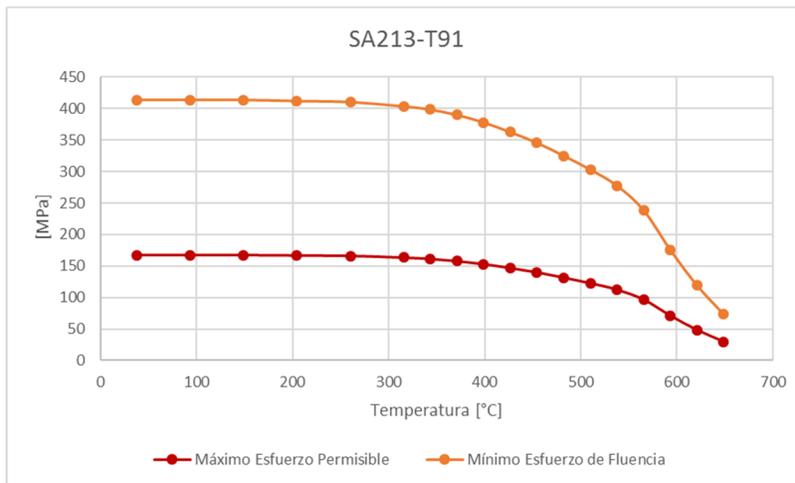
Para finalizar, es importante recalcar la delimitación y el campo de aplicación de los códigos anteriormente mencionados. Para el interior de la caldera se utiliza el código ASME BPVC I, mientras que fuera de aquel volumen de control, se debe regir por el código B31.1



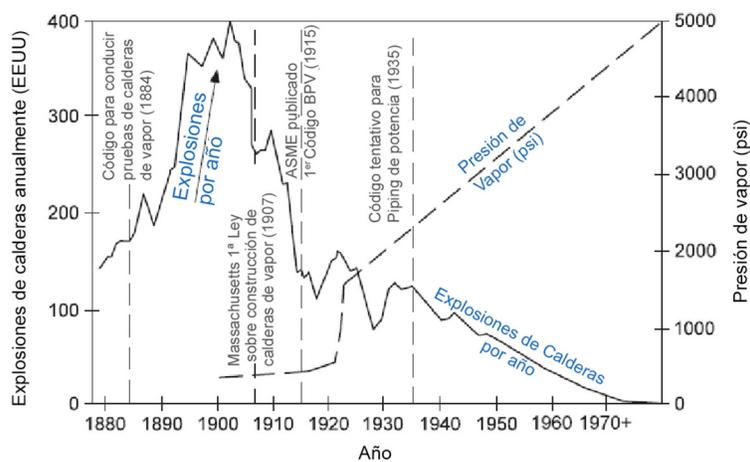
**Gráfico 3-6: Disminución del módulo de Young ante incrementos de temperatura**  
Fuente: Elaboración Propia.



**Gráfico 3-7: Reducción del límite de fluencia a medida que aumenta la temperatura**  
Fuente: Elaboración propia



**Gráfico 3-8: Nivel de seguridad del código B31.1 (material de los tubos de agua)**  
Fuente: Elaboración propia



**Figura 3-9: Impacto del código ASME B31 en el siglo XX**  
Fuente: [15]

### 3.4. Método de Elementos Finitos

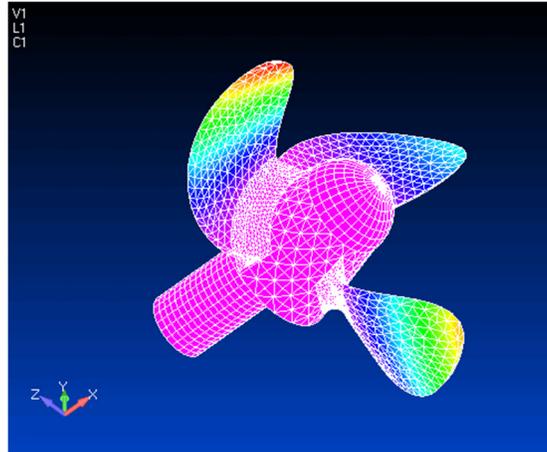
El método de elementos finitos es una técnica numérica que convierte el dominio de una estructura continua (como un componente mecánico real), en valores discretos o pequeñas subestructuras bien definidas, pero finitas, llamadas elementos [9] (Figura 3-10). Se utilizan diversas formas geométricas de elementos en el análisis mediante elementos finitos para aplicaciones específicas, las cuales pueden ubicarse en las siguientes categorías: elementos de línea, elementos de superficie, elementos sólidos y elementos de propósito específico.

Además de la discretización del modelo, el método de elementos finitos utiliza una segunda aproximación. Esta corresponde a la elección de los polinomios, cuyas combinaciones lineales aproximan las soluciones de la ecuación de movimiento para cada elemento finito [7].

La utilización de funciones polinomiales y operaciones matriciales, permite que el comportamiento de cada elemento se desarrolle en términos de sus propiedades geométricas y del material.

Las cargas se pueden aplicar dentro del elemento (gravedad, dinámica, etc.), en la superficie del elemento o en los nodos del mismo. Los nodos son entidades fundamentales, ya que es donde se conecta un elemento con los otros, y también donde se establecen las condiciones de frontera y se aplican las fuerzas de contacto o cuerpo. Un nodo se caracteriza por poseer grados de libertad, los cuales son los movimientos independientes de rotación y traslación que pueden existir en un nodo. Como máximo, un nodo puede tener tres grados de libertad rotacionales y tres traslacionales. Estos grados de libertad tienen directa relación con el tipo de carga (axial, flexión y corte) que permite evaluar el elemento.

Con respecto al método, una vez que cada nodo dentro de la estructura está definido localmente en forma matricial, entonces los elementos se ensamblan globalmente a través de sus nodos en común, en una matriz global del sistema. Luego se especifican las cargas aplicadas y las condiciones de frontera, lo que permite determinar los valores de todos los grados de libertad de desplazamiento desconocidos, mediante operaciones matriciales. Realizado este procedimiento, por medio de las ecuaciones constitutivas de elasticidad, es posible hacer uso de los desplazamientos para determinar el estado de tensiones y esfuerzo.



**Figura 3-10: Modelo de elemento finito, elaborado para el análisis estructural de una hélice**  
 Fuente: <http://www.adina.com/n900.shtml>

#### 3.4.1. Softwares Utilizados en el Análisis

El software **SAP2000** es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento de estructuras, que representan un amplio conjunto de problemas de ingeniería<sup>12</sup>. Donde es posible generar automáticamente cargas de sismo, viento y vehículos, en estructuras como puentes, edificios, presas, estructuras industriales, etc. Cuyo dimensionamiento y comprobación se puede realizar a través de las normativas Europeas, Americanas, Canadienses, Chinas, y otras. Ya sea en estructuras de hormigón armado, perfiles metálicos, de aluminio y conformados en frío.

**ADINA** es un software comercial de simulación, basado en el procedimiento de elementos finitos, utilizado en la industria y la academia para resolver problemas de índole estructural, dinámica de fluidos (CFD), transferencia de calor y electromagnetismo<sup>13</sup>. Sus capacidades permiten modelar sólidos e integrar directamente sistemas CAD basados en Parasolid. Cuenta con 4 módulos de análisis y una plataforma multi-física que permite estudiar fenómenos acoplados, donde la respuesta del sistema se ve afectada por la interacción entre los campos físicos.

<sup>12</sup> Fuente: <http://www.csiespana.com/software/2/sap2000>

<sup>13</sup> Fuente: <http://www.adina.com/products.shtml>

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Análisis Modal del Modelo Integrado de la Caldera

Como se detalla en la metodología, se comienza con realizar un análisis modal de la caldera, ya que esto permite apreciar los principales modos de vibración de los elementos que componen el modelo. Es de especial interés la carcasa de la caldera y la primera sección de tubos de sobrecalentamiento.

Cada modo fundamental está asociado a una determinada frecuencia capaz de excitar una fracción de masa, cuyo valor es cuantificado en el factor de participación de masa (MPF). Cabe resaltar que, los resultados surgen de la extracción global de 200 modos, donde la participación total de masa para cada eje, alcanza el 99%. Además, el software (SAP2000) permite identificar en cada modo, qué elementos están siendo excitados.

En la Tabla (4-1) se muestran aquellos modos con mayor participación de masa, que representan el movimiento oscilatorio de la carcasa de la caldera, ya sea en conjunto con la estructura de acero de soporte o no (Figura 4-1).

**Tabla 4-1: Resultados del análisis modal, modos con mayor participación de masa.**

Modo	Período [s]	Frecuencia [Hz]	MPF (X)	MPF (Y)
27	1,26	0,79	72%	0%
41	1,24	0,81	0%	62%
64	1,18	0,85	0%	8%
68	1,15	0,87	0%	6%
72	1,12	0,90	4%	0%
88	0,93	1,07	2%	0%
113	0,77	1,29	0%	3%

Igualmente resulta interesante observar aquellos modos que representan el movimiento de la sección de tubos de interés (Tabla 4-2), cuya vibración se caracteriza por períodos más largos y con baja participación de masa (< 1 %). De hecho, es posible apreciar que los paquetes de tubos oscilan tanto en fase como en contrafase (Figura 4-2).

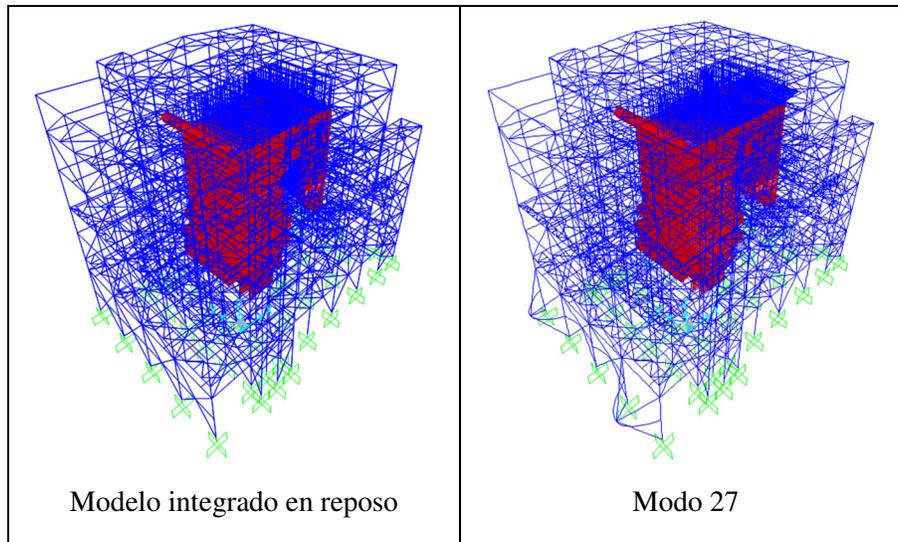


Figura 4-1: Vibración del modelo integrado

Tabla 4-2: Modos de vibración de la primera sección de tubos

Modo	Período [s]	Frecuencia [Hz]
3	4,96	0,20
4	4,90	0,20
5	4,85	0,21
6	3,18	0,31
7	3,03	0,33
8	3,00	0,33

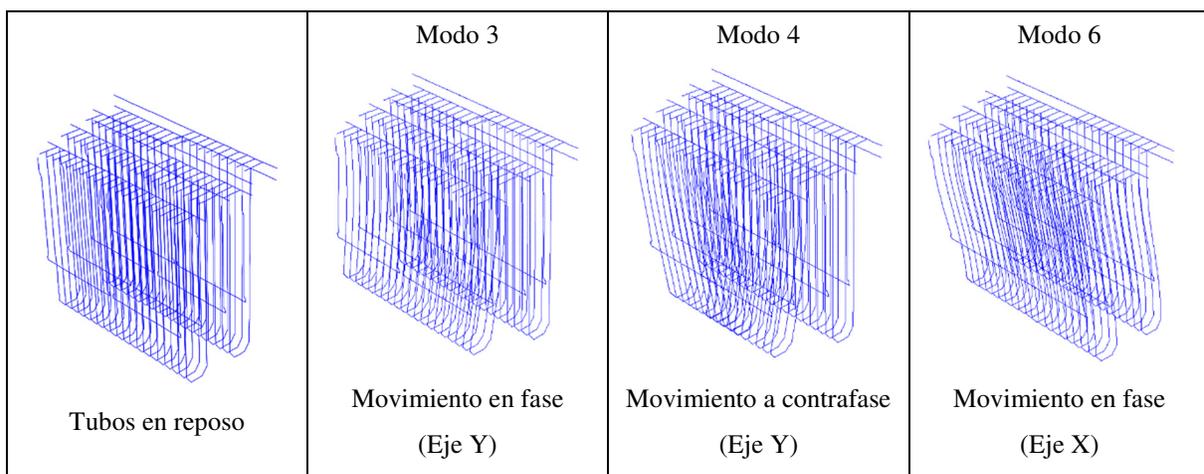


Figura 4-2: Oscilación de la sección de tubos de sobrecalentamiento (Platen SH1)

## 4.2. Espectro de Respuesta del Modelo Integrado de la Caldera

Luego se procede a aplicar el espectro de diseño al modelo integrado. Análisis dinámico con el cual es posible obtener un registro de la aceleración, velocidad y desplazamiento (en términos de máximos y mínimos) para cada nodo en particular. En este caso, es de especial interés el comportamiento del techo de la caldera, ya que su aceleración representa el input del modelo de tubos elaborado posteriormente.

Vale la pena recordar que en el Gráfico (2.1) se muestra el espectro de diseño utilizado en el análisis, para simular el movimiento horizontal (eje X e Y) y vertical (eje Z), cuyos parámetros obedecen a la condición y características de la obra, y a la zona donde está emplazada.

En términos generales, los resultados indican que el movimiento de la caldera es bastante uniforme, con desplazamientos similares en la parte superior e inferior. En la Figura (4-3) se observan los puntos de referencia escogidos, y en la Tabla (4-3) se presentan los desplazamientos nodales.

En cuanto al comportamiento del techo de la caldera, cuyos resultados se extraen de aquellos nodos que pertenecen a esa estructura (Figura 4-4), se observa que la aceleración máxima en cada eje se alcanza luego de aplicar el espectro de diseño en esa misma dirección (Tabla 4-4), como era esperable. Se aprecia también, que el espectro de diseño aplicado en el eje Y, no provoca las mayores aceleraciones, aunque sí es el causante de la posible colisión de los tubos interiores (Figura 4-5), visto desde el modelo integrado.

Por tanto, el valor de la aceleración que representa el movimiento del techo, se considera como el promedio de la aceleración nodal en el eje Y, cuando se aplica el sismo en la misma dirección (Tabla 4-5).

Luego, como se detalla en la metodología, el valor de la aceleración que finalmente se ocupa como dato de entrada para el modelo local, corresponde a la aceleración amplificada que alcanza el techo de la caldera. Cuyo valor se muestra en la Tabla (4-6), al corregir el coeficiente de respuesta  $R$  y la razón de amortiguamiento  $\xi$ , de acuerdo al sistema resistente.

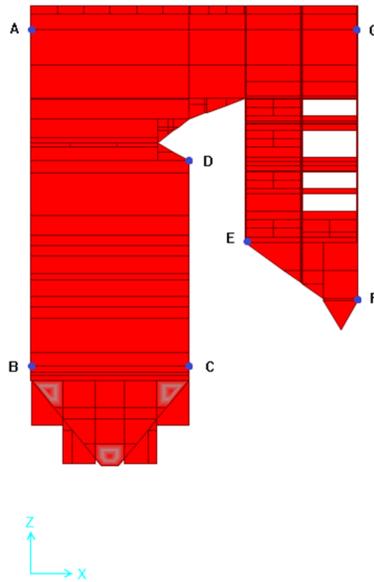


Figura 4-3: Vista lateral de la carcasa de la caldera, con los puntos de referencia.

Tabla 4-3: Desplazamientos nodales para distintas posiciones de la carcasa de la caldera

Punto	Dirección Sismo <sup>14</sup>	Desplazamiento Máximo [mm]		
		X	Y	Z
A	X	112	1	3
	Y	3	94	0
	Z	4	0	21
B	X	99	1	3
	Y	3	92	0
	Z	7	0	21
C	X	99	1	4
	Y	3	87	0
	Z	7	0	18
D	X	109	1	4
	Y	3	88	0
	Z	2	0	18

<sup>14</sup> Por dirección del sismo se entiende como el eje donde el espectro de diseño fue aplicado.

Punto	Dirección Sismo <sup>14</sup>	Desplazamiento Máximo [mm]		
		X	Y	Z
E	X	122	1	5
	Y	3	89	1
	Z	2	0	18
F	X	125	2	4
	Y	3	87	1
	Z	3	0	18
G	X	112	2	4
	Y	3	88	1
	Z	4	0	18

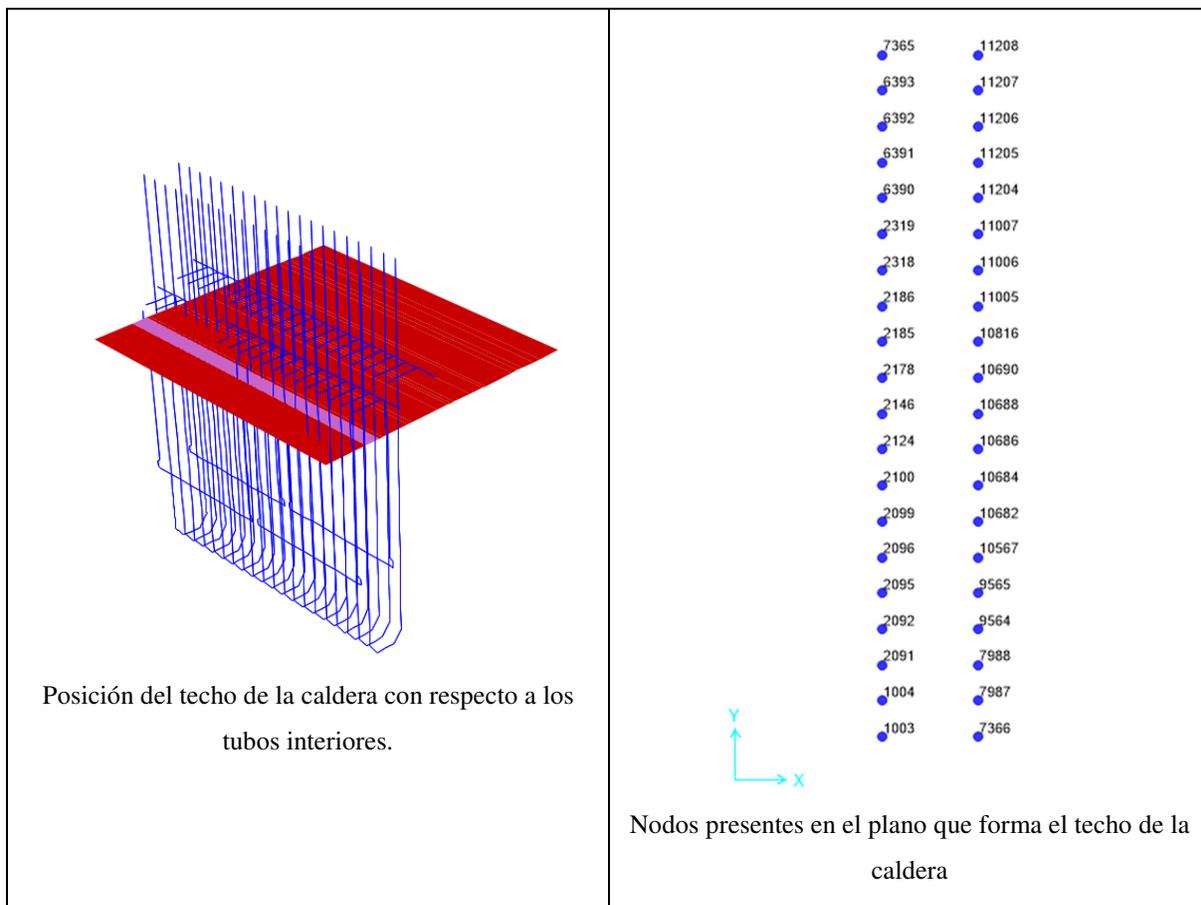
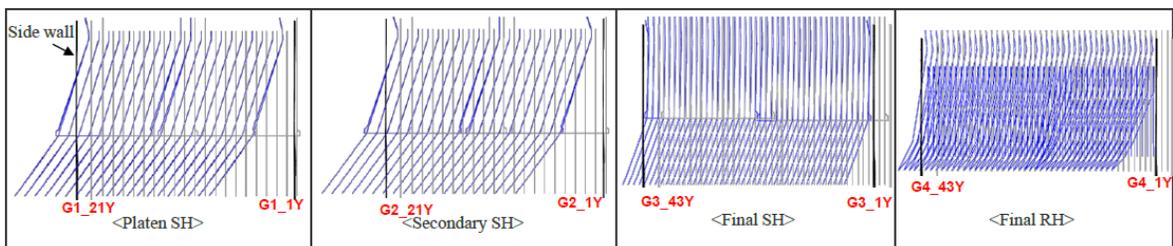


Figura 4-4: Distribución espacial de los nodos en la parte superior de la caldera.

**Tabla 4-4: Resultados de la aceleración nodal, para el nodo 1003.**

Dirección Sismo	Aceleración Máxima [mm/s <sup>2</sup> ]		
	X	Y	Z
X	2.881	124	360
Y	276	2.510	74
Z	738	138	5.435



**Figura 4-5: Interferencias debido a la aplicación del espectro de diseño en el eje Y**  
Fuente: [1]

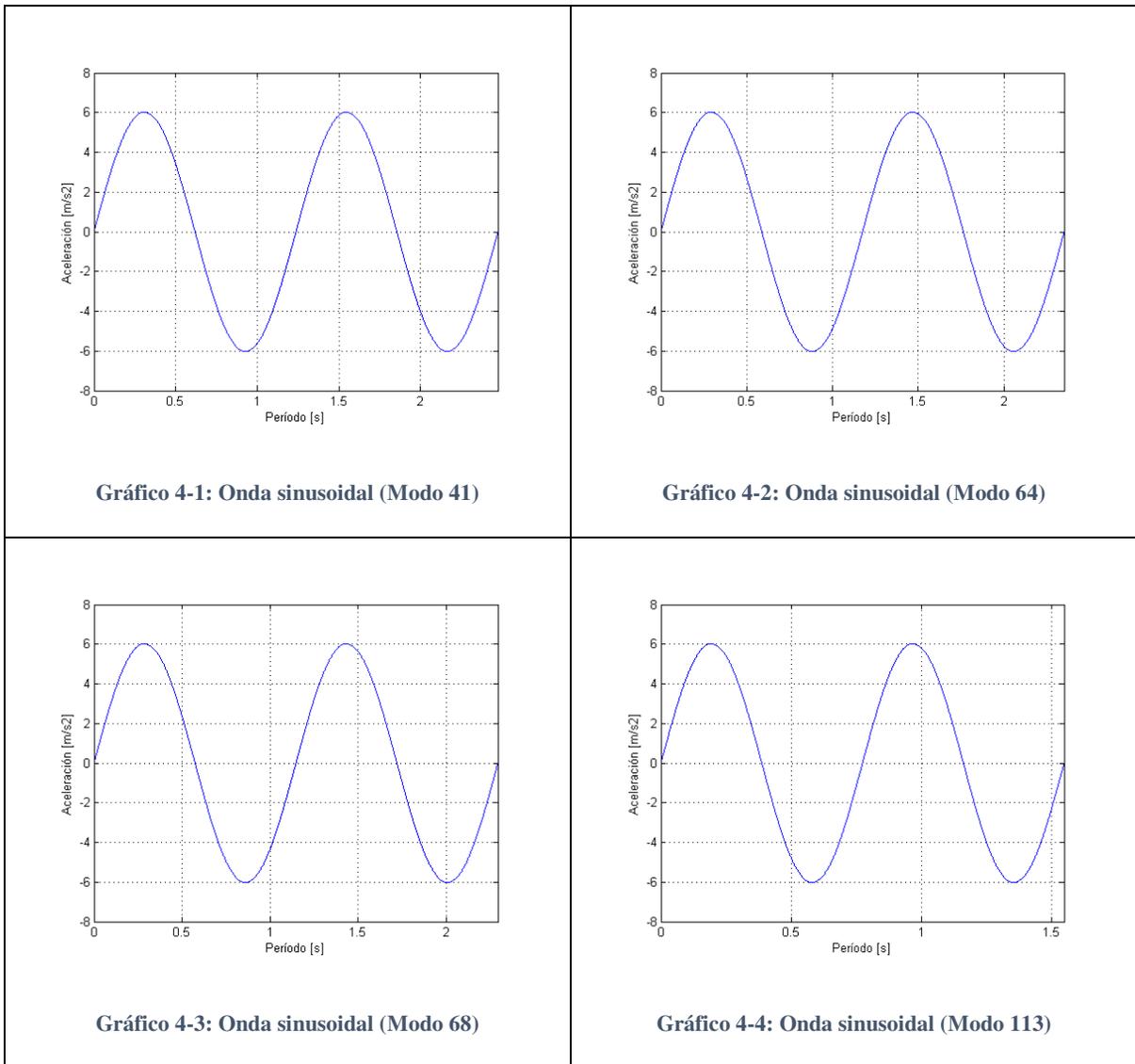
**Tabla 4-5: Aceleración y rotación del techo de la caldera**

Aceleración (Eje Y)			Rotación (Eje X)	
mm/s <sup>2</sup>	m/s <sup>2</sup>	g	rad	°
2.503	2,5	0,26	0,05	0,289

**Tabla 4-6: Amplificación de la aceleración**

Aceleración [m/s <sup>2</sup> ]		
$\xi \setminus R$	1,5	2,5
2%	6,0	3,6
5%	4,2	2,5

Finalmente, luego de vincular los resultados que arroja el análisis modal y espectral, se obtiene un conjunto de ondas sinusoidales (4) que excitarán armónicamente la base del modelo local de tubos (Gráficos 4-1 al 4-4). Ondas cuya amplitud corresponde al máximo registro de aceleración amplificado (Tabla 4-6) y su frecuencia representa aquellos valores que logran la mayor participación de masas en el eje Y (Tabla 4-1).

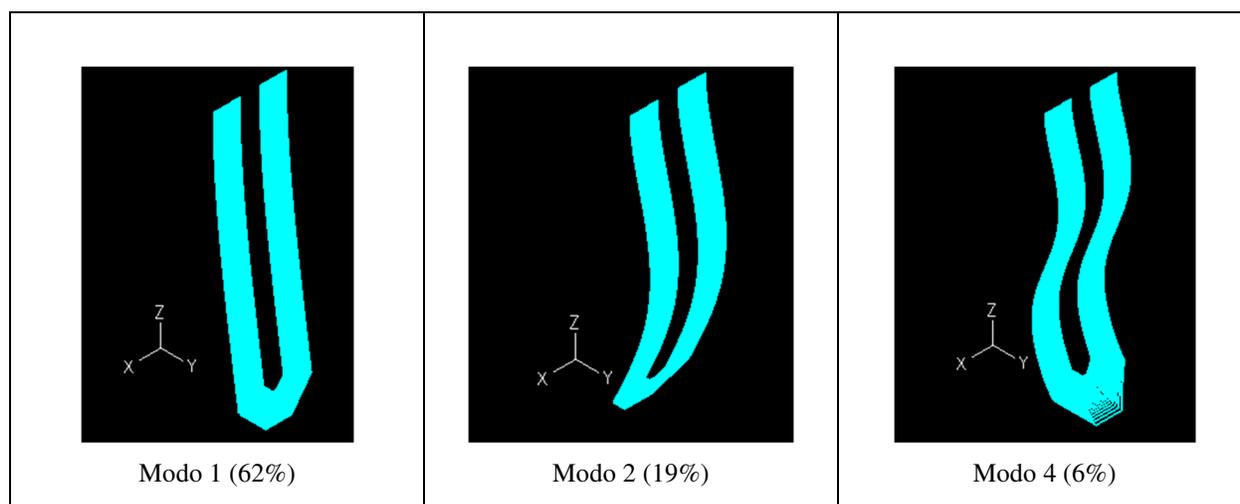


### 4.3. Análisis Modal del Modelo Local de Tubos

Una vez elaborado el modelo local de tubos (Software ADINA), se procede a realizar un análisis modal. Los resultados se presentan en la Tabla (4-7), donde se muestran los modos de mayor participación de masa en el eje Y. La representación gráfica de aquellos modos fundamentales, se puede observar en la Figura (4-6).

**Tabla 4-7: Frecuencias fundamentales de vibración del haz de tubos**

Modo	Frecuencia [Hz]	Período [s]	MPF (Y)	SUMA
1	0,23	4,34	62%	62%
2	1,45	0,69	19%	80%
3	1,60	0,62	0%	80%
4	4,06	0,25	6%	87%
5	4,45	0,22	0%	87%
6	6,24	0,16	0%	87%
7	6,59	0,15	0%	87%
8	6,96	0,14	0%	87%
9	7,33	0,14	0%	87%
10	7,69	0,13	1%	88%



**Figura 4-6: Modos de vibración del haz de tubos**

#### 4.4. Excitación Armónica del Modelo Local de Tubos

Para visualizar el movimiento que sufre el haz de tubos durante un evento sísmico, este se excita armónicamente al nivel de su anclaje al techo de la caldera. Los resultados de este análisis permiten obtener los desplazamientos de cada nodo, así como también su aceleración, reacción, cargas internas, etc., según se necesite.

La Tabla (4-8) muestra el desplazamiento máximo que sufre la parte inferior de los tubos, de acuerdo a la frecuencia de excitación. Cabe recordar que la frecuencia está asociada a los modos fundamentales de vibración del techo de la caldera (eje Y).

**Tabla 4-8: Máxima amplitud modal de la parte inferior de los tubos**

Modo de Vibración de la Caldera	Frecuencia de Excitación [Hz]	Razón de Frecuencias $r^{15}$		Desplazamiento Máximo [mm]
		Modo 1	Modo 2	
41	0,81	3,5	0,6	483
64	0,85	3,7	0,6	446
68	0,87	3,8	0,6	430
113	1,29	5,6	0,9	423

Estos resultados indican que a pesar de que la frecuencia de excitación se encuentra más cercana al modo de vibración 2 del haz de tubos, la amplitud máxima se alcanza cuando el haz adopta la forma que corresponde con el modo 1 (Figura 4-7).

Luego, para obtener el desplazamiento representativo de los tubos, se procede a aplicar un método de superposición modal. Desplazamiento cuyo valor se calcula con los máximos modales y representa el efecto combinado de la excitación armónica (Tabla 4-9).

**Tabla 4-9: Desplazamiento sísmico para distintos métodos de combinación**

Método de Combinación	Desplazamiento [mm]
SRSS	892
CQC	1.159

<sup>15</sup> Razón de frecuencias calculada con respecto a los modos naturales del haz de tubos.

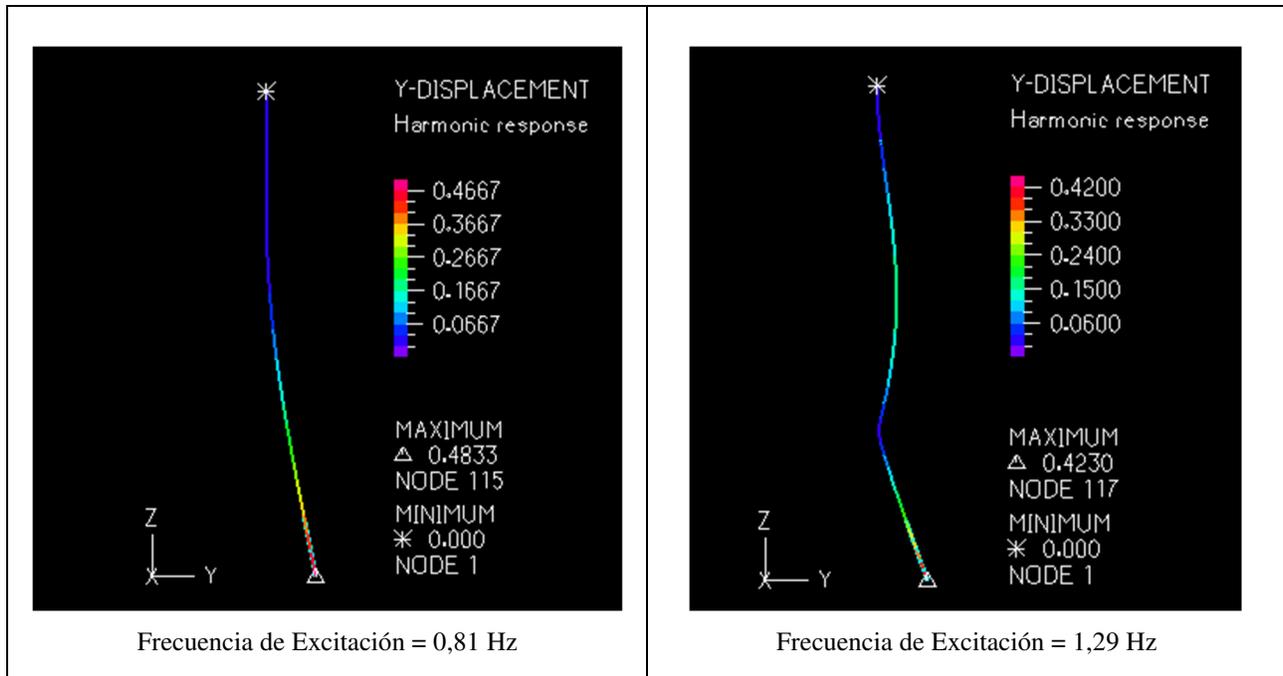


Figura 4-7: Respuesta armónica del haz de tubos (vista lateral).

Al recopilar los resultados que arroja el modelo integrado y el modelo de tubos, es posible estimar el desplazamiento total que sufren los tubos en la parte inferior ante un evento sísmico. Esta amplitud total considera la respuesta armónica superpuesta y también el desplazamiento producto de la rotación de los nodos al nivel del techo, cuyos resultados se extraen del análisis espectral (Tabla 4-10).

Tabla 4-10: Desplazamiento angular producto de la rotación del techo

Ángulo de Rotación de los Nodos [rad]	8 E-03
Longitud de los Tubos [m]	11,8
Desplazamiento en el eje Y [mm]	99

Finalmente, el valor total para la amplitud que sufren los tubos en el extremo inferior, se muestra en la Tabla (4-11).

Tabla 4-11: Máxima amplitud del extremo inferior del haz de tubos

Máxima Amplitud de la Respuesta Armónica Superpuesta	Desplazamiento Angular	Desplazamiento Total	Holgura
1.159 [mm]	99 [mm]	1.258 [mm]	773 [mm]

Resultado que implica que el haz de tubos alcanza a chocar con la pared de la caldera, ya que el gap inicial es de 773 mm [1].

#### 4.5. Energía de Deformación

Para resolver el choque entre los tubos de la caldera, la energía de impacto se determina justo en el instante en que ocurre el primer contacto entre tubos. Esto significa que se debe determinar la diferencia de energía de deformación del haz de tubos para 2 posiciones; cuando alcanza su desplazamiento máximo (1.258 mm) y cuando su posición llega a los 773 mm (distancia a la pared de tubos).

El cálculo de la energía de deformación requiere conocer las propiedades mecánicas del material (Gráficos 3-6 y 3-7), las propiedades geométricas (Tabla 4-12) y las cargas internas presentes en cada elemento que compone el haz de tubos (Figura 4-8). Cargas que pueden ser catalogadas como momentos o fuerzas propiamente tal, las cuales provocan estados de tracción (o compresión), torsión, corte y flexión.

En la Tabla (4-13) se presenta el valor de la energía de deformación para ambas posiciones, a partir de las cuales es posible determinar la energía almacenada que puede ser disipada en un impacto. Cabe recordar que, bajo este método de análisis, no se considera la energía debido al impulso que le imprime el techo de la caldera al haz de tubos.

Tabla 4-12: Propiedades geométricas

Tipo de Sección	Circular Hueca
Área Transversal (A) [m <sup>2</sup> ]	2,4 E-04
2do Momento de Área (I) [m <sup>4</sup> ]	3,8 E-08
2do Momento Polar de Área (J) [m <sup>4</sup> ]	7,7 E-08

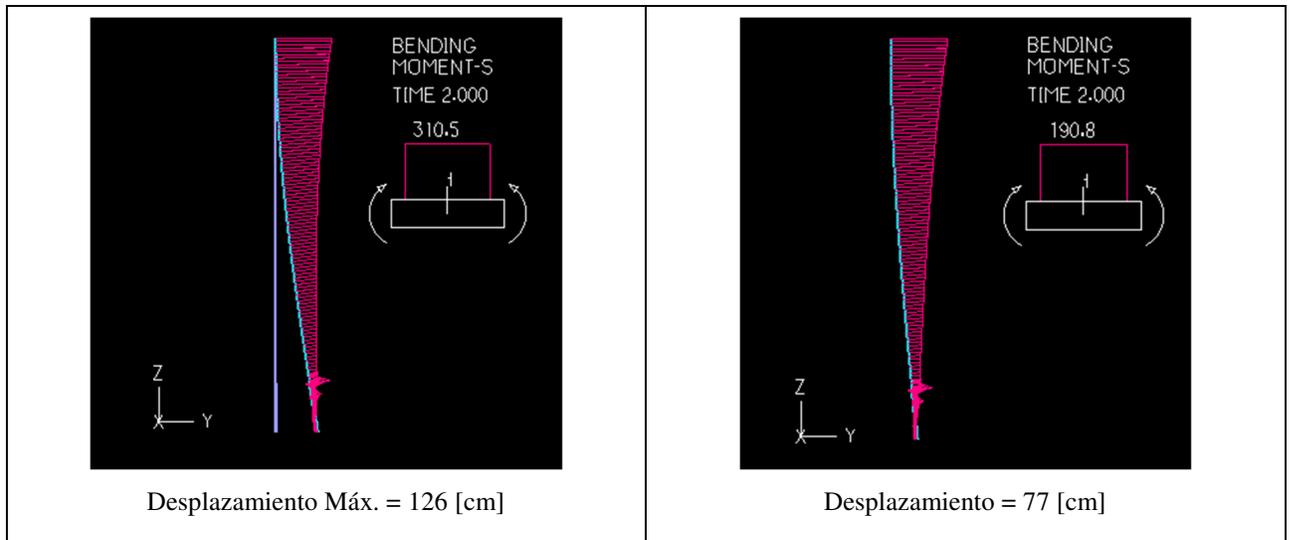


Figura 4-8: Distribución del momento nodal (vista lateral)

Tabla 4-13: Cálculo de energía cinética de impacto

Desplazamiento [mm]	Energía de Deformación [J]	Energía de Impacto [J]
773	550	906
1.258	1.455	

#### 4.6. Impacto Entre los Tubos Interiores y la Pared de la Caldera

Para evaluar la magnitud del impacto entre los tubos, el problema se resuelve fraccionando la energía de impacto disponible, de acuerdo a la cantidad de tubos en contacto. Este valor representa la energía disipada en cada punto de contacto. Los resultados se muestran en la Tabla (4-14), y obedecen a la Ecuación (2.2).

Tabla 4-14: Cálculo de la energía de impacto transmitida al contacto entre tubos

Energía Total de Impacto	906 [J]
N° Tubos en Contacto	14
Factor de Irregularidad <sup>16</sup>	80%
Puntos de Impacto	11

<sup>16</sup> Factor que considera el hecho que no todos los tubos chocan el mismo instante.

Factor de Amplificación	1,2
Pérdida de Energía (Ondas Elásticas)	20%
Energía Impacto Transmitida al Tubo	79 [J]

El siguiente paso consiste en determinar un radio equivalente y un módulo de Young efectivo (Tabla 4-16), a partir de las Ecuaciones (3.29), (3.30) y (3.42). Donde se utilizan las dimensiones y las propiedades mecánicas de los cilindros en contacto (Tabla 4-15).

**Tabla 4-15: Propiedades mecánicas de los cilindros en contacto**

Sección de Tubos	Cilindro #	Radio		Módulo Young [GPa]	Yield Stress [MPa]	Coef. Poisson
		[mm]	[m]			
Platen SH1	1	19	0,019	177	293	0,3
Furnace Side Wall	2	31,75	0,03175	167	175	0,3

**Tabla 4-16: Parámetros equivalentes de contacto esférico**

Radio Equivalente (R*)	0,04912	[m]
Módulo Efectivo (E*)	9 E+10	[N/m <sup>2</sup> ]

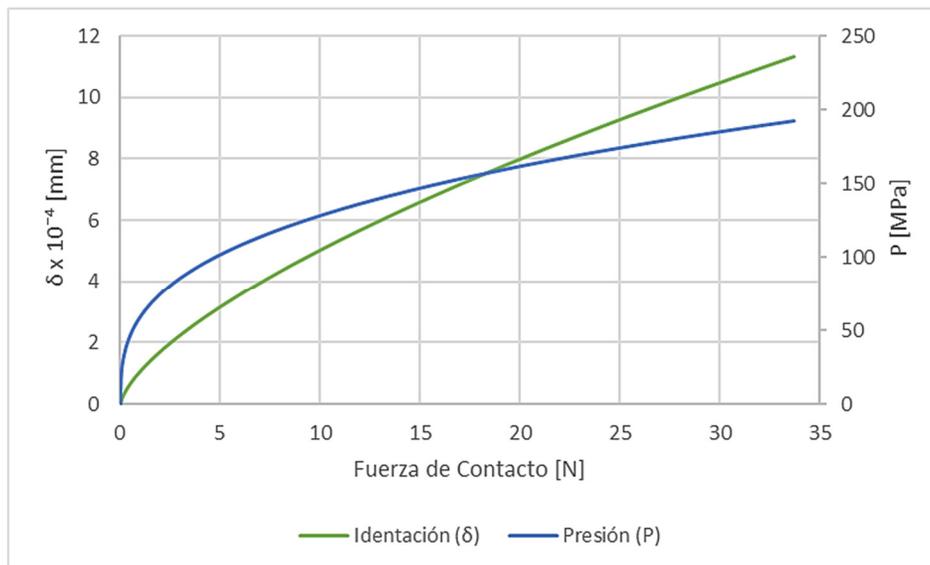
Posteriormente, dados los parámetros ya calculados, se procede a determinar las variables de interés (presión, fuerza, indentación y trabajo de compresión) en el límite elástico y elasto-plástico, utilizando las Ecuaciones (3.44), (3.45), (3.46) y aquellas presentes en la Tabla (3-2). Los resultados se muestran en la Tabla (4-17 y 4-18). Mientras que el comportamiento de aquellas variables dentro de los rangos mencionados, se puede apreciar en los Gráficos (4-5, 4-6 y 4-7).

**Tabla 4-17: Límite de fluencia (contacto esférico)**

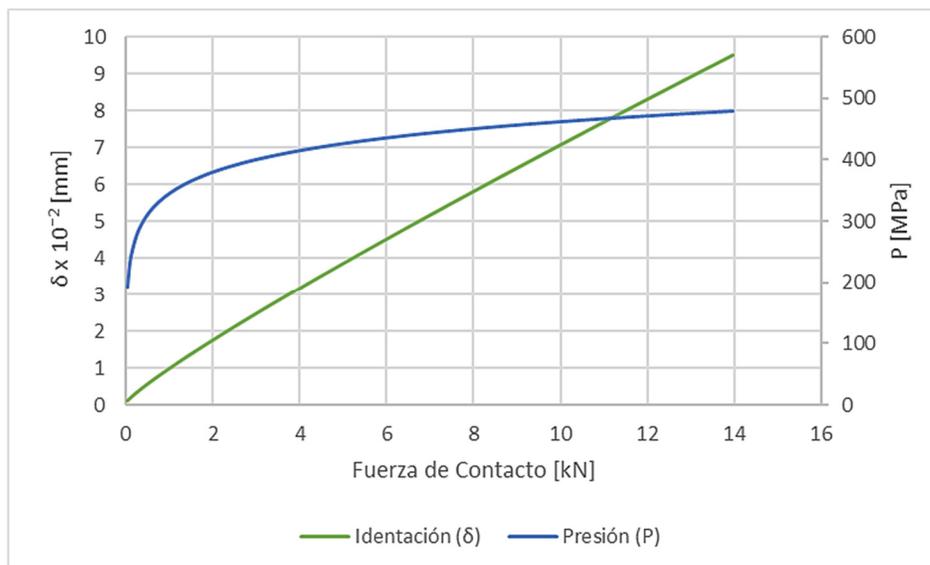
Presión de Transición Py	2 E+08 [Pa]
Indentación $\delta_y$ (max)	1 E-06 [m]
Fuerza de Contacto Fy	34 [N]
Trabajo Compresión Wy	2 E-05 [J]

**Tabla 4-18: Límite elasto-plástico**

Relación de Presión (P/Py)	2,485
Indentación $\delta$ (max)	9,5 E-05 [m]
Fuerza de Contacto F	13.975 [N]
Trabajo Compresión W	0,64 [J]



**Gráfico 4-5: Indentación y presión en el rango elástico**



**Gráfico 4-6: Indentación y presión en el rango elasto-plástico**

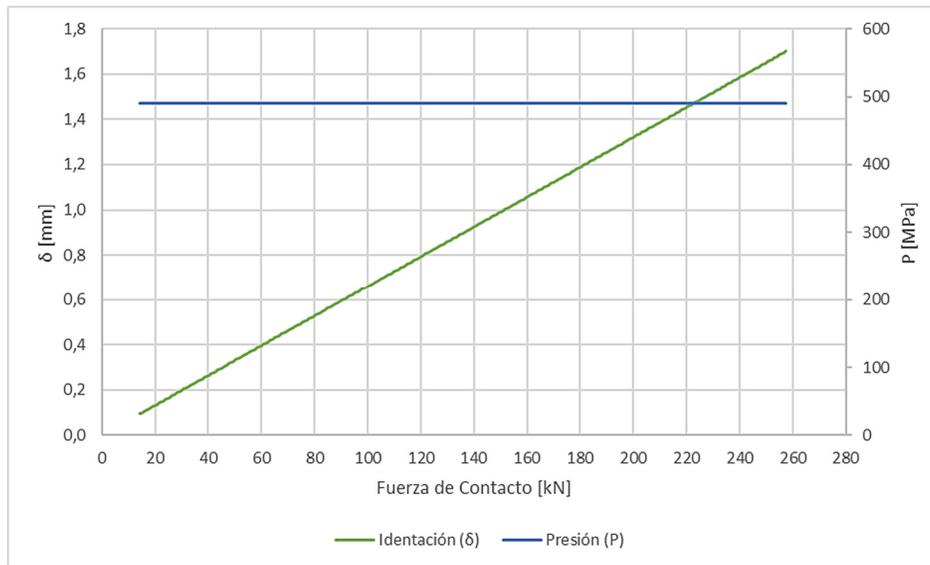


Gráfico 4-7: Indentación y presión en el rango plástico

Luego se determina el trabajo de compresión asociado a la energía de impacto disponible por tubo en contacto (Tabla 4-14), utilizando la Ecuación (3.59). A partir del valor que toma el trabajo de compresión, es posible determinar en qué rango se desarrolla el fenómeno en estudio. Del Gráfico (4-8) se puede observar claramente que se trata de un impacto completamente plástico, que supera en 6 órdenes de magnitud al límite elástico.

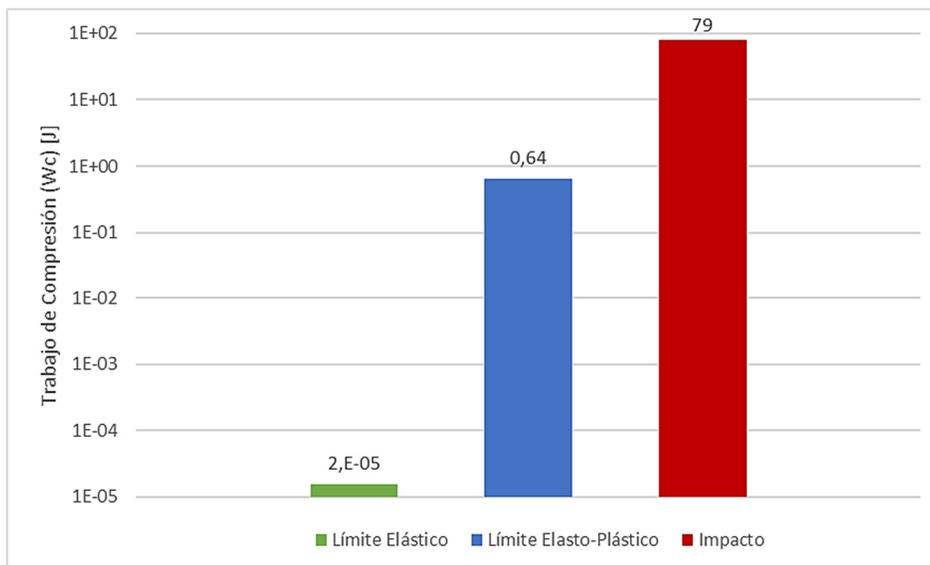


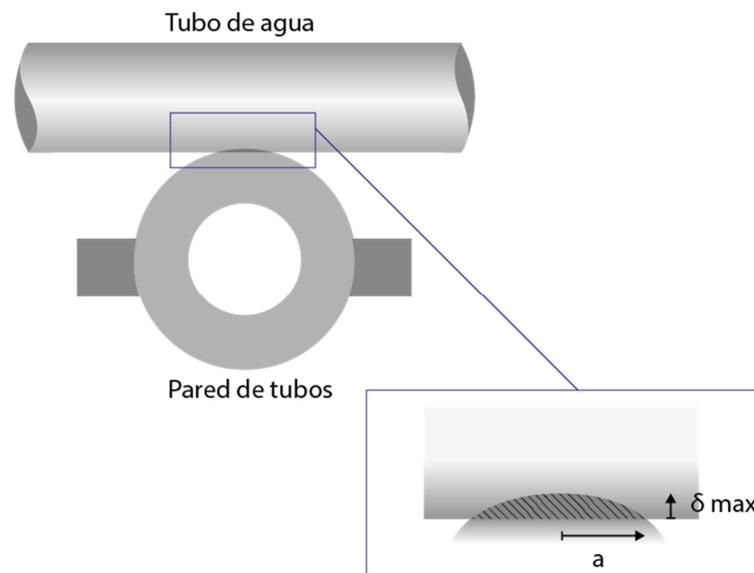
Gráfico 4-8: Trabajo de compresión [J] para cada uno de los tubos involucrados en el choque

Esto significa, que la fuerza de contacto (así también como la indentación, presión, etc.) se calcula utilizando las expresiones en el rango plástico, desde la Ecuación (3.54) hasta (3.58).

En la Tabla (4-19) se muestra el valor que toma la fuerza de impacto en cada punto de contacto entre los tubos. También se determina la indentación, el radio de la zona deformada y el coeficiente de restitución. Conviene recalcar que la indentación ocurrirá mayoritariamente en la pared de tubos (Figura 4-9), ya que posee un material con un menor límite de fluencia.

**Tabla 4-19: Magnitud del impacto para el contacto entre tubos perpendiculares**

Fuerza de Impacto (F)	155.148 [N]
Relación Indentación ( $\delta/\delta y$ )	904
Indentación Máxima ( $\delta$ máx)	1,02 [mm]
Radio de la zona deformada durante el choque (a)	10 [mm]
Coefficiente Restitución ( $e^*$ )	0,12



**Figura 4-9: Deformación plástica en la zona de contacto**  
Fuente: Elaboración Propia

#### 4.7. Impacto Entre los Tubos Interiores Contra una Placa

Para atenuar la magnitud del impacto, se propone como solución, interponer una placa en la trayectoria de los tubos, evitando un contacto tubo contra tubo (Punto 4.6). Sin embargo, tal como se mencionó en la metodología, el cálculo directo con una placa resulta complejo. Por tanto, la magnitud del impacto se determina como si se tratara de un contacto entre tubos perpendiculares, pero con más puntos de interferencia, a fin de obtener una cota superior (Figura 4-10).



**Figura 4-10: Incremento de puntos de contacto**

Fuente: Elaboración Propia

Considerando el choque entre tubos macizos perpendiculares (Tabla 4-19), el incremento de puntos en contacto obedece al número de veces que cabe el diámetro de la zona deformada (2 cm) en el largo del tubo de agua (1,1 m). Cálculo que arroja 55 puntos en contacto.

Luego, a partir de la Ecuación (2.2) se determina la energía de impacto disponible en cada tubo. Con esto, es posible determinar el trabajo de compresión y el rango asociado a ese valor. Los resultados se muestran en la Tabla (4.20), y muestran que aún se trata de un fenómeno plástico.

**Tabla 4-20: Trabajo de compresión para 55 tubos en contacto**

Diámetro Zona Deformada (2a)	20 [mm]
Nº de Tubos en Contacto	55
Energía Impacto Transmitida al Tubo	17 [J]
Trabajo de Compresión	17 [J]

Posteriormente, utilizando las ecuaciones de contacto esférico en el rango plástico, es posible estimar la fuerza de impacto, así también como la indentación máxima y la zona de deformación. Cuyos resultados se muestran en la Tabla (4-21)

**Tabla 4-21: Magnitud del impacto para 55 tubos en contacto**

Fuerza de Impacto (F)	71.002 [N]
Relación Indentación ( $\delta/\delta y$ )	414
Indentación Máxima ( $\delta$ máx)	0,47 [mm]
Radio de la zona deformada durante el choque (a)	6,8 [mm]
Coefficiente Restitución ( $e^*$ )	0,15

Al observar los resultados, se identifica una disminución en el radio de la zona deformada. Esto da pie a evaluar nuevamente la magnitud del impacto, considerando un mayor número de tubos en contacto.

Este procedimiento de solución es iterativo, y cuando el número de tubos en contacto tiende a infinito, se espera que el resultado se asemeje en mayor medida al impacto de un tubo contra una placa.

Se realiza entonces, una nueva estimación de la magnitud del impacto. Cuyos resultados se resumen en la Tabla (4-22) y (4-23).

**Tabla 4-22: Trabajo de compresión para 81 tubos en contacto**

Diámetro Zona Deformada (2a)	14 [mm]
Nº de Tubos en Contacto	81
Energía Impacto Transmitida al Tubo	11 [J]
Trabajo de Compresión	11 [J]

**Tabla 4-23: Magnitud del impacto para 81 tubos en contacto**

Fuerza de Impacto (F)	58.438 [N]
Relación Indentación ( $\delta/\delta y$ )	341
Indentación Máxima ( $\delta$ máx)	0,39 [mm]
Radio de la zona deformada durante el choque (a)	6,2 [mm]
Coefficiente Restitución ( $e^*$ )	0,16

Se puede observar que tan solo el efecto de incrementar el número de tubos a 81 unidades, reduce a más de la mitad el valor de la indentación máxima, con respecto al problema de choque inicial. La fuerza de impacto también se ve reducida en aproximadamente 1/3 del valor original (Gráfico 4-9).

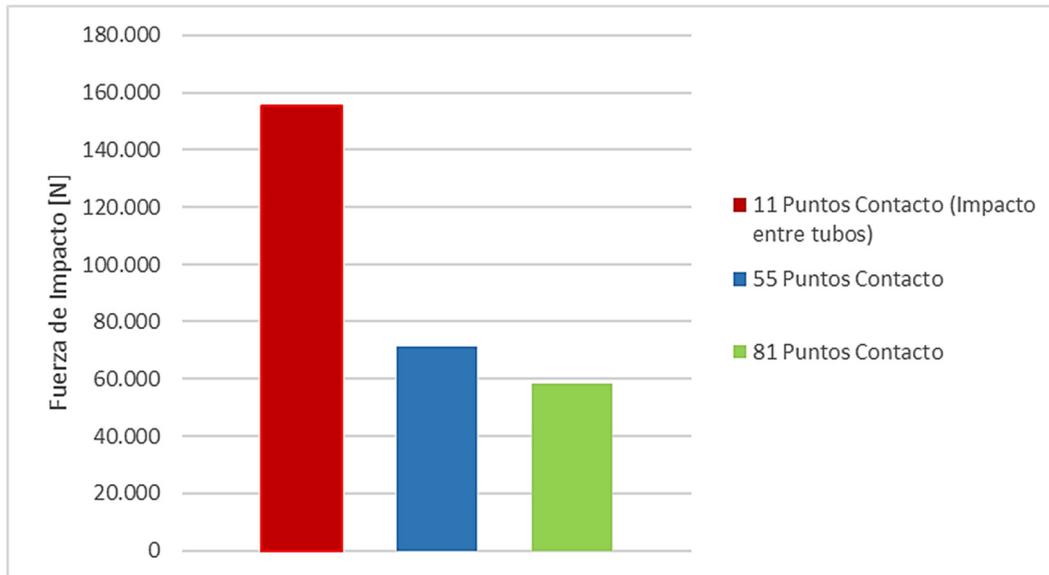


Gráfico 4-9: Reducción de la fuerza de impacto, al incrementar el número de puntos en contacto

Sin embargo, y tal como se mencionó anteriormente, aquellos valores representan una cota superior para el contacto real con una placa, bajo el supuesto que la distancia entre ambos cuerpos no cambia.

Esto indica que propiciar un impacto entre una placa y un tubo, evitando así la colisión entre tubos, resulta ser una solución eficaz.

## 5. ANÁLISIS

El análisis de los resultados obtenidos a lo largo del trabajo, permite observar ciertos fenómenos y establecer algunas comparaciones, las cuales se discuten a continuación.

En primer lugar, los resultados obtenidos al extraer y modelar nuevamente la subestructura local de tubos, indican que es altamente probable que ocurra una colisión entre los tubos de agua y las paredes laterales de la caldera, ante un evento sísmico de gran magnitud. Sismo que se representa por medio de un espectro de diseño establecido por la normativa local [3].

Esta colisión se verifica para ambos métodos de combinación modal (SRSS y CQC), los cuales superponen los máximos desplazamientos modales. Desplazamientos que se obtienen de la respuesta armónica de los tubos ante una aceleración sinusoidal cuya amplitud y frecuencia representa el movimiento del techo de la caldera.

Conviene resaltar que al utilizar el método CQC, el máximo desplazamiento (superpuesto) resulta un 30% mayor que aquel calculado con el método SRSS.

Estos resultados son concordantes con aquellos obtenidos en el estudio de modelación sísmica [1], el cual utiliza vigas flexibles dinámicamente equivalentes en lugar del haz de tubos, y también advierte sobre la interferencia al interior de la caldera.

Sin embargo, al comparar numéricamente ambos resultados, se encuentran ciertas diferencias en cuanto a desplazamientos máximos se refiere. Ya que el haz de tubos que representa el modelo local, posee mayor amplitud de movimiento (aproximadamente un 18%) que aquellos tubos presentes en el modelo integrado de la caldera.

El principal motivo de esta diferencia radica en el método de análisis ejecutado, el cual propone evaluar separadamente los componentes mecánicos de aquellos estructurales. Este hecho se fundamenta en que la normativa sugiere una sollicitación mayor a los componentes mecánicos, lo cual se ve representado en parámetros como el coeficiente de respuesta y el amortiguamiento.

En este caso, la evaluación del modelo integrado utiliza un coeficiente de respuesta  $R = 2,5$  con un amortiguamiento del 5%, mientras que, según la norma local [3], el piping interior debiese ser evaluado con un menor coeficiente de respuesta ( $R = 1,5$ ) y amortiguamiento ( $\xi = 0,02$ ). Hecho que finalmente repercute en un mayor desplazamiento lateral de los tubos de agua.

Otros aspectos a considerar, que pueden influir en los resultados son:

- El haz de tubos modelado en el software ADINA, posee una geometría similar pero no exactamente igual al modelo real. En base a la información disponible (planos mecánicos) es posible establecer una coincidencia tanto en el número de tubos como en la forma de su sección transversal y sus dimensiones generales; sin embargo, es altamente probable que el tamaño del chaflán de los tubos poligonales no sea exactamente igual.
- Con respecto a las restricciones de movimiento, el dispositivo mecánico que se encarga de unir los tubos del paquete compacto, llamado conector flexible, fue modelado como un enlace rígido entre los nodos de los tubos. Es decir, en esos puntos no existe movimiento relativo entre los 26 tubos de agua, situación que puede no ocurrir realmente.

En cuanto a la construcción del modelo computacional en el software ADINA, el hecho de que no se haya incluido un elemento que represente los conectores entre los haces de tubos, se explica por la utilización de un modelo integrado. Es decir, al tratarse de un modelo integrado, se espera que la aceleración de los tubos al nivel del techo, considere el efecto que tiene la unión entre los paquetes de tubos.

También resulta interesante discutir acerca del método que simula el movimiento sísmico a partir de la excitación armónica en el anclaje de los tubos. Ya que este método representa tan solo una alternativa entre otras posibles, cuya elección obedece a los recursos y conocimientos al alcance del alumno. El hecho de utilizar este método puede contener algunas imprecisiones debido a:

- El desplazamiento causado por la excitación armónica se determina a la fase que maximiza la respuesta del sistema. Cuando en la realidad el movimiento del techo de la caldera puede no necesariamente puede ser así. Es decir, eventualmente el techo podría adoptar una fase que no maximice la respuesta de los tubos. Hecho que no se sabe a ciencia cierta, y que puede ser complejo de determinar.
- Otro factor que se debe tener en cuenta, tiene que ver con asumir un comportamiento uniforme del techo de la caldera, supuesto ligado al tipo de elemento utilizado en el modelo integrado (diafragma rígido).

En cuanto al cálculo de la magnitud del impacto, existen varias consideraciones que al menos deben ser mencionadas:

- Determinar la energía de impacto a partir de la energía almacenada en los tubos como deformación elástica, es tan solo una aproximación. Ya que solo se considera la deformación elástica asociada al 1er modo de vibración del haz de tubos. Siendo que, durante un sismo, se excita un amplio espectro, con lo cual, la deformación del haz no obedece solamente al primer modo.
- El cálculo de la energía de impacto también contiene un sesgo al no considerar el impulso que le transfiere el techo de la caldera. Si bien es cierto que en un principio el techo y la pared de la caldera se mueven en forma sincronizada, justo en el instante de impacto ese movimiento en fase se pierde y el techo eventualmente podría transferir más energía.
- La aproximación cuasi-estática que utiliza la teoría de impacto, no parece descabellada dado que la velocidad de propagación de ondas en materiales como el acero (6.100 m/s), supera en varios órdenes de magnitud a la velocidad de acercamiento entre los cuerpos. Además, mientras la región de deformación permanezca pequeña en comparación con las dimensiones del cuerpo, resulta razonable decir que gran parte de la energía se disipa en la deformación local por indentación y no por vibraciones elásticas posteriores al impacto.
- Solo considerar el primer impacto se fundamenta en el hecho que éste es el que causa mayor daño local. Con esto no se descartan impactos posteriores, pero seguramente serán más leves.
- Al tratarse de un contacto entre materiales disímiles, los tubos de agua serán afectados en menor medida debido a que su límite de fluencia es mayor. Es decir, se espera una indentación mayoritariamente en los tubos de la pared.

Finalmente, con respecto a los resultados que corresponden al impacto entre tubos, se observa que el daño causado por la fuerza normal no es despreciable. Si bien es difícil que ocurra una ruptura catastrófica, el daño local puede ser un sitio de inicio de corrosión, causando problemas de mediano a largo plazo.

Esta situación puede ser solucionada al interponer una placa en la trayectoria de los tubos. A pesar que no se determinó un valor exacto para este tipo de contacto, sí se calculó una cota superior, cuando la placa se encuentra a una distancia igual que la holgura original. Esta cota indica una reducción del 62% tanto en la fuerza normal como en la profundidad de indentación, a pesar de que aún se desarrolla flujo plástico.

Además, el daño local en los tubos de agua puede ser mitigado casi por completo si la placa posee un material con menor dureza. Esta placa debe lograr una buena proporción entre rigidez y flexibilidad, de tal forma que pueda soportar el impacto, pero a la vez disipar la mayor cantidad de energía posible.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La metodología utilizada para evaluar la respuesta sísmica de la subestructura en estudio (haz de tubos interior de la caldera) cumple con el nivel de seguridad establecido por la norma de diseño sísmica chilena y el código ASME. Esto porque la aceleración espectral de diseño obedece a parámetros sísmicos empleados para sistemas mecánicos, cuya sollicitación es más exigente en comparación con estructuras industriales de acero u hormigón armado.

Bajo este escenario, se pudo comprobar que es altamente probable que ocurran interferencias al interior de la caldera, durante un evento sísmico de gran magnitud. Es decir, dados los desplazamientos máximos calculados, eventualmente podría ocurrir una colisión entre los tubos de la pared de la caldera y los haces de tubos que se encuentran más próximos a ella.

A partir de la energía de impacto, determinada mediante la energía acumulada como deformación elástica del haz de tubos, fue posible establecer la intensidad del impacto cuando las superficies de los cuerpos metálicos implicados entran en contacto.

Como resultado de este análisis, es posible concluir que en el área de contacto se supera el esfuerzo de fluencia, causando una deformación plástica local, predominantemente en el tubo que pertenece a la pared de la caldera, por su menor límite de fluencia.

Los efectos luego de la primera colisión, resultan difíciles de evaluar. De ocurrir impactos posteriores, se espera que sean de menor magnitud con respecto al primer contacto, dada la disipación de energía realizada por el trabajo de la fuerza normal de contacto.

Por tanto, cuando no se puede evitar el choque, aumentando la distancia entre el haz de tubos y la pared, se propone como solución provocar un impacto tubo contra placa, evitando el contacto entre tubos, que es más severo. De esta forma se reduce la magnitud de la fuerza de impacto y, por consiguiente, la profundidad de indentación en la zona deformada.

Esta solución requiere la instalación de una placa; ya sea adosada en el extremo inferior del haz de tubos, o bien en una posición intermedia de su trayectoria. Se cree que una placa de espesor entre 1 a 2 mm, puede cumplir esa función.

Como recomendación, se sugiere realizar estudios posteriores acerca del rol que puede tener una deformación plástica localizada, como sitio de iniciación del fenómeno de corrosión, sobre todo en tubos expuestos a condiciones hostiles de operación.

Otro aspecto importante a considerar, radica en que obras como centrales de energía no pertenecen al campo de aplicación de la norma de diseño sísmico chilena, actualmente. Esto crea un vacío que puede provocar una mala elección de parámetros sísmicos e incurrir en comportamientos sísmicos inelásticos ante eventos de gran magnitud, si se toman como referencia normas extranjeras. Lo cual puede resultar peligroso, ya que la actividad sísmica posee características propias de cada región geográfica.

## GLOSARIO

**Carcasa de la Caldera:** Por carcasa se entiende a las paredes laterales y el techo de la caldera, que separan el hogar (o cámara de combustión) y los tubos interiores, de aquellos elementos externos.

**Indentación:** Depresión en la superficie de un cuerpo sólido, producto de la deformación causada por una fuerza de compresión.

**Interferencia:** En este trabajo, este término se utiliza para referirse al fenómeno de choque, colisión o impacto, indistintamente.

**Modelo Integrado de la Caldera:** Modelo computacional de la caldera, elaborado en el software SAP2000, que incluye la estructura externa de soporte (vigas de acero) y sus elementos internos (domo de vapor, colectores y tubos de intercambio térmico). Se llama modelo integrado porque su respuesta sísmica considera el efecto de todos los componentes presentes. Cabe recalcar que, este modelo no cuenta con las fundaciones.

**Modelo Local de Tubos:** Modelo computacional de un haz de tubos de intercambio térmico, elaborado en el software ADINA. Representa tan solo una subestructura de la caldera, correspondiente a la sección de tubos de sobrecalentamiento en forma de “U”, que cuelgan desde el techo de la caldera. Cuyo diseño obedece a las especificaciones técnicas.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] B. Y. Lee, «Red Dragon Project: Seismic analysis of boiler & its supporting steel structure using integrated model,» 2015.
- [2] American Society of Civil Engineers, ASCE/SEI 7 : Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, Reston, VA, 2006.
- [3] Instituto Nacional de Normalización, NCh2369.Of2003: Diseño Sísmico de Estructuras e Instalaciones Industriales, Santiago, Chile, 2003.
- [4] W. Stronge, Impact Mechanics, Cambridge University Press, 2000.
- [5] Sorensen, Energy Conversion Systems, New York: John Wiley & Sons, 1983.
- [6] M. Holloway, C. Nwaoha y O. Onyewuenyi, Process Plant Equipment: operation, control & reliability, New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- [7] V. Meruane, Apunte del Curso "Vibraciones Mecánicas".
- [8] R. Bustamante, Apunte del Curso "Resistencia de Materiales".
- [9] R. Budynas y K. Nisbett, Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley, New York: Mc Graw Hill, 2012.
- [10] J. Williams y R. Dwyer-Joyce, «Chapter 3 : Contact Between Solid Surfaces,» de *Modern Tribology Handbook*, CRC Press, 2000.
- [11] A. Elnashai y L. Di Sarno, Fundamentals of Earthquake Engineering, Wiley, 2008.
- [12] M. Medalla, C. Peña, M.E. Bravo y P. Hidalgo, «Disposiciones NCh2369 vs ASCE7 - Aplicación a Marcos Arriostrados,» Santiago, 2015.
- [13] American Society of Mechanical Engineers, «Section I: Rules for Construction of Power Boilers,» de *ASME Boiler & Pressure Vessel Code*, New York, NY, 2010.
- [14] American Society of Mechanical Engineers, B31.1 Code for pressure piping, New York, 2014.
- [15] M. Stewart, Piping standards, codes & recommended practices, Waltham: Elsevier, 2016.

## ANEXOS

### a) Especificaciones Técnicas SA213

<b>Low &amp; Intermediate Alloy Steel Seamless Pipe and Tube</b>		
<b>Clasificación</b>	Acero ferrítico alto en cromo	
<b>Grado</b>	T91	
<b>Standard</b>	ASTM A213 / ASME SA213	
<b>Composición</b>	Carbono	0,07 - 0,14
	Otros	9 Cr - 1 Mo - V - Nb
<b>Propiedades mecánicas a temperatura ambiente</b>	$\sigma_{\text{yield}}$ [MPa]	415
	$\sigma_{\text{uts}}$ [MPa]	585
	Elongación	20%
	Dureza [HB]	250

<b>Aceros al cromo (5 Cr - 9 Cr) * B31.1 Tabla C-1 (237)</b>			
<b>Temperatura</b>		<b>Módulo de Elasticidad (E)</b>	
[°F]	[°C]	x 10 <sup>7</sup> [psi]	[GPa]
-100	-73	3,19	220
70	21	3,10	214
200	93	3,03	209
300	149	2,97	205
400	204	2,92	201
500	260	2,86	197
600	316	2,81	194
700	371	2,75	190
800	427	2,69	185
900	482	2,62	181
1.000	538	2,54	175
1.100	593	2,44	168
1.200	649	2,33	161
1.300	704	2,20	152
1.400	760	2,05	141

<b>Maximum Allowable Stress Values in Tension * B31.1 Tabla A-2 (146)</b>					
<b>Temperatura</b>		<b>Esfuerzo Permisible (<math>\sigma_a</math>)</b>		<b>Esfuerzo de Fluencia (<math>\sigma_{yield}</math>)</b>	
[°F]	[°C]	[ksi]	[MPa]	[ksi]	[Mpa]
100	38	24,3	168	60	414
200	93	24,3	168	60	414
300	149	24,3	168	60	414
400	204	24,2	167	60	412
500	260	24,1	166	60	410
600	316	23,7	163	59	403
650	343	23,4	161	58	398
700	371	22,9	158	57	390
750	399	22,2	153	55	378
800	427	21,3	147	53	363
850	454	20,3	140	50	346
900	482	19,1	132	47	325
950	510	17,8	123	44	303
1.000	538	16,3	112	40	277
1.050	566	14,0	97	35	238
1.100	593	10,3	71	25	175
1.150	621	7,0	48	17	119
1.200	649	4,3	30	11	73

b) Especificaciones Técnicas SA210

<b>Carbon Steel Seamless Pipe and Tube</b>		
<b>Clasificación</b>	Acero medio al carbono	
<b>Grado</b>	C	
<b>Standard</b>	ASTM A210/ ASME SA210	
<b>Composición</b>	Carbono	0,35 (max)
	Otros	Mn - Si - P - S
<b>Propiedades mecánicas a temperatura ambiente</b>	$\sigma_{yield}$ [MPa]	275
	$\sigma_{uts}$ [MPa]	485
	Elongación	30%
	Dureza [HB]	-

<b>Aceros al carbono (C &gt; 0,30%) * B31.1 Tabla C-1 (236)</b>			
<b>Temperatura</b>		<b>Módulo de Elasticidad (E)</b>	
[°F]	[°C]	x 10 <sup>7</sup> [psi]	[GPa]
-100	-73	3,01	208
70	21	2,92	201
200	93	2,86	197
300	149	2,81	194
400	204	2,77	191
500	260	2,71	187
600	316	2,64	182
700	371	2,53	174
800	427	2,40	165
900	482	2,23	154
1.000	538	2,02	139
1.100	593	1,79	123
1.200	649	1,54	106

<b>Maximum Allowable Stress Values in Tension * B31.1 Tabla A-1 (135)</b>					
<b>Temperatura</b>		<b>Esfuerzo Permisible (<math>\sigma_a</math>)</b>		<b>Esfuerzo de Fluencia (<math>\sigma_{yield}</math>)</b>	
[°F]	[°C]	[ksi]	[MPa]	[ksi]	[Mpa]
100	38	20,0	138	40	276
200	93	20,0	138	40	276
300	149	20,0	138	40	276
400	204	20,0	138	40	276
500	260	20,0	138	40	276
600	316	20,0	138	40	276
650	343	19,8	137	40	273
700	371	18,3	126	37	252
750	399	14,8	102	30	204
800	427	12,0	83	24	165

c) Rangos de Deformación para el Contacto Entre Tubos

<b>Rango Elástico (<math>\delta &lt; \delta_y</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\times 10^{-4} \delta</math> [mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
0,00	0,00	0	0
0,01	0,11	0	19
0,02	0,23	0	27
0,03	0,34	0	33
0,04	0,45	0	39
0,05	0,57	0	43
0,06	0,68	0	47
0,07	0,79	1	51
0,08	0,91	1	54
0,09	1,02	1	58
0,10	1,13	1	61
0,11	1,25	1	64
0,12	1,36	1	67
0,13	1,47	2	69
0,14	1,59	2	72
0,15	1,70	2	75
0,16	1,81	2	77
0,17	1,93	2	79
0,18	2,04	3	82
0,19	2,15	3	84
0,20	2,27	3	86
0,21	2,38	3	88
0,22	2,49	3	90
0,23	2,61	4	92
0,24	2,72	4	94
0,25	2,83	4	96
0,26	2,95	4	98
0,27	3,06	5	100
0,28	3,17	5	102
0,29	3,29	5	104

<b>Rango Elástico (<math>\delta &lt; \delta_y</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\times 10^{-4} \delta</math> [mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
0,30	3,40	6	105
0,31	3,51	6	107
0,32	3,63	6	109
0,33	3,74	6	111
0,34	3,85	7	112
0,35	3,97	7	114
0,36	4,08	7	116
0,37	4,19	8	117
0,38	4,31	8	119
0,39	4,42	8	120
0,40	4,53	9	122
0,41	4,65	9	123
0,42	4,76	9	125
0,43	4,87	9	126
0,44	4,99	10	128
0,45	5,10	10	129
0,46	5,21	11	131
0,47	5,33	11	132
0,48	5,44	11	133
0,49	5,55	12	135
0,50	5,67	12	136
0,51	5,78	12	137
0,52	5,89	13	139
0,53	6,01	13	140
0,54	6,12	13	141
0,55	6,23	14	143
0,56	6,35	14	144
0,57	6,46	14	145
0,58	6,57	15	147
0,59	6,69	15	148
0,60	6,80	16	149
0,61	6,91	16	150
0,62	7,03	16	152

<b>Rango Elástico (<math>\delta &lt; \delta_y</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\times 10^{-4} \delta</math> [mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
0,63	7,14	17	153
0,64	7,25	17	154
0,65	7,37	18	155
0,66	7,48	18	156
0,67	7,59	18	158
0,68	7,71	19	159
0,69	7,82	19	160
0,70	7,93	20	161
0,71	8,05	20	162
0,72	8,16	21	163
0,73	8,27	21	164
0,74	8,39	21	166
0,75	8,50	22	167
0,76	8,61	22	168
0,77	8,73	23	169
0,78	8,84	23	170
0,79	8,95	24	171
0,80	9,07	24	172
0,81	9,18	25	173
0,82	9,29	25	174
0,83	9,41	25	175
0,84	9,52	26	176
0,85	9,63	26	177
0,86	9,75	27	179
0,87	9,86	27	180
0,88	9,97	28	181
0,89	10,09	28	182
0,90	10,20	29	183
0,91	10,31	29	184
0,92	10,43	30	185
0,93	10,54	30	186
0,94	10,65	31	187
0,95	10,77	31	188

<b>Rango Elástico (<math>\delta &lt; \delta_y</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b>x 10<sup>-4</sup> <math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
0,96	10,88	32	189
0,97	10,99	32	190
0,98	11,11	33	191
0,99	11,22	33	192
1,00	11,33	34	193

<b>Rango Elasto-Plástico (<math>1 &lt; \delta/\delta_y &lt; 84</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\times 10^{-2} \delta</math>[mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
1,1	0,1	41	193
1,5	0,2	78	223
2	0,2	129	246
3	0,3	241	276
4	0,5	361	295
5	0,6	488	310
6	0,7	618	321
7	0,8	753	331
8	0,9	890	339
9	1,0	1.030	346
10	1,1	1.173	353
11	1,2	1.318	359
12	1,4	1.464	364
13	1,5	1.613	369
14	1,6	1.762	373
15	1,7	1.914	377
16	1,8	2.067	381
17	1,9	2.221	385
18	2,0	2.376	388
19	2,2	2.533	391
20	2,3	2.691	394
21	2,4	2.849	397
22	2,5	3.009	400
23	2,6	3.170	403
24	2,7	3.331	405
25	2,8	3.494	408
26	2,9	3.657	410
27	3,1	3.821	412
28	3,2	3.986	414
29	3,3	4.151	416
30	3,4	4.317	418
31	3,5	4.484	420

<b>Rango Elasto-Plástico (<math>1 &lt; \delta/\delta_y &lt; 84</math>)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\times 10^{-2} \delta</math>[mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
32	3,6	4.652	422
33	3,7	4.820	424
34	3,9	4.989	426
35	4,0	5.158	427
36	4,1	5.328	429
37	4,2	5.499	431
38	4,3	5.670	432
39	4,4	5.841	434
40	4,5	6.014	435
41	4,6	6.186	437
42	4,8	6.360	438
43	4,9	6.533	439
44	5,0	6.707	441
45	5,1	6.882	442
46	5,2	7.057	443
47	5,3	7.233	445
48	5,4	7.409	446
49	5,6	7.585	447
50	5,7	7.762	448
51	5,8	7.939	449
52	5,9	8.117	451
53	6,0	8.295	452
54	6,1	8.473	453
55	6,2	8.652	454
56	6,3	8.831	455
57	6,5	9.010	456
58	6,6	9.190	457
59	6,7	9.370	458
60	6,8	9.551	459
61	6,9	9.732	460
62	7,0	9.913	461
63	7,1	10.095	462
64	7,3	10.277	463

<b>Rango Elasto-Plástico (1 &lt; <math>\delta/\delta_y</math> &lt; 84)</b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b>x 10<sup>-2</sup> <math>\delta</math>[mm]</b>	<b>F [N]</b>	<b>P [MPa]</b>
65	7,4	10.459	464
66	7,5	10.641	464
67	7,6	10.824	465
68	7,7	11.007	466
69	7,8	11.191	467
70	7,9	11.374	468
71	8,0	11.558	469
72	8,2	11.743	469
73	8,3	11.927	470
74	8,4	12.112	471
75	8,5	12.297	472
76	8,6	12.483	473
77	8,7	12.668	473
78	8,8	12.854	474
79	9,0	13.040	475
80	9,1	13.227	476
81	9,2	13.413	476
82	9,3	13.600	477
83	9,4	13.788	478
84	9,5	13.975	478

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
84	0,10	14	491
85	0,10	14	491
85	0,10	15	491
90	0,10	15	491
95	0,11	16	491
100	0,11	17	491
105	0,12	18	491
110	0,12	19	491
115	0,13	20	491
120	0,14	21	491
125	0,14	21	491
130	0,15	22	491
135	0,15	23	491
140	0,16	24	491
145	0,16	25	491
150	0,17	26	491
155	0,18	27	491
160	0,18	27	491
165	0,19	28	491
170	0,19	29	491
175	0,20	30	491
180	0,20	31	491
185	0,21	32	491
190	0,22	33	491
195	0,22	33	491
200	0,23	34	491
205	0,23	35	491
210	0,24	36	491
215	0,24	37	491
220	0,25	38	491
225	0,26	39	491
230	0,26	39	491
235	0,27	40	491
240	0,27	41	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
245	0,28	42	491
250	0,28	43	491
255	0,29	44	491
260	0,29	45	491
265	0,30	45	491
270	0,31	46	491
275	0,31	47	491
280	0,32	48	491
285	0,32	49	491
290	0,33	50	491
295	0,33	51	491
300	0,34	51	491
305	0,35	52	491
310	0,35	53	491
315	0,36	54	491
320	0,36	55	491
325	0,37	56	491
330	0,37	57	491
335	0,38	57	491
340	0,39	58	491
345	0,39	59	491
350	0,40	60	491
355	0,40	61	491
360	0,41	62	491
365	0,41	63	491
370	0,42	63	491
375	0,43	64	491
380	0,43	65	491
385	0,44	66	491
390	0,44	67	491
395	0,45	68	491
400	0,45	69	491
405	0,46	69	491
410	0,46	70	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
415	0,47	71	491
420	0,48	72	491
425	0,48	73	491
430	0,49	74	491
435	0,49	75	491
440	0,50	75	491
445	0,50	76	491
450	0,51	77	491
455	0,52	78	491
460	0,52	79	491
465	0,53	80	491
470	0,53	81	491
475	0,54	81	491
480	0,54	82	491
485	0,55	83	491
490	0,56	84	491
495	0,56	85	491
500	0,57	86	491
505	0,57	87	491
510	0,58	87	491
515	0,58	88	491
520	0,59	89	491
525	0,60	90	491
530	0,60	91	491
535	0,61	92	491
540	0,61	93	491
545	0,62	93	491
550	0,62	94	491
555	0,63	95	491
560	0,63	96	491
565	0,64	97	491
570	0,65	98	491
575	0,65	99	491
580	0,66	100	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
585	0,66	100	491
590	0,67	101	491
595	0,67	102	491
600	0,68	103	491
605	0,69	104	491
610	0,69	105	491
615	0,70	106	491
620	0,70	106	491
625	0,71	107	491
630	0,71	108	491
635	0,72	109	491
640	0,73	110	491
645	0,73	111	491
650	0,74	112	491
655	0,74	112	491
660	0,75	113	491
665	0,75	114	491
670	0,76	115	491
675	0,77	116	491
680	0,77	117	491
685	0,78	118	491
690	0,78	118	491
695	0,79	119	491
700	0,79	120	491
705	0,80	121	491
710	0,80	122	491
715	0,81	123	491
720	0,82	124	491
725	0,82	124	491
730	0,83	125	491
735	0,83	126	491
740	0,84	127	491
745	0,84	128	491
750	0,85	129	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
755	0,86	130	491
760	0,86	130	491
765	0,87	131	491
770	0,87	132	491
775	0,88	133	491
780	0,88	134	491
785	0,89	135	491
790	0,90	136	491
795	0,90	136	491
800	0,91	137	491
805	0,91	138	491
810	0,92	139	491
815	0,92	140	491
820	0,93	141	491
825	0,94	142	491
830	0,94	142	491
835	0,95	143	491
840	0,95	144	491
845	0,96	145	491
850	0,96	146	491
855	0,97	147	491
860	0,97	148	491
865	0,98	148	491
870	0,99	149	491
875	0,99	150	491
880	1,00	151	491
885	1,00	152	491
890	1,01	153	491
895	1,01	154	491
900	1,02	154	491
905	1,03	155	491
910	1,03	156	491
915	1,04	157	491
920	1,04	158	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
925	1,05	159	491
930	1,05	160	491
935	1,06	160	491
940	1,07	161	491
945	1,07	162	491
950	1,08	163	491
955	1,08	164	491
960	1,09	165	491
965	1,09	166	491
970	1,10	166	491
975	1,11	167	491
980	1,11	168	491
985	1,12	169	491
990	1,12	170	491
995	1,13	171	491
1.000	1,13	172	491
1.005	1,14	172	491
1.010	1,14	173	491
1.015	1,15	174	491
1.020	1,16	175	491
1.025	1,16	176	491
1.030	1,17	177	491
1.035	1,17	178	491
1.040	1,18	178	491
1.045	1,18	179	491
1.050	1,19	180	491
1.055	1,20	181	491
1.060	1,20	182	491
1.065	1,21	183	491
1.070	1,21	184	491
1.075	1,22	185	491
1.080	1,22	185	491
1.085	1,23	186	491
1.090	1,24	187	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
1.095	1,24	188	491
1.100	1,25	189	491
1.105	1,25	190	491
1.110	1,26	191	491
1.115	1,26	191	491
1.120	1,27	192	491
1.125	1,28	193	491
1.130	1,28	194	491
1.135	1,29	195	491
1.140	1,29	196	491
1.145	1,30	197	491
1.150	1,30	197	491
1.155	1,31	198	491
1.160	1,31	199	491
1.165	1,32	200	491
1.170	1,33	201	491
1.175	1,33	202	491
1.180	1,34	203	491
1.185	1,34	203	491
1.190	1,35	204	491
1.195	1,35	205	491
1.200	1,36	206	491
1.205	1,37	207	491
1.210	1,37	208	491
1.215	1,38	209	491
1.220	1,38	209	491
1.225	1,39	210	491
1.230	1,39	211	491
1.235	1,40	212	491
1.240	1,41	213	491
1.245	1,41	214	491
1.250	1,42	215	491
1.255	1,42	215	491
1.260	1,43	216	491

<b>Rango Plástico <math>\delta/\delta_y &gt; 84</math></b>			
<b>(<math>\delta/\delta_y</math>)</b>	<b><math>\delta</math> [mm]</b>	<b>F [kN]</b>	<b>P [MPa]</b>
1.265	1,43	217	491
1.270	1,44	218	491
1.275	1,45	219	491
1.280	1,45	220	491
1.285	1,46	221	491
1.290	1,46	221	491
1.295	1,47	222	491
1.300	1,47	223	491
1.305	1,48	224	491
1.310	1,48	225	491
1.315	1,49	226	491
1.320	1,50	227	491
1.325	1,50	227	491
1.330	1,51	228	491
1.335	1,51	229	491
1.340	1,52	230	491
1.345	1,52	231	491
1.350	1,53	232	491
1.355	1,54	233	491
1.360	1,54	233	491
1.365	1,55	234	491
1.370	1,55	235	491
1.375	1,56	236	491
1.380	1,56	237	491
1.385	1,57	238	491
1.390	1,58	239	491
1.395	1,58	239	491
1.400	1,59	240	491
1.405	1,59	241	491
1.410	1,60	242	491
1.415	1,60	243	491
1.420	1,61	244	491
1.425	1,62	245	491
1.430	1,62	245	491

Rango Plástico $\delta/\delta_y > 84$			
$(\delta/\delta_y)$	$\delta$ [mm]	F [kN]	P [MPa]
1.435	1,63	246	491
1.440	1,63	247	491
1.445	1,64	248	491
1.450	1,64	249	491
1.455	1,65	250	491
1.460	1,65	251	491
1.465	1,66	251	491
1.470	1,67	252	491
1.475	1,67	253	491
1.480	1,68	254	491
1.485	1,68	255	491
1.490	1,69	256	491
1.495	1,69	257	491
1.500	1,70	257	491

d) Línea de Flujo Plástico

